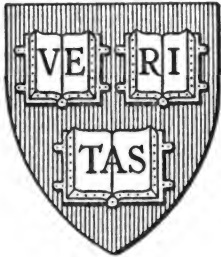


**ANNALEN DER  
PHYSIK UND  
CHEMIE:  
JUBELBAND DEM  
HERAUSGEBER J...**

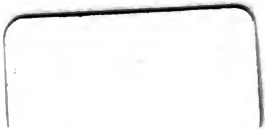
---



Sci 1085.24.3



HARVARD  
COLLEGE  
LIBRARY



ANNALEN  
DER  
P H Y S I K  
UND  
CHEMIE.

JUBELBAND

DEM HERAUSGEBER

J. C. POGGENDORFF

ZUR FEIER FÜNFZIGJÄHRIGEN WIRKENS GEWIDMET.

NEBST 6 FIGURENTAFELN.



LEIPZIG 1874.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIUS BARTH.

Sci 1085.14.14<sup>.24.3</sup>

HARVARD COLLEGE LIBRARY

1874. May 8  
trans.  
\$3.75<sup>2</sup>

Seit nunmehr fünfzig Jahren ruht die Herausgabe der Annalen der Physik und Chemie in den Händen von

**Johann Christian Poggendorf.**

Einhundert und fünfzig fortlaufende Bände, denen sich noch sechs Ergänzungsbände anschliessen, legen ein Zeugniß ab für Seine unermüdliche, segensreiche Thätigkeit, in der Er durch eine seltene Vereinigung von strengster Wissenschaftlichkeit mit wahrer Humanität die

Fachgenossen in ihrem gemeinsamen Streben wie zu einer grossen, innig verbundenen Familie vereinte.

Es entsprach den Wünschen vieler Mitarbeiter der Annalen, dem verehrten Jubilar bei dieser hocheureulichen Gelegenheit ein Zeichen des Dankes zu überreichen, den sie Ihm Alle in so hohem Maasse in wissenschaftlicher, wie in persönlicher Beziehung schuldig sind.

Daher fand der in einem Kreise älterer Freunde des Jubilars angeregte Gedanke allgemeine Zustimmung, Ihm, der in einhundert sechs und fünfzig Bänden alle Arbeit übernommen und

den Fachgenossen nur die Freude an den Resultaten bereitet hat, nun einmal umgekehrt für einen Band der Annalen die Last der Arbeit abzunehmen und Ihm denselben im Namen der Mitarbeiter als Ehrengabe darzubringen. Von den verschiedensten Seiten wurden Abhandlungen in Aussicht gestellt und eingeliefert, so dass leider darauf verzichtet werden musste, alle noch thätigen Mitarbeiter zur Theilnahme heranzuziehen, wenn die gewöhnliche Stärke eines Bandes der Annalen nicht überschritten werden sollte.

So möge denn der verehrte Jubilar den vorliegenden

## Jubelband

freundlich annehmen und gestatten, dass derselbe der fortlaufenden Reihe der Bände der Annalen als ein dauernder Beweis des wärmsten Dankes und der aufrichtigsten Zuneigung und Verehrung seiner Fachgenossen eingefügt werde.

Mögen diesem Jubelbande noch manche andere, von dem Jubilar selbst redigirte Bände der Annalen folgen!



## Ein Rückblick.

---

**K**urze Zeit nach dem am 7. März 1824 unerwartet erfolgten Tode des Professors L. W. Gilbert zu Leipzig, welcher seit 1799 die Annalen der Physik redigirt hatte, erhielt der Verleger derselben, Joh. Ambr. Barth, von dem damaligen Observator der Königl. Akademie der Wissenschaften zu Berlin, Herrn J. C. Poggendorff, die Mittheilung, dass derselbe schon früher den Plan zur Herausgabe einer physikalisch-chemischen Zeitschrift gefasst habe und durch das angegebene Ereigniss zur sofortigen Ausführung zu schreiten veranlasst sei. Da indess eine Vermehrung der Zeitschriften sowohl der Wissenschaft wie dem Privatinteresse schädlich sei, so schlage er vor, sein Unternehmen mit den Gilbert'schen Annalen zu verbinden, und ersteres an die Stelle der letzteren zu setzen. Zugleich eröffnete er, dass in Berlin bereits die Chemiker Mitscherlich und H. Rose sowie sämtliche Physiker, namentlich die Akademiker Erman und Seebeck, ferner Fr. Hofmann, L. v. Buch und Al. v. Humboldt ihre kräftige Unterstützung zugesagt, dass überdies Berzelius,

Arfvedson und Bonsdorff die bestimmte Versicherung gegeben hätten, ihre Arbeiten nur in dem von Poggendorff redigirten Journal erscheinen zu lassen, und dass endlich durch Al. v. Humboldt eine Verbindung mit den besten Kräften in Paris, sowie durch G. Rose mit denen in London und Edinburg erstrebt würde, zum Theil schon hergestellt sei. — Diese ausgezeichneten Unterstützungen verbunden mit den reichen literarischen Hilfsmitteln, welche Berlin und insbesondere die Akademie einem vom ernstesten Streben beseelten Manne boten, durften allerdings diesen mit voller Zuversicht in den Erfolg seiner Unternehmung erfüllen. In Folge dessen führten auch die Verhandlungen mit dem Verleger, der in kurzer Zeit die grosse Entschiedenheit Poggendorff's in allen der Sache dienstbaren Punkten zu würdigen und hochzuschätzen lernte, namentlich nach einer persönlichen Begegnung in Leipzig, sehr bald, schon um die Mitte April, zu einem allseitig befriedigenden Abschluss. Die Zeitschrift erhielt nun den Titel „Annalen der Physik und Chemie“, deren Zweck und Ziel der Herausgeber in einer dem ersten Bande vorgedruckten Ankündigung darlegte, und hierin u. a. sagte:

„Physik und Chemie bilden in ihrem rein wissenschaftlichen Umfange die Grundlage des künftigen Inhalts und zwar gemeinschaftlich, weil eine Trennung beider für den gegenwärtigen Zustand derselben durchaus unmöglich ist. — Dass wesentliche Fortschritte in der Physik niemals übergangen werden, liegt schon in dem Grundwesen des Planeten; aber überdies werde ich mit steter Berücksichtigung der Meteorologie und physikalischen Erdbeschreibung auch dahin trachten, dieser Seite der Annalen jene Vollständigkeit zu erhalten, durch welche sie der Verewigte zu wahren Jahrbüchern der Wissenschaft umgeschaffen hat.“

„Diesem Gesichtspunkte folgend soll nicht die Neuheit der Gegenstände allein mich in ihrer Auswahl bestimmen, sondern auch oft das Aeltere bei zweckmässigen Gelegenheiten eingeschaltet und überhaupt das Gleichartige zusammengestellt werden. — Reine Mathematik liegt ausser dem Bereich dieser Annalen, wo aber von Seiten des Experiments die erforderliche Genauigkeit nicht versäumt ist, oder wo eine Reihe von Thatsachen durch eine aus den Principien der Mechanik geschöpfte Theorie in einen nothwendigen Zusammenhang gebracht werden kann, da soll die Mathematik eine willkommene Aufnahme finden, jede unnöthige Ueberladung mit Formeln aber vermieden werden, und deshalb nur das eine Stelle erhalten, was dem eigentlichen Interesse des Physikers angehört.“

Diesen Grundsätzen gemäss sind nun die Annalen ein halbes Jahrhundert redigirt worden, und sie haben sich mit ihnen nicht nur im Vaterlande, sondern auch weit über die Grenzen desselben hinaus in allen Theilen der civilisirten Welt zahlreiche Freunde und Förderer erworben. Ein reicher Schatz der besten Forschungen unserer Zeit ist in ihnen im Lauf der Jahre angesammelt, und sie sind dadurch schon lange eine vielbesuchte Fundstätte für das Quellenstudium geworden, deren unvergänglicher Werth auch die kommenden Generationen zu ihnen führen wird. Es wäre hier wohl am Ort eine Uebersicht der Fortschritte zu geben, welche durch die seit fünf Decennien in den Annalen niedergelegten Arbeiten gemacht sind, allein selbst die gedrängteste Zusammenstellung würde immer noch einen Raum beanspruchen, der weit über das hier zulässige Maass hinausginge, und so muss denn auf einen solchen Bericht verzichtet werden, wie lehrreich derselbe auch nach verschiedenen Seiten hin sein dürfte.

Dagegen mag versucht werden durch einige aus den Annalen hergeleitete statistische Angaben die Grösse der Anstrengungen zu veranschaulichen, welche fünfzig Jahre hindurch die Erweiterung unserer physikalischen Kenntnisse erstrebten, und den Umfang der Redactionsarbeiten zu bezeichnen, die erforderlich waren, um die Errungenschaften so vieler Einzelnen zum Gemeingut Aller zu machen.

Bis zum Band 149 einschliesslich (die Bände 150 und Ergänzungsband VI waren zur Zeit noch nicht erschienen) kommen in den Annalen Mittheilungen von 2167 Autoren vor, die sich, wie aus nachstehender Uebersicht hervorgeht, auf alle Decennien ziemlich gleich vertheilen, zumal wenn man berücksichtigt, dass dem letzten Jahrzehnt noch zwei Bände fehlen.

Es ist die Anzahl der Autoren im

		Anzahl der Ein- getretenen	Dazu aus früheren Jahrg.	Zu- sammen
1. u. 2. Jahrzehnt	{ Bd. I bis LX Ergzgsb. I	1174	—	1174
3. Jahrzehnt	{ Bd. LXI-XC Ergzgsb. II, III, IV	343	245	588
4. „	Bd. XCI-CXX	339	199	538
5. „	{ Bd. CXXI-CXLIX Ergzgsb. V	311	232	543
		<hr/> 2167		

Abhandlungen und Notizen unter besonderem Titel sind in allen erschienenen Bänden enthalten einige über 8850, davon kommen auf:

Berzelius 112.	Liebig 56.	Rose, G. 100.
Brewster 67.	Magnus 65.	Rose, H. 193.
Dove 104.	Poggendorff 152.	Scheerer 57.
Faraday 76.	Rammelsberg 177.	Schneider, R. 50.
Haidinger 90.	v. Rath 71.	Schönbein 88.
Heintz 60.	Riess 84.	Wöhler 65.

Welch ein Aufwand an Zeit und Mühe die eingehende Durchsicht so vieler Tausende von Schriftstücken der Redaction auferlegt, bedarf keiner Auseinandersetzung, und dennoch ist damit lange nicht alles erledigt; leider entzieht sich aber selbst einer ungefähren Schätzung, wieviel im Interesse der Annalen gelesen werden musste, was darin keine Aufnahme gefunden hat.

Die Uebersetzung der Abhandlungen von Regnault füllt 696 Seiten, d. h. mehr als einen starken Band, ihm nahe oder gleich kommen die umfangreichen Aufsätze von Arago, Becquerel, Biot, Brewster, Fresnel, Melloni, de la Rive, Stokes, Tyndall und vieler Anderen. Faraday nimmt 1617 Seiten ein, das ist weit über zwei Bände. Danach ist die Annahme wohl nicht zu hoch, dass sämmtliche Uebertragungen zusammengestellt die ansehnliche Reihe von dreissig Bänden geben würden, und in dieser Form erhalten wir vielleicht die deutlichste Vorstellung von den ungewöhnlichen Leistungen des Herausgebers auch in dieser Beziehung.

Ungeachtet nun dieser und anderer ähnlichen Obliegenheiten hat es der Herausgeber dennoch ermöglicht, dass die Annalen ununterbrochen und unbeirrt von den Erschütterungen

wechsellvoller Zeiten die langen Jahre hindurch ihre ernste Culturarbeit verrichteten. Immer aufmerksam allen Richtungen auf dem weiten Gebiet der Wissenschaft folgend, brachte er jede neue Erscheinung zu anregender Erörterung, markirte sorgsam jede weiter hinausgesteckte Grenze unserer Erkenntniss, und sicherte, wo die Wahrheit in Gefahr kam, dem rechten Eroberer den wohlverdienten Anspruch und Ruhm. Es würde, sollte seine ganze vielseitige Thätigkeit an den Annalen zur Darstellung kommen, sich ein überaus reiches Bild seines Wirkens und Schaffens entfalten; wie lichtvoll dasselbe aber auch ausfallen möge, ein weit glänzenderes und farbenreicheres wird von Ihm, dem hoch hervorragenden Forscher derjenige bringen, dem es beschieden ist, die Geschichte der Wissenschaft für die Nachwelt zu schreiben.

Berlin, im Juli 1873.

W. Bn.

## Inhalt

des Jubelbandes der Annalen der Physik und Chemie<sup>1)</sup>.

---

	Seite
I. Hydraulische Untersuchungen; von Oskar Emil Meyer . . . . .	1
II. Ueber den Lichtschein und den Schatten des Kopfes; von Lommel . . . . .	10
III. Ueber eine am 1. Februar 1873 zu Breslau über einer Feuersbrunst beobachtete Lichtsäule; von J. G. Galle . . . . .	21
IV. Ueber die Leitungsfähigkeit des Glases für Electricität und Wärme; von W. Beetz . . . . .	23
V. Studien über die Entladungen des Inductionsstromes in mit verdünnten Gasen gefüllten Räumen; von A. Wüllner . . . . .	32
VI. F. E. Neumann's Methode zur Vermeidung des von Biegungen herrührenden Fehlers bei auf der Stab-Oberfläche getheilten Strichmaassen; mitgetheilt von H. Wild . . . . .	61
VII. Ueber die Bestimmung des wahrscheinlichen Fehlers eines Beobachtungsmittels durch die Summe der einfachen Abweichungen; von G. Th. Fechner . . . . .	66
VIII. Ueber die Ausdehnungscoefficienten einiger Gase, und über Luftthermometer; von Ph. Jolly . . . . .	82

1) Die Reihenfolge der einzelnen Aufsätze entspricht im Allgemeinen der Zeit ihres Einganges bei der Verlagshandlung.

	Seite
IX. Beschreibung eines Wellenapparats insbesondere zur Versinnlichung des Zustandekommens Chladniscner Klangfiguren; von F. Melde . . . . .	101
X. Die Orte gleicher normaler Intensität im Magnetfeld eines galvanischen Kreisstromes; von Professor Dr. v. Feilitzsch . . . . .	107
XI. Ueber den Zusammenhang zwischen der Drehung der Polarisationssebene und der Wellenlänge der verschiedenen Farben; von Ludwig Boltzmann in Wien . . . . .	128
XII. Ueber die Constitution der Chlorwasserstoffsäure und der chlorwasserstoffsaurcn Salze; von Julius Thomsen. . . . .	135
XIII. Ueber Aufbewahrung und Eigenschaften eines auf electrolytischem Wege mit Wasserstoff übersättigten Palladiumbleches; von Rud. Boettger in Frankfurt a. M. . . . .	150
XIV. Ueber das Verhalten der Uebermangansäure zu verschiedenen Stoffen, insbesondere zu ätherischen Oelen und Steinkohlenleuchtgas; von Demselben . . . . .	156
XV. Ueber neue Schwefelsalze; von R. Schneider . . . . .	158
Achte Abhandlung.	
XVI. Das spezifische Gesetz der sogenannten anomalen Dispersion; von Ed. Ketteler . . . . .	166
XVII. Der „Kampf ums Dasein“ unter den Molekülen; ein weiterer Beitrag zur chemischen Statik; von L. Pfaundler . . . . .	182
XVIII. Ueber das Aequivalent lebendiger Kräfte; von Wilhelm Weber . . . . .	199
XIX. Zur Poggendorf'schen Fallmaschine; von W. Barentin . . . . .	213
XX. Ueber ein allgemeines Theorem zur Berechnung der Wirkung magnetisirender Spiralen; von Prof. Dr. A. von Waltenhofen in Prag . . . . .	217
XXI. Ueber die spezifische Wärme der gesättigten Dämpfe; von J. J. Müller . . . . .	227
XXII. Ueber das Bunsen'sche Photometer; von Fr. Rüdorff . . . . .	234



	Seite
XXIII. Ueber einige Eigenthümlichkeiten der galvanischen Polarisation, insbesondere in der Kali-Hypermangankette; von J. H. Koosen . . . . .	241
XXIV. Untersuchungen über die Reflexion der Sonnenwärme an der Oberfläche des Genfer Sees; von L. Dufour, Prof. der Physik an der Akademie in Lausanne . . . . .	253
XXV. Ueber die Wärmewirkung der elektrischen Disjunctionsströme; von E. Edlund . . . . .	261
XXVI. Ueber künstlich herbeigeführte Interruption der oscillatorischen Entladungen einer Leydener Batterie und das Gesetz der elektrischen Schlagweite; von Dr. Arthur von Oettingen . . . . .	269
XXVII. Ueber die Reflexion der Wärme- und Lichtstrahlen von geneigten diathermanen und durchsichtigen Platten; von H. Knoblauch in Halle a/S. . . . .	280
XXVIII. Ueber die Wirkung der Polarisation auf alternirende Ströme und über einen Sinus-Inductor; von F. Kohlrausch . . . . .	290
XXIX. Fernere Versuche über Fluorescenz; von Eduard Hagenbach . . . . .	303
XXX. Ueber die Bildung der erzbegleitenden Mineralien; von Th. Scheerer . . . . .	314
XXXI. Zur Theorie der dielektrischen Mittel; von Eduard Riecke . . . . .	321
XXXII. Ueber die Bestimmung des Haupteinfallswinkels und Hauptazimuths für die verschiedenen Fraunhofer'schen Linien; von G. Quincke . . . . .	336
XXXIII. Ueber die Biegungselasticität; von Dr. H. Buff . . . . .	349
XXXIV. Ueber die Entwicklung, den Verlauf und die Dauer der Extraströme; von P. Blaserna, Prof. an der k. Universität in Rom . . . . .	363
XXXV. Ueber die elektrische Influenz eines Nichtleiters auf sich selbst; von P. Riess . . . . .	375

XVIII

	Seite
XXXVI. Die Fortschritte der Mineralchemie, wie sie seit fünfzig Jahren aus Poggendorff's Annalen sich ergeben; von C. Rammelsberg . . . . .	381
XXXVII. Spektroskop mit fluorescirendem Ocular; von J. L. Soret	407
XXXVIII. Ueber verschiedene Formen des Virials; von R. Clausius	411
XXXIX. Ueber das Spektrum des Nordlichts; von A. J. Ångström	424
XL. Ueber die Elektrizitätsleitung der Gase; von W. Hittorf	430
Zweite Mittheilung.	
XLI. Directe Messung des Widerstandes galvanischer Ketten; von Dr. Werner Siemens . . . . .	445
XLII. Untersuchungen über die Volumconstitution einiger Oxyde; von H. Schröder . . . . .	452
XLIII. Die Beziehungen der Brennweite und der conjugirten Punkte einer Linse durch eine neue Formel dargestellt von J. Müller, Professor zu Freiburg i. B. . . . .	460
XLIV. Ueber elektrisches Glimmlicht; von W. Feddersen .	465
XLV. Einige Versuche über die Wirkungen des Magnetismus auf die elektrischen, in der Verlängerung der Axe des Magneten stattfindenden Entladungen in einem verdünnten Gase von Aug. de la Rive und Ed. Sarasin	469
XLVI. Ueber die Dissociation der wasserhaltigen Salze; von G. Wiedemann . . . . .	474
XLVII. Ueber Interferenzerscheinungen von einaxigen Krystallplatten im polarisirten Lichte; von H. S. M. van der Willigen . . . . .	491
XLVIII. Ueber die Herstellung vorausbestimmter periodischer Luftbewegungen mit der Sirene; von A. Töpler . . .	498
XLIX. Ueber die wissenschaftliche Untersuchung der Ostsee und Nordsee; von G. Karsten (Kiel) . . . . .	506
L. Ueber farbenschillernde Quarze vom Weisselberge bei Oberkirchen unweit St. Wendel; von F. E. Reusch in Tübingen und G. vom Rath in Bonn . . . . .	532

	Seite
LI. Einige Studien über Quarz, Kupferkies und Albit; von G. vom Rath in Bonn . . . . .	538
LII. Ueber die specifische Wärme des Wassers bei verschiedenen Temperaturen, nach Regnault's Versuchen; von J. Bosscha	550
LIII. Die theoretische Grenze für die Leistungsfähigkeit der Mikroskope; von H. Helmholtz . . . . .	557
LIV. Ueber binoculare Farbenmischung; von Wilhelm v. Bezold	585
LV. Fortgesetzte Beschreibung neuer Vorrichtungen für Zwecke der allgemeinen Nerven- und Muskelphysik; von E. du Bois-Reymond . . . . .	591
LVI. Ueber einige physikalische und kosmische Erscheinungen in Nordafrika und Westasien; von C. G. Ehrenberg . . .	611
LVII. Ueber einige Beziehungen zwischen der Dispersion und Ab- sorption des Lichtes; von August Kundt . . . . .	615
LVIII. Photometrische Untersuchungen über die physische Be- schaffenheit des Planeten Merkur; von F. Zöllner . . .	624
LIX. Ueber die elektromotorische Kraft von Flüssigkeitsketten; von A. Paalzow . . . . .	643
LX. Ueber die thermoelektrischen Eigenschaften des Topases, des Schwerspathes und des Aragonits; von W. Hankel .	649
LXI. Ueber die meteorologischen Unterschiede der Nordhälfte und Südhälfte der Erde; von H. W. Dove . . . . .	661
LXII. Vorläufige Mittheilung über eine Untersuchung der Fort- pflanzung des Schalles durch die Atmosphäre; von John Tyndall . . . . .	668

---

Das Namenregister siehe am Schlusse dieses Bandes.

## Nachweis zu den Figurentafeln.

---

- Taf. I. — Wüllner, Fig. 1, S. 36 u. 56; Fig. 2, S. 37; Fig. 3, S. 40, 47 u. 57; Fig. 4, S. 40; Fig. 5, S. 42; Fig. 6, S. 43 u. 57.
- Taf. II. — Beetz, Fig. I, S. 29. — Wild, Fig. 2, S. 63; Fig. 3 u. 4, S. 64. — Jolly, Fig. 5, S. 83 bis 85; Fig. 6, S. 83; Fig. 7, S. 85, Fig. 8, S. 88. — Melde, Fig. 9, S. 102; Fig. 10, S. 106; Fig. 11, S. 107. — Ketteler, Fig. 12, S. 170; Fig. 13 bis 15, S. 171 bis S. 174; Fig. 17, S. 175 u. 181; Fig. 18 u. 19, S. 175.
- Taf. III. — v. Feilitzsch, S. 108 u. 124 bis 127.
- Taf. IV. — Kohlrausch, Fig. 1 u. 2, S. 292 bis 294. — Blaserna, Fig. 3, S. 369; Fig. 4, S. 370; Fig. 5 u. 6, S. 371. — Soret, Fig. 7, S. 408 u. 469. — Ångström, Fig. 8, S. 425; Fig. 9, S. 425 bis 427.
- Taf. V. — Wiedemann, Fig. 1, S. 475 bis 478; Fig. 2, S. 476; Fig. 3, S. 477; Fig. 4, S. 487.
- Taf. VI. — Reusch und vom Rath, Fig. 1 u. 2, S. 533 u. 534; Fig. 2, S. 534; Fig. 3, S. 533 bis 535; Fig. 6, S. 533 u. 536. — vom Rath, Fig. 4, S. 538 u. 539; Fig. 5, S. 542; Fig. 7, S. 542 u. 544; Fig. 8, S. 542 bis 544; Fig. 9, S. 545 u. 546; Erklärung der Figuren siehe auch S. 549.
- 

## Berichtigungen.

---

- S. 83 Z. 14 v. u. lies Fig. 5 statt Fig. 1.  
„ 106 „ 21 „ „ „ 10<sup>b</sup> „ „ 2<sup>b</sup>.

ANNALEN  
DER PHYSIK UND CHEMIE.  
JUBELBAND.

---

**I. *Hydraulische Untersuchungen.* Von Oskar  
Emil Meyer.**

In dieser Abhandlung theile ich einige Versuche über die Fortpflanzung des Drucks und über die Strömung des Wassers durch cylindrische Röhren mit, zu welchen mir eine günstige Gelegenheit, Beobachtungen in grösserem Massstabe anzustellen, wie sie selten geboten wird, Veranlassung gab. Herr Aurel Anderssohn, Besitzer der Bleiwaarenfabrik von E. F. Ohles Erben in Breslau, welcher zu eigenen Versuchen über hydraulische Kraft-Transmission eine Bleiröhre von 3000 Meter Länge und 7 Millimeter Weite hatte anfertigen lassen, gestattete mir freundlichst, dass auch ich einige Beobachtungen mit dieser Röhre ausführte. Indem ich die Resultate dieser Messungen mittheile, spreche ich Herrn Anderssohn meinen besten Dank hier öffentlich aus.

Die ganze Röhrenleitung, welche aus einer erheblichen Anzahl einzelner, über denselben Dorn gezogenen Bleiröhren zusammengelöthet war, lag in 12 Rollen von je 250 Meter Länge aufgeschichtet. Diese Länge war nicht unmittelbar gemessen, sondern aus dem Gewichte und dem bekannten inneren und äusseren Durchmesser der Röhren berechnet worden. An jedem Ende der Leitung stand eine Druckpumpe, durch welche dieselbe mit Wasser gefüllt wurde; dabei entwich die Luft durch feine, später verschlossene Oeffnungen in dem höchsten Punkte je einer Rolle. Ausserdem war das eine Ende der Leitung mit einem Quecksilber-Manometer versehen, dessen Scale bis zu 5 Atmosphären Druck oder strenger bis zu 5 mal 28 Zoll rhein. Mass reichte.

Durch eine erste Beobachtung, welche ich mit diesem Apparate ausführte, bestimmte ich die Geschwindigkeit, mit welcher sich der Druck durch die ganze Länge dieser Röhrenleitung fortpflanzt. Nach den Principien der Wellenlehre kann es keinem Zweifel unterliegen, dass die Geschwindigkeit, mit welcher sich ein einzelner Druckimpuls fortpflanzt, keine andere sein kann, als diejenige, mit welcher eine Reihe langsam oder rasch einander folgender sich fortpflanzt, d. h. keine andere als die des Schalles.

Die Geschwindigkeit des Schalles im Wasser, und zwar in unbegrenztem Wasser, beträgt in runder Zahl 1400<sup>m</sup> in einer Secunde. Jedoch hat Wertheim<sup>1)</sup> durch Beobachtung der Töne, welche mit Wasser gefüllte Zungenpfeifen gaben, nachgewiesen, dass in engen Röhren diese Geschwindigkeit erheblich geringer ist; sie betrug bei seinen Versuchen nur 11 bis 1200<sup>m</sup>. Berücksichtigt man, dass in den jetzt benutzten engen Bleiröhren durch die Reibung die Bewegung noch stärker verlangsamt werden wird, so darf man für die Schallgeschwindigkeit nicht mehr als etwa 1000<sup>m</sup> in der Secunde annehmen, so dass die ganze Länge der Röhrenleitung in 3 Secunden würde durchlaufen werden.

Diese Erwartung wurde auf das vollkommenste durch den Versuch bestätigt. Ein plötzlicher Druck auf den Schwengel der einen Druckpumpe wurde von dem an dem anderen Ende der Röhrenleitung angebrachten Manometer nach genau 3 Secunden angezeigt.

Durch eine längere Reihe von Beobachtungen untersuchte ich die Gesetze der Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser durch diese lange und verhältnissmässig enge Röhre ausfloss.

Von dem Gesetze, welches die Strömung des Wassers durch cylindrische Röhren bedingt, besitzen wir nur in dem besonderen Falle, dass die Röhre sehr eng, also eine Capillarröhre ist und dabei hinreichende Länge hat, eine erschöpfende Kenntniss. Experimentell haben die Sache Poi-

1) Diese Annalen Band 77; Ann. de Chim. III, 23.

seuille<sup>1)</sup>, G. Hagen<sup>2)</sup>, H. Jacobson<sup>3)</sup> u. A. erforscht. Das empirische Gesetz Poiseuille's hat durch G. G. Stokes<sup>4)</sup> eine rationelle Begründung erhalten, indem er eine später vielfach von anderen Forschern reproducirte Herleitung desselben aus der Theorie der inneren Reibung gab. Aehnlich hat F. E. Neumann<sup>5)</sup> eine Theorie der Beobachtungen Hagen's geliefert.

Für die Untersuchung der Strömung des Wassers durch weitere Röhren hat man sich bis jetzt begnügt, Interpolationsformeln aufzustellen. Nur zwei neuere Arbeiten, die erste von G. Hagen<sup>6)</sup>, eine zweite von C. J. H. Lampe<sup>7)</sup> verfolgen das Ziel, die verwickelteren Gesetze für weite Röhren auf die einfache Form des Gesetzes für enge Capillarröhren zurückzuführen. Hagen benutzt zu diesem Zwecke die Beobachtungen, welche H. Darcy<sup>8)</sup> an Wasserleitungsröhren angestellt hat, Lampe die von ihm selbst an der Danziger Wasserleitung ausgeführten Messungen. Es ist bereits Hagen auf das vollständigste gelungen nachzuweisen, dass dieselben Formeln, durch welche er seine eigenen, mit Capillarröhren ausgeführten Versuche dargestellt hat, ebenso das Gesetz der von Darcy an weiten Röhren angestellten Messungen enthalten; und zwar erstreckt sich diese Uebereinstimmung bis auf die numerischen Werthe der Coefficienten.

Mit noch viel grösserer Wahrscheinlichkeit durfte ich eine gute Uebereinstimmung mit dem Poiseuille'schen Gesetze erwarten, wenn ich mit den erheblich engeren Bleiröhren

- 1) Mém. prés. par div. sav. à l'Acad. des sc. Tome 9. Paris 1846. Im Auszuge Ann. de Chim. 1843. T. 7.
- 2) Abhdlg. d. Berl. Akad. 1854. Auszug Pogg. Ann. Bd. 46.
- 3) Archiv f. Anat. u. Physiol. 1860; 1861, auch Ber. d. Naturf. Vers. in Königsberg; 1862; 1867.
- 4) Cambridge phil. Transactions, Vol. 8, part 3. 1847, p. 304. § 9.
- 5) Bei Jacobson, Arch. f. Anat. u. Ph. 1861; Ber. d. Kgsb. Naturf. Vers., und Lampe.
- 6) Abh. d. Berl. Akad. 1869.
- 7) Schriften der naturforschenden Gesellschaft zu Danzig. Neue Folge, 3. Bandes erstes Heft. Danzig 1872.
- 8) Mém. prés. par div. sav. à l'Acad. des sciences. Tome 15. Paris 1858.

von nur 7<sup>mm</sup> Durchmesser Beobachtungen über den Ausfluss von Wasser anstellte. Zu diesen Beobachtungen wurde der Apparat insoweit abgeändert, dass die Röhre vor der zu den vorigen Versuchen benutzten Druckpumpe abgeschnitten wurde; doch wurde die an dem anderen Ende der Röhre stehende Druckpumpe und das neben derselben angebrachte Quecksilber-Manometer beibehalten. Durch rasche und kurze Bewegung des Schwengels dieser Pumpe liess sich erreichen, dass das Quecksilber im Manometer einen fast genau gleichbleibenden Stand beibehielt, während an dem anderen offenen Ende der Röhre das Wasser mit gleichmässiger Geschwindigkeit ausfloss. Es wurde die Zeit beobachtet, während welcher durch die 3000<sup>m</sup> lange Röhre ein halbes Liter Wasser ausfloss, und diese Beobachtung bei verschiedenen Werthen des vom Manometer angezeigten Druckes wiederholt. Die Ergebnisse dieser Versuche enthält folgende Tabelle.

Druck.	Ausflusszeit.		Mittel.
5	78"	78"	78"
4	92	93	92,5
3	115	114	114,5
2	154	155	154,5
1	249	253	251

Die Werthe des Druckes beziehen sich auf eine Atmosphäre, oder richtiger auf den Werth des Druckes einer Quecksilbersäule von 28 Zoll rhein. als Einheit. Die Temperatur des Wassers betrug 9<sup>o</sup>,6 C.

Zwei Tage darauf wurden dieselben Beobachtungen an kürzeren Theilen der ganzen Röhrenleitung, welche deshalb zerschnitten wurde, ausgeführt. Die Temperatur des Wassers betrug 11<sup>o</sup> C. Es wurden folgende Zeiten beobachtet.

Länge der Röhre	1500 <sup>m</sup>	750 <sup>m</sup>	500 <sup>m</sup>	250 <sup>m</sup>
Druck 5 Atm.	46"	28"	22"	16"
„ 4 „	53	33	24	17
„ 3 „	67	41	31	19
„ 2 „	95	56	42	26
„ 1 „	173	101	74	48



Diese Resultate der Beobachtung verwende ich zunächst zu einer Prüfung der Formel

$$P = rc + sc^2,$$

welche Hagen und vor ihm viele andere Forscher benutzt haben. In dieser Formel ist  $P$  das sogenannte relative Gefälle oder die Grösse

$$P = \frac{p}{\lambda},$$

wenn  $p$  der treibende Druck und  $\lambda$  die Länge der Röhre ist. Ferner bedeutet  $c$  die mittlere Geschwindigkeit des strömenden Wassers, und  $r$  und  $s$  sind constante Zahlen, deren Werth nur von der Weite der Röhre und der Natur der strömenden Flüssigkeit abhängen soll. Aus diesen letzteren Voraussetzungen würde folgen, dass die Geschwindigkeit  $c$ , folglich auch die beobachtete Ausflusszeit  $t$  immer denselben Werth annehmen müsste, wenn das relative Gefälle denselben Werth erreicht. Die folgende Zusammenstellung, in welcher die Länge von 250 m als Einheit der Länge angesehen wird,

$P=2$	$P=1$	$P=2/3$
$\lambda=2 \quad t=24$	$\lambda=3 \quad t=41$	$\lambda=6 \quad t=53$
$\lambda=1 \quad t=26$	$\lambda=2 \quad t=42$	$\lambda=3 \quad t=56$
	$\lambda=1 \quad t=48$	
$P=1/2$	$P=1/3$	$P=1/6$
$\lambda=6 \quad t=67$	$\lambda=12 \quad t=92,5$	$\lambda=12 \quad t=154,5$
$\lambda=2 \quad t=74$	$\lambda=6 \quad t=95$	$\lambda=6 \quad t=173$
	$\lambda=3 \quad t=101$	

zeigt auf das deutlichste, dass bei gleichbleibendem Werthe des relativen Gefälles  $P$  die Ausflusszeit  $t$  regelmässig zunimmt, wenn die Röhrenlänge  $\lambda$  abnimmt.

Da somit diese bisher fast allgemein gebräuchliche Formel den Beobachtungen nicht genügt, so habe ich versucht, geeignete Formeln aus den beobachteten Zahlen selbst herzuleiten. Zu diesem Zwecke habe ich zunächst Curven gezeichnet, deren Ordinaten den Ausflusszeiten  $t$  proportional waren. Trug ich auf der Abscissenaxe die zugehörigen Werthe des Druckes  $p$  auf, so erhielt ich Curven, welche das Ansehen von Hyperbeln besitzen, deren Asymptoten die Coordinatenachsen sind; doch

weichen sie zu erheblich von wirklichen Hyperbeln ab, als dass sich die Differenzen durch Beobachtungsfehler erklären liessen. Wählte ich dagegen die Röhrenlängen  $\lambda$  zu Abscissen, so entstanden schräg ansteigende, fast geradlinige Curven, von denen nicht zweifelhaft sein konnte, dass sie sich durch Formeln von der Gestalt

$$t = \alpha + \beta \lambda - \gamma \lambda^2$$

darstellen liessen, in denen  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  nur vom Drucke abhängige Zahlen bedeuten.

Zur Berechnung solcher Formeln benutzte ich vorläufig nicht alle Beobachtungen, sondern griff diejenigen heraus, welche bei den Röhrenlängen  $\lambda = 1$ ,  $\lambda = 6$  und  $\lambda = 12$ , die Länge von 250<sup>m</sup> zur Einheit angenommen, angestellt worden waren. So fand ich

für $p = 5$	$\alpha = 9,6$	$\beta = 6,4$	$\gamma = 0,06$
4	9,5	7,6	0,06
3	8,5	10,7	0,15
2	10,1	16,3	0,35
1	16,5	32,6	1,09.

Diese Zahlen scheinen folgende Gesetze zu enthalten: erstens, dass die Constante  $\alpha$  der Quadratwurzel aus dem Drucke, zweitens, dass  $\beta$  dem Drucke selber umgekehrt proportional sich verhält. Denn man hat

für $p = 5$	$\alpha \sqrt{p} = 21$	$\beta p = 32$
4	19	30
3	15	32
2	14	33
1	16	33.

Das erste Gesetz würde dem Torricelli'schen Gesetze entsprechen, welches für  $\lambda = 0$  eintreten muss. Das zweite Gesetz aber stimmt mit dem Poiseuille'schen Gesetze überein, wenn es gestattet ist, in der obigen Formel die Glieder  $\alpha$  und  $\gamma \lambda^2$  gegen das Hauptglied  $\beta \lambda$  zu vernachlässigen.

Diese letztere Uebereinstimmung geht sogar so weit, dass man aus dem Mittelwerthe

$$\beta p = 32$$

unter Annahme des Poiseuille'schen Gesetzes einen Werth für die innere Reibung des Wassers erhält, der mit anderen Bestimmungen sehr gut harmonirt. Das Gesetz Poiseuille's ist nämlich in der Formel

$$V = \frac{\pi R^4 p t}{8 \eta \lambda}$$

enthalten, in welcher  $V$  das Volumen Flüssigkeit ist, welches in der Zeit  $t$  durch eine Röhre vom Halbmesser  $R$  und der Länge  $\lambda$  ausfließt, wenn  $\eta$  der Reibungscoefficient der Flüssigkeit ist. Reducirt man nun die obige Formel auf ihr Hauptglied

$$t = \beta \lambda$$

und setzt diesen Werth von  $t$  in das Gesetz Poiseuille's ein, so findet man

$$8 \eta V = \pi R^4 \beta p$$

und hieraus nach Einsetzung der gehörigen Zahlenwerthe und Reduction auf absolutes Mass

$$\eta = 0,015$$

bezogen auf Quadratcentimeter und Secunden. Aus Hagen's Beobachtungen an Capillarröhren erhält man

$$\eta = 0,012,$$

aus den von Poiseuille angestellten Versuchen<sup>1)</sup>

$$\eta = 0,0135$$

für 10°, endlich aus meinen nach Coulomb's Methode ausgeführten Bestimmungen<sup>2)</sup> für dieselbe Temperatur

$$\eta = 0,016.$$

Diese höchst erfreuliche Uebereinstimmung berechtigt, das Glied  $\beta \lambda$  in der Formel auf Grund des Poiseuille'schen Gesetzes aus dem bekannten Werthe der inneren Reibung des Wassers vor auszuberechnen, wodurch der Vortheil gewonnen wird, dass nur noch 2 Constanten  $\alpha$  und  $\gamma$  zu bestimmen bleiben. Bei dieser Rechnung habe ich die Poiseuille'sche Bestimmung

$$\eta = 0,0135$$

zu Grunde gelegt und  $\alpha$  und  $\gamma$  aus der Gesammtheit aller

1) Diese Annalen, Band 109, S. 425.

2) Diese Annalen, Band 113, S. 421.

Beobachtungen nach der Methode der kleinsten Quadrate berechnet. Die Resultate dieser Rechnung enthält folgende Tabelle.

$p = 5$	$\alpha = 10,5$	$\beta = 5,9$	$\gamma = 0,02$
4	10,3	7,4	0,04
3	11,5	9,8	0,10
2	17,5	14,7	0,35
1	20,8	29,5	0,85.

Die neuen Werthe von  $\alpha$  genügen weit besser, als die früheren, dem Torricelli'schen Gesetze; denn es ist

$\alpha \sqrt{p} = 23,5$	für $p = 5$ ;
20,6	„ 4;
19,9	„ 3;
24,8	„ 2;
20,8	„ 1;

hierin wird man mit Recht eine Bürgschaft für die Richtigkeit beider Gesetze, sowohl für  $\alpha$  als auch für  $\beta$ , sehen.

Nimmt man nun auch das für  $\alpha$  aufgestellte Gesetz als streng richtig an und setzt

$$\alpha \sqrt{p} = 22,$$

dem Mittelwerthe der obigen Zahlen, so ergibt eine abermalige Berechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate

für $p = 5$	$\gamma = 0,02$
4	0,05
3	0,11
2	0,26
1	0,73.

Diese Werthe scheinen dem Gesetze zu genügen, dass sie dem Quadrate des Druckes umgekehrt proportional sind; denn setzt man

$$\gamma p^2 = 0,76,$$

so erhält man die Werthe

für $p = 5$	$\gamma = 0,03$
4	0,05
3	0,08
2	0,19
1	0,76,

welche, von der einzigen Ausnahme  $p = 2$  abgesehen, nicht erheblich von den obigen abweichen.

Demnach würde sich schliesslich ergeben, dass die Gesammtheit aller Beobachtungen, die ich an dieser Bleiröhre ausgeführt habe, sich durch die Formel

$$t = \frac{A}{\sqrt{p}} + B \frac{\lambda}{p} + C \frac{\lambda^2}{p^2}$$

darstellen lässt, in welcher  $A$ ,  $B$ ,  $C$  von dem Drucke  $p$  und der Länge  $\lambda$  der Röhre unabhängige Coefficienten bedeuten. Von diesen ist

$$B = \frac{8 \eta V}{\pi R^4}$$

die Constante des Poiseuille'schen Gesetzes.  $A$  hängt nach Massgabe des Torricelli'schen Gesetzes von der Weite der Ventilöffnung der angewandten Druckpumpe ab. Um die Bedeutung von  $C$  zu erkennen, würde nöthig sein, noch Beobachtungen mit Röhren verschiedener Weite anzustellen.

Die aufgestellte Formel enthält ein Gesetz, welches allgemeiner als das Poiseuille'sche ist, angenähert mit demselben zusammenfällt und in dieses völlig übergeht, wenn die mit  $A$  und  $C$  multiplicirten Glieder gegen das zweite verschwinden. Das erstere fällt fort, wenn die Länge  $\lambda$  so gross und der Radius so gering ist, dass  $A$  gegen  $B \lambda$  vernachlässigt werden darf; das letztere würde bei Capillarröhren ebenfalls verschwinden, wenn z. B.  $C$  einer Potenz des Radius der Röhre proportional ist.

---

### Resultate der Untersuchung.

Der Druck pflanzt sich im Wasser mit der Geschwindigkeit des Schalles fort.

Das Poiseuille'sche Gesetz gilt nicht blos für den Ausfluss des Wassers durch Capillarröhren, sondern auch durch Röhren grösserer Weite, falls dieselben hinreichend lang sind.

Ich habe es für eine Röhre von 7<sup>mm</sup> Durchmesser und von 250 bis 3000<sup>m</sup> Länge bestätigt gefunden. Jedoch bedarf es der Hinzufügung einer Correction.

August 1873.

---

## II. Ueber den Lichtschein um den Schatten des Kopfes; von Lommel.

(Aus den Sitzungsberichten der physikalisch-medicinischen Societät zu Erlangen. Sitzung vom 23. Juni 1873.)

Wenn man bei hellem Sonnenschein seinen Schatten im Grase, auf einem Getreide- oder Stoppelfeld, auf geackertem Erdreich, überhaupt auf rauher Fläche, betrachtet, so sieht man, besonders deutlich bei niedrigem Stande der Sonne, den Schatten des Kopfes umgeben von einem schwachen Lichtschein, welcher sich gewöhnlich über dem Scheitel weiter erstreckt als zu beiden Seiten. Diese Erscheinung, welche „Heiligenschein“ genannt worden ist, verschwindet, wenn der Schatten eine ganz ebene Fläche trifft. Einen sehr hellen Lichtschein beobachtet man, wenn der Kopfschatten auf bethautes Gras fällt. Jeder Beobachter sieht nur seinen eigenen Schatten mit dieser Glorie geschmückt, nicht aber diejenigen seiner Begleiter.

Aus dieser kurzen Beschreibung geht schon hervor, dass man es mit zwei verschiedenen Erscheinungen zu thun hat, nämlich erstens mit dem schwachen Lichtschein auf trockener rauher Fläche, und zweitens mit dem viel helleren, welcher auf bethauter Wiese wahrgenommen wird, und als Wirkung der Thautropfen zu dem vorigen noch hinzukommt.

Von dem Lichtschein auf trockenem Grunde hat bereits v. Winterfeld<sup>1)</sup> eine vollkommen befriedigende Erklärung gegeben. „Man stelle sich vor,“ sagt er, „dass der ganze Himmelsraum mit Monden angefüllt sei, und bedenke nun,

1) Gilberts Ann. XVIII, S. 57. 1804. Abgedruckt aus dem „deutschen Merkur“ von 1795.

welche von ihnen am hellsten glänzen werden. Offenbar die, welche den Erdschatten zunächst umgeben. Je weiter davon, desto weniger Licht werden sie zeigen. Gerade so verhalten sich die von der Sonne beschienenen Grashälmlchen und Erdklümpchen. Durch den Schatten des Kopfes werden sie verdunkelt, gerade wie der Mond, wenn er in den Erdschatten tritt; zunächst bei demselben glänzen sie in vollem Lichte, denn ihre ganze helle Seite ist gegen die Sonne und gegen das Auge gekehrt, die dunkle dagegen ist diesem gänzlich versteckt. Je weiter sie sich aber von dieser Richtung oder von dem Schatten des Kopfes entfernen, desto mehr entzieht sich ihre helle Seite dem Auge und desto mehr kommt, nicht nur von ihrer dunkeln Seite, sondern auch von dem Schatten, welchen sie hinter sich werfen, zum Vorschein. Und so bildet sich um den Schatten des Kopfes ein heller Schein von lauter ganz erleuchteten Grashalmen, Stoppeln oder Erdklümpchen, der immer geringer wird, je mehr dieselben ihre Lichtseite dem Auge entziehen, indem sie sich von dem Schatten des Kopfes entfernen.“

Dem Einwand, welchen Brandes<sup>1)</sup> gegen diese nach unserer Ansicht vollkommen zutreffende Erklärung erhoben hat, nämlich die Erleuchtung könne so schnell nicht abnehmen, dass man dieses in 1<sup>o</sup> bis 2<sup>o</sup> scheinbarer Distanz vom Schatten schon bemerkte, lässt sich dadurch begegnen, dass man auf den Schlagschatten hinter den Halmen noch besonderen Nachdruck legt. Die Halme in der Nähe des Kopfschattens nämlich verdecken ihre eigenen Schlagschatten, und durch ihre Zwischenräume sind die erleuchteten Seiten der dahinter stehenden Halme sichtbar. Weiter von dieser Richtung entfernt sind einerseits beleuchtete Theile der hinteren Halme durch die vorderen dem Auge entzogen, dagegen werden andererseits durch die Zwischenräume Halme gesehen, welche durch die Schlagschatten der vorderen verdunkelt sind. Die Helligkeit des Lichtscheins muss daher in der That auf einem mit Gras bewachsenen oder scholligen Boden nach Aussen hin rascher abnehmen, als es bei einer einzigen Halmreihe oder

1) Gilbert's Ann. XIX, S. 366.

in dem obigen Beispiel von den Monden der Fall sein würde.

Das Erklärungsprincip v. Winterfeld's gibt über alle Umstände der Erscheinung, soweit nicht Thautropfen dabei ins Spiel kommen, genügende Rechenschaft. Dass der Lichtschein nur um den Schatten des Kopfes, d. i. um die durch das Auge nach der Sonne gezogene Gerade, und von jedem Beobachter nur an seinem eigenen Schatten gesehen wird, versteht sich daraus von selbst; ebenso, dass er nur auf rauhem, bewachsenem oder geackertem Erdreich, nicht aber auf ebenem Boden sich zeigt.

Dass die Erscheinung vorzugsweise Morgens und Abends bei niedrigem Sonnenstande wahrgenommen wird, erklärt sich nach v. Winterfeld in folgender Weise. Bei niedriger Sonne sind alle Halme und Erdklümpchen nur halb erleuchtet und werfen lange Schatten hinter sich; je höher aber die Sonne steigt, desto mehr werden sie erleuchtet und desto kürzer wird ihr Schlagschatten, und Alles erscheint beinahe gleich hell.

Auf kurzem Grase, dessen Hälmchen auf den Boden hingestreckt sind, kann man den Lichtschein mit einiger Aufmerksamkeit auch bei hochstehender Sonne wahrnehmen, weil sich hier die Hälmchen in derselben Lage (nämlich nahezu senkrecht) zur Richtung der Sonnenstrahlen befinden wie die gewöhnlichen verticalen Grashalme bei niedrigem Sonnenstande. Zugleich kann man sich jetzt, wo man die Erscheinung so nahe vor sich hat, dass man jedes Hälmchen und seinen Schatten deutlich sieht, von der Richtigkeit der auf die Erleuchtung und die Schlagschatten gegründeten Erklärung durch den Augenschein überzeugen.

Noch ein anderer Umstand, welchen v. Winterfeld unerwähnt lässt, trägt dazu bei, dass der Lichtschein bei höherem Sonnenstand nur undeutlich oder gar nicht wahrgenommen wird. Wir übersehen nämlich von der erleuchteten Vorderfläche eines convexen Körpers ein um so grösseres Stück, je kleiner der Winkel ist, den eine vom Auge nach dem Körper gezogene Linie mit der Richtung der Sonnenstrahlen bildet, oder mit anderen Worten, je kleiner der scheinbare Abstand



des beleuchteten Körpers von der Mitte des Kopfschattens ist. Da nun der Kopfschatten bei steigender Sonne unserem Auge näher rückt, so wird sein scheinbarer Durchmesser grösser, und er verdeckt uns immer mehr gerade die wirksamsten Theile der erleuchteten rauhen Fläche.

Die Verlängerung des Lichtscheines über dem Scheitel des Kopfschattens wird besonders auf Wiesen und Saatfeldern, weniger deutlich aber auf unbewachsenem Boden wahrgenommen. Sie rührt ohne Zweifel daher, dass von den vertical stehenden cylindrischen Halmen diejenigen, welche in der Vertical-ebene der Sonne, d. i. in der Längsachse unseres Körperschattens liegen, dem Auge ihre ganze erleuchtete Seite zuwenden, auch wenn ihr scheinbarer Abstand vom Kopfschatten schon sehr beträchtlich ist. Sind die Halme alle nach einer Seite hin geneigt, so neigt sich auch die Verlängerung des Lichtscheines nach dieser Seite hin. Neigt man aber den Kopf zur Seite, so bleibt bei aufrecht stehenden Halmen die Verlängerung des Lichtscheins vertical.

Man nimmt den Lichtschein leichter wahr, wenn man geht als wenn man still stehen bleibt. Man sieht vor dem bewegten Kopfschatten immer neue Grashalme aufleuchten und die hellen hinter ihm sich wieder verdunkeln.

Bedeutend heller als die bisher besprochene auf trockenem Grunde auftretende Erscheinung zeigt sich der Lichtschein um den Schatten des Kopfes auf einer bethauten Grasfläche. In dem oben citirten Aufsatz erwähnt v. Winterfeld nur beiläufig, „dass die Erscheinung besser in die Augen fällt, wenn der Thau noch auf dem Grase liegt,“ scheint im übrigen aber stillschweigend anzunehmen, dass dieser Lichtschein im Thau mit dem von ihm so treffend erklärten identisch sei und dass dabei den Wassertropfen keine besondere Rolle zukomme. Brandes, welcher in Gehler's physikalischem Wörterbuch in dem Artikel „Hof“<sup>1)</sup> die v. Winterfeld'sche Erklärung des „Heiligenscheines“ anführt, äussert sich dabei über die Wirkung der Thautropfen wie folgt: „Wäre die Sonne ein einziger Punkt, so würde genau von dem Thautropfen aus, der

1) Gehler's physik. Wörterb. Bd. V, S. 439.

mit der Sonne und meinem Auge in gerader Linie liegt, der Lichtstrahl sowohl von der hinteren als vorderen Seite in mein Auge zurückgeworfen, wenn nicht gerade an diese Stelle mein Schatten fiel. Jeder in anderer Lage befindliche Thautropfen kann uns nicht beide reflectirte Strahlen zusenden. Für Strahlen, die von der Sonne kommen, findet eben das wegen ihres erheblichen Durchmessers noch statt, wenn die Thautropfen dem Schatten meines Kopfes nur nahe liegen, für entferntere aber nicht.“

Dass dieser von Brandes angenommene Erklärungsgrund jedenfalls nicht ausreicht, geht aus folgender einfacher Betrachtung hervor. Die scheinbare Entfernung der äussersten Tropfen zu beiden Seiten des Kopfschattens, welche noch in der angegebenen Weise zu wirken vermögen, muss offenbar gleich sein dem scheinbaren Durchmesser der Sonnenscheibe, also ungefähr  $32'$ . Damit also beide, reflectirte Strahlen ins Auge gelangen können, muss der scheinbare Durchmesser des Kopfschattens weniger als  $32'$  betragen, weil sonst sämtliche wirksame Tropfen in den Schatten zu liegen kämen. Rechnen wir nun den Durchmesser des Kopfes zu  $18^{\text{cm}}$ , so müsste dessen Schatten, um unter einem Sehwinkel von  $32'$  zu erscheinen, mehr als  $19^{\text{m}}$  vom Auge des Beobachters entfernt sein. Steht der Beobachter, dessen Grösse wir zu  $1,70^{\text{m}}$  annehmen, auf horizontalem Wiesenplan, so muss die Sonne, um einen Schatten von dieser oder noch grösserer Länge zu werfen, weniger als  $5^{\circ} 3'$  über dem Horizont stehen, was z. B. im mittleren Deutschland zur Zeit der Sommer Sonnenwende nur vor  $4\frac{1}{2}$  Uhr Morgens stattfinden kann.

Wenn also der Lichtschein auf der von Brandes vermutheten Ursache beruhte, so könnte er nur bei sehr niedrigem Sonnenstande und in grosser Entfernung vom Beobachter wahrgenommen werden. Die Erfahrung aber lehrt, dass derselbe, wenn noch Thau vorhanden ist (oder auch nach kurzem heftigen Regen, wenn dessen Tropfen wie Perlen abgerundet auf den Blättern liegen bleiben, ohne sie zu benetzen), auch noch an späteren Vormittagsstunden oder zu jeder beliebigen

Tageszeit und ganz in der Nähe des Beobachters noch recht deutlich gesehen wird.

Wenn man im letzteren Falle die Erscheinung so nahe vor sich hat, dass man die einzelnen Thaupern unterscheiden kann, so bemerkt man, dass jeder Tropfen gleichsam *von innen heraus zu leuchten* scheint, während er vermöge jener beiden Reflexionen nur einen verstärkten Glanzpunkt zeigen müsste. Auch die grosse Helligkeit des Lichtes, welches ein solcher Tropfen ins Auge sendet, widerspricht der Annahme, dass es reflectirt sei, da das an Vorder- und Hinterfläche zurückgeworfene Licht zusammengenommen nur etwa 4 % des einfallenden ausmacht.

Ein anderer Erklärungsversuch, als der eben besprochene und für ungenügend erkannte, ist mir nicht bekannt geworden. Nach unserer Ansicht, welche im Folgenden näher begründet werden soll, besteht der helle Schein aus dem Lichte, welches durch die Tropfen gebrochen, von deren Unterlage aufgefangen wird und nun durch die Tropfen hindurch wieder gegen die Lichtquelle zurückkehrt; dieses Licht hätte sonach eine viermalige Brechung und eine einmalige diffuse Reflexion erlitten. Mit andern Worten, die Erscheinung beruht auf derselben Ursache, wie das *Augenleuchten* der Katzen und anderer Thiere, welche auf der Aderhaut statt einer Schicht schwarzer Pigmentzellen eine stark reflectirende Fläche (Tapetum lucidum) haben.

Bekanntlich kehren durch eine Linse (oder irgend ein centrirtes System brechender Kugelflächen) die Lichtstrahlen genau auf denselben Wegen, auf welchen sie von einer Lichtquelle zu deren Bilde gelangt sind, auch rückwärts von dem Bilde wieder zur Lichtquelle zurück, falls das Bild auf einer zerstreuen Fläche (einem Papierschirm z. B.) aufgefangen und dadurch selbst wieder zur Lichtquelle gemacht worden ist; oder, was dasselbe ist, das Bild des Bildes fällt mit der Lichtquelle zusammen. Wenn sich daher die Pupille des Auges in der Lichtquelle selbst befände, und sonach auch ihr Bild in das Bild der Lichtquelle fiel, so würde das Auge sämtliche Lichtstrahlen in sich aufnehmen, welche von der

Stelle des Schirmes, auf welche das Bild der Pupille trifft, durch die Linse nach der Lichtquelle zurückkehren, und müsste daher die Linse in ihrer ganzen Ausdehnung hell erleuchtet sehen. Man kann diese Bedingungen in folgender Weise leicht verwirklichen. Zwischen das Auge und die Linse bringe man einen ebenen Spiegel, dessen vertical gestellte spiegelnde Fläche nach der Linse gekehrt ist und mit deren Axe einen Winkel von  $45^\circ$  bildet. In der Mitte des Spiegels ist ein Loch angebracht oder die Belegung weggenommen, so dass das Auge durch dieses Sehloch, welches sich wie auch die Pupille auf der Axe der Linse befindet, nach dieser hinsehen kann. Zur Seite stelle man eine Lichtquelle, z. B. eine Kerzenflamme, so auf, dass ihr virtuelles Spiegelbild mit der Pupille zusammenfällt. Für die Linse, welche durch einen dunkeln Schirm vor den directen Strahlen der Flamme geschützt ist, spielt dieses Spiegelbild die Rolle einer Lichtquelle, welche sich an derselben Stelle befindet wie das Auge. Fängt man nun das hinter der Linse entstehende Flammenbild auf einem Papierschirm auf, so scheint dem Auge die ganze Linse in heller Erleuchtung, weil es von jedem ihrer Punkte Strahlen empfängt.

Damit dem Auge die Linse in ihrer ganzen Ausdehnung hell erscheine, genügt es, dass der Ort des Pupillenbildes auf dem Schirme erleuchtet sei, gleichviel auf welche Weise. Verschiebt man die Kerze nach seitwärts, indem man sie von dem Spiegel entfernt oder ihm nähert, so wird auf dem an seiner ursprünglichen Stelle gelassenen Schirm kein scharfes Bild der Lichtquelle mehr entstehen, sondern nur ein Zerstreungsbild, welches aber immer noch die Stelle des Pupillenbildes bedeckt. Die Linse wird also auch dann noch, wenn das Bild der Pupille in das Zerstreungsbild der Lichtquelle fällt, in ihrer ganzen Ausdehnung, wenn auch weniger hell, erleuchtet erscheinen.

Stellt man den Schirm hinter der Linse so ein, dass von der Pupille kein scharfes Bild auf ihm entstehen kann, so wird man auch jetzt noch die ganze Linse mehr oder weniger hell erleuchtet sehen, so lange nur das Zerstreungsbild der Pu-

pille von dem genauen oder Zerstreungsbild der Lichtquelle gedeckt wird.

Sendet man statt des Kerzenlichtes ein Bündel paralleler Sonnenstrahlen auf den Spiegel und durch ihn auf die Linse, und bringt man den Auffangschirm in den Brennpunkt, so scheint die Linse dem Auge, dessen Zerstreungsbild jetzt in das Sonnenbildchen fällt, in blendendem Glanze zu strahlen. Nimmt man aber den Schirm weg, so zeigt sich (im dunkeln Zimmer) die Linse völlig dunkel, und man sieht auf ihr nur einen vergleichsweise lichtschwachen Glanzpunkt, entstanden durch die Reflexion des Lichtes an der vorderen und hinteren Linsenfläche.

Verschiebt man das Auge seitwärts aus der Geraden, welche das Spiegelbild der Lichtquelle mit dem optischen Mittelpunkt der Linse verbindet, so dass das Bild der Pupille theilweise aus dem Bilde der Lichtquelle (seien diese Bilder nun vollkommene oder Zerstreungsbilder) heraustritt, so wird man die Linse auch nur noch theilweise, entsprechend dem Antheil des Pupillenbildes, welcher noch von dem Bilde der Lichtquelle gedeckt wird, erleuchtet sehen, und sie wird völlig dunkel erscheinen, sobald das Auge so weit seitwärts verschoben worden, dass das Bild der Pupille sich von demjenigen der Lichtquelle völlig getrennt hat.

Das Licht, welches durch die Linse von dem Zerstreungsbilde der Lichtquelle aus gegen diese zurückkehrt, kann man auf folgende Weise objectiv zur Anschauung bringen. Auf eine Linse von kurzer Brennweite fällt durch eine in einem Schirme angebrachte Oeffnung, deren Durchmesser gleich oder kleiner ist als derjenige der Linsenfläche, ein Bündel paralleler Sonnenstrahlen. Stellt man nun hinter der Linse einen weissen Schirm innerhalb ihrer Brennweite auf, so dass auf diesem ein heller Zerstreungskreis entsteht, so erscheint auf dem ersten Schirm concentrisch zu dessen Oeffnung ein erleuchteter Kreis, dessen Durchmesser wächst, wenn man den hintern Schirm der Linse nähert und damit den Zerstreungskreis vergrössert. Rückt man aber diesen Schirm in den Brennpunkt selbst, oder noch weiter von der Linse weg, so zeigt

sich auf dem durchlöcherten Schirm kein solcher heller Kreis, weil jetzt das durch die Linse nach vorwärts zurückkehrende Licht als Strahlencylinder oder nach vorn convergirender Kegel durch das Loch des ersten Schirmes hindurchtritt.

Bringt man im ersterwähnten Falle das Auge in den Weg des aus der Linse divergirenden Lichtkegels, so wird ein um so grösserer Theil des Zerstreuungsbildes der Pupille mit dem Zerstreuungskreis auf dem zweiten Schirme zusammenfallen, je näher das Auge dem einfallenden Strahlenbündel, d. i. der Axe jenes Lichtkegels kommt, und einen um so grösseren Theil der Linsenfläche wird man erhellt sehen. Entfernt man den hinteren Schirm, so verschwindet natürlich die Lichterscheinung sowohl objektiv auf dem ersten Schirm als subjektiv fürs Auge.

Stellt man die Linse vor eine Wand, um weniger als die Brennweite von ihr entfernt, und betrachtet sie im vollen Sonnenschein so, dass der Kopfschatten des Beobachters dicht neben sie auf die Wand fällt, so befindet sich das Auge in derselben Lage gegenüber der Linse wie bei dem eben erwähnten Versuch. Es nimmt dann, weil das Zerstreuungsbild der Pupille theilweise in den hellen Kreis, den die Linse auf der Wand entwirft, hineintrifft, einen Theil des Lichtes in sich auf, welches von diesem herkommend aus der Linse zurückkehrt, und sieht einen um so grösseren Theil derselben in heller Erleuchtung erglänzen, je näher an der Linse der Schatten des Kopfes liegt. Und befänden sich vor der Wand unzählige gleiche Linsen, alle gleichweit und zwar um weniger als die Brennweite von ihr entfernt, so müssten innerhalb eines um den Kopfschatten beschriebenen Kreises, dessen scheinbarer Durchmesser gleich der Oeffnung jenes Lichtkegels wäre, die Linsen Licht ins Auge senden, und zwar um so mehr, je näher sie dem Kopfschatten liegen. Aus einer Entfernung gesehen, aus welcher man die Linsen einzeln nicht mehr deutlich zu unterscheiden vermöchte, würde sich die Erscheinung als ein heller Schein um den Schatten des Kopfes darstellen, der nach aussen hin lichtschwächer wird und in einiger Entfernung vom Schatten ganz aufhört. Der schein-

bare Abstand der äussersten wirksamen Linsen zu beiden Seiten des Schattens, oder die Oeffnung des Kegels, welcher vom Auge aus sämtliche wirksame Linsen umfasst, hängt ab von dem Durchmesser und der Brennweite der Linsen und von ihrem Abstände von der Wand, und würde, wenn man diese Grössen variirt, sich ebenfalls<sup>1)</sup> ändern. Aber wenn auch ganz ungleiche Linsen mit einander gemischt wären, und nur die Bedingung erfüllt wäre, dass jede um weniger als ihre Brennweite von der Auffangfläche absteht, so müssten immerhin diejenigen, welche den Kopfschatten unmittelbar umgeben, am hellsten glänzen und denselben mit einem lichten Scheine einrahmen.

Die soeben vorausgesetzte Anordnung lässt sich in folgender Art verwirklichen. Auf einer Spiegelglasplatte erzeuge man eine grosse Anzahl Tropfen von Canadabalsam, welche, nachdem sie fest geworden, eben so viele Linsen darstellen. Betrachtet man die Platte, nachdem man sie dicht vor einen Papierschirm gestellt hat, so, dass der Schatten des Kopfes auf sie fällt, so sieht man diesen von einem Kranze herrlich leuchtender Tropfen umgeben, welcher sofort verschwindet, wenn man den Papierschirm wegnimmt und die Platte vor einen freien dunkeln Hintergrund bringt. Im letzten Falle kann man sich auch überzeugen, dass die durch Reflexion entstandenen Glanzpunkte, welche jeder Tropfen zeigt, einen solchen Lichtschein nicht bewirken können.

In anderer Weise lässt sich dieselbe Erscheinung hervorbringen, wenn man eine Anzahl kleiner mit Wasser gefüllter Glaskugeln auf einem Carton befestigt und diesen nun bei Sonnen- oder Kerzenlicht so betrachtet, dass der Schatten des Kopfes auf den Carton fällt.

1) Bezeichnet man mit  $f$  die Brennweite der Linse, mit  $a < f$  die Entfernung des Schirmes hinter derselben und mit  $d$  den Durchmesser der benutzten Linsenfläche, so ergibt sich die Oeffnung  $\psi$  des Strahlenkegels aus der Gleichung

$$\operatorname{tg} \psi = d \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{f} \right).$$

Bei diesen Versuchen verdeckt der Schatten des Kopfes gerade die wirksamsten in ihrer ganzen Ausdehnung leuchtenden Tropfen oder Wasserkugeln. Durch Anwendung des oben erwähnten durchbohrten Spiegels kann man den Kopfschatten gänzlich vermeiden und auch die mittleren Tropfen leuchten sehen.

Nach diesen Erörterungen erklärt sich der „Heiligenschein“ im Wiesenthau von selbst. Jeder Thautropfen erzeugt auf dem Blatte, auf welchem er, ohne dasselbe unmittelbar zu berühren und zu benetzen, abgerundet gleichsam schwebt, ein unvollkommenes Bildchen sowohl der Sonne als auch der Pupille des Beobachters. Hinter denjenigen Tropfen, welche sich in der Nähe des Kopfschattens befinden, fallen beide Bildchen um so vollständiger zusammen, je näher die Tropfen dem Umriss des Schattens liegen; diese nächsten Thauperlen strahlen daher in hellem Glanze und erzeugen in ihrem Zusammenwirken den lichten Schein, während entferntere Tropfen, bei welchen die beiden Bildchen nicht mehr zusammenfallen, dunkel bleiben. Der so entstandene Lichtschein erstreckt sich rings um den Kopfschatten auf mehrere Grade scheinbarer Distanz, zeigt aber keine Verlängerung nach oben.

In den Regentropfen zeigt sich die Erscheinung nur dann, wenn dieselben gleich Thauperlen auf den unbenetzten Blättern liegen bleiben und vermöge ihrer abgerundeten Gestalt befähigt sind, wie Sammellinsen zu wirken. Die Regentropfen aber, welche auf den nassen Halmen zerfließen, oder von ihnen freischwebend herabtriefen, können in der angegebenen Weise offenbar nicht wirken.

Die Erscheinung wird am schönsten bei niedrigem Sonnenstand wahrgenommen, weil alsdann der weit entfernte Schatten des Kopfes einen kleineren Sehwinkel umspannt und daher dem Auge die inneren wirksameren Tropfen weniger entzieht.

Zum Schlusse sei noch eine Beobachtung erwähnt, welche sich in derselben Weise erklärt, wie der durch die Thautropfen hervorgebrachte Lichtschein. Das *Chenopodium album* L., ein sehr gewöhnliches Unkraut, erscheint in der Nähe des Kopfschattens auffallend hell. Die jungen Blätter und Triebe



dieser Pflanze sind nämlich mit einem mehligem Ueberzug von losen rundlichen Zellen bedeckt, welche, indem sie wie kleine Linsen wirken, den weisslichen Glanz erzeugen, mit welchem wir die Pflanze schimmern sehen.

---

### *III. Ueber eine am 1. Februar 1873 zu Breslau über einer Feuersbrunst beobachtete Lichtsäule; von J. G. Galle.*

---

Die Erklärung der über Sonne und Mond, besonders wenn dieselben nahe am Horizonte stehen, zuweilen sich zeigenden verticalen Lichtsäulen durch die bei ruhiger Luft nahe horizontal schwebenden Blättchen der Schneekristalle, sei es in der unteren Atmosphäre oder im Cirrus-Gewölk, gehört zu den einfachsten der optischen Meteorologie und findet sich auch schon in den älteren von diesen Gegenständen handelnden Schriften richtig angegeben. Im Zusammenhange mit den übrigen Reflexionen und Brechungen des Lichtes in den Schneekristallen sind die Lichtsäulen in meiner Abhandlung über Höfe und Nebensonnen in Band XXXIX dieser Annalen vom J. 1840 unter V, S. 255 f. erörtert. Es ist von selbst klar, dass nicht blos Sonne und Mond, sondern auch andere Lichtquellen zu solchen verticalen Lichtstreifen Anlass geben können, wenn die Vorbedingungen, nämlich ziemlich ruhige Luft und herabfallende Schneekristalle mit horizontalen unteren Endflächen vorhanden sind. In der That sind dieselben über hellen Feuern, Ziegelöfen, Feuersbrünsten u. dgl. nicht eben selten. Unter andern hat auch Bessel eine solche Erscheinung über einer Feuersbrunst in Königsberg beschrieben in der Königsberger Hartung'schen Zeitung von 1842 (nach Angabe von Busch in dessen Verzeichniss von Bessel's Schriften). Ein in besonderer Vollkommenheit ausgebildetes Phänomen dieser Art, wie ich meinerseits es bis dahin noch nicht gesehen hatte, war die in der Ueberschrift angegebene Lichtsäule,

welche sich über dem hellen Brande einer Oelfabrik in Breslau (Siebenhufener Strasse) am 1. Februar d. J. zeigte und als ein nordlichtartiger, schmaler, genau verticaler und scharf markirter heller Strahl zuweilen bis gegen  $70^\circ$  Höhe sich erhob.. Das Wetter war windstill (daher es die intensive Feuersbrunst zu beschränken gelang), der Himmel bedeckt und feine Schneekrystalle und kleine Flocken fielen herab. Die Erscheinung wurde von den zahlreichen nahen und fernen Zuschauern sehr allgemein wahrgenommen und sehr verschiedenartig gedeutet, so dass ich bereits in der Schlesischen und der Breslauer Zeitung vom 4. Februar in Folge mehrfacher Anfragen die hinlänglich bekannte Ursache derselben in Erinnerung zu bringen Veranlassung nahm. Wäre, wie man vielfach glaubte, die Säule wirklich vertical über dem Feuer gewesen, so hätte z. B. bei der circa 4000 Fuss betragenden Entfernung des Universitätsgebäudes und der scheinbaren Höhe von  $70^\circ$  die wirkliche Erhebung etwa 11000 Fuss betragen müssen. Bekanntlich liegen aber die reflectirenden Krystalle *zwischen* dem Beobachter und der Lichtquelle in sehr viel geringeren Höhen verstreut, auch ist die genannte Erhebung bei Annahme einer wirklich senkrecht empor getriebenen Substanz an sich selbst unzulässig. Gleichwohl sind auch nachgehends noch abenteuerliche, aus der Natur der brennenden Stoffe geschöpfte Erklärungen lautbar geworden und ist eine solche selbst in einem vielgelesenen Blatte veröffentlicht worden, so dass es vielleicht nicht unpassend ist, in dieser Zeitschrift des Gegenstandes wenigstens Erwähnung zu thun und damit Meinungen von einem etwaigen neuen oder noch nicht genügend erklärten Vorkommnisse entgegenzutreten.

---

#### IV. Ueber die Leitungsfähigkeit des Glases für Electricität und Wärme; von W. Beetz.

Das Glas ist bekanntlich nur in seltenen Fällen ein vollkommener Isolator der Electricität; seine Leitungsfähigkeit kann aber auf ganz verschiedenen Umständen beruhen. Der eine derselben ist ein ganz äusserlicher: die verschiedene Fähigkeit verschiedener Glassorten, sich mit atmosphärischer Feuchtigkeit zu bedecken. Man kann ihn ganz beseitigen, wenn man das Glas mit einem gut isolirenden Firniss überzieht. Abgesehen von dieser äusseren Leitungsfähigkeit besitzen aber manche Glassorten eine sehr bedeutende innerliche, während andere die Electricität fast so gut wie Harze isoliren. Wird endlich das Glas bis zu einer Temperatur von 150 oder 200° erwärmt, so nimmt es, auch das sonst best isolirende, eine weit grössere Leitungsfähigkeit an, von welcher Buff<sup>1)</sup> und ich<sup>2)</sup> gleichzeitig nachgewiesen haben, dass sie eine electrolytische ist. Buff hat auch Angaben über die Dimensionen des von ihm angewandten Apparates (einer leydeners Flasche, bestehend aus einem mit Quecksilber gefüllten und von Quecksilber umgebenen Reagenzglase) gemacht, welche dazu dienen könnten, diese electrolytische Leitungsfähigkeit quantitativ zu bestimmen. Die Ausführung der hierzu nöthigen Rechnung unterblieb indess, weil das Resultat nur durch gleichzeitige Beobachtung der übrigen physikalischen und chemischen Eigenschaften des angewandten Glases ein Interesse gewinnen konnte.

Ich habe nun drei verschiedene Glassorten, deren chemische Zusammensetzung bekannt war, und deren Gestalt eine möglichst genaue Berechnung der gemachten Beobachtungen gestattete, in Bezug auf die electrolytische Leitungsfähigkeit, welche sie beim Erwärmen annehmen, dann aber auch in Bezug auf ihre ursprüngliche Leitungsfähigkeit für statische

1) Annalen der Chemie und Pharmacie XC, 257.

2) Diese Annalen XCII, 452.

Electricität untersucht, und endlich auch ihre Leitungsfähigkeit für die Wärme bestimmt, und erlaube mir, im Nachstehenden die erhaltenen Resultate mitzutheilen.

Aus jeder der drei Glassorten, welche mit I, II und III bezeichnet werden sollen, war eine kreisrunde Scheibe von 67<sup>mm</sup>, 8 Durchmesser geschnitten, deren Oberflächen matt geschliffen wurden. Die Dicken dieser Platten wurden mittelst eines Sphaerometers an je fünf verschiedenen Stellen, am Mittelpunkt und an vier Punkten der Peripherie, gemessen. Das Mittel aus diesen fünf, wenig von einander abweichenden Werthen, gab die, später mit *l* bezeichnete, Dicke der Platte.

Die chemische Analyse der Glassorten I und II hatte Herr Ed. Widmann, Assistent am technisch-chemischen Laboratorium des hiesigen Polytechnicums, auszuführen die Gefälligkeit; in Bezug auf die Zusammensetzung der Glassorte III benütze ich die Angaben, welche mir Herr Sigmund Merz, dessen Güte ich den Besitz dieses Glases verdanke, über die Synthese desselben gemacht hat.

Um die Schmelzpunkte der drei Glassorten zu finden, wandte ich folgendes Verfahren an. In einen Streifen von dickem Eisenblech wurde eine flache Vertiefung gebohrt und in deren Mitte ein dicker Platindraht eingietet. Die freien Enden des Eisens und des Platins wurden durch die Leitungsdrähte eines Spiegelgalvanometers mit einander verbunden. Ein scharfkantiger Splitter des zu untersuchenden Glases wurde in die löffelartige Vertiefung des Eisens auf das Platin gelegt, und durch eine Gebläselampe der Löffel erhitzt. Sobald die Kanten sich abrundeten, wurde die Galvanometerablenkung abgelesen. Auf diese Weise wurden drei relative Schmelzpunktbestimmungen erhalten (unter der Voraussetzung, dass innerhalb der Beobachtungsgrenzen die Thermoströme den Temperaturdifferenzen proportional seien). Um die Galvanometerangaben auf die übliche Thermometerscala zu übertragen, wurde nach derselben Methode der Schmelzpunkt eines Körpers aufgesucht, für den die Schmelztemperatur schon bekannt ist. Ich wählte hierzu das Kupfer. Zur Controle wurde endlich

noch ein zweiter Körper von bekanntem Schmelzpunkt zum Schmelzen gebracht: das Zink. Der Schmelzpunkt des Kupfers,  $1100^{\circ}$ , entsprach der Galvanometerablenkung 20,7. Von dieser Relation ausgehend, wurden dann die übrigen Schmelzpunkte, =  $\mathcal{J}$ , gefunden:

	Ablenkung.		Schmelzpunkt.	
Zink	6,8	6,8	Mittel 6,8	$366^{\circ}$
Glas III	13,3	13,1	13,2	700
Glas II	20,3	20,5	20,4	1080
Kupfer	20,7	20,7	20,7	1100
Glas I	20,9	20,8	20,85	1110

Die durch das Zink gegebene Controle war sehr befriedigend, da dessen Schmelzpunkt =  $360^{\circ}$  ist.

Die drei Glasplatten waren nun:

I. Weisses französisches Spiegelglas, spec. Gew. = 2,544;  $l = 1,789$ ;  $\mathcal{J} = 1110^{\circ}$ ; Zusammensetzung:

Kalk	16,07	15,92	Mittel 16,00
Thonerde	2,40	2,10	2,25
Magnesia	0,32	0,39	0,35
Eisenoxyd	0,53	0,51	0,52
Kali	3,33	3,87	3,60
Natron	9,62	9,34	9,48
Kieselsäure (Verlust)			67,80
			<hr/> 100,00

II. Bouteillengrünes Glas, spec. Gew. = 2,540;  $l = 1,882$ ;  $\mathcal{J} = 1080^{\circ}$ ; Zusammensetzung:

Kalk	12,55	12,56	Mittel 12,55
Thonerde	2,43	2,53	2,48
Eisenoxyd	1,19	1,19	1,19
Mangan	Spuren		
Magnesia	0,53	0,58	0,55
Kali	6,55	6,50	6,53
Natron	8,32	9,65	8,68
Kieselsäure (Verlust)			68,02
			<hr/> 100,00

III. Schweres Bleiglas aus der Hütte des Herrn Merz; spec. Gew. = 4,701;  $l = 1,728$ ;  $\vartheta = 700^\circ$ . 67 bis 68 p. C. Bleioxyd und ungefähr 4 p. C. Kali, ausserdem nur Kieselsäure enthaltend.

a. Leitungsfähigkeit für statische Electricität.

Die zu untersuchende Glasplatte wurde auf Quecksilber gelegt, welches leitend mit dem Erdboden verbunden war. Die obere Fläche der Platte war mit Schellackfirniss so überzogen, dass nur ein centraler kreisförmiger Fleck frei blieb. Auf den Mittelpunkt dieses Kreises wurde die Spitze eines Drahtes gestützt, welche als Zuleitungsdraht eines Kohlrausch'schen Sinuselectrometers diente. Dieser Draht wurde mittelst einer geriebenen Ebonitstange so electricisirt, dass die abgelenkte Magnetnadel durch die Drehung des Bügels um  $10^\circ$  noch nicht eingeholt wurde. Während die Nadel sich ihrer Ruhelage wieder näherte, wurde das Electrometer beobachtet und von dem Augenblick an, wo die Einstellung der Spiegelbilder erfolgt war, Zeit gezählt; dann wurde der Bügel um  $5^\circ$  zurückgestellt und der Augenblick abgewartet, wo die Spiegelbilder sich wieder einstellten. Die zwischen beiden Einstellungen verflossene Zeit  $T$  wird um so länger sein, je schlechter das angewandte Glas leitet. Sie wurde gefunden für die Platte

I	148	156	Mittel	152	Secunden
II	36	36		36	
III	0	0		0	

d. h. bei der Platte III nahm das Electrometer überhaupt gar keine Ladung an.

b. Electrolytische Leitung.

Ein  $4\text{ cm}$  hoher Glascylinder von  $67,8\text{ mm}$  äusserem und  $61,1\text{ mm}$  innerem Durchmesser war auf die Glasplatten so aufgeschliffen, dass er mit denselben flüssigkeitsdicht schliessende Gefässe bildete. Die Platte, deren electrolytische Leitung untersucht werden sollte, wurde durch Eisendrähte an den Cylinder angeschnürt, um jede Verschiebung zu vermeiden.

In einem eisernen Gefässe wurde Rose'sches Metall zum Schmelzen gebracht und das Glasgefäss auf dessen sorgfältig gereinigte Oberfläche so aufgesetzt, dass alle Luftblasen unter demselben entfernt waren. Hierauf wurde auch das Glasgefäss mit dem leichtflüssigen Metallgemisch gefüllt und der ganze Apparat langsam erwärmt. Zur Widerstandsmessung wurde ein Siemens'scher Stöpselbrückenapparat angewandt, von dem aus Kupferdrähte in die über und unter der Glasplatte befindliche Metallegirung geführt waren. Als Electromotor diente eine 24paarige Säule von der Construction, welche ich für electro-therapeutische Zwecke angegeben habe<sup>1)</sup>. Um den störenden Einfluss der Polarisation an den Electroden so gering als möglich zu machen, wurde der Stromschluss immer nur durch momentanes Anschlagen des Schliesshebels bewirkt. Das Verhältniss der messenden Widerstände wurde ein für alle mal wie 1:100 genommen. Die Messung begann damit, dass alle Stöpsel, welche den Widerstand 10000 Q. E. repräsentiren, ausgezogen wurden; dann wurde unter wiederholten Hebelanschlägen die Temperatur abgewartet, bei welcher der Galvanometerspiegel die Gleichgewichtslage nicht verliess. Hierauf wurde ein kleinerer Widerstand gewählt und unter immer langsam fortschreitender Erwärmung jedesmal die correspondirende Temperatur notirt. Die beobachteten Widerstände, die noch mit 100 zu multipliciren sind, stehen in den nachfolgenden Tabellen in der zweiten Columne ( $w$ ), während die erste die zugehörigen Temperaturen ( $t$ ) enthält. Die dritte Columne enthält die Widerstände auf die Einheit der Länge ( $1^m$ ) und die Einheit des Querschnittes ( $1^{mm}$ ) übertragen. Für diese Uebertragung sind folgende Data vorhanden: Die obere, vom Metall berührte Fläche der Glasplatte hat den Durchmesser  $61,1^{mm}$ , die untere  $67,8^{mm}$ . Man kann daher statt des leitenden abgestumpften Kegels einen leitenden Cylinder substituiren, dessen Grundfläche den mittleren Durchmesser, also den Radius  $r = 22,22^{mm}$  hat. Die Höhe des leitenden Cylinders ist jedesmal das oben angegebene  $l$ , in Metern ausgedrückt, und der gesuchte Widerstand  $R$  wird aus der beobachteten Zahl  $w$  durch die Gleichung

1) Deutsches Archiv für klinische Medicin, X, 119.

$$R = \frac{r^2 \pi}{l} w$$

gefunden. Der Factor  $\frac{r^2 \pi}{l}$  beträgt für die Platte

I	1822000
II	1732000
III	1886000

$h$	$va$	$R$
189,4	10000	1822000000000000
195	8000	1457600
200	6000	1093200
208	4000	728800
214	3000	546600
223	2000	364400
228,5	1500	273300
238,5	1000	182200
247	700	127540
255,5	500	91100
264	300	54660
278	200	36440
287	150	27330
294	100	18220
306,5	80	14760
310,8	70	12754
316,5	60	10932
322,5	50	9110
329	40	7288
340	30	5466
349	20	3644

$h$	$va$	$R$
170,5	10000	1732000000000000
176	7000	1212400
180,4	5000	866000
190	3000	519600
198,8	2000	346400
204	1500	259800
211	1000	173200
216,5	800	128560
222,5	600	91920
232,5	400	59280
250,5	200	34640
256,5	150	25980
266,5	100	17320
287	50	8660
305,5	30	5196
316	20	3464
327,5	15	2598
344	10	1732

$h$	$va$	$R$
216,4	10000	1886000000000000
220	8000	1508800
226	6000	1131600
229	5000	943000
234	4000	754400
239	3000	565800
249	2000	377200
258	1500	282900
269	1000	188600
277,5	800	150880
286	600	113160
291	500	94300
297	400	75440
303	300	56580
312	200	37720
326	100	18860
341	50	9430



Das Gesetz, nach dem der Leitungswiderstand mit zunehmender Temperatur abnimmt, ist am besten aus den auf Tafel II Figur 1 gezeichneten Curven ersichtlich. Durch Interpolation aus den nach beiden Seiten hin zunächstliegenden Beobachtungen sind die den Temperaturen 200, 250, 300 und 350° entsprechenden Widerstände für die drei Glassorten abgeleitet und in der folgenden Tabelle zusammengestellt. Für 150° war zwar die Leitungsfähigkeit schon eine recht merkliche; ich konnte ihren Betrag aber bei der angewandten Combination der Widerstandsbrücke nicht mehr numerisch ausdrücken.

	I	II	III	
200°	1093200	326000	3394800	Mill. Q. E.
250	114670	35306	366722	
300	17746	6252	66010	
350	3442	1341	8864	

#### c. Leitungsfähigkeit für die Wärme.

Fourier hat eine äusserst einfache Methode angegeben, um die Leitungsfähigkeit dünner Platten zu ermitteln<sup>1)</sup>. Die Platte wird auf eine gut wärmeleitende Unterlage gelegt und auf dieselbe ein Contactthermometer (ein mit Quecksilber gefüllter, unten mit Leder geschlossener Trichter, in welchem ein Thermometer steckt) gesetzt. Das Contactthermometer wird zuerst erhitzt; wenn es auf die Platte gesetzt wird, so kühlt es sich theils durch Ausstrahlung, theils durch Leitung durch die Glasplatte hindurch ab. Sobald ein stationärer Zustand eingetreten ist, macht man eine erste Ablesung des Thermometers, wartet dann eine Zeit  $\theta$  und macht eine zweite Ablesung. Wenn die zuerst abgelesene Temperatur  $\alpha_0$  heisst, die nach der Zeit  $\theta$  abgelesene  $\alpha$  und wenn  $m$  die Temperatur der Umgebung ist, so erhält man den Wärmecoëfficienten der Substanz durch den Ausdruck

$$e = \frac{1}{\theta} [\log (\alpha_0 - m) - \log (\alpha - m)]$$

1) Annales de chimie et de physique (2), XXXVII, 291.

Für die Versuche wurde  $\alpha_0 - m = 40^\circ$  genommen. Als ableitende Unterlage diente eine grosse Quecksilbermasse (etwa 6 Kilogramm), welche von einem mit Wasser von der Temperatur der umgebenden Luft gefüllten Gefässe umgeben war. Bei dieser Anordnung des Versuches veränderte sich  $m$  nicht oder fast nicht. Im letzteren Falle wurde das Mittel aus der Anfangs- und Endtemperatur genommen. Als Beispiel einer solchen Beobachtungsreihe mag die folgende dienen.

Thermometer bei der Temperatur  $64^\circ$  auf die Platte gesetzt.

$$\begin{array}{rcl} m = 21,5 & \alpha_0 = 61,5 & \text{Zeit} = 11^h 33' 50'' \\ m = 21,6 & \alpha = 35,6 & 11^h 43' 50'' \\ & \rho = 0,04538 & \end{array}$$

Die auf diese Weise erhaltenen Werthe für  $\rho$  sind für die verschiedenen Glassorten zwar nicht sehr verschieden; mehrere mit derselben Glassorte angestellte Versuche gaben aber so übereinstimmende Resultate, dass jene Verschiedenheiten wohl nicht als zufällige betrachtet werden können. Ich erhielt nämlich für die drei Gläser folgende Werthe von  $\rho$ :

I	II	III
0,04538	0,04416	0,04305
0,04518	0,04447	0,04198
0,04507	0,04466	0,04371
0,04529	0,04494	0,04377
<u>0,04523</u>	<u>0,04456</u>	<u>0,04313</u>

Wird eine andere, höhere Anfangstemperatur  $\alpha_0$  für die Messungen gewählt, so ergeben sich andere Werthe von  $\rho$ , z. B. für  $\alpha_0 - m = 66^\circ$

$$0,05252 \quad 0,04792 \quad 0,04487.$$

Man kann aus diesen Zahlen indess nur schliessen, dass bei höheren Temperaturen die Wärmeleitungscoefficienten für die drei Glassorten dieselbe Ordnung einnehmen, wie für niedere, nicht aber, dass diese Coefficienten für höhere Temperaturen überhaupt höher sind, denn der Antheil, welchen in diesem Falle die Ausstrahlung an der Abkühlung hat, ist ein weit grösserer, als bei niederer Temperatur.

## d. Schlüsse.

Zur besseren Uebersicht stelle ich die für die drei Glasarten gefundenen Werthe von  $\vartheta$  (Schmelzpunkt),  $R$  (Leitungswiderstand bei  $300^\circ$  in Millionen Q. E. ausgedrückt),  $T$  (Zeit der Entladung des Sinuselectrometers) und  $\varrho$  (Wärmeleitungscoëfficient) zusammen.

	I	II	III
$\vartheta$	1110	1080	700
$R$	17746	6252	66010
$T$	152	36	0
$\varrho$	0,04523	0,04456	0,04313

Aus diesen Zahlen sieht man zunächst, dass die eigenthümliche Leitungsfähigkeit der Gläser gar keinen Zusammenhang hat mit der electrolytischen. Das Bleiglas III ist bei gewöhnlicher Temperatur der beste Leiter unter den dreien, während es als Electrolyt weitaus am schlechtesten leitet. Die eigenthümliche Leitungsfähigkeit ist am grössten bei dem Glase, welches den grössten Metallgehalt hat; die beiden anderen, in der Zusammensetzung einander ähnlicheren Glasarten stehen einander auch in ihrer Isolationsfähigkeit näher. Nach dem von Wiedemann und Franz<sup>1)</sup> aufgefundenen Gesetze hätte man erwarten können, dass die Wärmeleitungscoëfficienten der drei Gläser jenen Leitungsfähigkeiten proportional wären; das ist indess nicht der Fall; die drei Coëfficienten unterscheiden sich nicht nur wenig von einander, sondern stehen sogar gerade in verkehrter Ordnung. Ich will indess auf diese Ordnung kein grosses Gewicht legen; da nämlich die Basis des Contactthermometers viel kleiner war als die Oberfläche der Platten, so blieb ein grosser Theil derselben unbedeckt und konnte möglicherweise etwas verschiedene Wärmemengen ausstrahlen, weil die Mattirung und Farbe der drei Platten nicht die gleiche war. Nur dass die Electricitäts- und Wärmeleitung in den drei Glassorten nicht dem gleichen Gesetze folgt, ist aus den Beobachtungsergebnissen bestimmt

1) Diese Annalen LXXXIX, 497.

ersichtlich. Von der electrolytischen Leitung hätte man erwarten können, dass das leichtschmelzbarste Glas bei der niedrigsten Temperatur zum Leiter werden würde. Auch das ist durchaus nicht der Fall. Während die Gläser I und II nahe gleichen Schmelzpunkt haben, leitet bei 300° I ungefähr 4mal, II sogar 10mal besser als das leichtschmelzbare Glas III. Die Leitungsfähigkeit, welche die Gläser beim Erhitzen annehmen, muss daher ausser vor der Schmelztemperatur auch von dem Grade ihrer Zersetzbarkeit abhängig sein, und die geringere Zersetzbarkeit kann unter Umständen, wie das Glas III zeigt, die electrolytische Leitungsfähigkeit mehr beeinträchtigen, als die leichtere Beweglichkeit der Molecule dieselbe fördert.

München, im August 1873.

---

**V. Studien über die Entladungen des Inductionsstromes in mit verdünnten Gasen gefüllten Räumen; von A. Wüllner.**

---

§ 1.

Lässt man den Inductionsstrom durch eine zwischen den Enden des Inductionsdrahtes eingeschaltete Luftschicht sich ausgleichen, so tritt bekanntlich die Elektrizität in doppelter Weise zwischen den Drahtenden über, nämlich im eigentlichen Funken und in der Lichthülle. Die Ausgleichung der Elektrizitäten im Funken findet fast momentan, jene in der Lichthülle viel langsamer Statt, so dass man mehrfach schon angenommen hat, dass der Uebergang der Elektrizität in dieser nach Art derjenigen in einem galvanischen Strome stattfände. Wird die Luft zwischen den Drahtenden verdünnt, so wird von einer gewissen Verdünnung ab der Funke schwächer und hört schliesslich ganz auf; von der dann stattfindenden Entladung nimmt man an, sie entspräche der Lichthülle in der

nicht verdünnten Luft, welche sich in den verdünnten Gasen nur weiter verbreite.

Die von mir im vorigen Jahre bei meiner Untersuchung über die Entstehungsweise der Doppelspectra der Gase gemachten Beobachtungen über die Entladungen des Inductionstromes durch verdünnte in einer Röhre von überall 2<sup>cm</sup> Weite und 10<sup>cm</sup> Länge eingeschlossene Gase zeigten mir indess, dass die Ausgleichung der Electricität nicht in so einfacher Weise erfolge, dass vielmehr die neben dem Funken stattfindende Entladung, welche die Lichthülle gibt, je nach der Dichtigkeit des Gases in ganz verschiedener Weise erfolgen kann. Im rotirenden Spiegel zeigten sich nämlich je nach dem Drucke, unter welchem die Entladung stattfand, ganz verschiedene zum Theil sehr complicirte Bilder der Entladung. Es ergab sich gleichzeitig eine Abhängigkeit der Entladung von den Dimensionen der Röhre. Denn während in einer capillaren Röhre, welche mit Wasserstoff gefüllt ist, die Entladung stets derartig ist, dass im Spectrum des Lichtes sich die drei Linien zeigen, trat diese, das Linienspectrum liefernde Entladung in der weiten Röhre nur bei ziemlich hohen Drucken des Gases auf. Ich konnte dort schon drei Arten der Entladung erkennen, die von mir als funkenlose Entladung bezeichnete, die als eine Ausströmung der Electricität aus der positiven Elektrode erschien, welche das Gas bis zu einer gewissen Entfernung von der positiven Elektrode zum leuchten brachte, aber niemals bis zur negativen Electrode leuchtend war, die scheinbare Funkenentladung, welche eine leuchtende Verbindung zwischen den Elektroden herstellte, welche aber von der eigentlichen Funkenentladung dadurch sich unterschied, dass ihr Bild im rotirenden Spiegel mit rascher Rotation sich verbreiterte, und schliesslich die eigentliche Funkenentladung. Besonders die funkenlose Entladung, welche, da sie sich nur bis zu einer mehr oder weniger grossen Entfernung von der positiven Elektrode leuchtend zeigt, als das positive Büschellicht bezeichnet werden möge, zeigt sich je nach dem Druck des Gases, der Natur desselben und je nach den Dimensionen der Röhre so verschieden, dass eine genauere Untersuchung des Durchganges

der Elektrizität durch verdünnte Gase ein hohes Interesse bietet. Es sei gestattet, die Resultate einer grossen Zahl Beobachtungen hier darzulegen; um indess den hier dem einzelnen verstatteten Raum nicht zu überschreiten, beschränke ich mich auf die Beschreibung des positiven Lichtes, wie es in Röhren verschiedener Dimensionen, welche mit verdünnter Luft gefüllt sind, sich zeigt, und behalte mir vor, die Erscheinung in andern Gasen, sowie genauere Messungen und Folgerungen über die Natur der Entladungen später mitzutheilen.

## § 2.

Die Beobachtung der Entladung geschieht mit dem rotirenden Spiegel, der die nach einander sich in der Röhre entwickelnden Erscheinungen im Bilde neben einander legt; die meisten der folgenden Beobachtungen, bei denen es sich noch nicht um Messungen handelte, wurden mit einem Spiegel gemacht, wie sie Herr König zur Beobachtung der Flammenbilder seinen akustischen Apparaten beifügt. Die Anordnung eines anderen Rotationsapparates, der gleichzeitig als Unterbrecher des inducirenden Stromes dient, und so das Bild im Spiegel immer genau an derselben Stelle erscheinen lässt, werde ich bei späterer Mittheilung der weitem Versuche beschreiben. In der Nähe des rotirenden Spiegels wurden die Röhren aufgestellt, durch welche der Inductionsstrom gesandt werden sollte. Die Röhren waren cylindrisch und hatten im Lichten einen Durchmesser von 0,5 bis 5<sup>cm</sup> Weite, eine Länge von 10<sup>cm</sup>, 20<sup>cm</sup> und 70<sup>cm</sup>. Die Elektroden waren einfach in die Röhren eingeschmolzen, wie es Herr Dr. Geissler, der auch diese Röhren anfertigte, allgemein zu thun pflegt. Der Mitte der Elektroden gegenüber war an beiden Enden der Röhren ein Glashahn angesetzt, wie ich ihn stets an den von mir benutzten Röhren angebracht habe. Der eine der Hähne war durch Glasröhren mit der Geissler'schen Quecksilberluftpumpe verbunden, der andere diente zum Einlassen von Luft. Die Luft wurde bei diesen Versuchen ohne weitere Reinigung aus dem Raume des Beobachtungszimmers genommen. Als Inductionsapparat diente der schon in meinen früheren Abhand-

lungen erwähnte grosse Rühmkorff'sche von 42<sup>cm</sup> Schlagweite, der mit 6 grossplattigen Elementen (je 3 Groves zu einem verbunden) erregt wurde. Die Drucke der Luft wurden direkt an der Luftpumpe gemessen, deren Steigrohr zu dem Ende mit einer Theilung versehen war, bei den geringern Drucken bis 100<sup>mm</sup> an dem Manometer der Luftpumpe. Ich bemerke, dass der Druck, bei welchem das positive Büschellicht in einer bestimmten Form auftritt, mit der Stärke des Inductionsstroms etwas zu schwanken scheint, dass also die Angabe der Drucke nur für die gerade bei meinen Versuchen vorhandenen Umstände gilt.

In die Leitung des Inductionsstromes war gleichzeitig ein Funkenmikrometer eingeschaltet, um auch bei den geringeren Drucken durch Einschalten einer Luftstrecke den Schliessungsstrom wegnehmen zu können.

Zur Analyse der Entladung im rotirenden Spiegel wurde dann vor die Röhre ein Spalt von 2<sup>mm</sup> Breite und bei den Röhren bis zu 20<sup>cm</sup> Länge von gleicher Länge wie die Röhre gestellt; wenn in höhern Drucken das Licht in der Röhre sich auf einen dünnen Cylinder zusammen gezogen hatte, so wurde ohne Spalt beobachtet.

### § 3.

Es möge zunächst, um ein Bild des ganzen Verlaufes des positiven Büschellichtes zu geben, die Erscheinung desselben in einer Röhre von 10<sup>cm</sup> Länge und 1<sup>cm</sup> Durchmesser, in welcher die Enden der Elektroden 8<sup>cm</sup> von einander entfernt sind, beschrieben werden.

Bei einem Drucke des Gases, der weniger oder höchstens 1<sup>mm</sup> beträgt, sieht man ausser dem negativen Glimmlicht, welches den ganzen Raum um die negative Elektrode erfüllt, nur positives Büschellicht, und es scheint, da Oeffnungs- und Schliessungsstrom die Röhre durchsetzen, die ganze Röhre mit solchem gefüllt zu sein. In der Mitte der Röhre auf eine Strecke von 2<sup>cm</sup> greifen die beiden Ströme übereinander. Sondern man im rotirenden Spiegel die beiden Ströme von einander, so erkennt man, dass in jedem der beiden Ströme das positive

Büschellicht bis etwa 5<sup>cm</sup> von der positiven Elektrode reicht und durch einen 3<sup>cm</sup> breiten dunklen Zwischenraum von dem negativen Glimmlicht getrennt ist. Nimmt man durch Einschalten einer kleinen Funkenstrecke im Funkenmikrometer den Schliessungsstrom fort, so ist im Oeffnungsstrom das positive Büschellicht ganz ungeändert, es zeigt sich zwischen demselben und der negativen Elektrode nur ein ganz schwaches, wie man im rotirenden Spiegel erkennt, dem Beginne der Entladung entsprechendes bläuliches Licht. Das positive Licht zerfällt in 10 leuchtende Schichten, welche in der Röhre sich auf und nieder bewegen. Diese Schichten haben nicht die bekannte Tellerform, welche in längeren Röhren bei etwas stärkerem Druck auftreten, sondern sie erscheinen wie eine Schnur dicker Perlen, deren Dicke senkrecht zur Schnur grösser ist als parallel der Schnur. Nach längerem Durchgehen des Stromes sind aber die Schichten, welche immer dieselbe Form behalten, durch ganz dunkle Zwischenräume getrennt. Bis zu dem Drucke von 1<sup>mm</sup> ändert sich die Erscheinung nur soweit, dass das bei minimalem Drucke ziemlich weisse Licht nach und nach die für das Stickstofflicht charakteristische röthliche Färbung annimmt.

Betrachtet man das Licht im rotirenden Spiegel, der in 2 Secunden eine Rotation vollführt, so löst sich dasselbe in die in Fig. 1 Taf. I dargestellte Form auf. Im Beginne der Entladung sieht man sofort 6 Schichten auftreten, die gleichzeitig zu leuchten beginnen, und welche von einander ebenso weit entfernt sind, wie die oberste von der leuchtenden Spitze der positiven Elektrode. Dieselben steigen zunächst gegen die positive Elektrode auf und sinken dann rasch gegen die negative Elektrode, die der positiven Elektrode näheren stärker als die entfernteren, so dass gegen das Ende der Entladung die Schichten einander näher stehen. An der Stelle, wo die Schichten nieder zu sinken beginnen, tritt eine siebente und weiter noch drei Schichten aus der positiven Elektrode hervor, so dass also die 4 obern der in der Röhre sichtbaren 10 Schichten sich erst nach und nach und später entwickeln als



die 6 untern. In den Schichten selbst sind besonders im Beginne der Entladung Anschwellungen zu erkennen.

Ueber die Natur dieser Anschwellungen gibt das Bild Aufschluss, welches der rotirende Spiegel bei vierfacher Rotationsgeschwindigkeit, also bei einer Rotation in 0,5 Secunden darbietet. Die Zeichnung Fig. 2 Taf. I zeigt das Bild der sofort sich ausbildenden 6 Schichten etwa bis zu dem Punkte in Figur 1, in welchem die Schichten abzusteigen beginnen. Zunächst bricht das positive Büschellicht in einem vereinzelt Stosse aus der positiven Elektrode hervor, in welchem aber schon die Schichtung deutlich ausgebildet ist; die Schichten dieses Stosses steigen stark gegen die positive Elektrode an. Nach einem schmalen dunklen Zwischenraume beginnen dann die Schichten als zusammenhängende Lichtlinien, in denen, wenigstens bei dieser Rotationsgeschwindigkeit, der grössten, die ich bisher constant erreichen konnte, keine Unterbrechungen wie nach dem ersten stossweisen Hervortreten des positiven Lichts mehr zu erkennen sind. Die Schichten sind in ihrem Beginne scharf gezackt, sie steigen zunächst gegen den positiven Pol auf, knicken dann scharf um, steigen geradlinig ab, knicken wiederum scharf um und so fort, kurz sie bieten das Bild, wie es die auf einer berussten Walze sich aufzeichnenden Schwingungen einer gestrichenen Violinseite liefern, nur dass die Schwingungsamplituden sehr rasch abnehmen und schon bald nach dem Beginne der Entladung unmerklich werden.

Wenn man auch in den leuchtenden Wellenlinien, als welche die Schichten im rotirenden Spiegel nach dem ersten stossweisen Hervorbrechen des positiven Lichtes erscheinen, keine Unterbrechungen mehr wahrnehmen kann, so kann es doch wohl kaum einem Zweifel unterliegen, dass die einzelnen auf- und absteigenden Aeste der Wellen solchen einzelnen Stössen des positiven Lichtes entsprechen. Dafür spricht auch eine Beobachtung, die allerdings bisher nur immer vorübergehend und so kurz gemacht werden konnte, dass sie nicht scharf aufzufassen war. Lässt man nämlich, nachdem man ihn längere Zeit durch Einschalten einer Luftstrecke fort-

genommen, den Schliessungsstrom wieder zu Stande kommen, so besteht das positive Licht desselben oft bei den ersten zwei oder drei Entladungen aus lauter einzelnen stossweise hervortretenden Lichtlinien, in denen keine Schichtung zu erkennen ist. Dann erst bilden sich die Schichten aus, im rotirenden Spiegel sieht man aber auch dann noch eine Weile die Schichten von einer Anzahl solcher Lichtlinien durchsetzt, und jeder dieser Lichtlinien schien eine Zacke der Wellen zu entsprechen. Ich habe aber noch kein Mittel gefunden, um dieser Form der Entladung eine so grosse Dauer zu geben, dass man sie in ihren Einzelheiten scharf auffassen konnte.

Die beschriebene Erscheinung des positiven Büschellichtes ist zwischen sehr engen Druckgrenzen eingeschlossen; überschreitet der Druck der Luft in der Röhre  $1^{\text{mm}}$ , so werden die Schichtungen zunächst in der Nähe der positiven Electrode undeutlich und verwischt und schon bei einem Drucke von  $1,5^{\text{mm}}$  ist zunächst unter der positiven Elektrode nur ein gleichmässig helles Licht zu sehen, unterhalb dessen sich allmählich Schichten entwickeln; das positive Büschellicht reicht aber auch dann noch bis  $5^{\text{cm}}$  von der positiven Elektrode. Wenn man das Durchgehen des Inductionsstromes beginnen lässt, so zeigen sich zunächst nur an der untern Grenze des positiven Lichtes zwei Schichten, welche aber dieselbe Form und Breite haben, wie die vorhin beschriebenen; nach längerem Durchgehen des Stromes treten dann von unten nach oben sich entwickelnd mehr Schichten auf, so dass schliesslich etwa die untere Hälfte des positiven Lichtes in 5 Schichten der beschriebenen Form getheilt ist. Zuweilen brechen dann in der zweiten Hälfte der Entladung aus dem unter dem positiven Pole befindlichen ungeschichteten Lichtfelde noch ein oder zwei Schichten hervor, wie sie es bei geringerem Drucke aus der positiven Elektrode thun (Figur 1). Steigt der Druck weiter, so zieht sich die Schichtung immer mehr an das der negativen Elektrode zugewandte Ende des positiven Lichtes zurück; so ist bei  $3,5^{\text{mm}}$  Druck die Schichtung auf die letzten zwei Schichten beschränkt, und auch dort ist sie nicht mehr so deutlich, der ganze übrige Theil des

positiven Lichtes erscheint im rotirenden Spiegel als ein gleichmässig helles Lichtfeld, dessen Helligkeit nur gegen das Ende der Entladung etwas geringer wird. Bei einem Drucke von  $4^{\text{mm}}$  ist jede Spur von Schichtung verschwunden; das positive Licht reicht bis etwa  $6^{\text{cm}}$  von der positiven Elektrode und ist von der negativen Elektrode durch einen fast ganz dunklen Raum getrennt. Im rotirenden Spiegel erscheint das positive Licht als gleichmässiges Lichtfeld, und wenn man Oeffnungs- und Schliessungsstrom zu Stande kommen lässt, grenzen die den beiden Strömen angehörigen Lichtfelder unmittelbar aneinander.

Bei weiter zunehmendem Drucke bleibt die Erscheinung des positiven Lichtes zunächst im wesentlichen ungeändert, nur dass dasselbe nicht mehr so vollständig die Röhre ihrer Weite nach ausfüllt und dass es gleichzeitig etwas weiter gegen die negative Elektrode vorrückt. Bei einem Drucke von  $13^{\text{mm}}$  reicht das positive Licht bis  $12^{\text{mm}}$  von der negativen Elektrode, es ist also fast  $2^{\text{cm}}$  weiter vorgedrungen, darunter bis zu der von dem negativen Glimmlicht bedeckten Elektrode ist kein Licht wahrzunehmen. Im rotirenden Spiegel erkennt man aber bei diesem Drucke, dass das positive Licht nicht während der ganzen Entladung so weit reicht, dass es im Beginne der Entladung etwa  $1,5^{\text{cm}}$  vom negativen Pole aufhört, dann bis  $1,2^{\text{cm}}$  vorschreitet und sich gegen das Ende der Entladung bis  $1,7^{\text{cm}}$  von der negativen Elektrode zurückzieht. Die untere Grenze des positiven Lichtes ist deshalb gegen die negative Elektrode convex gekrümmt.

Dass auch dieses ungeschichtete Licht durch einzeln stossweises Hervortreten der Electricitäten besteht, zeigt der rotirende Spiegel bei der grösseren Rotationsgeschwindigkeit; man sieht bei einer Rotation von  $0,5$  Secunden bei dem Beginne der Entladung drei einzelne Lichtstösse scharf getrennt, die im rotirenden Spiegel als Lichtstreifen von überall gleicher Helligkeit erscheinen, welche durch ihnen an Breite nahezu gleiche dunkle Zwischenräume getrennt sind. Im weiteren Verlaufe der Entladung lassen sich diese einzelnen Stösse bei der mir bis jetzt erreichbaren Rotationsgeschwindigkeit nicht

mehr trennen, ein Beweis, dass dieselben im Verlaufe der Entladung rascher auf einander folgen als bei dem Beginne derselben.

Das positive Licht zieht sich dann bei wachsendem Drucke des Gases immer mehr um die Axe der Röhre zusammen, ohne dass eine die beiden Elektroden verbindende leuchtende Entladung sichtbar wird, und dann beginnt sich an dem unteren Ende dieses Lichteylinders eine Anschwellung zu zeigen, welche im rotirenden Spiegel als eine Wolke erscheint. Es entwickelt sich im rotirenden Spiegel aus dem vorher beschriebenen gleichmässig hellen Lichtfelde allmählich die Fig. 3 Taf. I gezeichnete Erscheinung, welche sich zeigt, wenn der Druck der Luft in der Röhre bis auf  $26^{\text{mm}}$  gestiegen ist. Das positive Lichtfeld ist an der dem Beginne der Entladung entsprechenden Seite von einem nach der negativen Elektrode sich verbreiternden sehr hellem Saume begrenzt, welcher sich unten umbiegt und dann sich immer mehr verbreiternd auch die untere Grenze des Lichtes bildet. Das übrige Feld ist nur sehr schwach beleuchtet. Nur findet sich unmittelbar unter der positiven Elektrode noch eine etwas grössere Helligkeit. Der helle Saum, die Lichtwolke, ist an Helligkeit so überwiegend, dass sie diese Entladung hauptsächlich charakterisirt; man sieht an derselben, wie das positive Licht zunächst rasch vorschreitet bis zu einem Maximum der Entfernung von der positiven Elektrode und sich dann weniger rasch gegen die positive Elektrode zurückzieht. Das negative Glimmlicht hat sich auf eine dünne die Elektroden umhüllende Schicht zurückgezogen.

In welcher Weise diese Form des positiven Lichtes zu Stande kommt, zeigt Fig. 4 Taf. I, welche das im rotirenden Spiegel entstehende Bild zeigt, wenn der Spiegel in  $1''$  etwa 3 Umdrehungen macht. Die Zeichnung stellt etwa das erste Viertel der Entladung dar. Man erkennt, dass auch hier die Entladung aus einzelnen Stössen positiven Lichtes besteht, die im Beginne der Entladung scharf getrennt erscheinen. Bei den ersten Stössen hat das Licht bis zu einem gewissen Abstände von der positiven Electrode seiner ganzen Länge nach fast die

gleiche Helligkeit, von da ab geht es als fast ganz lichtlose kaum sichtbare Entladung weiter: ob diese kaum sichtbare Entladung den negativen Pol erreicht, lässt sich nicht mit Sicherheit erkennen; sichtbar ist dieses Weitergehen überhaupt nur bei den ersten Stössen. Bei den weiteren Stössen sieht man, wie das positive Licht beim Vorschreiten in der Röhre bis zu einem Helligkeitsmaximum wächst, welches anfangs an dem negativen Pole immer näheren Stellen entsteht und dann sich gegen den positiven Pol zurückzieht. Schon nach wenigen Stössen leuchtet das positive Büschellicht wesentlich nur an dem der negativen Electrode zugewandten Ende der einzelnen Stösse.

Wie schon vorher erwähnt wurde, so lassen sich auch hier die einzelnen das positive Büschellicht liefernden Entladungen bei der grössten bisher mir erreichbaren Rotationsgeschwindigkeit nur bei dem Beginne der Entladung von einander getrennt erkennen; die Zahl der wirklich getrennt beobachteten Stösse ist deshalb wohl nicht ganz so gross, als es die Zeichnung wiedergibt. Im weitem Verlaufe, etwa nachdem das positive Licht die grösste Entfernung von dem positiven Pole erreicht hat, konnte die Wolke nicht mehr in der gezeichneten Weise aufgelöst werden, ein Beweis, dass im weitem Verlaufe die Entladungen rascher auf einander folgen als im Beginne.

Die Wolkenform des positiven Lichtes entwickelt sich bei steigendem Drucke immer deutlicher; das positive Licht zieht sich immer mehr in einen dünnen Cylinder zusammen, der allerdings mehrfach gekrümmt sich um die Axe der Röhre legt; der Cylinder reicht bis wenige Millimeter von der negativen Elektrode, ist aber zunächst von derselben noch deutlich durch einen dunklen Zwischenraum getrennt. An diesem Cylinder zeigt sich eine mit wachsendem Drucke zunehmende Anzahl von Anschwellungen, deren Licht etwas heller und röthlicher ist als dasjenige des Cylinders. Diese Anschwellungen bewegen sich auf und nieder und zeigen eine flatternd zer-rissene Oberfläche; zuweilen legen sie sich hakenförmig an den Lichtcylinder, und machen den Eindruck, als würden sie gegen den positiven Pol hingetrieben, würden aber dort, wo sie den

Lichtcylinder berühren, festgehalten. Bei  $30^{\text{mm}}$  Druck zeigt der Lichtcylinder eine Anschwellung unten, eine unmittelbar unter der positiven Elektrode, bei  $35^{\text{mm}}$  tritt zu diesen eine dritte etwa in der Mitte, und bei  $40^{\text{mm}}$  erscheinen 4 Anschwellungen.

Das Bild, welches der rotirende Spiegel von diesen Entladungen gibt, zeigt Fig. 5 Taf. I, welche die Erscheinung bei  $40^{\text{mm}}$  Druck darstellt. Man sieht zunächst das positive Licht etwa  $6^{\text{cm}}$  weit in die Röhre hinein mit gleichmässiger Helligkeit hervorbrechen; von dieser Lichtmasse gehen 4 Wolken der gezeichneten Form aus, welche alle erst gegen den negativen Pol absteigen, sich dann umkrümmen und gegen den positiven Pol hin zurückgehen. Alle diese Wolken sind an der unteren Grenze heller wie an der oberen, dem positiven Pole zugewandten, an welcher sie verwischt erscheinen. Die Zwischenräume zwischen den Wolken sind ganz dunkel. Bei sehr rascher Rotation gelingt es auch hier zuweilen im Beginne der Entladung das stossweise Hervorbrechen des positiven Lichtes zu erkennen; die erste Entladung ist dann auf ihrer ganzen Länge von gleicher Helligkeit, während in der zweiten schon die 4 Helligkeitsmaxima erkennbar sind. Da man weiterhin die Entladung nicht mehr in die einzelnen Stösse auflösen konnte, so hatte es den Anschein, als wenn die Wolken von dem zweiten Stosse ausgingen.

Die Zahl der Wolken vermehrt sich mit steigendem Drucke, ohne dass zunächst noch eine wirkliche die beiden Elektroden leuchtend verbindende Partialentladung auftritt; die Form der Wolken wird dabei immer unregelmässiger, sie selbst werden schmäler und kürzer, letzteres ein Beweis, dass die Dauer der Entladung abnimmt. Erst wenn der Druck auf  $75^{\text{mm}}$  gestiegen ist, tritt zu dem positiven Büschellicht eine die beiden Elektroden leuchtend verbindende Partialentladung. Während man bis dahin zwischen dem Lichtcylinder und der negativen Elektrode noch deutlich einen dunklen Zwischenraum sieht, zieht sich dann plötzlich aus dem positiven Licht eine feine Lichtlinie an die Spitze der negativen Elektrode heran, um welche das übrige Licht der Röhre zum Theil als Anschwel-

lungen sich herumlegt. Im rotirenden Spiegel, bei einer Umdrehung in 2", sieht man dann das Fig. 6 Taf. I dargestellte Bild; die eigentliche, von Elektrode zu Elektrode übergehende Partialentladung beginnt den Ausgleich der Elektricitäten, dann bricht ein Strahl positiven Büschellichtes hervor, welcher bis fast an die negative Electrode reicht, und an diesen setzen sich die eigenthümlich geformten Wolken, von denen die unterste mit scharfer Knickung von dem Strahl des positiven Lichtes ausgehend rasch gegen den positiven Pol aufsteigt, während die andern mehr oder weniger gegen den negativen Pol geneigt sind, oder auch doppelt gekrümmt erst absteigen und dann wieder aufsteigen. Die Länge der Wolken ist etwa halb so gross wie die der Schichten bei sehr kleinem Druck, so dass also die Entladung nur etwa halb so lange dauert. Bei sehr rascher Rotation erkennt man auch jetzt noch in dem positiven Licht die einzelnen Stösse bei beginnender Entladung, der erste Stoss ist seiner ganzen Länge nach gleich hell, während in dem zweiten Stosse des positiven Lichtes schon die einzelnen Maxima, welche die Wolken bilden, erkennbar sind.

Betreffs der Form der Wolken ist noch hervorzuheben, dass sie auch bei diesen Drucken ziemlich constant ist, dass wenn auch im Einzelnen kleine Aenderungen vorkommen, im Grossen und Ganzen bei denselben Drucken der Luft immer dieselben Formen wiederkehren. Zu ihrer Ausbildung ist aber, wie ich mehrfach beobachtete, erforderlich, dass die Luft in der Röhre in Ruhe sei. Lässt man, während der Strom die Röhre durchsetzt, Luft einströmen, so verschwinden die Anschwellungen des Lichtcylinders und damit die Wolken sofort, um gleich wieder aufzutreten, wenn man den die Luft einlassenden Hahn geschlossen hat.

Lässt man den Druck von 75<sup>mm</sup> ab weiter wachsen, so mehrt sich die Zahl der Partialentladungen, mit denen dann stets der Uebergang des Stromes beginnt, auf diese folgt dann das positive Büschellicht, welches im rotirenden Spiegel wolkenförmig erscheint; die Zahl der Wolken wird grösser, die Wolken selbst schmalere und immer kürzere, ihre Form wird

unregelmässiger. Ist der Druck auf 150<sup>mm</sup> bis 160<sup>mm</sup> gestiegen, so tritt zu den röthlich gefärbten Partialentladungen der erste eigentliche Funke, durch sein weisses Licht deutlich von den Partialentladungen unterschieden. Der Funke eröffnet den Uebergang der Elektricität, dann folgen die Partialentladungen, und hinter denselben, oft auch schon zwischen denselben sieht man im rotirenden Spiegel das in Wolken zerrissene positive Licht. Ist der Druck bis auf 250<sup>mm</sup> gestiegen, so hört das positive Büschellicht vollständig auf, der Uebergang der Elektricität findet nur mehr in Funken und Partialentladungen statt, das Licht der erstern weiss, das der letztern roth. Die Zahl der Funken bei jeder Entladung beträgt 2 oder 3, die der Partialentladungen ist sehr gross.

Die Funken zeigen bis zu diesem Drucke die eigenthümliche Erscheinung, dass sie selten direct von Elektrode zu Elektrode übergehen; die Funkenlinie ist vielmehr an verschiedenen Stellen, oft dreimal, unterbrochen, an welchen die Funkenentladung in die Partialentladung übergeht. Die Elektricität tritt als Funke aus der positiven Elektrode hervor und schreitet so eine Strecke fort; dann geht der Funke auf kurze Strecke in Partialentladung über, wird wieder Funke, wieder Partialentladung u. s. f., bis er schliesslich in der Regel als Funke in die negative Elektrode übergeht. Man erkennt das bei directer Betrachtung der Entladung, bei der Beobachtung der Entladung im rotirenden Spiegel, als auch besonders, wenn man die Röhre mit dem Prisma betrachtet. In dem Spectrum des Röhrenlichtes sieht man die Linien des Stickstofflinienspectrums nur streckenweise, nur soweit man eben den Funken selbst vor sich hat.

Die mitgetheilten Beobachtungen ergeben, dass in einer Röhre von 1<sup>cm</sup> Weite und 1<sup>decim</sup> Länge das positive Büschellicht, das dadurch charakterisirt ist, dass es nur bis zu einer gewissen Entfernung von der positiven Elektrode leuchtend ist, nur innerhalb bestimmter, wenn auch ziemlich weiter Grenzen des Druckes der in der Röhre eingeschlossenen Luft auftritt.



## § 4.

Um das Verhalten des positiven Büschellichtes vollständig zu übersehen, sei gleich hier ein eigenthümlicher Einfluss des Magnets auf dasselbe erwähnt, wenn derselbe in viel auffallender Weise auch erst bei weitem Röhren sich bemerkbar macht: Nähert man die Pole eines kräftigen Hufeisenmagnets der Röhre der Art, dass, wenn man ganz herangekommen ist, die Röhre sich aequatorial zwischen den Polen befindet, so sieht man, wenn der Druck der Luft in der Röhre so klein ist, dass das positive Büschellicht noch geschichtet ist, bei Annäherung des Magnets das positive Licht weiter in die Röhre zwischen die Pole des Magnets herabgezogen und gleichzeitig aus der positiven Elektrode nach und nach, je näher man kommt, um so mehr Schichten des positiven Lichtes hervortreten. Wenn man die Pole des Magnets in die Höhe der negativen Elektrode bringt, so füllt das Licht die ganze Röhre bis unmittelbar über die Elektrode aus. Gleichzeitig sieht man, wie zwischen den Polen des Magnets die hellen Schichten einander viel näher liegen. Es wurde zu diesen Versuchen ein Hufeisenmagnet von 5 Lamellen benutzt, der eine Dicke von 4<sup>cm</sup> hatte; zwischen den Polen desselben war dann die Schichtzahl mehr als die doppelte von derjenigen, welche sonst auf die Länge der Röhre von 4<sup>cm</sup> kommt. Die zwischen den Polen befindlichen Schichten stehen ganz fest, sie erscheinen im rotirenden Spiegel als ganz horizontale Lichtstreifen. Auch die Bewegung der über den Polen befindlichen Schichten ist eine andere geworden, sie sind gerade entgegengesetzt gekrümmt wie ohne Magnet. Beim Beginne der Entladung steigen sie ziemlich rasch ab, dann erscheinen sie im rotirenden Spiegel als ziemlich horizontale Lichtstreifen, und ziehen sich gegen den Schluss der Entladung wieder gegen den positiven Pol zurück. Der Magnet bewirkt also einmal, dass die Stöße des positiven Lichtes weiter in die Röhre eindringen, dann aber, dass die Stellen, an welchen die positiven Lichtstöße ein Maximum der Lichtstärke haben, immer nahezu dieselben sind, dass sie zwischen den Polen des Magnets kaum und über denselben viel weniger auf- und niedergehen.

Dass der Magnet im übrigen das positive Licht in der bekannten Weise ablenkt, ist wohl nicht besonders hervorzuheben.

Dieser eigenthümliche Schichten bildende Einfluss des Magnets dauert nur so lange fort, als das Licht auch ohne Magnet überhaupt Schichtung zeigt; es wurde vorhin erwähnt, dass bei einem Drucke der Luft von  $1,5^{\text{mm}}$  noch die dem negativen Pole zugewandte Hälfte des Lichtes in 5 Schichten zerfiel, dass bei  $3,5^{\text{mm}}$  Druck noch die untersten zwei Schichten sich zeigten; bei diesen Drucken bewirkte dann der Magnet, dass wieder das ganze Licht geschichtet wurde, fast ganz in der Weise, wie bei dem geringeren Drucke, bei welchem auch ohne Magnet das ganze positive Büschellicht geschichtet war. Bei einem Drucke von  $4^{\text{mm}}$ , bei welchem das positive Licht gar keine Schichtung mehr zeigt, ruft auch der Magnet keine Schichtung hervor, er zieht das Licht nur wenig herab. Bei grössern Drucken zeigt der Magnet in dieser Röhre auf die Entwicklung und die Form des positiven Lichtes gar keinen Einfluss mehr, insbesondere ist die spätere Wolkenbildung durch denselben nicht alterirt.

### § 5.

Nach der genauen Beschreibung des positiven Büschellichtes, wie es sich in einer Röhre von  $1^{\text{cm}}$  Durchmesser und  $10^{\text{cm}}$  Länge zeigt, lässt sich der Einfluss der Röhrendimensionen sehr leicht übersehen. Was zunächst den Einfluss der Röhrenweite betrifft, so giebt sich derselbe vorzugsweise darin zu erkennen, dass die Entfernung, bis zu welcher das positive Büschellicht in der Röhre vorschreitet, um so grösser ist, je enger die Röhre ist, im übrigen kehren die charakteristischen Formen des positiven Büschellichtes nur wenig geändert stets wieder.

In einer Röhre von  $0,5^{\text{cm}}$  Durchmesser und  $1^{\text{dm}}$  Länge, in welcher die Spitzen der Elektroden  $8^{\text{cm}}$  von einander entfernt sind, reicht das positive Licht, so lange der Druck höchstens ein Millimeter beträgt, bis zu  $7^{\text{cm}}$  von der positiven Elektrode und ist von der negativen durch einen  $1^{\text{cm}}$  breiten dunklen

Zwischenraum getrennt. Das ganze Licht ist geschichtet, es zerfällt in 17 Schichten, so dass die Breite der Schichten nicht ganz  $0,5\text{ cm}$  beträgt. Die Schichten bewegen sich sehr wenig, im rotirenden Spiegel erscheinen sie als fast horizontale Lichtbänder. Bei rascher Rotation sieht man indess, dass sie besonders beim Beginne der Entladung sehr rasche Schwingungen um ihre Mittellage vollführen, denn sie erscheinen gerade so gezackt, wie die Schichten in der frühern Röhre. Folge dieser raschen Schwingungen ist es, dass sie bei directem Betrachten der Röhre ebenso als eine Schnur Perlen erscheinen und nicht die bei höhern Drucken in längern Röhren bekannte Tellerform haben. Bei steigendem Drucke beschränkt sich auch hier die Schichtung auf das der negativen Elektrode zugewandte Ende des positiven Büschellichtes. Bei  $2\text{ mm}$  Druck sind noch die untern 6, bei  $3,5\text{ mm}$  noch die untern 2 Schichten zu erkennen, und bei  $4\text{ mm}$  Druck ist noch die letzte Schicht zu unterscheiden; darüber bis zur positiven Elektrode ist die Röhre mit gleichmässigem Lichte erfüllt, welches im rotirenden Spiegel als ein gleichmässig helles Lichtfeld erscheint. So lange in dem positiven Lichte Schichtungen vorhanden sind, zeigt sich auch hier der Schichten bildende Einfluss des Magnets gerade wie in der weitem Röhre.

Bei einem Drucke von  $5\text{ mm}$  ist jede Schichtung verschwunden, das positive Licht ist überall gleich hell und reicht bis  $5\text{ mm}$  von der negativen Electrode. Diese Form, im rotirenden Spiegel ein breites gleichmässig helles Lichtfeld zeigend, behält in der engen Röhre das positive Licht, bis der Druck der Luft etwa  $40\text{ mm}$  geworden ist. Erst wenn von da ab der Druck weiter steigt, beginnt das Licht im rotirenden Spiegel allmählich die Wolkenform anzunehmen; bei  $43\text{ mm}$  Druck ist das Bild ähnlich wie Fig. 3 Taf. I, mit dem Unterschiede jedoch, dass die untere Grenze gegen den negativen Pol nicht convex, sondern doppelt gekrümmt ist. Im ersten Momente reicht das positive Licht bis fast an die negative Elektrode. zieht sich dann  $8\text{ mm}$  zurück, schreitet dann wieder vor und zieht sich schliesslich bis auf  $1\text{ cm}$  von der negativen Elektrode zurück, in welcher Entfernung es die letzte Strecke bleibt. Die un-

tere Grenze hat also die Gestalt einer Wellenlinie, bei der, wenn wir die gegen die negative Elektrode convexe Hälfte als Wellenthal bezeichnen, das Wellenthal vor dem Wellenberg liegt; der Beginn und der untere Saum des Lichtfeldes ist am hellsten, das Lichtfeld beginnt nur in der ersten Hälfte der Entladung an der positiven Elektrode, von der Mitte ab ist es durch einen sich gegen das Ende bis auf  $1\text{ cm}$  verbreiternden dunklen Raum von der Elektrode getrennt.

Bei weiterer Zunahme des Druckes tritt dann im rotirenden Spiegel die Bildung der Wolkenform des positiven Lichtes immer mehr hervor, bei  $55\text{ mm}$  beginnen sich 3 Wolken auszubilden, bei  $40\text{ mm}$  sind 5, bei  $85\text{ mm}$  7, bei  $100\text{ mm}$  sind 8 Wolken vorhanden. Die Form der Wolken ist aber eine ganz andere als bei der weitem Röhre, sie erscheinen im rotirenden Spiegel immer als Wellenlinie, welche bei dem Beginne der Entladung ihr Wellenthal, die Convexität gegen die negative Elektrode haben. Das Wellenthal ist immer kürzer als der darauf folgende Wellenberg; die Amplitude der Welle ist immer nur sehr klein und wird um so kleiner, je näher die Wolken dem negativen Pole liegen, so dass die untern Wolken fast horizontale Lichtlinien bilden.

Dass auch in der engern Röhre die Erscheinungen durch stossweisses Hervortreten des positiven Lichtes entstehen, erkennt man bei schnellerer Rotation direct, indem man auch hier bei dem Beginne der Entladung die einzelnen Stösse von einander trennen kann. Man kann deshalb den Einfluss der engern Röhre dahin charakterisiren, dass die Stellen, an welchen die einzelnen Entladungen ihre Helligkeitsmaxima haben, nicht so sehr hin- und hergehen, als in der weiten Röhre. Deshalb sind die Schichten und auch die Wolken im rotirenden Spiegel nur wenig gekrümmte fast horizontale Lichtlinien.

Erst wenn der Druck der Luft in der Röhre auf  $100\text{ mm}$  gestiegen ist, tritt die erste, die beiden Elektroden verbindende Partialentladung auf, welcher dann die Wolken in der eben beschriebenen Form folgen, hervorgehend aus dem ersten der Partialentladung folgenden Strahl positiven Lichtes. Bei zunehmendem Drucke mehren sich die Partialentladungen, zu

welchen dann bei etwa  $160^{\text{mm}}$  Druck der eigentliche Funke hinzutritt, während die Wolken zahlreicher, feiner und kürzer werden. Ist der Druck auf etwa  $210^{\text{mm}}$  gestiegen, so ist alles positive Büschellicht verschwunden, die Entladung besteht nur mehr aus Funken und Partialentladungen.

Während in der Röhre von  $0,5^{\text{cm}}$  Durchmesser das positive Licht viel weiter in die Röhre hineinreicht als in der Röhre von  $1^{\text{cm}}$  Durchmesser, ist in der Röhre von  $2^{\text{cm}}$  Durchmesser und  $1^{\text{dm}}$  Länge, in welcher die Enden der Elektroden ebenfalls  $8^{\text{cm}}$  von einander entfernt sind, die Entwicklung des positiven Lichtes eine viel beschränktere. So lange der Druck der Luft kleiner als  $0,5^{\text{mm}}$  ist, strahlt aus der positiven Elektrode positives Licht bis auf eine Entfernung von  $2^{\text{cm}}$ , welches in zwei Schichten zerfällt, der ganze Raum unter demselben bis zur negativen Elektrode ist mit einem sehr schwachen bläulichen Lichte, fast von der Farbe des negativen Glimmlichtes erfüllt. Die Schichten haben ganz die Form der Schichten in der Röhre von  $1^{\text{cm}}$  Durchmesser und erscheinen auch im rotirenden Spiegel ganz ebenso, die Lichtlinien sind nur etwas stärker gekrümmt, und zeigen bei rascher Rotation des Spiegels weit grössere Zacken, ein Beweis, dass die Helligkeitsmaxima um ihre Mittellage in grössern Amplituden hin und her schwingen. Der Einfluss des Magnets ist hier ein sehr auffallender. Nähert man denselben in der früher beschriebenen Weise der Röhre, so werden die Schichten gegen die Pole herabgezogen und es treten neue Schichten hervor, eine nach der andern, so wie durch das Herabgehen der früheren Schichten Raum gegeben ist. Befindet sich die Röhre zwischen den Polen, so lässt sich das Licht bis  $7^{\text{cm}}$  von der positiven Elektrode herabziehen; es zeigt 9 Schichten, 6 zwischen den  $4^{\text{cm}}$  dicken Armen des Hufeisens, 3 darüber, so dass also auch jetzt der Abstand der Schichten zwischen den Magnetpolen nur halb so gross ist als ausserhalb. Zwischen den Magnetpolen stehen die Schichten fast ruhig, oberhalb ist die Bewegung in derselben Weise geändert, wie bei der Röhre von  $1^{\text{cm}}$  Durchmesser. Das bläuliche unter dem positiven Büschel-

licht ohne Magnet sichtbare Licht ist in Folge des Herabziehens des positiven Lichtes nicht mehr sichtbar.

Die Schichtung des positiven Büschellichtes verschwindet bei zunehmendem Drucke sehr rasch, schon bei  $1^{\text{mm}}$  Druck, bei welchem das Licht bis fast  $3^{\text{cm}}$  in die Röhre eindringt, ist nur eine Schicht an der negativen Grenze sichtbar, und bei  $2^{\text{mm}}$  Druck, bei welcher das Licht fast  $4^{\text{cm}}$  weit reicht, ist jede Schichtung verschwunden. Bei dem Drucke von  $1^{\text{mm}}$  ruft der Magnet die Schichtung noch gerade so hervor, wie bei kleineren Drucken, bei  $2^{\text{mm}}$  zieht er das Licht nur weiter in die Röhre bis zu  $7^{\text{cm}}$  von der positiven Elektrode, ohne Schichtung hervorzubringen.

Wächst der Druck weiter, so zieht sich das zunächst die Röhre ihrer Weite nach ganz erfüllende Licht gegen den positiven Pol zurück und reicht bei  $4^{\text{mm}}$  Druck nur mehr bis  $2,5^{\text{cm}}$  von der Spitze der positiven Elektrode. Im rotirenden Spiegel erscheint es als gleichmässig beleuchtetes Lichtfeld, dessen untere Grenze verwaschen ist. Der Magnet zieht das Licht weiter herab, und im rotirenden Spiegel sieht man, dass dieses Herabziehen ein allmähliches ist, indem die untere Grenze des Lichtfeldes stark gegen die negative Elektrode geneigt ist, das Licht also am Ende der Entladung viel weiter reicht als im Beginne.

Lässt man bei  $5-7^{\text{mm}}$  Druck beide Ströme durchgehen, so grenzt das positive Büschellicht beider Entladungen gerade aneinander, und jede dieser Lichtmengen erscheint im rotirenden Spiegel als gleichmässig beleuchtetes Lichtfeld, dessen Grenze gegen die negative Elektrode schwach convex ist. Nimmt man den Schliessungsstrom fort, so zieht sich das positive Licht des Oeffnungsstromes etwas zurück, und die Krümmung der untern Grenze wird etwas stärker. Bei diesen Drucken zeigte das positive Licht sehr zart angedeutet die bekannte tellerartige Schichtung, welche indess nur bei directem Betrachten, nicht im rotirenden Spiegel zu erkennen ist.

Bei wachsendem Druck nimmt dann allmählich das positive Licht im rotirenden Spiegel die Fig. 3 Taf. I entsprechende Wolkenform an, jedoch in ganz andern Dimensionen. So geht

bei  $15^{\text{mm}}$ , wenn man den Schliessungsstrom fortnimmt, das positive Licht, welches sich schon etwas um die Axe der Röhre zusammengezogen hat, beim Beginne der Entladung rasch absteigend bis etwa  $4^{\text{cm}}$  von der positiven Elektrode und zieht sich dann bis auf  $2^{\text{cm}}$  von der positiven Elektrode zurück. Nur der Saum des entstehenden Lichtfeldes ist hell wie Fig. 3 Taf. I die von ihm umgrenzte Fläche nur mit schwachem Lichte erfüllt. Bei  $25^{\text{mm}}$  Druck reicht die Wolke bis etwa  $5^{\text{cm}}$  von der positiven Electrode, das positive Licht steigt rasch ab, erhält in der Hälfte der Entladung das Maximum der Entfernung und zieht sich in der zweiten Hälfte fast bis zur positiven Electrode zurück.

In dieser Röhre zeigte auch bei diesen Drucken der Magnet Einfluss auf das positive Büschellicht, indem er dasselbe weiter in die Röhre herabzog und auch die Gestalt der Wolken, wie sie der rotirende Spiegel zeigt, alterirte. Eine besonders prächtige Erscheinung zeigte sich bei dem Drucke von  $25^{\text{mm}}$ . Das positive Licht wurde als ein fast gerader Strahl zwischen die Pole des Magnets gezogen, an das untere Ende setzte sich dann eine gegen den positiven Pol aufsteigende sanft gekrümmte und der negativen Elektrode ihre convexe Seite zukehrende, allmählich breiter werdende Wolke, welche fast genau die Gestalt des Schweifes des grossen Donatischen Kometen aus dem Jahre 1858 zur Zeit seiner schönsten Ausbildung besass. Die Entladung nimmt dann bei weiter steigenden Drucken Formen an, welche den in der Röhre von  $1^{\text{cm}}$  Durchmesser in den entsprechenden Drucken ähnlich sind, und im rotirenden Spiegel erscheinen ähnliche, wenn auch etwas anders geformte Wolken; bei  $30^{\text{mm}}$  Druck zeigen sich 2 Wolken, bei  $45^{\text{mm}}$  treten 3 Wolken, bei  $55^{\text{mm}}$  4, bei  $70^{\text{mm}}$  Druck 5—6 Wolken auf und s. f. Bei  $118^{\text{mm}}$  Druck zeigt die Entladung im Beginne die erste die Elektroden verbindende Partialentladung, bei  $200^{\text{mm}}$  kommt der erste Funke und bei  $300^{\text{mm}}$  Druck ist das positive Büschellicht ganz verschwunden.

Während in der  $2^{\text{cm}}$  weiten Röhre das Auftreten des positiven Lichtes nicht wesentlich von jenem in engern Röhren verschieden ist, zeigt sich dasselbe in einer  $3,5^{\text{cm}}$  weiten und

1<sup>dm</sup> langen Röhre ganz anders; es tritt nämlich in der Röhre überhaupt nur merklich auf, wenn der Druck des Gases ein ziemlich beträchtlicher, nämlich jener geworden ist, bei welchem in den engen Röhren die eigentliche Wolkenbildung beginnt; in geringern Drucken lässt es sich nur mit Hülfe des Magnets erzeugen, und auch da nur, so lange der Druck 1<sup>mm</sup> nicht überschreitet.

Nimmt man die Luft aus der Röhre so weit fort, dass der Druck höchstens 0,25<sup>mm</sup> beträgt, so zeigt sich in der Röhre, wenn man den Oeffnungs- und Schliessungsstrom durchgehen lässt, mit Ausnahme des Lichtfunkens an dem Ende der jedesmal positiven Elektrode nicht die geringste Spur positiven Büschellichtes; beide Elektroden sind von einer wallenden Masse negativen Lichtes umgeben und in der Röhre ist ein ganz schwaches bläuliches Licht. Nimmt man durch eine möglichst kleine Funkenstrecke im Funkenmikrometer den Schliessungsstrom fort, so ist an der positiven Elektrode ein kleines Kügelchen positiven Lichtes vorhanden, welches zuweilen auf- und niedergeht und weiter ist die Elektrode mit positivem Licht bedeckt, ähnlich wie in höhern Drucken die negative Elektrode mit negativem Glimmlicht. Ausserdem geht von der Spitze der positiven Elektrode ein ganz schwaches bläuliches Licht aus, welches conisch sich verbreiternd allmählich die ganze Röhre ausfüllt und sich mit dem die negative Elektrode umgebenden Glimmlichte vermischt.

Mit Hülfe des Magnetes lässt sich indess aus der positiven Elektrode positives geschichtetes Büschellicht hervorzuziehen und zwar im Maximum 4 Schichten, welche bis etwa in die Mitte der Röhre hinabreichen. Hält man den vorher erwähnten, aus 5 Lamellen bestehenden Hufeisenmagnet so, dass die negative Elektrode sich zwischen den Polen befindet, so entwickelt sich eine Schicht unmittelbar unter der positiven Elektrode, hebt man den Magnet, bis die mittlere Lamelle mit der Spitze der negativen Elektrode in gleicher Höhe sich befindet, so wird die erste Schicht herabgezogen und an ihre Stelle tritt allmählich aus der positiven Elektrode hervorgehend eine zweite. Hebt man weiter, so kommt an die



Stelle der zweiten eine dritte, und befinden sich die Magnetpole in der Mitte der Röhre, so sind 4 Schichten entwickelt, die unterste zwischen den Polen des Magnets, die oberste unmittelbar unter der positiven Elektrode. Dass dieses Hervortreten des positiven Büschellichtes einer wirklichen Anziehung des Magnetes zuzuschreiben ist, ergibt sich daraus, dass ein weiteres Heben des Magnetes die Anzahl der Schichten wieder vermindert, zuerst zieht sich die oberste in die Elektrode zurück, dann die folgende u. s. f., so dass, wenn die Magnetpole die positive Elektrode zwischen sich haben, keine Schicht mehr vorhanden ist.

Im rotirenden Spiegel sieht man, dass die Schichten erst rasch herabsteigen, und dann als horizontale Lichtstreifen erscheinen, so dass sie also in der Röhre ihre mittlere Lage nicht merklich ändern. Um diese mittlere Lage vollführen sie aber, besonders bei dem Beginne der Entladung, äusserst lebhaft Schwingungen, denn die Bilder der Schichten im rotirenden Spiegel sind sehr stark gezackt; die Grösse der Zacken nimmt im Verlaufe der Entladung sehr rasch ab.

Das bläuliche Licht, welches ohne Magnet allein die Röhre ausfüllt, wird von dem Magnet gerade so abgelenkt wie das positive Licht. Es ergibt sich daraus, dass es als die schon §. 3 erwähnte, in Fig. 4 Taf. I als fast lichtlose Fortsetzung des positiven Büschellichtes bezeichnete Entladungsart zu betrachten ist, welche in der weitem Röhre allein sichtbar ist. Eine Analyse dieses Lichtes im rotirenden Spiegel war wegen seiner zu geringen Stärke nicht möglich, es unterliegt aber wohl keinem Zweifel, dass es der Ueberrest des stossweise hervortretenden positiven Lichtes ist, welches in den engern Röhren als positives Büschellicht mehr oder weniger weit in die Röhren eindringt.

Lässt man den Druck der Luft in der Röhre wachsen bis auf etwa  $1^{\text{mm}}$  und lässt man Oeffnungs- und Schliessungsstrom zu Stande kommen, so erscheint an der Spitze der jedesmal positiven Elektrode ein ganz schwaches positives Büschellicht, und im rotirenden Spiegel erkennt man, dass auch die positive Elektrode mit solchem Lichte bedeckt ist. Das positive

Licht erscheint im rotirenden Spiegel als eine zarte Wolke mit gegen den negativen Pol convexer Begrenzung. Hält man den Magnet in die Mitte der Röhre, so wird das positive Büschellicht viel heller und sowohl im Oeffnungs- als Schliessungsstrom bis in die Mitte der Röhre gezogen, so dass die letztere jetzt ganz mit positivem Licht gefüllt ist. Das Licht ist jetzt ungeschichtet. Lässt man nur den Oeffnungsstrom zu Stande kommen, so ist nur mehr die Elektrode mit positivem Lichte bedeckt; dieselbe erscheint im rotirenden Spiegel als schwach leuchtendes Lichtfeld, sonst sieht man im rotirenden Spiegel nur das erste Uebersprühen der Elektrizität als schwaches bläuliches Licht, im weitem ist das Gesichtsfeld dunkel. Mit dem Magnet lässt sich positives Büschellicht bis auf etwa  $2^{\text{cm}}$  in die Röhre ziehen. Im rotirenden Spiegel erkennt man, dass diese Ausstrahlung erst einige Zeit nach dem erwähnten ersten Uebersprühen der Elektrizität beginnt, das positive Licht erscheint dann als ziemlich gleichmässig beleuchtetes Lichtfeld.

Bei weiter steigendem Drucke und Durchgang beider Ströme zieht sich dann zunächst das positive Büschellicht wieder ganz in die Elektrode zurück, schon bei  $4^{\text{mm}}$  Druck erscheint die Röhre fast ganz lichtlos und nur beide Elektroden mit negativem Glimmlicht bedeckt, auch der Magnet zieht nur eine schwache Spur des positiven Lichtes hervor. Im rotirenden Spiegel erkennt man, dass die jedesmal positive Elektrode mit sehr schwachem positivem Lichte bedeckt ist. Nimmt man durch Einschalten einer Funkenstrecke den Schliessungsstrom fort, so ist die erste überspringende Entladung als bläuliches, die Röhre erfüllendes Licht sichtbar, ausserdem eine ganz schwache Bedeckung der positiven Elektrode mit röthlichem positiven Licht und die Bedeckung der negativen Electrode mit Glimmlicht. Sonst ist die Röhre ganz dunkel. Auch der Magnet ruft dann kein positives Licht mehr hervor.

Erst wenn der Druck auf etwa  $20^{\text{mm}}$  gestiegen ist, zeigt sich wieder eine schwache Ausstrahlung von positivem Licht, es zeigt sich bei dem Durchgang beider Ströme jede Elektrode mit negativem Glimmlicht bedeckt und vor der Spitze beider eine kleine ellipsoidische Wolke rothen positiven Lichtes.

Dieselbe reicht bis  $1\text{ cm}$  von der Elektrode, zwischen beiden Wolken ist die Röhre fast ganz dunkel. Im rotirenden Spiegel erscheint die Wolke als ein Lichtfeld, welches gegen die negative Elektrode convex begrenzt ist, und deren Grenze bei der Elektrode beginnt und bei ihr endet, das Feld hat also annähernd die Form eines Kreissegments. Die Elektrode selbst ist nicht mehr mit positivem Licht bedeckt.

Lässt man von da ab weiter den Druck allmählich wachsen, so zieht sich zunächst in beiden Strömen die Wolke positiven Lichtes gegen die Elektrode zurück; in dem Momente aber, in welchem der Schliessungsstrom die Röhre nicht mehr zu durchsetzen vermag, in dem an der positiven Elektrode des Schliessungsstromes die positive Wolke an der positiven Elektrode des Oeffnungsstromes das negative Glimmlicht verschwindet, bei einem Drucke von  $50\text{ mm}$  bricht aus der positiven Elektrode des letztern eine fast lichtlose, von einer Wolke positiven Lichtes umgebene Entladung hervor. Der rotirende Spiegel zeigt, dass die Wolke fast momentan bis  $3\text{ cm}$  in die Röhre hinabreicht, dann sich ziemlich rasch wieder zur Electrode zurückzieht und dann nochmals allmählich bis auf nicht ganz  $1\text{ cm}$  herabsteigt. Die untere Grenze sieht aus wie das Spiegelbild eines liegenden S.

Von hier ab entwickelt sich dann bei steigendem Druck das positive Glimmlicht fast ebenso wie in den engeren Röhren, es entwickelt sich zunächst der Cylinder schwachen Lichtes, der von leuchtenden Anschwellungen umgeben ist, welche in dem rotirenden Spiegel die beschriebene und gezeichnete Wolkenform zeigen. Die Zahl der Wolken nimmt mit steigendem Drucke zu, während die Wolken selbst schmaler und kürzer werden. Ist der Druck auf etwa  $120\text{ mm}$  gestiegen, so kommt zu dem positiven Lichte die beide Elektroden leuchtend verbindende Partialentladung und bei  $140\text{ mm}$  beginnt sich der eigentliche Funke auszubilden, der indess nur selten unzertheilt von Elektrode zu Elektrode reicht. Wenn der Druck  $150\text{ mm}$  überschreitet, ist das positive Büschellicht verschwunden, die ganze Entladung besteht aus Funken und leuchtend

die Elektroden verbindenden Partialentladungen, deren man im rotirenden Spiegel eine grosse Zahl erkennt.

Dass sobald das positive Büschellicht in dieser Röhre sich ausbildet, sobald also die Wolken auftreten, die rasche Rotation des Spiegels auch hier die einzelnen Stösse des positiven Lichtes besonders bei dem Beginne jeder Entladung erkennen lässt, bedarf wohl keiner besondern Bemerkung.

### §. 5.

Nach den im letzten Paragraphen dargelegten Beobachtungen wird durch die grössere Weite in cylindrischen Röhren die Bildung des positiven Büschellichtes vermindert, dasselbe tritt um so weniger auf, je weiter die Röhre ist. Den gerade entgegengesetzten Einfluss hat eine Verlängerung der Röhre, in die längeren Röhren dringt das positive Licht viel weiter hinein. Da im übrigen die Erscheinungen des positiven Lichtes in längern Röhren wesentlich dieselben sind wie in den bisher besprochenen, so genügt es kurz anzugeben, wie weit bei den einzelnen Drucken das Licht eindringt, und bei welchen Drucken die im vorigen beschriebenen Erscheinungen auftreten. Es wurden beobachtet die Erscheinungen in Röhren von 2<sup>dm</sup> Länge, in denen die Spitzen der Elektroden 18<sup>cm</sup> von einander entfernt waren, deren Durchmesser 1<sup>cm</sup>, 2<sup>cm</sup>, 4<sup>cm</sup> betrug, und in einer Röhre, deren Länge 75<sup>cm</sup> Abstand der Elektroden 70<sup>cm</sup>, deren Durchmesser 5<sup>cm</sup> betrug.

Bei der 2<sup>dm</sup> langen, 1<sup>cm</sup> weiten Röhre treten, so lange der Druck höchstens 1<sup>mm</sup> beträgt, 18 Schichten auf und die untere Grenze des positiven Lichtes ist, ebenso wie bei der 1<sup>dm</sup> langen Röhre, 3<sup>cm</sup> von der negativen Elektrode entfernt. Die Schichten bieten sowohl bei directem Betrachten, als im rotirenden Spiegel genau dasselbe Bild, wie in der gleich weiten kürzeren Röhre, man hätte einfach in Fig. 1 Taf. I nach unten noch 8 Schichten anzusetzen, um das bei dieser Röhre sich darbietende Bild zu erhalten; auch die Zackungen der Schichten sind dieselben.

Auch hier verschwinden mit steigendem Drucke die Schichten zunächst in der Nähe der positiven Elektrode, dort

einer gleichmässigen Beleuchtung weichend. Bei  $1,5^{\text{mm}}$  Druck sind noch die untern (die negative Elektrode wie immer unten angenommen) 12 Schichten, bei  $2,5^{\text{mm}}$  noch die unterste Schicht zu erkennen, bei  $3,5^{\text{mm}}$  ist die Röhre bis  $2^{\text{cm}}$  von der negativen Elektrode mit gleichmässigem Büschellicht erfüllt. Auch bei weiter zunehmendem Drucke verhält sich das Licht wie in der kürzern Röhre und zwar ist der Abstand seiner untern Grenze von der negativen Elektrode derselbe, wie in der kürzern Röhre. Nur ist bei gleichen Drucken das Licht schon mehr um die Axe der Röhre concentrirt, und deshalb beginnt schon bei geringern Drucken die als Wolkenbildung bezeichnete Erscheinung. Während in der kürzern Röhre bei  $26^{\text{mm}}$  die Erscheinung Fig. 3 Taf. II auftrat, zeigt sie sich hier schon bei  $20^{\text{mm}}$  Druck, bei  $27^{\text{mm}}$  treten schon 4 Wolken auf, wie in der kürzern bei  $40^{\text{mm}}$ , und bei  $40^{\text{mm}}$  Druck zeigt sich die Fig. 6 Taf. II abgebildete Erscheinung, die erste übergeladene Partialentladung, auf welche das positive Licht in Form unregelmässiger Wolken folgt. Die Erscheinungen, welche dann in der kürzern Röhre sich in Drucken zwischen  $75^{\text{mm}}$  und  $150^{\text{mm}}$  entwickeln, treten hier auf, wenn der Druck von  $40^{\text{mm}}$  auf etwa  $80^{\text{mm}}$  steigt. Bei diesem Drucke tritt zu den Partialentladungen der erste Funke, und bei  $140^{\text{mm}}$  Druck hört das positive Licht auf.

Aehnlich wie hier ist das Verhältniss bei  $2^{\text{cm}}$  Weite zwischen der längern und kürzern Röhre. Ist der Druck höchstens  $0,5^{\text{mm}}$ , so reicht das positive Licht bis  $7^{\text{cm}}$  von der negativen Electrode und zerfällt in 7 Schichten, bei  $1^{\text{cm}}$  Druck sind nur mehr die untern 2 Schichten erkennbar, bei  $1,5^{\text{mm}}$  Druck ist jede Schichtung verschwunden, und die untere Grenze des positiven Lichtes ist noch  $6^{\text{cm}}$  von der negativen Elektrode entfernt. Der Abstand der untern Grenze des positiven Lichtes von der negativen Elektrode ist also hier etwas grösser als in der kürzern Röhre. Wie in der kürzern Röhre zieht sich dann auch hier das positive Licht bei wachsendem Drucke zunächst etwas zurück, um dann, wenn die Wolkenbildung beginnt, wieder vorzuschreiten. Die erste Wolke bildet sich bei einem Drucke von  $8^{\text{mm}}$ , während sie in der kürzern bei  $15^{\text{mm}}$  Druck auftrat;

dieselbe schreitet bis zu einer Entfernung von  $10^{\text{cm}}$  von der positiven Elektrode in der Röhre vor, in der kürzern nur bis  $4^{\text{cm}}$ . Es wiederholen sich dann in der langen Röhre nur bei kleinern Drucken alle Erscheinungen wie in der kürzern Röhre, die Zahl der Wolken wächst und schon bei einem Drucke von  $85^{\text{mm}}$  tritt zu dem positiven Lichte die erste die beiden Elektroden verbindende Partialentladung; bei  $110^{\text{mm}}$  bildet sich zuerst der eigentliche Funke aus und bei  $145^{\text{mm}}$  Druck ist das positive Licht verschwunden, die ganze Entladung besteht aus Funken und Partialentladungen, welche leuchtend die Spitzen der Elektroden verbinden.

Bei der Röhre von  $4^{\text{cm}}$  Durchmesser bewirkt die Verlängerung der Röhre auf  $2^{\text{dm}}$  gegenüber der fast so weiten,  $1^{\text{dm}}$  langen Röhre kaum eine Vermehrung des positiven Lichtes, nur bei ganz minimalem Drucke zeigt sich an der Spitze der positiven Elektrode eine schmale Schicht. Lässt man den Druck wachsen, so lässt sich selbst bei den Drucken, bei welchen in der kürzern Röhre deutliche Wolken des positiven Lichtes vorhanden waren, kaum solches erkennen, zum Theil wohl deshalb, weil bei diesen Drucken der die Entladung bildende Lichtcylinder in der Röhre hin und her sich bewegt. Die Entladung steht erst ruhiger, wenn bei einem Drucke von  $45^{\text{mm}}$  die Partialentladung auftritt, welche die Spitzen der Elektroden leuchtend verbindet; dann erkennt man auch im rotirenden Spiegel eine Menge schmaler Wolken positiven Lichtes. Dieselben bleiben neben Partialentladungen und Funken, von etwa  $120^{\text{mm}}$  an, sichtbar, bis der Druck auf  $140^{\text{mm}}$  gestiegen ist.

Die Verlängerung der Röhre auf  $75^{\text{cm}}$  bewirkt aber selbst bei dem noch etwas grössern Durchmesser von  $5^{\text{cm}}$  eine prächtige Entwicklung positiven Lichtes. Bei ganz minimalem, nicht mehr messbarem Drucke ist die Röhre  $55^{\text{cm}}$  weit mit positivem Lichte erfüllt, welches in 18 Schichten zerfällt. Die Schichten sehen aus wie eine Reihe von Sphäroiden, welche in der Richtung der Verbindungslinie von Elektrode zu Elektrode abgeplattet sind, und welche auf dem Aequator die grösste Helligkeit besitzen. Der Abstand der hellsten Stellen

der Schichten beträgt  $3^{\text{cm}}$ . Im rotirenden Spiegel erscheinen die Schichten als Lichtstreifen, welche erst rasch gegen den positiven Pol aufsteigen, dann wieder fast eben so rasch absteigen, und schliesslich ungefähr die Form der Schichten in den engeren Röhren haben; die von der positiven Elektrode entfernteren Schichten besitzen die beim Beginne der Entladung rasch auf- und dann absteigende Bewegung in geringerem Maasse. Die Lichtstreifen im rotirenden Spiegel zeigen besonders bei dem Beginne der Entladung sehr grosse Zacken, ein Beweis, dass die Helligkeitsmaxima in grossen Amplituden um eine Mittellage hin- und herschwingen. Diese letztere lebhaft bewegte Bewegung der Helligkeitsmaxima bewirkt auch die scheinbare Gestalt der Schichten als abgeplatteter Sphäroide. Ausser diesen Schichten zeigt die positive Electrode zwei kugelförmige Anhäufungen positiven Lichtes.

Bei Zutretenlassen von Luft füllt sich die Röhre, noch ehe der Druck messbar ist, mit positivem Lichte bis zu einem Abstände von  $12^{\text{cm}}$  von der negativen Elektrode: das Licht zeigt im ersten Momente an seinem untern Ende eine Menge feiner, lebhaft bewegter Schichten, nachdem indess einige wenige Entladungen durch die Röhre hindurch gegangen sind, entwickeln sich an diesem untern Ende zwei Schichten der eben beschriebenen Form.

Nachdem der Druck des Gases bis auf  $1^{\text{mm}}$  gestiegen ist, ist die Röhre bis zu  $2^{\text{cm}}$  von der negativen Electrode, also auf eine Länge von  $68^{\text{cm}}$  mit schön rothem positivem Licht gefüllt, welches fast auf seine ganze Länge, am deutlichsten aber auf der dem negativen Pole nähern Hälfte die bekannte in Geissler'schen Röhren grosser Länge in der Regel auftretende Schichtung zeigt. Die Schichten sind tellerförmig und haben eine sehr lebhaft bewegte Bewegung. Im rotirenden Spiegel erkennt man, dass die Schichten nur im Beginne der Entladung scharf getrennt sind, später sind sie verwaschen. Die Schichten haben einen Abstand von etwa  $2^{\text{mm}}$ , sie entstehen in grösserer Entfernung von der positiven Elektrode und steigen dann um etwa 10 Schichtabstände, also um etwa  $2^{\text{cm}}$  ziemlich rasch gegen die positive Elektrode auf und werden

dann verwaschen, so dass in der letzten Hälfte der Entladung nur mehr ein verwaschenes Lichtfeld erscheint. Das ganze Bild sieht etwa aus, wie die breite Seite eines Federbartes, in welcher nahe dem Stamme und parallel den Fasern des Bartes aequidistante Streifen ausgeschnitten sind.

Bei sehr rascher Rotation des Spiegels erkennt man auch hier das stossweise Hervortreten des positiven Lichtes, der erste Strahl des Lichtes ist ungeschichtet, im zweiten sind die sich als Schichten entwickelnden Maxima und Minima der Helligkeit schon sichtbar, und mit dem dritten Stosse beginnen die Schichten, in denen keine einzelnen Stösse mehr zu erkennen sind.

Bis zu einem Drucke von  $4^{\text{mm}}$  sind die Schichten in ganz derselben Form in dem positiven die Röhre ziemlich bis auf eine Länge von etwa  $60^{\text{cm}}$  ausfüllenden Lichte mehr oder weniger deutlich zu erkennen. Steigt der Druck etwas weiter, so füllt das Licht die Röhre nicht mehr aus und geht bald als ein unruhig sich hin und her bewogender Lichteylinder durch die Röhre, der sich im rotirenden Spiegel nicht mehr sicher beobachten lässt. Dann erscheint aber an der positiven Elektrode eine etwa  $2^{\text{cm}}$  weit in die Röhre eindringende Wolke positiven Lichtes, welche länger dauert, als die hin und her flackernde Entladung, und welche also ganz den Wolken in den kürzern Röhren entspricht. Wenn der Druck auf  $20^{\text{mm}}$  gestiegen, geht die Entladung fast nur mehr über die Wand der Röhre, so dass eine Beobachtung nicht mehr möglich ist.

Schliesslich sei erwähnt, dass in den längeren Röhren der Einfluss des Magnets auf das positive Licht ganz derselbe ist wie in den kürzeren, und dass sich dieser Einfluss eben wegen des grösseren Raumes, in dem das Licht sich ausbreiten kann zum Theil noch stärker bemerkbar macht.

Aachen, Juli 1873.



**VI. F. E. Neumann's Methode zur Vermeidung  
des von Biegungen herrührenden Fehlers bei auf  
der Stab-Oberfläche getheilten Strichmaassen.  
Mitgetheilt von H. Wild.**

(Aus dem Bullet. der Petersb. Akad. Bd. 8.)

**K**ater<sup>1)</sup> hat zuerst auf den nicht unerheblichen Fehler aufmerksam gemacht, welcher bei Strichmaassvergleichen aus der Veränderung des Abstandes zweier Striche auf der Oberfläche eines nicht sehr dünnen Stabes durch kleine Biegungen desselben entstehen kann. Dass bei Endmaassen, wo die festzusetzende Länge unmittelbar durch die Länge der Mittellinie des Stabes gegeben ist, dieser Fehler wegfällt, weil die Mittelfläche des Stabes im Gegensatze zu den Oberflächen bei Krümmungen desselben weder dilatirt noch comprimirt wird, hat wesentlich dazu beigetragen, dass Bessel<sup>2)</sup> und Andere den Endmaassen vor den Strichmaassen den Vorzug gaben.

In England, wo man aus guten Gründen an der Strichmaassform für die Prototype festhielt, hat man sich seit Kater bemüht, diesen Fehler derselben zu eliminiren, allein weder der Vorschlag des letzteren<sup>3)</sup>, an den Enden des Stabes das Metall zur Hälfte der Dicke wegzuarbeiten und auf den so gewonnenen Stücken der Mittelfläche desselben die Striche zu

1) Captain H. Kater, Account of the construction and adjustment of the new standards of weights and measures of the United Kingdom of Great Britain and Ireland. Philos. Transactions for 1826. Part II, p. 44—46 —, On the Error in Standards of Linear Measure, arising from the thickness of the bar on which they are traced. Philos. Transact. for 1830, p. 359—381.

2) F. W. Bessel, Darstellung der Untersuchungen und Maassregeln, welche durch die Einheit des preussischen Längenmaasses veranlasst worden sind. Berlin 1839, S. 9.

3) l. c.

ziehen, noch die später von Sheepshanks<sup>1)</sup> bei den neuen englischen Urmaassen befolgte Methode, die Striche auf dem Grunde von Löchern zu ziehen, welche an den betreffenden Stellen des Stabes bis zu seiner Mitte herunter gebohrt sind, konnte allgemein befriedigen. Es entstand nicht bloß das Bedenken, dass die Lage der neutralen Mittelfläche eines Stabes durch diese Störungen des gleichförmigen Querschnittes desselben an einzelnen Stellen seiner Länge verändert werde, sondern es war auch von vorne herein klar, dass dieses Auskunftsmittel bei der ganzen Länge nach zu theilenden Stäben nicht anwendbar sei. Auch die von Bessel<sup>2)</sup> angegebene Methode zu Beseitigung dieser Fehlerquelle, die nämlich, den Stab an zwei solchen, theoretisch zu bestimmenden Punkten, zu unterstützen, dass das auf seiner Oberfläche verzeichnete Maass dieselbe Länge habe, wie wenn der Stab auf allen Punkten auf einer Ebene aufruhte, konnte, da für jene Berechnung meistens sichere Daten fehlen, nicht genügen.

Diese Frage trat aufs Neue in den Vordergrund, als es sich bei den Versammlungen der internationalen Meter-Commission zu Paris in den Jahren 1870 und 1872 darum handelte, an die Stelle des bisherigen Platina-Meters der Archive, das ein Endmaass repräsentirt, zeitgemässere metrische Längenprototype und vor Allem auch ein *Strichmaass-Meter* zu setzen. In Anbetracht der erörterten Schwierigkeiten wurde es daher lebhaft begrüsst, als Tresca während der Sitzung der Commission im Herbst 1872 vorschlug, dem Stabe einen solchen durch die Rechnung zu bestimmenden Querschnitt zu geben, dass ein Theil seiner freien Oberfläche unmittelbar mit der neutralen Fläche desselben zusammenfalle, und auf dieser Fläche dann die Fläche anzubringen<sup>3)</sup>. Die von Herrn Tresca

- 1) Airy, Account of the Construction of the New National Standard of Length. Philos. Transactions for 1857, Part III, p. 690.
- 2) l. c. S. 7.
- 3) Procès-Verbaux des réunions générales de la commission internationale du mètre 1872, 7<sup>e</sup> Annexe. Note sur la forme qu'il convient de donner aux mètres que la commission internationale doit construire par M. Tresca.

selbst unter mehreren möglichen Querschnittsformen als vortheilhafteste ausgewählt und von der Commission für die auszuführenden neuen Strichmeter adoptirte ist in Fig. 2 auf Taf. II in natürlicher Grösse dargestellt.  $\alpha\beta$  ist die neutrale Mittelfläche, auf welcher die Theilung angebracht werden soll. Diese Querschnittsform vereinigt mit dem vorstehenden Hauptzweck bei kleiner Masse eine grosse allseitige Rigidität und Leichtigkeit der Mittheilung der Temperatur der Umgebung: sie weicht aber anderseits von der bisher üblichen Form der Maassstäbe gar sehr ab und bietet wegen ihrer Complicirtheit für die genaue Herstellung mit genügender Homogenität der Masse jedenfalls grosse Schwierigkeiten dar. Trotz jener Vortheile hat daher diese Form mannigfach Anstoss erregt und ist jedenfalls von Vielen nur wegen Mangels einer besseren angenommen worden. Die Theilung auf der neutralen Fläche des Stabes anbringen zu können, erscheint auch mir von solcher Bedeutung, dass ich deshalb allein die weitere Vertheidigung meines Vorschlages <sup>1)</sup>, die neuen metrischen Urmaasse aus Bergkrystall anzufertigen, aufgab. Ich sah nämlich damals noch keine Möglichkeit, bei Quarzstäben in praktisch ausführbarer Weise die Theilstriche auf der neutralen oder Mittelfläche zu ziehen.

Alle diese Schwierigkeiten, an denen man seit nahe 50 Jahren laborirt hat, werden nun mit einem Schlage und in einer Weise, die ich nur mit der Erzählung vom Ei des Columbus vergleichen kann, durch eine Idee beseitigt, welche mir Herr Professor F. E. Neumann in Königsberg auf meiner Rückreise von Paris mittheilte. Ich halte diese Idee für die Ausführung genauer Längenmessungen überhaupt wie speciell für ihre Verwendung bei den neu zu begründenden internationalen metrischen Urmaassen für so wichtig, dass ich Herrn Professor Neumann um die Erlaubniss gebeten habe, dieselbe durch eine Mittheilung an unsere Akademie wenigstens vorläufig zur Oeffentlichkeit zu bringen. Dieser Tage habe ich die Nachricht erhalten, dass Herr Professor Neumann

1) H. Wild, *Études météorologiques*, S. 1. *Mémoires de l'Académie*, T. XVIII, No. 3.

damit vollkommen einverstanden ist und beeile mich nun, der Classe die bezügliche Mittheilung zu machen.

Die bisher ziemlich allgemein übliche Querschnittsform der Maassstäbe, insbesondere auch der Strichmaasse, ist in Fig. 3 Taf. II dargestellt, wo  $\alpha\beta$  wieder die Fläche repräsentirt, in deren Mitte  $\gamma$  die Theilung angebracht ist. Wenn ein solcher Stab, wie dies bisher immer bei Längenvergleichen geschah, mit der Theilungsfläche  $\alpha\beta$  nach oben auf Unterlagen gelegt wird, so befindet er sich offenbar in der ungünstigsten Lage, um Biegungen durch seine eigene Schwere zu widerstehen. Macht man aber den Stab dicker und weniger breit, so kann zwar die Festigkeit gegen Biegungen vergrössert werden, allein in eben dem Maasse wird auch durch Entfernung der getheilten Oberfläche von der neutralen Fläche  $nn$  des Stabes der durch Krümmungen bedingte Fehler vergrössert, und ausserdem wird die Mittheilung der Temperatur der Umgebung an den Stab erschwert. Herrn Professor Neumann's Vorschlag zur Beseitigung dieser Uebelstände geht nun einfach dahin, den Stab ohne Aenderung seiner üblichen Form bei den Vergleichen gewissermaassen auf die hohe Kante zu stellen, d. h. seine getheilte Fläche  $\alpha\beta$  (Fig. 4 Taf. II) dabei zur Seitenfläche zu machen und also auch von der Seite abzulesen. Bei dieser Stellung des Stabes liegt dann von selbst die in der Mitte der Fläche  $\alpha\beta$  angebrachte Theilung in der neutralen Fläche  $\gamma n$  in Bezug auf die unvermeidlichen Biegungen durch die eigene Schwere des Stabes, und überdies befindet sich auch der Stab in der günstigsten Stellung, um überhaupt diese Biegung auf das geringste Maass zu beschränken. Wenn der Stab, wie allgemein üblich ist, bei den Vergleichen auf zwei Rollen gelegt wird, so sind seitliche Biegungen desselben nicht zu befürchten.

Durch diese einfache Stellungsänderung bei den Vergleichen können also alle bisherigen auf der Oberfläche getheilten Strichmaasse, sei es nun, dass sie blos Striche in der Nähe ihrer Enden besitzen, oder der ganzen Länge nach getheilt sind, ebenso gut wie Endmaasse gebraucht werden.

Dass man auf dieses einfache Verfahren bei der Benutzung der Strichmaasse nicht verfiel, ist wohl hauptsächlich der üblichen Methode der Vergleichung derselben, wobei man mit verticalen Microscopen die Striche von oben betrachtet, zuzuschreiben. Zur Ausführung des Vorschlages von Herrn Professor Neumann ist es nämlich allerdings nothwendig, diese übliche Methode der Strichmaassvergleichen, resp. die übliche Form der betreffenden Comparatoren etwas zu verändern.

Die allgemein adoptirte und practisch bewährte Methode der Vergleichung von Strichmaassen besteht bekanntlich darin, dass man dieselben neben einander in gleicher Höhe auf einen Wagen legt und durch transversale Verschiebung des letztern bald den einen, bald den andern Maassstab unter zwei verticale Micrometer-Microscope bringt, welche in der Entfernung der zu vergleichenden Theilstriche fest aufgestellt sind. Um bei der neuen Stellung der Strichmaasse ihrer Vergleichung dieselben practischen Vortheile wie bei der früheren zu wahren, muss beim Comparator erstlich der Wagen in verticalem Sinne verschiebbar sein, ferner auf demselben die beiden Strichmaasse über einander statt neben einander so aufgelegt werden, dass ihre vorderen getheilten Flächen in dieselbe Verticalebene fallen und endlich die beiden Microscope horizontal gestellt werden oder dann, wenn ihre verticale Lage beibehalten werden soll vor ihren Objecten rechtwinklichte Glasprismen angebracht werden, welche den Theilstrichen horizontal gegenüberstehen. Die letztere Methode bietet für den Fall, wo die Stäbe in einem Kasten mit Flüssigkeit sich befinden, einige Vortheile dar; doch erscheint es auch bei horizontaler Stellung der Microscope möglich, durch Einsetzung planparalleler Glasplatten in die vordere Wand des Kastens und Vertauschung der beiden Stäbe in ihrer Stellung eine gleich sichere Vergleichung zu erzielen. Die Bestimmung der Temperatur und die Beleuchtung der Theilungen auf den Stäben bietet bei der neuen Form des Comparators offenbar keine grösseren Schwierigkeiten dar als bei der früheren, für durchsichtige Maassstäbe dürfte im Gegentheil die Beleuchtung bei der

neuen Form besser werden, da sie leicht von hinten gesehen kann.

Meinen Erfahrungen auf diesem Gebiete zufolge kann ich keinerlei Schwierigkeiten für die practische Ausführung eines solchen Comparators sehen; überdies habe ich durch einige bezügliche Vorversuche mich von der Möglichkeit der Vergleichung von Strichmaassen auf diesem Wege überzeugt, so dass also von dieser Seite her der Anwendung der Idee des Herrn Professor Neumann und dem dadurch bedingten Fortschritt in der Metrologie keine Hindernisse im Wege stehen.

Da das Normalmeter des physikalischen Central-Observatoriums ein auf der Oberfläche getheilter Stab der üblichen Form ist, so werde ich unseren Längencomparator in dem angedeuteten Sinne abändern lassen und über den Erfolg seiner Zeit Näheres berichten.

---

**VII. Ueber die Bestimmung des wahrscheinlichen Fehlers eines Beobachtungsmittels durch die Summe der einfachen Abweichungen; von G. Th. Fechner.<sup>1)</sup>**

---

Der wahrscheinliche Fehler  $w$  des Mittels aus einer endlichen Zahl  $m$  von Beobachtungswerthen einer bestimmten Grösse wird bekanntlich in der Regel aus der Summe der Quadrate der  $m$  Abweichungen  $\triangle$  der einzelnen Werthe vom Mittel, kurz aus der Summe der Fehlerquadrate  $\Sigma \triangle^2$ , nach folgender von Gauss aufgestellten Formel berechnet:

$$w = 0,67449 \dots \sqrt{\frac{\Sigma \triangle^2}{(m-1)m}}. \quad (1)$$

- 1) Dieser Aufsatz ist ein vorläufiger Auszug aus einer für die Schriften der k. sächs. Societät d. Wissensch. bestimmten Abhandlung, in welcher ausser der Ableitung des wahrsch. F. aus der einfachen Fehlersumme und im Zusammenhang damit die Verhältnisse verschiedener Fehlerfunctionen unter Voraussetzung einer endlichen Fehlerzahl allgemeiner untersucht sind.

So lange nun die Zahl  $m$  der Werthe, aus denen das Mittel gezogen ist, nicht sehr gross ist, wird man keinen Grund haben, von dieser sichersten Formel abzuweichen; weshalb sich Astronomen und Physiker bei nicht zu grossem  $m$  ausschliesslich derselben bedienen. Aber es gibt auch Fälle mit grossem  $m$ , und mir selbst sind bei einer allgemeinen Untersuchung über die quantitative Bestimmung von Collectivgegenständen, wovon die vorliegende Untersuchung den Ausgang genommen, mehrfach Fälle vorgekommen, wo das Mittel aus Tausenden von Exemplaren eines Collectivgegenstandes zu ziehen und die Unsicherheit desselben zu bestimmen war. Die Quadrirung einer so grossen Zahl von Abweichungen aber kann sehr lästig werden; und selbst Astronomen und Physikern können mitunter Fälle begegnen, wo das  $m$  zu gross wird, um nicht eine mühelosere Ableitung des wahrscheinlichen Fehlers als aus den Quadraten der Fehler erwünscht erscheinen zu lassen. Hiezu bietet sich nun der Weg dar, statt der Summe der Fehlerquadrate die Summe der unquadrirten Fehler, kurz die einfache Fehlersumme  $\Sigma \Delta$ , anzuwenden, wobei negative Fehler nach ihrem absoluten Werthe als positive mit zählen. Zwar reicht erwiesenermaassen die Sicherheit der Bestimmung des wahrscheinlichen Fehlers auf diesem Wege nicht so weit als nach Ableitung aus der Summe der Fehlerquadrate; aber abgesehen, dass der Unterschied in dieser Beziehung an sich nicht sehr gross ist, verliert er auch um so mehr an Bedeutung, als die Grösse des  $m$  diese Sicherheit aus anderem Gesichtspunkte steigert. Auch hat schon Encke in seiner Abh. über die Methode der kl. Quadr. im astronom. Jahrb. f. 1834, S. 293 aus vorigen Gründen die einfache Fehlersumme zur Ableitung des wahrscheinlichen Fehlers empfohlen, ohne jedoch näher auf dieselbe einzugehen. Nun scheint es sehr einfach, mittelst der aus der allgemeinen Theorie der zufälligen Abweichungen fliessenden bekannten Beziehung zwischen der Summe der Fehlerquadrate  $\Sigma \Delta^2$  und dem Quadrat der Fehlersumme  $(\Sigma \Delta)^2$ , d. i.  $\Sigma \Delta^2 = \frac{\pi (\Sigma \Delta)^2}{2m}$ , worin  $\pi$  die Ludolf'sche Zahl, die Gauss'sche Formel be-

zöglich  $\Sigma \Delta^2$  zunächst in eine solche bezüglich  $(\Sigma \Delta)^2$  zu übersetzen; woraus durch die angezeigte Wurzelausziehung die verlangte Formel bezüglich  $\Sigma \Delta$  in folgender Form erhalten wird:

$$w = 0,845347 \dots \frac{\Sigma \Delta}{m \sqrt{m-1}}. \quad (2)$$

Nur muss dabei die erst zu prüfende Voraussetzung gemacht werden, dass jene aus der allgemeinen Fehlertheorie unmittelbar nur für unendliches  $m$  fließende Beziehung auch auf endliches  $m$ , wofür die Formel gesucht wird, übertragbar sei.

Jedenfalls habe ich durch Professor Bruhns erfahren, dass die Astronomen wirklich schon vielfach die Formel (2) anwenden, und finde ich in einer mir von demselben gefälligst mitgetheilten Abhandlung von Andree in den *Astronom. Nachr.*, Band 79, No. 1889, S. 265 <sup>1)</sup> auf dieselbe mit der Bemerkung Bezug genommen, dass Peters einen Beweis dafür geliefert habe. Sie kann also als acceptirt gelten. Endlich war ich selbst auf Formel (2), unabhängig von ihrer Aufstellung durch Andere, mittelst jener Beziehung zwischen  $\Sigma \Delta^2$  und  $(\Sigma \Delta)^2$  gekommen und machte unbedenklich von derselben privaten Gebrauch, nachdem ich durch ein ~~er~~ früher in den Berichten der k. sächs. Soc. d. Wiss. (1861, S. 59) mitgetheilte, theoretisch und empirisch geführte Untersuchung jene Voraussetzung, von welcher die Gültigkeit der obigen Beziehung für endliches  $m$  abhängt, in scheinbar bindender Weise bestätigt gefunden hatte, sofern sich danach die sog. Correction wegen endlichen  $m$ 's für  $\Sigma \Delta$  unzweifelhaft gleich  $\sqrt{\frac{m}{m-1}}$  fand, was für  $(\Sigma \Delta)^2$  giebt  $\frac{m}{m-1}$ , eine Correction, die mit der Gauss'schen für  $\Sigma \Delta^2$  übereinstimmt und wonach sich  $(\Sigma \Delta)^2$  und  $\Sigma \Delta^2$  beim Uebergang von unendlichem zu endlichem  $m$  in gleichem Verhältniss ändern.

Hienach aber befremdete es mich nicht wenig, gelegentlich zu bemerken, dass diese Formel (2) trotz ihrer Stützung auf

- 1) Hier bezüglich des wahrsch. F. der Einzelbeobachtung, woraus sich aber der hier in Betracht gezogene des Mittels durch Division mit  $\sqrt{m}$  ergibt.



astronomische Autoritäten, trotz ihrer scheinbar gesicherten Ableitung aus der Gauss'schen (1), doch bei dem untern Gränzwert von  $m=2$  evident mit derselben nicht stimmt, vielmehr einen, ungefähr im Verhältniss von 5:4 (genau  $\sqrt{\frac{\pi}{2}}:1$ ) grösseren Werth für  $w$  finden lässt, was sich unmittelbar so ergibt.

Der Fall von  $m=2$  ist der, wo man ein Mittel aus bloss zwei Beobachtungswertchen zieht, deren Abweichungen vom Mittel die  $\Delta$ 's bilden. Diese sind nothwendig einander gleich; man hat also  $\Sigma \Delta^2 = 2 \Delta^2$  und  $\Sigma \Delta = 2 \Delta$ ; hiemit

$$w = 0,674489 \Delta \quad \text{nach (1)}$$

$$w = 0,845347 \Delta = 0,674489 \sqrt{\frac{\pi}{2}} \Delta \quad \text{nach (2)}$$

Stimmt nun die Formel (2) mit (1) nicht bei  $m=2$ , so kann sie nach mathematischem Zusammenhange auch bei grösserem  $m$ , wofür sie dienen soll, nicht stimmen, wenn schon sich dies nicht so einfach und unmittelbar darthun lässt, als für  $m=2$ . Daraus aber folgt sofort einleuchtend Zweierlei: 1) dass bei Ableitung der Formel (2) aus (1) mittelst der angegebenen Beziehung zwischen  $\Sigma \Delta^2$  und  $(\Sigma \Delta)^2$  ein versteckter Irrthum obwalten müsse; 2) dass, auf welchem Wege auch die Formel (2) gefunden sein möge — denn ich kann nicht versichern, dass sie überall durch Ableitung aus der Gauss'schen gefunden worden ist —, sie nicht als richtig gelten kann, so lange man die Richtigkeit der Gauss'schen Formel nicht anfiht. Es handelte sich also zuvörderst, den Irrthum aufzuklären, zweitens in Aufstellung einer neuen Formel an der Stelle von (2) zu vermeiden.

Was nun das Erste anlangt, so hat sich bei näherer Ueberlegung der Grund des Irrthums darin finden lassen, dass bei Uebersetzung der Gauss'schen Formel (1) in (2) durch die angegebene Beziehung der Summe der Fehlerquadrate zum Quadrate der Fehlersumme zwei Functionen — heissen sie kurz  $A$  und  $B$  — verwechselt worden sind, die man ohne nähere Unterscheidung *beide* als Quadrat der Fehlersumme nehmen kann, und die zwar bei unendlichem  $m$  im Werthe

und in der angegebenen Beziehung zur Summe der Fehlerquadrate übereinstimmen, nicht so aber bei endlichem  $m$ , wofür die Formel doch dienen soll. Vollzieht man nun die Uebersetzung der Gauss'schen Formel in die verlangte Formel mittelst der Beziehung von  $\Sigma \Delta^2$  zur Function  $A$ , wie seit her geschehen ist, so kommt man eben damit auf Formel (2), welche bei endlichem  $m$  nicht mit der Gauss'schen stimmt; vollzieht man sie mittelst der Beziehung zur Function  $B$ , welche erst zu entwickeln war, so erhält man eine bis zu  $m = 2$  herab mit der Gauss'schen Formel stimmende Formel für  $w$ , welche unten unter (4) angegeben werden wird.

Nun kann von vorn herein auffällig erscheinen, wie sich überhaupt von einer doppelten Bedeutung des Quadrates einer Fehlersumme sprechen und hienach eine Unterscheidung zwischen einem  $A$  und  $B$  machen lässt. Liegt eine Fehler-summe  $\Sigma \Delta$  gegeben vor, so kann sie doch nur in *einer* Weise quadriert werden und das Quadrat davon nur *einen* identischen Werth erhalten.

In der That ist es so, wenn man mit einer einzelnen Summe zu thun hat; aber jede einzelne Fehlersumme von gegebenem endlichem  $m$  hat ihre Unsicherheit und variirt vermöge derselben, wenn sie wiederholt aus immer neuen  $\Delta$  in Bezug zu Mitteln aus immer neuen Beobachtungswerthen derselben wirklichen Grösse bestimmt wird, was sich auf das Quadrat der Fehlersumme sowie die Summe der Fehlerquadrate überträgt; nicht minder variirt das Verhältniss dieser beiden Functionen, bei Forterhaltung desselben  $m$ , von einem einzelnen Bestimmungsfalle zum andern. Bei Uebersetzung der Gauss'schen Formel in die verlangte Formel aber kann es sich nicht um ein im einzelnen Falle gültiges, an sich ganz unbestimmbares, weil unbestimmt variables Verhältniss beider Functionen, sondern nur um ein im Durchschnitt oder zwischen Durchschnittswerthen als den wahrscheinlichsten Werthen gültiges Verhältniss handeln, was allerdings einer mathematischen Bestimmbarkeit unterliegt. Unter Durchschnittswerth wird dabei ein arithmetischer Mittelwerth aus unendlich vielen Bestimmungen einer gegebenen Grösse oder Function verstanden,

oder mathematisch gleichgeltend damit der Werth, den man erhält, wenn man jeden möglichen Werth der Grösse oder Function mit seiner (durch einen ächten Bruch ausgedrückten) Wahrscheinlichkeit multiplicirt und die Summe dieser Producte nimmt.

Sofern es sich nun bei jener Uebersetzung um ein Verhältniss der durchschnittlichen Summe der Fehlerquadrate zum *durchschnittlichen Quadrat der Fehlersumme* handelt, hat man letzteres nicht, wie bei der falschen Uebersetzung geschehen, mit dem *Quadrat der durchschnittlichen Fehlersumme* zu verwechseln und dieses nicht dafür einzusetzen, denn beide sind wohl zu unterscheiden. Das *Quadrat der durchschnittlichen Fehlersumme*, von uns als  $A$  bezeichnet, wird erhalten, wenn man aus den Fehlersummen von gegebenem  $m$ , welche zur Durchschnittsfunction beizutragen haben, *erst* das Mittel zieht und dieses *dann* quadriert, das *durchschnittliche Quadrat einer Fehlersumme*, unser  $B$ , aber, wenn man jede der Fehlersummen, welche zur Durchschnittsfunction beizutragen haben, *erst* quadriert und aus der Summe dieser Quadrate *dann* das Mittel zieht. Kurz, der Unterschied beider Functionen liegt darin, dass man die Operationen des Quadrirens und Mittelziehens in umgekehrter Folge auf die einzelnen Fehlersummen, welche zu diesen Functionen beizutragen haben, anwendet. Natürlich ist dieser Unterschied bei dem Quadrat einer einzelnen Fehlersumme gar nicht zu machen und verschwindet nach meiner Untersuchung, (wonach allgemein

$$A = \frac{2(m-1)}{2m+n-4} \cdot B$$

bei unendlichem  $m$ ; daher eben die leichte Verwechslung oder Nichtunterscheidung von  $A$  und  $B$ .

Bezeichnen wir nun Kürze halber den Durchschnittswerth einer Grösse durch Einschluss derselben in Winkelklammern, so dass  $A = \langle \Sigma \Delta \rangle^2$ ,  $B = \langle (\Sigma \Delta)^2 \rangle$  und setzen kurz  $C$  für  $\langle \Sigma \Delta^2 \rangle$ , so werden wir also, zur Ableitung der verlangten Formel für  $w$  aus der Gauss'schen, statt des Ver-

hältnisses zwischen  $C$  und  $A$ , welches angegebenermaassen  $\frac{\pi}{2m}$  ist, das erst zu findende zwischen  $C$  und  $B$  anzuwenden haben. Dieses aber findet sich nach unten folgender Herleitung:

$$C = \frac{\pi(m-1)}{m(2m+\pi-4)} \cdot B, \text{ kurz: } C = \nu B \quad (3)$$

und mittelst Substitution dieses Werthes von  $\langle \Sigma \Delta^2 \rangle$  oder  $C$  für  $\Sigma \Delta^2$  in (1), unter Weglassung der Winkelklammern (sofern in der Anwendung von  $w$  ein einzelnes  $\Sigma \Delta^2$  und einzelnes  $(\Sigma \Delta)^2$  die Durchschnittswerthe zu vertreten hat) erhält man als richtige Formel:

$$w = 0,674489 \dots \sqrt{\frac{\pi}{2m+\pi-4}} \cdot \frac{\Sigma \Delta}{m} \quad (4)$$

$$= \frac{1,195502}{\sqrt{2m-0,8584}} \cdot \frac{\Sigma \Delta}{m} \quad (5)$$

Von der Uebereinstimmung dieser Formel mit der Gauss'schen Formel (1) kann man sich für die Grenzwerte  $m=2$  und  $m=\infty$  unmittelbar überzeugen, indem nach (4) wie nach (1) der Werth von  $w$  für  $m=2$  den Werth  $0,67 \dots \Delta$ , für  $m=\infty$  den Werth 0 erhält. Für endliche Werthe von  $m$  über 2 hat die unten folgende theoretische Herleitung des unter (3) dargestellten Verhältnisses  $\nu$  zwischen  $C$  und  $B$ , was der Uebersetzung von (1) in (4) unterliegt, und die hinzugefügte empirische Bewährung dieses Verhältnisses die directe Bewährung zu vertreten, wonach ich die betreffende Formel (4) für  $w$  als zuverlässig glaube darbieten zu können.

Man macht vielleicht die Bemerkung, dass die Substitution der Formel (4) oder damit gleich geltenden (5) für die früher aufgestellte (2) ohne erheblichen practischen Vortheil sei, da man bei kleinem  $m$  sich weder der einen noch andern bedienen, sondern lieber an die Gauss'sche Formel (1) halten wird, indess bei grossen  $m$ , wo sich das Bedürfniss einer auf die einfache Fehlersumme bezüglichen Formel für  $w$  erst geltend macht, die Formel (2) mit (4) und (1) im Resultate merklich übereinstimmt und dabei den Vortheil grösserer Einfachheit vor unserer Formel vorausbehält. Indessen wird man auch

ohne erheblichen practischen Vorthail sich doch lieber einer prinzipiell richtigen als einer unrichtigen Formel bedienen, und sollte das Motiv der grösseren Einfachheit gelten, so hätte man der Formel (2), in welche, wie in (1) eine Correction wegen endlichen  $m$ 's eingeht, die in dieser Hinsicht gar nicht corrigirte Formel, deren Herleitung unten folgt

$$w = 0,845 \dots \frac{\Sigma \Delta}{m \sqrt{m}} \quad (6)$$

noch vorzuziehen, aus dem doppelten Grunde, dass sie zugleich noch einfacher ist, und an das Richtige noch mehr (mit entgegengesetzter Richtung der übrig bleibenden Abweichung) approximirt, wie man sich durch vergleichungsweise Berechnung von  $w$  nach den drei Formeln (2), (6) und (5) überzeugen kann. Andererseits hindert nichts, der Formel (5) eine Approximationsformel zu substituiren, welche der Formel (2) an Einfachheit nicht nachsteht, zugleich aber eine grössere Approximation als (2) wie (6) gewährt, und in der That ohne nennenswerthen Irrthum für (5) in den Anwendungen substituirt werden kann, indem man nämlich 3 für  $\pi$  setzt, wodurch man erhält

$$w = \frac{1,195503}{\sqrt{2m-1}} \frac{\Sigma \Delta}{m} \quad (7)$$

$$\log 1,195502 = 0,0775504.$$

Man kann zu der Formel (4) auch auf folgendem mit dem vorigen zusammenhängenden Wege gelangen.

Wenn zur Bestimmung des wahrsch. F.  $w$  aus der Summe der Fehlerquadrate, wahre Fehler  $\delta$ , d. h. welche gegen ein Beobachtungsmittel aus unendlichem  $m$  bestimmt sind, zu Gebote ständen, so würde man nach Gauss einfach haben

$$w = \frac{0,67..}{m} \sqrt{\Sigma \delta^2} \quad (8)$$

und da für den Fall wahrer Fehler die zweifelsfreie Gleichung besteht

$$\langle \Sigma \delta^2 \rangle = \frac{\pi}{2m} \langle (\Sigma \delta)^2 \rangle \quad (9)$$

so würde man durch Substitution dieses Werthes von  $\langle \Sigma \delta^2 \rangle$  in (8), unter Weglassung der Winkelklammern, zu folgender eben so zweifelsfreien Formel bezüglich der einfachen wahren Fehlersumme  $\Sigma \delta$  gelangen

$$w = \frac{0,84}{m \sqrt{m}} \sqrt{(\Sigma \delta)^2} = \frac{0,84}{m \sqrt{m}} \Sigma \delta \quad (10)$$

Da aber nur falsche Fehler  $\Delta$  bezüglich eines Mittels aus endlichem  $m$  zu Gebote stehen, in Bezug auf welche der Ausdruck für  $w$  verlangt wird, so sind die Ausdrücke für (8) und (10) nach der Beziehung, welche zwischen den Functionen wahrer und falscher Fehler besteht, und welche die sogenannte Correction wegen des endlichen  $m$  bildet, in Ausdrücke bezüglich der falschen Fehler zu übersetzen.

Nun hat man nach Gauss

$$\langle \Sigma \delta^2 \rangle = \frac{m}{m-1} \langle \Sigma \Delta^2 \rangle$$

und erhält durch Substitution dieses Werthes von  $\langle \Sigma \delta^2 \rangle$  in (8) unter Weglassung der Klammern die Formel (1). Andererseits habe ich in der Abhandlung von 1861 gezeigt, dass

$$\langle \Sigma \delta \rangle = \sqrt{\frac{m}{m-1}} \langle \Sigma \Delta \rangle,$$

mithin

$$\langle \Sigma \delta \rangle^2 = \frac{m}{m-1} \langle \Sigma \Delta \rangle^2$$

und substituirt man diesen Werth von  $\langle \Sigma \delta \rangle$  und  $\langle \Sigma \delta \rangle^2$  in (10), so erhält man unter Weglassung der Winkelklammern oder Ersatz durch runde Klammern die Formel (2), welche falsch ist, weil nicht  $\langle \Sigma \Delta \rangle^2$ , sondern  $\langle (\Sigma \Delta)^2 \rangle$  zur Bestimmung von  $w$  anzuwenden ist. Die Correction der letztern Function wegen endlichem  $m$  kann aber nicht durch Quadrirung der Correction von  $\langle \Sigma \Delta \rangle$  gefunden werden, weil  $\langle (\Sigma \Delta)^2 \rangle$  selbst nicht das Quadrat von  $\langle \Sigma \Delta \rangle$  ist, sondern ist unabhängig davon zu bestimmen. Nun finde ich in meiner grössern Abhandlung theoretisch und empirisch, ohne in diesem Auszuge näher darauf eingehen zu wollen,

$$\langle (\Sigma \delta)^2 \rangle = \frac{2m}{2m + \pi - 4} \langle (\Sigma \Delta)^2 \rangle$$

und substituirt man diesen Werth von  $\langle (\Sigma \delta)^2 \rangle$  unter Weglassung der Winkelklammern in (10), so wird man, mit Rücksicht, dass  $0,84 \dots = 0,67 \dots \sqrt{\frac{\pi}{2}}$  auf die richtige Formel (4) zurückgeführt.

### Ableitung und empirische Bewährung der Formel (3) für die Beziehung von $C$ zu $B$ .

Die theoretische Ableitung der richtigen Formel (4) für  $w$  stützt sich, wie man gesehen, auf die unter (3) dargestellte Beziehung zwischen  $C$  und  $B$ , und führt also auf die Ableitung dieser Beziehung zurück, welche ich mit Folgendem gebe. Sollte man aber dieser etwas verwickelten und spinös erscheinenden Ableitung, welcher ein Fachmathematiker wohl eine elegantere und evidentere erscheinende substituiren dürfte, kein volles Zutrauen schenken oder zu folgen nicht geneigt sein, so wird man dies Zutrauen auf die nachfolgende empirische Bewährung stützen können, welche keinen Zweifel an der Richtigkeit der aufgestellten Beziehung übrig lassen kann. Zunächst zur theoretischen Herleitung.

Jede einzelne Fehlersumme  $\Sigma \Delta$  aus  $m$  Werthen  $\Delta$  bezüglich eines gegebenen Mittels aus  $m$  Beobachtungswerthen ist gleich dem Durchschnitt aller möglichen solcher Summen bezüglich derselben Beobachtungsgrösse, plus oder minus der mit  $\beta$  zu bezeichnenden Abweichung der einzelnen Summe von diesem Durchschnitt, also:

$$\text{Einzelnes } \Sigma \Delta = \langle \Sigma \Delta \rangle \pm \beta$$

$$\text{Einzelnes } (\Sigma \Delta)^2 = \langle \Sigma \Delta \rangle^2 \pm 2\beta \langle \Sigma \Delta \rangle + \langle \beta^2 \rangle,$$

worin  $\langle \Sigma \Delta \rangle$  als Durchschnitt aller  $\Sigma \Delta$  und mithin  $\Delta$  bezüglich derselben Beobachtungsgrösse constant,  $\beta$  aber nach Grösse und Vorzeichen variabel bei den einzelnen  $\Sigma \Delta$  ist. Bei unendlich vielen Bestimmungen von  $(\Sigma \Delta)^2$ , wie sie zur Ziehung eines Durchschnitts nöthig sind, compensirt sich  $\pm 2\beta \langle \Sigma \Delta \rangle$ , und es bleibt für das durchschnittliche  $(\Sigma \Delta)^2$  übrig

$$\langle (\Sigma \Delta)^2 \rangle = \langle \Sigma \Delta \rangle^2 + \langle \beta^2 \rangle,$$

oder nach unserer abkürzenden Bezeichnung:

$$B = A + \langle \beta^2 \rangle,$$

worin es gilt,  $\langle \beta^2 \rangle$ , d. i. das durchschnittliche  $\beta^2$  als Function von  $A$  auszudrücken, um die Beziehung zwischen  $B$  und  $A$  zu haben, aus welcher die verlangte Beziehung zwischen  $B$  und  $C$  dann durch Ausdruck von  $A$  als Function von  $C$  zu folgern ist.

Sei nun  $\alpha$  die variable Abweichung, welche ein einzelnes, überall positiv gerechnetes  $\Delta$  von dem Mittel der  $\Delta$ , die eine einzelne Summe  $\sum \Delta$  bilden, also von  $\epsilon = \frac{\sum \Delta}{m}$  hat. Da nach einer bekannten allgemein gültigen Beziehung die Summe der Quadrate der Abweichungen, welche  $m$  zufällige oder nicht zufällige Werthe  $u$  von ihrem Mittelwerthe  $U$  haben, gleich  $\sum u^2 - m U^2$  ist, so hat man, mittelst Ersatz der  $u$  durch  $\Delta$  und des  $U^2$  durch  $\epsilon^2 = \frac{(\sum \Delta)^2}{m^2}$ , für den Werth der Summe der Quadrate der Abweichungen  $\alpha$  von  $\epsilon$

$$\sum \alpha^2 = \sum \Delta^2 - \frac{(\sum \Delta)^2}{m} = m (q^2 - \epsilon^2)$$

wenn  $q^2$  für  $\frac{\sum \Delta^2}{m}$  steht.

Sollen nun aber die Abweichungen der einzelnen  $\Delta$  nicht mehr bezüglich des Specialmittels  $\epsilon$  aus bloß  $m$  Werthen  $\Delta$ , sondern bezüglich des Mittels aller möglichen  $\epsilon$  und hiemit aller möglichen  $\Delta$ , welche den verschiedenen  $\sum \Delta$  bei der wiederholten Mittelbestimmung derselben Beobachtungsgröße zugehören, bestimmt sein, so ist die Summe der Abweichungsquadrate  $\sum \alpha^2$ , sowie das durch Division mit  $m$  daraus erhaltene mittlere Abweichungsquadrat, nach der bekannten Correction wegen des endlichen  $m$ , noch mit  $\frac{m}{m-1}$  zu multipliciren. Das durchschnittliche Abweichungsquadrat des einzelnen  $\Delta$  vom wahren Mittel oder Durchschnitt aller  $\Delta$  bezüglich derselben Beobachtungsgröße wird hienach durch Division des so corrigirten  $\sum \alpha^2$  mit  $m$  und Einschluss in Winkelklammern erhalten ist also:



$$\frac{\langle \Sigma \alpha^2 \rangle}{m-1} = \frac{m}{m-1} \{ \langle q^2 \rangle - \langle \epsilon \rangle^2 \}.$$

Wir suchen aber als  $\langle \beta^2 \rangle$  das durchschnittliche Abweichungsquadrat nicht der einzelnen  $\triangle$  vom Durchschnitt aller  $\triangle$ , was so eben bestimmt ist, sondern der einzelnen  $\Sigma \triangle$  vom Durchschnitt aller  $\Sigma \triangle$ , welches sich durch Multiplication des vorigen Abweichungsquadrates mit  $m$  findet, so dass man hat

$$\langle \beta^2 \rangle = \frac{m^2 \{ \langle q^2 \rangle - \langle \epsilon \rangle^2 \}}{m-1}$$

sofern nach bekannter Wahrscheinlichkeitsregel eine Summe aus  $m$  Abweichungen bezüglich eines Mittels aus  $m$  Werthen durchschnittlich im Verhältniss von  $\sqrt{m}$  wächst, das durchschnittliche Quadrat der Summe, also im Verhältniss von  $m$ .

Indem nun  $\langle q^2 \rangle = \frac{C}{m}$ , und  $\langle \epsilon \rangle^2 = \frac{A}{m^2}$ , übersetzt sich der vorige Ausdruck in

$$\langle \beta^2 \rangle = \frac{m C - A}{m-1}$$

und da nach obiger Bestimmung  $B = A + \langle \beta^2 \rangle$ , so erhält man durch Substitution vorigen Werthes von  $\langle \beta^2 \rangle$  in diese Gleichung

$$B = \frac{(m-2)A + mC}{m-1}.$$

Nun besteht zwischen  $A$  und  $C$  die als bekannt anzusehende oder leicht abzuleitende Beziehung<sup>1)</sup>  $A = \frac{2m}{\pi} C$ , und substituirt man diesen Werth von  $A$  in vorigen Ausdruck für  $B$ , so erhält man mittelst erforderlicher Umsetzung

$$C = \frac{\pi(m-1)}{m(2m+\pi-4)} B, \text{ kurz } = \nu B,$$

was mit der Formel (3) übereinstimmt.

1) Für den Fall eines unendlichem  $m$  ist sie eine bekannte Folgerung aus der allgemeinen Theorie zufälliger Abweichungen, welche sich auf den Fall eines endlicheu  $m$  dadurch überträgt, dass dieselbe Correction wegen endlichen  $m$ 's, welche Gauss bezüglich  $C$  gefunden, nach der früher gemachten Bemerkung als auch für  $A$  gültig von mir erwiesen worden ist.

Die empirische Bewährung anlangend, so kommt sie principiell auf Folgendes zurück. Ich ziehe aus  $m$  Beobachtungswerten einer gegebenen Grösse das Mittel, nehme die  $m$  Abweichungen  $\triangle$  davon, bilde durch Summirung derselben ohne Rücksicht auf das Vorzeichen ein  $\sum \triangle$  und durch Quadrirung davon ein  $(\sum \triangle)^2$ . Ich quadrire ferner die einzelnen Fehler  $\triangle$  und bilde durch Summirung der  $\triangle^2$  ein  $\sum \triangle^2$ . Ich wiederhole diese Bestimmung an sehr vielen Fractionen derselben Beobachtungsreihe immer mit demselben  $m$ , und dividire endlich die Summe oder das Mittel aller so erhaltenen  $\sum \triangle^2$  mit der Summe oder dem Mittel aller so erhaltenen  $(\sum \triangle)^2$ , wodurch ich den nach obiger Formel bestimmten Werth  $\nu$  mit hinlänglicher Approximation erhalten muss, dass die übrig bleibende kleine Abweichung auf den doppelten Umstand geschrieben werden kann, dass ich nicht unendlich viele Bestimmungen von  $(\sum \triangle)^2$  und  $\sum \triangle^2$  zur Bestimmung ihrer Durchschnittswerthe und hiemit von  $\nu$  verwenden kann, wie eigentlich sein sollte, und dass die zur Bewährung zu Gebote stehenden Abweichungen  $\triangle$  dem Gauss'schen Gesetze zufälliger Abweichungen, auf welchem die theoretische Untersuchung fusst, nicht absolut genau gehorchen mögen. Nun aber habe ich mich nicht durch die vorliegende, sondern auch durch anderweite Untersuchung überzeugt, dass thermische Monatsabweichungen und Fehler, welche nach der psychophysischen Methode der mittleren Fehler gewonnen sind, in dem Sinne, in welchem ich von beiden in meiner Abhandlung von 1861 gesprochen habe, dem Gauss'schen Gesetze jedenfalls approximativ genug gehorchen, um unter erforderlicher Behandlung zur verlangten Bewährung verwandt werden zu können. Es würde aber zu umständlich sein, das Beobachtungsmaterial dieser Art, was zur Bewährung nach vorigem Princip gedient hat, und die Weise, wie es durch Fractionirung der einzelnen Beobachtungsreihen und Reduction der Functionen der  $\triangle$  auf die Abhängigkeit von Mitteln aus kleinem  $m$  zur Bewährung verwandt worden ist, genau zu bezeichnen; in der Hauptsache muss ich darüber auf die künftige grössere Abhandlung, von welcher die vorliegende ein Auszug ist, verweisen; auch kann

die frühere Abhandlung von 1861 einen Anhalt in dieser Hinsicht geben. Also hier nur Folgendes.

Von thermischen Monatsabweichungen findet man ein reiches Material in den Zusammenstellungen, welche Dove davon für viele Orte und Epochen in den Abhandlungen der Berliner Akademie, insbesondere für 1845 und 1866, sowie in dem „Bericht über die in den Jahren 1848 und 1849 auf den Stationen des meteorolog. Inst. im preuss. Staate angestellten Beobachtungen, Berlin 1851“ gegeben. Hievon habe ich die Beobachtungen für Genf (in der Abh. für 1845) mit 30 Bestimmungen für jeden Monat, also 360  $\triangle$  im Ganzen, und für Tilsit (im Berichte) mit eben so viel Bestimmungen für jeden Monat, unter Weglassung des bloß 29 Bestimmungen enthaltenden Juli, also mit 330  $\triangle$  im Ganzen, benutzt. — Von Fehlern nach der Methode der mittleren Fehler stand mir ein reiches Material aus dem Gebiete des Augen- und Tastmaasses durch eigene und Volkmann's Versuche zu Gebote, deren meist, nur aus anderem Gesichtspunkte, in meinen Elementen der Psychophysik gedacht ist. Hievon sind zur Verwendung gekommen:

- a) Augenmaassversuche von Volkmann (Elem. d. Psych. I, 215), im Ganzen 672  $\triangle$ .
- b) Eigene Tastversuche (Elem. II, 356), im Ganzen 6400  $\triangle$ .
- c) Eigene Tastversuche (nicht notirt in den Elem.), im Ganzen 1000  $\triangle$ .
- d) Eigene Tastversuche (Elem. II, 363, Reihe  $\alpha$ ) im Ganzen 400  $\triangle$ .

Die Durchführung der Bewährung durch so viele aus vorigem Beobachtungsmaterial abgeleitete Bestimmungen, als die folgende Tabelle aufweist, war wegen der angedeuteten nöthigen Reductionen ausserordentlich langwierig und allgemein gesprochen langweilig, wie man sich überzeugen kann, wenn man auch nur einen der in folgender Tabelle enthaltenen Werthe aus den Beobachtungen herzustellen versucht, und würde nicht so weit haben getrieben zu werden brauchen, noch von mir getrieben worden sein, wenn nicht die darin eingehenden Be-

stimmungen zu grossem Theil noch zu anderen Zwecken ge-  
dient hätten und nicht vielfach für mich Perioden eingetreten  
wären, in denen mechanische Rechnung eine Erholung für  
mich war. Da jedenfalls ein Luxus empirischer Bewährung  
der Sicherheit derselben keinen Eintrag thun kann, so gebe  
ich in der folgenden Tabelle die von mir erlangten zur Ver-  
gleichung des beobachteten mit dem nach (3) berechneten  $\nu$   
dienenden Werthe vollständig wieder.

In dieser Tabelle gibt N in der ersten Columue die Zahl  
der Einzelbestimmungen von  $\Sigma \Delta^2$ , sowie  $(\Sigma \Delta)^2$ , aus welchen  
die Ableitung von  $\nu$  nach obigem Princip erfolgt ist.  $m$  in  
der zweiten Columne die Zahl von  $\Delta$ , welche in jede dieser  
Functionen bezüglich eines Specialmittels aus  $m$  Beobachtungsw-  
erthen eingehen, für welches  $m$  also die Bestimmung von  $\nu$   
gilt. Die dritte und vierte Columne geben das nach der  
Formel  $\nu = \frac{\pi(m-1)}{m(2m+\pi-4)}$  berechnete  $\nu$  in Zusammenstellung  
mit dem nach dem obigen Princip aus den Beobachtungen  
abgeleitete  $\nu$ , welches ich den summarischen Werth nenne,  
der zum Vergleich mit dem berechneten am maassgebendsten  
sein dürfte. Die fünfte und sechste Columne aber geben zum  
Ueberfluss den beobachteten Werth  $\nu$  noch nach zwei anderen  
Bestimmungsweisen, welche ich die geometrische und singuläre  
nenne, die nur kleine Abweichungen von der summarischen  
Bestimmung finden lassen. Während die summarische be-  
merktermaassen so geschieht, dass die Summe aller beobach-  
teten  $\Sigma \Delta^2$  mit der Summe aller beobachteten  $(\Sigma \Delta)^2$   
dividirt wird, geschieht die geometrische Bestimmung (mit  
Hülfe von Logarithmen) so, dass das Product aller einzelnen  
 $\Sigma \Delta^2$  mit dem Product aller einzelnen  $(\Sigma \Delta)^2$  dividirt und  
aus dem Quotienten die N. Wurzel gezogen wird; die sin-  
guläre Bestimmung aber so, dass jedes einzelne  $\Sigma \Delta^2$  direct  
mit dem zugehörigen  $(\Sigma \Delta)^2$  dividirt und aus der Summe  
dieser Quotienten das arithmetische Mittel gezogen wird<sup>1)</sup>

- 1) Ueber die Verhältnisse dieser verschiedenen Bestimmungsweisen gehe  
ich in der grösseren Abhandlung in Erläuterungen ein, die ich in  
diesem Auszuge übergehe.

Doch ist die geometrische und singuläre Bestimmung nicht überall erfolgt. Die siebente Columne endlich bezeichnet die Beobachtungsreihe, aus welcher die Ableitung erfolgt ist.

Empirische Bewährungstabelle für den Werth

$$\nu = \frac{C}{B} = \frac{\pi(m-1)}{m(2m+\pi-4)}$$

N	m	Beobacht. $\nu$	Berechnetes $\nu$			Beobachtungsreihe
			summar.	geom.	singul.	
120	3	0,40734	0,4139	—	—	Genf
110	3	„	0,4021	0,4058	0,4141	Tilsit.
72	5	0,27493	0,2795	—	—	Genf.
66	5	„	0,2747	—	—	Tilsit
100	10	0,14771	0,1565	—	—	Tastvers. c)
40	10	„	0,1497	—	0,1482	Tastvers. d)
36	10	„	0,1490	0,1531	0,1550	Genf.
12	30	0,051349	0,05258	0,05286	0,05316	Genf.
11	30	„	0,05393	0,05379	0,05448	Tilsit.
16	48	0,032333	0,03197	0,03277	0,03298	Augenm. a)
8	50	0,03106	0,03141	—	0,03092	Tastvers. d)
10	100	0,015618	0,01663	0,01639	0,01645	Tastvers. c)
	4	„	0,01535	—	0,01523	Tastvers. d)
40	160	0,009782	0,009864	0,009792	0,009814	Tastvers. b)
20	320	0,004900	0,004926	0,004912	0,004924	Tastvers. b)

Unstreitig wird man die Uebereinstimmung der beobachteten und berechneten  $\nu$  sehr befriedigend finden. Zugleich hat die vorige Tabelle das Interesse, die Uebertragbarkeit des Gauss'schen Gesetzes zufälliger Abweichungen von Beobachtungswerthen vom physikalischen und astronomischen Gebiete auf zufällige Abweichungen von Mitteln in ganz andern Gebieten zu beweisen; denn ohne diese Uebertragbarkeit hätte die vorige Bewährung nicht zu Stande kommen können; womit übrigens nicht gesagt ist, dass diese Uebertragbarkeit nach jeder Hinsicht in allen Gebieten unbeschränkt ist, wovon ich vielmehr das Gegentheil zu zeigen anderwärts Anlass haben werde.

### VIII. Ueber die Ausdehnungs-Coefficienten einiger Gase, und über Luftthermometer.

Von Ph. Jolly.

Wenn man heutigen Tages eine Experimental-Untersuchung dahin richtet, die Ausdehnungscoefficienten einiger Gase erneuert einer Prüfung zu unterziehen, so wird man von vornherein darauf gefasst sein, nur unbedeutende Abweichungen gegen die von Magnus und von Regnault erhaltenen Resultate zu finden. Sie werden um so weniger ins Gewicht fallen, als für die meisten Fälle praktischer Anwendung die bereits erzielte Genauigkeit sich als ausreichend erweist. Indess lassen sich immerhin Fälle namhaft machen, in welchen eine noch weiter reichende Exactheit unter Angabe des noch wahrscheinlichen Fehlers geboten ist. Ich meine hiermit nicht allein solche Fälle, in welchen die Werthe der Ausdehnungscoefficienten, wie etwa bei Gewichtsreductionen auf den leeren Raum, als Constante in Anwendung kommen, sondern auch solche, in welchen es sich um Feststellung der Moleculareigenschaften der Gase handelt.

Das Princip, welches ich in den Messungen zur Anwendung brachte, ist das gleiche, welches Rudberg<sup>1)</sup> — der überhaupt das Verdienst hat, die in den Resultaten von Gay-Lussac enthaltenen Irrungen aufgedeckt zu haben — für Messungen dieser Art zuerst in Anwendung brachte. Es handelte sich nur um Vereinfachung der Construction, um ein leicht zu handhabendes Instrument, um hiermit einerseits die unvermeidlichen Fehler auf ein Minimum herabzubringen, und andererseits zu Controlversuchen Anregung zu geben.

Die Anordnung, deren sich Rudberg bediente, ist bekannt, und ebenso bekannt sind die Abänderungen, die von Magnus<sup>2)</sup> und von Regnault<sup>3)</sup> als zweckmässig befunden wurden.

1) Poggendorff's Annalen B. 44, p. 119.

2) Poggendorff's Annalen B. 55, p. 1.

3) Poggendorff's Annalen Bd. 55, p. 391. 557.

Regnault glaubte nach den in einer ersten Untersuchungsreihe erhaltenen Resultaten eine Gleichheit der Ausdehnungscoefficienten der sogen. permanenten Gase, Wasserstoff, Stickstoff und atmosphärische Luft, behaupten zu können, gab aber nach einer Revision seiner Arbeiten zu, dass Magnus, der zuerst die Differenz zwischen den Werthen der Ausdehnung der Luft und des Wasserstoffgases aufdeckte, im Recht sei.

Das Instrument von Rudberg, wie jene von Magnus und Regnault können selbstverständlich ebenso gut zu Luftthermometern, also zu Temperaturbestimmungen, wie zur Bestimmung der Ausdehnungscoefficienten benutzt werden. Leicht zu handhaben sind sie nicht, und noch weniger sind sie bequem, wenn es sich um specielle Adaptirung handelt, um da oder dort eine Temperaturbestimmung auszuführen. Ueberdiess verlangen sie, wenn es auf Präcision ankommt, die Anwendung eines Kathetometers, eines Messinstrumentes, dessen gesicherte Aufstellung neue Schwierigkeiten mit sich bringt.

Das Instrument, welches ich im Begriffe bin zu beschreiben, ist so einfach, dass es in jedem, selbst ganz bescheiden ausgerüsteten, Laboratorium zu Temperaturbestimmungen in Anwendung kommen kann, und ebenso einfach dienlich ist es zur Bestimmung der Ausdehnungscoefficienten der Gase.

Ein Blick auf die Zeichnung Fig. 1 Taf. II lässt die Anordnung des Instrumentes leicht erkennen. Zwei Glasröhren von gleichem Kaliber, von denen die eine mit einer Capillarröhre mit angeblasener Kugel durch Anschmelzen verbunden ist, communiciren mit einander durch eine mit Quecksilber gefüllte Kautschukröhre. Durch das Quecksilber ist das in der Kugel, der Capillarröhre und der Glasröhre enthaltene Gas abgesperrt; die andere Röhre ist offen. Jede der Röhren ist durch einen Schlitten verschiebbar, der durch eine Klemmschraube in beliebiger Höhe festgestellt werden kann. Durch in die Höhe schieben der Röhre *a* steigt das Quecksilber in der Röhre *b*. Am oberen Ende der Röhre *b* ist im Innern eine Glasspitze angeschmolzen, wie dies Fig. 6 deutlicher zur Anschauung bringt. Hat man die Röhre *a* soweit in die Höhe geschoben, dass

das Quecksilber in  $b$  die Glasspitze tangirt, so gibt der Höhenunterschied von  $a$  und  $b$  plus dem am Barometer abzulesenden Luftdruck den Druck an, unter dem sich das, in der Kugel, der Capillarröhre und der Kuppe der Röhre  $b$  enthaltene Gas befindet. Eine Erhöhung der Temperatur des Gases hat eine Erhöhung der Spannkraft des Gases zur Folge. Man muss also die Röhre  $a$  weiter in die Höhe schieben, damit das Quecksilber wieder die Spitze berühre. Der Druck, den bei dieser höheren Temperatur das Gas besitzt, wird wie im ersten Falle abgelesen. Mit geringer Uebung erreicht man die Fertigkeit mikrometerartiger Verschiebung der Röhre  $a$  und genaue Einstellung des Quecksilbers bis zur Glasspitze. Wesentlich erleichtert wird die Einstellung durch eine Mikrometerschraube am unteren Ende der Röhre  $a$ , wie solche durch  $c$  in Fig. 5 angedeutet ist.

Der Stab  $AB$ , an dessen Seiten die Schlitten in Nuten sich bewegen lassen, ist mit einer Scale zum Ablesen der Niveaudifferenz der Quecksilbersäulen versehen. Zum Ablesen wäre zur Vermeidung der Parallaxe ein Ablesefernrohr erforderlich, wenn man nicht lieber gleich ein Kathetometer vorziehen wollte. Beides wird dadurch entbehrlich, dass die Scale auf einem Silberspiegel aufgetragen ist. Die drei Stellschrauben des Fusses der Stange  $AB$  dienen zur verticalen Einstellung der Scale, ein Loth reicht aus, sich hiervon zu vergewissern. Bringt man Object und Spiegelbild zur Deckung, so erfolgt die Ablesung ohne Parallaxe. Je nach der Uebung wird man auf  $0,1^{\text{mm}}$  die Genauigkeit der Ablesung sichern können. Durch Anbringung eines Glasnonius emancipirt man sich von dem Schätzungsfehler.

Schon Rudberg machte darauf aufmerksam, dass eine besondere Sorgfalt auf Austrocknung des Gases verwendet werden müsse. Die Füllung der Kugel mit vollkommen trockenem Gase kann an dem beschriebenen Apparate mit geringer Mühe bewerkstelligt werden. Die Röhre  $b$  ist nämlich an ihrem unteren Ende durch eine Ueberwurfsschraube mit dem Stahlstück verbunden, an welchem die Kaoutschuk-



röhre befestigt ist. Man kann sie also abschrauben, während alles übrige ungeändert bleibt.

Die gleiche Ueberwurfschraube dient nun, um die mit der Kugel versehene Röhre mit einem, im Teller der Luftpumpe mündenden Rohr zu verbinden. Am rathsamsten ist es, eine Quecksilber-Luftpumpe zum Evacuiren anzuwenden, weil nur bei dieser die bei der gewöhnlichen Luftpumpe unvermeidlich auftretenden Oeldämpfe beseitigt erscheinen. Mit einer Quecksilber-Luftpumpe lässt sich nach einer Methode, deren Beschreibung ich für andere Gelegenheit mir vorbehalte, die Evacuierung mit Sicherheit auf  $0,02^{\text{mm}}$  Druck des restirenden Gases bringen. Begreiflich kommt es darauf an, dass das Quecksilber der Pumpe vollkommen ausgetrocknet sei und vollkommen trocken erhalten bleibe. Wie dies gesichert werden kann, werde ich gelegentlich der Publication der Resultate einiger Gaswägungen mittheilen. Einstweilen reicht es aus, dass man den hier in Rede stehenden Zweck auch einfach dadurch erreicht, dass man die Kugel wiederholt mit trockenem Gas füllt, entleert und wieder füllt. Ist das Gas vollständig trocken, was durch Durchleitung desselben durch eine mit fester Phosphorsäure gefüllte Röhre am besten gesichert wird, so reicht es meist aus, die Entleerung und Füllung 10 bis 12 mal zu wiederholen.

Ein Hahn am unteren Ende der Röhre *b*, mit Bohrungen wie Fig. 7 sie erläutert, macht es möglich, nach erfolgter Füllung die Röhre abzuschliessen. Sie wird hierauf abgeschraubt, und noch in der gleichen Stellung des Hahnes mit der Kaoutschukröhre verbunden. Man bringt durch in die Höheschieben der Röhre *a* das Quecksilber bei  $\alpha$  zum Ausfluss und dreht, wenn die ersten Tröpfchen ausgetreten sind, den Hahn um  $90^{\circ}$ . Die früher horizontal gelegene Bohrung erhält hiermit eine verticale Stellung und vermittelt die Communication der Röhren *a* und *b*.

Das Instrument ist nun geordnet und kann zur Beantwortung zweier Fragen dienen, zur Bestimmung des Ausdehnungscoefficienten des zur Füllung benützten Gases, oder als Luftthermometer zur Bestimmung der Temperatur. In

beiden Fällen stützt man sich auf dieselbe Gleichung, es kommt nur darauf an, welche der Grössen, ob Ausdehnungscoefficient oder Temperatur, als die Unbekannte gesetzt wird.

Ich nehme an, die Kugel werde bis zu einer Marke  $n$  der Capillarröhre in gestossenes Eis gebracht, und darauf bis zu der gleichen Marke in die Dämpfe kochenden Wassers; in welchem letzterem Falle dafür Sorge getragen ist, dass nach bekannter Art durch einen Dampfmantel, der die aus dem Kochgefässe aufsteigenden Dämpfe umgibt, die Temperatur der aufsteigenden Dämpfe ungeändert erhalten bleibt. Man erhält dann, wenn in beiden Fällen das Quecksilber bis zur Berührung der Spitze gebracht war, die Spannungen des abgesperrten trockenen Gases bei der Temperatur Null und der Temperatur  $T$  des kochenden Wassers. In der folgenden Ableitung sollen diese Spannungen durch  $d$  und  $D$  bezeichnet werden.

Das Volumen  $V$  der Kugel bis zur Marke  $n$  der Capillarröhre sei durch Cubicirung, und das Volumen  $v$  der Capillarröhre sammt dem der Kuppe mit der Glasspitze sei ebenso durch Cubicirung mit Wasser von Null Grad vorausgehend bestimmt.

Da das Gewicht des Gases in beiden Versuchen das gleiche ist, so hat man nach dem Gay-Lussac Mariotte'schen Gesetz

$$(1). \quad Vd + \frac{vd}{1 + \alpha t} = VD \frac{(1 + \gamma T)}{(1 + \alpha T)} + \frac{vD}{1 + \alpha t_1},$$

wo

$\alpha$  den Ausdehnungscoefficienten des Gases,

$\gamma$  den Ausdehnungscoefficienten des Glases,

$t$  die Temperatur der Capillarröhre bei der Bestimmung des Druckes  $d$ ,

$t_1$  die Temperatur der Capillarröhre bei der Bestimmung des Druckes  $D$ ,

$T$  die Temperatur des Gases der Kugel unter dem Drucke  $D$

bezeichnet.

Aus Gleichung (1) folgt

$$\alpha = \frac{D - d + \frac{v}{V} \left( \frac{D}{1 + \alpha t_1} - \frac{d}{1 + \alpha t} \right) + \gamma D T}{T \left[ d - \frac{v}{V} \left( \frac{D}{1 + \alpha t_1} - \frac{d}{1 + \alpha t} \right) \right]}$$

Für den Fall, in welchem  $t_1 = t$  ist, ein Fall, der, wenn die Messungen von  $D$  und  $d$  nacheinander vorgenommen werden, meist sich verwirklicht zeigt, erhält man folgende für numerische Rechnungen bequemere Form:

$$(2). \quad \alpha = \frac{D - d + \frac{v}{V} \left( \frac{D - d}{1 + \alpha t} \right) + \gamma D T}{T \left[ d - \frac{v}{V} \left( \frac{D - d}{1 + \alpha t} \right) \right]}$$

Allerdings tritt hier  $\alpha$  auch auf der rechten Seite des Gleichheitszeichens auf, aber in einer Verbindung, in welcher  $1 + \alpha t$  als Nenner eines Bruches erscheint, dessen Zähler, je nach dem numerischen Werthe von  $\frac{v}{V}$ , selten die Einheit überschreitet. Da  $\alpha$  überdiess einen der Einheit gegenüber nur kleinen Werth besitzt, der in angenäherter Bestimmung zwischen 0,00366 und 0,00367 liegt, so macht sich, man mag in  $\frac{v}{V} \cdot \frac{D - d}{(1 + \alpha t)}$  für  $\alpha$  den Werth 0,00366 oder 0,00367 setzen, der Unterschied doch erst in der vierten Decimale geltend, ein Unterschied, der um so mehr ausser Acht bleiben kann, als die Werthbestimmungen von  $D$  und  $d$  schon in der zweiten Decimale schwankend werden. Erst wenn in der Messung von  $D$  und  $d$  eine Genauigkeit bis zu 0,0001<sup>mm</sup> erreicht werden kann, würde es geboten sein, die Gleichung des zweiten Grades, zu der man unter vollständiger Trennung von  $\alpha$  gelangt, zur Berechnung von  $\alpha$  anzuwenden.

Unerlässlich ist es dagegen, dass der Ausdehnungscoefficient der zur Kugel verwendeten Glassorte durch besondere Messung ermittelt werde. Wollte man den mittleren Ausdehnungscoefficienten des Glases zu Grunde legen, so würde dies bei der nicht unbedeutenden Verschiedenheit der Ausdehnungscoefficienten verschiedener Glassorten zu Irrungen

führen, die schon in der ersten Decimale des Productes  $\gamma D T$  in einem Betrage bis zu drei Einheiten sich geltend machen könnten, die also um ein Vielfaches grösser wären, als die in der Bestimmung von  $D$  und  $d$  erreichbare Genauigkeit.

Die Methode, welche ich zur Bestimmung des Ausdehnungscoefficienten des Glases anwendete, ist die bekannte. Glasfläschchen, welche aus Stücken der gleichen Glasröhre wie die Kugeln geblasen waren, wurden bis zur Mündung einer fein ausgezogenen Spitze mit Quecksilber von der Temperatur des schmelzenden Eises und darauf von der Temperatur  $t$  des kochenden Wassers gefüllt. Aus den Gewichten  $P_0$  und  $P_t$  des Quecksilbers, welches das Fläschchen in diesen Temperaturen fasst, wurde, gestützt auf die Gleichung

$$P_t(1 + \beta t) = P_0(1 + \gamma t),$$

der Werth von  $\gamma$  abgeleitet. Für den in dieser Gleichung durch  $\beta$  bezeichneten Ausdehnungscoefficienten des Quecksilbers wurde in den Rechnungen der von Regnault für  $\beta$  ermittelte Werth zu Grunde gelegt.

Wird das Auskochen des Quecksilbers mit Sorgfalt ausgeführt, so liefert diese Methode in hohem Grade übereinstimmende Resultate. Die Operation des Auskochens wird wesentlich erleichtert, wenn man das Fläschchen mit einer auf den Hals desselben aufgeschliffenen Glasröhre Fig. 8 versieht, die zum Theil mit Quecksilber gefüllt wird; man verfährt dann beim Auskochen gerade so, wie beim Auskochen des Barometers.

Die Resultate, welche ich nach diesem Verfahren unter Anwendung von Fläschchen verschiedener Capacität aber gleicher Glassorte für den Werth von  $\gamma$  erhielt, sind:

0,000027825  
 27814  
 27831  
 27820  
 27810

Mittel 0,000027820

Es versteht sich von selbst, dass bei den Gewichtsbestimmungen die Reductionen auf den leeren Raum nicht unterlassen wurden.

Endlich ist noch zu erwähnen, dass die Cubicirung der Kugel etc. unter Anwendung von Wasser von Null Grad vollkommen ausreichende Genauigkeit bietet, denn ein Fehler von 1 Centigramm — der sicher als vermeidlich erscheint — würde in dem Quotienten  $\frac{v}{V}$  sich erst in der vierten Decimale geltend machen, während die Werthbestimmungen von  $D$  und  $d$  schon in der zweiten Decimale unsicher werden.

Nach diesen Vorbemerkungen lasse ich in tabellarischer Ordnung die Resultate der Beobachtungen, wie sie im Beobachtungsjournal niedergelegt sind, sammt den daraus nach Gleichung (2) abgeleiteten Werthen der Ausdehnungscoefficienten der betreffenden Gase folgen.

### Atmosphärische Luft.

In allen Versuchen war die Luft durch einen Liebig'schen Kugelapparat mit Aetzkalklösung, darauf durch Schwefelsäure und endlich durch eine mit fester Phosphorsäure gefüllte Röhre geleitet. Die Temperatur  $T$  des kochenden Wassers wurde aus dem jeweils beobachteten Barometerstand  $B$ , gestützt auf die Spannkraftstabellen von Regnault, berechnet.

Kugel No. 1,  $\lg \frac{v}{V} = 0,69375 - 3$ ,  $\lg \gamma = 0,44436 - 5$ .

$D$	$d$	$B$	$T$	$t$	$\alpha$
1019,50	752,36	717,86	98,418	24	0,0036677
1026,72	757,80	718,45	98,433	23	0,0036650

Kugel No. 2,  $\lg \frac{v}{V} = 0,55454 - 3$ ,  $\lg \gamma = 0,44436 - 5$ .

$D$	$d$	$B$	$T$	$t$	$\alpha$
1028,72	758,30	721,6	98,554	20	0,0036724
1021,07	754,05	707,1	97,998	20	0,0036676
1020,64	753,23	713,8	98,253	19	0,0036674

Kugel No. 3,  $\lg \frac{v}{V} = 0,38175 - 3$ ,  $\lg \gamma = 0,44436 - 5$ .

<i>D</i>	<i>d</i>	<i>B</i>	<i>T</i>	<i>t</i>	$\alpha$
997,42	735,74	712,66	98,211	20	0,0036701
997,38	735,71	714,50	98,281	22	0,0036675
1009,41	744,35	714,47	98,280	22	0,0036717
1009,97	744,32	720,10	98,496	22	0,0036722

Kugel No. 4,  $\lg \frac{v}{V} = 0,32129 - 3$ ,  $\lg \gamma = 0,44436 - 5$ .

940,02	693,20	713,82	98,255	20	0,0036712
939,78	693,20	711,39	98,162	18	0,0036693
940,03	693,19	715,07	98,303	19	0,0036695

Kugel No. 5,  $\lg \frac{v}{V} = 0,37695 - 3$ ,  $\lg \gamma = 0,44436 - 5$ .

952,07	702,12	713,82	98,255	21	0,0036719
951,93	702,21	712,09	98,189	20	0,0036705

Kugel No. 6,  $\lg \frac{v}{V} = 0,35061 - 3$ ,  $\lg \gamma = 0,44436 - 5$ .

938,97	692,50	714,17	98,269	21	0,0036700
939,00	692,51	713,82	98,255	20	0,0036705
939,00	692,50	713,71	98,251	21	0,0036710

Kugel No. 7,  $\lg \frac{v}{V} = 0,38175 - 3$ ,  $\lg \gamma = 0,44436 - 5$ .

970,38	715,65	716,20	98,347	21	0,0036678
970,24	715,74	711,58	98,169	20	0,0036706
970,33	715,68	715,53	98,321	20	0,0036675

Als mittleren Werth erhält man aus diesen 20 Versuchen

$$\alpha = 0,00366957.$$

Der mittlere Fehler der Einzelbestimmung berechnet sich zu

$$\pm 0,00000205,$$

und der wahrscheinliche Fehler im Mittelwerthe von  $\alpha$  zu

$$\pm 0,00000309.$$

Für den Werth von  $\alpha$  sind nach Messungen, die auf das gleiche Princip basirt waren, gefunden:

von Rudberg	$\alpha = 0,0036457$
„ Regnault	$\alpha = 0,003665$
„ Magnus	$\alpha = 6,00366782$

Die Differenzen, die hier auftreten, werden kaum auf eine ungleiche Sorgfalt in der Ausführung der Messungen zurückzuführen sein. Es erscheint wahrscheinlicher, dass die Abweichungen in den für die Ausdehnungscoefficienten des Glases gebrauchten Werthen begründet sind. Die Abhängigkeit des berechneten Werthes von  $\alpha$  von dem numerischen Werthe von  $\gamma$  geht zur Genüge aus der Verbindung hervor, in welcher  $\gamma$  in der für  $\alpha$  aufgestellten Gleichung auftritt. Der cubische Ausdehnungscoefficient ist gefunden

von Rudberg	zu	0,002285,
„ Magnus	„	0,002547,
„ Regnault	„	0,002557.

Regnault hat durch directe Versuche nachgewiesen, dass ein und dieselbe Glassorte je nach ihrer Behandlung an der Lampe und je nach der Gestalt und Grösse des Glasgefässes verschiedene Ausdehnungscoefficienten besitze. Würde ich in den Berechnungen des Werthes von  $\alpha$  den von Magnus für  $\gamma$  erhaltenen Werth zu Grunde legen, so würde ich einen Werth erhalten, der mit dem von Magnus für  $\alpha$  gefundenen Werth beinahe exact übereinstimmt. Die Bestimmung von  $\gamma$  für die von mir benutzte Glassorte wurde aber so häufig im Laboratorium und stets mit so übereinstimmenden Resultaten ausgeführt, dass ich einen andern als den gefundenen Werth nicht zu Grunde legen kann.

#### Sauerstoff.

Der Ausdehnungscoefficient des Sauerstoffgases ist bis hierher direct nicht bestimmt. Es scheint, dass die Bemerkung Regnault's: es trete unter Berührung des Sauerstoffgases mit Quecksilber allzu rasch eine Aenderung des Quecksilbers ein, Ursache wurde, Sauerstoffgas einer Prüfung nicht zu unterziehen. Ich habe bei ziemlich zahlreichen Versuchen mit Sauerstoffgas, und zwar sowohl mit solchem, welches elektro-

lytisch, wie mit solchem, welches unter Anwendung von chlor-saurem Kali entwickelt war, eine Aenderung am absperrenden Quecksilber nicht finden können.

Das Messinstrument, welches ich anwendete, ist das bereits beschriebene. Die Füllung geschah statt mit atmosphärischer Luft mit Sauerstoffgas. Die mit fester Phosphorsäure gefüllte Röhre und die damit verbundenen Kugelapparate waren mit Glashähnen versehen und konnten daher vorausgehend ebenfalls evacuirt werden. Eine wiederholte Entleerung und Füllung gab um so grössere Sicherheit für die Füllung der Kugel des Messinstrumentes mit reinem Sauerstoffgas.

Ich erhielt folgende Resultate:

Kugel No. 1,  $\lg \frac{v}{V} = 0,69375 - 3$ ,  $\lg \gamma = 0,44436 - 5$ .

<i>D</i>	<i>d</i>	<i>B</i>	<i>T</i>	<i>t</i>	$\alpha$
1041,77	767,94	719,91	98,489	21	0,0036801
1045,19	770,94	719,20	98,459	22	0,0036732
1091,90	805,43	719,12	98,458	20	0,0036727
1054,21	777,61	719,04	98,454	20	0,0036727
1045,46	770,85	721,50	98,549	21	0,0036748
1039,52	766,80	720,81	98,523	23	0,0036702

Kugel No. 2,  $\lg \frac{v}{V} = 0,55454 - 3$ ,  $\lg \gamma = 0,44436 - 5$ .

1021,73	753,80	712,38	98,200	20	0,0036737
1020,91	752,95	715,05	98,302	21	0,0036747
1026,00	757,10	714,00	98,262	20	0,0036683
1033,05	762,24	710,95	98,145	21	0,0036737
1032,68	762,20	705,23	97,945	21	0,0036771
1039,05	765,50	723,49	98,617	20	0,0036775

Kugel No. 3,  $\lg \frac{v}{V} = 0,38175 - 3$ ,  $\lg \gamma = 0,44436 - 5$ .

996,36	735,08	709,78	98,100	20	0,0036720
996,72	735,08	712,24	98,194	20	0,0036750
1025,38	755,22	720,10	98,497	22	0,0036788
1025,28	755,22	720,31	98,504	22	0,0036772
1011,03	755,84	709,75	98,099	20	0,0036731
1011,31	755,81	713,41	98,239	20	0,0036726



Aus diesen 18 Messungen ergibt sich als Mittelwerth

$$\alpha = 0,00367430.$$

Der mittlere Fehler der Einzelbestimmung berechnet sich zu

$$\pm 0,000002887,$$

und der wahrscheinliche Fehler im Mittelwerthe von  $\alpha$  zu

$$\pm 0,0000004671.$$

#### Wasserstoff.

Das Wasserstoffgas wurde elektrolytisch bereitet. Um das Gas möglichst frei von den vom Wasser absorbirten Gasen zu erhalten, wurde erst, nachdem reichlich ein Liter Gas durch Elektrolyse entwickelt war, das nun weiter entwickelte Gas zur Füllung benutzt. Die Austrocknung erfolgte in der früher angegebenen Weise.

Die Resultate sind folgende:

Kugel No. 1,  $\lg \frac{v}{V} = 0,69375 - 3$ ,  $\lg \gamma = 0,44436 - 5$ ,

<i>D</i>	<i>d</i>	<i>B</i>	<i>T</i>	<i>t</i>	$\alpha$
1045,78	772,60	715,60	98,324	21	0,0036561
1078,74	796,43	719,94	98,491	22	0,0036600
1045,00	771,92	719,21	98,463	21	0,0036530
1035,78	765,07	718,15	98,422	21	0,0036557

Der mittlere Werth von  $\alpha$  ist

$$\alpha = 0,00365620.$$

Der mittlere Fehler der Einzelbestimmung berechnet sich zu

$$\pm 0,000002965,$$

und der wahrscheinliche Fehler im Mittelwerth von  $\alpha$  zu

$$\pm 0,0000010001.$$

#### Stickstoff.

Das Stickstoffgas wurde durch Durchleitung atmosphärischer Luft durch glühende Kupferspäne bereitet. Die Luft war, bevor sie in die Röhre mit Kupferspänen trat, durch eine Kalilösung geleitet, und wurde, nachdem sie von Sauerstoffgas befreit war, wie in den früheren Fällen durch Austrocknungs-Apparate geführt.

Die Resultate sind folgende:

Kugel No. 1,  $\lg \frac{v}{V} = 0,69375 - 3$ ,  $\lg \gamma = 0,44436 - 5$ .

<i>D</i>	<i>d</i>	<i>B</i>	<i>T</i>	<i>t</i>	$\alpha$
1052,75	777,27	715,07	98,303	21	0,0036655
1053,45	777,27	714,78	98,484	21	0,0036678
1019,24	751,70	721,48	98,550	22	0,0036717
1018,25	751,70	716,17	98,346	32	0,0036660

Der mittlere Werth von  $\alpha$  ist:

$$\alpha = 0,0036677.$$

Der mittlere Fehler der Einzelbestimmung berechnet sich zu  
 $\pm 0,000002782$ ,

und der wahrscheinliche Fehler im Mittelwerth von  $\alpha$  zu  
 $\pm 0,000000917$ .

Kohlensäure.

Mit Kohlensäure wurden zahlreichere Versuche ausgeführt.  
Die Resultate sind folgende:

Kugel No. 3,  $\lg \frac{v}{V} = 0,38175 - 3$ ,  $\lg \gamma = 0,44436 - 5$ .

<i>D</i>	<i>d</i>	<i>B</i>	<i>T</i>	<i>t</i>	$\alpha$
1019,76	750,18	717,57	98,400	20	0,0037010
1013,11	745,06	745,06	98,378	22	0,0037062
953,76	701,74	701,74	98,444	21	0,0036973
962,73	707,27	707,27	98,815	21	0,0037035
973,62	715,12	715,12	98,847	22	0,0037125
955,28	703,19	704,19	97,880	19	0,0037116
954,82	703,19	702,87	97,827	19	0,0037070

Kugel No. 4,  $\lg \frac{v}{V} = 0,32129$ ,  $\lg \gamma = 0,44436 - 5$ .

964,92	709,14	718,68	98,442	20	0,0037116
964,70	709,14	718,58	98,438	20	0,0037087

Kugel No. 5,  $\lg \frac{v}{V} = 0,37695 - 3$ ,  $\lg \gamma = 0,44436 - 5$ .

971,69	715,04	717,64	98,402	22	0,0036962
970,41	715,05	704,57	97,895	22	0,0036970
955,95	704,00	703,48	97,851	21	0,0037070
954,46	704,00	694,00	97,473	21	0,0036994

Kugel No. 6,  $\lg \frac{v}{V} = 0,35061 - 3$ ,  $\lg \gamma = 0,44436 - 5$ .

<i>D</i>	<i>d</i>	<i>B</i>	<i>T</i>	<i>t</i>	$\alpha$
940,43	692,05	704,57	97,897	20	0,0937144
939,33	692,05	697,80	97,636	20	0,0037080
925,89	682,31	693,73	97,469	20	0,0037118
927,43	682,31	712,09	98,185	20	0,0037078

Der mittlere Werth von  $\alpha$  ist:

$$\alpha = 0,0037060.$$

Der mittlere Fehler der Einzelbestimmung berechnet sich zu

$$\pm 0,00000573,$$

und der wahrscheinliche Fehler im Mittelwerth von  $\alpha$  zu

$$\pm 0,000000937.$$

Der mittlere Fehler der Einzelbestimmung und der wahrscheinliche Fehler im Mittelwerth des Resultates, die wie bei den andern Gasen nach bekannten Gleichungen aus den Quadratsummen der Abweichungen der einzelnen Bestimmungen vom Mittelwerth von  $\alpha$  berechnet sind, treten bei den Versuchen mit Kohlensäure in weit grösserem Betrage auf, als bei den andern untersuchten Gasen. Der Grund hiervon liegt lediglich in der minderen Exactheit der Einzelbestimmungen. Sämmtliche angeführte Messungen wurden bereits im Jahre 1867 ausgeführt. Das zuerst angewendete Messinstrument war nicht mit einer Mikrometerschraube versehen, die Einstellungen wurden durch Verschieben mit freier Hand ausgeführt. Atmosphärische Luft und Kohlensäure wurden in dieser Art zunächst Messungen unterzogen. Für Luft wurden später die angeführten Messungen mit verbessertem Instrument ausgeführt, nicht aber für Kohlensäure.

#### Stickoxydul.

Mit Stickoxydul wurden nur mit einerlei Füllung der Kugel einige Messungen ausgeführt. Dieselben ergaben:

Kugel No. 8,  $\lg \frac{v}{V} = 0,32555 - 3$ ,  $\lg \gamma = 0,44436 - 5$ .

<i>D</i>	<i>d</i>	<i>B</i>	<i>T</i>	<i>t</i>	$\alpha$
1043,86	766,99	725,32	98,695	22	0,0037051
1043,81	766,99	724,52	98,666	22	0,0037055
1043,64	766,99	721,10	98,535	22	0,0037082
1043,44	766,99	719,10	58,459	22	0,0037081

Hiernach ist der mittlere Werth von  $\alpha$

$$\alpha = 0,0037067.$$

Ordnet man die Gase nach der Grösse der Ausdehnungscoefficienten, so erhält man

Name der Gase	Ausdehnungs- Coefficienten.
Wasserstoff	0,0036562
Stickstoff	0,0036677
Atm. Luft	0,0036695
Sauerstoff	0,0036743
Kohlensäure	0,0037060
Stickoxydul	0,0037067

Es zeigt sich hierbei — wie längst bekannt —, dass die coercibeln Gase grössere Ausdehnungscoefficienten besitzen. Zugleich erkennt man aber, dass von den bis hierher nicht coercibeln Gasen Sauerstoff im Werthe seines Ausdehnungscoefficienten sich zunächst den coercibeln Gasen anreihet. Ein empirisches Gesetz, durch welches eine Relation zwischen Ausdehnungscoefficient und Coercibilität eines Gases ausgedrückt würde, lässt sich nicht aufstellen. Der Ausdehnungscoefficient ein und desselben Gases nimmt zu, wie schon Regnault fand, wenn das Gas unter grösserem Druck sich befindet. Wollte man die, indess nur willkürliche, Annahme machen, dass Sauerstoffgas in jener Verdichtung, in welcher sein Ausdehnungscoefficient mit dem der Kohlensäure unter dem Druck einer Atmosphäre übereinstimmt, um ein gleich Vielfaches wie die Kohlensäure comprimirt werden müsse, um fluid zu werden, so würden Anhaltspunkte in Zahlen erst aus sehr ausgedehnten Versuchsreihen gewonnen werden können. Die Zunahme im Werthe des Ausdehnungscoefficienten mit der Verdichtung des Sauerstoffgases macht sich eben bei einer Druckzunahme von einer Atmosphäre erst in der 6<sup>ten</sup> Decimale geltend. Ein kleiner Fehler tritt daher in der Schätzung des Druckes in Atmosphären in bedeutendem Grade hervor. Nach den wenigen Versuchen, die ich mit Sauerstoff unter dem Druck von zwei Atmosphären machte, würde, wenn man jene will-

kürliche Unterstellung machen wollte, es zweifelhaft bleiben, ob bei einem Druck von 200 oder erst von 800 Atmosphären eine Verflüssigung des Gases erreichbar wäre.

Das gleiche Instrument in der gleichen Anordnung, in welcher es zur Bestimmung der Ausdehnungscoefficienten angewendet wurde, dient auch als Luftthermometer. In der That besteht ja auch der ganze Unterschied nur darin, dass in dem einen Falle der Ausdehnungscoefficient des Gases für bekannte Temperaturdifferenzen, im anderen Falle dagegen die Temperaturdifferenz für gegebene Druckdifferenzen und bekannten Werth von  $\alpha$  aufgelöst wird. Durch Sonderung der Grösse  $T$  in Gleichung (1) erhält man

$$(3.) \quad T = \frac{D - d + \frac{r}{V} \left( \frac{D}{1 + \alpha t_1} - \frac{d}{1 + \alpha t} \right)}{\alpha \left[ d - \frac{r}{V} \left( \frac{D}{1 + \alpha t_1} - \frac{d}{1 + \alpha t} \right) \right] - \gamma D}$$

Für den numerischen Gebrauch sieht die Gleichung abschreckend genug aus. Gewiss wäre es auch sehr ermüdend, wollte man für die wechselnden Werthe von  $D$ ,  $t$  und  $t_1$  die Rechnungen in gegebenen Fällen einzeln durchführen. Die einmalige Arbeit der Berechnung einer Tabelle, in welcher die den Werthen von  $D$ ,  $t$  und  $t_1$  entsprechenden Temperaturen  $T$  niedergelegt sind, macht dagegen den Gebrauch des Luftthermometers so bequem, wie den eines Normalthermometers.

Der Werth von  $d$ , dem Drucke des Gases bei Null, zeigte sich nach Monate langem Gebrauch ungeändert. Es tritt also keine merkbare Absorption des Gases durch das Quecksilber und ebenso auch keine merkbare Oxydation bei Berührung trockener Luft mit Quecksilber ein. Am offenen Ende einer Barometerröhre ist dies bekanntlich nicht der Fall, es scheint demnach, dass die in diesem Falle ziemlich rasch eintretende Aenderung des Quecksilbers durch das Vorhandensein der Wasserdämpfe in der Luft bedingt ist.

Das Luftthermometer, mit dem ich die sogleich zu beschreibenden Beobachtungen ausführte, hatte die Constanten

$$\lg \frac{v}{V} = 0,94528 - 3, \quad \lg \gamma = 0,44436 - 5.$$

Der Druck  $d$  der bis zur Glasspitze abgesperrten Luft wurde bei Null Grad zu 760,08<sup>mm</sup> gefunden.

Zum Gebrauch des Instrumentes wurde nach Gleichung (3) folgende Tabelle berechnet:

$D$	$T$	Für eine Diff.	$T$	Für eine Diff.
	$t=20, t_1=20$	von 1 <sup>mm</sup>	$t=20, t_1=15$	von 1 <sup>mm</sup>
460,08	- 108,585		- 108,582	
510,08	- 90,582	0,36006	- 90,570	0,36024
560,08	- 72,540	0,36084	- 72,519	0,36104
610,08	- 54,462	0,36156	- 54,434	0,36168
660,08	- 36,347	0,36230	- 36,317	0,36232
710,08	- 18,192	0,36310	- 18,158	0,36320
760,08	0	0,36384	0	0,36316
810,08	+ 18,231	0,36462	+ 18,275	0,36540
860,08	+ 36,499	0,36536	+ 36,548	0,36546
910,08	+ 54,810	0,36622	+ 54,862	0,36628
960,08	+ 73,153	0,36686	+ 73,213	0,36702
1010,08	+ 91,538	0,36770	+ 91,606	0,36786
1060,08	+ 109,956	0,36834	+ 110,032	0,36852

Zunächst gibt ein Blick auf die Tabelle sofort die mit dem Luftthermometer dieser Dimensionen erreichbare Genauigkeit in der Temperaturbestimmung zu erkennen. Eine Druckdifferenz von 1<sup>mm</sup> entspricht einer Temperaturdifferenz von 0,36° C. Die Ablesungen der Werthe von  $D$  können aber, bei einiger Uebung, mit einer Genauigkeit von  $\pm 0,05^{\text{mm}}$  ausgeführt werden. Der Fehler in der Temperaturbestimmung wird also im ungünstigsten Falle 0,036° C. nicht überschreiten. Eine grössere Empfindlichkeit erhält das Instrument, wenn die Kugel mit Luft vom Druck von zwei oder mehreren Atmosphären gefüllt wird. In diesem Falle ist es aber rathsam, die Kugel nicht mit atmosphärischer Luft, sondern mit Wasserstoffgas zu füllen, indem nur bei Wasserstoff selbst bei bedeutenderen Druckdifferenzen der Ausdehnungscoefficient sich ungeändert zeigt, während der der Luft mit dem Drucke nach einem nicht bekannten Gesetz zunimmt.

Die nächst liegende Anwendung des Luftthermometers ist die zur Reduction der Angaben der Quecksilberthermometer auf Angaben des Luftthermometers. Eine besondere Aufmerksamkeit erfordert dabei die Erzielung einer constanten Temperatur des Bades, in welches gleichzeitig die Kugel des Luftthermometers mit den zu vergleichenden Quecksilberthermometern eingetaucht ist. Man erreicht dies methodisch unter Anwendung zweier concentrisch in einander stehender mit Wasser gefüllter Kupfergefäße. Von den Gefäßen, die ich benutzte, hatte das innere einen Durchmesser von 3, das äussere von 4 Decimeter. Im innern Gefäß war ein durch eine kleine Dampfmaschine — wie man solche in physikalischen Sammlungen sieht — bewegter Rührer. Die Temperatur des Wassers im äusseren Gefäße wird durch Gasflammen erhöht. Nach Entfernung der Flammen sinkt die Temperatur im äusseren Gefäße, während die im inneren noch im Steigen ist. Bald folgt darauf ein stationärer Zustand der Temperatur des Wassers im inneren Gefäße, der 10 bis 15 Minuten anhält, also vollkommen für die Beobachtung ausreicht.

Zwei Luftthermometer, deren Kugeln in dem gleichen Bade sich befanden, zeigten keine Abweichungen von mehr als  $0,03^{\circ}$  C., während sogen. Quecksilber-Normalthermometer Abweichungen bis zu  $0,16^{\circ}$  zeigten.

Eine besondere Versuchsreihe wurde zur Vergleichung der Angaben eines Weingeistthermometers mit denen des Luftthermometers ausgeführt. Das Weingeistthermometer wurde im Laboratorium ausgeführt. Die dazu benutzte Glasröhre war mit der gleichen Sorgfalt wie für Normalthermometer ausgesucht.

Zur Erzeugung der tiefsten Temperatur wurde feste Kohlensäure angewendet, die minder tiefen Temperaturen wurden unter Anwendung der bekannten Kältemischung mit Eis und Kochsalz erzielt.

Die Temperatur der festen Kohlensäure, gemessen mit dem Luftthermometer, ergab

$$D = 540,97, \quad d = 760,08, \quad t = 20, \quad t_1 = 20.$$

Die Constanten des Instrumentes sind die oben angegebenen.  
Unter Benutzung der Tabelle ergibt sich

$$T = -79,435;$$

Das Weingeistthermometer stand bei

$$-70,72.$$

Durch Beträufeln der Kohlensäure mit Schwefeläther wurde zunächst die Temperatur um Weniges erhöht, ging aber gleich darauf auf die ursprüngliche Temperatur zurück. Es tritt also keine Lösung und hiermit fortschreitende Temperaturerniedrigung ein.

Der Gang des Weingeistthermometers gegenüber dem des Luftthermometers ergab sich nach den Beobachtungen weiter wie folgt:

$$D = 706,95, \quad t = 20, \quad t_1 = 15,$$

daher

$$\text{Luftthermometer } T = -19,294,$$

$$\text{Weingeistthermometer } T = -18,02.$$

$$D = 718,42, \quad t = 20, \quad t_1 = 14,$$

$$\text{Luftthermometer } T = -15,246,$$

$$\text{Weingeistthermometer } T = -14,41.$$

$$D = 729,72, \quad t = 20, \quad t_1 = 16,$$

$$\text{Luftthermometer } T = -11,022,$$

$$\text{Weingeistthermometer } T = -10,72.$$

$$D = 742,67, \quad t = 20, \quad t_1 = 16,$$

$$\text{Luftthermometer } T = -6,321,$$

$$\text{Weingeistthermometer } T = -6,21.$$

In tabellarischer Zusammenstellung hat man also:

Luftthermometer.	Weingeistthermometer.
— 79,435	— 70,435
— 19,294	— 18,02
— 15,246	— 14,41
— 11,022	— 10,72
— 6,321	— 6,21

Leider habe ich versäumt, den Procentgehalt des benutzten Weingeistes zu prüfen; auch bin ich nicht im Stande, das



Versäumte jetzt nachzuholen, denn auch diese Vergleichenungen wurden schon vor mehreren Jahren ausgeführt. Es war käuflicher Weingeist, den ich damals anwendete. Der Weingeist, den ich zur Zeit im Laboratorium besitze, hat 92,4 Procent nach Tralles. Die zur Herstellung des Weingeistthermometers erforderlichen Operationen lassen es indess unzulässig erscheinen, dem in der Kugel enthaltenen Weingeist den gleichen Procentgehalt zuzuschreiben wie dem geprobten.

---

**IX. Beschreibung eines Wellenapparats insbesondere zur Versinnlichung des Zustandkommens Chladnischer Klangfiguren;  
von F. Melde.**

---

1. **N**ach der Auffassung Wheatstone's kommen die Chladnischen Klangfiguren bekanntlich dadurch zu Stande, dass zwei oder mehr Wellenbewegungen unter einem bestimmten Winkel die Scheibe durchheilen und hierbei an den Stellen, welche Ruhelinien werden sollen, sich aufheben. Um diesen Vorgang in einzelnen Fällen einem Zuhörerkreise genügend klar zu machen, habe ich einen Apparat construiert, dessen Beschreibung ich hier mittheile, da ich glaube, hiermit einen Gegenstand berührt zu haben, der möglicher Weise Stoff zum Nachdenken bietet und zur Erfindung von Mechanismen führt, die eine Lücke in unseren physikalischen Cabineten ausfüllen dürften. Denn wenn für die richtige Auffassung des Zusammenwirkens zweier ebener linearer Wellenbewegungen eine ganze Schaar von Wellenapparaten sich als nützlich und nothwendig herausgestellt hat, so wird das Auffassen der Zusammenwirkung zweier Flächenschwingungen erst recht einen solchen Apparat verlangen, und wird dieser namentlich dann ein erwünschtes Lehrmittel abgeben, wenn er den einen oder anderen der zuerst erwähnten Apparate ersetzt.

Der von mir construirte Apparat besteht aus zwei Theilen. Der Theil I Fig. 9 Taf. II ist gebildet aus einem Holzgestell, dessen Längsseiten oben nach einer Wellenlinie (Sinuslinie) 012 ausgeschnitten sind der Art, dass zwischen 0 und 2 zwei volle Wellen zu liegen kommen und über 0 und 2 hinaus noch ein kleiner Fortsatz nach der Wellencurve vorhanden ist. Ueber diese Leisten ist dann eine Zinkplatte so gelegt, dass dieselbe, wenn sie mittelst einer genügenden Anzahl Schraubchen fest und ohne fehlerhafte Krümmungen aufgeschraubt ist, eine Wellenfläche I bildet, auf welche die Füsse der Strickstöcke von dem zweiten Theile des Apparats zum Aufsitzen kommen. Ausser diesem Zinkbleche sind an die Seitenflächen zwei rektanguläre Zinkbleche  $ABCD$  aufgeschraubt, deren verticale Höhe  $AD$  oder  $BC$  etwas grösser ist als die Höhe der Wellenberge über der Basis  $DC$ . Um die Bruchtheile — für meinen Apparat achtels Wellen — zu erkennen, ist an diesen beiden Blechen die Wellencurve abgezeichnet und mit verschieden langen Strichen durchsetzt, so dass man leicht eine Phase gleich irgend einem Vielfachen einer achtels Welle einstellen kann.

Der zweite Theil des Apparats besteht aus zwei rektangulären Zinkblechen  $abcd$ , die durch zwei Holzleisten  $ll_1$  in paralleler Lage von einander festgehalten werden. Sie sind der Länge nach mit 33, der Quere nach mit 17 Löchern durchbohrt, so dass 33 mal 17 oder 561 Strickstöcke in unbekannter Weise so eingesetzt werden können, dass ihre Fusspunkte eine Ebene bilden, während die Köpfe eine Wellenfläche darstellen, genau derselben Art wie die Wellenfläche I. Da die Entfernung der äussersten Wellenlinien 012 von einander gleich einer Wellenlänge ist, so leuchtet ein, dass, wenn das System II unter  $90^\circ$  auf die Fläche I gesetzt wird, alle denkbaren Interferenzgebilde zum Vorschein kommen, die eine quadratische Scheibe liefern kann, im Falle sie von zwei ganz gleichartigen Wellenbewegungen parallel den Seiten durchheilt wird.

Das Aufheben und Aufsetzen von II geschieht so, dass man beiderseits an den Handhaben  $P$  fasst. Damit aber

die Drähte nicht leicht aus der untersten Zinkplatte  $abcd$ , wenn man den Theil II etwa auf eine ebene Tischplatte aufsetzt, sich ausheben, sind unterhalb dieser Zinkfläche noch zwei Leisten  $\lambda\lambda$ , aufgeschraubt, so dass *diese* zunächst aufsitzen und die Füße der Drähte ungefähr zwei Centimeter unter  $abcd$  noch hinausragen.

Setzt man das Drahtsystem II in paralleler Stellung auf I, so leuchtet ein, dass so die Interferenzgesetze für zwei gleichgerichtete gleiche Wellen erläutert werden können. Jede einzelne Längsstabreihe liefert demnach dieselben Erscheinungen wie man sie bei dem Eisenlohr'schen Apparat zu sehen bekommt. Lässt man *eine* solche Stabreihe nicht auf I aufsitzen, sondern *vor* der Fläche  $ABCD$  bleiben, so hat man in dieser die eine Componente, während die zweite in der auf  $ABCD$  aufgezeichneten Wellenlinie 012 zu sehen ist und die Resultante von den Drahtköpfchen angegeben wird, die den auf I aufsitzenden Drähten angehören.

Abgesehen hiervon soll der Apparat aber verschiedene Schwingungen einer quadratischen Scheibe versinnlichen. Zu dem Ende wird II unter  $90^\circ$  auf I gesetzt. Um aber hierbei leicht irgend eine Phase von II mit irgend einer von I combiniren zu können, sind durch die Bleche  $abcd$  in je einer achtern Welle stärkere Löcher  $xx$  senkrecht über einander gebohrt, um durch sie zwei dickere Metallstifte  $g$  zu stecken, die nach unten um ein beträchtliches Stück über die Füße der Strickstöcke hinausragen und durch einen Knopf oben am Durchfallen verhindert werden. Hält man beim rechtwinkligen Aufsetzen II so hoch, dass die Füße der Drähte nicht an I irgend wie anstossen, sondern nur die längeren Stifte  $g$  sich vorn an  $ABCD$  anlehnen, so ist klar, wie jetzt eine durchs Einstecken von  $g$  bestimmte Phase von II mit jeder Phase von I combinirt werden kann, indem man II senkrecht auf I herablässt und nun weiter über I hinschiebt, bis man die gewünschte Phase auch bei I eingestellt sieht.

2. Um durch einige Gleichungen anzudeuten, welche Hauptformen bei diesen Combinationen zu erwarten sind, möge die Richtung der Drähte die der  $Z$  Axe, die Längsrichtung des

Apparats die  $X$ , die Querrichtung die  $Y$  Axe vorstellen. Die Gleichung der resultirenden Wellenfläche für gekreuzte Stellungen ist dann:

$$z = a \cdot \sin \frac{2\pi}{l} (x + \vartheta_1) + a \cdot \sin \frac{2\pi}{l} (y + \vartheta_2) \quad (\text{A})$$

wenn  $a$  die Elongationsweite,  $l$  die Wellenlänge,  $\vartheta_1$  und  $\vartheta_2$  die Phasen der Componenten bedeuten. Soll diese Fläche Ruhelinien oder Knotenlinien zeigen, so sind zwei Bedingungen zu erfüllen, nämlich erstens muss  $z$  in diesen constant also am einfachsten gleich 0 werden, und zweitens die Figur dieser Ruhelinien sich nicht ändern, wenn die Platte hin- und herschwingt. Demgemäss muss sowohl die Gleichung:

$$0 = \sin \frac{2\pi}{l} (x + \vartheta_1) + \sin \frac{2\pi}{l} (y + \vartheta_2)$$

wie auch die Gleichung

$$0 = -\sin \frac{2\pi}{l} (x + \vartheta_1) - \sin \frac{2\pi}{l} (y + \vartheta_2)$$

dieselben Ruhelinien liefern. Dass dies in der That der Fall ist, erkennt man ja sofort und folgt daraus, dass die Knotenlinien, die der Apparat in irgend einer Zusammenstellung zeigt, auch unverändert solche bleiben, wenn man sich die dabei gedachte Scheibe auch wirklich in Schwingung vorstellt.

Es leuchtet aber weiter ein, dass die Gleichung

$$\sin \frac{2\pi}{l} (x + \vartheta_1) = -\sin \frac{2\pi}{l} (y + \vartheta_2) \quad (\text{a})$$

nur Geraden angehört, die unter  $\pm 45^\circ$  gegen die Abscissenaxe  $X$  geneigt sind, denn sie besteht, wenn

$$\frac{2\pi}{l} (x + \vartheta_1) = \pm (2n + 1)\pi + \frac{2\pi}{l} (y + \vartheta_2) \quad (1)$$

oder

$$\frac{2\pi}{l} (x + \vartheta_1) = \pm 2n\pi - \frac{2\pi}{l} (y + \vartheta_2) \quad (2)$$

oder wenn

$$y = x + (\vartheta_1 - \vartheta_2) \pm \frac{(2n + 1)}{2} \cdot l \quad (3)$$

und

$$y = -x - (\vartheta_1 + \vartheta_2) \pm n l \quad (4)$$

ist.

Da  $\mathcal{S}_1$  und  $\mathcal{S}_2$  jeden beliebigen Werth zwischen 0 und  $l$  annehmen kann, so würden also schon unter diesen Voraussetzungen unzählich viele Schwingungsformen versinnlicht werden können, wenn nur auch die Scheibe Lust hätte, sich diesen Bedingungen zu unterwerfen. Eine Scheibe, die von einer Wellenbewegung in der Richtung zweier Quadratseiten durchheilt wird, kann aber, wenn nicht etwa eine zwangsweise Einspannung erfolgt, nur eine sehr beschränkte Anzahl stehender Schwingungen, nämlich nur solche machen, bei denen die beiden *Hälften der Scheibe symmetrisch zur Mittellinie* schwingen und an den Enden keine Ruhelage angenommen werden darf, sondern ein Zustand eintritt, wie er einem Bruchtheile einer halben Welle, also z. B. dem von uns hier einmal *angenommenen* Viertel (in Wirklichkeit aber anderen Theile) einer Welle entspricht. Soll demnach die Scheibe gerade so lang sein, dass sie eine Welle einnimmt, so ist bloß *ein einziger* Fall zulässig, in dem sie nämlich zwei gerade Linien als Knotenlinien bekommt, die von den Endseiten um eine viertel Wellenlänge abstehen. Dieser Fall tritt ein, wenn:

$$\mathcal{S}_1 = \frac{2n' + 1}{4} \cdot l.$$

Da selbstverständlich die unter  $90^\circ$  hiergegen sich einstellende Schwingungsart denselben Bedingungen unterworfen ist, so muss für diese zweite Wellenbewegung

$$\mathcal{S}_2 = \frac{2n'' + 1}{4} \cdot l$$

sein, wobei jedoch das  $n''$  nicht mit dem  $n'$  für  $\mathcal{S}_1$  übereinzustimmen braucht. Wegen dieses letzteren Umstandes sind nun für das Zusammenwirken der zwei rechtwinkligen Wellenbewegungen nur zwei resultirende Bewegungen zu erwarten, die wesentlich verschiedene Schwingungsknoten liefern, nämlich eine

*erste* Art für alle Fälle wo  $n' = n''$

*zweite* „ „ „ „ „  $n' = n'' \pm 1$ ,

also für  $n' = 0$  und  $n'' = 0$ ; oder  $n'' = 0$  und  $n' = 1$  oder auch  $n'' = 1$  und  $n' = 0$ .

Mit Rücksicht auf diese Bedingungen werden unsere Gleichungen (3) und (4) zu

$$\left. \begin{aligned} y &= x \pm \frac{2n+1}{2} \cdot l \\ y &= -x - \frac{1}{2} l \pm nl \end{aligned} \right\} \text{im ersten Falle} \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} y &= x - \frac{1}{2} \cdot l \pm \frac{2n+1}{2} \cdot l \\ y &= -x - l \pm nl \end{aligned} \right\} \text{im zweiten Falle} \quad (6)$$

woraus man erkennt, dass die Strecken, welche die geradlinigen Knotenlinien auf der X und Y Axe, vom Coordinatenursprung aus gerechnet, abschneiden, im ersten Falle gleich irgend einem ungeraden Vielfachen einer halben Wellenlänge oder einer halben Seite der Scheibe, im zweiten Falle dagegen gleich irgend einem Vielfachen einer ganzen Seitenlänge sind, kurz der erste Fall ist der der Figur 10 a, der zweite der der Figur 2 b, und wird man sofort mit unserem Apparate diese Fälle versinnlichen können, wobei die Uebersicht noch dadurch erleichtert wird, dass die Knöpfe der Drähte, die um je eine halbe Welle von einander abstehen, durch schwarze Perlen, alle übrigen dagegen durch weisse gebildet werden.

Es hindert uns aber Nichts, die Scheibe dem Flächeninhalte nach vier- oder neunmal so gross zu denken, so dass ihre Längsseiten gleich zwei oder drei Wellenlängen sind. Denken wir unseren Apparat in seinen zwei Theilen dann auch von doppelt oder dreifach so grossen Längen und Breiten, Dimensionen, so dass insbesondere auf die Breite und Länge gerade zwei oder drei unserer ursprünglichen Wellen gehen, so wird dieser Apparat ohne Weiteres auch Schwingungsformen versinnlichen, die complicirter sind. Kurz unser Apparat versinnlicht auch complicirtere Formen, wenn man sich das Interferenzgebilde z. B. vier- oder neunmal zusammengesetzt denkt und entspricht dies ja auch ganz unseren Gleichungen (5), (6), da wir ja  $n$  gleich irgend einer ganzen Zahl annehmen dürfen. Für den Fall, dass die Scheibe viermal so gross gedacht wird, dass sie mithin eine Seite gleich zwei Wellenlängen besitzt, würden unseren beiden speciellen Fällen

der Figur 10 nun die Figuren 11 *a* und *b* zum Vorschein kommen.

Ich will durch das Vorausgehende keineswegs zu erkennen geben, als hielte ich die Ansicht Wheatstone's von dem Zustandekommen der Klangfiguren für eine vollkommen richtige, im Gegentheil glaube ich, dass dieselbe zu ihrer Unterstützung noch weiterer Untersuchungen bedarf. Was sie bis jetzt zu erklären vermochte, ist sehr befriedigend und können die Abweichungen in der Form der Knotenlinien von der durch meinen Apparat bezw. die Wheatstone'sche Theorie bedingten Form sehr verschiedene annehmbare Gründe haben, so namentlich auch vielleicht in Intensitätsverschiedenheiten bei den beiden sich kreuzenden Wellenbewegungen liegen, wie man auch aus dem Verfolg der Gleichung (A) erkennt, wenn beim zweiten Summanden rechts anstatt *a* ein *b* geschrieben wird. Dass die Erscheinungen der Klangfiguren auf Scheiben schliesslich noch aus den Gesetzen der Elasticität auf rein theoretischem Wege abgeleitet werden können, wie Herr Kirchhoff es für Kreisscheiben gethan hat, darf angenommen werden und würde erst dann der Beweis geführt werden können, ob die Theorie gestattet, zwei oder mehr Componenten von der Form (A) oder einer ähnlichen Form abzusecheiden.

Schliesslich bemerke ich noch, dass der hiesige Universitätsmechanikus Süss den Apparat zu 15 Thalern anzufertigen bereit ist.

Marburg, 23. August 1873.

---

**X. Die Orte gleicher normaler Intensität im  
Magnetfeld eines galvanischen Kreisstromes;  
von Prof. Dr. v. Feilitzsch.**

---

Um die Totalkraft zu finden, mit welcher ein Element eines galvanischen Stromleiters auf ein magnetisches Theilchen wirkt, verfährt man bekanntlich folgendermassen: Man legt

durch das galvanische Element und das magnetische Molekul eine Ebene, die Wirkungsebene, und errichtet auf derselben an der Stelle des letzteren eine Normale. Bezüglich zur Stromesrichtung wird dann in dieser der Nordpol des Theilchens nach links, der Südpol nach rechts abgelenkt. Die Grösse dieser ablenkenden Kraft ist der Anzahl von Stromeinheiten im Element und der Anzahl von magnetischen Einheiten im Molekul direct und dem Quadrate des Abstandes beider umgekehrt proportional. Sind endlich die Pole des magnetischen Theilchens durch andere Ursachen gezwungen, in einer Ebene zu verharren, welche mit der Wirkungsebene einen Winkel  $\alpha$  macht, so ist jenes Maass für die ablenkende Kraft noch mit  $\sin \alpha$  zu multipliciren. Ein polarer Magnet erhält durch diese Kraft meist eine andere Richtung oder erfährt, wenn er vollkommen frei beweglich ist, eine Ortsveränderung; in einem magnetisirungsfähigen Körper entsteht aber hieraus zuvor eine magnetische Vertheilung und erst dann verhält er sich wie der polare Magnet.

Ueberträgt man diese Grundsätze auf einen im Kreise gebogenen galvanischen Stromleiter einerseits und auf ein in dessen Umgebung versetztes magnetisches Molekul andererseits, so kann man für jeden Ort des letzteren die Intensität der magnetischen Totalkraft und somit auch deren zur Kreisebene *normale Componente* ermitteln. Der Raum, in welchem diese Intensität noch einen merklichen Werth besitzt, sei das *Magnetfeld des Kreisstromes*.

So vielseitig auch der hier in Rede stehende Gegenstand untersucht worden ist und obschon das erst neuerdings in umfassender Weise von E. Weyr<sup>1)</sup> geschah, so halte ich doch die folgende Darstellung nicht für überflüssig. Auf Taf. III sind nämlich die Durchschnittslinien der Ebene des Papiers mit den Rotationsflächen gleicher normaler Intensität im Magnetfeld eines Kreisstromes aufgezeichnet.

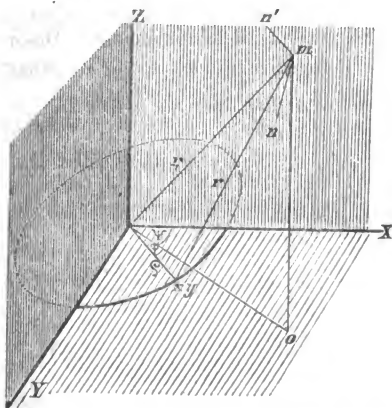
1) In: Schlömilch, Kohl und Cantor, Zeitschr. f. Math. und Physik, Jahrg. 13, 1868, S. 414.



Die dazu nöthigen Daten wurden theils durch Rechnung<sup>1)</sup>, theils durch Beobachtung in folgender Weise gewonnen.

a. Rechnung.

Die Ebene des Kreisstromes falle mit der  $X Y$  Ebene eines rechtwinklichen Coordinatensystemes der nachstehenden Figur und sein Mittelpunkt mit dem Coordinatenanfangspunkt zusammen, so dass die  $Z$  Axe senkrecht darauf steht. Die Coordi-



naten eines Elementes des Kreisstromes seien  $x y$  und die eines Magnetpoles  $m$  seien  $x_1 y_1 z_1$ . Die Länge der Verbindungslinie zwischen beiden sei  $r$ , die des Punktes  $m$  und des Coordinatenanfangspunktes sei  $r_1$  und die des Kreishalbmessers sei  $\rho$ . Nun ist die Wirkung eines Stromelementes  $ds$  gleich der Summe der Wirkungen seiner beiden Componenten  $dx$  und  $dy$ . Der von  $dx$  auf den Magnetpol ausgeübte Bewegungsantrieb ist dann

$$d\omega_x = \mu \sigma \frac{dx}{r^2} \sin(r\alpha),$$

wo  $\mu$  die Anzahl der im Pol enthaltenen magnetischen,  $\sigma$  die der im Leiter umlaufenden Strom-Einheiten und  $(r\alpha)$  die Grad-

1) Vergl. Mittheilungen des naturw. Vereins von Neuvorpommern und Rügen, Jahrg. 1869.

zahl des Winkels zwischen  $r$  und  $dx$  bedeutet. Setzt man für  $\sin(r, x)$  seinen Werth ein und schreibt man

$$\mu \sigma = i,$$

so ist

$$d\omega_x = i \frac{dx}{r^2} \frac{\sqrt{z_1^2 + (y_1 - y)^2}}{r}.$$

Unter der Voraussetzung, dass der Pol ein Nordpol sei, dürfte die Linie  $mn$  in Grösse und Richtung dem Werthe  $d\omega_x$  gleich sein. Diese Linie ist der  $YZ$  Ebene parallel, hat also keine der  $X$  Axe parallele Componente. Die der  $Y$  und  $Z$  Axe parallelen Componenten  $d\omega_y$  und  $d\omega_z$  erhält man aber, wenn man  $d\omega_x$  bezüglich mit  $\sin nmo = \frac{z_1}{\sqrt{z_1^2 + (y_1 - y)^2}}$  und  $\cos nmo = \frac{y_1 - y}{\sqrt{z_1^2 + (y_1 - y)^2}}$  multiplicirt. Letztere ist mit dem negativen Vorzeichen zu versehen, weil durch dieselbe  $z$  verkürzt wird und sonach ist

$$d\omega_y = d\omega_x \sin nmo = \frac{i \cdot dx \cdot z_1}{r^3}$$

$$d\omega_z = -d\omega_x \cos nmo = -\frac{i \cdot dx \cdot (y_1 - y)}{r^3}$$

Ebenso findet sich der von  $dy$  auf denselben Nordpol ausgeübte Bewegungsantrieb  $mn'$  oder

$$d\omega_y = i \frac{dy}{r^2} \frac{\sqrt{z_1^2 + (x_1 - x)^2}}{r},$$

welcher als der  $XZ$  Ebene parallel keine Componente zur  $Y$  Axe besitzt. Seine Componenten parallel zur  $X$  und  $Z$  Axe sind

$$d\omega_x = d\omega_y \cdot \sin n'mo = \frac{i \cdot dy \cdot z_1}{r^3}$$

$$d\omega_z = d\omega_y \cos n'mo = \frac{i \cdot dy \cdot (x_1 - x)}{r^3}.$$

Werden die Summen der Componenten der von  $dx$  und  $dy$  herrührenden Bewegungsantriebe nach den Axen der  $Z$ ,  $Y$  und  $X$  durch  $dZ$ ,  $dY$ ,  $dX$  bezeichnet, so ist

$$dZ = d\omega_x^z + d\omega_y^z = i \frac{dy \cdot (x_1 - x) - dx \cdot (y_1 - y)}{r^3},$$

$$dY = d\omega_x^y = i \frac{dx \cdot z_1}{r^3},$$

$$dX = d\omega_y^x = -i \frac{dy \cdot z_1}{r^3}.$$

Die Resultirende von  $dX$ ,  $dY$ ,  $dZ$  ist der gesammte Bewegungsantrieb, welchen der Magnetpol von  $ds$  erfährt.

Im Folgenden wollen wir uns auf die Untersuchung des am häufigsten vorkommenden Falles beschränken, nämlich derjenigen Gesamtwirkung, welche der ganze Kreisstrom parallel zur  $Z$  Axe ausübt, d. i. derjenigen Kraft, mit welcher ein bloß senkrecht zur Kreisebene beweglicher Magnetpol sich dieser Ebene annähert oder von ihr entfernt. Es werde ein Nordpol vorausgesetzt, für einen Südpol gilt dann überall das entgegengesetzte Vorzeichen. Dieser Werth ergibt sich durch Integration von  $dZ$ , ist also gleich

$$Z = i \int \frac{dy \cdot (x_1 - x) - dx \cdot (y_1 - y)}{r^3} \quad (1)$$

wo die für den Kreis sich ergebenden Werthe von  $x$ ,  $y$ ,  $dx$ ,  $dy$  und  $r$  einzusetzen sind.

Bezeichnet man zu dem Ende den Winkel zwischen dem zum Punkte  $xy$  gehörigen Kreishalbmesser und der Projektion von  $r_1$  auf die  $XY$  Ebene mit  $\varphi$  und den zwischen letzterer Linie und der  $X$  Axe mit  $\psi$  und setzt voraus, dass sich der Strom im Sinne der wachsenden  $\varphi$  bewege, so ist

$$\begin{aligned} y &= \varrho \sin(\varphi + \psi); & dy &= \varrho \cos(\varphi + \psi) d\varphi; \\ x &= \varrho \cos(\varphi + \psi); & dx &= -\varrho \sin(\varphi + \psi) d\varphi. \end{aligned}$$

Ferner ist:

$$\begin{aligned} r^2 &= (x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2 + z_1^2 \\ &= x_1^2 - 2x_1 \varrho \{\cos \varphi \cos \psi - \sin \varphi \sin \psi\} + \varrho^2 \cos^2(\varphi - \psi)^2 \\ &\quad + y_1^2 - 2y_1 \varrho \{\sin \varphi \cos \psi + \cos \varphi \sin \psi\} + \varrho^2 \sin^2(\varphi + \psi)^2 \\ &\quad + z_1^2 \\ &= r_1^2 + \varrho + 2\varrho \sqrt{r_1^2 + z_1^2} \cdot \cos \varphi, \end{aligned} \quad (2)$$

indem  $x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 = r_1^2$ , indem ferner  $x_1 \cos \psi + y_1 \sin \psi = \sqrt{r_1^2 + z_1^2}$  und indem  $y_1 \cos \psi - x_1 \sin \psi = 0$  ist. Ebenso wird

$$\begin{aligned} dy(x_1 - x) - dx(y_1 - y) &= [e \cos(\varphi + \psi) \{x_1 - e \cos(\varphi + \psi)\} \\ &\quad + e \sin(\varphi + \psi) \{y_1 - e \sin(\varphi + \psi)\}] d\varphi \\ &= [e \sqrt{r_1^2 - z_1^2} \cdot \cos \varphi - e^2] d\varphi \quad (3) \end{aligned}$$

Durch Einsetzen der Werthe (2) und (3) in das zwischen den Grenzen 0 und  $2\pi$  zu nehmende Integral (1) geht dieses über in:

$$Z = -i \int_0^{2\pi} \frac{e^2 - e \sqrt{r_1^2 - z_1^2} \cdot \cos \varphi}{\{r_1^2 + e^2 - 2e \sqrt{r_1^2 + z_1^2} \cdot \cos \varphi\}^{3/2}} d\varphi \quad (4)$$

Dieses Integral ist nicht in geschlossener Form darstellbar. Behufs Entwicklung desselben in Reihen möge zunächst

$$e^2 - e \sqrt{r_1^2 - z_1^2} \cdot \cos \varphi = \frac{1}{2} \{(r_1^2 + e^2 - 2e \sqrt{r_1^2 - z_1^2} \cdot \cos \varphi) + (e^2 - r_1^2)\}$$

gesetzt werden. Führt man dann gleichzeitig die Werthe

$$p^2 = r_1^2 - z_1^2,$$

wo  $p$  die Projektion von  $r_1$  auf die  $XY$  Ebene ist und

$$a = \frac{2e \sqrt{r_1^2 - z_1^2}}{r_1^2 + e^2} = \frac{2ep}{e^2 + p^2 + z_1^2}$$

ein, so geht (4) über in:

$$\begin{aligned} Z = -\frac{i}{2} &\left[ \frac{1}{(e^2 + p^2 + z_1^2)^{1/2}} \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{(1 - a \cos \varphi)^{1/2}} \right. \\ &\quad \left. + \frac{e^2 - p^2 - z_1^2}{(e^2 + p^2 + z_1^2)^{3/2}} \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{(1 - a \cos \varphi)^{3/2}} \right]. \end{aligned}$$

Hieraus enthält man durch Entwicklung von  $(1 - a \cos \varphi)^{-1/2}$  und  $(1 - a \cos \varphi)^{-3/2}$

$$\begin{aligned}
Z &= -\frac{i}{2} \left[ \frac{1}{(\varrho^2 + p^2 + z_1^2)^{3/2}} \left\{ \int_0^{2\pi} d\varphi + \frac{3}{8} a^2 \int_0^{2\pi} \cos \varphi^2 d\varphi \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \frac{35}{128} a^4 \int_0^{2\pi} \cos \varphi^4 d\varphi \dots \right\} \right. \\
&\quad \left. + \frac{\varrho^2 - p^2 - z_1^2}{(\varrho^2 + p^2 + z_1^2)^{3/2}} \left\{ \int_0^{2\pi} d\varphi + 5 \cdot \frac{3}{8} a^2 \int_0^{2\pi} \cos \varphi^2 d\varphi \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + 9 \cdot \frac{35}{128} a^4 \int_0^{2\pi} \cos \varphi^4 d\varphi + \dots \right\} \right] \\
&= -\frac{i\pi}{2} \left[ \frac{1}{(\varrho^2 + p^2 + z_1^2)^{3/2}} \left\{ 2 + \frac{3}{8} a^2 + \frac{35}{128} \cdot \frac{3}{4} a^4 + \dots \right\} \right. \\
&\quad \left. + \frac{\varrho^2 - p^2 - z_1^2}{(\varrho^2 + p^2 + z_1^2)^{3/2}} \left\{ 2 + 5 \cdot \frac{3}{8} a^2 + 9 \cdot \frac{35}{128} \cdot \frac{3}{4} a^4 + \dots \right\} \right]. \quad (5)
\end{aligned}$$

Es wurde vorausgesetzt, dass sich in  $m$  ein Centrum nordmagnetischer Kraft befinde, und diese wurde mit positiven Vorzeichen versehen. Nun ist der Werth von  $Z$  in Gleichung (5) negativ, es wird also, in Uebereinstimmung mit der Erfahrung, der Raum zwischen  $m$  und dem Stromkreise im Allgemeinen vermindert, der Nordpol wird also angezogen, wenn er sich in geeigneter Weise vor dem Kreise befindet, in welchem der Strom im Sinne der Bewegung eines Uhrzeigers umläuft. — Wird aber  $p^2 + z_1^2 > \varrho^2$ , so kann das zweite Glied der Formel grösser werden als das erste, und da somit  $Z$  positiv wird, erfährt, ebenfalls in Uebereinstimmung mit der Erfahrung, der Nordpol eine Abstossung, was also seitlich vom Stromkreise der Fall ist. Zwischen den Orten der Anziehung und denen der Abstossung muss es einen Ort geben, wo der Stromkreis gar nicht auf den Pol wirkt, wo also  $z = 0$  ist.

Die Reihen der Gleichung (5) werden immer weniger convergent, einen je näheren Punkt am Stromkreise man in Betracht zieht. Befindet sich der Magnetpol im Stromkreise selbst, wird also  $z_1 = 0$  und  $p = \varrho$ , dann verlieren die Reihen ihre Convergenz vollständig. Unter diesen Umständen geht Gleichung (4) über in

$$\begin{aligned}
 Z &= -i \int_0^{2\pi} \frac{\varrho^2 - \varrho^2 \cos \varphi}{\{2\varrho^2 - 2\varrho^2 \cos \varphi\}^{3/2}} d\varphi \\
 &= -\frac{i}{2^{3/2} \varrho} \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{\{1 - \cos \varphi\}^{3/2}} \\
 &= -\frac{i}{2\varrho} \int_0^{2\pi} \frac{d\frac{\varphi}{2}}{\sin \frac{\varphi}{2}} \\
 &= -\frac{i}{2\varrho} \left[ \lg \cdot \operatorname{tg} \frac{\varphi}{4} \right]_0^{2\pi} \\
 &= \infty
 \end{aligned}$$

Wenn also der Magnetpol im Stromkreise selbst liegt, dann wird die  $Z$  Componente unendlich gross.

Nach der Formel (5) wurde nun die  $Z$  Componente der elektromagnetischen Kraft eines Stromkreises für  $z_1 = 0$ ,  $= 0,1 \varrho$ ,  $= 0,2 \varrho \dots = 1,8 \varrho$  und jedes Mal für  $p = 0$ ,  $= 0,1 \varrho$ ,  $= 0,2 \varrho$  u. s. w. berechnet. Ein Theil der Ergebnisse dieser Rechnung ist in den *oberen* Zahlen jedes Feldes der umstehenden Tabelle für die Ebene des Stromkreises selbst und für Ebenen zusammengestellt, welche um 0,1, 0,2, 0,3 und 0,4 des Halbmessers  $\varrho$  von derselben abstehen. Jede dieser Zahlen ist mit  $-\frac{i\pi}{\varrho}$  zu multipliciren, um die absolute Intensität an der entsprechenden Stelle zu erhalten. Die erste Vertikalcolumnne enthält die Werthe von  $z_1$  und die oberste Horizontalreihe die Werthe von  $p$  in Zehnteln des Kreishalbmessers  $\varrho$ , für

$p$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
$z_1$																			
4	1,6008	1,6040	1,6129	1,6255	1,6373	1,6391	1,6133	1,5298	1,3460	1,031	0,621	0,23	-0,04	-0,17	-0,223	-0,2268	-0,2108	-0,1885	-0,1657
	1,6011	1,6037							1,3438	1,0331	0,6152	0,2171	-0,0507	-0,1827	-0,2300	-0,2335			
3	1,7575	1,7646	1,7857																
	1,7582	1,7625	1,7850	1,8233	1,8679	1,9267	1,9734	1,9598	1,8111	1,3975	0,7028	0,0428	-0,3001	-0,4000	-0,3814	-0,3381	-0,2858	-0,2306	-0,2030
2	1,8878	1,8975	1,9306	1,9895	2,0770	2,1983	2,352	2,52	2,58	...	...	...	...	-0,70	-0,56	-0,434	-0,3527	-0,2834	-0,2308
	1,8865	1,8987	1,9318	1,9890	2,0758	2,1989	2,3551	2,5285	2,5892	2,1699	0,7895	-0,4608	-0,7824	-0,7052	-0,5686	-0,4440	-0,3534	-0,2830	-0,2334
1	1,9704	1,9844	2,0279	2,1052	2,2274	2,4100	2,634	3,06	3,4	...	...	...	...	-0,9	-0,75	-0,530	-0,4003	-0,3169	-0,2484
	1,9693	1,9855	2,0343	2,1084	2,2301	2,4137	2,6858	3,1113	3,7640	4,2881	8,6882	-2,0982	-1,5570	-1,0442	-0,7228	-0,5285	-0,4003	-0,3148	-0,2490
0	2,0000	2,0151	2,0694	2,1474	2,2826	2,4965	2,821	3,38	4,2	...	$\infty$	...	...	-1,2	-0,83	-0,569	-0,4238	-0,3323	-0,2589
	2,0015	2,0133	2,0679	2,1473	2,2837	2,4632	2,8259	3,3949	4,5423	7,9672									

welche die in den zugehörigen Reihen stehenden Zahlen gelten.

Die Convergenz der Formel (5) wird um so geringer, eine je nähere Stelle man an der Kreisperipherie berechnen will. So kommt es, dass für die mit Punktreihen versehenen Felder keine Zahlen mehr gewonnen werden konnten, und trotz einer Fortsetzung bis zur hundertsten Potenz von  $a$  für die benachbarten Felder sich Zahlen ergeben, deren letzte Decimale ebenfalls nicht mehr genau ist. Dahingegen kommt den Zahlen für grössere Abstände von der Kreisperipherie in ihrem ganzen Umfang Genauigkeit zu.

#### b. Beobachtung.

Wie weit die Grundlagen und Ausführungen der vorstehenden Rechnungen der Wahrheit entsprechen, bedürfte einer experimentellen Bestätigung. Ueberdem liefert die Rechnung für den ganzen Raum zwischen  $p = 0,6 \varrho$  bis  $1,4 \varrho$  und  $z_1 = 0$  bis  $0,4 \varrho$  keine oder nur ungenügend brauchbare Werthe, es kann also in zweiter Linie eine direkte Beobachtung als vervollständigung der Rechnung dienen.

Bekanntlich wird die  $Z$  Componente der Magnetkraft eines Kreisstromes durch die trigonometrische Tangente der Ablenkung einer möglichst kleinen Deklinationsnadel gemessen, wenn sich letztere im Bereich des ersteren befindet, und dieser in der Ebene des magnetischen Meridians steht. Vorausgesetzt wird dabei, dass das Verhältniss zwischen der Intensität des Erdmagnetismus und der Stromkraft für die Dauer der Versuche als gleichbleibend betrachtet werden darf.

Zu diesen Messungen wurde folgender Apparat construirt. Ein quadratisches Brett von 1,21 Meter Seite, durch Leisten sorgfältig vor allem Verziehen geschützt, wurde mit einem kreisrunden Ausschnitt von 1 Meter Durchmesser versehen. Die Schnittfläche war ringsum mit einem Fournierspan belegt, welcher 4 Millimeter über der einen Ebene des Brettes hervorragte. Auf der Kante des so gewonnenen kreisförmigen Vorsprunges wurde alsdann ein Kupferdraht mittelst übergeleimten Bandes befestigt und dann wurden dessen über-



spinnene Enden eine geraume Strecke weit seilartig umeinander gewunden, so dass sie, ohne selbst eine Wirkung nach aussen auszuüben, den Strom eines grossplattigen Zinkplatinelementes zur Kreisbahn vermitteln konnten. So vorbereitet wurde das Brett zwischen zwei auf dem Zimmerboden stehende vertikale Pfosten gebracht, und mit denselben im magnetischen Meridian eingestellt. Ausserdem konnte es zwischen diesen Pfosten durch eine einfache mit Correktionsschrauben versehene Vorrichtung in jeder Höhe genau festgestellt werden. In den freien Kreisraum ragte eine hölzerne, auf zwei an der Zimmerwand befestigten Vorsprüngen ruhende horizontale Schiene. Diese wurde genau senkrecht zum Kreisdraht orientirt und repräsentirte so dessen *Z* Richtung. Sie diente dazu, ein kleines Magnetometer zu tragen, bestehend aus einem Spiegel und zwei parallel zu demselben und nahe bei einander befestigten glasharten und gleichsinnig magnetisirten Uhrfederlamellen von 10<sup>mm</sup> Breite und 30<sup>mm</sup> Länge. Beide Lamellen stellten einen Magneten von gleicher Länge und Breite dar, sie wurden aber wegen des geringen Gewichtes bei nur wenig verminderter Intensität einem massiven Magneten vorgezogen. Diese Vorrichtung hing an einem 380<sup>mm</sup> langen und so dünnen Seidenfaden, dass dessen Torsion vernachlässigt werden konnte, und befand sich zum Schutz gegen Luftzug unter einem möglichst engen Glasgehäuse. Mit Hülfe dünner Seidenfäden und einem Loth konnte der Mittelpunkt des Kreisdrahtes und sein vertikaler Durchmesser gefunden und durch einen entfernt stehenden Theodolithen fixirt werden, so dass man nach Wegnahme jener Hülfsvorrichtung die Mitte des Doppelmagneten in die Kreisaxe zu stellen vermochte.

Die Ausschläge des Magneten wurden in gewöhnlicher Weise mittelst eines Fernrohres und des durch den Magnetometerspiegel reflectirten Bildes einer in Millimeter getheilten Skale beobachtet. Der Magnet hatte eine Schwingungsdauer von 8 Secunden, wenn er sich blos unter Einfluss des Erdmagnetismus in Oscillationen befand. Er war nicht mit einem Dämpfer umgeben, dafür befanden sich aber in seiner Nachbarschaft zwei starke Kupferdrahtspiralen, durch welche mittelst

eines neben dem Beobachtungstisch aufgestellten Kommutators der Strom eines Meidinger'schen Elementes recht- und rückläufig gesandt werden konnte. Die Einrichtung war so getroffen, dass die stärksten Bewegungen der Nadel durch wenige Umschaltungen beruhigt wurden. Für die Beobachtungen wurde dem Magneten ein Ausschlag von etwa 10 Skalentheilen gelassen, dann wurden 5 höchste und die zugehörigen 5 niedrigsten Skalentheile nebst deren Zehnteln notirt und das Mittel aus diesen Zahlen als die Gleichgewichtslage des Magneten angesehen. Die einzelnen Zahlen weichen nur ausnahmsweise um einen ganzen Skalentheil von einander ab.

Neben dem Fernrohrstisch stand noch ein zweiter Kommutator und dieser diente dazu, den Strom im Kreisdraht umzuschalten. So wurde stets die Ablenkung des Magnetometers für recht- und rückläufigen Strom nach der angegebenen Methode ermittelt und die halbe Summe der gewonnenen Zahlen als der eigentliche Ort für die Ablenkung aus dem magnetischen Meridian angesehen.

Diese Beobachtungen wurden angestellt von Zehntel zu Zehntel des Kreishalbmessers, indem ohne Verrückung des Magnetometers das den Kreisdraht tragende Brett eine um die entsprechende Grösse höhere oder niedrigere Stellung erhielt. Das Magnetometer befand sich sonach gegenüber dem Kreisstrom in den früher mit  $p$  bezeichneten Stellen. Um die analogen Messungen für die mit  $s_1$  bezeichneten Abstände vorzunehmen, wurde das Magnetometer um  $0,1 \varrho$ ,  $0,2 \varrho$  u. s. w. auf der Schiene verschoben, und dann wurden für jede dieser Stellungen die Ablenkungen bei allen vorbezeichneten Lagen  $p$  des Kreisstromes ermittelt. Da die gewonnenen Zahlen den Tangenten des doppelten Ablenkungswinkels proportional sind, mussten sie auf Tangenten des einfachen Ablenkungswinkels zurückgeführt werden, und um diese mit den berechneten Zahlen in Uebereinstimmung zu bringen, wurden die Zahlen für  $p = 0$  und  $p = 1$  als die am genauesten berechneten zur Gewinnung eines für alle Reihen gültigen Reduktionsfaktors benutzt.

Bevor ich jedoch die gewonnenen Zahlen mittheile, mögen noch einige Schwierigkeiten Erwähnung finden, die sich den Beobachtungen entgegenstellten. Die Mitte der Magnetometernadel liess sich nach der oben angegebenen Methode verhältnissmässig leicht in die Axe des Kreisstromes einstellen. Ob sie aber mit gleicher Genauigkeit auch in dessen Ebene befände, darüber konnte durch Einvisiren von der Seite her nicht sicher entschieden werden. Es blieb nichts übrig, als die Nadel zunächst um eine merkbare Grösse vor die Kreisebene zu stellen und sie dann von Millimeter zu Millimeter zurückzuführen, bis sie sich merklich ebensoweit hinter der Kreisebene befand als anfangs vor derselben. In jeder Lage wurden die Ablenkungen bei gleicher Stromstärke für  $p = 0, = 0,1 \varrho \dots = 0,9 \varrho$  beobachtet und berechnet. Von allen diesen Zahlenreihen ist aber im Folgenden nur diejenige benutzt worden, welche die grössten Werthe enthielt, indem zu ihrer Gewinnung das Magnetometer der Stromebene am nächsten stehen musste.

Sollten ferner die Zahlen untereinander vergleichbar sein, so bedurfte es eines möglichst unveränderten Verhältnisses zwischen der Intensität des Stromes und des Erdmagnetismus. Um dieses zu controlliren, bediente ich mich des folgenden Mittels. Es wurde in die zum Kreisdrath führende Leitung eine 6 Metèr entfernte Sinusbusssole eingeschaltet, die sehr verschiedener Combinationen fähig war. Von allen wurde eine solche gewählt, bei welcher der durch die Windungen gehende Strom der Nadel eine fast ebensogrosse aber entgegengesetzte Richtkraft ertheilte als der Erdmagnetismus, um dieser eine möglichst grosse Empfindlichkeit für jede der beiden Kräfte zu ertheilen. Ausserdem war in den Umlauf ein Regulator eingeschaltet, bestehend aus einer mit Quecksilber gefüllten Glasröhre, durch welche ein Platindraht von  $0,6^{\text{mm}}$  Durchmesser geschoben werden konnte. Der Strom trat an einem Ende direkt in das Quecksilber und musste dann seinen Weg durch ein grösseres oder geringeres Stück des Platindrahtes nehmen. Ein Gehülfe sorgte nun durch Verlängern oder Verkürzen desselben dafür, dass die Bussolennadel stets auf einem

bestimmten Theilstrich stehen blieb. Zur Prüfung der Genauigkeit diene folgende Versuchsreihe: Das Magnetometer befand sich in der Ebene des Stromkreises also  $z_1 = 0$  und dieser wurde für zwei Versuche so eingestellt, dass das Magnetometer erst in dem Mittelpunkt ( $p = 0$ ) und dann im Abstand 0,1 des Kreishalbmessers von dessen Peripherie sich befand (also  $p = 0,9 \varrho$ ). In jeder dieser Lagen wurde die Wirkung auf das Magnetometer gemessen für drei Stromstärken, welche nach der Reihe die Nadel der Sinusbusssole auf den Theilstrichen  $10^\circ$ ,  $15^\circ$ ,  $20^\circ$  erhielt. In der dritten Vertikalreihe der folgenden Tabelle sind die gefundenen Ablenkungen in Skalentheilen verzeichnet, für die in der ersten und zweiten angegebenen Modalitäten. Da nun der Abstand der Skala vom Magnetometerspiegel 2383 Skalentheile betrug, so berechnen sich daraus die in der vierten Vertikalreihe verzeichneten Verhältnisszahlen für die die Magnetometernadel ablenkende Kraft, bei welcher die Stromkraft von  $15^\circ$  gleich 100 gesetzt ist.

$p = 0$	{	$10^\circ \dots$	71,00	$\dots$	99,47
		$15^\circ \dots$	71,38	$\dots$	100,00
		$20^\circ \dots$	71,75	$\dots$	100,52
$p = 0,9 \varrho$	{	$10^\circ \dots$	283,85	$\dots$	99,38
		$15^\circ \dots$	285,62	$\dots$	100,00
		$20^\circ \dots$	287,19	$\dots$	100,55

Diese Zusammenstellung zeigt, dass wenn unter den obwaltenden Umständen an der Sinusbusssole ein Unterschied von  $5^\circ$  abgelesen wird, die das Magnetometer ablenkende Kraft sich nur um beiläufig 0,5 Procent ändert. Da man es aber unschwer dahin bringen kann, die Aenderungen an der Sinusbusssole weit unter einem Grad zu erhalten, so ist 0,1 Procent die äusserste Fehlergrenze, welche abhängt von einer Inconstanz des Verhältnisses zwischen galvanischer und erdmagnetischer Richtkraft.

Konnte in dieser Weise das bezeichnete Verhältniss am Orte der entfernten Sinusbusssole mit grosser Annäherung constant erhalten werden, so war das nach den Dispositionen

eines greifswalder physikalischen Institutes für den Ort des Stromkreises nicht mit gleicher Genauigkeit zu erzielen, ebensowenig als sich eine die beabsichtigten Beobachtungen begleitende direkte Messung der Variationen des Erdmagnetismus ermöglichen liess. Um wenigstens die mit der Tageszeit wechselnden Aenderungen zu eliminiren wurde jede Versuchsreihe in gleichen Stunden zweier aufeinanderfolgender Tage in umgekehrter Ordnung, also für wachsende und abnehmende  $p$ , wiederholt, und das Mittel aus den entsprechenden Zahlen beider Versuchsreihen genommen. —

Die Endergebnisse der so behandelten Beobachtungen sind die in den betreffenden Rubriken der Tabelle auf Seite 115 eingetragenen *unteren* Zahlen. Die Geringfügigkeit und das wechselnde Vorzeichen der Differenzen dieser und der darüber stehenden, durch Rechnung gewonnenen Zahlen, namentlich für die geringeren Abstände von der Kreisaxe bis  $p = 5$  gewähren eine genügende gegenseitige Controlle für Rechnung und Beobachtungsmethode. Zwischen  $p = 6$  und  $p = 10$  werden die Differenzen immer grösser und besitzen ein positives Vorzeichen in Uebereinstimmung damit, dass die immer weniger convergenten Reihen die berechneten Zahlen zu klein geben. Hier verdienen also die unteren Zahlen ein grösseres Vertrauen als die oberen. Dasselbe gilt aus gleichem Grunde von den für  $p > 9$  gewonnenen Zahlen. — Die Lücken in der Reihe  $z_1 = 0$  durch Beobachtungen auszufüllen, gestattete die Beschaffenheit des Apparates nicht. Die Reihe  $z_1 = 3$  ist fast nur Beobachtungsergebniss und über  $z_1 = 4$  hinaus wurden die Beobachtungen nicht fortgesetzt. Auch wurde es für unnöthig erachtet, die für  $z_1 = 4$  gelassenen Lücken durch Beobachtungen auszufüllen.

Die rasche Zunahme der Intensität mit Annäherung an den Kreisdraht machte es wünschenswerth, die Beobachtungen wenigstens in der Kreisebene soweit als möglich und in sehr kleinen Intervallen zu verfolgen. Der Apparat erlaubte eine Annäherung der Mitte des Magnetometers an den Kreisdraht bis auf 0,062 des Halbmessers. Die von vier zu vier Tausend-

steln desselben, zwischen  $\frac{p}{e} = 0,900$  bis  $\frac{p}{e} = 0,938$  für die  $Z$  Componente gewonnenen Zahlen sind in der zweiten Columnne der folgenden Tabelle unter  $z$  enthalten. Diese Werthe lassen sich in die nach der Methode der kleinsten Quadrate berechnete Formel

$$z = 1007,5972 - 2280,7 \frac{p}{e} + 1300 \frac{p^2}{e^2}$$

mit grosser Annäherung zusammen fassen. Die hieraus rückwärts berechneten  $z$  sind in der dritten Columnne unter  $z'$  verzeichnet, und letztere weichen von den beobachteten Werthen um die Grössen der vierten Columnne unter  $D$  ab.

$\frac{p}{e}$	$z$	$z'$	$D$
0,900	7,9672	7,9672	—
0,904	8,2529	8,2252	— 0,0277
0,908	8,5598	8,5248	— 0,0350
0,902	8,8978	8,8660	— 0,0318
0,916	9,2464	9,2488	+ 0,0024
0,920	9,6737	9,6732	— 0,0005
0,924	10,1134	10,1392	+ 0,0258
0,928	10,6336	10,6468	+ 0,0132
0,932	11,1663	11,1960	+ 0,0297
0,936	11,7883	11,7868	— 0,0015
0,938	12,1315	12,0978	— 0,0337

Diente die Beobachtung sowohl zur Controlle als zur Vervollständigung der Rechnung, so war das für einen weiteren Umfang als den der Tabelle auf Seite 115 nicht mehr nöthig. Für diesen grösseren Umfang sind nun in der folgenden Tabelle die Zahlen für die  $Z$  Componente (mit Weglassung der letzten Decimale) zusammengestellt, wobei aus der vorigen Tabelle nur diejenigen Zahlen, sei es aus der Rechnung oder aus der Beobachtung, aufgenommen sind, welche ich als der Wahrheit am nächsten stehend betrachte. Die Einrichtung der Tabelle ist nach dem früheren verständlich.

Die Zahlen der nebenstehenden Tafel wurden nun in die Kreuzungsstellen eines quadratischen Coordinatennetzes von

$p$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
$z_1$																			
18	0,229	0,228	0,225	0,219	0,211	0,202	0,191	0,178	0,165	0,151	0,137	0,122	0,108	0,095	0,082	0,070	0,059	0,049	0,041
16	0,298	0,296	0,291	0,283	0,272	0,259	0,243	0,225	0,206	0,186	0,166	0,146	0,126	0,108	0,091	0,075	0,061	0,049	0,038
14	0,393	0,390	0,384	0,372	0,357	0,337	0,314	0,289	0,261	0,232	0,202	0,174	0,146	0,121	0,097	0,077	0,060	0,045	0,032
12	0,525	0,522	0,509	0,496	0,475	0,447	0,414	0,376	0,335	0,292	0,249	0,206	0,167	0,131	0,100	0,073	0,051	0,022	0,020
10	0,707	0,705	0,691	0,671	0,641	0,603	0,556	0,501	0,440	0,374	0,307	0,243	0,184	0,133	0,090	0,056	0,030	0,010	-0,004
8	0,952	0,948	0,935	0,916	0,878	0,831	0,768	0,688	0,594	0,490	0,382	0,279	0,188	0,115	0,056	0,015	-0,013	-0,030	-0,041
6	1,261	1,259	1,251	1,236	1,209	1,164	1,094	0,991	0,848	0,673	0,481	0,313	0,148	0,040	-0,030	-0,070	-0,090	-0,096	-0,091
4	1,601	1,604	1,613	1,626	1,637	1,639	1,613	1,530	1,346	1,033	0,615	0,217	-0,051	-0,183	-0,230	-0,233	-0,211	-0,188	-0,166
3	1,757	1,765	1,786	1,823	1,868	1,927	1,973	1,960	1,811	1,397	0,703	0,043	-0,300	-0,400	-0,381	-0,338	-0,286	-0,240	-0,203
2	1,888	1,898	1,931	1,990	2,077	2,198	2,355	2,528	2,589	2,170	0,789	-0,461	-0,782	-0,705	-0,569	-0,444	-0,353	-0,283	-0,233
1	1,970	1,984	2,028	2,105	2,227	2,410	2,686	3,111	3,764	4,288	8,688	-2,098	-1,557	-1,044	-0,723	-0,528	-0,400	-0,315	-0,249
0	2,000	2,015	2,062	2,147	2,283	2,496	2,826	3,395	4,542	7,967	$\infty$	...	...	...	-0,83	-0,569	-0,424	-0,332	-0,259

54<sup>cm</sup> Seite eingetragen. Dann wurden durch ein einfaches Interpolationsverfahren für die Abscissen sowohl wie für die Ordinaten die Punkte eines jeden vollen Zehntels der Intensität ausfindig gemacht und die so gewonnenen Stellen gleicher Intensität durch Linien mit einander verbunden. Eine Verkleinerung dieser Darstellung ist auf Tafel III wiedergegeben. An der Stelle  $a$  würde der Mittelpunkt des Kreisstromes zu suchen sein, dessen Ebene derart senkrecht auf der Ebene der Tafel zu denken ist, dass  $ap$  mit einem Halbmesser und  $az$  mit dessen Axe zusammenfällt. Die mit  $\infty$  bezeichnete Stelle ist der Punkt, in welchem der aufsteigende Strom über die Tafel tritt. Die einzelnen Curven sind am Rande nach Art der Tabelle mit der ihnen zukommenden Intensität bezeichnet, und zwar gelten die Zahlen ohne Vorzeichen für diejenigen Orte, in welchen die auf den Nordpol bezügliche  $Z$  Componente von oben nach unten gerichtet ist (was im vorliegenden Quadranten einer Anziehung gleichkommt), während die mit negativem Vorzeichen versehenen Orte der aufwärts gerichteten  $Z$  Componente (d. i. Abstossung des Nordpoles) zukommt. Das Ganze ist das Bild eines Quadranten vom Durchschnitt des Magnetfeldes des Kreisstromes mit der Ebene der Tafel.

Wie man sieht, überragt die anziehende Region des Magnetfeldes bei weitem einen Cylinder, welcher den Kreisstrom zur Basis hat. Alle die hierher gehörigen Curven treten, soweit man sie verfolgen kann, erst auf die Aussenseite dieses Cylinders, bis sie sich wenden, um gegen den Punkt  $X$  zu convergiren. Die Anziehung ist am stärksten und zwar  $= \infty$  im Kreisumfang selbst. Von da nimmt sie in der Richtung des Halbmessers ab, bis sie im Mittelpunkt  $a$  den Werth  $= 2$  erhält. In der Richtung der Axe ist sie vom Mittelpunkt aus ebenfalls abnehmend, sowie sich überhaupt stets eine Abnahme für wachsende  $p$  ergibt. Die mit 0 bezeichnete Curve hat eine hyperbelähnliche Gestalt und ist dadurch charakterisirt, dass ein in ihr befindlicher Nordpol weder angezogen noch abgestossen wird. Sie trennt die Region der Anziehung von der der Abstossung, und letztere zeigt wiederum



eine Zunahme bis zum grösstmöglichen Werthe am Stromkreise selbst.

An den einzelnen Curven mag noch Folgendes als bemerkenswerth hervorgehoben werden:

Die mit 0 bezeichnete Curve durchschneidet auf jeder Seite nur einmal, und zwar an der Stelle  $X$  die Axe der  $p$ , denn es ist in dem ersten Theile gezeigt worden, dass bei  $z_1 = 0$  für alle Werthe von  $p$ , welche kleiner als  $q$  sind, die Wirkung eine anziehende, für alle grösseren dagegen eine abstossende sei. Diese Curve trifft auch nirgends die Kreisaxe, denn es wurde dort ebenfalls gezeigt, dass innerhalb letzterer die Wirkung stets eine anziehende sei.

Die Gestalt der Curve für die Intensität  $= 2$  kann in der Nähe des Coordinatenanfangspunktes nach Analogie der benachbarten Curven eine sehr verschiedene sein. Letztere haben nämlich in der mit dem Kreishalbmesser zusammenfallenden Axe der  $p$  einfache Maxima und in der darauf senkrechten Axe der  $Z$  erst Minima dann Maxima. Dass aber die hier gezeichnete Gestalt die richtige ist, dass also diese Curve mit den analogen der übrigen drei Quadranten in Spitzen der ersten Ordnung zusammentrifft, geht am einfachsten aus den Zahlen für  $z$  der folgenden Tabelle hervor, welche nach der Formel (5) für alle Intervalle von 0,02 des Kreishalbmessers zwischen  $z_1 = 0$  bis 0,10  $q$  sowie zwischen  $p = 0$  bis 0,10  $q$  berechnet wurden:

$\frac{z_1}{q} = 0,00$	$\frac{p}{q} = 0,00$	$z = 2,0000$	$\frac{z_1}{q} = 0,06$	$\frac{p}{q} = 0,00$	$z = 1,9892$
	0,02	2,0006		0,02	1,9898
	0,04	2,0024		0,04	1,9916
	0,06	2,0054		0,06	1,9945
	0,08	2,0096		0,08	1,9989
	0,10	2,0151		0,10	2,0039
0,02	0,00	1,9988	0,08	0,00	1,9809
	0,02	1,9994		0,02	1,9816
	0,04	2,0012		0,04	1,9832
	0,06	2,0042		0,06	1,9860
	0,08	2,0086		0,08	1,9902
	0,10	2,0189		0,10	1,9954

$\frac{z_1}{e} = 0,04$	$\frac{p}{e} = 0,00$	$z = 1,9952$	$\frac{z_1}{e} = 0,10$	$\frac{p}{e} = 0,00$	$z = 1,9704$
	0,02	1,9958		0,02	1,9709
	0,04	1,9976		0,04	1,9726
	0,06	2,0008		0,06	1,9753
	0,08	2,0048		0,08	1,9793
	0,10	2,0101		0,10	1,9844

Jede Curve zwischen den Intensitäten = 2,0 und 1,4 hat in der  $Z$  Axe selbst im Minimum, jedoch abseits von derselben, also für wachsende  $p$  ein Maximum. Zwischen diesen beiden Stellen muss sich also ein Wendepunkt finden.

Ein besonderes Interesse haben die Curven erhalten, welche in der Nachbarschaft des Theilstriches  $V_1$  die Kreisaxe durchschneiden. Hier stellt nämlich Gaugain die Nadel seiner Tangentenboussole auf, um eine genauere Proportionalität zwischen der Tangente ihrer Ablenkung und der Stärke des ablenkenden Stromes zu erhalten, als das bei einer Aufstellung im Mittelpunkt des Kreises der Fall ist. Die Zeichnung giebt auch hierüber durch den Augenschein denselben Aufschluss, den Bravais<sup>1)</sup> durch Rechnung lieferte. Es haben nämlich bei niederen Ordinaten die Kurven in der Kreisaxe ein Minimum, bei höheren ein Maximum. Die Stetigkeit in der Anordnung dieser Curven bedingt nun, dass eine dazwischen liegende Curve auf eine geraume Strecke von einer zur Abscissenaxe parallelen geraden Linie nur unmerklich abweiche, und dass hier die Curven gleicher Intensität nicht allein am dichtesten zusammengedrängt sind, sondern auch merklich gleichen Abstand von einander besitzen. Wie die Figur zeigt, findet das in der Nähe des Punktes  $V_1$  statt, und die Curve

1) Bravais in Annales de chem. et phys. [3] 38. 301. — Poggen-dorff's Annalen Bd. 88. S. 446 (1853). Das Endergebniss dieser Untersuchung ist: Wenn die Messungen der Stromstärke mit der Tangentenbussole so genau ausgeführt werden sollen, dass die zweite Potenz der Nadellänge noch von Einfluss ist, dann bleibt noch immer die Stromstärke der Tangente des Ablenkungswinkels proportional, wenn der Abstand des in der Kreisaxe liegenden Mittelpunktes der Nadel vom Mittelpunkt des Kreises nach Osten oder Westen hin halb so gross ist als der Radius des Stromkreises.

1,4 zeigt diese Eigenschaft von allen den hier verzeichneten Curven am deutlichsten. Befindet sich nun in 1,4 der Drehpunkt einer kurzen Deklinationsnadel, deren Nordpol auf der rechten, deren Südpol auf der linken Seite liegt und deren Axe infolge des Erdmagnetismus parallel zur Stromebene gerichtet werden mag, so wird infolge des im Kreise umlaufenden Stromes der Nordpol nach unten, der Südpol nach oben abgelenkt. Sonach kommt ersterer in Orte stärkerer, letzterer in Orte schwächerer elektro-dynamischer Intensität. Wegen des merklich gleichen Abstandes der Orte um gleichviel sich ändernder Intensität ist aber das Maass der Verstärkung auf der einen Seite merklich ebensogross als das der Schwächung auf der andern, und somit bleibt das gesammte galvanische Drehungsmoment der Magnetnadel in jeder ihrer Lagen dasselbe. Daraus geht aber hervor, dass die Stromstärke der Tangenten grösserer und kleinerer Ablenkungswinkel mit gleicher Genauigkeit proportional ist. Anders verhält es sich, wenn unter sonst denselben Umständen der Drehpunkt der Deklinationsnadel im Centrum des Kreises sich befindet. Wird hier die Nadel durch den Strom abgelenkt, so bewegt sich sowohl ihr Nordpol als auch ihr Südpol in Orte geringerer Intensität. Das gesammte galvanische Drehungsmoment der Nadel wird also um so mehr beeinträchtigt, je grösser ihre Ablenkung ist, es werden also in Uebereinstimmung mit der Erfahrung die nach der Tangenten des Ablenkungswinkels berechneten Stromstärken um etwas zu gering ausfallen, und um so geringer, je grösser der Ablenkungswinkel ist. — Umgekehrt erhält man zu grosse Werthe, wenn der Drehpunkt der Nadel sich in grösserem Abstand, also etwa in den Ordinaten XIII<sub>1</sub> oder XIV<sub>1</sub> befindet. Der Nordpol bewegt sich dann bei deren Drehung rascher in Orte grösserer Intensität, als sich der Südpol in Orte kleiner Intensität bewegt und somit wird das auf sie wirkende Gesamtdrehungsmoment immer grösser, je grösser der Ablenkungswinkel wird.

Dass aber in den den Curven zugrunde gelegten Messungen die *Z* Componente der Stromkraft mit so grosser Genauigkeit für den Mittelpunkt der Galvanometernadel durch die Tangente

von deren Ablenkung gemessen werden konnte, hat seinen Grund sowohl in der unverhältnissmässig kurzen Nadel, als auch in der Geringfügigkeit der Ablenkungen, die  $6^\circ$  in keinem Fall erreichten.

Greifswald, 8. August 1873.

---

**XI. Ueber den Zusammenhang zwischen der Drehung der Polarisationssebene und der Wellenlänge der verschiedenen Farben; von Ludwig Boltzmann in Wien.**

---

Eine flüchtige Betrachtung des Phänomens der Drehung der Polarisationssebene des Lichts durch Quarz oder andere drehende Substanzen zeigt sogleich die auffallende Veränderlichkeit derselben für die verschiedenen Farben. Das Gesetz dieser Veränderlichkeit wurde bekanntlich zuerst von Biot aufgestellt (Mém. de l'acad. II, 91), welcher zeigte, dass die Drehungswinkel der Polarisationssebene für die verschiedenen Farben nahezu den Quadraten ihrer Wellenlänge verkehrt proportional sind. Es zeigte sich jedoch, dass genauere von Broch (Rep. d. Phys. VII, 113) angestellte Messungen der Drehung der Polarisationssebene durch Quarz dieses Gesetz nicht vollkommen genau bestätigten. v. Lang war der erste, welcher das Biot'sche Gesetz so zu ergänzen suchte, dass es mit den Broch'schen Messungen vollständig übereinstimme. Bezeichnen wir mit  $\varphi$  den Winkel, um den ein Quarz von der Dicke eines Millimeters die Polarisationssebene irgend einer Farbe dreht und mit  $\lambda$  deren Wellenlänge, so sucht v. Lang den Winkel  $\varphi$  durch die Formel

$$A + \frac{B}{\lambda^2} \quad (1)$$

darzustellen, wobei  $A$  und  $B$  Constanten sind. Dass dadurch eine grössere Annäherung erzielt werden musste als durch die

Biot'sche Formel, ist klar, da ja letztere nur eine einzige willkürliche Constante enthält. Stefan zeigte nun zunächst (Wien. Ber. L, 88), dass sich aus den Broch'schen Messungen noch kein sicherer Schluss darüber ziehen lässt, wie die Biot'sche Formel zu ergänzen sei. Um die beiden Constanten  $A$  und  $B$  der Formel (1) zu bestimmen, muss man natürlich immer 2 Messungen zu Hülfe nehmen. Es zeigte sich da nun, dass man sehr verschiedene Werthe für die Constanten  $A$  und  $B$  erhält, je nachdem man verschiedene Paare der Broch'schen Messungen zur Berechnung der Constanten  $A$  und  $B$  verwendet. Dagegen machte Stefan neue (und wie namentlich unsere späteren Betrachtungen zeigen werden ohne Zweifel genauere) Messungen der Drehung der Polarisationssebene durch Quarz und zeigte, dass, wenn man verschiedene Paare seiner Messungen der Berechnung unterzieht, man für die Constanten  $A$  und  $B$  der Formel (1) besser übereinstimmende Werthe erhält, wonach also nicht mehr zweifelhaft ist, dass das Biot'sche Gesetz in der That einer Ergänzung bedarf. Mir schien es nun zunächst aus theoretischen Gründen wahrscheinlich, dass die Drehungswinkel der Polarisationssebene besser durch eine Formel von der Gestalt

$$\frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4} \quad (2)$$

als durch die Formel (1) dargestellt werden würden. Berechnet man nämlich die Wellenbewegung des Lichtäthers nach den gewöhnlichen Formeln, indem man die Distanz zweier Aethertheilchen als verschwindend klein voraussetzt, so findet man, dass eine Drehung der Polarisationssebene so wenig möglich ist, als eine Farbenzerstreuung durch Brechung. Die Drehung der Polarisationssebene kann daher wie die Farbenzerstreuung nur daher rühren, dass durch die Körpermoleküle im Aether periodische Dichtigkeitsänderungen erzeugt werden, deren Dimensionen nicht gegen die Wellenlänge verschwinden und zwar werden solche Dichtigkeitsänderungen eine Drehung der Polarisationssebene zur Folge haben, welche mit ihren Spiegelbildern nicht völlig congruent, sondern nur symmetrisch sind, wie eine rechtslaufende Schraube mit ihrem Spiegelbilde (der

linkslaufenden) bloss symmetrisch ist. Wenn auch hiermit noch nicht gesagt ist, wie derartige Dichtigkeitsänderungen der Rechnung zu unterziehen sind, worauf ich vielleicht einmal später in einer längeren Abhandlung zurückkommen werde, so ist doch so viel klar, dass die Drehung der Polarisationssebene bloss daher rührt, dass die Wellenlänge nicht mehr sehr gross ist gegenüber den Dimensionen der Wirkungssphäre eines Moleküls. Daraus folgt, dass sie für grosse Wellenlängen verschwinden muss und dies ist der Grund, weshalb ich vermuthete, dass sie durch den Ausdruck (2), welcher in der That für wachsende Wellenlängen sich immer mehr der Null nähert, besser dargestellt würde, als durch den Ausdruck (1), der diese Eigenschaft nicht besitzt. Ich untersuchte nun, ob nicht die vorliegenden Messungen, namentlich die Stefan's, eine Bestätigung meiner Vermuthung lieferten. Jedesmal wenn beobachtete Zahlen nach einer Formel berechnet werden, die dem Gesetze, nach dem sie gebaut sind, nicht ganz entspricht, müssen die Differenzen zwischen der nach jener Formel berechneten und den beobachteten Zahlen eine gewisse Regelmässigkeit zeigen. Stefan fand nun in der That höchst merkwürdige Regelmässigkeiten in den Differenzen zwischen den von ihm beobachteten Drehungswinkeln der Polarisationsebene und den nach der Formel (1) berechneten, und es ist interessant zu sehen, wie alle diese Regelmässigkeiten darauf hinweisen, dass die Formel (2) den Beobachtungen besser als die Formel (1) entsprechen müsse. Man dürfte sich hier von am leichtesten durch die graphische Darstellung überzeugen. Verzeichnen wir ein rechtwinkliges Coordinatensystem (Fig. 21, Taf. II), auf der Abscissenaxe  $O X$  tragen wir die reciproken Quadrate der Wellenlängen  $\frac{1}{\lambda^2}$  auf.  $OM$  sei das reciproke Quadrat der Wellenlänge für die Fraunhofer'sche Linie  $B$ ,  $ON$  das für die Fraunhofer'sche Linie  $H$ , so dass  $ON$  etwa dreimal so gross als  $OM$  ist. Als Ordinate tragen wir über jeder Abscisse den dazu gehörigen Drehungswinkel  $\varphi$  auf, welchen die betreffende Farbe durch einen Quarz von der Dicke eines Millimeters erfährt. Würden die Drehungs-

winkel das Biot'sche Gesetz befolgen, so müssten wir hierdurch eine Gerade  $PQ$  erhalten, deren Verlängerung durch den Coordinatenanfangspunkt geht. Nehmen wir nun an, das Biot'sche Gesetz wäre nicht vollkommen genau erfüllt, aber es würden die Drehungswinkel genau durch die Formel (2) dargestellt, wobei  $B$  und  $C$  positive Constanten sein sollen. Die Curve, deren Abscissen die reciproken Quadrate der Wellenlängen und deren Ordinaten die dazu gehörigen Drehungswinkel der Polarisationssebene sind, würde jetzt eine durch den Punkt  $O$  gehende krumme Linie (eine Parabel) sein, welche überall ihre concave Seite nach aufwärts wendet.  $RS$  sei derjenige Theil derselben, welcher zwischen den Abscissen  $OM$  und  $ON$  liegt, welcher also den der Messung zugänglichen Wellenlängen entspricht. Das Problem, die Werthe der Drehungswinkel  $\varphi$  möglichst genau durch die Formel (1) darzustellen, ist identisch mit dem Probleme, die Curve  $RS$  möglichst genau durch eine Gerade zu ersetzen, welche aber nicht durch den Coordinatenanfangspunkt zu gehen braucht und deren Gleichung  $y = A + Bx$  ist. Eine gerade Linie, welche diesen Zweck erfüllt, wird etwa die Gerade  $TU$  sein. Man sieht sogleich aus der Zeichnung, dass diese Gerade die Abscissenaxe ein kleines Stück vor dem Coordinatenanfangspunkte durchschneiden wird, dass also die Constante  $A$  in ihrer Gleichung und folglich auch in der Formel (1) einen kleinen negativen Werth erhalten wird; und in der That fand Stefan in allen Fällen für die Constante  $A$  einen kleinen negativen Werth. Man sieht ferner, dass in der Nähe der Punkte  $M$  und  $N$ , also in der Nähe der Fraunhofer'schen Linien  $B$  und  $H$  die Ordinaten der Geraden  $TU$  kleiner sind, als die der Curve  $RS$ , während in der Mitte zwischen diesen beiden Fraunhofer'schen Linien umgekehrt die Ordinaten der Geraden grösser sind, als die der Curve. Wäre also der Drehungswinkel  $\varphi$  in Wirklichkeit durch die Formel (2) dargestellt und man würde versuchen, ihn möglichst genau nach der Formel (1) zu berechnen, so müssten an beiden Enden des Spektrums die berechneten Werthe des  $\varphi$  kleiner sein als die beobachteten in der Mitte des Spektrums, dagegen müssten

umgekehrt die berechneten Werthe grösser als die beobachteten sein. Auch diese Eigenthümlichkeit hat Stefan in der That bei seinen Versuchen, die Drehungswinkel durch die Formel (1) darzustellen, bemerkt und zwar nicht bloß beim Quarz, sondern auch bei allen andern Substanzen, welche die Polarisationssebene drehen (vergl. d. Abschn. IX. s. Abh.). Endlich bemerkt Stefan noch, dass die beobachteten Drehungswinkel mit sehr grosser Genauigkeit durch eine gradgebrogene Linie dargestellt wurden, deren erster dem Roth näher liegender Theil weniger, deren zweiter aber mehr gegen die Abscissenaxe geneigt ist. Auch der Grund hiervon ist aus unserer Zeichnung unmittelbar ersichtlich, indem in der That die Curve *RS* viel genauer durch 2 solche Gerade als durch eine einzige dargestellt werden kann. Man sieht also, dass alle merkwürdigen Eigenthümlichkeiten, welche Stefan an den Differenzen der beobachteten und berechneten Werthe fand, zu Gunsten der Formel (2) sprechen. Wird also durch diesen Umstand einerseits die Anwendbarkeit der Formel (2) sehr wahrscheinlich gemacht, so gibt derselbe anderseits auch Zeugniß für die grosse Genauigkeit der Stefan'schen Beobachtungen am Quarze und der Wiedemann'schen am Citronen- und Terpentinöl, da sich aus den Zehnteln der Grade dieser Beobachtungen noch mit solcher Sicherheit Schlüsse ziehen lassen. Um übrigens einen directen Vergleich zwischen der Annäherung, welche die Formel (1) und der, welche die Formel (2) bietet, zu ermöglichen, nahm ich mir die Mühe, die von Stefan für die Drehungswinkel  $\varphi$  der Polarisationssebene durch eine 1<sup>mm</sup> dicke Quarzsäule gefundenen Zahlen mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate nach beiden Formeln zu berechnen. Da gegenwärtig bereits genauere Messungen der Wellenlängen als die ersten von Fraunhofer selbst ausgeführten existiren, so habe ich für die Wellenlängen  $\lambda$  lieber die von Ditscheiner gefundenen Werthe benutzt (vergl. Wien. Ber. L (2) Seite 296), die relativen Werthe derselben stimmen übrigens mit den von Angström und Mascart gefundenen so nahe überein, dass der Unterschied für unsere Zwecke ganz ohne Einfluss ist. Da es sich



behufs Entscheidung der Frage, die uns beschäftigt, blos um die Verhältnisse der Wellenlänge für die verschiedenen Fraunhofer'schen Linien handelt, deren Absolutwerthe verhältnissmässig viel unsicherer sind, so habe ich der Rechnung jene Zahlen Ditscheiner's zu Grunde gelegt, bei denen die Wellenlänge der *D*linie gleich  $0,0005888^{\text{mm}}$  gesetzt ist. Wollte man aus meinen Formeln solche gewinnen, bei denen die Verhältnisse der Wellenlängen dieselben sind, aber die der *D*linie einen andern Werth  $\lambda^{\text{mm}}_D$  besitzt, so dürfte man nur die Constante *A* unverändert lassen, die Constante *B* mit der 2., die Constante *C* aber mit der 4. Potenz von  $\frac{0,0005888}{\lambda_D}$  multipliciren. Ich stelle nun zunächst in der folgenden Tabelle für die verschiedenen Fraunhofer'schen Linien die Werthe der Drehungswinkel  $\varphi$  und der Wellenlängen  $\lambda$  zusammen, die ich den spätern Rechnungen zu Grunde legte:

	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>F</i>	<i>G</i>	<i>H</i>
$\lambda = 0,00068706^{\text{mm}}$ ,		65595,	58880,	52686,	48597,	43088,	39668
$\varphi = 15,55^\circ$		, 17,22,	21,67,	27,46,	32,69,	42,37,	50,98

Suchte ich die Werthe des  $\varphi$  durch Formel (1) darzustellen und berechnete die Constanten *A* und *B* nach der Methode der kleinsten Quadrate, so erhielt ich

$$\varphi = -2,303 + \frac{8,32777}{10^6 \lambda^2}. \quad (3)$$

Zieht man von den beobachteten Werthen des  $\varphi$  die nach dieser Formel berechneten ab, so erhält man folgende Differenzen  $\epsilon$  für die verschiedenen Fraunhofer'schen Linien:

	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>F</i>	<i>G</i>	<i>H</i>	$\Sigma \epsilon = 1,48$
$\epsilon = 0,21, 0,17, -0,05, -0,24, -0,27, -0,18, +0,36$								$\Sigma \epsilon^2 = 0,3680$

$\Sigma \epsilon$  ist hierbei die Summe aller Differenzen, jede mit positivem Zeichen genommen,  $\Sigma \epsilon^2$  ist die Summe der Quadrate der Differenzen. Berechnet man dagegen in der Formel (2) die Constanten nach der Methode der kleinsten Quadrate, so erhält man

$$\varphi = \frac{7,07018}{10^6 \lambda^2} + \frac{0,14983}{10^{12} \lambda^4} \quad (4)$$

$$\begin{array}{cccccccc} B & C & D & E & F & G & H & \Sigma \epsilon = 0.32 \\ \epsilon = -0.10, & -0.02, & +0.03, & +0.04, & +0.07, & -0.06, & 0.00 & \Sigma \epsilon^2 = 0.0214 \end{array}$$

$\epsilon$ ,  $\Sigma \epsilon$  und  $\Sigma \epsilon^2$  haben dieselbe Bedeutung wie früher. Man sieht, dass sich die Formel (2), welche nicht mehr willkürliche Constante, als die Formel (1) hat, den Beobachtungen viel besser anschliesst, als die letztere. Ich habe endlich noch die Werthe von  $\varphi$  nach der Formel

$$A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4} \quad (5)$$

mit Hülfe der Methode der kleinsten Quadrate berechnet, wobei ich erhielt

$$\varphi = -0.3395 + \frac{7.24678}{10^6 \lambda^2} + \frac{0.12943}{10^{12} \lambda^4}$$

$$\begin{array}{cccccccc} B & C & D & E & F & G & H & \Sigma \epsilon = 0.24 \\ \epsilon = -0.04, & 0.02, & 0.03, & 0.01, & 0.02, & -0.08, & 0.04 & \Sigma \epsilon^2 = 0.0114 \end{array}$$

Man sieht, dass der Werth der Constanten  $A$  fast 7mal so klein ist, als in der Formel (3), dagegen ist der des  $C$  nur unbedeutend kleiner, als in der Formel (4). Die Drehungswinkel anderer Substanzen habe ich nicht nach der Methode der kleinsten Quadrate berechnet, doch macht das vorhergesagte wahrscheinlich, dass Terpentinöl, Citronenöl und Rohrzuckerlösung sich ähnlich verhalten werden. Die Jamin'schen Beobachtungen über Weinsäure (Jam. phys. III) verglich ich mit den Formeln (1) und (2), indem ich die Constanten dieser Formeln aus zwei Beobachtungen berechnete. Es zeigte sich hier ebenfalls auf den ersten Blick, dass Formel (2) viel besser als Formel (1) stimmt; doch wird für eine Weinsäure die Constante  $C$  der Formel (2) negativ. Unser Resultat ist also, dass die Drehungswinkel der Polarisations-ebene am besten durch die Formel  $\frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4} + \frac{D}{\lambda^6} + \dots$  dargestellt werden, dass dieselben also mit wachsendem  $\lambda$  sich der Null nähern. Die Drehung der Polarisations-ebene gehört also in der That zu jenen Erscheinungen, welche bloß daher rühren, dass die Wellenlängen nicht mehr sehr gross gegen die Wirkungssphäre eines Moleküls sind.

**XII. Ueber die Constitution der Chlorwasserstoffsäure und der chlorwasserstoffsauren Salze;  
von Julius Thomsen.**

Der Zweck der vorliegenden Abhandlung ist, darzuthun, dass die wässerige Lösung des Chlorwasserstoffs sehr wahrscheinlich ein Hydrat von der Zusammensetzung



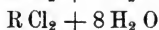
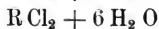
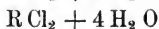
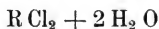
enthält; dass dieses Hydrat als das eigentliche Säuremolekül zu betrachten ist, und dass demnach die chlorwasserstoffsauren Salze, d. h. die wasserhaltigen Chlorverbindungen der Metalle, welche für jedes darin enthaltene Chloratom die Bestandtheile eines Moleküls Wasser enthalten, als wasserfreie chlorwasserstoffsaure Salze zu bezeichnen sind.

Als Grundlagen für diese Untersuchung benutze ich

1. die Isomorphie der wasserhaltigen Chlorverbindungen mit andern Salzen, wenn jene für jedes darin enthaltene Chloratom ein Molekül Wasser mehr enthalten als diese;
2. das specifische Gewicht und die specifische Wärme der wässerigen Säure; und endlich
3. die Wärmephänomene bei der Absorption des Chlorwasserstoffs durch Wasser, wie auch beim Vermischen der wässerigen Säure mit Wasser.

1. Die Phänomene der Isomorphie.

Die Zusammensetzung der Mehrzahl der wasserhaltigen Chlormetalle lässt sich durch folgende 4 Formeln ausdrücken:



wenn R entweder ein Atom eines zweiwerthigen oder zwei Atome eines einwerthigen Metalls bezeichnet.

Die *erste Gruppe* umfasst die isomorphen, im *rhombischen* System krystallisirenden, Chlorverbindungen des Baryum, des Kupfers, des Mangan-Quecksilbers, wie auch das analoge Brombaryum.

Die *zweite Gruppe* enthält die Chlorverbindungen des Natrium, des Mangan, des Didym und des Eisens, wie auch die entsprechenden Bromverbindungen des Natrium und des Mangan; sie bilden isomorphe Krystalle, welche dem *monoklinischen System* angehören.

Die *dritte Gruppe* spaltet sich in zwei Abtheilungen, von welchen die erste die isomorphen Chlorverbindungen des Magnium, Nickel, Kobalt und Mangan enthält, welche *monoklinisch* krystallisiren, während die zweite die im *hexagonalen* System krystallisirenden Chlorverbindungen des Calcium und Strontium einschliesst. An diese zweite Abtheilung reiht sich die sehr grosse Gruppe der 6 Moleküle Wasser enthaltenden Salze der Chlor-, Brom- und Jodplatinwasserstoffsäure, der Chlor- und Fluorziinnsäure, der Chlor- und Fluorsiliciumsäure u. s. w., welche alle hexagonale, mit dem Chlorcalcium und Chlorstrontium isomorphe Krystalle bilden.

Aus der *vierten Gruppe* ist nur ein Glied bekannt, nämlich das Chlorkobalt  $\text{Co Cl}_2 + 8 \text{H}_2 \text{O}$ , welches dem *regulären* System angehört.

*Mit der ersten Gruppe der Chlorverbindungen sind mehrere Reihen wasserfreier Salze isomorph, nämlich schwefelsaure, ameisensaure, überchlorsaure, überjodsaure und übermangansaure Salze verschiedener Basen.* Ich gebe hier die krystallographischen Constanten dieser rhombischen Krystalle, nämlich das Längenverhältniss der drei Axen grösstentheils nach Rammelsbergs krystallographischer Chemie zusammengestellt.

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	
A.	K J O <sub>4</sub>	0,781	1	0,650 = $\frac{1}{2} \cdot 1,300$
	K Cl O <sub>4</sub>	0,782	1	0,641 = $\frac{1}{2} \cdot 1,282$
	Tl Cl O <sub>4</sub>	0,798	1	0,645 = $\frac{1}{2} \cdot 1,290$
	Am Cl O <sub>4</sub>	0,793	1	0,641 = $\frac{1}{2} \cdot 1,282$
	K <sub>2</sub> Mn <sub>2</sub> O <sub>8</sub>	0,795	1	0,648 = $\frac{1}{2} \cdot 1,296$
	Am <sub>2</sub> Mn <sub>2</sub> O <sub>8</sub>	0,805	1	0,652 = $\frac{1}{2} \cdot 1,304$
B.	Ba S O <sub>4</sub>	0,815	1	1,313
	Sr S O <sub>4</sub>	0,777	1	1,282
	Ca S O <sub>4</sub>	0,808	1	1,368
	Pb S O <sub>4</sub>	0,786	1	1,292
C.	Na <sub>2</sub> S O <sub>4</sub>	0,808	1	0,473 = $\frac{1}{3} \cdot 1,419$
	Ag <sub>2</sub> S O <sub>4</sub>	0,808	1	0,461 = $\frac{1}{3} \cdot 1,383$
	Ba Mn <sub>2</sub> O <sub>8</sub>	0,801	1	0,473 = $\frac{1}{3} \cdot 1,419$
D.	Ba C <sub>2</sub> H <sub>2</sub> O <sub>4</sub>	0,765	1	0,864 = $\frac{2}{3} \cdot 1,296$
	Pb C <sub>2</sub> H <sub>2</sub> O <sub>4</sub>	0,742	1	0,844 = $\frac{2}{3} \cdot 1,266$
	Ca C <sub>2</sub> H <sub>2</sub> O <sub>4</sub>	0,760	1	0,467 = $\frac{3}{8} \cdot 1,245$
E.	Ba Cl <sub>2</sub> + 2 H <sub>2</sub> O	2 · 0,789	1	0,957 = $\frac{2}{3} \cdot 1,435$
	(Mn Hg) Cl <sub>2</sub> + 2 H <sub>2</sub> O	$\frac{3}{5} \cdot 0,767$	1	0,944 = $\frac{2}{3} \cdot 1,416$
	Cu Cl <sub>2</sub> + 2 H <sub>2</sub> O	$\frac{3}{5} \cdot 0,772$	1	0,918 = $\frac{2}{3} \cdot 1,377$
	Ba Br <sub>2</sub> + 2 H <sub>2</sub> O	$\frac{1}{2} \cdot 0,752$	1	0,435 = $\frac{1}{3} \cdot 1,305$

Die Mittelwerthe für diese 5 Reihen von Salzen sind:

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
A	0,791	1	1,293
B	0,797	1	1,314
C	0,806	1	1,407
D	0,756	1	1,269
R Cl <sub>2</sub> + 2 H <sub>2</sub> O	0,770	1	1,386

Es darf demnach die Isomorphie der vier Gruppen von wasserfreiem Salze mit den Chlorverbindungen der Formel  $R Cl_2 + 2 H_2 O$  als sehr wahrscheinlich zu betrachten sein.

Die zweite Gruppe von Chlorverbindungen, d. h. diejenigen mit 4 Mol. Wasser, sind ebenfalls isomorph mit schwefelsauren und arsenisauren Salzen, wenn diese 2 Mol. Wasser enthalten. Die Salze sind monoklinisch und die Constanten sind die folgenden.

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>o</i>
Ca S O <sub>4</sub> + 2 H <sub>2</sub> O	0,692	1	0,413	81°26
Zn C <sub>2</sub> H <sub>2</sub> O + 2 H <sub>2</sub> O	1,307	1	1,221	82°41
Cd C <sub>2</sub> H <sub>2</sub> O <sub>2</sub> + 2 H <sub>2</sub> O	1,325	1	1,224	82°55
(Ba Mn) C <sub>2</sub> H <sub>2</sub> O <sub>4</sub> + 2 H <sub>2</sub> O	1,316	1	1,207	82°28
Na <sub>2</sub> Cl <sub>2</sub> + 4 H <sub>2</sub> O	0,683	1	1,129	81°42
Na <sub>2</sub> Br <sub>2</sub> + 4 H <sub>2</sub> O	0,647	1	1,178	81°25
Mn Cl <sub>2</sub> + 4 H <sub>2</sub> O	0,644	1	1,153	80°35
Mn Br <sub>2</sub> + 4 H <sub>2</sub> O	0,645	1	1,165	80°54
Di Cl <sub>2</sub> + 4 H <sub>2</sub> O	0,679	1	1,237	81°31
Fe Cl <sub>2</sub> + 4 H <sub>2</sub> O	0,691	1	1,195	(79°45)

Auch hier habe ich einige mit den Chlorverbindungen isomorphe Bromverbindungen mit aufgenommen. Die Mittelwerthe für diese 3 Reihen sind folgende:

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>o</i>
R S O <sub>4</sub> + 2 H <sub>2</sub> O	0,692	1	$\frac{1}{3}$ .1,239	81°26
R C <sub>2</sub> H <sub>2</sub> O <sub>4</sub> + 2 H <sub>2</sub> O	2. 0,658	1	1,217	82°41
R Cl <sub>2</sub> + 4 H <sub>2</sub> O	0,665	1	1,176	81°12

Dass die Chlorverbindungen mit 4 Mol. Wasser den besprochenen Salzen mit 2 Mol. Wasser isomorph sind, darf wohl auch als sehr wahrscheinlich betrachtet werden.

Von den Chlorverbindungen der dritten Gruppe, d. h. denjenigen mit 6 Mol. Wasser, sind folgende monoklinisch und als isomorph anzusehen.

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>o</i>
Mg Cl <sub>2</sub> + 6 H <sub>2</sub> O	1,567	1	0,818	54°7
Ni Cl <sub>2</sub> + 6 H <sub>2</sub> O	1,467	1	0,942	57°30
Co Cl <sub>2</sub> + 6 H <sub>2</sub> O	1,479	1	1,890	57°41

Von den monoklinischen Salzen der Schwefelsäure, Ameisensäure und Unterschwefelsäure mit 4 Mol. Wasser sind keine den genannten Chlorverbindungen direct vergleichbar. Herr Dr. Topsøe hat mir aber die Constanten dieser Salze für eine

andere Axenlage gefälligst berechnet und erhält dadurch folgende Werthe:

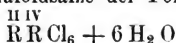
	a	b	c	o
$\text{Cu} \cdot \text{C}_2 \text{H}_2 \text{O}_4 + 4 \text{H}_2 \text{O}$	1,564	1	1,000	54°4
$\text{Mn S O}_4 + 4 \text{H}_2 \text{O}$	0,724	1	0,432	54°13
$\text{Ba S}_2 \text{O}_6 + 4 \text{H}_2 \text{O}$	2,317	1	1,222	54°0

Eine Vergleichung dieser Constanten mit denen der Chlorverbindungen mit 6 Mol. Wasser zeigt eine sehr bedeutende Annäherung, so dass diese wenigstens als annähernd isomorph mit jenen zu betrachten sein werden.

Die hexagonalen Chlorverbindungen derselben Gruppe sind die folgenden:

	a	c	R
$\text{Ca Cl}_2 + 6 \text{H}_2 \text{O}$	1	0,496	129°1'
$\text{Sr Cl} + 6 \text{H}_2 \text{O}$	1	0,508	128°2''

und hieran reiht sich die sehr grosse Gruppe der 6 Mol. Wasser enthaltenen Haloidsalze der Formel



wie auch die entsprechenden Brom-, Jod- und Fluorverbindungen, z. B.  $\text{Ni Pt Cl}_6 + 6 \text{H}_2 \text{O}$ ,  $\text{Mg Sn Fl}_6 + 6 \text{H}_2 \text{O}$ ,  $\text{Zn Si Fl}_6 + 6 \text{H}_2 \text{O}$  u. s. w. Bei allen diesen hexagonalen Salzen ist das Axenverhältniss zwischen 0,508 bis 0,519, und der Polkantenwinkel zwischen 127° bis 128° 17'.

Diesen Verbindungen isomorph sind nun die übrigen, 4 Mol. Wasser enthaltenden, unterschwefelsauren Salze und einige Doppelsalze der Salpetersäure, die Constanten sind:

	a	c	
$\text{Sr S}_2 \text{O}_6 + 4 \text{H}_2 \text{O}$	1	1,502	} R = 129°1'
$\text{Pb S}_2 \text{O}_6 + 4 \text{H}_2 \text{O}$	1	1,470	
$(\text{Sr Pb}) \text{S}_2 \text{O}_6 + 4 \text{H}_2 \text{O}$	1	1,500	
$\text{Ce}_{1/2} \text{Mg}_{1/2} \text{N}_2 \text{O}_6 + 4 \text{H}_2 \text{O}$	1	0,760	} $\frac{2}{3}$ R = 127°47''
$\text{Ce}_{1/2} \text{Ni}_{1/2} \text{N}_2 \text{O}_6 + 4 \text{H}_2 \text{O}$	1	0,753	
$\text{La}_{1/2} \text{Mg}_{1/2} \text{N}_2 \text{O}_6 + 4 \text{H}_2 \text{O}$	1	0,772	
$\text{La}_{1/2} \text{Ni}_{1/2} \text{N}_2 \text{O}_6 + 4 \text{H}_2 \text{O}$	1	0,781	

Die Isomorphie mit der zweiten Abtheilung der Chlorverbindungen  $R Cl_2 + 6 H_2 O$  ist unverkennbar.

*Die vierte Gruppe, Chlorverbindungen mit 8 Mol. Wasser, enthält nur ein Salz  $Co Cl_2 + 8 H_2 O$ ; es bildet reguläre Krystalle. Eben dieselbe Krystallform treffen wir bei dem 6 Mol. Wasser enthaltenden chlorsauren Salze des Kobalt, Nickel und Kupfer, wie auch den unterphosphorigen Salzen des Magnium, Nickel, Kobalt, Eisen und Zink.*

*Die hier besprochenen 4 Gruppen von Chlorverbindungen, die für jedes Molekül Chlor 2, 4, 6 und 8 Moleküle Wasser enthalten, haben demnach isomorphe Repräsentanten in verschiedenen Gruppen anderer Salze, die 2 Moleküle Wasser weniger enthalten als jene. Es ist deshalb anzunehmen, dass diese 2 Moleküle Wasser der Chlorverbindungen als Bestandtheile des Säureradicals auftreten und dass das einfache Molekül der Chlorwasserstoffsäure als  $H_3 Cl O$  aufgefasst werden muss.*

## 2. Das spezifische Gewicht der wässerigen Säure.

Wenn zwei Flüssigkeiten gemischt werden und sich gegenseitig auflösen, ohne chemisch auf einander zu wirken, dann treten regelmässig zwei Phänomene auf, nämlich eine Wärmetönung und eine Volumenänderung. Ich habe vor Jahren diese Phänomene durch eine Hypothese zu erklären versucht, indem ich annehme, dass beim Mischen solcher Flüssigkeiten sich sowohl die Molekulargeschwindigkeiten (resp. Winkelgeschwindigkeiten) als auch die Molekularvolumene sich ohne Aenderung in der Summe der Trägheitsmomente ausgleichen, und dass demnach in der gemischten Flüssigkeit alle Moleküle ein gleichgrosses Volumen haben und sich in einem ähnlichen Bewegungszustand befinden (diese Annalen Vol. 90, p. 274).

Es führt diese Hypothese zu dem Schluss, dass die *Wärmetönung* beim Mischen solcher Flüssigkeiten, z. B. einer Säure mit Wasser, wenn für jedes Molekül des einen Körpers  $a$  Moleküle des andern zugegen sind, durch folgende Formel auszudrücken ist



$$R = \frac{a}{a+x} C \quad (1)$$

wo  $x$  das Verhältniss der Trägheitsmomente der beiden ungleichen Moleküle und  $C$  eine Constante bezeichnet: — und ferner, dass *das Volumen*, welches durch Vermischen von  $a$  Molekülen des einen Körpers mit einem Molekül des andern Körpers entsteht, durch die Formel

$$V_a = v(a+1) \left( \frac{a+x}{a+y} \right)^{3/2} \quad (2)$$

ausgedrückt werden kann, indem  $v$  das Volumen eines Moleküls der ersten Flüssigkeit bezeichnet, ferner  $x$  derselbe Werth wie oben und  $y$  eine andere Constante.

Sämmtliche Constanten dieser Formeln sind positive Grössen, denn  $x$ ,  $y$  und  $C$  bezeichnen entweder Trägheitsmomente, oder Producte derselben mit Quadraten. Es geht dieses auch leicht durch einen Blick auf die Formel (2) hervor; denn ein negativer Werth von  $x$  oder  $y$  würde für bestimmte Werthe von  $a$  das Volumen bezugsweise Null oder unendlich oder imaginär geben.

Betrachten wir nun einen concreten Fall, z. B. *das Volumen der wässerigen Schwefelsäure*, und setzen wir das Molekularvolumen des Wassers gleich 18, dann ist

$$V_a = 18(a+1) \left( \frac{a+x}{a+y} \right)^{3/2}. \quad (3)$$

Nun drängt sich aber erst die Frage hervor, wie die molekuläre Zusammensetzung der Lösung zu betrachten ist, ob



d. h. *ob das Schwefelsäure-Hydrat in der Lösung 1 oder 2 Moleküle repräsentirt*. Der Versuch muss entscheiden. Berechnet man aus dem specifischen Gewicht der beiden Säuren  $SO_3 + H_2 O$  und  $SO_3 + 5 H_2 O$  ihr Molekularvolumen in bekannter Art, und aus diesen beiden Grössen mittelst der Formel (3) die Constanten  $x$  und  $y$ , indem man bezugsweise  $a = 1$  und  $a = 5$  setzt, dann erhält man  $x = -0,12$  und  $y = -0,33$ , d. h. beide Constanten werden negativ, was unzu-

lässig ist. Die wässrige Schwefelsäure ist demnach nicht als  $\text{SO}_3 + \text{H}_2\text{O}$  zu betrachten.

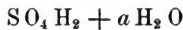
Setzen wir dagegen als chemische Formel der wässrigen Säure  $\text{SO}_4\text{H}_2 + a\text{H}_2\text{O}$  und berechnen aus denselben specifischen Gewichten die beiden Constanten, indem wir bezugsweise  $a=0$  und  $a=4$  setzen, dann resultirt

$$x = 1,692, \quad y = 0,820$$

Die Formel für Molekularvolumen der verdünnten Schwefelsäure würde dann die folgende sein:

$$V_a = 18(a + 1) \left( \frac{a + 1,692}{a + 0,820} \right)^{3/2} \quad (4)$$

Ich gebe unten die nach dieser Formel berechneten Volumene und specifischen Gewichte mit den von Bineau bei  $15^\circ$  gefundenen Werthen verglichen.



a	Volumen		specifisches Gewicht	
	Formel	Bineau	Formel	Bineau
0	53,35	53,35	1,837	1,837
1	64,76	65,09	1,791	1,782
2	80,89	81,06	1,656	1,653
3	98,01	98,00	1,551	1,551
4	115,5	115,2	1,472	1,476
5	133,2	132,5	1,412	1,419

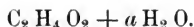
Für die concentrirte Schwefelsäure habe ich das von Marignac bestimmte specifische Gewicht bei  $15^\circ$  benutzt. Es ist hier zwischen den der Formel entsprechenden und den experimentellen Bestimmungen eine grosse Uebereinstimmung, um so mehr, als die zwei Constanten der Formel aus nur zwei Gleichungen und nicht mittelst der Methode der kleinsten Quadrate aus sämtlichen experimentellen Bestimmungen abgeleitet sind.

Man darf hiernach wohl annehmen, dass die Formel (4) das Volumenverhältniss annähernd ausdrückt, und *daß demnach*  $\text{SO}_4\text{H}_2$  *in wässriger Lösung ein Molekül ausmacht.*

Ich werde, bevor ich die Formel (3) auf die wässerigen Lösungen der Chlorwasserstoffsäure anwende, zeigen, dass die Formel auch *das eigenthümliche Verhalten der Essigsäure ausdrückt*. Bekanntlich steigt das spezifische Gewicht der Essigsäurelösung anfangs mit dem Wassergehalt, später aber nähert es sich demjenigen des Wassers. Berechnen wir nun aus dem spezifischen Gewichte des Essigsäurehydrats  $C_2 H_4 O_2$ , und demjenigen der Lösung, welche 40 % Hydrat enthält oder der Formel  $C_2 H_2 O_4 + 5 H_2 O$  entspricht, die Werthe der Constanten  $x$  und  $y$ , dann resultirt für die Essigsäure folgende Formel:

$$V_a = 18 (a + 1) \left( \frac{a + 2,3038}{a + 1,0701} \right)^{3/2} \quad (5)$$

Die Uebereinstimmung der Werthe, welche sich für das spezifische Gewicht der Essigsäurelösungen nach dieser Formel berechnen, mit denjenigen von Oudemans (Jahresbericht 1866 p. 300) bestimmten, zeigt sich aus nachfolgender Zusammenstellung.



a	Procent Gehalt	Specificsches Gewicht	
		Formel	Oudemans
0,0000	100	1,0552	1,0553
0,8333	80	1,0743	1,0748
2,2222	60	1,0697	1,0685
5,0000	40	1,0523	1,0523
13,333	20	1,0279	1,0284
30,000	10	1,0142	1,0142

Versuchen wir jetzt die Formel (3) auf die *Chlorwasserstoffsäure* anzuwenden, und berechnen wir die Constanten  $x$  und  $y$  unter der Voraussetzung, dass die Zusammensetzung der Flüssigkeit  $H Cl + a H_2 O$  sei, d. h. dass das Säuremolekül  $H Cl$  sei, dann erhalten wir negative Werthe, ebenso wie bei der Schwefelsäure, wenn wir die Formel  $SO_3 + a H_2 O$  benutzen. Wollen wir aber die Zusammensetzung der wässerigen Lösungen des Chlorwasserstoffs als  $H_3 O Cl + a H_2 O$  annehmen, dann resultirt die Formel:

$$V_a = 18(a + 1) \left( \frac{a + 1,5318}{a + 0,8302} \right)^{3/2} \quad (6)$$

wenn wir die Constanten aus den Versuchen von Kremers (diese Annalen Vol. 108, p. 141) berechnen, oder

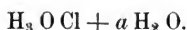
$$V_a = 18(a + 1) \left( \frac{a + 1,5551}{a + 0,8452} \right)^{3/2} \quad (7)$$

nach den Versuchen von Ure berechnen. Die Tafeln von Kremers und Ure geben das specifische Gewicht nach dem Procentgehalt von Chlorwasserstoff (HCl) an. Aus den Formeln (6) und (7) lässt sich leicht das specifische Gewicht in derselben Art ausdrücken, und man gelangt, indem  $s$  das specifische Gewicht und  $p$  den Procentgehalt an Chlorwasserstoffgas bezeichnet, zu folgenden Ausdrücken:

$$s = \frac{100}{100 - p} \left( \frac{100 - 1,084 p}{100 - 0,7375 p} \right)^{3/2} \quad (6')$$

$$s = \frac{100}{100 - p} \left( \frac{100 - 1,0765 p}{100 - 0,7260 p} \right)^{3/2} \quad (7')$$

Die folgende Tafel enthält die Resultate der Formeln mit den experimentellen Daten verglichen.



$p$	Specifisches Gewicht		$p$	Specifisches Gewicht	
	Formel 6'	Kremers		Formel 7'	Ure
31,787	1,1612	1,1608	40,477	1,1998	1,2000
26,362	1,1336	1,1330	35,068	1,1750	1,1741
20,319	1,1023	1,1010	30,174	1,1511	1,1494
14,237	1,0709	1,0704	25,282	1,1263	1,1247
8,171	1,0403	1,0401	19,980	1,0992	1,0980
			15,087	1,0742	1,0738
			10,194	1,0496	1,0497

Die Uebereinstimmung zwischen den berechneten und den durch den Versuch gefundenen specifischen Gewichten muss demnach als eine fernere Stütze für die Annahme betrachtet werden, dass der *Chlorwasserstoff durch Auflösen in Wasser*

eine Säure bildet, dessen Molekül  $H_3 O Cl$  ist, wie ich es auch aus den Phänomenen der Isomorphie abgeleitet habe.

Die spezifische Wärme der wässrigen Chlorwasserstoffsäure deutet ebenfalls auf die Existenz eines Hydrats von derselben Zusammensetzung. Nach meinen Untersuchungen (diese Ann. Bd. 142 p. 367) verlangt die Lösung  $HCl + 10 H_2 O$  162 Wärmeinheiten zur Erwärmung um  $1^\circ$ ; sie enthält aber nach der Formel 180 Gramm Wasser, verbraucht demnach  $18^\circ$  weniger als die in der Lösung enthaltene Wassermenge, und bei den schwächeren Lösungen ist der Unterschied noch grösser. Vergleicht man dieses Verhalten mit denjenigen der übrigen Säuren, wird es ebenfalls wahrscheinlich, dass das 1 Molekül Wasser der Lösung als Bestandtheil des Hydrats zugegen ist.

### 3. Die Wärmephänomene.

Die Wärmeentwicklung bei der Absorption von Chlorwasserstoff und dem verwandten Brom- und Jodwasserstoff durch Wasser ist bedeutend grösser als diejenige, welche bei anderen Gasen beobachtet wird (siehe meine Mittheilung in: Berichte der deutschen chemischen Gesellschaft Vol. 6 p. 710). Schon dieser Umstand leitet den Gedanken darauf hin, dass bei der Absorption der genannten Säuren eine Hydratbildung stattfindet. Die Wärmeentwicklung steigt mit der Wassermenge, und es zeigt demnach die schon absorbirte Säure durch Vermischen mit Wasser eine Wärmeentwicklung ganz analog, wie es beim Mischen von Schwefelsäure mit Wasser beobachtet wird. Für solche Wärmephänomene sollte nun die oben mitgetheilte Formel

$$R_a = \frac{a}{a+x} C$$

Anwendung finden.

Ich habe die Uebereinstimmung der Werthe nach dieser Formel mit den directen Bestimmungen für die Schwefelsäure und Salpetersäure nachgewiesen (Berichte der deutschen chem. Gesellsch. Vol. 6 p. 697). Da diese Formel aber die Wärmeentwicklung beim Mischen des Säurehydrats mit  $a$  Molekülen

Wasser bezeichnet, kann sie nicht unmittelbar auf die Chlorwasserstoffsäure angewendet werden, weil das Hydrat nur hypothetisch ist. Nun ist aber

$$Q_a = R_\infty - R_a = C - \frac{a}{a+x} C$$

$$Q_a = \frac{x C}{a+x} \quad (8)$$

d. h. die Wärmemenge, welche eine vorher mit  $a$  Molekülen Wasser verdünnte Säure durch Vermischen mit einer unendlich grossen Wassermenge entwickelt, ist gleich einer constanten Grösse ( $x C$ ) dividirt durch  $a+x$ .

Nun zeigen die Versuche über die Chlorwasserstoffsäure, dass, wenn eine wasserhaltige Säure, deren Zusammensetzung durch  $\text{HCl} + \alpha \text{H}_2\text{O}$  ausgedrückt ist, mit einer sehr grossen Wassermenge verdünnt wird, dann die Wärmeentwicklung umgekehrt proportional ist mit  $\alpha$ , d. h. mit der Anzahl in der zu verdünnenden Säure enthaltenen Wassermoleküle, oder

$$Q = \frac{C}{\alpha} \quad (9)$$

wie es auch schon Berthelot aus seinen Versuchen abgeleitet hat. Diese Formel kann aber nicht für alle Werthe von  $\alpha$  gelten; denn für kleine Werthe von  $\alpha$  wird  $Q$  sehr gross und für  $\alpha = 0$  gar unendlich gross.

Die Formel (9) ist aber nur eine specielle Form der Formel (8). Nehmen wir nämlich nach dem oben Entwickelten an, dass die Zusammensetzung der wasserhaltigen Säure nicht durch  $\text{HCl} + \alpha \text{H}_2\text{O}$ , sondern durch  $\text{H}_3\text{OCl} + a \text{H}_2\text{O}$ , indem  $\alpha = a + 1$  ausgedrückt werden muss, dann erhalten wir

$$Q_a = Q_{\alpha-1} = \frac{x C}{\alpha-1+x}$$

welche Formel sich auf den oben gefundenen Ausdruck (9) reducirt, wenn die Constante  $x=1$ . Für die Chlorwasserstoffsäure von der Zusammensetzung  $\text{H}_3\text{OCl} + a \text{H}_2\text{O}$  ist demnach die Wärmeentwicklung bei der Verdünnung mit unendlich viel Wasser

$$Q_a = \frac{C}{a+1}$$

Wenn  $a=0$ , d. h. wenn die hypothetische Säure mit Wasser verdünnt, dann haben wir das Maximum der Wärmeentwicklung

$$Q_0 = C.$$

Nun ist die Constante  $C$  nach meinen Versuchen  $11800^\circ$ ; der Chlorwasserstoff giebt aber bei der Absorption durch eine grosse Wassermenge  $17310^\circ$ ; es bleibt demnach

$$17310^\circ - 11800^\circ = 5310^\circ$$

für die Condensation und Hydratbildung des Chlorwasserstoff. Diese Grösse entspricht der Absorptionswärme des Chlor, des Schwefelwasserstoffs und der Kohlensäure, welche bezugsweise  $4870$ ,  $4750$  und  $5880^\circ$  beträgt (l. c.). Man darf daraus wohl schliessen, dass die eigentliche Hydratbildung, d. h. die Verbindung des condensirten Chlorwasserstoffs mit 1 Molokül Wasser nur eine geringe Wärmetönung zeigen würde, was auch mit der leichten Zersetzbarkeit derselben im Einklang steht.

#### 4. Schlussbemerkungen.

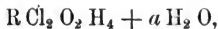
Ein eben empfangener Separatabdruck einer Abhandlung von Herrn Rammelsberg über die *unterphosphorigen Salze* enthält ein paar neue krystallographische Bestimmungen; die sich den oben benutzten anschliessen. Herr Rammelsberg hat nämlich gefunden, dass das unterphosphorige Salz des Thalliums rhombische Krystalle von der Form  $0,786:1:0,805$ , und dass das Lithiumsalz monoklinische Krystalle von der Form  $0,623:1:1,952$ ,  $O = 79^\circ 52'$  bildet. Diese Salze sind isomorph mit den eben besprochenen schwefelsauren, ameisen-sauren und chlorwasserstoffsaurer Salzen, wenn die letzten in der von mir angegebenen Art aufgefasst werden. Es ist nämlich

	a	b	c	o
$\left\{ \begin{array}{l} \text{R S O}_4 \\ \text{R C}_2 \text{H}_2 \text{O}_2 \\ \text{Ti}_2 \text{P}_2 \text{H}_4 \text{O}_4 \\ \text{R Cl}_2 + 2 \text{H}_2 \text{O} \end{array} \right.$	0,797	1	1,314	} 90°
	0,756	1	1,269	
	0,786	1	$\frac{2}{3} \cdot 1,208$	
	0,770	1	1,386	
$\left\{ \begin{array}{l} \text{R S O}_4 + 2 \text{H}_2 \text{O} \\ \text{R C}_2 \text{H}_2 \text{O}_4 + 2 \text{H}_2 \text{O} \\ \text{Li}_2 \text{P}_2 \text{H}_4 \text{O}_4 + 2 \text{H}_2 \text{O} \\ \text{R Cl}_2 + 4 \text{H}_2 \text{O} \end{array} \right.$	0,692	1	$\frac{1}{3} \cdot 1,239$	81° 26
	2 · 0,658	1	1,217	82° 41
	3 · 0,651	1	$\frac{1}{2} \cdot 1,246$	79° 52
	0,665	1	1,176	81° 12

Schon oben habe ich besprochen, dass die unterphosphorigsauren Salze mit 6 Molekülen Wasser und die Chlorverbindung des Kobalts mit 8 Molekülen Wasser dem regulären System angehören.

Diese Uebereinstimmung der unterphosphorigen Salze mit den besprochenen hat Interesse, theils als eine fernere Stütze für die von mir nachgewiesene Constitution der chlorwasserstoffsäuren Salze, theils bezüglich der unterphosphorigen Säure selbst. —

Durch zahlreiche Beispiele habe ich nun dargethan, dass die chlorwasserstoffsäuren Salze der Formel



in der R zwei Aequivalente Metall bezeichnet, mit schwefelsäuren, Ameisensäuren, unterphosphorigsauren und mehreren andern Salzen, deren entsprechende Formeln dieselbe Anzahl Moleküle Wasser enthalten, isomorph sind. Ferner, dass der Atomcomplex  $\text{ClO H}_3$  sehr wahrscheinlich in wässriger Lösung einem Molekül entspricht, ebenso wie z. B.  $\text{C H}_2 \text{O}_2$ , und dass die Wärmephänomene ebenfalls auf die Bildung einer Verbindung  $\text{ClO H}_3$  bei der Absorption von Chlorwasserstoff hindeuten; oder mit andern Worten, dass nicht der Chlorwasserstoff selbst, sondern seine Verbindung mit den Bestandtheilen eines Moleküls Wasser als die eigentliche Säure zu betrachten ist.

In den Formeln der Ameisensäure, der unterphosphorigen Säure und der hypothetischen Chlorwasserstoffsäure ist eine



gewisse Uebereinstimmung, wie es aus der folgenden Zusammenstellung hervorgeht:

Ameisensäure	$H.C.O.OH$
Chlorwasserstoffsäure	$H.ClH.OH$
Unterphosphorige Säure	$H.P.OH.OH.$

In allen drei Fällen haben wir ein divalentes Radical oder ungesättigtes Molekül mit Wasserstoff und Hydroxyl verbunden, wenn wir das Chlor als einen trivalenten Körper betrachten.

Einige der chlorwasserstoffsäuren Salze haben nur eine geringe Beständigkeit und scheiden sich leicht im wasserfreien Zustande aus der Lösung, dieses ist der Fall z. B. mit Salzen der Alkalien und des Silberoxyds, so dass die ersteren nur bei niedriger Temperatur bestehen können. Ein ähnliches Verhalten beobachten wir bei der Ueberjodsäure, deren Molekül ebenfalls die Bestandtheile des Wassers enthält und deren normale Salze die Formel  $RH_3JO_6$  haben. Mehrere dieser Salze verlieren leicht Wasser, und es entstehen dann Salze wie  $Ag_2HJO_5$  und  $SrHJO_5$  oder  $K_4J_2O_9$  und  $Ba_2J_2O_9$ . Bei der unvollständigen Sättigung der Säure kann selbst die Hälfte des basischen Wasserstoffs als Wasser hinaustreten, und es bilden sich dann Salze wie  $KJO_4$ ,  $AgJO_4$ ,  $CdJ_2O_8$  u. s. w. In der Säure selbst sind dagegen die Bestandtheile des Wassers im Molekül fest gebunden und lassen sich nicht entfernen, während im Gegentheil das Molekül der Chlorwasserstoffsäure  $ClH_3O$  sich leicht in  $ClH$  und  $H_2O$  spaltet.

Universitätslaboratorium zu Kopenhagen,  
August 1873.

**XIII. Ueber Aufbewahrung und Eigenschaften  
eines auf elektrolytischem Wege mit Wasserstoff  
übersättigten Palladiumbleches;  
von Rud. Boettger in Frankfurt a. M.**

Die im Jahre 1869 von Graham entdeckte höchst interessante Thatsache, dass metallisches Palladium, wenn dasselbe in einer Volta'schen Batterie als Kathode bei der Elektrolyse schwach angesäuerten Wassers eine Zeit lang functionirt hatte, den an ihm auftretenden Wasserstoff in grosser Menge absorhirt und verdichtet, machte damals bei Physikern sowohl wie bei Chemikern ein wohlverdientes Aufsehen. Aber so folgereich diese Entdeckung auch für die Wissenschaft zu werden versprach, so sahen sich doch bis jetzt nur einige wenige Gelehrte veranlasst, die Versuche Graham's weiter fortzuführen. Ausser Raoult, welcher fand, dass auch dem porösen Nickel, wengleich in etwas geringerem Grade, bei gleicher Behandlung, die Eigenschaft zukomme, Wasserstoff in sich aufzunehmen, und Saytzeff, dessen Arbeit über die Einwirkung des von Palladium absorhirten Wasserstoffs auf einige organische Verbindungen interessante Thatsachen geliefert, glaube ich, und zwar früher noch als die Genannten, theils auf der Naturforscher-Versammlung in Innsbruck und Rostock, theils in den von unserem physikalischen Vereine herausgegebenen Jahresberichten, der einzige gewesen zu sein, der seine Erfahrungen über diesen Gegenstand in die Oeffentlichkeit hat gelangen lassen. Da die gedruckten Berichte jener Naturforscher-Versammlungen indess von verhältnissmässig nur Wenigen gelesen und auch die Jahresberichte unseres physikalischen Vereins nicht in Jedermanns Hände gelangen, so mag es gekommen sein, dass selbst in der Arbeit Saytzeff's meiner bereits früher gemachten Erfahrungen mit keiner Sylbe Erwähnung geschehen. Dies gibt mir nun Veranlassung, hier noch einmal und zwar etwas ausführlicher, als es bisher geschehen, auf diese meine Beobachtungen zurückzukommen,

einestheils um einige darin später als Irrthümer sich zu erkennen gegebene Fakta zu berichtigen, andernteils einige neue von mir aufgefundene interessante Thatsachen jenen früheren anzureihen.

Unter meinen früheren, bei ungünstigen Verhältnissen, namentlich in Ermangelung geeigneter kostbarer Palladiumbleche, angestellten Versuchen, befindet sich eine Angabe, dass Palladium für sich schon, ohne mit Wasserstoff beladen zu sein, reducirende Eigenschaften auf gewisse Salzsolutionen zu erkennen gäbe; dies hat sich nicht bestätigt. Dieser Irrthum entstand dadurch, dass ich ein dickes Palladiumblech, welches mir schon oftmals zur Absorption von Wasserstoff bei der Elektrolyse des Wassers als Kathode gedient hatte, glaubte durch schwaches Erhitzen seines Wasserstoffes gänzlich berauben zu können. In der That stellte sich auch heraus, dass dem besagten mit Wasserstoff geladenen Palladiumblech, wenn es *so weit erhitzt wurde, dass aufgetropftes Wasser ein starkes Zischen verursachte*, immer noch die Eigenschaft inne wohnte, nach 10 Minuten langem Verweilen in einer verdünnten Ferridcyankaliumlösung (1 Decigrm. Ferridcyankalium in 100 Grm. Wasser) diese theilweise in Ferrocyankalium überzuführen, woraus ich glaubte folgern zu sollen, dass dem Palladium an sich diese reducirende Wirkung eigen sein müsse. Spätere von mir angestellte Versuche haben indess gelehrt, dass ein mit Wasserstoff beladenes Palladiumblech nur *nach längerem Glühen bis zur Rothglühhitze* seines aufgenommenen Wasserstoffes gänzlich beraubt werden kann. Unter den von mir geprüften Metallen, gewisse Salzlösungen, insbesondere eine verdünnte Lösung von Ferridcyankalium, von schwefelsaurem Eisenoxyd und von Kalinitrat, nach viertelstündigem Verweilen darin, zu reduciren, hat sich demnach das Palladium an sich als unwirksam gezeigt, dagegen ist dem *Arsen, Thallium, Magnesium, Antimon* und *Tellur* diese Eigenschaft in mehr oder weniger hohem Grade zuzuschreiben.

Palladium und Nickel haben, meinen Beobachtungen zufolge, nicht allein die Eigenschaft, bei der Elektrolyse des Wassers, als Kathode functionirend, sich mit nascirendem Was-

serstoff zu beladen, sondern ein auf galvanoplastischem Wege gewonnenes dünnes *Kobaltblech* und, wengleich in einem sehr geringen Grade, auch das reine *Zinn* habe ich gleichfalls auf diese Weise mit Wasserstoff beladen können; dagegen verhielten sich folgende Metalle völlig indifferent, d. h. vermochten keinen Wasserstoff in sich zu verdichten: Cadmium, Zink, Aluminium, Kupfer, Indium, Blei, Silber, Quecksilber, Wismuth, Gold, Uran, Osmium, Platin, Chrom und Silicium.

Palladium, Nickel, Kobalt und Zinn erweisen sich nicht bloß bei ihrer Behandlung mit einer Batterie, als Kathode functionirend, zur Wasserstoffaufnahme geeignet, sondern es lässt sich mit ihnen schon eine schwache reducirende Wirkung beim Einlegen in eine Ferridecyankaliumlösung erzielen, wenn sie mit einem Aluminiumdraht umwickelt, d. h. zu einem einfachen Volta'schen Elemente combinirt, ungefähr  $\frac{1}{4}$  Stunde lang in angesäuertem Wasser (einem Gemisch von 1 Th. Schwefelsäure und 6 Th. Wasser) gestanden hatten.

Bereits früher schon habe ich darauf aufmerksam gemacht, dass wenn man das als Kathode dienende Palladiumblech auf galvanischem Wege zuvor mit locker aufsitzendem sogenanntem Palladiumschwarz (um eine grössere Oberfläche zu erzielen) bekleide<sup>1)</sup>, man im Stande sei, dasselbe in einer weit kürzeren Zeit mit Wasserstoff zu sättigen, als ein *blankes* Palladiumblech. Drei □ Centimeter grosse und circa  $\frac{1}{2}$  bis 1 Millimeter dicke Palladiumbleche haben vorzugsweise zu allen meinen Versuchen gedient. Wenn ein so mit seiner höchst wirksamen Oberfläche vorgerichtetes Palladiumblech während eines circa  $\frac{1}{2}$ stündigen Geschlossenseins einer aus zwei stark geladenen Bunsen'schen Elementen bestehenden Batterie als Kathode gedient hat und mit Wasserstoff so zu sagen übersättigt ist, entwickelt dasselbe, nachdem es behende aus dem angesäuerten Wasser der Zersetzungszelle herausgehoben und schnell mit zartem Fliesspapier abgetrocknet wird, in wenig

1) Zu diesem Zwecke pflege ich eine etwas concentrirte Lösung von Chlorpalladium zu benutzen, und um keinen unnöthigen Verlust an Palladium zu erleiden, als *Anode*, statt einer Palladiumplatte, eine dünne Platte *Retortenkohle* in Anwendung zu bringen.

Augenblicken eine fast bis zum Glühen sich steigende Hitze. Umwickelt man daher das aus dem angesäuerten Wasser gezogene, mit destillirtem Wasser abgespülte und hierauf sorgfältig abgetrocknete Blech ohne Zeitverlust recht fest mit etwas Schiesswolle, so sieht man letztere nach Verlauf von wenigen Secunden explodiren *und das Blech 5 bis 10 Secunden lang mit einer ganz schwach leuchtenden Flamme brennen*. Ein 1 Millimeter dickes Blech, welches im unpräparirten Zustande mit der Hand nicht zu biegen war, krümmt sich dennoch, als Kathode angewandt, während der Elektrolyse angesäuerten Wassers, ziemlich stark und erscheint nach erfolgtem Selbsterglühen in einem noch weit gekrümmteren Zustande; ja nach mehrmaligem Gebrauche dieser Art spaltet es sich in den meisten Fällen der ganzen Länge nach auf der schmalen Breitseite und zerklüftet endlich förmlich.

Da meinen früheren Beobachtungen zufolge reiner absoluter Aether die Eigenschaft hat, den von einem mit Palladiumschwarz überzogenen Palladiumbleche absorbirten Wasserstoff in verhältnissmässig kurzer Zeit daraus gasförmig wieder in Freiheit treten zu lassen, so glaubte ich anfangs, auf diese Weise ein einfaches Mittel entdeckt zu haben, den vom Palladium absorbirten Wasserstoff volumetrisch bestimmen zu können. Ich habe indess jetzt gefunden, dass nur *ein Theil* dieses absorbirten Wasserstoffes, und zwar ziemlich stürmisch in Gasbläschen sich entwickelt, dass diese Entwicklung nach und nach schwächer wird und schliesslich gänzlich aufhört, *obwohl die Palladiumplatte noch eine ganz bedeutende Menge Wasserstoff in sich eingeschlossen enthält*. Die bereits angesammelte Gasmenge nimmt, wenn man den Versuch in einem Messcyylinder angestellt hat, im Laufe der Zeit an Volumen ab. Ob, was sehr wahrscheinlich ist, durch diese vom Aether erfolgte Aufnahme activen Wasserstoffes die Constitution des Aethers verändert, ob derselbe desoxydirt und demnach eine neue Verbindung gebildet werde, glaubte ich früherhin einstweilen dahin gestellt sein lassen zu müssen. Es hat in der That allen Anschein, als ob aus dem Aether theilweise *Aethylen* gebildet werde, welches bekanntlich in Aether etwas löslich

ist. Ich schliesse dies daraus, dass das aus einer feinen Oeffnung ausströmende, nach erfolgter Absorption rückständige Gas beim Anzünden mit einer intensiv gelblichweissen Flamme brennt, während doch bekanntlich reines Wasserstoffgas eine ungefärbte, kaum sichtbare Flamme bildet. Beladet man statt eines mit Palladiumschwarz überzogenen Palladiumbleches einen *ganz blanken Streifen* besagten Metalles mit elektrolytisch gewonnenem Wasserstoff, so bemerkt man beim Einlegen desselben in Aether *kein* Entweichen von aufgenommenem Wasserstoff.

Im Besitze einer von Graham selbst geprägten und mit Wasserstoff geladenen kleinen, auf der Vorderseite mit dem Brustbilde der Königin Victoria und auf der Rückseite mit der Umschrift „Palladium-Hydrogenium“ versehenen Palladiummünze, von welcher nur sehr wenige, vorzugsweise an seine näheren Freunde gelangte Exemplare vertheilt worden, konnte ich nicht unterlassen, zu prüfen, ob nach zweijährigem Aufbewahren in meinem Portemonnaie dieselbe noch Wasserstoff enthalte und reducirende Eigenschaften wie früherhin zu erkennen geben werde. Weder beim Einlegen dieser Münze in eine verdünnte Lösung von Ferridcyankalium, noch in eine Auflösung von Kalinitrat liess sich, selbst nach einer Andauer von einer reichlichen Viertelstunde, nicht das geringste Reductionsvermögen derselben mehr wahrnehmen, sie hatte sonach in Folge ihrer Aufbewahrung *in freier Luft*, resp. in meinem Portemonnaie, ihren ganzen ursprünglichen Gehalt an Wasserstoff verloren. Da nun ein mit *Palladiumschwarz* überzogenes, gleichfalls mit Wasserstoff beladenes Palladiumblech fast momentan, wie oben bereits erwähnt, den aufgenommenen Wasserstoff, unter starkem Erglühen, an die atmosphärische Luft abgiebt, so wollte ich nicht unversucht lassen, zu prüfen, ob sich der Wasserstoffgehalt eines solchen Palladiumbleches auf irgend eine Weise, vor dem Zutritt der Luft geschützt, vielleicht in einer sauerstofffreien *Flüssigkeit* möchte *erhalten*, resp. *aufbewahren* lassen. Es ist mir dies vollkommen gelungen. Ein mit Palladiumschwarz bekleidetes und mit elektrolytisch gewonnenem Wasserstoff stark geladenes Palla-

diumblech in von atmosphärischer Luft durch längeres Kochen befreites destillirtes Wasser oder in absoluten Alkohol oder Aether gebracht, entwickelt anfangs in stürmisch aufsteigenden Gasbläschen seinen im Ueberschuss aufgenommenen Wasserstoff, die Gasentwicklung lässt in einiger Zeit immer mehr und mehr nach und schliesslich (etwa nach Verlauf von einer Viertel- oder halben Stunde) hört sie gänzlich auf. Bewahrt man nun ein solches, seines überschüssigen Wasserstoffes beraubtes Palladiumblech, vor dem Zutritt von atmosphärischer Luft geschützt, innerhalb einer dieser drei genannten Flüssigkeiten auf, so lassen sich mit demselben, meinen neuesten Beobachtungen zufolge, sowohl alle die vorhin genannten Reductionerscheinungen mit einer Auflösung von Ferridcyankalium, Kalinitrat u. s. w., als auch nach erfolgtem Abtrocknen und behendem Umwickeln desselben mit Schiesswolle, innerhalb *1 bis 2 Minuten* das Erglühen und flammende Brennen des Bleches zu Wege bringen. Bis jetzt habe ich solche mit Wasserstoff beladene Palladiumbleche *30 Tage lang* unter zuvor durch längeres Kochen von seinem Luftgehalte befreitem Wasser aufbewahrt und in ihrem erregten Zustande nach Ablauf dieser Zeit noch nicht die mindeste Abnahme wahrnehmen können. Ich werde nunmehr fernerhin noch zu ermitteln mir angelegen sein lassen, ob diese Aufbewahrung besagter Palladiumbleche in den genannten Flüssigkeiten auf eine noch längere Zeitdauer, bezüglich der Bindung ihres aufgenommenen Wasserstoffgehaltes, sich bewährt. Jedenfalls ist diese letztere von mir ermittelte Thatsache schon jetzt geeignet, einen Impuls zur Anstellung recht lehrreicher Vorlesungsversuche zu geben.

---

**XIV. Ueber das Verhalten der Uebermangansäure zu verschiedenen Stoffen, insbesondere zu ätherischen Oelen und Steinkohlenleuchtgas; von Demselben.**

In einer der Sectionssitzungen für Chemie, zur Zeit der Versammlung der Naturforscher und Aerzte in Königsberg (im Jahre 1860) habe ich gelegentlich einer Mittheilung über neue Bereitungsweisen verschiedener mangansaurer und übermangansaurer Salze auch eines sehr auffallenden Verhaltens eines Gemisches von concentrirter Schwefelsäure und staubtrocknem übermangansaurem Kali zu verschiedenen Flüssigkeiten Erwähnung gethan. Da aber hierüber nur dürftige Auszüge und Bruchstücke, grösstentheils dem amtlichen Berichte jener Versammlung oder mündlichen Ueberlieferungen entnommen, in wissenschaftliche Journale übergegangen sind, so dürfte eine etwas ausführlichere Besprechung dieser bereits schon vor Jahren von mir gemachten Beobachtungen selbst jetzt noch hier nicht ganz unwillkommen sein.

Mengt man in einem Porzellanschälchen (mittelst eines massiven Glasstabes) 2 Gewichtstheile vollkommen staubtrocknes feingepulvertes übermangansaures Kali mit ungefähr 2 bis 3 Gewichtstheilen concentrirter Schwefelsäure, so erhält man ein Gemisch, welches in Folge momentaner Entstehung und Zerlegung von Uebermangansäure in steter Zersetzung begriffen ist. Bekanntlich lässt sich Uebermangansäure im isolirten Zustande nicht darstellen und aufbewahren, weil dieselbe im Entstehungsmomente schnell in Sauerstoffgas und Mangansuperoxydhydrat zerfällt; aber aus diesem Grunde zeigt nun, meinen Beobachtungen zufolge, der hierbei im status nascendi auftretende Sauerstoff die allerenergischsten Oxydationswirkungen, und zwar in einem noch weit höheren Grade, als ein Gemisch von doppelt chromsaurem Kali und Schwefelsäure. Schon beim blossen Contact dieses Gemisches mit einer grossen Anzahl von Stoffen, insbesondere mit ätherischen Oelen, sieht man,



bei gewöhnlicher mittlerer Temperatur, nicht selten die heftigsten Explosionen, meist unter Entflammung der betreffenden Stoffe, eintreten, und zwar besonders leicht, wenn man etwa 10 bis 12 Tropfen solcher Oele in ein Schälchen bringt und sie dann mit so viel von genanntem Gemisch berührt, als an dem einen Ende eines in dasselbe eingetauchten massiven Glasstabes hängen bleibt.

Folgende Oele verursachen bei ihrer Berührung mit genanntem Gemisch *Explosionen*: Thymianöl, Muskatblüthenöl, rectificirtes Terpentinöl, Spiköl, Zimmtcassiaöl, Dostenöl, Rautenöl, Cubebenöl, Citronenöl. Mit folgenden Oelen erfolgt meist nur, besonders wenn ein wenig davon auf Fliesspapier getropfelt und dann mit dem Gemisch berührt wird, *eine Entzündung ohne Explosion* (obwohl auch hin und wieder durch zur Zeit noch nicht ermittelte Umstände Explosionen eintreten können, wesshalb diese Versuche stets nur mit der grössten Vorsicht anzustellen sind): Rosmarinöl, Lavendelöl, Gewürznelkenöl (unter schwachem Prasseln), Rosenöl, Geraniumöl, Gaultheriaöl, Kümmelöl, Cajeputöl, ätherisches Bittermandelöl, rectificirtes Steinöl.

Alkohol, Aether, Holzgeist, Benzol, Chlorelayl, Schwefelkohlenstoff entzünden sich *blitzschnell und ohne Explosion*. Trocknes Fliesspapier fängt an zu glimmen unter Ausstossung von rothen Dämpfen; Baumwolle entzündet sich, Schiesswolle dagegen und Schiesspulver nicht.

Reibt man staubtrocknes übermangansaures Kali mit trockener Gallussäure in einem Porzellanmörser zusammen, so erfolgt eine Entzündung unter Funkensprühen; mit Tannin erfolgt bei gleicher Behandlung eine Entzündung meist mit Flamme.

Es ist mir selbst gelungen, das *Steinkohlenleuchtgas* mit dem mehrgenannten Gemische zu entzünden. Lässt man nämlich das Leuchtgas aus einer in eine feine Oeffnung ausmündende, mit einem Caoutchoucrohre versehenen Glasröhre auf einige (in einem Porzellanschälchen befindliche) Gramme mehrerwähnten Gemisches strömen, so sieht man das Gas mit Blitzesschnelle sich entzünden.

**XV. Ueber neue Schwefelsalze;  
von R. Schneider.**

(Achte Abhandlung.)<sup>1)</sup>

Nachdem die Bedingungen festgestellt waren, unter denen es gelingt, Schwefelzink und Schwefelcadmium in die Form von Schwefelsalzen einzuführen (s. die vorige Abhandlung), erschien es von besonderem Interesse, auch das Metall, das — obschon hinsichtlich seiner Werthigkeit vom Zink und Cadmium wesentlich verschieden — doch anderweitig in so nahe Beziehung zu diesen beiden Metallen gestellt ist, das *Indium*, in den Kreis der Betrachtung zu ziehen. Haben die in dieser Richtung angestellten Versuche auch wegen der Kostbarkeit des Materials auf einen verhältnissmässig kleinen Maassstab beschränkt werden müssen, so sind sie doch von befriedigendem Erfolge begleitet gewesen.

30. Schwefelkalium-Schwefelindium.

(Kalium-Indiumsulfid.)

Als die günstigsten Verhältnisse und Bedingungen für die Darstellung dieser schönen Verbindung können die folgenden bezeichnet werden. Es wird 1 Theil Indiumoxyd<sup>2)</sup> mit 6 Theilen reiner Pottasche und 6 Theilen Schwefel auf das innigste zusammengerieben und das Gemenge Anfangs bei mässiger, später bei verstärkter Hitze über der Gebläselampe 8—10 Minuten in Fluss erhalten. Die erkaltete Schmelze zeigt sich von zahllosen, licht hyacinthrothen Krystalblättchen ganz erfüllt. Diese bleiben bei der Behandlung der Schmelze mit Wasser, worin sie unlöslich sind, zurück und sie werden nach dem Auswaschen ohne Weiteres völlig rein erhalten.

1) Siebente Abhandlung s. diese Annalen Bd. 149, S. 381.

2) Das benutzte Indiumoxyd war von Herrn Dr. Th. Schuchardt in Görlitz bezogen.

Der wässrige Auszug der Schmelze enthält kein Indium, denn er giebt auf Zusatz von Salzsäure eine rein weisse Ausscheidung von präcipitirtem Schwefel.

Die Analyse der rothen Verbindung, die Kalium, Indium und Schwefel als wesentliche Bestandtheile enthält, hat keinerlei Schwierigkeiten gehabt. Die Substanz wurde in mässig concentrirter Salzsäure gelöst; die Lösung erfolgte schon bei gewöhnlicher Temperatur unter stürmischer Entwicklung von Schwefelwasserstoff und ohne Ausscheidung von Schwefel. Aus dieser Lösung wurde durch Ammoniak das Indiumoxyd gefällt und im Filtrat das Kali als schwefelsaures Kali bestimmt.

Behufs der Bestimmung des Schwefels wurde die Substanz mit Salpeter und etwas Kali geschmolzen und aus der wässrigen Lösung der Schmelze nach dem Ansäuern durch Barytlösung die Schwefelsäure gefällt.

Die erhaltenen Resultate waren folgende:

1. 0,110 Grm. der bei 100—105° C. getrockneten Substanz gaben 0,070 Grm. Indiumoxyd und 0,046 Grm. schwefelsaures Kali.
2. 0,200 Grm. (einer besonderen Bereitung) gaben 0,128 Grm. Indiumoxyd und 0,085 Grm. schwefelsaures Kali.
3. 0,134 Grm., mit Salpeter und Kali geschmolzen, gaben 0,290 Grm. schwefelsauren Baryt.

Lässt man für das Indiumoxyd die Formel  $\text{InO}$  gelten und setzt man demgemäss das Atomgewicht des Indiums = 75,6, so würde sich aus obigen Versuchszahlen die Formel  $\text{K}_2\text{S}$ , 3  $\text{InS}$  ableiten und die fragliche Verbindung würde sich hinsichtlich ihrer Constitution dem unter 27 beschriebenen Kalium-Zinksulfid als Analogon an die Seite stellen. Wie annehmbar aber auch diese Formel erscheinen mag: — sie befindet sich mit den Thatsachen nicht in Einklang und hat daher nicht Anspruch auf Gültigkeit.

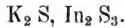
Wie aus der von Bunsen<sup>1)</sup> zu 0,0569 bestimmten specifischen Wärme des Indiums folgt, ist das Atomgewicht dieses

1) Diese Annalen Bd. 141, S. 1.

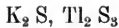
Metalles = 113,4. Legt man diesen Werth der Berechnung zu Grunde, so ergibt sich aus obigen analytischen Daten das relative Atomverhältniss zwischen Kalium, Indium und Schwefel wie

$$\frac{\text{K}}{1} : \frac{\text{In}}{1} : \frac{\text{S}}{2}$$

Daraus aber leitet sich als einfachster rationeller Ausdruck für die Zusammensetzung der fraglichen Verbindung die folgende Formel ab:



Das Kalium-Indiumsulfid ist also der unter 20 (in der vierten Abhandlung) <sup>1)</sup> beschriebenen Thalliumverbindung



analog zusammengesetzt und sie zeigt auch in ihren äusseren Eigenschaften (Form und Farbe) eine unverkennbare Aehnlichkeit mit dieser.

Der Formel  $\text{K}_2 \text{S}, \text{In}_2 \text{S}_3$  entsprechen folgende Zahlen:

		Berechnet:	Gefunden:		
			I.	II.	III.
$\text{K}_2 =$	78,26 — 18,10	Proc.	18,73	19,05	—
$\text{In}_2 =$	226,80 — 52,30	„	52,37	52,80	—
$\text{S}_4 =$	128,00 — 29,60	„	—	—	29,72
	<u>433,06</u>	<u>100,00</u>			

Die Eigenschaften des Kalium-Indiumsulfids sind folgende:

Licht hyazinthrothe, ziemlich lebhaft glänzende, quadratische Blättchen, meist sehr scharf ausgebildet und häufig zu fächerförmigen oder rosettenartigen Gruppen miteinander verwachsen; in ganz dünnen Schichten mit röthlichgelber Farbe durchscheinend. Sie sind bei gewöhnlicher Temperatur luftbeständig und geben an Wasser nichts Lösliches ab. Können bei Luftabschluss selbst bis zum Glühen erhitzt werden, ohne zu schmelzen und ohne einen Verlust an Schwefel zu erfahren, erscheinen aber nach dem Erkalten etwas dunkeler als zuvor.

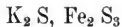
Bei Luftzutritt erhitzt, verwandeln sie sich — obschon nur langsam und falls das Erhitzen nicht sehr lange fortgesetzt

1) Diese Annalen Bd. 139, S. 661.

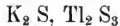
wurde, nur oberflächlich — in ein in der Hitze rothbraunes, nach dem Erkalten gelbbraunes Pulver, dem durch Wasser viel schwefelsaures Kali, aber kein Indium entzogen wird. Der in Wasser unlösliche gelbbraune Rückstand scheint der Hauptsache nach aus einem basisch-schwefelsauren Salze zu bestehen.

Im Strome von trockenem Wasserstoffgas kann die Verbindung bis zum Rothglühen erhitzt werden, ohne eine bemerkenswerthe Veränderung zu erfahren: es wird weder das Auftreten von freiem Schwefel noch eine Entwicklung von Schwefelwasserstoff beobachtet.

Dies Verhalten scheint sich mit der Formel  $K_2 S, In_2 S_3$  nicht in Einklang zu befinden, denn es ist der gewöhnliche Fall, dass Sesquisulfurete, wenn sie als schwache Sulfosäuren in Schwefelsalzen fungiren, beim Erhitzen im Wasserstoffstrome eine theilweise Reduction erfahren. So wird die in der ersten Abhandlung <sup>1)</sup> beschriebene Verbindung



beim Erhitzen im Wasserstoffstrome zu einem Gemenge von Schwefelkalium und Einfach-Schwefeleisen reducirt; die Verbindung



(s. die vierte Abhandlung)<sup>2)</sup> gibt unter gleichen Umständen ein Gemenge von Schwefelkalium und Thalliumsulfür ( $Tl_2 S$ ). Dagegen werden die den Monoxyden (soweit sie starke Basen sind) entsprechenden Sulfurete in der Regel durch Wasserstoff nicht reducirt, weder für sich, noch wenn sie als nähere Bestandtheile in Sulfosalzen enthalten sind. Demnach könnte es scheinen, als wenn das Verhalten des Kalium-Indiumsulfids gegen Wasserstoff zu Gunsten der Formel  $K_2 S, 3 In S$  spräche.

Trotz alledem muss die Formel  $K_2 S, In_2 S_3$  beibehalten werden: das Schwefelindium trägt deutlicher, als dies sonst bei Sesquisulfureten der Fall zu sein pflegt, den Charakter

1) Diese Annalen Bd. 136, S. 460.

2) Diese Annalen Bd. 139, S. 661.

Poggendorff's Ann. Jubelband.

einer Sulfosäure an sich, wie dies namentlich seine Löslichkeit in Schwefelkalium und in heissem gelben Schwefelammonium beweist. Es scheint sich in dieser Beziehung zunächst dem Zinnsulfid und den Sulfiden des Antimons anzuschliessen und es leistet wie diese<sup>1)</sup> in den Sulfosalzen der reducirenden Einwirkung des Wasserstoffs selbst bei hoher Temperatur hartnäckigen Widerstand.

Durch Säuren wird das Kalium-Indiumsulfid, wie schon oben angegeben wurde, mit grosser Leichtigkeit zersetzt. Ist die Säure stark verdünnt, so zersetzt sich zunächst nur das Schwefelkalium, während das Schwefelindium sich in gelben Flocken ausscheidet; durch starke Säuren erfolgt unter stürmischer Schwefelwasserstoff-Entwicklung völlige Zersetzung und Lösung ohne Ausscheidung von Schwefel.

Mit einer wässerigen Auflösung von salpetersaurem Silberoxyd übergossen, färbt sich die Verbindung sofort braun, allmählich fast schwarz, wobei indess die Krystallehen ihren Glanz und ihre Form unverändert beibehalten. Die hierbei stattfindende Zersetzung ist ausgedrückt durch die Zeichen



0,100 Grm. Kalium-Indiumsulfid, mit einer dem Kaliumgehalte entsprechenden Menge titrirter Silberlösung unter häufigem Umschütteln so lange<sup>2)</sup> behandelt, bis das Silber aus der Lösung gänzlich verschwunden war, gab 0,132 Grm. schwarze Krystallehen<sup>3)</sup>. Nach der obigen Zersetzungsgleichung hätten 0,1316 Grm. erhalten werden sollen.

Diese Verbindung, die also nach der Formel



- 1) Ich erinnere an dieser Stelle nochmals daran, dass nach H. Rose das Schlippe'sche Salz im Wasserstoffstrome bis zum Glühen erhitzt werden kann, ohne dass das darin enthaltene Fünffach-Schwefelantimon eine Reduction erleidet.
- 2) Die Reaction verläuft unter allen Umständen träge und sie vollendet sich erst nach Tagen, was durch die Festigkeit der Krystallehen, die nur ein langsames Eindringen der Silberlösung gestattet, bedingt zu sein scheint.
- 3) Die davon abfiltrirte Flüssigkeit enthielt neben Salpeter nur Spuren von Indium.

zusammengesetzt ist und die demnach als *Silber-Indiumsulfid* bezeichnet werden könnte, wird durch erwärmte Salpetersäure unter Schwefelausscheidung leicht und vollständig zersetzt.

Es verdient schliesslich bemerkt zu werden, dass die Lösungen gewisser anderer Metallsalze, so namentlich des schwefelsauren Kupferoxyds, des schwefelsauren Thalliumoxyduls und des salpetersauren Bleioxyds nicht in ähnlicher Weise wie Höllenstein zersetzend auf das Kalium-Indiumsulfid einwirken; wenigstens erfährt die Farbe der Krystallchen, selbst wenn diese mit jenen Metalllösungen längere Zeit in Berührung sind, keine Veränderung.

### 31. Schwefelnatrium-Schwefelindium.

(Natrium-Indiumsulfid.)

Ganz andere Erscheinungen als sie beim Zusammenschmelzen von Indiumoxyd mit Pottasche und Schwefel beobachtet werden, treten dann ein, wenn man anstatt der Pottasche eine entsprechende Quantität Soda in die Schmelze einführt. Wendet man dabei auf 1 Theil Indiumoxyd 6 Theile Soda und 6 Theile Schwefel an und erhält man die Masse über der Gebläselampe 6—8 Minuten in gleichmässigem Fluss, so resultirt eine fast ganz homogene Schmelze von rothbrauner Farbe. Wird diese mit kaltem destillirtem Wasser behandelt, so entsteht anfangs eine klare gelbbraune Lösung, diese trübt sich aber nach kurzer Zeit und lässt eine grosse Menge eines schmutzig weissen, ziemlich voluminösen, flockigen Pulvers fallen, nicht unähnlich frisch gefälltem Schwefelzink.

Dieses Pulver ist das Hydrat des Natrium-Indiumsulfids. Man trennt dasselbe, wenn keine weitere Ausscheidung stattfindet, durch Filtration von der schwefelnatriumhaltigen Lauge, wäscht es mit Wasser aus und trocknet es im Wasserbade, wobei es zu ziemlich festen, cohärenten Stückchen von lichtbräunlicher Farbe zusammenschrumpft. Es enthält in diesem Zustande noch Wasser, das erst bei stärkerem Erhitzen daraus entweicht.

Die mit dieser Substanz angestellten Analysen haben Folgendes ergeben:

1. 0,350 Grm., im Wasserbade getrocknet, verloren beim Erhitzen im Wasserstoffstrome 0,026 Grm. Wasser.
2. 0,200 Grm. der im Wasserstoffstrome völlig entwässerten Substanz gaben 0,136 Grm. Indiumoxyd und 0,070 Grm. schwefelsaures Natron.
3. 0,118 Grm. derselben Substanz, mit Salpeter und Kali geschmolzen, gaben 0,272 Grm. schwefelsauren Baryt.

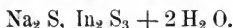
Aus diesen Werthen leitet sich für die wasserfreie Verbindung die Formel:



ab, wie die folgende Zusammenstellung zeigt:

	Berechnet:	Gefunden:
$\text{Na}_2 = 46,0$	— 11,47 Proc.	11,34
$\text{In}_2 = 226,8$	— 56,58 „	56,12
$\text{S}_4 = 128,0$	— 31,95 „	31,66
	<hr style="width: 100%; border: 0; border-top: 1px solid black; margin: 0;"/> 400,8    100,00	

Der beobachtete Wassergehalt entspricht für die im Wasserbade getrocknete Verbindung annähernd der Formel



	Berechnet:	Gefunden:
$\text{Na}_2 \text{S}, \text{In}_2 \text{S}_3 = 400,8$	— 91,76 Proc.	—
$2 \text{H}_2 \text{O} = 36,0$	— 8,24 „	7,43
	<hr style="width: 100%; border: 0; border-top: 1px solid black; margin: 0;"/> 436,8    100,00	

Was die Bildung der in Rede stehenden Verbindung betrifft, so kann kaum ein Zweifel darüber obwalten, dass sie bereits als solche und zwar im wasserfreien Zustande in der Schmelze enthalten ist. Auf Zusatz von Wasser löst sie sich anfangs in der gleichzeitig entstehenden Schwefelnatriumlauge, um sich daraus, sobald bei steigender Concentration Uebersättigung eingetreten ist, zum grössten Theil und zwar im Hydratzustande auszuscheiden. Ein kleiner Theil bleibt in der Schwefelnatriumlauge gelöst und scheidet sich, nachdem diese durch Abdampfen concentrirt worden ist, beim Erkalten



daraus ab, wobei sich indess, in Folge partieller Zersetzung des Schwefelnatriums an der Luft, leicht etwas Schwefel beimengt.

Ueber die Eigenschaften des Natrium-Indiumsulfids ist wenig hinzuzufügen. Dasselbe bildet im Hydratzustande ein schmutzig weisses, ziemlich voluminöses Pulver, aus dem sich auf Zusatz von Essigsäure oder von stark verdünnten Mineralsäuren sofort gelbes Schwefelindium ausscheidet, während zugleich Schwefelwasserstoff entwickelt wird; nach dem Entwässern bildet es cohärente bräunliche Stückchen, die beim Drücken schwachen Glanz annehmen. Beim Erhitzen an der Luft und im Wasserstoffstrome verhält es sich ähnlich wie das Kalium-Indiumsulfid.

Nach der Bildung und dem Verhalten dieser Verbindung will es scheinen, dass einige in die Literatur des Indiums übergegangene Angaben der Berichtigung bedürfen.

Wie aus der neuesten Auflage von Graham-Otto's Lehrbuch II 2, S. 1402 ersichtlich ist, wird der weisse Niederschlag, der in weinsteinsäurehaltigen, mit Ammoniak übersättigten Indiumlösungen durch Schwefelammonium entsteht, ebenso der durch Schwefelwasserstoff-Schwefelkalium, in neutralen Indiumlösungen bewirkte weisse Niederschlag für Indiumhydrosulfid angesprochen. Ich bin geneigt zu glauben, dass diese Niederschläge nicht wirklich Indiumhydrosulfid sind, sondern wahre Schwefelsalze, d. h. Ammonium-Indiumsulfid resp. Kalium-Indiumsulfid, beide im Hydratzustande, analog dem im Vorstehenden beschriebenen Natrium-Indiumsulfidhydrat zusammengesetzt. Die l. c. gemachte Angabe, dass jener durch Schwefelammonium bewirkte Niederschlag — (ganz ebenso wie das Natrium-Indiumsulfidhydrat) — bei der Behandlung mit Essigsäure gelb wird, scheint mir besonders günstig für meine Ansicht zu sprechen.

Sollte diese sich als richtig ausweisen, so dürften die dargelegten Verhältnisse unter analytischem Gesichtspunkte einige Beachtung verdienen.

Berlin, im September 1873.

## XVI. *Das specifische Gesetz der sogenannten anomalen Dispersion; von Ed. Ketteler.*

Seit der im Jahre 1870 von mir veröffentlichten Abhandlung<sup>1)</sup>: „Ueber den Einfluss der ponderablen Moleküle auf die Dispersion des Lichtes und über die Bedeutung der Constanten der Dispersionsformeln“ ist die Dispersionslehre und zwar nicht bloß nach der empirischen Seite durch die Entdeckungen der Herren Christiansen<sup>2)</sup> und Kundt<sup>3)</sup> bedeutend erweitert worden.

Bisher durch anderweitige Arbeiten abgehalten, habe ich kürzlich mit Fuchsin den Christiansen'schen Versuch wiederholt und mich durch die Kundt'sche Beobachtungsweise mit gekreuzten Prismen über den Gang der Dispersionscurve belehrt. Wenn man die bezüglichen Zeichnungen (Taf. III zu Bd. 144) gesehen und das Verhalten des Fuchsin im reflektirten und durchgehenden Lichte auch nur oberflächlich wahrgenommen hat, dann kann man meines Erachtens kaum mehr zweifeln, dass man es mit einem wirklichen unstetigen Sprung der Curve und nicht, wie Kundt es noch im November 1871 dahingestellt sein lässt, mit unbestimmten Brechungsexponenten oder eigenthümlich zerstreuten Lichtstrahlen zu thun hat.

In gegenwärtigem Aufsatz möchte ich zeigen, dass die anomale Dispersion dadurch, dass die überwiegende Mehrzahl der von mir in obiger Abhandlung numerisch berechneten (für gewöhnlich) durchsichtigen Substanzen sie auf ultraviolettem Gebiete zeigt, stark an Auffälligkeit verliert, dass ich dort ferner die Beziehung zwischen Refraction und Absorption genügend hervorgehoben und endlich bereits 1865 die Hoffnung ausgesprochen habe, es möchten sich gewisse, schon damals von mir vermuthete Unstetigkeiten der Dispersionscurve später experimentell erweisen lassen.

1) Diese Ann. Bd. 140, S. 1—53 und 177—219,

2) Diese Ann. Bd. 141, S. 479 und Bd. 143, S. 250.

3) Ebendas. Bd. 142, S. 163; Bd. 143, S. 149 und 259; Bd. 144, S. 128 und Bd. 145, S. 164.

In der That hängt die Existenz der anomalen Dispersion wenigstens äusserlich von der Form ab, die man dem Dispersionsgesetze als einer Function des Brechungsindex von der Schwingungsdauer oder inneren Wellenlänge gibt, sowie von dem Werthe der in ihr vorkommenden Constanten.

Nun setzte ich schon in meiner ersten Abhandlung<sup>1)</sup> über die Dispersion der Gase:

$$n^2 - 1 = \frac{\alpha}{1 - \frac{\beta^2}{l^2}},$$

wo  $n$  den Brechungsindex eines Gases für eine innere Wellenlänge  $l = v' T$  bedeutet und  $\alpha$  und  $\beta$  für eine gegebene Gasdichte Constante sind. Und die experimentell gefundene Beziehung:

$$\frac{n_A - 1}{n_B - 1} = \text{Const.},$$

welche für zwei Farben  $A$  und  $B$  bei jeder beliebigen Dichtigkeit  $d$  erfüllt ist, bestimmten mich, nur  $\alpha$  als von letzterer abhängig, dagegen  $\beta$  als *absolute Constante* aufzufassen.

Diese Formel genügte selbst bei festen und flüssigen Substanzen für eine bestimmte Dichte der Erfahrung ebensowohl, wie die damals beliebte Christoffel'sche, und ausserdem ergab sich bei Variation der Dichte  $\beta$  wiederum als eine *absolute Constante*.

Der Charakter derselben als zweiconstantige Formel blieb auch dann noch ungeändert, als ich später in Rücksicht auf die Versuche von Dale und Gladstone<sup>2)</sup>, sowie von Landolt<sup>3)</sup> sie in meiner „Farbenzerstreuung der Gase“<sup>4)</sup> in:

$$n - 1 = \frac{\alpha}{1 - \frac{\beta^2}{\lambda^2 l^2}},$$

oder:

$$n - 1 = \alpha + \alpha(1 + \alpha) \frac{\beta^2}{\lambda^2} + \alpha(1 + \alpha)(1 + 2\alpha) \frac{\beta^4}{\lambda^4} + \dots$$

$$\frac{1}{n^2} = \frac{1}{(1 + \alpha)^2} - \frac{2\alpha}{(1 + \alpha)^4} \frac{\beta^2}{l^2} + \frac{\alpha(3\alpha - 2)}{(1 + \alpha)^6} \frac{\beta^4}{l^4} + \dots$$

umformte. Es heisst dort am Schluss (S. 83):

- 1) Monatsberichte der Berl. Akad. Jahrg. 1864, S. 637.
- 2) Phil. Transactions 1858.
- 3) Diese Ann. Bd. 117, S. 353.
- 4) Ketteler, Farbenzerstreuung der Gase. Bonn 1865.

Da die Vorzüge der genannten Formel sich möglicher Weise in noch höherem Grade an ähnlichen Ausdrücken wiederfinden, so möchten über den Verlauf der bezüglichen Curve wenige Bemerkungen genügen. Die nach  $n$  aufgelöste Gleichung gebe wegen ihrer quadratischen Form zwei derselben Wellenlänge entsprechende Werthe, so dass die Curve zwei Zweige hätte, die für einen bestimmten Index in einander übergängen. Für etwas kleinere Wellenlängen sei der Index complex, werde aber für noch kleinere wieder reell und liege hier auf einem zweiten Doppelast, dessen äusserste Werthe (0 und 1) für  $\lambda = 0$  erreicht würden. Die Erfahrung werde darüber zu entscheiden haben, ob auch die von Leroux am Joddampf und von Quincke am Silber beobachteten Erscheinungen sich dem genannten Gesetze unterordnen.

Dasselbe verlangte also eine durch zwei Gränzbrechungsindices begränzte imaginäre Zone, und schon hoffte ich, sie mittelst Photographie oder Fluorescenz auch äusserlich erkennbar machen zu können.

Weitere Untersuchungen und insbesondere die Berechnung der schönen Messungen Mascart's über die Brechungsverhältnisse einiger Krystalle und Gläser im optischen und ultravioletten Spektrum liessen indess die Unbrauchbarkeit einer jeden Dispersionsformel mit zwei Constanten in der unzweideutigsten Weise erkennen. Ich legte mir daher nunmehr die Frage vor: „ob es nicht möglich sei, aus dem vielen (inzwischen zugekommenen) Material mit Innehaltung eines streng kritischen empirischen Standpunktes zu einer Formel zu gelangen, die einerseits bei der bis jetzt erzielten Genauigkeit der Versuche als die einzig zulässige und dabei als die dem heutigen Stande der Theorie einzig entsprechende erachtet werden müsse.“<sup>1)</sup>

Die Beantwortung derselben sucht die oben citirte Abhandlung: „Ueber den Einfluss der ponderablen Moleküle etc.“ nach Massgabe von vier in der Einleitung aufgezählten Kriterien, wie ich glaube, völlig unbefangen und ohne Voreingenommenheit zu geben.

1) Monatsberichte der Berl. Akad. Jahrg. 1870, S. 182.

Entsprechend dem ersten Kriterium, demzufolge „die rationale Dispersionsformel bei einer bestimmten Dichtigkeit des dispergirenden Mittels die einzelnen Farben in richtiger räumlicher Aufeinanderfolge aus den Wellenlängen muss berechnen lassen“, wurde zunächst der Ausdruck:

$$\frac{1}{n^2} = K l^2 + A + \frac{B}{l^2} + \frac{C}{l^4}$$

als empirisch brauchbar hingestellt. Derselbe genügt in der That innerhalb der Gränze der Beobachtungsfehler (wenige Einheiten der fünften Decimale) den sämtlichen berechneten zwölf Spektren, und wurden dabei die Constanten zum Theil aus einzelnen Beobachtungen, zum Theil mittelst Gruppierung mehrerer derselben und zum Theil mittelst der Methode der kleinsten Quadrate berechnet.

Ueberblickt man diese Constanten, wie sie den einzelnen Substanzen entsprechen, so ersieht man sofort, dass zwischen ihnen kein anderer als ein rein algebraischer Zusammenhang möglich ist, und daher erscheint es in besonderem Betracht der Grössenordnung derselben geradezu verlangt, die einzelnen Glieder des vorstehenden Ausdrucks in folgender Weise:

$$\frac{1}{n^2} = \left( \frac{K}{A} l^2 + 1 \right) A + \frac{B}{l^2} \left( 1 + \frac{C'}{l^2} \right),$$

$$(1.) \quad \frac{1}{n^2} = \frac{A}{1 - k l^2} + \frac{B}{l^2 - C''}$$

zusammenzufassen.

Ist zwar eine analoge Behandlung ähnlicher Formeln gleich wohl zulässig, so habe ich doch zu Gunsten meines zweiten Kriteriums, „demzufolge den Constanten der rationellen Dispersionsformel etwa in analoger Weise wie bei der bekannten Interpretation Christoffels<sup>1)</sup> (bezüglich zweier Cauchy'schen Constanten), eine specifisch physikalische Bedeutung zukommen werde,“ dem hier angeführten umgeformten Ausdruck vor allen übrigen den Vorzug gegeben.

Die hier proponirte Dispersionsformel ist leider sowohl den Herren Christiansen, Kundt und Sellmeier,<sup>2)</sup> welch

1) Diese Ann. Bd. 117, S. 27.

2) Ebendas. Bd. 143, S. 272; Bd. 145, S. 399 und Bd. 147, S. 386.

letzterer die anomale Dispersion theoretisch beleuchtet hat, als auch Herrn Lamansky<sup>1)</sup> bei seiner Untersuchung über das Wärmespektrum des Sonnen- und Kalklichtes unbekannt geblieben. Es möge daher zunächst gestattet sein, den Verlauf der bezüglichen Dispersioncurve an ihren wichtigeren Specialfällen zu erläutern und durch Zeichnungen zu veranschaulichen.

I. Setzen wir  $B = 0$ ,  $C''' = 0$ , so reducirt sich die Formel auf:

$$n^2 = \frac{1}{A} (1 - k l^2).$$

Ersetzt man  $l$  durch  $\frac{\lambda}{n}$  und löst nach  $n$  auf, so erhält man, wenn noch  $A = \frac{1}{n_1^2}$  und  $\frac{4k}{n_1^2} = 4K = \frac{1}{\lambda_2^2}$  gesetzt wird:

$$(2). \quad n = \frac{n_1}{2} \left( \sqrt{1 + \frac{\lambda}{\lambda_2}} \pm \sqrt{1 - \frac{\lambda}{\lambda_2}} \right).$$

Einer jeden gegebenen Wellenlänge entspricht sonach ein doppelter Werth des Brechungsindex. Betrachtet man  $\lambda$  als Abscisse,  $n$  als Ordinate, so erhält man je nach dem gewählten  $\pm$  Zeichen entweder Curve 1 oder 2 (Fig. 12 Taf. II), welche beide im Punkte  $G$  mit einander zusammenstossen. Es entfernt sich also der Index mit zunehmender Abscisse von seinem für  $\lambda = 0$  erlangten Anfangswerth ( $n_1$  oder 0) und erreicht für eine bestimmte maximale Wellenlänge  $\lambda_2$  einen äussersten Gränzwert:

$$n_2 = \frac{n_1}{\sqrt{2}}, \text{ bei } l_2 = \frac{1}{\sqrt{2k}}.$$

Für alle Wellenlängen, die grösser als  $\lambda_2$ , erhält man imaginäre Brechungsquotienten, und für diese wäre das betrachtete Mittel impermeabel. Noch kennt man kein in der Natur vorkommendes Mittel, dessen Dispersion der vorstehenden Curve entspräche, — am ersten vielleicht Glycerin —, und daher bleibt die Bedeutung der beiden Zweige derselben vorderhand dunkel.

1) Diese Ann. Bd. 146, S. 200.

II. Setzt man  $k=0$ ,  $C''=0$ , so erhält man die gleichfalls zweiconstantige Formel:

$$\frac{1}{n^2} = A + \frac{B}{l^2}.$$

Und wenn man wiederum  $l$  durch  $\frac{\lambda}{n}$  ersetzt und nach  $n$  auflöst, so kommt, wenn noch  $A = \frac{2}{n_0^2}$ ,  $B = -\frac{\lambda_0^2}{n_0^4}$  geschrieben wird:

$$(3) \quad n = \frac{n_0 \sqrt{2}}{\sqrt{1 + \frac{\lambda_0}{\lambda}} \pm \sqrt{1 - \frac{\lambda_0}{\lambda}}}.$$

Es ist dies die Christoffel'sche Formel, die für alle  $\lambda < \lambda_0$  imaginäre Indices liefert. Für  $\lambda = \lambda_0$  erhält man als Gränzbrechungsindex  $n = n_0$ , und von diesem Punkte ab verläuft die Curve (Fig. 13) je nach der Wahl des Wurzelzeichens in zwei Zweige 1 und 2, von denen der obere für  $\lambda = \infty$  den Werth  $\infty$  erreicht, während der untere (1) sich einer zur Abscissenaxe parallelen und um die Entfernung  $n_\infty$  von ihr abstehenden Geraden asymptotisch nähert. Man findet:

$$n_\infty = \frac{n_0}{\sqrt{2}}.$$

Das vorausgesetzte Mittel wäre folglich für alle zwischen 0 und  $\lambda_0$  liegenden Wellenlängen undurchdringlich. Bekanntlich genügt die Christoffel'sche Formel zu einer mässig genäherten Darstellung der Dispersion des Lichtes, und der Erfahrung zufolge hat nur der Zweig 1 eine dioptrische Bedeutung.

III. Die Zweige 1 der Figuren 12 und 13 lassen sich in zweifacher Weise mit einander verbinden, so dass entweder die Combination Fig. 14 oder Fig. 15 entsteht. Analytisch erreicht man das Nämliche durch Hinzunahme einer dritten Constante.

Setzt man zunächst im einfacheren Falle  $k = 0$ , so reducirt sich das Dispensionsgesetz (1) auf:

$$\frac{1}{n^2} = A + \frac{B}{l^2 - C''}.$$

Oder wenn  $A = \frac{1}{n_x^2}$ ,  $C'' = \mathfrak{B}^2$  und  $-\frac{B}{C''} = \mathfrak{A}$  gesetzt wird, auf:

$$\left(\frac{1}{n_x^2} - \frac{1}{n^2}\right) \left(\frac{l^2}{\mathfrak{B}^2} - 1\right) = \mathfrak{A}.$$

Führt man dagegen zwei neue Constanten  $D$  und  $\mathcal{A}_0$  ein, die defnirt sind durch die Beziehungen:

$$B = -\frac{D}{n_x^2} \mathcal{A}_0^2, \quad C'' = \mathcal{A}_0^2 (1 - D),$$

so lässt sich dafür auch schreiben:

$$(4). \quad (n^2 - n_x^2) \left(\frac{l^2}{\mathcal{A}_0^2} - 1\right) = D' = D n_x^2.$$

Wird hierin  $l$  durch  $\frac{\lambda}{n}$  ersetzt und  $n^2$  als Function von  $\lambda$  mittelst der entstehenden quadratischen Gleichung aufgelöst, so kommt:

$$n^2 = \frac{1}{2} \left( n_x^2 - D' + \frac{\lambda^2}{\mathcal{A}_0^2} \right) \mp \sqrt{\left[ \frac{1}{2} \left( n_x^2 - D' + \frac{\lambda^2}{\mathcal{A}_0^2} \right) \right]^2 - n_x^2 \frac{\lambda^2}{\mathcal{A}_0^2}}.$$

Wiederum entspricht einer gegebenen Wellenlänge im allgemeinen ein doppelter Werth von  $n$ , je nach der Wahl des Vorzeichens. Die beiden Theile des Doppelzweiges stossen zusammen für eine Gränzwellenlänge  $\lambda_0$ , die den Radicanden zum Verschwinden bringt, und heisst der entsprechende Brechungsindex  $n_0$ , so kommt einfach:

$$\frac{n_0^4}{n_x^2} = \frac{\lambda_0^2}{\mathcal{A}_0^2}, \quad D' = \left( \frac{n_0^2 - n_x^2}{n_x^2} \right)^2$$

oder auch schliesslich:

$$\frac{n_0^2}{n_x^2} = \frac{l_0^2}{\mathcal{A}_0^2} = 1 \pm \sqrt{D'}.$$

Entsprechend der quadratischen Form des Radicanden hat man sonach zwei verschiedene Werthe von  $\lambda_0$ ,  $l_0$ ,  $n_0$  und darum zwei von einander getrennte Doppelzweige der Curve. Da noch für  $\lambda = \pm \infty$  der Index der Zweige 1 (Fig. 14) den asymptotischen Gränzwert  $n_\infty$ , der der Zweige 2 den Werth  $\pm \infty$  erreicht, so ist der Lauf der Curve völlig bestimmt.



Nun befolgt namentlich der Schwefelkohlenstoff sehr genau das hier in Rede stehende Dispersionsgesetz. Und unterscheiden wir die grösseren und kleineren Gränzwerte durch die Bezeichnungen  $n'_0$ ,  $\lambda'_0$ ,  $l'_0$ , resp.  $n''_0$ ,  $\lambda''_0$ ,  $l''_0$ , so berechnen sich für denselben ( $\lambda_D = 0,5888$  gesetzt):

$$\begin{aligned} n'_0 &= 2,1574 & n''_0 &= 0,5827 \\ l'_0 &= 0,1310 & l''_0 &= 0,0354 \\ \lambda'_0 &= 0,2827 & \lambda''_0 &= 0,0206 \\ n_x &= 1,58022. \end{aligned}$$

Für die bisher beobachteten grösseren Werthe von  $\lambda$  liegt der gemessene Index auf dem Zweige 1a, und scheint daher dem Zweige 2a die dioptrische Bedeutung zu fehlen. Entsprechend käme ebenso auf ultraviolettem Gebiet der 1a zugeordnete Zweig 1b zur Geltung und wäre hier 2b zu referiren.

Durch Einführung der Gränzwerte in Gleichung (4) erhält diese die bemerkenswerthe Form:

$$(5) \quad \frac{\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n_0^2}}{\frac{1}{n_x^2} - \frac{1}{n^2}} = \frac{\frac{l^2}{\lambda_0^2} - \frac{1}{n_0^2}}{\frac{1}{n_x^2} - \frac{1}{n_0^2}}.$$

Noch hebe ich hervor, dass die kleineren Gränzwerte für  $D < 1$  imaginär werden, und dass speciell für  $D = 1$  die Beziehungen bestehen:

$$n'_0{}^2 = 2 n_x^2, \quad l'_0{}^2 = 2 A_0^2, \quad n''_0{}^2 = l''_0{}^2 = \lambda''_0{}^2 = 0,$$

so dass die imaginäre Zone durch den Werth 0 als untere Gränze bestimmt ist. Ist aber  $D = 1$ , so wird  $C'' = 0$ , und damit fällt Specialfall III mit dem vorhergehenden Christoffel'schen zusammen.

IV. Setzt man in der allgemeinen Dispersionsformel (1)  $C'' = 0$ , so wird dieselbe:

$$(6) \quad \frac{1}{n^2} = \frac{A}{1 - k l^2} + \frac{B}{l^2}.$$

Die Bestimmung von  $n$  als Function von  $\lambda$  ist nunmehr geknüpft an die Auflösung einer kubischen Gleichung, und so

ersieht man, dass die Curve die Gestalt der Fig. 15, Taf. II hat mit den beiden Gränzwerten  $\lambda'_0, l'_0, n'_0$  etwa auf dem ultravioletten und  $\lambda_2, l_2, n_2$  auf dem ultrarothern Gebiete. Sie genügt nahezu der Dispersion von Arragonit  $\gamma$ .

V. Betrachten wir nunmehr die vollständige Gleichung, setzen  $A = \frac{1}{n_1^2}$  und behalten im Uebrigen die früheren Bezeichnungen bei, so schreibt sich dieselbe auch so:

$$(7). \quad \frac{1}{n^2} = \frac{1}{n_1^2} \left( \frac{1}{1 - k l^2} - \frac{D \cdot l_0^2}{l^2 - l_0^2 (1 - D)} \right).$$

Die bezügliche Curve (Fig. 16, Taf. II) unterscheidet sich von der des Specialfalles III nur dadurch, dass zu den beiden Gränzwerten der imaginären Zone ein neuer für grosse Wellenlängen hinzutritt. Heisst noch der der Wellenlänge  $\lambda = 0$  entsprechende Index  $n_3$ , so erscheint sonach das bezügliche Mittel charakterisirt durch die Elemente:

$$\underbrace{n_3, 0, 0} \quad \underbrace{n''_0, \lambda''_0, l''_0} \quad \underbrace{n'_0, \lambda'_0, l'_0} \quad \underbrace{n_2, \lambda_2, l_2}.$$

Es ist folglich permeabel nur für Wellen, die zwischen 0 und  $\lambda''_0$  oder zwischen  $\lambda'_0$  und  $\lambda_2$  enthalten sind, dagegen undurchgängig (mit imaginärem Index) für alle Wellen, deren Längen entweder zwischen  $\lambda''_0$  und  $\lambda'_0$  liegen oder die grösser sind als  $\lambda_2$ .

Ein solches Mittel gibt also wieder (wie unter III) „zwei Spektren, die sich einander theilweise superponiren,“ und innerhalb des Spektrums der grösseren Wellenlängen liegt ein fünfter charakteristischer Strahl, dessen Elemente

$$n_1, \lambda_1, l_1$$

in ihrer geometrischen Bedeutung ohne Weiteres klar sind.

Der in Rede stehenden Curve folgt nun die Dispersion aller von mir berechneten Substanzen. Es haben (ausser Schwefelkohlenstoff) eine durch zwei reelle Gränzwellenlängen begränzte Zone: Wasser, Flintglas Rossette, Flintglas Merz, Sylvin, Kalkspath (Ord. und Extraord. Strahl), sowie Arragonit  $\gamma$ , dagegen werden die kleineren Gränzwerte imaginär

für Quarz (Ord. und Extraord. Strahl) und für Arragonit  $\alpha$  und  $\beta$ .

Für alle liegt die genannte Zone auf ultraviolettem und die dritte Gränze auf ultrarothem Gebiet. Beide haben also einen solchen Abstand, dass sich ohne merklichen Fehler setzen lässt:

$$(8). \frac{n_0^2}{n_1^2} = \frac{l_0^2}{l_1^2} = 1 \pm \sqrt{D}, \quad l_2^2 = \frac{1}{2k}, \quad n_2^2 = \frac{n_1^2}{2}.$$

Es ist z. B. für Sylvin:

$$\begin{array}{llll} n_2 = 1,0447 & n_1 = 1,47747 & n'_0 = 1,7885 & n''_0 = 1,0804 \\ l_2 = 7,632 & l_1 = 0,9148 & l'_0 = 0,1359 & l''_0 = 0,0821 \\ \lambda_2 = 7,974 & \lambda_1 = 1,3516 & \lambda'_0 = 0,2431 & \lambda''_0 = 0,0887 \end{array}$$

Kurz sämmtliche von mir untersuchte Substanzen sind bezüglich des Spektrums der grösseren Wellenlängen durchgängig für Strahlen, die nach akustischer Eintheilung mindestens 4—5 Octaven aus einander liegen.

Es ist nun leicht, unsere für gewöhnlich durchsichtige Substanzen erhaltene Formel soweit auszudehnen, dass sie auch diejenigen Curven umfasst, für welche die Zahl der vorhandenen Unstetigkeiten, also die Zahl der imaginären Zonen eine beliebige ist.

Soll z. B. (Fig. 17, Taf. II) durch Zusammenfügen zweier Curven von dem Charakter der Fig. 14, die Zahl der Unstetigkeiten auf zwei gebracht werden, so genügt es, deren Gleichung durch Hinzufügung eines neuen Gliedes mit zwei weiteren Constanten die Form zu geben:

$$\frac{1}{n^2} = A + \frac{B}{l^2 - C} + \frac{D}{l^2 - E}.$$

Soll noch (Fig. 18) die Zone der kleineren Gränzwellenlängen durch die Abscisse  $\lambda = 0$  begrenzt werden, so genügt es,  $E < 0$  anzunehmen. Will man dagegen das Mittel für grosse Wellenlängen undurchgängig machen, also eine Curve (Fig. 19) erzielen, so bedarf man einer neuen Constante  $k$ , so dass sich schreibt:

$$\frac{1}{n^2} = \frac{A}{1 - k l^2} + \frac{B}{l^2 - C} + \frac{D}{l^2 - E},$$

wo denn auch  $-\frac{A}{k} = M$ ,  $\frac{1}{k} = N$  gesetzt und das erste Glied auf die den folgenden analoge Form  $\frac{M}{l^2 - N}$  gebracht werden darf.

Das allgemeine sowohl für gewöhnlich durchsichtige als für gefärbte Substanzen geltende Gesetz der Dispersion ist sonach ausgesprochen durch die Gleichung:

$$(9). \quad \frac{1}{n^2} = \sum \frac{M}{l^2 - N}.$$

Doch kehren wir wieder zu dem Inhalt der oben citirten Abhandlung zurück.

Es wird dort (S. 194) im Anschluss an die Berechnung doppelbrechender Krystalle die Vermuthung ausgesprochen, dass bei Abnahme der Dichtigkeit die Constante  $k$  sehr rasch abfalle, so dass namentlich der Gaszustand durch die Gleichung  $k = 0$  charakterisirt sei.

Für ihn wird:

$$D = \left( \frac{n_o^2 - n_x^2}{n_x^2} \right)^2 = \frac{n'_o{}^2 - n_x^2}{n_x^2} \cdot \frac{n_x^2 - n''_o{}^2}{n_x^2}$$

der Dichtigkeit proportional gefunden und entsprechend dem früheren Resultat  $\mathcal{A}_0^2$  (analog dem früheren  $\beta^2$ ) als absolute von der Dichtigkeit unabhängige Constante erwiesen. Dieselbe scheint indess selbst bei Dichtigkeitsvariationen von Flüssigkeiten (berechnet aus Beobachtungen Wüllner's), ja sogar für die verschiedenen Strahlen der doppelbrechenden Krystalle einen gleichen unabänderlichen Werth zu behalten. Wenigstens ergab sich:

$$\begin{array}{l} \text{Kalkspath} \left\{ \begin{array}{l} \text{Ord. Strahl } \mathcal{A}_0 = 0,06035 \\ \text{Extr. „} = 0,06085 \end{array} \right. \\ \text{Arragonit} \left\{ \begin{array}{l} \alpha = 0,0453 \\ \gamma = 0,0456 \end{array} \right. \end{array}$$

Die untersuchte vierconstatige Formel ist sonach selbst über die beiden übrigen (sich auf den Gaszustand beziehenden) der vier als Massstab dienenden Kriterien hinaus mit der Erfahrung in Uebereinstimmung.

Ich habe die Formel mit der Theorie von C. Neumann und Briot verglichen und nach deren Vorgang den Haupttheil der Dispersion (ich müsste nunmehr die anomale einbegreifen) auf periodische Dichtigkeitswechsel im Innern der Aetherhüllen, das Glied  $K/2$  dagegen auf einen directen Einfluss der ponderablen Moleküle zurückgeführt.

Doch wie man auch über die genannten Theorien urtheilen mag, es heisst zum Schlusse meiner Untersuchung (S. 214):

„Der äussere Grund der Begränzung (der Spektren) liegt in der Form der Dispersionsgleichung, der innere in der Unverträglichkeit gewisser Schwingungsdauern mit der Vertheilung der Kräfte und Massen im Innern des zusammengesetzten Aggregates.

Fällt daher auf die brechende Substanz ein Lichtstrahl, dem ein complexer Brechungsindex zukommt, so wird derselbe entweder total reflektirt, oder es wird seine Schwingungsarbeit schon an der Gränzfläche in eine andere Bewegungsform umgewandelt.

Wenn so die Fortpflanzungsgeschwindigkeit bei einer bestimmten Wellenlänge plötzlich ins Imaginäre überspringt, so lässt sich natürlich erwarten, dass die Anordnung des Mittels schon auf die benachbarten Schwingungen eine gewisse Dämpfung ausüben werde. Ist demzufolge das Schwingungsgesetz der oscillirenden Punkte von der Form:

$$y = A e^{-hx} \cos 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{l} \right),$$

wo der Schwächungscoefficient  $h$  eine nicht näher bekannte Funktion der Fortpflanzungsgeschwindigkeit, sowie der charakteristischen Strahlen des Mittels bedeutet, so bleibt selbstverständlich die Existenz des zweiten, § 47 angedeuteten Spektrums der ganz kurzen Wellen wenigstens für grössere Dichtigkeiten durchaus problematisch. Nur für den Fall eines sich continuirlich verdünnenden Gases müsste es hervortreten und für  $d=0$  sich unmittelbar an das erstere anschliessen.“

Für  $d=0$  würde eben die gesammte Fig. 14 dargestellte Curve sich auf zwei im Punkte  $\lambda = \lambda_0$  sich rechtwinklig schneidende Gerade reduciren.

Wenn dann weiter noch hervorgehoben wird, dass aus Mascart's Angaben sich schliessen lasse, dass die Schwierigkeit der ultravioletten Messungen sich in dem Maasse steigere, als die Gränzwellenlänge  $\lambda'_0$  sich verkürze und wenn S. 219 nach der ultrarothten Gränze hin ebensowohl eine allmälige Absorption angenommen wird, so ist damit der Zusammenhang zwischen Brechung und Absorption wohl hinlänglich klar entwickelt.

Seitdem hat denn in der That Lamansky<sup>1)</sup> diesen, schon von Melloni für Wasser gefundenen Satz für alle untersuchten Körper bestätigt, dass nämlich die ultrarothten Strahlen bei ihrem Durchgang durch durchsichtige Körper einen desto grössern Verlust erleiden, je geringer ihre Brechbarkeit ist.

Das bisher Gesagte wird hinreichen, um der seitdem entdeckten anomalen Dispersion zum Theil das Auffallende zu benehmen. Es liegt nicht bloß die Möglichkeit vor, dieselbe analytisch auszudrücken, sondern wir kennen bereits das wahrscheinliche specifische Gesetz derselben und wollen dasselbe nach den vorliegenden Beobachtungen prüfen.

Soll zunächst in die Dispersioncurve eines Lösungsmittels, z. B. des Wassers, ohne weitere optische Aenderung desselben für eine bestimmte gegebene Wellenlänge  $\lambda_m$  eine imaginäre Zone mit annähernd bestimmter (kleiner) anomaler Dispersion eingeschoben werden, so muss ausser  $\lambda_m$  etwa noch einer der Gränzindices  $n'_0$  oder  $n''_0$  als gegeben betrachtet werden.

Nun liegt nach Kundt der Absorptionstreifen seiner I. Cyaninlösung zwischen den Fraunhofer'schen Linien *C* und *E*, und es fand sich  $n_c = 1,3714$ , während für das reine Lösungsmittel (Alkohol, dessen Indices  $n_a$  und  $n_g$  wieder nahezu mit denen der Lösung selbst zusammenfallen)  $n_c = 1,3649$  bestimmt wurde. Die Differenz beider beträgt 0,0065. Nehmen wir an, diese Fraunhofer'sche Linie *C* entspreche nahezu dem oberen Gränzstrahle  $n'_0$  und verlangen wir für Wasser, dessen Index für *C* von v. d. Willigen<sup>2)</sup> zu  $n_c = 1,3312$

1) Diese Ann. Bd. 146 S. 229.

2) Arch. du Musée Teyler, V. I, p. 182.

bestimmt wurde, in Folge der Einschlebung einer imaginären Zone eine gleiche Erhöhung; wir setzen also:

$$n'_0 = 1,3312 + 0,0065 = 1,3377.$$

Andererseits berechnete ich für Wasser aus den Daten v. d. Willigen's den von der Dispersion befreiten mittleren Index zu  $n_1 = 1,3279$ .

Wird endlich noch  $\lambda_D = 0,5888$  als mittlere äussere Wellenlänge der absorbirten Strecke genommen, so ergibt sich für  $\lambda'_0$  (als absorbirte Wellenlänge des Gaszustandes an der Gränze der Verdünnung):

$$\lambda'_0 = \frac{\lambda_D}{n_1} = 0,4439.$$

Sonach erhält man mittelst der ersten der Gleichungen 8:

$$\begin{aligned} n'_0 &= 1,3377, \quad l'_0 = 0,4467, \quad \lambda'_0 = 0,5975 \\ n''_0 &= 1,3180, \quad l''_0 = 0,4401, \quad \lambda''_0 = 0,5801 \end{aligned}$$

Die Differenz der beiden Gränzindices entspricht ungefähr der Differenz  $n_c - n_E$ , die Kundt für eine zweite etwas concentrirtere Cyaninlösung erhielt; dabei ist die Absorption, wie aus der Differenz der Wellenlängen hervorgeht, auf die Nähe der Linie  $D$  beschränkt.

Endlich wäre die Dispensionsgleichung der so mit einer zweiten Unstetigkeit versehenen Curve des Wassers:

$$\frac{1}{n^2} = \frac{0,56712}{1 - 0,01416 l^2} - \frac{0,000024467}{l^2 - 0,19660} - \frac{0,0011334}{l^2 - 0,0049693}$$

und hier ist das mittlere Glied das eingeschobene.

Selbstverständlich wird von einer genauen directen Prüfung unseres Ausdruckes auf solange abgesehen werden müssen, als nicht weitere Messungen vorliegen, deren Genauigkeit bis in die fünfte Decimale der Indices hineinreicht.

Nichtsdestoweniger wollen wir schon jetzt versuchen, das mögliche specifische Gesetz der anomalen Brechung, so gut wie eben angeht, durch die Erfahrung zu erhärten.

Es wurde nämlich unter III. die für beide Gränzstrahlen gültige Beziehung aufgestellt:

$$\frac{n_0^2}{n_1^2} = \frac{l_0^2}{A_0^2}.$$

Dieselbe schreibt sich auch so:

$$\frac{n'_0}{n''_0} = \frac{l'_0}{l''_0},$$

oder wenn schliesslich für die inneren Wellenlängen die äusseren eingeführt werden:

$$10. \quad \frac{n'_0{}^2}{n''_0{}^2} = \frac{\lambda'_0}{\lambda''_0}.$$

*Diese Gleichung verbindet die Breite der absorbirten Strecke mit den Indices ihrer Gränzen.*

Nun fand Kundt für Fuchsin die Indices:

A	a	B	C	D	*	G	H
1,3818	1,3845	1,3873	1,3918	1,3982	1,3613	1,3668	1,3759

wo der besternte Index sich „auf das äusserste nicht absorbirte Blau, ungefähr  $F''$ , bezieht.

Als ich ferner das Sonnenspektrum durch eine dünne Fuchsinsschicht betrachtete, schien auch mir die untere *sichtbare* Gränze der Absorption wenig schwächer abgelenkt als  $F$ , während die obere Gränze etwa der Mitte zwischen der Natriumlinie und der dieser zunächst liegenden Calciumlinie, also einer Wellenlänge von ungefähr 0,587 entsprechen dürfte.

Es genügen dann folgende zusammengehörigen Werthe der Indices und Wellenlängen der obigen Formel:

$$\begin{aligned} \lambda'_0 &= 0,587 & \lambda''_0 &= 0,486 = \lambda_F \\ n'_0 &= 1,454 & n''_0 &= 1,310. \end{aligned}$$

Schiebt man dagegen die beiden *wirklichen* Gränzen etwas näher zusammen, so entsprechen sich z. B. auch die folgenden Werthe:

$$\begin{aligned} \lambda'_0 &= 0,56 & \lambda''_0 &= 0,50 \\ n'_0 &= 1,423 & n''_0 &= 1,340, \end{aligned}$$

und diese letzteren dürften ziemlich gut in die Beobachtungstabelle hineinpassen.



Für genauere derartige Messungen empfiehlt sich die Anwendung homogenen Lichtes, und dabei wird ohne Zweifel der von mir beschriebene<sup>1)</sup> Beleuchtungsapparat (zur Herstellung beliebiger discontinuirlicher Spektren) gute Dienste leisten.

So gering freilich die absolute Beweiskraft der vorstehenden Rechnung erscheinen mag, so gewinnt sie doch Bedeutung, wenn man das hier aufgestellte Gesetz mit den Consequenzen einer andern, jüngst von Sellmeier vorgetragenen Theorie vergleicht.

Dieselbe führt nämlich zur Dispersionsformel:

$$n^2 - 1 = \sum \frac{\alpha}{1 - \frac{\beta^2}{\lambda^2}},$$

die, abgesehen von der Vertauschung von  $\lambda$  und  $l$ , in ihren Summanden mit der früher von mir vorgeschlagenen Formel (vergl. S. 167) zusammenfällt.

Dem Sellmeier'schen Ausdruck entspricht im Allgemeinen eine Curve vom Ansehn der Fig. 17, jedoch mit folgenden Abweichungen:

1) An die Stelle einer durch zwei Gränzbrechungsindices, resp. Gränzwellenlängen eingeschlossenen imaginären Zone tritt in die ungefähre Mitte derselben eine Verticale, der sich die Indices der beiden Zweige mit den physikalisch unmöglichen Gränzwerten  $\pm \infty$  asymptotisch annähern.

2) Die Curve ist eines anderen Wendepunktes als eines solchen, der zwischen je zwei Unstetigkeiten fällt, nicht fähig, und daher sind ihr zufolge Substanzen, die von einer gewissen Wellenlänge ab für alle grösseren oder für alle kleineren gleichmässig impermeabel sind, unmöglich.

3) Betrachtet man meinen Gasversuchen entsprechend  $\beta$  als von der Dichtigkeit unabhängige Constante, so müsste — entgegen der Erfahrung — bei Einschaltung einer mit electiver Absorption versehenen planparallelen Schicht wegen  $\lambda_a = v \cdot T_a = \beta = \text{Const.}$  ein jedes Absorptionsmaximum im Spektrum seine Stelle bewahren, wie auch immer Dichtigkeit und Temperatur des absorbirenden Mittels sich ändern.

1) Diese Ann. Bd. 141, S. 604.

Ich hege denn die Hoffnung, dass andererseits meine Formel, die für die gewöhnlich durchsichtigen Substanzen innerhalb zweier Octaven den schärfsten bisherigen Messungen genügte, in ihrer jetzigen Erweiterung auch die Feuerprobe der anomalen Dispersion bestehen werde.

Bonn, im September 1873.

---

**XVII. *Der „Kampf um's Dasein“ unter den Molekülen; ein weiterer Beitrag zur chemischen Statik von L. Pfaundler.***

**E**s sei mir hier gestattet, in kurzen Zügen einige interessante Beziehungen anzudeuten, welche sich zwischen wichtigen Principien scheinbar weit abstehender naturwissenschaftlicher Disciplinen nachweisen lassen.

Im CXXXI. Bande dieser Annalen Seite 60 habe ich unter der Aufschrift: „Beiträge zur chemischen Statik“ eine Theorie der Dissociationserscheinungen, der Massenwirkung, der reciproken Reactionen und der Gleichgewichtszustände zwischen letztern entwickelt, welche sich inzwischen mehrfacher Anerkennung von Seiten der Chemiker erfreut hat, und von der ich hoffe, dass sie nach weiterer Ausbildung im Stande sein werde, noch verwickeltere Affinitätserscheinungen zu erklären.

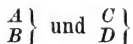
Im Nachstehenden will ich nun zu zeigen versuchen, dass zwischen den Vorgängen der Entstehung gewisser chemischer Verbindungen durch partielle Dissociation und reciproke Reactionen einerseits und der Entstehung der Arten durch natürliche Züchtung nach der Darwin'schen Theorie andererseits eine tiefgehende Analogie vorhanden ist, so zwar, dass die Hauptprincipien beider Theorien vielfach zusammenfallen.

Ich glaube auch zeigen zu können, dass, wie die Darwin'sche Theorie im Stande ist, an Stelle des teleologischen Princip der bewussten, beabsichtigten Zweckmässigkeit ein rein natürliches Princip zu substituiren, es auch gelingen dürfte, Vorgänge in der unorganischen Natur, welche, wenn auch weniger ausgesprochen, einen gewissen Charakter von absichtlicher Zweckmässigkeit zu haben scheinen, ungezwungen zu erklären mit Hilfe meiner obgenannten Theorie.

Bei dem herrschenden Streben, den geheimnissvollen Unterschied zwischen organischer und unorganischer Natur aufzudecken und zu eliminiren, dürfte die Nachweisung einer solchen Analogie zwischen den fundamentalsten Vorgängen in beiden Reichen an sich nicht ohne Interesse sein. Dasselbe wird aber offenbar gesteigert durch die Ueberlegung, dass die Vorgänge in der unorganischen Natur als die einfacheren zuerst erklärt werden müssen und ihre Erklärung dann massgebend und wegweisend werden müsse für die complicirteren Erscheinungen des Organischen.

Indem ich zwar die Bekanntschaft mit Clausius' Theorie der Aggregatzustände <sup>1)</sup> und mit der in der citirten Abhandlung <sup>2)</sup> entwickelten Theorie der Dissociation und reciproken Reactionen zum Verständniss des Nachfolgenden voraussetzen muss, erlaube ich mir dennoch eine Darlegung der Hauptpunkte der letzteren Theorie mit specieller Berücksichtigung ihres Verhältnisses zum zweiten Hauptsatze der mechanischen Wärmetheorie vorzuschicken.

Es seien zwei gasförmige Körper vorhanden von der Zusammensetzung:



$A$ ,  $B$ ,  $C$  und  $D$  seien Atome verschiedener Elemente, die sich zu den Molekülen  $\left. \begin{matrix} A \\ B \end{matrix} \right\}$  und  $\left. \begin{matrix} C \\ D \end{matrix} \right\}$  chemisch verbunden haben. Wir mischen die beiden Gase, welche nun chemisch auf einander einwirken können und es fragt sich, was das Resultat sein wird.

1) Diese Annalen Band C, 370.

2) Diese Annalen CXXXI, 60.

Nach der meistverbreiteten, einfachsten Vorstellung werden die chemischen Reactionen durch die Stärke der Affinitäten der Stoffe beherrscht. Um einschlägige Fragen im Voraus beantworten zu können, waren deshalb die Chemiker seit langer Zeit beschäftigt, die Stärke der Affinität zwischen verschiedenen Stoffen zu vergleichen. Es entstanden dadurch die Verwandtschaftstafeln von Geoffroy, Bergmann, Guyton de Morveau und Anderen, denen wir als Schluss die electrochemische Spannungsreihe von Berzelius anreihen können.

Letztere ordnet die Elemente in eine Reihe mit positivem und negativem Ende, wobei dann die Elemente desto grössere Affinität zu einander besitzen sollen, je weiter sie in der Reihe von einander abstehen.

Denken wir uns auch hier die gewählten Elemente in diese Reihe gestellt und ihre Plätze durch das folgende Schema ausgedrückt:



Wir würden dann folgern, dass  $A$  zu  $D$  eine grössere Verwandtschaft hat, als zu  $B$  und dass daher  $B$  durch  $D$  verdrängt werde. Es würde daher eine Wechselersetzung von



und eine Bildung der neuen Moleküle



vorauszusagen sein, weil dadurch dem Drange der stärkern Affinitäten Rechnung getragen wird.

Die Moleküle (I) bezeichnen wir dann manchmal als die *schwächeren*, lockerern, die Moleküle (II) als die *stärkeren*, festeren chemischen Verbindungen.

Wir wissen, wie zahlreiche Ausnahmen von dieser Regel stattfinden, und wie gerade diese Ausnahmen den genialen Chemiker Berthollet veranlasst haben, seine von den Ansichten Bergmanns vollständig abweichenden Theorie der Affinitätserscheinungen aufzustellen, nach welcher auch die Masse der

einwirkenden Stoffe und die physikalischen Eigenschaften der Cohäsion und der Elasticität als massgebend betrachtet werden.

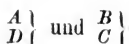
Fragen wir nun, ob nach dem heutigen Stande der Wissenschaft die Theorie von Berzelius noch aufrecht erhalten werden kann und beschränken wir uns dabei mit Ausserachtlassung der elektrischen Beziehungen auf das empirische Gesetz, das in der Aufstellung einer chemischen Spannungsreihe enthalten ist.

Die Wahrnehmung, dass im Allgemeinen jene Elemente am entferntesten von einander in der Reihe stehen, welche bei ihrer Verbindung am meisten Wärme entwickeln, lässt uns sofort erkennen, dass dieses Gesetz nur ein Theil oder eine Folge eines viel allgemeineren Gesetzes ist, nämlich des zweiten Hauptsatzes der mechanischen Wärmetheorie<sup>1)</sup>. Denn aus diesem Hauptsatze folgt bekanntlich unter Anderem, dass diejenigen Reactionen begünstigt sind, bei welchen mehr Wärme entwickelt wird.

Ist die Bildung der Moleküle



aus den Elementen von weniger Wärmeentwicklung begleitet, als die Bildung der Moleküle



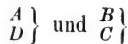
so würde eine Rückbildung der letzteren in erstere eine Wärmebindung unter Spannkraftsvermehrung, das ist eine negative Verwandlung erfordern, welche nach dem zweiten Hauptsatze der mechanischen Wärmetheorie nicht ohne Compensation durch eine äquivalente positive Umwandlung stattfinden kann.

So weit nun die Berzelius'sche Spannungsreihe ein Ausdruck dieser Folgerung ist, hat sie noch heute ihre Bedeutung.

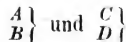
1) Siehe: Schröder v. d. Kolk, über die mech. Energie der chem. Wirk. Diese Annalen 1867, CXXXI 277, 408 und die Darstellung in A. Naumann's Grundriss der Thermochemie, S. 127, wo auch die übrige einschlägige Literatur angegeben ist.

Ueberall dort, wo durch secundäre Vorgänge unter Berücksichtigung des zweiten Hauptsatzes andere Wirkungen als Folge sich ergeben, zeigt sich auch die Spannungsreihe mit einer Ausnahme behaftet. Wir haben somit an Stelle der Spannungsreihe den zweiten Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie als Fundamentalgesetz der Chemie anzuerkennen, und gehen nun daran, hieraus Folgerungen zu ziehen.

Lassen wir auf das Gemisch der Moleküle:



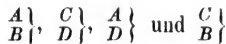
von einem wärmeren Körper Wärme übergehen, so kann dieser Uebergang als positive Verwandlung von einer äquivalenten oder kleineren negativen Verwandlung begleitet sein; es kann also die Rückbildung in die Moleküle



oder überhaupt eine solche Reaction eintreten, durch welche Wärme in Spannkraft verwandelt wird.

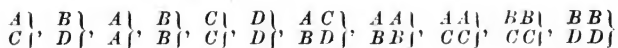
Es kann also dann eine Anordnung erfolgen, welche mit der chemischen Spannungsreihe im Widerspruche steht.

Diese Verhältnisse als bekannt vorausgesetzt, wollen wir uns nun vorstellen, es sei in einem Raume eine beschränkte Zahl von Molekülen der Zusammensetzungen:



eingeschlossen und es werde keine Wärme zu- oder abgeführt, auch die Temperatur des Raumes bleibe constant.

Aus den obigen Molekülen kann im Allgemeinen eine Reihe anderer Moleküle, z. B. von nachstehenden Zusammensetzungen hervorgehen:



u. s. w. Von diesen neuen Molekülen erfordern nach den früher gemachten Voraussetzungen die Moleküle:  $\begin{matrix} A \\ A \end{matrix} \}, \begin{matrix} B \\ B \end{matrix} \}$  etc. zu ihrer Entstehung aus der früheren Wärmebindung,

weil sie (in der Regel) mit weniger Affinität verknüpft sind. Am meisten Wärmebindung würde die vollständige Isolirung der Elemente  $A, B, C, D$ , wenn sie überhaupt erfolgte, erfordern. Dagegen wird durch die Bildung der höhern Verbindungen wie z. B.  $\left. \begin{matrix} A & C \\ B & D \end{matrix} \right\}$  in der Regel Wärme frei und dasselbe wird im Allgemeinen auch bei den sogenannten condensirten Verbindungen (Polymeren) z. B. bei  $\left. \begin{matrix} A & A \\ B & B \end{matrix} \right\}, \left. \begin{matrix} B & B \\ C & C \end{matrix} \right\}$  etc. stattfinden. Kurz, es können im Allgemeinen aus den vierlei Molekülen, die ursprünglich vorhanden sind, unter Wärmeverbrauch oder Wärmeentwicklung neue Moleküle mit veränderter Zusammensetzung und andern Eigenschaften hervorgehen. Da aber die Temperatur des Raumes constant bleiben und keine Wärme zu- oder abgeführt werden soll, so ist eine Verwandlung der ursprünglichen Moleküle in solche, welche zu ihrer Bildung Wärmebindung erfordern, nur möglich, wenn zugleich eine äquivalente entgegengesetzte Verwandlung stattfindet.

Um diese Beziehungen allgemeiner und genauer zu fassen, können wir uns folgendermassen ausdrücken:

Es können mit den Molekülen Verwandlungen vor sich gehen in positivem und negativem Sinne. Als solche wären aufzuzählen:

#### I. Positive Verwandlungen:

1. Verminderung der Spannkraft innerhalb des Moleküls.
2. Umsetzung von Molekülen in solche von geringerer Spannkraft (Entstehung chemisch festerer Moleküle).
3. Verbindung von Molekülen zu zusammengesetzten.
4. Uebergang von Wärme in ein kälteres Molekül. (Ausgleichung des Temperaturüberschusses.)

#### II. Negative Verwandlungen:

1. Vermehrung der Spannkraft innerhalb des Moleküls.
2. Umsetzung von Molekülen in solche von grösserer Spannkraft (wärmebindende Reactionen, Entstehung lockerer Verbindungen).

3. Zersetzung von Molekülen.
4. Anhäufung von Temperaturüberschuss auf einem Molekül.

Da unter den Molekülen unter den angenommenen Verhältnissen ein vollkommener Kreisprocess herrscht, so müssen die positiven und negativen Verwandlungen in gleicher Grösse stattfinden, wobei dann im einzelnen Falle mit jeder Art negativer Verwandlung jede Art positiver und umgekehrt verbunden sein kann. Nur bleibt ausserdem die Bedingung der Constanz des Verhältnisses zwischen der lebendigen Kraft der innern und der äussern Bewegung im Ganzen zu erfüllen.

Es kann somit die Bildung von  $\frac{A}{B} \frac{C}{D}$  aus  $\frac{A}{B}$  und  $\frac{C}{D}$ , als positive Verwandlung, im Allgemeinen compensirt werden durch irgend eine der folgenden negativen Verwandlungen, als z. B.:

1. durch Zerfall eines andern Moleküls  $\frac{A}{B} \frac{C}{D}$  in seine Bestandtheile,
2. durch Lockerung mehrerer anderer Moleküle,
3. durch Anhäufung der fortschreitenden Geschwindigkeit (Molekültemperatur) auf dem nämlichen oder auf anderen Molekülen,
4. durch gleichzeitiges Stattfinden mehrerer der genannten Vorgänge.

In welcher Weise diese Verwandlungen durch die Stösse der Moleküle vermittelt werden und wie es von den jeweiligen Umständen abhängen müsse, welche der aufgezählten Veränderungen im speciellen Fall erfolgen werden, habe ich bereits in meiner mehrfach citirten Abhandlung auseinandergesetzt.

Berücksichtigt man den Umstand, dass die lebendige Kraft der Atome innerhalb des Moleküls (die Atomtemperatur) in verschiedenen Bewegungszuständen (schwingenden, rotirenden Bewegungen) bestehen kann, so lässt sich ein Schluss auf die unendliche Mannigfaltigkeit der möglichen Bedingungen und der möglichen Fälle ziehen. Das schliessliche Resultat wird also allgemein nur dahin formulirt werden können, dass die Moleküle auch bei constanter (Mittel-) Temperatur



des Raumes eine grosse Reihe von Veränderungen erleiden, die wir als positive und negative Abweichungen, Variationen von einem gewissen Mittelzustande betrachten können, den die Moleküle dann besitzen würden, wenn sie einmal Alle zugleich im gleichen Zustande sich befände.

In meiner frühern Abhandlung habe ich für den einfachsten der hierher gehörigen Processe, bei welchem nur einfache Zersetzung einer einzigen Molekülgattung und keine Wechselzersetzung vorkommt, den von Deville gewählten Namen *Dissociation* beibehalten; die Vorgänge der partiellen Wechselzersetzung, oder wie ich sie damals nannte: „partiellen Zersetzung durch Wahlverwandtschaft“, bildeten aber eigentlich den *allgemeinen Fall*, von welchem die *Dissociation* ein specieller und zwar der einfachste Fall ist.

Es dürfte sich daher nicht empfehlen, den letztern Ausdruck, dem durch Deville eine ganz bestimmte, begrenzte Bedeutung ertheilt wurde, zu verallgemeinern, sondern es wird zweckmässiger sein, einen neuen Ausdruck zu erfinden, der das Gemeinschaftliche der hierher gehörigen Vorgänge ausdrückt. Gerade die Schöpfung eines solchen Namens ist aber schwierig. Die Ausdrücke „Partielle Zersetzung und Umsetzung“ oder „partielle Zersetzung und Wechselzersetzung“ zählen die Fälle auf, statt sie gemeinschaftlich zu benennen. „Transsoziation“ trifft auch nicht das Richtige und wird wohl auch von den Philologen verboten werden. Am richtigsten würde ich die ganze Theorie nennen:

„Theorie der gleichzeitigen<sup>1)</sup> reciproken Reactionen als Folge der Variation der Moleküle.“

Allein dieser Name ist nicht blos zu lang, er bezeichnet auch nicht die Erscheinung selbst, sondern die von mir vorgeschlagene Erklärung derselben. „Gleichzeitige reciproke Reactionen“ allein ist zu unbestimmt. Ich schlage nun vor, den kurzen Ausdruck „*Concurrenz der Moleküle*“ zu gebrauchen und hoffe, indem ich mich nun der in der Ueber-

1) Der Zusatz „gleichzeitig“ ist nöthig, um von jenen reciproken Reactionen zu unterscheiden, die durch verschiedene Verhältnisse, z. B. verschied. Temperatur, Druck etc. eingeleitet werden.

schrift angedeuteten Hauptaufgabe dieser Abhandlung zuwenden, zu Gunsten dieser Bezeichnung Argumente beibringen zu können.

\* \* \*

Bisher wurde immer angenommen, dass Temperatur und Volumen des Raumes, Zahl der darin enthaltenen Atome u. s. w. kurz alle den Molekülen gemeinsamen Bedingungen constant erhalten werden.

So lange dies geschieht, wird nach einmal eingetretenem Gleichgewichte keine *bleibende* Veränderung im Zahlenverhältnisse der einzelnen Molekülvariationen eintreten. Das zufällige örtliche oder zeitliche Ueberhandnehmen *zusammengesetzter* Moleküle z. B. wird durch die dadurch bedingte momentane Verminderung der *einfachen* Moleküle selbst regulirt; denn die „*Aufzehrung*“ der letztern macht auch die Entstehung neuer *zusammengesetzter* Moleküle seltener, während umgekehrt die Häufigkeit der letztern ihren Zerfall beschleunigt.

Dasselbe ist umgekehrt der Fall, wenn zufällig irgendwo oder irgendwann das Zerfallen der Moleküle in einfachere überhandnehmen würde; die vermehrten Conflictte der letztern selbst müssen den Regulator liefern, der ihre Ueberzahl beschränkt.

Wem fällt nun hierbei nicht die *Analogie* auf, mit dem *Gleichgewichte im Haushalte der Natur*, mit der *gegenseitigen Regulirung der Zahl der Thiere*, z. B. bei ihrem *Kampfe ums Dasein*?

Dies wäre die erste Analogie, die ich andeuten wollte.

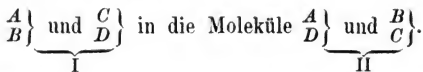
Lassen wir nun *Störungen von Aussen* eintreten. Es werde z. B. die Temperatur gesteigert. Sogleich *verändern sich die Existenzbedingungen der Moleküle*, die Temperaturerhöhung *begünstigt die einfacheren*, ist „*schädlich*“ für die *complicirteren Moleküle*, das Gleichgewicht wird gestört und im Kampf ums Dasein neigt sich der Sieg zu Gunsten der einfacheren Moleküle, bis ihre Zahl um ein Gewisses erhöht, die ihrer Gegner entsprechend vermindert ist. Liessen wir statt dessen

die Temperatur *sinken*, so würden umgekehrt die zusammengesetzteren Moleküle zur Herrschaft gelangen.

In ganz analoger Weise hat sich auf der Oberfläche der Erde mit Aenderung des Klimas innerhalb langer Perioden der Charakter der Fauna und Flora verändert, indem veränderte Verhältnisse *jener* Thier- und Pflanzenklasse das Uebergewicht verschafften, deren Existenzbedingungen vorherrschend verbessert wurden. Aehnliche Vorgänge wiederholen sich fortwährend auch in kleineren Zeitperioden. Dies wäre eine zweite Analogie.

Wären die in Betracht gezogenen Moleküle nicht Bestandtheile eines Gases, sondern einer tropfbaren Flüssigkeit, so würde sich dadurch für die bisherigen Betrachtungen kein Unterschied ergeben. An die Stelle der geradlinigen fortschreitenden Bewegung tritt eine andere, wie sie Clausius für die Flüssigkeitsmoleküle angenommen hat. Jeder Tropfen eines Gemisches zweier auf einander wechselzersetzend wirkender Flüssigkeiten ist eine Welt von Molekülen, deren Gattungen mit einander *um die Existenz concurriren*. Ruhe kann unter ihnen (so lange sie flüssig bleiben) nicht eintreten, wohl aber ein Gleichgewicht ihrer Reactionen.

Nehmen wir den einfachen Fall, es handle sich nur um die Umsetzung der Moleküle:



Hierbei ist es nun möglich, dass das Gleichgewicht sich herstellt, sobald die Zahl der ersteren Moleküle (I) ungefähr gleich der Zahl der letztern (II) geworden; es ist ebenso möglich, dass das Gleichgewicht ein bedeutendes Ueberwiegen der einen oder der andern Molekülgattung erfordert. Es ist aber auch der *Grenzfall* möglich, dass erst bei nahezu vollständiger Aufzehrung der einen Molekülgattung die andere als Sieger überbleibt. Letzteres wäre z. B. bei sehr überwiegender Affinität zwischen *A* und *D*, *B* und *C* gegenüber der Affinität zwischen *A* und *B*, *C* und *D* der Fall.

Die *totale* Wechselzersetzung ist nur ein specieller Fall

und zwar ein Grenzfall der partiellen Wechselersetzung. Wie häufig dieser Grenzfall auftritt, ist noch nicht bekannt, ich glaube er ist seltener, als bisher angenommen wurde.

Auch hierfür finden sich nun genug Analogien in der belebten Welt. Ich brauche nicht erst Thier- oder Pflanzenspecies aufzuzählen, die im Kampfe ums Dasein ganz ausgerottet wurden, oder lange Zeiträume hindurch die Fortsetzung ihres Daseins nur durch die Seltenheit der Individuen ermöglicht haben.

Nun kommen wir zu einem besonders bemerkenswerthen Punkte. In *Einem* Falle scheint die Reaction der beiden Flüssigkeiten immer zum vollständigen Siege der einen Molekulgattung über die andere zu führen, nämlich dann, wenn die Molekulgattung Eigenschaften besitzt, oder annimmt, *welche für ihre Erhaltung besonders günstig sind*. Solcher Eigenschaften kommen insbesondere zwei vor. Die *erste* ist der *gasförmige* Zustand. Moleküle, welche gasförmig geworden, *entfliehen*, falls hierzu Gelegenheit geboten wird, dem Bereiche der begegnenden Moleküle *und erhalten sich dadurch*. Der zweite Fall ist der, wenn Moleküle sich zu *festen* Gruppen lagern können, welche, weil nicht mehr theilnehmend an der molekularen (fortschreitenden) Bewegung aus dem Bereiche der concurrirenden Moleküle treten und sich so *der Rückbildung entziehen*.

Hier nun wird die Analogie mit dem Princip der natürlichen Züchtung recht auffällig.

Suchen wir, um dies recht deutlich zu erkennen, zunächst die analogen Vorgänge auf, welche den in der Darwin'schen Theorie wichtigen Grundbegriffen der *Vererbung* und *Anpassung* correspondiren.

Die *Vererbung* ist ein Vorgang, bei welchem in steter Wiederkehr Individuen *mit ähnlichen Eigenschaften* entstehen. Unter den Molekülen gibt es nun freilich keine Fortpflanzung, aber einen Kreisprocess, der an Stelle der Fortpflanzung und Vererbung bewirkt, dass immer wieder Moleküle mit ähnlichen Eigenschaften auftreten.

Die *Anpassung* beruht bekanntlich auf einer fortwährenden meist nur geringen, manchmal grössern *Abweichung* der Eigenschaften der neu auftretenden Individuen (Variation), welche es ermöglicht, dass bei der Concurrenz der Individuen unter sich und im Kampfe mit äussern Einflüssen auch solche Eigenschaften vorkommen, die sich durch Vortheilhaftigkeit auszeichnen und deshalb zur Bevorzugung der damit behafteten Individuen dienen.

Indem im Kampfe ums Dasein die Individuen mit günstigen Variationen vorherrschend erhalten bleiben, erhalten sich auch die günstigen Variationen selbst und führen so zur Erscheinung der *Anpassung*.

Die Variation der Moleküle wurde schon oben besprochen; ebenso wurde vorhin angedeutet, dass es für Moleküle einer Flüssigkeit als günstige Variation anzusehen ist, wenn sie den Aggregatzustand wechseln. Es ist leicht einzusehen, *welche* Eigenschaften ein Molekül momentan haben muss, damit es geeignet wird, in festen oder in gasförmigen Zustand zu gelangen.

Möglichst *geringe* Atom- und Molekültemperatur wird für erstere, möglichst *hohe* Atom- und Molekültemperatur wird für die letztere Aggregatzustandsänderung günstig sein. *Es erhalten sich also auch hier die extremen Formen, während die Mittelformen zu Grunde gehen.*

So wie nun bei der natürlichen Züchtung eine ursprünglich nur an wenigen Individuen auftretende günstige Eigenschaft nach und nach auf alle Individuen übergeht (weil eben die andern zu Grunde gehen), so muss auch in dem mit Molekülen gefüllten Raume diejenige Umsetzung, welche Moleküle hervorgehen lässt, die wegen ihrer Eigenschaften eine grössere Erhaltungsfähigkeit besitzen, überwiegend und allgemein werden.

Die hierher gehörigen chemischen Thatsachen hat schon längst Berthollet hervorgehoben, indem er darauf hinwies, dass vorherrschend jene Reactionen stattfinden, welche mit Bildung eines Niederschlages oder Austreibung eines Gases verbunden sind. Dass z. B. schwefelsaures Kali mit Chlorbaryum sich umsetzt, obwohl Schwefelsäure zu Kali stärkere

Verwandtschaft hat, als zu Baryt: dass z. B. die schwächere Phosphorsäure die stärkere Schwefelsäure bei jenen Temperaturen austreibt, bei welchen letztere verdampfen kann u. s. w. u. s. w.

Ja, Berthollet hat bereits die Ansicht ausgesprochen, dass im ersten Momente stets nur eine partielle Reaction eintrete, welche dadurch zur totalen werde, dass die gefällten oder gasförmig gewordenen Verbindungen der Einwirkung der gelöst gebliebenen entzogen werden. Kurz, Berthollet war auf bestem Wege, die Theorie aufzustellen, die ich im Eingange besprochen habe, und er wäre sicherlich zum Ziele gelangt, wenn ihm bereits die Ergebnisse der mechanischen Wärmetheorie und speciell die Theorie der Aggregatzustände von Clausius zu Gebote gestanden wären. So aber musste er bei den nicht weiter zerlegbaren Begriffen der Cohäsion und Elasticität stehen bleiben.

Kehren wir zur Ausführung der Analogie zurück. Wäre das durch die chemische Spannungsreihe ausgedrückte Gesetz allein maassgebend für die chemischen Vorgänge, so würde bald ein Endzustand eingetreten sein. Die stärksten Säuren hätten sich mit den stärksten Basen vereinigt, die schwächeren Verbindungen wären verdrängt worden durch die stärkeren.

Aehnliches würde in der belebten Welt eintreten, wenn *nur* das Recht des Stärkern Geltung hätte. Allein dies ist glücklicher Weise nicht der Fall. Durch Vererbung und Anpassung haben z. B. Thierspecies die Eigenschaft erlangt, zu *entfliehen* oder sich zu *verbergen*. Dies macht die Fortexistenz auch der schwächeren Gebilde möglich.

Ganz analog sind die Vorgänge, welche die Entstehung schwächerer, chemischer Verbindungen selbst unter Zersetzung stärkerer bei den in grossem Maassstabe stattfindenden Reductionsvorgängen ermöglichen.

Ich meine damit die Reduction der Kohlensäure und des Wassers in den Pflanzen bei der Bildung der einfachsten „organischen“ Verbindungen. Es ist hier nicht der Platz, es *näher* auszuführen, wie die Zersetzung dieser Verbindungen, welche sonst die höchsten Temperaturgrade erfordert, bei ge-

wöhnlicher Temperatur nicht nur eingeleitet, sondern auch fortgeführt werden kann.

Angenommen (beispielsweise), es sei die Ameisensäure die erste Verbindung, welche in der Pflanze aus Kohlensäure und Wasser unter Ausscheidung von Sauerstoff entsteht.<sup>1)</sup> Wer ordnet nun die Atome des Kohlenstoffs, des Wasserstoffs und des Sauerstoffs so, dass sie Ameisensäure bilden? Ich antworte: „der Zufall!“

Schliessen wir Wasserdampf und Kohlensäure in einen Raum ein, so werden, ja müssen unter der ungeheuer grossen, jede Vorstellung weit übertreffenden Anzahl von Zusammenstössen hin und wieder einige vorkommen, welche die Entstehung von Ameisensäure ermöglichen. Es werden natürlich Milliarden von Zusammenstössen erfolglos sein; das einermal wird die Atomtemperatur von  $CO_2$  zu niedrig sein, so dass sich  $O$  nicht abtrennen kann, das anderemal ist dies bei  $H_2O$  der Fall, das drittemal erhält das Gebilde durch den Stoss eine zu hohe Atomtemperatur, so dass es sich nicht halten kann u. s. w. u. s. w. Kurz es braucht ein besonders glückliches Zusammentreffen aller Bedingungen, welches natürlich sehr selten sein muss.

Nach den Principien der Wahrscheinlichkeitsrechnung muss es aber doch irgend eine, wenn auch enorm grosse Zahl von Zusammenstössen geben, auf welche *Ein* günstig verlaufender Fall trifft, wodurch Ameisensäure entsteht.

Es besteht zwischen der Zahl der Stösse und der Zahl der dadurch erfolgten Bildungen ein ebensolches Missverhältniss, *wie in der organischen Natur zwischen der Anzahl der Keime und der Anzahl der zur Ausbildung (und Fortpflanzung) gelangenden Individuen.*

Die durch „Zufall“ entstandenen ersten Ameisensäuremoleküle würden sich aber nicht bleibend erhalten oder vermehren, wenn wir auch die Wärme ersetzten, welche bei ihrer Bildung verbraucht wurde. Denn ebenso oft als ein Ameisen-

1) Es soll damit durchaus nicht behauptet werden, dass wirklich die Ameisensäure die zuerst gebildete Verbindung sei, oder dass überhaupt eine bestimmte Verbindung immer die erste sei.

säuremolekül entsteht, kommt durchschnittlich Eines zur Zersetzung. Damit die Entstandenen fortbestehen und vermehrt werden, müssen Bedingungen hergestellt werden, welche für die Erhaltung derselben günstig sind. Es muss z. B. durch irgend einen Vorgang die gebildete Ameisensäure entführt oder fixirt werden.<sup>1)</sup> Dann wird nach und nach und zwar im Grunde genommen wirklich auf dem Wege des sogenannten Zufalls *Das* eintreten, was uns von vornherein ganz und gar nicht als eine „zufällige“ Erscheinung möglich schien, was wir vielmehr als eine mit bewusstem Zwecke ausgeführte Reaction auffassen mussten: es wird eine beliebig grosse Menge von Kohlenstoff-, Wasserstoff- und Sauerstoffmolekülen sich aus ihrer bisherigen Anordnung lösen und in jene neue, complicirte Anordnung zusammentreten, die wir Ameisensäure nennen.

Damit wäre ich nun bei dem Punkte angelangt, den ich Eingangs angedeutet habe, dass es nämlich mit Hilfe der Theorie der Concurrenz der Moleküle gelingt, scheinbar absichtliche, insbesondere scheinbar bewusst zweckmässige Vorgänge innerhalb der unorganischen Natur zu erklären. Ich habe dies zwar schon in meiner frühern Abhandlung gezeigt, indem ich die sogenannte prädisponirende Wahlverwandtschaft erklärte.<sup>2)</sup> Der Name „Prädisponiren“ drückt es deutlich aus, dass die betreffenden Vorgänge den Schein eines mit bewusstem Zwecke ausgeführten Handelns an sich tragen. Eine andere

1) Siehe diesbezüglich: D. J. Sachs, Lehrb. d. Botanik 1868, S. 536.

2) Z. B.: Die Chemiker kennen viele Fälle, in welchen die Bildung einer Säure durch Anwesenheit einer Basis befördert wird, mit der sich dann die Säure verbinden kann. Die Basis prädisponirt also die anwesenden Moleküle die Säure zu bilden, *damit* sie dann durch dieselbe abgesättigt werden können. Wir können diesen Vorgang erklären, indem wir annehmen, dass durch die Molekularstösse auch ohne Anwesenheit der Basis kleine, vielleicht gar nicht nachweisbare Mengen der Säure entstehen, die auch fortwährend wieder zurückgebildet würden. Bei Anwesenheit der Basis wird das Verbindungsvermögen der Säure mit der letztern zu einer nützlichen Eigenschaft, indem sie die gebundene Säure vor der Rückbildung schützt und ihre Anhäufung ermöglicht. (Entstehung der Salpetersäure bei Anwesenheit von Kalk.)



Gruppe hiehergehöriger Erscheinungen, bei welchen eine gewisse *Willkür* vorhanden zu sein scheint, nämlich das Verhalten der übersättigten Lösungen, das scheinbar *unmotivirt* Explodiren mancher Präparate u. s. w., hoffe ich ebenfalls nächstens ähnlich erklären zu können.

Auf den Laien wird es stets am meisten den Eindruck eines bewusstzweckmässigen Handelns machen, wenn er sieht, wie die complicirtesten, regelmässigsten Anordnungen der Moleküle in den Krystallen und in den organischen Gebilden hervorgehen.

Ueber das Wachsen der Krystalle habe ich früher<sup>1)</sup> einige hierher einschlägige Andeutungen gegeben und ich vermuthe, dass auch z. B. das Krystallinischwerden der Stahllaxen, die Metamorphosirung der Gesteine u. dergl. mit den hier besprochenen Principien im Zusammenhange stehen.

Bezüglich der Bildung der organischen Verbindungen möchte ich zu den oben gegebenen Ausführungen nur noch die Andeutung hinzufügen, dass wir, wenn auch weit davon entfernt, die *Urzeugung* völlig zu erklären, doch, wie mir scheint, um einen Schritt näher gekommen sind.

Treffen unter Milliarden von Stössen Einmal Moleküle so zusammen, dass eine einfache organische Verbindung entsteht, so werden unter Milliarden von Milliarden Stössen auch complicirtere entstehen können. Ist die Zahl der Stösse unbegrenzt, so können wir auch keine Grenze setzen für die möglichen Bildungen.

\*  
\*  
\*

Zum Schlusse noch einige allgemeine Gesichtspunkte über die Stellung des bei der Concurrenz der Moleküle stattfindenden Vorgangs zu den grossen Veränderungen im Weltall.<sup>2)</sup> Man hat das letztere nicht ohne Glück mit einer Uhr verglichen. Aus dem zweiten Hauptsatze der mechanischen Wärmetheorie hat man die Consequenz gezogen, dass die Weltuhr auch ein-

1) In der Abhandlung: Neue Theorie der Regulation des Eises. Wiener Akademieberichte. B. LIX. 1869.

2) Die hier mitgetheilten Gesichtspunkte habe ich zuerst vor zwei Jahren in meinen Vorlesungen über Wärmelehre veröffentlicht.

mal ablaufen müsse. Ist das treibende Gewicht einer Uhr zu Boden gesunken, so ist alle vorhandene Arbeit in Wärme verwandelt, die *nicht* verwendbar ist, um das Gewicht wieder zu haben. Die Entropie (des Uhrwerks) hat ihr Maximum erreicht. Was aber *verzögert* den Eintritt dieses Endes, indem es das Gewicht am *schnellen* Fallen hindert? Es ist das *Pendel*, welches, durch günstigen Zusammenstoß der Zähne mit dem Ankerhaken (Echappement) in Bewegung erhalten, bei jedem Schläge zu *negativen* Verwandlungen Anlass gibt, indem das Pendelgewicht gehoben wird und auch im Räderwerk theilweise *Arbeitsleistungen* hervorgebracht werden, die einen Theil des *Arbeitsverbrauches* des sinkenden Gewichtes compensiren: die so hervorgebrachten periodischen *Vermin-derungen* der Entropie werden freilich durch ebenso grosse *Vermehrungen* derselben (beim Zurücksinken des Pendels) aufgewogen, so dass ihr Zuwachs im sinkenden Gewichte unverändert bleibt. Aber *verlangsamt* wird hierdurch die Zunahme der Entropie, *ihr verfügbarer Betrag wird ausgenützt* zu einer Reihe von Veränderungen und Bewegungen im Uhrwerke, die sich auf dem Zifferblatte offenbaren.

Dem *Steigen* und dem *Fallen* des Pendels entspricht in der Natur der *Pflanzen-* und der *Thierprocess*.

Der Pflanzenprocess hält, durch die in ihm enthaltenen negativen Verwandlungen den Fortschritt der Entropie auf und ermöglicht dadurch eine vollkommeneren Ausnützung des gesammten vorhandenen Verwandlungswerthes zu Gunsten der mannigfaltigen Bewegungen, welche den Reichthum der Naturerscheinungen darstellen. Wenn dies richtig ist, und wenn, wie ich zu zeigen versucht, das Wechselspiel der concurrirenden Moleküle es ist, welches die negativen Verwandlungen des Pflanzenprocesses einleitet, so könnten wir allenfalls das Gleichniß mit der Uhr dahin erweitern:

die allgemeine sogenannte *Gravitation* ist das *sinkende Gewicht*, der *Pflanzen- und Thierprocess* sind die *Pendelschwingungen* und das *Wechselspiel der concurrirenden Moleküle* ist das *Echappement* der Weltuhr.

### XVIII. *Ueber das Aequivalent lebendiger Kräfte; von Wilhelm Weber.*

Im 73., 82. und 99. Bande der Annalen ist schon über einige frühere Abhandlungen meiner elektrodynamischen Maassbestimmungen berichtet worden; hier soll nur noch der Hauptgegenstand der letzten dieser Abhandlungen näher erörtert werden, nämlich der Zusammenhang des aufgestellten Grundgesetzes der elektrischen Wirkung mit dem Principe der Erhaltung der Energie und mit dem durch dasselbe gegebenen Aequivalente lebendiger Kräfte.

Was die gegen das erwähnte Grundgesetz der elektrischen Wirkung erhobenen Einwendungen betrifft, muss ich wegen mangelnden Raumes mich hier auf folgende allgemeine Bemerkung beschränken.

Die neueren *mathematischen* Untersuchungen über Electricität haben vorzugsweise die *Fernwirkungen* betroffen und haben sich daher, abgesehen von der Elektrostatik, meist an die *Integral-* und *Elementargesetze*, im Gegensatz zum *Punktgesetz*, nach der Neumann'schen Benennung, gehalten; von *physikalischem* Standpunkte dagegen sind die Wirkungen der Electricität auf die von ihr durchströmten Körper, nämlich die *Wärmewirkungen* und die *chemischen*, von solcher Wichtigkeit und Bedeutung geworden, dass der *Physiker* nicht umhin kann, seine Aufmerksamkeit auch dem *Punktgesetz* zuzuwenden, welches allein zur Einsicht in den innern Zusammenhang von Electricität und Wärme, sowie zur Einsicht in die innere Mechanik chemischer Processe den Weg bahnen kann.

Diese Wärmewirkungen und die chemischen sind es vor allen, welche dazu nöthigen, den Körpern überhaupt *molekulare Constitution* zuzuschreiben. Bei molekularer Constitution ist aber jedes Molekule, gleich einem Weltkörper, eine bewegte Welt für sich, von deren inneren Verhältnissen und Bewegungen direct nichts beobachtet wird. Diese innern Verhältnisse und

Bewegungen spielen aber eine grosse Rolle bei allen Wärme- und chemischen Processen, so dass *molekulare Constitution der Körper* anzunehmen in der *mechanischen Wärmetheorie* sowohl wie in der *chemischen Atomlehre* zur Nothwendigkeit geworden ist.

Bei *molekularer Constitution der Körper* kann aber, wie man leicht sieht, von beliebiger Massenvertheilung nicht die Rede sein; denn die Atomenmassen in den Molekulanmassen sind Massen von *gegebener Grösse*, die stets *gesondert* bleiben: sie sind ursprünglich in bestimmten Entfernungen von einander und in bestimmten Bewegungen gegen einander gewesen, und sind stets in solcher Wechselwirkung geblieben, dass sie gesondert und entfernt von einander erhalten wurden. Dass bei solchen Atomen *manche sonst denkbare Massenanhäufungen* gar nicht stattfinden und willkürliche Annahmen über solche Massenanhäufungen zu Widersprüchen führen können, lässt sich gewiss leicht begreifen, wenn darüber auch Näheres und Genaueres weder bestimmt worden ist noch bestimmt werden kann, auch wenn alle Gesetze der Wechselwirkung der Atome bekannt wären, so lange nämlich als das Problem der drei Körper nicht gelöst ist; denn die Kenntniss der Bewegungsgesetze *zweier* wechselseitig auf einander wirkender Körper genügt hierzu nicht.

Die oben erwähnten Einwendungen müssen daher, wenn sie auch sonst begründet sein sollten, doch einstweilen dahin gestellt bleiben, weil die Frage nicht entschieden werden kann, ob die Schuld der gerügten Widersprüche in dem angefochtenen Grundgesetze oder nicht vielmehr in den bei Bestreitung desselben willkürlich angenommenen Massenanhäufungen zu suchen sei.

## 1.

### Princip der Erhaltung der Energie.

Schon aus dem Gesetze der Beharrung hatte sich der Satz ergeben: *wenn auf einen Körper keine Einwirkung von aussen stattfindet, so bleibt seine lebendige Kraft unverändert.*

Hieran schloss sich der Satz von der Erhaltung der lebendigen Kraft, nämlich: *wenn auf ein Körpersystem keine Einwirkung von aussen stattfindet, so ist die Summe seiner lebendigen Kräfte in allen denjenigen Zeitmomenten gleich gross, in welchen die gegenseitige Lage der Systemkörper gleich ist.*

Dieser Satz von der Erhaltung der lebendigen Kraft wurde endlich zum Gesetz der Erhaltung der Energie erweitert, nämlich: *wenn auf ein Körpersystem keine Einwirkung von aussen stattfindet, so ist in solchen Zeitmomenten, wo die gegenseitige Lage der Systemkörper verschieden ist, zwar nicht die Summe der lebendigen Kräfte allein, aber diese Summe sammt der Arbeit, welche in Folge der Wechselswirkung der Systemkörper bei Versetzung derselben in unendliche Entfernungen von einander geleistet werden würde, gleich gross.* Man hat jene Summe der lebendigen Kräfte die *Bewegungsenergie*, diese Arbeit, die *Potentialenergie* des Körpersystems genannt, deren Summe beim Ausschluss äusserer Einwirkung immer gleich bleibt.

In diesem eben ausgesprochenen Gesetze der Erhaltung der Energie sind aber, wie man sieht, verschiedenartige Principien enthalten und mit einander verbunden, die besser von einander gesondert werden, nämlich *erstens* Principien, welche Eigenschaften einzelner Körper oder Körpertheilchen, *zweitens* Principien, welche Eigenschaften von Körperpaaren betreffen.

## 2.

Unterscheidung der Eigenschaften eines einzelnen Körpers oder Körpertheilchens und eines Paares.

1) *Jedem Körper oder Körpertheilchen* (jedem physischen Punkte oder Atome), für sich allein betrachtet, kommen Eigenschaften zu, durch welche sein Verhalten im Raume und in der Zeit vollständig bestimmt ist, wenn sein Verhalten in irgend einem Augenblicke und alle von diesem Augenblicke an auf ihn wirkenden Kräfte gegeben sind. Diese Eigenschaften der einzelnen Körpertheilchen sind *Beharrung* und *Masse*,

und es giebt zwischen verschiedenen Körpertheilchen, in Beziehung auf die ihnen einzeln zukommenden Eigenschaften, keinen andern Unterschied als den der Grösse ihrer Masse.

2) *Jedem Paare von Körpertheilchen* kommen Eigenschaften zu, die ganz unabhängig sind von den Eigenschaften der einzelnen Körpertheilchen. In diesen Eigenschaften der *Paare* liegt der Grund davon, dass bei jeder Aenderung der Entfernung beider Theilchen von einander *Arbeit* verrichtet wird. Es liegt nämlich in den Eigenschaften jeden *Paars* der Grund einer wechselseitigen Abstossungs- oder Anziehungskraft, welche mit der Entfernungsänderung der beiden Theilchen multiplicirt die vom *Paare* verrichtete *Arbeit* giebt.

3) Einem Systeme von *drei* oder mehreren Körpertheilchen kommen *keine* Eigenschaften zu, welche in den Eigenschaften der einzelnen Theilchen und Paare nicht schon enthalten wären.

Diese Beschränkung des Wesens der Körper auf Eigenschaften der *einzelnen Theilchen* und *Paare* führt zu dem wichtigen Resultate, dass die Erforschung der alle Körper umfassenden Naturprocesse sich sehr vereinfachen lässt durch Zerlegung in die Processe der einzelnen Paare, die unabhängig von einander betrachtet werden können. Die Betrachtung der alle Körper umfassenden Naturprocesse würde keiner solchen Zerlegung fähig sein, wenn besondere Eigenschaften an der *Gesamtheit vieler Körper* haften, die in den Eigenschaften der *einzelnen Körper* und *Körperpaare* nicht schon enthalten wären. Es ist jedenfalls sehr wichtig, dass alle für die Betrachtung der allgemeinen Naturprocesse wesentlichen Elemente in den Eigenschaften der *einzelnen Körper* und *Körperpaare* schon vollständig enthalten sind.

### 3.

Merkmale eines Grundgesetzes der Wechselwirkung.

Nachdem in der *allgemeinen Mechanik* die Eigenschaften der *einzelnen* Körpertheilchen vollständig bestimmt worden sind, hat die *Physik* wesentlich nur noch die jedem *Paare*

von *Körpertheilchen* zukommenden Eigenschaften zu bestimmen. Bei dieser Bestimmung braucht nichts weiter in Betracht gezogen zu werden, als die *Beschaffenheit* und die *gegenseitigen Verhältnisse* der ein Paar bildenden Theilchen, und die unter diesen Verhältnissen *aus ihrer Wechselswirkung bei jeder Entfernungsänderung entspringende Arbeit*. Die *Verhältnisse* dieser beiden Theilchen sind durch ihren *Abstand* und durch die *Geschwindigkeit der Abstandsänderung* gegeben. — Das zu einer vollständigen Bestimmung der Lage und Bewegungen der Theilchen erforderliche im Raume gegebene feste *Coordinatensystem* ist zur Bestimmung jenes Abstands und dessen Aenderung nicht nöthig und kommt daher hier gar nicht in Betracht; es müssen also die *Grundgesetze der Wechselwirkung der Körper*, welche sich aus den jedem *Paare* zukommenden Eigenschaften ergeben, ohne Hülfe von Raumcoordinaten dargestellt werden können.

Für die so darzustellenden *Grundgesetze der Wechselwirkung der Körper* kommen hiernach als veränderliche Grössen nur die *relative Entfernung*  $r$  der beiden Theilchen, ihre *relative Geschwindigkeit*  $\frac{dr}{dt}$  und Functionen dieser beiden Grössen in Betracht: Functionen der Raumcoordinaten werden nicht gebraucht.

Diesen Anforderungen an ein Grundgesetz der Wechselwirkung der Körper entspricht nun keiner von den Art. 1 angeführten Sätzen, auch nicht der letzte, nämlich der unter dem Namen des Principis der Erhaltung der Energie aufgestellte Satz, weil es sich dariu nicht blos um die Eigenschaften eines Körperpaares, sondern allgemein um Eigenschaften eines Körpersystems (eines Systems von Körperpaaren) handelt, und zwar um eine Eigenschaft, welche diesem Systeme nicht immer, sondern nur so lange als keine Einwirkung von aussen stattfindet, zukommt; ferner weil die Summe, welche nach jenem Satze gleich bleiben soll, ihrem Wesen nach eine Function der Raumcoordinaten  $x, y, z$  ist.

## 4.

## Zwei Arten von Aequivalenten einer lebendigen Kraft.

Einem Paare von zwei Theilchen  $\varepsilon$  und  $\varepsilon'$ , die mit der Geschwindigkeit  $\frac{dr}{dt}$  von einander sich entfernen oder nähern, gehört eine *relative lebendige Kraft* zu, welche durch das Product des Quadrats  $\frac{dr^2}{dt^2}$  in einen von den Massen  $\varepsilon$  und  $\varepsilon'$  abhängigen Faktor, nämlich  $\frac{1}{2} \frac{\varepsilon \varepsilon'}{\varepsilon + \varepsilon'}$ , bestimmt ist. — Die mittlere (ihrem Schwerpunkte zukommende) *absolute lebendige Kraft* des Paares, nämlich  $\frac{1}{2} \left( \frac{(\varepsilon \alpha + \varepsilon' \alpha')^2}{\varepsilon + \varepsilon'} + (\varepsilon + \varepsilon') \gamma \gamma \right)$  worin  $\alpha$  und  $\alpha'$  die Geschwindigkeiten der beiden Theilchen in der Richtung  $r$ , und  $\gamma$  die Geschwindigkeit des Schwerpunkts senkrecht gegen  $r$  bezeichnet, und die von der Bewegung der Theilchen *um einander* herrührende lebendige Kraft, nämlich  $\frac{1}{2} \frac{\varepsilon \varepsilon'}{\varepsilon + \varepsilon'} \frac{ds^2}{dt^2}$ , worin  $\frac{ds}{dt}$  die Geschwindigkeit darstellt, mit welcher die beiden Theilchen in der Richtung senkrecht gegen  $r$  sich einander entgegen bewegen, brauchen hier nicht berücksichtigt zu werden.

Diese dem Systeme beider Theilchen zugehörige *relative lebendige Kraft* ändert sich aber mit der Zeit, indem bald ein Theil davon verloren geht, bald ein neuer Theil hinzukommt. Eine solche Veränderung findet aber nicht statt, ohne dass etwas Anderes gleichzeitig verändert wird; und wenn dieses Andere wieder hergestellt wird, stellt sich auch jener verlorene Theil der lebendigen Kraft wieder her. Man sagt, dass der in der Zwischenzeit verloren gegangene Theil der lebendigen Kraft durch etwas Anderes vertreten worden sei und bezeichnet dieses Andere als ein *Aequivalent* des verloren gegangenen Theils der lebendigen Kraft.

Es ist eine Hauptaufgabe der physikalischen Forschung geworden, *Gesetze für dieses Aequivalent* aufzustellen, wonach es aus *messbaren Grössen* bestimmt werden kann.



Dieses *Aequivalent* kann nun *entweder* auch eine Körperbewegung sein, *oder* nicht. Im *ersten* Falle würde das Aequivalent ebenfalls eine lebendige Kraft sein wie die von ihm vertretene, und würde sich von letzterer nur dadurch unterscheiden, dass sie andern Paaren von Körpertheilchen zugehörte, wobei es zugleich geschehen könnte, dass sie als Bewegung für uns un wahrnehmbar würde wie die Wärme. In allen diesen Fällen, wo das Aequivalent der verloren gegangenen lebendigen Kraft auch eine lebendige Kraft ist und zwar von gleicher Grösse, bleibt die Summe der lebendigen Kräfte unverändert und es handelt sich blos um eine veränderte Vertheilung derselben, wovon der Grund in den Gesetzen der Fortpflanzung der Bewegung zu suchen ist.

Ganz verschieden davon ist der *andere* Fall, wo an die Stelle der verloren gegangenen lebendigen Kraft unmittelbar keine lebendige Kraft, sondern etwas Anderes, von lebendiger Kraft verschiedenes, tritt. Die Erforschung dieser letzteren Art von Aequivalenten verloren gegangener Theile der relativen lebendigen Kraft zweier Körpertheilchen bedarf vorzugsweise einer genaueren Untersuchung, sowohl was ihr *Wesen* als auch was die Gesetze ihrer Bestimmung aus andern *messbaren Grössen* betrifft.

## 5.

## Aequivalent der zweiten Art.

1) *Lebendige Kraft* ist etwas wirklich *Vorhandenes* und zwar stets *Positives*, ebenso wie *Masse*. Hieraus folgt, dass das *Potential von Kräften*, z. B. von elektrischen Kräften, was bald positiv, bald negativ ist, *kein Aequivalent lebendiger Kraft* in eigentlichem Sinne sein könne. Auch ist das *Potential* nichts wirklich *Vorhandenes*; denn es ist diejenige Arbeit, welche verrichtet werden würde, wenn die beiden Theilchen aus unendlicher Entfernung in die Entfernung  $r$  gebracht würden. Könnte man nun auch statt der Arbeit, die verrichtet werden würde, in der vom Potential gegebenen Definition die Arbeit setzen, welche bei Versetzung der beiden Theilchen aus unendlicher Entfernung in die Entfernung  $r$

verrichtet worden wäre, so bestände *diese Arbeit* selbst doch entweder in einer Aenderung der *relativen lebendigen Kraft beider Theilchen* oder in der *Aufhebung anderer Arbeit*. Eine *aufgehobene Arbeit* ist aber auch nichts wirklich Vorhandenes, so wenig wie eine aufgehobene Kraft. Und eine *Aenderung der lebendigen Kraft* ist als Theil schon in der vorhandenen lebendigen Kraft enthalten und kann daher neben der vorhandenen lebendigen Kraft nicht noch besonders als vorhanden in Rechnung gebracht werden.

2) Dennoch könnte eine solche *blos gedachte Arbeit*, wie das Potential ist, welche verrichtet werden würde, wenn die beiden Theilchen *aus einer endlichen Entfernung in eine unendliche* oder umgekehrt gebracht würden, als *Definition und Grössenwerth* von etwas wirklich Vorhandenem dienen, nämlich als Definition einer wirklich vorhandenen *Eigenschaft*, welche dem Systeme der beiden Theilchen zugehörte; nur dürfte in der Definition einer solchen Eigenschaft die *vorhandene Entfernung  $r$*  nicht als diejenige endliche Entfernung genommen werden, von welcher die beiden Theilchen in unendliche Entfernung zu bringen seien, vielmehr müsste jene endliche Entfernung *ganz unabhängig von der vorhandenen Entfernung  $r$*  bestimmt sein; denn es soll die Eigenschaft für *alle Werthe von  $r$*  ohne Unterschied gelten.

Als Erläuterung, wie eine solche *blos gedachte Arbeit* zur Definition einer wirklich vorhandenen Eigenschaft dienen könne, lässt sich das Beispiel *elastischer Stäbe* anführen, für welche eine ganz bestimmte endliche Entfernung der beiden Stabenden von einander durch die sogenannte *natürliche Stablänge  $q$* , *ganz unabhängig von der vorhandenen Stablänge  $r$* , gegeben ist. Bei einem solchen Stabe wird nun eine *blos gedachte Arbeit*, nämlich diejenige, welche von dem Stabe verrichtet werden würde, wenn derselbe von der doppelten zur einfachen natürlichen Länge, das ist von  $2q$  zu  $q$ , gebracht würde, als *Definition und Grössenmaass* von etwas im Stabe wirklich Vorhandenem benutzt, nämlich von der wirklich vorhandenen Eigenschaft der *Elasticität* des Stabes.

Wird nämlich die der Stablänge  $r$  entsprechende *Spannung* mit  $R$  bezeichnet, so wird die *Elasticität* des Stabes ausgedrückt durch  $\int_{2e}^e R dr$ . Ebenso kann nun der Ausdruck  $\int_e^\infty R dr$

als Definition der oben angegebenen Eigenschaft *zweier elektrischer Theilchen* dienen, wenn  $R$  ihre Abstossungskraft in dem Augenblicke bezeichnet, wo bei der Ueberführung aus der *unabhängig von  $r$*  bestimmten endlichen Entfernung  $e$  in unendliche Entfernung ihr Abstand  $= r$  geworden ist. — Soll diese Eigenschaft von den beiden Theilchen allgemein gelten, so muss  $R$  Function der Zeit  $t$  sein, um die Abstossungskraft, welche bei gleichem Abstände zu verschiedenen Zeiten verschieden sein kann, stets richtig darzustellen. — Die durch  $\int_e^\infty R dr$  definirte Eigenschaft der beiden

elektrischen Theilchen soll ihre *Arbeitsfähigkeit* genannt werden.

3) Da die relative lebendige Kraft zweier Theilchen etwas von der Entfernung der Theilchen  $r$  an sich ganz Unabhängiges ist, so muss das Aequivalent dieser lebendigen Kraft ebenfalls von  $r$  unabhängig sein. Wenn daher das Aequivalent, gleich dem Potentiale, durch das Integral einer Function von  $r$  dargestellt würde, so müsste dieses Integral ein *bestimmtes Integral* sein zwischen solchen Grenzen, welche von  $r$  ganz unabhängig wären, ganz so wie die soeben definirte Eigenschaft zweier elektrischer Theilchen, welche ihre Arbeitsfähigkeit genannt wurde.

4) Im Begriffe des Aequivalents lebendiger Kraft liegt es endlich (weil die lebendige Kraft unveränderlich ist, so lange kein Theil derselben durch ein Aequivalent ersetzt wird), dass das, nach passendem Maasse ausgedrückte, Aequivalent des verloren gegangenen Theils der lebendigen Kraft die Ergänzung des vorhandenen Theils der lebendigen Kraft zu einer *Constanten* bilden müsse. Durch den jedenfalls *endlichen Werth* dieser Constanten, als der Summe zweier positiven Grössen,

ist aber ein *Grenzwert* gegeben, welcher von keiner dieser beiden Grössen, weder von der lebendigen Kraft, noch von dem Aequivalente, überschritten werden kann. Es leuchtet hieraus ein, dass überall, wo die relative lebendige Kraft zweier Theilchen über jede Grenze hinaus ins Unendliche wachsen könnte, kein Aequivalent für lebendige Kräfte existire, und also auch kein Princip der Erhaltung der Energie, für welches die Existenz eines Aequivalents lebendiger Kräfte Bedingung und Grundlage ist.

Es könnte nun aber eine durch solchen *Grenzwert* beschränkte lebendige Kraft, oder beschränkte relative Geschwindigkeit der Körpertheilchen, mit den Principien der *allgemeinen Mechanik*, zu streiten scheinen, wo alle Kräfte als gegeben betrachtet werden, ohne nach ihrem *Ursprung* zu fragen, gradeso wie auch die *anfängliche* Vertheilung der Massen und deren Geschwindigkeiten als gegeben betrachtet werden, ohne zu fragen, wie sie zu Stande gekommen. In der That, wenn in der *allgemeinen Mechanik* unter gegebenen Kräften *beliebige Kräfte* verstanden würden, so würde die Möglichkeit, jede beliebige relative Geschwindigkeit zweier Theilchen zu erzeugen, von selbst einleuchten. Diese Möglichkeit leuchtet keineswegs ein, wenn auf den *Ursprung der Kräfte* zurückgegangen wird wie in der Physik und alle Kräfte aus *gesetzlicher* Wechselwirkung der Körper abgeleitet werden. Hier sieht man ein, dass *principiell* einem solchen *Grenzwert* nichts entgegensteht, sondern dass über Vorhandensein oder Nichtvorhandensein eines solchen Grenzwertes nur aus den *Gesetzen* der Wechselwirkung der Körper selbst entschieden werden könne.

## 6.

Gesetz der Arbeitsfähigkeit unter der Voraussetzung, dass sie das Aequivalent der lebendigen Kraft sei.

Zu Anfang des vorigen Artikels ist auseinander gesetzt worden, dass nur eine wirklich vorhandene und positive Grösse das gesuchte Aequivalent der lebendigen Kraft sein könne. Es stellte sich danach heraus, dass das Potential zweier Theil-

chen  $\int_{\infty}^r R dr$ , d. i. *diejenige Arbeit*, welche verrichtet werden würde, wenn die beiden Theilchen aus unendlicher Entfernung in die vorhandene Entfernung  $r$  gebracht würden, keine solche Grösse wäre und also nicht das gesuchte Aequivalent der lebendigen Kraft sein könne; dass dagegen  $\int_{\varrho}^{\infty} R dr$ , d. i. *diejenige Arbeit*, welche verrichtet werden würde, wenn beide Theilchen aus einer endlichen, von der vorhandenen Entfernung  $r$  ganz unabhängig bestimmbar, Entfernung  $\varrho$  in unendliche Entfernung gebracht würden, wohl als *Definition einer solchen Grösse*, nämlich als Definition einer wirklich vorhandenen, dem Systeme beider Theilchen in ihrem gegenwärtigen Zustande zukommenden Eigenschaft, welche die vorhandene *Arbeitsfähigkeit* des Systems genannt wurde, dienen könne. *Diese Arbeitsfähigkeit* soll nun unter der Voraussetzung, dass sie das gesuchte *Aequivalent der lebendigen Kraft* sei, näher bestimmt werden.

Bezeichnet man diese *Arbeitsfähigkeit* zweier elektrischer Theilchen  $\varepsilon$  und  $\varepsilon'$  zu irgend einer Zeit mit  $U$ , und die *relative lebendige Kraft* dieser Theilchen zu derselben Zeit mit  $x$ , so ergibt sich, dass die Arbeitsfähigkeit  $U$ , als *Aequivalent*, die Ergänzung der lebendigen Kraft  $x$  zu einer Constanten  $a$  ist, also:

$$x + U = a, \text{ oder } U = a \left( 1 - \frac{x}{a} \right).$$

Setzt man nun nach Art. 4 die lebendige Kraft  $x = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon \varepsilon'}{\varepsilon + \varepsilon'} \cdot \frac{dr^2}{dt^2}$ , und setzt für ein verschwindendes  $U$ , wo  $x = a$  wird,  $\frac{dr^2}{dt^2} = cc$  so erhält man:

$$U = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon \varepsilon'}{\varepsilon + \varepsilon'} cc \left( 1 - \frac{1}{cc} \frac{dr^2}{dt^2} \right).$$

In diesem Ausdrücke der Arbeitsfähigkeit  $U$  sind aber bekanntlich die Massen  $\varepsilon$  und  $\varepsilon'$  Grössen, welche keiner Be-

stimmung auf dem Wege der Messung fähig sind. Man unterscheidet daher zwei elektrische Theilchen, statt nach ihren unmessbaren Massen  $\varepsilon$  und  $\varepsilon'$ , gewöhnlich nach den messbaren Kräften  $ee$  und  $e'e'$ , welche jedes von diesen beiden Theilchen einzeln auf ein ihm gleiches im Abstände  $= 1$ , bei *relativer Ruhe*, ausübt, oder vielmehr nach den Quadratwurzeln dieser Werthe  $e$  und  $e'$ , welche den unmessbaren Massen proportional sind.

Um nun in dem Ausdrücke der *Arbeitsfähigkeit*

$$U = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon \varepsilon'}{\varepsilon + \varepsilon'} c c \left( 1 - \frac{1}{c c} \frac{d r^2}{d t^2} \right)$$

die *messbaren* Grössen  $e$  und  $e'$  für die *unmessbaren*  $\varepsilon$  und  $\varepsilon'$  einzuführen, muss man sich an den *Gränzwert* von  $U$  für verschwindende Werthe der Geschwindigkeit  $\frac{d r}{d t}$ , oder für verschwindende Werthe der lebendigen Kraft  $x = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon \varepsilon'}{\varepsilon + \varepsilon'} \frac{d r^2}{d t^2}$ , halten, welcher mit  $U_0$  bezeichnet werden möge, nämlich

$$U_0 = a = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon \varepsilon'}{\varepsilon + \varepsilon'} c c.$$

Für diesen Fall findet nämlich das *elektrostatische* Gesetz Anwendung, wonach die Arbeit, welche während einer virtuellen Abstandsänderung  $d r$  verrichtet werden würde,  $= \frac{e e'}{r r} d r$  ist. Versteht man also unter  $U_0$  *diejenige Arbeit*, welche in Folge dieser *elektrostatischen* Wechselwirkung verrichtet werden würde, wenn beide Theilchen aus einer endlichen, von der vorhandenen Entfernung  $r$  ganz unabhängig bestimmbar Entfernung  $\varrho$  in unendliche Entfernung gebracht würden, so erhält man

$$U_0 = a = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon \varepsilon'}{\varepsilon + \varepsilon'} c c = \int_{\varrho}^{\infty} \frac{e e'}{r r} d r = \frac{e e'}{\varrho}.$$

Hieraus folgt dann *erstens*, dass es für jedes System zweier elektrischer Theilchen wirklich eine endliche, von der vorhandenen Entfernung  $r$  ganz unabhängig bestimmbare Entfernung  $\varrho = \frac{e e'}{a}$  gebe; *zweitens* ergibt sich, wenn man hier-

nach  $\frac{ee'}{e}$  statt  $a$  in der Gleichung  $U = a \left( 1 - \frac{1}{cc} \frac{dr^2}{dt^2} \right)$  substituirt, die gesuchte Arbeitsfähigkeit oder das gesuchte Aequivalent der lebendigen Kraft:

$$U = \frac{ee'}{e} \left( 1 - \frac{1}{cc} \frac{dr^2}{dt^2} \right).$$

## 7.

Ableitung des Potentials aus der Arbeitsfähigkeit.

Die Arbeitsfähigkeit  $U$  ist im vorhergehenden Artikel durch diejenige Arbeit definiert worden, welche verrichtet werden würde, wenn beide Theilchen aus der endlichen, von der vorhandenen Entfernung  $r$  ganz unabhängig bestimmbar, Entfernung  $e$  in unendliche Entfernung von einander gebracht würden, d. i.

$$U = \int_e^{\infty} R dr.$$

Nun ist aber am Schlusse des vorhergehenden Artikels

$$U = \frac{ee'}{e} \left( 1 - \frac{1}{cc} \frac{dr^2}{dt^2} \right)$$

gefunden worden, wofür auch geschrieben werden kann:

$$U = \int_e^{\infty} \frac{ee'}{rr} \left( 1 - \frac{1}{cc} \frac{dr^2}{dt^2} + \frac{2r}{cc} \frac{d dr}{dt^2} \right) dr.$$

Hieraus folgt dann, dass die aus der Wechselwirkung beider Theilchen resultirende Abstossungskraft

$$R = \frac{ee'}{rr} \left( 1 - \frac{1}{cc} \frac{dr^2}{dt^2} + \frac{2r}{cc} \frac{d dr}{dt^2} \right).$$

ist.

Nach der Definition des Potentials  $V$ , als *derjenigen Arbeit*, welche in Folge der Wechselwirkung beider Theilchen verrichtet werden würde, wenn sie aus unendlicher Entfernung in die vorhandene Entfernung  $r$  gebracht würden, ergibt sich endlich:

$$V = \int_{\infty}^r R dr = \int_{\infty}^r \frac{ee'}{rr} \left( 1 - \frac{1}{cc} \frac{dr^2}{dt^2} + \frac{2r}{cc} \frac{d dr}{dt^2} \right) dr,$$

oder

$$V = \frac{ee'}{r} \left( \frac{1}{cc} \frac{dr^2}{dt^2} - 1 \right).$$

8.

Allgemeine Anwendung.

Betrachten wir zum Schlusse die Massen  $m$  und  $m'$  zweier beliebiger Körpertheilchen, und ist  $r$  ihre relative Entfernung,  $\frac{1}{2} \frac{mm'}{m+m'} \frac{dr^2}{dt^2}$  ihre relative lebendige Kraft, und findet zwischen diesen beiden Theilchen bei relativer Ruhe eine solche Wechselwirkung statt, dass der virtuellen Abstandsänderung  $dr$  die Arbeit  $\frac{kmm'}{r^n} dr$  entspricht, so ergibt sich für diese Theilchen, unter derselben Voraussetzung über die Existenz eines Aequivalents der lebendigen Kraft, wie für die bisher betrachteten elektrischen Theilchen, eine Arbeitsfähigkeit  $U$ , nämlich:

$$U = \frac{1}{2} \frac{mm'}{m+m'} cc \left( 1 - \frac{1}{cc} \frac{dr^2}{dt^2} \right).$$

Wenn nun ferner für diese Theilchen die constante Summe der lebendigen Kraft und Arbeitsfähigkeit, d. i.  $\frac{1}{2} \frac{mm'}{m+m'} cc$ , dem Grenzwerte der Arbeitsfähigkeit für verschwindende lebendige Kraft, wo das für relative Ruhe geltende Gesetz der Wechselwirkung Anwendung findet, gleichgesetzt wird, d. i. wenn

$$\frac{1}{2} \frac{mm'}{m+m'} cc = \int_{\rho}^{\infty} \frac{kmm'}{r^n} dr = \frac{k}{n-1} \cdot \frac{mm'}{\rho^{n-1}}$$

gesetzt wird, so erhält man

$$U = \frac{k}{n-1} \cdot \frac{mm'}{\rho^{n-1}} \left( 1 - \frac{1}{cc} \frac{dr^2}{dt^2} \right),$$



wofür auch geschrieben werden kann:

$$U = k \int \frac{m m'}{r^n} \left( 1 - \frac{1}{c c} \frac{d r^2}{d t^2} + \frac{2 r}{(n-1) c c} \frac{d d r}{d t^2} \right) d r.$$

Hieraus folgt die aus der Wechselwirkung der Theilchen resultirende *Abstossungskraft*  $R$  (welche bei *relativer Ruhe* der Theilchen  $= \frac{k m m'}{r^n}$  angenommen wurde), für den Fall der *relativen Bewegung*, nämlich wenn die lebendige Kraft  $= \frac{1}{2} \frac{m m'}{m + m'} \frac{d r^2}{d t^2}$  ist,

$$R = \frac{k m m'}{r^n} \left( 1 - \frac{1}{c c} \frac{d r^2}{d t^2} + \frac{2 r}{(n-1) c c} \frac{d d r}{d t^2} \right).$$

Endlich ergibt sich hieraus das Potential  $V$ , nämlich:

$$V = \int_{\infty}^r R d r = \int_{\infty}^r \frac{k m m'}{r^n} \left( 1 - \frac{1}{c c} \frac{d r^2}{d t^2} + \frac{2 r}{(n-1) c c} \frac{d d r}{d t^2} \right) d r$$

oder

$$V = \frac{k}{n-1} \cdot \frac{m m'}{r^{n-1}} \cdot \left( \frac{1}{c c} \frac{d r^2}{d t^2} - 1 \right).$$

### XIX. Zur Poggendorff'schen Fallmaschine; von W. Barentin.

In Band 92 S. 179 beschreibt der Herausgeber der *Annalen* eine Vorrichtung, welche die Gewichtsänderungen nachweist, die ein an einem Faden in lothrechter Richtung auf- oder abwärts bewegter Körper erfährt. Bei dem grossen Nutzen, den die Veranschaulichung derartiger Vorgänge dem Lernenden gewährt, liess ich den Apparat bald nach jener Veröffentlichung anfertigen, und habe mich bei dem vielfach wiederholten Gebrauch desselben überzeugt, dass ihn seine Einfachheit sowohl, wie seine leichte und sichere Handhabung zu einem

sehr schätzbaren Bestandtheil eines physikalischen Kabinetts machen. Obgleich die damit ausgeführten Versuche nur mit der während des Unterrichts möglichen Sorgfalt ausgeführt wurden und rasch von statten gingen, so ergaben sie doch stets eine wohl befriedigende Uebereinstimmung mit der Theorie, und veranlasst mich dies, die von mir benutzte Einrichtung mit den damals üblichen Maassen und Gewichten sowie einige Messungen hier mitzutheilen, um die Vorrichtung in Erinnerung zu bringen und zu ihrer Benutzung anzuregen.

Der Apparat besteht aus einem Waagebalken, der von zwei 20 Zoll langen parallelen Messingleisten gebildet wird, zwischen denen 3 kleine leicht bewegliche Rollen, in der Mitte und an jedem Ende eine, in genau gleichen Abständen sich befinden; seine Axe dreht sich frei in einem Lager, mit welchem er durch einen geeigneten Haken an einem hohen Ständer aufgehängt wird. Die vordere Leiste ist von der Mitte aus in Zolle und Linien getheilt, und über die mittlere und eine seitliche Rolle, wir nehmen an die linke, eine seidene Schnur gelegt, die jederseits mit einer Schleife endigt, in welche gleich schwere hohle Messingcylinder gehakt werden, die einer gewöhnlichen Atwoodschen Fallmaschine angehören. Sobald der linke Hebelarm einen Cylinder zu tragen hat, senkt er sich, und es muss deshalb durch ein Laufgewicht am rechten Hebelarm das Gleichgewicht wieder hergestellt werden. Endlich bestimmt man das zur Ueberwindung der Reibung und der Trägheitsmomente der Rollen erforderliche Gewicht, welches  $r$  heisse. Dieses sowie die gefundene Stellung des Laufgewichts sind für den Apparat constant, und bedürfen daher nur einer einmaligen Ausmittelung.

Legt man nun in den Cylinder an der mittleren Rolle das Gewicht  $r$  und ein Uebergewicht  $q$ , so beginnt dieses mit seinem Behälter zu sinken, während der Cylinder links steigt: sein Hebelarm aber senkt sich und zwar desto mehr, je grösser  $q$  und die davon abhängige Schnelligkeit der aufwärts gerichteten Bewegung ist. Der Cylinder zur Linken zieht also jetzt stärker abwärts als zuvor, sein Gewicht ist grösser geworden und man muss das Laufgewicht mehr nach rechts rücken, um das Gleich-

gewicht wieder zu erhalten. Um dies leicht ausführen zu können ist über jeder Schleife an den Enden der Schnur noch eine zweite grössere Schleife angebracht, mit der man jedes Fadenende sammt seiner Belastung an einen glatten Stift in der verlängerten Axe der betreffenden Rolle aufhängen und damit seine Bewegung hindern kann; sehr bequem sind dazu die vorstehenden Köpfe der Schrauben, in welchen die Zapfenlager der Rollen sich befinden, die ich denn auch für diesen Zweck benutzte. Hängt man daher die obere Schleife des um die mittlere Rolle laufenden Endes an den Schraubenkopf derselben, so kann das Uebergewicht nicht sinken, und während man mit der einen Hand den Waagebalken horizontal hält, schiebt man mit der andern das Laufgewicht so viel nach rechts als die Gewichtsvermehrung erfordert, die man auch nach der unten gegebenen Formel zuvor bestimmen kann. Wird dann die Schleife vorsichtig abgestreift und gleichzeitig der Waagebalken frei gelassen, so bleibt er jetzt wagrecht, bis der beladene Cylinder den Boden erreicht, wo dann mit der Bewegung sofort auch das Gleichgewicht aufhört und der rechte Hebelarm mit seinem weit vorgeschobenen Laufgewicht sich senkt. War die Verschiebung des Laufgewichts aus der Formel ermittelt, so bestätigt der Versuch die der Rechnung zu Grunde liegende Auffassung.

Werden umgekehrt  $r$  und  $q$  in den linken Cylinder gebracht, so hängt man die obere Schleife dieser Seite an die Axenverlängerung (Schraubenkopf) der linken Rolle und äquilibrirt durch das Laufgewicht. Streift man nun die Schleife ab und lässt den Waagebalken los, so sinkt der linke Cylinder mit seinem Uebergewicht, der Hebelarm aber hebt sich und bekundet dadurch eine Gewichtsverminderung. Rückt man nun das Laufgewicht entsprechend zurück, d. h. der Mitte zu, so verharrt der Waagebalken auch in freiem Zustand in horizontaler Lage, so lange die Bewegung dauert.

Die Spannung eines ruhenden Fadens ist proportional seiner Belastung; sobald diese aber in Bewegung geräth, setzt sie vermöge ihrer Trägheit dem auf sie wirkenden Zuge einen Widerstand entgegen, welcher mit der ihr zuertheilten Be-

schleunigung wächst, und die ursprüngliche Spannung des Fadens je nach der Richtung der Bewegung vermehrt oder vermindert. Behalten  $r$  und  $q$  die ihnen oben beigelegte Bedeutung, ist  $p$  das Gewicht eines jeden der beiden Cylinder,  $g$  die Beschleunigung durch die Schwere und  $v$  die durch das Uebergewicht  $q$  erzeugte Beschleunigung, so ist

$$v = \frac{q}{2p + q + r} g.$$

Mithin ist in dem ersten der zuvor beschriebenen Versuche, bei welchem der linke Cylinder in die Höhe geht, der aus seiner Trägheit beim Aufsteigen sich entwickelnde Zug (Gewicht), um welchen die Spannung bei ruhender Belastung vermehrt wird

$$\frac{p}{g} v = \frac{p q}{2p + q + r}. \quad (1)$$

Im andern Fall, wo der Cylinder zur Linken mit dem Uebergewicht sinkt, vermindert der aus der Trägheit der Masse  $\frac{p+q}{g}$  hervorgehende Zug die Fadenspannung des Ruhezustandes, der Zug (Druck) ist also negativ, folglich

$$-\frac{p+q}{g} v = -\frac{(p+q)q}{2p+q+r} \quad (2)$$

die Gewichtsabnahme während des Fallens.

Bei meinem Apparat war  $q = 10,25$  Loth;  $r = 0,8$  Loth; das Laufgewicht hatte 16 Loth und ein Rücken desselben um 6,66 Linien änderte das Moment des Hebelarms um 1 Loth; das Uebergewicht betrug in beiden den Formeln (1) und (2) entsprechenden Versuchsreihen nacheinander 1, 2, 3, 4, 5 Loth; bei noch grösserem Uebergewicht verlief der Vorgang zu rasch und sein Ergebniss wurde undeutlich. In nachstehender Uebersicht ist unter I angegeben, um wieviel das Laufgewicht nach dem Ende hin gerückt, unter II um wieviel es zurückgeschoben werden musste, um das Gleichgewicht während der Bewegung herzustellen; daneben befindet sich der aus der bezüglichen Formel berechnete Werth der Gewichtsänderung.

I.	Ueber- gewicht $q$	Verschiebung d. Laufgewichts	Entsprechende Ge- wichtsvermehrung	Berechnet aus Formel (1)
	1 Loth	3'''	0,45 Loth	0,46 Loth
	2	6	0,90	0,88
	3	8,5	1,27	1,26
	4	11	1,65	1,62
	5	13	1,95	1,95
II.			Entsprechende Ge- wichtsabnahme	Berechnet aus Formel (2)
	1 Loth	3,50'''	0,52 Loth	0,50 Loth
	2	7,0	1,05	1,05
	3	10,75	1,61	1,63
	4	14,75	2,21	2,25
	5	19,5	2,93	2,90

Das Ergebniss dieser ohne Schwierigkeit und erheblichen Zeitverlust ausführbaren Versuche ist gewiss ein recht günstiges, und es unterliegt keinem Zweifel, dass ein noch empfindlicher construirter Apparat eine noch bessere Uebereinstimmung geben und noch manche andere lehrreiche Beziehung darlegen würde, auf welche der Urheber der Vorrichtung bereits hinweist; allein das Experimentiren nimmt dann auch jedenfalls mehr Zeit und Sorgfalt in Anspruch.

---

### **XX. Ueber ein allgemeines Theorem zur Berechnung der Wirkung magnetisirender Spiralen; von Prof. Dr. A. v. Waltenhofen in Prag.**

(Auszug aus einer im 67. Bande der Wiener Akademieberichte erschienenen Abhandlung.)

Die zahlreichen und umfassenden Untersuchungen, welche zur Erforschung empirischer Gesetze über das Verhalten der Elektromagnete unternommen worden sind, haben zu verhältnissmässig sehr wenigen Resultaten von grösserer Allgemeinheit geführt.

Insbesondere gilt dies von den experimentell ermittelten Gesetzmässigkeiten, welche die Abhängigkeit des Elektromag-

netismus von Form, Grösse und Lage der magnetisirenden Spiralen darstellen sollen.

In der That reichen diese sämmtlichen empirischen Gesetze zusammengenommen oft nicht einmal aus, um in einem gegebenen Falle ein Problem der einfachsten Art zu lösen, wie z. B. das folgende:

Man habe einen gegebenen Eisenstab mittelst einer gegebenen Drahtspirale magnetisirt und durch Versuche den Coëfficienten  $a$  in der Gleichung  $y = ax$  ermittelt, welche innerhalb der Grenzen der Giltigkeit des Lenz-Jacobi'schen Gesetzes den Zusammenhang zwischen dem magnetischen Momente  $y$  und der Stromstärke  $x$  darstellt. Es soll nun der Coëfficient  $A$  der Gleichung  $y = Ax$  berechnet werden, welche für denselben Stab bei Anwendung einer anderen Spirale von gegebenen Dimensionen innerhalb derselben Magnetisirungsgrenzen Geltung hat. — Die genannten Coëfficienten sind natürlich Functionen der Dimensionen der Spiralen und des Stabes und der Grössen, welche deren gegenseitige Lage bestimmen; die bisherigen Experimental-Untersuchungen geben aber über die Beschaffenheit dieser Functionen keinen Aufschluss, wenige ganz specielle Fälle ausgenommen.

Ich fand mich daher veranlasst eine Lösung dieses Problems auf theoretischem Wege zu versuchen, wobei ich jedoch sogleich bemerken will, dass ich, um die Aufgabe in voller Allgemeinheit zu erfassen, von vornherein auf die Benutzung eines in dieser Richtung bereits gemachten ähnlichen Versuches verzichtet habe, den ich zunächst erwähnen muss.

Es kommt nämlich hier ein Lehrsatz<sup>1)</sup> in Betracht, der von Haedenkamp für die anziehende und von Wassmuth für die magnetisirende Wirkung einer cylindrischen Drahtspirale auf einen in ihrer Axe befindlichen Eisenstab nachgewiesen, allerdings eine numerische Vergleichung der Wir-

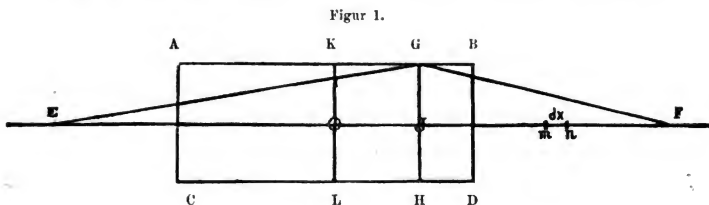
- 1) Die Wirkung einer cylindrischen Magnetisirungsspirale auf einen cylindrischen Eisenkern ist proportional der Differenz der Summen der Diagonalen und der nicht parallelen Seiten des Trapezes, dessen parallele Seiten die Axe des Eisenkernes und eine Seite des Spiralen-cylinders sind.

kungen gegebener Spiralen auf einen gegebenen Stab gestattet.

Da jedoch dieser Lehrsatz nur für den speciellen Fall cylindrischer Drahtspiralen Geltung hat und anderseits wenig geeignet ist, in einfacher und übersichtlicher Weise weitere Folgerungen zu ergeben, habe ich einen anderen Weg eingeschlagen.

In der That bin ich dabei zu einem sehr einfachem Theorem gelangt, welches viel allgemeiner und übersichtlicher und auch seiner Form wegen zu weiteren Anwendungen auf dem Wege der Rechnung oder des graphischen Verfahrens besser geeignet ist, als das Haedenkamp'sche Trapez.

Um diesen Satz, dessen Giltigkeit vorerst nur für einen sehr dünnen, in der Axe der Magnetisirungsspirale befindlichen Stab beansprucht werden soll, abzuleiten, denken wir uns (Fig. 1) eine Magnetisirungsspirale  $ABCD^1)$  und deren Axe



z. B. von  $E$  bis  $F$ , mit magnetisirbaren Theilchen stetig und gleichförmig besetzt. Wir betrachten zunächst eine Windung bei  $GH$  vom Radius  $JG = R^2)$  im Abstände  $OJ = a$  vom mittleren Querschnitte  $KL$  und fassen die Wirkung dieser Windung auf ein Element  $mn = dx$  der Axe ins Auge, wel-

- 1) Die Zeichnung stellt der Einfachheit wegen beispielsweise eine cylindrische Spirale vor; aus der Ableitung unseres Satzes wird jedoch unmittelbar einleuchten, dass dessen Giltigkeit eine allgemeinere ist.
- 2) Wir bezeichnen damit im Sinne der üblichen abgekürzten Ausdrucksweise den Radius der betrachteten Windung hinsichtlich der hier in Rechnung kommenden Action entsprechenden Ampère'schen Kreises.

ches sich im Abstände  $O m = x$  von der Mitte der Spirale, also im Abstände  $J m = x - a$  von der besagten Windung, die wir hinsichtlich der hier in Betracht kommenden Action als einen Stromkreis auffassen, befinden mag.

Wir erinnern uns ferner, dass ein solcher Stromkreis auf ein Theilchen der Axe, wenn solches schon mit einer magnetischen Quantität  $m dx$ ) behaftet wäre, eine axiale Kraft vom Betrage

$$d\rho = 2 m S \cdot \pi R^2 \frac{dx}{[R^2 + (x - a)^2]^{3/2}}$$

ausüben würde, wobei  $S$  die Stromstärke nach Weber's elektromagnetischer Einheit bedeutet, und nehmen an, dass diese Kraft umgekehrt auch das Maass der magnetischen Quantität  $dM$  sei, welche durch die Action des betrachteten Kreisstromes im Elemente  $dx$  der mit unmagnetischen Eisen-theilchen besetzten Axe erregt wird. Wir gelangen sonach zur Gleichung

$$dM = C S R^2 \frac{dx}{[R^2 + (x - a)^2]^{3/2}},$$

wobei  $C$  eine von der Magnetisirbarkeit des linearen Eisenkernes abhängige Constante vorstellt. Für die ganze Ausdehnung desselben erhalten wir

$$M = C S R^2 \int_{-L_1}^{+L_2} \frac{dx}{[R^2 + (x - a)^2]^{3/2}},$$

wenn wir die Strecken  $OE$  und  $OF$  beziehungsweise mit  $L_1$  und  $L_2$  bezeichnen, also

$$M = C S R^2 \int_{-L_1}^{+L_2} \frac{dx}{[R^2 + a^2 - 2ax + x^2]^{3/2}} = C S \left[ \frac{L_2 - a}{\sqrt{R^2 + (L_2 - a)^2}} + \frac{L_1 + a}{\sqrt{R^2 + (L_1 + a)^2}} \right].$$

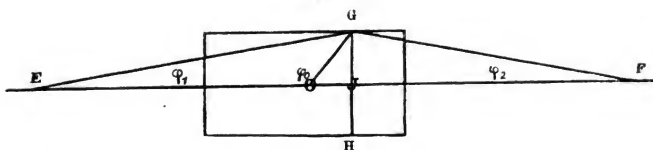
Wir erkennen sofort eine sehr einfache geometrische Bedeutung dieses Integrals.

1) Die Quantität  $m$  für die Längeneinheit angenommen.



Sein Werth wird gemessen durch die Summe der Cosinus der beiden Winkel  $G F J = \varphi_2$  und  $G E J = \varphi_1$  (Fig. 2), welche die von einem Punkte der Peripherie des betrachteten Stromkreises nach den Enden des linearen Eisenkernes ge-

Figur 2.



zogenen Geraden mit demselben einschliessen. Man hat also auch

$$M = CS (\cos \varphi_2 + \cos \varphi_1).$$

Diese Relation gilt ganz allgemein; auch für den Fall, dass z. B. der Eisenkern nicht beiderseits aus der Spirale hervorrägt.

Aus der Bedingungsgleichung

$$\frac{dM}{da} = CSR^3 \left[ \frac{1}{[R^2 + (L_1 + a)^2]^{3/2}} - \frac{1}{[R^2 + (L_2 - a)^2]^{3/2}} \right] = 0 \quad 1)$$

also  $L_1 + a = L_2 - a$  oder  $EJ = JF$ ; und mit Rücksicht auf das negative Vorzeichen des zweiten Differentialquotienten erhellt, dass eine Spiralwindung das Maximum der Wirkung ausübt, wenn sie in der Mitte des Eisenkernes sich befindet. Die Wirkung ist dann, wenn man für die ganze Stablänge  $L$  setzt,

$$\bar{M} = CS \frac{L}{\sqrt{R^2 + \frac{L^2}{4}}}$$

Mit der Verschiebung gegen das eine oder andere Stabende hin nimmt die Wirkung ab. Für die Windungen an den Enden des Stabes ( $a = -L_1$  oder  $a = +L_2$ ) ergibt sich

- 1) Man bemerkt, dass  $\frac{dM}{da} = CSR^3 \left( \frac{1}{d_1^3} - \frac{1}{d_2^3} \right)$  ist, wenn man die Abstände  $EJ$  und  $FJ$  beziehungsweise mit  $d_1$  und  $d_2$  bezeichnet.

$$M_{e_1} = M_{e_2} = CS \frac{L}{\sqrt{R^2 + L^2}}.$$

Durch diese Folgerungen werden die Lenz-Jacobi'schen Angaben bezüglich der Endwindungen näher präcisirt; man erhält nämlich

$$\frac{M}{M_e} = \sqrt{\frac{R^2 + L^2}{R^2 + \frac{L^2}{4}}} < 2$$

je nachdem  $R$  gegen  $L$  sehr klein ist oder nicht. Auch der Einfluss der Verschiebung einer Spirale auf dem Stabe findet in diesen Formeln seine unmittelbar einleuchtende theoretische Begründung.

Für die Endwindungen der Spirale ( $a = \pm h$ ) hat man, wenn die halbe Länge der Spirale mit  $h$  bezeichnet wird,

$$M' = CS \left[ \frac{L_2 + h}{\sqrt{R^2 + (L_2 + h)^2}} + \frac{L_1 - h}{\sqrt{R^2 + (L_1 - h)^2}} \right]$$

$$M'' = CS \left[ \frac{L_2 - h}{\sqrt{R^2 + (L_2 - h)^2}} + \frac{L_1 + h}{\sqrt{R^2 + (L_1 + h)^2}} \right],$$

für eine Windung in der Mitte der Spirale ( $a = 0$ ) aber

$$M''' = CS \left[ \frac{L_2}{\sqrt{R^2 + L_2^2}} + \frac{L_1}{\sqrt{R^2 + L_1^2}} \right].$$

Je kleiner  $h$  im Vergleiche mit  $L_1$  und  $L_2$  ist, desto weniger unterscheiden sich die Wirkungen  $M'$  und  $M''$  der Endwindungen von einander und von der Wirkung  $M'''$  einer mittleren Windung, und desto genauer wird also auch die magnetisirende Kraft der Spirale der Windungszahl proportional.<sup>1)</sup>

Bei der Ableitung des Satzes

$$M = CS (\cos \varphi_2 + \cos \varphi_1),$$

- 1) Dies gilt nicht nur für einen die Spirale beiderseits weit überragenden Stab, sondern auch für den allerdings practisch bedeutungslosen Fall, dass sich der Stab  $EF$  sehr weit ausserhalb der Spirale (in deren Axenrichtung) befände, wo dann ebenfalls  $EO = L_1$  und  $FO = L_2$  gegen  $h$  verhältnissmässig sehr gross sein können.

aus welchem alle diese Folgerungen hervorgegangen sind, war zunächst nur ein „linearer“, d. h. unendlich dünner Eisenkern vorausgesetzt. Man kann diesen Satz und seine Folgerungen aber auch sofort auf homogene prismatische oder cylindrische Stäbe von endlicher Dicke ausdehnen, indem man als deren Endpunkte die Endpunkte ihrer Längenhauptaxe (bei cylindrischen Stäben also ihrer geometrischen Axe) betrachtet und diese Axe als in der Axenrichtung der Spirale liegend annimmt.

Die schon von vornherein wahrscheinliche Zulässigkeit dieser Ausdehnung unserer Lehrsätze auf Stäbe von endlicher Dicke stützt sich insbesondere auf die Thatsache, dass das magnetische Moment eines Stabes kaum merklich beeinflusst wird, wenn der Stab, mit Beibehaltung einer axenparallelen Lage, selbst ziemlich bedeutende transversale Verschiebungen innerhalb der Magnetisirungsspirale erleidet.<sup>1)</sup> Am besten aber wird unsere Annahme constatirt sein durch die Uebereinstimmung, welche sich herausgestellt hat bei der Vergleichung von Spiralwirkungen, wie sie unter dieser Annahme nach unserem Lehrsätze berechnet worden sind, mit den wirklich beobachteten, wovon später die Rede sein soll.

Um darauf eingehen zu können und zugleich den Satz, den wir bisher nur auf einzelne Drahtwindungen bezogen haben, zu verallgemeinern, wollen wir nunmehr die Gesamtwirkung einer beliebigen Magnetisirungsspirale in Betracht ziehen, die wir hinsichtlich ihrer axialen magnetischen Action als ein System von Stromkreisen mit gemeinschaftlicher Axe auffassen können.

Wenden wir sofort auf jede einzelne Windung den Satz an

$$M = CS (\cos \varphi_2 + \cos \varphi_1),$$

wobei  $C$  vermöge der obigen Ableitung, von  $R$  unabhängig, für alle Windungen denselben Werth hat, so erhält man der Reihe nach:

- 1) Diese Thatsache erhellet hinlänglich aus meinen „electromagnetischen Untersuchungen“; vornehmlich aus den in der zweiten Abhandlung (Wiener Sitzb. Bd. 61) behandelten Versuchen mit discontinuirlichen Eisenmassen.

$$M' = C S (\cos \varphi'_2 + \cos \varphi'_1)$$

$$M'' = C S (\cos \varphi''_2 + \cos \varphi''_1)$$

$$M''' = C S (\cos \varphi'''_2 + \cos \varphi'''_1)$$

u. s. w., folglich

$$\Sigma M = C S \cdot \Sigma \cos \varphi.$$

Es gilt sonach folgendes Theorem:

„Die magnetisirende Kraft einer Spirale ist proportional dem Producte der Stromstärke mit der Summe der Cosinus aller Winkel, welche die in der Ebene eines axialen Schnittes von einem Punkte jeder Windung zu den Endpunkten der Axe des magnetisirten Stabes gezogenen Geraden mit derselben einschliessen.“

Die grössere Allgemeinheit<sup>1)</sup> und bessere Uebersichtlichkeit dieses Satzes im Vergleiche mit der oben angeführten Haedenkamp'schen Construction liegt vor Augen.

Die Geschmeidigkeit der eben abgeleiteten höchst einfachen Cosinus-Formel, sowohl für Rechnungen als auch für graphische Methoden, macht selbst die complicirtesten Probleme übersichtlich und einer numerischen Lösung zugänglich und gibt zugleich mit Leichtigkeit Aufschluss über viele bisher in mühsamen Experimentaluntersuchungen behandelte Fragen über den Einfluss der Form, Grösse und Lage der magnetisirenden Spirale.

Es soll nun auch die Anwendung dieser Formel an einem Beispiele gezeigt werden. Von besonderem Interesse ist der Fall einer cylindrischen Magnetisirungsspirale, den wir schon deshalb in nähere Betrachtung ziehen wollen, weil sich dabei die Beziehungen zwischen unserem Lehrsatz und jenem von Haedenkamp und Wassmuth klar herausstellen werden.

Zu dem Ende kehren wir zurück auf den Ausdruck

$$M = C S \left[ \frac{L_2 - a}{\sqrt{R^2 + (L_2 - a)^2}} + \frac{L_1 + a}{\sqrt{R^2 + (L_1 + a)^2}} \right]$$

- 1) Der Satz gilt offenbar nicht blos für cylindrische, sondern z. B. auch für conische oder beliebigen Rotationsflächen entsprechende Drahtspiralen.

welcher die Action einer im Abstände  $a$  von der Mitte der Spirale befindlichen Drahtwindung repräsentirt und auch in der Form

$$\frac{M}{CS} = f(a)$$

dargestellt werden kann, wenn wir die Cosinus-Summe innerhalb der Klammern mit  $f(a)$  bezeichnen.

Es sei nun zunächst eine cylindrische Drahtlage von  $t$  Windungen gegeben; zur Ermittlung ihrer Gesamtwirkung wird es zuvörderst auf die Auswerthung der Cosinus-Summe

$$\frac{\Sigma M}{CS} = \Sigma \cos \varphi = f(a_1) + f(a_2) + \dots + f(a_t),$$

die wir kurz mit  $\Sigma$  bezeichnen wollen, ankommen.

Wir können uns immerhin einen Werth von  $a = \alpha$  so gewählt denken, dass er der Bedingung

$$tf(\alpha) = f(a_1) + f(a_2) + \dots + f(a_t)$$

Genüge leistet. Wir bestimmen sodann diesen Werth  $\alpha$  (welve Aufgabe man sich auch auf eine Quadratur zurückgeführt denken kann) mittelst des Integrals

$$f f(a) da,$$

indem wir, die Bezeichnung  $2h$  für die Länge der Spirale beibehaltend, schreiben

$$2hf(\alpha) = \int_{-h}^{+h} f(a) da, \text{ also } \Sigma = tf(\alpha) = \frac{t}{2h} \int_{-h}^{+h} f(a) da,$$

oder, mit Rücksicht auf die angegebene Bedeutung von  $f(a)$

$$\Sigma = tf(\alpha) = \frac{t}{2h} \int_{-h}^{+h} \left[ \frac{I_2 - a}{\sqrt{R^2 + (I_2 - a)^2}} + \frac{I_1 + a}{\sqrt{R^2 + (I_1 + a)^2}} \right] da.$$

Mit Weglassung der bei der Ausführung dieser Integration sich aufhebenden Theile reducirt sich das (den Werth  $2hf(\alpha)$  vorstellende) Integral auf die vier im allgemeinen verschiedenen und zu je zweien mit entgegengesetzten Vorzeichen behafteten Wurzelgrößen, welche der nachstehende Ausdruck,

mit Voranstellung der positiven Grössen, eingeklammert enthält. Wir erhalten nämlich

$$\Sigma = t f(\alpha) = \frac{t}{2h} [\sqrt{R^2 + (L_1 + h)^2} + \sqrt{R^2 + (L_2 + h)^2} \\ - \sqrt{R^2 + (L_1 - h)^2} - \sqrt{R^2 + (L_2 - h)^2}]$$

wofür wir zur Abkürzung die symbolische Schreibweise

$$\Sigma = t f(\alpha) = \frac{t}{2h} [W'_{+h} + W''_{-h} - W'_{-h} - W''_{+h}]$$

gebrauchen wollen, in welcher die Indices die eingesetzten Integrationsgrenzen andeuten, welche den vorstehend eingeklammerten Wurzelgrössen der Reihe nach entsprechen.

Offenbar sind  $W'_{+h}$  und  $W''_{-h}$  die beiden Diagonalen und  $W'_{-h}$  und  $W''_{+h}$  die beiden nicht parallelen Seiten des Haedenkamp'schen Trapezes und somit die soeben besprochene Gleichung zugleich der Ausdruck der zwischen diesem Trapeze und unserem Lehrsatze bestehenden Beziehungen.

Berücksichtigt man noch, dass  $\Sigma M = CS \cdot \Sigma \cos \varphi$ , oder, in unserer abgekürzten Schreibweise,  $\Sigma M = CS \cdot \Sigma$ , so ergibt sich der Ausdruck für den Stabmagnetismus

$$\Sigma M = \frac{CS t}{2h} [W'_{+h} + W''_{-h} - W'_{-h} - W''_{+h}],$$

welchen Wassmuth (l. c. S. 445) in der Form

$$M = \frac{qni\pi}{l} [(h_1 - H_1) - (h_2 - H_2)]$$

geschrieben hat, worin die beiden Diagonalen mit  $h_1$  und  $H_2$ , die beiden nicht parallelen Seiten mit  $h_2$  und  $H_1$  bezeichnet sind, während  $M$ ,  $n$ ,  $i$  und  $l$  beziehungsweise die Grössen  $\Sigma M$ ,  $t$ ,  $S$  und  $h$  unserer Formeln vorstellen. In der Haedenkamp'schen Formel (Crelle's Journ. Bd. 44, S. 85) für die Spiralanziehung erscheint dagegen die zweite Potenz der Stromstärke aus bereits oben erörterten Gründen.

Der Trapez-Satz lässt sich demnach aus dem allgemeinen Cosinus-Satze ableiten und erscheint als Folgerung desselben für den speciellen Fall einer cylindrischen Spirale.

Versuche zur experimentellen Prüfung des besprochenen Theorems sind zwar nicht eigens angestellt worden, wohl aber habe ich umgekehrt die Resultate einiger bei einer früheren Gelegenheit ausgeführten Magnetisirungsversuche mit den mittelst des Theorems erhaltenen Rechnungsergebnissen verglichen und dabei, wie aus meiner ausführlichen Abhandlung ersichtlich ist, innerhalb der Proportionalitätsgrenzen zwischen Elektromagnetismus und Stromstärke, welche das Theorem vermöge seiner Ableitung voraussetzt, eine befriedigende Uebereinstimmung gefunden.

---

**XXI. Ueber die specifische Wärme der gesättigten Dämpfe; von J. J. Müller.**

---

Um die Erwärmung der gesättigten Dämpfe zu bestimmen, bedient man sich einer Wärmemenge, welche die Gewichtseinheit des Dampfes um die Einheit der Temperatur erwärmt, während der Dampf gesättigt bleibt. Man denkt sich dabei den Dampf von seiner Flüssigkeit getrennt, und den gesättigten Zustand desselben jeweilen durch eine mit der Temperaturerhöhung fortschreitende Compression hergestellt. So erhält man die specifische Wärme der gesättigten Dämpfe bei constanter Dampfmenge,  $h$ , eine Grösse, die sich bekanntlich durch die Gleichungen bestimmt<sup>1)</sup>

$$h = c + \frac{dr}{dT} - Au \frac{dp}{dT}$$

$$h = c + \frac{dr}{dT} - \frac{r}{T}.$$

Hierin bedeuten  $c$  die specifische Wärme der Flüssigkeit,  $r$  die Verdampfungswärme derselben,  $u$  die Differenz der specifischen Volumina im dampfförmigen und flüssigen Zustande,  $p$  den

1) Clausius, Abhandlungen etc. I, 38. 73.

Druck,  $T$  die absolute Temperatur und  $A = \frac{1}{424}$  das calorische Aequivalent der mechanischen Arbeit.

Statt nun eine solche Compression vorauszusetzen, kann man den Dämpfen auch ein constantes Volumen vorschreiben, und die Sättigung derselben durch eine mit der Erwärmung sich steigernde Neubildung von Dampf herstellen, den man sich dazu in beständiger Berührung mit seiner Flüssigkeit denkt. Man erhält dann eine spezifische Wärme der gesättigten Dämpfe bei constantem Volumen,  $H$ , welche, da ja mit der Dampfentwicklung ein Wärmeverbrauch verbunden ist, eine nothwendig positive Summe darstellt, während die spezifische Wärme bei constanter Dampfmenge in Folge der bei der Compression entwickelten Wärme als eine Differenz erscheint, die bekanntlich auch negativ ausfallen kann. Zur Berechnung dieser Grösse  $H$ , die im Folgenden gegeben werden soll, können dieselben beiden Wege eingeschlagen werden, auf welchen auch die andere,  $h$ , gewonnen wird.

Am einfachsten ergibt sich die spezifische Wärme der Dämpfe bei constantem Volumen, wenn man von der Gleichung des zweiten Hauptsatzes der Wärmetheorie

$$\int \frac{dQ}{T} = 0$$

ausgeht, in welcher  $dQ$  die elementare dem veränderlichen Körper von Aussen mitgetheilte Wärme bedeutet und die Integration über einen ganzen umkehrbaren Kreisprocess auszudehnen ist. Alle in dieser Gleichung vorkommenden Grössen werden aber passend als Functionen von  $T$  und einer zweiten den Zustand des Körpers mit bestimmenden Variablen,  $x$ , betrachtet, d. h.

$$d = \frac{\partial}{\partial T} dT + \frac{\partial}{\partial x} dx$$

gesetzt. Dann nimmt die Gleichung nach einer leichten Entwicklung die bekannte für das Folgende bequeme Form an<sup>1)</sup>

$$\frac{\partial}{\partial T} \left( \frac{\partial Q}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial Q}{\partial T} \right) = \frac{1}{T} \left( \frac{\partial Q}{\partial x} \right).$$

1) Clausius, Abhandlungen II, 10.



Auf ein beliebig veränderliches Gemisch von Flüssigkeit und Dampf angewendet, soll die Veränderliche  $x$ , welche zusammen mit der Temperatur den Zustand des Körpers bestimmt, das Dampfvolumen,  $v$ , bedeuten, so dass

$$x = v;$$

der Ausdruck geht dann über in den folgenden

$$\frac{\partial}{\partial T} \left( \frac{\partial Q}{\partial v} \right) - \frac{\partial}{\partial v} \left( \frac{\partial Q}{\partial T} \right) = \frac{1}{T} \left( \frac{\partial Q}{\partial v} \right) \quad (1)$$

und hierin haben die Differentialquotienten eine leicht erkennbare physikalische Bedeutung.

Constante Temperatur vorausgesetzt, wird  $\frac{\partial Q}{\partial v} dv$  die Wärmemenge, welche unter dieser Voraussetzung das Volumen  $dv$  Dampf entwickelt, und kann daher auch, wenn  $m$  das Gewicht des vorhandenen Dampfes bedeutet, geschrieben werden

$$\frac{\partial Q}{\partial v} dv = \frac{\partial Q}{\partial m} \frac{dm}{dv} dv.$$

Hierin erkennt man  $\frac{\partial Q}{\partial m}$  sofort als die Verdampfungswärme der Flüssigkeit:

$$\frac{\partial Q}{\partial m} = r.$$

Nennt man weiter das spezifische Volumen des gesättigten Dampfes  $s$ , so dass  $m = \frac{v}{s}$ , so ergibt sich auch

$$\frac{dm}{dv} = \frac{1}{s}$$

Beides in den obigen Ausdruck eingesetzt, kommt

$$\frac{\partial Q}{\partial v} = \frac{r}{s}, \quad (\alpha)$$

Wird umgekehrt in Gleichung (1) das Volumen  $v$  constant angenommen, so ist  $\frac{\partial Q}{\partial T} dT$  die Wärmemenge, welche das gegebene System bei unveränderlichem Dampfvolumen um die Temperatur  $dT$  erwärmt. Diese Wärme wird gebildet von einem Theile, welcher die Temperatur der Flüssigkeit erhöht,

$$\left(M - \frac{v}{s}\right) c dT$$

wenn  $M$  das Gewicht des ganzen Körpers ist, und von einem zweiten, welcher durch gleichzeitiges Erwärmen des vorhandenen Dampfes und durch Entwickeln von neuem Dampf die Temperatur des Dampfes so steigert, dass der letztere dabei gesättigt bleibt:

$$\frac{v}{s} H dT.$$

Hiernach wird der gesuchte zweite Differentialquotient

$$\frac{\partial Q}{\partial T} = \left(M - \frac{v}{s}\right) c + \frac{v}{s} H = \frac{v}{s} (H - c) + M c. \quad (\beta)$$

Führt man jetzt die gefundenen Werthe aus  $(\alpha)$  und  $(\beta)$  in Gleichung (1) ein, so geht diese über in

$$\frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{r}{s}\right) - \frac{\partial}{\partial v} \left\{ \frac{v}{s} (H - c) + M c \right\} = \frac{r}{s T}$$

oder nach Ausführung der Differentiationen

$$\frac{dr}{dT} - \frac{r}{s} \frac{ds}{dT} - H + c = \frac{r}{T}.$$

Da alle Grössen bis auf  $H$  in dieser Gleichung bekannt sind, so gibt sie umgekehrt nach letzterer aufgelöst

$$H = c - \frac{r}{T} + \frac{dr}{dT} - \frac{r}{s} \frac{ds}{dT}. \quad (2)$$

Eine ähnliche Bestimmung der specifischen Wärme der Dämpfe bei constantem Volumen ergibt aber auch die Gleichung des ersten Hauptsatzes der Wärmelehre

$$dQ = dU + A p dV,$$

wobei  $dU$  die gesammten innern Veränderungen in Wärme- maass und  $V$  das Volumen des ganzen Körpers darstellt; nur müssen darin wie oben alle Grössen als Functionen der beiden den Zustand bestimmenden Variablen  $v$  und  $T$  angesehen, und die Gleichung auf die andere bekannte Form<sup>1)</sup>

1) Vergl. Clausius, Abhandlungen II, 10—12.

$$\frac{\partial}{\partial T} \left( \frac{\partial Q}{\partial v} \right) - \frac{\partial}{\partial v} \left( \frac{\partial Q}{\partial T} \right) = A \left( \frac{\partial p}{\partial T} \cdot \frac{\partial V}{\partial v} - \frac{\partial p}{\partial v} \cdot \frac{\partial V}{\partial T} \right)$$

gebracht werden.

Da der Druck unabhängig vom Dampfvolumen  $v$ , so wird hierin zunächst

$$\frac{\partial p}{\partial v} = 0;$$

und da, unter  $\sigma$  das spezifische Volumen der Flüssigkeit verstanden, das Gesamtvolumen

$$V = \left( M - \frac{v}{s} \right) \sigma + v,$$

so kommt ferner

$$\frac{\partial V}{\partial v} = 1 - \frac{\sigma}{s} = \frac{u}{s}.$$

Somit geht unsere Gleichung über in die einfachere Form

$$\frac{\partial}{\partial T} \left( \frac{\partial Q}{\partial v} \right) - \frac{\partial}{\partial v} \left( \frac{\partial Q}{\partial T} \right) = A \frac{u}{s} \frac{dp}{dT}, \quad (3)$$

Hierin haben sofort alle Differentialquotienten bekannte Bedeutungen. Setzt man aus ( $\alpha$ ) und ( $\beta$ ) die Werthe der beiden ersten

$$\frac{\partial Q}{\partial v} = \frac{r}{s}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial T} = \frac{v}{s} (H - c) + Mc$$

ein, so kommt

$$\frac{\partial}{\partial T} \left( \frac{r}{s} \right) - \frac{\partial}{\partial v} \left\{ \frac{v}{s} (H - c) + Mc \right\} = A \frac{u}{s} \frac{dp}{dT}$$

oder nach weiterer Entwicklung

$$\frac{dr}{dT} - \frac{r}{s} \frac{ds}{dT} - H + c = Au \frac{dp}{dT}.$$

Nach  $H$  aufgelöst, folgt endlich hieraus

$$H = c + \frac{dr}{dT} - Au \frac{dp}{dT} - \frac{r}{s} \frac{ds}{dT}. \quad (4)$$

Vergleicht man die beiden Ausdrücke, welche hier für die spezifische Wärme der Dämpfe bei constantem Volumen gegeben sind, miteinander, so ergibt sich die bekannte Relation

$$r = A T u \frac{dp}{dT},$$

deren Erscheinen als eine Verification für die Ableitungen betrachtet werden mag. Stellt man aber die Ausdrücke für die Grössen  $H$  zusammen mit denen für  $h$ , so ergibt sich übereinstimmend

$$H = h - \frac{r}{s} \frac{ds}{dT}, \quad (5)$$

eine noch einfachere Bestimmungsweise der gesuchten Grösse. Diese Formel soll beispielsweise auf den Wasserdampf angewendet werden.

Bei dieser Substanz sind für alle in die Rechnung eingehenden Grössen von Clausius einfache empirische Formeln berechnet, welche hier benützt werden können. In seinen Darstellungen ist<sup>1)</sup>

$$\begin{aligned} r &= 607 - 0,708 t \\ h &= 1,013 - \frac{800,3}{T} \\ s &= v_l (M - N a^t), \end{aligned}$$

letzteres mit folgenden numerischen Werthen:

$$\begin{aligned} M &= 1,6630 \\ N &= 0,05527 \\ a &= 1,007164 \end{aligned}$$

$v_l$ , das spezifische Volumen der atmosphärischen Luft bei der betreffenden Temperatur  $t$  und dem nämlichen Drucke  $p$  bestimmt sich, wenn die Drucke in Millimetern Quecksilber gegeben sind, durch

$$\begin{aligned} v_l &= \frac{v_0 (1 + \alpha t) \cdot 760}{p} \\ v_0 &= 0,773288 \\ \alpha &= 0,003663. \end{aligned}$$

Führt man unter Zugrundelegung dieser Zahlen die Rechnung nach Formel (5) durch, so erhält man die Werthe,

1) Clausius, Abhandlungen I, 217. 74. 88.

welche in der folgenden Tabelle zusammen mit denen von  $h$  angeführt sind <sup>1)</sup>.

$t$	0	50	100	150	200
$h$	-1,916	-1,465	-1,133	-0,879	-0,676
$H$	39,496	25,000	16,873	11,358	7,971

Die Werthe von  $H$  nehmen hiernach bei wachsender Temperatur beständig ab, um sich allmähig einem in der Nähe von 1 gelegenen Werthe anzuschliessen. Trägt man dieselben in ein Coordinatensystem ein, und verlängert die gewonnene Curve über 200° hinaus, so stellt sich dieser Grenzwert in der Nähe von 400° ein. Dies ist in voller Uebereinstimmung mit der bekannten Thatsache, dass für das Wasser bei einer Temperatur von ca. 410° der flüssige und dampfförmige Zustand eins und dasselbe werden <sup>2)</sup> und gibt der hier eingeführten Grösse  $H$  eine hohe Bedeutung in Bezug auf den Zusammenhang zwischen dem flüssigen und gasförmigen Aggregatzustande.

Schreibt man die Gleichung (5) in der Form

$$\frac{H-h}{r} dT = -\frac{1}{s} \frac{ds}{dT} dT = -d \log s,$$

so erkennt man sofort, dass die beiden Seiten dieser Gleichung nichts anderes darstellen als die Dampfmenge, welche bei der Erwärmung der Gewichtseinheit Dampf um die Temperatur  $dT$  unter den gemachten Voraussetzungen entwickelt würde.

Denn  $\frac{ds}{dT} dT$  ist die unter dieser Voraussetzung eintretende Aenderung des Volumens, welche die Gewichtseinheit Dampf eingehen müsste, um gesättigt zu bleiben, also auch zugleich das Volumen des neu entwickelten Dampfes und daher  $\frac{1}{s} \frac{ds}{dT} dT$

- 1) Zur Bestimmung von  $\frac{ds}{dT}$ , der einzigen neu zu berechnenden Hilfsgrösse, kann auch passend die Formel von Zeuner (Grundzüge etc. 294)

$$p s^n = \text{Const.}$$

$$n = 1,0646, C = 1,704$$

benutzt werden.

- 2) Cagniard la Tour, Ann. chim. (2) XXI und XXII. — Andrews, Phil. Trans. 1869, 575. Pogg. Ann. Ergbd. V, 64.

das Gewicht dieses Dampfes. Ebenso bedeutet  $(H - h) dT$  die Differenz der Wärmemengen, welche die Gewichtseinheit Dampf unter gleichzeitiger Neubildung von Dampf und welche sie unter Compression allein um  $dT$  erwärmen, also die Wärme, welche zur Verdampfung der nöthigen Flüssigkeit erforderlich ist; daher ist  $\frac{H - h}{r} dT$  die entwickelte Dampfmenge selber.

Diese identische Gleichung hätte sofort zur Bestimmung der gesuchten Grösse  $H$  benutzt werden können; es schien mir aber interessant zu zeigen, wie dieselbe aus den Grundgleichungen der Wärmelehre hervorgeht.

Zürich, im August 1873.

---

## XXII. *Ueber das Bunsen'sche Photometer; von Fr. Rüdorff.*

---

Das Bedürfniss, zwei Lichtquellen mit einander zu vergleichen, hat uns mit einer Reihe von Methoden bekannt gemacht, unter denen die von Bunsen herrührende wohl unbestritten die hervorragendste Stelle einnimmt, da dieselbe für praktische Zwecke, um welche es sich hier allein handelt, an Sicherheit und Bequemlichkeit der Messung alle andern bisher bekannt gewordenen Methoden übertrifft. Obwohl das Bunsen'sche Photometer ein so vielfach angewandter Apparat ist, so sind doch manche bei demselben auftretende Erscheinungen wenig bekannt, und wenn ich auch die nachfolgenden Betrachtungen schon in dem in wissenschaftlichen Kreisen, wie mir scheint, wenig bekannten Journal für Gasbeleuchtung mitgetheilt habe, so möchte eine Besprechung dieses Apparates in diesen Annalen um so weniger überflüssig sein, als sich in den bekanntern physikalischen Lehrbüchern entweder höchst unvollständige oder gar falsche Vorstellungen über denselben finden.

Bekanntlich gründet sich das Bunsen'sche Photometer auf die Thatsache, dass ein Fettfleck auf Papier in durchgehendem Lichte hell auf dunklem, in reflektirtem dunkel auf hellem Grunde erscheint, und dass also ein Fettfleck auf Papier zwischen zwei Lichtquellen an einer bestimmten Stelle zugleich hell auf dunklem und dunkel auf hellem Grunde erscheinen muss, also gar nicht sichtbar ist.

Die ursprüngliche Handhabung des Bunsen'schen Photometers geschah in der Weise, dass ein theilweis befettetes Papier zwischen zwei Lichtquellen so aufgestellt wurde, dass die Lichtstrahlen senkrecht auf die Papierfläche fielen und das Papier so lange verschoben wurde, bis der Fleck verschwand. Dann wurde die eine Lichtquelle durch eine andere ersetzt und der Fettfleck durch Verschieben derselben zum Verschwinden gebracht. Aus den Entfernungen dieser beiden Lichtquellen liess sich dann die relative Intensität in der bekannten Weise berechnen. Es setzte also diese Methode die Anwendung einer Hülfslichtquelle voraus. Da aber die Sicherheit der Einstellung des Papierschirmes manches zu wünschen übrig liess, zumal das Verschwinden des Fettflecks von dem Winkel abhängt, unter welchem wir die Papierfläche betrachten, so wurde bald ein Fortschritt in der Construction des Apparates dadurch herbeigeführt, dass man das Papier nicht direct, sondern in einem Winkelspiegel betrachtet, der es ermöglicht, beide Seiten des Papierschirmes zugleich übersehen zu können. Zu diesem Zweck wird der Papierschirm so zwischen zwei unter einem Winkel von etwa  $140^\circ$  zusammenstossende, kleine Spiegel gestellt, dass deren Winkel durch das Papier halbirt wird. Durch eine kleine Oeffnung in einem den Spiegeln gegenüber stehenden Schirm sieht man direct auf die scharfe Kante des Papiers, die Seitenflächen desselben aber zugleich in den Spiegeln.

Denkt man sich nun zwischen den beiden Lichtquellen  $J$  und  $i$  den so vorgerichteten Papierschirm, dessen Entfernung von  $J$  in allen Fällen als constant vorausgesetzt werden mag, so aufgestellt, dass die Lichtstrahlen die Mitte des Papierschirmes senkrecht treffen, so lässt sich bei Veränderung der

Entfernung der Lichtquelle  $i$  vom Papier leicht erkennen, dass der Fettfleck stets nur auf der einen Seite verschwindet, dass es aber für den Papierschirm drei bemerkenswerthe Stellungen gibt:

1. eine, für welche der Fettfleck auf beiden Seiten dunkel auf hellem Grunde und zwar auf beiden Seiten gleich dunkel erscheint;
2. eine, in welcher der Fettfleck auf der linken, eine andere, in welcher er auf der rechten Seite verschwindet.

Es lässt sich aber zeigen, dass bei der Stellung 1. die Intensität des auf beide Seiten fallenden Lichtes gleich ist und dass sich aus den Stellungen 2. die Stellung 1. berechnen lässt. Schicken wir zu dem Zweck Folgendes voraus:

I. Das von der Lichtquelle  $J$  auf den in der Entfernung 1 (der Längeneinheit) befindlichen Papierschirm fallende Licht wird sowohl von dem nicht befetteten als von dem befetteten Papier in drei Theile getheilt: der eine wird reflectirt, der zweite durchgelassen und der dritte absorhirt. Bezeichnen wir diese Theile der Reihe nach: am Papier mit  $aJ$ ,  $bJ$  und  $cJ$ , am Fettfleck mit  $\alpha J$ ,  $\beta J$  und  $\gamma J$ , so ist:

$$a + b + c = 1 = \alpha + \beta + \gamma.$$

Die Ansicht des Papiers im reflectirten Licht zeigt aber, dass  $a > \alpha$  und die Ansicht im durchgehenden Lichte, dass

$$\beta > b.$$

II. Auf der andern Seite des Papierschirms befinde sich in der Entfernung  $x$  eine Lichtquelle von der Intensität  $i$  (gemessen durch dieselbe Einheit wie  $J$ ), so ist die von derselben auf den Schirm fallende Intensität  $\frac{i}{x^2} = M$ . Auch  $M$  wird am Papier und Fettfleck in analoge 3 Theile getheilt wie  $J$ .

III. Die Intensitäten des von der rechten Seite des Papierschirms nach rechts ausgehenden Lichtes sind an der Oberfläche desselben



am Papier  $aJ + bM$ , am Fettfleck  $\alpha J + \beta M$ .

Die Intensitäten des von der *linken* Seite des Papierschirmes nach *links* ausgehenden Lichtes sind an der Oberfläche desselben

am Papier  $bJ + aM$ , am Fettfleck  $\beta J + \alpha M$ .

Die Intensitäten des absorbirten Lichtes

am Papier  $c(J + M)$ , am Fettfleck  $\gamma(J + M)$ .

*Versuch 1.* Bringt man den Papierschirm in die oben mit 1. bezeichnete Stellung, in welcher die beiden Papierseiten gleich hell und ebenso die beiden Fettflecke gleich hell, die Fettflecke aber dunkeler als das Papier erscheinen, dann ist

$$aJ + bM = bJ + aM \text{ und } \alpha J + \beta M = \beta J + \alpha M$$

oder

$$(a - b)J = (a - b)M \text{ und } (\alpha - \beta)J = (\alpha - \beta)M.$$

Da aber im Allgemeinen  $a$  und  $b$  und ebenso  $\alpha$  und  $\beta$  verschieden von einander sind, so folgt, dass in dieser Stellung  $J = M$  und also  $x = \sqrt{\frac{i}{J}}$  ist, d. h. dass die Intensität des auf die rechte Seite fallenden Lichtes gleich ist dem auf die linke Seite fallenden. In dieser Stellung erscheint aber der Fettfleck auf beiden Seiten dunkler auf hellem Grunde, folglich muss, da  $J = M$  ist,

$$(a + b)J > (\alpha + \beta)J, \text{ also } a + b > \alpha + \beta$$

sein. Da aber

$$a + b + c = 1 = \alpha + \beta + \gamma$$

ist, so folgt, dass  $\gamma > c$  sein muss, dass also die Absorption des mit Fett getränkten grösser ist als die des reinen Papiers. Durch eine der obigen ähnliche Betrachtung kommt Bohn<sup>1)</sup> in Folge eines Fehlers in der Rechnung zu dem entgegengesetzten Resultat.

*Versuch 2.* Verschiebt man die Lichtquelle  $i$  gegen den Papierschirm so weit, dass der Fettfleck auf der *rechten* Seite

1) Annalen der Chemie und Pharmacie Bd. 111, p. 338.

verschwindet, und setzt die Entfernung des Schirmes von  $i = x_1$ , so ist für diese Stellung

$$a J + b M_1 = \alpha J + \beta M_1 \text{ oder} \\ (a - \alpha) J = (\beta - b) \frac{i}{x_1^2}, \text{ also } x_1 = \sqrt{\frac{\beta - b}{a - \alpha} \cdot \frac{i}{J}}$$

*Versuch 3.* Wird die Entfernung der Lichtquelle  $i$  vom Papierschirm so weit vergrößert, dass der Fettfleck auf der *linken* Seite verschwindet und setzt man diese Entfernung  $= x_2$ , so ist für diese Stellung

$$a M_2 + b J = \alpha M_2 + \beta J \text{ oder} \\ (a - \alpha) \frac{i}{x_2^2} = (\beta - b) J, \text{ also } x_2 = \sqrt{\frac{a - \alpha}{\beta - b} \cdot \frac{i}{J}}$$

Hieraus folgt:

$$x_1 \cdot x_2 = \sqrt{\frac{\beta - b}{a - \alpha} \cdot \frac{i}{J}} \cdot \sqrt{\frac{a - \alpha}{\beta - b} \cdot \frac{i}{J}} = \frac{i}{J}$$

Da aber  $\frac{i}{J} = x^2$  ist, so ist  $x_1 \cdot x_2 = x^2$ , d. h.  $x$  ist das geometrische Mittel zwischen den beiden Stellungen, bei welchen der Fettfleck auf einer der beiden Seiten verschwindet.

Aus Vorstehendem ergibt sich, dass man ohne Anwendung einer Hülfslichtquelle die Intensität zweier Lichtquellen mittelst des Bunsen'schen Photometers auf zweierlei Weise vergleichen kann: entweder stellt man den Papierschirm so, dass der Fettfleck auf beiden Seiten gleich dunkel erscheint, oder man bestimmt die Stellungen, in denen der Fettfleck rechts und links verschwindet und nimmt aus den gefundenen Entfernungen das geometrische Mittel. Für die Messung entsteht nur die Frage, welche Art der Beobachtung die sicherere ist, d. h. ob es dem Auge leichter wird zu beurtheilen, ob der Fettfleck verschwindet oder ob derselbe auf beiden Seiten gleich dunkel erscheint.

Zur Entscheidung dieser Frage habe ich vielfältige und wiederholte Versuche angestellt. Das hierbei angewandte Photometer besteht aus einer 2,5 Meter langen eisernen Stange von dreiseitigem Querschnitt, auf welcher sich der Papier-

schirm zugleich mit der einen Lichtquelle verschieben lässt. Die zweite Lichtquelle steht fest an einem Ende der Stange. Der Papierschirm ist in einen Blechkasten eingeschlossen, dessen den Lichtquellen zugewandte Seiten offen sind. An der hintern Wand dieses Kastens sind die Spiegel befestigt und geschieht die Beobachtung durch eine kleine Oeffnung, welche sich den Spiegeln gegenüber in der vordern Wand befindet, so dass man die Spiegelbilder des dunklen Fleckes zugleich erblickt. Die mit dem Papierschirm verschiebbare Lichtquelle ist von derselben  $360^{\text{mm}}$  entfernt und ist diese Entfernung bei der Theilung der Eisenstange als Einheit zu Grunde gelegt. Es sind auf dieser nicht die Entfernungen selbst, sondern die Quadratwurzeln aus denselben aufgetragen. Der wichtigste Theil des Apparates ist der Papierschirm. Derselbe ist etwa  $90^{\text{mm}}$  lang und  $65^{\text{mm}}$  breit und besteht aus einem glanzlosen, ziemlich durchscheinenden Schreibpapier von rein weisser Farbe. In der Mitte desselben befindet sich ein runder Fettfleck von etwa  $16^{\text{mm}}$  Durchmesser. Die sonst wohl gebräuchlichen Papiere, bei welchen der Fettfleck in einem oder mehreren Streifen besteht, welche der Länge nach über das Papier gehen, sind unzweckmässig, da der ganze Streifen nie in seiner ganzen Ausdehnung zugleich verschwinden oder auch auf beiden Seiten an allen Stellen gleich dunkel erscheinen kann, weil die von den einzelnen Stellen ausgehende Lichtintensität von dem Incidenzwinkel abhängt und diese für ein und dieselbe Stelle auf beiden Seiten um so verschiedener ist, je mehr die Stelle von der Mitte des Schirmes entfernt liegt. Der Fettfleck selbst muss scharfe, nicht verwaschene Ränder haben. Am besten erreicht man dieses dadurch, dass man ein heisses Petschaft in schmelzendes Stearin oder Wallrath taucht und auf dem Papier abdrückt. Nach dem Erkalten wird das überschüssige Fett mit einem Messer abgeschabt und durch vorsichtiges Erwärmen des Papieres über einer Lampe eine gleichmässige Transparenz hergestellt. Ein bei gewöhnlicher Temperatur flüssiges oder auch selbst weiches Fett anzuwenden, ist nicht gerathen, da dasselbe nachträglich in das umgebende Papier weiter diffundirt und dadurch der

Fleck verwaschene Ränder bekommt. Die Schärfe der Beobachtung wird noch gesteigert, wenn man dem Papier einen Theil des Fettes dadurch entzieht, dass man es zwischen glattem Fliesspapier mit einem heissen Plätteisen erwärmt.

Mit einem so hergestellten Papier wurden die Flammen zweier Gasbrenner mit einander verglichen, von denen der eine ein Einlochbrenner, der andere ein Argandbrenner war. Die Flamme des Einlochbrenners diente als Einheit und wurde mit dem Papierschild auf der Eisenstange verschoben.

Die folgenden 6 nebeneinanderstehenden Beobachtungen, welche die aus den Entfernungen berechneten Intensitäten bezeichnen, wurden dadurch erhalten, dass der Schild mit dem Einlochbrenner abwechselnd von rechts nach links und umgekehrt verschoben wurde. Die obere Zahlenreihe gilt für das Verschwinden des Fettflecks auf der linken Papierseite, die untere für das auf der rechten Seite und die mittlere für die Stellung, in welcher der Fettfleck auf beiden Seiten gleich dunkel erschien:

10,4	14,4	14,2	14,0	14,4	14,5	Mittel = 14,2
13,1	13,3	13,1	13,0	13,2	13,1	Mittel = 13,1
11,8	12,2	11,9	12,4	12,0	12,2	Mittel = 12,1.

Bei einem andern Versuch erhielt ich:

16,2	16,3	15,8	16,2	15,7	16,0	Mittel = 16,0
14,5	14,4	14,5	14,6	14,4	14,6	Mittel = 14,5
13,0	12,8	13,2	13,1	12,9	13,3	Mittel = 13,0.

Aus der oben mitgetheilten Beziehung zwischen  $x_1$ ,  $x_2$  und  $x$  berechnet sich für die erste Beobachtungsreihe  $x = 13,1$ , die Messung gab 13,1, für die zweite Beobachtungsreihe  $x = 14,4$ , die Messung gab 14,5. Zugleich ist aber aus beiden Versuchsreihen ersichtlich, dass für die erste und dritte Reihe die einzelnen Beobachtungen von dem Mittel erheblich mehr abweichen, als bei der mittleren Reihe. Es folgt hieraus, dass es dem Auge leichter wird, zwei nebeneinander befindliche Flecken als gleich oder verschieden dunkel zu erkennen, als kleine Unterschiede in der Beleuchtung ein- und derselben Fläche wahrzunehmen.

Ich möchte noch darauf aufmerksam machen, dass die Sicherheit der Messung besonders durch gute Spiegel von durchaus farblosem Glase merklich erhöht wird. Silberbelegte Spiegel würden hier allen andern vorzuziehen sein, wenn deren Haltbarkeit nicht so vieles zu wünschen liesse. Dass diese aber das Licht besser reflectiren als die mit Amalgam belegten, zeigt sich deutlich, wenn man zunächst 2 Lichtquellen mit den gewöhnlichen amalgambelegten Spiegeln vergleicht, dann den einen und nachher den andern durch einen silberbelegten Spiegel ersetzt und mit dieser Spiegelcombination dieselben Lichtquellen vergleicht. Es zeigt sich dann eine Zunahme in der Helligkeit der Lichtquellen auf Seite des silberbelegten Spiegels.

---

**XXIII. Ueber einige Eigenthümlichkeiten der galvanischen Polarisation, insbesondere in der Kali-Hypermangankette; von J. H. Koosen.**

---

U nter galvanischer Polarisation verstehen wir diejenige Abänderung der elektromotorischen Kraft einer Kette, welche verursacht wird durch die Ablagerung aus dem elektrolytischen Prozess ausgeschiedener fremdartiger Stoffe auf einer oder auf beiden Platten der Kette.

Aus dieser ganz allgemeinen Definition ist ersichtlich, dass die Polarisation eine doppelte sein kann, je nachdem der Strom in einer oder der anderen Richtung durch das Element hindurchgeht.

Für gewöhnlich nimmt man nur Eine Art von Polarisation an, diejenige, welche entsteht, wenn die Pole der Kette direct geschlossen werden, welche also durch den eigenthümlichen Strom der Kette veranlasst wird, und welche ich die *positive* Polarisation nennen werde; es ist aber klar, dass bei einer Combination von Elementen verschiedenartiger Natur auch durch eines oder das andere dieser Elemente ein Strom in der

entgegengesetzten Richtung hindurchgehen kann, und in diesem Falle kann eine Polarisation darin auftreten, welche von der obigen ganz verschieden ist, die ich die *negative* nennen will — und welche sich im Allgemeinen dadurch auszeichnet, dass bei ihr an der Zinkplatte Wasserstoffentwicklung stattfindet.

Verbindet man z. B. die gleichnamigen Pole eines Grove'schen und eines Daniell'schen Elementes mit einander und schliesst die gleichnamigen Pole entweder gar nicht oder durch einen grossen Leitungswiderstand, so wird man an der Zinkplatte des Daniell'schen Elementes eine starke Wasserstoffentwicklung bemerken; der an der Kupferplatte austretende Sauerstoff bewirkt hier keine Polarisation, weil er sofort das Kupfer auflöst; obwohl nun beide Elemente, das Grove'sche wie das Daniell'sche, als constante angesehen werden, so würde man in diesem Falle doch nicht die Stromstärke in irgend einem Theile dieser Combination nach dem Ohm'schen Gesetze berechnen können, weil während des Schlusses dieser Kette in dem Daniell'schen Elemente nicht die diesem eigenthümliche elektromotorische Kraft, sondern eine grössere, die um die Differenz Zink, Wasserstoff vermehrte — thätig ist; in diesem Falle ist die auftretende negative Polarisation allerdings klein; allein wenn man die Beschaffenheit der bekannten sogenannten constanten galvanischen Elemente in dieser Beziehung näher untersucht, so wird man finden, dass sie alle im Stande sind, Veranlassung zu Polarisationerscheinungen zu geben, sobald sie mit anderen Elementen in der Weise combinirt werden, dass ein dem eigenen Strom entgegengesetzt gerichteter sie durchströmt. Die Erklärung dieser *negativen* Polarisation umfasst, wie wir gleich sehen werden, auch die Theorie der gewöhnlichen positiven Polarisation in einem einzigen Elemente, wenn wir uns dies eine Element entstanden denken aus der Combination mehrerer Elemente von derselben Natur, aber von ungleicher elektromotorischer Kraft, durch Verbindung der gleichnamigen Pole dieser Elemente.

Bezeichnen wir mit  $K$  und  $K'$  die elektromotorischen Kräfte zweier Elemente, wo  $K'$  immer kleiner als  $K$  zu den-

ken ist, mit  $w$  und  $w'$  die entsprechenden wesentlichen Leitungswiderstände derselben, verbinden diese Elemente mit ihren gleichnamigen Polen und schliessen die ungleichnamigen Pole durch einen Draht vom Leitungswiderstande  $r$ ; sei dann  $I$  der Strom in  $r$ ,  $i$  und  $i'$  die Stromstärke, welche durch die Elemente resp.  $K$  und  $K'$  geht, so ist nach dem Ohm'schen Gesetze:

$$I = \frac{Kw' + K'w}{ww' + wr + w'r}; \quad i = \frac{K(w'+r) - K'r}{ww' + wr + w'r}; \quad i' = \frac{K'(w+r) - Kr}{ww' + wr + w'r};$$

der Strom  $i$  muss,  $K > K'$  angenommen, immer positiv bleiben, d. h. in der Richtung des eigenen Stromes dieses Elementes verlaufen; der Strom  $i'$  hingegen wird, wenn  $r = \frac{K'w}{K-K'}$ , = 0 sein; diese Erscheinung bildet bekanntlich die Grundlage für das von Poggendorff angegebene Compensationsverfahren zur Ermittlung der Constanten einer Kette. Vergrössert man den Widerstand  $r$  noch weiter, so wird der Strom  $i'$  negativ, d. h. dem eigenen Strom des Elementes  $K'$  entgegengesetzt gerichtet; es muss dieser Strom in dem Elemente  $K'$  daher sofort eine *negative* Polarisation der Platten hervorrufen, d. h. die Zinkplatte wird sich mit Wasserstoff, die andere Platte je nach der Natur des Elementes mit Sauerstoff bedecken, oder unverändert bleiben; diese augenblicklich eintretende Polarisation ändert aber die Grösse  $K'$ ; diese elektromotorische Kraft wird vergrössert und die obigen Gleichungen werden in diesem Falle ungültig.

Die hier eintretenden Erscheinungen stellen sich nun folgendermaassen dar: Wenn durch die Vergrösserung des Leitungswiderstandes  $r$  über den Indifferenzpunkt  $r = \frac{K'w}{K-K'}$  hinaus eine negative Polarisation in  $K'$  entsteht, so vergrössert diese allemal den Werth von  $K'$ , der Indifferenzpunkt  $r = \frac{K'w}{K-K'}$  findet also nun auch noch für einen grösseren Werth von  $r$  als den ursprünglichen statt; oder mit anderen Worten: Der negative Strom kommt bei Vergrösserung des Leitungswiderstandes  $r$  in  $K'$  nie zur Entstehung,

sondern bewirkt nur eine mehr oder weniger starke negative Polarisation der Platten dieses Elementes, gerade hinreichend, um durch die hierbei verursachte Vergrößerung der elektromotorischen Kraft  $K'$  den Strom  $i'$  auf dem Werthe 0 zu erhalten. Dies gilt natürlich nur für eine solche Construction des Elementes  $K'$ , in welcher der Polarisation seiner Platten ein gewisser Spielraum gegeben ist; für den oben angeführten Fall, wo ein Grove'sches mit einem Daniell'schen Elemente combinirt wurde, ist dieser Spielraum für das Daniell'sche Element sehr geringe, denn die darin einzig mögliche Polarisation Zink-Wasserstoff hat nur einen kleinen Werth; anders verhält es sich, wenn das Element  $K'$  aus Platin und Zink in verdünnter Schwefelsäure zusammengesetzt ist. Die negative Polarisation dieses Elementes kann, wenn sich die Zinkplatte mit Wasserstoff, die Platinplatte mit Sauerstoff bedeckt, einen Werth erreichen, der grösser ist als die elektromotorische Kraft eines der gebräuchlichen Elemente, und die Indifferenz bleibt hierbei für einen noch so grossen Widerstand  $r$  bestehen, d. h. es geht kein Strom durch  $K'$ .

Der folgende Fundamentalversuch ist im Stande, über die Richtigkeit des Vorstehenden zu entscheiden: Man schliesst ein Grove'sches Element durch eine Tangentenbussole, und einen Widerstand, der sehr gross ist, gegen den wesentlichen Widerstand des Elementes; man schliesst ferner ein ähnliches Element, in welchem aber das Platin, anstatt in Salpetersäure, in verdünnter Schwefelsäure steht, durch denselben Widerstand und dieselbe Bussole — so wird man die in beiden Fällen erhaltenen Ablenkungswinkel oder vielmehr deren Tangenten den elektromotorischen Kräften der beiden Ketten proportional setzen können; es versteht sich, dass bei diesen Versuchen wegen der Grösse des eingeschalteten Widerstandes der Schliessungsdraht in mehrfachen Windungen um den Ring der Tangentenbussole gelegt sein muss, um erhebliche Ablenkungen zu erhalten. Hat sich nun in der zweiten Kette das Platin mit Wasserstoff vollkommen bedeckt, und schliesst man das Grove'sche Element zuerst allein durch den Widerstand und die Bussole und verbindet dann, wenn die Nadel



zur Ruhe gekommen, plötzlich die gleichnamigen Pole beider Elemente mit einander, so sieht man die Nadel einen Augenblick zurückgehen durch die eingetretene Wirkung des schwächeren Elementes, aber sogleich geht sie wieder nahe auf ihren früheren Stand zurück, gleich als ob das Platin-Zink-Schwefelsäure-Element mit derselben elektromotorischen Kraft wirke, als das Grove'sche Element; das augenblickliche Zucken der Nadel rührt offenbar nur von der Wasserstoffbedeckung der Platinfläche her; sobald diese geringe Menge Wasserstoff durch den Strom des Grove'schen Elementes verzehrt worden ist, muss dieser selbe Strom eine Bedeckung der Platinfläche mit einer dünnen Schicht Sauerstoff und dadurch eine derartige Aenderung der elektromotorischen Kraft dieser Kette  $K'$  herbeiführen. Allein in diesem Falle ist die Annahme einer solchen Bedeckung der Platinfläche mit Sauerstoff nicht erforderlich, und selbst aus unten anzugebenden Gründen nicht einmal zulässig; es genügt die Annahme, dass die ursprüngliche Wasserstoffschicht auf der Platinplatte durch den Strom  $i'$  bis zu einer gewissen Grenze abgenommen habe, um die Zunahme der elektromotorischen Kraft  $K'$  zu erklären.

Bekanntlich ist die Polarisation irgend einer Metallplatte in irgend einer Flüssigkeit von der Stärke des Stromes, durch welchen sie veranlasst wird, abhängig; sie kann von dem Werthe 0 bis zu einem uns bekannten Maximumwerthe wachsen; oder mit anderen Worten: ihr veränderlicher Werth wird durch die sehr geringe Gasschicht bedingt, welche der Strom auf der Platte abgelagert hat, und welche auf ihr mit einer gewissen Kraft haftet.

Schaltet man in dem obigen Versuche die Tangentenbusssole anstatt in den Widerstand  $r$ , in den Stromweg des Elementes  $K'$  ein, so wird im ersten Augenblick der Schließung ein Strom durch  $K'$  angezeigt, der sich aber bald, wie es die Theorie verlangt, auf 0 reducirt, wenn nämlich ein Theil der die Platinplatte des Elementes  $K'$  bedeckenden Wasserstoffschicht durch den Strom consumirt ist.

Substituirt man den Werth von  $K'$  aus der Gleichung  $i' = 0 = \frac{K'(w+r) - Kr}{w w' + w r + w' r}$  in den obigen Werth von  $I$ , so

erhält man  $I = \frac{K}{w+r}$ ; oder mit anderen Worten: Wenn zwei

Elemente von ungleicher elektromotorischer Kraft, von denen das eine einer Polarisation fähig ist, mit ihren gleichnamigen Polen verbunden, und ihre ungleichnamigen Pole durch einen verhältnissmässig grossen Widerstand geschlossen werden, so ist der durch letzteren gehende Strom von der Stärke, als ob das polarisirte Element gar nicht vorhanden wäre; in der That ist die Platinplatte des letzteren gewissermassen mit einer für den Strom des andern Elementes undurchdringlichen Wasserstoffschicht überzogen, welche wir hier als auf dieser Platte ruhenden Firniss betrachten können.

Modificirt man den obigen Versuch in der Weise, dass man in ein und dasselbe, einen Zinkcylinder enthaltende Glasgefäss zwei kleine Thoncylinder mit Platinplatten einsetzt, den einen Thoncylinder mit Salpetersäure, den andern mit verdünnter Schwefelsäure füllt, dann die beiden Platinplatten durch einen kurzen Draht, diesen dann durch einen grösseren Widerstand mit dem Zinkcylinder verbindet, — so findet man, je nachdem man die Tangentenbussole in den einen oder andern dieser Drähte einschaltet, die Erscheinungen ganz wie die obigen. Hieraus lässt sich nun nach Analogie schliessen, dass wenn man an einem einzigen Grove'schen Elemente die Platinplatte zur Hälfte in Salpetersäure, mit der andern Hälfte in verdünnte Schwefelsäure tauchen lässt, durch die sofort entstehende Wasserstoffbedeckung der letzteren Hälfte die Wirksamkeit derselben aufgehoben wird, und die Kette als allein mit der in Salpetersäure stehenden Platinfläche wirkend angesehen werden darf. In dieser Weise lässt sich nun der Versuch allerdings nicht ausführen, wohl aber mit der Daniell'schen Kette, sowie mit allen analog construirten galvanischen Combinationen. Man setze in ein grosses, einen amalgamirten Zinkcylinder enthaltendes Glasgefäss ein kleineres Glas von ungefähr  $\frac{2}{3}$  der Höhe und des Durchmessers des ersten,

und fülle dasselbe, nachdem ein Kupferblechcylinder mit daran gelöthetem Leitungsdraht hineingesetzt worden, mit Krystallen von Kupfervitriol; dies Glas wird dann mit einem Stück Pergamentpapier verschlossen, jedoch ein Längsschnitt in das Papier gemacht, damit die Luft und etwa sich entwickelnde Gase aus dem innern Glase entweichen können. Füllt man nun das Ganze mit Lösung von Bittersalz, dem einige Tropfen Schwefelsäure zugesetzt worden, so hat man ein etwas modificirtes Meidinger'sches Element, welches die Eigenschaft hat, bei *stetiger Schliessung* der Kette einen constanten Strom zu geben, der so lange anhält, bis alles Kupfervitriol im innern Glase verzehrt ist. Die gewöhnliche Form des Meidinger'schen Elements mittelst Ballon oder Glastrichter mit kleiner Oeffnung ist für Ströme, welche nur zeitweisen Schluss der Kette verlangen, durchaus praktisch; bei fortwährendem Schluss der Kette hingegen dringt nicht hinreichende Kupfervitriollösung durch die engen Oeffnungen des Trichters nach aussen, und das metallisch abgelagerte Kupfer wächst in die Oeffnungen hinein und verstopft diese bald.

Dieser Uebelstand kann bei der eben beschriebenen Modification des Meidinger'schen Elements nicht stattfinden; dagegen ist die letztere bei nur zeitweise geschlossenem Strome vor einer Diffusion der Kupferlösung in das äussere Gefäss, welches den Zinccylinder enthält, nicht absolut geschützt. Ein solches Element, durch einen grossen Widerstand geschlossen, giebt einen völlig constanten Strom, bis alle Kupfervitriollösung reducirt ist, und es wird etwa ein Kilogramm Kupfervitriol in drei Monaten verbraucht.

Dabei beobachtet man nun folgendes Verhalten der Kupferplatte: Von oben nach unten wird die Flüssigkeit im innern Glase allmählig wasserhell und farblos, so dass der obere Theil der Kupferplatte in einer, keine Kupferlösung enthaltenden Flüssigkeit steht; dennoch sieht man an diesem Theile der Kupferplatte, so lange ihr unteres Ende noch in gesättigte Kupfervitriollösung taucht, keine Spur von Wasserstoffentwicklung oder Ablagerung eines fremdartigen Körpers auf derselben; sie bleibt vollkommen metallglänzend. Dies ist

nach Obigem nur erklärlich, wenn wir annehmen, dass der nicht mit Kupferlösung in Berührung stehende Theil der Kupferplatte mit einer sehr dünnen Schicht Wasserstoff bedeckt ist, durch dessen polarisirende Wirkung eine stetige elektromotorische Kraft auf diesem Theile der Kupferplatte unterhalten wird, gerade hinreichend, um dem von dem unteren Theil der Kupferplatte herrührenden Strome das Gleichgewicht zu halten, so dass keine Spur von Strom durch die obere Hälfte der Platte hindurchgehen kann. Sobald auch an dem untern Theile der Kupferplatte alle Kupfervitriollösung verbraucht ist, verliert die ganze Platte sofort ihren Metallglanz, es lagern sich die in der Flüssigkeit gelösten fremdartigen elektropositiven Metalle, wie Zink und Eisen, auf derselben ab; die ganze Platte wird grau und schwarz und der Strom hört schnell auf.

Dies Verhalten einer Metallplatte, welche nur mit einem kleinen Theile ihrer Oberfläche in eine Lösung des eigenen Metalles taucht, mit dem andern Ende aber in eine Flüssigkeit, welche fremdartige Metalle und Säure enthält, könnte einen praktischen Wink geben, um grosse Metallflächen in beliebigen Flüssigkeiten unversehrt und metallglänzend zu erhalten. Wie man nämlich eine grosse Metallfläche gegen den Angriff verdünnter Säuren zu schützen pflegt, indem man sie elektronegativ macht durch metallische Verbindung mit einer kleinen Zinkfläche, aber gerade dadurch einen, wenngleich schwachen, doch continuirlichen Strom hervorruft, der die Veranlassung zur Ablagerung fremdartiger Stoffe auf der ganzen Ausdehnung der Platte wird — so könnte man diesem letzteren Uebelstande dadurch entgegenwirken, wenn man die grosse Metallfläche durch einen kurzen Widerstand mit einer kleinen Platte desselben Metalles verbindet, welche letztere mit einer concentrirten Lösung des eigenen Metalles stetig umgeben ist, also etwa einer Kupferplatte, die mit Lösung von Kupfervitriol in einer Thonzelle eingeschlossen ist. Alsdann wird die grosse Metallfläche zwar in ihrer ganzen Ausdehnung durch ihre metallische Verbindung mit einer kleinen Zinkfläche elektronegativ gemacht, also gegen die Einwirkung

der Säuren geschützt: aber es wird zugleich die ganze galvanische Wirkung von ihr abgeleitet und auf die kleine Metallfläche concentrirt, welche mit der Metalllösung umgeben ist.

Wir haben die Erscheinungen der Polarisation an einer in zwei verschiedene Flüssigkeiten tauchenden Metallplatte auf diejenigen zurückgeführt, welche zwei Elemente von verschiedener elektromotorischer Kraft darbieten, die mit ihren gleichnamigen Polen direct, mit ihren ungleichnamigen durch einen grossen Widerstand verbunden sind; wir können auf dasselbe Princip noch eine andere Reihe von Erscheinungen zurückführen, die Polarisationserscheinungen, welche eine Metallplatte darbietet, die in eine sehr verdünnte Lösung dieses Metalles getaucht ist. Soweit ich beobachtet habe, besitzen alle elektro-negativen Metalle die Eigenschaft, in noch so verdünnten Lösungen dieses Metalles dieselbe elektromotorische Kraft auszuüben, so dass z. B. die elektromotorische Kraft eines Daniell'schen Elementes ganz unabhängig von der Concentration der Kupfervitriollösung ist. Dies versteht sich immer unter der Bedingung, dass der Schliessungsdraht einen sehr grossen Widerstand im Verhältniss zum innern Widerstand der Kette darbietet. Wir können uns nämlich ein solches Element zusammengesetzt denken aus einer sehr grossen Anzahl kleinerer Elemente, die mit ihren gleichnamigen Polen verbunden sind. Da die Metalllösung, in welche die elektro-negativen Platten dieser Elemente tauchen, sehr verdünnt sein soll, so werden sehr bald nach Schliessung der Gesamtkette einige dieser Partialelemente in eine Flüssigkeit tauchen, welche keine Metalllösung mehr enthält, sich mit einer dünnen Schicht Wassertoff bedecken und nun in den früher beschriebenen passiven Zustand treten; ehe aber noch die übrigen Partialelemente die sie umgebende Metalllösung zersetzt haben und in denselben Zustand wie jene übergeführt werden, hat sich durch die in der Flüssigkeit stattfindende Diffusion schon an die ersteren Elemente wieder so viel Metalllösung begeben, dass sie in den activen Zustand zurücktreten und ihre theilweise Polarisation verlieren. Man kann also ein mit sehr verdünnter Metalllösung arbeitendes Element als ein gewöhn-

liches betrachten, welches aber in jedem Zeitpunkte nur mit einem kleinen Flächentheile der elektronegativen Metallplatte in Wirksamkeit ist, welches also auch einen weit grösseren wesentlichen Leitungswiderstand als ein gewöhnliches Element mit concentrirter Lösung darbietet.

Zu den vorstehenden Untersuchungen über galvanische Polarisation wurde ich veranlasst durch meine Beobachtungen über das eigenthümliche galvanische Verhalten des Platins in sehr verdünnter Lösung von übermangansaurem Kali. Von allen untersuchten Salzlösungen zeigte keine wie die genannte in so hohem Grade die Erscheinung, dass auch die geringste Menge davon im Stande ist, die volle elektromotorische Kraft des Platins in dieser Salzlösung zu erregen, welches bekanntlich die grösste ist, welche zwischen Zink und einem anderen Metalle stattfinden kann.

Von dieser Regel, dass die elektromotorische Kraft unabhängig von der Concentration der Flüssigkeit, in welche das elektronegative Metall taucht, ist, scheint nur die Salpetersäure eine Ausnahme zu machen; die elektromotorische Kraft von Platin oder Kohle in Salpetersäure nimmt merklich ab, wenn die Säure verdünnt wird. Ueber dies eigenthümliche Verhalten der Salpetersäure lässt sich vielleicht in folgender Weise Rechenschaft geben: Wenn man einen galvanischen Strom durch ein mit verdünnter Schwefelsäure gefülltes Voltameter gehen lässt, so ist die jetzt gebräuchliche Annahme die, dass nicht das Wasser zersetzt wird, sondern eine Verbindung von Wasser mit Schwefelsäure; ersetzen wir nun die verdünnte Schwefelsäure im Voltameter durch ebenso verdünnte Salpetersäure, so entwickelt sich gleichfalls Knallgas, und da man eine Zersetzung des Wassers an und für sich durch den galvanischen Strom nicht für möglich hält, so müssen wir auch hier annehmen, dass es eine eigenthümliche Verbindung von Salpetersäure und Wasser sei, auf welche der Strom einwirke; eine Zersetzung von Salpetersäure scheint nicht stattzufinden, da meines Wissens im Salpetersäure-Voltameter keine Entwicklung von salpetricher Säure bemerkt worden. Anders wird es jedoch, wenn man die Salpetersäure im Voltameter

in concentrirterem Zustande anwendet; dann findet neben der ersten Zersetzung eine directe Zersetzung der Salpetersäure statt, die bei noch stärkerer Säure den ersten Zersetzungsprocess gänzlich zu verdecken vermag, wie es in der Grove'schen Kette der Fall ist; wir kommen daher zu dem Schlusse, dass sich in der Salpetersäure-Kette die Wirkung des Stromes auf zwei Prozesse vertheilt, und zwar in dem Maass der Concentration der Flüssigkeit.

Bei der Kette mit übermangansaurem Kali zeigt sich eine von der gewöhnlichen Polarisation ganz verschiedenartige Erscheinung: Das durch die galvanische Zersetzung ausgeschiedene braune Manganoxydhydrat lagert sich als Pulver oder auch in feinen Krystallen auf der Platinfläche ab, ändert die elektromotorische Kraft desselben aber nicht im geringsten, sondern bildet, da es ein vollkommener Nichtleiter für den galvanischen Strom zu sein scheint, auf der Platinfläche einen Ueberzug, dessen Widerstand für den Strom sehr schnell wächst und allmählig die Wirksamkeit der Kette aufhören lässt.

Glücklicherweise haftet dieser Ueberzug an dem Platin nur mit geringer Kraft; durch jede Erschütterung der Platinelektrode löst er sich ab, fällt zu Boden und die Kette erlangt ihre frühere Kraft wieder; denselben Dienst leistet bei geringer Ausdehnung der Platinelektrode ein momentaner Schluss der Kette durch einen kurzen Draht; die dadurch verursachte, wenn auch noch so kurze Zeit dauernde Wasserstoffentwicklung an der Platinfläche hebt den Ueberzug von Manganoxydhydrat sogleich von der Metallfläche ab.

Wendet man die Auflösung des Mangansalzes in *sehr* verdünnter Form an und mit einer Vorrichtung, welche diesen Grad der Verdünnung ziemlich constant erhält, so dass das durch den Schluss der Kette verbrauchte Quantum von Uebermangansäure ungefähr in demselben Masse von aussen wieder zugeführt wird, so zeigt sich kein Niederschlag auf dem Platin, das Manganoxydhydrat bleibt als sehr feines Pulver in der Flüssigkeit suspendirt und fällt allmählig zu Boden; die Kette behält ihre Kraft. Eine solche Einrichtung ist nur verwend-

bar, wenn es sich um sehr schwache Ströme handelt, wo aber die Batterie monatelang in Kraft zu bleiben hat. Für solche schwache Ströme, die nur augenblicklich und zeitweise geschlossen werden, wie es bei Glockenbatterien und zur Telegraphie gebräuchlich ist, habe ich folgende Vorrichtung sehr beständig und monatelang andauernd gefunden: Man füllt eine kleine Thonzelle von wenigen Centimetern Höhe und Durchmesser mit concentrirter Lösung von übermangansaurem Kali, und stellt diese Zelle auf den Platinfächer, der ganz in verdünnte Schwefelsäure taucht, dann wird nach einigen Stunden durch Diffusion von der kleinen Thonzelle in die grössere so viel an Manganlösung übergegangen sein als nöthig, um die Batterie in volle Wirksamkeit zu setzen. Ist die Kette fortwährend geschlossen zu halten, so ist selbst für sehr schwache Ströme diese Diffusion durch die Thonzelle hindurch nicht hinreichend, um die elektromotorische Kraft zu unterhalten; dann kann man sich helfen, indem man in die Seitenwand der innern Thonzelle ein kleines, 1—2<sup>mm</sup> Durchmesser haltendes Loch bohrt und anstatt der Lösung des Mangansalzes festes krystallisirtes reines Kalisalz nimmt und damit die kleine Thonzelle füllt. Wegen des grossen Sauerstoffreichthums des mangansauren Kalis ist der Verbrauch an Salz auch bei stets geschlossener Kette ein sehr geringer.

Es ist wohl möglich, dass es Stoffe giebt, welche, zu der Lösung des übermangansauren Kali hinzugesetzt, das Anhaften des Niederschlages von Manganoxydhydrat an der Platinfläche, welches so störend auf die Constanz des Stromes einwirkt, zu verhindern geeignet sind; wir kennen Aehnliches aus dem galvanoplastischen Process, wo dem metallischen Niederschlage auf der Elektrode durch Zusatz gewisser Substanzen eine besondere Structur gegeben werden kann; doch ist mir bis jetzt noch nicht gelungen, etwas Befriedigendes in dieser Beziehung aufzufinden.

Dresden, September 1873.



**XXIV. Untersuchungen über die Reflexion der Sonnenwärme an der Oberfläche des Genfer Sees; von L. Dufour, Prof. der Physik an der Academie in Lausanne.**

(Bull. de la Soc. vaud. des Sc. natur. Nr. 69, Vol. XII.)  
Auszug von dem Verfasser.

Die Untersuchungen sind an sechs Stationen, die am nördlichen Ufer des Genfer Sees zwischen Lausanne und Vevey liegen, angestellt worden. Zwei Stationen lagen unmittelbar am Ufer des Sees, die anderen waren mehr oder weniger von demselben entfernt und lagen bis zu 263 Meter darüber.

Um die vom See reflectirte Wärme zu beobachten und zu messen, benutzte ich dünne Hohlkugeln von 10<sup>cm</sup> Durchmesser aus Kupfer, die an ihrer äusseren Oberfläche geschwärzt waren. In das Innere jeder Kugel tauchte ein Thermometer, dessen Röhre aus einer kleinen Oeffnung am oberen Theil der Kugel austrat. Jede Kugel war an dem Ende einer 1,80<sup>m</sup> hohen Stange befestigt. Die eine Kugel *A* war durch passend angebrachte Schirme vor der Sonne und vor der vom See reflectirten Wärme geschützt, sie gab demnach die Lufttemperatur; eine zweite Kugel *B* war durch einen Schirm vor der Bestrahlung durch die Sonne geschützt, empfing aber die von dem Wasser reflectirte Wärme. Die dritte Kugel *C* war ganz frei und war der directen Einwirkung der Sonne und der vom See reflectirten Wärme ausgesetzt. Eine geeignete Vorrichtung gestattete die Schirme während einer Beobachtungsreihe so zu verschieben, dass die Kugeln stets wie eben beschrieben geschützt waren.

Es seien im gegebenen Augenblick  $t'$  und  $t''$  die Temperaturüberschüsse von *B* und *C* über *A*. Der erste ist durch die Wirkung des Sees allein hervorgerufen, der zweite durch die vereinte Wirkung der Sonne und der reflectirten Wärme. Wenn  $V'$  die Abkühlungsgeschwindigkeit für den

Ueberschuss  $t'$  und  $V''$  für  $t''$  ist, so giebt  $\frac{V'}{V''}$  offenbar in jedem Augenblick das Verhältniss zwischen der durch den See gelieferten Wärmemenge ( $R$ ) und der Summe ( $R + S$ ) der vom See und von der Sonne gelieferten Wärmemenge.

Der Hauptzweck meiner Untersuchungen war, das Verhältniss  $\frac{R}{R+S}$  kennen zu lernen, d. h. die Wärmemenge kennen zu lernen, die der See an den verschiedenen Stationen bei verschiedenen Höhen des Gestirns u. s. w. ausstrahlt.

Durch vorläufige Versuche wurde der Werth von  $V$  für verschiedene Temperaturüberschüsse bestimmt. Dazu beobachtete ich die Abkühlung der Kugeln, und suchte das Gesetz, das die Zeit ( $\mathfrak{S}$ ) mit dem Temperaturüberschuss ( $t$ ) der Kugel über die umgebende Luft verbindet. Eine Formel von der Form  $t = t_0 A^{\mathfrak{S}} - k\mathfrak{S}^2$  stellt hinlänglich gut, wenigstens für Temperaturüberschüsse zwischen 0 und 15°, die Abkühlung der benutzten Kugeln dar. Die Constanten  $t_0, A, k$  variiren nach den Verhältnissen, unter denen die Abkühlung stattfindet. Aus dieser Formel erhält man

$$V = \frac{dt}{d\mathfrak{S}} = t(1 - 2k\mathfrak{S}) 2,3026 \log A$$

Um leichter  $V$  für die ganzen Werthe von  $\mathfrak{S}$  berechnen zu können, kann die letztere Formel mit der ersten verbunden werden. Nach geeigneten Transformationen und Reductionen erhält man

$$V = 2,3026 t \log A \sqrt{1 - \frac{4k(\log t - \log t_0)}{\log A}}$$

Die Abkühlungsgeschwindigkeiten ändern sich natürlich für denselben Temperaturüberschuss, je nach den Verhältnissen der Umgebung. In dem vorliegenden Problem sollte das Verhältniss  $\frac{V'}{V''}$  für zwei Temperaturüberschüsse  $t'$  und  $t''$  verwendet werden. Eine grosse Anzahl von Versuchen hatte gezeigt, dass bei nur wenig verschiedenen Bedingungen der Umgebung und für nur kleine Temperaturüberschüsse (im Allgemeinen kleiner als 12°) dies Verhältniss sich nur

wenig ändert. Man kann demnach bei den in freier Luft zur Untersuchung der Reflexion am See angestellten Versuchen die aus den Vorversuchen erhaltenen Werthe  $\frac{V'}{V''}$  verwenden. Dieses Rechnungsverfahren ist natürlich nicht streng richtig, doch schien es eine hinreichende Annäherung in Rücksicht der anderen unvermeidlichen Fehlerquellen bei in freier Luft angestellten Versuchen darzubieten.

Es ist interessant zu beachten, dass bei passender Wahl der Werthe der Constanten die classische Formel von Dulong und Petit die aus der obigen Formel abgeleiteten Abkühlungsgeschwindigkeiten recht gut wiedergiebt. Vermöge dieser Uebereinstimmung ist es möglich gewesen, mittelst der Formel von Dulong und Petit den Einfluss einer Aenderung der Temperatur und des Druckes der umgebenden Luft auf das Verhältniss  $\frac{V'}{V''}$  zu untersuchen. Diese Untersuchung hat ergeben, dass dieser Einfluss *sehr klein* bleibt, wenigstens zwischen den Grenzen, zwischen denen die vorliegenden Versuche angestellt worden sind.

An den oben erwähnten sechs Stationen wurden 18 Beobachtungsreihen angestellt, die für die Berechnung der reflectirten Wärmemenge verwendbar waren. Diese Reihen liefern Tabellen, von denen weiter unten eine als Beispiel aufgeführt ist. Diese Tabellen enthalten: die Zeit der Beobachtung; die Höhe ( $H$ ) der Sonne, den Abstand ( $D$ ) der Station von dem Punkte des Sees, an dem die Reflexion stattgefunden hätte, wenn der See vollständig ruhig gewesen wäre; die Angaben der drei Kugeln  $C$ ,  $B$ ,  $A$ , die direct von der Sonne einstrahlte Wärmemenge ( $S$ ); den von dem See reflectirten Bruchtheil ( $L$ ) dieser Wärmemenge. — Als Einheit für die Wärmemengen ( $S$ ) wurde die angenommen, welche einen Temperaturüberschuss von  $t = 1^\circ$  über die Temperatur der umgebenden Luft hätte unterhalten können.

## Station Dézaley, 28. September 1864.

Zeit	H	D	C	B	A	S	L
3 <sup>h</sup> —07 <sup>m</sup>	26°, 16'	141 <sup>m</sup>	29°, 1	20°, 0	19°, 8	12,47	0,01
3—22	24,08	151	31,3	21,4	21,0	14,79	0,02
3—42	21,09	172	31,0	21,5	20,6	13,40	0,07
4—07	17,17	207	29,2	20,9	19,6	11,71	0,12
4—17	15,41	230	28,1	20,6	19,4	10,48	0,12
4—27	14,05	257	28,0	20,8	19,4	10,08	0,15
4—34	12,57	282	28,0	20,8	19,3	10,11	0,16
4—54	9,40	365	27,1	20,3	18,6	9,57	0,19
5—16	6,00	620	25,0	20,0	17,9	6,95	0,34
5—22	5,02	732	24,1	19,8	17,5	5,96	0,44
5—27	4,11	886	23,4	19,6	17,4	5,24	0,48

Die Discussion der erhaltenen Resultate giebt Anlass zu einer Reihe von Bemerkungen und Betrachtungen, die sich folgendermassen zusammenfassen lassen:

1) Die Resultate bieten keine solche Regelmässigkeit dar, wie sie bei anderen Untersuchungen erreicht werden kann. Die Menge der reflectirten Wärme erscheint bald grösser bald kleiner für dieselbe Höhe der Sonne. Es giebt mehrere Ursachen für die Unregelmässigkeiten; unter anderen der veränderliche Zustand der Oberfläche des Sees und die grössere oder kleinere Entfernung zwischen dem Beobachtungsort und dem Ort, wo die Reflexion stattfindet. Ist diese Entfernung einigermassen beträchtlich, so werden die reflectirten Strahlen zum Theil von den tieferen Luftschichten absorbiert, ehe sie die Apparate erreichen. In dem letzteren Fall ist es ausserdem sehr möglich, dass der Strahl, der direct von der Sonne auf die Instrumente fällt, nicht dieselbe Intensität besitzt, wie der, der an dem See reflectirt wird; es durchdringen nämlich die beiden Strahlen die Atmosphäre an etwas entfernten Stellen.

2) Trotz diesen Unregelmässigkeiten kann man allgemein und mit ziemlicher Genauigkeit behaupten, dass die reflectirte

Wärmemenge zunimmt, je mehr die Sonne sich dem Horizont nähert, und dass diese Zunahme bei grossen Incidenzen eine sehr schnelle ist.

3) Bei einer Sonnenhöhe, die gleich oder grösser als  $30^\circ$  ist, war die reflectirte Wärmemenge unmerklich oder doch kleiner als 0,01 der einfallenden Wärmemenge. Die grösste beobachtete Menge betrug 0,68; sie wurde zwei Mal an Stationen erhalten, die unmittelbar am Ufer des Sees gelegen waren und bei Sonnenhöhen =  $3^\circ 34'$  und  $4^\circ 38'$ .

Die Menge 0,40 bis 0,50 ist eine gewisse Anzahl von Malen beobachtet worden und zwar für Sonnenhöhen, die kleiner oder gleich  $7^\circ 27'$  waren. — Die Menge 0,30 bis 0,40 wurde häufiger beobachtet und zwar bei Sonnenhöhen, die kleiner oder gleich  $11^\circ 56'$  waren. — Die Menge 0,20 bis 0,30 zeigte sich noch öfter und zwar bei Sonnenhöhen, die kleiner oder gleich  $16^\circ 35'$  waren. — Die Mengen kleiner als 0,20 waren die am häufigsten beobachteten und entsprachen Sonnenhöhen, die oft grösser als die angeführten waren.

4) Der See war selten während der Beobachtungen vollkommen ruhig. Gewöhnlich zeigte er statt eines klaren Bildes der Sonne, einen glänzenden Streifen, der je nach der Grösse und Form der kleinen Wellen mehr oder weniger lang war. Nach den Gesamtergebnissen der Versuche scheint an einer ruhigen Oberfläche eine grössere Wärmemenge reflectirt zu werden, als an einer unruhigen. Die Unterschiede sind jedoch nicht sehr beträchtlich. Die wahrscheinlich günstigste Bedingung, die auch bei dem Maximum 0,68 realisiert war, ist die, dass der See am Ufer ruhig und ein fast klares Bild der Sonne giebt, dabei aber in einiger Entfernung bewegt ist; es zeigt sich dann ein reflectirter Streifen, dessen Wirkung sich zu der des regelmässig reflectirten Bildes addirt.

5) An den vom See entfernten Stationen scheint die reflectirte Wärmemenge von einem bestimmten Einfallswinkel an nicht mehr zuzunehmen oder vielmehr sogar abzunehmen. Dies

Resultat rührt wahrscheinlich davon her, dass wenn die Sonne tief steht, die von den reflectirten Strahlen vor Erreichung der Apparate durchlaufene Länge sehr bedeutend ist und die Absorption der Atmosphäre die Intensität des reflectirten Strahles in ziemlich beträchtlichem Maasse verringert.

6) Um die wahren Mengen der reflectirten Wärme zu erhalten, muss man offenbar das Product  $L. S$  bilden. Führt man diese Rechnung aus, so zeigt sich, dass dies Product nicht bis zum Sonnenuntergange zunimmt, sondern dass es durch ein Maximum hindurchgeht; der Zeitpunkt, bei dem dies eintritt, scheint von der Beschaffenheit des Sees abzuhängen. Es bedeutet dies, dass, wenn die Sonne dem Horizont sehr nahe kommt, die Zunahme der Menge der reflectirten Wärme, nicht die Abnahme der Intensität des einfallenden Strahles compensirt.

7) Benutzt man einige der Beobachtungsreihen, so kann man die *Gesammtmenge* der reflectirten Wärme berechnen, die zu einer Station *während der Stunden, wo sie die reflectirten Strahlen treffen können*, gelangt. Diese Menge hängt offenbar von der Lage der Station, dem Zustand des Sees und der Declination der Sonne ab. Man findet z. B., dass unter Umständen, die man als sehr günstig betrachten kann, die ganze vom See reflectirte Wärmemenge etwa der gleich ist, die die Sonne direct in den drei letzten Viertelstunden vor dem Sonnenuntergange liefert.

8) Vergleichen zwischen Kugeln, die zu den vorhergehenden Versuchen gedient hatten und einem Pyrheliometer (Pouillet) haben es möglich gemacht, die mit den Kugeln angestellten relativen Messungen auf *absolutes* Maass zu reduciren. Durch diese Umwandlung wurde es möglich, die unter No. 7 erwähnten Wärmemengen in Wärmeeinheiten auszudrücken. — Nach den nöthigen Rechnungen findet man, dass die vom See reflectirte Wärmemenge für je einen Quadratmeter einer zum Strahl senkrechten Ebene, von dem Augenblick an, wo die Reflexion anfängt merklich zu werden, bis fast zum Sonnenuntergange bei vier verschiedenen Reihen

für Ouchy, 12. Sept. . .	104	Wärmeeinheiten,
- Tour Haldimand, 5. Oct.	84	-
- Dézaley, 28. Sept. .	112	-
- - 18. Oct. . .	134	-

betrug.

Diese Zahlen sind natürlich aus speciellen Fällen abgeleitet; diese speciellen Fälle waren aber günstig ausgewählt. Dies Resultat muss sich von Punkt zu Punkt ändern; sich mit der Jahreszeit ändern u. s. w. Ich erwähne noch, dass die Methode der Berechnung ebenso wie die Beobachtungen, die diese Zahlen liefern, die obigen Werthe nur als angenäherte zu betrachten gestatten. Nehmen wir aber auch die Fehler als ziemlich beträchtlich an, so lässt sich doch behaupten, dass die Unsicherheit der obigen Zahlen nicht ein Viertel ihres Werthes übersteigt und dass die wahren Werthe der reflectirten Wärmemenge eher kleiner als grösser sind.

9) Ohne sehr bedeutend zu sein, ist die vom Genfer See reflectirte Wärmemenge doch immerhin beträchtlich genug, um einen merklichen Einfluss auf das Klima der Gegenden, die Nutzen aus ihr ziehen können, auszuüben. In Folge der Gegenwart des Sees wird die Temperatur der nördlich, östlich und westlich vom Genfer Seebecken gelegenen Gegenden etwas erhöht; es ist als ob während eines bestimmten Theiles des Jahres, der je nach der Lage der Orte sich ändert, die Zeit, während der die Sonne über dem Horizont bleibt, etwas verlängert würde. Diese Vergrösserung der Wärme muss auf die Vegetation und vor allem auf die Reben, welche die mehr oder weniger stark geneigten Hänge des Sees bedecken, von Einfluss sein.

Die Zeit des Jahres, in der die reflectirte Wärme die Ufer des Sees treffen kann, ist in Folge der Orientirung je nach der Gegend verschieden, indess scheint es mir wahrscheinlich, dass diesem Unterschied gewisse Unterschiede in der Wirkung der reflectirten Wärme auf die Pflanzen entsprechen müssen. An der einen Stelle sind die Trauben nahezu reif, an einer anderen bilden sie sich eben, wenn die reflectirte Wärme sich zu der direct von der Sonne gelieferten hinzuaddirt.

Die reflectirende Wirkung des Sees muss mehr oder weniger stark für alle Strahlengattungen, die das Sonnenlicht zusammensetzen, in Wirkung treten. Es ist daher wahrscheinlich, dass auch die brechbaren Strahlen des ultravioletten Theiles des Spectrum reflectirt werden.

Die Reflexion der Sonnenwärme von einem grossen Wasserbecken ist offenbar nicht durch die Abwesenheit von Salz bedingt. Ich glaube demnach, dass die Phänomene, von denen eben die Rede war, sich in demselben Maasse an der Meeresfläche zeigen und ebenso wie am Genfer See die Vegetation an den günstig gelegenen Gegenden fördern. — Je mehr wir uns vom Aequator entfernen, um so grösser wird die mittlere Grösse des Einfallswinkels der Sonnenstrahlen; und da die Menge der reflectirten Wärme schnell bei grossen Einfallswinkeln zunimmt, so muss eine bedeutende Wärmemenge, da wo sich oceanische Flächen befinden, reflectirt werden. Ein Theil dieser reflectirten Wärme wird von der Atmosphäre absorbirt und erwärmt sie, ein anderer Theil entgeht der Absorption und vertheilt sich im Himmelsraume. Das bedeutende Vorwiegen der Meere in den hohen Breiten der östlichen Hemisphäre muss eine geringere Verwerthung der directen Sonnenwärme zur Folge haben. Ich füge aber bei, dass diese Betrachtung allein nicht genügt, um zu dem Schluss die Berechtigung zu geben, dass auf der östlichen Hemisphäre eine geringere mittlere Temperatur vorhanden sei. Es müssen noch andere Verhältnisse in Betracht gezogen werden, wenn man die Temperaturen der beiden Hemisphären vergleichen will.

---



## XXV. Ueber die Wärmewirkung der elektrischen Disjunctionsströme; von E. Edlund.

1. **B**evor ich die über die thermische Wirkung der Disjunctionsströme angestellten Versuche mittheile, will ich erst Folgendes aus einem neulich von mir publicirten Aufsatz<sup>1)</sup> anführen:

Wir nehmen an, dass der Entladungsstrom einer elektrischen Batterie die Umwindungen eines Galvanometers und das Luftthermometer von Riess gleichzeitig durchläuft, und dass der Leitungsbogen überall, mit Ausnahme der Stelle, wo die Funkenbildung stattfindet, nur aus metallischen Leitern besteht. Wenn diese beiden Instrumente hinreichend empfindlich sind und der Entladungsschlag die gehörige Stärke hat, so erhält man an beiden Instrumenten Ausschläge. Wir nennen die Ausschläge des Luftthermometers *A* und die des Galvanometers *B*. Wir nehmen ferner an, dass ein galvanischer Strom von so kurzer Dauer, dass seine Wirkung als ein Stoss betrachtet werden kann, gleichzeitig beide Instrumente durchläuft, und bezeichnen die entsprechenden Ausschläge mit *a* und *b*. Wenn der Widerstand im Entladungsbogen und die belegte Fläche der Ladungsflaschen im Verhältniss zu der angesammelten Elektrizitäts-Menge nicht allzu gross sind, oder der galvanische Strom nicht ausserordentlich stark ist, so trifft hier immer ein, dass  $\frac{A}{B} > \frac{a}{b}$ ; das heisst, dass die Wärmewirkung des Entladungsstromes, zu dessen Vermögen die Magnetnadel abzulenken in einem grössern Verhältniss steht als die entsprechenden Kraftäusserungen des galvanischen Stromes.

Obgleich das hier Angeführte schon bekannt ist, wollen wir doch dasselbe durch einige Versuche näher beleuchten:

Der galvanische Strom von zwei Bunsen'schen Elementen mit grossen Flächen, mit Kohle in concentrirter Salpetersäure und mit Zink in verdünnter Schwefelsäure

1) Archives des sciences phys. et nat. T. 47. Genève 1873.

wurde während einer Zeit von ungefähr  $\frac{1}{50}$  Secunde gleichzeitig durch Riess' Luft-Thermometer und ein Galvanometer, dessen Umwindungen aus einem  $1^{\text{mm}}$  dicken, und von einer  $2^{\text{mm}}$  starken Schicht Guttapercha umgebenen Kupferdraht bestanden, geleitet. Das Galvanometer war übrigens dem von mir früher beschriebenen und für elektrische Entladungen construirten Galvanometer gleich, nur mit dem Unterschiede, dass die Rolle, worauf der isolirte Draht gewickelt wurde, bedeutend grösser war. Das Ablesen geschah mit Fernrohr und Scale. Hierbei zeigte es sich, dass der fragliche Strom im Mittel mehrerer Bestimmungen einen Ausschlag von 54 Scaln-Theilen des Galvanometers gab und die Spiritus-Säule des Luftthermometers im Mittel um 3,2 Scaln-Theile verschob.

Darauf wurde, mit Hülfe einer Elektrophor-Maschine von Holtz, eine Leydner Flasche, deren äussere Belegung 580 Quadrat-Centimeter ausmachte, so lange geladen, bis die Flasche sich zwischen zwei Messingkugeln in einer gegenseitigen Entfernung derselben von  $25^{\text{mm}}$  entlud. Der Entladungsstrom wurde mittelst dicker, von Guttapercha umgebener, Kupferdrähte zum Luftthermometer und dann zum Galvanometer geleitet und durchlief gleichzeitig beide Instrumente. Hierbei erhielt ich, im Mittel mehrerer Bestimmungen, einen Ausschlag von 16 Scaln-Theilen an dem Luftthermometer, wogegen der Ausschlag des Galvanometers nur 0,2 eines Scaln-Theiles ausmachte. Was den galvanischen Strom betrifft, hat man also nach den obenstehenden Beobachtungen  $\frac{a}{b} = 0,06$  und für die Entladung  $\frac{A}{B} = 80$ . Das letztere Verhältniss ist also 1333 mal grösser als das erstere.

Ein anderer Versuch über die Wirkungen des Entladungsstromes wurde auf folgende Weise ausgeführt: Die zur Elektrophor-Maschine gehörenden Ladungsflaschen hatten eine äussere Belegung von ungefähr 90 Quadrat-Centimeter. Ich liess nun diese Flaschen sieben Mal nach einander, während die Scheibe der Maschine herum gedreht wurde, durch das Luftthermometer und das Galvanometer sich entladen. Der

Entladungsfunke wurde zwischen Messingkugeln, die sich in einem gegenseitigen Abstand von  $8^{\text{mm}}$  befanden, gebildet. Die sieben Entladungen folgten in einer Zeit von  $1\frac{1}{2}$  Secunden auf einander. Der hierdurch an dem Galvanometer verursachte Ausschlag erreichte nicht  $0,2$  eines Scalen-Theiles, wogegen der Ausschlag an dem Luftthermometer 4 Scalen-Theile ausmachte. Nachdem nun ein  $6\frac{2}{3}^{\text{m}}$  langer und  $0,2^{\text{mm}}$  dicker Neusilberdraht, der also von einem höchst bedeutenden Widerstande war, in die Leitung eingeschaltet wurde, verringerte sich der Ausschlag des Luftthermometers bis ungefähr auf die Hälfte des vorigen.

Schliesslich wurden die Ausschläge beobachtet, welche in den beiden Instrumenten durch zweimalige Umdrehung der Kurbel der Elektrophor-Maschine verursacht wurden. Die Länge des Entladungsfunkens war hierbei  $3^{\text{mm}}$ . Der Ausschlag der Magnetnadel des Galvanometers belief sich nicht auf einen Scalentheil, während die Spiritus-Säule des Luftthermometers um vier Scalentheile verschoben wurde.

Was zuvörderst die Galvanometer-Ausschläge, die durch den Entladungsstrom verursacht werden, betrifft, so sind diese proportional mit der Elektrizitätsmenge, welche die Umwindungen des Instrumentes durchläuft. Wird der Widerstand im Entladungsbogen vermehrt, oder die belegte Fläche der Flaschen vergrössert, so wird dadurch die Einwirkung auf das Galvanometer nicht verändert, wenn die entladene Elektrizitätsmenge unverändert bleibt. Wenn  $q$  die entladene Elektrizitätsmenge bedeutet und  $k$  eine Constante ist, so ist folglich  $B = kq$ . Dieses ist durch Faradays, von Oettingens und Sundells Beobachtungen vollständig bewiesen.<sup>1)</sup> Was ferner den galvanischen Strom betrifft, so ist dessen Ausschlag an dem Galvanometer, da der Strom nur während eines so kurzen Zeit-Momentes im Gange ist, dass die Einwirkung auf die Magnetnadel als ein Stoss betrachtet werden kann, proportional mit  $it$ , wenn  $i$  die Intensität des Stromes und  $t$  die Zeit bedeutet, während welcher derselbe wirkt. Nun ist aber

1) Experimental researches §§ 367—367. Poggend. Ann. B. 115 und 145.

$i = mh$ , wenn  $m$  die bewegte Elektrizitätsmenge auf der Längeneinheit des Leiters und  $h$  deren Geschwindigkeit bezeichnet. Folglich ist  $mh$  die Elektrizitätsmenge, welche während der Zeiteinheit passirt, und  $mh t$  oder  $it$  die Menge, welche die Umwindungen durchläuft, während der Strom geschlossen ist. Wird diese Elektrizitätsmenge  $q'$  genannt, so erhält man folglich  $b = k q'$ . Es findet sich nun nicht der geringste Grund für die Annahme, dass die Constante  $k$  in diesen beiden Fällen verschieden sein sollte: im Gegentheil setzt die Theorie voraus, dass  $k$  in beiden Fällen gleichen Werth hat. Hieraus folgt also, dass, wenn das Galvanometer gleich grossen Ausschlag für den Entladungsstrom der Batterie wie für die Einwirkung eines galvanischen Stromes von kurzer Dauer giebt, die Elektrizitätsmenge, welche die Umwindungen des Galvanometers durchläuft, in beiden Fällen gleich gross ist.

Die Wärmewirkung, die durch den Entladungsstrom verursacht wird, ist nach den bekannten Untersuchungen von Riess proportional mit der entladenen Elektrizitätsmenge, multiplicirt mit deren Dichtigkeit, und umgekehrt proportional mit einer Grösse, welche mit dem Widerstande des Leitungsbogens wächst. Man kann also das Verhältniss zwischen  $A$  und  $B$  dadurch vermindern, dass man den Widerstand des Leitungsbogens und die Belegungsfläche der Ladungsflaschen im Verhältniss zu der Elektrizitätsmenge vermehrt. Die Länge des Entladungsfunkens ist unter übrigens gleichen Umständen ein Maass für die Dichtigkeit und wächst mit derselben proportional. Je kürzer der Entladungsfunke ist, desto geringer ist folglich auch die Dichtigkeit der entladenen Elektrizität. Die Wärmemenge, welche durch einen galvanischen Strom verursacht wird, der mit unveränderter Stärke fortdauernd einen Leiter durchläuft, ist dem Quadrat der Stromstärke proportional, und in gleich langen Zeiträumen wird gleich viel Wärme entwickelt. Wenn der Strom nur während eines kurzen Zeitmomentes in Thätigkeit ist, kann die Wärmeentwicklung wenigstens näherungsweise proportional dem Quadrat dieser Stromstärke, multiplicirt mit der Zeit, während

welcher dieselbe wirkt, gesetzt werden: obgleich die Stromstärke während der kurzen Zeit nicht als constant angesehen werden kann. Man kann also das Verhältniss zwischen  $a$  und  $b$  dadurch vermehren, dass die Stromstärke grösser genommen wird. Wenn das Verhältniss  $\frac{a}{b}$  im ersten Versuche der Einheit hätte gleich werden sollen, würde also eine  $\frac{54}{3,2} = 17$  mal grössere Stromstärke als die, welche bei demselben Versuche wirklich angewandt wurde, erforderlich gewesen sein. Das Verhältniss  $\frac{A}{B}$  war am kleinsten im letzten Versuche. Um dieses Verhältniss der Einheit gleich zu machen, wäre erforderlich gewesen, dass ein bedeutender Widerstand in den Leitungsbogen eingefügt, oder dass die Dichtigkeit der Elektrizität vermindert worden wäre, obgleich diese schon so geringe war, dass sie einer Funkenlänge von nur 3<sup>mm</sup> entsprach. Dass es hierzu eines höchst bedeutenden Widerstandes bedurft hätte, geht aus der Wirkung hervor, die der lange und dünne Neusilberdraht bei einem der andern Versuche verursachte. Es ergibt sich also aus den mitgetheilten Versuchen, dass  $\frac{A}{B}$  nur in ausserordentlichen Fällen nicht grösser als  $\frac{a}{b}$  ist.<sup>1)</sup>

2. Macht man entsprechende Versuche, mit einem thermoelektrischen Strom von kurzer Dauer oder mit einem Inductionsstrom, und vergleicht man die erhaltenen Warmewirkungen mit dem Vermögen dieser Ströme die Magnetnadel abzulenken, so findet man, dass die thermischen Wirkungen im Vergleich mit den magnetischen klein sind. Wenn, wie vorher, die thermischen Wirkungen mit  $a$  und die magnetischen mit  $b$  bezeichnet werden, so gilt folglich auch für diese

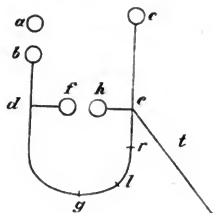
1) In dem citirten Aufsätze habe ich zu beweisen gesucht, dass die erwähnte Verschiedenheit zwischen dem galvanischen Strom und dem Entladungsstrom sich davon herleitet, dass die Geschwindigkeit des elektrischen Fluidums in jenem geringer als in diesem ist. Uebrigens werden Beweise angeführt, um darzulegen, dass die disjunctions-elektromotorische Kraft, um den Disjunctionstrom hervorzubringen, einen Theil der Arbeit verbraucht, die die übrigen elektrischen Kräfte verrichten.

Ströme, dass  $\frac{A}{B} > \frac{a}{b}$ . Nun werden aber sowohl die galvanischen und thermoelektrischen Ströme wie die Inductionsströme von elektromotorischen Kräften verursacht. Dagegen entsteht der elektrische Entladungsstrom dadurch, dass das elektrische Fluidum, welches auf den Belegungsflächen der Batterie angesammelt worden war, den Entladungsbogen plötzlich durchläuft. Wir haben also zwischen den von den elektromotorischen Kräften verursachten Strömen und denjenigen, welche aus der elektrischen Entladung herkommen, einen charakteristischen Unterschied festzuhalten. Jene haben thermische Wirkungen, welche im Verhältniss zu den magnetischen klein sind; wogegen diese sich gerade umgekehrt verhalten. Für diejenigen Ströme, die ihre Ursache in den elektromotorischen Kräften haben, ist nämlich das Verhältniss  $\frac{a}{b}$  zwischen den thermischen und magnetischen Wirkungen kleiner als das entsprechende Verhältniss  $\frac{A}{B}$  für die Entladungsströme.

In früheren Arbeiten habe ich bewiesen, dass sowohl in dem galvanischen Lichtbogen wie in dem elektrischen Funken eine elektromotorische Kraft wirksam ist, welche einen Strom in entgegengesetzter Richtung gegen den Strom, wovon diese Lichtphänomene verursacht werden, sendet. Diese Ströme haben den Namen Disjunctionsströme erhalten. Da nun diese Ströme aus einer elektromotorischen Kraft herkommen, müssen sie in der oben erwähnten Hinsicht dieselbe Eigenschaft wie andere Ströme derselben Art zeigen, das heisst, ihr Vermögen Wärme zu entwickeln, muss gering sein im Vergleich mit ihrem Vermögen die Magnetnadel abzulenken. Um diese Schlussfolgerung zu prüfen, wurden nachstehende Versuche angestellt.

Hierbei wurde eine Anordnung von der in der nachstehenden Figur angedeuteten Beschaffenheit benutzt. Die Metallkugel *a* wurde mit dem positiven Pol der Elektrophormaschine in leitende Verbindung gesetzt; die Metallkugel *c* dagegen mit dem negativen. Bei der Entladung ging das elektrische Fluidum durch Funkenbildung von *a* zu *b* über. Wenn die

Metallkugeln  $f$  und  $h$  hinreichend von einander entfernt waren, ging der Entladungsstrom ungetheilt durch die metallische Leitung  $dglrc$ . Das Galvanometer hatte seinen Platz bei  $g$ , das Luftthermometer bei  $l$  und ein Rheostat, aus einem dünnen, auf vier Glasstäben aufgewundenen Neusilberdraht bestehend, bei  $r$ . Wenn dagegen die Kugeln  $f$  und  $h$  einander so nahe standen, dass bei der Entladung ein Funke zwischen ihnen entstand, ging bloß ein Theil des Entladungsstroms den genannten Weg; aber in diesem Falle wurde ein Disjunctionsstrom in dem Funken  $fh$  hervorgerufen, welcher auf die beiden Instrumente in  $g$  und  $l$  einwirkte. Um Ladungen im Galvanometer vorzubeugen, war das Drahtsystem durch den Metalldraht  $t$  mit der Erde in leitende Verbindung gesetzt.



Die Elektrophormaschine wurde durch gleichförmige Umdrehung der Kurbel so lange in Wirksamkeit gehalten, bis die Verschiebung der Spiritus-Säule des Luftthermometers constant wurde. Die Wärmemenge, die die Kugel des Luftthermometers durch Ausstrahlung und Berührung mit der umgebenden Luft während einer gewissen Zeit verlor, war dann der Wärmemenge gleich, die der Strom während derselben Zeit entwickelte. Weil der Strom nicht continuirlich war, kam die Magnetnadel nicht in Ruhe, sondern oscillirte um ihre Gleichgewichtslage. Die Ablenkung derselben wurde dadurch bestimmt, dass die Scalentheile, wo die Nadel ihre Bewegung umkehrte, beobachtet wurde, und von diesen Beobachtungen wurde das Mittel genommen. In den zwei ersten der nachfolgenden Versuche hatten die Ladungsflaschen der Elektrophormaschine eine äussere Belegung von 42 Quadratcentimeter. Bei den zwei letzten dagegen wurden andere Flaschen benutzt, deren äussere Belegungsfläche 90 Quadratcentimeter ausmachte. Der Kürze wegen werden bloß die erhaltenen Mittelzahlen angegeben.

## Versuch 1.

Funkenbildung zwischen  $f$  und  $h$ . Der Disjunctionsstrom und ein Theil des Entladungsstroms gingen also durch das Galvanometer und das Luftthermometer.

Verschiebung der Spiritus-Säule im Luftthermometer  
 $a = 85,5$  Scalentheilen.

Ablenkung der Magnetnadel  $b = 14,8$  Scalentheilen.

Die Kugeln  $f$  und  $h$  wurden so weit von einander entfernt, dass keine Funkenbildung stattfand. Der Entladungsstrom ging also ungetheilt durch die beiden Instrumente:

Verschiebung der Spiritus-Säule im Luftthermometer  
 $A = 95,0$  Scalentheilen.

Ablenkung der Magnetnadel  $B = 1,7$  Scalentheilen.

Man hat also:  $\frac{a}{b} = \frac{85,5}{14,8} = 5,78$ , und  $\frac{A}{B} = \frac{95,0}{1,7} = 55,88$ ;  
und folglich  $\frac{A}{B} > \frac{a}{b}$ .

## Versuch 2.

Der Widerstand im Rheostat wurde ungefähr verdoppelt. Im Uebrigen blieb Alles unverändert.

Funkenbildung zwischen  $f$  und  $h$

$$a = 62,0; b = 13,2.$$

Ohne Funkenbildung bei  $fh$

$$A = 72,5; B = 2,8.$$

Hieraus erhält man:  $\frac{a}{b} = 4,70$  und  $\frac{A}{B} = 25,89$ .

Folgende zwei Versuche wurden nach einer Zwischenzeit von mehreren Wochen angestellt. Der Neigungswinkel des Luftthermometers gegen den Horizont war geringer als vorher.

## Versuch 3.

Funkenbildung bei  $fh$

$$a = 95,0; b = 13,3.$$

Ohne Funkenbildung bei  $fh$

$$A = 99,0; B = 3,6.$$

Hieraus folgt:  $\frac{a}{b} = 7,14$  und  $\frac{A}{B} = 27,50$ .



## Versuch 4.

Funkenbildung bei  $fh$ 

$$a = 89,0; b = 11,9.$$

Ohne Funkenbildung bei  $fh$ 

$$A = 95,0; B = 2,2.$$

Hieraus findet man:  $\frac{a}{b} = 748$ , und  $\frac{A}{B} = 43,18$ .

Bei den obigen Versuchen ist zu bemerken, dass der Disjunctionsstrom immer von einem Theil des Entladungsstromes begleitet war. Wäre dieses nicht der Fall gewesen, so würde man den Werth von  $a$  noch kleiner gefunden haben. Aus den angestellten Versuchen folgt also, dass der Disjunctionsstrom sich wie andere Ströme, die von elektromotorischen Kräften hervorgebracht werden, verhält. Im Vergleich mit dem Entladungsstrom ist seine magnetische Wirkung stark, aber die thermische schwach.

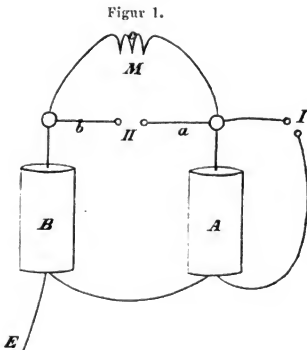
---

**XXVI. Ueber künstlich herbeigeführte Interruption der oscillatorischen Entladungen einer Leydener Batterie und über das Gesetz der elektrischen Schlagweite;  
von Dr. Arthur von Oettingen.**

**D**urch zahlreiche Versuche ist es bewiesen, dass die Entladung der Leydener Batterie je nach der Beschaffenheit des Schliessungsbogens continuirlich oder oscillatorisch verlaufe. Besonders die letztgenannte Form hat Interesse erregt, weil sie, im Gegensatz zur gangbaren intuitiv gefundenen Anschauung über die elektrische Bewegung, im Einklang mit neuen, auf Grund der wohlbewährten Weber'schen Grundgesetze hergeleiteten Theorien stand. Die Versuche von Feddersen mit dem rotirenden Spiegel, von Paalzow mit den Geissler'schen Röhren, von Savary, Hankeſ und Lip-

hart über Magnetisirung von Stahladeln, und meine Versuche über die Rückstände der Batterie beweisen in vielen Fällen das Vorkommen oscillatorischer Entladungen. Dennoch fehlt noch für viele besonders interessante Formen der Schliessung, so namentlich für kurze metallische Leitung bei einer *einzig* Unterbrechungsstelle, der experimentelle Nachweis. Nur Feddersen hat das Funkenbild auflösen können, aber die Lichterscheinungen sind sehr intensiv und das negative Licht wird nicht sichtbar, die Rückstände der Batterie sind sehr klein und bei der üblichen Beschaffenheit unserer Batterien meist positiv. Ganz neue Beweise für das Vorkommen oscillatorischer Entladungen beizubringen, ist der *eine* Zweck dieser Abhandlung, und zwar nach einer Methode, die auf alle nur denkbaren Formen der Schliessung anwendbar erscheint, *durch künstlich herbeigeführte Interruption der Entladung nach stattgehabter erster Oscillation*. Aus diesen Versuchen wird sich Veranlassung zu einer erneuten Untersuchung über das *Gesetz der elektrischen Schlagweite* finden.

Auf die soeben erwähnte Methode wurde ich geführt durch eine schöne Versuchsreihe von Knochenhauer <sup>1)</sup> vom Jahre



1858. Knochenhauer verband an zwei neben einander stehenden, zur Erde abgeleiteten Flaschen *A* und *B* die inneren Belegungen durch einen Draht *M* und zugleich durch eine kurze Leitung *a* und *b*, die durch eine Funkenstrecke *II* unterbrochen war. Von *A* aus führte ein Schliessungsbogen mit der Funkenstrecke *I* nach der äusseren Belegung. Während des Ladens hatten

nun offenbar beide Flaschen stets dieselbe Spannung. Die Entladung konnte nur über *I* beginnen. Die Elektrizität

1) Wiener Sitzungsber. der math.-naturw. A. Bd. XXXIII, S. 163.

aus  $B$  musste dann nachfolgen durch  $M$ ; es konnte aber, namentlich wenn  $M$  lang war, der kürzere Weg  $ba$  mit einem Funken in II, von einem Theile der Elektrizität zurückgelegt werden. Knochenhauer maass die Maxima von II, wo noch ein Funke auftrat bei verschiedener Länge  $M$  und fand, wenn  $I=40$  war, die nachstehenden Werthe für die Strecke II:

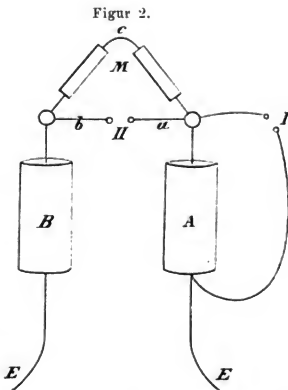
$M$ Fuss Länge	II
8	35,5
24	54,5
40	61,7
56	59,2
64	58,0
72	59,2
90	66,0
125	70,5
160	72,0
200	72,0

Wie man sieht, erreicht II nahe den doppelten Werth von  $I=40$ . — Bei der Erklärung dieses merkwürdigen Versuches sagt Knochenhauer, „es schein  $B$  noch die ganze positive Ladung zu besitzen, während  $A$  auf eine *nahe ebenso starke negative Ladung* zurückgegangen sei“. Und weiter heisst es: „So angesehen, verträgt sich dieses unmöglich mit einer einfachen Batterie, die am Ende ihrer Entladung sich sicher nicht negativ laden und wieder entladen kann, weil dann einmal aus einer mit dem Schliessungsdraht verbundenen Spitze negative Elektrizität ausströmen müsste, auch das Residuum von negativer Elektrizität gebildet sein würde, was den Beobachtungen widerspricht.“<sup>1)</sup>

1) Weiterhin schliesst Knochenhauer — mit einigem Widerstreben — sich der Annahme Riess'scher Partialentladungen an (Seite 167 bis 169), deren Pausen er aber durch einen negativen Schwingungszustand der Glasmoleküle ausgefüllt denkt, so zwar, dass dieser Zustand wohl durch positive Elektrizität neutralisirt werden, nicht aber die Veranlassung zu einem Strome entgegengesetzter Richtung

Mir war diese Versuchsreihe der Anlass zu zahlreichen Untersuchungen, zu denen ich nun übergehe, um einen kleinen Theil derselben hier zu beschreiben.

Um Knochenhauer's Versuch von einer unnöthigen Complication zu befreien, habe ich den Draht *M* für die Entladung gleichsam unendlich lang gemacht, indem ich von *c* aus, wo der Zuleitungsdraht zur Elektrisirmaschine angebracht war, nach der inneren Belegung von *A* und *B* zwei je ein Meter lange mit destillirtem Wasser gefüllte Glasröhren führte, so dass nun *A* und *B* stets gleichzeitig langsam geladen wurden, während der Entladung von *A* aber gar keine



*El. aus B über den Zweig M sich verlor.* Erst jetzt durfte man in II ein Maass für die Differenz der Spannung in *B* und *A* während der Entladung erwarten. — Dass beide Flaschen sich wirklich gleichzeitig gleich hoch luden, wurde dadurch erprobt, dass anfänglich II auf 0,1<sup>mm</sup> eingestellt wurde, und während eines langsamen *Ladens* doch *nie* ein Funke erschien. Jetzt wurde I variirt von 1<sup>mm</sup> bis 18<sup>mm</sup>

und jedesmal versucht, bei welchem Maximalwerth der Funkenstrecke II in dieser letzteren noch ein Funke erhalten wurde. Die Flaschen waren gleich gross von je 0,28 □Meter Be-

geben könne. Die hier gebotene Kürze gestattet mir nicht, die Wiedergabe dieser historisch interessanten Deduction (bes. Anm. 1, S. 169). Der Widerspruch einer Annahme, der negative Zustand könne wohl die Schlagweite II beeinflussen, nicht aber durch I zurückkehren, scheint Knochenhauer übersehen zu haben. In letzter Zeit hat derselbe neue Schwierigkeiten in die sonst klaren Vorstellungen, wie wir sie Weber's Theorie verdanken, gebracht durch Sonderung „galvanischer“ und „elektrischer“ Wirkungen.

legung. Die Schliessung bestand aus 6<sup>m</sup> Kupferdraht von 1,3<sup>mm</sup> Dicke. Ausserdem waren die Flaschen isolirt aufgestellt und von einer jeden ging eine besondere Leitung in die Erde. Der Kürze wegen will ich den Funken II fortan den Brückenfunken und die Verbindung *ba* die Brücke nennen. Es wurden die Werthe der folgenden Tabelle, Col. I und II erhalten. Auf die übrigen drei Columnen kommen wir später zurück.

Tabelle über die Maximalwerthe eines Brückenfunken II, bei variirter Hauptschlagweite I:

I mm	II mm	Ia	IIa	$\frac{IIa}{Ia}$
1	1,75	5,8	10,6	1,72
2	3,7	11,7	19,2	1,68
3	5,2	16,0	25,2	1,58
4	7,5	20,5	34,4	1,68
5	9,5	24,4	41,0	1,68
6	12,0	28,4	48,7	1,73
7	14,5	32,2	54,2	1,68
8	17,0	36,3	59,2	1,63
9	20,0	39,4	66,1	1,68
10	23,0	42,5	72,5	1,71
11	26,0	45,5	78,0	1,71
12	29,0	48,7	83,1	1,71
13	32,0	51,1	87,5	1,71
14	41,0	53,1	90,8*	„
15	46,0	55,1	94,4*	„
16	49,0	57,1	97,8*	„
17	58,0	59,3	101,6*	„
18	63,0	61,5	106,2*	„

Die Kugeln an beiden Funkenmessern hatten völlig gleiche Durchmesser von 20<sup>mm</sup>. Schon bei  $I = 6^{\text{mm}}$  erreicht II den *doppelten*, bei  $I = 15^{\text{mm}}$  gar den *dreifachen* Werth von I, der späterhin noch übertroffen wird. Der Versuch ist in jedem Laboratorium leicht zu wiederholen. Der Funke II erschallt sehr laut und ist einem Schusse nicht unähnlich.

Er übertönt den Hauptfunken I.

Zur Erklärung diene folgendes: Eine oscillatorische kräftige Entladung vorausgesetzt, muss  $A$  von der ursprünglichen Ladung  $Q$  nach der ersten Oscillation zu  $mQ$  übergehen, wo  $m$  negativ und  $< 1$  ist. Die Schlagweite II, sofern sie von den Differenzen der Potentialwerthe oder Spannungen  $A$  und  $B$  abhängig gedacht wird, dürfte den doppelten Werth von I kaum noch erreichen, wenn eine directe Proportionalität zwischen Schlagweite und Spannungsdifferenz der Batterien (im Momente der beginnenden Entladung in II) stattfände.

Zuvörderst stellte ich mir die Frage, ob nicht, während der ersten Oscillation, die auf die äussere Belegung gelangende positive Elektricität der Art die auf  $B$  angesammelte negative Elektricität — (die äusseren Belegungen waren zuerst unter einander direct verbunden) — neutralisiren dürfte, dass dadurch der Potentialwerth im Innern von  $B$  anwüchse? Dagegen sprach folgender Versuch: Wenn  $a$  von der Flasche  $A$  abgetrennt und mit der Erde verbunden war, so konnte in II, welches um  $0,1^{\text{mm}}$  weiter als I eingestellt war, *nie* ein Funke erhalten werden. Ausserdem blieb die mitgetheilte Beobachtungsreihe ganz dieselbe, wenn die äussere Verbindung von  $A$  und  $B$  fortgenommen und jede Flasche für sich abgeleitet wurde. Nun könnte man annehmen, die von der äusseren Belegung nach  $A$  einströmende negative El. könne als „strömende Elektricität“ eine grössere Schlagweite haben, als ruhende El. von derselben Spannung. Allein abgesehen davon, dass diese Annahme auf ernste theoretische Bedenken stösst, da der Strom und seine lebendige Kraft eben verbraucht wird zur Erzeugung des negativen Maximums der Spannung — gelang eine directe experimentelle Widerlegung. Es wurde  $a$  mit  $A$  wieder verbunden,  $b$  aber von  $B$  getrennt und mit der Erde verbunden. Auch jetzt erschien in II niemals ein Funke, auch wenn II nur  $0,1^{\text{mm}} > I$  war.<sup>1)</sup>

- 1) Die den beiden letzterwähnten ähnlichen Versuche Knochenhauer's konnte ich nicht verwerthen, weil dort  $M$  ein guter Leiter war von variabler Länge, wodurch der Versuch *sehr* complicirt wird. Eine Periodicität der Funken II kommt auch deshalb bei meinen Versuchen niemals vor.

Da nun am Ende der ersten Oscillation die negative Spannung in  $A$  ganz gewiss geringer als die zu derselben Zeit in  $B$  noch vorhandene ursprüngliche Ladung, so blieb nur die Behauptung übrig, die beobachteten Werthe von  $\Pi$  entsprächen einer Spannung, die weniger als das doppelte von  $I$ , d. h. als das doppelte von  $Q$  betrüge. Da diese Folgerung im Widerspruch mit dem bisher angenommenen Gesetz der elektrischen Schlagweite stand, so musste dieses von neuem geprüft werden.

Die Schlagweite maass ich mit einem Funkenmesser, der  $0,02^{\text{mm}}$  abzulesen gestattete. Die Ladung wurde galvanometrisch bestimmt mit den in Band 115 dieser Annalen beschriebenen Apparaten. Nach jeder Entladung wurde der Rückstand durch Senkung eines Fallarmes in einer besonderen Schliessung mit einem zweiten Galvanometer, welches zuvor so regulirt war, dass es in ein und derselben Schliessung mit dem ersten gleichzeitig beobachtet, dieselben Ausschläge ergab. Um grosse Schlagweiten zu erreichen, nahm ich bloss eine Flasche. Nachstehend sind Mittelwerthe aus je 3 bis 6 Versuchen mitgetheilt, denen die grösste vorkommende Abweichung beigelegt ist.

Ein Blick auf umstehende Reihen lehrt, dass dieselben die wichtige Frage nach der elektrischen Schlagweite *nicht* entscheiden können. Hyperbel und Parabel wurden nach der Meth. d. kl. Qu. berechnet. Für die erstere ist die Uebereinstimmung gut zwischen 12 und  $32^{\text{mm}}$ , für kleinere Schlagweiten gäbe nur eine *neuberechnete* Curve mit *anderen* Constanten brauchbare Werthe.

Aus diesem Grunde erscheint mir die von Rijke vorgeschlagene Form  $y = \sqrt{e x + f \cdot x^2}$  am weitesten von der Wahrheit sich zu entfernen. — Sie bedingt die Zunahme

$$\frac{d y}{d x} = \frac{e + 2 f x}{2 y} \quad \{ (2)$$

eine recht complicirte Form. Die Parabel

$$y = a \left\{ -1 + \sqrt{1 + c x} \right\} \quad (3)$$

Ladung  $y$  einer Leydener Flasche bei veränderter Schlagweite  $x$  nebst Berechnung nach drei verschiedener Formeln.

Schlagweite $x$ in Millimeter	Ladung = Entladung + Rückstand		Hyperbel		Parabel		Logarithmus	
	beob. $y$ Mittelwerthe	grösste Ab- weichung	ber. $y$	diff.	ber. $y$	diff.	ber. $y$	diff.
2	11,7	0,5	18,3	-6,6	12,8	-1,1	11,1	+0,6
4	20,5	0,4	26,3	-5,8	22,0	-1,5	20,5	0,0
8	36,3	0,1	38,3	-2,0	36,2	+0,1	36,0	+0,3
12	48,7	1,4	48,2	+0,5	47,5	+1,2	48,1	+0,6
16	57,1	1,6	57,1	+0,0	57,2	-0,1	58,3	-1,2
20	66,1	0,4	65,4	+0,7	65,9	+0,2	67,0	-0,9
24	74,2	1,0	73,3	+0,9	73,7	+0,5	74,6	-0,4
28	81,6	0,4	81,0	+0,6	81,0	+0,6	81,4	+0,2
32	87,5	2,0	88,5	-1,0	87,6	-0,1	87,5	0,0
64	108*	—	145		131		122	



geht mit irgend einem ihrer Punkte durch den Anfangspunkt der Coordinaten. Sie giebt

$$\frac{dy}{dx} = \frac{ac}{2\sqrt{1+cx}} = \frac{A}{B+y} \quad (4)$$

und weist auf ein Wachstum der Dichtigkeit, umgekehrt proportional der vorhandenen Dichtigkeit + einer Constanten.

— Der Logarithmus

$$y = a \text{ Log. } (1 + cx) \quad (5)$$

giebt

$$\frac{dy}{dx} = \frac{ac}{1+cx} = \frac{a}{D+x} \quad (6)$$

wenn man den reciproken Werth von  $c$  gleich  $D$  setzt. Versuche mit variirter Kugelgrösse am Funkenmesser haben mir die Vermuthung bestätigt, dass  $D$ , von derselben Dimension wie  $x$ , nichts anderes sei als der Halbmesser der angewandten Kugeln, oder eine hiermit in engster Beziehung stehende Grösse, ich meine die Entfernung der sogenannten elektrischen Bilder, die auch für  $x=0$  einen endlichen Werth hat. Für kleine  $x$  wird  $D$  kleiner oder  $c$  grösser. Dieses bedingt eine relative Vermehrung der Dichtigkeit bei kleinen Schlagweiten. Zur Orientirung stellte ich nachstehende Versuchsreihe an mit Kugeln von nur 2<sup>mm</sup> Durchmesser am Funkenmicrometer.

Tabelle über die Ladung einer Leydener Flasche bei variirter Schlagweite mit Funkenmesserkugeln von 2<sup>mm</sup> Durchmesser.

Schlagweite $x$ in Millim.	Ladung $y$ beob.	b e r e c h n e t			
		= 22,785 Log. (1 + $x$ )		= 18,085 Log. (1 + 1,5 $x$ )	
		$y$	diff.	$y$	diff.
0,2	2,2	1,8	+ 0,4	2,1	+ 0,1
0,5	4,3	4,0	+ 0,3	4,5	— 0,2
1	7,2	6,9	+ 0,3	7,3	— 0,1
2	11,5	10,9	+ 0,6	11,1	+ 0,4
4	15,9	15,9	0,0	15,6	+ 0,3
8	20,5	21,7	— 1,2	20,5	0,0
12	22,9	25,4	— 2,5	23,6	— 0,7
16	Büschel				

Für vorstehende Reihe erhält man statt Hyperbel und Parabel Ellipsen!

Die Constante  $c$  in der Parabel scheint übrigens auch in der vorigen Reihe (S. 276) keine Beziehung zum Durchmesser der Kugeln zu haben.

Besser als die Parabel liesse sich jedenfalls folgende *nicht* durch ihren Scheitel geführte Hyperbel anwenden

$$y = -g + \sqrt{g^2 + ax + bx^2} = g \left\{ -1 + \sqrt{1 + Ax + Bx^2} \right\}.$$

Hier ist  $g$  die Hauptconstante und gerade diese ist es, die Herr Rijke = 0 gesetzt hat; denn nur  $g = 0$  giebt eine Scheitellhyperbel.

Kehren wir zu den Brückenversuchen zurück. Den gefundenen Schlagweiten I und II habe ich die den direct gefundenen Messungen entsprechenden Ladungs- oder Spannungswerthe in Col. Ia und IIa beigefügt. *Das Verhältniss dieser* in der letzten Columne ist *sehr nahe constant* = 1,71. Nach unserer Theorie käme also Flasche A stets zu einem 0,71-fachen negativen Spannungswerthe der ursprünglichen Ladung. Den über 13<sup>mm</sup> hinausgehenden Schlagweiten I entsprechen Funkenlängen II, die mit einem Sterne in Col. IIa versehen sind und am ehesten durch die logarithmische Formel erhalten werden, hier aber durch Multiplication von Ia mit 0,71 berechnet wurden.

Auch Rijke's Versuche habe ich logarithmisch berechnet und finde meist eine ebenso gute und zuweilen eine bessere Uebereinstimmung als mit der Hyperbel. Doch davon ein anderes Mal. Zum Schluss muss ich darauf hinweisen, wie alle drei Curvenarten zwischen 4 und 20<sup>mm</sup> wenig von einander abweichen, wie stark indess diese Differenz für sehr grosse Funkenstrecken ausfällt.

Zur ungefähren Schätzung der Dimensionen, in denen diese Zahlen liegen, nenne ich die Dichtigkeit der Elektricität auf Kugeln von 20<sup>mm</sup> Durchmesser beim Ausbruch der Entladung — nach der Parabel berechnet = 1, und berechne

die Dichtigkeit der Electricität beim Ausbruch der Entladung bei sehr grossen Funken nach drei versch. Curven:

Schlagweite	Hyperbel	Parabel	Logarithmus
1 mm	0,29	0,17	0,14
10 mm	1,01	1,0	1,00
0,1 m	5,21	4,5	3,46
1 m	1864,1	14,2	9,96
1000 m	1864000,	449,0	19,92
2000 m	3728000,	635,0	20,92

Das erste Paar Horizontalreihen interessirt uns in den gewöhnlichen Batterieversuchen, das zweite Paar bei statischer und Inductionselektricität, das dritte bei atmosphärischen Entladungen. Die Hyperbel verlangt 100000 Mal grössere Werthe als der Logarithmus! Wie solche Dichtigkeiten in der freien Natur sich bilden sollen, ist kaum zu begreifen. Rijke's Formelconstanten ergäben noch höhere Werthe. Das hyperbolische Gesetz fordert zudem noch bei sehr grossen Funken dieselbe Dichtigkeitszunahme, auch wenn die Schlagweite nur um 1<sup>mm</sup> anwachsen soll. Dagegen sprechen die bei Versuchen mit grossen Spannungen stets bemerkbaren grossen Schwankungen der Schlagweite.

Durch das Studium der künstlichen Interruption elektrischer oscillatorischer Entladungen sind wir zu einer erweiterten Erkenntniss des Gesetzes der elektrischen Schlagweite gelangt, über welche fernere, zum Theil bereits vorliegende, Versuche werden entscheiden müssen. Die an das Weber-Fechner'sche psychophysische Gesetz erinnernde Formel

$$\frac{dy}{dx} = \frac{a}{D+x}$$

liesse sich in folgende Worte zusammenfassen: *Die Zunahme der Dichtigkeit ist direct proportional der Zunahme der Schlagweite und umgekehrt proportional der vorhandenen Distanz der elektrischen Bilder.* So lange indess die theo-

retische, deductive Begründung dieser Formel fehlt, wird man dieselbe, trotz ihrer bestechenden Einfachheit, noch nicht für den wahren Ausdruck des Naturgesetzes halten dürfen.

---

**XXVII. Ueber die Reflexion der Wärme- und Lichtstrahlen von geneigten diathermanen und durchsichtigen Platten;  
von H. Knoblauch in Halle a/S.**

---

Nachdem eine von dem Verfasser angestellte Untersuchung, deren Ergebnisse in diesen Annalen Bd. CXXVIII, S. 161 bis 166 und Bd. CXLVI, S. 321 bis 375 veröffentlicht worden sind, den *Durchgang* der Wärme- und Lichtstrahlen durch geneigte diathermane und durchsichtige Platten näher ermittelt hat, erschien es zur Erlangung einer vollständigeren Kenntniss des gesammten hierbei stattfindenden Vorgangs erforderlich, auch die gleichzeitig erfolgende *Zurückwerfung* der Strahlen an solchen Platten zu prüfen. Zur Beantwortung der Fragen, um welche es sich hier, zumal bei dem Vergleich der unter den gegebenen Verhältnissen reflectirten und hindurchgelassenen Strahlen, handelte, sind noch keine Beobachtungen angestellt worden.

Die durch einen Heliostat in horizontaler und constanter Richtung erhaltenen Sonnenstrahlen, denen durch ein, in der Fensterlade angebrachtes, drehbares Nicol'sches Prisma eine bestimmte Polarisation ertheilt werden konnte, fielen auf die um eine vertikale Axe drehbaren und dabei immer vertikal bleibenden spiegelnden Platten, von denen sie sodann reflectirt wurden. Die Einstellung für verschiedene Incidenzen geschah mittelst einer horizontalen Kreistheilung, welche den Einfallswinkel zwischen Strahl und Normale auf die Platten ablesen liess. Die Intensität der, unter bestimmtem Winkel zurück-

geworfenen Strahlen wurde an einem Thermomultiplikator gemessen <sup>1)</sup>).

Das Verhalten der directen, ursprünglich nicht polarisirten Strahlen konnte nicht unmittelbar beobachtet werden, weil der Heliostatenspiegel nicht zu entbehren war, dieser aber denselben eine mit der Einfallsebene und Richtung der Sonnenstrahlen wechselnde Polarisation einprägte. Es wurde daher das Nicol'sche Prisma so gestellt, dass sein (durch die stumpfen Ecken gehender) Hauptschnitt einen Winkel von  $45^\circ$  mit der horizontalen Reflexionsebene bildete und sodann das arithmetische Mittel der thermometrischen Messungen genommen, welche sich bei der Einstellung des Nicol-Hauptschnitts auf  $+45^\circ$  und auf  $-45^\circ$  ( $=315^\circ$ ) in den betreffenden Fällen ergaben. Diese Art der Polarisation änderte nichts an den Intensitätsverhältnissen der zurückgeworfenen Strahlen und war demnach unbedenklich an Stelle des Zustandes der natürlichen d. h. nicht polarisirt einfallenden Strahlen zu setzen.

Die erste Versuchsreihe wurde mit einem in der Masse gefärbten und demgemäss nur an der Vorderfläche reflectirenden *schwarzen Glase* angestellt. Die Zurückwerfung der unter  $45^\circ$  gegen die horizontale Reflexionsebene polarisirten Strahlen wurde mit derjenigen der extremen Fälle der Polarisation verglichen: mit der Zurückwerfung der bei vertikalem Hauptschnitt des Nicol und der bei horizontaler Stellung desselben hindurchgegangenen Strahlen. So nämlich waren sie derart polarisirt, dass bereits bei ihrem Eintreffen auf das Glas die Polarisationsebene der einen mit der Reflexionsebene zusammenfiel, die der anderen senkrecht auf der letzteren stand. Die Einfallswinkel wuchsen um je 10 Grade von  $15^\circ$  bis  $75^\circ$ . Die Ablenkungen der Nadel des mit der Thermosäule verbundenen Multiplikators, welche jedesmal die gesammte zurückgeworfene Strahlenmenge empfing, sind in der folgenden Tabelle enthalten.

1) Bei Fortsetzung dieser mit mannigfachen Schwierigkeiten verbundenen Untersuchung wird mancher Werth noch genauer sich feststellen lassen.

Einfallswinkel:	15°	25°	35°	45°	55°	65°	75°
Hauptschnitt des Nicol vertikal.	0.30	0.50	1.00	1.50	2.50	4.00	6.00
45°.	0.50	0.50	0.50	0.75	1.50	3.00	4.50
horizontal.	1.00	0.50	0.40	0.25	0.00	0.75	3.00

Reducirt man, der besseren Uebersicht halber, diese, die jedesmalige Intensität der reflectirten Strahlen messenden Werthe auf gleiche Einheit bei dem ersten Einfallswinkel (15°), da eine solche Reduction für die, bei der Reflexion nicht zu beobachtende Incidenz 0° unmöglich ist, so erhält man:

Einfallswinkel:	15°	25°	35°	45°	55°	65°	75°
Hauptschnitt des Nicol vertikal.	1.00	1.67	3.33	5.00	8.33	13.33	20.00
45°.	1.00	1.00	1.00	1.50	3.00	6.00	9.00
horizontal.	1.00	0.50	0.40	0.25	0.00	0.75	3.00

Aus diesen Zahlen erhellt, wie die *Intensität der reflectirten Strahlen*

1) unter 45° polarisirt oder in ihrem Verhalten dem der natürlichen, ursprünglich nicht polarisirten Strahlen entsprechend, mit dem Einfallswinkel zunimmt,

2) bei vertikalem Hauptschnitt des Nicol d. h. bei zusammenfallender Polarisations- und Reflexionsebene diese Zunahme erheblich gesteigert erscheinen lässt,

3) bei horizontalem Hauptschnitt des Nicol d. h. bei gekreuzten Polarisations- und Reflexions-Ebenen dagegen abnimmt, bis die Intensität beim Einfallswinkel 55°, dem sogenannten Polarisationswinkel, auf Null herabgesunken ist, um nun erst beim Ueberschreiten dieses Winkels mit der Incidenz zuzunehmen.

Wurde an Stelle jenes, bei gewisser Dicke adiathermanen und undurchsichtigen Glases, eine diathermane, farblos durch-

sichtige (2,5<sup>mm</sup> dicke) Glasplatte gesetzt, sodann ein Satz acht solcher, einander paralleler Lamellen, so ergab die Beobachtung folgende Werthe am Thermomultiplicator:

Einfallswinkel:			15°	25°	35°	45°	55°	65°	75°	85°
Haupt- schnitt des Nicol 45°.	1 Platte	} farb- losen Gla- ses.	1,50	1,50	1,50	1,50	2,50	4,50	8,50	18,00
	8 Platten		3,50	3,50	3,50	3,50	4,50	5,50	8,90	19,00

deren Vergleich für eine grössere Anzahl von Platten, bei gleichem Einfallswinkel, eine reichlichere Reflexion als an einer Platte darthut; wogegen der Grad der Steigerung mit wachsendem Einfallswinkel mit der Vermehrung der Platten abnimmt.

Die Reduction auf gleiche Intensität bei 15°:

Einfallswinkel:			15°	25°	35°	45°	55°	65°	75°	85°
Haupt- schnitt des Nicol 45°.	1 Platte	} farb- losen Gla- ses.	1,00	1,00	1,00	1,00	1,67	3,00	5,67	12,00
	8 Platten		1,00	1,00	1,00	1,00	1,29	1,57	2,54	5,43

macht letzteres noch leichter ersichtlich.

Dem schwarzen Glase gegenüber bewirkt das farblose caeteris paribus eine, dem absoluten Werthe nach erhöhte, dem Grade nach jedoch weniger mit der Neigung wachsende Intensität der reflectirten Strahlen.

Unter 15° waren die thermoscopischen Angaben beim schwarzen Glase 0,5, bei einem farblosen 1,5, bei 8 farblosen 3,5; unter 75° beim schwarzen Glase 4,5, bei einem farblosen 8,5, bei 8 farblosen 8,9. Die Steigerung betrug innerhalb dieser Grenzen beim ersten 1:9; beim zweiten 1:5,67; bei den 8 Gläsern nur 1:2,54.

Der Einfluss der Polarisation bei den diathermanen und durchsichtigen Platten von verschiedener Zahl macht sich wieder am entschiedensten nach dem Durchgange der Sonnen-

strahlen durch das Nicol'sche Prisma mit vertikal und mit horizontal gerichtetem Hauptschnitt geltend.

Einfallswinkel:			15°	25°	35°	45°	55°	65°	75°
Haupt- schnitt des Nicol vertikal.	1 Platte	} farb- losen Gla- ses.	1,00	1,50	2,50	2,75	5,00	6,25	8,00
	8 Platten		3,50	4,00	5,50	7,00	7,50	8,00	8,50
horizontal.	1 Platte	} desgl.	2,00	1,75	1,21	0,60	0,00	1,50	6,00
	8 Platten		7,00	6,05	4,17	1,91	0,00	2,50	9,25

Bezieht man diese für die bezeichneten Extreme aus der Beobachtung unmittelbar hervorgegangenen Werthe auf gleiche Intensitätseinheit bei 15°, so ergeben sich folgende Verhältnisse:

Einfallswinkel:			15°	25°	35°	45°	55°	65°	75°
Haupt- schnitt des Nicol vertikal.	1 Platte	} farb- losen Gla- ses.	1,00	1,50	2,50	2,75	5,00	6,25	8,00
	8 Platten		1,00	1,14	1,57	2,00	2,14	2,29	2,43
horizontal.	1 Platte	} desgl.	1,00	0,87	0,60	0,30	0,00	0,75	3,00
	8 Platten		1,00	0,86	0,60	0,27	0,00	0,36	1,32

Durchweg ist hier (nach dem Inhalt der ersten Tabelle) die von 8 Platten reflectirte Strahlung, wie auch ihre Polarisation beschaffen sein möge, unter sonst gleichen Umständen intensiver als die von einer zurückgeworfene. Die stetige Steigerung bei vertikalem Nicol-Hauptschnitt mit wachsendem Einfallswinkel, so wie die von 55° an beginnende bei horizontalem Hauptschnitt ist jedoch (gemäss der zweiten Tafel) dem Grade nach bei 8 Platten geringer als bei der einzelnen. Die Intensitätsverminderung im letzteren Falle bei Annäherung an den Winkel 55° wird durch Vermehrung der Platten befördert.



Hatte es sich in dem Bisherigen wesentlich darum gehandelt, die Intensitätswechsel bei verschiedenen Einfallswinkeln innerhalb eines und desselben Polarisationszustandes der Strahlen kennen zu lernen, so konnte davon abgesehen werden, dass in Folge des bereits besprochenen polarisirenden Einflusses des Heliostatenspiegels nicht stets eine constante Wärme- und Lichtmenge durch den in der Fensterlade befindlichen Nicol hindurchging, die einfallenden Wärmemengen also ungleich waren, z. B. bei vertikalem Hauptschnitt des Nicol kleiner als bei horizontalem, welche der Reflexion an den Glasplatten unterworfen wurden.

Sollten aber bei einer und derselben Incidenz, die durch die verschiedenen Polarisationsverhältnisse bedingten Intensitätswechsel verglichen werden, so musste die ursprünglich einfallende Wärme- und Lichtmenge bei jeder Stellung des polarisirenden Nicols die nämliche sein. Experimentell wurde dies dadurch erreicht, dass von einer ganzen Reihe kreisrunder Blendungen diejenigen ausgewählt wurden, welche vor der Reflexion durch ihr Einschalten in den Gang direct zur Thermosäule gelangender Sonnenstrahlen eine gleiche Ablenkung am Multiplicator herbeiführten, z. B. bei vertikalem Nicol-Hauptschnitt ein Diaphragma mit Oeffnung von 9<sup>mm</sup> Durchmesser, bei horizontalem mit 6<sup>mm</sup> Oeffnung.

Unter solchen Umständen wurden bei Platten einer anderen (etwas bläulichen) farblosen Glassorte, welche aus einer grösseren Zahl, mit besonderer Sorgfalt, von in sich constanter Dicke (fast bei allen 1,25<sup>mm</sup>) ausgewählt waren, nachstehende Beobachtungen erhalten.

Bei einer reflectirenden Platte.

Einfallswinkel:	15°	25°	35°	45°	55°	65°	75°	85°
Hauptschnitt des Nicol vertikal.	1,05	1,25	1,56	2,12	3,55	5,54	8,70	12,25
45°.	0,85	0,95	1,12	1,50	2,14	3,37	6,19	10,09
horizontal.	0,50	0,45	0,37	0,15	0,00	0,73	2,42	7,17

## Bei sechs reflectirenden Platten.

Einfallswinkel:	15°	25°	35°	45°	55°	65°	75°	85°
Hauptschnitt des Nicol vertikal.	5,00	5,00	5,56	6,50	8,45	10,40	11,87	13,29
45°.	4,14	4,14	4,14	4,19	4,55	5,81	9,00	11,40
horizontal.	2,75	2,40	1,80	0,72	0,00	1,69	5,12	10,00

Aus diesen ist ersichtlich, dass die bei vertikalem Hauptschnitt des Nicol hindurchgegangenen Strahlen, deren *Polarisationsebene mit der Reflexionsebene zusammenfällt, am reichlichsten*; die, dem Verhalten der *unpolarisirt einfallenden* entsprechenden, unter 45° polarisirten Strahlen *weniger reichlich*; die bei horizontalem Nicol-Hauptschnitt eingetretenen, deren *Polarisationsebene auf der Reflexionsebene senkrecht steht, am wenigsten zurückgeworfen* werden.

Ein deutliches Bild des Ueberganges von Stufe zu Stufe erhält man erst durch Bildung des Verhältnissés, in welchem die jedesmalige Zu- oder Abnahme zu dem vorhergehenden Werthe steht. Zu dem Ende ist jeder in den vorigen Tafeln enthaltene Beobachtungswerth von dem, in horizontaler Linie ihm voranstehenden abgezogen und der sich ergebende Unterschied mit dem letzteren, dem kleineren Einfallswinkel zugehörigen, Werthe dividirt worden. So sind die folgenden *Verhältnisszahlen* entstanden, welche im Falle der Intensitätssteigerung natürlich negativ, bei der Verminderung positiv ausfallen mussten und demgemäss auch mit diesen Zeichen zur Unterscheidung in den Tabellen versehen worden sind.

## Bei einer reflectirenden Platte.

Einfalls- winkel:	15°	25°	35°	45°	55°	65°	75°	85°
Haupt- schnitt des Nicol vertikal.	- 0,200	- 0,248	- 0,359	- 0,675	- 0,561	- 0,570	- 0,408	
45°.	- 0,118	- 0,179	- 0,339	- 0,427	- 0,575	- 0,837	- 0,630	
hori- zontal.	+ 0,100	+ 0,178	+ 0,595	+ $\left(\frac{0,15}{0,15}\right)$	- $\left(\frac{0,73}{0}\right)$	- 2,315	- 1,963	

## Bei sechs reflectirenden Platten.

Einfalls- winkel: 15°	25°	35°	45°	55°	65°	75°	85°
Haupt- schnitt des Nicol vertikal.	- 0,000	- 0,112	- 0,169	- 0,300	- 0,231	- 0,141	- 0,120
45°.	- 0,000	- 0,000	- 0,012	- 0,086	- 0,277	- 0,549	- 0,267
hori- zontal.	+ 0,127	+ 0,250	+ 0,600	+ $\left(\frac{0,72}{0,72}\right)$	- $\left(\frac{1,69}{0}\right)$	- 2,029	- 0,953

Aus dieser Uebersicht ergibt sich, wie

1) bei vertikalem Hauptschnitt des Nicol der durch die negativen Coefficienten dargestellte Grad der Steigerung der zurückgeworfenen Strahlen mit dem Neigungswinkel bis 55° d. h. bis zum Polarisationswinkel wächst, dann abnimmt,

2) bei unter 45° gedrehtem Nicol dieser Steigerungsgrad über den Polarisationswinkel hinaus im Wachsen begriffen ist,

3) bei horizontalem Hauptschnitt der durch die positiven Coefficienten angegebene Grad der Verminderung der reflectirten Strahlen mit dem Einfallswinkel bis 55° zunimmt, worauf der Uebergang in die durch die negativen Werthe bezeichnete Steigerung der Intensität eintritt.

4) In allen diesen Fällen sind die Steigerungsgrade desto kleiner, je grösser die Anzahl der einander parallelen diathermanen, durchsichtigen Platten. Bei Einfallswinkeln über 55° macht sich dies mehr bei vertikalem als bei horizontalem Hauptschnitt des Nicol geltend. Die Verminderung bei horizontalem Nicol-Hauptschnitt bis zum Erreichen des Polarisationswinkels findet bei Vermehrung der Platten in stärkerem Maasse als bei einer Platte statt.

5) Die besprochenen Verhältnisszahlen sind, bei derselben Anzahl von Gläsern, zwischen den nämlichen Einfallswinkeln unterhalb des Polarisationswinkels 55° grösser bei vertikalem als bei unter 45° gestelltem Hauptschnitt des polarisirenden Nicol. Bei horizontalem gehen sie in das entgegengesetzte Zeichen über. Bei Incidenzen höher als 55° sind die Werthe dagegen am kleinsten bei vertikalem, grösser bei

unter  $45^\circ$  gedrehtem, am grössten bei horizontalem Hauptschnitt und zwar ist ihr Abstand von einander (in vertikaler Reihe für gleiche Incidenzen über  $55^\circ$ ) bei einer Lamelle geringer als bei mehreren. Die Unterschiede der Coefficienten beim Neigungswechsel (in horizontaler Linie für Einfallswinkel über  $55^\circ$ ) sind bei vertikalem Hauptschnitt an einer Platte grösser, bei horizontalem geringer als an mehreren Platten.

Alle diese Erscheinungen werden verständlicher, wenn man die Gesammtergebnisse aus zwei Wirkungen hervorgegangen betrachtet, deren eine, als *Einfluss der reflectirenden Substanz*, die mit wachsendem Einfallswinkel von  $0^\circ$  bis  $90^\circ$  stetig zunehmende Intensität der Strahlen ist, die andere, als *Folger*, durch die Polarisation gegebenen *Eigenthümlichkeit der Strahlen*, bei vertikalem Hauptschnitt des Nicol eine mit der Incidenz bis  $55^\circ$  zu-, dann abnehmende, bei horizontalem Hauptschnitt die bis  $55^\circ$  ab-, dann zunehmende Intensität. Aus der Uebereinstimmung beider erklärt sich z. B. bei vertikalem Hauptschnitt das Wachsen der Steigerungscoefficienten bis  $55^\circ$ ; aus ihrer Gegenwirkung die Verminderung der Coefficienten bei Incidenzen grösser als  $55^\circ$ . Der Vorgang der ursprünglich unpolarisirt oder unter  $45^\circ$  gegen die Reflexionsebene polarisirten Strahlen steht nicht zwischen denen bei vertikalem und horizontalem Hauptschnitt des polarisirenden Nicol in der Mitte, sondern (wie die beobachteten Intensitäten näher darthun) dem ersteren Falle näher, weil die Reflexion an sich unvollkommen eine Polarisation in demselben Sinne (parallel der Reflexionsebene) herbeiführt, wie sie vollkommen durch das Nicol'sche Prisma mit vertikalem Hauptschnitt den Strahlen vor der Reflexion bereits ertheilt ist. Man versteht danach, weshalb bei den, unter  $45^\circ$  polarisirten Strahlen die Steigerungscoefficienten weder vor  $55^\circ$  dieselbe Höhe, noch nach  $55^\circ$  dieselbe Verminderung erfahren wie die entsprechenden bei vertikalem Hauptschnitt des Nicol. Es wird ersichtlich, wie die Steigungsgrade zwischen  $55^\circ$  und  $90^\circ$  bei horizontalem Nicol-Hauptschnitt, bei dessen Polarisation die oben bezeichneten Wirkungen sich unterstützen, höher ausfallen

müssen als bei vertikalem Hauptschnitt, in welchem Falle jene einander entgegen stehen.

Aufschluss über Einzelheiten des namentlich bei einer grösseren Anzahl von Platten complicirten Vorgangs liefert die Trennung der einzelnen, durch Reflexion an der vorderen, an der hinteren Fläche der Gläser oder durch wiederholte Zurückwerfung in ihrem Innern entstehenden Bilder, welche sich durch Glasplatten von nicht gleicher Dicke an beiden Seiten, die man sämmtlich mit ihren dickeren, resp. dünneren Enden an einander legt, erzielen lässt und die alsdann einen besonderen Vergleich der Intensitäts- und Polarisationsverhältnisse jeder einzelnen Gruppe zumal bei den grösseren Einfallswinkeln gestattet.

Vergleicht man die Ergebnisse der *Reflexion* an geneigten diathermanen und durchsichtigen Platten mit denen des *Durchgangs* durch dieselben, so findet man:

- 1) für die Einfallswinkel  $0^{\circ}$  bis  $55^{\circ}$ 
  - a) beim Zusammenfallen der Polarisationssebene mit der Ebene der Reflexion und der Brechung eine mit dem Incidenzwinkel wachsende Zunahme der reflectirten, Abnahme der hindurchgelassenen Strahlen, von denen jene durch Vermehrung der Platten dem Grade nach beeinträchtigt, diese begünstigt wird,
  - b) beim Kreuzen der Polarisationssebene mit denen der Reflexion und der Brechung eine gesteigerte Intensitätsabnahme der zurückgeworfenen, Zunahme der hindurchgehenden Strahlen, beide durch eine grössere Plattenzahl befördert.
- 2) für die Einfallswinkel  $55^{\circ}$  bis  $90^{\circ}$ 
  - a) bei paralleler Lage der Polarisationssebene mit derjenigen der Reflexions- und Brechungsebene eine mit dem Incidenzwinkel verminderte Zunahme der reflectirten, verminderte (nur bei weniger diathermanen und durchsichtigen Substanzen vermehrte) Abnahme der hindurchgelassenen Strahlen, beide durch Vermehrung der Platten in höherem Grade vermindert (bei den

weniger diathermanen Körpern die Abnahme relativ weniger vermehrt),

- b) bei senkrechter Stellung der Polarisationssebene gegen die Reflexions- und Brechungsebene eine sich verringende Intensitätszunahme der zurückgeworfenen, sich steigernde Abnahme der hindurchgehenden Strahlen, jene durch eine grössere Plattenzahl noch mehr verringert, diese noch mehr gesteigert.

Unverkennbar zieht sich durch alle diese Vorgänge der *Einfluss einer Absorption der betreffenden Platten*, welcher mit dazu beiträgt, die Polarisationsverhältnisse nicht in ihrer einfachen Form hervortreten zu lassen und bewirkt, dass die jedesmalige Intensität der reflectirten Strahlen derjenigen der hindurchgelassenen nicht genau complementair ist, ein Einfluss, welcher besonders bei höheren Einfallswinkeln sich geltend macht.

---

**XXVIII. Ueber die Wirkung der Polarisation auf alternirende Ströme und über einen Sinus-Inductor; von F. Kohlrausch.**

---

**I**n einem früheren Aufsätze<sup>1)</sup> habe ich versucht, einige bemerkenswerthe Erscheinungen, die sich bei dem Durchgang alternirender elektrischer Ströme durch verdünnte Schwefelsäure zeigten, auf die Polarisation der Platinelektroden durch äusserst dünne Gasschichten zurückzuführen. Es ergab sich, dass die auf den ersten Blick verwickelten Verhältnisse der Rechnung unterworfen werden konnten, welche ihrerseits das Gesetz der elektromotorischen Kraft so dünner Gasüberzüge (nämlich Proportionalität mit der Dicke) und zweitens auch genähert den numerischen Werth für Wasserstoff und Sauerstoff auf Platinplatten ergab. Die Zersetzungsproducte von

1) Ann. CXLVIII, S. 143.

nur etwa  $\frac{1}{70}$  mg Wasser auf zwei Platinplatten von je 1 □<sup>met</sup> brachten danach die elektromotorische Kraft Daniell hervor. Dieses Resultat erscheint hinreichend merkwürdig, um einer wiederholten Untersuchung unterworfen zu werden, zumal da die frühere Erörterung nur auf zufälligen Beobachtungen beruhte. Auch war ein ferneres überraschendes Resultat, dass nämlich die *Hinzufügung einer Flüssigkeitsschicht* in den Leitungskreis unter Umständen eine beträchtliche *Vergrößerung der Stromstärke* bedingen kann, zunächst aus den früheren Versuchen wahrscheinlich geworden, und fand sich sodann mit den Resultaten der Rechnung übereinstimmend. Der directe experimentelle Beweis davon ist aber noch zu geben.

Ich habe die Versuche jetzt mit der Theorie als Leitfaden systematisch zu wiederholen und zu erweitern begonnen, und die Grundlagen wesentlich bestätigt gefunden. Insbesondere konnte ich auch die letztgenannte, praktisch für Inductionsmaschinen vielleicht nicht unwichtige Folgerung auf das schlagendste bestätigen.

Nächst der Mittheilung dieser Resultate benutze ich die Gelegenheit zu einer einfacheren Darlegung der Theorie der Erscheinungen durch eine geometrische Betrachtung, an Stelle der früher gebrauchten Differentialgleichung.

Zunächst aber war es nothwendig, einen bequemeren Erzeuger der alternirenden Ströme herzustellen, als die früher gebrauchte Inductionssirene, welche nur mühsam und unvollkommen auf constanter Drehungsgeschwindigkeit erhalten werden konnte, und deren Töne ausserdem dem Ohre auf die Dauer unerträglich werden. Herr Mechanicus L. Waibler in Darmstadt hat die Aufgabe, anstatt der Sirene ein durch Gewicht getriebenes Räderwerk zu construiren, mit welchem eine etwa hundertmalige Umdrehung des Magnets in der Secunde erzielt wird, mit bestem Erfolg gelöst. Man kann der im Folgenden beschriebenen Inductionsmaschine ihrer Haupteigenschaft wegen den Namen *Sinus-Inductor* geben.

Natürlich ist das Getriebe auch für andere Zwecke brauchbar, welche eine rasche Rotation erfordern; man kann z. B., anstatt des Magnets, einen Spiegel oder eine Sirenenscheibe gleichförmig mit einer genau gemessenen grossen Geschwindigkeit rotiren lassen. Der Apparat kostet bei Herrn Waibler etwa 110 Thlr.

#### 1. Beschreibung des Sinus-Inductors.

Der Inductor wird durch Fig. 1 Taf. IV. dargestellt, wobei der über die Magnetscheibe  $m$  und deren Axenlager übergeschobene, punktirt gezeichnete *Multiplicator* durchsichtig abgebildet ist. Letzterer besteht aus  $75^{\text{mm}}$  breiten Windungslagen, 13 an der Zahl; jede aus 210 Windungen gebildet. Es wurden vier Drähte mit einander aufgewunden und je an den Enden mit Klemmschrauben versehen, so dass man vier ganz gleiche Abtheilungen hat, die beliebig verbunden werden können. Der Widerstand jeder Abtheilung beträgt nahe 40 Siemens'sche Einheiten. Die Windungen bilden ungefähr Rechtecke; das innerste  $23^{\text{mm}}$  hoch und  $44^{\text{mm}}$  breit, das äusserste resp.  $33$  und  $54^{\text{mm}}$ .

Der *Magnet*  $m$  besteht aus einer  $6^{\text{mm}}$  dicken kreisförmigen Stahlscheibe von  $40^{\text{mm}}$  Durchmesser und besitzt etwa 2,5 Millionen Einheiten Magnetismus.

Die Anordnung des *Getriebes* ist schematisch noch einmal in Fig. 2 Taf. IV. dargestellt (in  $\frac{1}{4}$  Grösse), wobei der Theil von dem horizontalen Strich  $\alpha\alpha$  abwärts senkrecht gegen die Papierfläche gedacht werden muss. Die Uebersetzungszahlen der einzelnen Radeingriffe sind  $\frac{120}{12}$ ,  $\frac{120}{12}$ ,  $\frac{60}{12}$ ,  $\frac{60}{45}$  und  $\frac{45}{30}$ , so dass der Magnet auf eine Umdrehung der Treibrolle deren 1000 ausführt.

Man bemerkt, dass das letzte Rad von 45 Zähnen, welches in den 30zahnigen Trieb an der Drehungsaxe des (schraffirt gezeichneten) Magnets eingreift, ein blosses Uebertragungsrad ist, ohne die Drehungszahl zu vergrössern. Dasselbe war hier deswegen nothwendig, weil der enge Multiplicator aus *einem* Stück bestehen sollte, also die Axenlager des Magnets in sich aufnehmen musste.



Zu diesem Zweck ist der hintere Theil des Räderwerks möglichst zusammengedrängt worden: die obere Platte verjüngt sich, wie man sieht, und als unteres Axenlager dient eine Platte von gleicher Verjüngung, welche mittels massiver Zwischenstücke auf beiden Seiten an die obere Platte angeschraubt ist. So beträgt der äussere Abstand dieser Platten, welche die letzten drei Drehungsaxen aufnehmen, nur 20<sup>mm</sup>, und der Multiplicator kann *über* dieselben geschoben werden; er wird mit zwei vorstehenden Lappen an die Halter *hh* angeschraubt.

Die Stahllaxen laufen sämmtlich in Messing, bis auf die untere Axe des Magnets, welche abgerundet auf einem Stahlplättchen spielt. Sein oberes Axenlager ist in einen kleinen Ring von Hartgummi gefasst, damit nicht ein Weg für unipolare Induction gegeben ist, welche das Gesetz der elektromotorischen Kraft compliciren und die Bewegung dämpfen könnte.

Als *Zählerwerk* dienen zwei Nasen *nn* auf den langsamsten Axen, welche nach je 1000 resp. 100 Drehungen des Magnets Schlagfedern ausheben. Will man nicht nach dem Gehör zählen, so registriert ein elektrischer Contact, an der Nase der langsamsten Axe, die Vollendung von je 1000 Drehungen auf dem Streifen eines Morse-Apparates. Mit diesem verbinde ich gleichzeitig die Leitung von einem Quecksilbernapf, durch den ein Platinplättchen eines Secundenpendels hindurchstreift.

In 1<sup>1</sup>/<sub>2</sub><sup>m</sup> Höhe aufgestellt, leistet das Getriebe bis zum Ablafen des Gewichtes etwa 20000 Drehungen des Magnets, kann aber während des Ganges aufgezogen werden, wie aus der Figur verständlich sein wird. Nämlich wie die linken Fäden, so sind auch die beiden abgeschnittenen zur Rechten über eine lose Rolle mit einander verbunden zu denken; links hängt dann das treibende Gewicht (5 bis 20 Kgr.), rechts das spannende Gegengewicht (1 Kgr). Um das Gleiten der Schnur zu verhindern, ist dieselbe um die Treibrolle *t* zweimal, und die Aufziehrolle *a* dreimal herumgeführt; zur Vermittelung zwischen den verschiedenen Umgängen dienen die leeren Leit-

rollen 11. Die Treib- und die Aufziehrolle tragen ferner in den Rinnen, in welche sich die Schnur einlegt, kurze, sich einbohrende Spitzen. <sup>1)</sup>

A ist das Ende eines Hebels, welcher zum Zwecke der Arretirung an den Magnet angedrückt werden kann.

Die Befestigung des Getriebes und der Rollen auf einer Holzplatte ist aus der Figur verständlich.

Das treibende Gewicht besteht aus mehreren Bleiplatten, welche in Intervallen von  $2\frac{1}{2}$  Kgr. beliebig zusammengesetzt werden können.

Ich habe den Apparat zwischen etwa 9 und 110 Umdrehungen, also 18- bis 220maligem Stromwechsel in der Secunde (5 bis 20 Kgr. Treibgewicht) angewandt. Bei den grösseren Geschwindigkeiten läuft er ausgezeichnet regelmässig, wenn die schnellsten Axen gelegentlich einen Tropfen Oel erhalten. Bei den langsamsten Drehungen war der Gang um einige Procent variabel. Das Aufzeichen beeinflusst den Gang nicht.

Die mittlere elektromotorische Kraft beträgt in dem beschriebenen Multiplicator bei 100 Drehungen in der Secunde etwa 4 Daniell, und der in die Leitung eingeschaltete menschliche Körper empfindet die Leitung der alternirenden Ströme sehr merklich.

Ein zweiter Multiplicator aus 10000 Windungen feineren Drahtes giebt die mittlere elektromotorische Kraft = 17 Daniell (bei 100 Umdrehungen), und diese Ströme mittels zweier Gefässe mit Salzwasser von Hand zu Hand durch den Körper geschickt, liefern eine kaum erträgliche Wirkung. Es ist vielleicht nicht ohne Bedeutung, das Verhalten des Organismus gegen diese Ströme näher zu untersuchen, da dieselben

- 1) Die Schnur wird durch die Spitzen bei der Anwendung grösserer Gewichte stark angegriffen. Wenn die genannten Leitrollen durch Zahnräder mit der Treib- resp. Aufziehrolle verbunden werden, dürfte die Reibung auf gekerbter Unterlage ausreichen, um das Gleiten zu verhindern. Von einer Kette anstatt der Schnur, wodurch das mehrmalige Herumführen und damit die Leitrollen überflüssig werden würden, fürchtete ich die Beeinflussung des regelmässigen Ganges bei geringeren Umdrehungsgeschwindigkeiten.

sich, verschieden von den Inductionsapparaten mit Stromunterbrechung, nach bekannten Gesetzen continuirlich ändern.

2. Durchgang der alternirenden Ströme durch einen zersetzbaren Leiter.

Für unsern Gegenstand ist der Durchgang dieser Ströme durch eine Flüssigkeit von Interesse, deren Zersetzungsproducte (z. B. Wasserstoff und Sauerstoff) an den Elektroden elektromotorische Kräfte erzeugen. Wir setzen voraus, dass die Menge der Zersetzungsproducte durch jeden einzelnen Inductionsstoss so gering ist, dass es nicht zur Ausscheidung von Gasblasen kommt. Es wird ferner angenommen, dass das entgegengesetzte Zersetzungsproduct, welches nach erfolgtem Stromwechsel an einer Elektrode gebildet wird, sich mit dem vom vorhergehenden Strome vorhandenen zunächst wieder, das heisst soweit letzteres zureicht, chemisch vereinigt. Es ist also in jedem Augenblick nur der jeweilige *Ueberschuss* eines Bestandtheils auf der Elektrode elektromotorisch wirksam. Die elektromotorische Kraft wird mit dem *Ueberschuss proportional* angenommen, aus Gründen, die früher entwickelt worden sind.<sup>1)</sup>

Unter diesen Annahmen liess sich leicht eine Gleichung für die Stromstärke aufstellen, welche den Einfluss des Extrastromes und der Polarisation umfasste und als eine lineare Differentialgleichung nach der gewöhnlichen Methode integrirt werden konnte.<sup>2)</sup> Das Resultat zeigte sich von überraschender Einfachheit, nämlich: ändert sich die primäre elektromotorische Kraft nach dem Sinus der Zeit, so thut dies auch die aus allen drei Ursachen zusammengesetzte Stromstärke; doch sind beide Sinuscurven im Allgemeinen gegen einander verschoben. Die durch den Ausschlag eines Bifilar-Dynamometers gemessene Stromwirkung (proportional mit der Wärmeentwicklung des Stroms oder kurz mit der Stromarbeit in der Zeiteinheit) ist von eigenthümlicher Beschaffenheit, wenn man sie mit derjenigen ohne Polarisation vergleicht. Bei geringer Geschwin-

1) Ann. CXLVIII, 145.

2) l. c. S. 148.

digkeit des Inductors verringert, wird der Ausschlag bei wachsender Geschwindigkeit für einen bestimmten Punkt ebensogross, sodann grösser als ohne Polarisation, und es giebt eine gewisse Geschwindigkeit, für welche er ebensogross wird, als ob gar keine Polarisation und kein Extrastrom vorhanden wäre. Von da an aufwärts nähern sich beide Ausschläge einander; jedoch bleibt derjenige *mit* eingeschalteter Flüssigkeit immer der grössere.

Diese Eigenthümlichkeiten ergaben sich aus dem Integral der Gleichung, indessen sieht man auf diesem Wege den inneren Zusammenhang der Erscheinungen nicht. Nachdem das Resultat gefunden, ist es aber nicht schwer, eine einfache geometrische Ableitung zu geben, aus welcher die Nothwendigkeit dieser Vorgänge unmittelbar einleuchtet. Um es dieser Ableitung kurz vor auszuschicken, so beruht das Wesen des Vorgangs auf Folgendem. Die elektromotorische Kraft des Extrastromes bei einem wechselnden Strome  $i$  in irgend einem Augenblicke  $t$  ist der Aenderung der Stromstärke  $\frac{di}{dt}$  proportional; die elektromotorische Kraft der Polarisation dagegen mit der an einer der Elektroden ausgeschiedenen Menge eines Zersetzungsproducts, welche wiederum mit der in einer bestimmten Richtung hindurchgegangenen Electricitätsmenge, d. h. mit  $\int i dt$  im Verhältniss steht. Die Stromstärke  $i$  soll sich nun nach dem *Sinus* der Zeit ändern, und diese Function hat die Eigenschaft, dass ihr *Differential gleich ihrem Integral mit entgegengesetztem Vorzeichen ist*.

Darin liegt das Wesen der Erscheinungen, denn man sieht nun sofort, wie Extrastrom und Polarisation sich entgegenarbeiten (vgl. S. 298 die Figur) und ihren Einfluss, welcher einzeln immer schädlich ist, abschwächen, ja aufheben können. Ein wesentlicher Unterschied jedoch charakterisirt die beiden Theile: während der Extrastrom mit steigender Geschwindigkeit des Stromwechsels wächst, nimmt der Einfluss der Polarisation mit ihr verhältnissmässig ab. Es muss also unter allen Umständen beispielsweise immer eine Geschwindigkeit

des rotirenden Magnets geben, bei welcher beide Einflüsse sich vollkommen neutralisiren.

Das vollständige Gesetz der Erscheinungen lässt sich in folgender Weise einfach ableiten. Wir gehen von der Thatsache aus, dass ein nach dem Sinus der Zeit wechselnder Strom vorhanden sei, bestimmen zunächst die hierdurch bedingte Grösse beider secundären elektromotorischen Kräfte, und fragen endlich nach der primären Kraft, welche den ganzen Vorgang so hervorbringen kann.

Der Strom sei, indem seine Periode die Zeit  $2\tau$  betragen möge, und irgend eine Richtung als die positive angenommen wird,

$$i = a \cdot \sin \frac{\pi}{\tau} t.$$

Hieraus folgt die elektromotorische Kraft  $E'$  des Extrastromes, welche nach derselben Richtung wie der Strom positiv zu nehmen ist, wenn  $q$  eine Constante bedeutet,

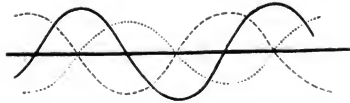
$$E' = -q \frac{di}{dt} = -aq \frac{\pi}{\tau} \cos \frac{\pi}{\tau} t.$$

Für den Zustand der Polarisation machen wir, um vom Anfangszustand unabhängig zu sein, die Annahme, dass der Stromwechsel bereits einige Zeit angedauert habe, so dass ein symmetrischer Zustand beider Elektroden sich hergestellt hat, was übrigens schon nach sehr kurzer Zeit einzutreten scheint. Dann wird offenbar das Maximum der positiven oder negativen Polarisation stattfinden, wann beziehungsweise der negative oder positive Strom zu Ende geht. In der ersten Hälfte des folgenden Stromes wird der an einer Elektrode neu ausgeschiedene Bestandtheil den vom vorigen Strom zurückgebliebenen chemisch neutralisiren, wodurch die Polarisation im Augenblicke des Strommaximums auf Null kommt u. s. f. Wir werden also die hindurchgegangene Elektrizitätsmenge, mit welcher die elektromotorische Kraft der Polarisation  $E''$  proportional ist, von einem Strommaximum an zählen, und erhalten die letztere demnach

$$E'' = - p \int_{\frac{\tau}{2}}^t i dt = a p \frac{\tau}{\pi} \cos \frac{\pi}{\tau} t,$$

wo  $p$  eine von der Elektrodenfläche und der Natur der ausgeschiedenen Bestandtheile abhängige Constante ist.

Graphisch stellt sich der Vorgang also durch folgende Figur dar, in welcher die ausgezogene Curve die Stromstärke, die punktirte die elektromotorische Kraft des Extrastromes,



die gestrichelte diejenige der Polarisation bedeutet. Die Ordinaten der beiden letzteren sind immer von entgegengesetztem Vorzeichen.

Wir fragen nun, welche elektromotorische Kraft  $E$  nothwendig ist, um unter diesen Verhältnissen den obigen Strom  $i = a \sin \frac{\pi}{\tau} t$  zu erzeugen, und erhalten nach dem Ohmschen Gesetz, wenn  $w$  den Leitungswiderstand bedeutet,  $w i = E + E' + E''$ , oder durch Einsetzung der Werthe für  $i$ ,  $E'$  und  $E''$

$$E = a \left[ w \sin \frac{\pi}{\tau} t - \left( p \frac{\tau}{\pi} - q \frac{\pi}{\tau} \right) \cos \frac{\pi}{\tau} t \right].$$

In bekannter Weise verwandelt sich schliesslich dieser Ausdruck durch Verschiebung des Anfangspunktes der Zeitrechnung um  $\frac{\tau}{\pi} \arctan \frac{1}{w} \left( p \frac{\tau}{\pi} - q \frac{\pi}{\tau} \right)$  in den vollständigen Sinus

$$E = a \sqrt{w^2 + \left( p \frac{\tau}{\pi} - q \frac{\pi}{\tau} \right)^2} \cdot \sin \frac{\pi}{\tau} t.$$

Sieht man von der gegenseitigen Verschiebung der Nullpunkte ab, die ja für die Wirkung der Ströme gleichgültig ist, so wird also genau dieselbe elektromotorische Kraft ver-

langt wie ohne Extrastrome und Polarisation, aber in einer Leitung, deren Widerstand  $\sqrt{w^2 + \left(p \frac{\tau}{\pi} - q \frac{\pi}{\tau}\right)^2}$ , anstatt des wirklichen  $w$ , wäre.

Drücken wir die elektromotorische Kraft des Sinusinductors durch  $E = \frac{k}{\tau} \sin \frac{\pi}{\tau} t$  aus, so ist also der Strom

$$i = \frac{k}{\tau} \frac{\sin \frac{\pi}{\tau} t}{\sqrt{w^2 + \left(p \frac{\tau}{\pi} - q \frac{\pi}{\tau}\right)^2}},$$

welcher Ausdruck früher mit Hülfe der Differentialgleichung gefunden wurde.<sup>1)</sup>

Da die Wurzel niemals kleiner als  $w$  werden kann, so überschreitet die Stromstärke freilich den Werth, welchen sie ohne Extrastrom haben würde, niemals. Erreichen aber wird sie ihn, sobald  $p \frac{\tau}{\pi} = q \frac{\pi}{\tau}$  ist, was durch Aenderung der Drehungszeit  $\tau$ , oder auch für jedes  $\tau$  mittels passender Wahl der Elektrodengrösse durch Aenderung von  $p$ , immer erreichbar ist.

*Der schädliche Einfluss des Extrastromes auf die Wirksamkeit von Inductionsmaschinen ist hiernach nicht principuell, sondern lässt sich beseitigen.*

### 3. Versuche.

Ich beschränke mich für jetzt darauf, die Uebereinstimmung der voraufgeschickten Theorie mit der Erfahrung an einzelnen Folgerungen aus dem vorigen Ausdruck für die Stromstärke  $i$  nachzuweisen, indem ich die genaue quantitative Bestimmung, insbesondere eine wiederholte Untersuchung über die Grösse der elektromotorischen Kräfte dünner Gasschichten einer späteren Mittheilung vorbehalte.

Um die Forderung, auf der die eben entwickelte Rechnung beruht, nämlich Proportionalität der elektromotorischen Kraft mit dem Sinus der Zeit oder des Drehungswinkels genau zu

1) Ann. CXLVIII, 149.

erfüllen, müsste der Multiplicator des Inductors sehr lang sein, da eine geschlossene Fläche nicht verwendbar ist. Die Rechnung zeigt jedoch für den S. 292 beschriebenen Multiplicator und Magnet, dass die Abweichungen vom Sinusgesetz nur wenige Procente betragen, dass man also eine sehr genäherte Prüfung des Ausdruckes für die Stromstärke (v. S.) vornehmen kann. Demgemäss wurde dieser Multiplicator mit einem Weber'schen Bifilar-Dynamometer verbunden, der Ausschlag des letzteren für eine bestimmte Drehungsgeschwindigkeit des Magnets beobachtet; alsdann in den Schliessungskreis eine, etwa millimeterdicke Schicht verdünnter Schwefelsäure zwischen zwei Platinelektroden von je 120  $\square^{\text{mm}}$  Fläche eingeschaltet und der Ausschlag wiederum beobachtet. (Eine Entwicklung von Gasbläschen trat nicht ein.)

1. Im Nenner für die Stromstärke steht der Ausdruck  $\sqrt{w^2 + \left(p \frac{\tau}{\pi} - q \frac{\pi}{\tau}\right)^2}$ . Ohne die Flüssigkeit (deren Widerstand zu vernachlässigen ist), wird dieser Nenner  $\sqrt{w^2 + q^2 \frac{\pi^2}{\tau^2}}$ , wo also  $q^2 \frac{\pi^2}{\tau^2}$  den schwächenden Einfluss des Extrastromes vorstellt. Der Strom wird demnach durch das Einschalten der Säureschicht verkleinert, resp. vergrössert werden, je nachdem  $\left(p \frac{\tau}{\pi} - q \frac{\pi}{\tau}\right)^2$  grösser resp. kleiner ist als  $q^2 \frac{\pi^2}{\tau^2}$ , mit anderen Worten, je nachdem  $\frac{\tau^2}{\pi^2} > 2 \frac{p}{q}$ . Grosses  $\tau$ , d. h. langsame Drehung, muss eine Verminderung, rasche Drehung eine Vermehrung des Ausschlages durch Einschaltung der Flüssigkeit geben.

Die Ausschläge ohne Flüssigkeit sollen durch *Me.*, diejenigen mit Flüssigkeit durch *Fl.* bezeichnet werden.

Treibgewicht	6	7,5	10	15	20 Kgr.	
Ausschlag	<i>Me.</i>	12,8	31,2	69,8	131,5	182,4 Sc. Th.
	<i>Fl.</i>	8,6	25,7	69,6	140,9	202,1 Sc. Th.

2. Die Unterschiede müssen wachsen, wenn der Widerstand *w* kleiner, und wenn die Constante *q* des Extrastromes



grösser wird. Es wurden nach der Entfernung einer grösseren Quantität geradlinigen Widerstandes einige Drahtspulen eingeschaltet.

Treibgewicht	6	7,5	10	15	20 Kgr.
Ausschlag	{ Me. 74,7	113,3	156,4	195,4	212,9 Sc. Th.
	{ Fl. 35,0	120,5	251,3	309,3	304,7 Sc. Th.

3. Man bemerkt in der Zahlenreihe für *Fl.*, dass der vorletzte Ausschlag grösser ist als der letzte, obwohl dieser einer (etwa  $1\frac{1}{2}$  mal) vergrösserten Geschwindigkeit entspricht. In der That hat der Gesamtnenner der Stromstärke

$\tau \sqrt{w^2 + \left(p \frac{\tau}{\pi} - q \frac{\pi}{\tau}\right)^2}$  ein Minimum, also die Stromstärke ein Maximum für eine bestimmte endliche Geschwindigkeit,

nämlich für  $\tau = \frac{\pi}{p} \sqrt{pq - \frac{w^2}{2}}$ . In der folgenden Versuchsreihe, bei welcher der Widerstand verkleinert war, zeigt sich das *Maximum des Ausschlages* noch deutlicher. Hier sind die Umdrehungszeiten  $2\tau$  beobachtet worden.

$\tau =$	0,047	0,016	0,012	0,0080	0,0056	0,0044 Sec.
Ausschl. {	Me. 31,5	166,1	229,0	300,4	348,2	367,0 Sc. Th.
	{ Fl. 2,7	147,0	337,0	494,5	499,0	477,7 Sc. Th.

4. Die Anwendung *kleinerer Elektroden* vergrössert die Polarisationsconstante  $p$ , indem die Gase sich in grösserer Dichtigkeit ansammeln. Für kleinere Geschwindigkeiten muss hierdurch der Ausdruck  $\left(p \frac{\tau}{\pi} - q \frac{\pi}{\tau}\right)^2$  vergrössert werden, für grössere wird er vermindert. Die Anwendung von Elektroden von je  $36 \square^{\text{mm}}$  Fläche (also 0,3 der vorigen) ergab unter übrigens denselben Verhältnissen, wie bei Nr. 3

$\tau =$	0,050	0,014	0,0059	0,0044 Sec.
Ausschlag <i>Fl.</i>	1,6	130,3	588	576 Sc. Th.

5. Die Vergrösserung der Elektrodenfläche muss die Unterschiede vermindern. Man nahm *platinirte* Elektroden von der Grösse der ersteren. Im Uebrigen gelten die Verhältnisse von Nr. 2.

	Treibgewicht 6	7,5	10	15	20 Kgr.	
Ausschlag	{ Me.	63,4	107,3	164,6	204,2	218,4 Sc. Th.
	{ Fl.	63,4	109,0	167,4	206,3	219,8 Sc. Th.

Während durch dieses Resultat einerseits die Theorie bestätigt wird, sieht man zugleich hieraus, dass die Oberflächenvergrößerung durch Platiniren einer glatten Fläche höchst bedeutend ist, denn die Unterschiede betragen jetzt kaum mehr als die Unsicherheit der Beobachtung. Die *Platinirung* ist demnach ein vorzügliches *Hilfsmittel*, um die Polarisation ganz unmerklich zu machen, wenn man *Widerstände* von Flüssigkeiten mit alternirenden Strömen bestimmen will.<sup>1)</sup>

Vergleicht man die unter Nr. 3 und 4 mit Einschaltung einer Flüssigkeitssäule erhaltenen Ausschläge mit den entsprechenden ohne Flüssigkeit, so sind die ersteren unter Umständen fast doppelt so gross. Die günstige Wirksamkeit der Flüssigkeitsschicht springt aber noch mehr in die Augen, wenn man die Grenze berechnet, welche den Strömen durch den Extrastrom gesetzt ist. Wenn man den Ausdruck (4) S. 293 Bd. 138 dieser Annalen auf die unter Nr. 3 oben gegebenen Ausschläge in metallischer Leitung anwendet, so findet man, dass nahezu 400 Sc. Th. die Grenze bilden, über welche auch bei unendlicher Geschwindigkeit der Ausschlag nicht wachsen kann. Diese Zahl ist aber bei den grösseren Elektroden schon mit 43 Umdrehungen in der Secunde erreicht und wird durch die Maxima 500 Sc. Th., resp. 590 Sc. Th. bei den kleineren Elektroden, bedeutend übertroffen.

Eine Anwendung der Polarisation zur Verstärkung von grösseren *Inductionsmaschinen* habe ich vorläufig versucht und habe an einem Siemens'schen Inductor von Fessel sowie an einer kleineren Stöhrer'schen Maschine in der That Vermehrung der Wärmewirkung durch Hinzufügen einer Schicht verdünnter Schwefelsäure in den Leitungskreis erhalten. Doch belief sich dieselbe nur auf etwa 10 Procent. Ich lasse dahin gestellt, ob der Grund dieser Geringfügigkeit in der Abweichung der Induction von einer Sinus-Curve lag, ob vielleicht

1) Ann. CXXXVIII, 280.

der Antheil des Extrastromes an dem relativ ungünstigen Effect rascher Drehungen bei Inductionsmaschinen nicht gross ist, oder ob es vielleicht ferneren Versuchen gelingen wird, bedeutendere Verstärkungen zu erzielen.

Darmstadt, September 1873.

---

**XXIX. Fernere Versuche über Fluorescenz;  
von Eduard Hagenbach.**

---

In zwei Arbeiten (Pogg. Annalen Band CXLI p. 245 und Band CXLVI p. 65) habe ich einige Untersuchungen über die Fluorescenz einer Anzahl Körper mitgetheilt. Ich füge hier die Beschreibung fernerer Versuche bei, die sich theils auf die schon früher beobachteten, theils auf neue Substanzen beziehen.

Blattgrün.

Schon früher habe ich zu zeigen gesucht, dass die ätherische und die alcoholische Lösung des Chlorophylls in Bezug auf die Lage der Maxima der Fluorescenz und der ihnen entsprechenden Absorptionsbänder sich darin etwas von einander unterscheiden, dass die letztern bei der alcoholischen Lösung etwas nach der rothen Seite verschoben sind; es handelte sich nun noch darum, zu constatiren, ob auch im Fluorescenzspectrum eine entsprechende Verschiebung stattfindet; ein sorgfältiger Vergleich eines alcoholischen und eines ätherischen Blattgrünauszuges aus Himbeerblättern hat mich überzeugt, dass die Maxima des Fluorescenzspectrums beim alcoholischen Auszug um die allerdings nicht bedeutende Grösse eines Theiles meiner Scala im Vergleich mit der ätherischen Lösung nach der rothen Seite verschoben sind. Auch unterscheiden sich die Fluorescenzspectren der ätherischen und der alcoholischen Lösung noch dadurch, dass das die beiden Maxima

trennende Minimum bei der ersteren deutlicher als bei der letzteren ausgesprochen ist.

In meiner ersten Arbeit über die optischen Eigenschaften des Blattgrüns glaubte ich die Frage, ob das ungelöste Chlorophyll in den Blättern fluorescirt, mit Nein beantworten zu müssen. Untersuchungen, die ich seither über diesen Gegenstand angestellt habe, überzeugten mich, dass meine damalige verneinende Beantwortung der Frage voreilig war, und dass auch das in den Blättern enthaltene ungelöste Chlorophyll ganz entschieden fluorescirt, wie dies auch schon ganz richtig von Stokes behauptet worden ist. Allerdings ist diese Fluorescenz bedeutend schwächer als die der Lösung; doch kann sie, wenn man das Licht durch eine Linse concentrirt, deutlich erkannt werden im directen Spectrum so wie auch mit Hülfe des früher beschriebenen Kastens; ganz entschieden spricht jedoch der Versuch, wenn man das erregende Licht durch eine Lösung von Kupferoxydammoniak gehen lässt; in diesem Falle ist es dann auch möglich, das Spectrum des Fluorescenzlichtes zu bestimmen. Dasselbe ist weniger ausgedehnt als das des gelösten Blattgrüns und liegt um eine sehr merkliche Grösse nach der weniger brechbaren Seite des Spectrums verschoben; es beginnt bei 49 (26),<sup>1)</sup> hat ein Maximum bei 62 (28) und geht bis zu 79 (31). Es zeigt somit das feste Chlorophyll im Vergleich mit den Lösungen eine Verschiebung sowohl der Maxima der Fluorescenz oder der ihnen entsprechenden Absorptionsbänder als auch der Maxima des Fluorescenzspectrums nach dem rothen Ende des Spectrums.

#### Anthracen.

In meiner früheren Arbeit habe ich die Resultate in Betreff der Fluorescenz des von Fritzsche dargestellten und Photen benannten Kohlenwasserstoffs beschrieben, der bekannt-

1) Die Zahlen vor der Klammer beziehen sich auf meine Skale (Pogg. Ann. Bd. CXLI, pag. 251 und Bd. CXLVI, pag. 68) und die Zahlen in der Klammer auf die Bunsen'sche Skale (Pogg. Ann. Bd. CXIX, pag. 10).

lich als identisch mit dem Anthracen betrachtet wird. Ich versuchte nun auch die optische Identität dieser beiden Körper darzuthun und beobachtete zu diesem Zweck reines Anthracen, das von Herrn Dr. Riese in Frankfurt dargestellt war, und das mein College Herr Prof. J. Piccard die Gefälligkeit hatte, mir mitzutheilen. Sowohl in Bezug auf die Fluorescenz im Spectrum als das Fluorescenzlicht waren durchaus keine wesentlichen Unterschiede zu bemerken; und besonders war das durch seine deutlichen Maxima und Minima so charakteristische Fluorescenzspectrum beiden Substanzen eigen. Es kann somit auch die optische Identität des Photens und Anthracens als nachgewiesen betrachtet werden. Die gleichen Resultate erhielt ich mit Anthracen aus der chemischen Fabrik von J. R. Geigy in Basel. Ich benutzte dann ferner die Gelegenheit, über eine grössere Substanzmenge zu verfügen, dazu, bei festem Anthracen die früheren Versuche zu wiederholen und zu berichtigen und einige fernere Beobachtungen über das optische Verhalten der Lösungen anzustellen.

Die früheren Angaben über die Fluorescenz des festen Anthracens im Spectrum habe ich durch neuere Beobachtungen bestätigt. Die Messung der Maxima und Minima des Fluorescenzspectrums des festen Anthracens ergab etwas andere und jedenfalls zuverlässigere Resultate als früher. Der hauptsächlichste Unterschied besteht darin, dass die Anwendung einer stärkeren Intensität des auffallenden Lichtes das frühere Maximum I in zwei Maxima zu zerlegen gestattete; die Zahl der Maxima wird dadurch sieben. Die sonstigen Unterschiede in den Zahlen rühren daher, dass die früheren Beobachtungen mit etwas zu weiter Spalte des Spectralapparates angestellt worden waren, was eine Verschiebung zur Folge hatte. Ich erhielt folgende Zahlen:

	Beginn 125 (39)	
	Maxima	Minima
I	157 (45)	188 (50)
II	213 (54)	258 (62)

Maxima	Minima
III 303 (70)	348 (77)
IV 392 (85)	436 (92)
V 476 (99)	508 (105)
VI 569 (116)	621 (125)
VII 681 (135)	
Ende 709 (140).	

Das Minimum zwischen Max. I und Max. II ist nicht sehr stark ausgeprägt. Am stärksten sind die Maxima III und IV, dann folgen der Stärke nach auf einander VI, II, I und VII.

Ich habe nun ferner Lösungen von Anthracen in Alcohol, Aether und Benzin untersucht; im Wesentlichen unterscheiden sich diese drei Lösungen optisch nicht von einander; zu messenden Beobachtungen eignet sich am besten die Benzinlösung.

Die Fluoreszenzfarbe dieser Lösungen ist blauviolett.

Wird das Spectrum auf die Oberfläche einer Anthracenlösung projectirt, so sieht man 4 Maxima der Fluoreszenz. Sie beginnt bei F, das erste Maximum liegt bei 486 (101), ein Minimum bei 517 (107), das zweite Maximum bei 585 (118), ein Minimum bei G, das dritte Maximum bei 715 (141), ein Minimum bei 769 (151), das vierte Maximum etwa bei H<sub>1</sub>, deutlich erstreckt sich die Fluoreszenz nicht weit über H<sub>1</sub> hinaus, doch ist sie schwach über 1000 (191) hinaus zu verfolgen. Am stärksten ist Max. IV, dann II und dann I; am schwächsten ist Max. III.

Deutliche Absorptionsstreifen habe ich in den Lösungen des reinen Anthracen nicht finden können, was wohl daher rührt, dass die Untersuchungen in der Intensität der Fluoreszenz nicht sehr stark ausgesprochen sind.

Das Fluoreszenzpectrum der Lösungen hat gleich dem des festen Anthracen sieben Maxima; doch sind dieselben in Folge einer Verschiebung nach der violetten Seite weiter auseinander liegend; eine Erscheinung, die auch H. Morton<sup>1)</sup>

1) Phil. Mag. (4) XLIV, pag. 345; XLVI. pag. 89.

beim unreinen Anthracen und einigen andern aus Steinkohlen-  
theer erhaltenen Substanzen gefunden hat. Wir haben fol-  
gende Zahlen für das Fluorescenzspectrum einer Anthracen-  
lösung gefunden:

Beginn 82 (31)	
Maxima	Minima
I 140 (42)	
II 233 (58)	192 (51)
III 317 (72)	275 (65)
IV 440 (93)	391 (85)
V 535 (110)	470 (98)
VI 658 (131)	588 (119)
VII 787 (154)	717 (142)

Ende 841 (163).

Das siebente Maximum ist nur schwach. Auch sind die  
ersten Maxima bei der Lösung durch weniger stark ausge-  
prägte Minima getrennt als bei dem festen Körper.

Da die hier beschriebenen Beobachtungen mit möglichst  
reinem Anthracen angestellt worden sind, so glaube ich im  
Widerspruch mit H. Morton annehmen zu können, dass das  
Anthracen als solches auch im reinen Zustande das charakte-  
ristisch unterbrochene Fluorescenzspectrum zeigt.

### Diphenylamin.

Mein College Herr Prof. J. Piccard theilte mir eine  
weingeistige Lösung von Diphenylamin mit, die im Sonnen-  
licht eine schmutzigrüne Fluorescenz zeigte; ich habe die-  
selbe etwas näher untersucht.

Wird das Spectrum auf die Oberfläche der Flüssigkeit  
projicirt, so sieht man in der Gegend von 276 (65) die Fluo-  
rescenz mit einer gelben Nüance beginnen, ein erstes nicht  
sehr starkes Maximum liegt etwa bei E, dann wird die Fluo-  
rescenz sehr schwach, und ein Minimum liegt etwa bei  
342 (77); von F an wird die Fluorescenz wieder stärker, und  
die Nüance geht mehr ins Grün über, das zweite Maximum  
liegt etwa bei 556 (113); von G bis H<sub>1</sub> bleibt sich die

Stärke ziemlich gleich, dann nimmt sie ab und geht im Ultravioletten noch etwa bis zu 1044 (199).

Im Absorptionsspectrum sind keine deutlichen Streifen zu sehen, wohl weil die Maxima nur schwach ausgeprägt sind.

Das Fluorescenzspectrum zeigt 3 Maxima, wir haben für dasselbe folgende Zahlen erhalten:

	Beginn 105 (36)	
	Maxima	Minima
I.	164 (46)	228 (57)
II.	350 (78)	430 (91)
III.	489 (102)	
	Ende 553 (113).	

Am stärksten ist Minimum II. Max. I und Max. II sind nur durch ein schwaches, Max. II und Max. III durch ein sehr deutliches Minimum getrennt.

#### Papier.

Das gewöhnliche Papier zeigt eine weissliche Fluorescenz, die, weil sie sehr merklich andauert, auch Phosphorescenz genannt werden kann.

Die Fluorescenz beginnt im Spectrum bei der Linse b, sie ist im Maximum in der Gegend von G und erstreckt sich im Ultravioletten etwa bis zu 1052 (200).

Das Fluorescenzspectrum geht von 89 (33) bis 369 (81) und hat zwei ziemlich gleich starke durch ein Minimum getrennte Maxima bei 159 (45) und 296 (69).

#### Flüssigkeiten des Herrn Cornu.

Von Herrn Cornu, Chemiker in der Anilinfarbenfabrik von J. R. Geigy & Cie., erhielt ich zwei blau fluorescirende Flüssigkeiten, von welchen ich die eine mit *A*, die andere mit *B* bezeichnen will. Die Flüssigkeit *A* ist als Nebenproduct beim Erhitzen des salzsauren Diphenylamins mit Methylalcohol behufs Darstellung des Methyldiphenylamins erhalten worden. Die Flüssigkeit *B* ist das Waschwasser nach der Oxydation des Anthracens zu Anthrachinon, nachdem die Hauptmasse des Chromalauns ausgewaschen ist.



In Bezug auf die Fluorescenzerscheinungen können beide Flüssigkeiten als gleich betrachtet werden, nur fluorescirt *A* stärker als *B*.

Im Spectrum beginnt die Fluorescenz bei 592 (120), das nicht scharf ausgeprägte Maximum liegt in der Gegend von 800 (156), das Ende etwa bei 1200 (226).

Das Fluorescenzspectrum beginnt bei 98 (34), hat vier Maxima und endet bei 637 (128).

### Platinocyanmetalle.

Von den Platinocyanmetallen habe ich in meiner früheren Arbeit nur das Bariumplatinocyanür etwas näher beschrieben, seither habe ich noch viele Beobachtungen über diese in Bezug auf Fluorescenz so interessante Gruppe angestellt; das Material dazu ist mir hauptsächlich von Herrn H. Hagenbuch, Assistent im hiesigen chemischen Laboratorium, geliefert worden.

Die Fluorescenzerscheinungen dieser Salze sind ausserordentlich mannigfach, da jedes Salz mehrere Hydrate liefert, die alle sowohl in Bezug auf die Körperfarbe als die Fluorescenzerscheinung von einander verschieden sind. Dass die Körperfarbe dieser Salze hauptsächlich von der Absorption der die Fluorescenz erregenden Strahlen bedingt wird, geht sowohl aus der parallelen Aenderung von Körperfarbe und Fluorescenz als auch aus dem Umstande hervor, dass die nicht fluorescirenden Platinocyanmetalle farblos sind. Die meisten Verbindungen dieser Gruppe haben ausserdem sehr schöne Oberflächenfarben, die aber in keinem nähern Zusammenhang mit der Fluorescenz zu stehen scheinen. Die verschiedenen fluorescirenden Hydrate habe ich dadurch erhalten, dass ich das Salz auf Papierstreifen oder Thonplatten auftrug und nach und nach erwärmte oder über Schwefelsäure trocknete, und dann wieder, um die Hydrate in umgekehrter Reihenfolge zu erhalten, behauchte. Viele dieser Hydrate sind sehr wenig beständig, so dass man ihr Entstehen oft einem glücklichen Zufall verdanken muss. Bei hinlänglichem Erwärmen werden die Salze, nachdem sie die verschiedenen Körperfarben und

Fluoreszenzen durchlaufen haben, farblos und fluoresciren dann nicht mehr. Für eine grosse Anzahl fluorescirender Verbindungen dieser Gruppe habe ich sowohl die Grenzen der Fluorescenz als auch die Fluorescenzspectren bestimmt; ich habe mich dabei überzeugt, dass im Allgemeinen jede andere chemische Verbindung ihre eigenthümliche Fluorescenz hat, und dass, wenn auch zwei verschiedene Körper beim ersten Anblick eine gleiche Fluorescenz zu haben scheinen, doch bei genauer Untersuchung der Fluorescenz im Spectrum und des Fluorescenzspectrums die charakteristischen Unterschiede gut zu bestimmen sind. Im Folgenden stelle ich nur das Hauptsächlichste aus meinen Beobachtungen zusammen.

#### Kaliumplatincyänür.

Das Kaliumplatincyänür ist so wie es aus Lösungen krystallisirt, ein beinahe farbloses nur ein bischen gelbgrünes Salz, das mit bläulichweisser Farbe fluorescirt. Die Fluorescenz beginnt zwischen F und G und zeigt ein schwächeres Maximum in der Gegend von G, ein stärkeres in der Gegend von  $H_1$ , und erstreckt sich im Ultravioletten bis 1100 (209).

Das Fluorescenzspectrum geht von 117 (38) bis 637 (128) und zeigt drei Maxima der Fluorescenz, von denen das erste und zweite nur durch ein wenig ausgeprägtes, das zweite und dritte durch ein ziemlich deutliches Minimum von einander getrennt sind. Das erste und dritte Maximum sind stärker als das zweite.

Beim Erwärmen wird das Salz zuerst weiss und zeigt eine dunkelblaue Fluorescenz; im Fluorescenzspectrum ist dann das dritte Maximum vorherrschend.

Beim weitem Erwärmen bekommt das Salz eine leichte Nüance ins Orange und fluorescirt goldgelb; diese Fluorescenz beginnt erst nach G und wird stark erst gegen  $H_1$ . Das Fluorescenzspectrum geht dann von 93 (33) bis 394 (85) und hat zwei durch ein wenig ausgeprägtes Minimum getrennte Maxima.

## Natriumplatincyänür.

Das krystallisirte farblose Natriumplatincyänür fluorescirt nicht; beim Erwärmen tritt eine gelbgrüne Fluorescenz auf.

## Kaliumnatriumplatincyänür.

Das Kaliumnatriumplatincyänür fluorescirt stark gelb; die Fluorescenz im Spectrum beginnt ein wenig vor E und hat kurz vor F ein erstes und etwa bei  $H_1$  ein zweites Maximum der Fluorescenz. Auch hier treten beim Erwärmen nach und nach eine grünliche, dann eine goldgelbe und dann eine hellgelbe Fluorescenz auf.

## Ammoniumplatincyänür.

Das auf Papier aufgetragene Ammoniumplatincyänür fluorescirte an den Stellen, wo es noch feucht war, röthlich, an den mehr trockenen Stellen gelb.

## Natriumammoniumplatincyänür.

Das frisch aufgetragene Natriumammoniumplatincyänür ist farblos und fluorescirt nicht; beim Erwärmen kann man nach und nach eine blaue, eine goldgelbe, eine orange und eine hellgelbe Fluorescenz unterscheiden.

## Bariumplatincyänür.

In meiner frühern Arbeit habe ich drei verschiedene für Bariumplatincyänür gehaltene Salze, die ich mit  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $\gamma$  bezeichnete, untersucht. Seither hat sich nun herausgestellt, dass das von mir mit  $\alpha$  bezeichnete Salz, an welchem seiner Zeit J. Müller die intermittirende Fluorescenz entdeckte, irrthümlicher Weise für ein Bariumsalz gehalten worden war. Die Spectralanalyse lässt darin nur Natrium erkennen. Es war mir jedoch nicht möglich, dieses Salz sonst woher zu erhalten oder neu darzustellen. Das Natriumplatincyänür, so wie auch das Natriumammoniumplatincyänür haben optisch wesentlich andere Eigenschaften; und auch unter allen andern von mir untersuchten Platinocyänmetallen habe ich keines

gefunden, das die Unterschiede der Intensität oder Intermit-  
tenz beim Fluoresciren im Spectrum in einem so auffallenden  
Grade wie das Salz  $\alpha$  zeigt; die genaue Ermittlung der  
chemischen Natur dieses Körpers muss ich andern über-  
lassen.

Die früher mit  $\beta$  und  $\gamma$  bezeichneten Salze hat auch Herr  
Hagenbuch bei verschiedenen Krystallisationen erhalten; ihr  
chemischer Unterschied scheint auf einem verschiedenen Was-  
sergehalt zu beruhen; die optischen Eigenschaften zeigen keine  
grosse Verschiedenheit, dieselbe besteht hauptsächlich nur  
darin, dass das hellgelbe Salz  $\beta$  stärker und auch im Spectrum  
etwas früher fluorescirt als das braungelbe  $\gamma$ .

In Betreff des Fluorescenzspectrum des Bariumsalzes, das  
ich früher als ein Spectrum ohne Unterbrechung der Licht-  
intensität beschrieben habe, ist zu bemerken, dass eine ge-  
nauere Untersuchung zwei durch ein Minimum getrennte  
Maxima erkennen liess, von welchen das zweite bedeutend  
lichtstärker ist.

Beim Erwärmen des Bariumsalzes erhält man zuerst eine  
orangegelbe und dann eine sehr starke goldgelbe Fluorescenz.  
Die Fluorescenzspectren dieser entwässerten Salze zeigen eben-  
falls zwei Maxima, die ziemlich gleich wie die des nicht  
entwässerten Salzes liegen, doch mit dem Unterschiede, dass  
bei der orangegelben Fluorescenz beide Maxima ziemlich gleich  
stark sind, während bei der goldgelben das erste Maximum  
das zweite bedeutend an Stärke übertrifft.

#### Strontiumplatincyänür.

Das aus einer Lösung krystallisirte Strontiumsalz zeigt im  
Spectrum eine Fluorescenz, die vor den Linien H mehr grün-  
lich und nach denselben mehr bläulich ist; im Sonnenlicht  
ist deshalb die Fluorescenz blaugrün.

Beim Erwärmen erhält man erst eine ziegelrothe, dann  
eine goldgelbe und zuletzt eine grüne Fluorescenz.

Auch diese Fluorescenzen geben Spectren mit zwei  
Maxima.

### Strontiumkaliumplatincyänür.

Das aus einer Lösung krystallisirte Strontiumkaliumsals fluorescirt schwach gelb. Beim Erwärmen treten erst eine goldgelbe, dann eine orangegelbe und schliesslich noch eine grünlich weisse Fluorescenz auf.

### Calciumplatincyänür.

Das Calciumsals zeigt unter den von mir untersuchten Platinocyanmetallen die schönste und stärkste Fluorescenz. Die Fluorescenzfarbe ist sehr schön gelbgrün. Die Fluorescenz beginnt im Spectrum vor F und geht bis weit ins Ultraviolette. Von der Mitte zwischen F und G bis etwas über  $H_2$  hinaus ist sie ziemlich gleich stark ohne Unterbrechung in der Lichtintensität. Beim Erwärmen erhält man erst eine gelbe und dann eine orangefarbe Fluorescenz.

### Kaliumcalciumplatincyänür.

Das Kaliumcalciumsals fluorescirt gelb. Beim Erwärmen erhält man eine orangefarbe und dann wieder eine gelbe Fluorescenz.

### Magnesiumplatincyänür.

Das schon durch seine Oberflächenfarbe jedem Physiker bekannte Magnesiumplatincyänür zeigt eine sehr schöne rothe Fluorescenz, die etwas mehr ins Orange geht als die des Chlorophylls. Die Fluorescenz beginnt etwa bei 160 (45), ein erstes Maximum liegt bei D, ein zweites bei F und ein drittes bei  $H_1$ . Das Fluorescenzspectrum zeigt zwei Maxima. Beim Erwärmen erhalten wir erst eine ziegelrothe und dann eine gelbgrüne Fluorescenz.<sup>1)</sup>

Die verschiedenen in dieser Abhandlung aufgezählten Beobachtungen können als weitere Belege zu den allgemeinen Betrachtungen dienen, mit welchen ich meine frühere Arbeit über Fluorescenz geschlossen habe.

1) Auf die Aenderung der Fluorescenz dieses Salzes beim Verwittern in trockener Luft oder beim Erwärmen haben schon Grailich (Krystallographisch-optische Untersuchungen, pag. 113) und Greiss (Pogg. Ann. CVI, pag. 645) aufmerksam gemacht.

### XXX. Ueber die Bildung der erzbegleitenden Mineralien; von Th. Scheerer.

Die für den Geologen ebenso interessante, wie für den Bergmann wichtige Genesis der Erzgänge kann weder vom rein geologischen, noch vom rein chemischen Standpunkte aus ergründet werden. Die Beobachtungen des Geognosten und die Erfahrungen des Chemikers müssen hierbei, wie in so vielen anderen geologischen Fragen, einander unterstützen und ergänzen. Erstere lehren uns in Bezug auf die Erzgänge im Allgemeinen, 1) dass *Kalkspath* (nebst *Bitterspath*, *Braunspath* und verwandten Carbonaten), *Schwerspath*, *Flussspath* und *Quarz* die häufigsten Begleiter der — meist aus geschwefelten Metallen bestehenden — Gangerze sind, 2) dass Erze und Erzbegleiter durch die Art ihres Nebeneinander-Vorkommens sich theils als aufeinanderfolgende, theils als gleichzeitige, fast stets aber als gleichartige Gebilde zu erkennen geben, sofern wir hierunter Gebilde von verwandter chemischer Herkunft verstehen. Um der Bildungsweise der Erze auf die Spur zu kommen, erscheint es daher gerathen, zuvor die minder schwierig zu enthüllende Bildung ihrer mineralischen Begleiter ins Auge zu fassen.

Wie sind, abgesehen von ihrer Ursprungsquelle, die genannten erzbegleitenden Mineralien in den Gangräumen krystallinisch abgesetzt worden?

Beim *Kalkspath* ist die Beantwortung dieser Frage keinen begründeten Zweifeln mehr unterworfen. Wir wissen mit Sicherheit, dass derselbe durch Krystallisation auf nassem Wege gebildet wurde. Dies ergibt sich nicht blos aus der geognostisch-mineralogischen Diagnose, sondern wir vermögen auch — was nicht weniger wesentlich ist — diese Bildung auf künstlichem Wege auszuführen, durch allmähliges Verdunsten einer Lösung von kohlensaurem Kalk in kohlensäurehaltigem Wasser. Enthält eine derartige Lösung neben kohlensaurem Kalk auch kohlensaure Magnesia, so können daraus,

wie ich gezeigt habe <sup>1)</sup>, Krystalle von Bitterspath (Dolomit) erhalten werden. Durch Zumischung von kohlenurem Eisenoxydul und Manganoxydul würde sich unzweifelhaft auch die Darstellung von Braunspath ermöglichen lassen.

*Schwerspath*, schwefelsaurer Baryt, welcher bei gewöhnlicher Temperatur fast ganz unlöslich in Wasser ist, wird erheblich löslicher bei einer über den Kochpunkt des Wassers gesteigerten Temperatur, wie durch Ueberhitzung bis auf 245° C. nachgewiesen wurde <sup>2)</sup>. Kleine Mengen von amorphem schwefelsaurem Baryt werden hierbei völlig gelöst und nach dem Erkalten krystallinisch wieder abgeschieden.

Aber auch vermittelt Einwirkung von Schwefelsäure auf ein Barytsalz bilden sich unter gewissen Umständen Krystalle von schwefelsaurem Baryt. Durch mehrfache Versuche überzeugte ich mich, dass als begünstigende Umstände hierbei wirksam sind: Ueberschuss an Schwefelsäure und erhöhte Temperatur derselben. Man erhält daher *keinen krystallinischen* Niederschlag, wenn man verdünnte Schwefelsäure allmählich zu überschüssiger Chlorbaryumsolution fügt; dagegen einen *krystallinischen* Niederschlag, wenn Chlorbaryumsolution in überschüssige Schwefelsäure gegossen wird. Es beruht dies auf der Löslichkeit des schwefelsauren Baryts in Schwefelsäure. Kochende concentrirte Schwefelsäure vermag eine sehr grosse Menge von schwefelsaurem Baryt aufzulösen, sogar ohne dass sich derselbe beim Erkalten der Lösung wieder ausscheidet. Letzteres tritt aber ein, sobald die Lösung mit Wasser verdünnt wird. Hierauf begründete ich folgendes einfache Verfahren zur Darstellung grösserer Krystalle von schwefelsaurem Baryt.

Ein Becherglas mit einer Solution von schwefelsaurem Baryt in concentrirter Schwefelsäure und ein wassergefülltes Schälchen

1) Beiträge zur Erklärung der Dolomitbildung; Leonhard und Geinitz's Jahrbuch 1866, S. 1.

2) In meiner und Dr. Drechsel's (meines damaligen Assistenten, jetzt an der Universität zu Leipzig) Arbeit über „Künstliche Darstellung von Flussspath und Schwerspath“ in Kolbe's Journ. f. prakt. Chem. Bd. 7, S. 63.

werden nebeneinander gestellt und gemeinschaftlich mit einer geräumigen Glasglocke bedeckt. Es ist zweckmässig, dass das Becherglas nur zu einem kleinen Theile seines Inhalts gefüllt ist, und dass man es niedriger als das Schälchen placirt. Die auf solche Weise sehr langsam vor sich gehende Wasser-Aufsaugung und dadurch möglichst verzögerte Verdünnung der Schwefelsäure lässt den Krystallen Zeit zu ihrer allmäligen Ausbildung. Bei Anwendung von nur etwa 2—3 Cubikcentimetern Solution erhielt ich nach 3—4 Wochen, als die Ausscheidung beendet war, Krystalle von zum Theil mehr als 0,25<sup>mm</sup> Länge und 0,12<sup>mm</sup> Breite. Fast alle besaßen jedoch einen den Schwerspathkrystallen fremden Habitus. Es waren *Zwillinge*, ähnlich den doppelt schwalbenschwanzförmigen Zwillingen des Arsenkieses. Sie erschienen aus zwei Individuen  $\infty \bar{P}_2.P\infty$  (oder auch  $\infty \bar{P}_2.\bar{P}\infty$ ) zusammengesetzt. Einfache Krystalle dieser Art zeigten sich nur selten und waren dann in der Regel erheblich kleiner. — Diese Bildungsweise von krystallisirtem schwefelsaurem Baryt hat wohl keine Bedeutung hinsichtlich des Schwerspaths in Gängen, aber doch einiges chemische Interesse.

Ausschliesslich *einfache* Schwerspathkrystalle, an denen besonders  $\bar{P}\infty$  und  $\infty \bar{P}\infty$  (nach Naumann's Bezeichnung) hervortraten, gelang es mir, durch möglichst verzögerte Einwirkung sehr verdünnter Solutionen von Gyps und Kieselfluorbaryum, darzustellen. Nach 6—8 Wochen hatten sich hierbei Krystalle von 0,04—0,05<sup>mm</sup> Länge gebildet, zum Theil von tafelförmigem Habitus. Ein zu solcher Darstellung sich eignender, einfacher Apparat besteht in einer U-förmig gebogenen Glasröhre mit längerem Mittelstück. Nachdem man die beiden senkrecht gestellten Röhrenschenkel mit Wasser gefüllt hat, wird in den oberen Theil des einen etwas Anhydrit-Pulver, in Filtrirpapier gewickelt, und in den des anderen das ebenso verwahrte Kieselfluorbaryum eingeschoben. Im Mittelstück der Röhre, wo beide Solutionen mit einander in Berührung treten, bilden sich allmählig die Kryställchen an der Glaswandung, ohne dass dabei eine Trübung der Flüssigkeit wahrgenommen wird.

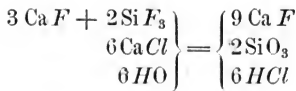


*Flussspath.* Obwohl Fluorcalcium, besonders in amorpher Gestalt, nicht absolut unlöslich in Wasser ist, gelang es nicht, durch Verdunstung solcher Lösungen mikroskopisch erkennbare Flussspathkrystalle zu erhalten. Wohl aber wurde dies durch Beihülfe *erhöhter Temperatur* erreicht. Amorphes Fluorcalcium, mit schwach durch Salzsäure angesäuertem Wasser übergossen und in einer zugeschmolzenen Glasröhre während 10 Stunden bis auf  $240^{\circ}$  C. erhitzt (einem Dampfdrucke von etwa 32 Atmosphären entsprechend), lieferte zahlreiche und äusserst scharf ausgebildete Krystalle von reiner *Oктаeder*-Form (ohne wahrnehmbare Combinationsflächen anderer tesseraler Gestalten), theils einzeln, theils in Gruppen an der Röhrenwandung haftend. Bei den grössten derselben betragen die Kantenlängen ungefähr  $0,03^{\text{mm}}$  1).

*Schwerspath und Flussspath.* Da beide in Gängen so häufig nebeneinander vorkommende Mineralien durch ihre nachbarlichen Beziehungen oftmals auf gleichzeitige Bildung schliessen lassen, so wurde letztere auf künstlichem Wege nachzuahmen versucht. Sehr verdünnte Lösungen von Gyps und Fluorbaryum — in einem ähnlichen einfachen Apparate, wie dem oben gedachten — bei *gewöhnlicher Temperatur* und sehr *langsam* mit einander in Berührung gebracht, lieferten, nach mehrwöchentlichem Verlauf, Krystalle von Schwerspath und reine *Flussspath-Hexaëder*, wie ich dies in der oben citirten Abhandlung näher beschrieben habe.

*Flussspath und Quarz* finden sich, namentlich innerhalb der Freiburger Erzgänge, ebenfalls in intimen nachbarlichen Beziehungen zu einander. Um dieses gesellige Auftreten nachzuahmen, wurden Kieselfluorbaryum und Chlorcalcium unter Wasser in einer zugeschmolzenen Glasröhre bis gegen  $250^{\circ}$  C. *erhitzt*. Der hierbei stattfindende chemische Hergang lässt sich folgendermassen auffassen:

- 1) In meiner und Drechsel's oben citirter Abhandlung sind sämtliche Mikrometermaasse um etwa den halben Werth zu erhöhen, in Folge eines — wie ich mich später überzeugte — damals fehlerhaften Index.



Als Zersetzungsproducte werden also gebildet: *Fluorcalcium* und *Kieselsäure* nebst Chlorwasserstoffsäure. Ersteres zeigte sich in krystallinischer Form als zahlreiche *Flussspath-Oktaëder* (an einigen derselben Combinationsflächen vom Rhombendodekaëder und Hexaëder wahrnehmbar) mit Kantenlängen bis zu 0,12<sup>mm</sup>. Allein die Kieselsäure hatte sich nicht als Quarz, sondern als *Kieselsäurehydrat* abgeschieden.

*Quarz.* Alle von mir angestellten Versuche, Quarz — selbst nur in mikroskopischen Krystallen — darzustellen, lieferten stets wasserhaltige Kieselsäure, zum Theil jedoch in opalartigen Gebilden. Ich bediente mich dazu hauptsächlich einer Solution von gelatinöser Kieselsäure in salzsäurehaltigem Wasser und erhitzte dieselbe, unter verschiedener Modificirung der Umstände, in zugeschmolzenen Glasröhren. Da jedoch Sénarmont <sup>1)</sup> auf solche Weise mikroskopische Quarzkrystalle erhielt, so muss ich annehmen, dass bei meinen Versuchen irgend ein, dem Gelingen ungünstiger Umstand mitgewirkt hat. Auch Schafhäutl's Beobachtung <sup>2)</sup> spricht für die Möglichkeit der Quarzbildung aus einer wässerigen Kieselsäurelösung bei höherer Temperatur. Wahrscheinlich erfordert die Quarzbildung eine längere Zeit, als es mir die Verhältnisse gestatteten, meine Glasröhren in ununterbrochener Erhitzung zu erhalten. —

Wenn auch die vorstehenden Thatsachen noch manche Lücken in unserer genetischen Erkenntniss der erzbegleitenden Mineralien zurücklassen, so können sie doch dazu dienen, ein vermehrtes Licht über diesen Theil der Gang-Genesis zu verbreiten. Jedenfalls unterstützen sie die Ansicht von der Ausfüllung der betreffenden Gänge auf *nassem Wege*, und lassen uns als auflösendes Agens Wasser erkennen, zum Theil mit Kohlensäure gesättigt und in mehr oder weniger erhitztem

1) Ann. de Chim. et Phys. XXXII, 129.

2) Münchener gelehrte Anzeigen 1845, S. 557.

(überhitztem) Zustande. Dass das auflösende Wasser an verschiedenen Orten und zu verschiedenen Zeiten ungleiche Temperaturen besessen hat, dürfte sich unter anderem auch aus den oben angeführten ungleichen Krystallformen des Flussspaths ergeben, welche mit den entsprechenden ungleichen Bildungs-Temperaturen im Zusammenhang zu stehen scheinen. Wie nämlich aus den obigen Thatsachen hervorgeht, waren die bei *gewöhnlicher Temperatur* gebildeten Flussspathkrystalle *Hexaëder*, während die bei *höherer Temperatur* ( $240^{\circ}$ — $250^{\circ}$ ) erzeugten vorherrschend *Oктаëder*-Form besaßen. Krystalle der letzteren Art wurden auch, wie ich früher schon ermittelte und zeigte, stets bei Anwendung des *trocknen Weges* erhalten; durch Auflösen von Fluorcalcium in heissflüssigem Chlorkalium, Chlornatrium und Chlorcalcium und langsames Abkühlen der geschmolzenen Massen. Auf diese Verhältnisse Bezug nehmend, machte mich mein hochverehrter Freund, der ehemalige K. Sächs. Oberberghauptmann Freiherr v. Beust (gegenwärtig Chef des österreichischen Montanwesens) brieflich auf die Thatsache aufmerksam: dass in den Erzgebirgischen *Zinnsteingängen* der Flussspath *oktaëdrisch* krystallisirt vorzukommen pflegt, während er bekanntlich in den *Gängen jüngerer Formationen* — und darunter namentlich in denen der sogenannten „Barytformation“ — ausschliesslich *hexaëdrisch* angetroffen wird. Dass dem Flussspath von älterer — und daher heisserer — Bildung die Oktaëder-Form eigenthümlich sei, kann ich hier schliesslich noch durch eine, schon vor langer Zeit von mir gemachte Beobachtung unterstützen. Unter den verschiedenen Contact-Gebilden, welche an der Grenze zwischen dem Granit und silurischem Kalk-Thonschiefer südlich von Drammen in Norwegen vorkommen, fand ich zahlreiche kleine Flussspathkrystalle, sämmtlich von *oktaëdrischer* Gestalt, nur ausnahmsweise Combinationsflächen des Rhombendodekaëders zeigend<sup>1)</sup>.

---

1) Einige Bemerkungen über gewisse Kalksteine und Gneuse der Schieferformation Norwegens; Zeitschrift d. Deutsch. Geol. Ges. 1851, S. 37.

Obwohl in diesem kleinen Beitrage hauptsächlich nur von den Erzbegleitern und nicht von den Erzen selbst die Rede sein sollte, möge man mir doch einige beiläufige Bemerkungen auch über letztere gestatten.

Wenn es fest steht, dass die Bildung der Erzbegleiter auf nassem Wege geschah, kann es nicht zweifelhaft sein, dass auch die Erze auf gleichem Wege gebildet wurden. Reines Wasser vermag die hier in Betracht kommenden Schwefelmetalle zwar nicht aufzulösen, wohl aber Wasser, welches Schwefelwasserstoff und — wenn auch nur kleine Mengen — lösliche Schwefelmetalle enthält, wie namentlich Schwefelkalium, Schwefelnatrium, Schwefelcalcium und Schwefelbaryum. Die auflösende Wirkung eines derartigen Schwefelwassers wird durch höhere Temperatur, besonders durch Ueberhitzung gesteigert. Hierüber Versuche anzustellen, in ähnlicher Weise, wie wir uns deren bei der krystallinischen Darstellung der Erzbegleiter bedienten, hat leider grosse Schwierigkeiten. Bekanntlich kann die Ueberhitzung von Flüssigkeiten in *Glasröhren* nur dann geschehen, wenn diese Flüssigkeiten mit einer stärkeren Säure übersättigt sind, ohne welche Massregel das Glas zu sehr der Zerstörung und die Röhre dem Zerspringen ausgesetzt ist. Ein alkalisches Schwefelwasser aber, wie es zur Auflösung von Schwefelmetallen dienen muss, führt diese üblen Folgen in noch kürzerer Zeit und schon bei geringen Ueberhitzungen herbei.

Was das Absetzen der Erze in den Gangräumen aus solchen von uns postulirten Lösungen betrifft, so kann dies natürlich zum Theil durch dieselben Ursachen vor sich gegangen sein, wie das Absetzen der Erzbegleiter — theils durch allmälige Abnahme der Temperatur und des Druckes, theils durch chemischen Niederschlag, hervorgebracht durch Einwirkung chemisch verschiedener Solutionen auf einander. Mitunter kann aber auch ein chemischer Einfluss des Seitengesteins hierbei stattgefunden haben. Dies ist erfahrungsmässig bei den Freiburger Erzgängen bezüglich ihres Verhaltens zum grauen Gneuse der Fall, im Gegensatze zu ihrem Verhalten zum rothen Gneuse. Ich habe nachzuweisen gesucht, dass der eisenoxydulreiche und

kieselsäurearme (schwarze) Glimmer des grauen Gneuses präcipitirend auf die gelösten Schwefelmetalle in den Gangräumen gewirkt hat, während der fast eisenfreie und kieselsäurearme (weisse) Glimmer des rothen Gneuses keinen derartigen chemischen Einfluss auszuüben vermochte. In Betreff des Näheren erlaube ich mir, hierbei auf meine Abhandlung „Die Gneuse des Sächsischen Erzgebirges und verwandte Gesteine“ in der Zeitschrift der Deutsch. Geol. Gesellschaft, Bd. XIV., zu verweisen.

### **XXXI. Zur Theorie der diëlektrischen Mittel; von Eduard Riecke.**

In den elektrodynamischen Maassbestimmungen hat Weber eine Construction der Ampère'schen Molekularströme gegeben, nach welcher dieselben aus einer an ein ponderables Molekül fest gebundenen negativ elektrischen Masse bestehen, um welche die positive Masse in planetarischer Bewegung begriffen ist. Er hat ferner gezeigt, welche Vorstellungen wir uns von der statischen Vertheilung und der galvanischen Strömung der elektrischen Flüssigkeiten bei Conductoren zu bilden haben, wenn wir von der Annahme ausgehen, dass die elektrischen Flüssigkeiten in den Conductoren im Zustande Ampère'scher Molekularströme vorhanden sind. Es soll im Folgenden versucht werden, von dieser Annahme eine andere Anwendung zu machen, nämlich auf die Theorie der diëlektrischen Mittel.

Wir denken uns ein solches Mittel als ein Aggregat beharrlicher Molekularströme, d. h. solcher, bei welchen die Bahn der positiven elektrischen Theilchen eine geschlossene ist und auch bei Einwirkung äusserer Scheidungskräfte eine geschlossene bleibt, vorausgesetzt, dass die Stärke der letzteren gewisse Grenzen nicht überschreitet. Was die Constitution dieser Molekularströme anbetrifft, so werden wir gegen-

über der bisherigen Vorstellung eine Erweiterung in doppelter Beziehung eintreten lassen.

*Einmal* wollen wir annehmen, dass das negative Theilchen, welches wir in Verbindung mit seinem ponderabelen Träger als den *Kern* des Molekularstromes bezeichnen wollen, nicht bloß von einem einzigen positiven Theilchen umkreist werde, sondern dass dasselbe umschlossen sei von einem in Rotation begriffenen Ringe, über welchen die positive Flüssigkeit stetig vertheilt ist. Die gesammte Masse der in Strömung befindlichen positiven Elektrizität nehmen wir der Einfachheit halber als gleich an mit der Masse des negativen Theilchens, obwohl natürlich von vornherein eine solche Gleichheit keineswegs als nothwendig zu betrachten ist. Die in ringförmiger Bahn den Kern des Molekularstromes umkreisende positiv elektrische Flüssigkeit werden wir im folgenden bezeichnen als den *Ring* des Molekularstromes. In Betreff dieses Ringes werden wir nun eine *zweite* Voraussetzung eintreten lassen; wir werden nämlich annehmen, dass der Ring eines Molekularstromes gegen den Kern desselben verschiebbar ist, dass also durch äussere Kräfte, welche auf den Ring wirken, dieser in seiner Continuität nicht gestört, sondern nur gegen den Kern verschoben wird; eine Annahme, welche natürlich immer nur innerhalb gewisser Grenzen als möglich betrachtet werden kann. Wenn nun auf einen solchen Molekularstrom von aussen her, etwa von unveränderlich gegebenen elektrischen Massen, elektrische Kräfte ausgeübt werden, so kann die Wirkung derselben eine doppelte sein; einmal eine ponderomotorische, sofern durch die auf beide Bestandtheile des Molekularstromes ausgeübten Kräfte zusammengenommen eine Verschiebung oder Drehung des ganzen Stromes bewirkt wird; andererseits wird die Wirkung eine elektromotorische sein, sofern durch die auf den Ring des Stromes allein ausgeübten Kräfte eine Verschiebung des letzteren gegen den Kern im Sinne der wirkenden Kraft bedingt wird.

Ueber beide Arten von Wirkungen wird sich eine Uebersicht ergeben, wenn wir die Kräfte ermitteln, welche zwischen einer ruhenden elektrischen Masse und den Bestandtheilen

eines Ampère'schen Molekularstromes vorhanden sind, und es mögen daher zunächst die Potentiale dieser Kräfte aufgestellt werden.

Potential eines Ampère'schen Molekularstromes auf einen elektrischen Punkt.

Wir sehen sofort, dass dieses Potential sich aus drei Theilen zusammensetzen wird; dem statischen Potential des Stromkernes, dem statischen Potential des Stromringes und dem dynamischen Potential des letztern.

Die in dem elektrischen Punkt vereinigte Masse setzen wir gleich 1; die Coordinaten desselben, bezogen auf ein rechtwinkliges Coordinatensystem, seien  $x_1, y_1, z_1$ ; die Coordinaten des Stromkernes  $x, y, z$ ; die Coordinaten irgend eines dem Ring angehörigen Punktes  $x + \xi, y + \eta, z + \zeta$ . Die in dem Kern vereinigte negativ elektrische Masse sei gleich  $-E$ , die in irgend einem Element  $d\sigma$  des Ringes befindliche Masse sei  $\epsilon d\sigma$ . Die Entfernung des elektrischen Punktes vom Kern sei  $R$ .

Unter diesen Umständen ist das Potential, welches von dem Stromkerne auf den elektrischen Punkt ausgeübt wird, gleich

$$-\frac{E}{R}$$

wo

$$R^2 = (x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2.$$

Für das statische Potential, welches von einem Elemente  $d\sigma$  des Ringes auf den elektrischen Punkt ausgeübt wird, erhalten wir

$$\frac{\epsilon d\sigma}{r}$$

wo

$$r^2 = (x + \xi - x_1)^2 + (y + \eta - y_1)^2 + (z + \zeta - z_1)^2.$$

Das statische Potential des ganzen Ringes ergibt sich, wenn wir den obigen Ausdruck über die ganze Ringcurve hin integrieren. Entwickeln wir nach Potenzen von  $\xi, \eta, \zeta$  und vernachlässigen wir die höhern Potenzen, so ergibt sich für das Potential der Ausdruck:

$$\frac{1}{R} \cdot \int \varepsilon d\sigma + \frac{\delta}{\delta x} \frac{1}{R} \int \xi \varepsilon d\sigma$$

$$+ \frac{\delta}{\delta y} \frac{1}{R} \int \eta \varepsilon d\sigma + \frac{\delta}{\delta z} \frac{1}{R} \int \zeta \varepsilon d\sigma.$$

Unserer Voraussetzung über die Molekularströme zu Folge ist

$$\int \varepsilon d\sigma = E.$$

Bezeichnen wir ferner die Integrale

$$\int \xi \varepsilon d\sigma, \int \eta \varepsilon d\sigma, \int \zeta \varepsilon d\sigma$$

beziehungsweise durch  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $\gamma$ , so kommt das statische Potential des Ringes auf folgende Form:

$$\frac{E}{R} + \frac{(x_1 - x)\alpha + (y_1 - y)\beta + (z_1 - z)\gamma}{R^3}.$$

Was die Grössen  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  anbetrifft, so leuchtet ein, dass dieselben vom mathematischen Standpunkte aus identisch sind mit denjenigen Grössen, welche man in der Theorie des Magnetismus als magnetische Momente zu bezeichnen pflegt; wir werden daher für jene Integrale  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  die entsprechende Bezeichnung, *elektrische Momente*, gebrauchen.

Es bleibt schliesslich noch die Betrachtung der elektrodynamischen Wirkungen des Stromringes übrig. Ein einzelnes Element  $\varepsilon d\sigma$  desselben übt auf den elektrischen Punkt eine abstossende Wirkung aus, welche gegeben ist durch

$$-\frac{\varepsilon d\sigma}{c^2 r^2} \left\{ \left( \frac{dr}{dt} \right)^2 - 2r \frac{d^2 r}{dt^2} \right\},$$

ein Ausdruck, welcher sich leicht auf folgende Form bringen lässt

$$\frac{4}{c^2} \frac{\varepsilon d\sigma}{\sqrt{r}} \cdot \frac{d^2 \sqrt{r}}{d\sigma^2} \cdot \sigma'^2,$$

wo  $\sigma'$  die Geschwindigkeit der positiven Elektrizität in dem Ringe bezeichnet. Die X Componente der durch den vorher-



gehenden Ausdruck bestimmten Kraft können wir in der Form schreiben:

$$\frac{8}{c^2} \epsilon \sigma'^2 d\sigma \frac{d^2 \sqrt{r}}{d\sigma^2} \cdot \frac{d\sqrt{r}}{dx_1}$$

und die X Componente der gesammten von dem Stromringe ausgeübten elektrodynamischen Wirkung wird daher, wenn wir  $\epsilon$  und  $\sigma'$  als constant betrachten:

$$\frac{8}{c^2} \epsilon \sigma'^2 \int \frac{d^2 \sqrt{r}}{d\sigma^2} \cdot \frac{d\sqrt{r}}{dx_1} d\sigma.$$

Durch partielle Integration können wir diesen Ausdruck transformiren in den folgenden:

$$-\frac{4}{c^2} \epsilon \sigma'^2 \int d\sigma \frac{d}{dx_1} \left( \frac{d\sqrt{r}}{d\sigma} \right)^2$$

oder

$$-\frac{d}{dx_1} \left\{ \frac{4}{c^2} \epsilon \sigma'^2 \int \left( \frac{d\sqrt{r}}{d\sigma} \right)^2 d\sigma \right\}.$$

Wir sehen also, dass die X Componente der von dem Stromring auf den elektrischen Punkt ausgeübten Wirkung sich in der That darstellen lässt durch die negativen Differentialquotienten eines gewissen Ausdruckes nach der  $x$  Coordinate des betrachteten Punkts; und es ist klar, dass ganz entsprechende Darstellungen sich für die  $Y$  und  $Z$  Componente ergeben würden; es besitzt also auch die elektrodynamische Wirkung des Stromrings ein Potential, welches gegeben ist durch den Ausdruck:

$$\frac{4}{c^2} \epsilon \sigma'^2 \int \left( \frac{d\sqrt{r}}{d\sigma} \right)^2 d\sigma.$$

Substituiren wir an Stelle von  $r$  wiederum seine Entwicklung nach Potenzen von  $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\zeta$ , so kommt das elektrodynamische Potential des Stromrings auf die Form:

$$\frac{\sigma'^2}{c^2} \cdot \frac{\epsilon}{R} \int \left( \frac{dR}{d\sigma} \right)^2 d\sigma,$$

wo wir unter  $dR$  die Projektion des Elementes  $d\sigma$  auf die Richtung der Entfernung  $R$  zu verstehen haben. Setzen wir

$$P = \int \left( \frac{dR}{d\sigma} \right)^2 d\sigma,$$

so erhalten wir für das elektrodynamische Potential schliesslich den einfachen Ausdruck:

$$\frac{\sigma'^2}{c^2} \cdot \frac{\epsilon P}{R}.$$

In Betreff des Integrales  $P$ , mit welchem dieses Potential behaftet ist, gelten folgende Sätze, mit Hülfe derer sich die Werthe desselben für jede beliebige Richtung von  $R$  leicht construiren lassen.

1. Es existiren drei zu einander senkrechte Richtungen  $\pi$ ,  $\pi'$  und  $\pi''$ , für welche der Werth des Integrales

$$\int \left( \frac{d\pi}{d\sigma} \right)^2 d\sigma$$

ein Maximum oder Minimum wird.

2. Sind  $\pi$ ,  $\pi'$ ,  $\pi''$  die Werthe des Integrales für jene drei ausgezeichneten Richtungen und sind  $\lambda$ ,  $\lambda'$ ,  $\lambda''$  die Cosinuse der Winkel, welche irgend eine andere Richtung  $p$  mit jenen drei Richtungen einschliesst, so ist der Werth  $P$ , welchen das Integral für die Richtung  $p$  annimmt, gegeben durch:

$$P = \lambda^2 \pi + \lambda'^2 \pi' + \lambda''^2 \pi''.$$

3. Führen wir mit Bezug auf unser ursprüngliches Coordinatensystem folgende Bezeichnungen ein:

$$p_{11} = \int \left( \frac{d\xi}{d\sigma} \right)^2 d\sigma; \quad p_{22} = \int \left( \frac{d\eta}{d\sigma} \right)^2 d\sigma;$$

$$p_{33} = \int \left( \frac{d\zeta}{d\sigma} \right)^2 d\sigma; \quad p_{23} = \int \frac{d\eta}{d\sigma} \cdot \frac{d\zeta}{d\sigma} d\sigma \text{ u. s. f.,}$$

wo unter  $d\xi$ ,  $d\eta$ ,  $d\zeta$  die Projektionen von  $d\sigma$  auf die Coordinatenachsen zu verstehen sind, und bezeichnen wir ferner durch  $u$ ,  $v$ ,  $w$  die Richtungscosinusse von  $R$  gegen die Coordinatenachsen, so wird

$$P = u^2 p_{11} + v^2 p_{22} + w^2 p_{33} + 2vw p_{23} \\ + 2wu p_{31} + 2uv p_{12}.$$

Stellen wir die im vorhergehenden abgeleiteten Ausdrücke noch einmal zusammen, so haben wir:

1. Elektrostatisches Potential des Stromkernes

$$-\frac{E}{R}.$$

2. Elektrostatisches Potential des Stromringes

$$\frac{E}{R} + \frac{(x_1 - x)\alpha + (y_1 - y)\beta + (z_1 - z)\gamma}{R^3}.$$

3. Elektrodynamisches Potential des Stromringes

$$\frac{\sigma'^2 \epsilon}{c^2} \cdot \frac{P}{R},$$

wo

$$P = \frac{(x_1 - x)^2}{R^2} p_{11} + \frac{(y_1 - y)^2}{R^2} p_{22} + \frac{(z_1 - z)^2}{R^2} p_{33} \\ + 2 \frac{(y_1 - y)(z_1 - z)}{R^2} p_{23} + \dots$$

Für das gesammte Potential, welches von einem Ampère'schen Molekularstrome auf einen elektrischen Punkt oder umgekehrt ausgeübt wird, ergibt sich somit durch Addition der vorhergehenden Ausdrücke der Werth

$$\frac{(x_1 - x)\alpha + (y_1 - y)\beta + (z_1 - z)\gamma}{R^3} \\ + \frac{\sigma'^2 \epsilon}{c^2} \cdot \frac{(x_1 - x)^2 p_{11} + (y_1 - y)^2 p_{22} + (z_1 - z)^2 p_{33} + 2(y_1 - y)(z_1 - z) + \dots}{R^3}$$

Wechselwirkung zwischen Ampère'schen Molekularströmen und ruhenden elektrischen Massen.

Das Potential der zwischen einem Molekularstrome und einem ruhenden elektrischen Theilchen stattfindenden Wechsel-

wirkung, wie wir es im Vorhergehenden aufgestellt haben, besteht wieder aus zwei Theilen, von welchen wir den ersten als den elektrostatischen, den zweiten als den elektrodynamischen bezeichnen werden. Eine numerische Berechnung der beiden Bestandtheile führt mit Rücksicht darauf, dass  $\frac{\sigma'}{c}$  als ein sehr kleiner Bruch betrachtet werden kann zu dem Resultate, dass im allgemeinen der zweite Theil des Potentials, sowie seine Differentialquotienten äusserst klein sind gegenüber dem ersten elektrostatischen Theile und den entsprechenden Differentialquotienten desselben. Wir können also, was die Wechselwirkung zwischen Ampère'schen Molekularströmen und ruhenden elektrischen Massen anbelangt, uns beschränken auf den ersten Theil und erhalten dann für das Potential dieser Wechselwirkung den Ausdruck:

$$V^s = \frac{(x_1 - x)\alpha + (y_1 - y)\beta + (z_1 - z)\gamma}{R^3}.$$

Es ist somit das Potential eines Molekularstromes auf einen ruhenden elektrischen Punkt ganz dasselbe wie das Potential eines magnetischen Moleküls auf einen magnetischen Punkt. Für die Wirkungen eines Aggregates von Ampère'schen Molekularströmen auf ruhende elektrische Massen, wie sie z. B. auf der Oberfläche geladener Conductoren sich finden, d. h. für die Wechselwirkung zwischen diëlektrischen Mitteln und geladenen Conductoren gelten also ganz dieselben Sätze wie für die Wirkung von Magneten auf irgendwie vertheilte magnetische Massen. Insbesondere werden wir also stets die Ampère'schen Molekularströme ersetzen können durch eine Oberflächenvertheilung elektrischer Flüssigkeit, welche auf die gegebenen Conductoren dieselbe Wirkung ausüben würde, wie die Ampère'schen Ströme selbst.

Der unelektrische Zustand eines diëlektrischen Körpers kann seinen Grund in zwei verschiedenen Ursachen haben, entweder können die elektrischen Momente aller demselben angehörenden Molekularströme sämmtlich gleich Null sein; oder können dieselben innerhalb jedes noch so kleinen Volum-

elementes, das wir aus dem Körper heraus schneiden, alle möglichen Richtungen einnehmen; in beiden Fällen wird die elektrostatische Wirkung des Körpers auf äussere Punkte verschwinden. Dagegen wird in beiden Fällen die, wenn auch sehr schwache elektrodynamische Wirkung übrig bleiben, da das Potential derselben:

$$V^d = \frac{\sigma'^2 \epsilon}{c^2} \cdot \frac{(x_1 - x)^2 p_{11} + (y_1 - y)^2 p_{22} + (z_1 - z)^2 p_{33} + 2(y_1 - y)(z_1 - z)p_{23} + \dots}{R^3}$$

nur von dem Quadrat der Stromgeschwindigkeit abhängt. Es könnten vielleicht derartige Kräfte elektrodynamischen Ursprungs eine Rolle spielen bei der Scheidung der elektrischen Flüssigkeiten durch Berührung oder Reibung zweier dielektrischer Körper.

#### Induction des dielektrischen Zustandes.

Das Potential, welches von einem ruhenden elektrischen Punkte auf den Ring eines Molekularstromes ausgeübt wird, ist nach dem Vorhergehenden:

$$\frac{E}{R} + \frac{(x_1 - x)\alpha + (y_1 - y)\beta + (z_1 - z)\gamma}{R^3} + \frac{\sigma'^2 \epsilon}{c^2} \cdot \frac{P}{R}$$

In erster Annäherung können wir die beiden letzten Terme dieses Ausdruckes vernachlässigen gegen den ersten, und erhalten dann für das Potential den einfachen Werth

$$V = \frac{E}{R}$$

In Worten ausgedrückt heisst das nichts anderes, als dass wir, um die Wirkung eines elektrischen Punktes auf einen Stromring zu bestimmen, uns diesen in erster Annäherung in einen einzigen Punkt zusammengezogen denken können. Ganz dasselbe gilt natürlich auch, wenn wir nicht die Wirkung eines einzigen elektrischen Punktes, sondern die Wirkung beliebig vieler in Ruhe befindlicher Massen, welche etwa an der Oberfläche eines Conductors vertheilt sind, be-

trachten. Die Kräfte, welche von einem solchen geladenen Conductor auf den Ring eines Molekularstromes ausgeübt werden, rufen eine Verschiebung desselben gegen den Kern hervor; sie induciren also in dem Molekularstrom ein elektrisches Moment. Innerhalb gewisser Grenzen werden wir dieses in der Richtung der wirkenden Kraft inducirte Moment der Kraft selbst proportional setzen können. Ganz ebenso wie dies in der Theorie des inducirten Magnetismus geschieht, lässt sich nun auch hier zeigen, dass eine gleichförmig diëlektrisch erregte Kugel auf einen in ihrem Inneren befindlichen Punkt keine Wirkung ausübt. Wir werden daher die oben gemachte Annahme dahin erweitern können, dass das elektrische Moment, welches in einer Kugel durch eine vertheilende Wirkung erregt wird, der Richtung nach mit der inducirenden Kraft zusammenfällt, der Stärke nach derselben proportional ist, und auf dieser Hypothese wird sich die Theorie der diëlektrischen Induction gerade ebenso aufbauen, wie auf der entsprechenden Hypothese die Theorie des inducirten Magnetismus.

Ist nämlich ein Körper von ganz beliebiger Gestalt gegeben, so wirkt auf eine kleine Kugel, welche wir an irgend einer Stelle desselben uns ausgeschnitten denken, einmal die gegebene äussere Kraft, herrührend etwa von einem geladenen Conductor; das Potential dieser Kraft ist, wie sich aus dem Vorhergehenden ergibt, jedenfalls von der Form:

$$V = \sum \frac{E}{R}.$$

Ausserdem aber wirken auf die in jener kleinen Kugel enthaltenen Stromringe noch alle übrigen bereits diëlektrisch erregten Theile des Körpers. Betrachten wir nur einen einzelnen Molekularstrom im Innern unserer Kugel und einen einzigen von den ausserhalb der Kugel liegenden Molekularströmen des Körpers, so können wir, um die Wirkung des letzteren Stromes auf den Ring des ersteren zu bestimmen, uns in erster Annäherung wieder die ganze Masse des Ringes in einem einzigen Punkt concentrirt denken, d. h. das Potential eines ausserhalb der Kugel befindlichen Molekularstromes

auf den Ring eines im Innern der Kugel befindlichen Stromes kann in erster Annäherung in folgender Form aufgestellt werden:

$$\frac{(x_1 - x) \alpha_1 + (y_1 - y) \beta_1 + (z_1 - z) \gamma_1}{R^3}.$$

Dieser Ausdruck ist aber vollständig identisch mit dem entsprechenden in der Theorie des inducirten Magnetismus auftretenden Potential eines Molekularmagnetes auf einen magnetischen Punkt, und es ergibt sich daher, dass die ganze Theorie des inducirten Magnetismus sich Wort für Wort übertragen lässt auf die Theorie der diëlektrischen Erregung der Nichtleiter.

#### Wechselwirkung zweier Molekularströme.

Für die Wechselwirkung zwischen einem diëlektrischen Körper und einem geladenen Conductor ergibt sich das Fundament aus der Betrachtung der Wirkung, welche ein einzelner Molekularstrom auf ein einzelnes ruhendes elektrisches Theilchen ausübt. Es genügt jedoch dieses Fundament nicht mehr zur Aufstellung der Gesetze der zwischen zwei diëlektrischen Körpern stattfindenden Wechselwirkungen, da hier zu der Wirkung des einen Molekularstroms auf den Kern des anderen noch die Wirkung auf die bewegten Theilchen des Ringes hinzukommt. Es möge deshalb im Folgenden das Potential zweier Molekularströme auf einander aufgestellt werden. Dieses Potential wird sich zusammensetzen aus 4 Bestandtheilen: dem Potential der beiden Kerne, dem Potential der beiden Ringe und den beiden Potentialen, welche je von dem Ring des einen Stroms auf den Kern des andern ausgeübt werden. Die Bezeichnungen, welche wir einführen, mögen folgende sein.

$x, y, z$  seien die Coordinaten des einen Stromkernes.

$E$  die Masse des Kerns.

$\alpha, \beta, \gamma$  die elektrischen Momente des Stroms.

$\epsilon$  die in der Längeneinheit des Ringes enthaltene Electricitätsmenge.

$\sigma'$  die Geschwindigkeit, mit der sich die positive Elektrizität in dem Ringe bewegt.

$u, v, w$  die Projectionen der Ringfläche auf die drei Coordinatenebenen.

Dieselben Buchstaben mit dem Index 1 versehen mögen sich beziehen auf den zweiten Molekularstrom.

Die Entfernung der beiden Stromkerne sei  $R$ .

Die Entfernung zweier Ringelemente der beiden Ströme sei  $\rho$ .

Die einzelnen Bestandtheile des Gesamtpotentials gestalten sich dann folgendermassen.

1. Potential der beiden Stromkerne

$$\frac{E E_1}{R}.$$

2. Potential des Ringes des ersten Stromes auf den Kern des zweiten

$$-\frac{E E_1}{R} - E_1 \frac{(x_1 - x) \alpha + (y_1 - y) \beta + (z_1 - z) \gamma}{R^3}$$

$$- \frac{\sigma'^2}{c^2} \frac{\epsilon E_1}{R} \int \left( \frac{dR}{d\sigma} \right)^2 d\sigma.$$

3. Potential des Kernes des ersten Molekularstromes auf den Ring des zweiten.

$$-\frac{E E_1}{R} - E \frac{(x - x_1) \alpha_1 + (y - y_1) \beta_1 + (z - z_1) \gamma_1}{R^3}$$

$$- \frac{\sigma_1'^2}{c^2} \frac{\epsilon_1 E_1}{R} \int \left( \frac{dR}{d\sigma_1} \right)^2 d\sigma_1.$$

4. Potential zwischen den beiden Stromringen.

Es wird sich dieses Potential in zwei Theile zerlegen, einen elektrostatischen und einen elektrodynamischen, analog wie wir dies früher bei dem Potential eines Ringes auf einen ruhenden elektrischen Punkt bemerkt hatten.



Der elektrostatische Theil des Potentials wird:

$$\begin{aligned} & \frac{E E_1}{R} + E_1 \frac{\{ (x_1 - x) \alpha + (y_1 - y) \beta + (z_1 - z) \gamma \}}{R^3} \\ & + E \frac{(x - x_1) \alpha_1 + (y - y_1) \beta_1 + (z - z_1) \gamma_1}{R^3} + \frac{\alpha \alpha_1 + \beta \beta_1 + \gamma \gamma_1}{R^3} \\ & - 3 \frac{\{ (x - x_1) \alpha + (y - y_1) \beta + (z - z_1) \gamma \} \{ x - x_1 \alpha_1 + \dots \}}{R^5}. \end{aligned}$$

Der elektrodynamische Theil des Potentials lässt sich zunächst auf folgende Form bringen:

$$\begin{aligned} & \frac{4 \sigma'^2}{c^2} \epsilon \epsilon_1 \iint \left( \frac{d \sqrt{\varrho}}{d \sigma} \right)^2 d \sigma d \sigma_1 \\ & + \frac{4 \sigma' \sigma_1'}{c^2} \epsilon \epsilon_1 \iint \frac{d \sqrt{\varrho}}{d \sigma} \cdot \frac{d \sqrt{\varrho}}{d \sigma_1} d \sigma d \sigma_1 \\ & + \frac{4 \sigma_1'^2}{c^2} \epsilon \epsilon_1 \iint \left( \frac{d \sqrt{\varrho}}{d \sigma_1} \right)^2 d \sigma_1 d \sigma. \end{aligned}$$

Reduciren wir die Entfernungen  $\varrho$  zweier Ringelemente auf die Entfernung  $R$  der Kerne, so gehen diese Ausdrücke über in

$$\begin{aligned} & \frac{\sigma'^2}{c^2} \frac{\epsilon \epsilon_1}{R} \int \left( \frac{d R}{d \sigma} \right)^2 d \sigma \\ & - \frac{\sigma'^2 \epsilon}{c^2} \left\{ \alpha_1 \frac{\partial V}{\partial x} + \beta_1 \frac{\partial V}{\partial y} + \gamma_1 \frac{\partial V}{\partial z} \right\} \\ & - \frac{\sigma_1' \sigma_1' \epsilon_1 \epsilon}{c^2} \cdot \frac{u u_1 + v v_1 + w w_1}{R^3} \\ & - \frac{\sigma_1'^2 \cdot \sigma' \epsilon_1 \epsilon}{c^2} \cdot 3 \frac{\{ (x - x_1) u + (y - y_1) v + (z - z_1) w \} \{ (x - x_1) u_1 \}}{R^5} \\ & + \frac{\sigma_1'^2}{c^2} \cdot \frac{\epsilon_1 \epsilon}{R} \int \left[ \frac{d R}{d \sigma} \right]^2 d \sigma_1 \\ & - \frac{\sigma_1'^2 \epsilon_1}{e^2} \left\{ \alpha \frac{\partial V_1}{\partial x_1} + \beta \frac{\partial V_1}{\partial y_1} + \gamma \frac{\partial V_1}{\partial z_1} \right\}. \end{aligned}$$

Hier haben wir unter  $V$  und  $V_1$  folgende Grössen zu verstehen:

$$V = \frac{1}{R} \int \left( \frac{dR}{d\sigma} \right)^2 d\sigma$$

$$V_1 = \frac{1}{R} \int \left( \frac{dR}{d\sigma_1} \right)^2 d\sigma_1.$$

Das Gesamtpotential zweier Ampère'scher Molekularströme aufeinander ergibt sich durch die Addition der vorhergehenden Bestandtheile. Wir wollen dieses Gesamtpotential,  $W$ , wiederum in drei Theile zerlegen; der erste derselben, der elektrostatische, möge bezeichnet werden durch  $U^s$ , der zweite Theil, der elektrodynamische, sei  $U^d$ , der dritte Theil endlich, welcher theils elektrostatischen, theils elektrodynamischen Ursprungs ist, sei  $Q$ ; es ist dann das Gesamtpotential

$$W = U^s + U^d + Q,$$

wo die Grössen  $U^s$ ,  $U^d$  und  $Q$  folgende Bedeutungen haben.

$$(I). \quad U^s = \frac{\alpha \alpha_1 + \beta \beta_1 + \gamma \gamma_1}{R^3} \\ - 3 \frac{\{(x-x_1)\alpha + (y-y_1)\beta + (z-z_1)\gamma\} \{(x-x_1)\alpha_1 + \dots\}}{R^5}$$

$$(II). \quad U^d = \frac{\sigma_1' \sigma_1' \epsilon_1 \epsilon_1}{c^2} \cdot \frac{u u_1 + v v_1 + w w_1}{R^3} \\ - 3 \frac{\sigma_1' \sigma_1' \epsilon_1 \epsilon_1}{c^2} \cdot \frac{\{(x-x_1)u + (y-y_1)v + (z-z_1)w\} \cdot \{(x-x_1)u_1 + \dots\}}{R^5}$$

$$(III). \quad Q = - \frac{\sigma_1'^2 \epsilon_1}{c^2} \left\{ \alpha_1 \frac{\partial V}{\partial x} + \beta_1 \frac{\partial V}{\partial y} + \gamma_1 \frac{\partial V}{\partial z} \right\} \\ - \frac{\sigma_1'^2 \epsilon_1}{c^2} \left\{ \alpha \frac{\partial V_1}{\partial x_1} + \beta \frac{\partial V_1}{\partial y_1} + \gamma \frac{\partial V_1}{\partial z_1} \right\}.$$

Im Allgemeinen werden wir bei dem Aggregat

$$W = U^s + U^d + Q$$

uns beschränken können auf diejenigen Terme, welche nicht mit dem Factor  $\frac{1}{c^2}$  behaftet sind; die zwischen zwei Molekularströmen bestehende Wechselwirkung wird in erster Annäherung nur abhängen von dem elektrostatischen Potential derselben.

Sind hingegen die elektrischen Momente der beiden Molekularströme gleich Null, so reducirt sich das Potential derselben auf

$$W = U^a,$$

d. h. das Potential ist in diesem Falle identisch mit dem Potential zweier Molekularströme, wie es sich bei Zugrundelegung der ursprünglichen Ampère'schen Anschauung ergibt, wonach die beiden elektrischen Flüssigkeiten in einem und demselben das sie tragende Molekül umgebenden Kanal in galvanischer Strömung begriffen sind.

Was endlich die inducirende Wirkung betrifft, welche von einem Molekularstrom auf einen zweiten ausgeübt wird, so wird dieselbe abhängen von dem Potential des ersteren Stromes auf den Ring des zweiten. Dieses Potential reducirt sich aber, wenn wir die mit  $\frac{1}{c^2}$  behafteten Glieder wiederum vernachlässigen, auf den Ausdruck

$$\epsilon_1 \frac{(x_1 - x)\alpha + (y_1 - y)\beta + (z_1 - z)\gamma}{R^3} + \frac{\alpha\alpha_1 + \beta\beta_1 + \gamma\gamma_1}{R^3}$$

$$- 3 \frac{\left\{ (x_1 - x)\alpha + (y - y_1)\beta + (z - z_1)\gamma \right\} \left\{ (x - x_1)\alpha_1 + \dots \right\}}{R^5}$$

Vernachlässigen wir hier diejenigen Terme, welche die Grössen  $\alpha, \beta \dots$  zur zweiten Dimension enthalten, so bleibt nur übrig der erste Term

$$\epsilon_1 \frac{(x_1 - x)\alpha + (y_1 - y)\beta + (z_1 - z)\gamma}{R^3}$$

in vollkommener Uebereinstimmung mit der im vorhergehenden Abschnitt gemachten Annahme.

**XXXII. Ueber die Bestimmung des Haupteinfallswinkels und Hauptazimuths für die verschiedenen Fraunhofer'schen Linien;  
von G. Quincke.**

Lässt man unter dem Haupteinfallswinkel  $H$  von einer ebenen Fläche linear polarisirtes Licht reflectiren, dessen Polarisationsebene den Winkel  $\alpha$  mit der Reflexionsebene bildet, so haben die beiden Componenten  $\perp$  und  $\mp$  zur Einfallsebene polarisirt einen Gangunterschied von einer Viertelwellenlänge, und das Amplitudenverhältniss derselben ist durch die Tangente des Hauptazimuths  $B$  bestimmt durch die Gleichung

$$\frac{S}{P} = \frac{tg B}{tg \alpha} \quad (1).$$

Die Reflexion wird positiv genannt, wenn die  $\mp$  der Reflexionsebene polarisirte Componente gegen die  $\perp$  zur Reflexionsebene polarisirte beschleunigt ist; negativ, wenn sie verzögert ist. Der erstere Fall ist der häufigere. Bei Metallen ist bisher nur positive Reflexion beobachtet worden.

Kennt man Haupteinfallswinkel und Hauptazimuth, so lässt sich daraus für beliebige Einfallswinkel Gangunterschied und Amplitudenverhältniss, oder die Intensität der Componenten des reflectirten Lichtes berechnen mit Hülfe von Formeln, die, obwohl von ganz verschiedener Form und auf ganz verschiedenem Wege gefunden, innerhalb der möglichen Beobachtungsfehler die Erscheinungen gleich gut darstellen. (Vergl. Pogg. Ann. 128. S. 387—399; 541—564. 1866; 136. S. 585. 1869.)

Haupteinfallswinkel und Hauptazimuth werden in der Art bestimmt, dass man auf irgend eine Weise den Gangunterschied der beiden Componenten  $\mp$  und  $\perp$  zur Einfallsebene polarisirt gleich einem Vielfachen von  $\pm \frac{\lambda}{2}$  macht. Beide geben dann linear polarisirtes Licht, das durch ein analysiren-

des Nicol'sches Prisma ausgelöscht, dessen Polarisationsenebene also bestimmt werden kann.

Das ursprünglich linear polarisirte und nach der Reflexion elliptisch polarisirte Licht kann man in linear polarisirtes verwandeln: 1) indem man es noch einmal oder mehrmals unter denselben Bedingungen reflectiren lässt. 2) Indem man den vorhandenen Gangunterschied durch eine Krystallplatte von veränderlicher Dicke (Kalkspathplatte, senkrecht zur optischen Axe geschnitten; Babinet'scher Compensator) zerstört, deren Hauptschnitt mit der Reflexionsebene zusammenfällt. 3) Indem man den Hauptschnitt einer Krystallplatte von unveränderlicher Dicke (Glimmerblatt von  $\frac{\lambda}{4}$ ) gegen die Reflexionsebene dreht.

Die erste Methode ist von Brewster<sup>1)</sup> und Jamin<sup>2)</sup>, die zweite von Brewster<sup>1)</sup>, Jamin<sup>3)</sup>, van der Willigen<sup>4)</sup>, Haughton<sup>5)</sup> und mir<sup>6)</sup>, die dritte von de Sénarmont<sup>7)</sup>, Kirchhoff und Eilhard Wiedemann<sup>8)</sup> benutzt worden.

Die dritte und zweite Methode haben den Uebelstand, dass verschiedenfarbige Strahlen Krystallplatten verschiedener Dicke erfordern. Bei der letztern Methode pflegt man ausserdem den Apparat so einzurichten, dass der Einfallswinkel sich nicht genau bestimmen lässt.

Am vollkommensten ist das von Jamin benutzte Verfahren, der ein reines (objectives) Spektrum mit Fraunhofer'schen Linien auf ein polarisirendes, in Azimuth  $45^\circ$  stehendes Nicol'sches Prisma warf, und die von parallelen Spiegeln 2mal unter dem Haupteinfallswinkel  $H$  reflectirten Strahlen mit dem im Azimuth  $\beta$  stehenden analysirenden Nicol'schen

1) Phil. trans. 1830, p. 294 und 312.

2) Ann. d. chim. (3) XXII, p. 311. 1848.

3) ib. XXIX, p. 281. 1850.

4) Pogg. Ann. 117, S. 464. 1862.

5) Phil. trans. 1863, I, p. 122.

6) Pogg. Ann. 128, S. 355 und 541. 1866.

7) Ann. d. chim. (2) LXXIII, p. 337. 1840.

8) E. Wiedemann, Elliptische Polarisation des Lichtes diss. Leipzig 1872.

Prisma auslöschte. Einfallswinkel und Azimuth  $\beta$  wurden so lange geändert, bis das Gesichtsfeld möglichst dunkel erschien.

Das Hauptazimuth  $B$  ist dann durch die Gleichung

$$B = \arcsin(\operatorname{tg} \sqrt{\operatorname{tg} \beta}) \quad (2)$$

gegeben. Jamin hat auf diese Weise die optischen Constanten einiger Metalle für verschiedene Fraunhofer'sche Linien bestimmt und daraus die verschiedene Färbung der Metalle abgeleitet.

Dies Verfahren hat manche Uebelstände, besonders den, dass sich der Einfallswinkel nicht genügend genau bestimmen lässt. Eine geringe Modification desselben, die ich schon seit länger als zehn Jahren benutze, und die im wesentlichen darin besteht, das Spektrum mit Fraunhofer'schen Linien nicht objectiv, sondern subjectiv zu beobachten, erlaubt Haupt-einfallswinkel und Hauptazimuth mit jeder beliebigen Genauigkeit zu bestimmen, sobald sich überhaupt spiegelnde Flächen von homogener Beschaffenheit herstellen lassen.

Durch einen Collimator mit vertikaler Spalte und achromatischer Linse fällt ein Bündel paralleler Lichtstrahlen auf ein im Azimuth  $45^\circ$  stehendes polarisirendes Prisma, und dann auf ein horizontales astronomisches Hilfsfernrohr, dessen Fadenkreuz durch ein unter  $45^\circ$  gegen die Fernrohraxe geneigtes Planglas (zwischen Ocular und Fadenkreuz) beleuchtet werden kann.

Quer über den Spalt des Collimators läuft ein dünner Draht, auf den das Fadenkreuz des Hilfsfernrohres eingestellt wird. Derselbe liegt auf der Axe des Collimators, wenn er beim Drehen des letzteren um  $180^\circ$  seine Lage nicht ändert.

Zwischen Collimator und Hilfsfernrohr befindet sich ein grosser gehobelter gusseiserner Rahmen, auf dem ein eiserner Schlitten mit einem Horizontalkreis parallel mit sich selbst verschoben werden kann. Ein Tischchen in der Mitte des Kreises, wie der Kreis selbst, sind durch je 3 Stellschrauben zu verstellen, die Drehung des Tischchens mit 2 diametralen Nonien zu messen. Auf dem Tischchen wird ein Planparallelglas so befestigt, dass es das Bild des Fernrohr-Fadenkreuzes

nach diesem zurückwirft. Dreht man das Planglas um  $180^\circ$ , so fallen wieder Fadenkreuz und Bild desselben zusammen, wenn die Drehungsaxe des Kreises normal zur Collimatoraxe steht. Normale des Planglases und Collimatoraxe fallen dann zusammen, der Einfallswinkel ist  $0^\circ$ .

Das Azimuth  $90^\circ$  des polarisirenden Nicol'schen Prismas wird dadurch bestimmt, dass man den Spalt des Collimators mit Tageslicht oder einer Natronflamme beleuchtet, den Einfallswinkel nahezu gleich dem Polarisationswinkel macht und die Glasplatte und das polarisirende Nicol'sche Prisma so lange dreht, bis das mit bloßem Auge oder einem Fernrohr beobachtete Spaltbild ein Minimum der Lichtintensität (0) zeigt.

Das an einem Vertikalkreise befestigte analysirende Nicol'sche Prisma stand auf  $0^\circ$ , wenn es nach der Entfernung des Planglases das vom stark erleuchteten Spalt ausgehende und durch das polarisirende Nicol'sche Prisma im Azimuth  $0^\circ$  polarisirte Licht vollkommen auslöschte,

Der Vertikalkreis mit analysirendem Nicol'schen Prisma konnte entweder auf einer horizontalen ebenen Tischplatte  $\pm$  mit sich selbst verschoben werden, oder er war vor dem Objectiv eines Fernrohrs befestigt, das auf den Spalt des Collimators eingestellt war, und auf einem gehobelten gusseisernen Schlitten mit Rahmen, wie der Horizontalkreis, parallel mit sich selbst verschoben werden konnte.

Zwischen Auge und analysirendes Nicol'sches Prisma brachte ich ein Flintglasprisma von  $30^\circ$  bis  $60^\circ$  brechendem Winkel mit vertikaler Kante, oder ein Prismensystem zum Directsehen. Das vom Spalt des Collimators ausgehende Licht giebt dann ein horizontales Spektrum mit Fraunhofer'schen Linien von etwa  $1^\circ$  bis  $3^\circ$  Breite.

Auf dem Tischchen des Horizontalkreises befestigt man nun statt des Planglases 2 parallele ebene Spiegel aus der zu untersuchenden Substanz, deren Enden über einander greifen, so dass der eine durch Reflexion des Fadenkreuzes senkrecht zur Axe des Hilfsfernrohres resp. des Collimators gestellt und ihr Parallelismus durch Drehung um  $180^\circ$  controlirt

werden kann. Die Spiegel wurden mit der Pogg. Ann. 142 S. 198. u. Taf. V. Fig. 3. beschriebenen Vorrichtung parallel gestellt, indem man sie mit Wachs auf den beiden Schlitten befestigte, die Flächen an einander drückte und die Schlitten aus einander zog.

Häufig wurden sie auch nur mit Wachs auf einer horizontalen Glastafel befestigt und der eine Spiegel so lange gedreht, bis das 2 mal gespiegelte Bild eines entfernten Gegenstandes (Baumes am Horizont) mit dem Gegenstand selbst zusammenfiel.

Leitet man von einem Heliostaten Sonnenlicht durch den Spalt des Collimators und im Azimuth  $\pm 45^\circ$  polarisirt auf die parallelen Spiegel und fängt das unter dem Haupteinfallswinkel reflectirte Licht mit dem im Azimuth  $\mp \beta$  stehenden analysirenden Nicol'schen Prisma auf, so erscheint ein dunkler Streifen im Spectrum, den man durch Aendern des Einfallswinkels  $H$  und des Azimuth's  $\beta$  auf eine bestimmte Fraunhofer'sche Linie fallen lassen kann. Der abgelesene Einfallswinkel giebt direct den Haupteinfallswinkel  $H$  für die betreffende Fraunhofer'sche Linie, die Gleichung 2 das zugehörige Haupt-Azimuth.

Aus den Bestimmungen bei positiven und negativen Einfallswinkeln und positiven und negativen Azimuthen wurde das Mittel genommen.

Die Fehler der Methode liegen in der Schwierigkeit, Nicol'sche Prismen mit ebenen Flächen zu erhalten, die, vor die Objective des Collimators und des Fernrohrs gebracht, deutliche Bilder des Spaltes geben. Ferner bilden einfallender und austretender Strahl einen Winkel mit einander, der bis  $1^\circ$  betragen kann. Aus diesem Grunde habe ich meist das Beobachtungsfernrohr zwischen Auge und analysirendem Nicol'schen Prisma fortgelassen.

Beim Drehen des polarisirenden Nicol'schen Prismas aus dem Azimuth  $+45^\circ$  auf  $-45^\circ$  verschob sich das Bild des Collimatorspaltes gegen das Fadenkreuz des Hülfsfernrohrs um  $-8'$ , wie sich mit Hülfe des von dem Planglas reflectirten Bildes dieses Fadenkreuzes zeigte. Diese Aenderung des Ein-



fallswinkels um  $-8'$  musste bei der Bestimmung von  $H$  berücksichtigt werden.

Die Kreistheilungen wurden mit Nonien bis auf 1 Minute genau abgelesen. Der Fehler einer einzelnen Bestimmung von  $H$  oder  $\beta$  beträgt kaum 1 Minute, wenn die spiegelnde Fläche eben und homogen ist, und an allen Stellen dieselben optischen Constanten  $H$  und  $B$  hat.

Temperaturschwankungen und der Druck beim Poliren ändern aber die optischen Eigenschaften eines Spiegels oft sehr erheblich, und es ist vielleicht viel schwerer, fehlerfreie spiegelnde Flächen als schlierenfreie durchsichtige Substanzen zu erhalten. Ausser diesen Ungleichartigkeiten stören unvermeidliche Ritzen und Rauigkeiten der spiegelnden Flächen, die wie ein Beugungsgitter wirken. Wie bei den Elasticitätscoefficienten oder der elektrischen Leitungsfähigkeit muss man eigentlich für jedes bestimmte Stück den Werth von  $H$  und  $B$  bestimmen.

Die folgende Zusammenstellung enthält eine Reihe Bestimmungen des Haupteinfallswinkels und Hauptazimuths für die Fraunhofer'schen Linien  $C D E F G$  mit der Methode paralleler Spiegel ausgeführt, und stimmen die Zahlen im Allgemeinen, soweit sie schon untersuchte Substanzen betreffen, mit den oben erwähnten Messungen von Jamin und Haughton überein.

Das Gold war auf Spiegelglas durch Erhitzen einer Metalllösung mit ätherischem Oele eingebrannt, Kupfer und Nickel waren galvanoplastisch niedergeschlagen, das Cobalt polirte Stücke, wie sie im Handel vorkommen. Antimon, Wismuth, Zink und Zinn waren gegossene und später polirte Platten; Aluminium, Messing und Platin gewalzt; das Silber nach dem Martin'schen Verfahren (Pogg. Ann. 129, S. 55, 1866) mit einer mehrere Monate alten Lösung erhalten.

Für Reflexion in Glas war das Silber auf den langen parallelen Seiten zweier Fresnel'schen Parallelopipede befestigt, die einen spitzen Winkel von  $56^{\circ}52'$  und die Brechungsexponenten hatten:

<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>F</i>	<i>G</i>
1,5220	1,5246	1,5279	1,5308	1,5362

Bei der Berechnung der Haupt-Azimuthen ist die Drehung der Polarisationssebene bei dem Eintritt in das Glas und dem Austritt aus demselben berücksichtigt. Das Selen hatte durch Aufdrücken kalter Spiegelglasplatten auf die geschmolzene Substanz eine spiegelnde Oberfläche erhalten.

Die vollkommensten Flächen besaßen Nickel, Silber, Gold und Selen.

*Hier ist nebenstehende Tabelle I einzuschalten.*

Wo es nicht anders bemerkt ist, fand die Reflexion in Luft statt, und waren die Metalle kurz vor der Beobachtung mit reinem Rehleder und einer Spur Pariser Roth aufpolirt worden.

Mit Ausnahme des Goldes nimmt bei allen hier aufgeführten Metallen, umgekehrt wie bei durchsichtigen Körpern der Haupteinfallswinkel (Polarisationswinkel) mit abnehmender Wellenlänge ab. Die Abnahme ist aber bei den verschiedenen Metallen sehr verschieden.

Die Hauptazimuthen nehmen theils mit abnehmender Wellenlänge zu, theils ab. Platin zeigt für die Linie *D*, Cobalt und Wismuth für die Linie *E*, Zinn für die Linie *F* einen Maximalwerth.

Nach meinen früheren Untersuchungen (Pogg. Ann. 128, S. 562; 129, S. 211, 1866) kann man auch noch von einem Haupteinfallswinkel und einem Haupt-Azimuth sprechen, wenn das Licht in *Luft* von einer dünnen durchsichtigen Metallschicht reflectirt wird, die auf einer Glasplatte liegt. Phasenunterschied und Amplitudenverhältniss der Componenten  $\pm$  und  $\perp$  zur Reflexionsebene polarisirt, lassen sich daraus für beliebige Einfallswinkel, wie bei undurchsichtigen Metallspiegeln, berechnen.

Ich habe daher Haupteinfallswinkel und Hauptazimuth, wie an undurchsichtigen Metallen auch an durchsichtigen Schichten von Gold, Platin und Silber bestimmt. Dieselben lagen auf Spiegelglasplatten, deren Rückseite mit Oelfarbe geschwärzt war, um die Reflexion des Lichtes an derselben zu zerstören.

Das Gold war mit dem Verfahren von Wernicke (Pogg. Ann. 133, S. 183. 1868) erhalten; das Silber in der Weise,

Tabelle I.

No.	Substanz	Haupt-Einfallswinkel H.				Haupt-Azimuth B.				H <sub>C</sub> -H <sub>a</sub>	B <sub>C</sub> -B <sub>a</sub>		
		C	D	E	F	G	C	D	E			F	G
1	Aluminium	77°10'	76°16'	75°14'	74°12'	72°48'	35°9	35°54	36°36'	37°26'	38°01'	4°22'	-2°52'
2	Antimon	79°44'	79°12'	78°06	70°56'	74°23'	28°4'	31°7'	33°23'	35°3'	35°36'	5°21'	-7°32'
3	Cobalt	76°45'	76°12'	75°08	74°15'	71°52'	30°59'	30°45'	31°56'	31°33'	32°28'	4°53'	-1°20'
4	Gold	72°47'	70°38'	66°32'	63°21'	65°08	43°12'	42°35'	40°22'	33°5'	28°23'	7°38'	14°49'
5	Kupfer	71°21'	69°9'	66°9'	63°19'	62°20'	40°1'	40°25'	39°3'	36°30'	29°54'	9°1	10°7'
6	Messing	74°19'	71°41'	68°59'	66°50'	63°11'	41°2'	40°52'	39°7'	36°26'	29°46'	10°52'	11°16'
7	Nickel	77°22'	76°7'	74°55'	74°4'	72°5'	32°12'	32°9'	32°2'	32°	31°39'	5°17'	0°33'
8	Platin	78°28'	77°8'	76°8'	75°21'	73°39'	81°58'	32°46'	32°28'	32°26'	32°17'	4°49'	-0°19'
9	Selen	71°26'	71°23'	71°10'	71°	70°10'	8°24'	11°32'	12°13'	13°14'	15°30'	1°16'	-7°6'
10	Silber unpolirt	72°30'	70°42'	68°40'	67°18'	64°13'	43°34'	42°45'	42°50'	42°20'	41°16'	8°17'	1°18'
11	„ polirt	74°5'	72°10'	70°22'	68°44'	66°14'	41°53'	41°40'	41°10'	40°35'	40°32'	7°51'	1°41'
11	„ unpolirt in Glas	71°17'	68°55'	66°58'	65°16'	62°38'	42°37'	42°17'	41°44'	41°26'	40°47'	8°39'	1°50'
11	„ polirt in Glas	73°17'	69°51'	67°40'	65°46'	62°45'	42°45'	42°49	42°43'	42°18'	41°55'	10°32'	0°50'
12	Silber-Colloidium	67°17'	66°16'	65°15'	64°7'	62°11'	20°21'	21°12'	22°26'	22°	25°12'	5°6'	-4°51'
13	„ in Glas	60°11'	58°9'	56°54'	55°19'	53°51'	20°56'	26°11'	28°53'	32°23'	33°4	6°20'	-12°8'
14	Stahl	76°20'	75°28'	74°46'	73°56'	72°29'	27°46'	28°16'	28°50'	29°36'	29°57'	3°51'	-2°11'
15	Wismuth	77°9'	75°14'	73°47'	72°41'	70°58'	34°22'	34°30'	34°46'	34°41'	34°40'	6°51'	-0°18'
16	Zink gegossen	80°29'	79°34'	77°58'	76°54'	74°51'	31°20'	35°5	37°26'	38°20'	39°5'	5°38'	-7°45'
17	„ gewalzt	81°12'	78°57'	77°39'	76°28'	74°14'	35°19'	35°57'	38°3'	39°17'	40°20'	6°58'	-5°1'
18	Zinn	77°16'	75°40'	73°23'	72°40'	70°8'	34°34'	35°29'	36°2'	36°15'	36°11'	7°8'	-1°37'

Temperatur 18 bis 23° C.

dass ich aus derselben frisch bereiteten Martin'schen Ver-  
silberungsflüssigkeit auf Streifen derselben Glasplatte, die gleich-  
zeitig in derselben Weise geputzt waren, resp.  $\frac{1}{2}$ , 2, 3, 6 und  
15 Minuten lang Silber sich absetzen liess. Die dickeren  
Schichten wurden in Jodsilber verwandelt und aus der Farbe  
der Jodsilberschicht die Dicke des Silbers berechnet (vergl.  
Pogg. Ann. 129, S. 208; 1866). Das Platin war ein Spiegel,  
wie sie seit einigen Jahren aus Frankreich in den Handel  
kommen. Die Dicke der Gold- und Platinschichten ist nur  
nach ungefährer Schätzung angegeben.

Die Beobachtungen an der dünnsten Silberschicht verdienen,  
da dieselbe nicht überall gleiche Dicke hatte, nur geringes  
Vertrauen. Die übrigen Silberspiegel waren aber höchst voll-  
kommen und gleichartig und reflectirten das Licht stark, ob-  
wohl sie blos mit Wasser abgspült und getrocknet, aber nicht  
mit Leder polirt waren.

Die Polarisationswinkel der nicht mit Silber belegten Glas-  
platte sind aus den nach einem eigenthümlichen Verfahren be-  
stimmten Brechungsexponenten der Oberfläche berechnet. Das  
Glas für die Goldschichten hatte genau, für das Platin sehr  
nahe, dieselben Brechungsexponenten wie für das Silber.

*Hier ist nebenstehende Tabelle II einzuschalten.*

Diese Messungen stimmen im Wesentlichen mit den Re-  
sultaten der früheren Untersuchungen überein, welche jedoch  
nur mit einfarbigem rothen Licht angestellt wurden. Sie ze-  
igen, dass der Haupteinfallswinkel und das Haupt-Azimuth mit  
wachsender Dicke der Metallschicht zunehmen, für verschie-  
dene Farben jedoch in verschiedener Weise. Die Werthe des  
Haupt-Azimuths für die verschiedenen Fraunhofer'schen Li-  
nien nähern sich mit zunehmender Dicke bei Silber, entfernen  
sich bei Gold von einander.

Bei Silber zeigt das Haupt-Azimuth einen Maximalwerth  
für eine bestimmte Fraunhofer'sche Linie, der mit zuneh-  
mender Dicke nach dem rothen Ende des Spektrums rückt.

Gold hat in durchsichtigen, wie in undurchsichtigen Schich-  
ten ein Minimum des Einfallswinkels für die Fraunhofer'sche  
Linie *F*.

Tabelle II.

No.	Dicke des Metalls	Haupt-Einfallswinkel H.						Haupt-Azimuth B.						Hc-IIc	Bc-Bc
		C	D	E	F	G	C	D	E	F	G				
Gold.															
1	0,000 030 (?)	67° 15'	62° 1'	56° 34'	56° 26'	56° 48'	28° 25'	29° 29'	26° 21'	21° 42'	19° 28'	10° 27'	8° 57'		
2	0,000 045 (?)	71° 51'	69°	64° 33'	62° 18'	64° 27'	40° 31'	40° 36'	37° 54'	31° 34'	28° 40'	7° 24'	11° 51'		
3	undurchsichtig	72° 47'	70° 38'	66° 32'	63° 21'	65° 8'	43° 12'	42° 35'	40° 22'	33° 5'	28° 23'	7° 39'	14° 40'		
Platin.															
4	0,000 040 (?)	75° 45'	74° 47'	73° 51'	72° 33'	71° 47'	23° 33'	25° 28'	26° 23'	26° 26'	26° 39'	3° 58'	— 3° 3'		
5	undurchsichtig.	78° 28'	77° 8'	76° 8'	75° 21'	73° 39'	31° 58'	32° 46'	32° 28'	32° 26'	32° 17'	4° 49'	— 0° 19'		
Silber.															
6	0 <sup>mm</sup>	56° 32'	56° 33'	56° 37'	56° 40'	56° 47'									
7	0,000 008	57° 59'	60° 31'	60° 28'	59° 57'	58° 45'	3° 14'	2° 23'	6° 57'	5° 35'	5° 46'	— 0° 46' (?)	— 2° 32' (?)		
8	0,000 031	73° 52'	71° 58'	70° 2'	68° 27'	65° 5'	32° 59'	34° 31'	35° 16'	36° 28'	36° 49'	8° 47'	— 3° 50'		
9	0,000 046	74° 9'	71° 58'	70° 21'	68° 40'	65° 42'	40° 26'	40° 2'	40° 25'	40° 40'	40° 38'	8° 27'	— 0° 12'		
10	0,000 068	75°	73° 23'	71° 9'	69° 24'	66° 18'	43° 13'	43° 45'	43° 51'	43° 35'	43° 35'	8° 42'	— 0° 22'		
11	0,000 075	75° 39'	73° 49'	71° 45'	70°	67° 9'	43° 35'	43° 54'	43° 49'	43° 42'	43° 19'	8° 30'	+ 0° 16'		
"	dasselbe (polirt)	77° 9'	75° 31'	73° 39'	72° 6'	69° 29'	44° 14'	43° 50'	43° 49'	43° 47'	43° 41'	7° 40'	0° 33'		

Durch Magnetisiren oder Elektrisiren der Metallspiegel wurden die Werthe von  $H$  und  $B$  nicht geändert.

Durch Poliren und Drücken der Metallschicht nimmt der Werth des Haupteinfallswinkels zu, des Haupt-Azimuths ab. Auch bei anderen Metallen, als den in der Tabelle I und II. aufgeführten, z. B. Cobalt und Nickel habe ich dies beobachtet. Die Anwendung kann für die verschiedenen Farben sehr verschieden sein.

Nur bei Reflexion auf Silber in Glas zeigte sich eine geringe Zunahme des Haupt-Azimuths durch Druck, der in diesem Falle jedoch nicht auf die reflectirende Vorderfläche, sondern auf die von Luft begrenzte Hinterfläche des Metalls ausgeübt worden war.

Am auffälligsten zeigte sich der Einfluss des Drucks oder des Abstandes der Silbertheilchen auf die Werthe der Reflexionsconstanten bei den Schichten von Silber-Collodium, die ich Herrn F. A. Nobert in Barth verdanke. Dieselben wurden mit dem in der Photographie üblichen Verfahren erhalten, indem eine mit (Jodkaliumhaltigem?) Collodium bekleidete Glasplatte in eine Silbersolution gesenkt, am Tageslicht gebräunt, und durch eine starke Lösung von Pyrogallussäure geschwärzt wurde. Nach dem Trocknen wurde die Platte stark erhitzt, um die Collodiumschicht stärker an dem Glase haften zu lassen.

Eine solche Collodiumplatte enthält gleichmässig fein vertheilte Silbertheilchen, ist schon in dünnen Lagen undurchsichtig, reflectirt jedoch zu wenig Licht für die Methode der doppelten Spiegelung. Mit dem Babinet'schen Compensator und einem homogenen rothen oder blauen Glase untersucht war bei

	Reflexion in Luft.	
	Roth	Blau
Haupteinfallswinkel	50° 29'	50°
Haupt-Azimuth	21° 20'	20° 44'

nach schwachem Reiben mit einem weichen Rehleder, wobei die Platte Politur annahm,

	Roth	Blau
	für Reflexion in Luft	
Haupteinfallswinkel	64° 50'	62° 2'
Haupt-Azimuth	11° 26'	13° 28'
	für Reflexion in Glas	
Haupteinfallswinkel	57° 25'	54° 41'
Haupt-Azimuth	25° 7'	41° 13'

Eine für gewöhnlich durchsichtige Collodiumschicht, welche durch fein vertheilte Silbertheilchen undurchsichtig wird, zeigt also eine geringe Aenderung des Haupteinfallswinkels, aber eine starke Aenderung des Haupt-Azimuths, welches dem des reinen Silbers sich nähert.

Bringt man durch geringen Druck die Silbertheilchen näher an einander, so ändern sich Haupteinfallswinkel und Haupt-Azimuth sehr bedeutend in demselben Sinne, nur stärker als bei einer aus reinen Silbertheilchen auf Glas abgelagerten Schicht. Uebrigens kann bei passender Wahl des Drucks und Reflexion in Luft das Haupt-Azimuth für Blau nahezu dasselbe wie für Roth sein.

Die Silbertheilchen haben, mag man die Silber-Collodiumschicht unpolirt oder polirt untersuchen, stets einen anderen Abstand von einander oder eine andere Vertheilung in der Nähe der Glasoberfläche und in der Nähe der von Luft begrenzten freien Oberfläche, so dass die Reflexionen in Luft und in Glas nicht direct mit einander verglichen werden können.

Je nach der Vertheilung der Silbertheilchen im Innern des Collodiums, die sich selbstverständlich mit der Art der Belichtung bei ihrer Herstellung ändert, sind Haupteinfallswinkel und Hauptazimuth für verschiedene Farben verschieden und die Silbercollodiumschicht (photographische Platte) zeigt bei weissem auffallenden natürlichen Licht verschiedene Färbung, die für Reflexion in Luft und in Glas verschieden sein kann.

Ganz ähnlich verhalten sich Substanzen mit sogenannten Oberflächenfarben, bei denen *H* und *B* mit wachsender Wellenlänge zu und abnehmen.

*Carthamin*, das in einer mit rother Farbe durchsichtigen Schicht auf den Flächen der oben erwähnten Parallelepiped

eingetrocknet war, zeigte bei Reflexion in derselben Substanz an verschiedenen Stellen verschiedene Reflexions-Constanten, je nachdem die Theilchen näher oder weiter von einander entfernt waren. Die Methode der parallelen Spiegel zeigte für Licht von der in Millionentheilen eines Millimeters angegebenen Wellenlänge  $\lambda$  folgende mittlere Werthe des Haupteinfallswinkels  $H$  und des Hauptazimuths  $B$ :

Reflexion in Luft.		
$\lambda$	$H$	$B$
656	59° 2'	4° 52'
589	64° 30'	8° 56'
555	63° 18'	14° 24'
527	60° 27'	21° 58'

Reflexion in Glas.		
$\lambda$	$H$	$B$
656	55° 12'	8° 56'
589	59° 2'	7° 24'
555	57° 39'	14° 25'
527	63° 48'	10° 32'
486	61° 46'	15° 32'
460	61° 48'	24° 2'
431	61° 14'	26° 41'

Es kann nicht auffallen, dass der Werth der Reflexionsconstanten sich mit dem Abstand der undurchsichtigen Theilchen ändert, da auch Durchsichtigkeit und Farbe dünner Schichten desselben Metalls davon abhängen. (Faraday exp. res. IV, 391.)

Die Abhängigkeit der optischen Eigenschaften eines Gemenges mehr oder weniger durchsichtiger und undurchsichtiger Theilchen von dem Abstand der undurchsichtigen Theilchen scheint mir schwer vereinbar mit der Annahme, dass Absorption und Dispersion des Lichtes durch Lichts anderes als ein von der Aetherbewegung veranlassetes Mitschwingen der Körpermolecüle bedingt seien.

Würzburg, den 20. August 1873.



**XXXIII. Ueber die Biegunselasticität;  
von Dr. H. Buff.**

---

**Z**ur Bestimmung des Elasticitäts-Coefficienten der Metalle bieten sich, wie bekannt, im Allgemeinen vier Verfabrungsweisen: Dehnung, Biegung, Längen- und Querschwingungen. Alle sind sie schon benutzt worden; vorzugsweise jedoch die erste und die beiden letzten. Aus der Biegung ist der Elasticitäts-Coefficient, so weit mir bekannt, nur gelegentlich abgeleitet worden, und zwar aus Versuchen, bei welchen man den Nachdruck mehr auf die technische Verwerthung der gewonnenen Resultate legte. In der That musste die mangelnde Uebereinstimmung der aus Biegungsversuchen abgeleiteten Erfahrungsconstanten, je nachdem beide Enden des zu prüfenden prismatischen Stabes frei auflagen und in der Mitte belastet wurden, oder das eine Ende eingeklemmt, das andere belastet wurde, die Brauchbarkeit der Methode zu anderen als rein technischen Zwecken verdächtigen.

Auch Werthheim hat bei seinen umfangreichen „Untersuchungen über die Elasticität“<sup>1)</sup> die Biegung vernachlässigt. Er bemerkte, dass die Schwingungen durchschnittlich zu einem grösseren Elasticitäts-Coefficienten führen als die Dehnung, und er begründete auf diese von ihm gemachte Erfahrung einen Unterschied zwischen statisch und dynamisch elastischen Wirkungen. Die Ursache desselben glaubte er darin zu finden, dass durch Wärmeveränderungen in Folge der Schwingungen eine Beschleunigung der elastischen Bewegung bewirkt werde, ähnlich wie es in der Luft bei der Fortpflanzung des Schalls geschieht. Wenn diese Anschauungsweise durch die Thatsache der äusserst geringen Verdichtungswärme fester Körper<sup>2)</sup> auch nicht vollständig widerlegt worden wäre, so sprechen doch auch andere Gründe dagegen, und schon vor längerer

1) Pogg. Ann. Ergänzungsbd. 2.

2) Pogg. Ann. Bd. 145, S. 626.

Zeit hat Clausius<sup>1)</sup> gezeigt, dass die von Werthheim bemerkten Unterschiede sich in ganz ungezwungener Weise als Folgen der elastischen Nachwirkung erklären lassen. Durch die folgenden Versuche über Biegeungselasticität beabsichtige ich zu beweisen, dass die erwähnten Unterschiede überhaupt nicht stattfinden, so lange die statische Dehnung oder Zusammendrückung die bei den elastischen Schwingungen eintretenden Dichtigkeitsänderungen nicht bedeutend übertrifft.

Ich habe bei den nachfolgend beschriebenen Versuchen meine Aufmerksamkeit auf beide Formen der Biegung gerichtet, und zunächst die Ursachen festgestellt, welche eine Zurückführung der Ergebnisse des einen Verfahrens auf die des anderen, wenn nicht unmöglich machen, doch sehr erschweren.

Sämmtliche von mir geprüften Stäbe waren Prismen von rechtwinklig parallelepipedischer Form. Wenn ein solcher Stab in horizontaler Lage zwei Stützen erhalten und frei auf diesen liegen sollte, gebrauchte man ein sehr einfaches Gerüste, aus starkem Holz verfertigt, dessen obere zur Unterlage bestimmte Querstücke oben abgeschliffen, horizontal gerichtet und genau gleichlaufend sind. Auf beiden liegen viereckige ebene Eisenplatten, welche ihre scharfen, parallel gerichteten Kanten einander zuwenden. Diese Kanten bilden die eigentlichen, in Rechnung zu bringenden Stützlinien, nachdem der Stab durch ein in der Mitte angehängtes Gewicht die geringste Biegung erfahren hat. Zur Aufnahme der Belastung dient eine Wageschaale, welche an einem leichten, verschiebbaren Bügel angehängt wird, dessen innere Fläche, da wo sie den Stab berührt, mässig abgerundet ist, so dass die Angriffsstelle der Belastung von der Mitte der Bügelbreite rechnet. Auf der vordern Seite des Bügels ist ein Streifen weisses Papier angeheftet. Auf demselben durchkreuzen sich zwei feine schwarze Linien, gegen welche die Axe des Fernrohrs eines Kathetometers gerichtet und bei jeder Abmessung so eingestellt wird, dass der Durchschnittspunkt des Fadenkreuzes im Fernrohr mit dem Durchschnittspunkte der beiden schwarzen Linien zusammenfällt. Aus dem geänderten Stande

1) Pogg. Ann. B. 78, S. 62.

des letzteren, der auf dem Maassstabe des Kathetometers unmittelbar abgelesen werden konnte, erfuhr man die Senkung oder die Pfeilhöhe des durch ein bekanntes Gewicht gebogenen Stabs. Um die Stellung des Bügels genau in der Mitte des Stabs fortdauernd im Blicke zu haben, befand sich dicht hinter dem Stabe ein in Millimeter getheilter Maassstab, der genau wagerecht von der einen Stützlinie zur andern gehend und unverrückbar gemacht, zugleich diente, den Abstand beider Unterlagen von einander zu messen und dem zur Biegung bestimmten Stabe eine durch den Lauf einer Versuchsreihe unveränderte Stellung zu sichern.

An dem Maassstabe des Kathetometers befand sich ein Nonius, mit dessen Hülfe Zehntel des Millimeters direct gemessen werden konnten. Eine grössere Empfindlichkeit des Instrumentes wäre zwar erreichbar gewesen, erschien aber als unnöthig.

Der Gesamtapparat liess bezüglich der Festigkeit seiner Aufstellung zu wünschen. Doch überzeugte ich mich, dass aus diesem Grunde, bei hinlänglicher Aufmerksamkeit, Vorsicht und Uebung keine störenden Fehler entstehen konnten.

Derselbe soeben beschriebene Apparat diente auch, um einen prismatischen Stab der einseitigen Biegung zu unterwerfen. Zu diesem Zwecke befanden sich auf dem einen oder andern Querstücke des Holzgerüsts zwei mit scharfen Kanten übereinander liegende ebene Eisenstreifen, zwischen welchen der zu prüfende Stab gepackt und mittelst Schrauben festgeklemmt wurde. In beliebiger Entfernung von der Kante, um welche die Biegung vor sich gehen sollte, wurde dann der oben erwähnte Bügel mit der Wageschale angehängt.

Um bei der einen wie bei der anderen dieser Verfahrensarten Biegungen von hinlänglicher Grösse erhalten zu können, durften die gewählten Stäbe oder Schienen nur geringe Höhe besitzen. Zur genauen Bestimmung des Maasses der letzteren musste daher eine ganz besondere Sorgfalt verwendet werden. Nach verschiedenen Versuchen, die mich unbefriedigt liessen und welche ich deshalb hier übergehe, blieb ich endlich bei dem folgenden Messverfahren stehen.

Auf dem Schlitten einer sehr gut ausgeführten Längentheilmachine von Staudinger ist, gleichlaufend mit der Bewegungsrichtung und in etwa  $15^{\text{mm}}$  Höhe über der Schlittenplatte ein 3 Centimeter langer Messingstab befestigt, der an seinem vorderen Ende eine kleine Kugel von  $8^{\text{mm}}$  Durchmesser trägt. Dieser Kugel steht in derselben Richtung und in gleicher Höhe eine zweite von gleicher Grösse gegenüber. Diese aber wird von dem Gerüste der Maschine getragen, mit welchem sie in festem Zusammenhange steht. Die Verbindungslinie der Mittelpunkte beider Kugeln ist genau gleichlaufend mit der Bewegung des Schlittens. Durch Drehung der Schraube können daher beide bis zur Berührung ihrer Scheitelpunkte einander genähert und dann wieder beliebig weit von einander entfernt werden. Um die Dicke eines Körpers zu messen, der von parallelen Flächen begränzt ist, bedarf es also nur den Raum zu bestimmen, welchen derselbe zwischen beiden Kugeln ausfüllt, wenn seine beiden parallelen Begränzungsf lächen die Richtung der Bewegung rechtwinklig durchschneiden. Um diese Lage während eines Versuches streng einhalten zu können, ist auf dem Schlitten eine geeignete Führung angebracht.

Die einzelnen Gänge der Schraube, welche zur Bewegung des Schlittens bestimmt ist, haben sehr genau die gleiche, nahe  $1^{\text{mm}}$  betragende Höhe. Der Schraubenkopf besteht aus einer kreisförmigen Messingscheibe von 13 Centimeter Durchmesser. Der darauf um die Axe der Schraube als Mittelpunkt gezogene Kreis ist in 100 gleiche Abtheilungen gebracht, von welchen je  $\frac{1}{10}$  mit Hülfe eines Nonius noch direct bestimmt werden kann. Auf  $1^{\text{mm}}$  Verschiebung des Schlittens kommen 109,894 dieser Abtheilungen. Es sollte hiernach ein Unterschied von  $0,001^{\text{mm}}$  in der Dicke zweier Körper noch direct messbar sein. Die elastische Nachgiebigkeit der Körperoberflächen erlaubt jedoch nicht, Bestimmungen bis zur Genauigkeit von mehr als  $0,01^{\text{mm}}$  zu verbürgen.

Nach diesen nicht zu umgehenden Erläuterungen wende ich mich nun zu den mit verschiedenen Metallen, sowie mit Glas und Holz ausgeführten Biegungsversuchen.

· *Weicher Gussstahl.* Der gebrauchte Stab war glatt geschliffen und polirt, hatte aber trotz aller darauf verwendeten Sorgfalt nicht durch seine ganze Länge überall absolut gleiche Höhe und Breite. In der Mitte war  $h = 2,4387\text{ mm}$ . Diese Dicke verminderte sich aber nach beiden Seiten hin, nach dem einen Ende bis zu  $h = 2,4104\text{ mm}$ , nach dem andern sogar bis zu  $h = 2,3660\text{ mm}$ . Die mittlere Dicke betrug  $h = 2,4104\text{ mm}$ . Sie weicht von der grössten um  $0,0283\text{ mm}$ , von der kleinsten um  $0,0444\text{ mm}$  ab.

Die beobachteten Verschiedenheiten in der Breite sind von geringerer Bedeutung. Die mittlere Breite betrug  $b = 8,5172\text{ mm}$ ; sie verminderte sich in der Mitte, wo sie am kleinsten war, bis zu  $8,5080\text{ mm}$ , überstieg aber an keiner Stelle den Werth von  $8,5354\text{ mm}$ .

Bei den ersten Biegungsversuchen mit diesem Stabe erhielt derselbe zwei Unterlagen in  $500\text{ mm}$  Abstand von einander. Die in der Mitte angehängte Schale sammt Bügel wog ungefähr  $100\text{ Gramme}$ . Die dadurch bewirkte Senkung wurde unbeachtet gelassen, weil eine geringe Biegung nothwendig war, bevor man ganz sicher sein konnte, dass die Schiene (der Stab) ausschliesslich nur auf den Kanten seiner Unterlage ruhte. In den folgenden Versuchsreihen bedeutet daher  $P$  das in die Schale eingelegte Gewicht, das der Schale selbst nicht eingerechnet. Die zweite mit  $n$  überschriebene Spalte giebt die am Maassstabe des Kathetometers unmittelbar abgelesenen Zahlen. Die dritte Spalte  $u$  zeigt die Unterschiede, d. h. die einer jeden durch die Belastung  $P$  bewirkten Biegung correspondirende Pfeilhöhe. Endlich erfährt man aus der vierten Spalte die erfolgenden Senkungen, auf je  $100\text{ Gramm}$  Belastung reducirt.

$P\text{ grm}$	$n\text{ mm}$	$u\text{ mm}$	Senkung auf $100\text{ grm}$ Belastung.
0	728,10		
100	726,85	1,25	1,250
0	728,10		
200	725,58	2,52	1,260

$P_{\text{grm}}$	$n_{\text{mm}}$	$u_{\text{mm}}$	Senkung auf 100grm Belastung.
0	728,10		
300	724,34	3,76	1,253
0	728,10		
400	723,10	5,00	1,250
0	728,10		
500	721,81	6,30	1,260
0	728,13		
600	720,55	7,58	1,263
0	728,13		
700	719,25	8,89	1,270
0	728,15		
800	718,00	10,15	1,268
0	728,14		
1000	715,50	12,65	1,265
0	728,16		
1500	708,58	19,60	1,306
0	728,20		
2000	702,10	26,09	1,305
0	728,19		

Die Temperatur zur Zeit der Beobachtung war  $15,5^{\circ}$ .

Die folgende Versuchsreihe bezieht sich auf denselben Stahlstab bei  $600^{\text{mm}}$  Abstand der Unterlagen.

$P_{\text{grm}}$	$n_{\text{mm}}$	$u_{\text{mm}}$	Senkung auf 100grm Belastung.
0	744,60		
100	742,43	2,15	2,150
0	744,56		
200	740,23	4,35	2,175
0	744,60		
300	738,02	6,58	2,193
0	744,60		
400	735,78	8,81	2,200
0	744,58		
500	733,60	10,98	2,196
0	744,58		
1000	722,24	22,36	2,236
0	744,62		
1500	710,71	33,90	2,260
0	744,60		

Temperatur  $t^{\circ} = 15,5^{\circ}$ .

Beide Versuchsreihen weisen darauf hin, dass diese Stahlschiene zwar bei den stärksten in Anwendung gebrachten Biegungen vollkommen elastisch, dass jedoch der Pfeil der Biegung nur bei sehr geringen Belastungen den aufgelegten Gewichten proportional blieb.

Bei früheren mit diesem Stabe ausgeführten Versuchen schien derselbe unter gleich grossen Belastungen eine geringe bleibende Biegung angenommen zu haben. War es der Fall, so konnte doch dieses Verhalten später nicht mehr wahrgenommen werden, selbst dann nicht, als die Biegung unter der Einwirkung eines Gewichtes von 2000 Gramm während mehrerer Tage ununterbrochen erhalten wurde. Auch von elastischer Nachwirkung zeigten sich nur ungewisse Spuren.

Zur Berechnung des Elasticitäts-Coefficienten aus den Biegungsversuchen dienten die bekannten Formeln:

$$P = \frac{3 E u}{l^3} \int z x^2 dx,$$

und

$$P = 16 \frac{3 E u}{l^3} \int z x^2 dx;$$

von welchen die eine in Anwendung kommt, wenn ein prismatischer Stab am einen Ende eingeklemmt, am andern belastet ist, die andere aber gebraucht wird, sobald der betreffende Stab an beiden Enden frei aufliegt. Nimmt man die Breite  $z$  als constant und setzt dieselbe gleich  $b$ , so verwandeln sich diese Ausdrücke in

$$P = \frac{b u h^3 E}{4 l^3},$$

und

$$P = \frac{4 b u h^3 E}{l^3}.$$

Hieraus folgt dann für einen parallelepipedischen Stab, welcher durch zwei gleichlaufende wagerechte Unterlagen gestützt ist, der Elasticitäts-Coefficient

$$E = \frac{P l^3}{4 u b h^3}.$$

Nimmt man nun als Breite und Höhe des Stahlstabs die Mittelwerthe, welche sich aus der Messung ergaben, nämlich  $b = 8,5172^{\text{mm}}$  und  $h = 2,4104$  an, so findet man für den Fall sehr geringer Biegungen, nach der ersten Versuchsreihe, da hier  $l = 500^{\text{mm}}$  und  $u = 1,250^{\text{mm}}$ ,

$$E = 20960 \text{ Kilo,}$$

nach der zweiten Versuchsreihe, weil jetzt  $l = 600^{\text{mm}}$  und  $u = 2,150^{\text{mm}}$ ,

$$E = 21056 \text{ Kilo.}$$

Als Mittel beider Beobachtungen ergibt sich  $E = 21008$  Kilo.

Wollte man den Elasticitäts-Coefficienten auf diejenigen Dimensionen beziehen, welche sich in der Mitte des Stabes, nämlich an der Stelle der stärksten Dehnung und Zusammen-drückung ergaben, so würde  $b = 8,5080$  und  $h = 2,4387$  zu setzen sein. Auf diese Weise gerechnet, findet man

$$E = 20260 \text{ und } E = 20350.$$

Diese Zahlen sind aber jedenfalls zu niedrig, denn die Pfeilhöhe ist keineswegs ausschliesslich nur von dem Verhalten derjenigen Abtheilungen des Stabes abhängig, die sich in der Mitte befinden.

Nach bekannten Regeln findet man mittelst der Gleichung  $\alpha = \frac{6hu}{l^2}$  die Dehnung der Längeneinheit an der convexen Aussenfläche eines Stabes von der Länge  $l$ , der durch Belastung in der Mitte die Biegung  $u$  erfahren hat. Dann ergibt sich, dass  $0,0864^{\text{mm}}$  die Verlängerung beträgt, welche der untersuchte Stahlstab bei  $1000^{\text{mm}}$  Länge erfahren würde, wenn er seiner ganzen Länge und Breite nach eben so stark wie an der Stelle der stärksten Biegung und Dehnung ausgezogen wurde. Bei dieser Berechnung ist der für  $l = 600$  und eine Belastung von  $100^{\text{grm}}$  beobachtete Pfeil  $u = 2,15^{\text{mm}}$  zu Grunde gelegt. Dieser Werth von  $\alpha$  nähert sich den bei elastischen Schwingungen vorkommenden Längenveränderungen. Derselbe ist viel zu klein, um erwarten zu dürfen, ihn aus der directen Dehnung nach der Längenrichtung mit genügender Schärfe ableiten zu können. Werthheim



gründete seine Berechnung des Elasticitäts-Coefficienten des Gussstahls auf Dehnungen, bei welchen Längenunterschiede bis zu 2,5<sup>mm</sup> vorkommen. Die von ihm beobachteten Coefficienten schwanken bei demselben -enthärteten Stahldraht zwischen 17389 und 22144 Kilo.

Derselbe Stab von weichem Gussstahl, welcher bei den vorher berechneten Versuchen gedient hatte, wurde am einen Ende zwischen Eisenstreifen von 28<sup>mm</sup> Breite fest eingeklemmt, dann in verschiedenen Abständen von der eingeklemmten Stelle belastet. Die Hauptergebnisse dieser Versuche finden sich in der folgenden Tabelle, in welcher die mit  $P$  überschriebenen Spalten die Belastungen in Grammen angeben, durch welche die irgend einer Länge  $l$  zugehörenden, darunter bezeichneten Senkungen erhalten wurden.

$P$	$l = 500\text{mm}$	$P$	$l = 250\text{mm}$	$P$	$l = 100\text{mm}$
0	4,35 <sup>mm</sup>	0	0,60 <sup>mm</sup>	0	0,75 <sup>mm</sup>
20	4,40	20	0,60	300	0,75
40	4,35	40	0,65	600	1,45
60	4,45	60	0,65	1200	2,90
80	4,35	80	0,65	0	
100	21,85	100	0,65		
0		160	1,80		
200	43,70	0	4,95		
0					

Nach der schon oben hervorgehobenen Gleichung  $P = \frac{b u h^3 E}{4 l^3}$  für einseitig eingeklemmte Stäbe muss sich die Senkung  $u$ , welche ein Stab von beliebiger Länge  $l$  durch das angehängte Gewicht  $P$  erfährt, aus derjenigen Senkung  $u'$  ableiten lassen, die bei demselben Stabe beobachtet wurde, als bei gegebener Länge  $l'$  dasselbe Gewicht  $P$  angehängt wurde; denn da nach Annahme

$$\frac{b u h^3 E}{4 l^3} = \frac{b u' h^3 E}{4 l'^3},$$

so folgt:

$$u = u' \frac{l^3}{l'^3}.$$

Wird hiernach aus der bei 500<sup>mm</sup> Länge des Stabes gemessenen Biegung diejenige abgeleitet, welche derselbe Stab unter gleicher Belastung bei 250<sup>mm</sup> und 100<sup>mm</sup> Länge erleiden sollte, so giebt die Rechnung für 1000<sup>grm</sup> Belastung in einem Falle 27,2<sup>mm</sup>, im andern Falle 1,74<sup>mm</sup>, während 30<sup>mm</sup> und 2,5<sup>mm</sup> gefunden wurde. Die wirklich beobachteten Zahlen sind also grösser als die berechneten, gerade so, als ob sie einer grösseren als der gemessenen Stablänge zugehörten. In der That würde im ersten Falle eine Länge von 258 statt 250<sup>mm</sup>, im zweiten Falle eine Länge von 112 statt 100<sup>mm</sup> der Rechnung Genüge leisten. Da nun der eingeklemmte Theil des Stabes 28<sup>mm</sup> betrug, so liegt die Vermuthung nahe, dass die mit der Biegung gleichzeitig auftretende Dehnung und Zusammendrückung nicht unmittelbar an der vorderen Kante des eingeklemmten Theils ihren Abschluss fand. Um die Richtigkeit dieser Vermuthung weiter zu prüfen, wurde die Befestigungsweise des Stabes dahin abgeändert, dass man als Unterlagen zwei Halbcylinder von Eisen von 5<sup>mm</sup> Radius wählte. Beide lagen gleichlaufend und in 20<sup>mm</sup> horizontalem Abstände ihrer Scheitellinien. Auf den letzteren ruhte der Stahlstab während der Einklemmung. Bei dieser Anordnung bildete die vordere Scheitellinie unzweifelhaft die Drehaxe der Biegung, und es musste nahe derselbe Effect entstehen, wie wenn der Stab in der Mitte gestützt und auf beiden Seiten, in gleichem Abstände von der Mitte, durch gleiche Gewichte gebogen worden wäre.

In der That ergaben sich jetzt die in der folgenden Tabelle enthaltenen Zahlen, welche den theoretisch bestimmten Werthen viel näher kommen.

$P \quad l = 455 \text{ mm}$		$P \quad l = 405 \text{ mm}$		$P \quad l = 305 \text{ mm}$		$P \quad l = 205 \text{ mm}$	
0		0		0		0	
50	7,95	50	5,63	100	4,85	200	2,98
100	7,95	0		200	4,85	400	3,09
150	7,93	100	11,30	300	4,87	600	2,98
200	7,81	0		0	14,57	800	3,09
0	31,84	150	16,85			0	12,18
200		200	5,68				
		0	22,53				

Wenn man den aus den früheren Versuchen abgeleiteten Elasticitäts-Coefficienten als richtig bestimmt ansieht und  $E = 21000$  Kilo setzt, so kann man gestützt auf denselben die in den beiden letzten Versuchsreihen vorkommenden Senkungen im Voraus berechnen.

Die auf diesem Wege für eine Belastung von 1000 Gramm bestimmten Werthe von  $u$  finden sich nachfolgend mit den direct beobachteten und ebenfalls auf 1000<sup>gramm</sup> Belastung reducirten Werthen verglichen, in der Art, dass die je in derselben Horizontalreihe der Tabelle vorkommenden Zahlen zusammen gehören.

$l \text{ mm}$	$u \text{ mm}$		Verhältniss in Procenten.
	berechnet	beobachtet	
Erste Reihe			
500	199,60	217,5	109
250	24,95	30,0	120
100	1,60	2,5	156
Zweite Reihe			
455	150,40	159,5	106
405	106,08	112,3	106
304	45,30	48,5	107
205	13,76	14,9	108

Man erkennt, dass allgemein gesprochen, Theorie und Erfahrung einander um so näher treten, je länger der einseitig gebogene Stab ist, oder mit andern Worten: einen je kleineren Theil der ganzen Länge der eingeklemmte Theil ausmacht. Zugleich ist aber auch ersichtlich, dass die veränderte Art

der Einklemmung die von der letzteren abhängige Fehlerquelle sehr vermindert hat. Es geht hieraus deutlich hervor, dass der Mangel an Uebereinstimmung zwischen den nach beiden Biegemethoden erhaltenen Resultaten nur auf der Schwierigkeit beruht, die Stablänge, die sich bei der einseitigen Biegung betheiligt, mit hinlänglicher Sicherheit festzustellen. Aus diesem Grunde ist die Methode der einseitigen Biegung bei den folgenden Versuchen nicht weiter zur Anwendung gekommen.

*Weiches oder Schmiedeeisen.* Es sind drei Stäbe von weichem Eisen untersucht worden, sämmtlich so genau wie möglich parallelepipedisch und rein abgefeilt. Zur Erläuterung des Ganges der Versuche dürfte es genügen, eine Versuchsreihe vollständig mitzutheilen. Der betreffende Stab war auf parallel gerichteten Kanten zweier gleichseitiger Prismen von Eisen aufgelegt. Abstand der Unterlagen  $l = 600$  mm. Die mittlere Höhe betrug  $h = 2,595$  mm, die Breite  $10,325$  mm. Man erhielt für die folgenden Belastungen  $P$  die in derselben Horizontalreihe angegebenen Ablesungen  $n$  des Kathetometers und Pfeilhöhen  $u$ .

$P$ grm	$n$ mm	$u$ mm	Senkung auf 1 Kilo Belastung.
0	746,11		
1000	730,84		
0	746,00		
100	744,50	1,50	15,00
0	746,00		
200	742,95	3,05	15,25
0	746,00		
300	741,45	4,55	15,17
0	746,00		
400	739,90	6,10	15,25
0	746,00		
500	738,40	7,60	15,20
0	746,00		
1000	730,80	15,20	15,20
0	746,00		
2000	715,10	30,90	15,45
0	746,00		

Der Stab hatte anfangs eine sehr geringe bleibende Senkung angenommen. Dann aber behauptete derselbe bis zu 2 Kilo Belastung hin eine vollkommen elastische Beschaffenheit.

Gleich wie bei dem Stahl, zeigte sich auch bei dem Schmiedeeisen die Pfeilhöhe nur innerhalb sehr enger Gränzen den biegenden Gewichten proportional. Dasselbe habe ich bei allen andern der Biegung unterworfenen Stoffen beobachtet. Theilweise wenigstens mag dieses Verhalten davon abhängig sein, dass bei den stärkeren Biegungen die Dehnung auf der convexen Seite der Stäbe mit der Zusammendrückung auf der concaven Seite nicht gleichen Schritt hält. Aus der kleinsten gemessenen Pfeilhöhe ergibt sich der Elasticitäts-Coefficient

$$E = 19760.$$

Ein anderer Stab, dessen mittlere Abmessungen waren:

$$h = 2,66 \text{ mm}; b = 10,30 \text{ mm}; l = 500 \text{ mm}$$

führte zu den Zahlen

$P$	$u$	Reducirt auf 1 Kilo Belastung.
0	0	0
200	1,63	8,150
1000	8,28	8,280
2000	16,75	8,375

Elasticitäts-Coefficient bezogen auf die kleinste Pfeilhöhe,

$$E = 19780.$$

Als dieser Stab durch grössere Gewichte gebogen wurde, bemerkte man alsbald elastische Nachwirkung, die bei zunehmender Belastung mehr und mehr auffallend wurde. Doch ging der Stab niemals mehr ganz in die anfängliche Lage zurück. Bei 4 Kilo Gewicht hatte sich die Mitte nach 10 Stunden fortdauernder Einwirkung bis zu  $65,66 \text{ mm}$  gesenkt, wovon  $4,65 \text{ mm}$  nach Abnahme der Gewichte blieb. Als die Belastung bis zu 4,5 Kilo vermehrt wurde, senkte sich die Mitte allmähig ohne Bruch, bis endlich der Stab sich von seinen Unterlagen abschob.

Der dritte Stab von sogenanntem Bandeisern zeigte in verschiedenen Lagen, in welchen er untersucht wurde, nahe gleiche, aber von der bei den vorerwähnten Stäben beobachteten merklich verschiedene elastische Beschaffenheit. Die gefundenen Zahlen sind in der folgenden Tabelle mit denjenigen zusammengestellt worden, welche aus den von mir mit andern Körpern ausgeführten Versuchen hervorgingen.

Name des Stoffs	$h_{\text{mm}}$	$b_{\text{mm}}$	$l_{\text{mm}}$	$P_{\text{grm}}$	$u_{\text{mm}}$	$E$
Gussstahl	2,410	8,517	500	100	1,25	20960
Gussstahl	2,410	8,517	600	100	2,15	21056
Schmiedeeisen	2,595	10,325	600	100	1,50	19760
Schmiedeeisen	2,660	10,300	500	200	1,63	19780
Schmiedeeisen	5,096	7,702	600	2000	2,23	20940
Schmiedeeisen	5,096	7,702	500	3000	4,42	20860
Schmiedeeisen	7,702	5,096	600	3000	3,33	20900
Gusseisen	4,020	10,530	600	200	1,10	14352
Kupfer	2,626	9,920	600	100	2,45	12270
Zink	3,598	9,747	600	50	0,50	11900
Zink	3,598	9,747	600	100	1,10	10800
Blei	7,483	10,020	600	100	0,60	1862
Weisses Glas	3,000	7,500	500	50	1,03	7490
Eichenholz	4,550	10,050	500	50	2,20	835
Tannenholz	4,890	9,900	500	100	1,60	1699
Buchenholz	4,790	10,050	500	100	2,95	959

Die bezeichneten Höhen und Breiten sind je die Mittelwerthe aus 7 Abmessungen, in gleichen Abständen über die Länge der Stäbe entnommen und von ihrem Mittel höchstens um ein bis zwei Hundertel abweichend. Bei dem Zink und Blei, sowie bei den Hölzern zeigte sich sehr grosse und lange Zeit anhaltende elastische Nachwirkung, wodurch eine genaue Bestimmung des Elasticitäts-Coefficienten ungemein erschwert wurde. Die Prüfung der Elasticität des Glases betrachte ich noch nicht als abgeschlossen.

**XXXIV. Ueber die Entwicklung, den Verlauf  
und die Dauer der Extraströme;  
von P. Blaserna, Prof. an der k. Universität  
in Rom.**

Ich habe mich seit einer Reihe von Jahren mit der interessanten Frage beschäftigt, die Entwicklung und den Verlauf der Inductionsströme zu bestimmen, welche in ruhenden und geschlossenen Leitern durch Oeffnung und Schliessung eines primären Stromes entstehen. Von dem reichen Material, das mir zu Gebote stand, veröffentlichte ich im Jahre 1870 eine erste Abhandlung<sup>1)</sup>, welche, wie ich glaube, mehrere neue Thatsachen enthielt und das Phänomen der Inductionsströme überhaupt von einem etwas neuen Gesichtspunkte beleuchtete.

Einige Folgerungen, die ich aus meinen Experimenten zog, wurden indess, namentlich von Helmholtz, bekämpft. Seit jener Zeit habe ich sehr viele neue Untersuchungen angestellt, ohne in Bezug auf jene Streitfrage noch zu einem Resultate zu gelangen. Meine vorjährige Berufung nach Rom, wo mir die ehrenvolle Aufgabe zu Theil wurde, ein grosses physikalisches Institut<sup>2)</sup> zu bauen und zu leiten, zwang mich leider, diese mühevollen Untersuchungen vorderhand einzustellen, bis mein neues Laboratorium mir bessere Mittel liefern wird, sie wieder aufzunehmen.

1) Sullo sviluppo e la durata delle correnti indotte e delle extracorrenti, Giornale di scienze naturali ed economiche, Vol. VI, 1870, Palermo.

2) Das physikalische Institut kommt neben dem chemischen zu stehen, mit dessen Organisation Prof. Canizzaro betraut ist. Doch steht es ganz frei auf einem Platze, wohin man nach und nach sämtliche Laboratorien zu bringen beabsichtigt. Es besteht aus zwei Stockwerken. Zu ebener Erde befindet sich der grosse Hörsaal mit Vorbereitungszimmer, für etwa 150 Personen ein kleiner Hörsaal, ein geräumiges Cabinet zur Aufbewahrung der Instrumente, ein grosser Saal und zwei anstossende Zimmer für den praktischen Cours, ein Raum für Manometer, Localitäten für die mechanische Werkstätte und für die

Ich überlasse es daher einer mehr oder minder nahen Zukunft, über jene Punkte endgültig zu entscheiden, und benutze diese angenehme Gelegenheit, um dem deutschen Publikum blos jenen Theil meiner Untersuchungen kurz vorzuführen, der sich auf die Entwicklung der Extrastrome bezieht.

2. Man kann das Verhalten des Extrastromes, der bei der Schliessung einer elektrischen Säule stattfindet, auf zwei verschiedene Weisen untersuchen. Entweder isolirt man denselben, wie es z. B. Edlund<sup>1)</sup> auf sehr sinnreiche Weise gethan hat, oder man fragt sich überhaupt, wie der Hauptstrom selbst sich im Momente der Schliessung verhält. Die Untersuchung dieses *veränderlichen* Theils des elektrischen Stromes löst auch die andere Frage, da der Extrastrom nichts anderes ist, als der Theil, welcher dem Hauptstrom kurz nach der Schliessung fehlt, um constant zu sein. Diese zweite Betrachtungsweise ist bei weitem die einfachere und natürlichere, weil man keine speciellen Dispositionen für das Experiment zu nehmen braucht, und man überhaupt nur mit jenen Schwierigkeiten zu kämpfen hat, die von der ausserordentlichen Kleinheit der Zeit abhängen, in der dieses complicirte Phänomen vor sich geht.

Die Methode, die ich zu diesem Zwecke anwendete, besteht einfach darin, den Strom für eine kurze Zeit, die ich nach Belieben grösser oder kleiner machen konnte, zu schliessen, diese Zeit auf eine sehr genaue Weise direct zu messen und zugleich die Ablenkung zu beobachten, die der Strom auf

Wohnung des Custoden. Im ersten Stocke sind die Arbeitszimmer des Directors und der fortgeschritteneren Eleven, mit grossen und freien Terrassen, mehrere Zimmer fürspecielle Untersuchungen, ein geräumiger Bibliotheksaal etc. Im zweiten Stocke und an passender Stelle sind die Wohnungen des Directors und des ersten Assistenten angebracht. Unterhalb befinden sich grosse Kellerräume zu Untersuchungen bei constanter Temperatur, zur Aufbewahrung und zum Gebrauch von Säulen etc. Das Gebäude soll grossentheils aus Stein, in Bogen und Gewölben construiert werden und wird jedenfalls allen Ansprüchen auf Solidität entsprechen. Es ist mindestens 30 Meter von der Strasse entfernt.

1) Pogg. Ann. 77.



eine astatische Multiplicatornadel hervorbrachte. Ich wählte dazu einen solchen Multiplicator, weil dieser unter allen Galvanometern den Vorzug der Empfindlichkeit mit grosser Leichtigkeit der Beobachtung und mit hinreichender Genauigkeit verbindet. Durch eine geeignete Vorrichtung kann man rasch die Doppelnadel zum Stillstehen bringen, und die Beobachtungsweise ist überhaupt eine so einfache, dass man bequem alles übersehen kann, was bei dieser etwas complicirten Methode nothwendig war.

Es ist natürlich, wenn ein Strom rasch geschlossen und dann unterbrochen wird, dass nicht nur der Strom selbst, sondern auch der Oeffnungsextrastrom in Begleitung eines Funkens durch das Galvanometer geht. Doch liess es sich leicht nachweisen<sup>1)</sup>, dass dieser Funke keinen bemerkbaren Einfluss auf das Galvanometer ausübte. Der Grund liegt darin, dass die Intensität des Funkenstroms durch den sehr grossen Widerstand der Luft nahezu auf Null herabgebracht wird.

Der Apparat war im Wesentlichen folgender. Man denke sich einen hölzernen Cylinder, in dessen Oberfläche Metallstreifen von grösserer und geringer Breite eingelassen sind. Diese Streifen sind unter sich und mit einem kleinen metallischen Cylinder metallisch verbunden, welcher auf derselben Axe steckt und zugleich mit dem grossen Cylinder in beliebige Rotation mittelst eines Zahnräderwerkes und eines grossen Schwungrads versetzt werden kann. Zwei sehr sorgfältig gearbeitete Stahlfedern mit Platinköpfen drücken leicht gegen die beiden Cylinder und sind zugleich mit den Polen einer Batterie in Verbindung gebracht. Während der Rotation wird nun der Strom abwechselnd geschlossen und geöffnet, je nachdem die Feder am grössern Cylinder auf einen Metallstreifen oder auf Holz drückt. Die Dauer einer Schliessung lässt sich sehr leicht bestimmen, wenn man nur die *wirksame* Breite des Streifens und die Anzahl der Umdrehungen des Cylinders kennt. Erstere wurde auf empirischem Wege, letztere mittelst

1) Für diese, wie überhaupt für alle Details dieser Experimente siehe die Originalabhandlung.

einer an derselben Axe angebrachten Sirene auf akustischem Wege scharf bestimmt<sup>1)</sup>).

Man denke sich nun den Doppelcylinder in constante Rotation versetzt, und in den Stromkreis einen Multiplicator eingeschaltet. Dieser wird eine Reihe rasch aufeinander folgender, gleicher Impulse erhalten und die Nadel eine constante Abweichung zeigen. Wird nun die Rotation verändert, so muss auch die Abweichung eine andere werden, weil einerseits die Anzahl der Impulse eine andere, andererseits der Werth jedes einzelnen Impulses ein anderer wird. Die beiden Ausschläge sind nicht direct mit einander vergleichbar, weil sie von zwei veränderlichen Factoren zugleich abhängig sind. Der Werth eines Impulses ist allgemein durch das Integral

$$\int_0^t i dt$$

angegeben, wo  $i$  die von der Zeit abhängige Intensität des Stromes ist, und die Integration von 0 bis zum Momente  $t$  der Oeffnung auszudehnen ist. Ist nun  $J$  die Intensität eines constanten Stromes, der dieselbe Abweichung hervorbringen würde,  $n$  die Anzahl der Umdrehungen in der Secunde, so kann man setzen

$$J = n \int_0^t i dt,$$

woraus sich ergibt:

$$\int_0^t i dt = \frac{J}{n}.$$

- 1) Ich habe öfters von mehreren Gelehrten das Bedenken aussprechen hören, dass die metallischen Contacte bei rotirenden Cylindern nicht verlässlich seien. Ich muss gestehen, dass ich bei sorgfältig gearbeiteten Apparaten, wie es mein von Delenil construirter Apparat ist, nach vieljähriger Erfahrung diese Bedenken nicht theile. Bis zu 25 und 30 Umdrehungen in der Secunde functionirten die Contacte sehr gut, wie ich es übrigens in meiner Abhandlung p. 49—52 direct nachgewiesen habe.

$J$  und  $n$  werden direct durch das Experiment gefunden, daher auch das Integral  $\int_0^t i dt$  für verschiedene Werthe von  $t$ , welche selbst genau bestimmt werden.

Dadurch, dass man die Rotationsgeschwindigkeit klein nimmt und sie allmählich vergrössert, kann daher beliebig viele Werthe dieser beiden Grössen experimentell bestimmen.

Betrachtet man nun  $t$  als Abscisse,  $\int i dt$  als Ordinate, so erhält man eine Curve, welche ich kurz die *Flächencurve* genannt habe, da obiges Integral eigentlich eine Fläche repräsentirt.

3. Die genaue Untersuchung der Flächencurve bietet ein grosses Interesse dar. Man kann ihre wahrscheinlichste Form genau verfolgen und die Werthe der Ordinaten für diejenigen Zeitintervalle ableiten, welche nicht direct durch die Beobachtung gegeben sind. Hat man so eine Reihe von correspondirenden Werthen, etwa für gleiche Zeitintervalle gewonnen, so ist es leicht, die Werthe von  $i$  daraus zu berechnen. Das Problem reducirt sich darauf, die Ordinaten einer Curve zu berechnen, deren Abscissen (die Zeit) und deren Flächen (die Ordinaten der Flächencurve) gegeben sind; das Problem vereinfacht sich noch dadurch, dass man auf der Flächencurve die Zeitintervalle beliebig klein nehmen darf, so dass das zwischen je zwei Abscissen liegende Flächenelement als ein Trapez angesehen werden kann. Bezeichnet man diese Trapeze (Ordinaten der Flächencurve) mit  $f_0, f_1, f_2 \dots f_n$ , die Zeitintervalle mit  $\tau_0, \tau_1, \tau_2 \dots \tau_n$ , die entsprechenden Intensitäten mit  $i_0, i_1, i_2 \dots i_n$ , so hat man

$$f_0 = \frac{i_0 \tau_0}{2}, \quad f_1 = \frac{i_0 + i_1}{2} \tau_1,$$

$$f_2 = \frac{i_1 + i_2}{2} \tau_2, \quad \dots \quad f_n = \frac{i_{n-1} + i_n}{2} \tau_n,$$

woraus sich die Werthe von  $i_0, i_1, i_2 \dots i_n$  sofort bestimmen lassen.

Es folgt daraus, dass alle Unrichtigkeiten, die in der Flächencurve vorkommen, in verstärktem Maasse in der Intensitätencurve auftreten. Nun zeigen meine Experimente, dass die Flächencurve nicht regelmässig ansteigt, sondern eine Reihe von Höckern besitzt, die sich durchaus nicht erkennen lassen. Man müsste die Beobachtungen der Ausschläge des Multiplicators um 3, 5, ja manchmal um  $10^0$  fälschen, wollte man diese Höcker verschwinden machen. Gesetzt nun, man thäte dies, so erhielte man für die Intensitätencurve eine sanft aufsteigende, mit einem Inflexionspunkte versehene Curve, etwa ähnlich der, die Ohm<sup>1)</sup> theoretisch abgeleitet hat, und die Gangain<sup>2)</sup> für schlechte Leiter, Guillemin<sup>3)</sup> für lange Telegraphenleitung experimentell bestimmt haben, und wie sie, obwohl ohne Inflexionspunkt, von Helmholtz<sup>4)</sup> dargestellt worden ist.

Wenn man jedoch die Höcker mit berücksichtigt, so kommt man zu dem wichtigen Schlusse, dass die *Intensitätencurve aus einer Reihe von Oscillationen besteht*, die immer schwächer und schwächer werden, bis endlich die Intensität jenen normalen Werth annimmt, der dem constanten Strome zukommt.

4. Um diese Betrachtungen, wie überhaupt die ganze, hier zu Grunde liegende Methode anschaulich zu machen, will ich eine Beobachtungsreihe vollständig mittheilen. Der Strom wurde von einem Bunsen'schen Element, nur mit Wasser ohne Schwefelsäure gefüllt, geliefert und ging durch einen etwa  $27^m$  langen Stromkreis, in dem der Multiplicator und eine kleine Inductionsspirale eingeschaltet waren.

Hierbei bedeutet:

$n$  die Anzahl der Umdrehungen des rotirenden Cylinders in der Secunde;

$\varphi$  die beobachtete Abweichung am Multiplicator,

$J$  die dazu gehörige Intensität, in einer ganz willkürlichen Einheit ausgedrückt;

$t$  die Zeit in Secunden;

1) Théorie des courants électriques, trad. par M. Gangain. Paris 1869.

2) Ann. d. chim. et phys. III. série, 59, 60, 63.

3) id. III. série, 60.

4) Pogg. Ann. 83.

$n$	$\varphi$	$J$	$t$	$\frac{J}{n}$
5,79	54°	74,5	0,001 295	12,87
6,23	53	70,1	1 204	11,25
7,21	50	57,5	1 040	7,98
7,75	48	51,6	968	6,66
8,40	46 $\frac{1}{2}$	47,4	893	5,64
8,88	45 $\frac{1}{2}$	44,8	845	5,04
9,19	44 $\frac{1}{2}$	42,4	816	4,61
10,58	33	23,7	709	2,24
10,84	29	19,5	692	1,80
12,12	17	10,4	618	0,858
14,65	5	3,07	512	0,209
17,78	3	1,87	422	0,105
22,22	2	1,25	338	0,056
27,20	1	0,63	0,000 276	0,023

Die zwei letzten Columnen stellen die Elemente der Flächencurve vor. Sie sind auf Taf. IV, Fig. 3 aufgetragen und mit kleinen Kreuzen bezeichnet. Die punktirte Linie stellt die provisorische Flächencurve vor, wie sie in erster Approximation ohne Höcker sich darstellt. Man wird bemerken, dass sie sich von den Beobachtungen ziemlich entfernt, und weit mehr, als es die Beobachtungsfehler mit sich bringen. Die ausgezogene Linie repräsentirt die definitive Flächencurve, die sich den Beobachtungen vollkommen anpasst.

Berechnet man mittelst der einen und der andern Flächencurve die Intensitätencurve, so erhält man folgende Werthe, wo  $i$  in ganz willkürlicher Einheit ausgedrückt ist:

$t$	$i$ prov.	$i$ def.	$t$	$i$ prov.	$i$ def.
0,000 000	0	0	0,000 750	18,150	29,800
200	140	140	800	18,150	16,100
300	180	250	850	—	11,400
400	890	550	900	18,150	12,100
450	1750	1100	950	—	17,200
500	2970	2050	0,001 000	18,150	18,400
550	5050	4380	0,001 100		18,900
600	9630	8100	0,001 200		18,900
650	13600	13200	0,001 300	18,150	18,900
0,000 700	16500	19400			

Diese Werthe sind auf Taf. IV Fig. 4 aufgetragen und zwar die provisorische Intensitätencurve punktirt, die definitive in ausgezogener Linie. Die erstere hat ganz den Verlauf, wie er sich aus der Ohm'schen Formel ergibt, nämlich eine Curve mit Inflexionspunkt, die endlich in eine zur Abscissenachse parallele gerade Linie ausläuft. Wenn man jedoch den Höcker der Flächencurve berücksichtigt, so gelangt man zu einem wesentlich verschiedenen Resultat: Die *Intensitätencurve hat eine ganze Oscillation*, und gelangt dann zu ihrem constanten Werthe.

5. Um nun zu entscheiden, ob Oscillationen wirklich vorkommen, braucht man nur das Experiment zu befragen, ob und wie viele Höcker in der Flächencurve enthalten sind. Jeder Höcker entspricht einer Oscillation. Wenn man mit dergleichen Untersuchungen einmal bekannt ist, zeigt schon der blosse Anblick der Multiplicatornadel die Existenz eines Höckers — und somit einer Oscillation an. Es ist nämlich sehr schwer, beinahe unmöglich, bei Unterbrechungen in der Nähe eines Maximums die Nadel ruhig zu erhalten, weil jede noch so geringe Aenderung in der Geschwindigkeit des rotirenden Cylinders grosse Unterschiede hervorbringt. Es ist dies ein *kritischer Punkt*, der auf das Vorhandensein einer Oscillation mit einer gewissen Sicherheit schliessen lässt.

Ich habe viele Versuche angestellt, um mich von dem Vorhandensein dieser Oscillationen zu überzeugen. Alle Resultate sind darin in vollkommener Uebereinstimmung. Je mehr und je kräftigere Spiralen im Stromkreis eingeschaltet waren, d. h. je kräftiger der Extrastrom, desto entschiedener und zahlreicher die Oscillationen. Als Beispiel hierfür will ich nur die Resultate einer Versuchsreihe anführen, worin als Inductionsspirale zwei Rollen von 1000 Metern Widerstand eines Hipp'schen Telegraphen-Rheostaten fungirten.

$t$	Flächen	$i$	$t$	Flächen	$i$
0,001 000	0,000	0	0,000 800	3,566	5000
200	0,035	350	850	3,879	7500
250	0,068	950	900	4,399	13300
300	0,219	5100	950	4,971	9600
320	0,435	16500	0,001 000	5,384	6900
340	0,710	11000	050	5,701	5800
360	0,839	1900	100	5,987	5650
380	0,870	1150	150	6,278	6000
400	0,891	1000	200	6,616	7500
420	0,915	1350	250	7,061	10300
440	0,953	2500	300	7,613	11800
460	1,032	5400	350	8,204	11850
480	1,158	7200	400	8,763	10500
500	1,325	9500	450	9,251	9000
550	1,920	14300	500	9,671	7800
600	2,483	8200	550	10,054	7500
650	2,828	5600	600	10,429	7500
700	3,089	4800	650	10,822	8200
750	3,325	4650	700	11,252	9000

Die Flächen- und Intensitätencurve sind auf Taf. IV, Fig. 5 und 6 aufgetragen und die hier nicht angeführten Beobachtungen auf der Flächencurve mit Kreuzen bezeichnet. Wie man sieht, hat die erstere vier Höcker, die letztere vier vollständige Oscillationen, und es ist ziemlich deutlich, dass hier dieselben noch nicht aufhören.

6. Man kann sich nun fragen, ob solche Oscillationen auch bei geradlinigen Stromleitern vorkommen. Zu dem Ende wurde der Stromkreis so geradlinig als möglich, in einer weiten Curve, geschlossen und als Multiplicator nur ein grader Draht, der zwischen den astatischen Nadeln durchging, angewendet. Ohne in weitere Details einzugehen, will ich kurz erwähnen, dass ich auch in solchen Fällen noch Oscillationen erhielt. Doch waren sie ausserordentlich schwach und kaum bemerkbar. Ich schreibe sie dem Umstande zu, dass der Stromkreis nicht hinlänglich geradlinig war, und glaube aus allem schliessen zu dürfen, dass bei geradlinigen Leitern keine Oscillationen entstehen. Auf diese Weise erklären sich auch

die Resultate Guillemin's, der bei langen Telegraphenleitungen keine Oscillationen sondern die Ohm'sche Formel bestätigt fand.

Eine andere Frage war, zu bestimmen, wie lange überhaupt der veränderliche Zustand dauere. Bei meinen Experimenten fand ich noch nach  $\frac{2}{100}$  Secunde Spuren von Oscillationen, und mit noch empfindlicheren Instrumenten würde man wahrscheinlich noch weiter gehen. Wenn man nun berücksichtigt, dass die Oscillationsdauer etwa drei bis vier Zehntausendtel Secunde beträgt, so ersieht man leicht, dass 50, vielleicht 100 stets abnehmende Oscillationen erforderlich sind, bis der Strom seine constante Stärke erreicht.

Aus der Curve Figur 6 würde auch hervorgehen, dass die Dauer der einzelnen Oscillationen immer grösser und grösser wird. Es wäre dies gewiss ein sehr interessanter Fall von *Nichtisochronismus* von Schwingungen. Diese Frage muss indessen unentschieden bleiben, da es nicht unmöglich ist, dass das Experiment mir nicht alle Höcker der Flächencurve angegeben hat, und somit eine oder mehrere Oscillationen übersprungen worden sind.

7. Bezüglich des Oeffnungsextrastroms habe ich viele Experimente angestellt. Doch die Methode, die ich anwenden musste, war weder so einfach, noch so genau, wie die oben beschriebene. Ich würde die hier mir gesteckten Grenzen weit überschreiten, wollte ich in das Detail jener Untersuchungen eingehen und muss deshalb den Leser auf meine Originalabhandlung verweisen.

Ich will hier nur bemerken, dass der Oeffnungsextrastrom ebenfalls aus Oscillationen besteht, welche viel intensiver, viel rascher und wahrscheinlich weniger zahlreich sind, als bei der Schliessung.

Fasst man alles zusammen, so ergiebt sich folgendes:

- a. Im Momente der Schliessung beginnt der Strom sogleich zu fliessen. Seine Intensität wächst zunächst langsam, dann rascher und erreicht ein Maximum, dann sinkt sie zu einem Minimum herab, erreicht wieder ein schwächeres Maximum u. s. f. und vollbringt



eine Reihe von stets abnehmenden Schwingungen, bis sie endlich ihren normalen Endwerth erreicht.

- b. Diese Schwingungen finden um den Endwerth statt, so zwar, dass wahrscheinlich das grösste Maximum nicht den doppelten Werth, das kleinste Minimum nicht den Nullwerth erreicht.
- c. Die Schwingungen sind desto zahlreicher und bedeutender, je kräftiger die Inductionsspirale, d. h. je kräftiger der Extrastrom ist. Für geradlinige Leiter sind diese Schwingungen unbedeutend. Betrachtet man die Linie, die den Endwerth der Intensität des Stromes darstellt, als Abscissenachse, so repräsentirt dieselbe Curve, jedoch auf diese neue Abscissenaxe bezogen, den Schliessungsextrastrom; woraus folgt, *dass dieser aus einer grossen Anzahl entgegengesetzt verlaufender, rasch auf einander folgender Ströme besteht*, welche ein System von wahren Oscillationen bilden.
- d. der Oeffnungsextrastrom besteht ebenfalls aus rasch auf einander folgenden und entgegengesetzt gerichteten Strömen. Doch ist ihre Intensität eine viel grössere und ihr Verlauf ein viel rascherer.

8. Es ist interessant, die soeben mitgetheilten Resultate mit jenen zu vergleichen, die vor mir von andern Physikern gefunden worden waren. So hat Helmholtz<sup>1)</sup> eine Reihe von Versuchen angestellt, aus denen er schloss, dass die Intensität des Stromes während des *veränderlichen* Theiles nach dem Gesetz einer Exponentialcurve ohne Oscillationen ansteigt und endlich constant wird. Für hinlänglich kleine Zeitintervalle ist die Zahl seiner Beobachtungen nicht hinreichend gewesen, um dem grossen Forscher einen sichern Schluss zu gestatten. Doch wenn man dieselben den in 3. und 4. niedergelegten Betrachtungen unterwirft, so findet man, dass die Flächencurve zwei wirkliche Höcker besitzt, und die Intensitätencurve daher zwei Oscillationen enthalten musste. Die Beobachtungen

1) Pogg. Ann. 83.

von Helmholtz sind somit mit den meinigen übereinstimmend; nur haben sie bezüglich der Flächencurve eine nur approximative Interpolation erfahren, welche in Bezug auf die Intensitätencurve natürlich zu irrigen Anschauungen führen musste.

Auch die auffallende Schlussfolgerung Rijke's<sup>1)</sup> findet durch meine Beobachtungen eine befriedigende Erklärung. Zum Studium der Dauer der Extraströme bediente er sich der Weber'schen Methode, welche darin besteht, kurze Ströme durch das Magnetometer und das Bifilar-Elektrodynamometer zu leiten. Da nun im erstern die Ablenkung für jedes kleine Zeitelement proportional ist der Intensität und der Zeit, im zweiten hingegen dem Quadrate der Intensität und der ersten Potenz der Zeit, so erhält man zwei Gleichungen, aus denen Intensität und Dauer bestimmt werden können. Diese Methode, so sinnreich sie ist, ist jedoch nur dann anwendbar, wenn die Intensität als Function der Zeit gegeben ist, d. h., wenn das Problem grossentheils schon gelöst ist, mit dessen Lösung man sich hier beschäftigt. In allen andern Fällen muss man sich mit sehr rohen Approximationen begnügen, welche mitunter zu ganz falschen Resultaten führen können. So war nun Rijke zu dem auffallenden Schlusse gekommen, dass der Oeffnungsextrastrom eine bedeutend geringere Intensität und eine grössere Dauer besitzt, als der Schliessungsextrastrom; während man nach allen Analogien und allen Eigenschaften das Gegentheil erwarten musste, wie es aus meinen Experimenten auch wirklich hervorgeht. Doch lässt es sich leicht nachweisen, dass sich aus seinen Messungen durchaus nichts folgern lässt, da die Weber'sche Methode unzuverlässig wird. Man kann meine Resultate mit den seinigen in Einklang bringen, wenn man eben berücksichtigt, dass die Extraströme aus rasch auf einander folgenden, entgegengesetzt gerichteten Strömen bestehen.<sup>2)</sup>

Endlich hat W. Weber in einer sehr schönen, theoreti-

1) Pogg. Ann. 102.

2) Näheres siehe Originalabhandlung.

schen und experimentellen Arbeit<sup>1)</sup> untersucht, ob in langen Leitern die elektrischen Wellen sich mit einer bestimm- baren Zeit fortpflanzen, und ist zu dem Schlusse ge- kommen, dass in einem 73 Kilometer langen Drahte keinerlei bemerkbare Phasendifferenzen vorkommen. Es folgt daraus, dass selbst in so langen Drähten die einzelnen Theile der- selben, zu gleichen Zeiten, sich genau in demselben elektrischen Zustande befinden, ohne dass aus jener Untersuchung hervor- gange, wie dieser Zustand eigentlich beschaffen sei. Nun weiss man, dass im Leiter Oscillationen auftreten, und wird daher nach Weber schliessen, dass diese Oscillationen, welche eine für elektrische Zustände sehr lange Dauer haben, gleichzeitig im ganzen Leiter auftreten, wenigstens so lange die Draht- länge nicht 73 Kilometer übersteigt.

Rom, 30. September 1873.

---

**XXXV. Ueber die elektrische Influenz eines Nichtleiters auf sich selbst; von P. Riess.**

**E**in Nichtleiter mit zwei parallelen Flächen, von welchen die eine elektrisirt worden, zeigt sich auf der andern Fläche in auffallender Weise elektrisch. Ich habe diese Erscheinung Influenz eines Nichtleiters auf sich selbst genannt, die Ver- suche angeführt, durch welche Aepinus sie zuerst nachwies, und eigene Versuche darüber hinzugefügt (Berichte der Ber- liner Akademie 1867). Dennoch scheint diese Influenz noch immer mit zweifelnden Augen betrachtet zu werden, da sie bei Ableitung von Erscheinungen, wo zugleich eine Influenz auf Leiter vorhanden ist, wie bei dem Elektrophor und der Holtz'schen Maschine häufig übergangen wird. Es mag Dies daher rühren, dass die erwähnten Versuche nicht zu den leicht-

1) Elektrodyn. Maassbest., insbes. elektrische Schwingungen.

ten gehören, nur bei sorgsamer Führung sichere unzweideutige Resultate liefern, die Art, auf welche sie angestellt wurden, auch wohl missverstanden worden ist<sup>1)</sup>. Es wird daher nützlich sein, wenn ich die Erscheinung aufs Neue darlege und dabei nur bekannte leicht anzustellende Versuche zu Hülfe nehme.

Zwei einseitig mit Stanniol belegte Glasplatten wurden von Poggendorff (Annalen 94. 325) mit ihren unbelegten Flächen einander nahe gebracht, die Belege mit den Polen eines magnet-elektrischen Inductionsapparats verbunden. So lange der Apparat wirkte, fand ein lebhaftes Funkenspiel statt in dem Zwischenraume zwischen beiden Platten.

Du Moncel hatte bei einem ähnlichen Versuche das Licht zwischen den Glasplatten als leuchtenden Regen von bläulicher Farbe beschrieben, in trockner Luft Entwicklung von Ozon dabei bemerkt und die Erscheinung mit dem seltsamen Namen *effluve condensé de l'étincelle d'induction* belegt (Compt. rend. de l'ac. d. Paris 76. 1015).

Werner Siemens nahm statt der Glastafeln zwei Glasröhren, die einseitig mit Stanniol belegt, in einander gesteckt einen bequemen Apparat zu reichlicher Entwicklung von Ozon bilden, und gibt an, dass der Zwischenraum zwischen den Röhren leuchtend werde (Pogg. Ann. 102. 120. Anm.).

Ein ähnlicher Apparat, an welchem die Stanniolbelegungen der Glasröhren durch Wasser oder Lösungen von salzsaurem Chlorantimon ersetzt waren, ist zuerst von Brodie (phil. Transact. 1872, 438), dann vor Kurzem von den beiden Herren Thénard vielfach gebraucht worden. Die elektrische Erscheinung, die *effluve électrique* genannt wird (woraus das Zeitwort *effluver*

1) Am auffallendsten ist Dies vor einigen Jahren von Professor v. Bezold in einem Aufsätze über den Elektrophor geschehen, der dadurch zu der völlig unbegreiflichen Folgerung gekommen ist, der Erfolg eines Versuchs, den ich an einer mit Stanniol einseitig bekleideten Paraffinplatte angestellt hatte, würde unverändert bleiben, wenn man das Paraffin ganz ausser Spiel liesse (Pogg. Ann. 143, 56). Die Unbegreiflichkeit der Folgerung erhellt sogleich aus meiner von Herrn v. Bezold angezogenen Beschreibung des Versuchs (Pogg. Ann. 131. 218).

gebildet wird), brachte einige merkwürdige chemische Wirkungen hervor (Compt. rend. v. 76. p. 517. 983. 1048. 1508).

An der Holtz'schen Maschine mit zwei parallelen in entgegengesetzter Richtung gedrehten Glasscheiben (Akad. Berichte 1867. 200) erscheint an den Stellen, wo die vier Metallkämme Elektrizität auf die Aussenfläche der Scheiben strömen lassen, ein helles flackerndes Licht zwischen den einander zugekehrten Scheibenflächen, also in einem allein von Glasflächen begrenzten Luftraume.

An einer beinahe luftleeren Glasröhre folgt dem Finger, der ihre äussere Oberfläche reibt, ein heller Schein im Innern der Röhre. Man kann die luftleere Röhre in eine weitere luftvolle stecken, die eine kleine Menge Quecksilber enthält. Beim Schütteln reibt das Quecksilber die Aussenfläche der luftleeren Röhre, die dadurch im Innern mit hellem Lichte erfüllt wird. Geissler in Bonn hat eine luftleere Röhre construirt, von welcher ein Theil innerlich, ein anderer äusserlich von Quecksilber gerieben wird. Man hat so Gelegenheit, das Licht der durch Reibung, mit dem der durch Influenz erregten Elektrizität zu vergleichen. Mir schien die Helligkeit beider Lichter nahe gleich zu sein.

Eine luftleere Glasröhre werde an einem Ende mit der Hand gehalten, mit dem andern Ende an den geladenen Conductor einer Elektrisirmaschine angelegt. Ein breiter wallender Lichtstrom geht durch die Röhre, der nach einigen Sekunden erlischt. Ergreift man nun das an den Conductor angelegte und dann entfernte Ende der Röhre mit der andern Hand, so erscheint der Lichtstrom wieder und man empfindet eine leichte Erschütterung.

In allen diesen Versuchen haben wir die mit Lichtentwicklung verbundene Entladung von Elektrizität, der kein anderer Ursprung, als die Influenz gegeben werden kann. Die Influenz trifft allein Luft (in den zuletzt erwähnten Röhren in sehr geringer Menge) und Glas; wir können nicht umhin, die leuchtende und erschütternde Elektrizität der Influenz auf Glas zuzuschreiben und es für bewiesen anzusehen, dass *eine elektrisirte Fläche eines Glaskörpers eine ihr parallele Fläche*

*desselben Körpers durch Influenz mit Electricität versieht.* Diese influencierte Electricität entsteht gleichzeitig mit der erregenden; wenn Entladung möglich ist, so verschwindet ein Theil von ihr. Man kann nur zweifelhaft sein über den Namen dieses sich entladenden Theils in Bezug auf den Namen der erregenden Electricität. Darüber geben die folgenden Versuche Auskunft.

Eine Anzahl ebener Platten aus nichtleitendem Stoffe wurde von Buff aufeinandergelegt, die freie Fläche der ersten Platte durch Reiben oder sonst wie mit Electricität versehen. Die untere Fläche der ersten Platte war mit ihrer obern Fläche ungleichnamig, die obere Fläche der zweiten Platte gleichnamig elektrisch (Annal. d. Chem. u. Pharm. 119. 53).

Die mit der erregenden ungleichnamige Electricität kann nicht durch Influenz der ersten Platte *allein* erklärt werden, wenn nicht das Grundgesetz der Electricitätslehre aufgegeben werden soll. Nach diesem Gesetze erregt eine gegebene Electricität stets beide Electricitätsarten in gleicher Menge und bringt die ihr gleichnamige Menge an die von ihr entfernteste Stelle. Wie man sich auch die Influenzierung der ersten auf ihrer obern Fläche direct elektrisirten Platte denken will, immer wird auf der untern Fläche derselben die mit der erregenden gleichnamige Electricität vorhanden sein müssen. Da sie nicht dort, sondern auf der obern Fläche der zweiten Platte gefunden wurde, so müssen wir schliessen, dass diese Electricität der zweiten Platte durch Influenz in der ersten Platte entstanden und dann auf die zweite Platte übergegangen sei. In allen oben aufgeführten Versuchen hat demzufolge die sich leuchtend entladende Electricität, so lange die erregende Electricität vorhanden war, mit dieser denselben Namen, und den entgegengesetzten, wenn die erregende Electricität verschwand. Als z. B. das Ende der luftleeren Röhre an den positiv elektrischen Conductor der Maschine angelegt, seine äussere Oberfläche positiv elektrisch wurde, erhielt die innere Glasfläche des Endes durch Influenz negative und positive Electricität, von welcher die positive bei ihrer Entladung zum untern Röhrenende den breiten Lichtstrom erzeugte

Wurde dann das obere Röhrenende durch die Hand äusserlich von seiner Elektricität befreit, so ging die von der Influenz zurückgebliebene negative Elektricität leuchtend durch die Röhre. In gleicher Weise ist der Versuch am Inductionsapparate mit einseitig belegten Glasröhren (oder Platten) abzuleiten. Die belegte Seite der einen Röhre wird durch einen Pol des Inductionsapparates positiv und damit geht positive Elektricität von der unbelegten Seite fort. Darauf wird die Belegung durch den Inductionsdrath entladen und damit strömt negative Elektricität von der unbelegten Seite. Dasselbe geschieht an der zweiten Röhre, deren Belegung durch den Apparat negativ elektrisch wird, mit entgegengesetzten Namen der entladenen Elektricitäten. Zwischen den unbelegten Wänden der beiden Röhren gehen also während der Thätigkeit des Apparats fort-dauernd Entladungsströme in abwechselnder Richtung. Die Form dieser Entladungen kann eine verschiedene sein. Entweder sie finden mit kleinen unterscheidbaren Funken statt oder mit einem continuirlichen Lichtschein und je nach dieser Form ist in einigen Fällen die chemische Wirkung der Entladungen eine ganz verschiedene. Die Entladungen ohne Funken, die vorzugsweise als *effluve électrique* bezeichnet werden, scheinen am sichersten einzutreten, wenn flüssige Schichten die Belegungen der Röhren bilden: die Versuche der Herren Thénard, bei welchen neue chemische Wirkungen auftraten, sind mit Glasröhren angestellt, deren Belegungen aus einer leitenden Flüssigkeit bestanden (Compt. rend. 76. 1203).

Den Schluss, dass von den durch Influenz einer nichtleitenden Platte auf sich selbst erregten Elektricitäten die mit der erregenden gleichnamige zuerst entladen wird, habe ich vor längerer Zeit durch einen sehr einfachen Versuch bestätigt. Nachdem gezeigt worden, dass die bekannten charakteristischen Staubfiguren niemals durch Influenz gebildet werden, sondern durch Elektricität, die durch eine discontinuirliche Entladung auf eine Platte gekommen ist, habe ich ganz vollkommene Staubfiguren dargestellt auf der untern von zwei auf einander gelegten isolirenden Platten. Die Figur entsprach ohne Aus-

nahme in Form und Farbe der auf die obere Platte gebrachten Elektrizität, war also durch die mit der erregenden gleichnamige Influenzelektrizität gebildet, welche durch Entladung auf die untere Platte gekommen war. Ist aber die der erregenden Elektrizität gleichnamige Influenzelektrizität von der obern Platte entfernt worden, so muss nothwendig eine gleiche Menge ungleichnamiger in derselben zurückgeblieben sein. Ich halte diesen sehr bekannten, sehr leichten Versuch schon allein für genügend, jeden Zweifel an der Influenzierung eines Isolators durch ihn selbst zu beseitigen.

Das bisher Angeführte hat gezeigt, dass ein nichtleitender Körper mit zwei parallelen Flächen, deren eine mit Elektrizität versehen wurde, auf der andern Fläche durch Influenz die gleichnamige Elektrizität erhält, wenn sich diese El. durch verdünnte Luft weithin, durch gewöhnliche Luft nach einem naheliegenden Körper hin entladen kann. Wird nach der Entladung die erregende Elektrizität fortgeschafft, so kann die ungleichnamige Influenzelektrizität auf der Platte nachgewiesen und entladen werden. Dies hat keine Schwierigkeit. Aber den Zustand der Platte vor Entladung der gleichnamigen Elektrizität und vor Fortschaffung der erregenden zu finden, verlangt die feinen sorgsam geführten Prüfungen, die ich zu Anfang erwähnt habe. Ich glaube indess, dass auch ohne diese Prüfungen der Zustand der Platte mit grosser Wahrscheinlichkeit angegeben werden kann.

So viel mir bekannt, ist es niemals bezweifelt worden, dass eine nichtleitende Platte, einer ihr parallelen elektrisirten Platte genähert, mit dieser auf ihrer abgewandten Fläche gleichnamig elektrisch wird. Nun denke man sich die elektrisirte Platte der nichtleitenden immer näher kommen und zuletzt mit der Vorderfläche derselben zusammenfallen. Es ist nicht zu zweifeln, dass die Hinterfläche der nichtleitenden Platte wie früher, mit der elektrisirten Platte Elektrizität derselben Art enthält. Diese Elektrizität kann aber bei der nichtleitenden Natur der Platte nur von der der Hinterfläche nächstliegenden Substanzschicht der Platte geliefert worden sein, und es wird sich daher unmittelbar über der Hinterfläche eine



Schicht befinden, welche Elektrizität ungleichnamig mit der erregenden enthält. Dies ist aber genau der elektrische Zustand der Platte, den ich aus meinen Versuchen geschlossen habe, und ich halte daher den für die Theorie des Elektrophors und der Elektrophormaschinen wichtigen Satz unbedingt aufrecht:

*Auf der unteren Fläche einer freiliegenden nichtleitenden Platte, deren obere Fläche elektrisirt worden ist, findet sich eine mit der Elektrizität dieser Fläche gleichnamig elektrische Schicht, und unmittelbar darüber eine mit jener ungleichnamig elektrische Schicht.*

Berlin, 2. Oktober 1873.

---

**XXXVI. Die Fortschritte der Mineralchemie, wie sie seit fünfzig Jahren aus Poggendorff's Annalen sich ergeben; von C. Rammelsberg.**

---

**P**oggendorff's *Annalen der Physik und Chemie* haben seit einem halben Jahrhundert zu den Fortschritten beider Wissenschaften wesentlich beigetragen. Ihr gefeierter Herausgeber hat das Glück gehabt, nicht nur in seinem eigenen Gebiete, sondern auch in der Chemie zahlreiche, thätige Mitarbeiter zu besitzen, und darf heute mit gerechter Befriedigung auf die Arbeit von 50 Jahren zurückschauen. Uns aber sei bei dieser Veranlassung ein Blick auf Einzelnes erlaubt, es sei hier gestattet, auf dem sich immer weiter dehnenden Felde der Chemie das Gebiet zu durchheilen, welches der chemischen Kenntniss der Mineralkörper zugetheilt ist, und zu untersuchen, welches der Antheil sei, den die Annalen an seiner Entwicklung gehabt, welche Arbeiten insbesondere sie verzeichnet haben, die, von grösserem Umfange oder von

principieller Bedeutung, aus der Masse des Einzelnen hervortreten.

### A.

Abhandlungen allgemeiner und theoretischer Natur.

#### I.

Berzelius: Ueber die Veränderungen, welche in dem chemischen Mineralsysteme durch die Eigenschaft der isomorphen Körper, einander in unbestimmten Verhältnissen zu ersetzen, nothwendig geworden sind. 12, 1 (1828).

Berzelius: Ueber die Bildung eines wissenschaftlichen Systems in der Mineralogie. 71, 465 (1847).

Rammelsberg: Versuch einer speciellen Ausführung des chemischen Mineralsystems nach Berzelius' Princip. A. a. O. 477.

Die ersten Versuche Berzelius' auf diesem Gebiete gehören schon einer früheren Zeit an, denn bereits im Jahre 1814 erschien (in Schweigg. J. 11 u. 12) eine von Gehlen übersetzte Abhandlung, in welcher Berzelius zu zeigen sucht, dass Chemie und Mineralogie in ihren Hilfsmitteln übereinstimmen, dass die letztere nichts anderes sei, als die Chemie der natürlichen Verbindungen, und dass sie also, indem sie den Fortschritten der Chemie stetig zu folgen habe, auch die theoretischen Grundlagen derselben zur Anwendung bringen müsse. Hieraus folgte für ihn mit Nothwendigkeit, dass das Princip für die Anwendung der Mineralien lediglich ein chemisches sei.

Man findet in diesem ersten Versuch drei Hauptpunkte, welche ihn charakterisiren: Die Berechnung der Mineralanalysen mittelst des Gesetzes der bestimmten Proportionen, die Anwendung der elektrochemischen Theorie, wonach jede Verbindung als binär erscheint, und endlich die Darstellung der Mineralzusammensetzung durch eine rationelle Formel.

Berzelius hat sein System damals nicht durchgeführt; er begnügte sich, die elektrochemische Reihe der Elemente, welche mit dem Sauerstoff beginnt und mit dem Kalium schliesst, auch für die Anordnung der Mineralien, wie er sagt,

aufzustellen, eine Reihe, in welcher jedes Element eine mineralogische Familie begründen könne, welche aus ihm selbst und allen seinen Verbindungen mit anderen, ihm vorangehenden, d. h. elektronegativen Elementen bestehe. Wir sehen also, dass das Princip der Gruppierung auf den *elektropositiven* Elementen beruhte.

Von besonderem historischem Werth sind die *Beilagen* zu dieser Abhandlung (von Pfaff in Schweigg. J. 15 übersetzt), welche die Gründe für die Berechnung und die chemisch-mineralogischen Formeln entwickeln.

Im Jahre 1815 trat Berzelius mit der Ausführung seines Systems hervor (Versuch eines rein chemischen Mineralsystems. Schwgg. J. 15), widerlegte die gegen dasselbe, namentlich von Hausmann, erhobenen Einwürfe, sprach sich über die Constitution der Mineralien aus und ging auf einzelne näher ein, welche ihm Anlass zu Bemerkungen dargeboten hatten.

Auch ein fernerer Aufsatz Berzelius' „Ueber Mineralsysteme“ (in dem Jahresbericht von 1822) gehört den Annalen noch nicht an. Ein historischer Blick auf die früheren Systeme, wobei besonders Werner, Haüy und Mohs in Betracht kommen, leitet Berzelius zu der so eben von Mitscherlich gemachten wichtigen Entdeckung der Isomorphie, welche Haüy's Grundprincip über den Haufen warf, und welche unter den Augen Berzelius' so eben durch die Arbeiten dreier junger Chemiker ihre hohe Bedeutung für die Mineralogie erwiesen hatte. Von ihm aufgefordert und geleitet,<sup>1)</sup> hat Heinrich Rose die Augite, Bonsdorff die Hornblenden, Trolle-Wachtmeister die Granate untersucht; diese Arbeiten bezeichnen in der That eine neue Epoche in der Mineralchemie, denn während alle Früheren, der geschickte und unermüdliche Klaproth nicht ausgenommen, bei der Analyse eines Minerals lediglich die Natur und die Mengenverhältnisse der Bestandtheile untersucht hatten, sehen wir

1) Berzelius sagt, Rose und Bonsdorff hätten seiner Aufsicht nicht bedurft, es sei ihm bloß die Gelegenheit geworden, ihre Sorgfalt und ausgezeichnete Genauigkeit bezeugen zu können.

hier zum ersten Mal eine grössere Zahl von Abänderungen in der Hand des Analytikers, und das Ziel seiner Arbeit geht weit über das frühere hinaus, es gilt ihm die Entscheidung der Frage, ob alle solche Substanzen, welche bei gleicher Krystallform als dasselbe Mineral gelten, auch gleiche Zusammensetzung haben, vor allem aber, ob ihre qualitative Verschiedenheit von einer allgemeinen stöchiometrisch gleichen Zusammensetzung beherrscht wird. Indem nun *alle* Augite als Bisilikate, *alle* Granate als Singulosilikate sich herausstellten, trotzdem die einzelnen in ihrer Mischung oft bedeutend abweichen, erhielt die Isomorphie ihre grosse Bedeutung für die natürlichen Verbindungen, es trat die Nothwendigkeit der *generellen Formeln* hervor und ein neues ungeahntes Licht verbreitete sich über viele ältere Analysen, deren Berechnung wegen geringer Mengen einzelner Bestandtheile bis dahin zweifelhaft, selbst unmöglich erschienen war. Von jenen fundamentalen Arbeiten erschien H. Rose's „chemische Untersuchung der Mineralien, welche die Krystallform des Pyroxens haben“ in den K. Vetensk. Ak. Handl. von 1820 und wurde von Gilbert (Annalen 72) 1822 übersetzt. P. A. von Bonsdorff's „Versuch, die chemische Zusammensetzung von den Mineralien zu bestimmen, welche die Krystallisation der Hornblende haben“, findet sich im Original an gleicher Stelle und erschien im Jahre 1822 in Schweigg. Journal (35).

Nur die jüngste jener Arbeiten, des Grafen Trolle-Wachtmeister „Untersuchung einiger<sup>1)</sup> zum Granatgeschlechte gehörender Mineralien“, in den K. Vet. Ak. H. für 1821 enthalten, ziert in Wöhler's Uebersetzung den zweiten Band (1824) unserer Annalen.

Inzwischen hatte Berzelius seine früheren Ideen über chemische Mineralsysteme weiter verfolgt; die so eben erwähnten grösseren Untersuchungen gleichwie manche andere hatten ihn den Begriff der Mineralspecies als ganz unpassend erscheinen lassen, denn er sah ein, dass Namen, wie: Augit, Hornblende, Granat, Feldspath, welche nicht *ein* Mineral, sondern eine durch Gleichheit der Form und der allgemeinen

1) Es sind jedoch ihrer dreizehn.

Formel charakterisirte *Mineralgruppe* (eine isomorphe Gruppe) bezeichnen, nicht in demselben Sinne Mineralspecies sind, wie Kalkspath und die übrigen einzelnen rhomboedrischen Carbonate oder wie die Glieder der Aragonit- oder der Schwerspathgruppe, oder wie Korund und Eisenglanz.

Berzelius erkannte mit dem ihm eigenen Scharfsinn, dass die Isomorphie, welche der stöchiometrischen Berechnung der Mineralzusammensetzung das wesentlichste Hilfsmittel geworden war, gleichzeitig für die Aufstellung eines chemischen Mineralsystems gewisse Schwierigkeiten hervorrufe, und dass das frühere Princip der Anordnung nach den elektropositiven Elementen sich für die Klassifikation als minder geeignet erweise, weil der Wechsel der isomorphen Bestandtheile bei Mineralien die elektronegativen weit weniger treffe. Diese Erfahrungen legte Berzelius in den K. Vet. Ak. H. für 1824 nieder, und Poggendorff hat diese wichtige Abhandlung: „Ueber die Veränderungen, welche in dem chemischen Mineralsysteme durch die Eigenschaft der isomorphen Körper, einander in unbestimmten Verhältnissen zu ersetzen, nothwendig geworden sind“, an die Spitze des 12. Bandes seiner Annalen (1828) gestellt. Wir finden hier die Mineralien in 4 Abtheilungen gebracht: 1) Elektropositive Metalle, 2) elektronegative Elemente und deren nichtoxydirte Verbindungen (also z. B. Arsen-, Selen-, Schwefelverbindungen), 3) Sauerstoff, Säuren und oxydirte Körper (die grösste Abtheilung, in welcher Oxyde, Silikate, Carbonate, Sulfate etc.) und 4) Verbindungen von Salzbildnern, also Haloidsalze. Dabei sind die neueren Atomgewichte benutzt, und an Stelle seiner mineralogischen Formeln hat Berzelius die chemischen gesetzt, deren er sich fortan ausschliesslich bediente.

Dass Berzelius' Bemühungen um die systematische Anordnung der Mineralien mehr von den Chemikern als von den Mineralogen gewürdigt wurden, darf nicht befremden. Ausser den allgemeinen in der Natur der Sache liegenden Gründen trug dazu insbesondere das sogenannte naturhistorische System von Mohs bei, welches bald in Oestreich, wo die Mineralogie treffliche und fleissige Bearbeiter fand, theils durch den

Scharfsinn und das Ansehen seines Urhebers, theils aber auch als Folge eines gewissen Studienzgangs bald allgemein herrschend wurde. Nachdem sich Berzelius schon 1825 (im Jahresbericht No. 6) über diese so eben hervorgetretene neue Auffassung der Mineralogie kurz ausgelassen hatte, liess er einen Zeitraum von 20 Jahren verfließen, bevor er abermals das Wort ergriff, um sein chemisches Mineralsystem zu vertheidigen. Wenige Jahre vor seinem Tode, 1848, übergab er mir das Original einer Abhandlung, welche demnächst in den Vet. Ak. Handl. erscheinen sollte; und drückte den Wunsch aus, ich möchte sie ins Deutsche übertragen und zugleich mit seinen älteren Arbeiten auf diesem Gebiete veröffentlichen. Während ich diesem Wunsche des hochverehrten Meisters entsprach,<sup>1)</sup> theilte ich die Uebersetzung der schwedischen Abhandlung 1847 im 71. Bande der Annalen mit. Berzelius hat hier die Versuche, die Mineralien systematisch aufzufassen, vom geschichtlichen Standpunkte geschildert, seine eigenen mit denjenigen Anderer verglichen, und ist schliesslich auf das chemische Princip, als das allein berechnete, zurückgekommen. Von neuem und eindringlich tadelt er den unklaren und unhaltbaren Speciesbegriff der Mineralogen, zeigt das Ungenügende der sogenannten naturhistorischen Systeme, und entwirft dann den Plan zu einer Anordnung der Mineralien, welche folgende Abtheilungen umfasst: 1) Grundstoffe (in elektrochemischer Folge, von den positiven zu den negativen); 2) Verbindungen von Metallen unter sich; 3) Verbindungen der Grundstoffe mit Basenbildnern (Sulfurete, Oxyde); 4) Verbindungen jener mit Salzbildnern; 5) Verbindungen positiver und negativer Oxyde (Hydrate und Amphidsalze). Die Gruppierung innerhalb dieser Abtheilungen ist durch den negativen Bestandtheil gegeben, wie dies schon in dem früheren Versuch der Fall war. Die isomorphen Mischungen sind, so weit sich dies thun liess, als selbständig unterschieden und nicht in eine sogenannte Species zusammengeschlagen.

1) Berzelius' neues chemisches Mineralsystem nebst einer Zusammenstellung seiner älteren hierauf bezüglichen Arbeiten. Herausgegeben von C. Rammelsberg. Nürnberg 1847. Verlag von J. L. Schrag.

Auf Grund dieser Feststellungen habe ich dann der Abhandlung Berzelius' einen Versuch der speciellen Ausführung des Mineralsystems folgen lassen, der, obwohl seine Mängel deutlich genug waren, vor einem Vierteljahrhundert als das vollständigste Bild unserer Kenntnisse von der chemischen Natur der Mineralien gelten durfte.

Die Fortschritte der Wissenschaft haben inzwischen auch die Ansichten über chemische und mineralogische Systeme sehr wesentlich berührt. Vor allem ist klar geworden, dass die gegenseitige Stellung, die Beziehungen der Körper zu einander, eine Folge *ihrer gesammten Eigenschaften* sind, dass jeder systematische Versuch mithin eine gleichzeitige Kenntniss und Berücksichtigung derselben bedingt. Heute müssen uns Berzelius' rein chemisches und Mohs' naturhistorisches System als gleich einseitig erscheinen, da die Heteromorphie gegen jenes, die Isomorphie gegen dieses Zeugnis ablegen, und da wir begreifen, dass die physikalischen und die chemischen Eigenschaften, also neben der Zusammensetzung die geometrischen, optischen und sonstigen Verhältnisse eines Körpers seine Stellung, seine Beziehungen zu anderen bestimmen. Von diesem allein richtigen Grundsatz geleitet, hat Gustav Rose 1852 ein „Krystallochemisches Mineralsystem“ aufgestellt, in welchem Krystallform und Zusammensetzung die Grundlagen bilden, weil „die Krystallform nichts anderes als der bestimmte Ausdruck einer bestimmten Zusammensetzung“ sei.

Wir sind fest überzeugt, dass alle Versuche, in der Chemie und Mineralogie das Material wissenschaftlich zu ordnen, fortan auf diesem Wege das ideale Ziel zu erreichen suchen werden.

## II.

J. N. Fuchs: Zum Amorphismus fester Körper. 31, 577 (1834).

Fuchs, der 1816 in Gemeinschaft mit Gehlen eine vortreffliche Arbeit über die Zeolithe geliefert, der die von

H. Davy und von Klaproth übersehene, im Wawellit enthaltene Phosphorsäure (35 p. C.) nachgewiesen hat, dem wir die Kenntniss des Wasserglases, der ersten richtigen Vorstellungen von der Natur der Mörtel und zahlreiche anderweitige Untersuchungen verdanken,<sup>1)</sup> las in der Münchener Akademie am 9. März 1833 und am 15. März 1834 zwei Abhandlungen, deren erste den Titel führt: Ueber den Opal und den Zustand der Gestaltlosigkeit (Amorphismus) fester Körper (Schweigg. J. 67), und deren zweite jene oben angeführte unserer Annalen ist. Fuchs zeigte, dass die dichten Massen nicht immer Aggregate kleinster Krystalltheilchen seien, sondern dass davon solche scharf getrennt werden müssen, welchen die Kennzeichen des krystallinischen Zustandes gänzlich abgehen, und diese nannte er *amorph*. Ganz vortrefflich charakterisirte er den Opal, im Gegensatz zum Quarz, das rothe und schwarze Schwefelantimon, die beiden Zustände des Schwefelquecksilbers, machte auf amorphe Mineralien aufmerksam und stellte das Glas als den reinsten Typus einer amorphen Substanz hin. Er ist später (J. f. pract. Chemie 1836) noch einmal auf diesen Gegenstand zurückgekommen, um darzuthun, dass Amorphie und Isomerie nicht dieselben Begriffe seien, wie Berzelius behauptet hatte, und um Frankenheim zu widerlegen, welcher von Amorphie nichts wissen wollte.

Da die Amorphie in der Wissenschaft seitdem fest begründet ist und die Thatsachen ihre Annahme unbedingt fordern, so haben die Annalen in der Abhandlung von Fuchs eine fundamentale Arbeit zur Geltung bringen helfen.

### III.

G. Rose: Ueber die Isomorphie von Schwefel und Arsenik. 76, 75 (1849).

Mitscherlich's Entdeckung, welche einen so wesentlichen Einfluss auf die Kenntniss der Zusammensetzung der Minera-

1) Vgl. Gesammelte Schriften von J. N. v. Fuchs, redigirt von C. G. Kaiser. München 1856.



lien gehabt hat, gehört bekanntlich den Jahren 1819 und 20 an und deshalb finden wir in den Annalen keine jener Fundamentalarbeiten, welche sich überdies meist mit künstlichen Verbindungen beschäftigen. Auch diejenigen Abhandlungen Mitscherlich's, welche in den Bänden 18, 25, 39, 49 sich auf Isomorphie beziehen, treten in das Gebiet der Mineralien nur selten ein. Es mag sonderbar erscheinen, dass die Hand- und Lehrbücher der Chemie und Mineralogie dieses wichtige Gebiet kaum berühren. Jene haben überhaupt fast niemals auf die Form der Körper Rücksicht genommen, und selbst L. Gmelin's Werk, ein Musterwerk deutschen Fleisses, begnügt sich mit ganz unvollständigen Angaben. Andererseits herrscht auch in den Schriften über Mineralogie nicht jenes Gleichgewicht, welches man erwarten sollte, obgleich der Uebelstand, die nebensächliche Behandlung des Chemischen, hier nicht so scharf hervortritt. Bei der überwiegend grossen Zahl künstlicher Verbindungen eröffnet das Studium der Formen dem Chemiker ein weites Gebiet, auf welchem die Erscheinungen der Isomorphie unendlich zahlreicher sein müssen, als innerhalb des eng begrenzten Raumes der Mineralien.

G. Rose's oben erwähnte Abhandlung wendet sich gegen die Ansicht, dass Schwefelmetalle und Arsenmetalle isomorph seien. - Geben schon die bekannten Formen beider Elemente, trotz der Heteromorphie der letzteren überhaupt, keinen Grund, sie für isomorph zu halten, so sind die Verbindungen beider feste Verbindungen mit selbständiger Form, ihre Säuren und deren Salze unterscheiden sich in den Sauerstoffproportionen und der Krystallform ganz und gar. Und dennoch bestehen unzweifelhafte Formbeziehungen beim Arsenikeisen, Speerkies und Arsenikkies einerseits, gleichwie beim Speiskobalt, Eisenkies und Kobalt- (Nickel-) Glanz andererseits.

Indem G. Rose die Form und Mischung dieser Mineralien durchgeht, kommt er zu dem Schluss, dass eine wirkliche Isomorphie in beiden Reihen nicht vorhanden sei. Freilich hat er später<sup>1)</sup> zugegeben, dass Eisenkies und Kobaltglanz

1) Krystallochem. Minersalsystem S. 40.

isomorph seien und durch seine schönen Untersuchungen über den Zusammenhang zwischen der Hemiedrie und dem thermoelektrischen Verhalten beider (Annalen 142) sogar einen neuen Beweis dafür geliefert, wie er denn auch die Isomorphie von Speerkies und Arsenikkies als zulässig bezeichnet hat

Eine Revision der vorhandenen Untersuchungen über diese und verwandte Mineralien, so wie erneute Versuche haben mich in letzter Zeit zu einer Deutung ihrer gegenseitigen Beziehungen geführt, wobei die Isomorphie des Bisulfurets  $RS^2$  mit einer isomorphen Mischung  $R^m As^n$  den Ausgangspunkt bildet.

## B.

Grössere Untersuchungen wichtiger Mineralien oder ganzer Gruppen.

Um ein Bild der Fortschritte zu entwerfen, welche uns Poggendorff's Annalen in den verflossenen fünfzig Jahren vorführen, reicht es hin, wenn wir diejenigen Arbeiten herausheben, welche zur Kenntniss gewisser hervorragender Mineralien oder ganzer Gruppen gedient haben.

### I. Metallische Elemente.

*Gediegen Gold.* Auf seiner uralischen Reise hat G. Rose zahlreiche Proben von Gold gesammelt und diese nebst siebenbürgischen und amerikanischen im Jahre 1831 (Annal. 23) auf ihre Zusammensetzung untersucht. In 24 verschiedenen Abänderungen wechselte der Silbergehalt von 0,16 (Schabrowski) bis zu 38,74 (Veröspatak) Procent; an Verbindungen nach bestimmten Verhältnissen ist nach G. Rose nicht zu denken, beide Metalle sind isomorph, und obwohl ein einzelnes Korn überall gleich zusammengesetzt ist, kommen an derselben Stelle doch verschiedene Mischungen vor.

G. Rose bemerkte, dass Boussingault vor ihm an südamerikanischem Golde stets bestimmte Verhältnisse, nämlich 1—2—3—4—6 At. Gold gegen 1 At. Silber gefunden habe, und er glaubte annehmen zu dürfen, der Genannte sei bei seiner Arbeit von einer vorgefassten Meinung ausgegangen, der zu Liebe er nicht passende Versuche unterdrückt habe.

Die Isomorphie beider Metalle ist unzweifelhaft, ihre Atomvolumen sind gleich gross. Gediegen Gold ist eine isomorphe Mischung, allein eine solche besteht nicht sowohl in unbestimmten als vielmehr in nicht einfachen und daher zahlreichen Verhältnissen. In der That findet man  $\text{Ag}^8 \text{Au}^7$  (Veröspatak, Siränowski),  $\text{Ag} \text{Au}^2$  (Titiribi),  $\text{Ag} \text{Au}^3$  (Boruschka),  $\text{Ag} \text{Au}^4$  (Goruschka);  $\text{Ag} \text{Au}^6$  (Boruschka, Beresow),  $\text{Ag} \text{Au}^8$  (Katharinenburg),  $\text{Ag} \text{Au}^{10}$  (Boruschka) neben zwischenliegenden weniger einfachen Verhältnissen.

*Platinerz.* Der schweren Aufgabe, das Platin von seinen Begleitern und diese von einander zu trennen, hat sich zuerst Berzelius unterzogen und er ist lange der Einzige gewesen, dem wir unsere Kenntnisse in dieser Hinsicht verdanken. Seine Abhandlung, aus den K. Vet. Ak. H. f. 1828, steht in den Annalen, 13. Sie enthält die Untersuchungen über Rhodium, Palladium, Iridium und Osmium, jedoch gesteht Berzelius, dass er nur die ersten Umrisse zur Geschichte dieser Metalle gebe, deren Erforschung eben so mühsam als langwierig sei. Dann folgt eine Beschreibung der Methode, das rohe Erz zu analysiren und das Resultat der Zerlegung des Platins vom Ural und aus Südamerika.

Später hat bekanntlich Claus, dem wir die Entdeckung des Rutheniums verdanken, welches früher in dem Iridium verborgen war, eine etwas einfachere Methode angegeben, und auch Deville hat sich in dieser Richtung verdient gemacht; allein auch jetzt noch gehört die Analyse des Platinerzes zu den schwierigsten Aufgaben.

## II. Selen- und Schwefelverbindungen.

Mit vollem Recht darf man behaupten, dass in diesem Gebiet Heinrich Rose's Arbeiten die Bahn gebrochen haben.

Die *Selenerze* (Selenblei, Selensilber u. s. w.), welche Zincken bei Tilkerode am Harz 1823 entdeckt hatte, wurden von H. Rose 1825 näher untersucht (Ann. 2 u. 3), wobei er trockenes Chlor zur Zerlegung benutzte. Während dann der Entdecker sie mineralogisch beschrieb (Ann. 3), theilte

H. Rose seine Methode und die Resultate ausführlich mit (a. a. O.). — An diese früheren Arbeiten, zu denen auch die von Stromeyer an Oberharzer Selenblei (Ann. 2) gehört, reihen sich die von Kersten 1839 (Ann. 46), Selenerze von Hildburghausen und von Freiberg, von Del Rio (Ann. 14 und 39), von Köhler (81) und von mir (88) an, mexikanische und Harzer Vorkommen betreffend.

*Schwefelantimonmetalle.* — Wenn man sich erinnert, dass Klaproth beim Rothgültigerz 3—4 Procent Verlust hatte, den er für Sauerstoff hielt (Bonsdorff gab die erste richtige Analyse), dass dasselbe bei seinen Versuchen mit dem Bournonit der Fall war und ebenso die Fahlerze 2—5 Procent Verlust zeigten, so darf man daraus folgern, dass die Analyse der Schwefelantimonverbindungen gewisse Schwierigkeiten habe, welche selbst der erste Mineralchemiker seiner Zeit nicht zu besiegen vermochte. Dies ist erst H. Rose gelungen, und dessen Abhandlung: „Ueber die in der Natur vorkommenden nicht oxydirten Verbindungen des Antimons und des Arsens“ vom Jahre 1829 (Ann. 15) ist eine klassische Arbeit, insofern sie lehrte, die natürlichen Schwefelsalze durch Chlor zu zerlegen, eine Methode, welche von Berzelius herrührt, um die durch Erhitzen getrennten flüchtigen und nicht flüchtigen Chloride von einander zu scheiden. Auf diese Weise hat H. Rose Zinckenit, Jamesonit (beide schon 1826 in Bd. 8 vorläufig), Federerz, Miargyrit, Rothgültigerz, Sprödglasserz, Bournonit, Polybasit und sechs Fahlerze untersucht und deren stöchiometrische Zusammensetzung ermittelt. Ausserdem wurde der Antimonnickelglanz untersucht, und später, 1833 (Ann. 28) folgen noch zwei Polybasite von anderem Vorkommen.

Noch heute müssen diese Untersuchungen als vorleuchtende Muster gelten, denn ihre Genauigkeit bewährt sich immer von neuem und nicht wenige der späteren Analysen, z. B. von Fahlerzen, stehen offenbar jenen älteren an Schärfe weit nach.

*Schwefeleisen.* — Dass in Meteoriten Magnetkies vorkomme, war von G. Rose längst erwiesen; dass aber in gewissen Meteoreisen auch das einfache Sulfuret  $\text{Fe S}$  sich finde,

hatte sich mir aus späteren Versuchen ergeben. Diese Erfahrung leitete zu erneuten Analysen von 8 nickelfreien und 4 nickelhaltigen Magnetkiesen, im Anschluss an die früheren von H. Rose, Schaffgotsch und Plattner, und es liess sich mit Sicherheit feststellen, dass das Mineral in keinem Fall FeS sei, wie nach Stromeyer's Vorgang noch von Vielen angenommen wurde, sondern  $\text{Fe}^n \text{S}^{n+1}$ , doch glaubte ich für die nickelfreien Abänderungen  $\text{Fe}^8 \text{S}^9$  an Stelle von  $\text{Fe}^7 \text{S}^8$  setzen zu dürfen. Bei dieser Gelegenheit wurden auch die Bedingungen für die Bildung von FeS,  $\text{Fe}^2 \text{S}^3$ ,  $\text{FeS}^2$ , ihr Verhalten in der Wärme und die Producte aus Eisenoxyd und Schwefelwasserstoff untersucht. Diese Arbeiten fallen in das Jahr 1864 (Ann. 121).

### III. Oxyde.

Die *Spinellgruppe*. — Zu den wichtigen Arbeiten, welche den Werth der Isomorphie für die Mineralzusammensetzung begründet haben, gehört Abich's über die Spinelle, welche den älteren von H. Rose, Bonsdorff und Trolle-Wachtmeister sich würdig anreihet. Sie fällt in das Jahr 1831 und erschien unter dem Titel: „Hermann Abich, chemische Untersuchung des Spinells und der Minerale von analoger Zusammensetzung“ (Annal. 23). Die älteren Analysen von Klaproth u. A. mit ihren zum Theil ansehnlichen Kieselsäuregehalten<sup>1)</sup> boten keine Gewähr für ihre Richtigkeit. Die Art der Vorbereitung des theilweise sehr harten Materials und die Art des Aufschliessens mussten das Resultat fehlerhaft machen. Klaproth's Enkel, Abich, welcher den Stahlmörser und das Glühen mit kohlen-saurem Baryt in Sefström's Ofen einführte, analysirte den blauen und rothen Spinell, den Pleonast in 4 Abänderungen, zwei Gahnite, zwei Chromeisensteine und den Franklinit, und das schöne Resultat bei allen diesen in regulären Oktaedern krystallisirten Mineralien war, dass sie gleich dem Magneteisen  $\text{RO} + \text{R}^2 \text{O}^3$  sind, mithin eine regulär krystallisirte isomorphe Gruppe bilden.

1) 15,5 p. C. im Spinell. Klaproth.

Hinsichtlich ihrer Analyse wollen wir bemerken, dass für die von Säuren nicht angreifbaren von H. Rose später (Ann. 51) das Schmelzen mit saurem schwefelsaurem Kali, von A. Mitscherlich das Erhitzen mit Schwefelsäure im zugeschmolzenen Rohr vorgeschlagen wurde.

*Titaneisen und Eisenglanz.* — H. Rose, welchem wir die meisten Thatsachen zur Geschichte des Titans verdanken, welcher die verschiedenen Formen der Titansäure genau untersuchte und analytische Methoden zur Scheidung von Titan und Eisen auffand, analysirte einige Titaneisen schon in früherer Zeit (Ann. 3 und 15). Dann folgte im Jahre 1829 Mosander (Ann. 19), welcher T. von Tvedestrand, Egersund und vom Ilmengebirge durch Glühen in Wasserstoffgas zerlegte.

Diese Arbeiten, gleich denen von Kobell, ergaben, dass die Titansäure so wie die relativen Mengen beider Oxyde des Eisens bei derselben Abänderung oft wenig übereinstimmten. Nachdem durch Mohs und G. Rose bewiesen war, dass die Krystallform der Titaneisen die des Eisenglanzes ist, erklärte Mosander jene für Mischungen aus  $\text{FeO} \cdot \text{TiO}_2$  und  $\text{Fe}_2\text{O}_3$ . Später bemerkte H. Rose, dass die ungleichen Mengen von Eisenoxydul und Oxyd, welche man in demselben Erz gefunden hatte, doch einem und demselben Eisengehalt entsprechen; er vermuthete daher, dass die Methode der Analyse der Grund sei und stellte die Ansicht auf, Titansäure und Eisenoxydul seien Producte jener, jedes Titaneisen aber sei Eisenoxyd und Titanoxyd, welche sich bei Behandlung mit Säure gegenseitig umsetzen. Gegen diese Ansicht, welche die Isomorphie mit dem Eisenglanz einfach erklärte, sprach sich fast nur Berzelius aus.

Das beständige Vorkommen der Magnesia in den T., welches mit H. Rose's Ansicht von ihrer Natur nicht gut vereinbar ist, veranlasste mich 1858 zu einer grösseren Untersuchung von 12 verschiedenen Abänderungen und zwar mit Hülfe combinirter Methoden. Hierbei fand sich, dass das krystallisirte T. von Gastein nur  $2\frac{2}{3}$  Procent Eisenoxyd enthält, im übrigen aber  $\text{FeTiO}_3$  oder  $\text{Fe}_2\text{O}_3, \text{Ti}_2\text{O}_3$  ist, wobei

1 Procent Mg im ersten Fall als Vertreter von Fe anzusehen wäre. Allein ein ebenfalls krystallisirtes T. von Laytons Farm (N.-Am.) von dem ungewöhnlich geringen V.-G. = 4,3 *enthielt über 8 Procent Mg und gar kein Eisenoxyd*; es war  $\text{FeTiO}_3 + \text{MgTiO}_3$  und lieferte den Beweis, dass H. Rose's Ansicht von der Constitution nicht gegründet, diejenige Mosander's die allein richtige ist. Alle übrigen T. waren in der That so zusammengesetzt, dass sie neben einer veränderlichen Menge  $\text{Fe}^2\text{O}_3$  stets (Fe, Mg, Mn) : Ti = 1 : 1 At. enthielten.

Bei dieser Gelegenheit zeigte ich, dass selbst der reinste *Eisenglanz* von Elba Fe O, Mg O und bisweilen Ti enthält, während in dem vesuvischen der Eisenoxydulgehalt noch weit grösser ist.

Die betreffende Abhandlung: „Ueber die Zusammensetzung des Titaneisen, sowie der rhomboedrisch und oktaedrisch krystallisirten Eisenoxyde überhaupt“ (Ann. 104) enthält ausserdem Untersuchungen über das Magneteisen, sowie über gewisse von Eisenglanz durchsetzte Oktaeder vom Vesuv, in deren magnetischem Theil ich  $15\frac{2}{3}$  Procent Magnesia nachwies und welche, ganz frei von Eisenglanz, wahrscheinlich  $\text{MgO} + \text{Fe}^2\text{O}_3$  sind, zur Spinellgruppe gehören und vorläufig als Magnoferrit bezeichnet wurden. Spätere Versuche mit dieser Substanz rühren von 1859 her (Ann. 107).

*Manganerze.* — Nachdem Haidinger die Manganerze krystallographisch und physikalisch genau unterschieden hatte (Ann. 7 u. 14), bestimmte E. Turner ihre chemische Natur (Ann. 14). Seitdem galt der *Braunit* für reines Manganoxyd, denn wiewohl Turner bemerkt, das Mineral löse sich mit Hinterlassung einer kieseligen Substanz auf, so führt er in der Analyse doch nur eine *Spur* Kieselsäure an. Ich habe nun 1865 in einer Abhandlung: „Ueber die Zusammensetzung der Manganerze und das spec. Gewicht derselben und der Manganoxyde überhaupt“ (Ann. 124) nachgewiesen, dass der Braunit 8 Procent Kieselsäure enthält und dass seine Zusammensetzung  $\text{MnSiO}_3 + 3\text{Mn}^2\text{O}_3$  in Analogie mit derjenigen des Titaneisen ist.

*Kieselsäure.* — Wenige Substanzen sind eine so ergiebige Fundgrube von Thatsachen, als diese allverbreitete, deren krystallisirter und amorpher Zustand, als Quarz und Opal, Fuchs den Anlass zu seinen Ideen über Amorphie geliefert hat. Er erklärte, gewisse dichte Kieselmineralien, wie Chalcodon und Feuerstein, seien Gemenge beider Zustände. Durch neuere Versuche H. Rose's veranlasst, habe ich 1861 in einer Arbeit: „Ueber das Verhalten der aus Kieselsäure bestehenden Mineralien gegen Kalilauge“ (Ann. 112) eine Reihe von Versuchen mitgetheilt, und bin zu dem Resultat gelangt, dass die dichten Kieselmassen wesentlich Quarz seien, dass manche jedoch in Kalilauge verhältnissmässig leicht löslich sind, was von ihrer Dichte, d. h. von der Kleinheit ihrer Krystalltheilchen abzuhängen scheint und dass auch der krystallisirte Quarz in der Lauge um so löslicher ist, je feiner man ihn zertheilt.

Von hohem Interesse ist eine Abhandlung H. Rose's aus dem Jahre 1859: „Ueber die verschiedenen Zustände der Kieselsäure“ (Ann. 108), in welcher er an die Thatsache anknüpft, dass der Quarz durch Schmelzung amorph wird und nun zeigt, dass er, besonders in Pulverform, wenn er lange genug einer starken Hitze ausgesetzt war, sein V.-G. auf 2,3 verringert. Er erklärte dies auch durch eine theilweise Umwandlung in die amorphe Opalsubstanz. Andererseits fand er, dass die künstlich dargestellte amorphe Säure durch Glühen dasselbe höhere V.-G. von 2,3 erlangt. Ueber diesen Punkt gab H. Rose keinen Aufschluss, er fand indessen sehr bald seine Erklärung. Denn im Jahre 1863 kündigte Gerh. vom Rath an, er habe die Kieselsäure in sechsgliedrigen, jedoch vom Quarz ganz verschiedenen Krystallen vom V.-G. 2,3 gefunden und nannte das neue Mineral *Tridymit* (Ann. 133). Sodann gelang es G. Rose, durch Schmelzen von Adular oder von amorpher Kieselsäure mit Phosphorsalz oder mit kohlensaurem Natron diese krystallisirte Modifikation künstlich darzustellen (Ann. 139), und danach erklärte er die Veränderung der amorphen Säure beim Glühen als eine Umwandlung in die krystallisirte Form des Tridymits.



## IV. Salze.

*Phosphate, Arseniate, Vanadate. Pyromorphit und Mimetesit. Apatit.* — Wöhler (1825) und G. Rose (1827) haben uns die chemische Natur dieser wichtigen Mineralien, welche eine schöne isomorphe Gruppe bilden, enthüllt. Die Abhandlung: „Ueber die Zusammensetzung der phosphorsauren und arseniksauren Bleierze“ (Ann. 4) enthält Wöhler's Analysen der Grün- und Braunbleierze, welche Klaproth nicht mit derjenigen Schärfe hatte durchführen können, welche eine sichere Berechnung erlaubte. Wöhler stellte ihre Natur fest und zeigte, dass die Phosphate oft Arsen, die Arseniate oft Phosphor enthalten. G. Rose's Arbeit: „Ueber die chemische Zusammensetzung der Apatite“ (Ann. 9) ist gleichfalls eine Frucht der Entdeckung der Isomorphie. Denn als ihr Verfasser die Isomorphie des Apatits mit jenen Bleierzen aufgefunden und ihren Gehalt an Chlor und Fluor nachgewiesen hatte, gelangte er bei der Untersuchung von 8 verschiedenen Apatiten zu der von Wöhler ermittelten Constitution und fügte seinen Versuchen Krystallmessungen an verschiedenen Gliedern der ganzen Gruppe hinzu.

Erst im Jahre 1856 gelang es mir, in dem Vanadinbleierz ein neues Glied dieser Gruppe anzureihen. Meine Versuche (Ann. 98) haben auch die vollständige Analogie in der chemischen Natur erkennen lassen, seitdem Roscoe das Atg. des Vanadins auf seinen wahren Werth zurückgeführt hat.

Bereits 1845 hatte ich mich mit der Untersuchung gewisser natürlicher Phosphate, zum Theil sehr seltener Mineralien, beschäftigt (Ann. 64). Wagnerit, Lazulith, Amblygonit, Vivianit, dessen Eisenoxydgehalt nachgewiesen wurde, so wie 1852 (Ann. 85) Childrenit und Triphylin sind damals untersucht worden. Die grossen Schwierigkeiten, denen man bei der Analyse solcher Verbindungen oft begegnet, habe ich nicht verkannt und die Resultate demgemäss beurtheilt, neuerlich aber Gelegenheit gehabt, die Natur einer der ausgezeichnetsten, des Amblygonits, wie ich glaube, endgültig zu entscheiden.

*Tantalate* und *Niobate*. Fast zwanzig Jahre lang hat sich H. Rose mit der schwierigen und höchst mühevollen Untersuchung des Tantals und Niobs beschäftigt, dessen Entdeckung eines der ersten Resultate seiner Arbeiten war. Verfolgt man heute den Gang dieser Arbeiten näher, so kann man neben dem Staunen über die ausserordentliche Mühe und Sorgfalt in den unzähligen Versuchen ein tiefes Bedauern nicht unterdrücken, dass H. Rose, durch geringfügige Umstände von dem richtigen Wege abgelenkt, in Irrthümer verfiel, welche bald nach seinem Tode von Blomstrand, besonders aber von Marignac erkannt wurden.

H. Rose hatte im Laufe seiner Arbeiten die tantal- und niobhaltigen Mineralien theils selbst untersucht, theils von jüngeren Chemikern untersuchen lassen. Er veröffentlichte 1858 und 1863 (Ann. 104 und 118) die Resultate von Tantaliten aus Finland, Frankreich, von Columbiten aus Baiern, Grönland, vom Ural, von Samarskit, Fergusonit und Tyrit.<sup>1)</sup>

Aber erst, als durch Marignac die Trennung von Tantal und Niob möglich geworden war, liess sich über die Natur der Metallsäuren in diesen und ähnlichen Verbindungen genauerer Aufschluss erlangen. Ich habe deshalb in den letzten Jahren nicht allein die zuvor angeführten (den Samarskit ausgenommen), sondern auch Polykras und Euxenit, Tapiolith, Wöhlerit und Pyrochlor zum Gegenstand ausführlicher Untersuchungen gemacht, welche in den Annalen (144 u. 149) auszugsweise mitgetheilt sind.<sup>2)</sup>

*Silikate. Feldspath.* — Die neuere Geschichte dieser wichtigen Mineralgruppe ist in ihren Hauptzügen in den Annalen niedergelegt. Nachdem Romé de l'Isle und Haüy die ersten Schritte gethan, trat C. S. Weiss (in den Schriften der Berliner Akad. 1816—17) mit seiner „Krystallographischen Fun-

1) Auch A. Nordenskiöld hat zu verschiedenen Zeiten finländische und schwedische Tantalmineralien untersucht. (Ann. 107. 111. 122).

2) Vgl. die Monatsber. d. Berl. Akad. 1871 April, August, November; 1872, Juli.

damentalbestimmung des Feldspaths“ hervor, jener denkwürdigen Arbeit, in welcher die Zonenlehre zum ersten Mal dazu dient, den Zusammenhang aller Flächen eines Körpers darzutun und wo das Gesetz der Rationalität der Axen zu vollem Ausdruck gelangt. Dem speculativen Geiste ihres Urhebers entsprach das Streben, auch hier gewisse allgemeine Beziehungen aufzusuchen und als begründet anzusehen; denn wenn Weiss mit Hauy das Feldspathprisma von  $120^\circ$  nahm, die gleiche Neigung der  $P$ - und  $x$ -Fläche und anderer Schiefendflächen, den Schwefelkieswinkel in der Neigung der Rhomboidflächen voraussetzte, so hatte er Annäherung für Uebereinstimmung gehalten und genaues Beobachtungsmaterial theils nicht gehabt, theils nicht gewürdigt.

Kurz vor dem Beginn der fünfzigjährigen Annalenreihe tritt (in Gilbert's Annal. 1823) Gustav Rose mit einer Abhandlung: „Ueber den Feldspath, Albit, Labrador und Anorthit“ hervor und zeigt sich damit als der vollendete Mineralog, der seine Wissenschaft vollständig erfasst, die Formen der Körper durch Messung und Rechnung, ihre chemische Natur durch Analyse zu ergründen versteht. Im engen Raum tritt uns hier eine Fülle neuer Thatsachen entgegen: seine Entdeckung des Anorthits und seine Feststellung des Albits; beide wurden krystallographisch und chemisch von ihm genau untersucht.

Für die weitere Geschichte der Feldspathe sind die Annalen eine reichhaltige Quelle; hier aber dürfen wir nur an das erinnern, was sie hinsichtlich des Chemischen dieser Gruppe enthalten.

Abich gab 1840 eine Arbeit: „Beiträge zur Kenntniss des Feldspaths“ (Ann. 50. 51), eine grosse Reihe von Untersuchungen der Feldspathe aus vulkanischen Gesteinen, besonders Italiens heraus, machte auf die Beziehungen des V.-G. der einzelnen Glieder zu ihrer Zusammensetzung aufmerksam und suchte als der Erste zu ermitteln, wie die Gesamtmischung eines Gesteins und diejenige seines Feldspaths sich zu einander verhalten.

Seit der Oligoklas in die Reihe der Feldspathe eingetreten, selbst ein Barytfeldspath, der Hyalophan, gefunden war, wurden die kalk- und natronhaltigen Glieder vorzugsweise untersucht, für welche in letzter Zeit G. vom Rath die meisten Beiträge geliefert hat. Immer häufiger zeigte sich aber, dass die festen Verbindungsverhältnisse, welche für Labrador und Oligoklas allgemein galten, in den Kalknatronfeldspathen nicht immer gefunden werden und schon Abich hatte ein Zwischenglied, den Andesin, eingeschoben. Jedoch erst 1865 sprach Tschermak in einer Abhandlung: „Die chemische Zusammensetzung der Feldspäthe“ (Ann. 125 und 133) den Satz aus: *Die Kalknatronfeldspäthe sind isomorphe Mischungen aus Albit und Anorthit*; die Kieselsäuremenge ist abhängig von dem Verhältniss des Natrons zum Kalk und nimmt zu mit dem Natron. Für Labrador und Oligoklas gilt deshalb kein feststehendes Atomverhältniss, und die Zwischenglieder sind zahlreich und gleichberechtigt. Die Wichtigkeit dieser für die Petrographie allerdings nicht bequemen neuen Wahrheiten lag auf der Hand. Sie rief meinerseits eine Prüfung ihrer thatsächlichen Grundlagen durch Berechnung der vorhandenen Analysen hervor, erhielt jedoch dadurch ihre Bestätigung, wiewohl die Ansichten über die charakteristischen Gesichtspunkte auseinander gehen können, wie dies z. B. bei Streng der Fall ist.

*Glimmer.* — Für die auch heute noch nicht abgeschlossene Kenntniss der Glimmer sind H. Rose's Analysen die Grundlage. Sein „Versuch einer chemischen Bestimmung der Glimmerarten“ (Ann. 1) aus dem Jahre 1823, dem schon einzelne Arbeiten vorangegangen waren, brachte die Entdeckung des Fluors und das erste richtige Bild von der chemischen Natur gewisser Kali- und Magnesiaglimmer.

*Turmalin.* — Als ich im Jahre 1850 mit einer Arbeit: „Ueber die Zusammensetzung des Turmalins“ (Ann. 80. 81) hervortrat, durfte ich wohl behaupten, dass alle früheren Versuche, die chemische Natur dieser Gruppe zu entziffern, höchst unbefriedigend ausgefallen waren.

Sollte es gelingen, für alle Glieder einen gemeinschaftlichen Ausdruck zu finden, so schien die Analyse einer grösseren Zahl von Abänderungen nothwendig, um so mehr, als die manigfachen und theilweise schwer zu bestimmenden Bestandtheile, denen ich das Fluor hinzufügte, nur bei vielfach wiederholter Arbeit eine gewisse Zuverlässigkeit erreichen konnten. So stieg die Zahl der untersuchten Turmaline auf 30. Aber das Endresultat entsprach den Erwartungen nicht, denn zwar ähnliche Formeln, nicht aber ein gemeinsamer Ausdruck liessen sich aus den Versuchen ableiten und die Stellung des Bors in dem Ganzen blieb zweifelhaft.

Erst zwanzig Jahre später wurde das angestrebte Ziel erreicht. In einer zweiten Abhandlung vom Jahre 1870 (Ann. 139) gelang es mir, durch Revision der früheren Versuche und durch neue eine den jetzigen chemischen Vorstellungen entsprechende gemeinsame Formel für alle Turmaline zu geben, und das Bor als ein Aeq. des Aluminiums zu erkennen.

*Augit und Hornblende.* — H. Rose hatte gezeigt, dass die Augite sämmtlich Bisilikate seien, allein er hatte seine Versuche auf die thonerdefreien beschränkt. Bonsdorff hatte in den gleichfalls thonerdefreien Hornblenden etwas mehr Säure gefunden und hielt sie für Verbindungen von Bi- und Trisilikaten. Nicht alle späteren Versuche jedoch stimmten hiermit überein. Dies und die Verwandlung der Hornblende durch Schmelzen in Augit, sowie G. Rose's Entdeckung des Uralits führten mich 1858 zu einer Revision von Bonsdorff's Arbeit, wobei die inzwischen fortgeschrittenen analytischen Methoden ältere Fehlerquellen aufdeckten und es sich herausstellte, dass auch die hellen Hornblenden (Tremolit, Strahlstein) reine Bisilikate sind.

In der betreffenden Abhandlung: „Ueber die krystallographischen und chemischen Beziehungen von Augit und Hornblende“ (Ann. 103) bewies ich ferner, dass Akmit, Aegirin, Babingtonit und Arfvedsonit, ihrer Form entsprechend, gleichfalls Bisilikate seien, die aber ausser den gewöhnlichen Oxyden stets Eisenoxyd und zum Theil Natron enthalten.

Es blieben nun die *thonerdehaltigen* Glieder, durch Form und Struktur den übrigen gleich, deren Natur sich mit letzteren, trotz manigfacher Hypothesen, nicht in Harmonie setzen liess. Ich selbst hatte in ihnen die beiden Oxyde des Eisens und namentlich in 15 Hornblenden die Alkalien bestimmt, ohne dass eine Analogie mit den reinen Bisilikaten ungewungen sich ergeben hätte. Dies ist erst später gelungen, als ich die Sesquioxyde als „accessorische Moleküle“ bezeichnete und für diese Mineralien dieselbe Anschauung geltend machte, wie für die Titaneisen und den Braunit.

*Granat.* — Der Untersuchungen Trotte-Wachtmeister's wurde bereits gedacht. Alle späteren haben die daraus gezogenen Schlüsse vollkommen bestätigt.

*Vesuvian.* — Karsten, v. Kobell, Varrentrapp und Magnus (Ann. 20. 21. 22) vermochten nicht, eine wesentlich andere als die Granatmischung nachzuweisen. Der Letztere hatte die Volumänderung hier und beim Granat durch Schmelzen nachgewiesen, wodurch diese Silikate amorph und zersetzbar durch Säuren werden. Im Jahre 1855 machte ich (Ann. 94) die Analysen von 12 Vesuvianen bekannt; kurz darauf erschien eine ähnliche Arbeit Scheerer's (Ann. 98) und Magnus bestätigte (Ann. 96) den von mir gefundenen Glühverlust der Vesuviane, den er als Wasser bestimmte. Die Unklarheit, in welcher trotz alledem die chemische Natur dieser Mineralien lag, liess neue Versuche wünschen, allein erst jetzt habe ich mich dieser Aufgabe unterziehen können,<sup>1)</sup> so weit dies bei dem dermaligen Stand der Wissenschaft möglich ist.

*Staurolith.* — Die Annalen verzeichnen die früheren Arbeiten Jacobson's (62. 63) und die meinigen (113), welche letzteren zwar bewiesen, dass das Mineral nicht Eisenoxyd, sondern Eisenoxydul enthält, allein die sonderbare Verschiedenheit im Säuregehalt unerklärt liessen. Lechartier hat das Verdienst, 1865 gezeigt zu haben, dass Staurolithe von höherem Säuregehalt Quarz eingeschlossen enthalten und durch Behandlung mit Flusssäure davon befreit werden können.

1) Monatsber. d. Berl. Akad. Mai 1873.

Die analytische Durchführung dieser Versuche und die Aufstellung einer Formel für den reinen Staurolith ist später (Monatsb. d. Berl. Akad. 1873, Febr.) durch' mich erfolgt.

*Wernerit.* — Es ist hier der grösseren Arbeit G. v. Rath's vom Jahre 1853: „Ueber die Zusammensetzung des W. und seiner Zersetzungsprodukte“ (Ann. 90) zu gedenken, welche zwar die Frage nach der ursprünglichen oder einheitlichen Mischung noch offen lässt, aber ein wichtiger Beitrag zur Kenntniss mehrfacher Umwandlungsprocesse ist, denen Silikate unterliegen.

#### Gebirgsarten.

Selbstverständlich sind die Annalen eine reiche Fundgrube für die chemische Kenntniss der *krystallinischen Gesteine*. Aber neben den einzelnen Analysen von Phonolithen, Nepheliniten, Basalten und Laven sei hier nur der Arbeit Bunsen's vom Jahre 1851 „Ueber die Processe der vulkanischen Gesteinsbildungen Islands“ (Ann. 83) gedacht, weil sie seine Ideen über das allgemeine Auftreten zweier Hauptgruppen von Eruptivgesteinen darlegt, die er als normal-trachytisch und normal-pyroxenische bezeichnet hat.

Auch die *kosmischen Gesteine* oder die *Meteoriten* sind nicht bloß chronologisch und topographisch während 50 Jahre in den Annalen verzeichnet, nicht bloß ist ihre mineralogische Natur der Gegenstand wichtiger Arbeiten gewesen, unter denen G. Rose's den ersten Platz einnehmen und Reichenbach's über die Meteoreisen sehr beachtenswerth sind, auch für die chemische Kenntniss der Meteoriten enthalten die Annalen in der Arbeit Berzelius' „über Meteorsteine“, welche 1834 erschien (Ann. 33) und welcher einige kleinere Abhandlungen vorausgegangen waren (Ann. 16. 27), ein klassisches Muster der Art und Weise, wie durch analytische Versuche zur Kenntniss der Einzelmineralien in der Meteoritenmasse zu gelangen sei, und es ist lediglich die Frucht solchen Vorbildes, dass es mir 1848 glückte, die Eukrite von Juvenas und Stannern in Augit und Anorthit zu zerlegen (Ann. 73), überhaupt aber, dass unsere Kenntnisse in diesem Gebiete jetzt nicht unwesentliche Fortschritte gemacht haben.

Im Vorstehenden habe ich zu zeigen versucht, in welchem Maasse die Annalen seit 50 Jahren für die Kenntniss der chemischen Verhältnisse der wichtigsten Mineralgruppen förderlich gewesen sind. Gross ist die Zahl der ausserdem vorhandenen einzelnen Beiträge innerhalb dieses Gebietes, unverkennbar ist aber auch, dass in letzter Zeit mineralogisch-chemische Arbeiten seltener zu werden anfangen, ein Umstand, welcher mit den jetzt in der Chemie die Geister vorzugsweise bewegenden Fragen direct zusammenhängt.

Freilich wäre es ungerecht, wenn man behaupten wollte, die Annalen einzig und allein repräsentiren den Fortschritt der Mineralchemie seit einem halben Jahrhundert. Auch in anderen deutschen Zeitschriften sind zahlreiche und zum Theil wichtige Arbeiten auf unserem Gebiete niedergelegt, welche für die Geschichte der Wissenschaft unentbehrlich erscheinen. Doch hier galt es nur, den hervorragenden Antheil zu schildern, den Poggendorff's Annalen an der Entwicklung dieser Wissenschaft genommen haben.

#### Schluss.

Keine andere Zeitschrift hat ein ebenso reiches Material für die Mineralchemie gesammelt, wie Poggendorff's Annalen seit 50 Jahren, und der weitaus grösste Theil wird von Originalarbeiten gebildet. Wem verdankt die Wissenschaft diese fruchtbare Thätigkeit zahlreicher Kräfte, deren Streben nach *einem* Ziel gerichtet ist? Kein Zweifel: es ist Berzelius' Einfluss, dessen Geist und dessen Methode in den meisten jener Arbeiten sich abspiegelt, welche entweder seinen unmittelbaren Schülern angehören oder von diesen wiederum hervorgerufen sind.

Unter den unmittelbaren Schülern Berzelius' nimmt für das Gebiet der Mineralchemie Heinrich Rose den ersten Rang ein. Dem Herausgeber der Annalen eng befreundet, hat er in ihnen alle seine zahlreichen Arbeiten niedergelegt bis zu seinem Tode, am 27. Januar 1864. Vierzig Jahre lang hat er mitgewirkt und nicht blos durch seine eigenen Forschungen, sondern auch durch die von ihm veranlassten



und unter seinen Augen vollendeten Mineralanalysen. Denn in seiner Wirksamkeit als *Lehrer* lassen sich nur Wenige mit ihm vergleichen, und darum erscheint es angemessen, hier einmal diejenigen mineralogisch-chemischen Arbeiten im Zusammenhange zu verzeichnen, welche ihr Entstehen und ihre Durchführung H. Rose verdanken.

Awdejew	Adular, Feldspath 52. Analcim, Leucit 55. Beryll 56.
Bodemann	Buntkupfererz 55. Feldspath, Oligoklas 55.
Böttger, Th.	Tarnovicit 47. Aurichalcit 48. Rothgültigerz 55.
Booth	Arseniknickel 32.
Bromeis, C.	Eläolith 48. Glimmer, Fahlerz 55.
Brooks	Albit 61.
Brüel	Boulangerit 48.
Chandler	Zirkon 102.
Chodnew	Buntkupfererz, Albit, Glimmer 61.
Crasso	Feldspathpseudomorphosen 49.
Ewreinoff	Mikroklin 47. Heteroklin 49.
Francis	Oligoklas 52.
Frick	Nadelerz 31. Thonschiefer 55.
Hagen	Oligoklas 44. Petalit, Spodumen 48.
Heintz	Asbest 58.
Hofmann, E.	Arsenikerze, Chabasit 25. Sodalith 47.
Jacobson	Staurolith 62. 68.
Jentsch	Polyhalit 94. Feldspath 95. Tantalit 97.

Kudernatsch	Augit, Hornblende, Plagionit 37. Tennantit 38. Zinnkies 39.
Löwe, A.	Ätnalava, Zinkblende 38.
Lohmeyer	Albit, Glimmer 61.
Meitzendorff	Asbest 52. Glimmer, Xanthophyllit 58.
Meyer, H.	Phonolith 47.
Moss	Feldspath 52. Strahlzeolith 55.
Oesten	Columbit 99. Triphylin 107. 108.
Plattner	Buntkupfererz 47.
Potyka	Arsenikkies, Boracit, Tyrit 107. Anorthit 108.
Redtenbacher	Phonolith 48. Albit 52.
Rosales	Cyanit, Glimmer 58.
Sander	Silberkupferglanz 40.
Schaffgotsch, Graf	Jamesonit 38.
Scheerer, Th.	Eläolith, Nephelin 49.
Scheidhauer	Fahlerz 58. Albit 61.
Schmidt, C.	Pimelit, Saccharit 61.
Thaulow	Boulangerit, Bergholz 41. Periklin 42.
Varrentrapp	Vesuvian 45. Barsowit, Buntkupfererz, Kobaltglanz 47. Chlorit 48. Hauyn, Nosean, Lasurstein 49. Labrador 52.
Weber, R.	Apatit 84.
Weidenbusch	Fahlerz 76.
Würth	Okenit 55.

Es haben also etwa 40 jüngere Chemiker unter H. Rose's Leitung sich mit der Analyse von Mineralien beschäftigt und

zwar innerhalb eines Zeitraums, der die Bände 31—108 der Annalen, d. h. 25 Jahre umfasst.

Ehre dem Andenken des Mannes, dessen edles Herz die reinste Liebe zur Wissenschaft beseelte, des unvergesslichen Lehrers und Freundes!

---

### XXXVII. *Spektroskop mit fluorescirendem Ocular; von J. L. Soret.*

---

Zur Untersuchung des ultravioletten Theiles des Spektrums sind bisher besonders zwei Methoden benutzt worden.

Bei der einen entwirft man ein photographisches Bild des Spektrums. Man bringt die präparirte Platte an die Stelle des Fadenkreuzes des Beobachtungsfernrohres an einem gewöhnlichen Spektralapparate, und erhält dann eine äusserst genaue Darstellung des Spektrums. Bei einiger Sorgfalt lassen sich genaue Messungen über die Ablenkung der einzelnen Strahlen anstellen; das ganze Verfahren ist jedoch stets complicirt und langwierig.

Bei der zweiten Methode projicirt man das Spektrum auf einen fluorescirenden Körper; der ultraviolette Theil wird alsdann sichtbar. Die Beobachtung muss aber in einem vollkommen dunkeln Zimmer angestellt werden und die Methode lässt sich nur schwer zu Winkelmessungen benutzen.

Das gleich zu beschreibende von mir angewandte Verfahren ist eine Modification der zweiten Methode und scheint mir in manchen Fällen vortheilhaft zu sein.

Man bringt eine Schicht einer durchsichtigen fluorescirenden Flüssigkeit in den Brennpunkt der Fernrohrlinse eines Spektralapparates und betrachtet das Spektrum mit einem gegen die Axe des Beobachtungsfernrohres geneigten Ocular.

Diese Vorrichtung lässt sich leicht an den gewöhnlichen Spektralapparaten anbringen. Man entfernt das gewöhnlich

benutzte Ocular und ersetzt es durch eine Einrichtung, die man fluorescirendes Ocular nennen könnte, und von der Fig. 7 Taf. IV einen verticalen Durchschnitt gibt. Diese Einrichtung besteht zunächst aus einer Messingfassung  $abcd$ ; der Ring  $bd$  ist an eine Röhre  $ac$  angelöthet, die sich gleitend in dem Rohr des Beobachtungsfernrohres  $LL$  verschiebt, und die die fluorescirende Platte an einer Fassung befestigt enthält. Eine zweite Fassung  $egik$  besteht ebenso aus einem Ringe, dessen Durchmesser jedoch kleiner als der des Ringes  $bd$  ist; er ist an das Ende der Röhre  $gk$  angelöthet. Die beiden Theile sind folgendermassen verbunden. Der Ring  $ci$  ist concentrisch mit dem Ringe  $bd$  und durch die Spitzen zweier Schrauben an ihm befestigt (in der Figur nicht sichtbar), und zwar an den Enden des horizontalen Durchmessers der beiden Ringe, so dass sie eine durch den Punkt  $o$  der Figur gehende Axe bilden. Das Stück  $egik$  kann um diese Axe gedreht und gegen die Hauptaxe des Beobachtungsfernrohres des Spektrosopes geneigt werden. Vermittelst einer passend angebrachten Klemmschraube (sie ist in der Figur fortgelassen) lässt sich das Stück  $egik$  in jeder beliebigen Lage feststellen. In dem Rohr  $gk$  des beweglichen Theiles bringt man ein gewöhnliches Ocular an (etwa das des Spektrosopes, wenn die Focaldistanz eine passende ist) und stellt es so ein, dass man die fluorescirende Platte deutlich sieht. Auf der fluorescirenden Platte kann man zwei feine, sich unter rechten Winkeln schneidende, Linien mit einem Diamant ziehen, die dann das Fadenkreuz ersetzen. Um die fluorescirende Platte in den Brennpunkt des Objectivs des Beobachtungsfernrohres bringen zu können, muss die Röhre, die das Ocular trägt, hinlänglich weit in die Röhre, an der das Objectiv befestigt ist, eingeschoben werden können.

Als fluorescirende Platte kann man entweder Uranglas, oder verschiedene Flüssigkeiten, die zwischen sehr dünne etwa  $1^{\text{mm}}$  bis  $1,1^{\text{mm}}$  von einander entfernte Glasplatten eingeschlossen sind, benutzen.

Will man diesen Apparat zur Untersuchung des Sonnenspectrums benutzen, so lässt man auf den Spalt des Spektrosopes ein Strahlenbündel fallen, das man passend durch eine

Linse von grosser Brennweite (womöglich von Quarz) vereinigt. Zweckmässig ist es ferner, durch ein blaues Kobaltglas die lichtstärkeren Strahlen des Spektrums abzufangen. Man bringt alsdann das Ocular *mno* in seine gewöhnliche Lage, so dass seine Axe mit der Fernrohraxe zusammenfällt und richtet das Fernrohr auf den brechbarsten Theil des sichtbaren Spektrums. Die Gegenwart der fluorescirenden Schicht hindert die Beobachtung des sichtbaren Spektrums nicht, man sieht die Fraunhofer'schen Linien deutlich. In dieser Lage des Oculars erkennt man aber auch das auf der Schicht entstehende Fluorescenz-Spektrum. Um es jedoch genau beobachten zu können, muss das Ocular, etwa so wie es in der Figur angegeben ist, geneigt werden. Man sieht nämlich dann nichts mehr von dem leuchtenden Theile des Spektrums, wohl aber das Fluorescenzspektrum, welches eine gleichförmige durch schwarze Linien unterbrochene Färbung zeigt. Diese schwarzen Linien kann man mit dem Schnittpunkt der auf der Platte eingeritzten Linien zur Deckung bringen und so ihre Lage bestimmen.

Ich habe mit verschiedenen fluorescirenden Platten Versuche angestellt:

Bei der Anwendung von Uranglas ist das fluorescirende Spectrum von der Linie *b* an deutlich sichtbar, es ist sehr intensiv bei *H*; die vier Linien *M* sind noch zu sehen, von da an aber wird das Spectrum unklar.

Bei schwefelsaurem Chinin ist das Spektrum sehr schön und viel glänzender als im vorhergehenden Fall; es erstreckt sich nur wenig in den sichtbaren Theil, etwa bis *h*. Bis zur Gruppe *N* und noch etwas weiter lassen sich die Linien deutlich verfolgen.

Eine verdünnte Aesculinlösung schien mir das intensivste Spektrum zu geben, man unterscheidet sehr deutlich die Linien *N* und selbst noch *O*. Das Spektrum erstreckt sich im Violett etwas weiter als es beim Chinin der Fall ist.<sup>1)</sup>

- 1) Es ist angenehm, wenn das sichtbare und das Fluorescenzspektrum einen Theil gemein haben, da man sich dann davon überzeugen kann, dass die Lagen der direct und vermittelt der Fluorescenz gesehenen Linien coincidiren.

Eine verdünnte Naphtalinroth- (Magdala-) Lösung ergibt weniger gute Resultate in der ultravioletten Parthie jenseits *M*, dagegen bietet das fluorescirende Spektrum, das den sichtbaren Strahlen entspricht, einen eigenthümlichen Anblick dar; fast von *D* an bis nach *M* kann man alle Linien in vollkommenster Klarheit erkennen.

Die Erscheinungen hängen übrigens nicht nur von der fluorescirenden Substanz und der Concentration ihrer Lösung, sondern auch von mehreren anderen Umständen ab. Die Helligkeit des Sonnenlichtes hat einen grossen Einfluss; bei nicht ganz klarem Himmel oder kurz vor Sonnenuntergang verliert das Spektrum viel von seiner Helligkeit. Die Natur der Prismen ist ebenfalls von grossem Einfluss. Mit einem und sogar mit 2 Prismen aus weissem Flintglas sieht man einen sehr ausgedehnten Theil des ultravioletten Spectrums, vor allem, wenn man das Strahlenbündel nahe an der Kante des Prismas hindurchgehen lässt. Das schwere Flintglas absorbirt, wie man weiss, die ultravioletten Strahlen, ebenso die Prismensysteme der Spectroscopie *à vision directe*. Man würde ohne Zweifel ein ausgedehnteres Spektrum erhalten, wenn die Prismen und Linsen aus Quarz oder aus Kalkspath wären.

Ueber die Benutzung dieses Verfahrens zur Untersuchung des ultravioletten Theiles der Metallspectren habe ich nur eine kleine Anzahl Versuche angestellt, die nicht ganz befriedigend ausfielen. Liess ich die Funken eines Ruhmkorff'schen Apparates zwischen den Elektroden verschiedener Metalle, nach Einschaltung einer Leydener Flasche, überspringen, so konnte ich einige Linien erkennen. So z. B. habe ich bei Magnesium die nahe an *L* ( $\lambda = 0,00370$ ) gelegene Linie beobachtet, und bei Cadmium eine Linie bei *N* (wahrscheinlich die 9te Linie des directen Spectrums von Mascart,  $\lambda = 0,00361$ ). Ihre Intensität war aber nur gering, und es wäre nicht möglich gewesen, genaue Winkelbestimmungen auszuführen.

Freilich hätten noch stärkere Entladungen angewandt werden können; ausserdem liessen auch meine Vorrichtungen zur Concentration des Lichtes auf den Spalt des Spectroscopes zu

wünschen übrig. Man würde wahrscheinlich bessere Resultate bei einer Verbesserung dieser Umstände erhalten.

*Schluss:* Diese Methode scheint mir besonders für das Sonnenlicht anwendbar zu sein; sie lässt das Spektrum von *H* bis *N* mit grosser Schärfe deutlich erscheinen, und ist auch in einem nicht vollständig dunkeln Zimmer anwendbar. Sie gestattet leicht Winkelmessungen anzustellen. Sie ist ohne Zweifel weniger empfindlich als die photographische, dafür aber viel handlicher. Ich glaube, dass sie für gewisse Bestimmungen mit Vortheil angewandt werden kann, z. B. für Messung der Brechungsindices verschiedener Substanzen in Bezug auf die brechbarsten Strahlen und zur Bestimmung der Absorption dieser Strahlen in verschiedenen Mitteln.

---

### XXXVIII. *Ueber verschiedene Formen des Virials; von R. Clausius.*

**D**er von mir aufgestellte Satz vom Virial hat schon zu einigen Erörterungen über die Formen, welche das Virial annehmen kann, Veranlassung gegeben. Ich selbst habe in meiner ersten auf das Virial bezüglichen Abhandlung<sup>1)</sup> darauf hingewiesen, dass man, wenn die betrachteten beweglichen Punkte theils Kräfte unter einander ausüben, theils Kräfte von Aussen her erleiden, das Virial in ein inneres und ein äusseres zerlegen kann, und habe deren Formen für gewisse, häufig vorkommende Fälle angegeben. Später hat Yvon Villarceau (*Comptes rendus* Bd. 75) andere Umformungen mit der betreffenden Gleichung vorgenommen, besonders dadurch, dass er die Gesamtbewegung des Systemes von materiellen Punkten in die Bewegung des Schwerpunktes und die relativen Bewegungen der einzelnen Punkte gegen den Schwerpunkt

1) Berichte der Niederrhein. Gesellsch. für Natur- und Heilkunde, Juni 1870, und diese Ann. Bd. 141, S. 124.

zerlegt, und die Gleichung auf jeden dieser beiden Bestandtheile einzeln bezogen hat. Hierdurch veranlasst habe ich in einer in demselben Bande der *Comptes rendus* veröffentlichten Note noch eine Reihe weiterer Umformungen hinzugefügt. Da aber in dieser kurzen Note nur Resultate ohne Beweise und auch jene nur unvollständig mitgetheilt werden konnten, so wird eine mehr zusammenhängende Behandlung des Gegenstandes bei der Wichtigkeit, welche derselbe besitzt, nicht ohne Interesse sein.

1. Die einfachste Form der betreffenden Gleichung ist folgende. Bezeichnen wir mit  $m$  die Masse eines materiellen Punktes, welcher sich mit anderen materiellen Punkten zusammen in stationärer Bewegung befindet, mit  $x, y, z$  seine rechtwinkligen Coordinaten zur Zeit  $t$  und mit  $X, Y, Z$  die Componenten der auf ihn wirkenden Kraft, so ist:

$$(1). \quad \frac{m}{2} \left( \frac{dx}{dt} \right)^2 = -\frac{1}{2} Xx + \frac{m}{4} \frac{d^2(x^2)}{dt^2},$$

oder, wenn wir, wie es im Folgenden immer geschehen soll, den ersten Differentialcoefficienten nach der Zeit durch einen beigetzten Accent andeuten:

$$(1a). \quad \frac{m}{2} x'^2 = -\frac{1}{2} Xx + \frac{m}{4} \frac{d^2(x^2)}{dt^2}.$$

Daraus folgt, wenn wir Mittelwerthe durch übergesetzte waagrechte Striche andeuten:

$$(2). \quad \frac{m}{2} \overline{x'^2} = -\frac{1}{2} \overline{Xx}.$$

Nennt man die Grösse  $\frac{m}{2} x'^2$  die auf die  $x$ -Richtung bezügliche lebendige Kraft und die Grösse  $-\frac{1}{2} \overline{Xx}$  das auf die  $x$ -Richtung bezügliche Virial, so kann man, da die  $c$ -Richtung eine ganz beliebige Richtung ist, den Sinn der Gleichung so aussprechen: *für jeden frei beweglichen Punkt ist die auf eine beliebige Richtung bezügliche mittlere lebendige Kraft gleich dem auf dieselbe Richtung bezüglichen Virial.*

Bilden wir für einen Punkt die auf die drei Coordinatenrichtungen bezüglichen Gleichungen und addiren sie, so er-



halten wir, wenn die Geschwindigkeit des Punktes mit  $v$  und sein Abstand vom Anfangspunkte der Coordinaten mit  $l$  bezeichnet wird:

$$(3). \quad \frac{m}{2} v^2 = -\frac{1}{2} (Xx + Yy + Zz) + \frac{m}{4} \frac{d^2(l^2)}{dt^2}$$

Bezeichnen wir noch die in die Richtung von  $l$  fallende Componente der auf den Punkt wirkenden Kraft mit  $L$ , und rechnen sie nach dem Anfangspunkte der Coordinaten hin als positiv, so geht die Gleichung, wie man leicht sieht, über in:

$$(4). \quad \frac{m}{2} v^2 = \frac{1}{2} L l + \frac{m}{4} \frac{d^2(l^2)}{dt^2}.$$

Es versteht sich von selbst, dass diese Gleichungen, welche für jeden Punkt einzeln gelten, sich durch einfache Summation auf das ganze System von Punkten ausdehnen lassen. Wir erhalten also:

$$(5). \quad \sum \frac{m}{2} x'^2 = -\frac{1}{2} \sum Xx + \frac{1}{4} \frac{d^2 \sum m x^2}{dt^2},$$

$$(6). \quad \sum \frac{m}{2} v^2 = -\frac{1}{2} \sum (Xx + Yy + Zz) + \frac{1}{4} \frac{d^2 \sum m l^2}{dt^2},$$

$$(7). \quad \sum \frac{m}{2} v^2 = \frac{1}{2} \sum L l + \frac{1}{4} \frac{d^2 \sum m l^2}{dt^2}.$$

Bei der Bildung der Mittelwerthe fällt in allen diesen Gleichungen ebenso, wie in (1), das letzte Glied an der rechten Seite fort, und der dann an der rechten Seite bleibende Ausdruck stellt das Virial dar.

2. Die erste Art von Umformung dieser Gleichungen beruht darauf, dass man, wenn auf die Punkte Kräfte verschiedener Art wirken, welche man einzeln betrachten will, die Kraftcomponenten in so viele Summanden zerlegen kann, als man Kraftarten unterscheiden will, wodurch dann das Virial in eben so viele Theile zerfällt.

Macht man z. B. die oben erwähnte Unterscheidung zwischen den Kräften, welche die Punkte des Systemes unter einander ausüben, und denen, welche das System von Aussen her erleidet, und deutet dieselben durch die Indices  $i$  und  $e$

an, so kann man  $X = X_i + X_e$  setzen, und dasselbe gilt von den Componenten  $Y, Z$  und  $L$ . Man sieht leicht, wie durch Einsetzung dieser Summen die obigen Gleichungen sich ändern. Die Gleichung (6) z. B. geht dadurch über in:

$$(8). \quad \Sigma \frac{m}{2} v^2 = -\frac{1}{2} \Sigma (X_i x + Y_i y + Z_i z) - \frac{1}{2} \Sigma (X_e x + Y_e y + Z_e z) \\ + \frac{1}{4} \frac{d^2 \Sigma m l^2}{d t^2}.$$

Werden über die Natur der Kräfte noch speciellere Annahmen gemacht, so nehmen auch die Ausdrücke speciellere Formen an, von denen ich zwei, welche schon in meiner ersten Abhandlung aufgestellt sind, kurz anführen will. Wenn nämlich die inneren Kräfte aus gegenseitigen Anziehungen oder Abstossungen der Punkte bestehen, welche nach irgend einem Gesetze von der Entfernung abhängen, so dass für zwei Punkte, deren Entfernung  $r$  ist, die Kraft (welche als Anziehung positiv und als Abstossung negativ gerechnet wird), sich durch eine Function  $\varphi(r)$  darstellen lässt, so kann man setzen:

$$(9). \quad -\frac{1}{2} \Sigma (X_i x + Y_i y + Z_i z) = \frac{1}{2} \Sigma r \varphi(r),$$

worin die Summe an der rechten Seite sich auf alle Combinationen von je zwei Massenpunkten bezieht. Wenn ferner das System von Punkten als ein Körper gedacht wird, auf den als einzige äussere Kraft ein gleichmässiger, normaler Oberflächendruck  $p$  wirkt, so kann man setzen:

$$(10). \quad -\frac{1}{2} \Sigma (X_e x + Y_e y + Z_e z) = \frac{3}{2} p V,$$

worin  $V$  das Volumen des Körpers bedeutet.

3. Eine andere Art von Umformung beruht darauf, dass man die Coordinaten der Punkte in Summanden zerlegt.

Dahin gehört die von Yvon Villarceau bewirkte Umformung. Führen wir nämlich neben dem festen Coordinatensysteme noch ein bewegliches Coordinatensystem ein, welches den Schwerpunkt aller materiellen Punkte zum Anfangspunkte hat, und dem festen Coordinatensysteme parallel ist, und nennen

wir die Coordinaten des Schwerpunktes in Bezug auf das feste System  $x_c, y_c, z_c$ , und die Coordinaten irgend eines der materiellen Punkte in Bezug auf das bewegliche System  $\xi, \eta, \zeta$ , so ist:

$$x = x_c + \xi; \quad y = y_c + \eta; \quad z = z_c + \zeta.$$

Bildet man nun die Gleichung

$$\sum m x^2 = \sum m (x_c + \xi)^2 = \sum m (x_c^2 + 2 x_c \xi + \xi^2)$$

und bedenkt, dass zu setzen ist:

$$\sum m x_c \xi = x_c \sum m \xi = 0,$$

so erhält man, wenn man noch die Gesamtmasse aller materiellen Punkte, also die Summe  $\sum m$ , mit  $M$  bezeichnet, die Gleichung:

$$(11). \quad \sum m x^2 = M x_c^2 + \sum m \xi^2.$$

Ganz ebenso ergibt sich:

$$(12). \quad \sum m x'^2 = M x_c'^2 + \sum m \xi'^2.$$

Ersetzt man endlich in  $\sum X x$  nur die Coordinate  $x$  durch  $x_c + \xi$  und bezeichnet die Summe  $\sum X$  mit  $X_c$ , so kommt:

$$(13). \quad \sum X x = X_c x_c + \sum X \xi.$$

Nun bilde man für den Schwerpunkt dieselbe identische Gleichung, welche für einen einzelnen materiellen Punkt zur Ableitung von (1) gedient hat, nämlich:

$$\frac{1}{2} \frac{d^2 (x_c^2)}{dt^2} = \left( \frac{d x_c}{dt} \right)^2 + x_c \frac{d^2 x_c}{dt^2},$$

welche man auch, nachdem man sie mit  $\frac{M}{2}$  multiplicirt hat, so schreiben kann:

$$\frac{M}{2} x_c'^2 = - \frac{M}{2} x_c \frac{d^2 x_c}{dt^2} + \frac{M}{4} \frac{d^2 (x_c^2)}{dt^2},$$

und setze hierin:

$$M \frac{d^2 x_c}{dt^2} = \sum m \frac{d^2 x}{dt^2} = \sum X = X_c,$$

dann erhält man:

$$(14). \quad \frac{M}{2} x_c'^2 = - \frac{1}{2} X_c x_c + \frac{M}{4} \frac{d^2 (x_c^2)}{dt^2}.$$

Mit Hülfe dieser Gleichung in Verbindung mit (11), (12) und (13) kann man aus (5) sofort folgende Gleichung ableiten:

$$(15). \quad \Sigma \frac{m}{2} \xi'^2 = -\frac{1}{2} \Sigma X \xi + \frac{1}{4} \frac{d^2 \Sigma m \xi^2}{dt^2}.$$

Alle im Vorstehenden für die  $x$ -Richtung abgeleiteten Gleichungen gelten natürlich in entsprechender Weise auch für die beiden anderen Coordinatenrichtungen, und wenn man die dadurch entstehenden je drei Gleichungen addirt, so erhält man ein neues System von Gleichungen. Um diese bequem schreiben zu können, seien noch folgende Zeichen eingeführt. Den Abstand des Schwerpunktes vom Anfangspunkte der festen Coordinaten wollen wir  $l_c$  und den Abstand eines Massenpunktes vom Schwerpunkte  $\lambda$  nennen. Die Geschwindigkeit des Schwerpunktes heisse  $v_c$  und die relative Geschwindigkeit eines Massenpunktes gegen den Schwerpunkt, also die Grösse  $\sqrt{\xi'^2 + \eta'^2 + \zeta'^2}$ , heisse  $w$ . Ferner möge von der Kraft, deren in die Coordinatenrichtungen fallende Componenten  $X_c, Y_c, Z_c$ , sind, die in die Richtung von  $l_c$  fallende Componente mit  $L_c$ , und von der auf einen Massenpunkt wirkenden Kraft die in die Richtung von  $\lambda$  fallende Componente mit  $\mathcal{A}$  bezeichnet werden. Dann schreiben sich die Gleichungen folgendermassen:

$$(16). \quad \Sigma m l^2 = M l_c^2 + \Sigma m \lambda^2,$$

$$(17). \quad \Sigma m v^2 = M v_c^2 + \Sigma m w^2,$$

$$(18). \quad \Sigma L l = L_c l_c + \Sigma \mathcal{A} \lambda,$$

$$(19). \quad \frac{M}{2} v_c^2 = \frac{1}{2} L_c l_c + \frac{M}{4} \frac{d^2 (l_c^2)}{dt^2},$$

$$(20). \quad \Sigma \frac{m}{2} w^2 = \frac{1}{2} \Sigma \mathcal{A} \lambda + \frac{1}{4} \frac{d^2 \Sigma m \lambda^2}{dt^2}.$$

4. Wir wenden uns nun zu derjenigen Art von Umformung, deren Resultate ich in den *Comptes rendus* mitgetheilt habe, und welche darauf beruht, dass die gegenseitigen Abstände und die relativen Geschwindigkeiten je zweier materieller Punkte in die Formeln eingeführt werden.

Man kann zunächst, wenn  $\nu$  und  $\mu$  irgend zwei der Indices 1, 2, 3 etc. darstellen und demgemäss  $m_\nu$  und  $m_\mu$  ir-

gend zwei der gegebenen Massenpunkte mit den Coordinaten  $x_\nu, y_\nu, z_\nu$  und  $x_\mu, y_\mu, z_\mu$  sind, dem Obigen entsprechend folgende identische Gleichung bilden:

$$\frac{1}{2} \frac{d^2 [(x_\nu - x_\mu)^2]}{dt^2} = \left[ \frac{d(x_\nu - x_\mu)}{dt} \right]^2 + (x_\nu - x_\mu) \frac{d^2 (x_\nu - x_\mu)}{dt^2},$$

oder anders geordnet und geschrieben:

$$(x_\nu' - x_\mu')^2 = - (x_\nu - x_\mu) \left( \frac{d^2 x_\nu}{dt^2} - \frac{d^2 x_\mu}{dt^2} \right) + \frac{1}{2} \frac{d^2 [(x_\nu - x_\mu)^2]}{dt^2},$$

welche Gleichung durch Einführung der Kraftcomponenten übergeht in:

$$(21). \quad (x_\nu' - x_\mu')^2 = - (x_\nu - x_\mu) \left( \frac{X_\nu}{m_\nu} - \frac{X_\mu}{m_\mu} \right) + \frac{1}{2} \frac{d^2 [(x_\nu - x_\mu)^2]}{dt^2}.$$

Ebensolche Gleichungen gelten für die beiden anderen Coordinatenrichtungen, und diese drei Gleichungen wollen wir addiren. Dabei möge der Abstand der beiden Punkte mit  $r$  bezeichnet werden, und ihre relative Geschwindigkeit, also die Grösse  $\sqrt{(x_\nu' - x_\mu')^2 + (y_\nu' - y_\mu')^2 + (z_\nu' - z_\mu')^2}$ , wollen wir  $u$  nennen. Endlich seien von den auf die Massenpunkte  $m_\nu$  und  $m_\mu$  wirkenden Kräften die in die Richtung von  $r$  fallenden Componenten mit  $R_\nu$  und  $R_\mu$  bezeichnet, wobei für jeden Punkt die Krafrichtung nach dem anderen Punkte hin als positiv gerechnet werde. Dann kann man setzen:

$$X_\nu (x_\mu - x_\nu) + Y_\nu (y_\mu - y_\nu) + Z_\nu (z_\mu - z_\nu) = R_\nu r,$$

$$X_\mu (x_\nu - x_\mu) + Y_\mu (y_\nu - y_\mu) + Z_\mu (z_\nu - z_\mu) = R_\mu r.$$

Demnach nimmt die durch die oben erwähnte Addition entstehende Gleichung folgende Form an:

$$(22). \quad u^2 = \left( \frac{R_\nu}{m_\nu} + \frac{R_\mu}{m_\mu} \right) r + \frac{1}{2} \frac{d^2 (r^2)}{dt^2}.$$

Hierin wollen wir noch ein vereinfachendes Zeichen einführen, indem wir setzen:

$$(23). \quad \frac{R_\nu}{m_\nu} + \frac{R_\mu}{m_\mu} = \mathfrak{R},$$

dann lautet die Gleichung:

$$(24). \quad u^2 = \mathfrak{R} r + \frac{d^2(r^2)}{dt^2}.$$

Wenn wir diese Gleichung mit  $\frac{m_\nu m_\mu}{2M}$  multipliciren und dann auf das ganze System von Punkten ausdehnen, so erhalten wir:

$$(25). \quad \frac{1}{2M} \sum m_\nu m_\mu u^2 = \frac{1}{2M} \sum m_\nu m_\mu \mathfrak{R} r \\ + \frac{1}{4M} \frac{d^2 \sum m_\nu m_\mu r^2}{dt^2},$$

worin die drei Summen sich auf alle Combinationen der gegebenen Massenpunkte zu je zweien beziehen.

5. Zwischen den in dieser Gleichung vorkommenden Summen und den weiter oben betrachteten Summen finden einfache Beziehungen statt, welche man mit Hilfe einer allgemeinen Transformationsformel finden kann. Seien nämlich neben den Massen  $m_1, m_2 \dots m_n$  noch zwei andere Gruppen dazugehöriger Grössen gegeben, welche vorläufig mit  $p_1, p_2 \dots p_n$  und  $q_1, q_2 \dots q_n$  bezeichnet werden mögen, so gilt folgende identische Gleichung:

$$(26). \quad \sum m_\nu m_\mu (p_\nu - p_\mu)(q_\nu - q_\mu) = \sum m \sum m p q - \sum m p \sum m q,$$

worin die Summe an der linken Seite sich auf alle Combinationen von je zwei Massen bezieht, während die Summen an der rechten Seite sich einfach auf alle Massen beziehen. Von der Richtigkeit der Gleichung kann man sich überzeugen, wenn man an der linken Seite die Multiplication ausführt, und die dann in der Summe enthaltenen Glieder in geeigneter Weise ordnet und zusammenfasst. Diese Gleichung wollen

wir nun auf unseren Fall anwenden, indem wir den Grössen  $p$  und  $q$  nach einander verschiedene Bedeutungen beilegen.

Zunächst setzen wir  $p = q = x$ , dann kommt:

$$\begin{aligned}\sum m_{\nu} m_{\mu} (x_{\nu} - x_{\mu})^2 &= \sum m \sum m x^2 - (\sum m x)^2 \\ &= M \sum m x^2 - M^2 x_c^2.\end{aligned}$$

Sodann setzen wir  $p = q = x'$  und erhalten in entsprechender Weise:

$$\sum m_{\nu} m_{\mu} (x'_{\nu} - x'_{\mu})^2 = M \sum m x'^2 - M^2 x'_c{}^2.$$

Endlich setzen wir  $p = \frac{X}{m}$  und  $q = x$ , dann kommt:

$$\begin{aligned}\sum m_{\nu} m_{\mu} \left( \frac{X_{\nu}}{m_{\nu}} - \frac{X_{\mu}}{m_{\mu}} \right) (x_{\nu} - x_{\mu}) &= \sum m \sum X x - \sum X \sum m x \\ &= M \sum X x - M X_c x_c.\end{aligned}$$

Ebensolche Gleichungen gelten für die beiden anderen Coordinatenrichtungen, und, wenn wir aus je drei zusammengehörigen die Summe bilden und durch  $M$  dividiren, so erhalten wir die Gleichungen, welche die gesuchten Beziehungen ausdrücken, nämlich:

$$(27). \quad \frac{1}{M} \sum m_{\nu} m_{\mu} r^2 = \sum m l^2 - M l_c^2,$$

$$(28). \quad \frac{1}{M} \sum m_{\nu} m_{\mu} u^2 = \sum m v^2 - M v_c^2,$$

$$(29). \quad \frac{1}{M} \sum m_{\nu} m_{\mu} \Re r = \sum L l - L_c l_c.$$

Verbinden wir diese Gleichungen mit (16), (17) und (18), so erhalten wir noch folgende sehr einfache Gleichungen:

$$(30). \quad \frac{1}{M} \sum m_{\nu} m_{\mu} r^2 = \sum m \lambda^2,$$

$$(31). \quad \frac{1}{M} \sum m_{\nu} m_{\mu} u^2 = \sum m w^2,$$

$$(32). \quad \frac{1}{M} \sum m_{\nu} m_{\mu} \Re r = \sum A \lambda.$$

Es wird kaum der Erinnerung bedürfen, dass in den Gleichungen (8), (14), (15), (19), (20) und (25) ebenso, wie

in den früheren entsprechenden Gleichungen, bei der Bildung von Mittelwerthen das letzte Glied, welches ein Differentialcoefficient zweiter Ordnung nach der Zeit ist, fortfällt, und dass die dann an der rechten Seite bleibenden Glieder Formen für Viriale sind, deren specielle Bedeutung in den einzelnen Fällen leicht ersichtlich ist.

6. Nachdem wir bisher besondere Grössen verschiedener Art zur Bestimmung des Virials eingeführt haben, wollen wir schliesslich noch Gleichungen ableiten, welche in Bezug auf die anzuwendenden Veränderlichen ganz allgemein sind.

Es seien irgend welche Veränderliche gegeben, welche zur Bestimmung der Lagen der Punkte dienen, und mit  $q_1, q_2, q_3$  etc. bezeichnet werden mögen. Dann sind die Coordinaten der Punkte und alle durch sie bestimmten Grössen als Functionen dieser allgemeinen Veränderlichen zu betrachten. Die Geschwindigkeiten und die durch sie bestimmten Grössen lassen sich demgemäss als Functionen dieser Veränderlichen und ihrer Differentialcoefficienten nach der Zeit darstellen. Nehmen wir nun an, die in unserem Systeme wirkenden Kräfte haben eine Kräftefunction oder ein Ergal  $U$ , so können wir dieses als eine Function von  $q_1, q_2, q_3$  etc., und zugleich die lebendige Kraft  $T$  des Systemes als eine Function von  $q_1, q_2, q_3$  etc. und  $q'_1, q'_2, q'_3$  etc. behandeln. Zwischen diesen beiden Functionen besteht nach Lagrange folgende Gleichung:

$$(33). \quad \delta U = \Sigma \left[ \frac{dT}{dq} - \frac{d}{dt} \left( \frac{dT}{dq'} \right) \right] \delta q,$$

worin die Summe sich auf die Variationen aller Veränderlichen  $q_1, q_2, q_3$  etc. bezieht. Wenn wir zur Abkürzung die Zeichen  $p_1, p_2, p_3$  etc. einführen, indem wir, wenn  $\nu$  irgend einen der Indices 1, 2, 3 etc. bedeutet, setzen:

$$(34). \quad p_\nu = \frac{dT}{dq'_\nu},$$

so lautet die vorige Gleichung:

$$(35). \quad \delta U = \Sigma \left( \frac{dT}{dq} - p' \right) \delta q.$$



Daneben gilt für die lebendige Kraft  $T$  nach Lagrange folgende leicht abzuleitende Gleichung:

$$(36). \quad T = \frac{1}{2} \sum p q'.$$

Wenn wir nun das Product  $p_\nu q_\nu$  nach der Zeit differenzieren, so erhalten wir:

$$\frac{d(p_\nu q_\nu)}{dt} = p_\nu q'_\nu + q_\nu p'_\nu,$$

woraus folgt:

$$(37). \quad p_\nu q'_\nu = -q_\nu p'_\nu + \frac{d(p_\nu q_\nu)}{dt}.$$

Hierin können wir für  $p'_\nu$  einen Ausdruck setzen, welcher sich aus (35) ergibt. Wir wollen dazu (35) in folgender Form schreiben:

$$(38). \quad \sum \frac{dU}{dq} \delta q = \sum \left( \frac{dT}{dq} - p' \right) \delta q.$$

Wenn nun die Veränderlichen  $q_1, q_2, q_3$  etc. alle von einander unabhängig sind, so sind auch ihre Variationen von einander unabhängig, und die Gleichung, welche für die Summe aller Glieder gilt, muss auch für jedes Glied einzeln gelten, und wir erhalten somit:

$$\frac{dU}{dq_\nu} = \frac{dT}{dq_\nu} - p'_\nu$$

oder:

$$(39). \quad p'_\nu = \frac{dT}{dq_\nu} - \frac{dU}{dq_\nu} = \frac{d(T-U)}{dq_\nu}.$$

Setzen wir diesen Ausdruck von  $p'_\nu$  in die Gleichung (37) ein, nachdem wir sie noch mit  $\frac{1}{2}$  multiplicirt haben, so kommt:

$$(40). \quad \frac{1}{2} p_\nu q'_\nu = \frac{1}{2} \frac{d(U-T)}{dq_\nu} q_\nu + \frac{1}{2} \frac{d(p_\nu q_\nu)}{dt},$$

und wenn wir von allen Gleichungen dieser Art die Summe bilden, so erhalten wir gemäss (36):

$$(41). \quad T = \frac{1}{2} \sum \frac{d(U-T)}{dq} q + \frac{1}{2} \frac{d \sum p q}{dt}.$$

Diese Gleichungen (40) und (41) sind zwei neue Gleichungen, welche Verallgemeinerungen der Gleichungen (1) und (6) darstellen.

Durch Bildung der Mittelwerthe kann man aus ihnen neue Formen von Virial-Ausdrücken ableiten. Der aus der letzten Gleichung hervorgehende Ausdruck des Gesamtvirials lautet zunächst:

$$\frac{1}{2} \sum \frac{d(U-T)}{dq} q + \frac{1}{2} \frac{d \sum p q}{dt}.$$

In Bezug auf das letzte Glied dieses Ausdruckes ist eine besondere Bemerkung zu machen. Die Veränderlichen  $q_1, q_2, q_3 \dots$  dienen zur Bestimmung der Lagen der beweglichen Punkte, und umgekehrt können aus den Lagen der Punkte auch die Werthe der Veränderlichen bestimmt werden. Diese letztere Bestimmung kann aber in verschiedenen Weisen stattfinden, entweder *eindeutig* (was z. B. für geradlinige Coordinaten, für Abstände der beweglichen Punkte unter einander oder von festen Punkten oder vom Schwerpunkte und für die trigonometrischen Functionen der von solchen Geraden gebildeten Winkel gilt), oder *mehrdeutig* (was z. B. bei den Winkeln selbst der Fall ist, da zu Einer Richtung unendlich viele Winkel gehören, welche um je  $2\pi$  von einander verschieden sind). Im ersteren Falle ist  $\sum p q$  eine Grösse, deren Werth bei einer stationären Bewegung nur innerhalb gewisser Grenzen schwankt, und demgemäss darf der Mittelwerth des nach der Zeit genommenen Differentialcoefficienten dieser Grösse ohne Weiteres als verschwindend betrachtet und aus dem obigen Ausdrucke fortgelassen werden. Im letzteren Falle dagegen braucht der Mittelwerth jenes Differentialcoefficienten nicht zu verschwinden, und muss daher zu weiterer Berücksichtigung in dem Ausdrucke stehen bleiben.

Sollten die Veränderlichen  $q_1, q_2, q_3$  etc. nicht sämmtlich unabhängig, sondern durch gewisse Bedingungs-gleichungen unter einander verbunden sein, so kann man dessen ungeachtet

Gleichungen von ähnlicher Form, wie (40), gewinnen, wenn man die Lagrange'schen unbestimmten Coefficienten anwendet. Seien nämlich

$$\begin{aligned}\varphi(q_1, q_2, q_3 \dots) &= 0 \\ \psi(q_1, q_2, q_3 \dots) &= 0 \\ \text{etc.}\end{aligned}$$

die gegebenen Bedingungsgleichungen, so bilde man statt (38) folgende Gleichung:

$$\Sigma \frac{dU}{dq} \delta q = \Sigma \left( \frac{dT}{dq} - p' \right) \delta q + \varrho \Sigma \frac{d\varphi}{dq} \delta q + \sigma \Sigma \frac{d\psi}{dq} \delta q + \text{etc.},$$

worin  $\varrho$ ,  $\sigma$  etc. unbestimmte Coefficienten sind, und diese Gleichung zerlege man in der gewöhnlichen Weise in so viele Partialgleichungen, als Variationen vorhanden sind. Die der Veränderlichen  $q_\nu$  entsprechende Partialgleichung lautet dann:

$$\frac{dU}{dq_\nu} = \frac{dT}{dq_\nu} - p'_\nu + \varrho \frac{d\varphi}{dq_\nu} + \sigma \frac{d\psi}{dq_\nu} + \text{etc.},$$

woraus folgt:

$$(42). \quad p'_\nu = \frac{d(T-U)}{dq_\nu} + \varrho \frac{d\varphi}{dq_\nu} + \sigma \frac{d\psi}{dq_\nu} + \text{etc.}$$

Durch Einsetzung dieses Werthes von  $p'_\nu$  geht die Gleichung (37) über in:

$$(43). \quad p_\nu q'_\nu = \left[ \frac{d(U-T)}{dq_\nu} - \varrho \frac{d\varphi}{dq_\nu} - \sigma \frac{d\psi}{dq_\nu} - \text{etc.} \right] q_\nu + \frac{d(p_\nu q_\nu)}{dt}.$$

Gleichungen dieser Form erhält man so viele, als Veränderliche  $q_1, q_2, q_3$  etc. gegeben sind, und aus ihnen kann man nachträglich die unbestimmten Coefficienten eliminiren.

Es ist somit in allgemeiner Weise gezeigt, wie man die zur Bestimmung des Virials dienenden Gleichungen unter Anwendung beliebiger Veränderlicher bilden kann, und hiemit glaube ich mich an dieser Stelle begnügen zu dürfen, ohne auf specielle Anwendungen dieser Gleichungen, welche sehr mannichfaltiger Art sein können, und daher zu ausgedehnten Erörterungen führen würden, näher einzugehen.

**XXXIX. Ueber das Spektrum des Nordlichts;  
von A. J. Ångström.**

Seit dem Jahre 1867, da ich meine erste Beobachtung über das Spektrum des Nordlichts machte, ist dasselbe ein Gegenstand der Aufmerksamkeit mehrerer Beobachter gewesen, und das, was schon über diese Sache geschrieben worden, ist nicht unbedeutend. Es ist indessen nicht meine Absicht, in dieser kurzen Notiz eine vollständige Uebersicht der Beobachtungen zu geben, die bis jetzt veröffentlicht worden sind oder die theoretischen Sätze, die im Zusammenhange damit aufgestellt worden, einer durchgreifenden Kritik zu unterwerfen; mein Wunsch ist nur, auf der Basis unserer gegenwärtigen Kenntnisse vom Nordlichtspektrum einen kleinen Beitrag zur Beantwortung der Frage zu liefern, wie die Zusammensetzung dieses Spektrums am richtigsten erklärt werden soll.

Es ist anzunehmen, dass das Spektrum des Nordlichts aus *zwei* verschiedenen Spektren zusammengesetzt ist, welche, wenn auch gleichzeitig auftretend, dennoch aller Wahrscheinlichkeit nach einen verschiedenen Ursprung haben.

Das *eine* Spektrum rührt von dem für das Nordlicht so charakteristischen einfarbigen gelben Lichte her, das man sogar bei den schwächsten Spuren des Nordlichts immer wieder findet und das bisweilen in klaren Winternächten von allen Gegenden des Himmelsgewölbes ausstrahlt.

Das *andere* Spektrum besteht aus äusserst lichtschwachen Streifen oder Bändern, die nur bei stärkeren Nordlichtern eine solche Intensität erreichen, dass man ihre Lage, wenn auch nur approximativ, bestimmen kann.

Was nun erstens die gelbe Nordlichtlinie oder das einfarbige Spektrum betrifft, so hat bis jetzt eben so wenig, als bei der ersten Beobachtung derselben, eine entsprechende Linie in den bisher bekannten Spektren aufgewiesen werden können. Zwar hat Hr. Piazzì Smith in Edinburgh behauptet, dass sie mit einem der Bänder zusammenfalle in dem Spectrum des gewöhnlichen Kohlenwasserstoffs;<sup>1)</sup> eine genauere Bestimmung aber zeigt, dass die Linie freilich in eine Gruppe von

1) Comptes Rendus des Séances de l'Ac. d. Sc. T. LXXIV, p. 597.

Schattirungen fällt, welche diesem Spektrum angehören, aber beinahe mitten zwischen die zweite und die dritte (Fig. 9, Taf. IV). Hr. Vogel hat die Bemerkung gemacht, dass jene Linie mit einem Streifen in dem Spektrum verdünnter Luft zusammenfällt.<sup>1)</sup> Dies ist vollkommen richtig, aber meiner Ansicht nach reiner Zufall. Das betreffende Luftspektrum hat in dem grüngelben Theile sieben Bänder von fast gleicher Stärke, jedes von der Form Fig. 8, Taf. IV, und dass die Nordlichtlinie mit dem Rande von einem dieser Bänder zusammenfällt — welches sogar nicht das stärkste ist — kann nicht wohl anders als ganz und gar zufällig sein.

Man darf es deshalb für ausgemacht halten, dass es nicht gelungen ist, diese Linie in den bisher bekannten Spektren aufzuweisen. Indessen ehe ich die Vermuthung darlege, welche ich von der Natur dieser Lichtlinie hege, will ich zuerst das andere Spektrum und die schwachen darin enthaltenen Lichtpartien etwas näher besprechen. Dabei wird, wie ich glaube, der grösseren oder geringeren Unvollkommenheit der Beobachtungen ungeachtet, eine Uebereinstimmung mit bekannten Spektren leichter gezeigt werden können.

Die Beobachtungen, die man über dieses Spektrum besitzt, sind im Allgemeinen wenig übereinstimmend. Dies mag zum Theil in Beobachtungsfehlern begründet sein, die unvermeidlich sind bei Beobachtungen von so lichtschwachen Gegenständen; kann aber auch darauf beruhen, dass das Lichtphänomen selbst veränderlich ist. Schon der Umstand, dass die rothe Farbe nicht immer erscheint und am öftesten so lichtschwach auftritt, dass sie nicht im Spektroscope hat beobachtet werden können, beweist eine solche Veränderlichkeit. Wenn man nun annimmt, dass das Nordlicht seinen letzten Grund hat in elektrischen Entladungen in den oberen Luftschichten und dass diese Entladungen entweder disruptiv oder durch Leitung erfolgen können, bald an der äussersten Grenze des Luftkreises, bald in geringerer Entfernung von der Oberfläche der Erde, so lässt sich daraus leicht jene Veränderlichkeit im Aussehen des Spektrums erklären, welche die Beobachtungen anzudeuten scheinen.

1) Pogg. Ann. CXLVI, p. 582.

Wenden wir uns zuerst zu den Bedingungen, unter welchen das elektrische Licht an der Grenze der Atmosphäre hervortritt, so muss die dortige Feuchtigkeit gleich Null gesetzt werden können, und folglich müssen dort der Sauerstoff und der Stickstoff allein als Leiter der Elektrizität thätig sein. Diese Umstände habe ich im Kleinen nachzumachen versucht. In eine Flasche, deren Boden mit einer Lage von Phosphorsäure bedeckt war, wurden zwei Platindrähte eingeführt und die Luft wurde ausgepumpt bis auf den Druck einiger Millimeter. Wenn nun der Inductionsstrom einer Ruhmkorffschen Rolle durch die Flasche geleitet wurde, so geschah es, dass die ganze Flasche gleichsam gefüllt wurde mit jenem violetten Lichte, das sonst nur bei dem negativen Pole auftritt und dass *man von den beiden Elektroden das hauptsächlich aus violett schattirten Bändern bestehende Spektrum dieses Lichtes erhielt*; auch in dem rothen Felde zwischen *D* und *C* entstanden mehrere breite nach beiden Seiten hin verschwommene Bänder. Die Figur (9) stellt dieses Spektrum in sehr verkleinertem Maassstabe dar.

Vergleicht man nun dieses Spektrum mit dem des Nordlichts, so lässt sich, scheint mir, eine ganz befriedigende Uebereinstimmung zwischen dem ersteren und einigen von den am besten constatirten Bändern des letzteren erkennen.

Linien	Wellenlängen				
des Nordlichtspektrums	{	nach Barker	431	470,5	— <sup>1)</sup>
		„ Vogel	—	469,4	523,3 <sup>2)</sup>
		„ Ångström	—	472	521 <sup>3)</sup>
		„ Lemström	426,2	469,4	523,5 <sup>4)</sup>
		im Mittel	428,6	470,3	522,6
des Spektrums des violetten Lichts . . .		427,2	470,7	522,7	

1) American Journal of Sciences, Vol. V (1873) p. 82.

2) Pogg. Ann. CXLVI, p. 573 u. f.

3) Meine Bestimmung ist von dem 18. April 1873. — Die Wellenlänge der dabei beobachteten Streifen sind im Mittel aus mehreren Einstellungen: 472, 487, 501, 521, 556.7.

4) Om den elektriske urledningen i Polarljuset och Polarljusspektrum. Helsingfors 1873. — Die Wellenlängen des beobachteten Streifens sind im Mittel von drei Bestimmungen an zwei verschiedenen Tagen (den 19. und 22. Nov. 1872): 411.2, 426.2, 469.4, 496.9, 523.5. 556.8.

In der Nähe der Linie 469,4 hat Hr. Vogel noch zwei schwache Lichtbänder 466,3 und 462,9 beobachtet. Das Spektrum des violetten Lichts hat auch zwei entsprechende Schattirungen 465,4 und 460,1.

Ist das Nordlicht flammig und schiesst es gleichsam Strahlen hervor, so hat man Ursache, eine disruptive Entladung von Elektrizität anzunehmen und dann sollte wenigstens die stärkste Linie im Linienspektrum der Luft, d. h. die grüne, deren Wellenlänge 500,3, zum Vorschein kommen. Sie ist auch wirklich von Hrn. Vogel genau beobachtet und ausserdem von mir und anderen gesehen worden.

Denkt man sich endlich das Nordlicht in einer geringeren Höhe der Atmosphäre auftretend, so können sowohl die Wasserstofflinien als auch die stärksten von den Bändern des schattirten Luftspektrums, wie z. B. 497,3, auftreten.

Man findet also beinahe alle die Linien und Lichtbänder des schwachen Nordlichtspektrums wieder, deren Lage irgendwie sicher bestimmt ist.

Es bleibt noch die Linie im rothen Felde übrig, deren Wellenlänge nach Vogel auf 630 geschätzt werden kann. Es ist mir nur ein einziges Mal gelungen, dieselbe zu sehen, während bei anderen Gelegenheiten, wo das Nordlicht rothe Flammen gezeigt hat, es mir nicht möglich gewesen ist, irgend welche Linien in diesem Theile des Spektrums zu unterscheiden. Die Ursache davon dürfte darin liegen, dass, weil die rothen Bänder in dem in Fig. 9 abgebildeten Spektrum des negativen Poles breit und sehr lichtschwach sind, das ihnen im Nordlichte entsprechende Licht durch die Dispersion des Prismas im Spektroskope unmerkbar werden kann, obgleich es stark genug ist dem Nordlichte ein röthliches Ansehen zu verleihen. Ob hingegen die wirklich beobachtete rothe Linie mit dem stärksten jener Bänder zusammenfalle, wage ich nicht zu entscheiden; aber so viel ist wenigstens sicher, dass sie keinem der Bänder im rothen Felde des Plücker'schen Luftspektrums entsprechen kann.

Im Allgemeinen dürfte man also annehmen, dass die lichtschwachen Bänder im Nordlichtspektrum dem Spektrum des negativen Poles angehören und dass das Aussehen dieses Spektrums mehr oder weniger verändert werden kann durch Zusätze aus dem schattirten Luftspektrum oder dem Linienpektrum der Luft.

Daraus erklärt sich aber noch nicht das einfarbige Spektrum oder das Entstehen der gelben Linie. Die einzige Erklärung über die Entstehung dieser Linie, welche nach meiner Ansicht irgendwie wahrscheinlich ist, ist diejenige, dass sie durch *Fluorescenz oder Phosphorescenz entstanden sei*. Da die Fluorescenz auch durch entwickelte Strahlen hervorgebracht werden kann, lässt sich leicht eine *elektrische Entladung denken, welche, obwohl an sich selbst lichtschwach, reich sei an ultraviolettem Licht und somit im Stande, eine hinlänglich starke Fluorescenz zu bewirken*. Dass die Intensität der gelben Linie nach der Beobachtung Mehrerer geschwächt wird, wenn rothes Licht sich im Spektrum des Nordlichts zeigt, und wahrscheinlich im Zusammenhange damit auch die violetten und ultravioletten Theile an Stärke verlieren, <sup>1)</sup> scheint für die gemachte Annahme zu sprechen. Es ist auch bekannt, dass der Sauerstoff phosphorescirend ist, ebenso wie mehrere Verbindungen desselben, unter diesen das Stickstoffoxydul, welches nach den Beobachtungen des Hrn. De la Rive diese Eigenschaft im hohen Grade besitzt.

Man würde demnach nicht nöthig haben, um das Nordlichtspektrum zu erklären, seine Zuflucht zu der „überaus grossen Veränderlichkeit der Gasspektra bei variirenden Druck- und Temperatur-Verhältnissen“ zu nehmen, einer Veränderlichkeit, die nach meiner zwanzigjährigen Erfahrung auf diesem Gebiete gar nicht existirt. Eben so wenig kann ich zugeben, dass die Weise, in der ein Gas zum Glühen gebracht wird, die Natur des Spektrums verändern kann; wenn es überhaupt in der Physik einen Satz giebt, den die Erfahrung ausser allen Zweifel gesetzt haben sollte, so ist es wohl der, dass die Be-

1) Vergl. Vogel. l. c.



schaffenheit des Lichts und der Wärme, die ein Körper im glühenden Zustande aussendet, von der Art und Weise unabhängig ist, auf welche das Glühen ist hervorgebracht worden. Der Satz gilt im Allgemeinen für die thermometrische Wärme, er erklärt ohne Weiteres die interessanten Tyndall'schen Versuche, Glühen mittelst dunkler Wärme zu bewirken, und sollte wohl auch gelten dürfen für glühende Gase, bis eine auf gründliche Forschung gestützte Erfahrung ein anderes Verhältniss als das richtige nachgewiesen hat.

Hiermit habe ich durchaus nicht für alle Fälle die Möglichkeit läugnen wollen, dass ein einfacher Körper beim Glühen im gasförmigen Zustande mehrere Spektren darbieten kann. Ganz wie ein einfacher Körper eine chemische Verbindung mit einem anderen eingehen kann, und diese Verbindung beim Glühen im gasförmigen Zustande, sofern sie nicht zersetzt wird, ihr eigenes Spektrum giebt, so muss derselbe auch mit sich selbst Verbindungen eingehen können, also isomere Verbindungen bilden, und diese müssen dann ihre eigenen Spectra haben, immer vorausgesetzt, dass sie in Gasform existiren und sich beim Glühen ohne Zersetzung erhalten können. Auf diese Weise kann man sich zwar z. B. für den Sauerstoff ein Absorptionsspektrum denken, das dem Ozon entspricht; da aber das Ozon, so viel bekannt, sich beim Glühen nicht erhalten kann, sucht man vergebens mehr als ein Spektrum für den Sauerstoff zu bekommen. Vom Schwefel mehrere Spektren zu erlangen, giebt es dagegen wenigstens eine Möglichkeit, während wiederum in Betreff des Kohlenstoffes, der sogar nicht im gasförmigen Zustande dargestellt werden kann, eine ähnliche Annahme nach meiner Ueberzeugung jeder Stütze der Erfahrung entbehrt.

---

## XL. Ueber die Elektricitätsleitung der Gase; von W. Hittorf.

Zweite Mittheilung <sup>1)</sup>.

68. Als ich zum Studium der Elektricitätsleitung der Gase nach längerer Unterbrechung zurückkehrte, machte sich stärker noch, wie früher, das in meiner ersten Mittheilung hervor gehobene Bedürfniss geltend, neben dem Strome des Inductionsapparates und der Elektrisirmaschine über denjenigen der galvanischen Kette, welcher in jeder Beziehung am genauesten erforscht ist, für diese Untersuchung verfügen zu können. Die Ursache, weshalb die Verhältnisse des Blitzes, der bekanntesten aller elektrischen Erscheinungen, noch so wenig erkannt sind, dürfte nicht zum kleinsten Theile in dem Umstande gesucht werden, dass unsere gewöhnlich benutzten galvanischen Ketten mit ihren geringen Spannungen das Phänomen hervorzurufen nicht gestatten. Die Erfahrungen, welche die Physiker des vorigen Jahrhunderts an der Elektrisirmaschine machten, waren ja auch ungenügend, um daraus das genauere Verhalten der metallischen und elektrolytischen Leiter, wie wir es heute kennen, abzuleiten. Diese Einsicht wurde erst gewonnen, nachdem Volta die Wissenschaft mit seiner Säule bereichert hatte.

Gassiot<sup>2)</sup> hat bekanntlich das Verdienst, zuerst durch den Versuch nachgewiesen zu haben, dass die räthselhaften Lichterscheinungen, welche die Inductionsströme des Rühmkorff'schen Apparates im gasverdünnten Raume erzeugen, durch die galvanische Kette, sobald sie aus einer grossen Zahl von Elementen gebildet, hinreichende Spannungen besitzt, sich hervorrufen lassen. Er benutzte ausser einer Batterie von 3520 Zellen, welche aus Zink, Kupfer und Regenwasser bestanden, eine Grove'sche Kette von 400 Elementen. Durch letztere wurden zwei verschiedene Arten von Entla-

1) Erste Mittheilung Pogg. Ann. Bd. 136, S. 1.

2) Pogg. Ann. Bd. 119, S. 131.

dungen in Röhren mit verdünnten Gasen erhalten. Zuerst nach dem Schliessen traten, ganz wie beim Inductionsstrome, das geschichtete Licht der Anode und das Glimmlicht der Kathode auf. Ein dunkler Raum trennte beide, und der negative Poldraht erhitzte sich am stärksten. Diese Entladung, welche der Kürze wegen die Glimmentladung heissen soll, ging dann von selbst nach einiger Zeit in diejenige über, welche mit der des Davy'schen Lichtbogens im Wesentlichen zusammenfällt und als Bogenentladung fernerhin bezeichnet werden wird. Hier sind jene Unterschiede des Lichtes an den Elektroden, sowie der dunkle Raum verschwunden. Eine zusammenhängende Lichtmasse verbindet die Pole, von welchen nun der positive der stärker glühende ist. Während bei jener ersten Entladung die Intensität des Stromes schwach bleibt, steigert sich mit dem Eintritt der Bogenentladung dieselbe bedeutend.

69. Das gasförmige Medium bietet während der ersten Entladung hier ähnliche grosse Widerstände, wie sie bei Benutzung des Inductionsstromes sich geltend machen, Widerstände, gegen welche diejenigen unserer galvanischen Elemente nicht in Betracht kommen. Die Glimm-Entladung muss daher mit der galvanischen Batterie auch dann zu erhalten sein, wenn die einzelnen Elemente kleine Dimensionen besitzen. Nur wenige Physiker sind in der Lage, über eine Kette von 400 Grove'schen Elementen von der üblichen Einrichtung verfügen zu können. Aber selbst wo sie vorhanden sind, wird man das Zusammenstellen und Auseinandernehmen so zeitraubend und mühsam finden, dass nur selten und ausnahmsweise eine Benutzung eintritt.

Anders gestaltet sich die Sache, wenn die Handhabung einer solchen Kette nicht beschwerlicher wie die einer einzigen Zelle wird. Dieses lässt sich aber leicht dadurch erzielen, dass man kleine Dimensionen wählt und die Metalle so befestigt, dass sich alle zugleich in die Flüssigkeit senken und aus derselben heben lassen.

Bei der galvanischen Batterie, welche ich in dieser Weise herstellen liess, besteht das einzelne Element aus amalgamir-

tem Zink, Kohle und der von Bunsen neuerdings angegebenen Lösung von doppelt chromsaurem Kali und Schwefelsäure. Diese Combination empfiehlt sich durch ihre grosse elektromotorische Kraft und die Einfachheit ihrer Einrichtung. Sie leidet aber an dem Uebelstande, dass die elektromotorische Kraft mit fortschreitender Reduction der Chromsäure eine beträchtliche Abnahme erleidet und dass das Zink von der Lösung auch bei ungeschlossener Kette angegriffen wird. Eine viel grössere Constanz besitzen die Combinationen, in welchen, wie in der Daniell'schen Kette, nur primäre, keine secundären chemischen Zersetzungen vor sich gehen. Ich würde einer solchen den Vorzug gegeben haben, wenn nicht durch die zwei Flüssigkeiten, welche sie enthalten, die Einfachheit und leichte Handhabung verloren gegangen wäre.

Die Zinkdrähte, welche seit einigen Jahren in allen Dicken im Handel vorkommen, eignen sich am besten für die Herstellung kleiner Elemente. Ich verwende sie von der Länge 155<sup>mm</sup> und dem Durchmesser 6<sup>mm</sup>. Die Kohlen haben dieselbe Länge und wurden als Parallelepipeda mit dem quadratischen Querschnitt von 7<sup>mm</sup> Seite aus grösseren Stücken Retortenkohle durch die Säge hergestellt. Jede derselben ist, soweit sie nicht in die Flüssigkeit ragen soll, rund gefeilt und, wie jeder Zinkstab, zur Isolirung von einer mit Siegelack aufgekitteten Glasröhre, die nur das obere Ende freilässt, umgeben. Paarweise stecken Zink und Kohle in einem Korke. Zur Aufnahme der Elemente dienen drei Bretter mit Löchern, welche unter einander correspondiren und die Durchmesser der Korke, bezüglich der Gläser für die Flüssigkeiten besitzen. Die Gläser sind cylindrisch, 120<sup>mm</sup> hoch, 30—35<sup>mm</sup> weit und stehen in einem aus zweien jener Bretter gebildeten Gestell aufrecht. Das dritte Brett, in dessen Löchern die Korke mit Zink und Kohle befestigt sind, kann durch eine einfache Vorrichtung gehoben, gesenkt und in jeder Höhe festgestellt werden.

Um eine sichere und einfache leitende Verbindung der Elemente unter einander zu gewinnen, waren die Kohlenstücke an ihren obern Enden vorher galvanisch verkupfert und so-

dann verzinnt worden. Nach den Einsetzen liessen sich daher leicht Kupferdrähte zwischen dieselben und die benachbarten Zinkdrähte löthen. Da zu den Versuchen bald mehr, bald weniger Elemente erfordert werden, so ist, um unnöthigen Verbrauch von Zink und Lösung möglichst zu vermeiden, Sorge getragen, dass nicht die ganze Anzahl, sondern eine dem jedesmaligen Bedürfniss entsprechende, mit der Flüssigkeit in Berührung gebracht wird. Das bewegliche Brett besteht nämlich aus fünf Stücken, welche einzeln herabgelassen werden können. Die so eingerichtete galvanische Batterie enthält 400 Elemente, die 20 Reihen und fünf Abtheilungen von je 20, 40, 40, 100, 200 Stück bilden. Sie hat die Länge von 115<sup>cm</sup>, die Breite 82<sup>cm</sup> und lässt sich daher sehr gut handhaben. Ich lasse noch eine zweite Batterie aus 400 Elementen, welche auf einer Brette befestigt sind, anfertigen, so dass ich später über 800 Elemente verfügen werde.

Obgleich jeder einzelne Stab in einer Glasröhre sich befindet, zeigte sich die Isolirung doch nicht als eine ganz vollkommene. Um etwaige Störungen, welche die Ableitung der Elektrizität zur Erde herbeiführen kann, zu vermeiden, ruht das Holzgestell auf vier mit Siegellack überzogenen 11<sup>cm</sup> hohen und 8<sup>cm</sup> dicken Glascylindern.

Die beschriebene Batterie ist stets leicht in die vor einigen Jahren empfohlene Chlorsilber-Kette zu verwandeln, wenn man die Zinkstäbe kürzer, wie die Kohlenstücke macht und auf den Boden der Gläser das Chlorsilber so hoch schichtet, dass nur letztere damit in Berührung kommen.

Die 400 Elemente entsprechen in ihren Leistungen den Erwartungen, welche ich vor der Herstellung hatte, und geben in hinreichend verdünnten Gasen die Lichterscheinung des Rühmkorff'schen Apparates. Ja sie haben meine Erwartungen insofern übertroffen, als sie unter bestimmten Bedingungen daselbst auch die Bogenentladung hervorbringen.

70. Je länger ich mich mit den Entladungen der Elektrizität durch die Gase beschäftige, desto mehr befestigt sich die Ueberzeugung, dass die Räthsel, die hier vorliegen, erst

lösbar sein werden, wenn das elektrische Verhalten der Materie im dritten Aggregatzustande bei hoher Temperatur genauer erforscht sein wird. Alle Gase verlieren, wie wir sehen werden, mit der Rothglühhitze selbst für die schwächsten Spannungen die Isolation, welche sie bei niederer Temperatur besitzen, und dürfen mit demselben Rechte, wie die Metalle und Elektrolyte, als Leiter bezeichnet werden, wenn auch der Vorgang selbst ein wesentlich verschiedener sein wird und die Gesetze desselben noch vollständig unbekannt sind. Dieses Leitungsvermögen steigert sich mit der Höhe der Glühhitze in einem so raschen Verhältnisse, wie wir es bei den festen und flüssigen Substanzen nicht finden.<sup>1)</sup> So lange diese wichtigen Thatsachen nicht eingehender untersucht sind, scheint mir für den Aufbau einer Theorie das Fundament zu fehlen.

Die experimentellen Schwierigkeiten, welche bei der directen Bearbeitung obiger Aufgabe sich darbieten, zwingen jedes Mittel, durch welches wir uns Aufklärung über den Vorgang verschaffen können, auszubeuten. Jene hohen Temperaturen sind am bequemsten bei denjenigen Gasen zu erhalten, welche unter bedeutender Wärmeentwicklung mit dem Sauerstoff sich verbinden und daher Flammen beim Verbrennen erzeugen. Die zahlreichen Flammen, welche die Chemie liefert, werden daher für unsere Zwecke werthvoll.

Im Anschluss an die letzten Paragraphen meiner ersten Mittheilung will ich zunächst die Beobachtungen, welche ich mit der beschriebenen galvanischen Batterie über das elektrische Verhalten der Flammen gesammelt habe, vorlegen.

71. Die merkwürdige Erscheinung der positiven Unipolarität, welche Erman im Anfange unseres Jahrhunderts fand,

1) Wiedemann bezweifelt mit Unrecht auch in der zweiten Auflage seines schätzbaren Handbuches (die Lehre vom Galvanismus und Elektromagnetismus Bd. I, S. 339) die Richtigkeit des von E. Bequerel erhaltenen Resultates, dass die gewöhnlichen Gase mit der Glühhitze Leitungsvermögen annehmen. Ich habe die betreffenden Versuche in einer vortheilhafter geformten Röhre wiederholt und werde ausführlich in der Fortsetzung darüber berichten.

habe ich bei allen untersuchten Flammen angetroffen. Der Entdecker vermisste sie bekanntlich bei der Schwefelflamme und glaubte bei der Phosphorflamme eine entgegengesetzte Unipolarität, nämlich eine negative, wahrgenommen zu haben. Ich stellte beide Flammen dar, indem ich in einem eisernen Tiegel, dessen dicht aufliegender Deckel in der Mitte eine 5<sup>mm</sup> weite Oeffnung hatte, die beiden Stoffe bis zum Sieden über einer wohl isolirten Lampe erhitzte und die ausströmende Dampfsäule unter einem Zugrohre verbrennen liess. Das Innere der so gebildeten Flamme besitzt eine niedrige Temperatur; nur der schmale Saum, wo die Verbindung mit dem Sauerstoff der Luft vor sich geht, ist heiss. Liess man unter diesen Verhältnissen die Poldrähte der galvanischen Batterie, die mit zwei gleichen gewöhnlichen Goldblattelektroskopen verbunden waren, in den Flammenkörper ragen, so wurde die Divergenz der Goldblättchen durch Hineinhalten eines dritten mit der Gasleitung verbundenen Drahtes kaum verändert. (Es müssen hierzu beim Phosphor Eisendrähte benutzt werden, weil Platin sich damit verbindet). Anders gestaltete sich aber das Resultat des Versuches, als über der Oeffnung des Tiegels eine Glasröhre aufgestellt und in die Axe der Dampfsäule Luft aus einem Gasometer getrieben wurde. Indem die Verbrennung jetzt in allen Theilen eine hohe Temperatur hervorrief, brachte der dritte Draht sogleich die positiv elektrischen Goldblättchen zum Zusammenfallen und liess die negativen doppelt so stark divergiren, ganz wie in der Leuchtgasflamme.

72. Die Ursache der positiven Unipolarität der Flammen müssen wir in einer Schwierigkeit der Leitung in der Umgebung des negativen Poles, ähnlich einem Uebergangswiderstande, suchen. Die von Ohm ausgesprochene Vermuthung, dass eine Gegenspannung die Stromschwächung ganz oder zum Theil bedingen könne, ist nicht begründet. Davon habe ich mich überzeugt, indem ich den Strom der Kette durch eine bequeme Vorrichtung, die an einer andern Stelle beschrieben werden soll, rasch hinter einander in entgegengesetzter Richtung durch die Flamme leitete und die Strom-

stärke an einem empfindlichen Meyerstein-Meissner'schen Galvanometer mit 18000 Windungen, welche einen Widerstand von 3630 Siemens Q. E. besitzen, beobachtete. Die Ablenkung war nicht grösser, als wenn der Strom dieselbe Zeit in unveränderter Richtung von der Flamme geleitet wurde.

73. Das Verhältniss, in welchem der Widerstand an der Kathode zum Widerstande der übrigen Flammenbahn steht, können wir annähernd bestimmen, indem wir den negativen Pol in Kalium- oder Natrium-Dampf, auf deren gutes Leitungsvermögen ich in meiner vorigen Mittheilung aufmerksam gemacht habe, hüllen. Die Flamme einer isolirten Bunsen'schen Lampe, welche, so hoch der innere blaue Kegel reichte, von einem Schornstein umgeben war und unter einem Zugrohre brannte, enthielt in ihrer Axe vertical übereinander in dem Abstände von  $45^{\text{mm}}$  die Oesen zweier  $\frac{1}{5}^{\text{mm}}$  dicken Platindrähte. Die untere Oese lag etwas oberhalb der Spitze des innern blauen Kegels, die obere in den höhern Theilen der leuchtenden Flammengase. Der Strom von 20 frisch gefüllten Elementen wurde durch die Flamme mittelst jener Oesen geleitet, einmal, während dieselben leer waren, sodann während die obere mit einer Perle von kohlen saurem Kali versehen war. Das oben erwähnte Galvanometer, dessen Magnet in seiner Richtkraft nicht abgeschwächt war, nahm nur einen Theil des Stromes auf, denjenigen nämlich, welchen sein Draht von 500 eingeschalteten Q. E. abzweigte. Diese Anordnung wurde getroffen, damit die verschiedenen Ablenkungen an der Scala abgelesen werden konnten.

Die Ablenkung betrug nur  $2,2^{\text{mm}}$ , wenn beide Oesen leer waren, in welcher Richtung auch der Strom die Flamme durchfloss. Eine Aenderung war nicht erkennbar, als die obere Oese eine Perle von  $\text{CO}_3\text{K}_2$  erhalten hatte und als Anode diente. Dagegen schwankte die Ablenkung zwischen 280 und  $320^{\text{mm}}$ , als die verdampfende Perle den negativen Pol abgab. Die Widerstände der galvanischen Elemente und sämmtlicher Drähte dürfen gegen denjenigen des Flammenkörpers vernachlässigt werden. Wie ich mich überzeugt, ist



nämlich letzterer so bedeutend, dass in dem Stromkreise, in welchem die Flamme aufgenommen ist, durch die Einschaltung von 10000 Q. E. die Ablenkung des Galvanometers nicht wahrnehmbar verändert wird. Wir müssen daher aus jenen Zahlen folgern, dass der Widerstand an der Kathode  $\frac{300}{2.2} - 1 = 135$  mal den Widerstand der übrigen Flammenbahn hier übertrifft. Das nämliche Verhältniss wurde nahezu erhalten, als die Zahl der Elemente 40 und 300 betrug. Man findet aber das Verhältniss kleiner, wenn die Zahl der benutzten Elemente gering ist. So ergab sich dasselbe bei 2 Elementen gleich 45. Diese Verschiedenheit wird durch einen Fehler des Verfahrens bedingt, welcher das Resultat um so mehr beeinflusst, je kleiner die benutzte elektromotorische Kraft ist. Wie wir sehen werden, erzeugt die verdampfende Perle von  $\text{CO}_3\text{K}_2$  einen Strom, der in der Flamme zur leeren Oese gerichtet ist und dessen elektromotorische Kraft der Grösse nach einen nicht unbedeutlichen Bruchtheil derjenigen ausmacht, welche einem unserer galvanischen Elemente zukommt.

74. Um festzustellen, ob für die Flammengase in der Umgebung des positiven Poles ebenfalls ein ähnlicher, wenn auch kleinerer Widerstand besteht, wurden zwei Lampen, wie sie zum Glasblasen dienen, benutzt. Dieselben bestehen bekanntlich aus zwei concentrischen Röhren, von welchen die innere die Luft, die äussere ringförmige das Leuchtgas der Flamme zuführt. Durch die Geschwindigkeit, mit welcher die Gase ausströmen, behält die Flamme ihre Gestalt, welche Neigung für dieselbe auch gewählt wird. Die beiden Lampen wurden isolirt so aufgestellt, dass die Flammen an der Basis sich berührten und unter einem Winkel von etwa  $60^\circ$  nach oben divergirten. Auf diese Weise entstand ein Flammenkörper mit zwei Spitzen, in welche mittelst der Platinösen und der Perlen von  $\text{CO}_3\text{K}_2$  gutleitender Kaliumdampf gebracht werden konnte, ohne dass derselbe in die übrigen Theile gelangte. Das Ganze befand sich unter einer trichterförmigen Erweiterung des Zugrohres,

welche die Verbrennungsproducte mit den Salztheilchen wegführte.

Indem nun einmal blos die negative Oese, sodann beide mit einer Perle von  $\text{CO}_3\text{K}_2$  versehen wurden, zeigte sich, dass die Ablenkungen des eingeschalteten Galvanometers so gut wie gleich waren. Der Widerstand an der Anode ist daher so klein, dass er bei diesem Verfahren sich nicht geltend machen kann.

75. Wie bedeutend das Leitungsvermögen des Kaliumdampfes dasjenige der Flammengase übertrifft, ergibt sich, wenn man in dem Versuche Nr. 73 die untere Oese statt der obern mit  $\text{CO}_3\text{K}_2$  versieht und so die ganze Strombahn aus diesem Materiale herstellt. Damit die Ablenkungen an der Scale abgelesen werden konnten, wurde blos ein Theilstrom, der von 2 eingeschalteten Q. E. sich abzweigte, in das Galvanometer geleitet und die Zahl der benutzten Elemente auf fünf beschränkt.

Als die obere negative Platinöse eine Perle besass, die untere leer war, betrug die Ablenkung  $1^{\text{mm}}$ . Als die untere die Perle aufgenommen hatte und daher den ganzen zwischen den Oesen liegenden Theil der Flamme mit Kaliumdampf versah (der Abstand der Oesen war wie oben  $45^{\text{mm}}$ ), war die Ablenkung  $180^{\text{mm}}$  und steigerte sich bis auf  $215^{\text{mm}}$ .

Der Kaliumdampf leitet bei der Temperatur der Bunsen'schen Flamme bereits so gut, dass eine genaue Zurückführung seines Widerstandes auf die üblichen Einheiten keine Schwierigkeiten bieten wird, sobald eine Methode, ihn von bestimmter constanter Beschaffenheit zu erhalten, gefunden ist. Die Verdampfung einer Salzperle darf nicht als eine solche betrachtet werden. Bei einem Messversuche, den ich anstellte, lagen zwei Stücke desselben Platindrahtes parallel im Abstände von  $3^{\text{mm}}$  in demselben horizontalen Querschnitt der Flamme und wurden durch eine tiefer aufgestellte Perle von  $\text{CO}_3\text{K}_2$  so gleichmässig in Kaliumdampf gehüllt, dass kein Strom sich zwischen ihnen am Galvanometer geltend machte. Als ich nun mittelst der Wheatstone'schen Brücke den Widerstand aufsuchte, zeigte sich derselbe von

den Dimensionen der Perle sehr abhängig. Je grösser letztere war, desto grösser erschien der Widerstand und nahm mit dem Schwinden des Salzes stetig ab. In dem Momente, wo die letzten Theilchen verdampften, war er am kleinsten und gewöhnlich unter die Hälfte seines ersten Werthes gesunken. Die Verdampfung und die Dissociation des Salzes kühlen ohne Zweifel die Flammengase bedeutend ab und von dieser verschiedenen Temperatur wird das Leitungsvermögen sehr beeinflusst.

Wenn auch der Kaliumdampf gegenüber den Flammgasen als ein vortrefflicher Leiter erscheint, gegen die festen und flüssigen Metalle steht er noch sehr zurück. Unter obigen Verhältnissen wurden Widerstände gefunden, die zwischen 3000 und 1500 Q. E. lagen.

76. Der Kaliumdampf bietet in der Temperatur der Bunsen'schen Flamme an der Kathode dem Strome ebenfalls einen grössern Widerstand, wie in seinen übrigen Theilen dar und ist daher auch gewissermassen positiv unipolar. Dies zeigt sich, wenn durch die gleichen parallelen Platindrähte, welche 3—4<sup>mm</sup> von einander entfernt, in demselben horizontalen Querschnitt der Flamme liegen und durch eine tiefer aufgestellte Perle gleichmässig in Kaliumdampf gehüllt sind, ein Strom geleitet wird, für den man die Zahl der Elemente allmählich steigert. Die dünnsten Drähte, die ich mir verschaffen konnte, stammten von den Schwämmchen einer Döbereiner'schen Zündmaschine. Bei diesen genügten bereits 30 Elemente, um den negativen Draht deutlich in ein stärkeres Glühen zu versetzen. Bei 40 Elementen schmolz er ab, während der positive unversehrt blieb und für das Auge kein stärkeres Glühen zeigte. Waren die Drähte dicker ( $\frac{1}{3}$  mm), so wurden 60 Elemente nöthig, um den negativen Draht langsam zur Kugel zu schmelzen. 80 Elemente mussten benutzt werden, um diese Wirkung bei Drähten von  $\frac{1}{3}$  mm Dicke zu erzielen. Bei diesem Durchmesser begann erst bei 140 Elementen der positive Draht langsam neben dem negativen, der rasch zusammenfloss, zu schmelzen. Bei 200 und mehr Elementen war ein Unterschied in der Schnelligkeit,

mit der die Drähte flüssig wurden, nicht mehr erkennbar; sowie die Salzperle untergeschoben wurde, liefen beide Elektroden bis zum Saume der Flamme zu Kugeln zusammen. Jetzt ist die Bogenentladung vollständig eingetreten. Platindrähte von der Dicke 3—4<sup>mm</sup> schmolzen an den Enden, wenn sie als Pole der Kette im Kaliumdampfe dienten.

Dünne Cylinder von gutleitender Retortenkohle zeigten sich nicht geeignet, um den Uebergang der einen Entladung in die andere sichtbar zu machen, vielleicht weil das Auge die Unterschiede in der Stärke des Glühens nicht erkennt. Bei denselben erfolgt, wenn sie im Kaliumdampf durch obigen Abstand von einander getrennt sind, die Bogenentladung bei einer kleinern Zahl von Elementen. Etwa 80 waren dazu nöthig. Es versteht sich von selbst, dass hierzu eine viel geringere Anzahl genügt, wenn die Elektroden im Kaliumdampf zuerst in Berührung mit einander gebracht und dann aus einander gezogen werden. Bei 300 Elementen erfolgt die Bogenentladung im Kaliumdampf schon in Abständen der Kohlenelektroden, die 4—5<sup>cm</sup> betragen. Während dieses Vorganges wird bei weitem der grösste Theil des Stromes von der kleinen Masse des Kaliumdampfes geleitet, die stärker erhitzt ist und durch grössere Lichtentwicklung sich unterscheidet. Die Punkte beider Kohlen, welche sie begrenzen, sind stark weissglühend. Liegen die Enden derselben in demselben Horizontal-Querschnitt der Flamme einander gegenüber, so wölbt sich, wie in der Luft, die Strombahn als Bogen. Die weissglühende Stelle wechselt auf der Kathode beständig ihre Lage, während sie auf der Anode an der Spitze sich behauptet.

77. Die beschriebene galvanische Batterie besitzt in Luft von gewöhnlicher Dichte und Temperatur eine sehr kleine Schlagweite. Um den Funken der 400 Elemente hier zu erhalten, müssen die Pole fast zur Berührung gebracht werden. Da mein Funkenmikrometer nicht fest genug gebaut war, um die geringen Abstände zu messen, so benutzte ich ein Sphärometer, dessen Stahlschraube Windungen von 1<sup>mm</sup> Höhe besass, dessen Scheibe in 360° getheilt war und welches auf einer ebenen Glasplatte stand. Unter der etwas abgerundeten Spitze

der Schraube, welche als die eine Elektrode diente, lag eine Stahlplatte, welche die andere abgab. Sehr scharf, bis auf  $\frac{1}{1000}$  mm, liess sich die Lage der Schraube, bei welcher sie die Platte berührt, bestimmen, indem man das vortreffliche Verfahren von Pogendorff anwandte. Es wurden nämlich jene Theile zuerst in einen Stromkreis eingeschaltet, der nur aus einem kleinen galvanischen Elemente und einem gewöhnlichen Galvanometer bestand. Das Nadelpaar des letzteren zeigte durch seine Ablenkung die Berührung an. War auf diese Weise der entsprechende Theilstrich der Scheibe gefunden, so stellte man wieder einen Abstand her und verband beide Theile mit den Polen der Batterie. Drei Quecksilbernäpfchen gestatteten diese Operationen in bekannter Weise rasch auszuführen. Indem man nun langsam die Schraube zurückdrehte, liess sich sehr gut der Theilstrich, welcher an der Marke beim Auftreten des Funkens sich vorbei bewegt, beobachten und die Länge des letztern finden.

Bei 400 Elementen musste die Schraubenspitze der Platte bis auf den Abstand  $\frac{21.3}{360}$  bis  $\frac{20.2}{360}$  mm oder ungefähr  $\frac{1}{18}$  mm genähert werden, um den Funken zu erhalten. Es bewirkte keinen merklichen Unterschied, ob erstere positiv oder negativ elektrisch war. 300 Elemente zeigten die Schlagweite  $\frac{12.6}{360}$  bis  $\frac{15.5}{360}$  mm. Bei 200 und weniger Elementen weichen die einzelnen Bestimmungen stark unter einander ab, obschon noch bei 20 Elementen eine Schlagweite von  $\frac{1}{360}$  mm sich erkennen liess. Die Ursache dieser Unterschiede wird in den Veränderungen, welche jeder Funke in der Oberfläche der Elektroden bewirkt, zu suchen sein. Dieselben liessen sich zwar an der Stahlplatte leicht unschädlich machen, indem man für jede Bestimmung eine andere Stelle wählte. Für die Schraubenspitze war dies aber unmöglich und ein blosses Abreiben musste genügen.

Der erste Funke scheint stets eine Glimmentladung zu sein. In den meisten Fällen geht dieselbe so rasch in die Bogenentladung über, dass sich die Beschaffenheit nicht fest-

stellen lässt. Sehr gut gelingt dies aber, wenn die Elektroden 3—4<sup>mm</sup> dicke Platindrähte sind und einander so genähert werden, dass zwischen dem Ende der Kathode und einer Stelle der Anode, welche vom Ende entfernt liegt, die leuchtende Entladung erfolgt. Dieselbe berührt letztere nur in einer kleinen Fläche und breitet sich zu einer den Querschnitt des negativen Drahtes bedeckenden Scheibe von Glimmlicht aus. Dauert dieses Licht nur kurze Zeit, so bringt es das Ende der Kathode zum Glühen und Schmelzen, während die Anode sich wenig erhitzt.

Wenn man die Elektroden zuerst in Berührung mit einander bringt und dann langsam auseinander zieht, erhält man in der Luft bekanntlich stets die Bogenentladung. Je nach Beschaffenheit der Leiter, welche als Pole dienen, hat der Bogen bei derselben Zahl von Elementen eine sehr verschiedene Länge und Dauer. Diese Verhältnisse sind von vielen Physikern mit Ketten, zu welchen eine kleinere Zahl von Elementen, diese aber von grossen Dimensionen, genommen waren, untersucht worden. Solche Ketten sind auch hierzu weit geeigneter, wie unsere Batterie. Denn da bei dem Davy'schen Lichtbogen der Widerstand verhältnissmässig gering, die Stromstärke also schon gross ist, so wird an der Oberfläche der kleinen Kohlenstücke die Chromsäure rascher reducirt, als neue aus der Umgebung zufließen kann. Die elektromotorische Kraft sinkt daher bei Fortdauer des Stromes bedeutend und der Bogen erlischt bald. Letzterer wird daher auch beim Trennen zweier Leiter um so kürzer, je öfter man den Versuch hinter einander angestellt hat. Hebt man dann die Batterie aus der Lösung und taucht sie wieder ein, so tritt im Anfange der längere Bogen wieder auf.

Wendet man das von Herschel zuerst angegebene Verfahren an und leitet bei grösserer Entfernung der Elektroden durch den Funken einer Leydener Flasche die Entladung der galvanischen Batterie ein, so erhält man ebenfalls sogleich den Davy'schen Bogen.

78. Eine neue lehrreiche Methode, um die Entladung der galvanischen Batterie durch grössere Luftstrecken zu erzielen,

ergibt sich aus unsern frühern Versuchen. Dieselben haben dargethan, dass in den reinen Flammgasen ein sehr bedeutender Widerstand an der Kathode besteht, gegen welchen derjenige der übrigen Strombahn kaum in Betracht kommt. Wir finden hier keine wesentlich grössere Schlagweite, wie in gewöhnlicher Luft; durch Verkürzung der Bahnstrecke wird ja der Gesamtwiderstand nicht wesentlich verändert. Sobald wir aber die in der Spitze der Flamme aufgestellte Kathode mit Kaliumdampf umgeben und dadurch jenen Widerstand entfernen, so geht, wenn in den reinen Flammgasen die Anode von 100 und mehr Elementen genähert wird, der schwache Strom, den wir früher untersucht, schon in bedeutenden Abständen in die starke Bogenentladung über. Bei 400 Elementen darf die Entfernung bereits über 10<sup>mm</sup> betragen. Der positive Platindraht schmilzt mit dem Eintritt der Bogenentladung sogleich zur Kugel.

Ganz dasselbe Resultat erhalten wir aber auch, wenn wir die Anode in die äussere kalte Luft, welche die Flamme umgiebt, verlegen, während die Kathode im Kaliumdampf bleibt. Die Entladung der 400 Elemente erfolgte bereits, als der Abstand der Spitze des pos. Platindrahtes von dem Kaliumdampfe 10<sup>mm</sup> betrug. Bei 300 Elementen war der grösste Abstand 7<sup>mm</sup>, bei 200 Elementen 5<sup>mm</sup>, bei 100 Elementen etwa 3<sup>mm</sup>.

In den drei letzten Fällen beobachtet man sehr hübsch, wie sich zuerst die Glimmentladung ausbildet. Nur an dem äussersten Ende der Anode erscheint ein ganz kleiner Büschel positiven Lichtes, der durch einen dunklen Raum von der Flamme getrennt bleibt. Die Luft leitet daher hier bereits in Temperaturen, bei denen sie noch nicht sichtbar glüht. Wird die Entfernung kleiner, so bildet sich im dunklen Raume in der Verlängerung des Büschels schwaches gelbliches Licht aus und nun tritt bald die starke Bogenentladung auf, welche den positiven Draht schmilzt. Werden statt der Platindrähte Kohlen benutzt, so bleibt der Verlauf derselbe. Es erscheint beim grössten Abstand die der Flamme zunächst liegende Kohlenspitze mit dem Büschel positiven Lichtes.

Bei 400 Elementen in frischer Lösung war die Glimmentladung schlechter zu beobachten, indem die Abstände, bei denen sie sich zuerst bildet und bei denen sie in die starke Entladung übergeht, fast zusammenfielen.

Vertauscht man in unserem Versuche die Pole, stellt die Anode in den Kaliumdampf, die Kathode ausserhalb der Flamme, so muss man letztere bis in den Saum des Kaliumdampfes tauchen, wenn der Strom sich schliessen soll. Die in den frühern Nummern besprochenen Verhältnisse treten dann ein.

Hierdurch ist also bewiesen, dass auch für die gewöhnliche Luft die kleine, in der vorigen Nummer gemessene Schlagweite der galvanischen Batterie wesentlich von dem grossen Widerstand an der Kathode verschuldet wird und mit der Entfernung desselben wegfällt.

79. Mit der Steigerung der Glühhitze vermindert sich rasch der Widerstand an der Kathode. Man bemerkt dieses bereits in der Bunsen'schen Flamme. Die heisseste Stelle derselben liegt bekanntlich in der Spitze des innern blauen Kegels. Nimmt der eine Poldraht dieselbe ein, während dem andern eine beliebige andere Lage in den reinen Flammengasen angewiesen wird, so entsteht beim Durchleiten des Stromes eine mehr wie doppelt so grosse Ablenkung, wenn ersterer als Kathode, wie wenn er als Anode dient. Bei 20 Elementen erhielt ich z. B. im ersten Falle die Ablenkung  $42^{\text{mm}}$ , im zweiten bloß  $16^{\text{mm}}$ , wenn der ganze Strom durch das eingeschaltete Meyerstein'sche Galvanometer ging.

In den mit reinem Sauerstoff gespeisten Flammen liegen uns gasförmige Medien von beträchtlich höherer Temperatur vor. Es wird von Interesse sein, hier unsere Widerstände in ähnlicher Weise zu verfolgen. Noch höhere Temperaturen, als die Knallgasflammen bieten, können wir uns verschaffen, indem wir durch den schwerflüssigsten aller Körper, die gutleitende Retortenkohle, kräftige elektrische Ströme leiten. Alle diese Mittel lassen sich auch für das Studium der Entladung in den verdünnten Gasen verwerthen. Indem wir sie



hier ausbeuten, wird es gelingen, mit überraschend kleinen Spannungen von wenigen Elementen die Glimmentladung in den verdünnten Gasen hervorzurufen.

Münster, den 10. October.

---

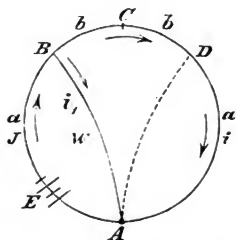
**XLI. *Directe Messung des Widerstandes galvanischer Ketten;*  
von Dr. Werner Siemens.**

---

Die Ohm'sche Methode der wiederholten Strommessung bei Einschaltung bekannter Widerstände giebt bekanntlich die nöthigen Data zur Berechnung resp. Vergleichung der 3 Constanten der galvanischen Kette. Da Strommessungen aber die Benutzung sehr exacter Messinstrumente bedingen und die Methode überhaupt sehr umständlich und zeitraubend ist, wenn sie einigermaassen befriedigende Resultate gewähren soll, so war das Bestreben, die einzelnen Constanten der Kette durch directe Messungen zu bestimmen, ein berechtigtes. In sehr vollkommenem Grade ist dies für die Widerstandsmessungen derjenigen Theile der Kette, in welchen keine elektromotorische Kraft thätig ist, mit Hülfe des unter dem Namen der Wheatstone'sche Brücke bekannten Stromverzweigungsschemas gelungen. Auch die Vergleichung der elektromotorischen Kraft zweier Ketten ist durch Herrn Poggendorff vermittelt seiner Compensations-Methode zu einem hohen Grade der Vollkommenheit gebracht, wenn dieselbe auch noch den grossen Mangel hat, dass die elektromotorischen Kräfte nicht unter gleichen Bedingungen, sondern so verglichen werden, dass die eine Kette durch einen bestimmten Widerstand geschlossen, also in Thätigkeit, die andere dagegen stromlos ist. In neuerer Zeit haben die Herren Paalzow, Beetz und Andere Methoden angegeben, um mit Hülfe des von Dubois vervollkommeneten Poggendorff'schen Compensations-Verfah-

rens auch den wesentlichen Widerstand der thätigen Kette zu bestimmen. Wenn auch nicht in Abrede zu stellen ist, dass hierdurch die Aufgabe, ohne Strommessungen den Widerstand galvanischer Ketten zu bestimmen, im Princip gelöst ist, so leiden diese indirecten Methoden doch an sehr wesentlichen Mängeln. Der gesuchte Widerstand der Kette erscheint bei diesen Methoden als Resultat einer Rechnung, in welcher ausser den eingeschalteten bekannten Widerständen auch der Widerstand der Vergleichskette und das Verhältniss der elektromotorischen Kräfte beider Ketten auftritt. Da nun bekanntlich — wie auch die später beschriebenen Versuche bestätigen — weder die elektromotorische Kraft noch der Widerstand eines galvanischen Elementes wirklich constant ist, sondern beide sich mit der relativen Stromstärke, also dem Thätigkeitsmaasse der Flächeneinheit des Elementes ändert, so muss nothwendig das Hereinziehen der elektromotorischen Kräfte der Ketten in die Rechnung das gefundene Resultat wesentlich beeinträchtigen. Doch auch abgesehen von diesem theoretischen Mangel sind die durch das Compensationsprincip begründeten Methoden namentlich für technische Benutzung zu umständlich und schwerfällig.

Meine Methode<sup>1)</sup> der directen Bestimmung des wesentlichen Widerstandes der Kette beruht wie die Wheatstone'sche Widerstandsmessungsmethode auf einem Stromverzweigungsgesetze.



Ist  $A, B, C, D$  (Fig 1) in beifolgendem Stromschema der Schliessungsbogen der Kette  $E$ , deren wesentlicher Widerstand zu bestimmen ist, bezeichnet, ferner der Punkt  $C$  den Halbierungspunkt des Widerstandes des gesammten Schliessungskreises, so dass  $ABC = ADC = a$  ist, ist ferner  $BC = CD = b$ ; ist dann ein Zweigdraht vom Widerstande  $w$  mit  $A$  verbunden, welcher

1) Ich habe diese Methode bereits der Society of telegraph Engineers in London in ihrer Sitzung vom 11. Dec. 1872 mitgetheilt.

beliebig durch einen Commutator mit dem Punkte  $B$  oder  $D$  in leitende Verbindung gebracht werden kann, so ist nach Kirchhoff's Rechnungsmethode:

$$\text{I } (a - b)J + (a + b)i = E,$$

$$\text{II } W \cdot i_1 - (a + b)i = 0.$$

$$\text{III } i_1 + i = J;$$

und wenn man aus diesen drei Gleichungen  $J$  und  $i_1$  eliminiert

$$i = \frac{E \cdot W}{a^2 + 2AW - b^2}.$$

In diesem Ausdrucke für die Stromstärke  $i$  in dem Theile des Hauptkreises, welcher keine elektromotorische Kraft enthält, kommt der Abstand  $b$  der Nebenschliessung vom Halbierungspunkte des Widerstandes nur im Quadrat vor;  $i$  bleibt daher unverändert, wenn  $-b$  anstatt  $b$  gesetzt wird, oder wenn die Nebenschliessung an den Punkt  $D$  anstatt an  $B$  gelegt wird. Es ist leicht, sich eine Einrichtung zu machen, um mit Hülfe dieses Stromverzweigungsgesetzes den wesentlichen Widerstand einer Kette zu messen. Ist  $BCD = 2b$  ein beliebiger Widerstand, dessen Grösse am besten zwischen dem einfachen und doppelten Widerstande der Kette liegt, ist ferner  $AD = a - b$  der Umwindungsdraht eines Galvanometers und  $w$  eine Widerstandsrolle, deren eines Ende mit dem einen Pole der Kette und dem einen Ende des Galvanometerdrahtes leitend verbunden ist, während das andere Ende in schnellem Wechsel an den Punkt  $B$  oder  $D$  anzulegen ist, so braucht man zwischen dem freien Pole der Kette und dem Punkte  $B$  nur so lange mittelst eines Rheostaten Widerstand ein- oder auszuschalten, bis die Nadel des Galvanometers unverändert bleibt, mag die Nebenschliessung an dem Punkte  $B$  oder  $D$  des Kreises anliegen. Es ist dann der wesentliche Widerstand der Kette gleich dem des Galvanometers, weniger dem zur Erzielung des Gleichgewichtes eingeschalteten Widerstande. — Ich schliesse hieran eine Versuchsreihe, welche Dr. Frölich in meinem Laboratorium

mit dieser Methode ausgeführt hat und durch welche ihre Sicherheit und praktische Brauchbarkeit constatirt wird.

Werner Siemens.

Nach der Methode von Dr. W. Siemens zur Messung von Batteriewiderständen wurden zahlreiche Bestimmungen an den verschiedenen Formen des Daniell'schen Elementes ausgeführt; es ergab sich, dass, um constante und vergleichbare Resultate zu erhalten, folgende Bedingungen erfüllt sein müssen:

1. Dass der Strom überhaupt während der Messung völlig constant bleibt,
2. dass die Stromverhältnisse im Batteriezweig innerhalb gewisser Grenzen gleich gehalten werden.

Die Erfüllung der ersten Bedingung ist selbstverständlich und wird leicht dadurch erreicht, dass die Elemente sorgfältig angesetzt und einige Zeit vor der Messung so geschlossen werden, dass die Stromstärke einen ähnlichen Werth annimmt, wie später in der Messung selbst.

Die Nothwendigkeit der zweiten Bedingung war ebenfalls zu erwarten, da der Uebergangswiderstand, auf den es hier wesentlich ankommt, eine Function der Stromstärke ist. Will man daher verschiedene constante Elemente in Bezug auf ihren Widerstand vergleichen, sei es die einzelnen unter sich oder mehrere mit einzelnen, so hat man, um richtige Resultate zu erhalten, die Widerstände im Schliessungskreise so einzurichten, dass die beiden Stromstärken im Batteriezweig, welche den beiden Stellungen des Zweiges *C* (in nachstehender Figur 2) entsprechen, in den einzelnen Messungen je dieselben Werthe erhalten.

Da die strikte Erfüllung dieser Bedingung lästig ist, so handelte es sich darum, experimentell festzustellen, wieviel die bezeichneten Stromstärken von einander abweichen dürfen, ohne das Resultat der Messung zu beeinträchtigen; ferner sollte die *Zuverlässigkeit* der Methode geprüft werden.

Die sicherste Probe für diese letztere besteht wohl darin, mehrere Elemente einzeln in Bezug auf ihren Widerstand zu

messen, dann in verschiedenen Gruppen hinter einander zu schalten und wieder den Widerstand zu messen; die Widerstände jener Gruppen müssen dann übereinstimmen mit den Summen der Widerstände der betreffenden einzelnen Elemente.

Diese Probe wurde an fünf kleinen Daniell'schen Elementen ausgeführt, ihre Widerstände wurden zuerst einzeln, dann in Gruppen von je 2, je 3, je 4 und 5 bestimmt und dabei die beiden Stromstärken im Batteriezweig *A* in den verschiedenen Messungen ungefähr gleich gemacht. Es ergab sich beinahe vollkommene Uebereinstimmung der Resultate; die Abweichungen sind ungefähr von derselben Ordnung wie die Beobachtungsfehler; und es zeigte sich ferner, dass für das Gleichhalten der Stromstärken im Batteriezweig ein ziemlich weiter Spielraum gestattet ist.

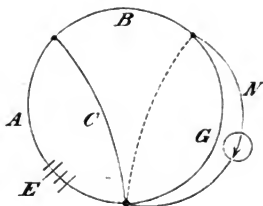
In Bezug auf die *Empfindlichkeit* der Methode kann man im Allgemeinen die Regel aufstellen, dass das Maximum erreicht wird, wenn im Batteriezweig *A* kein Widerstand ausser demjenigen des Elementes sich befindet und in den Zweigen *B* und *C* die Widerstände ungefähr ähnliche Werthe besitzen, wie im Batteriezweig.

Die Stromstärke im Batteriezweig wurde an einer Tangentenboussole gemessen, diejenige im Zweige *G* an einem feinen Spiegelgalvanometer, dieses letztere befand sich jedoch in einem dem Zweige *G* angefügten Zweige *N*, in welchem der Widerstand stets so gross in Bezug auf denjenigen in *G* gehalten wurde, dass für die Berechnung des Widerstandes der Elemente der Nebenschluss *N* ganz ausser Betracht fiel.

Als Stromwender diente eine Poggendorff'sche Wippe.

Die Empfindlichkeit der Messung, d. h. des Unterschieds der beiden Ströme, wenn in *G* 0,1 S. E. mehr oder weniger eingeschaltet wurde, betrug bei der Messung der einzelnen

Figur 2.



Elemente: 2,0<sup>mm</sup> Ausschlag am Spiegelgalvanometer, bei derjenigen der fünf Elemente hintereinander: 0,5<sup>mm</sup>.

Nachstehende Tabelle enthält die Messungen der Widerstände der verschiedenen Gruppen von Elementen. Die Ausschläge am Spiegelgalvanometer sind beigefügt, um zu zeigen, dass auch im Galvanometerzweig die Stromstärke ungefähr denselben Werth beibehält; es ist dies zwar unwesentlich, hierdurch wurde jedoch der Fehler, welcher von Schwankungen der Nullstellung der Magnetnadel herrührt, bei allen Messungen gleich gemacht.

Elementa.	$G$	Ausschlag am Spiegel- galv.	Stromstärken im Batterie- zweig.	
			Stellung 1.	Stellung 2.
	$E$			
I	2,00	290 <sup>mm</sup>	0,312	0,189
II	2,60	300	0,270	0,176
III	1,75	285	0,333	0,194
IV	1,60	274	0,340	0,209
V	1,40	265	0,378	0,215
I + II	4,20	294	0,291	0,176
II + III	4,00	290,5	0,291	0,185
III + IV	3,00	267	0,361	0,194
IV + V	2,60	252	0,366	0,209
I + II + III	5,55	289	0,306	0,198
II + III + IV	5,20	285	0,325	0,190
III + IV + V	4,00	263	0,376	0,224
I + II + III + IV	6,80	276	0,310	0,190
II + III + IV + V	6,20	268	0,329	0,190
I + II + III + IV + V	7,80	273	0,327	0,224

Bei allen Messungen betrug der Drahtwiderstand in  $A$ :  
 $E$  0,40 (Zuleitung zu den Elementen), die Widerstände in den  
 Zweigen  $B$ ,  $C$ ,  $N$  waren wie folgt:

	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>N</i>
Elemente einzeln	$3^E$	$3^E$	$1500^E$
„ zu je 2	7	7	3000
„ zu je 3	10	10	4500
„ zu je 4	15	15	6000
„ zu 5	18	18	7500

Hieraus berechnen sich die Widerstände der Elemente, indem man einfach den Drahtwiderstand in *A* von *G* abzieht. Man erhält:

Elemente.	Widerstand.	W. berechnet	Fehler.
I	$1,60^E$		
II	2,20		
III	1,35		
IV	1,20		
V	1,00		
I + II	3,80	$3,80^E$	$0,00^E$
II + III	3,60	3,55	— 0,05
III + IV	2,60	2,55	— 0,05
IV + V	2,20	2,20	0,00
I + II + III	5,15	5,15	0,00
II + III + IV	4,80	4,75	— 0,05
III + IV + V	3,60	3,55	— 0,05
I + II + III + IV	6,40	6,35	— 0,05
II + III + IV + V	5,80	5,75	— 0,05
I + II + III + IV + V	7,40	7,35	— 0,05

Die Gruppen zu je 2, zu je 3 etc. sind mittelst der für die einzelnen Elemente erhaltenen Werthe berechnet; das Resultat ergibt einfach, dass der Widerstand des Elementes III um  $0,05^E$  zu klein gemessen wurde.

Die Variationen der Stromstärke im Batteriezweig *A* sind folgende:

in Stellung 1 des Zweiges C: von 0,270 bis 0,378  
 „ „ 2 „ „ „ 0,176 bis 0,224

Im Allgemeinen geht aus diesen Messungen hervor, dass die vorliegende Methode bei richtiger Handhabung durchaus zuverlässige Resultate liefert, dass man aber bei der Erfüllung der zweiten, oben genannten Vorschrift durchaus nicht ängstlich zu verfahren braucht, dass also die Methode ausserdem noch den Vortheil bequemer und rascher Ausführung bietet.

O. Frölich.

**XLII. Untersuchungen über die Volum-  
 constitution einiger Oxyde;<sup>1)</sup>  
 von H. Schröder.**

A. Rhombische und rhomboëdrische Oxyde von der Formel RO.

227. Die hierher gehörigen Beobachtungen sind:

- a. Bleioxyd = PbO;  $m = 223$ . Rhombisch;  $v = 23,8$  (155).
- b. Quecksilberoxyd = HgO;  $m = 216$ ; rhombisch mit Bleioxyd isomorph (Nordenskiöld);  $s = 11,000$  Boullay;  $s = 11,074$  Herapath;  $s = 11,191$  Karsten;  $s = 11,29$  Le Royer und Dumas. Im Mittel  $s = 11,14$  und  $v = 19,4$ .

Obwohl ihre Krystallform nicht bekannt ist, reihe ich hier wegen ihrer Analogie an: den Baryt, Strontian und Kalk.

- c. Baryt = BaO;  $m = 153$ ;  $s = 5,456$  Filhol;  $v = 28,0$ . Karsten's Bestimmung:  $s = 4,732$  ungefähr ist mit derjenigen Filhol's unvereinbar.

1) Als Fortsetzung (Nr. IX) der im 6. Supplementbände dieser Annalen S. 58 bis 85 mitgetheilten Untersuchungen.

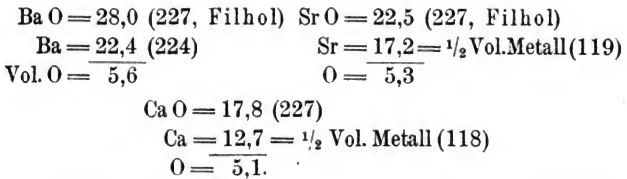


- d. Strontian =  $\text{SrO}$ ;  $m = 103,6$ ;  $s = 4,611$  Filhol;  
 $v = 22,5$ . Auch mit dieser Bestimmung ist Karsten's Messung  $s = 3,932$  unvereinbar.
- e. Kalk =  $\text{CaO}$ ;  $m = 56$ . Beobachtet ist:  $s = 3,179$   
 Boullay;  $s = 3,161$  Karsten;  $s = 3,180$  Filhol;  
 $s = 3,08$  Le Royer und Dumas. Im Mittel  $s = 3,150$   
 und  $v = 17,8$ .
- f. Kupferoxyd =  $\text{CuO}$ ;  $m = 79,4$ . Rhombisch (Jentsch).  
 Für in der Muldener Hütte gebildetes ist  $s = 6,451$   
 Jentsch. Für das braunschwarze Pulver ist ge-  
 funden:  $s = 6,401$  Herapath;  $s = 6,430$  Karsten;  
 $s = 6,322$  Filhol. Im Mittel  $s = 6,401$  und  $v = 12,4$ .  
 Die Kupferschwärze scheint auch (mit geringerer  
 Dichtigkeit) regulär vorzukommen.
- g. Zinkoxyd =  $\text{ZnO}$ ;  $m = 81$ ; rhomboëdrisch;  $s = 5,600$   
 Boullay;  $s = 5,737$  Karsten;  $s = 5,612$  Filhol;  
 $s = 5,64$  Brooks. Als Hüttenproduct krystallisirtes  
 gab  $s = 5,624$  H. Rose. Rothzinkerz von Franklin,  
 New-Jersey, gab  $s = 5,684$  Blacke. Im Mittel aller  
 sehr gut übereinstimmenden Werthe ist  $s = 5,649$   
 und  $v = 14,4$ .

228. Da das Volum des festen metallischen Quecksilbers ungefähr = 14 ist, so unterscheiden sich die Volume der isomorphen Oxyde des Bleis und Quecksilbers um ebensoviele, als die Volume der Schwermetalle Blei und Quecksilber. Nach Regel IV (208) sind Blei und Quecksilber daher mit ihren Metallvolumen in ihren rhombischen Oxyden vorauszusetzen. Hiernach ergibt sich für O das Volum:

$$\begin{array}{rcl}
 \text{PbO} = 23,8 (155) & \text{HgO} = 19,4 (227) & \\
 \text{ab Vol. Pb} = 18,2 (131) & \text{Vol. Hg} = 14 \text{ (das des flüssigen ist)} & \\
 \text{Vol. O} = \frac{5,6}{\phantom{0}} & \phantom{\text{Vol. Hg}} = 14,7 \text{ bei } 0^\circ & \\
 & \text{Vol. O} = \frac{5,4}{\phantom{0}} &
 \end{array}$$

und es reiht sich hier entsprechend der Kalk und Strontian mit ihren *halben* respectiven Metallvolumen, und der Baryt mit dem Volum 22,4 des Bariums an, mit welchem das Barium im Sulfat sich enthalten erwies (224):



Auch das rhombische Kupferoxyd und das rhomboëdrische Zinkoxyd scheinen ihre respectiven Metallvolumen und den Sauerstoff mit dem Volum 5,3 bis 5,6 zu enthalten:



Es ergibt sich daher für alle diese Oxyde übereinstimmend das Sauerstoffvolum  $\text{O} = 5,3$  bis  $5,6$ . Für Bleioxyd, Kupferoxyd und Zinkoxyd hatte ich schon 1840 (diese Ann. Bd. 50) die gleiche Wahrnehmung gemacht.

### B. Reguläre Oxyde von der Formel RO.

229. Für Zinnoxidul und Cadmiumoxyd liegen keine übereinstimmenden Beobachtungen vor. Auch das spec. Gewicht des Manganoxyduls lässt sich nicht scharf bestimmen; ich komme auf dasselbe an anderer Stelle zurück. Hier beschränke ich mich daher zunächst auf das reguläre Nickelmonoxyd und den Periklas.

- a. Nickelmonoxyd = Ni O;  $m = 75$ ;  $v = 11,2$  (150).
- b. Periklas = Mg O;  $m = 40$ ;  $v = 10,9$  (149).

Beide sind als isoster, d. h. von gleichem Volum, zu erachten. Da Volum Nickel =  $\frac{1}{2}$  Volum Magnesium, so würde nach Regel IV (208) das Nickel mit seinem metallischen, das Magnesium mit seinem *halben* metallischen Volum 6,9 (117) in diesen Oxyden vorauszusetzen sein, womit sich für O das Volum  $4,0 = \frac{3}{4} \times (5,3 \text{ bis } 5,4)$  ergäbe. Ich habe an dieser Auffassung längere Zeit festgehalten.

Eine Reihe sehr merkwürdiger Analogieen, welche ich nach und nach mittheilen werde, macht es jedoch wahrscheinlich,

dass vielleicht auch in diesen regulären Oxyden dem Sauerstoff nahe dasselbe Volum 5,3 bis 5,6 zukommt, mit welchem sich derselbe in den rhombischen Oxyden RO (228) enthalten erwies. Hiernach ist:

$$\begin{array}{l} \text{Vol. Ni O} = \text{Mg O} = 10,9 \text{ bis } 11,2 \text{ (229)} \\ \text{ab Vol. O} = \underline{5,4 \text{ bis } 5,6} \\ \text{bleibt Vol. Ni} = \text{Mg} = \underline{5,5 \text{ bis } 5,6.} \end{array}$$

Es ergibt sich daher die merkwürdige Beziehung, dass die beiden *Componenten* dieser regulären Oxyde, der *Sauerstoff* und das *Metall*, mit *gleichen* Volumen vereinigt erscheinen; eine sehr häufig wiederkehrende Thatsache. In dem neuen Jahrbuche der Mineralogie für 1873 habe ich nachgewiesen, dass im Diopsid = MgO, SiO<sub>2</sub> + CaO, SiO<sub>2</sub> die Componenten MgO, SiO<sub>2</sub> und CaO, SiO<sub>2</sub> gleiches Volum haben; im Olivin = 2MgO, SiO<sub>2</sub> haben die Componenten 2MgO und SiO<sub>2</sub> gleiches Volum; im Disthen = Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, SiO<sub>2</sub> sind die Componenten Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> und SiO<sub>2</sub> isoster; und ebenso, nur mit *anderem* Volum, sind die Componenten Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> und SiO<sub>2</sub> des Andalusits = Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, SiO<sub>2</sub> isoster. Im Beryll = 3BeO, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, 6SiO<sub>2</sub> ist Vol. 3BeO = Vol. Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> = Vol. SiO<sub>2</sub>. Im Granat = 3(CaO, SiO<sub>2</sub>) + Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub> ist Volum CaO, SiO<sub>2</sub> = Vol. Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub> u. s. w.

### C. Die Spinelle, insbesondere das Magneteisen und das Ceroxydul-Ceroxyd.

230. Für die Spinelle bildet Rammelsberg's klassische Arbeit (diese Annalen Bd. 104 und 107) die hauptsächlichste Grundlage. Die Analyse von sehr verschiedenen Sorten Magneteisen hat Rammelsberg ergeben, dass die *krystallisirten* Arten stets der Zusammensetzung Fe<sub>3</sub>O<sub>4</sub> entsprechen. Ich muss auf die dort angeführten zahlreichen Beobachtungen verweisen. Hier erwähne ich nur:

- a. Das Magneteisen von Balmy im Alathale, in Granatoëdern krystallisirt, welches sich am reinsten erwies, und in der Zusammensetzung am genauesten entsprechend der Formel Fe<sub>3</sub>O<sub>4</sub>;  $m = 232$ ;  $s = 5,185$  Rammelsberg;  $v = 44,7$ ; von welchem ich das

wahrscheinlichste Volum des Magneteisens entnehme und dafür 44,8 setze.

- b. Den Magnoferrit vom Vesuv (diese Annal. Bd. 107, S. 452); regulär und von der Zusammensetzung  $2 \text{MgO} + 3 \text{Fe}_2 \text{O}_3$ ;  $m = 560$ ; Rammelsberg hat aus dem feinen Pulver unter Wasser mit dem Magnet zwei Proben ausgezogen. Die erste enthielt 2,51 % Unlösliches und 0,99% CuO; die zweite nur 0,59% CuO und 2% Unlösliches. Die zweite etwas reinere gab  $s = 4,638$  Rammelsberg, womit  $v = 120,7$ .

Für die übrigen Spinelle hat Rammelsberg (l. c.) wahrscheinlich gemacht, dass die bisherigen Analysen noch an Fehlern leiden. Ich lasse dieselben daher vorerst unberücksichtigt und führe nur noch an das dem Magneteisen entsprechende reguläre und gut bestimmte

- c. Ceroxydul-Ceroxyd  $= \text{Ce}_3 \text{O}_4$ ;  $m = 340$ ;  $s = 6,93$  bis 6,94 bei  $15,5^\circ$  Nordenskiöld. Ziegelrothe Krystalle gaben  $s = 7,09$  bei  $14,5^\circ$  Nordenskiöld. Im Mittel  $s = 7,01$  und  $v = 48,6$ .
- d. Für Cerium  $= \text{Ce}$ ,  $m = 92$  ist von Wöhler beobachtet  $s = 5,5$  etwa bei  $12^\circ$ , also  $v = 16,8$ .

231. Zunächst hat mir der Magnoferrit den Schlüssel gegeben zum Verständniss der Volumconstitution des Magneteisens. Nach Regel II (208) ist eine Complexion, welche für sich isomorph ist, mit einer Verbindung, in welche sie eingeht, mit unverändertem Volum in der Verbindung enthalten. Hiernach kommt der Magnesia im Magnoferrit das Volum des Periklases zu, weil Periklas und Magnoferrit von gleicher regulärer Form sind. Nun ergibt sich:

$$\begin{array}{r} \text{Vol. Magnoferrit} = 2 \text{MgO} + 3 \text{Fe}_2 \text{O}_3 = 120,7 \quad (230) \\ \text{ab Vol. } 2 \text{MgO} = 2 \text{ Vol. Periklas} = 21,8 \quad (229) \\ \text{bleibt Vol. } 3 \text{Fe}_2 \text{O}_3 = 98,9 \\ \text{also Vol. Fe}_2 \text{O}_3 = 33,0 \text{ etwa.} \end{array}$$

Es ist dies nahe das Volum des Eisenoxyds als Rotheisenstein (157). Es ist hieraus zu schliessen, dass das im Magnoferrit

ferrit enthaltene reguläre Eisenoxyd das Volum des Rotheisensteins hat. Es darf jedoch *nicht* hieraus geschlossen werden, dass der Rotheisenstein reguläre Form habe; denn man kann wohl von der Krystallform auf das Volum, nicht aber von dem Volum auf die Krystallform schliessen, wie ich vor kurzem (am 23. Sept. d. J.) bereits in der mineralogischen Section der Versammlung deutscher Naturforscher und Aerzte in Wiesbaden dargelegt habe.

232. Weil im Magnoferrit das reguläre Eisenoxyd =  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  das Volum 33 etwa hat, so ist das reguläre Eisenoxyd auch im Magneteisen, welches dem Magnoferrit isomorph ist, nach Regel I (208) voranzusetzen. Zieht man dieses Volum des Eisenoxyds von dem Volum des Magneteisens ab, so ergibt sich:

$$\begin{aligned} \text{Vol. Fe}_3\text{O}_4 &= 44,8 \quad (230) \\ \text{ab Vol. Fe}_2\text{O}_3 &= 33 \quad \text{etwa} \quad (231) \\ \text{bleibt Vol. FeO} &= \underline{11,8}. \end{aligned}$$

Es stellt sich hiernach die merkwürdige Thatsache heraus, dass das im Magneteisen enthaltene reguläre Eisenoxydul oder Eisenmonoxyd =  $\text{FeO}$  das Volum des regulären Nickelmonoxyds und Periklases hat.

233. Nun ergibt sich aber der weitere Schluss: Wenn das Magneteisen =  $\text{Fe}_3\text{O}_4$  betrachtet wird als  $2\text{FeO} + \text{FeO}_2$ , so ist Volum  $2\text{FeO} = 2 \times 11,2 =$  zwei Volum Nickelmonoxyd (229) = 22,4, und wenn dies von dem Volum des Magneteisens abgezogen wird, so bleibt für das Eisendioxyd =  $\text{FeO}_2$  der gleiche Rest = 22,4.

Im Magneteisen =  $\text{Fe}_2\text{O}_2, \text{FeO}_2$  haben die Componenten  $\text{Fe}_2\text{O}_2$  und  $\text{FeO}_2$  *gleiches* Volum; es hat daher Fe im  $\text{FeO}_2$  das *doppelte* Volum, als das Fe im  $\text{FeO}$ . Es ist eine so häufig wiederkehrende Thatsache (229), dass die Componenten einer Verbindung isoster sind, und es ist die Wiederkehr des Condensationsfactors *zwei* eine so regelmässige, dass hiermit die wahre Volumconstitution des Magneteisens sehr wahrscheinlich richtig ermittelt ist. Hier will ich nur daran erinnern, dass die bis jetzt nicht im isolirten Zustande darge-

stellte Verbindung  $\text{FeO}_2$ , das Eisendioxyd, wie ich schon in der mineralogischen Section der Versammlung der Naturforscher zu Wiesbaden (23. Sept. d. J.) dargelegt habe, in den mineralischen Verbindungen sehr vielfach die nämliche Rolle spielt, wie  $\text{TiO}_2$  und  $\text{SiO}_2$ , d. h. wie Titansäure und Kieselsäure.

Aus Obigem ergibt sich für  $\text{FeO}_2$  das Volum 22,4; der Quarz =  $\text{SiO}_2$  hat das Volum 22,6. Es sind daher  $\text{FeO}_2$  und  $\text{SiO}_2$  nicht nur in vielen Verbindungen isomorph, sondern auch *isoster*; so haben z. B. im Kalkeisenoxydgranat das Silicat  $\text{CaO, SiO}_2$  und das Ferrat  $\text{FeO, FeO}_2 = \text{Fe}_2\text{O}_3$  das nämliche Volum = 33,6; und dies ist auch das Volum, mit welchem das Eisenoxyd im Magneteisen enthalten ist.  $\text{CaO}$  hat das Volum des Periklases im regulären Granat, und wie ich l. c. nachgewiesen habe, im *Augit*, das gleiche Volum wie  $\text{FeO}$  im Magneteisen und Rotheisenstein;  $\text{FeO}_2$  hat in  $\text{FeO, FeO}_2$  das gleiche Volum wie  $\text{SiO}_2$  im  $\text{CaO, SiO}_2$  des Diopsids und des Granats. (Im Tremolith, muss ich hier erinnern, hat dagegen  $\text{CaO}$  das Volum des *Kalks*, nicht des Periklases.)

Mit diesen Andeutungen; deren weitere Entwicklung ich mir vorbehalten muss, glaube ich die Tragweite der abgeleiteten Beziehungen hinreichend gekennzeichnet zu haben. (Vergl. Jahrbuch der Mineralogie für 1873).

234. Es giebt übrigens noch einen anderen Weg, welcher mich zu der nämlichen Auffassung der Volumconstitution des Magneteisens geleitet hat. Führt man für das reguläre Oxyd =  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  vom Volum 33,6 ein Atomgewicht des Eisens  $\text{fe}$  (Ferrium) ein, von dem Werthe  $\text{fe} = \frac{2}{3} \text{Fe} = \frac{2}{3} \times 56,0$ , so wird die Formel des Eisenoxyds =  $\text{feO}$ , entsprechend dem Periklas und Nickelmonoxyd =  $\text{RO}$ . Sein Volum ist  $\frac{1}{3}$  von dem des Oxyds, also = 11,2, d. i. das Volum von  $\text{RO}$  (229). Führt man ebenso für das Magneteisen  $\text{Fe}'$  ein  $\frac{3}{4} \text{Fe} = \frac{3}{4} \times 56,0$ , so wird die Formel des Magneteisens =  $\text{Fe}'\text{O}$ ; sein Volum wird abermals 11,2, d. i. das Volum von  $\text{RO}$  (229). Es ergibt sich hieraus, dass 2  $\text{Fe}$  im Oxyd das Volum von 3  $\text{Fe}$  im Oxydul, und 3  $\text{Fe}$  im Magneteisen das Volum von 4  $\text{Fe}$  im Oxydul haben.

*Im regulären Oxydul, Oxyd und Oxyduloxyd ist das gleiche Volum O stets mit einem gleichen Volum Eisen, aber mit verschiedenen Gewichten Eisen verbunden.*

Aehnliche einfache Beziehungen, als ich sie hier für das Eisenoxyd = Fe O, Fe O<sub>2</sub> entwickelt habe, ergeben sich auch für die Thonerde = Al<sub>2</sub> O<sub>3</sub> = Al O, Al O<sub>2</sub>. Auch die Thonerde spielt in einer Reihe von Mineralien die nämliche Rolle, wie R O, Si O<sub>2</sub>, wie ich schon in Wiesbaden mitgeteilt habe. Ich werde jedoch hierauf an anderer Stelle zurückkommen, da die Analysen der Thonerdespinelle noch manches zu wünschen übrig lassen.

235. Das dem Magneteisen isomorphe Ceroxydul-Ceroxyd = Ce<sub>3</sub> O<sub>4</sub> hat ganz die gleiche Volumconstitution als das Magneteisen, wie aus nachfolgendem Vergleiche hervorgeht:

$$\begin{array}{ll} 2 \text{ Fe O, Fe O}_2 = 44,7 \text{ (231);} & 2 \text{ Ce O, Ce O}_2 = 48,6 \text{ (231)} \\ \text{Vol. } 2 \text{ Fe O} = \text{Fe O}_2 = 22,4 & \text{Vol. } 2 \text{ Ce O} = \text{Ce O}_2 = 24,3 \\ \text{Vol. Fe O} = 11,2 & \text{Vol. Ce O} = 12,2. \end{array}$$

Aber Ce O = 12,2 und Fe O = 11,2 unterscheiden sich ebenso wie Vol. Eisen und Vol. halb Cerium.

#### D. Der Quarz.

236. Die hier zu beachtenden Beobachtungen sind:

- a. Silicium = Si;  $m = 28$ ;  $v = 11,2$  bis  $11,3$  (109).
- b. Quarz = Si O<sub>2</sub>;  $m = 60$ . Die Dichtigkeit des Quarzes ist von Le Royer und Dumas, von H. St. Claire Deville, von Theod. Scheerer, von F. Graf Schaffgotsch und von H. Rose auf 3 Ziffern übereinstimmend = 2,65 beobachtet worden. Sein Volum ist sonach  $v = 22,6$ .

Es war oben (232) Fe O = 11,2, worin Fe = O = 5,6 und Fe O<sub>2</sub> = 22,4 (233), worin Fe = O<sub>2</sub> = 11,2.

Ganz analog ergibt sich nun unmittelbar für den Quarz:

$$\begin{array}{l} \text{Si O}_2 = 22,6 \text{ (236)} \\ \text{Vol. Si} = \text{O}_2 = 11,3 = 2 \times 5,65 \\ \text{also Vol. Si} = 11,3 \text{ wie beobachtet (236)} \\ \text{und Vol. O}_2 = 11,3 \text{ wie im Periklas und Magneteisen.} \end{array}$$

Auch für den Quarz, wie für das Eisendioxyd wiederholt wie es scheint sich die Thatsache, dass die Volume der *Componenten*, nämlich des *Siliciums* und des *Sauerstoffs* einander *gleich* sind.

Ich will hier, um anzudeuten, in wie weiten Gebieten diese Wahrnehmungen von Einfluss werden, im Voraus bemerken, dass auch der *Wasserstoff* =  $H_2$  mit dem Volum 5,3 bis 5,6 des *Sauerstoffs* im *basischen* Wasser enthalten ist; dass also  $H_2O$  als *basisches* Wasser das Volum 10,7 bis 11,3 hat, wie die Basis  $RO$  (229); während dem Wasserstoff im *Krystallwasser*, welches schon bei oder unter  $100^\circ$  entweicht, das *doppelte* Volum zukommt, so dass das Krystallisationswasser mit dem Volum  $3 \times (5,3 \text{ bis } 5,6) = 16,0 \text{ bis } 16,8$  auftritt.

Den *Nachweis* dieser Thatsache muss ich mir jedoch an anderer Stelle zu liefern vorbehalten.

Mannheim im October 1873.

---

**XLIII. Die Beziehungen der Brennweite und der conjugirten Punkte einer Linse durch eine neue Formel dargestellt von J. Müller, Professor zu Freiburg i. B.**

Bezeichnet man mit  $f$  die Brennweite  $oF$  (Fig. 1) einer *Sammellinse*, mit  $g$  die Entfernung  $oG$  eines leuchtenden Punktes  $G$  und mit  $b$  die Entfernung seines conjugirten Punktes  $B$  von der Mitte der Linse, so ist bekanntlich

$$b = \frac{f \cdot g}{g - f} \quad (1)$$

eine Formel, welche die Beziehungen zwischen  $b$ ,  $g$  und  $f$  keineswegs leicht und klar übersehen lässt; weit übersicht-



licher stellen sich die Beziehungen der conjugirten Punkte zu einander dar, wenn man ihre Lage nicht auf die Mitte der Linse, sondern auf die entsprechenden Brennpunkte bezieht.

Figur 1.



Bezeichnen wir mit  $x$  die Entfernung des Punktes  $G$  von dem Brennpunkt  $F$  der Linse, welcher mit  $G$  auf der gleichen Seite liegt, so ist

$$g = f + x. \quad (2)$$

Bezeichnen wir ferner mit  $y$  die Entfernung des Bildes  $B$  von dem Brennpunkt  $F'$ , so ist

$$b = f + y \quad (3)$$

und wenn man diese Werthe von  $g$  und  $b$  in Gleichung (1) setzt, so ergibt sich

$$xy = f^2 \quad (4)$$

eine höchst einfache Gleichung, welche sich in Worten so ausdrücken lässt:

*Die Brennweite einer Sammellinse ist die mittlere Proportionale zwischen den Abständen der beiden conjugirten Punkte von den entsprechenden Brennpunkten.*

Nach Gleichung (4) lässt sich der Werth von  $y$  ohne weitere Rechnung angeben, wenn der Werth von  $x$  als ein Vielfaches von  $f$  gegeben ist, denn für  $x = nf$  ist  $y = \frac{1}{n}f$ . So ergeben sich z. B. leicht folgende zusammengehörige Werthe von  $x$  und  $y$ :

$x$	$y$
$100000 f$	$\frac{1}{100000} f$
$100 f$	$\frac{1}{100} f$
$10 f$	$\frac{1}{10} f$
$5 f$	$\frac{1}{5} f$
$2 f$	$\frac{1}{2} f$ <sup>1)</sup>
$f$	$f$
$\frac{1}{2} f$	$2 f$
$\frac{1}{5} f$	$5 f$

u. s. w.

Da  $x$  und  $y$  reciproke Werthe haben, so ist klar, dass grossen Werthen von  $x$  kleine Werthe von  $y$  entsprechen und dass entferntere Gegenstände sehr bedeutende Verschiebungen erleiden können, ohne dass die Lage des Bildes merklich geändert wird. Wenn z. B. ein Gegenstand aus *unendlicher* Entfernung bis auf 51 Brennweiten an die Linse oder bis auf 50 Brennweiten an ihren Brennpunkt heranrückt, so entfernt sich das Bild auf der andern Seite nur um  $\frac{1}{50}$  der Brennweite von derselben.

Die Gleichung (4) ist aber auch sehr geeignet, um das *Grössenverhältniss*  $v$  zwischen Bild und Gegenstand zu übersehen. Bekanntlich verhält sich die Grösse des Bildes zur Grösse des Gegenstandes wie die Entfernung des Bildes ( $b$ ) zur Entfernung des Gegenstandes ( $g$ ) von der Mitte der Linse, wir haben also

$$v = \frac{b}{g}$$

und wenn wir für  $b$  und  $g$  ihre Werthe bei (3) und (2) setzen

$$v = \frac{f+y}{f+x} = \frac{f + \frac{f^2}{x}}{f+x} = \frac{fx + f^2}{fx + x^2} = \frac{f}{x}$$

1) Der in unserer Figur dargestellte Fall.

oder, wenn  $x$  als ein Vielfaches von  $f$  ausgedrückt ist

$$v = \frac{f}{n f} = \frac{1}{n}. \quad (5)$$

Ist also der Gegenstand um  $n$  Brennweiten von dem auf gleicher Seite liegenden Brennpunkte der Linse entfernt, so ist also das Bild  $\frac{1}{n}$  mal so gross wie der Gegenstand. Beträgt z. B. der Abstand des Gegenstandes von dem entsprechenden Brennpunkte

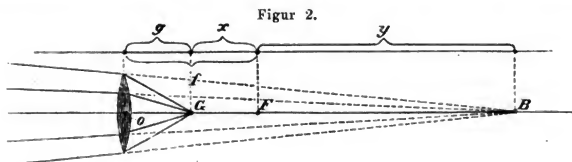
10, 5, 2, 1,  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{5}$ ,  $\frac{1}{10}$  Brennweiten,

so ist das Bild

$\frac{1}{10}$ ,  $\frac{1}{5}$ ,  $\frac{1}{2}$ , 1, 2, 5, 10 mal

so gross wie der Gegenstand.

Die positiven Werthe von  $x$  in Gleichung (4) sind von  $F$  (Fig. 1) nach der Rechten, die positiven Werthe von  $y$  aber sind von  $F'$  nach der Linken zu zählen. Wenn nun der leuchtende Punkt  $G$  der Linse *näher* rückt als der Brenn-



punkt  $F$ , wenn er sich zwischen  $F$  und  $o$  befindet (Fig. 2), so wird  $x$  negativ; einem negativen Werthe von  $x$  entspricht aber nach Gleichung (4) auch ein negativer Werth von  $y$  und diese negativen Werthe von  $y$  sind offenbar von  $F$  nach der Rechten zu zählen.

Für  $x = -\frac{1}{2}f$  z. B. wird  $y = -2f$ , wenn also der leuchtende Punkt wie in Fig. 2 in der Mitte zwischen  $o$  und  $F$  liegt, so werden die von ihm aus auf die Linse fallenden Strahlen nach ihrem Durchgang durch dieselbe so *divergiren*, als ob sie von einem Punkte  $B$  kämen, welcher um 2 Brennweiten rechts von  $F$  liegt.

Es versteht sich von selbst, dass die gleiche Formel (4) auch für *Hohlspiegel* gilt, nur sind alle positiven Werthe von

$x$  und  $y$  von dem gleichen Punkte, dem Brennpunkte aus vom Spiegel weg, die negativen in der Richtung vom Brennpunkte aus nach der entgegengesetzten Seite zu zählen.

Dieselbe Gleichung (4) gilt aber auch noch für *Hohllinsen*, deren Zerstreungsweite  $f$  ist. Sie ergibt sich, wenn man in der Gleichung

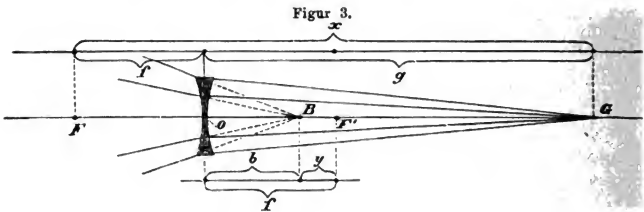
$$b = -\frac{fg}{g+f}, \quad (6)$$

welche die Beziehungen zwischen der Zerstreungsweite  $f$ , der Gegenstandsweite  $g$  und der Bildweite  $b$  für Hohllinsen ausdrückt,

$$g = x - f$$

$$b = f - y$$

setzt. Es ist also hier  $x = g + f$  (vgl. Fig. 3) die Entfernung des leuchtenden Punktes  $G$  von dem Zerstreungspunkte  $F$



der andern Seite und  $y = f - b$  der Abstand des Bildes vom andern Zerstreungspunkte  $F'$ . Auch hier findet wieder zwischen  $x$  und  $y$  die einfache Beziehung statt, dass  $y = \frac{1}{n} f$ , wenn  $x = n f$ . In dem in Fig. 3 dargestellten Falle ist z. B.  $x = 4 f$  und  $y = \frac{1}{4} f$ .

Wenn der leuchtende Punkt in  $F'$  liegt, so ist  $x = 2 f$ , also  $y = \frac{1}{2} f$ , das Bild liegt in der Mitte zwischen  $F'$  und der Linse.

**XLIV. Ueber elektrisches Glimmlicht;  
von W. Feddersen.**

**I**n Nachstehendem möchte ich mir erlauben, auf eine kleine Erscheinung zwischen den Polen der Holtz'schen Maschine aufmerksam zu machen, deren soviel ich weiss, nirgends Erwähnung geschieht, und die doch nicht ohne Interesse ist.

Versetzt man eine Influenzmaschine in Thätigkeit, während ihre in Kugeln endigenden Elektroden einander berühren, und bringt alsdann dieselben in immer grössere Entfernung von einander, so gleichen sich die beiden Elektricitäten zuerst durch einen Strom von mehr oder weniger starken und leuchtenden Funken aus; dann tritt die Büschelentladung auf, und wenn der Abstand auch für diese zu gross wird, bedeckt sich die positive Kugel auf einer bei wachsender Entfernung der Elektroden im Allgemeinen abnehmenden Fläche mit mattem Glimmlicht, während der negative Pol in der Regel ganz dunkel bleibt — letzteres, eine Erscheinung, die übrigens nur bei fast völliger Dunkelheit wahrzunehmen ist.

Diese verschiedenen Formen der Lichterscheinung sind bereits vielfach beobachtet und mehrfach beschrieben. Ich möchte indess hierbei auf den Umstand aufmerksam machen, dass in dem letzten Stadium der fast licht- und geräuschlosen Entladung auf der positiven Kugel kleine leuchtende Sterne hervortreten, die sich bei Wiederannäherung der Pole vergrössern und — vorausgesetzt, dass diese Annäherung nicht, wie zuweilen geschieht, eine plötzliche Aenderung der ganzen Erscheinung hervorruft — anfangs in runde Flecke von Glimmlicht übergehen, um sich später in dem nunmehr mattleuchtenden Felde aufzulösen.

Von diesen Sternen ist oft ein ganzes System auf der positiven Kugel zu sehen; sie treten am besten bei grösserer Entfernung der Elektroden hervor, wenn das *allgemeine* Glimmlicht für das Auge erloschen ist. Im Gegensatz zu dem steten Wechsel, der die sonstigen Lichterscheinungen charakterisirt, besitzen sie eine merkwürdige Stabilität. Das Merkwürdigste aber ist, dass sie ganz und gar von der gegenüber-

stehenden negativen, bei oberflächlicher Betrachtung für ganz lichtlos gehaltenen Kugel abhängig sind. Dreht man nämlich diese negative Kugel um eine in der Verbindungslinie liegende (oder auch nur ihr nahe gelegene) Axe, so *dreht sich* das ganze positive System der leuchtenden Punkte mit ihr, *während es seinen Ort im Raume unverändert beibehält*, wenn diejenige Kugel, worauf es sich selbst befindet, in ähnlicher Weise gedreht wird. Es ist mir öfters gelungen, ein solches System um  $360^\circ$  und [mehr mit der gegenüberstehenden Kugel zu drehen, ohne dass es die geringste Aenderung in der gegenseitigen Lage der Punkte gezeigt hätte. Oftmals allerdings trat bei der Drehung eine Aenderung ein, aber nicht in der Weise, dass die Sterne jener Drehung nicht oder nur langsam folgten, sondern der Art, dass einzelne dieser Sterne plötzlich verschwanden, oder an bisher dunklen Stellen neue auftauchten.

Auch bei einer Drehung um eine anders gelegene Axe bleibt die charakteristische Eigenthümlichkeit bestehen, dass die leuchtenden Punkte auf der positiven Kugel in Bezug auf ihre Lage im Raum von dem gegenüberstehenden negativen Pole abhängen, wenn sich diese Eigenthümlichkeit dann auch nicht so überraschend zeigt, weil bei einer solchen Bewegung die Punkte entweder über die Kugel, worauf sie liegen, hinaustreten oder die letztere unter ihnen vorrückt, wodurch sie erlöschen.

Bei aufmerksamer Betrachtung findet man, dass diesen leuchtenden Glimmpunkten oder wenigstens den helleren derselben ganz feine und kurze, meist kaum sichtbare Lichtpinsel auf der gegenüberstehenden negativen Kugel entsprechen, an denen man ein feines zirpendes Geräusch und einen starken elektrischen Wind bemerkt. Dieser Umstand, sowie die Beobachtung, dass die Lichtpunkte bei Annäherung der Elektroden in Flächen wirklichen Glimmlichtes übergehen, ohne die erwähnte charakteristische Eigenthümlichkeit zu verlieren, drängt zu dem Schlusse, dass das hier beobachtete Glimmlicht überhaupt eine wesentlich von der gegenüberstehenden negativen Kugel hervorgerufene Erscheinung ist. Es scheint, dass an den Punkten grösster Dichtigkeit (die auf einer polirten Kugel wahrscheinlich durch anhängende Staubtheilchen gebildet werden) die negativ elektrisirten Luftpartikelchen normal zur

Oberfläche, jedoch kegelförmig in die umgebende Luft ausströmen, dass aber die Richtung der Kegelaxe eine andere und der Oeffnungswinkel des Kegels kleiner und kleiner wird, je mehr die elektrisirten Theilchen aus der Abstossungssphäre in die Anziehungssphäre des positiven Poles vorrücken, bis sie in der Anordnung eines Cylinders oder eines entgegengesetzt gerichteten Kegels die positive Kugel erreichen.<sup>1)</sup>

Da das Galvanometer auch für diese Art der Entladung, wie ich mich überzeugt habe, einen wenn auch schwächeren Strom anzeigt, so würden wir hier in der die beiden Pole verbindenden Luftstrecke einen elektrischen Strom haben, der scheinbar nur durch die Bewegung der einen von beiden Elektricitäten vermittelt wird. Es ist wohl möglich, dass diese Art der Entladung gewissermassen aus lauter Entladungsanfängen besteht. Wenn es die Elektricität der negativen Kugel ist, die jeden Entladungsanfang bildet, so hat dies nach den Untersuchungen von Wiedemann und Rühlmann<sup>2)</sup>, die bei gleichen Potentialwerthen auf beiden Polen stets ein leichteres Hervorbrechen der negativen Electricität fanden, nichts Ueberraschendes. Dass mit diesem leichteren Hervorbrechen die Beschaffenheit des beobachteten Lichts zusammenhängt, darf man indess wohl kaum annehmen, da die genannten Beobachter (a. a. O. S. 251) das Glimmlicht stets an dem negativen Pole fanden, entsprechend wie man es bei den Geissler'schen Röhren zu sehen gewohnt ist.

Die besprochene Erscheinung an dem positiven Glimmlicht — in Folge seines Ursprungs und seiner Abhängigkeit vom negativen Pole könnte man sich versucht fühlen, es *negativ* zu nennen — habe ich, vorausgesetzt, dass keine Condensatoren dem Leitungsbogen angelegt waren, bei Influenzmaschinen der verschiedensten Konstruktion hervortreten sehen; ich habe ferner, wenn auch nicht bei jeder möglichen, so doch bei ver-

1) Bei Anwendung einer besonderen Form des negativen Poles, nämlich einer Kugel, auf deren Polfläche seitlich vom Scheitelpunkte eine feine, etwa  $\frac{1}{4}$ mm hervorragende Spitze angebracht war, ist es vorgekommen, dass ein dieser Beschreibung entsprechender Raum zwischen beiden Elektroden mit schwachem bläulichen Lichtschein vollständig sichtbar war.

2) Diese Ann. Bd. 145 S. 384.

schiedener und ungleicher Grösse der Polkugeln die einseitig beweglichen Punkte hervorrufen können; ebenso, wenn ich den negativen Pol theilweise (in einzelnen Fällen sogar gänzlich) ableitete; weniger gut, wenn durch eine theilweise Ableitung (durch Annäherung einer am abgekehrten Ende abgeleiteten Geissler'schen Röhre) die Dichtigkeit auf dem positiven Pole herabgedrückt wurde. Im Allgemeinen zeigte sich indess, dass das Phänomen am besten und leichtesten hervorgehoben wurde, wenn die Grösse der Polkugeln innerhalb gewisser Grenzen (an meiner eigenen Maschine zwischen 18 und 25<sup>mm</sup> Durchmesser) lag und die Pole beide isolirt waren. Dann hielt es nicht schwer, eine passende Rotationsgeschwindigkeit der Maschine und einen passenden Abstand der Pole zu finden, wobei die Erscheinung der hellen mit der gegenüberliegenden Kugel beweglichen Glimmpunkte charakteristisch hervortrat.

Durch eine geeignete Form der Elektroden das Phänomen mit umgekehrtem Zeichen der Elektricitäten hervorzurufen, ist mir nicht gelungen. Als ich auf der positiven Elektrode nahe ihrem Scheitelpunkte eine kurze (etwa  $\frac{1}{4}$  mm lange) metallische Spitze aufsetzte, zeigte sich bei passender Entfernung und passender Rotationsgeschwindigkeit der Maschine an dieser Spitze ein feiner Lichtpinsel und auf der gegenüberstehenden negativen Kugel röthlich leuchtende Punkte oder kleine Büschel, die allerdings meistens im Sinne der ihr gegenüberstehenden Elektrode ihre Lage veränderten. Allein die Erscheinung entbehrte der Stabilität und Regelmässigkeit, wie ich sie bei vertauschtem Zeichen der Elektricitäten beobachtete. Die auf der ruhenden negativen Elektrodenkugel befindlichen Lichtpunkte oder Büschelansätze veränderten häufig unetw. ihren Ort und der Eindruck, den man früher gehabt, als wenn die bläulichen Glimmlichtpunkte durch starre unsichtbare Fäden mit der gegenüberstehenden Kugel verbunden wären, machte sich nicht geltend. Unter den gegebenen Verhältnissen das Glimmlicht am *negativen* Pole zu erzeugen, habe ich mich vergeblich bemüht; es ist eine alte, vielfach erwähnte Erfahrung, dass bei der Elektrisirmaschine in gewöhnlicher Luft das negative Glimmlicht weit schwieriger herzustellen ist, als das positive.



**XLV. Einige Versuche über die Wirkungen des Magnetismus auf die elektrischen, in der Verlängerung der Axe des Magneten stattfindenden Entladungen in einem verdünnten Gase; von Aug. de la Rive<sup>1)</sup> und Ed. Sarasin.**

In der ersten Arbeit, die wir über die Wirkung des Magnetismus auf Gase, durch die elektrische Entladungen gehen, angestellt haben, wurde zunächst die Wirkung des Magneten auf *senkrecht* zu seiner Axe erfolgende Entladungen untersucht. Wir fanden, dass in diesem Fall der Magnet, zwischen dessen beiden Polen die Geissler'sche Röhre sich befindet, ausser der Ablenkung, Condensation und Glanzvermehrung des leuchtenden Theiles, eine merkliche Verminderung der Elasticität der Gassäule in dem Theile bewirkt, der am directesten der magnetischen Wirkung unterworfen ist. Diese Zunahme der Dichte, die auf Kosten der übrigen Gasmasse zugleich mit der Condensation des leuchtenden Theiles eintritt, variirt mit der Natur des Gases; sie ist geringer beim Wasserstoff als bei der Kohlensäure, geringer bei der letzteren als bei gewöhnlicher Luft, d. h. die Wirkung tritt um so stärker hervor, je besser das Gas die Electricität leitet. Uebrigens ist diese Wirkung beträchtlicher in dem Theil der Entladung, der der negativen Elektrode zunächst liegt, als in der übrigen vom Strom durchflossenen Gassäule. In Bezug auf die *Verminderung* der Leitungsfähigkeit des Gases, von der bekannt war, dass sie in Folge der Wirkung des Magnetes einträte, haben wir gefunden, dass sie sich ebenfalls sehr beträchtlich mit der Natur der Gase ändert, und dass sie um so bedeutender ist, je besser das betreffende Gas leitet.

In derselben Arbeit haben wir alsdann die Wirkung einer *in der Richtung der Verbindungslinie* der beiden Pole folgenden Entladung untersucht. Hier haben wir nicht wie im vorigen

1) Leider ist der hochverdiente Forscher, Herr de la Rive, während des Druckes dieser Abhandlung am 27. November 1873 in einem Alter von 72 Jahren gestorben.

Fall eine Verminderung, sondern vielmehr eine sehr merkliche *Vermehrung* der Intensität des Stromes erhalten. Wir hatten uns damit begnügt, zu constatiren, dass in der Geissler'schen Röhre die axial zwischen die beiden Magnetpole gebracht ist, diese Verminderung des Widerstandes um so beträchtlicher ausfällt, je besser das Gas leitet und je geringer der Druck des Gases ist. Um unsere früheren Beobachtungen zu vervollständigen, haben wir diesen Versuch wieder aufgenommen. Es sei uns gestattet, hier kurz die Resultate der letzten Versuche, zu denen wir gelangt sind, wiederzugeben, obgleich sie noch recht unvollständig sind.

Statt wie bei unseren ersten Versuchen den Hufeisen-elektromagneten mit horizontalen Spiralen und einander in einem Abstände von  $10^{\text{mm}}$  (wodurch es nöthig wurde, die Geissler'sche Röhre in die Durchbohrung der weichen Eisenkerne zu stecken) gegenüberstehenden Polen anzuwenden, haben wir in den vorliegenden Versuchen einen säulenförmigen Elektromagneten benutzt; es wirkt dann nur einer der beiden magnetischen Pole auf den Funken. Der Apparat, in dem die Entladung erfolgte, war eine Geissler'sche Röhre oder eine geräumige Glocke, die auf das obere Ende des weichen Eisencylinders so aufgesetzt war, dass die Verbindungslinie der beiden Elektroden sich in der Verlängerung der Magnetaxe befand.

Wir stellten zunächst Versuche mit Geissler'schen Röhren an, die  $30^{\text{cm}}$  lang und  $32^{\text{mm}}$  weit waren, und bei denen die Elektroden aus Platindraht bestanden. Eine Röhre enthielt Stickstoff, eine andere Wasserstoff; beide Gase befanden sich unter einem sehr geringen, nach dem Aussehen der Entladung zu urtheilen etwa  $1^{\text{mm}}$  oder noch weniger betragenden Druck. Der von einem Ruhmkorff'schen Apparat mittlerer Grösse gelieferte Inductionsstrom wurde durch vier Grove'sche Elemente erregt, durchfloss die Geissler'sche Röhre und alsdann den bereits bei den früheren Untersuchungen benutzten Abzweigungsapparat. Die Intensität des Stromes, der das hinlänglich weit vom Magneten angebrachte Galvanometer durchfloss, war durch die Abzweigung auf eine sehr geringe Intensität gebracht; an diesem schwachen Strom

wurden die Aenderungen in der Intensität der Entladungen, wenn sie der Wirkung des Magneten ausgesetzt waren, bestimmt. Der letztere wurde durch 20, 25, 30 und oft sogar durch 40 Bunsen'sche Elemente erzeugt.

Ging die Entladung des Ruhmkorff'schen Inductionsapparates durch eine der beiden Geissler'schen Röhren, so zeigte sich an der negativen Elektrode eine schöne blaue Aureole, die sich bis zu den Wänden der Röhre fortsetzte, jenseits derselben war ein langer dunkler Raum, auf den dann bis zur positiven Elektrode breite Streifen folgten. Das Aussehen dieser Entladung ändert sich unter dem Einfluss des Elektromagneten, wenn die negative Elektrode sich unten, d. h. sich unter dem unmittelbaren Einfluss des magnetischen Poles befindet, vollständig. Sobald man nämlich den Magnetismus erregt, so verwandelt sich die negative Aureole, die auf einer Länge von 35<sup>mm</sup> den ganzen Durchmesser der Röhre erfüllte in einen dünnen, sehr stark leuchtenden Cylinder von 8 bis 9<sup>mm</sup> Durchmesser, der sich durch die ganze vorher von dem dunklen Raum und den positiven Streifen eingenommene Länge bis zur positiven Elektrode erstreckt. Dabei zeigt er ausser den Streifen und der Farbe für die positive Seite ein analoges Aussehen, und ist dabei etwa 8 bis 10<sup>mm</sup> dick. Macht man die Versuche statt in einer Geissler'schen Röhre in einer grossen Glocke oder in einem der Ballons mit positivem Ringe, wie sie zur Erzeugung des negativen Nordlichtes dienen, so erhält man stets die nämliche Erscheinung, d. h. an Stelle der breiten kugelförmigen Aureole, die sich um die isolirte negative Elektrode bei niedrigem Drucke bildet, tritt ein blauer dünner lebhafter Funke auf, der zuweilen den Anblick einer aus der positiven Elektrode hervorkommenden lebhaften Flamme bot. Der negative Funke entwickelt sich stets in der Verlängerung der Axe des Elektromagneten, selbst dann, wenn die positive Elektrode ein mit der negativen in derselben Ebene gelegener horizontaler Ring ist. Die Electricität, die gewöhnlich nach allen Richtungen gleichmässig aus der Elektrode ausströmt, tritt jetzt nur noch in einer einzigen Richtung aus. Diese Erscheinung zeigt sich indessen mit dieser Intensität nur bei sehr niedrigem Drucke von 1<sup>mm</sup> oder noch

weniger; je grösser die Elasticität des Gases wird, um so mehr verkürzt sich die negative Entladung, um der positiven Platz zu machen. Bei  $2^{\text{mm}}$  Druck etwa wird diese abstossende Kraft, die der Magnet auszuüben scheint, merklich.

Auf die oben beschriebene Art werden die Entladungen durch den Magnetismus in ihrem Aussehen modificirt. Die Entladung selbst ist von einer sehr merklichen Vergrösserung des Widerstandes des verdünnten Gases beim Durchgang der Electricität begleitet. Wie wir schon bemerkt und in der oben erwähnten Arbeit ausgeführt haben, bewirkt der Magnet, wenn die Entladung in *axialer* Richtung erfolgt, eine merkliche Vergrösserung der Intensität des Stromes. Stellten wir die oben beschriebene Geissler'sche Röhre vertikal auf das obere Ende des Cylinders von weichem Eisen, und befand sich die negative Electrode unten, so erhielten wir ohne Magnetisirung einen Ausschlag von  $20^{\circ}$  am Galvanometer; wurde dagegen der Magnet durch 25 Bunsen'sche Elemente erregt, so betrug der Ausschlag  $40^{\circ}$ . Eine Röhre, die mit Stickstoff gefüllt war, ergab, wenn der Magnet nicht erregt war, einen Ausschlag von  $20^{\circ}$ , wenn er erregt war, von  $30^{\circ}$ . Bei einem anderen Versuch erhielten wir bei Anwendung einer mit Wasserstoff gefüllten Röhre, wenn wir den Magneten durch 40 Bunsen'sche Elemente erregten, einen Ausschlag von  $55^{\circ}$ ; ohne Anwendung des Magneten betrug er nur  $12^{\circ}$ ; bei Benutzung einer Stickstoffröhre betrug die beiden Ausschläge  $35^{\circ}$  und  $10^{\circ}$ . Man ersieht aus diesen Zahlen, die aus einer grossen Anzahl analoger ausgewählt sind, dass die Intensität einer durch eine Geissler'sche Röhre stattfindenden Entladung durch die Einwirkung eines hinlänglich starken Elektromagneten auf das Vierfache gesteigert werden kann. Diese Vergrösserung der Intensität zeigt sich schon bei der directen Betrachtung der Geissler'schen Röhre, die negative Electrode wird nämlich roth und zeigt, sobald der Magnet erregt wird, eine beginnende Schmelzung. Man sieht ferner, wie wir auch bereits angeführt haben, dass die Wirkung beim Wasserstoff stärker als bei der Luft ist und dass die Zunahme der Intensität des Stromes um so grösser ist, je besser das Gas leitet.

Wird die positive Electrode der directen Einwirkung des

Magneten unterworfen, so zeigt sich fast keine wahrnehmbare Aenderung in dem Ansehen und der Intensität der Entladung.

Die Erscheinung ist ganz unabhängig von der Richtung der Magnetisirung.

Bringt man mehrere Geissler'sche Röhren, die alle auf gleiche Weise auf das obere Ende des Elektromagneten aufgesetzt sind und die alle ihre negativen Elektroden unten haben, in den Stromkreis, so wird die Wirkung auf die Intensität des Stromes, der sie alle durchläuft, nur noch grösser.

Wenn aber ausser einer oder mehrerer Röhren, die sich unmittelbar unter dem Einflusse des Magneten befinden, sich noch eine andere irgendwo im Stromkreis befindet, die ganz ausser dem Bereich des Magneten ist, so ist die Wirkung desselben auf die Intensität des Stromes fast vollständig vernichtet, obgleich die Modificationen, welche in der Gestaltung des Lichtes in den auf dem Magneten stehenden Röhren auftreten, sich auch jetzt noch sehr deutlich zeigen.

Es scheint demnach, dass hier die Wirkung eines eigenthümlichen und besonders starken Widerstandes bei dem Austritt aus der negativen Elektrode vorliegt und dass dieser Widerstand durch die Einwirkung des Magneten überwunden wird.

Eine letzte Beobachtungsreihe hat uns diese Ansicht noch wahrscheinlicher gemacht und hat uns gezeigt, dass die Dimensionen der negativen Elektrode, die merklich auf die Dimensionen der Aureole von Einfluss sind, auch einen Einfluss ausüben auf die Vergrösserung der Intensität, die der Magnet bei einer axialen Entladung bewirkt. Benutzten wir bei den Versuchen die grosse Glocke, so erhielten wir eine grosse, eine kleine oder gar keine Vergrösserung der Intensität, je nachdem wir als negative Elektroden eine grosse Kugel, eine kleinere Kugel oder eine Spitze benutzten.

Wir haben hier nur eine kurze Uebersicht der That-sachen geben wollen, ohne für jetzt wenigstens theoretische Consequenzen daraus abzuleiten.

**XLVI. Ueber die Dissociation der wasserhaltigen Salze; von G. Wiedemann.**

Schon im Jahre 1844 theilt Eilhard Mitscherlich in der 4. Auflage seines Lehrbuchs der Chemie S. 565 folgende Beobachtung mit: „Bringt man Krystalle von schwefelsaurem Natron mit Krystallwasser in den luftleeren Raum des Barometers, so sinkt bei 9° die Quecksilbersäule um  $2\frac{1}{2}$  Linien, indem das chemisch gebundene Wasser sich aus der Verbindung ausscheidet und luftförmigen Zustand annimmt. Wasser dagegen bringt ein Sinken von 4 Linien hervor.“ Er folgert aus dieser Beobachtung: „dass die chemische Verwandtschaftskraft des Krystallwassers zum schwefelsauren Natron daher gleich ist dem Druck einer Quecksilbersäule von  $1\frac{1}{2}$  Linien oder ungefähr  $\frac{1}{16}$  Pfund auf den Quadratzoll.“

Diese frühe Beobachtung und Messung einer wichtigen Dissociationserscheinung ist fast völlig unbeachtet geblieben, selbst als in neuerer Zeit die Untersuchungen von H. St. Claire Deville und Anderen von Neuem die Aufmerksamkeit auf die allmählich mit Erhöhung der Temperatur fortschreitende Zersetzung einer gegebenen Menge einer Verbindung lenkten. Es schien mir deshalb nicht ohne Interesse, an jene Beobachtung anknüpfend, eine Reihe von Messungen über die Spannkraft des Krystallwassers bei verschiedenen Temperaturen anzustellen. Ich erlaube mir, im Folgenden die Methode der Untersuchung und einige Beobachtungsreihen mitzutheilen, welche zu verschiedenen Zeiten (die ersten schon im Jahre 1864) ausgeführt wurden.<sup>1)</sup> Die Versuche bieten in sofern eine Schwierigkeit, als es zur Erlangung zuverlässiger Resultate durchaus nöthig ist, die Krystalle frei von anhängendem oder eingeschlossenem Wasser und ohne gleichzeitige Einführung von Luft in das Vacuum des Barometers zu bringen. Letzterer Uebelstand

1) Inzwischen hat auch Debray (Compt. rend. T. LXVI p. 194. 1868) eine Bestimmung der Spannkraft des phosphorsauren Natrons mit 14—28 und weniger als 14 Aeq. Wasser veröffentlicht, indess ohne Angabe der Beobachtungsmethode.

tritt aber stets ein, wenn man die gefüllten Barometerröhren mit ihrem offenen Ende in Quecksilber senkt und nun ohne Weiteres die Krystalle durch das Quecksilber in das Vacuum hinaufsteigen lässt. Bei diesem Verfahren erhält man sehr veränderliche Beobachtungswerthe. Es musste also namentlich auf möglichste Beseitigung obiger Fehlerquellen Obacht genommen werden. Es geschah dies in folgender Weise: Zur Aufnahme der Krystalle dienten Glasröhren von etwa 26 cm. Länge und 8 mm. innerer Weite, deren eines Ende offen, deren anderes, geschlossenes zu einer Kugel von etwa 10 mm. Durchmesser aufgeblasen war. Diese Röhren wurden zuerst mit ausgekochtem Quecksilber gefüllt. Hierzu wurden sie mittelst eines Kautschukstopfens luftdicht in den einen Tubulus *a* (Fig. 1. Taf. V) einer doppelt tubulirten Vorlage *c* eingesetzt. In den anderen Tubulus *b* derselben war in gleicher Weise ein rechtwinklig gebogenes Rohr von Eisen *d* eingesetzt, an welches seitlich ein Rohr *k* angefügt war. Der verticale Theil dieses Rohres trug oben luftdicht ein weiteres Gefäss *f*, von welchem aus eine engere Röhre *e* durch den verticalen Theil der Röhre *d* bis in ihre Biegung hineinführte. Die Röhre *e* war unterhalb des Gefässes *f* durch einen Hahn *g* geschlossen. Das Gefäss *f* wurde mit Quecksilber gefüllt, und der horizontale Theil *k* des Rohres *d* mittelst eines Kautschukschlauchs unter Zwischenfügung eines Chlorecalciumrohres mit einer Jolly'schen Quecksilber-Luftpumpe verbunden. Die Röhre *r* wurde stark erhitzt und der Apparat zu wiederholten Malen bis auf etwa 1 mm. Quecksilberdruck evacuirt und durch das Chlorecalciumrohr mit trockener Luft gefüllt, um so alle Feuchtigkeit von den Wänden der Röhre zu entfernen. Darauf wurde der Apparat noch einmal möglichst luftleer gepumpt und durch Oeffnen des Hahnes *g* die Röhre *r* mit Quecksilber gefüllt. Sodann wurde die Röhre *r* durch Drehen der Vorlage *c* um das Rohr *d* ein wenig schräg gestellt, und das Quecksilber darin, während das Vacuum erhalten wurde, von unten anfangend ausgekocht, sodann Luft zugelassen und die mit Quecksilber gefüllte Röhre entfernt. — Diese Methode ist sehr bequem zum Auskochen von Barometerröhren, die hierbei sehr schnell vollkommen trocken und luftfrei mit Quecksilber gefüllt werden können

und viel weniger dem Springen ausgesetzt sind, als bei dem gewöhnlichen Verfahren.

Vermittelt einer Pipette mit feiner Spitze wurde sodann aus dem oben offenen Ende der Röhren *r* das Quecksilber auf etwa 2 bis 2,5 c. Länge entfernt und an seine Stelle eine Anzahl sorgfältigst ausgesuchter Krystalle des zu untersuchenden Salzes mittels einer Pincette gebracht und über denselben eine U förmige Spange von Uhrfederstahl, welche gegen die inneren Wände der Glasröhre federte und vorher über Schwefelsäure getrocknet war, mit ihrer Biegung nach unten in die Röhre eingedrückt. Um die Krystalle und die Spange ohne mitgerissene Luft in das Quecksilber einzuführen, wurde darauf die Röhre *r* mittels eines Kautschukschlauches mit dem unteren, offenen Ende einer zweiten, über dieselbe passenden U förmigen Stahlröhre *h* Fig. 2 verbunden. In dem oberen Ende der Röhre *h* war, ebenfalls mittelst eines etwa 3 cm. langen Kautschukschlauches ein etwa 3 mm. dicker, an seinem unteren, bis an die Röhre *r* reichenden Ende amalgamirter Messingdraht *i* luftdicht eingefügt. Durch den horizontalen Theil des Rohres *h* wurde wiederum mittelst der Luftpumpe die Luft in dem Apparat bis auf etwa 1 mm. Quecksilberdruck evacuirt. Sodann wurde der Messingstab *i* hinuntergedrückt und dadurch die Spange mit den unter ihr befindlichen Krystallen bis unter das Niveau des Quecksilbers im Rohre *r* gebracht. Stab *i* wurde darauf wieder gehoben und nach dem Zulassen von Luft das Rohr *r* von dem Rohre *h* losgelöst. Darauf wurde ferner mittelst eines sehr sorgfältig amalgamirten Kupferdrahtes die Spange mit den Krystallen bis an das untere Ende des Rohres vorgeschoben, so dass die Spange noch gerade im engeren Theile desselben über der Erweiterung haftete. Nach Entfernung des Kupferdrahtes, bei dessen völliger Benetzung mit Quecksilber keine Luft in das Rohr *r* kommen konnte, wurde dasselbe wiederum an die Vorlage *c* des Apparates Fig. 1 angesetzt und nach dem Auspumpen der Luft bis an den Rand mit Quecksilber gefüllt.

Die so vorgerichteten Röhren wurden in einen Apparat eingesetzt, der ähnlich construirt war, wie der von Wüllner <sup>1)</sup>

1) Wüllner, Diese Ann. Bd. CIII. S. 535. 1858.



zur Messung der Spannkraft der Dämpfe von Salzlösungen benutzte.

Ein 29<sup>cm.</sup> langes Stück *l* eines starken Flintenlaufes Fig. 3 wurde durch eiserne Schrauben an beiden Enden geschlossen. In Abständen von je 33<sup>mm.</sup> wurden auf dasselbe acht, je 25<sup>mm.</sup> lange Eisenröhren von 10<sup>mm.</sup> innerem Durchmesser fest aufgeschraubt, in welche aussen einige Rinnen eingedreht waren. Zur besseren Dichtung wurden diese Röhren, so wie die an den Enden des Flintenlaufes eingeschraubten Schrauben noch ausserhalb durch Hartloth mit dem Laufe fest verlöthet. Sie ragten nicht bis in den inneren Hohlraum des Flintenlaufes hinein. Auf die Röhren wurden starke, je 40<sup>mm.</sup> lange Kautschukröhren von 6<sup>mm.</sup> innerem Durchmesser aufgeschoben und mittelst Eisendrächten, deren freie Enden durch eine Zange zusammengedreht wurden, mit grosser Gewalt festgeschnürt. Ein zwischen die Kautschukröhren und die Eisendrächte gelegtes, starkes leinenes Band verhinderte, dass die Röhren durch den Draht zerschnitten wurden. Sodann wurde in die erste der Eisenröhren eine Pipette *m* von Glas eingesetzt, deren mittlerer Theil aus einem 150<sup>mm.</sup> langen und 35—40<sup>mm.</sup> weiten, starken Glasrohr bestand, an welches oben eine 200<sup>mm.</sup> lange, unten eine etwa 50<sup>mm.</sup> lange und 12<sup>mm.</sup> weite Glasröhre angeschmolzen war. Das untere Ende passte genau in die Eisenröhre und wurde durch Anschnüren des auf dieselbe aufgeschobenen Kautschukschlauches mittelst eines Eisendrahtes luftdicht mit ihr verbunden. Dann wurde die letzte Eisenröhre auf dem Flintenlauf vermittelst eines in den darauf befindlichen Kautschukschlauch eingebundenen Glasrohres mit dem Apparat Fig. 1 und das obere Ende der Pipette *l* unter Zwischenschaltung des Chlorcalciumrohres mit der Luftpumpe verbunden. Die übrigen Eisenröhren wurden durch Glasstäbe luftdicht geschlossen. Unter möglichst starkem Erwärmen des Flintenlaufes und der Pipette *m* wurde die Luft wiederholt möglichst stark verdünnt und durch getrocknete Luft ersetzt und endlich nach dem letzten Evacuiren der ganze Apparat mit erwärmtem Quecksilber aus dem Gefäss *f* gefüllt. Nach dem Losbinden des Apparats von der Leitung zur Luftpumpe wurde die eine Eisenröhre durch Entfernen des schliessenden Glasstabes geöffnet

und auf dieselbe ein flacher Trichter von Holz mit seinem engeren, etwa 12<sup>mm</sup>. weiten Theile aufgepresst. Der Trichter wurde mit ausgekochtem, warmem Quecksilber gefüllt, in denselben zunächst das offene Ende eines 800<sup>mm</sup>. langen, 8<sup>mm</sup>. weiten, nach der oben beschriebenen Methode mit Quecksilber gefüllten Barometerrohres *n* eingesenkt und in die Eisenröhre eingeschoben. Nach Entfernen des Trichters wurde der Kautschukschlauch auf dem Eisenrohre luftdicht mit dem Barometerrohr verbunden. Ebenso wurden in die anderen Eisenröhren die mit den Krystallen versehenen Glasröhren luftdicht eingesetzt, und endlich die Kautschukröhren und ihre Berührungsstellen mit den Glas- und Eisenröhren mit einer Lösung von Asphalt in Benzin bestrichen, der eine kleine Menge Leinölfirnis beigemischt war.

Der ganze, so vorgerichtete Apparat wurde in einen, mit zwei parallelen Glaswänden versehenen Glaskasten von 35 cm. Länge, 33 cm. Höhe und 13 cm. Tiefe eingesetzt. Der Kasten wurde mit Wasser gefüllt und oben mit einem Deckel geschlossen, durch welchen die oberen Enden des Barometerrohres und der Pipette hindurchgingen und der zwei Hülsen zum Einsetzen zweier in Zehntel Grade getheilte Thermometer trug. Von unten konnte das Wasser in dem Kasten mittelst Gasbrennern erhitzt und durch Rührvorrichtungen beständig in Bewegung erhalten werden, so dass sich die Temperaturen desselben an allen Orten ausglich. Nun wurde das obere Ende der Pipette mit der Quecksilber-Luftpumpe verbunden und die Luft ausgepumpt. Dabei stieg das Quecksilber in der Pipette und sank in dem Barometerrohr und den die Krystalle enthaltenden Röhren. Die Krystalle wurden darin von der Spange in der oberen Kugel festgehalten. Die Höhen des Quecksilbers in den Röhren wurden bei verschiedenen Temperaturen des umgebenden Wassers mittelst eines Kathetometers abgelesen. Vor dem Ablesen musste die Temperatur eine längere Zeit, etwa eine halbe Stunde, constant erhalten werden, da sich bei der geringen Leitungsfähigkeit die Wärme nur langsam den Krystallen gleichmässig mittheilt. Nach den ersten 10 Minuten ändert sich der Stand des Quecksilbers indess nur noch sehr langsam.

Es entspricht die Differenz des Standes des Quecksilbers in den die Krystalle enthaltenden Röhren und in dem Barmometerrohr der Spannkraft  $p$  des aus den Krystallen verdunsteten Wassers.

Die der Untersuchung unterworfenen Salze wurden langsam aus kalten Lösungen krystallisirt. Die Krystalle selbst wurden mit grosser Vorsicht einzeln ausgesucht. Zu den Versuchen wurden nur ganz klare, kleine Krystalle verwendet, die im Innern durchaus keine Einschlüsse von Luft oder Flüssigkeit zeigten. Etwas grössere Krystalle wurden in Stücke zerbrochen. Dennoch zeigten sich oft Unregelmässigkeiten in den Resultaten und, namentlich bei niederen Temperaturen, wichen die beobachteten Spannkräfte zuweilen wenig von denen des reinen Wasserdampfes ab, so dass wahrscheinlich zuerst das auf den Krystallen condensirte hygroskopische Wasser den wesentlichsten Antheil an der Dampfbildung hatte. Constante Resultate wurden nur erhalten, wenn die Krystalle vor dem Einlegen in die Röhren längere Zeit im luftverdünnten Raume über Schwefelsäure getrocknet wurden, so dass sie auf ihrer Oberfläche Spuren von Verwitterung zeigten.

Aus all diesen Angaben ist ersichtlich, mit wie grosser Vorsicht man verfahren muss, um bei diesen Versuchen wirklich zuverlässige Resultate zu erhalten.

Jedes Salz wurde in mehreren Röhren gleichzeitig untersucht. Die folgenden Tabellen enthalten einige der dabei gewonnenen Resultate. In denselben bezeichnet  $t$  die Temperatur in Centesimalgraden,  $p$  die derselben entsprechende Spannkraft des aus den Salzen entweichenden Wasserdampfes.

#### Schwefelsaure Magnesia.

Die Reihen I—V, ebenso die Reihen VI—VIII wurden gleichzeitig beobachtet. Bei den ersten Reihen waren die die Krystalle enthaltenden Kugeln an dem oberen Ende der Röhren verschieden gross; bis zu der Höhe, auf der etwa das Quecksilber jedesmal bei den Beobachtungen stand, hatten die Rohrenden den im Folgenden mit  $V$  bezeichneten Rauminhalt. Die Gewichtsmenge  $G$  der Krystalle betrug in den Röhren

	I.	II.	III.	IV.	V.
G.	0,553 gr.	0,308	0,550	0,581	0,781
V.	4 Cb.Ct.	4,2	4,2	2,9	2,8
G. V.	0,14	0,07	0,13	0,20	0,28

Die Krystalle hatten vorher längere Zeit im Vacuum über Schwefelsäure gestanden, waren aber nicht wesentlich verwittert.

Während des Erwärmens erfüllte bei den Beobachtungen I—V das Quecksilber die Röhren vollständig, so dass die Krystalle ganz in demselben lagen und schneller die Temperatur der Umgebung annahmen. Erst einige Minuten vor den Ablesungen wurde das Niveau des Quecksilbers durch Evacuiren gesenkt. Bei den Reihen VI—VIII befanden sich die Krystalle während des Erwärmens stets über dem Quecksilber im Vacuum; es wurde dann der Stand desselben erst in 30—45 Minuten ganz constant.

t°	P					Mittel	Wasser
	I.	II.	III.	IV.	V.		
24,3	17,8	9,8	17,8	17,8	17,8	17,8	22,5
29,8	26,5	13,7	26,5	26,5	26,5	26,5	25,7
35	36	—	36	34,3	36	35,6	41,8
40,2	46,7	—	46,8	45,7	46	46,3	55,5
45,4	61,1	—	61,5	59,6	61,5	60,9	72,9
51,9	81,9	81,9	81,9	81,9	81,9	81,9	100,4
57	89	—	96	—	100	—	129,2
61,2	129,2	129,2	129,2	129,2	129,2	129,2	157,3
61,8	132,5	132,5	132,5	132,5	132,5	132,5	161,7
70,2	188,9	188,9	188,9	188,9	188,9	188,9	235,1

t°	P			Mittel	Wasser
	VI.	VII.	VIII.		
11,6	9,4	9,7	9,7	9,6	10,2
22,2	15,9	16	16	16	19,9
30	28	28	28	28	31,5
40	47,3	47,2	47,2	47,2	54,9
50	76	75,5	75,5	75,7	91,9
60	122,4	122,5	122,5	122,5	148,8
70,4	190,3	190,3	190,3	190,3	237,2
80	276	276	276	276	354,6

Zwischen 46 und 52 Grad steigt plötzlich die vorher relativ kleinere Spannkraft in Röhre II, so dass der Stand des Quecksilbers dann in allen Röhren der gleiche wird. Bei 57—60° zeigt sich eine grosse Unregelmässigkeit; der Stand des Quecksilbers sinkt schnell, bis er bei 60° wieder in allen Röhren gleich ist.

#### Schwefelsaures Zinkoxyd.

Die Reihen I—III, sowie IV—VI wurden gleichzeitig beobachtet, erstere, nachdem die Temperatur 15 Minuten, letztere, nachdem sie 30—45 Minuten constant erhalten war. Die Krystalle bei den ersten Reihen waren wenig, bei den Reihen IV—VI stark verwittert. Sie werden über Schwefelsäure viel schneller trübe, als die Krystalle der schwefelsauren Magnesia.

Die Zahlenwerthe der Reihen I—III waren einander vollkommen gleich.

t°	P		t°	P	
	I—III.	Wasser		I—III.	Wasser
16,5	7,3	14,0	60	113,9	148,8
22	12,6	19,7	66	145,5	195,5
30	20,2	31,5	70	170,8	233,1
34,5	28,5	40,7	75	221,2	238,5
40	44,2	54,9	78,8	258,5	337,8
45	57,5	71,4	85,5	376,4	441,6
50	73,1	92,9	88	427	486,7
55	90,6	117,5			

t°	P			Mittel	Wasser
	IV.	V.	VI.		
11,6	6,6	5,5	5,3	5,8	10,2
20,2	11	10	9,4	10,1	17,6
30	21,2	20,4	19,3	20,3	31,5
40	43,1	44,1	—	43,6	54,9
50	75,1	73,8	73,9	74,3	92,0
60	118,4	116,4	115	116,6	148,8

Bei 70,5° schmelzen die Krystalle.

### Schwefelsaures Cobaltoxydul.

Die Reihen I—VI, sowie VII—IX sind gleichzeitig beobachtet, bei ersteren dauerte die constante Erwärmung im Vacuum etwa 15 Minuten, bei letzteren 30—45 Minuten. Die Krystalle verwittern schnell über Schwefelsäure. Für die Reihen I—III waren stark, für IV—IX schwach verwitterte Krystalle verwendet. Die Resultate der Reihen I—III stimmten vollkommen mit einander überein.

t°	P				Mittel	Wasser
	I—III.	IV.	V.	VI.		
22,1	16	15,9	15,3	15,9	15,9	19,8
25,1	17,2	17,5	17,5	17,5	17,3	23,7
30,2	24,4	24,6	24,6	25,7	24,7	31,9
35	34,3	34,7	34,7	35,6	34,6	41,8
40	46,8	47,7	47,7	48,6	47,4	54,9
45	61,9	62,3	62,3	63,3	62,3	71,4
50	78,5	78,5	78,5	78,5	78,5	92,0
55	106	106	106	106	106	117,5
60	133,3	133,3	133,4	133,6	133,4	148,8
64,9	165,8	165,8	165,8	165,8	165,8	186,1
70	206,8	208,6	207,1	207,1	207,2	233,1
75	253	252,7	252,7	252,2	252,6	288,5
80	305,6	306,8	308,2	306,3	306,4	354,6
85	376,3	377,5	379,0	377,0	377,4	433,0
90	447,6	448,1	448,1	447,6	447,9	525,4

t°	P			Mittel	Wasser
	VII.	VIII.	IX.		
13,6	9,8	9,8	9,8	9,8	11,6
20	13,4	13,4	13,4	13,4	17,4
26,2	19,2	19,2	19,2	19,2	25,3
35	35,6	35,6	35,6	35,6	41,8
45	65	65	65	65	71,4
55	106,2	106,2	106,2	106,2	117,5
65	170,6	166,4	167,6	168,2	186,9
75	256,8	254,3	253,5	254,7	288,5
83	348	348	346	347,3	400,1

## Schwefelsaures Nickeloxydul.

Die Reihen I—VI, sowie VII—IX wurden gleichzeitig beobachtet. Die Temperatur war bei den ersten Reihen vor jeder Beobachtung 10 Minuten, bei den letzten 30—40 Minuten constant erhalten.

t°	P						Mittel	Wasser
	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.		
20,2	15,5	17,8	16,1	15,9	16,3	17,3	16,5	17,6
25	18,5	20	18,7	19,7	19,1	19,6	19,3	23,6
30	24,9	27,4	25,6	25,6	26,9	27,5	26,3	31,5
35	35,7	37,3	36,3	36,7	36,2	36,2	36,4	41,8
40	46,2	46,6	46	48	47,1	47,8	46,9	54,9
45,2	60,9	60	60	61,5	61,2	61,2	60,1	72,1
50	80,7	80,7	81,3	82,3	81,8	81,8	81,4	92,0
56	107,6	108,1	107,8	108,6	108,2	108,6	108,2	123,2
60	129,4	131,6	130,7	131,1	130,5	130,5	130,6	148,8
65	163,3	164,6	163,5	164,1	163,7	163,7	163,8	186,9
70	203,6	205,4	203,8	204,4	204,3	204,5	204,3	233,1
75	248,8	251,2	248,9	249,4	249,2	250	249,6	288,5
80,1	305,9	308,2	306,6	307,1	306,5	307,1	306,9	356,1
85,2	368	369,6	367,4	368,4	368,8	368,8	368,5	436,5
90	436,2	439,9	435,6	436,2	436,2	437,1	436,8	525,4

t°	P			Mittel	Wasser
	VII.	VIII.	IX.		
13,6	11,2	11,2	11,2	11,2	11,6
20	15,2	15,2	15,2	15,2	17,4
26,2	23	23	22,6	22,9	25,3
35	38,6	38,3	38,3	38,4	41,8
45	64,5	63,2	63,4	63,7	71,4
55	106	106	104,7	105,6	117,5
65	166,1	167	164,7	165,9	186,9
75	252,2	252,4	250,1	251,6	288,5
83	343,2	343,2	341	342,5	400,1

Bei 85° backen die Krystalle zusammen und erscheinen nachher feucht und bröckelig, ohne indess zu schmelzen.

#### Schwefelsaures Eisenoxydul.

Die Reihen I—IV, sowie V—X wurden gleichzeitig, erstere 10, letztere 30—40 Minuten nach Erreichung der constanten Temperatur beobachtet.

t°	P				Mittel	Wasser
	I	II	III	IV		
21	12,2	13,6	13,1	14,2	13,3	18,5
25,5	16,5	17,2	16,3	17,6	16,9	24,3
29,9	19,6	21,9	21,1	22,1	21,2	31,4
36,3	29,3	30,6	29,9	30,8	30,1	42,5
40,4	40,2	41,6	41,1	41,5	41,1	56,1
45	53,6	55,9	55,1	55,9	55,1	71,4
50	74,5	75,3	74,8	74,8	74,8	92,0
56,3	108,6	109,4	109,0	109,2	109,1	125,0
59,9	128,5	129,5	128,5	128,5	128,7	148,1
65	162,9	164,0	162,8	162,2	163,4	186,9
70	205,7	207,3	206,5	201,5	205,2	233,1
75	263,9	265,4	263,2	263,2	263,9	288,5
80	323,3	315,6	324,2	324,2	321,9	354,6
85	397,1	398,9	397,0	398,0	397,7	433,0
90	479,2	480,1	476,8	476,8	478,2	525,4
93,5	550,2	550,6	547,5	547,5	548,9	599,5



t°	P						Mittel	Wasser
	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.	X.		
20	10,9	10,9	10,9	10,9	10,9	10,9	10,9	17,4
25	13,3	13,3	13,3	13,3	13,3	13,3	13,3	23,6
30	20,4	20,2	20,2	20,4	20,4	20,3	20,3	31,5
35,3	28,9	28,5	28,7	28,9	28,9	28,6	28,7	42,5
40,2	40,1	39,8	39,8	40,3	40,2	40,3	40,1	55,5
45,2	56,1	56,1	56,1	56,1	56,1	56,1	56,1	71,1
50,2	75,9	75,9	75,9	75,9	75,9	75,9	75,9	97,6
55,2	103,5	103,5	103,5	103,5	103,5	103,5	103,5	118,6
60	131,3	131,3	131,3	131,3	131,3	131,3	131,3	148,8
65	161,3	161,3	161,3	161,3	161,3	159,0	160,9	186,9
70,2	21,3	213,4	213,4	213,4	213,4		213,4	235,1
75,1			265,0				265,0	289,7

Bei 73° werden die Krystalle weiss, sintern bei 80° zusammen und schmelzen etwa bei 90°.

Nach diesen und vielen anderen Beobachtungen stimmen die bei demselben Salze erhaltenen Resultate, selbst wenn sie bei den niederen Temperaturen ein wenig von einander abweichen, doch bei den Temperaturen über 30—35° sehr gut miteinander überein. Der Grund liegt in der Unmöglichkeit, von den Krystallen alle Feuchtigkeit vollständig zu entfernen. So lange bei niederen Temperaturen das hygroscopische Wasser genügt, um den über den Krystallen befindlichen leeren Raum mit Dampf von grösserer Spannkraft zu erfüllen, als ihn das Krystallwasser liefern würde, fällt die beobachtete Tension zu gross aus. Wie bedeutend überhaupt die Spannkraft und der störende Einfluss des hygroscopischen Wassers sein können, zeigen u. A. die folgenden Beobachtungsreihen, zu denen Stücke von sehr altem, hygroscopischem Glase verwendet wurden, welches sich schon beim Stehen an der Luft mit einer salzigen Feuchtigkeit bedeckte. Für die Reihen I und II wurden die Glasstücke unverändert verwendet, für die Reihen III und IV, nachdem sie 24 Stunden lang im Vacuum über Schwefelsäure getrocknet waren.

t°	P			
	I.	II.	III.	IV.
17,7	6,5	5,0	3,0	2,1
25,4	8,1	6,0	3,7	2,2
30,2	9,6	6,9	3,7	2,6
35,1	12,8	8,8	4,0	2,3
40,2	15,6	10,8	4,4	3,1
45	18,6	13,3	4,3	4,3
50,1	21,9	16,4	5,3	5,3
55,2	25,4	19,3	9,2	9,2

Auch hieraus erkennt man, wie wesentlich die oben angeführten Vorsichtsmassregeln zur Erlangung sicherer Resultate sind.

Es ergibt sich ferner, dass *die Spannkraft des Krystallwassers von der Gesamtmenge des verwendeten Salzes und des den Dämpfen gebotenen Raumes unabhängig sind* (vgl. u. A. die Reihen I, III—V für schwefelsaure Magnesia), wenn überhaupt die Wassermenge, welche von der Oberfläche des Salzes entweichen kann, genügt, um jenen Raum unter den obwaltenden Umständen mit Dampf zu sättigen. Dies zeigt sich auch, wenn man durch Zulassen von Luft das Quecksilber in den die Krystalle enthaltenden Röhren und dem Barometerrohr zum Steigen bringt. Obgleich der Raum über den Krystallen, also die in ihm enthaltene Wassermenge vermindert wird, indem sich ein Theil derselben mit dem entwässerten Salze wieder verbindet und somit die Menge des dissociirten Salzes kleiner wird, bleibt doch die Spannkraft des Dampfes constant. Ist die Oberfläche des Salzes so klein, dass sie die erforderliche Dampfmenge nicht zu liefern vermag und die Spannkraft zu gering bleibt, so tritt bei höheren Temperaturen, wo die Krystalle bröckelig werden, also auch aus dem Innern Wasser entweichen kann, die normale Spannkraft wieder hervor (vgl. Schwefelsaure Magnesia Reihe II).

Die Menge des dissociirten Salzes hängt also, ausser von der Temperatur, auch von dem Raume ab, welcher den gebildeten Dämpfen geboten wird.

Die Mittel der für jedes einzelne Salz gefundenen Werthe

sind in beifolgender Tafel Fig. 4 graphisch zusammengestellt. Als Abscissen sind die Temperaturen, als Ordinaten die zugehörigen Spannkraften für eine Anzahl der Salze verzeichnet. Die Curve der Spannkraften des gesättigten Wasserdampfs ist ausserdem beigelegt.

Es beginnt nach diesen Versuchen schon bei niederen Temperaturen ein mit Krystallwasser verbundenes Salz eine geringe Spannkraft seines Wasserdampfes zu zeigen und also auch Wasser zu verlieren. Die Spannkraft und der Verlust an Wasser wird mit steigender Temperatur bedeutender. Indess ist bei vielen Salzen die Spannkraft des aus denselben entweichenden Dampfes bei den gewöhnlichen Temperaturen viel kleiner, als die Spannkraft des gesättigten Dampfes des reinen Wassers, so dass die Tension der in der Luft befindlichen Feuchtigkeit häufig schon der ersteren gleichkommt und das Entweichen des Krystallwassers verhindert wird. Nur bei den Salzen, bei welchen dies nicht der Fall ist, findet schon bei gewöhnlicher Temperatur ein schnelleres Verwittern statt (vgl. auch Debray. l. c.).

Die Spannkraften der Dämpfe der untersuchten Salze sind verschieden gross, und zwar ist über  $70^{\circ}$  die Spannkraft des Dampfes des schwefelsauren Eisenoxyduls am grössten, darauf folgen der Reihe nach die Dampfspannungen des schwefelsauren Cobaltoxyduls, des schwefelsauren Nickeloxyduls, der schwefelsauren Magnesia und des schwefelsauren Zinkoxyds. Bei niederen Temperaturen ändert sich diese Reihenfolge; bei etwa  $30^{\circ}$  ist sie für die drei erstgenannten Salze die umgekehrte.

Ueber dem Schmelzpunkt steigen die Spannkraften schneller an, als unter demselben, wie sich auch durch eine Vergleichung der Spannkraftcurve des Zinkvitriols unter und über  $70^{\circ}$  mit der der übrigen Salze ergibt. Indess ist beim Schmelzpunkt selbst kein plötzlicher Sprung in den Spannkraften zu beobachten.

Bei der schwefelsauren Magnesia ist, wie schon oben erwähnt wurde, zwischen  $55-60^{\circ}$  eine grosse Unregelmässigkeit zwischen den gleichzeitig beobachteten Spannkraften desselben Salzes in verschiedenen Röhren wahrzunehmen, die sich aber

bald wieder ausgleicht. Diese Unregelmässigkeit dürfte vielleicht auf eine Aenderung des Wassergehaltes des Salzes zurückzuführen sein. Sie tritt noch stärker hervor, wenn man so kleine Mengen Salz verwendet, dass sie den gebotenen Raum bei niedriger Temperatur nicht mit Dampf zu erfüllen vermögen. Dann zeigen bei niederen Temperaturen die Beobachtungen keine gute Uebereinstimmung, es steigt aber bei einer gewissen Temperatur plötzlich die Spannkraft, meist unter Trübung der vorher durchsichtigen Krystalle, und die Beobachtungswerthe fallen bei höheren Temperaturen zusammen. — Ein ähnliches Verhalten zeigt bei etwa 45—50° auch das schwefelsaure Eisenoxydul-Kali.

Die Doppelsalze der Schwefelsäure mit Kali und Magnesia, Cobaltoxydul oder Nickeloxydul, welche auf 1 Molecül wasserfreies Salz 6 Molecüle Wasser enthalten, ebenso die schwefelsaure Ammon-Magnesia, das schwefelsaure Nickeloxydul-Ammon zeigen relativ sehr kleine Spannkraften.

Es ist zu entscheiden, in welcher Beziehung die Bestimmung der Spannkraften des Krystallwassers zu der Messung der chemischen Verwandtschaft zwischen dem betreffenden Salz und seinem Krystallwasser stehe.

Die ältere, von Mitscherlich ausgesprochene Ansicht, dass die Differenz der Spannkraften der Dämpfe des reinen, flüssigen Wassers und des Krystallwassers eines Salzes bei der gleichen Temperatur ein directes Maass für jene Verwandtschaft sei, dürfte freilich jetzt nicht mehr aufrecht zu erhalten sein. Nimmt man z. B. die Differenzen der Spannkraften des Wassers einerseits und der schwefelsauren Magnesia andererseits, so betragen sie bei 30, 45 und 60° resp. 10, 16,5 und 26<sup>mm</sup>. Es müsste also die Verwandtschaft der schwefelsauren Magnesia zum Krystallwasser mit steigender Temperatur wachsen, was der Erfahrung widerspricht. Auch addirt sich die Anziehung des wasserfreien Salzes in den Krystallen nicht zu der Cohäsion des flüssigen, sondern zu der des festen Wassers, und auch letztere Cohäsion ist in den Krystallen eine andere, als im gewöhnlichen Eise, da in den Krystallen die festen Wassermolecüle noch durch Salzmolecüle von einander getrennt sind. —

Indess kann man versuchen, aus den Beobachtungen die bei der Verbindung des wasserfreien Salzes mit dem Hydratwasser frei werdende Wärme zu berechnen. Ist  $A$  das thermische Aequivalent der Arbeitseinheit,  $T$  die absolute Temperatur, sind  $p$  und  $P$  die Spannkraften der Dämpfe des Krystallwassers und des reinen Wassers,  $v$  und  $V$  die Volumina derselben, welche je 1 Kilogramm wiegen, so ergibt sich die bei der Verbindung von einem Kilogramm Wasser mit der aequivalenten Menge des wasserfreien Salzes entwickelte Wärme

$$W = AT^2 \left( v \frac{d p}{dT} - V \frac{d P}{dT} \right)^1$$

Nehmen wir an, dass die Wasserdämpfe dem Gesetze von Mariotte und Gay-Lussac folgen und denselben Ausdehnungscoefficienten, wie die permanenten Gase, besitzen, so ändert sich jene Formel in die einfachere

$$W = A \frac{v_0 p_0}{a} T^2 \frac{d \log \left( \frac{p}{P} \right)}{dT}$$

um, wo  $v_0$  und  $p_0$  das Volumen und die Spannkraft von 1 Kilogramm Wasserdampf bei dem Nullpunkt der Centesimalscala,  $a = 273$  ist.

- 1) Ist  $r_1$  die Wärmemenge, welche 1 Kilogramm Wasser, welches mit der aequivalenten Menge Salz verbunden ist, bei der Temperatur  $t$  in Dampf von der Spannung  $p$  überführt,  $q_1$  die dabei verbrauchte „innere“ Wärme, so ist  $q_1 = r_1 - A p v$ , wenn die Volumenänderung des Salzes bei der Entwässerung gegen  $v$  vernachlässigt wird.  $q_1$  besteht aus zwei Theilen, aus der Wärmemenge  $W$ , durch welche das Wasser vom Salz getrennt und in flüssige Form übergeführt wird, und der „inneren“ Wärme  $q$ , welche es in Dampf verwandelt. Ist die latente Wärme des Dampfes  $r$ , das Volumen des aus dem Wasser gebildeten, gesättigten Dampfes  $V$ , seine Tension  $P$ , und vernachlässigt man das Volumen des Wassers gegen  $V$ , so ist  $q = r - A P V$ . Nun ist, wenn  $T$  die absolute Temperatur ist,  $r = A T V \frac{d P}{dT}$ ,  $r_1 = A T v \frac{d p}{dT}$ . Bei Einführung dieser Werthe ergibt sich für  $W = q_1 - q$  der Werth im Text. — Eine ähnliche Entwicklung für die Berechnung der Lösungswärme von Kirchoff vgl. diese Annalen Bd. 103. S. 177. 1858.

Leider ist indess der Werth  $\frac{d \log \frac{p}{P}}{dT}$  meist sehr klein (z. B. bei Zinkvitriol zwischen 40 und 55° nur etwa gleich 0,0028) und eine kleine Schwankung in den Bestimmungen von  $p$  und  $P$  hat eine so grosse Aenderung desselben zur Folge, dass eine directere Methode, etwa durch Auflösung aequivalenter Mengen des wasserfreien und wasserhaltigen Salzes in Wasser bei verschiedenen Temperaturen und Bestimmung der Differenz der hierbei freiwerdenden Wärmemengen, trotz aller ihrer Mängel doch noch zu sichereren Resultaten führen würde.

Dagegen lässt sich aus den Beobachtungsergebnissen ableiten, welche Gewichtsmenge  $S$  des krystallisirten Salzes sich dissociiren muss, um einen gegebenen Raum bei verschiedenen Temperaturen mit Dampf zu erfüllen. Nehmen wir an, dass entsprechend dem Mariotte'schen Gesetz die Dichtigkeiten des Dampfes des Krystallwassers und des reinen Wassers sich bei jeder einzelnen Temperatur  $t$  wie die Spannkraft  $p$  und  $P$  verhalten, und ist das Gewicht z. B. von 1 Cubikmeter gesättigtem Wasserdampf bei der Temperatur  $t$  gleich  $G$ , so ist das Gewicht  $g$  von 1 Cubikmeter Dampf aus den Krystallen

$$g = G \cdot \frac{p}{P}.$$

Hiernach sind die Werthe in der folgenden Tabelle berechnet, in welcher  $G$  und  $g$  in Grammen angegeben sind.

	Wasser.	Schwefels. Magnesia.	Schwefels. Zinkoxyd.	Schwefels. Eisenoxdl.	Schwefels. Cobaltoxdl.	Schwefels. Nickloxdl.
$t$	$G$	$g$	$g$	$g$	$g$	$g$
25	22,7	18,0	14,5	15,6	17,2	18,3
30	30,1	25,3	19,1	19,9	22,9	25,3
35	39,3	33,0	28,2	28,1	33,2	33,0
40	50,9	43,6	40,3	37,1	43,6	43,6
45	65,3	54,9	52,4	50,3	56,7	57,2
50	82,9	59,5	56,8	58,1	61,4	63,1
55	104,6	88,1	80,1	90,1	93,9	92,1
60	130,6	107,5	100,9	114,1	117,1	115,0
65	162,0	130,0	121,7	140,8	145,6	143,0
70	199,4	160,0	145,4	175,9	177,1	175,3
75	243,7	195,1	(186,6)	222,1	213,2	211,0
80	295,9	229,8	(230,3)	267,9	255,4	252,2

Die beiden eingeklammerten Zahlen beim schwefelsauren Zinkoxyd beziehen sich auf das bereits geschmolzene Salz.

Um aus obigen Werthen  $g$  die Gewichtsmengen des krystallisirten Salzes zu erhalten, welche zu Erfüllung von 1 Cubikmeter mit Dampf ihr Wasser abgeben müssen, sind dieselben, unter Voraussetzung der vollständigen Entwässerung des Salzes hiebei, mit resp. 1,97; 2,29; 2,22; 2,24; 2,24 zu multipliciren.

---

**XLVII. Ueber Interferenzerscheinungen von einaxigen Krystallplatten im polarisirten Lichte; von H. S. M. van der Willigen.**

(Auszug vom Verfasser aus den Archives du Musée Teyler  
Vol. III p. 241.)

**D**er Gangunterschied der beiden Strahlen lässt sich für einaxige Krystallplatten kurz durch folgende Formeln ausdrücken.

Es sei  $n$  der ordinäre und  $n'$  der extraordinäre Brechungs- exponent, dieser letztere genommen in der Ebene, die rechtwinklig auf der Hauptaxe steht. Der Einfallswinkel sei  $i$ , der dazu gehörende ordinäre Brechungswinkel  $r$  und der in genannter Aequatorialebene dazu gehörende extraordinäre Brechungswinkel  $r'$ ; dann ist  $\sin r = \frac{1}{n} \sin i$  und  $\sin r' = \frac{1}{n'} \sin i$ . Die Dicke der Platte sei  $e$ ,  $\varphi$  das Azimuth der Einfallsebene in Bezug auf den eventuellen Hauptschnitt der Platte und der auf Luft reducirte Gangunterschied für die durch  $i$  und  $\varphi$  bestimmte Richtung sei  $R$ . Dann ist für rechtwinklig zur Axe geschnittene Platten:

$$R = e \cdot n (\cos r - \cos r') \quad (\text{I})$$

eine Formel, die leicht zu construiren ist, wenn man die Tangente von  $i$  als Abscisse und den Werth von  $R$  als Ordinate nimmt.

Für Platten, die parallel zu der Axe geschliffen sind, ist:

$$R = e \{ n \cdot \cos r - n' \sqrt{1 - \sin^2 r' \sin^2 \varphi - \sin^2 r \cos^2 \varphi} \} \quad (\text{II})$$

also für  $\varphi = 0^\circ$

$$R' = e(n - n') \cos r \quad (\text{II})$$

für  $\varphi = 90^\circ$

$$R'' = e(n \cos r - n' \cos r') \quad (\text{II}'')$$

und für  $\varphi = 45^\circ$

$$R''' = e \left\{ n \cos r - n' \sqrt{1/2} \cdot \sqrt{1 + \cos(r+r') \cos(r-r')} \right\} \quad (\text{II}''')$$

Für Platten, die  $45^\circ$  gegen die Axe geneigt sind, ist:

$$R = e \left\{ n \cos r - \frac{n^2 - n'^2}{n^2 + n'^2} \cos \varphi \sin i \right. \\ \left. - \frac{n n' \sqrt{2}}{\sqrt{n^2 + n'^2}} \sqrt{1 - \sin^2 r' \left( 1 - \frac{n^2 - n'^2}{n^2 + n'^2} \cos^2 \varphi \right)} \right\} \quad (\text{III})$$

also für  $\varphi = 0^\circ$

$$R' = e \left\{ n \cdot \cos r - \frac{n^2 - n'^2}{n^2 + n'^2} \sin i \right. \\ \left. - \frac{n n' \sqrt{2}}{\sqrt{n^2 + n'^2}} \sqrt{1 - \frac{2}{n^2 + n'^2} \sin^2 i} \right\} \quad (\text{III}')$$

für  $\varphi = 90^\circ$

$$R'' = e \left\{ n \cdot \cos r - \frac{n n' \sqrt{2}}{\sqrt{n^2 + n'^2}} \cos r' \right\} \quad (\text{III}'')$$

und für  $\varphi = 45^\circ$

$$R''' = e \left\{ n \cos r - \frac{n^2 - n'^2}{n^2 + n'^2} 1/2 \sqrt{2} \sin i \right. \\ \left. - \frac{n n' \sqrt{2}}{\sqrt{n^2 + n'^2}} \sqrt{1 - \sin^2 r' \frac{n^2 - 3 n'^2}{2(n^2 + n'^2)}} \right\} \quad (\text{III}''').$$

Legt man eine rechtwinklig zur Axe geschliffene Platte  $A$  auf eine gleich dicke  $B$ , die aus dem nämlichen Krystalle parallel zu der Axe geschnitten ist, so hat man im Haupt-



schnitt dieser letzteren, weil derselbe Strahl ordinär für beide Platten ist:

$$\begin{aligned} R &= e \cdot n (\cos r - \cos r') + e (n - n') \cos r \\ &= 2 n \cos r - (n \cos r' - n' \cos r). \end{aligned} \quad (\text{IV})$$

Wenn die Einfallsebene dagegen rechtwinklig auf dem Hauptschnitt steht, weil der ordinäre Strahl der einen Platte alsdann ertraordinär für die andere wird, so ist:

$$\begin{aligned} R' &= e \cdot n (\cos r - \cos r') - e (n \cos r - n' \cos r') \\ &= e (n' - n) \cos r' \end{aligned} \quad (\text{IV}')$$

Ist die Dicke der beiden Platten verschieden, so lässt sich für jedes Verhältniss der Dicken  $e$  und  $e'$  der Einfallswinkel berechnen, wobei dieser übrigbleibende Gangunterschied  $R'$  verschwindet, vorausgesetzt dass die parallel zur Axe geschnittene Platte  $B$  die dünnere und dabei dünn genug ist.

Sind die Platten entgegengesetzter Natur; ist z. B. die Platte  $A$  aus Kalkspath geschnitten, also negativ, und  $B$  aus Quarz, also positiv, so kann jetzt  $R$  in Formel (IV), das ist der übrigbleibende Gangunterschied in der Richtung des Hauptschnitts gleich Null werden. Setzen wir für die Quarzplatte  $\epsilon$ ,  $\nu$ ,  $\nu'$ ,  $\rho$  und  $\rho'$  an Stelle der correspondirenden Grössen, so wird:

$$R'' = e \cdot n (\cos r - \cos r') + \epsilon (\nu - \nu') \cos \rho' \quad (\text{IV}'')$$

worin jetzt  $\nu'$  grösser als  $\nu$  ist, während für Kalkspath  $n'$  kleiner als  $n$  ist. Es kann hier  $\epsilon$  gleich  $e$  sein und selbst grösser als  $e$  genommen werden, weil die Doppelbrechung von Quarz viel schwächer ist, als die von Kalkspath.

Bringt man die Platten  $A$  und  $B$  zusammen in die Hera-pathitzange und stellt die Polarisations Ebenen der Zange rechtwinklig auf einander, dann kann man die Compensation nach der Formel (IV'') sehr gut wahrnehmen. Man wählt am besten Platten, die beide 2 Millim. dick sind; man wird in der Richtung, wo die Axe der Quarzplatte liegt, den Compensationspunkt leicht entdecken, wenn man durch die Zange in das diffuse Tageslicht sieht. In der Mitte des Gesichtsfeldes findet man die sechs oder sieben gewöhnlich gefärbten Ringe der Spathplatte und dann auf einem grossen Abstände von diesen

an zwei diametral einander gegenüberliegenden Stellen wieder Rudimente, kleine Abschnitte von Ringen von viel höherer Ordnung; an diesen Stellen findet die Compensation statt. Der Gangunterschied der Quarzplatte verändert sich so langsam, dass er für mehrere auf einander folgende Ringe der Spathplatte hier beinahe constant bleibt; deshalb findet man ein Rudiment, wofür der totale Gangunterschied auf Null reducirt ist, und daneben innere und äussere Rudimente, für welche dieser Gangunterschied je um eine ganze Wellenlänge regelmässig zu- oder abnimmt. Man sieht eine Reihe von gekrümmten Interferenzstreifen, von denen der in der Mitte gelegene mit dem Gangunterschiede Null anfängt. Bei Combination von zwei Platten gleichnamiger Krystalle würden die Stellen, wo Compensation stattfindet, in der Richtung rechtwinklig zur Axe der Platte *B* wahrgenommen werden, in Uebereinstimmung mit Formel (IV).

Man besitzt durch diese Beobachtung ein einfaches Mittel, um die Lage der Axe einer parallel zur Axe geschliffenen Quarzplatte oder allgemein, bei bekannter Lage der Axe, die positive oder negative Natur der Krystallplatte zu bestimmen; am besten werden die Rudimente gesehen, wenn die Compensationsrichtung den rechten Winkel der Polarisationssebene der Zange halbirt.

Legt man zwei parallel zur Axe geschliffene Platten aus Quarz von wenig verschiedenen Dicken  $e$  und  $e'$  auf einander, so hat man für den restirenden Gangunterschied im Hauptschnitte der dicksten Platte, deren Dicke  $e$  ist:

$$\begin{aligned} R &= e(n - n') \cos r - e'(n \cos r - n' \cos r') \\ &= (e - e')(n - n') \cos r + e'n'(\cos r' - \cos r) \quad (\text{V}). \end{aligned}$$

Bringt man diese beide Platten mit der Kalkspathplatte in die Polarisationszange, so findet man die Compensationsstellen in die sieben ersten Ringe herabgerückt; sie sind aber noch sehr gut zu erkennen. Dreht man nun eine der Quarzplatten um  $20^\circ$  oder mehr um die Axe des Gesichtsfeldes, so treten die Polarisationssebenen der beiden Quarzplatten auf allen Punkten aus einander und dadurch wird es möglich, vier Systeme von rudimentären Ringen wahrzunehmen. Erstens das Differenz-

resultat der beiden Quarzplatten von gleicher und dann drei Systeme von höherer Ordnung, von denen zwei aus dem ursprünglichen Gangunterschiede einer jeden Platte für sich entstehen, wie beim Versuch mit einer einzigen Quarzplatte, während das letzte ein Summationsresultat ist, das durch die Zusammenwirkung von beiden Quarzplatten hervorgerufen wird. Durch Vergleichung bemerkt man an diesen Systemen von höherer Ordnung leicht, dass die Rudimente nicht genau Kreisbogen wiedergeben.

Formel (III) lehrt, dass eine unter  $45^\circ$  mit der Axe geschliffene Platte als Interferenzcurve Ellipsen giebt, deren gemeinschaftlicher Mittelpunkt aber ausser dem Gesichtsfelde liegt. Eine solche Quarzplatte, die 2 Millim. dick ist, giebt für den normalen Durchgang einen Gangunterschied von 15 Wellenlängen des homogenen Natriumlichts; je mehr der gebrochene Strahl der optischen Axe näher rückt, destomehr nimmt dieser Gangunterschied ab und verschwindet in dieser Axe, die jedoch niemals zu erreichen ist; man erhält also 14 oder 15 elliptische Bogen. Mit einer der Platten eines Polariscope von Savart konnte ich diese elliptischen Bogen sehr gut im diffusen Tageslichte wahrnehmen. Weil der Gangunterschied langsam mit dem Einfallswinkel wächst, liegen die Bogen weit auseinander, wodurch ihre Wahrnehmung sehr erleichtert wird. Werden zwei solche Platten mit gekreuzten Hauptschnitten auf einander in die Herapathzange gelegt, dann hat man das Polariscope von Savart. Die Streifen von Savart, die man im Tageslichte wahrnimmt, sind eine Differenzerscheinung; sie laufen parallel der Richtung, welche den Quadranten der Hauptschnitte, worin die beiden Axen liegen, halbirt, und sind die fast geradlinigen Theile der Aeste von gleichseitigen Hyperbeln, deren gemeinschaftlicher Mittelpunkt weit ausser dem Gesichtsfelde auf dieser Theilungslinie liegt. Ihre Formel bekommt man, wenn man in Formel (III)  $90^\circ - \varphi$  statt  $\varphi$  setzt, den dann entstehenden Ausdruck für  $R$  von der ursprünglichen Formel (III) abzieht und  $\sin^2 i$  vernachlässigt. Man findet:

$$\begin{aligned}
 R_{\varphi} - R_{90^{\circ} - \varphi} &= -e \left\{ \frac{n^2 - n'^2}{n^2 + n'^2} (\cos \varphi - \sin \varphi) \sin i \right\} \\
 &= -e \frac{n^2 - n'^2}{n^2 + n'^2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \sin (45^{\circ} - \varphi) \sin i \quad (\text{VI}).
 \end{aligned}$$

Liegen zwei solche Platten mit parallelen Hauptschnitten auf einander, aber so, dass die optische Axe in beiden nach entgegengesetzter Richtung geneigt ist, dann braucht man für die zweite Platte in Formel (III)  $\varphi$  nur durch  $180^{\circ} - \varphi$  zu ersetzen. Man hat dann:

$$\begin{aligned}
 R_{\varphi} &= e \left\{ n \cos r - \frac{n^2 - n'^2}{n^2 + n'^2} \cos \varphi \sin i \right. \\
 &\quad \left. - \frac{nn' \sqrt{2}}{\sqrt{n^2 + n'^2}} \sqrt{1 - \sin^2 r' \left( 1 - \frac{n^2 - n'^2}{n^2 + n'^2} \cos^2 \varphi \right)} \right\} \\
 R_{180^{\circ}} &= e \left\{ n \cos r + \frac{n^2 - n'^2}{n^2 + n'^2} \cos \varphi \sin i \right. \\
 &\quad \left. - \frac{nn' \sqrt{2}}{\sqrt{n^2 + n'^2}} \sqrt{1 - \sin^2 r' \left( 1 - \frac{n^2 - n'^2}{n^2 + n'^2} \cos^2 \varphi \right)} \right\}
 \end{aligned}$$

deren Differenz, ohne Vernachlässigung, giebt:

$$R_{180^{\circ} - \varphi} - R_{\varphi} = 2e \frac{n^2 - n'^2}{n^2 + n'^2} \cos \varphi \sin i \quad (\text{VII}).$$

Wir bekommen hierdurch wirklich geradlinige Interferenzstreifen, die mit einem Gangunterschiede Null in der Mitte des Gesichtsfeldes anfangen, welcher links und rechts regelmässig positiv oder negativ zunimmt. Diese Streifen stehen rechtwinklig auf dem gemeinschaftlichen Hauptschnitte und müssen im diffusen Tageslichte sichtbar sein.

Die Summation von  $R_{\varphi}$  und  $R_{180^{\circ} - \varphi}$  giebt Ellipsen, deren gemeinschaftlicher Mittelpunkt jetzt in der Axe des Gesichtsfeldes liegt; in dieser Axe fängt der Gangunterschied für unsere 2 Millim. dicken Quarzplatten mit ohngefähr 30 Wellenlängen des Natriumlichts an und nimmt von da ab nur sehr langsam zu. Wir können hier also wieder die Differenz- und Summationserscheinungen dieser Verbindung aufsuchen und dabei auch die Interferenzcurven von jeder Platte für sich verfolgen.

Sieht man durch die Verbindung, nachdem sie in der Herapathitzange mit gekreuzten Polarisationssebenen gelegt ist, in das diffuse Tageslicht, so erblickt man sehr schwach die geraden Differenzstreifen, die aber stets stärker werden, wenn man Zange und Doppelplatte um die Linie, welche den gemeinschaftlichen Hauptschnitt repräsentirt, als Axe ein wenig dreht und dadurch stets schräger durch die Platten sieht. Im Natriumlicht verschwinden diese Streifen wegen ihrer geringen Intensität, aber dann erscheinen etwa fünf grosse concentrische Ellipsen, die weit auseinander liegen und das ganze Gesichtsfeld einnehmen; diese sind die Ellipsen, welche Ohm bei Kalkspathplatten wahrnahm und die er sehr elegant berechnete<sup>1)</sup>. Dabei sieht man auch die eigenen Systeme von elliptischen Bogen der beiden Platten, welche durch ihre Schnittpunkte die grossen Ellipsen geben, sehr stark hervortreten.

Die relative Drehung der Polarisationssebenen der zwei auf einander gelegten Platten giebt uns fast immer für jede Richtung des Strahls vier Schwingungen von verschiedener Anomalie, die nach Analysirung durch das Polarisoscop vier mögliche Combinationen geben und deshalb zu vier Systemen von Interferenzcurven Veranlassung geben. Diese vier austretenden Schwingungen haben vor der Analysirung zu je zweien eine gemeinschaftliche Polarisationssebene; es ist dabei immer nur die Frage, ob nach der Analysirung die Intensität der auf dieselbe Polarisationssebene reducirten Schwingungen noch merkbar genug ist, um alle diese Systeme beobachten zu lassen. Im letzten Beispiele fanden wir alle sehr gut wahrnehmbar.

1) G. S. Ohm, Erklärung aller in einaxigen Krystallplatten wahrnehmbaren Interferenzerscheinungen. 4. München. I, 1852. II, 1853. Bd. I. p. 6.

**XLVIII. Ueber die Herstellungsvorausbestimmter periodischer Luftbewegungen mit der Sirene; von A. Töpler.**

Bekanntlich liefert die gewöhnliche Sirene mit Kreislöchern Klänge, deren Färbung von dem Verhältniss zwischen Abstand und Durchmesser der Oeffnungen abhängt; schon Seebeck bemerkt, dass bei nahe stehenden Oeffnungen der Ton mehr pfeifenartig (weich) und schneidend bei grossem Abstände sei. Massgebend für den Klang ist die Beschaffenheit der periodischen Luftbewegung, welche bei der Anregung der Sirenenscheibe auf entfernte Punkte des Raumes übertragen wird. Es liegt daher die Frage nahe, ob es nicht möglich sei, die Form- und Grössenverhältnisse der Ausflussöffnungen für den Luftstrom der Sirene nach einem bestimmten Princip derart zu construiren, dass dadurch willkürliche periodische Luftbewegungen erzielt werden. Experimente mit verschiedenen Oeffnungsformen sind schon mehrfach ausgeführt und publicirt, sogar schon durch Seebeck<sup>1)</sup>. Jedoch ist mir nicht bekannt, dass die Bedingungen näher untersucht worden wären, unter denen solche Versuche ein vorher bestimmtes Resultat geben können. Selbstverständlich sind die Bewegungserscheinungen der Luft an der Sirene im Allgemeinen viel zu complicirt, als dass man eine *vollkommene* Lösung dieser Frage erwarten könnte. Ich habe jedoch einen sehr einfachen Weg eingeschlagen, auf welchem man dem gewünschten Resultat wenigstens innerhalb bestimmter Grenzen nahe kommen kann. Für viele Fälle ist die erreichbare Annäherung sogar eine sehr befriedigende, wie eine über den Gegenstand ausgeführte Versuchsreihe ergeben hat. Da diese Versuche zu einer für manche Zwecke vielleicht nützlichen Sirenenform führen, so werde ich

1) U. a. theilt auch Mach in seinen „optisch-akustischen Versuchen“ Prag 1873 p. 90 ein Experiment mit, bei welchem spitze Dreieckslöcher der Sirenenscheibe über ein weites Blaserohr geführt wurden, damit die Luftstösse mehr die Form einer einfachen Schwingung annehmen.

dieselben mittheilen. In Folgendem beschränke ich mich zunächst darauf, die Versuchsmethode und die Bedingungen, unter welchen dieselbe zulässig ist, kurz zu erläutern. Eine genauere Beschreibung bleibt vorbehalten.

Gelangen zu einem Punkte  $p$  des Raumes gleichzeitig gleich gerichtete Bewegungsimpulse, so setzen sich dieselben nach dem Superpositionsprincip zur Summe zusammen, gleichgiltig, woher diese Impulse stammen. Wenn also der Punkt  $p$  eine schwingende Bewegung nach einem bestimmten Gesetz vollführen soll, bei welchem etwa die Geschwindigkeiten  $v_0 v_1 v_2 \dots$  nach einander vorkommen, so ist der Effect offenbar ganz derselbe, ob diese variablen Geschwindigkeiten der Reihe nach von einer constanten Erregungsstelle des Raumes herkommen oder ob constante Geschwindigkeitsantheile von einer variablen (und zwar nach demselben Gesetz variablen) Anzahl von Erregungsstellen bei  $p$  anlangen. Man habe z. B. eine grosse Anzahl bezüglich  $p$  gleichwerthiger Erregungsstellen zur Verfügung, von denen jede, so lange sie wirkt, die constante Geschwindigkeit  $\frac{v_0}{n}$  bei  $p$  veranlassen würde, so müsste man diese Erregungsstellen der Reihe nach in der Anzahl  $n \frac{nv_1}{v_0} \frac{nv_2}{v_0} \dots$  auf  $p$  wirken lassen, um obige Geschwindigkeitsfolge zu erhalten. Diese Zahlen stehen im Verhältniss  $v_0 : v_1 : v_2 : \text{etc.}$  <sup>1)</sup>

Die Ausflussöffnung in der dünnen Wand eines Luftreservoirs stellt uns nun eine Schaar von Luftelementen zur

1) Seebeck beweist durch Versuche mit der Sirene, dass die zu einem Ton gehörigen Impulse abwechselnd von verschiedenen Punkten des Raumes ausgehen können. Rep. d. Physik Bd. 6. pg. 10. Der Ausdruck „Impulse“ bezieht sich bei Seebeck auf ganze Schwingungen. Die oben entwickelte Vorstellung nimmt nun diesen Satz auch für die Elemente einer einzigen Schwingung in Anspruch. Uebrigens muss ich wiederholen, dass Boltzmann schon vor längerer Zeit, wie ich schon a. a. O. erwähnt habe, den Gedanken aussprach, nach diesem Princip eine Sirene für bestimmte Schwingungsformen zu construiren. Die Lösung der Frage durch Anwendung von Oeffnungen, welche nach der Geschwindigkeitscurve geschnitten sind und von Spalten bestrichen werden, rührt von mir her.

Verfügung, welche Bewegungen entsenden. Die in entfernten Raumpunkten gleichzeitig anlangenden Bewegungen setzen sich dort zusammen. Bei periodisch geänderter Ausflussöffnung entstehen daher in der Umgebung periodische Bewegungszustände, über welche sich indess im Allgemeinen nichts sagen lässt, da die Bewegungen an der Ausflussöffnung nicht einmal angenähert genau angegeben werden können. Es lässt sich jedoch unmittelbar vermuthen, dass eine spaltenförmige Oeffnung für unseren Zweck brauchbar sein werde.

Man denke sich einen feinen Spalt, aus welchem Luft unter constantem Druck herausströmt. Die Länge des Spalts sei mit der Zeit veränderlich, jedoch bleibe dabei die Spaltlänge stets gross im Verhältniss zur Breite. Die Bewegung der Lufttheilchen in einer spaltförmigen Ausflussöffnung wird nun offenbar so beschaffen sein, dass sich in der Längsrichtung des Spaltes alles gleich bleibt mit Ausnahme der Lufttheilchen in der Nähe der Spaltenden. Bei veränderlicher Spaltlänge wird man also voraussetzen können, dass sowohl die Ausflussmenge, als auch die auf einen entfernten Raumpunkt mit der Schallgeschwindigkeit übertragene Wirkung in jedem Augenblick proportional sei der Spaltlänge. Denn in einem entfernten Punkte langen die von den einzelnen Elementen des Spaltes mitgetheilten Geschwindigkeiten nahe gleichzeitig an und können sich dort unter sonst entsprechenden Bedingungen summiren. Freilich lässt sich gegen die Zulässigkeit dieser Betrachtung einwenden, dass dicht vor dem Spalt complicirtere Verhältnisse stattfinden, welche bei der wellenartigen Fortpflanzung nicht ausser Acht zu lassen sind; auch ist es fraglich, ob der durch die Spaltenden bedingte Fehler vernachlässigt werden kann oder nicht. Ueber diese Einwände können vorläufig nur directe Versuche entscheiden und daher habe ich dieselben ausgeführt.

Der Weg, welchen ich dabei einschlug, ist in Obigem vorgezeichnet. Will man eine periodische Luftbewegung nach einem bestimmten Gesetz herstellen, so hat man die freie Länge eines Spaltes von obiger Beschaffenheit nach demjenigen Gesetz periodisch zu verändern, welches für die Geschwindigkeiten der beabsichtigten Luftbewegung gilt. Man construire



eine Curve derart, dass die Abscissen die Zeit, die Ordinaten die Geschwindigkeiten der gewünschten Luftbewegung darstellen, wobei im Allgemeinen eine noch näher zu bestimmende Constante zu den Ordinaten hinzuzufügen ist. Diese Figur übertrage man auf die ebene Wand eines Luftreservoirs und schneide den Flächenraum aus, welcher zwischen der Abscissenaxe und der Curve liegt. Denkt man sich nun über diese ebene Oeffnungsfigur, welche ich die Blaseöffnung nennen will, eine zweite ebene Platte mit feinem Spalt möglichst dicht schliessend vorübergezogen, so dass der Spalt der Reihe nach die Ordinaten jener Figur durchläuft, so ändert sich die angeblasene Spalllänge in der geforderten Weise. Eine periodische Wiederholung ergibt sich durch Anwendung einer fortlaufenden Reihe äquidistanter Spalten, deren Abstand die Abscissenlänge der Blasefigur ist. Die Spalten kann man auf einer Sirenenscheibe radial anordnen, wobei selbstverständlich die Blaseöffnung in Polarcoordinaten construirt sein muss. Der Erfolg kann schon deshalb nur ein angenäherter sein, weil man, um merkliche Wirkung zu erzielen, keine *sehr* feinen Spalten anwenden kann.

Bei oberflächlicher Betrachtung könnte der Einwand erhoben werden, dass auf diese Weise ja nur Geschwindigkeiten in ein und demselben (positiven) Sinne erhalten werden. Dies ist auch der Fall; denn die angeblasene Sirene entsendet bei obiger Anordnung nur Verdichtungswellen. Dies hindert jedoch die Herstellung beliebiger periodischer Bewegungen principiell nicht. Denn wenn man z. B. die einfache Pendelschwingung beabsichtigt, so wird die Spalllänge, welche  $l$  heissen möge, nach der Formel  $l = A - a \cos 2\pi \frac{t}{T}$  verändert, wobei  $A > a$  sein muss, und  $t$  die veränderliche Zeit,  $T$  die Schwingungsdauer bedeuten. Die mit  $l$  proportionale Geschwindigkeit eines entfernten Lufttheilchens bleibt demnach stets positiv (gleichgerichtet); sie lässt sich aber, wie man ersieht, in eine gleichförmige Progressivbewegung und eine Pendelschwingung zerlegen, von welchen beiden Bewegungen nur die letztere akustisch wirkt. Es lässt sich bei diesem Sirenenklange die fortgepflanzte

Luftbewegung auffassen als eine schwingende Bewegung, welche in einem stationären Luftstrome vor sich geht.<sup>1)</sup>

Aus diesem Beispiel ist ohne weitere Erläuterung verständlich, dass die Blaseöffnung allgemein nach der Formel  $l = A + k \cdot f(t)$  zu construiren ist, wobei  $f(t)$  das Gesetz der verlangten periodischen Geschwindigkeiten,  $A$  und  $k$  willkürliche Constanten bedeuten.  $A$  ist jedoch jedenfalls so gross zu wählen, dass alle Werthe von  $l$  positiv bleiben, denn negative Spallängen hätten bei der vorausgesetzten Anordnung der Versuche keinen Sinn. Das constante  $A$  veranlasst stets einen stationären Luftstrom neben der schwingenden Bewegung.

Will man nun Versuche in der oben angedeuteten Weise mit einer Sirene anstellen, so sind indess noch folgende Bedingungen zu beachten.

I. Die von der ganzen Spallänge ausgehenden Bewegungen können sich in Punkten des umgebenden Raumes nur dann in der geforderten Weise superponiren, wenn die Entfernung dieser Punkte gross ist im Verhältniss zu den Dimensionen der Oeffnung. Dies genügt jedoch nicht allein. Besteht die darzustellende periodische Bewegung aus einer Reihe pendelartiger Schwingungen, so ist klar, dass die Dimensionen der Oeffnung auch sehr klein sein müssen gegen die Wellenlängen dieser sämtlichen Partialschwingungen. Sollen diese nämlich zu Stande kommen, so dürfen die Zeitunterschiede, in welchen die von verschiedenen Stellen des Spaltes ausgehenden Bewegungen an ein und demselben Orte anlangen, nur kleine Phasendifferenzen jener Schwingungen ausmachen. Hieraus erhellt, dass wenn auch alle übrigen Bedingungen genau erfüllt sind, nur solche Luftschwingungen in der beabsichtigten Weise erhalten werden können, deren charakteristische Theiltöne nicht zu hohe sind, da aus praktischen Gründen grosse Oeffnungen erforderlich werden.

II. Es wurde oben vorausgesetzt, dass aus dem Spalt bei allen Lagen und Längen die Luft unter absolut constantem Druck austrete. Damit dies annähernd möglich werde, muss

1) Dieser stationäre Luftstrom für sich betrachtet bedingt ein Gefälle der Luftdichte von der Ausflussöffnung in die Ferne gerechnet, und über dies Gefälle lagert sich die Wellenbewegung.

die von den Spalten bestrichene Oeffnungsfigur sich in der Wand eines *sehr geräumigen*, mit Luft gespeisten Reservoirs befinden. Es muss nämlich die während des Vorüberganges eines Spaltes ausfliessende Luftmenge klein sein gegen den Gesammtinhalt des Reservoirs.

III. Jedoch auch hierdurch ist die gewünschte Constanz des Luftdrucks beim Spalt im Allgemeinen durchaus noch nicht erzielt. Erfährt z. B. die veränderliche Spaltlänge eine successive Verlängerung, so wird dadurch die Luft des Windkastens in der Nähe des Spaltes eine Dichtenverminderung erfahren, welche sich mit der Schallgeschwindigkeit rückwärts über die ganze Luftmasse des Windkastens verbreitet. Die Verlängerung des Spaltes muss nun offenbar so langsam erfolgen, dass die dadurch bewirkte Dichtenveränderung im Reservoir Zeit hat, sich auf eine grössere Luftmasse zu verbreiten, denn sonst würde selbst bei constantem Mitteldruck dennoch in der Nähe des Spaltes eine sehr veränderliche Luftspannung herrschen. Es muss allgemein gesprochen, wenn  $l$  die veränderliche Spaltlänge,  $t$  die Zeit bedeutet, der Differentialquotient  $\frac{dl}{dt}$ , (d. i. die auf die Zeiteinheit bezogene Spaltveränderung) stets klein sein gegen die Schallgeschwindigkeit. Bei der schon oben erwähnten Herstellung der einfachen Luftschwingung war  $l = A - a \cos 2\pi \frac{t}{T}$ , wobei für  $a$  der Werth  $0,009^m$ , für  $T$  aber  $0,0077^{sec}$  gewählt wurden; also war  $\frac{dl}{dt}$  im Maximum  $7,4^m$ . Dies ist etwa  $\frac{1}{3}$  der Schallgeschwindigkeit und diese Zahl hat nun folgenden Sinn. Wenn bei diesem Versuch der Spalt sich continuirlich um  $1^{mm}$  in einer bestimmten Zeit verlängerte, so entstand dadurch eine Verdünnung im Windkasten, welche sich in derselben Zeit continuirlich vom verlängerten Spaltende aus über eine Luftkugel von mindestens  $45^{mm}$  Radius vertheilt hatte. Hierdurch wird der beim Spalt herrschende Druck offenbar nicht merklich alterirt und daher gab jener Versuch ein günstiges Resultat.

Aus dieser Betrachtung folgt nun, dass bei solchen Versuchen, bei denen Discontinuitäten oder grosse Steilheiten im

Verlaufe der Geschwindigkeitscurve vorkommen, das Resultat merklich von obigen Voraussetzungen abweichen muss. Man wird daher darauf geführt, Spalten über langgestreckte Oeffnungen gleiten zu lassen, um grosse Steilheiten in den nach der Geschwindigkeitscurve geschnittenen Rande zu vermeiden. Da aber eine raschere Spaltbewegung offenbar denselben Erfolg hat, wie eine grössere Steilheit jener Curve, so werden die Versuche immer nur für solche periodische Bewegungen einen genauen Erfolg versprechen, deren sämtliche Partialschwingungen nicht zu kurze Schwingungsdauer haben. Diese Erwägung führt also zu demselben Resultat, wie die Bedingung I.

IV. Aus dem Vorherigen folgt die Nothwendigkeit grosser Sirenenscheiben. Bei allen meinen Versuchen hat sich nun gezeigt, dass es sehr wesentlich ist, dass die ebene Sirenenscheibe mit den Spalten möglichst dicht über die Blaseöffnung hingeleitet. Wenn zwischen Sirenenscheibe und Blaseöffnung ein erheblicher Zwischenraum bleibt, so ändern sich nicht nur die Bedingungen für die wirksame Spaltlänge, sondern es wird auch seitlich über den Rand der Blaseöffnung ein periodisches Entweichen von Luft veranlasst, welches das Resultat stört. Bei genauerer Ausführung der Versuche sind daher gewisse technische Schwierigkeiten unvermeidlich und es ist erklärlich, dass Versuche mit kleinen Oeffnungen oder gar engen Blaseröhren nicht einmal ein annäherndes Resultat geben können.

Ich habe nun unter thunlichster Einhaltung der obigen Bedingungen Versuche mit einer grossen Sirene angestellt. Die Klänge wurden auf einem so tiefen Grundton erzeugt, dass die Wellenlängen der 8 ersten Partialtöne noch immer gross waren gegen die Dimensionen der Blasenöffnungen. Mit einer Reihe von 8 abgestimmten Resonatoren wurde dann das Vorhandensein der durch die Oeffnungsformen geforderten Partialschwingungen constatirt. Die Resultate waren in Kürze folgende:

1. Bei der oben mehrfach erwähnten Oeffnung, welche nach der einfachen Schwingung geschnitten war, erschien in der That der einfache Ton frei von Obertönen, wenn

der Versuch bei niedriger Tonlage angestellt wurde (z. B.  $ut_2$ ).

2. Oeffnungsfiguren, welche direct durch Superposition mehrerer Partialschwingungen niederer Ordnung hergestellt worden waren, lieferten Klänge, in welchen die geforderten Schwingungen entweder allein auftraten, oder aber die nicht geforderten Partialschwingungen waren immer nur sehr schwach gegen jene.
3. Bei einigen Versuchen wurden dieselben Partialschwingungen mit verschiedener Phase zusammengesetzt; man erhielt verschieden gestaltete Blaseöffnungen, welche jedoch denselben Klang und dasselbe Ergebniss mit den Resonatoren gaben.
4. Versuchsweise gelingt es durch gewisse complicirte Oeffnungsformen, bei gut anschliessender Sirenen Scheibe bassgeigenartige, ferner schneidende oder näselnde Klänge von grosser Stärke zu erhalten. Bei diesen Blaseöffnungen ist der Rand discontinuirlich und es gilt die Betrachtung nicht mehr. Indess sind wenigstens unter den tieferen Theiltönen in den meisten Fällen nur diejenigen wirklich vorhanden, welche die Rechnung aus der Oeffnungsfigur folgert.
5. Es zeigte sich bei einigen Versuchen wie die unter 1 bis 3, dass es innerhalb der erlaubten Versuchsgränzen fast ganz gleichgültig für den Erfolg ist, ob eine bestimmte periodische Veränderung an einem einzigen Spalt, oder an der Summe der freien Längen zweier benachbarter Spalten vor sich geht. Die Tonbildung hängt nur von der gesammten freien Spaltlänge ab.
6. Benutzt man bei Sirenenversuchen andere als spaltförmige Oeffnungen, so steht die erzielte Luftbewegung in keinem so einfachen Verhältniss zu dem periodisch veränderlichen Flächeninhalt der freien Blaseöffnung, wie es oben bei Spalten der Fall war.

Was nun die Resultate betrifft, so muss ich gestehen, dass dieselben günstiger sind, als ich sie erwartet hatte im Hinblick auf die Bedenken, welche sich gegen die Zugrundelegung einer so einfachen Vorstellung erheben lassen. Es scheint daher,

dass der in der Einleitung als besonders bedenklich bezeichnete Einfluss der Spaltenden bei der Superposition wesentlich auf eine additive Constante hinausläuft, welche akustisch nicht wirkt. Dies wäre auch einigermaßen plausibel, da ja die beiden Spaltenden fortwährend und immer in wesentlich derselben Weise mitwirken. Bei weiteren Versuchen werde ich die quantitativen Verhältnisse noch näher prüfen.

---

**XLIX. Ueber die wissenschaftliche Untersuchung der Ostsee und Nordsee;  
von G. Karsten. (Kiel)**

---

1. Die nachstehenden Zeilen bezwecken auf Arbeiten aufmerksam zu machen, welche seit einigen Jahren zur näheren Erforschung der beiden norddeutschen Meere, der Ostsee und Nordsee ausgeführt worden sind. Diese Arbeiten sind in physikalischer Beziehung nicht wegen Benutzung neuer Methoden oder durch Anwendung besonders feiner Messungen von Interesse, sondern deshalb, weil sie ein neues Beobachtungsfeld aufschliessen, welches bisher noch wenig Beachtung gefunden hat.

Wenn die grossartigen Untersuchungen der Amerikaner und der Engländer sowie die auch von andern Nationen ausgeführten Meeresuntersuchungen unsere Kenntnisse von der Physik des Meeres und von den Organismen des Meeres ausserordentlich bereichert haben, so war die Ausführung der Untersuchungen, auf Fahrten durch den Ocean, doch nur dazu geeignet, für bestimmte Punkte die an bestimmten Zeiten grade stattfindenden Zustände kennen zu lehren; die *Aenderungen*, sei es periodischer, sei es aperiodischer Natur, die an jedem Orte, sowohl in physikalischer Rücksicht als in Bezug auf die Organismen stattfinden, konnten nicht, oder, bei zufälligem wiederholten Besuche desselben Punktes, doch nur sehr mangelhaft ermittelt werden.

Diese *Aenderungen* aber sind zur Erforschung der Bewegungserscheinungen und zur Erkennung der Beziehungen zwischen den physikalischen Verhältnissen und den Lebens-

erscheinungen von grösster Bedeutung, ebenso wie wir in der Meteorologie nicht aus vereinzeltten Beobachtungen des Zustandes der Atmosphäre die Gesetze ihrer Bewegung und ihren klimatologischen Einfluss erfahren, sondern erst durch Feststellung der Grenzen, innerhalb deren die Aenderungen und durch die Beobachtung wie dieselben erfolgen.

Von solchen Gesichtspunkten ausgehend unternahm es Dr. H. A. Meyer ausgedehntere Beobachtungen über die physikalischen Eigenschaften des westlichen Theiles der Ostsee<sup>1)</sup> anzustellen, wodurch er Aufschluss über die von ihm und K. Möbius nachgewiesene sehr wechselnde Beschaffenheit der organischen Bevölkerung jenes Meerestheiles zu erlangen hoffte.

Die Meyer'schen Beobachtungen lehrten, dass in allen physikalischen Elementen: dem Wasserstande, Salzgehalte, der Temperatur des Meerwassers im westlichen Theile der Ostsee sehr erhebliche nach der Jahreszeit und den verschiedenen Jahren ungleiche Aenderungen vorkommen und sie stellten, während sie eine befriedigende Erklärung von dem Bewegungsmechanismus des Ostseewassers gaben, zugleich fest, dass nur durch Ausführung sehr umfassender Beobachtungsreihen der Betrag und das Gesetz jener Aenderungen ermittelt werden könne, ein Unternehmen, welches mit den Hilfsmitteln eines einzelnen Gelehrten nicht durchführbar ist, sondern die Herstellung eines ausgedehnten Beobachtungsnetzes verlangt.

2. Der Anlass zur Verwirklichung dieses Gedankens wurde nun dadurch gegeben, dass der deutsche Fischereiverein es zur Hebung des Fischereibetriebes in der Ostsee und Nordsee für wichtig erkannte, wissenschaftlich sichere Grundlagen über den Zusammenhang der physikalischen Verhältnisse jener Meere mit den Lebensverhältnissen der Fische zu gewinnen und bei dem Kgl. Preuss. Ministerium der landwirthschaftlichen Angelegen-

1) Dr. H. A. Meyer's Untersuchungen über physikalische Verhältnisse des westlichen Theiles der Ostsee. Ein Beitrag zur Physik des Meeres. Kiel, Schwers'sche Buchhandlung 1871. S. a. die zoologischen Untersuchungen: Dr. H. A. Meyer und Dr. K. Möbius Fauna der Kieler Bucht. Leipzig bei Engelmann. Erster Band 1865. Zweiter Band 1872.

heiten die Veranlassung zu derartigen Ermittlungen beantragte. Diesem Antrage wurde im Jahre 1870 von dem Kgl. Ministerium in entgegenkommener Weise Folge gegeben, indem es die erwähnte Aufgabe einer Commission in Kiel übertrug, welche seit jener Zeit in der im Nachstehenden zu schildernden Weise thätig gewesen ist.<sup>1)</sup>

Die Commission hatte die folgenden Punkte in den Kreis ihrer Beobachtungen zu ziehen: a) Tiefe, Wasserstand, Grundbeschaffenheit, Salz- und Gasgehalt, Strömungen und Temperatur des Wassers; b) Flora und Fauna des Meeres; c) Verbreitung, Fortpflanzung und Wanderung der nutzbaren Thiere.

Dies Programm umfasst also die Feststellung der physikalischen Grundbedingungen für das organische Leben im Meere und den Zusammenhang mit den Erscheinungen des mannigfaltig wechselnden pflanzlichen und thierischen Lebens; es umschließt drei Gruppen von Untersuchungen, welche theils ununterbrochene Beobachtungen an passend ausgewählten Küstenpunkten erfordern, theils nur durch Expeditionen auf hoher See auszuführen sind.

Aus den Meyer'schen Beobachtungen war nämlich bekannt, dass im westlichen Theile der Ostsee, um es kurz auszudrücken, ähnliche Variationen vorhanden sind, wie sie die Atmosphäre für das Klima desselben Ortes in verschiedenen Jahren zeigt. Wie aber das Klima eines Ortes nur dadurch genauer bestimmt werden kann, dass man durch hinreichend viele Beobachtungsjahre erst einen festen Mittelwerth zu gewinnen sucht, dann die Abweichungen von diesem Mittelwerthe in einem einzelnen Jahre feststellt und dadurch auf die Ursache der Abweichungen, die *Störungen*, geführt wird, so wird auch erst das Klima des Meeres, also für den vorliegenden

- 1) Das Programm, welches die Commission für ihre Arbeiten entworfen hat und die Ergebnisse der Untersuchungen bis Ende 1871 sind in den folgenden Schriften niedergelegt: 1) Denkschrift der wissenschaftlichen Commission zur Untersuchung der deutschen Meere in Kiel in Betreff der im Jahre 1871 auszuführenden Arbeiten. Circular Nr. 3 des deutschen Fischereivereins vom 19. April 1871; 2) Generalbericht der Commission etc. Circulare Nr. 1 etc. vom 29. Jan. 1872; 3) Jahresbericht der Commission etc. für d. Jahr 1871. Berlin 1873 bei Wiegandt & Hempel.



Fall, das Klima der Ost- und Nordsee an hinreichend vielen Punkten festgestellt werden müssen.

Freilich darf man die Consequenzen der Meyer'schen Beobachtungen nicht ohne Weiteres über das ihnen zu Grunde liegende Beobachtungsgebiet ausdehnen. Es ist z. B. sicher, dass der östliche Theil der Ostsee in vielen physikalischen Elementen, z. B. bezüglich des Salzgehaltes, viel geringere Differenzen nach Zeit und Ort aufweist, als der westliche Theil; dasselbe gilt in anderer Beziehung für die Nordsee. Aber einestheils wird zu constatiren sein, in welchen Grenzen sich die, wenn auch geringeren Differenzen halten, anderntheils werden vielleicht andere physikalische Elemente stärker wechseln, z. B. in der östlichen Ostsee die thermischen Verhältnisse, in der Nordsee die mehr oder weniger stark wirkenden oceanischen Störungen.

Dies führte also zur Einrichtung einer Zahl fester Beobachtungsstationen zunächst an der preussischen Küste der Ostsee, dann ebenso in der Nordsee. Die Reihe der Stationen wurde darauf dadurch vervollständigt, dass Seitens der Grossherzoglich Mecklenburgischen Regierung und des Senates der Hansestadt Lübeck Stationen auf den betreffenden Gebieten errichtet und ebenso die Einrichtung einer Station auf Helgoland von dem Gouverneur daselbst genehmigt wurde.<sup>1)</sup>

Die Beobachtungen an den Küstenpunkten werden nun allerdings das wesentliche Material für die Feststellung der physikalischen Verhältnisse sammeln. Da indessen diese Beobachtungen immer nur im flachen Wasser angestellt werden können, so wird es daneben sehr erwünscht sein, auch möglichst viele Einzelbeobachtungen auf hoher See zu sammeln. In der Zukunft wird man darauf hinwirken können, dass gewisse einfache physikalische Beobachtungen auf jedem Schiffe

1) Auch Seitens der ausserdeutschen Staaten an den Küsten der Ost- und Nordsee ist in sehr bereitwilliger Weise die Einrichtung von Stationen entweder schon angeordnet oder in Aussicht gestellt, so dass gehofft werden kann, in kurzer Frist eine zusammenhängende Reihe von Stationen, an denen nach einem gleichen Systeme und mit gleichen Apparaten beobachtet wird, in beiden Meeren zu erhalten.

öfter angestellt und zur Bearbeitung regelmässig eingeliefert werden. Bevor eine solche wünschenswerthe Organisation hergestellt ist, müssen die Beobachtungen auf Expeditionen, zu welchen die Commission autorisirt wurde und wird, die Stationsbeobachtungen ergänzen.

Bisher konnten in den Jahren 1871 und 72 zwei Expeditionen ausgeführt werden. Im ersten Jahre fand eine Untersuchungsfahrt in der Ostsee statt, welche eine allgemeine Orientirung auf diesem Beobachtungsfelde beabsichtigte und deren Resultate in dem oben erwähnten ersten Jahresberichte niedergelegt sind. Im Jahre 1872 wurde eine denselben Zweck für die Nordsee verfolgende Expedition ausgeführt, über welche in dem zweiten jetzt zur Veröffentlichung vorbereiteten Jahresberichte Nachricht gegeben werden wird.

Ich werde nun im Folgenden eine kurze Zusammenstellung über die Aufgaben machen, welche sich die Commission rücksichtlich der Ermittlung der physikalischen Verhältnisse gestellt hat, über die Hilfsmittel und Art der Beobachtung, welche sie benutzt und über die bisherigen Resultate. Von einer Darstellung der recht erheblichen Ergebnisse bezüglich der Organismen des Meeres muss in dieser Zeitschrift abgesehen und auf die Publikationen der Commission verwiesen werden.

---

3. Die wichtigsten Grössen, deren Feststellung in's Auge gefasst wird, sind: *Salzgehalt* und *Temperatur*; ausserdem *Luftgehalt* des Wassers, welche letztere Grösse aber in Ermangelung einfacher Beobachtungsmethoden an den Stationen wegfällt. Die Variationen der beiden ersteren Elemente sind von den Strömungen bedingt und diese hängen wiederum mit verschiedenen Grössen zusammen: mit der Höhe des Wasserstandes, mit Richtung und Intensität des Windes, mit der Dauer und Ausdehnung der Eisbedeckung des Meeres und mit der Grösse der atmosphärischen Niederschläge in dem Abwässerungsgebiete. Man sieht auch hier wieder, dass wegen der grossen Zahl mitwirkender Faktoren zur genauen Erkenntniss der Variationen lange Beobachtungsreihen erforderlich sein werden.

### 1. Der Salzgehalt.

Der Salzgehalt des Meerwassers ist in mehrfacher Beziehung wichtig. *Erstens* ist die Verschiedenheit des Salzgehaltes die Ursache von Strömungen im Meere, indem nach dem hydrostatischen Gesetze die schwerere Flüssigkeit sich zur tieferen Stelle begiebt. Es werden hierdurch zwei Strömungsrichtungen an einem Orte erzeugt werden können, die eine in der Vertikalen, wenn die obere Wasserschicht eine Veränderung erfährt, durch welche ihr Salzgehalt und mithin ihre Dichtigkeit vermehrt wird, die andere in der Horizontalen, da wo zwei Wassermassen ungleicher Dichtigkeit nebeneinander liegen. Diese letzteren Strömungen spielen in der Ost- und Nordsee die wichtigste Rolle.

*Zweitens* ist der Salzgehalt, indem er die Flüssigkeiten ungleicher Dichtigkeit gegeneinander in Bewegung setzt, zugleich der Träger der Temperaturen in den erregten Strömungen. Dies ist für die Ostsee sowohl wie für die Nordsee nachzuweisen. Das in die Ostsee als Unterstrom eindringende schwerere Nordseewasser führt seine Temperaturen weithin erkennbar mit sich und ebenso ist der aus der Ostsee ausfließende leichtere Oberstrom in der Nordsee an seinen Temperaturen nachweisbar. In ähnlicher Weise, wenn auch dem Grade nach vermindert, wie die Nordsee zur Ostsee verhält sich das Wasser des atlantischen Oceans zur Nordsee, in dieser lassen sich schwerere, salzreichere, oceanische mit anderen Temperaturen behaftete Strömungen erkennen<sup>1)</sup>.

*Drittens* endlich steht der Salzgehalt oder wohl richtiger die *Salzmenge und Zusammensetzung* des Salzes in engster Beziehung zur Menge der im Wasser enthaltenen Kohlensäure.

In allen diesen Beziehungen, besonders aber wegen der beiden letzteren hat offenbar der Salzgehalt einen wesentlichen

1) Wie demnach die Strömungen und Temperaturbewegungen in der Ostsee nicht verstanden werden würden ohne Kenntniss der Salzmenge und Wärme der Nordsee, so wird es für das Verständniss der analogen Erscheinungen in dieser nothwendig werden, das Studium auf die benachbarten Theile des atlantischen Oceans auszudehnen.

Einfluss auf das pflanzliche und thierische Leben, ist daher eine fundamental wichtige Grösse, deren Bestimmung vorzugsweise unternommen werden muss.

4. An den Stationen erfolgt diese Bestimmung durch das einfache Hilfsmittel des Aräometers<sup>1)</sup>. Es ist zwar zuzugestehen, was gegen die aräometrische Methode angewendet worden ist, dass wegen der nicht völlig gleichen Zusammensetzung des Salzes im Meerwasser verschiedener Localitäten der Salzgehalt nicht ganz genau hierdurch gefunden wird. Indessen ist dies einerseits für die Folgerungen, welche sich an die *Dichtigkeit* anknüpfen, also für die Strömungserscheinungen und für die damit verbundenen Temperaturen gleich-

- 1) Die den Beobachtern an den Stationen übergebenen Aräometer sind bisher Metallinstrumente gewesen (Messing, vergoldet; später Messing, vernickelt), deren Theilung auf 0,0002 des specif. Gewichtes ging und die Hälfte dieser Grösse gut zu schätzen gestattete. Es wurde dann der Versuch gemacht, diese Metallaräometer noch empfindlicher herzustellen und als Controllinstrumente auszugeben; der Körper dieser feineren Instrumente war von vernickeltem Messing, die Skala auf einer feinen Feder von Aluminiumbronze aufgetragen. Der Werth von 0,0001 Aenderung des specif. Gewichtes nahm auf der Skala eine Länge von ca. 5<sup>mm</sup> ein. Diese Instrumente haben sich aber nicht bewährt, weil sehr bemerkenswerthe Adhäsionserscheinungen bei ihnen eintraten, welche die Einstellung unsicher machen. Die Commission ist jetzt zu Glasaräometern übergegangen, nachdem es ihr gelungen ist, eine Bezugsquelle für gut gearbeitete Instrumente zu mässigen Preisen zu finden. Es werden jetzt 2 Sätze solcher Aräometer angefertigt. Der feinere Satz (Controll-Normal-Aräometer) besteht aus 10 Instrumenten, in welche zugleich die Thermometer eingeschmolzen sind, die Theilung geht auf 0,0001 und gestattet die Ablesung auf die Hälfte. Der zweite Satz besteht aus 5 Instrumenten ohne Thermometer und von der halben Genauigkeit der Theilung (Gebrauchs-Normal-Aräometer). Die Commission ist erbötig, die Besorgung und Prüfung solcher Instrumente zu übernehmen, da es wünschenswerth ist, dass alle bei den Meeresuntersuchungen verwendeten Aräometer übereinstimmen. Die bei der Commission oder bei dem Mechaniker Steger in Kiel bestellten Instrumente werden nach erfolgter Vergleichung mit den von J. G. Greiner jun. für die Commission ausgeführten vorzüglichen Normalaräometern mit einem Beglaubigungsatteste versehen.

gültig. Andererseits sind die Ermittlungen für den Luftgehalt, die allerdings mit der Beschaffenheit des Seesalzes zusammenhängen, noch nicht zu dem Grade der Feinheit vorgeschritten, dass die immerhin geringe Ungenauigkeit der Salzgehaltsbestimmung gegenüber den grossen Vortheilen der aräometrischen Methode ins Gewicht fielen. Diese Vortheile bestehen vornehmlich darin, dass das Aräometer ein einfaches Ablesungsinstrument ist, welches auch von Leuten mit Sicherheit gehandhabt werden kann, die mit feineren oder complicirteren Apparaten nicht umzugehen verstehen.

Bei den Expeditionen ist übrigens zur Controlle und namentlich für die Gasuntersuchungen auch eine chemische Untersuchung in Anwendung gebracht worden.

Die von der Commission für die Beziehung zwischen specifischem Gewichte und Salzgehalt angenommene Regel, aus welcher für jetzt mit hinreichender Genauigkeit die Salzmenge berechnet werden kann, ist, dass jeder Vermehrung des specif. Gewichts um 0,0001 eine Vermehrung des Salzgehaltes um 0,0131 Procent entspricht, man hat daher die Zehntausendtheile des 1 überschüssenden specif. Gewichts (bei 14° R.) mit 131 zu multipliciren, um den Salzgehalt in Hunderttheilen des Procentes zu erhalten.

---

5. Die bisher gewonnenen Resultate lassen sich folgendermassen zusammenfassen.

Jeberall in der Ostsee und Nordsee lässt sich in jedem *vertikalen* Querschnitt eine Zunahme des specifischen Gewichtes von Oben nach Unten nachweisen.

Da ein Abnehmen des Salzgehaltes und specifischen Gewichtes von dem atlantischen Ocean zur Nordsee und von dieser in noch viel stärkerem Grade zur Ostsee in der Richtung von Westen nach Osten vorhanden ist, so findet auch überall eine Bewegung des Wassers in Flächenschichten der Art statt, dass sich das schwerere Wasser unten in der Richtung von West nach Ost, das leichtere oben in der Richtung von Ost nach West bewegt. Diese beiden *Strömungsrichtungen* lassen sich direkt durch Strommesser in dem westlichen Theile der Ostsee und bis in das Kattegat hinein nachweisen. Indirekt

ist ihr Auftreten aus den Aenderungen des specifischen Gewichtes und Salzgehaltes und den damit verbundenen Temperaturänderungen zu folgern.

Eine Abweichung von der *ersten Regel* tritt zuweilen in engen Meeresstrassen ein, in denen durch zeitweise sehr lebhafteste Strömung eine völlige Durchmischung der Wasserschichten stattfinden und den Unterschied der Schichtung verwischen kann (z. B. im kleinen Belt, im Alsensund, Fehmarnsund u. s. w.).

Die *Strömungsrichtungen* werden nach ihrer Intensität durch klimatische Einflüsse mannigfach abgeändert. Vom stärksten Einflusse erweist sich der *Wind*. Vorherrschend westliche und südwestliche Winde führen der Nordsee vom atlantischen Ocean und weiter der Ostsee von der Nordsee mächtigere Unterströmungen schwereren Wassers zu und stauen gleichzeitig den leichteren Oberstrom nach Osten zu. Umgekehrt verstärken überwiegend östliche und nordöstliche Winde die Mächtigkeit des westwärts fließenden leichteren und salzärmeren Oberstromes und verringern das Eindringen des schweren Unterstromes. Mit den klimatischen Verhältnissen in Uebereinstimmung stehend ist daher durchschnittlich im Herbst und Winter salzigeres Wasser bis in die Ostsee eindringend, im Frühling und Sommer vermindert sich der Salzgehalt. Dauernde *Eisbedeckung* im Norden und Osten, durch welche im Frühjahr bei steigender Temperatur eine grosse Menge leichten Wassers gebildet wird, die bei den gewöhnlich alsdann überwiegenden Ostwinden nach Westen getrieben wird, erklärt den niedrigen Salzgehalt im Frühjahr und ähnlich, nur minder stark, müssen die starken *Sommerregen* in dem grossen Entwässerungsgebiete der Ostsee auf den Salzgehalt im Sommer wirken. Umgekehrt dagegen sind die überwiegenden Westwinde des Herbstes und Winters bestimmend für den höheren Salzgehalt in diesen Jahreszeiten.<sup>1)</sup>

---

1) Heftige West- und Südweststürme pflegen sehr häufig gegen Ende des Augustmonats einzusetzen. Jedesmal tritt alsdann gleich darauf eine bedeutende Vermehrung des Salzgehaltes im westlichen Theile der Ostsee ein, welche sich auch sehr deutlich in der Kieler Förde einstellt. Der eingehende salzreiche Unterstrom ist

6. Der *Wasserstand* an den Küstenpunkten ist zwar nicht selbst von Einfluss auf den stärkeren oder schwächeren Salzgehalt, aber er steht damit, weil er von denselben klimatischen Einflüssen, namentlich dem Winde abhängt, mit dem Salzgehalte im Zusammenhange. Dieser ist aber kein ganz einfacher. Man muss unterscheiden zwischen dem Wasserstande in dem ganzen Meeresbecken und dem an den einzelnen, nach der Himmelsgegend verschieden liegenden Küstenpunkten. In der Ostsee z. B. führen anhaltende Westwinde dem ganzen Bassin eine grössere Wassermenge salzreichen Wassers zu, es ist hierdurch und durch das Zurückhalten des Oberflächenwassers im Ganzen mehr Wasser in der Ostsee als bei östlichen Winden. Diese Wassermasse wird aber zunächst an die östlichen Küsten getrieben, dagegen aus dem westlichen Theile hinweggeführt. Im Osten der Ostsee ist also bei Westwinden im Ganzen hoher, im westlichen Theile niedriger Wasserstand, gegen den Osten wird das salzarme Oberflächenwasser aufgestaut, aus dem Westen wird dieses fortgeführt und das salzreichere Unterwasser bleibt zurück. Im Ganzen entsprechen sich also bei westlichen Winden:

- im östlichen Theile der Ostsee: hoher Wasserstand,  
schwacher Salzgehalt;
- im westlichen Theile der Ostsee: niedriger Wasserstand,  
starker Salzgehalt.

Bei andauernd östlichen Winden kehrt sich die Erscheinung um. Diese Einwirkung des Windes auf den Wasserstand macht sich aber bei kürzerer Dauer der Windwirkung in ganz

zugleich von einer plötzlichen Aenderung der Temperatur begleitet und führt zahlreiche Organismen heran, die kurz zuvor nicht zu finden waren. Ein sehr auffälliges Beispiel für diese Verhältnisse gab das Jahr 1872, in welchem vor der Sturmfluth des November andauernd westliche Winde in ungewöhnlich starkem Maasse Nordseewasser und mit ihm Nordseethiere in die Ostsee getrieben hatten. Ein solcher Zusammenhang der Fauna und der Strömungen lässt sich auch in früheren Beobachtungen erkennen, wenn auch noch keine Beobachtungen des Salzgehaltes angestellt wurden, weil das Auftreten zahlreicher pelagischer Formen zugleich mit andauernd heftigen westlichen Winden bemerkt worden ist, z. B. im Jahre 1866. Aehnliches wiederholte sich in diesem Herbst.

ähnlicher Weise bei naheliegenden aber entgegengesetzt gerichteten Küstenpunkten bemerklich. Die östlichere Küste, auch im westlichen Theile der Ostsee, erhält beim Eintreten der Westwinde *zuerst* Oberflächenwasser zugeführt, welches ein Steigen des Wasserstandes durch das salzärmere Wasser herbeiführt. Dann entspricht also Hochwasser bei Westwind einem schwachen Salzgehalte. Erst wenn die westliche Windrichtung längere Zeit andauert, wird sich das oben geschilderte Verhältniss herstellen und nur allmähig, wie es in der Zeit vor der Novembersturmfluth des Jahres 1872 der Fall war, das ganze westliche Becken der Ostsee mit salzreichem Wasser erfüllt werden, während gleichzeitig im Ostbecken das salzärmere Wasser hoch aufgestaut wird.

Secundär kann dann allerdings der Wasserstand auf die Bewegungen des Wassers von grossem Einflusse werden, indem die durch anhaltende Winde zu höherem Niveau aufgestauten Wassermassen, wenn die Winde aufhören oder gar in die entgegengesetzte Richtung umschlagen, heftige Strömungen einleiten. So war es wiederum bei der Sturmfluth 1872, wo der nach dauernden Westwinden plötzlich einfallende Polarstrom die in der ohnehin schon überfüllten Ostsee im Osten besonders hoch aufgestauten Wasser heftig gegen Westen trieb. So kann in der Nordsee heftiger und dauernder Westwind das Wasser, der Ebbe entgegen, auf höherem Wasserstand erhalten, wo dann bei wiederkehrender Fluth die Küsten einem doppelt heftigen Wasserandränge ausgesetzt sind.

Ist also auch der Wasserstand in einem local verschiedenen Zusammenhange mit dem Salzgehalte und den allgemeinen normalen Strömungen stehend, so wird seine Beobachtung doch, wenn erst dieser Zusammenhang für eine bestimmte Localität erkannt ist, für die Beurtheilung der allgemeinen Bewegungserscheinungen von Interesse sein.<sup>1)</sup>

1) Zur Beobachtung des Wasserstandes stehen der Commission bisher keine anderen Hülfsmittel zu Gebote, als die gewöhnlichen Pegel, welche wohl zur Feststellung der Aenderungen des Wasserstandes genügen, aber zur Lösung anderer Fragen von allgemeinerem Interesse nicht ausreichend sind. Aus den Strömungsbeobachtungen, d. h. aus der Bestimmung der Häufigkeit und Mäch-



7. Wenn nun, wie oben ausgeführt, gewisse klimatische Verhältnisse, namentlich der Wind, Schwankungen in der Grösse des Salzgehaltes veranlassen und wenn man bedenkt, dass die Intensität dieser Einflüsse in den einzelnen Jahren verschieden ausfällt, so ist es klar, dass in jeder Wasserschicht nicht allein der Localität und der Jahreszeit nach, sondern auch nach den verschiedenen Jahren ungleiche Salzgehalte vorhanden sind, dass man also von einem „mittleren Salzgehalte“ erst wird sprechen können, wenn hinreichend viele Beobachtungen für jeden Ort und für jede Wasserschicht vorliegen, um die Grenzen aller jener klimatischen Störungen einzuschliessen.

Um, ohne auf Einzelheiten einzugehen, eine Vorstellung von den erheblichen Schwankungen des Salzgehaltes zu geben, sind in der folgenden kleinen Tafel die aus der kurzen Reihe der bisherigen Beobachtungen ermittelten Werthe für eine Anzahl von Küstenstationen zusammengestellt.

Die Ziffern können nur als erste Annäherungen betrachtet werden und sind auch bei den verschiedenen Stationen von verschiedenem Werthe, da sie ungleich lange Beobachtungs-

tigkeit der aus- und eingehenden Ober- und Unterströmungen geht hervor, dass eine grössere Wassermenge aus der Ostsee abgeführt wird, als aus der Nordsee einströmt, offenbar eine Folge der zahlreichen und wasserreichen Ströme, die zur Ostsee abwässern. Daraus folgt dann ferner, dass, abgesehen von den Störungen durch die Winde, im Allgemeinen die Ostsee im Osten ein höheres Niveau wie im Westen haben muss. Von Osten nach Westen müsste dann jeder Ort einen andern mittleren Wasserstand haben. Ist dies richtig, so kann man bei Höhenangaben nicht von einer Erhebung über den Ostseespiegel sprechen, sondern muss speciell den Küstenpunkt bezeichnen. Zur Lösung dieser Frage sind aber dauernde Beobachtungen an selbstregistrirenden Pegeln, deren Theilungen untereinander und mit entfernten Festlandspunkten durch sorgfältige trigonometrische Messungen verbunden sind, erforderlich, um einerseits den wirklichen mittleren Wasserstand, befreit von den Einwirkungen des Windes, andererseits gesichert gegen Veränderungen der Lage des Pegels, z. B. durch Hebungen und Senkungen der Küste zu erhalten. Bei der offenbaren Wichtigkeit dieser Frage ist zu hoffen, dass Seitens des Staates die zur Prüfung und Lösung derselben erforderlichen Anordnungen getroffen werden.

Ort.	Oberfläche.			Tiefe.			Bemerkungen.			
	Maximum s	p	Minimum s	Maximum s	p	Minimum s				
I. Ostsee.										
Helisingör <sup>1)</sup>	1.0190	2.51	1.0062	0.81	16	1.0258	3.39	1.0086	1.16	1) nach den Beobachtungen von Dr. H. A. Meyer.
Korsör <sup>1)</sup>	1.0208	2.73	1.0088	1.19	20	1.0250	3.27	1.0154	2.02	
Friederica <sup>1)</sup>	1.0203	2.66	1.0092	1.22	9	1.0220	2.88	1.0104	1.36	
Svendborgsund <sup>1)</sup>	1.0184	2.45	1.0085	1.15	7	1.0187	2.49	1.0095	1.26	
Sonderburg	1.0211	2.76	1.0092	1.22	10	1.0243	3.20	1.0095	1.26	
Eckernförde <sup>1)</sup>	1.0174	2.30	1.0079	1.05	10	1.0204	2.67	1.0121	1.59	
Friedrichsort	1.0201	2.63	1.0043	0.58	8	1.0219	2.87	1.0078	1.04	
Kieler Hafen	1.0177	2.34	1.0000 <sup>2)</sup>	0.00	16	1.0196	2.58	1.0122	1.60	
Fehmarnsund	1.0135	1.77	1.0072	0.96	6	1.0147	1.95	1.0090	1.20	
Travemünde <sup>3)</sup>	1.0161	2.11	1.0093	1.24	5	1.0163	2.14	1.0093	1.24	
Pöls <sup>3)</sup>	1.0160	2.10	1.0097	1.29	4	1.0169	2.22	1.0108	1.42	
Warnemünde <sup>3)</sup>	1.0098	1.28	1.0063	0.83	5	1.0128	1.68	1.0072	0.96	
Darsers Ort	1.0133	1.74	1.0066	0.86	5	1.0152	1.99	1.0069	0.91	
Lohme-Rügen	1.0094	1.25	1.0032	0.42	10	1.0095	1.26	1.0050	0.66	
Neufahrwasser	1.0081	1.10	1.0019	0.25	3	1.0086	1.16	1.0035	0.46	
Hela	1.0066	0.86	1.0014	0.19	—	—	—	—	—	
II. Nordsee.										
Ellenbogen. Sylt	1.0255	3.34	1.0208	2.73	7	1.0258	3.38	1.0215	2.82	4) Die Werthe sind, wahrscheinlich in Folge eines noch nicht fest- gestellten Instrumentenfehlers, etwas zu gross.
Wilhelmshafen	1.0266	3.48	1.0220	2.88	8	1.0268	3.51	1.0222	2.91	
Borkum	1.0276	3.63	1.0210	2.75	13	1.0277	3.65	1.0219	2.87	
Helgoland <sup>4)</sup>	1.0287	3.80	1.0244	3.22	4 <sup>1/2</sup>	1.0288	3.81	1.0249	3.28	

zeiten umfassen. Man ersieht aber doch, welche erheblichen Aenderungen im Salzgehalte weit nach Osten hin zu verfolgen sind. Dass nun die grösseren Salzgehalte mit Strömungen von Westen, die schwächeren mit Strömungen von Osten zusammenhängen und wie mit ihnen die herrschenden Windrich-

tungen und die Temperaturverhältnisse der Wasserschichten zusammenhängen, kann hier nicht ausführlich gezeigt werden, sondern muss ich auf die Publikationen der Commission verweisen.

## 2. Die Temperaturen.

8. Die beiden Meere, Ostsee und Nordsee, weisen bezüglich ihrer Temperaturen im Grossen und Ganzen sehr verschiedene Verhältnisse nach, stehen aber wiederum durch die sie verbindenden Gewässer: Sund und Belte, Skagerrak und Kattegat in solcher Beziehung, dass sie gegenseitig einen erheblichen Einfluss auf einander ausüben.

Die *Ostsee* verhält sich wegen der verhältnissmässig unbedeutenden Grösse ihrer Verbindungswege mit der Nordsee einerseits und wegen des überwiegend aus ihr hinausgeführten Wassers andererseits zu den klimatischen Wärmeänderungen fast wie ein Landsee. Nur in der Nähe jener Verbindungswege, in grösserer Entfernung davon höchstens unter besonders günstigen Umständen, beeinflussen die Temperaturen des aus der Nordsee eintretenden Unterstromes merklicher den Wärmezustand des Ostseewassers.

Die Folge hiervon ist, dass im Grossen und Ganzen die Temperatur des Ostseewassers in hohem Maasse der jährlichen Periode der Luftwärme folgt, natürlich wegen der bekannten Eigenschaften des Wassers, unter Abstumpfung der Extreme, deren Differenz von der Oberfläche nach der Tiefe zu immer geringer wird. Eine theilweise Ausgleichung der in verschiedenen Breiten ungleichen Erwärmung des Ostseewassers wird durch die Bewegungen des Wassers stattfinden.

Die *Nordsee* zeigt viel geringere Aenderungen der Temperatur und wird unzweifelhaft nach ihrer Gestaltung sehr ungleiche Verhältnisse in ihren verschiedenen Theilen besitzen, da sie theils in weiter Ausdehnung mit dem nördlichen Theile, theils durch den Kanal in schmaler Verbindung mit südlicheren Theilen des atlantischen Ocean, endlich durch die engen Zwischenmeere in Verbindung mit der Ostsee steht. Jener erstere weit offene Zusammenhang vermittelt ein reichliches Eindringen oceanischen Wassers, dessen Wärme geringen

Schwankungen im Jahre unterworfen ist. Ebenso wird das mit einer Hauptfluthrichtung durch den Kanal eintretende oceanische Wasser keine erheblichen Temperaturschwankungen haben, aber von absolut höherer Temperatur sein. Endlich führt die Ostsee in dem starken Oberstromen sein nach der Jahreszeit erheblich ungleich erwärmtes Wasser zu. Nimmt man hierzu noch die grossen Niveauverschiedenheiten des Meeresgrundes der Nordsee, welche bei Strömungen aus verschiedenen Richtungen veranlassen, dass Wasser aus sehr ungleichen Tiefenschichten der Nordsee zugeführt werden kann, so ist ersichtlich, dass die Temperaturverhältnisse in der Nordsee sehr verwickelt sein werden, ausgedehnte Beobachtungen an vielen Punkten der Oberfläche und der Tiefen und viele Jahre hindurch zu ihrer Feststellung erforderlich machen.

9. Die bisherigen Beobachtungen können auch für dieses physikalische Element nur als die ersten Anfänge betrachtet werden, zumal Oberflächentemperaturen wohl schon früher in grösserer Zahl beobachtet worden sind, über die Temperaturen der tieferen Schichten aber nur wenige Angaben bekannt geworden sind.

Da die Beobachtungen an den Küstenstationen nur in geringen Tiefen anzustellen sind, so konnten die von der Commission verwendeten Thermometer sehr einfach sein. Die Oberflächentemperatur wird mittelst eines gewöhnlichen, guten auf  $0^{\circ}.2$  getheilten Thermometers entweder direkt im Wasser oder in einer grösseren Menge frisch geschöpften Wassers abgelesen. Zur Bestimmung der Tiefentemperaturen dienen ebensolche Thermometer, welche durch eine starke Umhüllung von dem sehr schlecht leitenden Hartgummi träge gemacht worden sind. Für jedes Thermometer wird vor der Benutzung die Zeit bestimmt, 1) welche es höchstens zur Aufnahme der umgebenden Temperatur braucht; 2) welche verfliesst, bevor es, sobald es an die Luft gebracht wird, seine Stellung merklich ändert. Die verwendeten trägen Thermometer bedürfen durchschnittlich einer Stunde, um die Temperatur anzunehmen, und behalten dieselbe dann durchschnittlich 5 Minuten, eine Zeit, welche zum Aufholen des Instrumentes und Ablesen in den

vorliegenden Fällen vollständig ausreicht. Die Beobachtung geschieht also an den Stationen so, dass die Thermometer auf der zu messenden Tiefe ausgeworfen, an einer Boje befestigt werden und daselbst mindestens eine Stunde liegen bleiben.<sup>1)</sup>

Auf den Expeditionsfahrten können natürlich diese Thermometer nur ausnahmsweise, wenn das Schiff oder Boot festgelegt wird, Verwendung finden. Für Beobachtungen auf der Fahrt ist daher das Casella'sche Maximum- und Minimumthermometer zur Anwendung gebracht worden.

Die bisher gewonnenen Resultate versuche ich in Folgendem kurz zusammenzufassen.

10. Wie vollständig die Wassertemperaturen der Ostsee, zunächst der Oberfläche, dann aber auch mit Verminderung der Extreme, in der Tiefe der jährlichen Periode der Luftwärme folgt, lehrt jedes einzelne Beobachtungsjahr an jeder Station. Ich wähle als Beispiele die Zusammenstellungen der Monatstemperaturen von zwei Stationen: Sonderburg und Kiel, weil bei diesen einige bemerkenswerthe Verschiedenheiten hervortreten.

Monatsmittel der Wärme °R.

1869	Sonderburg			Kiel			
	Luft	Oberfl.	10 Faden	Luft	Oberfl.	5 Faden	16 Faden
Januar	1.62	1.3	1.3	0.98	2.1	2.9	3.5
Februar	3.85	3.0	2.8	3.83	3.0	3.5	3.7
März	1.48	2.4	2.1	1.55	2.6	3.1	4.0
April	7.50	5.5	3.9	7.31	7.2	5.5	4.5
Mai	8.57	8.8	6.9	8.86	9.6	7.7	5.0
Juni	10.28	9.5	7.1	10.22	11.2	10.7	4.2
Juli	13.85	12.3	10.3	13.67	15.0	13.2	4.5
August	11.95	13.2	12.6	12.05	13.9	13.8	5.1
September	11.28	12.2	11.7	10.82	12.6	12.2	5.7
October	6.57	9.0	8.8	6.63	9.6	10.2	7.4
November	2.97	4.6	4.8	3.12	6.5	6.9	7.5
December	1.41	4.2	3.7	1.70	3.5	5.0	5.2
Jahr	6.78	7.2	6.3	6.73	8.1	7.9	5.0

1) Auch solche trägen Tiefenthermometer mit Hartgummihülle können von dem Mechanikus Steger in Kiel bezogen werden.

An beiden Stationen ist der parallele Gang der Lufttemperatur und der Temperatur des Oberflächenwassers ersichtlich. In Sonderburg aber ist die gleiche Periodicität auch bis zu der beträchtlichen 10 Fadentiefe zu verfolgen, während in Kiel schon bei 5 Faden die Wärmeschwankungen kleiner werden und bei 16 Faden die starke Verschiebung der Jahresperiode und Verminderung der Extreme hervortritt. Die grössere Gleichmässigkeit der Durchwärmung aller Wasserschichten tritt in Sonderburg wegen der starken Strömung im Alsensunde ein, vermöge welcher die Wasserschichten sich mischen, während in der 16 Fadentiefe in Kiel nur bei sehr heftigen Winden und beim Eindringen schwerer Unterströme Bewegung erfolgt.

Die Oberflächentemperatur ist grösser als die Lufttemperatur, was sich einfach daraus erklärt, dass wir als erstere die Temperatur im Schatten nehmen, das Wasser aber durch die Einstrahlung der Sonne einen von der Helligkeit der Luft abhängenden Mehrbetrag von Wärme empfängt.

11. Aus einem einzelnen Jahre lässt sich nun das Gesetz der Wärmeänderungen nach der Tiefe zu nicht erkennen, ich setze daher noch die folgenden Mittelwerthe aus 6 Beobachtungsjahren in Kiel her, welche die Verschiebung der Erwärmung in der Jahreszeit nach der Tiefe hin deutlicher hervortreten lassen.

Kiel, Mittelwerthe °R. aus 6 Jahren.

	Luft	Oberfläche	5 Faden	16 Faden
Januar	-0.35	0.93	1.88	2.50
Februar	0.09	0.90	1.25	2.33
März	2.30	1.78	1.68	1.90
April	5.61	5.18	3.80	2.14
Mai	8.76	8.66	6.84	3.64
Juni	11.58	12.80	10.26	4.43
Juli	13.60	14.93	13.25	5.18
August	13.59	14.80	13.78	6.88
September	10.41	10.56	12.36	9.30
October	7.06	9.40	9.96	9.96
November	3.31	5.96	6.70	7.86
December	1.52	2.90	3.80	4.90
Jahr	6.46	7.41	7.12	5.08

Hier tritt die jährliche Periode regelmässig bis zur grössten Tiefe ein; in der Luft und an der Oberfläche ist Juli der wärmste Monat, bei 5 Faden ist schon die Augustwärme die überwiegende, bei 16 Faden ist der October der wärmste, der März der kälteste Monat.

12. Schon die Verschiedenheit der Mittelwerthe dieser Tabelle von den Mittelwerthen des einzelnen Jahres 1869 in der vorigen Tabelle beweist, wie ungleich der Gang der Temperatur in den einzelnen Jahren verläuft, beweist mit andern Worten, dass ebenso wie in der Luft bedeutende klimatische Verschiedenheiten in den einzelnen Jahren auch im Wasser und in allen Schichten desselben bestehen.

Hierbei spielen die *extremen* Werthe der in der Luft vorkommenden Temperaturen eine bedeutende Rolle; zum Belege können die folgenden Zahlen dienen, welche an dem Beispiele des Jahres 1871 mit seinen niedrigen Temperaturen zugleich zeigen, bis zu welchem Grade die Abkühlung auch in tiefem Wasser vor sich geht.

Kiel 1871	Luft		Oberfläche		5 Fäden		16 Faden	
	Max.	Min.	Max.	Min.	Max.	Min.	Max.	Min.
Januar	2.4	-12.0	0.4	-0.6	0.0	-0.8	0.3	-0.7
Februar	8.0	-17.2	1.0	0.0	0.2	-0.2	1.0	0.0
März	10.8	-3.0	4.5	1.5	2.8	1.3	1.5	1.0
April	10.6	-1.0	6.6	3.0	3.5	2.3	2.3	1.3
Mai	18.8	1.3	10.0	6.0	8.5	4.0	4.0	2.5
Juni	21.0	4.2	15.0	9.5	12.0	8.5	5.3	4.0
Juli	19.9	8.8	16.0	12.0	13.0	10.5	5.3	4.5
August	22.0	8.0	18.5	13.0	14.5	12.0	10.0	5.5
September	20.0	3.6	15.0	11.0	13.0	11.3	11.0	10.5
October	13.0	-0.7	10.0	7.0	10.5	8.0	11.0	10.0
November	5.9	-3.8	7.0	3.5	8.0	4.0	10.0	7.0
December	3.2	-11.7	2.5	1.0	3.0	1.5	6.5	3.0

Die kalten Temperaturen der Luft in einem strengen Winter führen also z. B. im Kieler Hafen eine Abkühlung der sämtlichen Wasserschichten erheblich bis unter die Mitteltemperaturen herbei. Die niedrigen Temperaturen erhalten

sich dann in der Tiefe, bis sie in den Herbstmonaten, meist plötzlich, sich wieder erhöhen. Folgt dann ein milder Winter und ruhiges Wetter, so bleiben wiederum diese höheren Temperaturen längere Zeit und erhalten die Tiefenschichten über den Wärmemittelwerthen.

Die bis unter Null gehende Abkühlung aller Schichten hängt damit zusammen, dass bei einem Salzgehalte von gegen 2 Procent, wie er im Kieler Hafen vorkommt, das Maximum der Dichtigkeit etwa bei  $-1^{\circ}$  R. liegen wird, also namentlich bei schwach bewegtem Wasser, vertikal abwärts gehende Strömungen des durch Erkaltung dichter werdenden Oberflächenwassers eintreten, welche einen schnellen Wärmeaustausch vermitteln. Dies wird um so leichter geschehen wenn, wie in den Wintermonaten, alle Wasserschichten höheren und unter einander nicht sehr verschiedenen Salzgehalt haben.

Dagegen kann sich warmes Wasser in der Tiefe dann lange erhalten, wenn dasselbe salzreich ist und die oberen kälteren Schichten salzarm, weil dann die durch Abkühlung vermehrte Dichtigkeit doch nicht die vom Salzgehalte herführende Dichtigkeit der unteren Schichten erreicht. In solchen Fällen tritt eine schnelle Temperaturänderung nur dann ein, wenn durch Winde eine heftige Bewegung und Durchmischung der Schichten bewirkt wird.

---

13. Die vorher erwähnte plötzliche Temperaturänderung im August und in den Herbstmonaten kommt in zweierlei entgegengesetzten Arten zu Stande. *Entweder* tritt die Durchmischung des Wassers ein, dabei wird der Salzgehalt der unteren Schichten vermindert, aber ihre Temperatur durch die höhere Wärme der sich mit ihnen mischenden oberen Schichten gehoben. So war z. B. in 16 Faden Tiefe in Kiel am

8. Septbr. 1870 d. spec. Gewicht = 1,0167 die Wärme = 8,0

13. - - - - - = 1,0155 - - - = 13,0

Oder es tritt plötzliches schweres Unterwasser ein, welches von der Nordsee stammend deren Herbstwärme mitbringt und das vom Winter her noch in der Tiefe lagernde kalte Wasser verdrängt. In solchem Falle ist also mit der Temperatur-



erhöhung eine Steigerung des Salzgehaltes eingetreten. So war z. B. an der erwähnten Localität am

16. August 1871 spec. Gewicht = 1,0118  $t$  = 8,0

21 . . . . . = 1,0140 . . . 11,0

Diese plötzlichen Aenderungen sind darum sehr auffallend, weil gewöhnlich die Temperaturänderungen in der Tiefe nur sehr langsam erfolgen, oft Wochen lang kaum merklich sind.

Solche gleichzeitige Wechsel der Temperatur und des Salzgehaltes weisen im westlichen Theile der Ostsee alle Stationen nach und sind dieselben auch bei geringem Betrage der Aenderungen oft sehr bezeichnend. So waren z. B. vom 13. December 1872 bis 22. Januar 1873 bei Sonderburg in allen Wasserschichten die Temperaturen niedriger gewesen als die am 23. Januar plötzlich in der 10 Fadentiefe beobachtete von 4°,4; mit dieser ging zusammen eine Aenderung des spec. Gewichts von 1,0195 auf 1,0243, es war wärmeres schwereres Nordseewasser, welches mit kräftig einlaufender Strömung eingetroffen war.

Giebt die Ostsee im Sommer an die Nordsee einen Ueberschuss von Wärme durch den auslaufenden Oberstrom ab, während der einlaufende Unterstrom kälter ist, so kehrt sich das Verhältniss im Winter um, kälteres Wasser fließt im Oberstrome zur Nordsee, wärmeres im Unterstrome zur Ostsee. Diese Wärmequelle für die Winterzeit kommt zunächst den westlichsten Theilen der Ostsee zu gute und ist sicher ein wichtiges klimatologisches Element.

Wie weit der Einfluss des Unterstromes nach Osten reicht, ist noch nicht nachgewiesen. Jedenfalls wird sich derselbe ostwärts schnell abschwächen.

Ueberhaupt müssen die beispielsweise für Kiel angeführten Temperaturverhältnisse des Wassers sich sowohl im freien Meere bei steter stärkerer Bewegung des Wassers, als nach Osten zu bei andern Salzgehalten modificiren.

Je geringer der Salzgehalt ist, um so höher liegt das Maximum der Dichtigkeit und so ist es wahrscheinlich, dass trotz niedrigerer Lufttemperaturen des Winters im Norden und Osten dennoch das Wasser in grösseren Tiefen daselbst nie-

mals so weit abgekühlt wird wie im Westen. Erfahrungen aber fehlen hierüber noch.

14. Ueber die Wärmeverhältnisse der Nordsee liegen der Commission, da die Nordseestationen erst während des Jahres 1872 eingerichtet wurden, noch sehr wenige Beobachtungen vor, welche aber die Thatsachen bestätigen, dass 1) die jährliche Periode der Wassertemperatur je weiter nach Westen sich verkleinert; 2) die Wärmedifferenz zwischen den Schichten verschiedener Tiefe in dem grossen flacheren Theile der Nordsee kleiner ist als in der Ostsee; 3) Temperaturdepressionen bis zum Nullpunkt nicht vorkommen.

Auf der Expedition konnten Strömungen verschiedenen Ursprungs (oceanische Ostseeströmungen und Elbwasser) sehr deutlich durch das Thermometer und gleichzeitige Angaben des Aräometers nachgewiesen werden.

Die folgende dem Meyerschen Werk entnommene Zusammenstellung einiger älterer Beobachtungen über die mittleren Temperaturen der Wasseroberfläche in der Ostsee, im Kattegat und an der irländischen Küste zeigt die Abnahme der Differenzen in der jährlichen Periode nach Westen zu sehr deutlich.

	Ostsee	Kattegat	Irland
Januar	1.7	—	6.5
Februar	1.9	—	6.1
März	2.2	1.9	6.2
April	5.6	4.7	7.3
Mai	9.2	7.8	8.8
Juni	12.0	10.1	10.4
Juli	14.5	12.8	11.9
August	14.6	13.4	12.5
September	12.4	11.5	12.2
October	9.5	8.9	10.3
November	5.7	4.8	7.6
December	3.5	—	7.2

In welchem Maasse aber diese Differenzen an den verschiedenen Punkten der Nordsee gegenüber den Ostseetempera-

turen abnehmen, welchen Einfluss die Strömungen in den verschiedenen Jahreszeiten ausüben und wie sich in den tieferen Wasserschichten die Periode der Wärme gestaltet, muss nun erst durch länger fortgesetzte Beobachtungen ermittelt werden.

Dass in der Nordsee die Temperaturen des Wassers aller Schichten bedeutend mehr als an der irländischen Küste von der Lufttemperatur beeinflusst wird, wenn auch wiederum viel weniger wie in der Ostsee, ergibt sich aus der folgenden Beobachtungsreihe eines Jahres an der Station Helgoland.

	Luft			Oberfläche						$\frac{1}{2}$ Fadentiefe					
				Fluth			Ebbe			Fluth			Ebbe		
	Mittel	Max.	Min.	Mittel	Max.	Min.	Mittel	Max.	Min.	Mittel	Max.	Min.	Mittel	Max.	Min.
1872 Sept.	12.04	19.6	6.0	13.62	14.6	11.8	13.57	14.6	11.8	13.89	14.8	12.0	13.83	14.7	12.0
Oct.	8.55	13.1	6.6	10.66	11.7	9.8	10.63	11.6	9.8	11.03	12.0	10.2	11.01	12.0	10.2
Nov.	5.91	10.0	0.3	8.33	9.8	7.6	8.33	9.8	7.6	8.58	10.2	7.8	8.58	10.2	7.8
Dec.	2.35	7.0	-2.9	5.59	7.4	4.4	5.59	7.4	4.4	5.81	7.6	4.6	5.82	7.6	4.6
1873 Jan.	2.83	6.0	-2.9	4.40	4.4	4.4	4.40	4.4	4.4	4.53	4.6	4.4	4.54	4.6	4.4
Febr.	0.88	4.5	-6.0	3.31	3.5	3.0	3.28	3.5	3.0	3.46	3.8	3.0	3.44	3.8	3.0
März	2.59	8.0	-1.5	3.38	3.8	3.0	3.39	3.8	3.0	3.76	4.2	3.3	3.76	4.2	3.3
April	4.86	10.5	0.4	4.94	5.7	4.0	4.91	5.6	3.9	5.38	6.6	4.3	5.38	6.6	4.3
Mai	7.30	11.8	3.9	6.56	7.4	5.6	6.55	7.4	5.6	6.88	7.4	6.6	6.87	7.4	6.6
Juni	12.01	18.2	7.2	9.72	11.2	7.5	9.71	11.2	7.5	9.44	10.4	7.7	9.43	10.4	7.7
Juli	13.84	18.7	9.2	13.06	14.4	11.2	13.06	14.3	11.2	12.81	14.2	10.4	12.82	14.2	10.4
Aug.	13.51	18.2	9.9	14.14	14.6	13.7	14.14	14.6	13.8	14.20	14.6	13.6	14.22	14.6	13.8
Jahr	7.22			8.14			8.13			8.31			8.31		

Die in der Luft 13° betragende Differenz des kältesten und wärmsten Monats ermässigt sich im Wasser auf 10°.9 an der Oberfläche, 10°.7 in der 4<sup>1</sup>/<sub>2</sub> Fadentiefe; die absoluten Extreme aber sind: in der Luft 25°.6, im Oberflächenwasser 11°.6, im Tiefenwasser 10°.8 von einander verschieden. Der Mittelwerth der Wärme des Wassers in allen Schichten übertrifft den Mittelwerth der Luftwärme, macht es also für Helgoland wahrscheinlich, dass dort in dem eindringenden schwereren oceanischen Wasser eine Wärmequelle zu suchen ist.

Auch wenn die Lufttemperatur bedeutend unter Null hinabgeht, bleibt bei Helgoland die Wassertemperatur aller Schichten über Null und in dieser Verschiedenheit des Verhaltens der Wärme gegen den westlichen Theil der Ostsee liegt ohne Zweifel mit eine Hauptursache für auffällige Verschiedenheiten in der Entwicklung der Organismen, welche durch die Ungleichheit des Salzgehaltes keine Erklärung finden wird.

Wegen des Näheren über die bisher ermittelten Resultate an den Stationen und bei der 1872ger Expedition muss auf den Jahresbericht der Commission verwiesen werden.

---

### 3. Hülfapparate.

15. Zu den verschiedenen Klassen der Beobachtungen kommen mancherlei Hülfapparate in Anwendung, Lothe, Vorrichtungen zum Aufbringen von Grundproben, Schöpfapparate u. s. f., von denen die letzteren hier zuerst noch als die wichtigeren erwähnt werden mögen, weil von ihrem guten Funktioniren die Brauchbarkeit der aräometrischen Bestimmungen des Tiefenwassers und der Untersuchungen des Gasgehaltes abhängt.

Um an den Stationen Wasser aus der Tiefe aufzubringen wird eine sehr einfache von Dr. H. A. Meyer zuerst benutzte Vorrichtung verwendet: eine starke, verkorkte Flasche, welche, nachdem sie die gewünschte Tiefe erreicht hat, durch einen kurzen Ruck an der Lothleine geöffnet wird, sich mit dem Tiefenwasser füllt und dann, erfahrungsmässig ohne merkbare Aenderung der Beschaffenheit des Wassers, aufgezogen werden

kann. Diese Vorrichtung ist aber einerseits nur in mässigen Tiefen zu verwenden, andernteils hat sie mit fast allen früher angewendeten Schöpfapparaten den für die Gasbestimmungen bedeutenden Mangel, dass das Wasser beim Oeffnen der Flasche mit grosser Gewalt in den mit Luft erfüllten Raum einstürzt und hierbei unzweifelhaft eine theilweise Absorption der Luft erfolgt. Wird nämlich das Wasser nach oben gebracht und auf den Luftgehalt untersucht, so finden sich ziemlich bedeutende aber ganz unregelmässige Mengen der permanenten Gase in demselben vor, welche aber nicht den Schluss gestatten, dass in dem Wasser der Tiefe dieser Luftgehalt vorhanden sei, vielmehr darauf zu deuten sind, dass man mit dem Schöpfapparat die Luft erst hinuntergeschickt hat, um sie nachher theilweise in dem Wasser hinaufzubringen.

Die Commission hat auf den Expeditionen theils zum Aufbringen des Wassers aus grösseren Tiefen zu aräometrischen Bestimmungen, theils zum Zwecke einer von dem erwähnten Mangel befreiten Gasanalyse verschiedene Schöpfapparate in Anwendung gebracht. Zu der letzteren Klasse gehören zwei Apparate, der eine vom Professor Dr. Jacobsen in Rostock, der andere von Dr. H. A. Meyer angegeben, welche allen Anforderungen entsprochen haben. Der Jacobsen'sche Schöpfapparat beruht darauf, dass eine theilweise mit Quecksilber gefüllte Gummiblase versenkt wird, nachdem aus ihr durch Zusammendrücken alle Luft entfernt und sie dann durch einen Hahn verschlossen wurde. Hat die Blase den Grund erreicht, so öffnet sich durch eine Selbstregulirung der Hahn und das Wasser erfüllt nun die sich ausdehnende Blase, welche dann aufgezogen wird, wobei sich während des Aufnehmens vom Grunde der Hahn wieder schliesst.

Der Meyer'sche Apparat besteht aus einem weiten offenen Metallcylinder, der, wenn eine Auslösung in Thätigkeit gesetzt wird, auf Gleitstangen herabfällt und sich dann durch ventilartig eingreifende Bodenplatten verschliesst. Das Wasser kann so aus jeder beliebigen Schicht, in welcher die Auslösung erfolgt, aufgebracht werden.<sup>1)</sup>

1) Auch diese verschiedenen Schöpfapparate sind vom Mechanikus Steger in Kiel zu beziehen.

Poggendorff's Ann. Jubelband.

Bei der Benutzung dieser beiden Apparate hat es sich ergeben, dass die mit andern Schöpfapparaten aufgefundenen permanenten Gase wesentlich von den erwähnten Absorptionserscheinungen herrühren.

Bezüglich des Näheren, namentlich wegen des aufgefundenen Gehaltes des Wassers an Kohlensäure muss auf die Jahresberichte der Commission verwiesen werden.

16. Von den sonstigen bei den Untersuchungen verwendeten Apparaten sind etwa noch die Strommesser zu erwähnen. Die Instrumente, welche Strömungsrichtung und Strömungsintensität zu bestimmen gestatten, sind noch äusserst mangelhaft. Von der festen Station oder dem verankerten Schiffe aus lässt sich allerdings der Oberflächenstrom hinreichend genau bestimmen. Während der Fahrt des Schiffes ist schon die Geschwindigkeitsbestimmung des Oberstromes sehr misslich. Für die gleichen Bestimmungen im Unterstrom sieht es noch schlechter aus. Von der festen Station oder dem verankerten Schiffe aus verwendet die Commission zur Bestimmung der Strömungsrichtung des Unterstroms einen sehr einfachen Apparat, ein Paar grosse zu einem rechtwinkligen Kreuze zusammengefügte Metalltafeln, die an einem feinen Drahte in die Tiefe gelassen werden. Die gegen die Tafeln treffende Strömung lenkt den Draht aus der Vertikalen ab und lässt so die Richtung des Stromes, aus der mehr oder weniger kräftigen Ablenkung auch ungefähr die Stärke desselben erkennen. Dies Instrument ist aber für schwache Strömungen zu unempfindlich und gestattet auch keine Geschwindigkeitsmessungen. Schwimmkörper mit daran befestigten bis zu der zu untersuchenden Tiefe hinabgelassenen Tafeln zu verwenden, führt zu keinem Resultate, weil sich der auf den Oberstrom und der auf den Unterstrom fallende Theil der zu beobachtenden Bewegung nicht berechnen lässt, vollends nicht, wenn zugleich das Schiff in Bewegung und bei der Strömung betheilig ist.

Die Bestimmung von Richtung und Intensität der in verschiedenen Schichten stattfindenden Strömungen ist aber für die Physik des Meeres von so bedeutendem Interesse, dass die

Herstellung guter Strommesser auch bei Tiefseeuntersuchungen äusserst erwünscht ist. Die Commission beabsichtigt in dieser Richtung Versuche mit Apparaten neuer Construction zu machen. Das Problem möge aber hier erwähnt sein um zu Vorschlägen der Lösung desselben aufzufordern.

17. In dem bisherigen Beobachtungsgebiete der Commission ist von eigentlichen Tiefseeuntersuchungen nicht zu sprechen. Die grössten untersuchten Tiefen bleiben in der Ostsee hinter 200 Faden, in der Nordsee hinter 400 Faden zurück. Es hat in solchen Tiefen die Handhabung der Instrumente keine erheblichen Schwierigkeiten, die Tiefenbestimmungen selbst können durch einfache Lothungen hinreichend sicher erfolgen, das Aufbringen von Grundproben geschieht in mehr als ausreichendem Maasse bei Gelegenheit des Dredgens d. h. des Nachziehens eines Schleppnetzes zum Zwecke des Fischens von Pflanzen und Thieren am Boden.

Sollte aber entweder der Commission Gelegenheit gegeben werden die von ihr für sehr wichtig gehaltene Untersuchung der auf die Nordsee einwirkenden oceanischen Gewässer vorzunehmen, oder das Beobachtungssystem dahin ausgedehnt werden, dass sich die Marine an den wissenschaftlichen Beobachtungen bei Uebungsfahrten betheiligt, so wird es sehr erwünscht sein, Verbesserungen bei den Tiefenmessungen einzuführen. So sinnreich manche der Vorrichtungen zu den Tiefenlothungen sind, so können die Ergebnisse doch sehr in Frage gestellt werden. Ueber wirklich in vertikaler Richtung erreichte Tiefen können nur Apparate sicher Auskunft geben, die durch den Druck des Wassers in Funktion gesetzt werden. Solcher Lothe sind mehrere angegeben worden, z. B. solche, bei denen durch den Wasserdruck eine Compression eingesperrter Luft bewirkt und daraus die Tiefe nach dem Mariotti'schen Gesetz berechnet wird. Indessen lässt die Genauigkeit der Bestimmung zu wünschen übrig und es würde sich vielleicht empfehlen zu Versuchen mit Federmanometern überzugehen, welche für den hohen Druck in den Meerestiefen construirt sind. Die Kenntniss der Temperaturen und Salzgehalte der tiefen Meeresschichten wird aber nur dann eine vollständige werden, wenn

damit zugleich genaue Tiefenbestimmungen verbunden sind. Auch hier liegt also eine Aufgabe der Mechanik vor, deren Lösung bei den ferneren Meeresuntersuchungen von grossem Werthe sein wird.

18. Die Commission darf sich der Hoffnung hingeben, dass die Staatsregierung zu einer regelmässigen Fortführung der Arbeiten die Mittel bewilligen werde. Wenn namentlich die mehrfach erwähnte Ausdehnung der Untersuchungsfahrten, ferner die specielle Untersuchung einzelner Gebiete der Nordsee und Ostsee ermöglicht wird und wenn die Organisation der Arbeit sich so erweitert, dass die Mitwirkung der Marine und der Handelsflotte für einzelne Beobachtungszweige erzielt werden kann, so werden wissenschaftlich und praktisch wichtige Erfolge nicht lange auf sich warten lassen. Es wird dann auch Gelegenheit geboten sein noch manche wissenschaftlich interessante Fragen, die bis jetzt ausgeschlossen bleiben mussten, z. B. das oben erwähnte Problem der Niveauverhältnisse des Meeres resp. der Küstenhebung und Senkung, die Frage über Lichtintensität im Wasser u. a. m. in Angriff zu nehmen.

Kiel, den 28. October 1873.

**I. *Ueber farbenschildernde Quarze vom Weisselberge bei Obernkirchen unweit St. Wendel; von F. E. Reusch in Tübingen und G. vom Rath in Bonn.***

**A**m Weisselberge, einer 1778 p. F. (5778<sup>m</sup>) hohen Melaphyrkuppe, welche sich,  $1\frac{1}{4}$  d. M. gegen NO von St. Wendel entfernt, aus dem mittlern Rothliegenden, den sogenannten Lebacher Schichten (nach E. Weiss und H. Laspeyres) erhebt, befanden sich früher, wie jetzt noch am Steinkaulenberge bei Idar, Amethystgruben. Von dieser Fundstätte bewahrt das mineralogische Museum der Bonner Universität mehrere Quarzkrystalle, welche



einer nähern Schilderung nicht unwerth sind. — In Bezug auf ihre Ausbildung wie ihr Vorkommen in Melaphyrmandeln erinnern unsere Quarze an manche Amethyste, indess sind sie nicht amethystfarben, sondern ganz lichtgelblich oder farblos. Die Krystalle vom Weisselberge, von welchen die Bonner Sammlung fünf Drusen besitzt, sind unter einander nicht ganz gleich, wengleich sie durch einen ähnlichen Habitus den gemeinsamen Fundort verrathen. Einige Krystalle sind nämlich einfache Individuen, andere Zwillinge von recht eigenthümlicher Bildung.

Die einfachen Krystalle sind Combinationen des Haupt- und Gegenrhomboëders ( $R$  und  $-R$ ) nebst dem hexagonalen Prisma. Es gesellt sich zuweilen noch eine Trapezfläche hinzu, welche zwar nicht genau messbar, doch mit aller Wahrscheinlichkeit als  $x = (a : \frac{1}{6} a : \frac{1}{5} a : c)$ ,  $\frac{1}{4}(6P^6/5)$  zu bestimmen ist. Die Flächen  $R$  sind stets etwas gewölbt, während die  $-R$  eben sind. Demgemäss sind die Bilder, welche  $-R$  gibt, scharf, die von  $R$  reflectirten etwas verwaschen. Meist überwiegen die Flächen  $R$ , zuweilen bis zum Verdrängen der  $-R$ . Nicht selten sind indess auch einige Flächen  $-R$  gross ausgebildet, wie es Fig. 6 Taf. VI in grader Projection zeigt. Eine besondere Eigenthümlichkeit der Quarze vom Weisselberge besteht in einem wunderschön blauen Farbenschiller, welcher annähernd in der Ebene der Gegenrhomboëderflächen hervortritt und alsbald genauer geschildert werden soll. — An den Krystallen mehrerer Handstücke treten die trapezoëdrischen Flächen  $x$  als ein Skalenoëder, d. h. beiderseits unter der Fläche des Hauptrhomboëders auf (das untere Ende ist indess niemals sichtbar) in gleicher Weise wie G. Rose dies von den Quarzkrystallen aus den Höhlungen der Mandelsteine von den Färöer und denen aus Brasilien beschreibt (s. G. Rose, über das Krystallisationssystem des Quarzes. Schriften d. K. Ak. d. Wissensch. Phys. Kl. 1844, Taf. IV, Fig. 50). An den Krystallen dieser Ausbildung vom Weisselberge herrschen die Flächen  $x$  gewöhnlich vor — s. Taf. VI, Fig. 1 — und sind treppenartig gebildet oder gestreift parallel der Combinationenkante  $x : R$ , s. Fig. 3. Diese Krystalle sind demnach Zwillinge der zweiten Art G. Rose's, gebildet aus einem rechten und einem linken

Individuum in Durchwachsung (vgl. P. Groth über Krystallform und Circularpolarisation beim Quarz. Diese Ann. Bd. 137. S. 435). Die Krystalle Fig. 1, welche demnach aus Stücken von Rechts- und Linksquarz bestehen, bilden nun wieder Zwillinge nach der ersten Art G. Rose's, bei welcher die Krystalle mit  $60^\circ$  Drehung um die Hauptaxe sich verbinden, so dass die Flächen  $R$  der einen und die  $-R$  der andern Krystalle in dieselbe Ebene fallen. Die Ausbildung dieser Doppelzwillinge ist nun eine recht eigenthümliche, und an andern Fundorten wohl noch nicht beobachtet. Die Figg. 2 und 3 werden eine deutliche Anschauung dieser merkwürdigen Gebilde gewähren. Während am herrschenden Individ (oder Zwillingindivid) mit nicht unterstrichenen Flächenzeichen die etwas gewölbten Flächen  $R$  vorherrschen und die  $-R$  gewöhnlich sehr zurücktreten, bringt das zweite Zwillingindivid in der Zuspitzung nur Theile von  $-R$  zur Ausbildung. Diese letztern erscheinen mit innerem blauem Schiller und eben, inmitten der etwas gewölbten  $R$ . Die Grenzen der Flächen  $R$  und  $-R$  sind bei diesen Krystallen viel leichter wahrnehmbar als ich es jemals bei andern Quarzen (z. B. denen aus Gängen und Drusen des Granits) wahrgenommen. Es legen sich nämlich die heterogenen Flächentheile unserer Krystalle nicht so vollkommen ins Niveau wie es bei den Zwillingen der Bergkrystalle der Fall ist, vielmehr überragen die Flächentheile des einen Krystalls gewöhnlich die des andern um ein äusserst Geringes. Zudem werden sie unterschieden durch die Oberflächenbeschaffenheit und den Farbenschiller (nur auf  $-R$ ). Eigenthümlich ist auch die Vertheilung der Krystallstücke; Fig. 2 gibt davon eine möglichst naturgetreue Darstellung. Es sind demnach in den herrschenden Krystall drei gleichsam leistenförmige Stücke des zweiten Individ eingeschaltet, welche, über die abwechselnden Prismenflächen herabgehend, gegen die gemeinsame Hauptaxe der Individuen hin sich vereinigen oder nähern. Die Zwillingsgrenzen laufen auf den Prismenflächen ungefähr vertikal herab, es bilden sich dann durch die skalenödrischen Flächen  $x$  und  $\underline{x}$  einspringende Kanten, an deren oberen Ecken die Grenzen zwischen dem ebenen, blauschillernden Flächen-

theil  $\underline{-R}$  und den gewölbten, des innern Reflexes entbehrenden Flächentheilen  $R$  anheben. In dem dargestellten Krystall theilt sich auf der Rhomboëderfläche zur Rechten das  $\underline{-R}$  in zwei Zungen, deren eine ungefähr bis in die Mitte der zur Linken angrenzenden Fläche herabsinkt. Im unteren Theile der letzteren Fläche tritt dann mit gerundeter Grenzlinie eingefügt, als eine über den Skalenoëderflächen  $xx$  vorragende Leiste, ein Stück des zweiten Krystalls hervor. Die Krystalle eines der Handstücke zeigen fast ausnahmslos diese doppelte Zwillingbildung, wenngleich zuweilen die Stücke des zweiten Krystalls zu sehr schmalen Partien herabsinken, wie es in Fig. 3 dargestellt ist. In diesem Falle scheint das Hervorspringen der Zwillingleiste die Ausdehnung des Skalenoëders  $x$  zu bedingen. Es bricht gleichsam die Rhomboëderfläche und wölbt sich zum Skalenoëder  $x$  genau an dem Punkte, wo das Zwillingstück hervorbricht. Offenbar liegt hier dieselbe Erscheinung vor, welche beim Flusspath so bekannt ist. Wie bei den Flusspathzwillingen aus Cumberland die hervorbrechenden Ecken des einen Individ. zur Bildung stumpfer Pyramidenwürfel (polysymmetrische Flächen Scacchi's) auf den Flächen des andern Individ. Veranlassung geben, so hier beim Quarz zur Entstehung der Skalenoëderflächen  $x$ .

„In Betreff des merkwürdigen Schillers am Quarze von Obernkirchen scheint mir vor Allem festzustehen, dass er von derselben Art ist wie der Schiller des Adulars. Hält man nämlich eine der schillernden Rhomboëderflächen möglichst nahe ans Auge und betrachtet das Bild einer Kerzenflamme oder eines Fensters mit seinen Rahmen, so sieht man in der Richtung des Schillers deutliche gefärbte Bilder der Objecte, wie sie nur durch sehr feine innere Absonderungen, die einer bestimmten Ebene parallel und wenig gegen die schillernde Fläche geneigt sind, hervorgebracht werden können. Das Eigenthümliche des vorliegenden Quarzes ist aber, dass jede der drei schillernden Flächen zwei distincte Schillerrichtungen darbietet. Man könnte hierbei an Doppelbrechung denken; dieselbe ist aber am Quarze ohnehin sehr schwach und würde nicht ausreichen um die nicht unerhebliche Divergenz der

Schillerrichtungen zu erklären. Es scheint natürlicher für jede Schillerrichtung ein besonderes System von Absonderungen zu supponiren, von denen jedes für sich wirkt.

An dem mir von Prof. G. vom Rath übergebenen Krystall sind die schillernden Flächen mit 1, 2, 3 bezeichnet (s. Fig. 6. Taf. VI).<sup>1)</sup> Die Flächen 1 und 2 zeigen eine einseitige Streifung parallel den Polkanten  $SA$ ,  $SA_1$ , welche auf 3 fehlt. [Die Streifung ist sehr zart und etwas wellig.] Der Doppelschiller auf 1 und 2 ist von derselben Art, aber verschieden von dem auf 3. Ich beginne mit dem Schiller auf 3.

Die zwei dem Schiller auf 3 entsprechenden Bilder einer kleinen Lichtquelle liegen allezeit jen- und diesseits des Spiegelbildes und zwar in gleichem Abstand von demselben, insbesondere wenn bei horizontalem Stand der Fläche 3 die Höhenlinie  $SC_2$  des Dreiecks  $SA_2B_2$  gegen den Fuss der Lichtquelle hinzielt. Es erklärt sich dieser Doppelschiller durch die Annahme, dass die zwei Systeme innerer Absonderungen parallel gehen den zwei Flächen  $(h \ 1 \ \bar{1})$  und  $(h \ \bar{1} \ 1)$  eines Skalenoëders, wobei die Indices sich auf die Kanten des Rhomboëders 1, 2, 3 als Axen beziehen und unter  $h$  eine ziemlich grosse positive Zahl zu denken ist. Die Weite der inneren Absonderungen scheint nicht dieselbe zu sein in beiden Systemen, denn das eine Bild ist hellgrün, das andere Bild bläulich, und zwar liegt das grüne und hellere rechts vom Spiegelbild, wenn  $SC_2$  (nicht  $C_2S$ ) gegen den Fuss der Lichtquelle gerichtet ist. Dieser Umstand deutet darauf hin, dass die von Rechts nach Links abfallenden inneren Absonderungen stärker entwickelt sind, als die von Links nach Rechts abfallenden.

Macht man der Reihe nach die Flächen 1 und 2 horizontal und richtet die Höhenlinien  $SC$  und  $SC_1$  gegen den Fuss der Lichtquelle, so findet man zunächst wieder dasselbe grüne Bild rechts vom Spiegelbild, aber das bläuliche zur Linken fehlt, zum Beweis, dass unter den Flächen 1 und 2 die schon unter 3 schwachen Absonderungen hier ganz fehlen.

1) Diese Fig. ist eine gerade Projection des von Prof. Reusch gütigst untersuchten Krystalls. An demselben herrschen die Flächen des Gegenrhomboëders vor.

Auf den Flächen 1 und 2 sieht man aber neben dem grünen Bilde je ein stärker abgelenktes und gegen das grüne verschobenes bläuliches, einseitiges Bild. Durch Beobachtungen an einer vertikalen von hinten erleuchteten Spalte, bei horizontaler Krystallfläche, überzeugt man sich, dass die Haupteinfallsebene (welche den einfallenden, reflectirten und schillernden Strahl enthält) für das letztere Bild senkrecht ist zu den geradlinigen Streifungen auf 1 und 2, dass daher die inneren Absonderungen der plagiëdrischen Hemiedrie eines Skalenoëders ( $p \bar{2} 1$ ) entsprechen, wo  $p$  eine ziemlich grosse positive Zahl vorstellt.

Denkt man sich eine Ebene durch  $SA$  gelegt, welche in kleiner Tiefe unter  $B$  hinzieht, so erhält man eine ungefähre Vorstellung von der Lage dieser Absonderungen unter der Fläche 1. Sie erstrecken sich nicht unter die Fläche 3.

Da beide Systeme von Absonderungen sehr kleine Winkel mit den Flächen des Gegenrhomboëders 1, 2, 3, folglich grosse Winkel mit den benachbarten Flächen des Hauptrhomboëders machen, so begreift man dass die letzteren zur Entwicklung des Schillers ungeeignet sind. — Manche Krystalle könnten daher die innere Anlage zum Schillern in sich tragen, aber die natürlichen Flächen lassen denselben möglicherweise nicht austreten: daher die Nothwendigkeit künstlicher Schriffe.

Die Resultate der Messungen am Goniometer waren wegen der Streifungen auf 1 und 2 etwas unsicher, entsprachen übrigens in befriedigendem Grade der Hypothese von inneren ebenen Absonderungen. Die Beobachtungen auf der nicht gestreiften Fläche 3 gaben für die Absonderungen erster Art einen Winkel  $0^{\circ}43'$  mit der Krystallfläche. Die Beobachtungen der grünen Bilder auf 1 und 2 gaben zum Theil etwas grössere bis  $0^{\circ}47'$  steigende Werthe, die ich aber der Streifungen wegen für weniger genau halte. Der stumpfe Winkel des Skalenoëders ( $h \bar{1} 1$ ) betrüge hiernach  $178^{\circ}34' = 180^{\circ} - 2 \cdot 0^{\circ}43'$ . — Die Absonderungen zweiter Art nach dem Halbskalenoëder ( $p \bar{2} 1$ ) machen mit der Krystallfläche einen Winkel von etwa  $1^{\circ}24'$ ; da jedoch diese Bestimmung an den gestreiften Flächen gemacht werden musste, so ist dieser Winkel weniger sicher als der erste. Für eine genauere Bestimmung müssten die

Flächen exact geschliffen sein, und erst wenn Beobachtungen an so bearbeiteten Krystallen vorliegen, wird es die Mühe lohnen, die Grössen  $h$  und  $p$  zu berechnen.

Die secundären Schillerwirkungen, die man auf den Flächen 1, 2, 3 sieht, wenn das Licht durch eine anstossende Säulenfläche eintritt, oder die man auf einer Säulenfläche sieht, wenn das Licht durch die darüberstehende Dreiecksfläche einfällt, erklären sich in genügender Weise aus den oben bezeichneten zwei Systemen innerer Absonderungen. Zu den Beobachtungen am Goniometer waren alle Flächen ausser 1, 2, 3 geschwärzt.“

(Tübingen, 13. Oct. 1873.)

(Reusch.)

---

## II. *Einige Studien über Quarz, Kupferkies und Albit;* *von G. vom Rath in Bonn.*

---

1. *Ueber eine besondere Art von Zwillingbildung beim Amethyst.* Allgemein bekannt sind Diamantoktaëder, deren Kanten gleichsam eingeschnitten sind; es sind Durchwachsungen zweier Individuen, von denen ein jedes eine fast im Gleichgewichte stehende Combination beider Tetraëder ist. Weniger bekannt und in der Litteratur — soweit mir erreichbar<sup>1)</sup> — bisher wohl nicht erwähnt ist die gleiche Erscheinung bei gewissen Amethystkrystallen von Idar bei Oberstein, welche schon vor langer Zeit vorgekommen sind und vielleicht in manchen Sammlungen liegen. Die Fig. 4 Taf. VI stellt diese merkwürdigen Gebilde dar, welche bei Betrachtung der Zeichnung sogleich verständlich sein werden. Es sind demnach höchst symme-

1) In einer gütigen brieflichen Mittheilung vom 19. Oct. macht indess mein Freund Dr. Hessenberg mich darauf aufmerksam, dass Des Cloizeaux in seiner grossen Arbeit über den Quarz (Ann. d. chimie et de physique III, Sér. T. XLV) eines Krystalls von Pütsch erwähnt, welcher gefurchte Dihexaëderkanten besitzt. „Le crystal laisse reconnaître les deux facettes étroites et brillantes qui forment l'angle rentrant.“ (p. 221 — Separatdruck p. 92, 93 — Fig. 45 Taf. II).

trische Durchwachsungen zweier Individuen, von denen ein jedes die Combination des Haupt- und Gegenrhomboëders mit geringem Vorherrschen des ersteren aufweist. Das durch diese Zwillingbildung entstehende Hexagondodekaëder weist nun ausschliesslich Flächen des Gegenrhomboëders  $-R$  auf, während die einspringenden Kanten (welche an den Krystallen noch etwas schmaler sind, als die Fig. sie wiedergiebt) durch die Flächen des Hauptrhomboëders gebildet werden. Die Flächen  $R$  und  $-R$  unterscheiden sich auch in physikalischer Hinsicht, die  $R$  sind eben, die  $-R$  etwas drusig, indem namentlich gegen die Combinationskanten mit dem Prisma hin dieselben sich in sehr kleine Flächentheile auflösen. Die Krystalle sind mit einem dünnen Chalcedonüberzuge bedeckt und dadurch matt. Ihre Farbe ist verschieden: lichtbläulich oder violet. Die Krystalle einer mir vorliegenden Druse sind in ihrer peripherischen Zone, wo sie auf einer dünnen Chalcedonschale der Geode aufruhcn, farblos; es folgt eine schön violblaue Zone, darüber eine bräunliche Schicht. Weiter gegen den freien innern Drusenraum hin werden die Krystalle farblos, um sich schliesslich mit einer dünnen Schicht derben Chalcedons zu bedecken. Die Ausbildung der Krystalle gestattet nur selten, die Flächen des hexagonalen Prisma's wahrzunehmen<sup>1)</sup>. Amethyste mit eingeschnittenen Kanten finden sich auch zu Levico in der Val Sugana, Südtyrol. Es sind lichtgefärbte glattflächige Krystalle, welche ich (August 1873) in der Sammlung des gräfl. Enzenberg'schen Verwalters, Hrn. Fulterer, zu Steinhaus im Ahrnthal, Tyrol, sah.

2. *Ueber merkwürdige Quarze von Madagascar.* Im vorigen Sommer erhielt ich durch Hrn. H. Stern in Oberstein

- 1) Jene Krystalle sind schon vor langer Zeit von G. Rose richtig erkannt worden. Unter den von meinem Amtsvorgänger, Prof. Nöggerath, mir übergebenen Papieren fand ich nämlich ein Schreiben G. Rose's vom 28. Dec. 1846, welches auf diese Amethystkrystalle mit eingeschnittenen Kanten Bezug hat. Der genauen Schilderung der Krystalle fügt der verewigte grosse Mineraloge hinzu „sie sind fast der vollkommene Gegensatz der Schweizer Krystalle Fig. 29 (s. d. oben cit. Abh. über das System des Quarzes). Bei letztern sind die Flächen  $R$ , bei denjenigen der Obersteiner Druse die  $-R$  nach aussen gekehrt.“

eine seltsame, etwa 15 Ctm. grosse Quarzmasse, welcher ich nichts früher Gesehenes zu vergleichen wusste. Dieselbe ähnelte in etwa einem, stellenweise röthlich gefärbten Stück Steinsalze oder auch schmelzendem unreinem Eise, und erweckte in zweifacher Weise mein Interesse; zunächst nämlich wegen der das Stück fast allseitig umgrenzenden, theils ebenen, theils gewölbten Flächenrudimente, dann durch die zahlreichen tiefen Eindrücke, Rinnen oder Löcher, welche in allen Richtungen eingesenkt sind. Eine wie ungewöhnliche Erscheinung die Eindrücke des vorliegenden Quarzstücks sind, geht aus den Worten G. Rose's († 15. Juli) in seinem *letzten* Schreiben vom 11. Juli hervor: „Diese regelmässig begrenzten Löcher habe ich nie gesehen und weiss nicht, auf welches zerstörte Mineral ich sie beziehen soll. Die Quarzstücke mit zerstörten Pistaziten und Eindrücken von Pistaziten, welche Heusser aus Brasilien geschickt (Ztschr. d. d. geolog. Ges. Bd. XI, S. 470) sind das Einzige, womit ich sie vergleichen kann<sup>1)</sup>, ohne doch behaupten zu wollen, dass die Löcher in vorliegendem Quarzstücke von dem gleichen Mineral herrühren.“ — Schon hatte ich die Hoffnung aufgegeben, zu einem Verständniss der Eindrücke und der Oberflächengestaltung des „wunderbaren Quarzes“ zu gelangen, als zwei glückliche Umstände jene beiden Räthsel lösten. Bei einem zu dem Zwecke unternommenen Ausfluge nach Oberstein wurde mir nämlich dort unter mehreren gleichen Quarzstücken eines gezeigt, in welchem ich, einem spaltähnlichen Hohlraum eingebettet, den Mineralkörper noch vorfand, von welchem die Eindrücke herrühren. Zu einer richtigen Auffassung der Form der madagassischen Quarze führten mich Mittheilungen von Prof. Websky, welchem ich auch für Uebersendung gewisser Quarze aus der Schweiz mit vergleichbarer Oberflächenbildung zu grossem Dank verpflichtet bin.

Die Fundstätte der in Rede stehenden Quarze befindet sich (zufolge einer Anfrage bei den HH. W. O'Swald & Comp. in Hamburg) in der Umgebung des Orts Veauhémar an der Ostküste der Insel Madagascar unter 13°18' südl. Breite. Von

1) Irrthümlicher Weise war der Fundort des fraglichen Quarzstücks als brasilianisch angegeben worden.



dieser nordöstlichen Spitze der leider noch so unbekanntem Insel kommen auch die meisten wasserhellen, bis fussgrossen — scheinbar gerollten — Bergkrystalle, welche in Oberstein verschliffen werden. Was zunächst die Eindrücke betrifft, so fällt an denselben, im Gegensatze zu so manchen andern, von fremden Mineralien herrührenden Hohlräumen auf, dass ihre Wandungen in ähnlicher Weise durch Flächeurudimente gebildet werden, wie die Aussenseite der Quarzklumpen. Diese Wahrnehmung legte schon die Vermuthung nahe, dass jene Eindrücke wohl von individualisirten Mineralkörpern, nicht aber von einem fremden Mineral herrühren. In der That fand ich — wie oben angedeutet — eine keilförmig rinnenartige Höhlung noch erfüllt durch ein in eisenschüssige Erde eingebettetes *Quarzstück*. Mit einiger Vorsicht gelang es, dasselbe unzerbrochen herauszuheben. Von der anhaftenden Eisen-erde befreit, stellte sich der Einschluss als eine keilförmig zugespitzte, in zwei flache zahnähnliche Spitzen endende Lamelle von 35<sup>mm</sup> Länge etwa und 20<sup>mm</sup> Breite dar, der zur Seite noch eine zweite, weit kleinere, doch ähnlich gestaltete Lamelle eingeschaltet war. Trotz ihrer unregelmässigen Form werden jene Quarzstücke ringsum von jenen seltsamen Flächen und Flächenrudimenten umgeben, welche die Innenwand der Höhlung und die Oberfläche des Quarzblocks beherrschen und deren Deutung alsbald gegeben werden soll. Es kann nun nicht dem geringsten Zweifel unterliegen, dass alle jene Hohlräume in ganz ähnlicher Weise von losen Quarzstücken, eingebettet in eisenschüssige Erde, eingenommen waren. So verschiedenartig auch die Löcher erscheinen, bald rhombisch, bald als dreiseitige Pyramiden, bald tafelförmig, — sie sind sämmtlich auf verzerrte Quarze zu beziehen. Wenn nicht unter mehr als hundert Eindrücken jener Blöcke durch einen glücklichen Zufall ein einziger den Einschluss noch bewahrt hätte, so würden dieselben vielleicht immer ein Räthsel geblieben sein.

Die Oberfläche jener Quarze zeigt eine Neigung zur Bildung gerundeter Pyramiden, welche zuweilen zu stumpfen Kegeln sich gestalten. Häufig beobachtet man achtfächige Pyramiden, welche sich gar nicht auf das hexagonale System

wollen beziehen lassen, sondern eher eine rhombische Ordnung verrathen. Besonders auffallend ist an diesen achtflächigen Pyramiden, dass zwei symmetrisch gegenüberliegende Flächen, welche sehr spitze gleichschenklige Dreiecke bilden ( $g$ ), stets eben, während die andern Flächen gerundet sind. In Fig. 5 stellt die durch eine feine Linie umschlossene achtflächige Ecke jene Pyramide dar. Das Verständniss dieser Formen und ihre Zurückführung auf das System des Quarzes wurde mir durch zwei Schweizer Vorkommnisse möglich (ein Rauchquarz aus Tavetsch und ein wasserheller Quarz aus dem Maderaner Thal), welche Hr. Websky mir zu senden die Güte hatte. Da dieselben den Schlüssel zu den Formen der madagassischen Quarze bieten, so wird es gestattet sein, einige Worte über diese beiden alpinischen Krystalle vorauszusenden: Der Rauchquarz aus Tavetsch (Fig. 8) hat deshalb ein besonderes Interesse, weil er ausser den achtflächigen Pyramiden auch normale Krystallflächen ( $R$ ,  $-R$ ,  $g$ ) zeigt, welche die Bestimmung jener räthselhaften Formen ermöglicht. Man erkennt nun sogleich, dass die oben erwähnten spitzen gleichschenkligen Dreiecke ( $g$  in Figg. 5 und 7) wahre Krystallflächen und zwar Prismenflächen des Quarzes sind, während die andern sechs Seiten der Pyramiden keine wahren Krystallflächen, sondern Wachsthumsebenen sind, in denen die Quarzmasse zum Bau des Krystalls sich auflagerte. Damit stimmt auch die Beschaffenheit jener Pseudoflächen überein, welche nicht glatt und glänzend, sondern feinschuppig ist, fast als ob Quarzmasse hier aufgestrichen wäre. Zuweilen sind indess diese Pseudoflächen, welche sich zum Unterschiede von wahren Flächencombinationen stets genau in Einem Punkte schneiden, so eben, dass sie mittelst aufgelegter Glasplättchen annähernd gemessen werden können. Die Stellung der Pyramiden zum Quarzkrystall, als dessen integrirende Theile sie erscheinen, ist der Art, dass ihre achtseitigen Spitzen in den *abwechselnden* Prismenkanten liegen. Stets sieht man an derselben Pyramide nur jene acht Flächen und ihre in der Nebenaxe liegende Ecke; niemals ist die Endecke sichtbar. Ergänzen wir nun die oktagonale Pyramide zu einer Idealgestalt, s. Fig. 5, so resultirt eine Combination des hexagonalen Prismas mit

einem Trigonoëder (dreiseitiger Doppelpyramide) und einer symmetrisch sechsseitigen Pyramide. — Obgleich jene matten, stets etwas gewölbten Ebenen wahre Flächen nicht sind und eine genaue krystallographische Bestimmung unmöglich ist, so schien es doch von Interesse zu sein, annähernd die krystallographische Bedeutung jener Wachsthumsebenen zu bestimmen. Eine der Pyramiden des Rauchquarzes (Fig. 8) gestattete zunächst zu konstatiren, dass die Trigonoëderfläche  $\xi$  gleichgeneigt ist zu beiden Flächen  $g$ , dass sie also eine ähnliche Lage besitzt wie die bekannte Rhombenfläche  $s$ .  $\xi$  ist etwas gewölbt, sodass ihr unterer Theil mit  $g$  den Winkel  $131^\circ 45'$  bildet, während der obere Theil unter  $128^\circ 30'$  geneigt ist. Aus dem ersteren Werth berechnet sich die Neigung der Fläche zur Hauptaxe =  $39^\circ 44\frac{1}{2}'$ , aus dem letztern =  $44^\circ 2\frac{1}{2}'$ . Zwischen beiden Werthen liegt die Neigung der bekannten Fläche  $\xi$ , einer Abstumpfung der Dihexaëderendkante, deren Neigung zur Hauptaxe =  $42^\circ 17'$ .  $\xi$  (s. Ztschr. d. d. geolog. Gesellsch. Bd. 22. 1870, S. 623) erscheint beim Quarz entweder als vollzählige hexagonale Pyramide 2. Ordnung, oder sie tritt sehr unregelmässig auf. Bei unsern Wachsthumsformen bildet  $\xi$  stets ein Trigonoëder. Wenn wir uns nun die Ebenen  $l$  als Krystallform ergänzt denken, so resultirt ein trigonotypes Dodekaëder (eine bisher nicht beobachtete hemiëdrische Form der Didodekaëder — s. Naumann, El. d. theor. Krystallogr. S. 206). Diese trigonotype Pyramide besitzt abwechselnd stumpfere und schärfere Endkanten, ihre Basis ist ein symmetrisches Hexagon. Es ist eine geneigtflächige Form wie das Trigonoëder. Wenn wir auch für die Ebenen  $l$  nach einem Symbole suchen, welches annähernd ihre Lage andeutet, so bleibt uns die Wahl zwischen

$$\frac{1}{2} (7a : \frac{7}{10}b : \frac{7}{9}a : \frac{7}{17}b : \frac{7}{8}a : b : c); \quad \frac{9}{7}P^9/3$$

und  $\frac{1}{2} (8a : \frac{8}{11}b : \frac{4}{5}a : \frac{8}{19}b : \frac{8}{9}a : b : c); \quad \frac{5}{4}P^{10}/9.$

Für das erstere Symbol berechnen sich die Neigungen:

$$l:g = 144^\circ 56'; \quad l:\xi = 161^\circ 6'; \quad l:l' = 139^\circ 43';$$

für das letztere:

$$l:g = 145^\circ 11\frac{1}{2}'; \quad l:\xi = 161^\circ 24\frac{1}{2}'; \quad l:l' = 139^\circ 2'$$

Werthe, welche annähernd mit den schwankenden Messungen der etwas gewölbten Ebenen übereinstimmen.

Die achtseitigen Pyramiden sind nun in der Weise auf den scheinbar zerfressenen Prismenflächen angeordnet, wie es Fig. 8 und in mehr idealer Weise Fig. 7 — eine gerade Projektion auf die Abstumpfungsfäche der Prismenkante — andeutet. Fassen wir die Flächen  $g$ , die einzigen wahren Krystallflächen der Fortwachsungspyramiden, ins Auge, so wenden dieselben gegen drei abwechselnde Prismenkanten ihre Spitzen, gegen die drei andern ihre Kanten.

Das zweite, von Hrn. Websky gütigst gesandte Quarzstück aus dem Maderaner Thal bietet zwei parallel gestellte, achtseitige Pyramiden dar (deren grösster Durchmesser 30<sup>mm</sup>) von gleicher Art wie diejenigen des Rauchquarzes. Diese Stufe ist nur ein Bruchstück und bietet keine andern Krystallflächen dar.

Von ähnlicher Art und Ordnung sind nun auch die Oberflächenformen der madagassischen Quarzblöcke, welche in der That zu dem Seltsamsten gehören, was sich dem Auge des Mineralogen nur darbieten kann. — Eine ähnliche Gestaltung wie sie oben an schweizerischen Krystallen geschildert wurde, hat an Krystallen von Guttannen und Göschenen auch bereits Dr. F. Scharff wahrgenommen (s. Neues Jahrb. f. Mineralogie 1868. S. 827, Fig. 2.). Vor Kurzem sah ich im mineralog. Museum der Universität Berlin zahlreiche alpine Krystalle mit analogen Wachstumsformen, darunter auch solche, deren Spitzen, nicht wie die oben geschilderten, mit den Enden der Nebenaxen, sondern mit der Hauptaxe des Quarzkrystalls zusammenfallen. Diese Scheitelpyramiden stellen sich als symmetrisch hexagonale Formen dar, deren Flächenausdrücke indess — wegen starker Rundung — durchaus unbestimmbar sind.<sup>1)</sup>

### 3. Ueber einen Kupferkies-Zwilling von Grünau an der

1) Ueber „Deformitäten an Quarzkrystallen, hervorgebracht durch Anhäufungen unvollkommener Krystallflächen aus der Gruppe der oberen Trapezöeder (Zone der Dihexaëder-Endkante) und aus der Gruppe der analogen Flächen aus der Endkantenzone des Grundrhomboëders“ machte Prof. Websky Mittheilung in der naturhistor. Section d. schles. Ges. f. vaterl. Cultur am 24. Nov. 1869.

*Sieg.* Hrn. Oberpostdir. Handtmann in Coblenz verdanke ich die Kenntniss eines interessanten Kupferkieszwillings, dessen Untersuchung eine sehr kleine Ergänzung zu der vortrefflichen Monographie über „die Krystallformen des Kupferkieses“ (Ztschr. d. d. geol. Gesellsch. Bd. XXII, S. 595) darbot, welche wir Hrn. Prof. Sadebeck verdanken. Der Krystall ist in gerader Projection naturgetreu in Fig. 9 dargestellt, während 9a und b den interessanten Zwilling in gerader und schiefer Projection unter Voraussetzung völlig symmetrischer Ausbildung zeigen. Vor Allem fällt die ungewöhnliche prismatische Ausbildung ins Auge, wegen welcher man beim ersten Blick wohl zweifeln könnte, ob man es mit Kupferkies zu thun habe. Der Krystall ist eine Combination folgender Flächen:

Tetraëder 1. Stellung	$s = r^{1/2} (a : a : c),$	$\frac{P}{2}$
„ 2. „	$s' = l^{1/2} (a : a : c),$	$-\frac{P}{2}$
Oktaëder 2. Ordnung	$b = (a : \infty a : c),$	$P\infty$
„ „ „	$g = (3/2 a : \infty a : c),$	$2/3 P\infty$
Basis	$c = (\infty a : \infty a : c),$	$0 P.$

Die möglichst naturgetreue Darstellung Fig. 9 wird das Auftreten und die Lage der Flächen vollkommen deutlich machen. Das zur Rechten liegende, etwas weniger ausgedehnte Individuum zeigt, um die Basis  $c$  gruppiert, sämtliche vier Flächen  $g$ . Desgleichen sind vorhanden die vier Flächen des ersten stumpfen Oktaëder  $b$ . An dem linken Individuum sind zwar auch sämtliche Flächen  $b$  vorhanden, doch nur zwei  $g$  deutlich entwickelt, die beiden andern nur punktförmig. Man wolle noch folgenden Unterschied in der Ausbildung beider Zwillingshälften beachten. An dem schmalern, rechten Individuum wird durch die basische Fläche diejenige Tetraëderkante abgestumpft, welche parallel der Zwillingsebene ist, während die durch  $c$  abgestumpfte Kante des linken herrschenden Individuums quer zur Zwillingsebene steht. Die Zwillings- und Verwachsungsebene steht also nicht vollkommen symmetrisch in Bezug auf die Ausdehnung der Tetraëderflächen der beiden Individuen. Es ist demnach auch an diesem interessanten Zwilling nachzuweisen, dass die Flächen, womit sich die Individuen

berühren ( $s$   $s'$ ), ungleichnamige sind, entsprechend dem von Sadebeck genauer definirten ersten Zwillingsgesetze des Kupferkies. Während nämlich Haidinger das Gesetz dahin bestimmte, dass die Individuen eine Fläche der Grundformen gemein haben, — Tetraëder 1. und 2. Stellung nicht unterscheidend —, zeigt Sadebeck, dass die nach diesem nicht erschöpfend definirten Gesetze verbundenen Krystalle in der Zwilling- und Verwachsungsebene ungleichnamige Tetraëderflächen an einander legen. — Es ist übrigens an unserem Zwilling nicht ganz leicht, die Tetraëder 1. und 2. Stellung zu unterscheiden. Eines der wichtigsten Kennzeichen zur Unterscheidung beider Tetraëder resultirt nämlich, nach Sadebeck's Beobachtung, aus dem Auftreten der Skalenoëder, da die Flächen dieser Formen sich um das Tetraëder 1., nicht aber um dasjenige 2. Stellung gruppieren. Da indess an unserem Zwilling kein Skalenoëder auftritt, so entfällt dieses Kennzeichen. Ein anderes liegt in der Beschaffenheit der Flächen: „Das Tetraëder 1. Stellung ist matt oder gestreift, das Tetraëder 2. Stellung glatt und glänzend. Sind auch diese Unterschiede nicht erkennbar, so ist man genöthigt, dem vorherrschend entwickelten Tetraëder die erste Stellung zu geben.“ (Sadebeck.) An unserem Zwilling sind indess sämtliche Flächen gleichmässig glänzend. So bleiben nur die Streifung und die vorherrschende Entwicklung der einen Flächenhälfte zur Erkennung des Tetraëders 1. Stellung übrig. Es kann demnach keinem Zweifel unterliegen, dass die mit  $s$  bezeichneten Flächen des linken Individ. (s. Fig. 9) dem Tetraëder 1. Stellung angehören; sie sind gestreift (s. Fig. 9 und 9 b), während die  $s'$  glatt sind. Die Verwachsungsebene fällt demnach für dies Individ. mit einer Fläche 2. Stellung zusammen. Schwieriger ist die Unterscheidung der Flächen des rechten Individ. Stark und doppelt gestreift ist die Fläche  $s_2$  (Fig. 9 b), welche der Verwachsungsebene parallel ist. Nehmen wir deshalb  $s_2$  als dem Tetraëder 1. Stellung angehörig, so muss derselben Form auch  $s$  (Fig. 9, 9 b) angehören und eine Streifung besitzen. Dieselbe ist auch vorhanden, aber äusserst fein, während  $s'$  (Fig. 9) von einigen starken Streifen durchzogen ist. Hierin liegt demnach eine Anomalie. Die

Richtigkeit der Deutung von  $s_2$  als Tetraëder 1. Ordnung wird indess auch durch ihre etwas grössere Ausdehnung verbürgt. Die Streifung rührt von feinen Zwillingslamellen her. Am Zwillinge wurden folgende Kanten gemessen (die zur Vergleichung beigefügten Werthe sind berechnet aus der von Haidinger angenommenen Oktaëdergrundform mit der Endkante von  $109^{\circ}53'$ ):

$s:s' = 142^{\circ}45'$	(ber. = $142^{\circ}40'$ ) einspr.
$s'_1:s = 140^{\circ}14'$	(ber. = $140^{\circ}14'$ )
$s':c = 125^{\circ}40'$	(ber. = $125^{\circ}40'$ )
$\bar{g}^1:\bar{g}^2$ (Fig. 9) = $134^{\circ}17'$	(ber. = $134^{\circ}19'$ )
$\bar{g}:s' = 143^{\circ}23'$	(ber. = $143^{\circ}23'$ ).

Der geschilderte Krystall ist in einer kleinen Höhlung eines Spathisensteins aufgewachsen. Zu Grünau kommen auch einfache Krystalle von ausgezeichnet schöner Ausbildung vor. Es herrscht das Oktaëder 2. Ordnung ( $a:\infty a:2c$ ),  $2P\infty$ . Mit demselben treten in Combination ( $a:\infty a:c$ ),  $P\infty$  und ( $a:\infty u:\frac{2}{3}c$ ),  $P\infty$ ; dazu die Basis  $0P$  und als schmale Abstumpfungen der Endkanten von  $2P\infty$  die Flächen der Grundform.

4. *Albitkrystalle in vulkanischem Gestein.* Es ist bekannt, dass man früher den Albit für weitverbreitet in den vulkanischen Gesteinen, namentlich den Trachyten, hielt, bis G. Rose (diese Ann. Bd. 66. S. 109. 1845) nachwies, dass jener Annahme eine Verwechslung des Albit mit Oligoklas, einem Kalknatronfeldspath, zu Grunde lag. Während bisher durch krystallographische Untersuchung kein Albit in vulkanischen Gesteinen nachgewiesen ist, bleiben nur einige wenige Vorkommnisse übrig, deren chemische Analyse auf Albit deutet. Es ist dies eine Analyse Damour's, betreffend feldspathähnliche Krystalle aus dem Phonolith von Laugafjall, unfern des grossen Geiser's, Island, und eine ältere Untersuchung eines „Periklins von der Insel Pantellaria“ durch Abich.

Mit Rücksicht hierauf möchte die Auffindung von Albitkrystallen in Begleitung von Orthit in einem Trachyteinschluss des trachytischen Conglomerats vom Langenberge unfern Heisterbach im Siebengebirge nicht ohne Interesse sein. Ich fand das betreffende Handstück bei der Durchmusterung älterer Gesteinsstücke unserer Sammlung. Es ähnelt in hohem Grade

gewissen Einschlüssen der Wolkenburg und des Stenzelbergs, indem in einer schwärzlichgrauen Grundmasse Krystalle von weissem Plagioklase liegen. In diesem Gesteine sind nun auf Drusenflächen kleine glänzende Krystalle ausgebildet, welche durch ihre Form sofort an Albit erinnerten. Es sind Zwillinge der gewöhnlichen Art „Zwillingsebene das Brachypinakoid  $M$ “, an denen das vertikale rhomboidische Prisma nur sehr niedrig ist, sodass die Flächen  $P$  und  $g$  mit den vertikalen Flächen  $T$  und  $l$  sich gewöhnlich in einem Punkt berühren. Eine genauere Untersuchung der Krystalle, deren Grösse zuweilen  $4^{\text{mm}}$  erreicht, lehrt, dass mit der eben bezeichneten Zwillingsbildung gewöhnlich eine zweite nach dem sogen. Periklingesetze „Zwillingsaxe die in der Basis  $P$  liegende Normale zur Brachydiagonalen“ verbunden ist. So sind nicht nur die Flächen  $P$ ,  $x$ ,  $y$  mit Zwillingsstreifen bedeckt, sondern es laufen auch ein- und ausspringende Kanten über die vertikalen Flächen. Es wurden die bekannten Flächen  $P$ ,  $x$ ,  $y$ ,  $T$ ,  $l$ ,  $z$ ,  $z'$ ,  $M$  beobachtet. Einige Krystalle, obgleich sehr klein, waren so vortrefflich ausgebildet, dass sie am grossen Goniometer gemessen werden konnten. Die Resultate der Messungen bestätigten die in einer früheren Arbeit (diese Ann. Erg. Bd. V, 425)<sup>1)</sup> bereits hervorgehobene Thatsache, dass der Albit (im Gegensatze zum Anorthit) schwankende Winkelwerthe besitzt. Es gelang mit vielem Zeitaufwand von diesen kleinen Krystallen 0,9 gr. rein auszusuchen. Ihr specif. Gew. = 2,573 (bei  $22^{\circ}$  C.). Die durch Schmelzen mit kohlen-saurem Natrium ausgeführte Analyse ergab:

Kieselsäure	66,65	Ox. = 35,55
Thonerde	20,15	= 9,41
Kalk	0,74	= 0,21
Natron (Verlust)	12,46	= 3,21
	<u>100,00</u>	

Sauerstoffproportion 1,09 : 3 : 11,34.

Diese Mischung erweist, dass hier in der That Albit vor-

1) Hrn. Ar. Brezina verdanke ich den Nachweis eines Irrthums in jener Arbeit. Es beträgt nämlich der berechnete Winkel  $n:e$  über  $P$  nicht  $89^{\circ}59'$ , wie dort (S. 430) angegeben, sondern  $89^{\circ}49'$ .



liegt. Derselbe gewinnt noch ein besonderes Interesse durch seine Begleitung von Orthit, dessen Ausbildung vollkommen an Laach erinnert. An den kleinen, glänzend schwarzen Täfelchen (s. diese Ann. Bd. 138 Taf. IV, Fig. 12, 12 a) konnten die Flächen  $z = (a : b : \infty c)$ ,  $\infty P$ ;  $u = (1/2 a : b : \infty c)$ ,  $\infty P$ ;  $2T = (a : \infty b : \infty c)$ ,  $\infty P \infty$ ;  $M = (c : \infty a : \infty b)$ ,  $0P$ ;  $i = (2 a' : c : \infty b)$ ,  $1/2 P \infty$ ;  $r = (a' : c : \infty b)$ ,  $P \infty$ ;  $l = (1/2 a' : c : \infty b)$ ,  $2P \infty$ ;  $n = (a' : b : c)$ ,  $P$  bestimmt werden. Der Orthit in einem Trachyteinschluss von Heisterbach liefert nun nebst Laach und dem Vesuv das dritte Beispiel des Vorkommens dieses merkwürdigen Cer-Minerals in vulkanischen Gesteinen.

#### *Erklärung der Figuren-Tafel VI.*

- Fig. 1. 2. 3. Quarze vom Weisselberge bei Obernkirchen unweit St. Wendel.
- Fig. 4. 4 a. Amethyst von Idar mit eingeschnittenen Kanten.
- Fig. 5. 5 a. Ideale Quarzform, aus den achtfächigen Pyramiden, deren Scheitel in den Enden der Nebenaxen liegen, gebildet.
- Fig. 6. Quarz vom Weisselberg, mit Farbenschiller.
- Fig. 7. 8. Rauchquarz aus Tavetsch. 8, ein Krystallporträt; 9, eine ideale Figur, eine gerade Projection der aneinander gereihten achtseitigen Pyramiden, auf eine Abstumpfungsfäche der Prismenkante.
- Fig. 9. 9 a und 9 b. Kupferkies-Zwilling von Grünau an der Sieg. 9, in naturgetreuer Darstellung, 9 a und b unter Voraussetzung symmetrischer Ausbildung.

### *LII. Ueber die spezifische Wärme des Wassers bei verschiedenen Temperaturen, nach Regnaults Versuchen; von J. Bosscha.*

Die Discussion der Regnault'schen Versuche über die scheinbare Ausdehnung des Quecksilbers<sup>1)</sup> hat zu dem Ergebniss geführt, dass Quecksilberthermometer mit Behälter von verschiedenem Glase schon bei Temperaturen zwischen 0° und 100° unter einander Abweichungen zeigen können, welche bei genauen Untersuchungen nicht ausser Acht bleiben dürfen. Die

1) Pogg. Ann. Ergänzungsband V. S. 444.

Luftthermometer sind wegen des geringen Einflusses, den die Ausdehnung des Glases auf ihre Angaben ausübt, frei von diesen Fehlern. Temperaturmessungen von so grosser Präcision, wie die heutigen Fortschritte absoluter Maasbestimmungen zu erfordern scheinen, müssen daher entweder direkt mittelst Luftthermometer geschehen, oder wenigstens durch eine Verification des Quecksilberthermometers auf Luftthermometergrade zurückgeführt werden. Die Differenz  $e$  beider Instrumente bei der Temperatur  $t$ , zwischen  $0^\circ$  und  $100^\circ$  kann ausgedrückt werden durch folgende Formel:

$$e = \frac{E}{2500} t(100 - t) \quad (1)$$

wo  $E$  die Differenz bei  $50^\circ$  bezeichnet. Wird  $E$  positiv genommen, wenn das Luftthermometer höher zeigt, als das Quecksilberthermometer, so schwankt sein Werth für Thermometer aus bleihaltigem Glase zwischen 0 und  $+0,25$ , für Thermometer aus kali- oder natronhaltigem Glase zwischen  $-0,14$  und  $-0,56$ .

Die Formel (1) zeigt, dass die Bestimmung eines dritten festen Punktes in der Nähe von  $50^\circ$  genügen würde, um in dieser Hinsicht das Quecksilberthermometer auch für genaue Temperaturmessungen brauchbar zu machen. Diese Bestimmung könnte direkt mittelst des Luftthermometers geschehen oder auch dadurch, dass man das Instrument dem Dampfe einer bei ungefähr  $50^\circ$  siedenden Flüssigkeit aussetzte, deren Siedepunkt innerhalb gewisser Grenzen des atmosphärischen Druckes genau durch das Luftthermometer ermittelt wäre.

Die Formel (1) wird nicht allein durch Regnault's Versuche, sondern auch durch eine werthvolle Reihe von Beobachtungen bestätigt, welche Dr. Recknagel im Laboratorium des Prof. Jolly in München im Jahre 1864 angestellt hat.<sup>1)</sup> Die von Herrn Recknagel aus seinen Beobachtungen hergeleitete Correctionstafel stimmt fast genau mit obiger Formel, indem nur sechs von 57 Beobachtungen Abweichungen von  $0,05$  und darüber von den berechneten Werthen zeigen, und keine mehr

1) Pogg. Ann. CXXIII. S. 115.

als um  $0^{\circ},08$  fehlerhaft ist. Für die Normalthermometer dieses Physikers war  $E = -0,20$ .

Die von Regnault benutzten Thermometer aus Krystallglas haben das Eigenthümliche, dass ihr Gang auch für Temperaturen über  $100^{\circ}$  bis zu  $230^{\circ}$  sich obiger Formel anpassen lässt. Die Berechnung des Ganges der Thermometer Nr. 0 und Nr. 10<sup>1)</sup>, welche Regnault bei seinen Versuchen über die Spannkraft des Wasserdampfes anwendete, hat gezeigt, dass bei der Bestimmung des festen Punktes des Luftthermometers ein constanter Fehler begangen war. Durch die Correction der Formel (1) konnten von 58 Temperaturbestimmungen bis  $230^{\circ}$ , 51 auf weniger als  $0^{\circ},1$  mit Luftthermometermessungen in Einklang gebracht werden, während 39 keine grössere Abweichung als  $0^{\circ},05$  zeigen, und ausserdem mit grosser Wahrscheinlichkeit zu behaupten ist, dass 6 der Beobachtungen, welche Abweichungen über 0,1 geben, mit einem Fehler behaftet waren, der durch einen im Luftthermometer entstandenen Riss verursacht wurde. Ueberdies wird der Werth, welchen die Rechnung für den constanten Fehler des Luftthermometers angibt, noch dadurch bestätigt, dass seine Einführung die constanten Differenzen, welche die drei Reihen von Beobachtungen bei hohen Temperaturen für die Spannung des Wasserdampfes liefern, fast ganz verschwinden lässt.

Regnault hat selber aus seinen Versuchen für die Thermometer Nr. 0 und Nr. 10 eine Correctionstafel construirt<sup>2)</sup>, die sich aber den Beobachtungen nur in sehr ungenügender Weise anschliesst. Die Unterschiede zwischen Rechnung und Beobachtung reichen in nahezu der Hälfte der Fälle über  $0^{\circ},1$  und steigen in einzelnen Fällen bis zu  $1^{\circ},20$  und  $0^{\circ},26$ . Es ist nicht zu verwundern, dass man, diese Correctionstafel als den genauesten Ausdruck der Beobachtungen betrachtend, zu dem Schlusse geräth, dass die Abweichungen zwischen beiden Thermometern nicht genau bestimmt werden können.

In einer Notiz in den *Comptes Rendus* T. 69 p. 878 habe ich darauf hingewiesen, dass die Fehler des Quecksilberthermometers auf die Ergebnisse der calorimetrischen Versuche

1) Archives Néerlandaises, Tome VII. p. 117.

2) Mémoires de l'Académie, Tome XXVI. p. 351.

einen nicht zu vernachlässigenden Einfluss ausüben können. Ist  $i$  der Unterschied der äussersten Thermometerangaben  $t$  und  $t_1$  des Calorimeters und  $\Delta i$  der Fehler des Temperaturintervalls, so erhält man:

$$\frac{\Delta i}{i} = \frac{E}{2500} \{100 - (t - t_1)\}$$

Bei Bestimmungen der specifischen Wärme nach der Mischungsmethode muss die Temperaturerniedrigung  $J$  der bis  $T$  erwärmten Substanz eine ähnliche Correction erleiden. Die daraus entspringende Correction  $\Delta x$  der specifischen Wärme  $x$  ist:

$$\frac{\Delta x}{x} = \frac{\Delta i}{i} - \frac{\Delta J}{J} = \frac{E}{2500} \{T - t_1\}$$

Ist die Anfangstemperatur des Calorimeters  $t_1 = 10$ , die Temperatur des Körpers, dessen specifische Wärme bestimmt werden soll,  $T = 100$  und  $E = 0,20$ , so ist

$$\frac{\Delta x}{x} = 0,0072.$$

Bestimmungen der specifischen Wärme mit Quecksilberthermometern aus verschiedenem Glase können deshalb, allein durch den Gangunterschied dieser Instrumente, um nahe  $1\frac{1}{2}$  Procent von einander abweichen.

Die bekannten Untersuchungen Regnaults über die specifische Wärme des Wassers bei verschiedenen Temperaturen hatten den Zweck, Unterschiede in den Werthen der Wärmecapacität zu bestimmen, deren Betrag nach Regnault's Angaben 0,015 nicht überstieg. Es ist klar, dass hier die Unsicherheit, welche der Mangel einer genauen Kenntniss von dem Gange der Thermometer herbeiführen kann, dem Werth der zu bestimmenden Grösse gleichkommt, oder dass doch die in diesem oder jenem Sinne anzubringende Correction die Hälfte dieses Werthes betragen kann.

Nichtsdestoweniger erlaubt die vollständige Mittheilung aller Beobachtungsdata, wodurch sich Regnault's Arbeiten auszeichnen, jede Unsicherheit fast ganz zu beseitigen und auch hier ein viel genaueres Ergebniss aus den Versuchen abzuleiten, als durch Regnault's Rechnungsweise erreicht wurde.

Der Gang der von Regnault benutzten Thermometer aus Krystallglas ist genau bekannt. Bei seinen Versuchen benutzte dieser Physiker zur Bestimmung der Temperatur des erwärmten Wassers die Thermometer Nr. 0 und Nr. 10. Die Correctionen der Thermometerangaben über  $100^{\circ}$  wurden der oben erwähnten weniger genauen Regnault'schen Tabelle entnommen und waren also sämmtlich zu klein. Der Correctionsfehler ist jedoch leicht zu bestimmen. Die Thermometerablesungen am Calorimeter wurden dagegen nicht corrigirt; auch der hieraus entspringende Fehler kann berechnet werden. Regnault erwähnt nämlich ausdrücklich<sup>1)</sup>, dass sämmtliche Thermometer aus dem Krystallglase von Choisy-le-Roy verfertigt waren, und weil diese Instrumente, sowohl Ausfluss- als Stielthermometer einen sehr übereinstimmenden Gang zeigen, wird man gewiss der Wahrheit sehr nahe kommen, wenn man für das Thermometer des Calorimeters denselben Abweichungswerth  $E=0^{\circ},17$  annimmt, welche die Rechnung für die Stielthermometer Nr. 0 und Nr. 10 ergab. Man hat somit die nöthigen Data, um aus Regnault's Versuchen mit genügender Genauigkeit den Werth der specifischen Wärme des Wassers bei verschiedenen Temperaturen zu berechnen.

Zu diesem Zweck habe ich die 40 von Regnault verzeichneten Beobachtungen in 6 Gruppen vertheilt. Die Temperaturen, auf welche bei den einzelnen Beobachtungen einer Gruppe das Wasser erwärmt wurde, differiren unter einander so wenig, dass man, ohne dadurch die Genauigkeit der Rechnung zu beeinträchtigen, das arithmetische Mittel der aus den Beobachtungen entspringenden Daten als das wahrscheinlichste Ergebniss jeder einzelnen Gruppe betrachten darf. Die Mittelzahl der von Regnault für die specifische Wärme zwischen den Temperaturn  $T$  und  $t$  aus den einzelnen Beobachtungen berechneten Werthe wurde für jede Gruppe corrigirt, und zwar 1) wegen des aus dem Temperaturintervall  $i$  des Calorimeters und 2) wegen des aus dem Temperaturintervall  $J=T-t$  entspringenden Fehlers.

Erstere Correction geschah nach der Formel

1) Mémoires de l'Academie T. XXI. p. 530.

$$\frac{\Delta i}{i} = \frac{E}{2500} \{100 - (t + t_1)\}$$

Die zweite musste auf eine andere Weise angebracht werden, da Regnault die von seinen Thermometern bei hohen Temperaturen gelieferten Angaben schon — wengleich ungenügend — selbst corrigirte. Es wurde nämlich besonders berechnet, welcher Erniedrigung  $\Delta T$  diese corrigirte Temperatur noch unterworfen werden musste; durch Addition dieses Werthes  $\Delta T$  zu der Erhöhung, welche die Angabe  $t$  des zum Calorimeter gehörigen Thermometers erleiden müsste, wurde dann die Correction  $\Delta I$  erhalten.

In folgender Tabelle findet man:

- in der Spalte I die Ordnungszahlen der Beobachtungen;
- in der Spalte II die Endtemperaturen bei der Erwärmung des Wassers;
- in der Spalte III die Summe der äussersten Temperaturen des Calorimeters, und hieraus
- in der Spalte IV berechnet, die Correction  $\frac{\Delta i}{i}$ .
- In der Spalte V ist die kleine Correction angegeben, welche an der von Regnault verbesserten höchsten Wassertemperatur noch angebracht werden muss;
- in der Spalte VI die Correction der im Calorimeter beobachteten höchsten Temperatur;
- in der Spalte VII der Werth  $\frac{\Delta J}{J}$ , welcher aus den beiden letzteren Daten (V und VI) berechnet wurde, und endlich in Spalte VIII die Correction der specifischen Wärme.

Tabelle I.

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
Nr.	$T$	$t + t_1$	$\frac{\Delta i}{i}$	$\Delta T$	$\Delta t$	$\frac{\Delta J}{J}$	$\frac{\Delta x}{x}$
1—10	109°,7	31°	+0,00456	0,00	+0,11	+0,00124	+0,00580
11—16	119°,2	36°	0,00435	—0,03	0,12	0,00146	0,00581
17—21	134°,4	37°	0,00428	—0,05	0,12	0,00156	0,00584
22—29	157°,5	39°	0,00415	—0,15	0,13	0,00214	0,00629
30—33	172°,7	33°	0,00456	—0,13	0,12	0,00169	0,00625
34—40	188°,4	42°	0,00394	—0,16	0,14	0,00188	0,00582

In der Tabelle II findet man in der Spalte I in runden Zahlen die Grenzen des Temperaturintervalles, für welche die mittlere specifische Wärme in der Spalte II von Regnault berechnet wurde. Die Spalte III dieser Tabelle enthält dafür die mit Hülfe der Tabelle I verbesserten Werthe.

Tabelle II.

I	II	III	IV	V
Temperaturgrenze	Mittlere specifische Wärme nach Regnault	Verbesserte specifische Wärme	Berechnet nach Formel (A)	Beob.—Rechnung
110°—20°	1,0054	1,0112	1,0103	+0,0009
119°—23°	1,0063	1,0122	1,0117	+0,0005
134°—25°	1,0068	1,0126	1,0137	—0,0011
157°—26°	1,0085	1,0148	1,0163	—0,0015
173°—24°	1,0114	1,0176	1,0179	—0,0002
188°—29°	1,0157	1,0215	1,0200	—0,0015

Die Zahlen der Spalte IV stellen also die Werthe des Integralausdrucks

$$\frac{1}{T-t} \int_t^T c dt = C$$

dar, worin  $c$  die specifische Wärme bei der Temperatur  $t$  anzeigt. Ich habe versucht, ob für die Berechnung der Werthe von  $c$  eine lineare Formel

$$c = 1 + \delta(t - 18)$$

ausreichen würde. Hier wird die specifische Wärme des Wassers bei 18° als Einheit angenommen, weil das im Calorimeter befindliche Wasser, dessen specifische Wärme bei den von Regnault gemachten Berechnungen als Maass diente, im Mittel diese Temperatur hatte.

Man hat also dann

$$C = 1 + \delta \left( \frac{T+t}{2} - 18 \right) \quad (\text{A}).$$

Als Mittel aus den sechs Gruppen von Beobachtungen bekommt man:

$$\delta = 0,00022.$$

Mit Hülfe dieses Mittelwerthes sind die in der Spalte IV der Tabelle II aufgestellten Zahlen berechnet und in der Spalte V die Differenzen zwischen Beobachtung und Rechnung verzeichnet. Aus den hier zusammengestellten Zahlen ist ersichtlich dass die Formel

$$c = 1 + 0,00022(t - 18^\circ)$$

sich den Beobachtungen so genau anschliesst, als man von diesen Versuchen erwarten kann und dass kein wirklicher Grund vorhanden ist, um noch ein drittes Glied darin einzuführen.

Regnault hat als Ergebniss seiner Beobachtungen folgende Formel gegeben:

$$Q = T + 0,00002 T^2 + 0,0000003 T^3$$

$$c = 1 + 0,00004 T + 0,0000009 T^2$$

worin  $Q$  die Wärmemenge, welche ein Kilogramm Wasser bei der Abkühlung von  $T$  bis  $0^\circ$  verliert, und  $c$  die specifische Wärme bei  $T$  bezeichnet.

Wenn man mit Hülfe dieser Formeln die Werthe der mittleren specifischen Wärme zwischen gegebenen Temperaturgrenzen berechnet, sie mit den direkt beobachteten vergleicht und in Betracht zieht, dass bei letzteren die specifische Wärme des Wassers bei  $18^\circ$  als Einheit angenommen wurde, so erhält man folgende Differenzen zwischen Beobachtung und Rechnung:

1—10	—0,0006
11—16	—0,0009
17—21	—0,0020
22—29	—0,0027
30—33	—0,0019
34—40	+0,0001.

Hieraus erhellt, dass Regnault's Formel die von ihm angenommenen Daten seiner Beobachtung ziemlich ungenau darstellt.



Nimmt man an, dass auch in der Nähe des Gefrierpunktes die spezifische Wärme des Wassers sich nach demselben Gesetze ändert, so kann anstatt obiger Formel

$$c = 1 + 0,00022(t - 18^\circ)$$

mit hinlänglicher Genauigkeit folgende gesetzt werden:

$$c = 1 + 0,00022t,$$

worin jetzt die spezifische Wärme des Wassers bei  $0^\circ$  als Einheit angenommen ist. Nach dieser Formel ist die Wärmemenge, welche ein Kilogramm Wasser bei der Abkühlung von  $T$  bis  $0^\circ$  verliert

$$Q = T + 0,00011T^2$$

Dieses Ergebniss weicht erheblich von dem Regnault'schen Resultate ab, denn für  $T = 100^\circ$  ist nach Regnault

$$Q = 100,5$$

und nach der neuen von mir vorgeschlagenen Formel

$$Q = 101,1.$$

### LIII. *Die theoretische Grenze für die Leistungsfähigkeit der Mikroskope; von H. Helmholtz.*

Die Frage, ob und wie weit noch Fortschritte in der Leistungsfähigkeit der Mikroskope gemacht werden können, ist für viele Zweige der Naturwissenschaft von allergrösstem Interesse. Fortschritte sind allerdings immer noch gemacht worden, namentlich durch die von Herrn Hartnack mit so viel Glück wieder aufgenommene Idee der Amici'schen Immersionslinsen, aber freilich nur noch in sehr kleinen und zögernden einzelnen Schritten. Wir sind offenbar schon bei einem Zustande angekommen, wo jede kleinste neue Verbesserung nur noch durch einen unverhältnissmässigen Aufwand von geistiger und mechanischer Arbeit zu erreichen ist. Und doch wusste man, so viel ich sehe, bisher keinen Grund anzugeben, warum es so sein sollte, ausser der etwas allgemein gehaltenen Vorstellung, dass die sphärische Abweichung so

kleiner und stark gekrümmter Linsen, wie sie in den Objectivsystemen stark vergrößernder Mikroskope nothwendig sind, schwer zu beseitigen ist. Vor nicht langer Zeit erst hat Herr Listing<sup>1)</sup>, einer der ausgezeichnetsten Kenner dieses Gebietes, die Mittel discutirt, durch welche man zu Vergrößerungen von 25,000 oder selbst 50,000 Mal gelangen könnte, während die praktisch brauchbaren Vergrößerungen bisher zwischen 400 und 800 ihre Grenze zu finden pflegen.

Die aus den vielfältigen Versuchen der praktischen Optiker hervorgehende Erfahrung hat ferner gelehrt, dass stärkere Vergrößerungen mit guter Sehschärfe nur durch solche Instrumente zu erreichen sind, bei denen der von jedem Objectpunkt in das Objectivlinsensystem fallende Strahlenkegel eine sehr grosse Apertur hat. Man ist allmählig vorgeschritten bis zur Construction von Instrumenten, bei denen Strahlen, welche fast senkrecht gegen die Axe gerichtet sind, in das Objectivglas eintreten und zum Ocular hingelenkt werden. Freilich geschieht das nur, wenn die untere Seite der Objectivlinse mit Luft in Berührung ist; dann dringen in der That in die besten Immersionslinsensysteme Strahlen ein, welche bis  $87\frac{1}{2}^{\circ}$  gegen die Axe geneigt sind. Dieser Winkel reducirt sich indessen auf etwa  $48^{\circ}$ , wenn das Instrument in normaler Weise gebraucht wird, so dass Wasser zwischen Objectiv und Deckgläschen eingeschaltet wird. Immerhin ist der genannte Winkel viel grösser, als man ihn in dem Linsensystem eines Teleskops oder einer photographischen Camera obscura zulassen würde, weil bei so schrägen Incidenzen die sphärischen Abweichungen selbst in den sorgfältig berechneten und genau auszuführenden Linsen dieser Instrumente unerträglich gross werden würde. Warum ist nun trotzdem in den Mikroskopen ein breiter einfallender Lichtkegel vortheilhafter als ein schmaler von grösserer Helligkeit, der dieselbe Menge Licht in das Instrument liefert? Die bisherigen Beantwortungen dieser Frage scheinen mir nicht genügend zu sein. Denn die sogenannte *Penetration*, das heisst die Fähigkeit des Instrumentes Körper, deren Brechungsvermögen sehr wenig von dem ihrer

1) Diese Annalen. CXXXVI. S. 467. 473.

Umgebung abweicht, deutlich schattirt zu zeigen und erkennen zu lassen, hängt nur von dem Verhältniss ab zwischen der Oeffnung des beleuchtenden Strahlenkegels und der Oeffnung des in das Instrument fallenden Kegels. Eine hinreichend starke Schattirung kann man durch Verengerung des ersteren mittels Blendungen immer hervorbringen; nur kann man relativ weitere Blendungen unter dem Object anwenden, wenn auch der in das Objectiv fallende Strahlenkegel breiter ist.

In der That ist nun in den zusammengesetzten Mikroskopen eine Ursache vorhanden, welche unter den hier gegebenen Bedingungen viel stärkere Abweichungen der Strahlen von ihrem Brennpunkte hervorbringt, als die chromatische und sphärische Aberration, und welche gerade bei engen Lichtkegeln sich am meisten geltend macht. Das ist die *Diffraction* des Lichts. Wenn dieselbe auch vielleicht gelegentlich als Ursache für Verschlechterung des Bildes erwähnt worden ist, habe ich nirgends eine methodische Untersuchung über die Grösse ihres Einflusses gefunden. Eine solche Untersuchung zeigt aber, dass die Diffraction der Strahlen mit steigender Vergrößerung nothwendig und unausweichlich wächst; und dem mikroskopischen Sehen eine unübersteigbare Grenze zieht, der unsere besseren neueren Instrumente sogar schon ziemlich nahe gekommen sind.

Dass die Dunkelheit und Diffraction des mikroskopischen Bildes mit steigender Vergrößerung nothwendig zunehmen müssen, und zwar unabhängig von der besonderen Construction des optischen Instruments beruht auf einem allgemeinen Gesetz der optischen Instrumente, welches zuerst für beliebige Zusammenstellungen unendlich dünner Linsen Lagrange<sup>1)</sup> aufgestellt hat. Dasselbe ist aber, wie es scheint, fast unbekannt geblieben, vielleicht deshalb, weil er es in Form von Gleichungen aufgestellt hat, deren Coefficienten keine leicht zu veranschaulichende Bedeutung haben. Ich selbst habe das betreffende Gesetz in etwas allgemeinerer Form (nämlich für centrirte Systeme brechender Kugelflächen mit beliebigen einfach brechenden Medien dazwischen) in meiner Physiologischen

1) Sur une loi générale d'Optique. Mémoires de l'Académie de Berlin. 1803. Cl. d. Mathém. p. 3.

Optik § 9 S. 50 abgeleitet, und mich bemüht ihm eine leicht anschauliche physikalische Deutung zu geben.

Ich recapitulire hier zunächst kurz das bezeichnete Theorem und seinen Beweis.

Dasselbe gilt für jedes centrirte System kugelig brechender oder spiegelnder Flächen, durch welches Strahlen unter so kleinen Einfallswinkeln gehen, dass das System von punktförmigen Objecten punktförmige Bilder entwirft, das heisst also: homocentrische Strahlen homocentrisch bricht. Ein centrirtes System nenne ich ein solches, in welchem die Krümmungsmittelpunkte sämtlicher brechenden oder spiegelnden Kugelflächen in einer geraden Linie, *der Axe des Systems*, liegen. Wir denken uns vor einem solchen System einen leuchtenden Punkt in der Axe gelegen, der einem zur Axe senkrechten ebenen Objecte  $a' a''$  (Fig. 1) angehört, und von dem Strahlen durch das optische System gehen, wir nennen den Winkel zwischen einem dieser Strahlen und der Axe des Systems *den Divergenzwinkel* des betreffenden Strahls. Wird durch die Axe und den Strahl eine Ebene gelegt, so ist diese die Einfallsebene des Strahls bei der nächsten Brechung, und wird denselben Strahl also auch nach der nächsten Brechung und somit auch nach jeder folgenden Brechung enthalten. Von dieser Ebene, die von der Axe in zwei Hälften getheilt wird, rechnen wir die eine Hälfte als positiv, die andere als negativ, und dem entsprechend den Divergenzwinkel des Strahls als positiv oder negativ, je nachdem der Strahl gegen die positive oder negative Hälfte der Ebene hin fortschreitet. Sind diese Festsetzungen gemacht, so ist der besprochene Satz folgender:

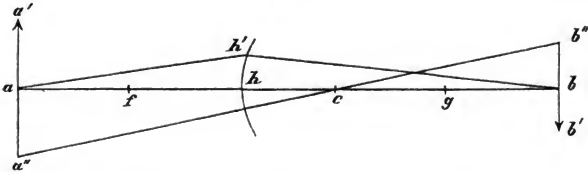
#### Theorem.

*Das Product aus dem Divergenzwinkel eines beliebigen Strahls, dem Brechungsverhältniss des Medium, durch welches er sich zur Zeit bewegt, und der Grösse des Bildes, welchem die durch das betreffende Medium sich bewegenden Strahlen angehören, bleibt in einem centrirten Systeme kugelig brechender und spiegelnder Flächen bei jeder Brechung unverändert, wenn überhaupt die Bedingungen für die Entwerfung genauer Bilder eingehalten sind.*

Es wird das genannte Product also nach dem Austritt der Strahlen aus dem System noch denselben Werth haben, wie vor dem Eintritt in dasselbe.

*Beweis.* Es sei  $ab$  ein Stück der Axe des Systems,  $hh'$  eine der brechenden Flächen,  $c$  ihr Krümmungsmittelpunkt,  $a$  der Convergenczpunkt der (nöthigenfalls verlängerten) auf  $hh'$

Fig. 1.



einfallenden Strahlen,  $b$  der Vereinigungspunkt der von  $hh'$  gebrochenen Strahlen,  $f$  der vordere,  $g$  der hintere Hauptbrennpunkt der Fläche  $hh'$ . Es sei ferner das Brechungsverhältniss des vor  $hh'$  liegenden Medium  $n'$ , das des dahinter liegenden  $n''$ ; den Divergenzwinkel im ersteren Medium für den durch  $h'$  gehenden Strahl,  $h'ah$  bezeichnen wir mit  $\alpha'$ , den im zweiten Medium  $-h'bh$  mit  $\alpha''$ ; die Grösse des Bildes  $aa''$ , welches den Strahlen des ersten Medium angehört, mit  $\beta'$ , des Bildes  $-bb''$  für das zweite Medium mit  $\beta''$ . Wir haben zunächst wegen Aehnlichkeit der Dreiecke  $aa''c$  und  $bb''c$

$$\frac{\beta'}{\beta''} = -\frac{ac}{cb}. \quad (1)$$

Andrerseits wenn wir das sehr kleine Bogenstück  $hh'$  der brechenden Fläche als eine zur Axe senkrechte gerade Linie betrachten:

$$hh' = ah. \text{ tang. } \alpha' = -bh. \text{ tang. } \alpha''$$

oder, wenn wir, was hier wegen der Kleinheit der Winkel erlaubt ist, statt der Tangenten die Winkel setzen:

$$\frac{\alpha'}{\alpha''} = \frac{bh}{ah} \quad (2)$$

Multiplirciren wir die Gleichung (1) mit (2), so ergibt dies

$$\frac{\alpha' \cdot \beta'}{\alpha'' \cdot \beta''} = \frac{ac \cdot bh}{bc \cdot ah} \quad (3)$$

Nun ist aber nach den bekannten Gesetzen der Brechung an einer Kugelfläche, deren Radius  $hc=r$ , der Werth ihrer Hauptbrennweiten

$$\left. \begin{aligned} F' &= hf = \frac{n' r}{n'' - n'} \\ F'' &= hg = \frac{n'' r}{n'' - n'} \end{aligned} \right\} (4)$$

woraus folgt

$$\frac{F'}{F''} = \frac{n'}{n''} \quad (4^a)$$

$$F'' - F' = r \quad (4^b)$$

Ferner

$$\frac{F'}{ah} + \frac{F''}{bh} = 1 \quad \text{und} \quad \frac{F''}{ac} + \frac{F'}{bc} = 1$$

oder

$$\frac{bh}{ah} = \frac{bh - F''}{F'} \quad \text{und} \quad \frac{bc}{ac} = \frac{bc - F'}{F''}$$

Division der letzten beiden Gleichungen ergibt

$$\frac{bh \cdot ac}{ah \cdot bc} = \frac{F''(bh - F'')}{F'(bc - F')}$$

Nun ist aber

$$bh = bc + r = bc + F'' - F'$$

nach (4<sup>b</sup>), und also

$$bh - F'' = bc - F'$$

und daher

$$\frac{bh \cdot ac}{ah \cdot bc} = \frac{F''}{F'} = \frac{n''}{n'}$$

nach (4<sup>a</sup>). Also wird Gleichung (3)

$$\frac{\alpha' \cdot \beta'}{\alpha'' \cdot \beta''} = \frac{n''}{n'}$$

oder

$$n' \cdot \alpha' \cdot \beta' = n'' \cdot \alpha'' \cdot \beta'' \quad (5)$$

q. e. d.

Es folgt aus diesem Satze zunächst, dass wenn der Strahl *B* bei seinem Abgang vom leuchtenden Punkte einen absolut

kleineren Divergenzwinkel hat, als der Strahl  $A$ , der Divergenzwinkel von  $B$  auch nach jeder folgenden Brechung kleiner bleiben muss, als der von  $A$ ; weil eben das auf  $B$  bezügliche Product unseres Satzes von Anfang an kleiner ist, als das für  $A$  und deshalb nach jeder Brechung kleiner bleiben muss.

Wenn zwei von demselben Punkte der Axe ausgegangene Strahlen aber gleich grosse Divergenzwinkel in zwei verschiedenen durch die Axe gelegten Ebenen haben, so bleiben ihre Divergenzwinkel nach allen Brechungen gleich gross; was sich übrigens schon aus der Symmetrie des Systems rund um seine Axe ergibt.

Denken wir uns also das durch das optische System gehende Strahlenbündel irgendwo begrenzt durch eine kreisförmige Blendung, deren Ebene senkrecht zur Axe steht und deren Mittelpunkt in der Axe liegt, so sind die Strahlen, welche dicht am Rande der Blendung vorbeigehen diejenigen, welche die grössten für sie alle gleichen Divergenzwinkel haben, und bei allen Brechungen behalten. Diese Strahlen werden offenbar Kegelflächen von kreisförmiger Basis bilden, deren Axe die optische Axe des Systems ist, und welche das ganze von einem Punkte der Axe ausgegangene Strahlenbündel, soweit es überhaupt das Instrument passirt, abgrenzen. Der Divergenzwinkel dieser Grenzstrahlen ist alsdann auch auf dem ganzen Wege der Strahlen der Winkel, welcher die halbe Oeffnung der das Bündel begrenzenden Kegelfläche misst.

Zunächst ergeben sich hieraus nun wichtige Folgen für die *photometrischen Verhältnisse*.

Nach den bekannten Gesetzen der Photometrie kann man die Lichtmenge  $L$ , welche das leuchtende Flächenelement  $dS$  auf das in der Entfernung  $r$  befindliche Flächenelement  $ds$  sendet, wenn  $(r, N)$  und  $(r, n)$  die Winkel zwischen der Linie  $r$  und den Normalen  $N$  und  $n$  der beiden Flächenelemente bezeichnen, setzen

$$L = J \frac{dS \cdot ds}{r^2} \cdot \cos(r, N) \cdot \cos(r, n). \quad (6)$$

Wenn wir nun unter  $ds$  die kreisförmige Apertur des Strahlenkegels an einer der brechenden Flächen verstehen, und unter

$dS$  ein von der Axe geschnittenes leuchtendes Flächenelement, so dass  $r$  in die Richtung der Axe fällt, so ist

$$\cos(r, n) = 1 \quad \text{und} \quad dS \cdot \cos(r, N)$$

ist die Projection von  $dS$  auf eine zur Axe normale Ebene. Ist  $\alpha$  der Divergenzwinkel, der nach dem Umfange von  $ds$  gerichteten Strahlen, so ist

$$ds = \pi \cdot r^2 \cdot \alpha^2$$

$$L = J \cdot \pi \cdot \alpha^2 \cdot dS \cdot \cos(r, N) \quad (6^a)$$

Dieselbe Lichtmenge muss aber auch im folgenden Medium in der Fortsetzung desselben Strahlenkegels enthalten sein. Bezeichnen wir hier mit  $J'$ ,  $\alpha'$ ,  $dS'$ ,  $N'$  die entsprechenden Grössen, so ist also auch

$$L = J' \cdot \pi \alpha'^2 \cdot dS' \cdot \cos(r, N'). \quad (6^b)$$

Nun ist  $dS'$  das Bild von  $dS$ , und dessen Projection normal zur Axe  $dS' \cdot \cos(r, N')$  das Bild der entsprechenden Projection von  $dS$ . Also haben wir die Proportion

$$dS \cdot \cos(r, N) : dS' \cdot \cos(r, N') = \beta^2 : \beta'^2$$

Daraus folgt

$$J \cdot \alpha^2 \cdot \beta^2 = J' \cdot \alpha'^2 \cdot \beta'^2.$$

und wegen der Gleichung (5)

$$J : J' = n^2 : n'^2. \quad (6^c)$$

Dadurch ist die Helligkeit, mit welcher die Fläche des Bildes innerhalb des von den Strahlen ausgefüllten Lichtkegels leuchtet, gegeben, unabhängig von der Richtung, welche  $dS$  und  $dS'$  gegen die Axe haben, und von den Entfernungen derselben von der brechenden Fläche.

Von dem Bilde  $dS'$  kann man auf ein zweites  $dS''$  übergehen, und so weiter. Es wird offenbar zwischen jedem folgenden Bilde und  $dS$  eine entsprechende Gleichung bestehen müssen, wie (6<sup>c</sup>). Ist also  $n = n'$ , das heisst, *liegen Object und Bild in demselben Medium, so wird die Helligkeit eines durch Strahlen, die mit der Axe und den Einfallsloten sehr kleine Winkel machen, entworfenen optischen Bildes* (von



Verlust durch Reflexion und Absorption abgesehen) *der Helligkeit des Objects immer nur gleich sein können.*

Aber dieser Satz muss auch gültig sein ohne die Beschränkung, dass die Strahlen mit der Axe und den Einfallsloten sehr kleine Winkel machen. Wäre er nämlich nicht richtig, wäre es möglich von einem Flächenstück  $dS$ , welches nach dem in Gleichung (6) ausgesprochenen Gesetz ein begrenztes Strahlenbündel aussendet, ein Bild  $dS'$  zu entwerfen, welches in Richtung der Fortsetzung dieses Strahlenbündels mit grösserer Helligkeit leuchtete, als Gleichung (6<sup>c</sup>) zulässt, so würden wir dieses Strahlenbündel senkrecht durch eine ebene Grenzfläche in Luft übergehen und in das Auge eines Beobachters fallen lassen können. Es wäre dann der Fall gegeben, dass man durch ein optisches Instrument ein Object heller sehen müsste, als es ist, etwas, was allen an den mannigfachen Formen durchsichtiger brechender Körper gemachten Erfahrungen widerspricht. Wäre eine solche Möglichkeit für Lichtstrahlen gegeben, so würden wir sie auch auf Wärmestrahlen übertragen können, und es wäre dann das Gesetz der Gleichheit der Strahlung zwischen Körpern gleicher Temperatur verletzt. Durch ähnliche Betrachtungen, wie sie Herr Kirchoff zum Beweise seines Gesetzes von der Gleichheit der Absorption und Emission angewendet hat, deren Uebertragung auf unsern Fall ohne Mühe geschehen kann, wäre dies leicht zu erweisen. Man braucht zu dem Ende nur die beiden Elemente  $dS$  und  $dS'$  von gleicher Temperatur, wie eine sie rings umschliessende Hülle anzunehmen, die durchsichtigen Medien als frei von Absorption, und ein passendes Diaphragma angebracht, ebenfalls von gleicher Temperatur, um das zu verdichtende Strahlenbündel abzugrenzen. Wenn dann  $dS$  durch dieses Diaphragma dem  $dS'$  ein dichteres Strahlenbündel zusetzt, als dieses vermöge seiner Temperatur zurücksendet, müsste die Temperatur von  $dS'$  steigen, die von  $dS$  fallen.

*Genauere Fassung des Gesetzes der Divergenzwinkel.* Die Gleichung (5) setzte unendlich kleine Divergenzwinkel voraus, bei solchen ist es einerlei, ob wir  $\alpha$  mit  $\sin \alpha$  oder  $\tan \alpha$  oder ähnlichen Functionen vertauschen, die für verschwindend kleine  $\alpha$  gleich  $\alpha$  werden.

Nehmen wir grössere Divergenzwinkel eines Strahlenbündels von kreisförmigem Querschnitt, und die leuchtende Fläche  $dS$  senkrecht zur Axe, so ist

$$L = J dS \cdot \int_0^\alpha 2\pi \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha \cdot d\alpha = \pi J dS \cdot \sin^2 \alpha.$$

Ist nach einer Reihe von Brechungen die Fläche  $dS$  vollständig und genau in  $dS_1$  abgebildet, mit der Helligkeit  $\frac{n_1^2}{n^2} J_1$  und  $\alpha_1$  der zugehörige Divergenzwinkel, so muss dieselbe Lichtmenge sein

$$L = \pi J \frac{n_1^2}{n^2} \cdot dS_1 \cdot \sin^2 \alpha_1.$$

Da

$$dS : dS_1 = \beta^2 : \beta_1^2$$

so folgt aus diesen Gleichungen

$$n \cdot \beta \cdot \sin^2 \alpha = n_1 \cdot \beta_1 \cdot \sin^2 \alpha_1 \quad (7)$$

als die auch für grössere Winkel gültige Formulierung der Gleichung (5), unter der Voraussetzung, dass  $\beta$  und  $\beta_1$  zwei sich einander genau abbildende, zur Axe senkrechte flächenhafte Bilder sind.

*Helligkeit der Bilder.* Wenn die Pupille des Beobachters ganz eingetaucht ist in das Strahlenbündel, welches von einem Punkte des Bildes  $\beta_1$  ausgeht, so wird der Beobachter  $\beta_1$  in der durch Gleichung (6<sup>c</sup>) bedingten Helligkeit sehen. Also wenn Object und Bild beide in Luft liegen, werden beide für ihn gleiche Helligkeit haben. Diese Folgerung ist schon von Lagrange gezogen worden. Leider hat er den zweiten Fall, der gerade bei starken Vergrösserungen der gewöhnlichere ist, nicht besprochen, nämlich den, wo das in die Pupille eindringende Strahlenbündel diese nicht ganz ausfüllt. Das mag nicht wenig zu der Vergessenheit beigetragen haben, in welche seine wichtige Abhandlung gefallen ist.

Wenn das in die Pupille fallende Lichtbündel, welches immer einen kleinen Divergenzwinkel  $\alpha_1$  hat, so oft das Bild  $\beta_1$  in richtiger Sehweite liegt, die Pupille nicht ganz ausfüllt, so wird die Helligkeit  $H$  des Netzhautbildes eine geringere

sein, als die Helligkeit  $H_0$  für das freie Auge, dessen Pupille ganz mit Lichtstrahlen ausgefüllt ist. Bezeichnen wir mit  $s$  die Sehweite und mit  $p$  den Radius der Pupille, so ist  $\pi p^2$  deren Fläche, der Querschnitt des Lichtbündels ist  $\pi s^2 \cdot \sin^2 \alpha_1$ , und es verhält sich also

$$H: H_0 = s^2 \cdot \sin^2 \alpha_1 : p^2$$

oder mit Benutzung von Gleichung (7)

$$H = H_0 \cdot \frac{s^2}{p^2} \cdot \frac{n^2}{n_1^2} \cdot \frac{\beta^2}{\beta_1^2} \sin^2 \alpha.$$

Das letzte Medium vor dem Auge muss nothwendig Luft sein, also  $n_1 = 1$ , und wenn wir den nach der Lister'schen Methode in Luft gemessenen Divergenzwinkel des Instruments mit  $\alpha_0$  bezeichnen, so ist  $\sin \alpha_0 = n \cdot \sin \alpha$ . Setzen wir ferner die Vergrößerung  $\frac{\beta_1}{\beta} = N$ , so ist

$$H = H_0 \frac{s^2 \cdot \sin^2 \alpha_0}{p^2 \cdot N^2}.$$

Bei derjenigen Vergrößerung  $N_0$ , wobei der Lichtkegel die Pupille gerade ausfüllt, und welche wir die *Normalvergrößerung* des Instruments nennen wollen, muss  $H = H_0$  werden. Daraus ergibt sich,

$$N_0 = \frac{s}{p} \sin \alpha_0 \quad (8)$$

und wenn  $\alpha_0$  unverändert bleibt

$$H: H_0 = N_0^2 : N^2 \quad (8a)$$

wenn, wie vorausgesetzt

$$N > N_0$$

während  $H = H_0$  wird, wenn  $N \leq N_0$ .

Das heisst also: *Die Helligkeit des Instruments wird gleich, der des freien Auges, wenn die Vergrößerung gleich oder kleiner als die Normalvergrößerung ist. Dagegen wächst bei gleichbleibender Divergenz der einfallenden Strahlen die Helligkeit umgekehrt proportional der Vergrößerung der Flächen, wenn diese grösser als die Normalvergrößerung ist.*

Die Normalvergrößerung wächst, wie Gleichung (8) zeigt

mit dem Sinus des Winkels  $\alpha_0$ . Dessen grösster Werth ist Eins, wenn  $\alpha_0$  ein Rechter, ein Werth, den die neueren Instrumente auch nahehin erreichen. Dann ist

$$N_0 = \frac{s}{p}.$$

Setzen wir  $s$ , wie es für die Berechnung der Vergrößerung jetzt gewöhnlich geschieht, gleich 250 Mm., und  $p$  für helle Beleuchtung gleich 1,5 Mm., so wird

$$N_0 = 166,7$$

und man erhält die

Helligkeit $\frac{1}{4}$	für Vergrößerung	333,3
— $\frac{1}{9}$	—	500,0
— $\frac{1}{16}$	—	666,7

u. s. w.

Das zeigt, wie schnell die Helligkeiten bei steigender Vergrößerung nothwendig abnehmen.

Wäre es möglich den halbkugelförmigen Lichtkegel eines in Wasser liegenden Objects in ein Immersionslinsensystem überzuleiten, und damit ein gutes Bild zu erzeugen, so würden alle diese Vergrößerungen bei gleicher Helligkeit im Verhältniss  $n:1=1,3351:1$  gesteigert werden können. Aber wie schon oben bemerkt, haben die bisher gefertigten Instrumente nur in Luft, nicht in Wasser nahehin halbkugelförmige Kegel der einfallenden Strahlen.

Der *Querschnitt des in die Pupille eintretenden Strahlenbündels* lässt sich leicht empirisch ermitteln. Wenn man das Instrument auf ein helles Feld eingestellt hat, entferne man das Auge vom Ocular in Richtung der verlängerten optischen Axe des Instruments, und betrachte das Ocular selbst. Man wird in oder etwas vor seiner Fläche eine helle kleine Kreisfläche auf dunklem Grunde sehen. Dieser kleine Kreis ist das optische Bild, welches das Ocularsystem (hauptsächlich das Collectivglas) von dem Objectivglase entwirft. Alles Licht, was vom Objectiv hergekommen ist, und die Oculare passirt hat, muss in diesem Bildchen des Objectivs vereinigt sein. Dieses Bildchen entspricht also auch dem Querschnitt, den die

sämmtlichen Lichtkegel, welche von den Punkten des Objects ausgegangen sind, an dieser Stelle des Raums haben. Um alles dieses Licht aufzufangen, und somit ein möglichst grosses und möglichst helles Gesichtsfeld zu erlangen, muss die Pupille an den Ort dieses Bildchens gebracht werden. Das Verhältniss zwischen der Fläche dieses hellen Bildchens und der Fläche der Pupille ergibt also unmittelbar das Verhältniss, in welchem die Helligkeit des Bildes kleiner als die des direct gesehenen Objectes ist. Nur, wenn jenes Bildchen gleich oder grösser als die Pupille ist, hat man volle Helligkeit.

Dass bei einem Fernrohr das Verhältniss zwischen dem Durchmesser des Objectivs und dem Durchmesser dieses Ocularbildchens des Objectivs gleich der Vergrösserung ist, hat schon Lagrange ausgesprochen, und vorgeschlagen mittels dieser Beziehung die Vergrösserung zu messen. Bei den Teleskopen ist man übrigens einer solchen Abnahme der Helligkeit bei steigender Vergrösserung nicht nothwendig unterworfen, weil die Quantität des einfallenden Lichts durch Vergrösserung der Apertur des Objectivglases oder des Objectivspiegels in das Unbestimmte vergrössert werden kann. Die Oeffnung des mikroskopischen Lichtkegels dagegen wird durch einen Winkel gemessen und hat daher eine bestimmte Grenze.

Der Gang der bisherigen Darstellung zeigt, dass die Beziehung zwischen Helligkeit und Vergrösserung, die hier aufgestellt ist, gänzlich unabhängig von der besonderen Construction des Instruments ist, vorausgesetzt nur dass es scharf gezeichnete Bilder gibt. Eine Steigerung der Vergrösserung wäre also nur möglich unter Anwendung sehr viel stärkeren Lichtes, z. B. directen Sonnenlichtes, wie dies auch schon Herr Listing für die von ihm vorgeschlagenen Methoden, sehr hohe Vergrösserungen zu erreichen, in Aussicht genommen hat.

Hier aber treten andre Hindernisse auf, die durch den *sehr geringen Divergenzwinkel der austretenden Strahlen*, wie er bei starken Vergrösserungen durch die Gleichung (7) gefordert wird, bedingt sind.

Zunächst sind es die Schatten der entoptischen Objecte im Auge, welche das Gesichtsfeld um so dichter erfüllen, je kleiner das oben erwähnte Ocularbild des Objectivglases ist.

Dieses Bild ist für die Beleuchtung der Netzhaut gleichsam die Lichtquelle; von ihm geht alles Licht aus, welches in das Auge dringt. Dasselbe ist auch die Basis der sämtlichen Strahlenkegel, die den einzelnen Punkten des Objects und seines Netzhautbildes angehören, und sein Durchmesser wächst, wie oben gezeigt, für starke Vergrößerungen nothwendig umgekehrt proportional der Vergrößerung. Die bekannte Bedingung aber, welche erfüllt sein muss, um recht scharfe Schlagschatten von den entoptischen Objecten zu erhalten, ist eben die, dass hinreichendes Licht von einer recht kleinen Fläche aus in das Auge fällt. Jeder, der einmal versucht hat, das Feld eines Mikroskops von übertrieben starker Vergrößerung durch Anwendung von Sonnenlicht aufzuhellen, wird das eigenthümlich fleckige Ansehen des Gesichtsfeldes kennen, was man dann erhält. Ein Theil der Flecken liegt fest im Felde der Blendung, ein andrer bewegt sich mit dem Auge. Erstere rühren von Flecken und Unvollkommenheiten der Politur der Ocularlinsen her, letztere von der Hornhaut, Krystallinse, dem Glaskörper des Auges. Auch ist diese Beobachtungsweise als Methode, die entoptischen Objecte zu sehen, längst bekannt und in der That sehr brauchbar. In dem Maasse aber, als die entoptischen Objecte deutlicher werden, werden immer mehr von den zarteren mikroskopischen Objecten unerkennbar.

Ein zweiter unvermeidlicher Nachtheil der engen Lichtbündel liegt in dem Auftreten von *Diffractionserscheinungen*, wodurch die Umrisslinien der gesehenen Objecte verwischt und gleichzeitig verdoppelt oder vervielfacht werden. Wir haben es hier hauptsächlich mit den Diffractionserscheinungen zu thun, wie sie beim Sehen durch eine kreisförmige Oeffnung auftreten. Ein heller Lichtpunkt (Sonnenreflex auf einer Thermometerkugel), durch eine solche Oeffnung (Nadelstich durch ein Kartenblatt) gesehen, erscheint bekanntlich als eine helle Kreisscheibe, die abwechselnd von hellen und dunklen Ringen umgeben ist. Die scheinbare Breite dieser Ringe, von Minimum zu Minimum gerechnet, entspricht sehr nahehin dem Gesichtswinkel, dessen Sinus gleich  $\frac{\lambda}{d}$  ist, wo  $\lambda$  die Wellenlänge des betreffenden Lichts und  $d$  den Durchmesser der

Oeffnung bezeichnet. Die äusseren Ringe haben genau diese Breite, die innersten sind ein wenig breiter; der Radius des innersten hellen Kreises ist  $1,220 \frac{\lambda}{d}$ . Da der kleinste Gesichtswinkel, unter dem wir zwei feine helle Linien von einander trennen können, gleich einer Winkelminute gesetzt werden kann, so werden die Fransen des hellsten gelbgrünen Lichts, dessen Wellenlänge gleich  $0,00055^{\text{mm}}$  ist, sichtbar, wenn der Durchmesser der Oeffnung  $d=1,89^{\text{mm}}$ . Die Verbreiterung eines hellen Punktes in einen Kreis, oder einer hellen Linie in einen Streifen, muss sogar bei noch etwas weiteren Oeffnungen merkbar werden können.

Wenn man durch solche Oeffnungen nach Objecten hinblickt, welche helle Flächenstücke zeigen, so werden die Diffractionsfiguren der einzelnen Lichtpunkte einer solchen Fläche sich theilweis decken, so dass die kreisförmigen Fransen jedes einzelnen Punktes für sich genommen allerdings nicht erkennbar werden. Aber offenbar wird die Wirkung der Diffraction, da sie jeden lichten Punkt in eine kleine kreisförmige Fläche verwandelt, die Zeichnung des Objects verwaschen machen müssen, ähnlich wie dies durch die kleinen Zerstreuungskreise bei ungenauer Accommodation des Auges geschieht. Sehr feine Objecte, die nur bei grösster Schärfe des Netzhautbildes erkennbar sind, werden alsdann unerkennbar werden.

Man kann sich durch einfache Versuche davon überzeugen, dass dies der Fall ist. Das empfindlichste Object sind Gitter mit abwechselnd hellen und dunklen parallelen Streifen, seien sie aus parallelen Drähten zusammengesetzt, oder aus weissen und schwarzen Linien, auf Papier gedruckt. Man stelle sich in solcher Entfernung von dem Gitter auf, dass man mit einem zur vollkommenen Accommodation des Auges genügenden Brillengläse bewaffnet, die Stäbe des Gitters gerade noch von einander sondern kann. Man schiebe dann ein Kartenblatt vor das Auge, in welches man feine Oeffnungen von verschiedenem Durchmesser angebracht hat, und achte darauf, ob man die Linien des Gitters durch diese Oeffnungen noch erkennen und ebenso gut erkennen kann, als ohne das Kartenblatt. Die

Belichtung des Gitters muss sehr hell sein, ein auf Papier gedrucktes zum Beispiel direct von der Sonne beschienen, damit das durch die Oeffnung gesehene Bild noch hinreichend hell bleibt. Bei solchen Versuchen finde ich in der That, dass eine merkliche Verschlechterung des Bildes schon durch eine Oeffnung von  $1,72^{\text{mm}}$  Durchmesser hervorgebracht wird. Sehr viel auffallender ist diese, wenn man durch noch engere Oeffnungen sieht.

Statt der Gitter kann man auch gedruckte Buchstaben unter ähnlichen Bedingungen anwenden, indem man sich so weit von ihnen entfernt, dass man sie gerade noch lesen kann. Dann werden sie schwerer oder gar nicht lesbar, wenn man durch eine Oeffnung von etwa  $1^{\text{mm}}$  Durchmesser blickt. Aber diese Probe finde ich nicht so empfindlich, wie die mit dem Gitter.

Es muss hierbei natürlich für beste Accommodation des Auges gesorgt werden, denn wenn diese unvollkommen ist, kann Einschiebung des Kartenblatts die Zerstreungskreise auf der Netzhaut verkleinern und das Bild sogar verbessern.

Die Theorie für die Diffraction der Strahlen im Mikroskop, wie sie etwas weiter unten auseinandergesetzt werden wird, ergibt nun die Folgerung, dass ein einzelner Lichtpunkt des mikroskopischen Objects, durch das Mikroskop gesehen, gerade so erscheinen muss, als würde ein am Orte seines Bildes befindlicher wirklicher Lichtpunkt durch eine Oeffnung betrachtet, welche in Bezug auf Ort und Grösse dem Ocularbilde der relativ engsten Blendung entspricht.

Daraus geht zunächst hervor, dass die Diffraction sich merklich machen muss, wenn das letztgenannte Bildchen einen Durchmesser kleiner als  $1,89^{\text{mm}}$  hat, und dass die Breite der durch die Diffraction erzeugten Zerstreungskreise umgekehrt proportional dem Durchmesser dieser Oeffnung, also direct proportional der Vergrößerung zunehmen muss, wenn der von jedem Objectspunkte einfallende Lichtkegel unverändert bleibt. Es wird also unter diesen Umständen bei weiter gesteigerter Vergrößerung, soweit die Diffraction in Betracht kommt, das Bild unveränderte Schärfe der Zeichnung zeigen, weil eben dabei die Zerstreungskreise dasselbe Verhältniss zur schein-



baren Grösse der Objecte behalten. Dagegen werden die Störungen, welche aus der Verminderung der Helligkeit und aus der zunehmenden Zahl und Dunkelheit der entoptischen Schatten herfliessen, sich mit zunehmender Vergrösserung steigern. Daraus folgt denn, dass im Allgemeinen diejenigen Vergrösserungen am meisten erkennen lassen werden, bei denen die kleinsten Objecte, die in dem Bilde überhaupt noch sichtbar sind, unter bequemem, d. h. etwas grösserem Gesichtswinkel erscheinen, als der Sehwinkel des Beobachters für die überhaupt wahrnehmbaren kleinsten Objecte beträgt.

Nach Gleichung 7 berechnet, entspricht der Durchmesser  $1,89^{\text{mm}}$ . des in die Pupille fallenden Strahlenbündels für halbkugelförmige Ausbreitung der einfallenden Strahlen in Luft einer Vergrösserung von 264,5 Mal. Für Mikroskope mit engerem Lichtkegel würde sie niedriger anzusetzen sein. Dem entsprechend finden wir in Hugo v. Mohl's Mikrographie die Angabe, dass Vergrösserungen zwischen 300 und 400 am meisten erkennen lassen, während Harting bei den neueren Mikroskopen mit beinahe halbkugelförmigem Lichtkegel für seine Messungen Vergrösserungen von 430 bis 450 am vortheilhaftesten fand.

Wenn es sich darum handelt, *die Grösse der kleinsten erkennbaren Objecte* als Maass für die Genauigkeit des mikroskopischen Bildes zu bestimmen, so liegen hier dieselben Gründe vor, wie bei der Bestimmung der Sehschärfe des Auges, Gründe, die ich in meinem Handbuch der Physiologischen Optik S. 217 besprochen habe, dass man nicht den Durchmesser einzelner heller Punkte oder Linien auf dunklem Grunde, und ebensowenig dunkler Punkte und Linien auf hellem Grunde dazu benutzen darf. Denn dann hängt das Resultat nicht blos von den Grössenverhältnissen des Bildes, sondern auch von der Empfindlichkeit des Auges gegen schwache Lichtunterschiede ab.

Das zweckmässigste Object sind auch hier feine Gitter, welche abwechselnd helle und dunkle Streifen zeigen. Solche sind ja auch für die Mikroskope in den Nobert'schen Glasgittern und Liniensystemen der Diatomeen und Schmetterlingsschuppen vielfach benutzt worden. Da die Lichtmengen der

weissen Streifen, ehe dieselben ununterscheidbar werden, jedenfalls sehr stark ausgebreitet sind, so kommt es fast nur auf die Abstände der Mittellinien der weissen Streifen, viel weniger auf die ursprüngliche Vertheilung des Lichts in etwas schmaleren oder breiteren weissen Streifen an. Ich nehme also als Maass für die kleinsten unterscheidbaren Objecte denjenigen Abstand der Mitten heller Gitterstäbe an, bei welchem diese noch als getrennt wahrgenommen werden können.

Bei der Diffraction durch eine quadratische Oeffnung lässt sich nachweisen, dass das Gitter als gleichförmig beleuchtete, helle Fläche erscheinen muss, wenn die Fransenbreite gleich der Breite eines Gitterintervalls ist. Für runde Oeffnungen wird die Integration in der Berechnung der Lichtvertheilung äusserst weitläufig. Wenn der Durchmesser der kreisförmigen Oeffnung gleich der Seite der quadratischen ist, sind die äusseren Fransen im Spectrum eines hellen Punktes von gleicher Breite, die inneren sind aber breiter bei der kreisförmigen Oeffnung. Wenn nun die der quadratischen Oeffnung ausreichen die Trennung der hellen Linien eines Gitters auszulöschen, wenn deren Mitten um die Fransenbreite von einander abstehen, so wird dies bei den theilweise noch etwas breiteren Fransen der kreisförmigen Oeffnung ebenfalls der Fall sein müssen. Ich habe deshalb im Folgenden als untere Grenze der am Objecte unterscheidbaren Distanzen die Breite der äusseren Fransen benutzt, welche die kreisförmige Oeffnung ergibt. Unmöglich ist es nicht, dass bei günstiger Ueberlagerung der Fransen gelegentlich auch wohl noch etwas kleinere Objecte halb gesehen, halb errathen werden können. Eine sichere und unzweideutige Wahrnehmung solcher wird aber kaum möglich sein.

Es sei die Grösse der kleinsten wahrnehmbaren Distanz  $\epsilon$ , die der Wellenlänge im Medium des Objects  $\lambda$ , der Divergenzwinkel der einfallenden Strahlen ebenda  $\alpha$ , und  $\lambda_0$ ,  $\alpha_0$  seien die Werthe der letztgenannten Grössen für Luft. Dann ist nach den weiter unten abgeleiteten Formeln

$$\epsilon = \frac{\lambda}{2 \sin \alpha} = \frac{\lambda_0}{2 \sin \alpha_0}.$$

Für weisses Licht können wir die Wellenlänge der mittleren

hellsten Strahlen, wie oben, setzen

$$\lambda_0 = 0,00055 \text{ mm.}$$

Ist  $\alpha_0 = 90^\circ$ , so gibt dies

$$\varepsilon = \frac{\lambda_0}{2} = 0,000275 \text{ Mm.} = \frac{1}{3636} \text{ Mm.}$$

Wäre es möglich, die Divergenz der Strahlen in Wasser bei einem Immersionssystem bis zu halbkugelliger Ausbreitung zu treiben, so wäre  $\alpha = 90^\circ$  zu setzen,  $\lambda$  wäre nahehin gleich  $\frac{3}{4} \lambda_0$ , und daher

$$\varepsilon = \frac{1}{4848} \text{ Mm.}$$

Nach den von Hrn. Harting<sup>1)</sup> veröffentlichten Messungen ist die Grösse der mit einem Hartnack'schen Objectivsystem Nr. 10 wahrgenommenen kleinsten Distanzen nach unserer Berechnungsweise

$$\varepsilon = \frac{1}{3318} \text{ Mm.}$$

(Die von Herrn Harting selbst angegebene Zahl  $\frac{1}{5210}$  bezieht sich auf die Breite des dunkeln Intervalls.) In naher Uebereinstimmung damit sind die von Herrn L. Dippel<sup>2)</sup> an den feinsten noch erkennbaren Liniensystemen der Diatomaceen angestellten Messungen. Er kam bis zu  $\frac{1}{3500}$ , an dem feinsten Nobert'schen Liniensystem  $\frac{1}{3600}$ . Aeltere Angaben der Herren Sollitt und Harrison<sup>3)</sup> vom Jahre 1853 gehen allerdings viel weiter. Von den erkennbaren Linien der Navicula Arcus sollen 5120 auf ein Millimeter gehen. Damit wäre die theoretische Grenze an Objecten, die in Luft liegen, weit überschritten. Da aber alle neueren Messungen hinter dieser weit zurückgeblieben sind, weiss ich nicht, ob man sie als zuverlässig betrachten

1) Diese Annalen CXIV.

2) Das Mikroskop und seine Anwendung. Braunschweig. 1867. S. 135.

3) Quart. Journal of Microsc. Science. V p. 62.

darf. Auch Herr Harting, der diese Angaben citirt, bezweifelt ihre Richtigkeit.

Ausser der möglicherweise zu erreichenden Steigerung der Strahlendivergenz für Objecte, die in Wasser liegen, wäre die Leistungsfähigkeit der Instrumente wohl noch zu steigern durch Anwendung von blauem Licht.<sup>1)</sup> Die Wellenlänge der Linie  $G$  ist 0,0004282, also etwa nur  $\frac{25}{32}$  von dem oben angewendeten Werthe der Wellenlänge des stärksten Lichts. Im Verhältniss 1,28 : 1,00 würden die obigen Nenner der Werthe von  $\epsilon$  zu vermehren sein, wenn man nur blaues Licht anwendete. Dies gäbe für die wirklich ausgeführten Immersionsmikroskope

$$\epsilon = \frac{1}{4654}, \text{ statt } \frac{1}{3636} \text{ Mm.}$$

In den Photographien wirkt hauptsächlich das blaue Licht, und diese scheinen in der That etwas mehr zu leisten, als das Auge bei weisser Beleuchtung. In einer Photographie, die Herr Dr. J. Stinde mit einem Gundlach'schen Objective ausgeführt hat, von *Surinella gemma* in 1000maliger Vergrößerung sind Linien sichtbar, von denen 3800 bis 4000 auf das Millimeter gehen.

Es scheint mir hiernach nicht zweifelhaft zu sein, dass die Diffraction der Strahlen die hauptsächlichste Ursache für die begrenzte Schärfe der mikroskopischen Bilder ist. Die chromatischen und sphärischen Abweichungen der Linsen scheinen neben der Diffraction nur noch unerheblichen Einfluss zu haben trotz der sehr grossen Einfallswinkel und Divergenzwinkel der Strahlen. Im Vergleich zu der grossen Mühe, die auf die Berechnung und Ausführung der Linsen für Teleskope und Dunkelkammern verwendet werden musste, um die sphärische Abweichung auf ein genügend kleines Maass zurückzuführen, muss es billiger Weise auffallen, dass bei den viel schwerer nach vorgeschriebenen Maassen herzustellenden Linsensystemen der Mikroskope und den grossen Oeffnungswinkeln ihrer Licht-

1) Mündlich wird mir berichtet, dass Herr Hartnaek dies schon gethan habe bei Instrumenten, die er zur diesjährigen Wiener Ausstellung gesendet hat.

kegel die sphärische Aberration sich so wenig geltend machte. Uebrigens habe ich schon hervorgehoben, dass, wenn zwischen Object und Deckglas sowie zwischen Deckglas und Objectiv Wasser ist, die Divergenzwinkel nicht bis zu  $87^{\circ} 5'$  steigen, den gewöhnlichen Angaben entsprechend, sondern nur bis  $48^{\circ} 30'$ . Wenn aber zwischen Object und Deckgläschen das Wasser fehlt, so können allerdings Divergenzwinkel bis  $87^{\circ},5$  vorkommen, aber nur auf der sehr kurzen Strecke zwischen dem Object und dem ihm ganz dicht anliegenden Deckglase, so dass die davon herrührende sphärische Abweichung nicht erheblich wird.

Da breite Strahlenbündel nothwendig sind, um die Diffraction in engen Grenzen zu halten, muss natürlich auch der Beleuchtungsapparat dergleichen Strahlenbündel liefern können, namentlich um die Umrislinien dunkler Objecte deutlich zu zeichnen. Wenn in dem Objecte linsenartig wirkende Gebilde vorkommen, können diese allerdings auch ein schmales beleuchtendes Strahlenbündel in ein stark divergentes verwandeln und deutlich sichtbar werden. Sonst erhält man ein schwer zu übersehendes Gewirr von Diffractionen am und im Object einerseits, und in der Apertur des Mikroskops andererseits.

Hier liegt offenbar der Grund, dass sonst gute Mikroskope, wenn ihr Beleuchtungsapparat nicht besonders zu diesem Zwecke geregelt ist, so unbrauchbare Bilder von den Grenzlinien dunkler Objecte bei künstlicher Beleuchtung durch eine Flamme liefern. Für eine Immersionslinse wird der Beleuchtungsapparat selbst am besten nach dem Princip einer umgekehrten Linse derselben Art gebaut. Wenn man nach Einstellung des Instruments das Ocularbild des Objectivs mit einer Loupe betrachtet, erkennt man am leichtesten, ob der Beleuchtungsapparat genügend breite Strahlenkegel gibt.

Ich habe hier noch *über einen gescheiterten Verbesserungsversuch* zu berichten, dessen negatives Resultat von Wichtigkeit ist. Aus der Theorie glaubte ich folgern zu dürfen, dass man die Diffraction eines Mikroskops beseitigen könnte, wenn man die Punkte der engen Oeffnung, welche die Diffraction erzeugt, zu von einander unabhängigen leuchtenden Punkten

machte, indem man durch die Beleuchtungslinsen in der Ebene dieser Oeffnung ein scharfes optisches Bild der Lichtquelle, also etwa sonnenbeleuchteter Wolken, erzeugte.

Ich habe schon vor Jahren in Bonn Versuche der Art an einem Nobert'schen Mikroskop mit Immersionslinse von ausgezeichneter Bildschärfe angestellt. Der Versuch ergab indessen, dass es einerlei war, ob das Bild der Lichtquelle in die Ebene des Objects oder des Objectivglases fiel; die durch zu starke Oculare hervorgebrachten Diffractionsfransen blieben unverändert.

Ich habe mich neuerdings auch in anderen mit grösseren Linsen angestellten Versuchen überzeugt, dass ein solches Verfahren keinen Erfolg hat. Wenn man eine gute achromatische Linse von etwa anderthalb Fuss Brennweite so aufstellt, dass sie das scharfe Bild der Lichtquelle, also zum Beispiel der bewölkten Himmelsfläche, auf der Ebene eines in Glas geritzten Gitters entwirft, so werden die Bilder verschiedener leuchtender Punkte auf die verschiedenen durchsichtigen Spalten des Gitters geworfen, und man sollte also denken, dass die Interferenz des Lichtes, was durch benachbarte Spalten gegangen ist, aufhören sollte. Wenn man aber durch das Gitter nach dem Objectivglas hinsieht, und vor das letztere Kartenblätter schiebt, in welche man feine Spalten eingeschnitten hat, so sieht man mit blossem Auge sowohl an diesen Spalten, wie an den Aussenrändern der Blätter genau dieselben Diffractionsfransen, als wenn die Linse fortgenommen oder das Gitter aus ihrem Focus gebracht wird.

Statt des Gitters habe ich dann auch zwei in ein Kartenblatt eingeschnittene feine Spalten benutzt, welche etwa 1<sup>mm</sup> Abstand von einander hatten, und durch welche ich ein System sehr feiner Interferenzlinien in dem Diffractionsbilde eines andern Spaltes mit blossem Auge eben noch sehen konnte. Letzterer hatte die Form eines sehr kleinen spitzen Winkels. Nahe der Spitze dieses Winkels war er fein genug, um jene Interferenzstreifen zu zeigen. Auch diese Streifen verschwanden nicht, wenn ich das einfallende Licht zu einem optischen Bilde in der Ebene des Doppelspalts vereinigte. In diesem Falle konnte der Verdacht, dass chromatische oder sphärische

Aberration der Strahlen sie über einen Zwischenraum von  $1^{\text{mm}}$  Breite ausgebreitet haben sollte, nicht im entferntesten aufkommen.

Die Erklärung kann ich nur darin suchen, dass das Licht, was von dem Objectiv ausgehend durch den engsten Theil des Spaltes, der als optisches Object dient, hindurchgeht, so starke Diffraction erleidet, dass es nachher beide Oeffnungen des Doppelspalts mit entsprechender Wellenphase erreicht, und somit interferirende Bündel durch beide senden kann. Damit man die Interferenzstreifen sehen kann, ist es nöthig, dass deren Minima weiter von einander entfernt erscheinen als die Breite des Lichtstreifens beträgt, dessen Bilder sie sind, und wenn diese Bedingung erfüllt ist, ergibt die Theorie in der That, dass der mittelste helle Theil der Diffractionsfigur des einfachen Spaltes einen Lichtstreifen bildet, der breiter als der Abstand der beiden Spalten des Doppelspalts ist.

Aehnliche, wenn auch schwerer der Rechnung zu unterwerfende Verhältnisse finden statt, wenn das Object die einfache Kante eines dunklen Schirms ist. Es ist bekannt, dass von einer solchen aus sich ebenfalls streifenförmig unterbrochene Strahlenbündel in den dunklen Raum hineinziehen, welche correspondirende Schwingungsphasen haben, und also durch einen zweiten Schirm gebeugt, regelmässig interferiren können. Dass die resultirende Wirkung hierbei nicht Null werden kann, ergibt sich am einfachsten daraus, dass die Wirkung eines hellen Streifens dargestellt werden kann, als die Summe der Wirkungen zweier unendlicher, durch eine gerade Linie begrenzter heller Halbebenen, die mit ihren Rändern etwas übereinander fallen, minus derjenigen einer ebenso hellen Ganzebene. Da die letztere keine Interferenzerscheinung gibt, so könnte der helle Streifen allein in keiner Stelle des Raums eine solche geben, wo nicht auch jede der beiden Halbebenen eine solche gibt. Daraus folgt, dass auch das von einer geraden Kante aus gebeugte Licht sich in merklicher Stärke ebenso weit ausbreiten muss, wie das eines von zwei Spalten begrenzten Spalts.

*Theorie der Diffraction im Mikroskop.* Schliesslich will ich noch den Weg angeben, wie man die Diffraction der durch

ein Mikroskop gehenden Strahlen theoretisch berechnen kann. Statt der einfachen Längen geradliniger Strahlen, wie sie bei der Theorie der Beugung des Lichts, welches sich nur in einem und demselben optischen Medium fortpflanzt, zu betrachten sind, muss man die *optischen Längen* derselben in Betracht ziehen, das heisst die Längen, welche man erhält, wenn man jedes Stück des Strahls mit dem Brechungsverhältniss des Medium multiplicirt, in dem er sich bewegt, und alle diese Producte addirt. Die Wellenphasen zweier Strahlen, die von demselben leuchtenden Punkte ausgegangen sind, und gleiche optische Länge haben, sind auch am anderen Endpunkt einander gleich, weil die Wellenlängen in verschiedenen Medien den Brechungsverhältnissen umgekehrt proportional sind. Ferner ist bekannt<sup>1)</sup>, dass die optische Länge aller Strahlen zwischen zwei conjugirten Brennpunkten desselben Strahlenbündels, in denen eine vollkommene Vereinigung dieser Strahlen stattfindet, gleich gross ist.

Um die Diffraction durch die relativ engste Apertur des Mikroskops zu berechnen, wird man jeden Punkt  $c$  in der Ebene dieser Apertur als Strahlencentrum behandeln müssen, dessen Phase gegeben ist durch die optische Länge des normal gebrochenen Strahls, der von dem leuchtenden Objectpunkte  $a$  aus nach  $c$  gelangt ist; welche Länge ich mit  $(ac)$  bezeichne. Andererseits hängt der Phasenunterschied zwischen  $c$  und dem Punkte  $b$  in der Bildfläche, für den die Helligkeit gesucht wird, von der optischen Länge  $(cb)$  ab, die dem normal gebrochenen, von  $c$  nach  $b$  gehenden Strahle zukommt. Die Phase der von  $a$  durch  $c$ , als neues Strahlencentrum, nach  $b$  fortgepflanzten Bewegung wird also abhängen von der Summe der optischen Längen  $(ac) + (cb)$ . Der Antheil, den dieser Strahl an der Bewegung im Punkte  $b$  hat, wird zu geben sein durch einen Ausdruck von der Form

$$A. \sin \left\{ \frac{2\pi}{\lambda} \left[ (ac) + (cb) - at \right] + \text{Const} \right\}$$

wo  $\lambda$  die Wellenlänge im leeren Raume,  $a$  die Fortpflanzungsgeschwindigkeit,  $t$  die Zeit bezeichnet. Die Summe dieser Grösse,

1) Der Beweis der hier angeführten Sätze findet sich unter andern auch in meinem Handbuche der Physiologischen Optik. S. 238—249.



genommen für sämtliche Punkte  $c$  der Oeffnung, wobei der Factor  $A$  als annähernd unabhängig von  $c$  angesehen werden kann, wird schliesslich die Bewegung in  $b$  bestimmen.

Denkt man sich nun die von  $a$  und  $b$  nach den Punkten  $c$  der relativ engsten Apertur gehenden Strahlen verlängert in der Richtung, welche sie in den Punkten  $c$  haben, bis sie sich schneiden in den Punkten  $\alpha$  und  $\beta$ , so werden diese letztern Punkte die in dem Medium von  $c$  entworfenen Bilder der Punkte  $a$  und  $b$  sein. Da nun nach dem oben Gesagten die optischen Längen  $(a\alpha)$  und  $(b\beta)$  als Längen zwischen conjugirten Brennpunkten constant sind, so kann man setzen

$$\begin{aligned}(ac) &= (a\alpha) - (c\alpha) \\ (cb) &= (\beta b) - (\beta c).\end{aligned}$$

Die Richtung der Bewegung des Strahls muss nur immer vom ersten zum zweiten Buchstaben fortlaufend gedacht, und

$$(c\alpha) = -(ac), \text{ so wie } (\beta c) = -(c\beta)$$

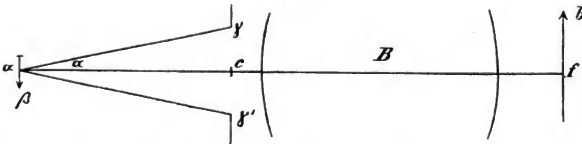
gesetzt werden. Dann wird der Ausdruck für die Wirkung des einzelnen Strahls auf den Punkt  $b$  gleich

$$A \cdot \sin. \left\{ \frac{2\pi}{\lambda} \left[ (ac) - (\beta c) - \frac{t}{a} + (a\alpha) + (\beta b) \right] + C \right\}$$

Die einzigen mit dem Punkte  $c$  veränderlichen Glieder unter dem Sinuszeichen sind  $(ac) - (\beta c)$ ; diese optischen Längen liegen aber ganz in dem Medium von  $c$ , und sind also gerade Linien. Somit wird die Diffractionswirkung des Lichtes von  $a$  im Punkte  $b$ , abgesehen von dem Factor  $A$ , der die Gesamtintensität gibt, dieselbe werden, als die des Lichtes von  $\alpha$  für den Punkt  $\beta$ . Die letztere ist aber in der bekannten, für geradlinige Strahlen geltenden Weise zu berechnen.

Es sei  $\gamma\gamma'$  Fig. 2 die relativ engste Apertur, und  $c$  ihr

Fig. 2.



Mittelpunkt,  $B$  der hinter der Apertur folgende Theil des optischen Systems.

Es sei  $\alpha$  das Bild des Axenpunkts  $a$  des Objects, ferner  $\alpha\beta$  dessen im Medium von  $\gamma\gamma'$  liegendes Bild, und  $\beta b$  das durch  $B$  davon im letzten Medium entworfene Bild. Wenn von  $\alpha$  Licht ausgeht, und dasselbe durch die Oeffnung  $\gamma\gamma'$  von Radius  $\rho$  gesehen wird, so werden rings um  $\alpha$  Interferenzfransen erscheinen, bei denen die Distanz  $\delta$  je zweier benachbarter Maxima (mit Ausnahme der beiden ersten) nach bekannten Gesetzen gleich ist

$$\delta = \frac{(\alpha c)\lambda}{2\rho} = \frac{1}{2} \frac{\lambda}{\alpha}$$

wenn wir mit  $\alpha$  auch, wie früher, den als klein vorausgesetzten Divergenzwinkel  $\alpha\gamma$  bezeichnet. Ist  $N$  die Vergrößerung des Bildes  $\beta b$  im Vergleich zu  $\alpha\beta$ , so wird in  $\beta b$  die Fransenbreite  $\delta'$  sein

$$\delta' = N\delta = \frac{1}{2} N \frac{\lambda}{\alpha}; \quad (8)$$

$$\text{oder da } N = \frac{n\alpha}{n'\alpha'},$$

wenn  $\alpha'$  den Divergenzwinkel des austretenden Strahls  $n'$  das Brechungsverhältniss des letzten Medium,  $n$  das des Medium bei  $c$  bezeichnet:

$$\delta' = \frac{n}{2n'} \cdot \frac{\lambda}{\alpha'} \quad (8a)$$

Wenn  $n=n'$ , so ist dieser Werth der Fransenbreite im Bilde  $\beta b$  dem obigen für  $\alpha\beta$  ganz analog gebildet, und dieser Umstand zeigt, dass die Fransen im letzten Bilde gerade so gross sind, als sähe man es durch die Oeffnung, die den Strahlenkegel vom Divergenzwinkel  $\alpha'$  begrenzt, das heisst durch das Ocularbild der engsten Blendung.

Dieser Beweis setzt nur voraus, dass die relativ engste Blendung an einer Stelle liegt, wo die Divergenzwinkel der Strahlenkegel sehr klein sind; übrigens kann sie an jeder Stelle des Instruments liegen. Bei einem Immersionsmikroskop ist allerdings diese Bedingung nicht erfüllt, wenn die unterste Begrenzung des Objectivglases die relativ engste Apertur ist. Sie wäre es aber schon, wenn die Blendung an der oberen Seite der zweiten oder dritten Linse läge. Selbst wenn also keine seitliche Ausbreitung der Lichtbewegung vorkäme auf

dem Wege durch die unteren Objectivlinsen, wo der Strahlenkegel noch stark divergirend ist, so würde von da ab, wo er schwach divergent oder convergent geworden ist, seine seitliche Begrenzung, sei sie nun durch ein dort liegendes reelles Diaphragma erzeugt, oder nur durch den bisherigen Lauf der Strahlen bedingt, doch Diffraction hervorbringen müssen.

Für das Endresultat macht es schliesslich kaum einen Unterschied, ob man sich die Apertur am Umfang desselben Strahlenbündels etwas weiter vor oder weiter zurückliegend denkt. Ihr von den Ocularlinsen entworfenes Bild wird um ein Minimum grösser, wenn sie in der Höhe der obersten Objectivlinse liegt, als wenn sie in der Höhe der untersten liegt, aber der Unterschied ist ohne praktische Bedeutung.

In Gleichung 8 ist  $\delta'$  die Fransenbreite im letzten Bilde,  $\alpha$  der Divergenzwinkel in dem Medium, wo die Blendung liegt,  $\lambda$  die Wellenlänge eben da,  $N$  die Vergrösserung des letzten Bildes gegen dasjenige, welches die die Blendung passirenden Strahlen erzeugen. Bezeichnen wir dagegen mit  $N_1$  die Vergrösserung des letzten Bildes in Bezug auf das Object, mit  $\lambda_1$  und  $n_1$  die Wellenlänge und das Brechungsverhältniss für das Medium, in dem das Object liegt, so können wir nach Gleichung 7 setzen

$$\frac{n_1}{N_1} \sin \alpha_1 = \frac{n}{N} \cdot \alpha$$

da  $\alpha$  als klein betrachtet wird;  $\alpha_1$  ist der Divergenzwinkel im ersten Medium.

Setzen wir den Werth von  $\frac{\alpha}{N}$  in die Gleichung 8, so wird dies

$$\frac{\delta'}{N_1} = \frac{1}{2} \lambda \frac{n}{n_1} \cdot \frac{1}{\sin \alpha_1} = \varepsilon$$

oder da  $\lambda n = \lambda_1 n_1 = \lambda_0 n_0$ , welche letztere Werthe sich auf Luft beziehen, so haben wir

$$\frac{\delta'}{N_1} = \frac{\lambda_1}{2 \sin \alpha_1} = \frac{\lambda_0}{2 \sin \alpha_0} = \varepsilon \quad (9)$$

Dies  $\varepsilon$  ist die wahre Grösse derjenigen Längen im Object, welche im vergrösserten Bilde der Fransenbreite gleich

erscheinen, und deshalb verwischt werden. Es kann also  $\epsilon$  als das Maass der kleinsten unterscheidbaren Distanzen im Object angesehen werden. Das  $\epsilon$  wird am kleinsten, wenn  $\alpha_0$  am grössten, das heisst gleich einem Rechten wird. Alsdann ist

$$\epsilon = \frac{1}{2} \lambda_0 \quad (9)$$

Diese Grenzbestimmung ist, wie man sieht, ebenfalls unabhängig von dem Bau des optischen Apparats. Sie gilt ebenso gut für einen photographischen Apparat wie für die Verbindung des Mikroskops mit dem Auge des Beobachters. Es sind dies die Formeln, die den obigen Berechnungen zu Grunde gelegt sind.

*Nachschrift.* Die vorliegende Arbeit war fertig ausgearbeitet und zur Absendung bereit, als ich im letzten Augenblick die im Aprilheft, d. J. des Archivs für mikroskopische Anatomie veröffentlichte Arbeit von Herrn Professor E. Abbe: „Beiträge zur Theorie des Mikroskops und der mikroskopischen Wahrnehmung“ zu Gesicht bekam. Dieselbe enthält eine vorläufige Zusammenstellung der Ergebnisse ausgedehnter, theils theoretischer, theils experimenteller Untersuchungen, welche zum grossen Theil mit den von mir gegebenen zusammenfallen. Die Theoreme über Divergenz der Strahlenbündel, über die Grösse der Diffraction in Mikroskopen und über deren Helligkeit, welche die Grundlage meiner Schlüsse bilden, sind auch von Herrn Abbe gefunden, aber zunächst ohne Beweis veröffentlicht. Ausserdem enthält dessen Arbeit aber auch einen Abriss von wichtigen Untersuchungen über die Diffraction in den mikroskopischen Objecten selbst bei schmalen Beleuchtungskegeln. Die besondere festliche Veranlassung, zu welcher dieser Band der Annalen veröffentlicht wird, verbietet mir, meine Arbeit zurückzuhalten oder ganz zurückzuziehen. Da sie die von Herrn Abbe noch zurückgehaltenen Beweise der von uns beiden gebrauchten Theoreme und einige einfache Versuche zur Erläuterung der theoretischen Betrachtungen enthält, mag ihre Veröffentlichung auch vom wissenschaftlichen Standpunkte aus entschuldigt werden.

**LIV. Ueber binoculare Farbenmischung; von  
Wilhelm von Bezold.**

**E**s gibt wohl schwerlich eine Erscheinung auf den Gebieten der Physik oder Physiologie, über welche nicht nur die Ansichten, sondern auch die Angaben ausgezeichneter Beobachter so weit auseinandergehen, als über die binoculare Farbenmischung. Während Völkers<sup>1)</sup>, Dove<sup>2)</sup>, Regnault<sup>3)</sup>, Brücke<sup>4)</sup>, Ludwig<sup>5)</sup>, Panum<sup>6)</sup>, Hering<sup>7)</sup>, Aubert und Förster<sup>8)</sup> auf das entschiedenste behaupten, dass es möglich sei, durch binoculare Verschmelzung zweier verschiedenfarbiger Bilder eine Mischfarbe zu erhalten, und zwar dieselbe wie durch Benutzung des Farbenkreisels oder ähnlicher Hilfsmittel, so sind Volkmann<sup>9)</sup>, Meissner<sup>10)</sup>, Funke<sup>11)</sup> und Helmholtz<sup>12)</sup> genau zu dem entgegengesetzten Resultate gelangt, und erklären einstimmig, dass es ihnen niemals gelungen sei, eine solche Mischfarbe mit Sicherheit zu sehen.

Die folgenden Zeilen haben den Zweck, zur Lösung dieses sonderbaren Widerspruchs beizutragen.

Früher war es mir nämlich auch niemals möglich, bei einigermaßen lebhaften Farben eine binoculare Mischung zu erzielen, bis ich einem anscheinend kleinen Umstande Rechnung trug. Seitdem ich dies thue, kann ich ganz nach Belieben Mischung oder Wettstreit der Sehfelder hervorrufen und ich gebe mich der Hoffnung hin, dass dies unter Berück-

1) Müller's Arch. 1838. S. 60—69.

2) Poggdfff's Ann. Bd. 80, S. 446.

3) Compt. Rend. XXVIII.

4) Wien. Ber. XI. 213—216. Poggdfff's Ann. Bd. 90, S. 606—609.

5) Helmholtz, *Physiol. Optik.* Leipzig 1867. S. 776.

6) *Das Sehen mit zwei Augen.* Kiel 1858.

7) *Beiträge zur Physiologie.* 5. Heft. Lpzg. 1864.

8) *Die Physiologie der Netzhaut.* Breslau 1865.

9) Müller's Arch. 1838. S. 373 ff.

10) Dasselbe. *Physiologie des Sehorganes.* Leipzig 1854.

11) *Lehrb. d. Physiol.* 1. Aufl. Bd. II, S. 875.

12) *Physiol. Opt.* S. 777.

sichtigung der gleichen Vorsichtsmaassregeln auch anderen Beobachtern gelingen werde.

Welches der erwähnte Umstand sei, dies geht aus folgender Betrachtung hervor:

Gesetzt man lege einem Beobachter mit zwei vollkommen gleich gebauten Augen zwei in ein und derselben Ebene befindliche verschieden gefärbte Flächen vor, mit der Aufgabe, dieselben binocular zu vereinigen, so wird er in eine eigenthümliche Verlegenheit kommen. Für einen solchen Beobachter ist es nämlich ganz unmöglich, die beiden Flächen gleichzeitig deutlich zu sehen, da verschiedenfarbige Flächen sich in verschiedenen Entfernungen befinden müssen, wenn sie bei gleichbleibender Accommodation, also auch bei gleicher Accommodationsanstrengung ihr Bild genau auf der Netzhaut entwerfen sollen.

Wenn die Entfernung der beiden Flächen von den Augen die gleiche ist, so müsste man mit beiden Augen verschieden accommodiren, um sie gleichzeitig deutlich zu sehen. Dies wird nur schwer gelingen, und so wird man beständige Accommodationsanstrengungen machen, welche aber nur zur Folge haben, dass man bald mit dem rechten bald mit dem linken Auge deutlich sieht und dem entsprechend auch die Aufmerksamkeit abwechselnd dem einen oder dem anderen der dargebotenen Bilder zuwendet. Dieses Schwanken wird noch auffallender sein, wenn gleichzeitig andere veränderliche Momente, wie z. B. der binoculare Contrast mit in's Spiel kommen und eine einheitliche Auffassung erschweren.

Bringt man hingegen die beiden Flächen in derartig verschiedene Entfernungen, dass sie bei gleicher Accommodationsanstrengung deutlich gesehen werden, und vermeidet man gleichzeitig die anderen störenden Umstände, so steht einer binocularen Verschmelzung kein Hinderniss mehr im Wege.

Man wird demnach bei Versuchen über binoculare Farbenmischung vor allem dafür Sorge zu tragen haben, dass die Entfernungen der beiden farbigen Flächen von den Augen beliebig verändert werden können. Ferner werden die Flächen so ausgedehnt sein müssen, dass ihre Ränder weit über das directe Sehfeld hinausfallen und keine deutlichen Contouren

mehr zeigen, welche ja nur bei ganz richtig bemessenen Grössenverhältnissen in verschiedenen Entfernungen eine Verschmelzung gestatten würden.

Ausserdem aber müssen im Innern der Flächen Marken Sorge angebracht werden, welche eine Fixation des Blickes erleichtern und Schwankungen der Augenaxen, welche bekanntlich meistens von solchen der Accomodation begleitet sind, ausschliessen. Als solche Marken können, wenn man sich nicht auf einen einzigen Punkt beschränken will, natürlich nur Figuren dienen, deren Netzhautbilder durch Aenderung der Entfernung keine Aenderung erfahren, d. h. Systeme von Geraden, welche sich in einem Punkte schneiden.

Man wählt am zweckmässigsten ein aus einer feinen horizontalen und feinen verticalen Geraden 'gebildetes Kreuz von solcher Grösse, dass seine Endpunkte sich entweder im seitlichen Gesichtsfelde verlieren oder von einem im Zerstreuungsbilde gesehenen Diaphragma verdeckt werden.

Um diesen verschiedenen Anforderungen mit sehr geringem Zeitaufwande gerecht zu werden, verfuhr ich folgendermassen:

Zwei Holzwürfel von 10 Centimeter Kantenlänge wurden auf ihren verschiedenen Seiten mit lebhaft gefärbten glanzlosen Papieren beklebt. Auf jedes dieser Papiere wurden zwei einander kreuzende, den Kanten parallele, feine gerade Linien gezeichnet, so zwar, dass die eine (horizontale) Gerade die Fläche gerade halbirt, während die andere (verticale) Gerade von der ihr nächsten Kante um den halben Abstand meiner beiden Augen d. i. um  $32^{\text{mm}}$  entfernt war.

Die beiden Würfel wurden nun so auf einen Tisch gestellt, dass die beiden Kreuzungspunkte gerade in Augenhöhe kamen und mithin eine binoculare Verschmelzung bei parallelen, horizontalen Gesichtslinien eintreten musste. Vor den beiden Würfeln wurde in einer Entfernung von 10 bis 15 Centimeter ein Pappschild angebracht mit genau gleich grossen Oeffnungen für die beiden Augen (Quadrate mit  $28^{\text{mm}}$  Seite). Der Schild war auf der den farbigen Flächen zugewendeten Seite weiss, auf der dem Gesichte zugekehrten matt schwarz überzogen. Die weisse Seite wurde gegen das Fenster

gerichtet, so dass sie als Lichtquelle für die farbigen Flächen diene, wodurch eine äusserst gleichförmige Beleuchtung erzielt wurde. Eine in der Medianebene befindliche schwarze Scheidewand bewirkte, dass jedes Auge nur die ihm gegenüberstehende Fläche sehen konnte.

Während ich nun durch den Schirm nach den beiden Kreuzen blickte, verschob ich die Würfel mit den Händen so lange, bis der Wettstreit der Sehfelder aufhörte. Dies trat immer dann ein, wenn ich beide Bilder gleichzeitig deutlich sah, wovon ich mich durch kleine Bewegungen der Augenachsen und das dadurch bedingte Auseinandertreten der Verticallinien überzeugte.

Eine nachträgliche Untersuchung über die Entfernung der beiden Flächen von den Augen ergab, dass jedesmal die mit der brechbareren Farbe bemalte sich näher am Auge befand und zwar ohne Rücksicht darauf, ob ich dieselbe dem rechten oder dem linken Auge darbot. So muss ich z. B. eine ultramarinblaue Fläche um 2 bis 3 Centimeter näher an's Auge bringen als eine carminrothe, wenn beide binocular zu Violett vereinigt werden sollen.

Sobald diese binoculare Verschmelzung einmal gelungen ist, kann ich mich nun auch mit dem Kopfe soweit nach rückwärts von dem Schirme entfernen, dass ich die für die Augen freigelassenen Oeffnungen in verwaschenen Doppelbildern sehe, von denen sich die mittleren decken, so dass alsdann die Mischfarbe zwischen den beiden Componenten erscheint.

Diese Art des Versuches gewährt das beste Urtheil über den Ton der Mischfarbe.

Hierbei zeigte sich, dass die binoculare Mischfarbe jedesmal auch durch Mischung der beiden Farben mit Hülfe des Farbenkreisels zu erhalten war<sup>1)</sup>.

Die Mengen, in welchen die beiden Farben auf dem

1) Aeltere Beobachter z. B. Völkers wollen durch binoculare Mischung aus Blau und Gelb Grün erhalten haben, das würde dem Mischungsgesetze widersprechen. Ich erhalte graue Töne, kann jedoch auch nicht leugnen, dass sie mir etwas grünlicher scheinen als die aus denselben Farben auf dem Kreisels gemischten. Ich werde diesen Punkt noch genauer untersuchen.



Farbenkreisel aufzutragen sind, lassen sich jedoch kaum mit Genauigkeit bestimmen, da die binocular erzielte Mischfarbe von vielen Nebenumständen beeinflusst und besonders ein Urtheil über ihre Helligkeit nur schwer zu gewinnen ist. Im Allgemeinen schien mir die Helligkeit etwas geringer als jene der Mischfarbe gleichen Tones, welche man auf dem Farbenkreisel aus den beiden Farben erzeugen kann.

Durch diese Versuche scheint mir der für die Theorie der Farbenempfindung und Farbenmischung wichtige Satz erwiesen, dass die binoculare Farbenmischung wenigstens qualitativ zu demselben Resultate führt, wie die Mischung mit Hülfe des Farbenkreisels oder ähnlicher Vorrichtungen.

Zugleich gewinnt die Anschauung Boden, dass der Wettstreit der Sehfelder im engsten Zusammenhange mit Schwankungen in der Accommodation stehe.

Um den letzteren Satz zu beweisen, versuchte ich Objecte zu gewinnen, welche auch bei monocularer Betrachtung zu ähnlichen Schwankungen Anlass geben müssen, um wo möglich ein Analogon des Wettstreits der Sehfelder zu finden.

Ein solches Object erhielt ich auf folgende Weise: über einen schwarzen Grund wurde in gleichen Abständen (etwa 4<sup>mm</sup>) eine Reihe paralleler feiner rother Fäden gespannt, senkrecht zu diesen in den nämlichen Abständen parallele blaue Fäden, so dass feine Quadrate mit rothen und blauen Seiten entstanden. Dabei wurde Sorge getragen, dass die verschiedenen Fäden wie bei einem Gewebe einander abwechselnd kreuzten, um keine der beiden Farben zu bevorzugen.

Versucht man nun dieses Gitterwerk scharf zu fixiren, so bemerkt man bald, dass es unmöglich ist, die rothen und blauen Quadratseiten gleichzeitig deutlich zu sehen und so entstehen Schwankungen der Accommodation, welche dem ganzen Eindrücke eine eigenthümliche Unruhe verleihen, die lebhaft an die Erscheinungen des Wettstreites der Sehfelder erinnert.

Uebrigens bedarf es gar keiner verschiedenen Farben, um ähnliche Erscheinungen hervorzurufen, bei richtig gewählten, sehr feinen Objecten genügt hiefür sogar der wohl jedem Auge eigenthümliche schwache Astigmatismus.

Betrachtet man z. B. auf Tafel II der physiologischen

Optik von Helmholtz die Figuren 4 und 5, so ist es vollkommen unmöglich, sie mit einem Blicke allenthalben scharf zu sehen, es bedarf vielmehr beständiger Accommodationsänderungen, um die den einzelnen Meridianen des Auges entsprechenden Theile der Figuren nach einander deutlich zur Wahrnehmung zu bringen. Man könnte Erscheinungen dieser Art vielleicht als einen „Wettstreit im Sehfelde“ bezeichnen.

Jedenfalls bestätigen die sämtlichen Versuche den Einfluss der Accommodation auf den Wettstreit der Sehfelder und hiermit auch die schon von H. Meyer<sup>1)</sup> ausgesprochene Ansicht, dass diese Erscheinung wesentlich durch Wechsel der Aufmerksamkeit zu erklären sei.

Alles zusammengefasst, wurden die Ergebnisse gewonnen:

*Der bei den Versuchen über binoculare Farbenmischung häufig beobachtete Wettstreit der Sehfelder steht im engsten Zusammenhange mit Schwankungen der Accommodation.*

*Sorgt man dafür, dass den beiden Augen verschieden gefärbte Flächen in der Art dargeboten werden, dass die beiden Flächen bei gleicher Accommodationsanstrengung gleichzeitig deutlich gesehen werden können, und beseitigt man alle Nebenumstände, welche eine getrennte Auffassung erleichtern könnten, so gelingt die binoculare Verschmelzung selbst bei sehr lebhaften und sehr verschiedenen Farben.*

*Die binoculare Farbenmischung führt zu denselben Ergebnissen wie die Mischung auf dem Farbenkreisel.*

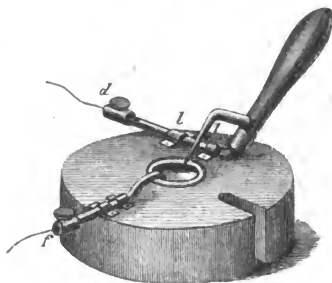
1) Arch. f. Ophth. Bd. II. Abth. 2, S. 88.

**LV. Fortgesetzte Beschreibung neuer Vorrichtungen für Zwecke der allgemeinen Nerven- und Muskelphysik;<sup>1)</sup> von E. du Bois-Reymond.**

I. Der Quecksilberschlüssel.

Hr. Poggendorff war es bekanntlich, der in die galvanische Technik an Stelle der bis dahin üblichen Quecksilbernapfe, in welche verwickelte Kupferhaken tauchten, die unter dem Namen Klemmschrauben gebräuchlichen festen Verbindungen einführte:<sup>2)</sup> eine Verbesserung, die man erlebt haben muss, um den dadurch gemachten Fortschritt zu würdigen. Die Klemmschrauben haben aber den Nachtheil, kein schnelles und regelmässiges Schliessen und Oeffnen des Kreises zu erlauben. Man braucht dazu beide Hände, und muss wenigstens beim Schliessen hinsehen, so dass man nicht zugleich beob-

Fig. 1.



dungen einführte:<sup>2)</sup> eine Verbesserung, die man erlebt haben muss, um den dadurch gemachten Fortschritt zu würdigen. Die Klemmschrauben haben aber den Nachtheil, kein schnelles und regelmässiges Schliessen und Oeffnen des Kreises zu erlauben. Man braucht dazu beide Hände, und muss wenigstens beim Schliessen hinsehen, so dass man nicht zugleich beob-

1) Vergl. E. du Bois-Reymond, Beschreibung einiger Vorrichtungen und Versuchsweisen zu electrophysiologischen Zwecken. Aus den Abhandlungen der Berliner Akademie 1862. Berlin 1863. 4<sup>o</sup>. — Anleitung zum Gebrauch des runden Compensators. Archiv für Anatomie, Physiologie u. s. w. 1871. S. 608. — Sämmtliche in gegenwärtigem Aufsätze beschriebene Vorrichtungen liefert die Werkstatt des Hrn. Otto Plath (Sauerwald) in Berlin in gewohnter Vollkommenheit.

2) Diese Annalen, 1840. Bd. XLIX. S. 39.

achten kann. Dies führte später zur Construction des nach Analogie des Organs am Morse'schen Telegraphen sogenannten Schlüssels<sup>1)</sup>, der zum Unterschiede von dem bei chronoskopischen Beobachtungen üblichen Federschlüssel genauer als Vorreiberschlüssel<sup>2)</sup> zu bezeichnen ist. Dieser Schlüssel leistet zwar treffliche Dienste; er hat aber, worauf ich übrigens gleich bei dessen Beschreibung hinwies, den Fehler, dass sein Widerstand schwankt, daher er in gut leitenden Kreisen oft nicht anwendbar ist. Alsdann empfiehlt es sich, zum Quecksilber zurückzukehren, so jedoch, dass auch hier Schliessen und Oeffnen ohne hinzusehen in hinlänglich gleicher Art geschehen kann. Wo beim Schluss in Quecksilber höchste Gleichmässigkeit verlangt wird, ist der elektromagnetische Fallhammer am Platze.<sup>3)</sup> Für viele Zwecke reicht die in Fig. 1 abgebildete Anordnung aus, die ich den Quecksilberschlüssel nenne. Sie ist minder umständlich als der Fallhammer, und auch für Oeffnung des Kreises zu benutzen. In einer kreisrunden Holzscheibe, die man mit einer Flügelsschraube am Tisch befestigt, ist ein Porzellannäpfchen eingelassen, und nimmt das Quecksilber auf. Zwei starke Kupferdrähte tauchen mit verquickter Spitze in's Quecksilber, und endigen andererseits in Klemmschrauben. Einer dieser Drähte (*f*) ist fest, der andere (*d*) lässt mittels eines hebelartig daran befestigten, isolirenden Handgriffes so um seine Axe sich drehen, dass seine verquickte Spitze in das Quecksilber bald eintaucht, bald nicht. Die Drehung geschieht in den Lagern *l*, *l*, mit soviel Reibung, dass die Torsion des bei *d* eingespannten Zuleitungsdrahtes den Hebel nicht zu drehen vermag.

## II. Die Doppelwippe.

Hr. Poggendorff hat bei seinen sinnreichen Versuchen über galvanische Polarisation<sup>4)</sup> meines Wissens zuerst Wippen

- 1) Beschreibung einiger Vorrichtungen u. s. w. S. 102.
- 2) *Levier-clef* bei Hrn. Marey, *Du Mouvement dans les Fonctions de la Vie*. Paris 1868. p. 317. 318.
- 3) Vergl. Pflüger, *Untersuchungen über die Physiologie des Electrotonus*. Berlin 1859. S. 110.
- 4) Diese Annalen, 1844. Bd. LXI. S. 586.

gebaut, die verwickeltere Aufgaben lösten, als nur, wie der Ampère'sche und Pohl'sche Stromwender, den Strom in einer Strecke seiner Leitung umzukehren. Seitdem wurden vielfach Wippen zu besonderen Zwecken angegeben, und jeder Elektriker verfertigt sich gelegentlich die gerade nöthige Form. Eine Aufgabe indess kehrt, gleich der blosser Stromumkehr, so oft wieder, dass es sich lohnt, das Organ zu ihrer Lösung jederzeit bereit zu haben. Es ist die, zwei Stromstrecken mit einander zu vertauschen. Die Bedeutung dieser Aufgabe wird klarer in dem besonderen Falle, wo meine sogenannte Doppelwippe mir in meinen Vorlesungen so gute Dienste leistet, dass ich sie den Fachgenossen als nützliche Bereicherung unseres Apparates empfehlen darf.

Der Einfluss, den Anelektrotonus und Katelektrotonus des Nerven nach Hrn. Pflüger auf die Erregbarkeit üben, lässt sich bekanntlich nicht leichter als auf die von Hrn. Rosenthal eingeführte Art nachweisen, nämlich durch den verschiedenen Abstand der Nebenrolle von der Hauptrolle des Schlitteninductoriums, bei dem die ersten Zuckungen erscheinen. Nachdem man nun z. B. Anelektrotonus und Katelektrotonus in der centropolaren Strecke gezeigt hat, soll dasselbe in der myopolaren Strecke geschehen, d. h. die vorher elektrotonisirte Strecke ist in den Kreis der tetanisirenden Nebenrolle, die vorher tetanisirte Strecke in den der elektrotonisirenden Kette, zwischen die Endklemmen des Rheochords, aufzunehmen. Da hierbei nicht blos ein Irrthum, sondern auch eine Verrückung des Nerven auf den Elektroden des Rosenthal'schen Troges<sup>1)</sup> leicht vor-

1) Der Rosenthal'sche Trog ist eine nach dem Principe meiner „feuchten Reizungsröhre“ (Beschreibung u. s. w. S. 146) gebaute Zuleitungsvorrichtung für Reizversuche, die aber, statt nur Ein Elektrodenpaar, deren vier, jedes mit entsprechendem Klemmenpaare, besitzt. Der Trog ist aus Kammmasse. Denkt man sich ihn als Boot — er gleicht in der That ganz einem sogenannten Einbaum — so stellen die Elektrodenpaare die Ruderbänke vor. Vom Schnabel des Bootes her, der dem Präparat in der Kniekehle angedrückt wird, brückt man den Nerven über die Elektrodenpaare hin, und schützt ihn vor Trockniss durch eine darüber gedeckte Glasplatte. Da indess der mit Wassergas zu sättigende Raum hier grösser ist als bei der Reizungsröhre, so wird ein feuchter Fliesspapierstreif Poggendorff's Ann. Jubelband.

kommt, ist es misslich, den Wechsel aus freier Hand vorzunehmen, und sehr erwünscht, ihn mechanisch mit Einem Schlage ausführen zu können.

Hr. Wild hat bereits, zu einem anderen Zweck, eine Wippe beschrieben, die letzteres leisten würde.<sup>1)</sup> Sie lässt im Princip auf zwei in bestimmter Art verbundene Pohl'sche Stromwender sich zurückführen, und in der That erreicht man dasselbe mittels zweier solcher Stromwender ohne Kreuz, die auf gemeinsamer Grundlage so befestigt sind, dass die Axen ihrer Wippen in Einer Geraden liegen, und die Wippen in Einem Stücke sich bewegen. Schon in meinem Aufsatz „Ueber nicht polarisirbare Elektroden“<sup>2)</sup> habe ich diese Anordnung schematisch abgebildet. Sie diente mir damals um abwechselnd die Bussole und den Rheostat von gleichem Widerstande beziehlich in den ursprünglichen und den secundären Kreis einzuschalten, und umgekehrt. Jetzt habe ich die Doppelwippe als fertiges Instrument im Laboratorium vorrätig. Sie besteht aus zwei Pohl'schen Stromwendern, die in der angegebenen Art auf ein Grundbrett geschraubt sind. Ihre Wippen sind mittels eines isolirenden Verbindungsstückes gekuppelt, lassen sich aber auch von einander trennen, und die Stromwender selber können vom Grundbrett entfernt und einzeln gebraucht werden. Eine Flügelschraube befestigt das Grundbrett auf dem Tische. Die vier Klemmen auf der einen Seite der gemeinschaftlichen Axe sind Doppelklemmen, um in jeder die beiden Drähte einspannen zu können, deren Nothwendigkeit für den vorliegenden Zweck aus der angeführten Figur erhellt, und die in Hrn. Wild's Wippe durch das Doppelkreuz dauernd ersetzt sind.

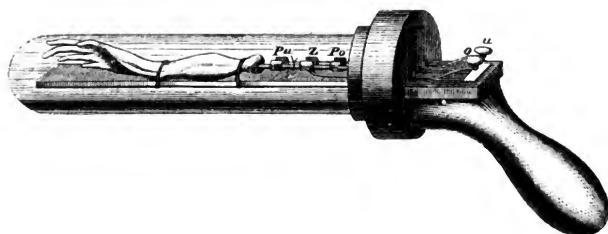
dem Boden des Troges unter den Elektrodenpaaren entlang gelegt. Die vier Elektrodenpaare liegen in der richtigen Entfernung vom Schnabel, um an mittellangen Nerven die Versuche über verschiedene örtliche Erregbarkeit, deren Aenderung beim Absterben und im Elektrotonus, u. d. m., anzustellen. Mittels eines Kugelgelenkes lässt sich dem Rosenthal'schen Trog in gewohnter Art jede erforderliche Lage im Raum ertheilen.

- 1) Vierteljahrsschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich. 2. Jahrgang. 1857. S. 230.
- 2) Monatsberichte der Berliner Akademie. 1859. S. 453.

## III. Die Froschpistole.

Die Hemmung des im Nerven sich fortpflanzenden Reizes durch Zerstören des organischen Gefüges, z. B. durch Unterbinden des Nerven, einer grösseren Versammlung überzeugend darzulegen, ist nicht so leicht, wie es scheinen mag. Ich habe vor langer Zeit eine Vorrichtung beschrieben, die durch blossen Druck auf einen Hebel, ohne Zerrung und Verrückung, einen

Fig. 2.



Nerven unterbindet.<sup>1)</sup> In Verbindung mit dem Zuckungstelegraphen<sup>2)</sup> erlaubt sie sehr schön zu zeigen, dass Reizung oberhalb des Unterbandes unwirksam, unterhalb wirksam ist.<sup>3)</sup> Allein die zunächst Sitzenden ausgenommen muss die Versammlung auf Treu und Glauben sich erzählen lassen, was geschah, den sinnlichen Eindruck der Thatsache erhält sie nicht.

Diesem Mangel hilft die in Fig. 2 dargestellte Vorrichtung ab, die meine Zuhörer die Froschpistole nennen. Ein stromprüfender Schenkel ist auf einem Spiegelglasstreifen befestigt, der in die der Revolvertrommel entsprechende Holzscheibe an der Froschpistole gekittet ist. Ueber dem Streifen schweben, durch Drähte, welche die Holzscheibe durchbohren,

1) Untersuchungen über thierische Elektrizität. Bd. II. Abth. I. 1849. S. 341. Taf. III. Fig. 109. 110. A. B.

2) Beschreibung u. s. w. S. 141.

3) Proceedings of the Royal Institution of Great Britain. April 13, 1866. E. du Bois-Reymond, On the Time required for the Transmission of Volition and Sensation through the Nerves.

getragen, und zum Empfang des Nerven bestimmt, hintereinander drei Elektroden. Die unterste, dem Knie zunächst gelegene,  $P_u$ , besteht aus Platin, die mittlere  $Z$  aus Zink, die oberste  $P_o$  wieder aus Platin. Die Elektroden sind so gebogen, dass sie eine Rinne bilden, aus welcher der Nerv bei keiner Stellung der Vorrichtung herausgleiten kann. Zwischen  $Z$  und  $P_u$  ist der Nerv unterbunden. Wird  $Z$  mit  $P_o$  metallisch verbunden, so erfolgt also keine Zuckung;  $Z$  mit  $P_u$  dagegen gibt Zuckung. Ein aufgeschraubtes Glasrohr schützt das Präparat vor Trockniss. Die Verbindungen werden aussen durch Druck auf zwei federnde Elfenbeinköpfe bewirkt, die beziehlich mit  $o$  (oberhalb) und  $u$  (unterhalb des Unterbandes) bezeichnet sind. Wenn man die Vorrichtung wie eine Pistole am Kolben ergreift, trifft der Daumen gerade auf die Knöpfe. Ist der Frosch gut leistungsfähig, so kann die Vorrichtung durch hundert Hände gehen, ohne dass Zuckung zu erscheinen aufhört. Da die Leitungen dem Blick offen liegen, wird so jedem Einzelnen die Möglichkeit gewährt, von der Grundwahrheit der allgemeinen Nervenphysik durch Anschauung sich zu überzeugen.

Auf den Umstand, dass der Strom in der unteren Strecke ab-, in der oberen aufsteigt, kommt es an dieser Stelle des Vortrages noch nicht an. Mit drei Elektroden aus zwei Metallen sind natürlich mancherlei Combinationen möglich, ausser obiger noch fünf. Die ausgenommen, wo Platin in der Mitte, Zink oben und unten sich befindet, und wobei auch der Strom in beiden Strecken umgekehrt fliesst, haben sie alle den Nachtheil, dass bei Reizung oberhalb des Unterbandes der Strom der doppelt so langen Nervenstrecke wegen fast zweimal schwächer ist als bei Reizung unterhalb, so dass auch so die Reizung nicht beidemal, bis auf das Unterband, in einerlei Art geschieht.

#### IV. Das Federmyographion.

Die Myographien zerfallen wesentlich in zwei Klassen.<sup>1)</sup> Die erste Klasse umfasst die beschleunigt oder stetig rotirenden

1) Das Pflüger'sche Myographion, welches gleichsam nur ein Helmholtz'sches Myographion mit stillstehendem Cylinder ist, kommt hier nicht in Betracht.



Myographien. Der Art sind das ursprüngliche Helmholtz'sche Myographion mit meinen Aenderungen,<sup>1)</sup> das Valentin'sche Kreisscheiben-Myographion,<sup>2)</sup> und das Thiry'sche Myographion, in welchem, nach Foucault's Vorgange bei seinen Lichtgeschwindigkeitsmessungen, eine Sirene das Uhrwerk ersetzt.<sup>3)</sup>

Diese Myographien leiden an mehreren principiellen Fehlern. Erstens darf der Stift erst kurz vor der Zuckung der Zeichenfläche angelegt werden, was nur durch verwickelte Vorkehrungen gelingt. Zweitens vergeht zu viel Zeit zwischen je zwei Versuchen. Drittens ist es zu schwer, sowohl den Zeitpunkt zu erkennen, wo die gewünschte Geschwindigkeit erreicht ist, als auch die Geschwindigkeit zu bestimmen, die im Augenblick des Versuches wirklich herrschte. Endlich viertens verwirren sich bei grösseren Geschwindigkeiten, wo sie mehr als einen Cylinderumfang einnehmen, die Myogramme in einer Art, die bei Demonstrationen sehr störend ist, aber auch bei Untersuchungen lästig fällt.

Diese Uebelstände haben die rotirenden Myographien in den Hintergrund gedrängt, und zur Erfindung der zweiten Klasse von Myographien geführt, in welchen der Zeichenfläche eine bestimmte und ausreichende Geschwindigkeit in praktisch verschwindender Zeit ertheilt, und sogleich ebenso schnell wieder genommen wird. Dies erlaubt in kurzer Frist eine grosse Zahl von Versuchen anzustellen, und da die Platte vor dem Versuche ruht, kann der Stift ihr schon vorher anliegen. Freilich lassen diese Myographien die schöne, von Hrn. Helmholtz für den Cylinder seines Instrumentes angegebene Art, die Zeichenfläche zu berussen und die Myogramme abzuklatschen, nicht zu, und man wird kaum einen Ersatz dafür darin sehen, dass sie das Projiciren der Original-Myogramme mittels der

- 1) Vergl. A. v. Bezold, Untersuchungen über die elektrische Erregung der Nerven und Muskeln. Leipzig 1861. S. 85.
- 2) Grundriss der Physiologie. 4. Aufl. Braunschweig 1855. S. 529; — Die Zuckungsgesetze des lebenden Nerven und Muskels. Leipzig und Heidelberg 1863. S. 12.
- 3) Henle's und Pfeufer's Zeitschrift für rationelle Medicin. 3. R. Bd. XXI. 1864. S. 300.

magischen Laterne gestatten.<sup>1)</sup> Sie haben ferner den Nachtheil, dass mit der Geschwindigkeit der Platte deren zur Aufnahme des Myogrammes nöthige Länge wächst. Dennoch zweifle ich nicht, dass dieser Klasse von Myographien die Zukunft gehört.

Der Art sind das Atwood'sche Myographion von E. Harless,<sup>2)</sup> welches Hr. Jendrassik in Pest neulich wieder hervorgesucht hat,<sup>3)</sup> und Hrn. Fick's Pendelmyographion,<sup>4)</sup> welches von Hrn. Helmholtz vervollkommenet wurde,<sup>5)</sup> in dieser Form aber meines Wissens noch nicht beschrieben worden ist.

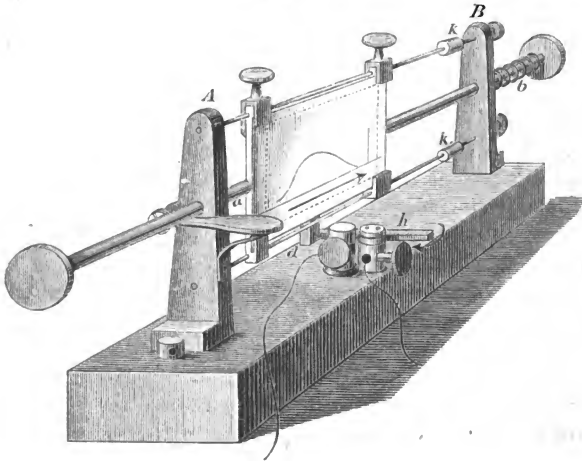
Die Betrachtung, dass man durch Federkraft in kleinerem Raum und kürzerer Zeit dieselbe Summe beschleunigender Kräfte zur Wirkung auf eine Masse bringen kann, als durch Fallkraft, und dies in beliebiger Richtung, führte mich zur Construction eines dritten Myographions dieser Klasse, des Federmyographions. Obschon auf den ersten Blick dies Myographion dem Fall- und dem Pendelmyographion an mechanischer Vollkommenheit nachzustehen scheint, hat es sich doch gut bewährt, und überdies besitzt es gewisse nicht zu verschmähende Vortheile.

Im Federmyographion (s. Fig. 3) wird die Zeichenplatte durch eine Sprungfeder, ähnlich der in den Knabenflinten und Zündnadelgewehren, einer wagerechten Führung gleichsam entlang geschossen. Der Platte gegenüber sind Schreibwerk und Muskelhalter eines Pflüger'schen (Helmholtz'schen) Myographions aufgestellt. Da dieser Theil der Vorrichtung, mit

- 1) Proceedings of the Royal Institution etc. p. 11. (1866). — Vergl. Marey, Du Mouvement dans les Fonctions de la Vie. 1868. p. 191.
- 2) Abhandlungen der K. Bayerischen Akademie der Wissenschaften. II. Cl. Bd. IX. Abth. II. München 1862. S. 361.
- 3) Fall-Myographion. Aufgestellt in der Wiener Weltausstellung in der Abtheilung für das Unterrichtswesen von Ungarn. Budapest 1873. 4<sup>o</sup>.
- 4) Vierteljahrsschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich. 1862. S. 307; — Fick, die medicinische Physik. 2. Aufl. Braunschweig 1866. S. 86.
- 5) Verhandlungen der physikalisch-medicinischen Gesellschaft in Würzburg. N. F. 1872. Bd. II. S. 147.

Ausnahme der später zu beschreibenden Zuleitung für den erregenden Strom, von dem entsprechenden Theil anderer

Fig. 3.



Myographien nicht wesentlich abweicht, so blieb er in der Zeichnung fort.

Man sieht hier zunächst eine gusseiserne Schiene, auf der zwei kräftige Winkelstücke oder Ständer aus Messing *A*, *B* sich erheben. Ein leichter Messingrahmen nimmt die 160<sup>mm</sup> lange, 50<sup>mm</sup> breite Zeichenplatte aus 2,3<sup>mm</sup> dickem Spiegelglas auf. Der Rahmen läuft mit möglichst wenig Reibung an zwei zwischen den Ständern *A*, *B* parallel ausgespannten Stahl-drähten. Der Abstand der Ständer ist gleich der doppelten Länge des Rahmens, so dass die Platte dem Stift in ihrer ganzen Länge vorübergeht, wenn der Rahmen von Ständer zu Ständer verschoben wird. An den kurzen Seiten des Rahmens sind runde Stahlstäbe eingeschraubt, welche die von ihm zu durchlaufende Bahn etwas an Länge übertreffen, und mit möglichst wenig Reibung durch Löcher in den Ständern *A*, *B* gehen. Das Ende *b* des einen dieser Stäbe ist mit einer stählernen Sprungfeder umgeben. Indem man sie zwischen dem Ständer *B* und einem Knopf am Ende des Stabes zu-

sammendrückt, und so den Rahmen mit den Stäben von *B* nach *A*, dem Pfeil auf der Zeichenplatte entgegen (s. die Fig.), hintreibt, kommt ein Punkt, wo der am Ständer *A* sichtbare, nach oben federnde „Abzug“ in einen entsprechenden Kerb des Stabes bei *a* eingreift, und die Wiederausdehnung der Feder verhindert. Sie bleibt also gespannt, bis ein Druck auf den Abzug den Rahmen befreit, der nun mit einer von der Kraft der Feder, der Masse des Systemes, und der Reibung abhängigen Geschwindigkeit den Drähten entlang in der Richtung von *A* nach *B* oder des Pfeiles auf der Platte fliegt.

Die Geschwindigkeit wächst bis zu dem Punkte, wo die Feder ihre Ruhelage überschreitet. In der diesem Punkt entsprechenden Lage des Rahmens schlägt ein an dessen unterem Rande befindlicher Daumen *d* einen Hebel *h*, der bis dahin den Hauptstrom des Inductoriums geschlossen hielt, in der Richtung des Pfeiles in der Figur von seinem Anschlage fort, und löst so den reizenden Schlag aus. Die Figur stellt diese Lage vor. Der Hebel ist um seine Axe mit soviel Reibung drehbar, dass er, obschon in wagerechter Ebene beweglich, dem Anschlage doch fest genug anliegt, um keine unehörligen Zuckungen zu veranlassen. Die Kraft des Rahmens ist an dieser Stelle so gross, dass der Stoss, den er durch Fortschlagen des Hebels erhält, keine merkliche Unstetigkeit seines Laufes erzeugt. <sup>1)</sup>

- 1) Thiry und Hr. Meyerstein scheinen wegen der geringen Kraft ihrer Sirene hier auf Schwierigkeiten gestossen zu sein, denen sie nur durch verwickelte Hilfsvorrichtungen zu begegnen vermochten (Henle's und Pfeufer's Zeitschrift u. s. w. A. a. O. S. 302). — Hr. Fick hat an Stelle des Schlusses durch feste metallische Theile den durch Quecksilber gesetzt (Zürcher Vierteljahrsschrift, a. a. O. S. 312). Ich halte dies für keine Verbesserung, da das Austauschen der Spitze gewiss nicht immer bei derselben Stellung der pendelnden Platte erfolgt. Viel eher war dies der Grund des Misslingens seiner Versuche über Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Erregung, als, wie er meint, die zu geringe Grösse seiner Frösche, deren Nerven denen norddeutscher Frösche ja nur um  $\frac{1}{5}$  an Länge nachstanden (a. a. O. S. 317). — Hr. Marey, der sich das Verdienst erwarb, die Myographie nach Frankreich zu verpflanzen und nach mehreren Richtungen auszudehnen, hat sich einer neuen Art bedient, die Reizung zu erzeugen und deren

Von hier nimmt die Geschwindigkeit des Rahmens wegen der Reibung ab. Bei Anwendung stärkerer Federn langt er aber noch mit mehr oder weniger Geschwindigkeit am Ständer *B* an, und es handelt sich darum, diese Geschwindigkeit unschädlich zu machen, namentlich zu verhüten, dass der Rahmen zurückspringe, da er dann den Stift unter stumpfem Winkel trifft und ihm einen heftigen Stoss erteilt. Das Mittel hierzu ist sehr einfach. Auf die Führungsdrähte sind Korke *k, k*, aufgezogen und daran mit Reibung verschiebbar. Diese dienen als Bremsen. Je nach der Geschwindigkeit des Rahmens entfernt man sie mehr oder weniger vom Ständer *B*. In der Ueberwindung ihrer Reibung an den Drähten erschöpft sich harmlos die Kraft des Rahmens.

Es fragte sich, ob, bei dem Spiele, das den Führungsdrähten in den Löchern des Rahmens gelassen werden muss, die Führung treu genug sein würde, damit nicht durch Aussetzen des Stiftes Lücken in der Zeichnung entstanden. Wirklich lag hierin eine Schwierigkeit, so lange, wie es am Helmholtz'schen Schreibwerke der Fall ist, das Andrücken des Stiftes an die Platte der Fallkraft anvertraut wurde. Diese Schwierigkeit verschwand aber, seit Hr. Prof. Bernstein, der in meinem Laboratorium mit dem Federmyographion arbeitete, statt der Schwere Federkraft, zunächst die eines Kautschukbändchens, anwandte. Auch hier kommt in Betracht, dass Elasticität in kleinerem Raum und kürzerer Zeit dasselbe leistet, wie Schwere. Hr. Fick hat schon zu demselben Kunstgriff Zuflucht genommen.<sup>1)</sup>

Unter einerlei Umständen entworfene Myogramme decken sich am Federmyographion so vollkommen, wie an anderen

Augenblick zu verzeichnen. Er reizt durch Schluss einer Kette, und lässt einen Hebel, durch dessen Berührung der Schluss geschieht, auf der Zeichenfläche den Augenblick der Berührung angeben. (*Du Mouvement dans les Fonctions de la Vie*, p. 422 et suiv.) Hr. Marey sagt nicht, was ihn bewog, dies umständliche und in mehrfacher Beziehung bedenkliche Verfahren an Stelle des so einfachen und ganz untadligen Helmholtz'schen Kunstgriffes zu setzen. In Deutschland hielten wir letzteren stets für eine der glücklichsten Eingebungen des Erfinders des Myographions.

1) Zürcher Vierteljahrsschrift, a. a. O. S. 315. 316.

Myographien. Eine Ausnahme machen nur die letzten Stadien der Zuckung bei kleiner Anfangsgeschwindigkeit, wo die Hemmung durch die Reibung nicht stets genau gleich verläuft. Doch kommt auf diese Stadien nur selten etwas an. Denselben Fall ausgenommen, lassen auch Stimmgabelcurven von einem Male zum anderen keinen Unterschied erkennen.

Was die am Federmyographion erreichbare Geschwindigkeit der Zeichenfläche betrifft, so erfüllte sich meine Erwartung vollständig. Die Triebfeder des Myographions lässt sich leicht wechseln. Ich habe deren drei, die, mit einer König'schen Unterbrechungsgabel von 128 Doppelschwingungen ( $Ut_2$ ) geprüft, folgendes Ergebniss liefern.

Die Maximalgeschwindigkeit, bei der die Reizung geschieht, ist für

Feder	I.	1088	Mm.
	„	II.	1536 „
	„	III.	2522 „

in der Secunde. Mit letzterer Feder sinkt die Geschwindigkeit bis zu ihrer Vernichtung durch die Bremskorke im Verhältnisse von 1 : 0,87; mit Feder II in dem von 1 : 0,58; mit Feder III bleibt die Platte vor den schon ganz an den Ständer geschobenen Korken stehen.

Nimmt man 27 M. in der Secunde als Geschwindigkeit der Reizung im Nerven an, so betrüge bei obigen Geschwindigkeiten, und bei 50<sup>mm</sup> Abstand der Reizstellen, der horizontale Abstand der Zuckungcurven beziehlich 2,0; 2,8; 4,7<sup>mm</sup>. Um durch Fallkraft diese Geschwindigkeiten zu erzeugen, bedarf es im leeren Raum einer Fallhöhe von beziehlich 60,3; 120,3; 324,3<sup>mm</sup>. Damit ein mathematisches Pendel von 1000<sup>mm</sup> Länge beim Durchgang durch die Ruhelage diese Geschwindigkeiten erlange, muss es aus Ablenkungen von beziehlich etwa 20; 28; 42° fallen. Die dazu gehörigen Bogenlängen sind beziehlich etwa 175; 244; 366<sup>mm</sup>. Mehr als doppelt so lang müssten, im Bogen gemessen, die Zeichenplatten sein, damit der Stift ihnen schon in der Ruhe anliegen könnte. Noch beträchtlicher wären am Atwood'schen Myographion die zur Erzeugung derselben Geschwindigkeiten nöthigen Fallhöhen, da, um die Geschwindigkeit constant

zu erhalten, die Fallhöhe in dem Verhältniss vergrössert werden muss, in welchem die Beschleunigung durch Vertheilung auf grössere Masse verkleinert ist. Auch hier wäre also eine sehr unbequeme Länge der Platte nöthig, damit der Stift schon in der Ruhe ihr anliegen könnte. Freilich beschränkt sich Hr. Jendrássik an seinem Fallmyographion auf eine Geschwindigkeit von 909<sup>mm</sup>, und er wagt es, die heranrollende Platte den Stift mit abgeschrägtem Rande treffen und bis in ihre Ebene zurückschieben zu lassen,<sup>1)</sup> was ich für sehr bedenklich halte. Hr. Fick seinerseits hat eine Hilfsvorrichtung ersonnen, um bei Geschwindigkeiten, die eine Ablenkung des Pendels über 15° verlangen, die Platte selber den Stift sich anlegen zu lassen.<sup>2)</sup> Die Nothwendigkeit solcher Verwicklung warfen wir gerade den rotirenden Myographien als principiellen Fehler vor. Nach dem Allen kann kein Zweifel sein, dass in Bezug auf die Leichtigkeit und Bequemlichkeit, womit grosse Geschwindigkeiten der Zeichenfläche sich erzeugen und verwenden lassen, das Federmyographion oben ansteht.

Leider muss nun aber bemerkt werden, dass wenigstens bei der dem ursprünglichen Helmholtz'schen Myographion entlehnten Einrichtung des Schreibewerkes mit den grossen Geschwindigkeiten nicht soviel gewonnen ist, wie man von vornherein zu glauben geneigt sein könnte. Ganz neu ist diese Einsicht wohl nicht; doch überraschte wenigstens mich das Ergebniss der folgenden Erwägungen, deren Mittheilung daher vielleicht nicht überflüssig erscheint.

Eine Sache für sich ist es, dass bei grossen Geschwindigkeiten am Federmyographion der dieser Klasse von Myographien eigene Uebelstand (s. oben S. 598) hervortritt, dass nämlich die Platte, um Raum für das Myogramm zu bieten, übermässiger Länge bedarf, wozu noch kommt, dass in demselben Maass ihre Bahn verlängert werden muss. Mit Feder I erhält man an dem jetzigen Modell vollständige Myogramme. Mit Feder II reicht die Curve schon kaum bis an das Maximum.

1) Fall-Myographion u. s. w. S. 7. 8.

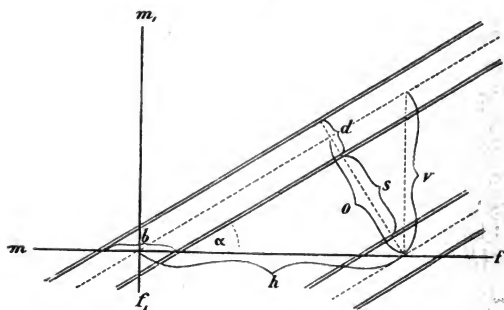
2) Zürcher Vierteljahrsschrift, a. a. O. S. 314. 315.

mit Feder III sieht man nur ihren Anfang. Um für eine gewöhnliche Curve sicher Raum zu bieten, müsste bei der durch Feder III der jetzigen Platte ertheilten Geschwindigkeit die Platte  $0,15 \times 2500 = 375 \text{ mm}$  lang sein,<sup>1)</sup> wobei freilich die Abnahme der Geschwindigkeit durch Reibung nicht in Anschlag gebracht ist. Immer würde die nöthige Plattenlänge auch hier Schwierigkeiten bereiten.

Der Punkt, um den es sich hier hauptsächlich handelt, ist aber folgender. Nähere Ueberlegung lehrt, dass mit dem jetzigen Schreibewerke Steigerung der Geschwindigkeit über ein gewisses äusserst geringes Maass, abgesehen von den dadurch bedingten Nachtheilen, auch nicht einmal mehr Vortheil bringt. Merklieh vergrössert werden dadurch weder mehr der scheinbare Abstand zweier congruenten Curven, noch die Genauigkeit, womit deren wahrer Abstand sich messen lässt.

Um dies klar zu machen, denken wir uns zwei congruente Curvenstücke, etwa aus der Mitte des Stadiums der steigenden Energie, als zwei gerade, parallele, von geraden parallelen Rändern begrenzte Streifen, deren Richtung mit der Richtung der Abscissenaxe den Winkel  $\alpha$  bildet (s. Fig. 4). In der Figur ist jeder der Streifen, um ihn deutlicher hervortreten zu

Fig. 4.



lassen, durch Doppellinien begrenzt. Von der unregelmässigen Beschaffenheit der Ränder, welche in Russ gezogene Furchen

1) Vergl. H. Munk's Messungen im Archiv für Anatomie, Physiologie u. s. w. 1860. S. 814.



unter dem Mikroskop darbieten, sehen wir ab. Die Dicke der Striche, oder die von Rand zu Rand senkrecht gemessene Breite der Streifen, sei  $d$ ; ihr von Mitte zu Mitte gemessener orthogonaler, horizontaler, verticaler Abstand beziehlich  $o$ ,  $h$ ,  $v$ .  $v$  ist der Weg, den in diesem Zuckungsstadium der Stift in der constanten kleinen Zeit  $\tau$  durchläuft, in der die Reizung von der oberen zur unteren Reizstelle gelangt, und also ein Punkt der Zeichenfläche den Weg  $h$  zurücklegt. Die Geschwindigkeit der Zeichenfläche heisse  $C$ , die des Stiftes, die wir vorläufig uns als gegeben denken,  $C_1$ . Man hat

$$C = \frac{h}{\tau}, \quad C_1 = \frac{v}{\tau}, \quad \frac{C}{C_1} = \frac{v}{h} = \operatorname{tg} \alpha,$$

und folglich

$$o = \tau C_1 \cdot \frac{C}{\sqrt{C^2 + C_1^2}} \dots (*)$$

Man sieht sogleich, dass für  $C = \infty$  der Quotient  $C : \sqrt{C^2 + C_1^2}$ , den wir kürzshalber  $Q$  nennen,  $= 1$ ,  $o = v$ ,  $\alpha = 0^\circ$  wird; die Curven fallen zusammen mit der Abscissenaxe. Für  $C = C_1$  ist

$$Q = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0,707,$$

für  $C = 5C_1$  aber schon  $= 0,981$ ; und da  $Q$  die Einheit zur Grenze hat, folglich von  $C = 5C_1$  bis zu  $C = \infty$  nur noch um etwa 0,02 wachsen kann, so ist deutlich, dass Steigerung von  $C$  über  $5C_1$  hinaus  $o$  nicht merklich vergrößert.

Der scheinbare Abstand  $s$  der Curven, auf den es bei Demonstrationen vorzüglich ankommt, ist der orthogonale Abstand der einander zugekehrten Ränder der Curvenstriche (s. die Fig.).  $s$  ist  $= o - d$ ; die Curven verschmelzen, wenn  $d = o$ . Durch Steigerung von  $C$  über  $5C_1$  hinaus wird also  $s$  nicht merklich vergrößert, und nach dieser Seite kein Vortheil erreicht.

Ist  $C = 5C_1$ , so ist  $\operatorname{tg} \alpha = 0,2 =$  etwa  $\operatorname{tg} 12^\circ$ . Myogramme, die am Helmholtz'schen Myographion bei einer Geschwindigkeit von etwa 500<sup>mm</sup> gezeichnet wurden, lassen im Stadium der steigenden Energie bei fast geradem Verlaufe der Curve eine Neigung von etwa  $12^\circ$  gegen den Horizont erkennen. Eine Geschwindigkeit von etwa 500<sup>mm</sup> genügt also, um

den grössten scheinbaren Abstand der Curven zu erhalten, der bei der jetzigen Einrichtung möglich ist.

Der wahre Abstand der Curven  $h$  wächst zwar unbegrenzt mit  $C$ , nicht aber die Genauigkeit  $G$ , mit der  $h$  sich messen lässt, und auf die es bei Untersuchungen ankommt. Nehmen wir an, ein verschwindend dünner, horizontaler Mikrometerfaden  $mf$  durchschneide das Curvenbild, und nennen wir die Breite, in der dies für jeden der Curvenstriche geschieht,  $b$ . (S. die Fig.) Denken wir uns ferner das Bild durch eine Mikrometerschraube dem Faden  $mf$  entlang bewegt und die Messung von  $h$  dadurch bewirkt, dass der Kreuzungspunkt von  $mf$  mit dem verticalen Faden  $m,f$ , möglichst genau auf die Mitte von  $b$ , erst an der einen, dann an der anderen Curve, eingestellt werde. Der bei solcher Einstellung begangene mittlere Fehler ist nach Hrn. Fechner und Hrn. Volkmann der zu hälftenden Grösse proportional.<sup>1)</sup> Da die Fehler eben so gut positiv wie negativ sein können, hat man

$$G = k \cdot \frac{h}{b} = k \cdot \frac{o}{d},$$

wo  $k$  eine persönliche Constante. Die Genauigkeit der Messung des wahren Abstandes ist proportional dem orthogonalen Abstände der Curven dividirt durch ihre Dicke, und erreicht also in Wirklichkeit mit wachsender Geschwindigkeit ebenso früh eine Grenze, wie der scheinbare Abstand. Bei anderen Messungsmethoden und mit Berücksichtigung der Unregelmässigkeit der Ränder und der Dicke der Mikrometerfäden oder -Striche, gestalten sich die Dinge etwas anders, insofern der mittlere Fehler nicht mehr einfach  $b$  proportional ist; im Wesentlichen wird bei allen das Ergebniss dasselbe sein.

Die Erfahrung bestätigt diese Schlüsse. Mit Feder II und III erhält man, abgesehen davon, dass die jetzige Platte nicht reicht, um das Myogramm vollständig aufzunehmen, keinen grösseren scheinbaren Abstand der Curven, und keine besseren Messungen ihres wahren Abstandes, als mit Feder I. Eine Geschwindigkeit, wie die durch diese Feder erzeugte, möchte am Fall- und Pendelmyographion freilich nur als Grenzge-

1) Elemente der Psychophysik. Bd. I. Leipzig 1860. S. 211 ff.

schwindigkeit zu erreichen sein. Aber auch diese Geschwindigkeit ist nach Obigem schon überflüssig gross, und dafür hat das Fallmyographion den Vorzug fast unverzerrter Bilder, das Pendelmyographion den höherer mechanischer Vollkommenheit.

Die wahre Ueberlegenheit des Federmyographions liegt daher vorläufig nicht in der grossen Geschwindigkeit der Zeichenfläche, sondern erstens in seiner Einfachheit. Ein Blick auf Fig. 3 genügt, um zu zeigen, wie weit es hierin alle anderen Myographien übertrifft. Es nimmt zugleich weniger Raum ein als das Fall- und als das Pendelmyographion. Nach Entfernung des einen Stahlstabes beherbergt ein Glassturz von 47<sup>cm</sup> Länge, 22<sup>cm</sup> Breite und 40<sup>cm</sup> Höhe den ganzen Apparat nebst einer unten noch zu beschreibenden Hülfsvorrichtung. Eine Folge dieser Einfachheit und geringen Ausdehnung ist die Wohlfeilheit des Federmyographions. Während aber zweitens andere Myographien, meist an eigens dazu vorbereitetem Orte, sorgfältig aufgestellt und justirt sein wollen, ist das Federmyographion jederzeit und überall, in wenigen Minuten auf jedem Tische, versuchbereit. Diese Schlagfertigkeit empfiehlt es besonders für Vorlesungen und Reisende. Auch habe ich damit schon 1866 in der *Royal Institution* der durch Faraday und Hrn. Tyndall verwöhnten Zuhörerschaft der *Friday Evening Lectures* von zwei Reizstellen aus erzeugte Myogramme vorgeführt, die mein Freund Tyndall die Güte hatte, mittels der Dubosq'schen Elektrolampe auf einen Schirm zu projiciren. (S. oben S. 597. 598.)

Sind aber auch die am Federmyographion erreichbaren Geschwindigkeiten unter den bisherigen Voraussetzungen unnütz, so zeigen doch unsere Formeln einen Weg, auf dem wenigstens eine höhere Geschwindigkeit als von  $5C_1$  noch gut zu gebrauchen sein würde. Zunächst bestätigen die Formeln, was ohnehin einleuchtet, dass sowohl der scheinbare Abstand der Curven wie die Genauigkeit der Messung ihres wahren Abstandes mit der Dicke der Striche abnehmen, und dass man also mit möglichst feiner Spitze auf möglichst zarter Russ-schicht zeichnen solle. Dann aber ist an der Zeit, unser Au-

genmerk der Geschwindigkeit des Stiftes zuzuwenden, die wir bisher stets als beständig annahmen.

Formel (\*) S. 605 zeigt, dass der orthogonale Abstand der Curven von der Geschwindigkeit des Stiftes in derselben Weise abhängt, wie von der der Zeichenfläche. Für  $C_1 = \infty$  wird der Quotient  $C_1 : \sqrt{C^2 + C_1^2}$ , der  $Q_1$  heissen mag,  $= 1$ ,  $o = h$ ,  $\alpha = 90^\circ$ ; die Curven richten sich auf, so dass sie mit zwei um  $h$  von einander abstehenden Ordinaten zusammenfallen. Für  $C = C_1$  ist  $Q_1 = Q = 0,707$ ; durch einseitige Vergrösserung von  $C_1$  über eine gewisse Grenze hinaus, wenn sie ausführbar wäre, ist für Vergrösserung von  $o$  so wenig zu gewinnen, wie durch solche von  $C$ .

Etwas anderes ist es, wenn man  $C$  und  $C_1$  zugleich vergrössert. Ver- $n$ -facht man  $C$  und  $C_1$ , so wird

$$o = n \tau C_1 Q = n \tau C Q_1,$$

also gleichfalls ver- $n$ -facht. Es sei  $C = C_1$ , also  $o = 0,707 \tau C_1$  oder  $= 0,707 \tau C$ . Werden  $C$  und  $C_1$  verdreifacht, so wird  $o = 2,121 \tau C_1 = 2,121 \tau C$ , also über zweimal so gross, als hätte man die eine Geschwindigkeit unverändert gelassen, die andere unendlich gross gemacht.

Es ist aber, um in der Wirklichkeit  $o$  zu ver- $n$ -fachen, nicht nöthig, dies mit beiden Geschwindigkeiten zu thun. Auch durch Ver- $n$ -fachung nur der einen Geschwindigkeit wird  $o$  ver- $n$ -facht, wenn deren  $n^2$ -faches Quadrat gegen das Quadrat der anderen vernachlässigt werden kann. Damit dies erlaubt sei, muss freilich für jedes  $n$  das Verhältniss der constant bleibenden zu der zu ver- $n$ -fachenden Geschwindigkeit mindestens einen gewissen Werth haben. Soll z. B. durch Verfünffachung von  $C_1$  allein  $o$  nahe verfünffacht werden, so muss schon  $C = 15C_1$ , d. h. etwa  $= 1500^{\text{mm}}$ , oder gleich der Maximalgeschwindigkeit bei Anwendung unserer Feder II sein. Man erhält  $o = 4,75v$ , während man allerdings  $o = 4,99v$  findet, wenn man bei  $C = 5C_1$ , wo Vergrössern von  $C$  allein nichts mehr hilft (s. oben S. 605),  $C$  und  $C_1$  zugleich verfünffacht, was für  $C$  etwa  $2500^{\text{mm}}$ , d. h. die erst durch Feder III erreichbare Geschwindigkeit gäbe. Auf den Unterschied von 0,05 in der Grösse von  $o$  kommt es indess nicht an; eine

Steigerung der Geschwindigkeit der Platte von 1500 auf 2500<sup>mm</sup> fällt dagegen sehr in's Gewicht.

Aus naheliegenden Gründen wird man in der Wirklichkeit nicht versuchen, was in der Theorie sonst auf dasselbe hinausläuft,  $C$  gegen  $C_1$  verschwinden zu lassen. Sondern die Art,  $o$ , und somit auch  $s$  und  $G$ , ausgiebig zu vergrössern, besteht sichtlich darin, bei in obigem Sinn ausreichender Geschwindigkeit der Zeichenfläche, die Geschwindigkeit des Stiftes zu vergrössern. Innerhalb gewisser, ziemlich enger Grenzen hat dies keine Schwierigkeit. Mit Verlängerung des Schreibehelms wächst  $v$ , wenn auch nicht genau proportional. Man kann nun erstens den Hebel relativ verlängern, d. h. den Muskel seinem Drehpunkte näher anbringen, zweitens ihn absolut verlängern. Hr. Marey wendet ungleich längere Hebel als die bei uns üblichen an.<sup>1)</sup> Auch Hr. Fick scheint den Hebel des Helmholtz'schen Schreibwerkes schon verlängert zu haben,<sup>2)</sup> und ich glaube, dass wir in der Furcht daraus entspringender Fehler zu weit gehen. So werden also grössere Geschwindigkeiten der Zeichenfläche wieder nicht allein nützlich, sondern sogar nothwendig, und die in dieser Rücksicht dem Federmyographion zustehende Ueberlegenheit kommt schliesslich doch noch in Betracht.

Der Grundgedanke unseres Myographions, die Zeichenfläche durch Federkraft zu bewegen, lässt sich übrigens auf andere Formen dieser Fläche übertragen, und mit anderen Arten ihrer Führung verbinden. Man könnte einer pendelnden Platte durch Federkraft Geschwindigkeit ertheilen, ein Cylinder- oder Kreisscheibenmyographion mit einer Feder gleich der an der Chronometerunruhe oder an dem Fick'schen Spiralrheotom<sup>3)</sup> versehen u. d. m. Solche Vorrichtungen wären jeden Grades mechanischer Vollkommenheit fähig, und das Pendelmyographion könnte so eingerichtet werden, dass kleinere Geschwindigkeiten, mit kurzem Schreibehelms zu benutzen, durch Fall-

1) L. c. p. 422.

2) A. a. O. S. 309.

3) Untersuchungen über elektrische Nervenreizung. Braunschweig 1864. 4<sup>o</sup>. S. 5. — Die medicinische Physik. 2. Aufl. Braunschweig 1866. S. 425.

kraft, grössere, für den Gebrauch mit langem Hebel bestimmt, durch Federkraft erzeugt würden. Der Stift könnte dann schon der ruhenden Platte anliegen, ohne dass diese übermässig lang zu sein brauchte (vergl. oben S. 602).

An meinem Federmyographion befindet sich noch eine empfehlenswerthe Einrichtung, die, von dessen eigenthümlichem Bewegungsmechanismus unabhängig, an jedem anderen Myographion mit gleichem Vortheil angebracht werden kann. Nach demselben Gedanken, welcher der „feuchten Reizungsröhre“ und dem Rosenthal'schen Troge (s. oben S. 593) zu Grunde liegt, habe ich eine Zuleitungsvorrichtung für Versuche über Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Erregung construirt.<sup>1)</sup> Sie besteht aus einem länglichen Körper aus Kammmasse, der am einen Ende mit Kugelgelenk versehen, am anderen stumpf zugespitzt, und der seiner Axe nach so durchschnitten ist, dass die eine, feste Hälfte mit dem Kugelgelenk in Verbindung bleibt, die andere, bewegliche, von jener abgehoben und auf sie gelegt werden kann. Auf der ebenen Schnittfläche der festen Hälfte ruht der Nerv. Die Schnittfläche der beweglichen Hälfte ist leicht ausgehöhlt; diese Hälfte dient dem Nerven als Deckel und schützt ihn vor Trockniss. Nahe dem zugespitzten Ende, welches der Kniekehle angedrückt wird, überbrückt der Nerv ein Platinelektrodenpaar; 50<sup>mm</sup> davon befindet sich ein zweites, und dahinter eine Höhlung zur Aufnahme eines Stückes Wirbelsäule. Jede Elektrode hat ihre Klemmschraube.

Schon so bietet die Vorrichtung den Vortheil, dass der Muskelhalter, der Muskel selber und die Verbindung zwischen Muskel und Hebel nicht bedeckt werden, und also sichtbar und zugänglich bleiben. Es ist aber daran noch eine Einrichtung angebracht, die sich als sehr nützlich erweist. Zwischen den beiden Elektrodenpaaren ruht der Nerv in einer Strecke von 40<sup>mm</sup> auf einer wohlgefirnissten kupfernen Fläche. Sie ist die obere Wand eines in den Kammmasse-Körper einge-

1) Hr. H. Munk hat zuerst eine Zuleitungsvorrichtung mit festen, in passenden Abständen angebrachten Elektrodenpaaren für Versuche über Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Erregung angewendet. Archiv für Anatomie, Physiologie u. s. w. 1860. S. 799.

lassenen kupfernen Behälters. Durch ein Kautschukrohr ist dieser mit einem Trichter verbunden, der eine Frostmischung enthält. Durch Oeffnen eines Hahnes erhält die eiskalte Flüssigkeit Zutritt zum Behälter, aus dem sie durch ein zweites Kautschukrohr entweicht. Nachdem man bei Zimmerwärme eine Curve von jeder der beiden Reizstellen aus gezogen hat, erkältet man den Nerven und wiederholt den Versuch. Man erhält nun mit Feder I einen horizontalen Abstand der Curven von 8—10<sup>mm</sup>, und es gelingt so mit grösster Leichtigkeit, nicht allein die zur Fortpflanzung des Reizes nöthige Zeit, sondern auch deren Abhängigkeit von der Temperatur zu zeigen. An heissen Sommertagen bietet die Erkältung des Nerven ein willkommenes Hilfsmittel, um überhaupt deutliche Trennung der Curven zu erreichen.<sup>1)</sup>

---

**LVI. Ueber einige physikalische und kosmische Erscheinungen aus Nordafrika und Westasien; von C. G. Ehrenberg.**

In den Tagebüchern von meinen und Dr. Hemprichs Reisen in Afrika, Arabien und Syrien in den Jahren 1820 bis 1826 sind beiläufig mannigfache physikalische Nachrichten über Sternschnuppen und Feuerkugeln aufgezeichnet. Zwar sind seit diesen funfzig Jahren sehr umfassende und sorgfältige Beobachtungen über diesen Gegenstand hervorgetreten, allein die Oertlichkeiten, an welchen wir unsere Beobachtungen gesammelt, mögen doch vielleicht noch nutzbar sein. Der meist wolkenlose Himmel der afrikanischen und arabischen subtropischen und tropischen Zonen lenkte besonders meine Aufmerksamkeit auf die von Humboldt und Bonpland in Cumana beobachteten Sternschnuppenschwärme vom 10.—12. November 1799 und liessen hoffen, dass die Klarheit des Himmels und die für uns stets nöthige Wachsamkeit

1) Vergl. H. Munk a. a. O. S. 816. 817.

während der Nächte irgend welche seltene siderische Lichterscheinung beobachten lassen möge.

Was aufgezeichnet worden, ist folgendes:

Die Sternschnuppen waren in jener Zeit in Syrien wie in Aegypten an manchen Abenden ziemlich häufig, an anderen selten, nie sah ich wieder so viele als einige Male in der libyschen Wüste (aber auch da nur vereinzelt, nicht in Schwärmen).

Am 30. und 31. Januar 1825 sah ich südlich von Djedda bei Ga el ma in Arabien am rothen Meere während der Nachtwache in den Morgenstunden binnen  $2\frac{1}{2}$  Stunde 6 Sternschnuppen, alle mit lang nachdauerndem Schweif. Sternschnuppen fehlten auch an der abyssinischen Küste bei Massaua nicht, waren aber weniger häufig sichtbar als in Aegypten. In einer Stunde liessen sich zuweilen 1, 2 auch 3 zählen, selten mehr. Sie waren ebenfalls verschiedener Natur, langsam, rasch, hell, matt, mit und ohne Schweif. Zertheilungen von Sternschnuppen sah ich dort nicht.

In der Nacht vom 16. zum 17. August 1822 sah ich in Embukohl in Ober-Dongola des Morgens früh 4 Uhr beim plötzlichen Erwachen eine helle Sternschnuppe im Zenith, welche bei ihrem Verschwinden einen langen hellen Streif zurückliess. Durch eine Ameise am Fusse beunruhigt, war ich genöthigt einen Blick dorthin zu werfen, sah aber sogleich wieder auf und fand die Erscheinung des Lichtstreifens durch das Wegblicken nicht verschwunden, sondern im langsamen Verschwinden begriffen. Ich schloss daraus, dass der weisse Strich, welcher bei einigen Sternschnuppen nach ihrem Verschwinden eine Zeit lang sichtbar bleibt und einem Kometenschweife ähnelt, nicht jener optischen Täuschung zu vergleichen ist, nach welcher man bei einer an einem Stocke befestigten, im Kreise herumgeschleuderten glühenden Kohle einen glühenden Zirkel sieht, sondern etwas Substantielles sei.

Eine gleiche Beobachtung machte ich dort in Embukohl am 31. August 1822 Morgens früh 4 Uhr. Ich sah eine Sternschnuppe mit sehr langem, in seiner Mitte unterbrochenen Schweif, was ebenfalls auf etwas Substantielles im Schweife hindeutete.

Am 25. September 1821 sah ich bei Benisuef oberhalb



Cairo am Nil Morgens 3 Uhr 43 Minuten am südlichen Himmel eine helle, gleich einem Blitz sichtbar werdende Lichterscheinung. Als ich, gegen Nord gerichtet, mich schnell nach jener Gegend umwendete, war das Helle schon verschwunden, nun erblickte ich in der Gegend zwischen dem Sternbilde Bed el goze des Orion und dem Sirius einen milchfarbenen Streif, dessen nördlicher Kopf intensiver war als das nach Süden gerichtete Ende. Dieses verkürzte sich langsam verschwindend. Erst nach 2 Minuten verschwand der zuletzt einem Nebelfleck gleichende Kopf jenes Meteorschweifes. Das Meteor selbst muss hiernach von Süd nach Nord gezogen sein, wenn anders der milchfarbene Streif ihm zugehörte. Die Länge des Streifs, als ich ihn erblickte, war etwa 3 Mondsdurchmesser, seine Breite  $\frac{1}{4}$  des Mondsdurchmessers. Der Wind war noch derselbe Nordwind wie am Abend. Ich war geneigt das Gesehene für ein leichtes Wölkchen zu halten, allein der sonst ganz reine Himmel und Horizont, die vorhergegangene Lichterscheinung in jener Gegend und das allmähliche Verschwinden desselben binnen 2 Minuten scheinen es nothwendig den Meteoren zuzugesellen.

Ich sah auch zu anderen Zeiten in Aegypten sehr langsam ziehende Sternschnuppen, wie ich sie bei uns nicht erinnere gesehen zu haben. Sie waren dabei hell und nicht verschieden von andern.

So hat denn die Durchsichtigkeit der Atmosphäre in 6 Jahren und an den genannten Orten meist und ungefähr dieselben Mengen und Formen der Sternschnuppen erkennen lassen, welche in Amerika, Asien und Europa als gewöhnliche Mittelverhältnisse sich ergeben haben; dass ungefähr 5 bis 6 bis 8 Sternschnuppen in 1 Stunde im Gesichtskreise eines Einzelnen zu beobachten sind.

Viele directe Nachfragen bei den arabischen Landesbewohnern haben überall bestätigt, dass periodische Sternschnuppenschwärme dort im Volke nicht gekannt sind, daher seltene, nicht jährlich vorkommende Phänomene sein müssen. Dass dergleichen in den arabischen Ländern zuweilen vorgekommen sind, geht aus der nationalen Vergleichung solcher Schwärme

mit Heuschreckenschwärmen (s. Kosmos) hervor, während in der nördlichen und gemässigten Zone der Vergleich mit Schneeflocken ebenso national bezeichnend ist. Kein Araber würde den Vergleich mit Schneeflocken aussprechen, da den meisten der Schnee unbekannt ist. Der arabische Ausdruck, welchen ich beim Befragen der Araber für die Erscheinung hörte, war Nigme woka: es ist ein Stern gefallen. Auch der nahe liegende Ausdruck, dass es Sterne (Negum) regne, ist uns nicht vorgekommen, obwohl die Araber vom Hagel Kenntniss hatten und dies dadurch bezeichneten, dass sie sagten: Tuntur melhe: es regnet Salz, mit dem Zusatze, dass dieses Salz sich in Wasser auflöse. Die stechende Kälte mag auf der Zunge das Gefühl des Salzigen bei ihnen hervorgerufen haben.

Ein Araber erzählte mir als eigenes Erlebniss, dass 6 Stunden unterhalb Cairo um das Jahr 1803 oder 1804 ein Hagel angeblich wie Hühnereier (?) gross gefallen sei, der Vögel getödtet habe.

Ausser den eigentlichen Sternschnuppen haben wir auch mehrfach Feuerkugeln in den subtropischen und tropischen Regionen Afrikas und Arabiens beobachtet.

Am 24. September 1821 sah ich Abends gegen 8 Uhr bei Benisuef oberhalb Cairo am Nil eine genau von West nach Ost ziehende Feuerkugel von der Grösse einer doppelten Faust. Ich erblickte sie zuerst im Zenith. Kaum war sie einige Grade weiter gegen Ost gezogen, so verschwand plötzlich die Kugel und der ihr nachfolgende Schweif enthielt mehrere, ich zählte deren 4 feurige Punkte. Es war frischer fast starker Wind von Nord. Von einem Geräusch ist nichts bemerkt worden. Die Araber erzählten uns, dass sie zuweilen noch grössere Sterne sahen.

Am 26. September 1821 sah ich ebenfalls bei Benisuef Abends 9 Uhr 53 Minuten in nordwestlicher Richtung nahe am Horizonte eine dem Vollmonde gleichende grosse blendend helle Feuerkugel, welche sich von Süd nach Nord bewegte und nach etwa 3 Sekunden wieder verschwand.

Auf der Nilinsel Argo in Dongola zog am 12. April 1822 eine Stunde nach Sonnenuntergang eine feurige Kugel von bedeutender Grösse (1 Fuss im Durchmesser) in der Richtung

von S. O. nach N. W. Sie leuchtete stark, sprühte aber keine Funken.

Von gefallenem Meteorsteinen schienen die Araber überall, wo wir sie befragten, nichts zu wissen.

Erscheinungen, welche mit dem Nordlicht vergleichbar wären, haben wir nicht beobachtet. Nur ist in der Tropengegend am Rothen Meere bei El Ghorab unweit Gumfude in circa 19° n. Br. aufgezeichnet worden, dass wir am 5. Februar 1825 eine Stunde nach Sonnenuntergang einen langen feurigen Streif am nordwestlichen Horizont bemerkten, der etwa  $\frac{1}{2}$  Stunde andauerte, den aber weder wir noch die Schiffer am wolkenlosen Himmel für Abendroth halten konnten. Als zum Zodiacallicht gehörige Erscheinung war dieselbe zu vereinzelt und nicht pyramidal. Ob Nordlicht zweifelhaft.

Einen mit starkem mässig langem Schweif versehenen Kometen sah ich am 6. Januar 1824 bei Tor am Rothen Meere dicht unter der Corona borealis und nach 7 Tagen stand derselbe im Sternbilde des Herkules. Die Araber behaupteten ihn schon 10 Tage vor uns gesehen zu haben. Der Schweif war nach Westen, der Bewegung entgegengesetzt gerichtet. Unsere Nachtwachen waren damals entbehrlich.

---

**LVII. Ueber einige Beziehungen zwischen der  
Dispersion und Absorption des Lichtes;  
von August Kundt.**

---

**W**enn man die von mir in früheren Untersuchungen ermittelten Beziehungen zwischen Absorption und Dispersion des Lichtes<sup>1)</sup> zu Grunde legt, kann man mit Berücksichtigung anderer bereits bekannter Thatsachen und Gesetze einige weitere Folgerungen ziehen, die ausführlich in späteren Arbeiten entwickelt und mit der Erfahrung verglichen werden sollen. —

Im Folgenden gebe ich nur eine summarische Uebersicht derjenigen auf den Zusammenhang zwischen Absorption und Dispersion bezüglichen Consequenzen, die sich aus einer ein-

1) Diese Ann. Bd. 142. 143. 144. 145.

fachen Betrachtung entwickeln lassen, und will in Kürze mittheilen, welche dieser Folgerungen und wie weit ich dieselben bereits durch den Versuch prüfen und beweisen konnte.

Durch die Untersuchungen über die sogenannte anomale Dispersion ist ein so gesetzmässiger Zusammenhang zwischen Absorption und Dispersion aufgefunden (vergl. auch Sellmayer, diese Ann. Bd. 147 pag. 129—30), dass man jedenfalls sagen kann: wenn die Dispersioncurve (so nenne ich im Folgenden diejenige Curve, deren Ordinaten die Wellenlängen, deren Abscissen die Brechungsexponenten sind) einer Substanz bekannt ist, so kann man mit Bestimmtheit angeben, welche Strahlenparthien des Spectrums diese Substanz energisch und kräftig absorhirt, welche dagegen nicht.

Andrerseits wissen wir durch die Versuche von Arago und Biot, dass sich das specifische Brechungsvermögen einer Mischung von Gasen (als solches sei definirt der Quotient  $\frac{n-1}{d}$ ) genau berechnen lässt aus dem specifischen Brechungsvermögen der Bestandtheile und durch die Versuche von Dale und Gladstone<sup>1)</sup>, Landolt<sup>2)</sup>, Wüllner<sup>3)</sup>, Börner<sup>4)</sup> und Anderen, dass genähert die gleiche Beziehung besteht für die Mischungen flüssiger Substanzen und die Salzlösungen.

Jedenfalls kann man aus den Dispersioncurven der gemischten Substanzen durch Rechnung oder Construction die Dispersioncurve einer Mischung so genau finden, — oder wie man sich ausdrücken kann, die Dispersioncurven der Componenten zur Dispersioncurve der Mischung *gzusammensetzen*, — dass sich der allgemeine Gang dieser letzteren Curve übersehen lässt.

*Damit ist dann auch zugleich der Gang des Absorptionsvermögens der Mischung für die verschiedenen Theile des Spectrums gegeben.*

Ich habe nun untersucht, ob bei der Zusammensetzung zweier Dispersioncurven gesetzmässige Aenderungen der absorptiven Eigenschafton der Mischung gegen diejenigen der gemischten Substanzen stattfinden und aufzufinden sind. —

1) Phil. Transactions for the year 1863.

2) Pogg. Ann. Bd. 123.

3) Pogg. Ann. Bd. 133.

4) Wüllner, Experimentalphysik. Bd. II p. 151.

Der einfachste Fall wäre die Zusammensetzung einer gewöhnlichen Dispersioncurve eines durchsichtigen Mediums  $n = A + \frac{B}{\lambda^2}$  mit der Curve einer Substanz, welche im Spectrum einen oder mehrere starke Absorptionsstreifen zeigt. —

Es hat sich mir für diesen Fall das Folgende ergeben:

*Bei der Zusammensetzung der Dispersioncurve eines, gewisse Parthien des Spectrums stark absorbirenden Körpers mit der Dispersioncurve  $n = A + \frac{B}{\lambda^2}$  einer durchsichtigen Substanz sind diejenigen Eigenschaften der zusammengesetzten Curve (Dispersioncurve der Mischung), welche auf eine starke Absorption an einer bestimmten Stelle hindeuten, im Allgemeinen um so mehr nach dem rothen Ende des Spectrums gerückt, je grösser an der betreffenden Stelle des Spectrums für die hinzugefügte durchsichtige Substanz der Werth  $B$  und damit  $\frac{d^2 n}{d\lambda^2}$  ist.*

Wenn die Formel mit 2 Constanten nicht für den Bereich des ganzen Gebietes der sichtbaren Wellenlängen ausreicht, so kann man doch jedenfalls in einem bestimmten Raume des Spectrums zwischen  $\lambda_1$  und  $\lambda_2$  die Dispersion jedes durchsichtigen Mediums hinreichend genau darstellen durch einen Ausdruck von der Form  $n = A + \frac{B}{\lambda^2}$ .

Man kann daher das Obige allgemein so ausdrücken:

*Mischt man zu einer absorbirenden Substanz andere nicht absorbirende Medien, so rückt ein Absorptionsstreifen, welcher sich in dem Bereiche  $\lambda_1$  bis  $\lambda_2$  des Spectrums befindet, um so weiter nach dem rothen Ende des Spectrums, je grösser die Constante  $B$  der Dispensionsformel  $n = A + \frac{B}{\lambda^2}$  ist, welche in dem Bereich  $\lambda_1$  bis  $\lambda_2$  die Dispersion des zugesetzten nicht absorbirenden Mediums darstellt. —*

In welcher Weise sich das obige Resultat ergibt, soll, wie bereits bemerkt wurde, in einer andern Mittheilung ausführlich erörtert werden; sehen wir zunächst, wie dies Resultat mit der Erfahrung stimmt!

Man wird zu dem Ende einfach eine bestimmte Menge einer festen oder flüssigen Substanz, welche kräftige Absorp-

tionsstreifen zeigt, in bestimmte unter einander gleiche Mengen verschiedener Lösungsmittel bringen und die Lage der Absorptionsstreifen im Spectrum bestimmen. Dass bei Benutzung verschiedener Lösungsmittel die Absorptionsstreifen einer und derselben Substanz kleine Verschiebungen erleiden, ist schon mehrfach beobachtet worden, z. B. von Kraus<sup>1)</sup>, Preyer<sup>2)</sup>, Hagenbach<sup>3)</sup>, Morton<sup>4)</sup>.

Der Einzige, der, so viel mir bekannt, bisher eine bestimmte Regel ausgesprochen hat, nach welcher die Verschiebung in den verschiedenen Lösungsmitteln erfolgen soll, ist Kraus. Derselbe (l. c. p. 54) gibt an, dass in einer gelösten absorbirenden Substanz die Absorptionsstreifen um so weiter nach dem rothen Ende des Spectrums gerückt sind, je grösser das specifische Gewicht des Lösungsmittels ist. — Diese Regel ist aus einer Anzahl von Versuchen abgeleitet, die dieselbe allerdings völlig bestätigen. Ebenso sind auch die Versuchsergebnisse der übrigen Experimentatoren mit der Regel von Kraus im Allgemeinen in Uebereinstimmung. Eine solche Uebereinstimmung in der Mehrheit der Fälle ist auch nach der oben von uns aufgestellten Regel zu erwarten, da im Allgemeinen die dichter Substanzen auch die grössere Dispersion haben. —

Es lässt sich indessen leicht zeigen, dass die von Kraus aufgestellte Regel durchaus nicht durchgehends durch die Versuche bestätigt wird, und bereits Hagenbach (l. c. p. 534) macht darauf aufmerksam, dass die Versuche für Aufstellung eines bestimmten Gesetzes wohl noch nicht genügten, und noch weiter zu erforschen wäre, ob nicht der Brechungsexponent oder die brechende Kraft von Einfluss wären. Von meinen bereits in ziemlich grosser Anzahl angestellten Versuchen will ich hier nur die folgenden zwei anführen.

Ich setzte zu gleichen abgemessenen Mengen eines alkoholo-

- 1) Kraus: Zur Kenntniss der Chlorophyllfarbstoffe. Stuttgart 1872. p. 53.
- 2) Preyer: Die Blutkrystalle. Jena 1871. p. 50.
- 3) Pogg. Ann. Bd. 146. p. 533.
- 4) Phil. Mag. Augustheft 1873.

lischen Chlorophyllauszuges die gleichen Mengen folgender Substanzen:

Aether,	Dichte = 0.713	(bei Temperaturen von
Alkohol,	„ = 0.793	circa 18° C.)
Chloroform,	„ = 1.500	
Benzol,	„ = 0.865	
Cassiaöl,	„ = 1.035	
Schwefelkohlenstoff,	„ = 1.293.	

Es wurde sodann bei den verschiedenen Lösungen die Mitte des dem rothen Ende des Spectrums zunächst liegenden Absorptionsstreifens des Chlorophylls (Nr. I bei Kraus) bestimmt. Die Substanzen sind in der oben stehenden Reihe so angeordnet, dass der Absorptionsstreif bei jeder nachfolgenden Substanz mehr nach dem rothen Ende des Spectrums verschoben ist, als bei der vorhergehenden. Man erkennt zunächst, dass eine Beziehung der Lage des Absorptionsstreifens zur Dichte *nicht* existirt. Vergleicht man dagegen die Dispersion des benutzten Lösungsmittels für den rothen Theil des Spectrums, so findet man, dass diese Dispersion vom Aether bis zum Schwefelkohlenstoff in der Reihenfolge wie die Körper oben geschrieben sind, zunimmt. Die angeführte Beobachtungsreihe ist übrigens bis auf eine Ausnahme in Uebereinstimmung mit den Versuchen von Kraus. Diese Ausnahme besteht darin, dass Kraus für Chloroform eine stärkere Verschiebung nach Roth findet als für Benzol. Ich habe mehrere Sorten Chloroform und Benzol benutzt, und immer gefunden, dass Zusatz von Benzol wenig aber deutlich den Absorptionsstreifen I des Chlorophylls mehr nach Roth verschiebt als Chloroform. —

Sodann habe ich gleiche Mengen Cyanin in verschiedenen Lösungsmitteln gelöst oder eine concentrirte Lösung von Cyanin in Chloroform mit gleichen Mengen anderer Lösungsmittel versetzt. Die benutzten Substanzen waren

Alkohol,  
Aether,  
Olivenöl,  
Chloroform,  
Benzol,  
Schwefelkohlenstoff.

Die Dichten der Substanzen sind dieselben wie die oben angegebenen, das Olivenöl hatte ein specifisches Gewicht von 0.917.

Auch hier verschiebt das in der Reihe nachfolgende Lösungsmittel den Absorptionsstreifen des Cyanin mehr nach Roth als das vorhergehende.

Beziehung zur Dichte ist wieder nicht erkennbar, wohl aber sind auch diese Versuche in Uebereinstimmung mit unserer oben aufgestellten Regel.

Es wird auffallen, dass hier Aether mehr nach Roth verschiebt als Alkohol, während beim Chlorophyll das Umgekehrte statt hatte. In der That scheint für die rothen und blauen Strahlen beim Alkohol die Dispersion grösser zu sein wie beim Aether, für die Strahlen in der Nähe von *D* dagegen kleiner. Bezüglich des Alkohols und Aethers sind indess noch genauere Versuche anzustellen.

Schon Hagenbach hat beobachtet, dass während in alkoholischer Lösung die Absorptionsstreifen I, III, IV u. s. f. des Chlorophylls mehr nach Roth liegen, als in ätherischer Lösung, der Streifen II, der nicht weit von *D* liegt, in beiden Lösungen genau die gleiche Lage zeigte.

Ausser den mitgetheilten habe ich noch eine ziemliche Anzahl von Beobachtungen über die Verschiebung der Absorptionsstreifen durch Lösungsmittel angestellt, und bisher die oben aufgestellte Regel bestätigt gefunden.

Für die Gase, welche Absorptionsstreifen zeigen, wird in der That die obige Regel wohl ohne Ausnahme sein, da bei ihnen das specifische Brechungsvermögen eines Gemisches sich *genau* aus dem der Bestandtheile berechnen lässt. Es bleibt nur fraglich, ob, wenn man z. B. Untersalpetersaures Gas mit verschiedenen andern durchsichtigen Gasen mischt, die Verschiebungen der Absorptionsstreifen so beträchtlich sind, dass sie bemerkt werden können. Wäre das der Fall, so würde man, scheint mir, daraus folgern müssen, dass auch die hellen Linien, welche ein glühendes Gas aussendet, in engen Grenzen verschoben werden können durch die Beimischung eines andern nicht leuchtenden oder ein continuirliches Spectrum



gebenden Dampfes. Diese Verschiebungen dürften aber kaum je zu beobachten sein.

Bei dem Vorstehenden wurde angenommen, dass sich die beiden Substanzen, die absorbirenden und nicht absorbirenden einfach mit einander mischen, ohne chemisch auf einander zu wirken. Wir kennen indess auch Fälle, wo bei chemischer Verbindung einer und derselben absorbirenden Substanz mit verschiedenen andern, ähnliche kleine Verschiebungen der Absorptionsstreifen in den Verbindungen beobachtet werden.

Die verschiedenen Salze des Didym, wie die Uranoxyd- und Uranoxydulsalze und andere zeigen charakteristische Absorptionserscheinungen und zwar ändert die Lage und Anordnung der Absorptionsstreifen sich mehr oder minder mit der Säure des absorbirenden Salzes.

Für die Didymsalze ist dies von Bunsen<sup>1)</sup>, für die Uranoxyd- und Uranoxydulsalze von Oeffinger<sup>2)</sup> nachgewiesen.

Bunsen zeigte an drei Didymsalzen, dass die Streifen um so mehr nach dem rothen Ende geschoben sind, je grösser das Atomgewicht des Salzes. Man kann vermuthen, dass auch hier die Dispersionsverhältnisse der Säure, wenn auch nicht in sehr einfacher Weise, bedingend sind für die Lage der Streifen. Jedenfalls würde es der Mühe lohnen zu untersuchen, ob nicht diejenigen Salze, in welchen die Absorptionsstreifen am weitesten nach dem rothen Ende des Spectrums liegen, auch gleichzeitig die stärkste Dispersion zeigen.

---

Von der Zusammenmischung einer absorbirenden und einer nicht absorbirenden Substanz können wir übergehen zur Mischung zweier absorbirenden Medien.

Setzt man zu einer flüssigen absorbirenden Substanz ein anderes absorbirendes Medium, so ist es auch hier möglich, wenigstens genähert die Dispersioncurve der Mischung aus den Dispersioncurven der beiden gemischten Bestandtheile

1) Pogg. Ann. Bd. 128.

2) Die Lichtabsorption der Uransalze. Inauguraldissertation. Tübingen 1866.

zu construiren, und somit eine Anschauung von dem Absorptionsspectrum der Mischung zu gewinnen.

Versuche über die Absorption gemischter farbiger Medien sind von Melde angestellt worden und ist derselbe zu einigen wichtigen Resultaten gelangt<sup>1)</sup>. Um diese Resultate mit unserer Anschauung zu vergleichen, müssten die Dispersionscurven der von ihm benutzten Substanzen möglichst genau ermittelt sein, was nicht der Fall ist; indessen konnte ich doch durch Combination von Dispersionscurven, welche im Allgemeinen den Absorptionsverhältnissen der angewandten Medien entsprechen, einen Theil der Melde'schen Resultate verificiren. So ergibt sich durch Combination der betreffenden Dispersionscurven leicht, dass bei Mischung zweier Substanzen, die nahe an derselben Stelle des Spectrums einen Absorptionsstreifen haben, nicht zwei Streifen in der Mischung auftreten, sondern ein einziger, dessen Lage eine mittlere ist zwischen den Streifen der Bestandtheile.

---

Endlich können auch noch die Erscheinungen des Dichroismus mit Erfolg in Zusammenhang gebracht werden mit den Beziehungen, welche zwischen Dispersion und Absorption in isotropen Mitteln gelten.

In einem doppeltbrechenden Medium wird im Allgemeinen für die beiden Strahlenparthien, in welche ein einfallendes Bündel zerlegt wird, die Dispersion nicht gleich sein. Mithin wird auch die Absorption für diese beiden Strahlenbündel ungleich sein.

Der Dichroismus ergibt sich dadurch als ein wesentlicher und nothwendiger Begleiter der Doppelbrechung. Es ist mir demgemäss gelungen, auch bei der künstlichen Doppelbrechung durch Zug bei einigen Substanzen, nämlich Kautschuk und Gutta-percha temporären Dichroismus zu erzeugen. Dieser Dichroismus dauert nur so lange an, als der Zug dauert und die Substanz doppeltbrechend ist.

Man kann indess noch einen Schritt weiter gehen und für einen grossen Theil der merklich dichroitischen Körper eine bestimmte Regel aufstellen.

1) Diese Annalen Bd. 124 u. Bd. 126.

Sénarmont hat gezeigt, dass man einen sonst farblosen Krystall zu einem dichroitischen machen kann, wenn man denselben aus einer gefärbten Lösung auskrystallisiren lässt, so dass er von der färbenden Substanz in sich aufnimmt. Man kann den Krystall dann ansehen als eine Mischung des Farbstoffs und der farblosen Substanz des Krystalls. Da nun der farblose Krystall in jeder Richtung (abgesehen von der Richtung der optischen Axen) zwei Dispersionscurven hat, so hat man gewissermassen die färbende Substanz gemischt mit zwei Substanzen von verschiedener Dispersion. In diesen beiden Mischungen können die Absorptionsstreifen nicht mehr genau gleich liegen, vielmehr müssen dieselben gemäss den oben gemachten Angaben um so mehr nach dem rothen Ende des Spectrums geschoben sein, je grösser die Dispersion ist.

Ich schliesse daher, dass in den Sénarmont'schen künstlich dichroitischen Krystallen die Absorptionsstreifen in demjenigen Strahlenbündel, für welches der ungefärbte Krystall die grösste Dispersion hat, nach dem rothen Ende des Spectrums verschoben sein müssen, gegen diejenigen in dem anderen Strahlenbündel.

Eine sehr grosse Zahl der natürlichen dichroitischen Mineralien verdankt nun gleichfalls ihren Dichroismus nur einem zufällig der Substanz beigemischtem Farbstoff. Für diese dichroitischen Krystalle muss die obige Regel auch gelten.

Die Vermuthung liegt nicht fern, dass die ausgesprochene Regel dann auch für diejenigen Substanzen gelte, deren Dichroismus nicht bedingt ist durch eine lediglich physikalisch eingeschlossene färbende Substanz. Dann würde allgemein an Stelle derjenigen Regel, welche Babinet für die dichroitischen Substanzen aufgestellt hat, nämlich dass in ihnen derjenige Strahl am stärksten absorbirt sei, welcher am stärksten gebrochen wird, — eine Regel, die, wie bereits durch mehrere Physiker gezeigt wurde, durchaus nicht allgemein richtig ist — die folgende zu setzen sein:

In dichroitischen Substanzen liegen die Absorptionsstreifen in demjenigen Strahlenbündel, für welches die Substanz die grösste Dispersion hat, näher dem rothem Ende des Spectrums als in dem anderen Bündel.

Der Nachweis, in wie weit die sämtlichen oben dargelegten Anschauungen wirklich in Uebereinstimmung mit der Natur sind, und ihre weitere Ausarbeitung wird die Aufgabe von Specialuntersuchungen sein müssen. Bis diese vorliegen, wird es gut sein noch andere Speculationen, die man allerdings mit Leichtigkeit an das Vorstehende anknüpfen könnte, zu unterlassen.

---

**LVIII. Photometrische Untersuchungen über die physische Beschaffenheit des Planeten Merkur; von F. Zöllner.**

---

1.

Quantitative Bestimmungen der Lichtmengen, welche ein von der Sonne erleuchteter Himmelskörper in verschiedenen Phasen seiner Beleuchtung aussendet, gestatten in doppelter Weise einen Schluss auf die physische Beschaffenheit seiner Oberfläche:

*Erstens*, durch die Form des Gesetzes, nach welchem sich die bei verschiedenen Phasen reflectirten Lichtmengen ändern.

*Zweitens*, durch die Grösse der lichtreflectirenden Kraft oder der sogenannten Albedo seiner Oberfläche.

Meine Untersuchungen über die relative Helligkeit der Mondphasen<sup>1)</sup> haben gezeigt, dass das Gesetz, nach welchem sich die Lichtmengen mit der Grösse der Phase ändern, ein ganz verschiedenes ist, je nachdem die Oberfläche eine homogene oder eine durch schattenwerfende Erhebungen zerklüftete ist.<sup>1)</sup> Unter der ersten Annahme hatte Lambert<sup>2)</sup> für das Verhältniss der Lichtmengen  $q$  und  $q'$ , welche von zwei Phasen  $v$  und  $v'$  einer beleuchteten Kugel ausgesandt werden, den folgenden Ausdruck erhalten:

1) Photometrische Untersuchungen mit besonderer Rücksicht auf die physische Beschaffenheit der Himmelskörper. Leipzig 1865. p. 33 ff.

2) Photometria sive de mensura et gradibus luminis, colorum et umbrae, Augsburg 1760, § 1047 ff.

$$\frac{q}{q'} = \frac{\sin v - v \cos v'}{\sin v' - v' \cos v} \quad (1)$$

Unter Voraussetzung einer nicht homogenen Oberfläche gelangte ich dagegen zu der nachstehenden Formel:

$$\frac{q}{q'} = \frac{\sin(v - \beta) - (v - \beta) \cos(v - \beta)}{\sin(v' - \beta) - (v' - \beta) \cos(v' - \beta)} \quad (2)$$

worin  $\beta$  eine constante Winkelgrösse bedeutet, die beim Monde den Werth  $52^\circ$  besitzt und *theoretisch* den mittleren Elevationswinkel der Erhebungen bedeutet.

Beide Formeln weichen in ihren Resultaten so beträchtlich von einander ab, dass schon wenige photometrische Vergleichen von nur einiger Sicherheit ausreichend sind, um bei genügender Phasendifferenz zu entscheiden, ob man es mit einem Himmelskörper der ersten oder zweiten Gattung zu thun hat. Im Allgemeinen kann der Einfluss der nicht homogenen Oberfläche eines Planeten nur durch eine dichte Atmosphäre und deren wolkenförmige Producte aufgehoben oder verändert werden. Dem entsprechend hat sich gezeigt, dass bei denjenigen Planeten, welche durch topographische Beobachtungen die Existenz einer dichten Atmosphäre und wolkenförmiger Producte in derselben erkennen lassen, das Gesetz der bei verschiedenen Phasen reflectirten Lichtmengen sehr gut mit der Lambert'schen Formel übereinstimmt. So gestatten namentlich die verschiedenen Phasen der Venus mit Anwendung dieser Formel eine sehr befriedigende Reduction auf eine constante Lichtmenge in der Opposition. Seidel hat dies bei seinen Beobachtungen der Venus im Jahre 1852 mit Anwendung des Steinheil'schen Photometers nachgewiesen,<sup>1)</sup> und zu demselben Resultate bin ich durch meine Beobachtungen im Jahre 1865 gelangt.<sup>2)</sup>

Ueber die Oberflächenbeschaffenheit der Venus spricht Vogel<sup>3)</sup>

1) Seidel, Untersuchungen über die Lichtstärke der Planeten Venus, Mars, Jupiter und Saturn verglichen mit Sternen, und über die relative Weise ihrer Oberflächen. . . . Abhandlungen der königl. bair. Akademie d. W. (Monumenta saecularia) 1859.

2) Photometrische Untersuchungen etc. p. 154 ff.

3) Beobachtungen, angestellt auf der Sternwarte des Kammerherrn v. Bülow zu Bothkamp. Heft 2. Herausgegeben von Dr. H. C. Vogel, Astronom der Sternwarte. Leipzig 1873. p. 125.

Poggendorff's Ann. Jubelband.

das Resultat seiner sorgfältigen Beobachtungen aus den letzten Jahren mit folgenden Worten aus:

„Das nebelartige, verschwommene Aussehen der Flecke, sowie die — besonders zu der Zeit, wo die Venus als Sichel erscheint — auffallende Abnahme des Lichtes nach der Beleuchtungsgrenze machen es sehr wahrscheinlich, dass der Planet von einer Atmosphäre umgeben ist, in der eine sehr dichte und dicke Schicht von Condensationsproducten schwebt, und dass die Aufhellungen in dieser Schicht nie so weit gehen, dass sie deutlich markirte Flecken auf der Venusscheibe bedingen, oder einen Durchblick auf die Oberfläche des Planeten gestatten.“

Von dem angedeuteten Gesichtspunkte aus bieten photometrische Beobachtungen des Merkur in verschiedenen Phasen seiner Erleuchtung ein hohes Interesse dar. Indessen sind derartige Untersuchungen durch die Seltenheit günstiger Positionen jenes Planeten und vor Allem durch die in der Nähe des Horizontes stark veränderliche Absorption der Atmosphäre in unseren Breiten ausserordentlich erschwert. Soll es doch selbst Copernicus noch auf seinem Sterbebette beklagt haben, dass er in's Grab steigen müsse, ohne jemals den Merkur gesehen zu haben.

## 2.

Durch Umstände, wie sie ebenso günstig vielleicht selten vorkommen werden, bin ich in der Lage gewesen, mich von den erwähnten störenden Einflüssen, wenigstens an zwei Abenden, fast vollständig unabhängig zu machen und zahlreiche photometrische Bestimmungen des Merkur von einer solchen Zuverlässigkeit zu erlangen, dass ihre Discussion, wie ich glaube, schon jetzt eine nahezu entscheidende Antwort auf die Frage nach der Oberflächenbeschaffenheit dieses Planeten zu geben gestattet.

Ich habe bisher mit der Publication meiner bereits im Jahre 1868 angestellten Beobachtungen gezögert, in der Hoffnung, dieselben durch weitere Beobachtungen vervollständigen und hierdurch den daraus abgeleiteten Resultaten ein grösseres Gewicht verleihen zu können. Die oben erwähnten Umstände haben jedoch diese Hoffnung bis jetzt vereitelt; dagegen sind

in der bereits angeführten Schrift von Hrn. Dr. Vogel an zwei Abenden des Jahres 1871 einige photometrische Vergleichen zwischen Merkur und Capella mitgetheilt, von denen jedoch nach einer ausdrücklichen Bemerkung Vogel's den Beobachtungen des ersten Abends nur eine sehr geringe Sicherheit beizulegen ist.

Ich werde mir nun zunächst erlauben, meine eigenen Beobachtungen und die näheren Umstände, unter denen sie angestellt wurden, hier mitzutheilen.

1868, 16. Februar, klärte sich der Himmel bei ziemlich starkem Nordwinde um 5 Uhr 45 M. plötzlich ganz auf. Am westlichen Horizonte erschienen Merkur und Jupiter als hell glänzende Gestirne *in fast genau gleicher Höhe*; da ich mir bei der hohen Lage und freien Aussicht meiner Wohnung eine längere Beobachtung beider Planeten versprechen durfte, so war ich entschlossen, das Helligkeitsverhältniss derselben mit einem schnell in Bereitschaft gesetzten Photometer zu bestimmen.

Die folgenden Zahlen sind Mittelwerthe aus je zwei Ablesungen am Intensitätskreise meines Astrophotometers; die stetige Abnahme derselben zeigt die bedeutende Zunahme der atmosphärischen Absorption bei abnehmender Höhe der Gestirne. Der Anfang der Beobachtungen war 5 Uhr 52 M., das Ende 6 Uhr 21 M. Unter *P* sind die Einstellungen des Photometers, unter *Z* die Zenithdistanzen beim Beginn und am Ende der Beobachtungen aufgeführt.

1868. Februar 16.

No.	Merkur.		Jupiter.	
	<i>Z</i>	<i>P</i>	<i>Z</i>	<i>P</i>
1.	81°40'	28 <sup>0</sup> 0	81°32'	51 <sup>0</sup> 9
2.		27.0		49.5
3.		25.2		47.2
4.		22.8		39.7
5.		19.6		32.9
6.		17.5		29.5
7.		15.5		27.7
8.		15.4		24.6
9.	85°50'	14.3	85°54'	24.0

Durch alternirende Combination der Beobachtungen zur Elimination des noch übrig bleibenden Einflusses der atmosphärischen Absorption ergeben sich aus den Sinusquadraten dieser Ablesungen die folgenden Werthe für das Helligkeitsverhältniss von Jupiter und Merkur an jenem Abende.

<u>No.</u>	<u>Jupiter</u> <u>Merkur</u>	Abw. v. Mittel.
1	2.802	— 0.061
2	2.679	+ 0.062
3	2.651	+ 0.090
4	2.789	— 0.048
5	2.793	— 0.052
6	2.868	— 0.127
7	2.681	+ 0.060
8	2.668	+ 0.073
Mittel = 2.741		

Unter ähnlichen Verhältnissen war es mir noch am 18. Februar desselben Jahres gestattet, photometrische Vergleichungen zwischen Merkur und Jupiter anzustellen, obschon die Höhen beider Gestirne nicht mehr so wenig von einander abwichen, um die Reduction auf das Zenith mit Hülfe der Seidel'schen Extinctionstafel umgehen zu können. Ich lasse hier unter denselben Bezeichnungen wie oben die photometrischen Ablesungen an jenem Abende folgen.

1868. Februar 18.

No.	Merkur.		Jupiter.	
	Z	P	Z	P
1.	79°58'	28.8	81°47'	52.7
2.	80°16'	28.2	82°14'	48.9
3.	80°42'	28.2	82°49'	47.4
4.	81° 6'	25.0	83°16'	39.5

Begonnen wurden die Beobachtungen um 5 Uhr 47 M., beendet um 6 Uhr 5 M. Durch Reduction auf das Zenith ergeben sich die folgenden Werthe für das Helligkeitsverhältniss von Jupiter und Merkur.



<u>No.</u>	<u>Jupiter</u> <u>Merkur</u>	Abw. v. Mittel.
1.	3.317	— 0.122
2.	3.180	+ 0.015
3.	3.199	— 0.004
4.	3.094	+ 0.101
Mittel =	3.195	

Eine dritte photometrische Vergleichung des Merkur mit Capella gelang mir am 26. Februar desselben Jahres. Indessen ist die Sicherheit dieser Beobachtung durch die Verschiedenheit der Zenithdistanzen der verglichenen Gestirne eine so geringe, dass ich dieselbe in Verbindung mit der bereits erwähnten und unter ähnlichen Verhältnissen erlangten Beobachtung Vogel's besonders behandelt habe.

Das erlangte Resultat werde ich mir erlauben nach vorangegangener Discussion der obigen Beobachtungen mitzuthellen.

## 3.

Die beobachteten Helligkeitsverhältnisse sollen zunächst auf diejenige Helligkeit Jupiters reducirt werden, welche derselbe in der sogenannten mittleren Opposition besitzt, d. h. in derjenigen Opposition, wo Erde und Jupiter sich in ihrem mittleren Abstände von der Sonne befinden.

Bezeichnen  $J$  und  $J_1$  die Helligkeiten eines Planeten bei den Entfernungen  $e$  und  $e_1$  von der Erde und  $r$  und  $r_1$  von der Sonne, so hat man bei gleicher Phase

$$\frac{J}{J_1} = \left( \frac{e_1 r_1}{er} \right)^2$$

Beziehen sich daher die Werthe  $J$ ,  $e$  und  $r$  auf die mittlere Opposition,  $J_1$ ,  $e_1$ ,  $r_1$  auf die während der Beobachtung vorhandenen Grössen, so ergibt sich aus obiger Gleichung für die auf mittlere Opposition reducirte Helligkeit  $J$ :

$$J = J_1 \left( \frac{e_1 r_1}{er} \right)^2$$

Nach den Ephemeriden für Jupiter ist nun:

Mittl. Opp.	1868 Febr. 16.25	1868 Febr. 18.25
$\log e = 0.6235$	$\log e_1 = 0.7712$	$\log e_1 = 0.7718$
$\log r = 0.7162$	$\log r_1 = 0.6965$	$\log r_1 = 0.6965$

Hieraus ergibt sich mit Hülfe der obigen Beziehung

Jupiter mittl. Opp.
Merkur
1868 Febr. 16 = 4.942
Febr. 18 = 5.777

Das Helligkeitsverhältniss Jupiters in mittlerer Opposition zur Capella ist von mir aus Beobachtungen in den Jahren 1862—1864 bestimmt worden. Es hatte sich in sehr guter Uebereinstimmung mit Seidel's Beobachtungen ergeben:

$$\frac{\text{Jupiter m. O.}}{\text{Capella}} = 10.190.$$

Noch nicht publicirte Beobachtungen aus dem Jahre 1868 ergeben folgende Werthe:

	Jupiter m. O.
	Capella
1868 Oct. 29	11.22
Nov. 5	10.64
Dec. 2	13.00
Dec. 9	11.75
Dec. 14	10.01
Mittel:	11.324

Ich erlaube mir bei der Beurtheilung dieser Werthe darauf hinzuweisen, dass mit Rücksicht auf die mannigfach wechselnde Bewölkung Jupiters, wie dieselbe erst jüngst wieder durch sorgfältige Beobachtungen und Zeichnungen von Dr. Lohse zur Evidenz gebracht ist<sup>1)</sup>, eine Constanz jener Helligkeit nicht erwartet werden darf. Ich glaube vielmehr, dass gerade zahlreiche und sorgfältige photometrische Beobachtungen Jupiters ein sehr werthvolles Material zur Controle einer eventuellen Periodicität in der Bewölkung Jupiters liefern werden. Eine theoretische Berücksichtigung der Phase Jupi-

1) Bothkamper Beobachtungen Heft 2.

ters, die am 16. Febr. nur  $3^0$  von der Oppositionsphase abwich, habe ich im Hinblick auf die Geringfügigkeit dieses Einflusses beim Jupiter unberücksichtigt gelassen.<sup>1)</sup>

Mit Benutzung des im Jahre 1868 gefundenen Helligkeitsverhältnisses von  $\frac{\text{Jupiter m. O.}}{\text{Capella}}$  ergeben sich aus den obigen Grössen die folgenden Werthe für das Helligkeitsverhältniss von  $\frac{\text{Merkur}}{\text{Capella}}$  an den beiden Beobachtungsabenden<sup>2)</sup>:

			$\frac{\text{Merkur}}{\text{Capella}}$
1868	Februar	16.25	2.291
	Februar	18.25	1.960

## 4.

Es bezeichne:

- e* die Entfernung Merkurs von der Erde,
- r* die Entfernung Merkurs von der Sonne,
- s* die Entfernung der Erde von der Sonne.

Die Ephemeriden des Jahres 1868 geben für die Logarithmen<sup>3)</sup> dieser Grössen zur Zeit der Beobachtung die folgenden Werthe:

- 1) Photometrische Untersuchungen etc. p. 132.
- 2) Aus zahlreichen, noch nicht publicirten Beobachtungen in den Jahren 1865—1868 habe ich das Helligkeitsverhältniss von  $\frac{\text{Sirius}}{\text{Capella}}$  abgeleitet. Es ergibt sich

$$\log \frac{\text{Sirius}}{\text{Capella}} = 0.532 \pm 0.008$$

oder:

$$\frac{\text{Sirius}}{\text{Capella}} = 3.404.$$

Aus der Vergleichung dieses Werthes mit dem oben für  $\frac{\text{Merkur}}{\text{Capella}}$  gefundenen geht hervor, dass Merkur in günstiger Position sich der Helligkeit des Sirius nähern kann und dann jedenfalls über doppelt so hell ist als ein Stern erster Grösse.

- 3) Mit decadischer Ergänzung und den mittleren Abstand der Erde von der Sonne als Einheit angenommen.

	$\log e$	$\log r$	$\log s$
1868 Febr. 16.25	0.0280	9.4943	9.9949
Febr. 18.25	0.0054	9.4893	9.9951

Bezeichnet  $v$  die Grösse der erleuchteten Merkursphase und  $\varepsilon$  das Complement derselben zu  $180^\circ$ , so ist

$$\cos \varepsilon = \frac{e^2 + r^2 - s^2}{2re}$$

$$v = 180^\circ - \varepsilon.$$

Mit Hülfe der obigen Werthe ergibt sich in runder Zahl:

$$1868 \text{ Febr. 16.25} \quad v = 113^\circ$$

$$\text{Febr. 18.25} \quad v = 103^\circ.$$

Um nun das Helligkeitsverhältniss zu finden, in welchem die beiden Merkursphasen zu einander stehen, muss der Planet an beiden Tagen in gleichen Entfernungen sowohl von der Erde als auch von der Sonne vorausgesetzt werden. Wählt man hierzu die Einheit, der Entfernung, d. h. den mittleren Abstand der Erde von der Sonne, so ergeben sich mit Benutzung der oben für  $\log e$  und  $\log r$  angegebenen Werthe für die *Logarithmen der auf die Einheit der Entfernungen reducirten Helligkeit von*  $\frac{\text{Merkur}}{\text{Capella}}$  die folgenden Grössen:

	Log.	$\frac{\text{Merkur red.}}{\text{Capella}}$
1868 Febr. 16.25		0.4046 — 1
Febr. 18.25		0.2816 — 1.

Hieraus resultirt für das Verhältniss der Lichtmengen des Merkur, soweit dasselbe *nur* durch die Verschiedenheit der Phase bedingt ist:

$$\frac{\text{Merkursphase } 113^\circ}{\text{Merkursphase } 103^\circ} = 1.327.$$

Mit diesem Werthe lässt sich das Verhältniss derselben Phasen beim zunehmenden Monde vergleichen, wie es den *Beobachtungen* entspricht:

$$\frac{\text{Mondphase } 113^\circ}{\text{Mondphase } 103^\circ} = 1.324.$$

Die Theorie würde nach der im Eingange erwähnten Formel für dieses Verhältniss den Werth 1.70 und die Lambert'sche Formel den Werth 1.20 geben. Der obige Werth folgt aus der graphisch entworfenen Helligkeitscurve der Mondphasen, wie sie sich aus den *Beobachtungen* des zunehmenden Mondes ergibt. Bereits in meinen photometrischen Untersuchungen (p. 66 ff.) habe ich darauf aufmerksam gemacht, dass für kleinere Phasen die Ergänzung der gegebenen Formel durch ein zweites, dem Lambert'schen Gesetze entsprechendes Glied, in der Natur der gegebenen Verhältnisse nothwendig begründet ist.

Wenn nach den obigen Angaben für das Lichtverhältniss der bezüglichen Phasen zwischen der Lambert'schen Theorie und dem beobachteten Werthe kein bedeutender Unterschied vorhanden ist, so wird derselbe ein sehr auffallender, wenn man nach dieser Theorie und der beim Monde beobachteten Curve die Lichtmengen der beiden Phasen auf diejenige in der Opposition bei vollständig erleuchteter Merkursscheibe reducirt.

Es ergeben sich nämlich für die Logarithmen des Reductionsfactors auf die Opposition nach beiden Curven die folgenden Werthe:

$v$	Log. Red.	
	Mondcurve	Lambert's Curve
113°	0.6383	0.2757
103°	0.7560	0.3516

Addirt man diese Grössen zu den Logarithmen der auf die Einheiten der Entfernung reducirten Werthe des Helligkeitsverhältnisses von  $\frac{\text{Merkur}}{\text{Capella}}$ , so erhält man für die Logarithmen der Oppositionshelligkeit des Merkur:

Log: $\frac{\text{Merkur Opp.}}{\text{Capella}} =$	$v$	Red. nach der Mondcurve	Red. nach Lambert's Curve.
		113°	0.0429
	103°	0.0376	0.6332 — 1

Es würde also nach der Lambert'schen Formel die

Lichtmenge der voll erleuchteten Merkursscheibe ungefähr 2.4 Mal geringer sein als diejenige Lichtmenge, welche man unter der Voraussetzung erhält, dass das Gesetz der Helligkeitsänderung der Merkurssphasen mit dem beim Monde beobachteten Gesetze übereinstimmt.

Wie man sieht würde diesem Unterschiede eine ebenso grosse Verschiedenheit in der lichtreflectirenden Kraft oder in der Albedo des Merkur entsprechen. Es wird daher von Interesse sein, die absoluten Werthe dieser Grössen zu bestimmen, um sich alsdann durch Vergleichung derselben mit den analogen Grössen bekannter Körper für den einen oder andern Werth zu entscheiden.

## 5.

Am einfachsten geschieht dies, wenn man sich einen Himmelskörper von bekannter Albedo, z. B. den Mond, in gleiche Beleuchtungsverhältnisse mit Merkur versetzt denkt. Mit Berücksichtigung des bekannten Durchmesserverhältnisses beider Körper ist es alsdann leicht, das Verhältniss ihrer lichtreflectirenden Kräfte zu bestimmen.

Zu diesem Zwecke muss zunächst das Helligkeitsverhältniss des Vollmondes in mittlerer Opposition zur Capella bekannt sein. Für das Helligkeitsverhältniss der Sonne zum Vollmonde und der Sonne zur Capella hatte sich früher ergeben<sup>1)</sup>

$$\log. \frac{\text{Sonne}}{\text{Vollmond}} = 5.7910 \pm 0.0067$$

$$\log. \frac{\text{Sonne}}{\text{Capella}} = 10.7463 \pm 0.0200.$$

Hieraus folgt:

$$\log. \frac{\text{Vollmond}}{\text{Capella}} = 4.9553.$$

Nimmt man die mittlere Entfernung des Mondes von der Erde zu 51800 geogr. Meilen, die der Erde von der Sonne zu 19884000 geogr. Meilen an, entsprechend einer Parallaxe von

1) Photometrische Untersuchungen etc. p. 105 u. 125.

8".915, so ergibt sich für den Logarithmus des Helligkeitsverhältnisses des Vollmondes zur Capella in der Einheit der Entfernung von Erde und Sonne

$$\log. \frac{\text{Vollmond red.}}{\text{Capella}} = 0.7891 - 1.$$

Mit Berücksichtigung der oben für Merkur bei gleichen Entfernungen gefundenen Werthe, ergeben sich hieraus für die Logarithmen des Helligkeitsverhältnisses von  $\frac{\text{Merkur}}{\text{Mond}}$ , wenn beide Körper voll erleuchtet sind:

$$\text{Log. } \frac{\text{Merkur i. Opp.}}{\text{Vollmond}} =$$

<i>v</i>	Red. n. d. Mondcurve	Red. n. Lambert's Curve
113°	0.2538	0.6803—1
103°	0.2485	0.6332—1.

Bezeichnen  $J$  und  $J_1$  die von zwei Planeten in der Opposition unter gleichen Beleuchtungsverhältnissen reflectirten Lichtmengen, ferner  $d$  und  $d_1$  ihre Durchmesser und  $\mu$  und  $\mu_1$  ihre lichtreflectirenden Kräfte, so ist:

$$\frac{J}{J_1} = \frac{\mu d^2}{\mu_1 d_1^2}$$

oder

$$\mu = \mu_1 \frac{J d_1^2}{J_1 d^2}.$$

Bezieht man die mit einem Strich versehenen Buchstaben auf den Mond, die andern auf den Merkur und setzt den

Durchmesser des Mondes  $d_1 = 468$  geogr. Meilen  
 Durchmesser des Merkur  $d = 644$  „ „ <sup>1)</sup>  
 die scheinbare <sup>2)</sup> Albedo des Mondes  $\mu = 0.119$

so ergeben sich aus den oben für  $\log. \frac{J}{J_1} = \log. \frac{\text{Merkur Opp.}}{\text{Vollmond}}$  gefundenen Werthen für die lichtreflectirende Kraft oder

1) Entsprechend einem scheinbaren Durchmesser 6".697 (Bessel).

2) Vgl. Photometr. Unters. p. 162 ff.

Albedo Merkurs, nach Maassgabe der verschiedenen Reductionen die folgenden Werthe

$v$	Albedo Merkur's reducirt	
	n. d. Mondecurve $\mu$	n. Lambert's Curve $\mu$
113°	0.113	0.030
103°	0.111	0.027.

Aus einer ähnlichen Reduction der vereinzelt und bei Weitem weniger sicheren Beobachtungen, welche ich am 26. Februar desselben Jahres bei einer Phase des Merkur von 60° und Hr. Vogel am 22. April 1871 bei einer Phase von 79° erhalten hat,<sup>1)</sup> ergeben sich folgende Werthe für die Albedo Merkurs

$v$	red. n. d. Mondecurve $\mu$	red. n. Lambert's Curve $\mu$
60°	0.171	0.012
79°	0.138	0.031.

Diese Werthe zeigen

1. dass durch Reduction der Merkursphasen mit Hülfe der Helligkeitscurve der Mondphasen für die Oppositionshelligkeit eine weit grössere Uebereinstimmung erzielt wird, als wenn diese Reduction nach Lambert's Theorie geschieht.
2. dass sich bei Anwendung der Mond-Reduction eine mit der Albedo des Mondes nahezu übereinstimmende Grösse für die Albedo Merkurs ergibt.

Um die erlangten Werthe der Albedo mit den analogen Werthen irdischer Körper vergleichen zu können, mögen hier die früher von mir für einige Stoffe gefundenen Werthe folgen:

	$\mu$
Frischgefallener Schnee	0.783
Weisses Papier	0.700

1) Bothkamper Beobachtungen Heft 2. p. 134.



Weisser Sandstein	0.237
Thonmergel	0.156
Quarzporphyr	0.108
Feuchte Ackererde	0.079
Dunkelgrauer Syenit	0.078.

Wollte man also für Merkur, unter den verschiedenen Werthen, welche sich bei Reduction nach der Lambert'schen Curve für seine Albedo ergeben selbst den höchsten 0.031 annehmen, so müsste seine Oberfläche aus einem schwarzen Stoffe bestehen, der etwa 2.5 Mal weniger Licht reflectirt als der Dunkelste der oben aufgeführten irdischen Stoffe. Es wird daher die Wahrscheinlichkeit, dass das Gesetz für die Helligkeitsveränderung seiner Phasen mit dem für die Mondphasen gültigen übereinstimmt, durch diesen Umstand erhöht.

## 6.

Um nun aber ganz unabhängig von der Reduction auf die Opposition zu sein und gleichzeitig eine Controle für das erlangte Resultat zu erhalten, will ich folgenden Weg einschlagen, bei welchem lediglich von dem Gesetze der Abnahme des Lichtes im Verhältniss des Quadrates der Entfernung vom leuchtenden und beleuchteten Körper Gebrauch gemacht werden soll.

Unter den zahlreichen Beobachtungen der Mondphasen, welche ich im Jahre 1864 anstellte, befindet sich eine, welche nur um 3° von der Merkursphase am 16. Februar 1868 abweicht. 1864 Juli 13 erhielt ich nämlich aus 18 Beobachtungen bei einer Mondphase von 110° das Helligkeitsverhältniss derselben zu der am 19. Juni desselben Jahres beobachteten Phase von 179° (aus 14 Beobachtungen) den folgenden Werth: <sup>1)</sup>)

$$\log. \frac{\text{Mondphase } 110^\circ}{\text{Mondphase } 179^\circ} = 0.3136 - 1.$$

Setzt man die bei der Phase 179° beobachtete Helligkeit gleich derjenigen des Vollmondes, so ergibt sich mit Hülfe

1) Photom. Unters. p. 102.

des oben für die Helligkeit des Vollmondes in der Einheit der Entfernung von Erde und Sonne zur Helligkeit Capella's gefundenen Werthes für das Helligkeitsverhältniss der Mondphase 110° zu Capella in den gleichen Entfernungen von Erde und Sonne:

$$\log. \frac{\text{Mondphase } 110^\circ \text{ red.}}{\text{Capella}} = 0.1027 - 1.$$

Für die Merkursphase 113° in denselben Entfernungen hatte sich oben ergeben:

$$\log. \frac{\text{Merkursphase } 113^\circ}{\text{Capella}} = 0.4046 - 1.$$

Hieraus folgt:

$$\log. \frac{\text{Merkursphase } 113^\circ}{\text{Mondphase } 110^\circ} = 0.3019.$$

Bezeichnet nun:

$J$  die Lichtmenge der Merkursphase

$d$  den Durchmesser des Merkur

$\mu$  die Albedo des Merkur

und  $J_1 d_1 \mu_1$  die analogen Grössen bei der Mondphase, so hat man unter Voraussetzung gleicher Phasen, also im vorliegenden Falle bei Vernachlässigung der 3° Phasendifferenz, wie oben

$$\mu = \mu_1 \frac{J}{J_1} \left( \frac{d_1}{d} \right)^2$$

Mit Anwendung der bekannten Werthe ist:

$$\log \mu_1 = 0.0756 - 1$$

$$\log \frac{d_1^2}{d^2} = 0.7226 - 1$$

$$\log \frac{J}{J_1} = 0.3019$$

$$\log \mu = 0.1001 - 1$$

$$\mu = 0.126$$

Es resultirt also wieder ein Werth für die Albedo Merkurs, welcher mit der scheinbaren Albedo des Mondes:

$$\mu_1 = 0.119$$

sehr gut übereinstimmt.

Ich glaube auf Grund dieser Resultate mit grosser Wahrscheinlichkeit die Behauptung aussprechen zu dürfen:

*Der Merkur ist ein Körper, dessen Oberflächenbeschaffenheit mit derjenigen des Mondes sehr nahe übereinstimmt, der also auch, wie der Mond, wahrscheinlich keine merkliche Atmosphäre besitzt.*

Es wird dieses Ergebniss, wie mir scheint, noch wesentlich durch topographische Beobachtungen unterstützt, welche erst vor Kurzem von Hrn. Vogel in dem 2. Hefte der Bothkamper Beobachtungen, in Uebereinstimmung mit früheren Ergebnissen, mitgetheilt sind. Es zeigt sich nämlich, dass beim Merkur die Grösse der beobachteten Phase stets etwas kleiner als die berechnete ist, während bei der Venus ein solcher Unterschied nicht stattfindet.<sup>1)</sup>

Fragt man nach der Ursache dieser Verschiedenheit zwischen den beiden unteren Planeten, so glaube ich dieselbe in der Abwesenheit einer Atmosphäre beim Merkur und in dem Vorhandensein einer sehr dichten, mit Wolken erfüllten, bei der Venus erblicken zu dürfen. Denn eine mit Bergen und Erhebungen bedeckte, und seitlich erleuchtete Oberfläche eines Planeten muss an der Beleuchtungsgrenze durch Schattenwurf eine Verminderung ihrer Phase erleiden; ein Umstand, von dem man sich direct durch Beleuchtung einer künstlich mit Erhebungen bedeckten Kugel in Vergleich zu einer homogenen Kugel überzeugen kann.

## 7.

Um den grossen und für die vorliegenden Betrachtungen charakteristischen Unterschied in den photometrischen Verhältnissen der beiden Planeten Merkur und Venus noch deutlicher hervortreten zu lassen, mögen hier die Beobachtungen des Helligkeitsverhältnisses  $\frac{\text{Venus}}{\text{Capella}}$  mit den nach der Lambert'schen Formel und auf die Einheiten der Entfernungen reducirten Werthen zusammengestellt werden:

1) Vgl. a. a. O. p. 134 u. p. 127.

Log.  $\frac{\text{Venus}}{\text{Capella}}$

Datum	$v$	beobachtet	reducirt Opp.
1865. Jan. 17. 6 <sup>h</sup> 0 <sup>m</sup>	111 <sup>o</sup> 7	1.6157	1.6016
Febr. 5. 7 <sup>h</sup> 52 <sup>m</sup>	102.9	1.6667	1.6019
Febr. 6. 7 <sup>h</sup> 0 <sup>m</sup>	102.3	1.6698	1.6033
Febr. 7. 6 <sup>h</sup> 12 <sup>m</sup>	101.8	1.6417	1.5724
Febr. 16. 6 <sup>h</sup> 19 <sup>m</sup>	97.0	1.6560	1.5630
Febr. 23. 6 <sup>h</sup> 47 <sup>m</sup>	93.0	1.7243	1.6140
März 1. 7 <sup>h</sup> 57 <sup>m</sup>	89.3	1.7775	1.6536
März 4. 8 <sup>h</sup> 7 <sup>m</sup>	87.6	1.7790	1.6462

Mittel  $1.6070 \pm 0.0075$ .

Nach den oben mitgetheilten Werthen hatte sich ergeben:

$$\log. \frac{\text{Vollmond red.}}{\text{Capella}} = 0.7891$$

so dass hieraus in Verbindung mit dem Werthe für  $\frac{\text{Venus}}{\text{Capella}}$  folgt:

$$\log. \frac{\text{Venus}}{\text{Vollmond red.}} = 1.8179.$$

Der scheinbare Durchmesser  $d$  der Venus in der Entfernung des mittleren Abstandes der Erde von der Sonne ist als Mittel aller bis jetzt bekannten Beobachtungen:<sup>1)</sup>

$$d = 17''.211.$$

Der Mond aus derselben Entfernung gesehen würde einen scheinbaren Durchmesser  $d_1$  besitzen:

$$d_1 = 4''.856.$$

Bezeichnet daher wie oben  $\mu_1$  die scheinbare Albedo des Mondes und  $\frac{J}{J_1}$  das Helligkeitsverhältniss von Venus zu Vollmond in demselben Abstände von Erde und Sonne, so ist die Albedo der Venus  $\mu$ :

$$\mu = \mu_1 \frac{J d_1^2}{J_1 d^2}$$

Mit den obigen Werthen folgt aus dieser Beziehung:

$$\mu = 0.623.$$

1) Vgl. III. Bd. der Annalen der Leidner Sternwarte p. 222 ff.

Mit Berücksichtigung der früher von mir ermittelten lichtreflectirenden Kräfte der übrigen Planeten ergibt sich folgende Zusammenstellung für die scheinbare Albedo. Für Merkur ist das Mittel aus den beiden ersten Beobachtungsreihen angesetzt:

	“
Merkur	0.114
Venus	0.623
Mond	0.119 ± 0.003
Mars	0.267 ± 0.016
Jupiter	0.624 ± 0.036
Saturn	0.498 ± 0.025
Uranus	0.641 ± 0.054
Neptun	0.465 ± 0.037.

Es ist bemerkenswerth, dass diejenigen Planeten, bei denen auch durch anderweitige Beobachtungen die Existenz einer dichten, mit Wolken erfüllten, Atmosphäre erwiesen ist, nicht nur eine grosse, zum Theil übereinstimmende Albedo besitzen, sondern auch nach der Lambert'schen Formel auf eine constante Oppositionshelligkeit reducirt werden können. Es wird hierdurch, wie ich glaube, ein Satz bestätigt, den ich in meinen photometrischen Untersuchungen p. 25. bei einer Kritik des Lambert'schen und Bouguer'schen photometrischen Calcüles, mit folgenden Worten ausgesprochen habe:

„Die von den Phasen einer Planetenkugel ausgesandten Lichtmengen werden um so vollkommener der Lambert'schen Theorie entsprechen, *je dichter* die auf dem Planeten befindliche Atmosphäre ist, und *aus je geringerer Tiefe* demnach noch Strahlen aus derselben zum Beobachter gelangen.“

## 8.

Bei einem Planeten, welcher nur eine wenig dichte Atmosphäre besitzt, so dass das von ihm reflectirte Licht zum Theil auch von der festen Oberfläche ausgeht, wird in der Nähe der Opposition der zuletzt erwähnte Theil, dagegen in kleineren Phasen der von der Atmosphäre reflectirte Theil

des Lichtes prävaliren. Ein solcher Planet ist z. B. Mars, und in der That entspricht die Helligkeitscurve seiner Phasen dem soeben Bemerkten. Dieselbe hat in der Nähe der Opposition ganz den Charakter der Mondcurve, dagegen nähert sie sich bei kleineren Phasen der Lambert'schen Curve.<sup>1)</sup>

Es wäre offenbar von grossem Interesse, auch die scheinbare, mittlere Albedo des von uns bewohnten Planeten und seine Lichtcurve bei verschiedenen Phasen der Beleuchtung zu kennen. Der einzige Weg, welcher sich uns zu diesem Zwecke darbietet, besteht, soweit ich sehe, in der photometrischen Bestimmung desjenigen Lichtes, welches uns als sogenanntes aschfarbenes Licht von der Mondoberfläche reflectirt wird. Ich erlaube mir zu bemerken, dass es mit Hülfe meines Photometers gelungen ist, bereits eine Anzahl derartiger Bestimmungen nach einer sehr einfachen Methode auszuführen. Durch Anwendung eines genügend grossen Diaphragma's werden im Gesichtsfelde des Photometers an Stelle der leuchtenden Punkte zwei leuchtende Scheiben erzeugt, von denen die eine mit dem durch das aschfarbene Licht erleuchteten Mondrande in Berührung gebracht wird. Man kann alsdann, wenn die helle Mondsichel durch eine Blendung verdeckt ist, sehr gut und mit grosser Sicherheit das leuchtende Scheibchen im Gesichtsfelde des Photometers auf die gleiche Helligkeit mit dem Mondrande bringen. Auf diese Weise habe ich an einigen Abenden das Intensitätsverhältniss des hellen zum aschfarbenen Rande zu bestimmen versucht und beispielsweise folgende Werthe erhalten:

	$\frac{\text{dunkler Rand}}{\text{heller Rand}}$	Phase d. Erde v. Monde gesehen.
1868. März 26.	$\frac{1}{1000}$	149°
Nov. 19.	$\frac{1}{2524}$	122°
Nov. 21.	$\frac{1}{5838}$	99°

Diese Werthe, scheinen in der That eine Zunahme des aschfarbenen Lichtes mit wachsender Phase der Erde anzuzeigen. Indessen ist zu berücksichtigen, dass auch der helle Rand eine mit der Phase des Mondes variable Lichtstärke be-

1) Vgl. Photometrische Untersuchungen p. 127 ff.

sitzen wird, deren Gesetz zunächst empirisch bestimmt werden muss. Ich bitte übrigens den mitgetheilten Beobachtungen keinen absoluten Werth beizulegen, sondern sie nur als einen Beweis für die Anwendbarkeit der vorgeschlagenen Methode zur Bestimmung der Albedo der Erde und des Gesetzes der variablen Lichtintensität ihrer Phasen zu betrachten.

### LIX. *Ueber die elektromotorische Kraft von Flüssigkeitsketten; von A. Paulzow.*

Untersuchungen über den Widerstand der Flüssigkeiten gegen die Bewegung der Elektrizität führten mich zu solchen über die elektromotorische Kraft derselben, da die Vermuthung nahe liegt, dass ähnlich wie bei der Erregung der Elektrizität durch Reibung, die schlechtesten Leiter auch die stärksten Spannungsdifferenzen liefern.

Um die elektromotorische Kraft zweier Stoffe kennen zu lernen, empfiehlt sich am meisten das Elektrometer, namentlich bei Flüssigkeiten, da bei ihrer Berührung Zufälligkeiten fortfallen, die bei Metallen nicht zu vermeiden sind, bei denen die Art des Putzens, des Aufbewahrens so wesentliche Veränderungen hervorbringen, dass die bisherigen Resultate immer noch nicht den genügenden Grad der Sicherheit haben.

So viel ich weiss, hat allein Kohlrausch<sup>1)</sup> die elektromotorische Kraft von Flüssigkeiten auf elektrometrischem Wege bestimmt. Ich habe seine Versuche wiederholt, aber ohne Erfolg, da die gesuchte Grösse nicht allein verdeckt, sondern häufig übertroffen wird von den Elektrizitäten, die den Isolatoren der Messapparate immer noch anhaften und bei den Manipulationen, die man bei der Anstellung der Versuche mit ihnen vornehmen muss, von Neuem wieder auftreten.

Mit Hülfe des Galvanometers, durch welches aber immer

1) Kohlrausch, Pogg. Ann. Bd. 79, p. 200.

die algebraische Summe von drei untrennbaren elektromotorischen Kräften gefunden wird, sind in Bezug auf das vorliegende Problem schöne Resultate gewonnen; von Wild<sup>1)</sup>, dass es Flüssigkeiten gibt, welche das Volta'sche Spannungsgesetz befolgen; von du Bois-Reymond<sup>2)</sup>, dass durch Einschalten von destillirtem Wasser in die Reihe der Glieder von Flüssigkeitsketten der höchste Werth der elektromotorischen Kraft bei Flüssigkeiten erreicht wird. Worm-Müller<sup>3)</sup> kommt zu scheinbar einfachen Resultaten und zu dem Betrage der elektromotorischen Kraft je *zwei* Stoffe nur durch die Hypothese, dass sich Wasser gegen alle Flüssigkeiten elektromotorisch indifferent verhält. Diese Hypothese stützt Worm-Müller darauf, dass Kohlrausch zwischen Wasser und Salpetersäure keine Spannungsdifferenz gefunden hat, und dass die Thermeströme zwischen Wasser und anderen Flüssigkeiten in äusserst geringer Stärke auftreten. Beide Thatsachen sind nicht einwurfsfrei festgestellt, und es lassen sich zwei andere Thatsachen anführen, welche der Hypothese widersprechen. Faraday<sup>4)</sup> fand, dass gerade destillirtes Wasser beim Reiben gegen andere Stoffe die höchste Spannung liefert und Quincke<sup>5)</sup>, dass die Diaphragmenströme nur mit destillirtem Wasser bedeutend sind.

Die nachfolgenden Mittheilungen über die Flüssigkeitsketten beziehen sich auf die Fragen nach dem Einfluss der Beschaffenheit der Trennungsfläche auf die elektromotorische Kraft, nach der Beständigkeit dieser Kraft und nach dem Ersatz für die Stromarbeit.

Die bisherigen Experimentatoren haben es für durchaus nöthig gehalten eine scharfe Trennungsfläche zwischen den Flüssigkeiten herzustellen und sie beschreiben die Methoden, wie dieser Forderung genügt werden kann. Beim Beginn meiner Versuche erfüllte auch ich diese Forderung. Es ge-

1) Wild, Pogg. Ann. Bd. 103, p. 353.

2) E. du Bois-Reymond, Reichert und du Bois-Reymond Archiv, 1867, p. 453.

3) Worm-Müller, Pogg. Ann. Bd. 140. p. 380.

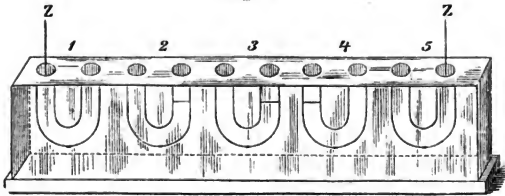
4) Exp. Res. Ser. 18. Pogg. Ann. Bd. 60, p. 319.

5) Quincke, Pogg. Ann. Bd. 107, p. 1. Bd. 110, p. 308.



lang mir, scharfe Trennungsflächen herzustellen und dieselben längere Zeit festzuhalten. Ich habe besonders eine Flüssigkeitskette studirt, die aus amalgamirtem Zink in Zinkvitriol — Schwefelsäurehydrat — destillirtem Wasser — Zinkvitriol mit amalgamirtem Zink bestand. Die Flüssigkeiten befanden sich (siehe Fig. 1) in grossen Uförmig gebogenen Röhren, die

Fig. 1.

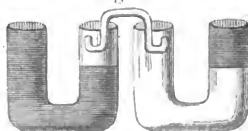


erste enthielt Zinkvitriol, die zweite Zinkvitriol und Schwefelsäure, die dritte Schwefelsäure und destillirtes Wasser, die vierte Wasser und Zinkvitriol, die fünfte Zinkvitriol und die Elektrode aus amalgamirtem Zink. Die Zinkelektroden waren mit einer Wiedemann'schen Spiegelbussole verbunden und die Messung der elektromotorischen Kraft geschah nach der Compensationsmethode.

Die scharfe Trennungsfläche zwischen den Flüssigkeiten z. B. zwischen Zinkvitriol und Schwefelsäure erhielt ich in folgender Weise: In das Uförmige Rohr wurde zuerst das specifisch schwerere Zinkvitriol gegossen, dann wurde ein Trichter mit äusserst feiner Oeffnung genommen und der weitere Theil desselben mit recht viel Fliesspapier ausgefüllt. Befand sich die feine Oeffnung im Niveau des Zinkvitriol, so wurde durch den Trichter die Schwefelsäure hineingegossen. Diese gelangte nun mit ausserordentlich geringer Geschwindigkeit zum Zinkvitriol. Auf optischem Wege war es immer möglich, sich von der Schärfe der Trennungsfläche zu überzeugen. Die Gefässe wurden durch Heber von der Form, wie sie Fig. 2 zeigt, überbrückt. Man sieht, dass sich bei diesem Verfahren zunächst die Trennungsflächen in gewünschter Schärfe herstellen lassen und dass durch das nachfolgende Eintauchen der Heber an denselben nichts geändert wird.

Als ich nun eine solche Kette compensirt hatte und durch Umrühren mit einem Glasstabe der Reihe nach die Trennungsfächen zerstörte, blieb die elektromotorische Kraft dieselbe und die Nadel der Wiedemann'schen Busssole blieb ruhig auf Null. Hierdurch ist erwiesen, dass es bei den Flüssigkeitsketten auf

Fig. 2.



eine scharfe Trennungsfäche gar nicht ankommt, wenn nur dafür gesorgt ist, dass nicht eine Flüssigkeit die zweite durchdringend bis zur dritten gelangt. Bei meinen Versuchen konnte eine solche Durchdringung nicht eintreten, da die Flüssigkeiten in den Heberöhren ungeändert blieben.

So überraschend dieses Resultat war, so hätte es doch vorhergesehen werden können, denn nur bei festen Körpern ist eine scharfe Trennungsfäche möglich; bei Flüssigkeiten wird eine solche niemals existiren, es wird sich sofort eine neue Schicht aus dem Gemisch beider Flüssigkeiten bilden. Bei einer sogenannten scharfen Trennungsfäche werden wir dann auf einem kleinen Intervall, bei einer durch Umrühren gestörten auf einem grösseren alle Mischungsgrade finden, und für diesen Unterschied allein gibt es keinen zureichenden Grund. eine Aenderung der elektromotorischen Kraft zu erwarten.

Die geschilderte Kette hält sich wegen des grossen Widerstandes und der dadurch bedingten geringen Stromarbeit ziemlich lange constant. Nach einiger Zeit nimmt die elektromotorische Kraft ab und zwar wird diese Abnahme bedingt durch die chemischen Prozesse, die in der Kette vor sich gehen. Der positive Strom hat bei dieser Kette die Richtung vom Zinkvitriol zur Säure zum Wasser und zum Zinkvitriol. Es wird daher durch den elektrochemischen Process am Zinkpol des Gefässes 1 (Fig. 1) eine Auflösung des Zinks, an der Trennungsfäche zwischen Zinkvitriol und Schwefelsäure die Bildung von Schwefelsäure, an der zwischen Schwefelsäure und Wasser die Bildung von Wasser, an der zwischen

Wasser und Zinkvitriol die Bildung von Schwefelsäure und am letzten Zinkpol die Ausscheidung von Zink bewirkt. Es schiebt sich also nach einiger Zeit zwischen Wasser und Zinkvitriol Schwefelsäure ein, und wegen der nun eintretenden symmetrischen Anordnung sämmtlicher die Kette constituirender Flüssigkeiten muss sich die elektromotorische Kraft allmählig auf Null reduciren. Berücksichtigt man bei den Flüssigkeitsketten überhaupt den chemischen Process in der Kette selbst, so übersieht man leicht, dass nur diejenigen eine constante elektromotorische Kraft haben können, bei welchen sämmtliche sie constituirende Flüssigkeiten entweder dieselbe Säure oder dasselbe Radikal enthalten.

Nach dem Princip von der Erhaltung der Kraft erwarten wir für den Strom, welchen die Hydroketten liefern, einen Ersatz in der Kette selbst. In der bisher betrachteten Kette Zinkvitriol — Schwefelsäurehydrat — Wasser — Zinkvitriol würde man diesen Ersatz in den calorischen Processen zwischen den sie constituirenden Flüssigkeiten suchen. Von diesen heben sich die chemischen Prozesse, wie früher gezeigt, ihren calorischen Werthen nach auf, es findet nur eine mechanische Verschiebung der Flüssigkeiten statt. Es bleiben also für den Ersatz nur die Diffusionsprocesse übrig. Diesen ihn zuzuschreiben halte ich für unmöglich, seitdem ich eine Kette gefunden habe, bei welcher durch die Diffusionsprocesse nur Kälte geliefert wird, und welche dennoch einen kräftigen Strom liefert. Es ist dies die Combination: Zinkvitriol — Salzsäure — essigsäures Zinkoxyd — Zinkvitriol, zwischen Zinkelektroden. Von den hier zu betrachtenden Diffusionsprocessen liefert Salzsäure mit Zinkvitriol gemischt eine Temperaturerniedrigung, ebenso Salzsäure mit essigsäurem Zinkoxyd; essigsäures und schwefelsäures Zinkoxyd gemischt zeigen gar keine Temperaturveränderung.

Nun unterscheide ich aber bei den Hydroketten überhaupt die chemischen und Diffusionsprocesse, welche auch bei der offenen Kette auftreten müssen, von denen, welche erst durch den Schluss der Kette hervorgerufen werden; nur den calorischen Werthen der letztern kann der Ersatz für die Stromarbeit zugeschrieben werden. Es möge dies an dem Daniell-

schen Elemente erläutert werden. Wählt man für dasselbe amalgamirtes Zink, welches *vor* dem Schluss des Elementes fast gar nicht angegriffen wird, dann ist *nach* dem Schluss der ganze calorische Werth des chemischen Processes in der Kette der Stromarbeit äquivalent. Wird aber nicht amalgamirtes Zink zu derselben genommen, so sind zwei chemische Vorgänge zu unterscheiden: die Auflösung des Zinks, welche auch in der offenen Kette eintreten würde und diejenige, welche der Strom erst veranlasst hat. Ich habe mich durch den Versuch davon überzeugt, dass die rein chemische Auflösung des Zinks in der geschlossenen Kette gleich der ist, welche auch in der offenen Kette auftreten würde und dass der Stromarbeit nur die Zinkmenge entspricht, welche durch den Strom aufgelöst wird.

Es wurde ein Daniell'sches Element zusammengesetzt, das Zink war nicht amalgamirt, die Kette offen. Die Schwefelsäure des Elements hatte ein specifisches Gewicht von 1,043. Die Zinkplatte wog vor dem Versuch 21,859 Gr. Man liess das Zink 20 Minuten in der offenen Kette, es wog nun 21,114 Gr. Es war also der Gewichtsverlust in der offenen Kette 0,745 Gr.

Es wurde ein zweites Daniell'sches Element in möglichst identischer Weise zusammengesetzt, die Kette geschlossen und ein Voltameter von Kupferelektroden in Kupfervitriol eingeschaltet. Die nicht amalgamirte Zinkplatte des Elements wog vor dem Versuch 21,893 Gr., nach dem Versuch, der wieder 20 Minuten dauerte, 20,927 Gr. Also der Gewichtsverlust 0,966 Gr. Im Kupfervoltameter war 0,244 Gr. Kupfer ausgeschieden. Die diesem äquivalente Zinkmenge, deren Ausscheidung dem Strome zuzuschreiben ist, beträgt 0,250 Gr. Mithin war bei der geschlossenen Kette durch den rein chemischen Process, der auch in der offenen stattgefunden hätte, 0,966 Gr. minus 0,250 Gr. = 0,716 Gr. aufgelöst. Diese Zinkmenge ist fast dieselbe, welche das erste Zinkblech in der offenen Kette verlor. Mit derselben Zinksorte und mit Schwefelsäure von demselben specifischen Gewicht wurden mehrere Versuche ausgeführt, deren Resultate mit dem geschilderten übereinstimmen. Es scheint mir dies Resultat von Wichtigkeit in Bezug

auf den Streit zwischen chemischer und Contacttheorie, es ist aber hier nicht der Ort darauf näher einzugehen.

Wollte man nun die Stromarbeit der Flüssigkeitsketten den calorischen Werthen der Diffusionsprocesse zuschreiben, so dürften das nur diejenigen sein, welche erst in der geschlossenen Kette auftreten, und es müsste der Nachweis geliefert werden, dass die Diffusion in der geschlossenen Kette in anderer Weise als in der offenen erfolgt. Zur Zeit fehlt derselbe. Aber nach den Erfahrungen an der Kette Zinkvitriol — Salzsäure — essigsäures Zink — Zinkvitriol könnte man hier die Stromarbeit weder dem einen noch dem andern zuschreiben, da ja hier durch die Diffusion nur Kälte producirt wird.

Ich neige daher, wenigstens für die Flüssigkeitsketten, der Ansicht Nobili's<sup>1)</sup> zu: dass die Ströme, welche sie liefern, ähnlichen Ursprungs wie die Thermostrome sind und dass der Ersatz für die Stromarbeit in der von aussen absorbirten Wärme zu suchen ist. Mit den experimentellen Belegen dieser Ansicht bin ich noch beschäftigt.

---

**LX. Ueber die thermoelektrischen Eigenschaften des Topases, des Schwerspathes und des Aragonites; von W. Hankel.**

In den Abhandlungen der königl. sächs. Gesellschaft der Wissenschaften habe ich im Laufe der letzten Jahre drei Abhandlungen:

- 1) über die thermoelektrischen Eigenschaften des Topases (Bd. XIV jener Abhandlungen S. 357 bis S. 454 mit 4 Kupfertafeln),
- 2) über die thermoelektrischen Eigenschaften des Schwerspathes (Bd. XV S. 269 bis S. 342 mit 4 Tafeln), und
- 3) über die thermoelektrischen Eigenschaften des Aragonites nebst einer Uebersicht über die Entwicklung der Lehre

1) Nobili; Wiedemann, Galv. I, 797, Anm.

von der Thermoelektricität der Krystalle (Bd. XV S. 341 bis S. 416 mit 3 Tafeln), veröffentlicht, und werde im Nachstehenden in möglichster Kürze eine Zusammenstellung der allgemeinen Resultate geben, zu welchen meine Untersuchungen dieser Mineralien geführt haben. In Betreff der Methode der Untersuchung muss ich auf die eben genannten ausführlichen Abhandlungen verweisen; und ein Gleiches gilt auch von dem speciellen Verhalten der einzelnen Krystalle; letzteres ist in den jenen Abhandlungen beigefügten Tafeln, auf welchen die dem Versuche unterworfenen Individuen mit Angabe der an jedem Punkte ihrer Oberflächen beobachteten elektrischen Spannungen abgebildet sind, übersichtlich dargestellt.

### Elektrisches Verhalten der symmetrischen Krystalle im Allgemeinen.

Unsere Kenntniss der Thermoelektricität der Krystalle begann mit der Wahrnehmung derselben am Turmalin, einem durch den Hemimorphismus seiner Gestalt ausgezeichneten Minerale. An den beiden Enden seiner Hauptaxe treten stets entgegengesetzte Elektricitäten auf, und beim Zerbrechen verhält er sich wie ein Magnet, d. h. jedes Bruchstück stellt wieder einen mit zwei entgegengesetzten Polen begabten Krystall dar. Da nun auch an mehreren im Laufe des vorigen Jahrhunderts als thermoelektrisch erkannten Mineralien ein gleicher Hemimorphismus entweder (wie beim Kieselzinkerz) wirklich vorhanden war, oder gestützt auf zufällige Verschiedenheiten in der Bildung der entgegengesetzten Enden einer Axe (wie beim Topase) wenigstens angenommen wurde, so betrachtete man den Hemimorphismus als die absolut nothwendige Bedingung für das Hervortreten der Thermoelektricität, wobei die Enden einer jeden elektrischen Axe stets die entgegengesetzten elektrischen Polaritäten zeigen sollten.

In der Uebersicht über die Entwicklung der Lehre von der Thermoelektricität der Krystalle, welche der dritten der oben citirten Abhandlungen beigefügt ist, habe ich gezeigt, wie tief diese Ansicht sich befestigt hatte, und wie man

überall, wo eine ihr widerstreitende Beobachtung gemacht wurde, solche durch willkürliche Annahmen zu entkräften und mit ihr in Uebereinstimmung zu bringen bemüht war.

Erst durch eine genauere Erforschung des elektrischen Verhaltens des Topases gelang es mir, die feste Ueberzeugung zu gewinnen, dass der Hemimorphismus zum Hervortreten der thermoelektrischen Erscheinungen keineswegs unbedingt nothwendig ist, dass vielmehr die Thermoelektricität eine Eigenschaft aller Krystalle bildet, sobald die sonstigen physikalischen Verhältnisse derselben ihr Auftreten und ihre Anhäufung bis zu messbarer Stärke gestatten. Um die thermoelektrische Erregung überhaupt möglich zu machen, genügt schon die blosse Verschiedenheit der krystallographischen Axen. Da aber bei allen nicht hemimorphen Krystallen die beiden Enden einer und derselben Axe gleichwerthig sind, so müssen sie sich auch elektrisch gleich verhalten, also dieselbe Polarität zeigen, und es werden daher die beiden Electricitäten, welche bei den hemimorphen Krystallen an den ungleich ausgebildeten Enden einer und derselben Axe auftreten, bei den symmetrischen Krystallen sich an die ungleichwerthigen Axen vertheilen.

Wie der Hemimorphismus der Krystalle nur als ein Ausnahmefall dasteht, so ist auch das Auftreten polarer, d. h. an den Enden mit entgegengesetzter Polarität erscheinender Axen nur ein Ausnahmefall, der eben durch die hemimorphe Bildung erzeugt wird.

Zur Bestätigung des eben Gesagten füge ich hinzu, dass es mir gelungen ist, bereits an einer grossen Anzahl symmetrischer Krystalle elektrische Erregungen, und zwar oft in beträchtlicher Stärke, wahrzunehmen.

Von hemimorphen Krystallen sind bisjetzt elektrisch gefunden:

Turmalin, Kieselzinkerz, Struvit, Zucker, die beiden Weinsäuren und ihre Salze, Bergkrystall<sup>1)</sup>, Boracit und Rhodicit.

1) Beim Bergkrystall erscheint die hemimorphe Bildung an den Enden der drei Nebenaxen (Abhandl. der kgl. sächs. Gesellschaft der Wissenschaften, Bd. XIII. S. 321).

Unter den nicht hemimorphen, also symmetrischen Krystallen habe ich bisjetzt die thermoelektrische Erregung an folgenden untersucht:

Aus dem tetragonalen Systeme:

Vesuvian (Idokras), Apophyllit, Brucit;

aus dem hexagonalen:

Beryll, Phenakit, Apatit, Kalkspath;

aus dem rhombischen:

Topas, Schwerspath, Aragonit, Prehnit;

aus dem monoklinoedrischen:

Orthoklas, Euklas, Titanit, Diopsid, Skolezit, Gyps;

und endlich aus dem triklinoedrischen Systeme:

Albit (Periklin) und Axinit.<sup>1)</sup>

Aus dem vorstehenden Verzeichnisse der thermoelektrischen Krystalle erhellt, dass bereits eine Verschiedenheit, wie sie unter den drei Axen im rhombischen Systeme, oder zwischen der Haupt- und den Nebenaxen im tetragonalen und hexagonalen Systeme existirt, hinreicht, um das Auftreten elektrischer Spannungen bei steigender und sinkender Temperatur zu ermöglichen.<sup>2)</sup>

### Unsymmetrische Bildungen bei Topas- und Schwerspathkrystallen.

In der Ansicht befangen, dass nur hemimorphe Krystalle elektrisch sein könnten, sprach Hauy in der ersten Ausgabe seines *Traité de minér.* (Bd. II. S. 507) im Jahre 1801, zu welcher Zeit er nur an dem einen Ende ausgebildete Topase besass, die Erwartung aus, dass wenn später vollständige Krystalle dieses Mineralen gefunden werden sollten, dieselben an

- 1) Die speciellen Untersuchungen über das elektrische Verhalten der obigen Krystalle werde ich, soweit dies nicht bereits geschehen, in Kürze in den Abhandlungen der kgl. sächs. Gesellsch. der Wiss. mittheilen.
- 2) Ob vielleicht selbst eine Ungleichheit, wie sie zwischen den Flächen- und den Eckenaxen eines Würfelkrystalles vorhanden ist, unter sonst günstigen Umständen auch für eine thermoel. ktrische Erregung ausreichend sein kann, wage ich noch nicht zu entscheiden.



ihren beiden Enden ebenso wie die Turmaline eine verschiedene Gestaltung zeigen würden. Und in der That war es ihm bis zum Erscheinen der zweiten Auflage (1822) gelungen, drei vollständig ausgebildete Topase zu finden, welche seiner Voraussicht entsprechend, an den beiden Enden der Hauptaxe etwas verschiedene Flächen trugen.

Ebenso sind beim Schwerspathe an den beiden Enden der Makrodiagonale, und beim Beryll an den beiden Enden der Hauptaxe verschieden gebildete Krystalle bekannt.

Indessen weisen diese Abweichungen in der Gestaltung der beiden Enden einer Axe keineswegs auf einen wahren Hemimorphismus hin, wie wir ihn beim Turmalin, Kieselzinkerz u. s. w. vorfinden. Die in der Begrenzung der beiden Enden einer Axe auftretenden Unsymmetrien sind allein durch äussere Aenderungen und Störungen während des Wachsens der Krystalle, namentlich durch Aenderungen der Temperatur, der Concentration und Zusammensetzung der flüssigen Masse, aus welcher sich die Krystalle bildeten, u. s. w. erzeugt; sie betreffen nicht die Gestalt des Molecüles, sondern nur die äussere Begrenzung des ganzen Krystalles.

Wollte man die unsymmetrischen Krystalle des Topases, Schwerspathes und Berylles durchaus als hemimorphe bezeichnen, so müsste man eine doppelte Art von Hemimorphismus unterscheiden: 1) den eigentlichen, inneren, selbst das Molecül unsymmetrisch gestaltenden, wie beim Turmalin und den analogen Krystallen, und 2) einen äusserlichen, nur die Begrenzung betreffenden, wie beim Topas, Schwerspath und Beryll. Es dürfte jedoch rathsamer sein, den Namen Hemimorphismus nur für den ersten Fall zu gebrauchen, und den zweiten Fall als das, was er in der That ist, als zufällige Störung in der vollkommen symmetrischen Ausbildung des Krystalles zu bezeichnen. Die Beobachtungen der thermoelektrischen Vorgänge sowohl auf ringsum ausgebildeten als auch auf verletzten oder absichtlich zersprengten Krystallen des Topases, des Schwerspathes und des Berylles weisen mit aller Bestimmtheit darauf hin, dass wir es bei diesen Mineralien nicht mit einem wahren Hemimorphismus, sondern nur

mit zufälligen Störungen der symmetrischen Formen zu thun haben.

### Der Krystall ein Individuum.

Bisjetzt ist in der Physik und Mineralogie angenommen worden, dass, wenn ein Krystall zersprengt wird, alle physikalischen Eigenschaften, mit Ausnahme der äusseren Begrenzung, in den einzelnen Bruchstücken dieselben sind, wie in dem unverletzten ganzen Krystalle und dass also auch die sämtlichen Bruchstücke in den betreffenden Beziehungen einander gleichen; wie denn auch die Untersuchung der optischen und thermischen Verhältnisse keine hierauf bezüglichen Unterschiede hat wahrnehmen lassen.

Im Gegensatze hierzu zeigen die thermoelektrischen Erscheinungen an den symmetrischen Krystallen, z. B. des Topases, des Schwerspathes, dass die obige bisher geltende Ansicht nicht aufrecht erhalten werden kann: die thermoelektrischen Vorgänge auf ringsum ausgebildeten Krystallen sind andere als auf blossen Bruchstücken, und ebenso finden sich in dem elektrischen Verhalten der einzelnen Bruchstücke Verschiedenheiten, welche von der speciellen Lage derselben im ganzen Krystalle herrühren. Jedes Bruchstück behält auf seinen natürlichen Krystallflächen den besonderen Zustand, wie er diesen Oberflächentheilen im ganzen Krystalle eigen war, so weit bei, als bei dem Auftreten der infolge des Zersprengens neu entstandenen Begrenzungsflächen (Bruch- und Durchgangsflächen) nur irgend möglich ist, und auf den neu entstandenen Flächen werden ihnen eigenthümliche elektrische Erregungen beobachtet.

Wir haben also den Krystall als ein in sich abgeschlossenes Individuum in der unorganischen Natur zu betrachten, bei welchem ebenso wie bei dem Individuum im Bereiche des Organischen die einzelnen Theile nicht dem Ganzen und einander gleichen, selbst wenn die äussere Form des Ganzen und der Theile einander vollkommen ähnlich ist.

## Einfluss der äusseren Form der Krystalle sowie der Art ihres Wachsthums auf die elektrischen Vorgänge.

Während bei den hemimorphen Krystallen die Lage der elektrischen Pole nur von der Lage des unsymmetrischen Moleküles abzuhängen scheint,<sup>1)</sup> hat auf die Vertheilung der beiden Polaritäten bei den symmetrischen Krystallen die Gesamtgestalt des Krystalles und die Beschaffenheit seiner Begrenzungsflächen, sowie die Art und Weise, wie er sich gebildet hat oder in welcher Richtung er gewachsen ist, einen mehr oder weniger grossen Einfluss.

Beim Topas erscheinen fast alle Krystalle als nach der Hauptaxe verlängerte Säulen, die an dem einen Ende derselben in grösserer oder geringerer Ausdehnung angewachsen sind. Dagegen zeigt der Schwerspath eine grosse Mannigfaltigkeit seiner Formen, die sich besonders noch durch den Umstand erhöht, dass für einen Theil seiner Krystalle das eine Ende der Makrodiagonale, für einen anderen aber das eine Ende der Brachydiagonale als Ansatzpunkt gedient hat.

Während ferner, wie bereits erwähnt, beim Zerbrechen hemimorpher Krystalle auf den beiden neu entstandenen Bruchflächen stets entgegengesetzte Polaritäten auftreten, so dass also jedes Stück wieder dieselben elektrischen Pole wie der ganze Krystall besitzt, ist dies bei den symmetrischen Krystallen nicht mehr der Fall; die beiden durch das Zersprengen neu entstandenen Bruch- oder Durchgangsflächen können je nach ihrer Lage im ganzen Krystalle gleiche oder entgegengesetzte Polarität, und zwar in verschiedener Stärke darbieten.

Durch diese Umstände wird die von mir mehrfach beobachtete Erscheinung möglich, dass z. B. auf Bruchstücken zweier einer verschiedenen Bildung unterworfen gewesenen Schwerspathkrystalle, selbst wenn jene Bruchstücke in ihrer

1) Ob bei einzelnen Turmalinkrystallen die gerade entgegengesetzte Polarität als sonst gewöhnlich auftreten kann, erfordert erst noch weitere Untersuchungen.

äusseren Form nahe oder ganz übereinstimmen, doch auf kristallographisch gleichnamigen Flächen gerade die entgegengesetzten elektrischen Spannungen wahrgenommen werden.

### Elektrisches Verhalten der Topase.

Die äussere Begrenzung der sächsischen Topase wird vorzugsweise von den Flächen  $OP$ ,  $\infty P$  und  $\infty P^2$  gebildet, zu denen noch kleine Flächen von Pyramiden und Brachydomen hinzutreten.

Bei einem ringsum ausgebildeten unverletzten sächsischen Topaskrystalle sind beim Erkalten<sup>1)</sup> die beiden Enden der Hauptaxe und ebenso der Brachydiagonale positiv, die beiden Enden der Makrodiagonale aber negativ. Infolge dessen erscheinen die beiden Endflächen  $OP$  nebst den anliegenden Stücken der Pyramiden- und Brachydomenflächen positiv, und ebenso verhalten sich die brachydiagonalen Seitenkanten nebst den anliegenden Stücken der Prismenflächen, während die makrodiagonalen Seitenkanten nebst den anliegenden Flächenstücken negative Elektrizität zeigen. Am stärksten ist die positive Polarität auf den Endflächen, weniger stark die negative auf den Seitenflächen, und am geringsten die positive auf den an den brachydiagonalen Seitenkanten liegenden Zonen. Auf den Seitenflächen besitzen die negativen Zonen eine beträchtlich grössere Ausdehnung als die positiven.

Bei den uralischen und sibirischen Topasen bleibt die elektrische Vertheilung im Allgemeinen dieselbe; da jedoch die Endflächen  $OP$  kleiner und die Flächen der Pyramiden grösser sind, als bei den sächsischen, so nimmt auf den Endflächen die Stärke der positiven Spannung ab, während sie sich auf den Seitenflächen ausdehnt, so dass bei diesen Krystallen gewöhnlich die positiven Zonen auf den Seitenflächen einen grösseren Raum einnehmen als die negativen. Sehr stark elektrisch zeigen sich die Krystalle vom Berge Adun-

1) Da die elektrischen Spannungen beim Erwärmen stets die entgegengesetzten sind, als beim Erkalten, so begnüge ich mich im Folgenden der Kürze wegen stets nur das Verhalten der Krystalle beim Erkalten anzugeben.

Tschilon bei Nertschinsk, bei denen die Endflächen ganz fehlen, und die Enden der Hauptaxe in eine von den Flächen des Brachydomes  $2\bar{P}\infty$  gebildete Schneide auslaufen. Die Flächen dieses Brachydomes sind fast in ihrer ganzen Ausdehnung positiv, nur kleine an den makrodiagonalen Seitenkanten anliegende Stücke erscheinen negativ.

Die brasilianischen Topase tragen an den Enden der Hauptaxe fast nur Pyramidenflächen, die mehr oder weniger vollkommen ausgebildet sind. Bei Krystallen mit vollkommen glatt ausgebildeten Pyramidenflächen erscheint nun, wie bei den vorhergehenden, an den Enden der Hauptaxe positive Spannung, während an denselben bei Krystallen mit mehr oder weniger gefurchten, unvollkommen ausgebildeten Pyramidenflächen negative Polarität auftritt. Auf den Seitenflächen besitzen die positiven Zonen eine grössere Ausdehnung als die negativen. Bei Bruchstücken von Krystallen, deren Pyramidenflächen negativ sind, wird die Regelmässigkeit im Verlaufe der elektrischen Zonen auf den Seitenflächen öfter etwas gestört, indem von dem oberen allein ausgebildeten negativen Ende auch auf den sonst positiven brachydiagonalen Seitenkanten sich negative Zonen eine Strecke weit herabziehen.

Bei den kleinasiatischen Topasen (von Mughla), welche in ihrer Form den brasilianischen gleichen, erscheinen die Pyramidenflächen, selbst wenn sie glatt ausgebildet sind, doch zum grössten Theile oder ganz negativ.

### Elektrisches Verhalten des Schwerspathes.

Nach der Art ihres Wachsthumes lassen sich die Krystalle des Schwerspathes in zwei Gruppen theilen: 1) in solche, bei denen das Wachsthum in der Richtung der Makrodiagonale, und 2) in solche, bei denen dasselbe in der Richtung der Brachydiagonale erfolgt ist.

Betrachten wir zunächst einen Krystall der ersten Gruppe z. B. von Przibram, der vorzugsweise von den Flächen  $OP$ ,  $\infty P$ ,  $\frac{1}{2}\bar{P}\infty$  begrenzt ist, so sind die an den Enden der Brachydiagonale von den Flächen  $\frac{1}{2}\bar{P}\infty$  gebildeten horizontalen und ebenso die an den Enden der Makrodiagonale von den Flächen

$\infty P$  gebildeten verticalen Kanten negativ, dagegen die Flächen  $\infty P$  (jedoch mit Ausschluss der an den ebengenannten verticalen Kanten gelegenen Theile), sowie die Mitten der Flächen  $OP$  in mehr oder weniger grosser Ausdehnung positiv. Treten an den Enden der Makrodiagonale die Flächen des Brachydomes  $\check{P}\infty$  auf, so wird die negative Polarität an den Enden der Makrodiagonale schwächer; vergrössern sich jene Flächen  $\check{P}\infty$  noch mehr, so erscheint auf ihnen, besonders wenn die Flächen  $\infty P$  sehr klein werden oder ganz verschwinden, positive Elektrizität. Dehnen sich andererseits die Flächen  $\infty P$  mit ihren positiven Theilen immer weiter nach den Enden der Brachydiagonale hin aus, so wird die negative Elektrizität dort immer mehr verdrängt; kommen die Flächen  $\infty P$  daselbst zum Durchschnitte, so sind die an den Enden der Brachydiagonale entstehenden verticalen Kanten positiv, und die negative Elektrizität erscheint auf den Resten der Flächen  $\frac{1}{2}\bar{P}\infty$ , so wie auf den Flächen  $OP$ , wo die sonst in der Mitte vorhandene positive Zone durch sie unterdrückt wird.

Bei den Krystallen der zweiten Gruppe, welche in der Richtung der Brachydiagonale gewachsen sind, wollen wir von einem einfachen Fölsebanyaer Krystalle mit rhombischem Querschnitte, der hauptsächlich von den Flächen  $OP$  und  $\infty P$  begrenzt wird, ausgehen. Die Flächen  $OP$  sind bei ihm vorwiegend positiv, die prismatischen Seitenflächen  $\infty P$  dagegen negativ, mit wachsender Intensität gegen die Enden der Brachydiagonale hin. Entwickelt sich nun an den Enden der Brachydiagonale die Gestalt  $\frac{1}{2}\bar{P}\infty$  und an den Enden der Makrodiagonale die Gestalt  $\check{P}\infty$ , so erscheinen die Flächen  $\frac{1}{2}\bar{P}\infty$  ganz oder doch zum Theil negativ, während die Flächen  $\check{P}\infty$ , wenn die positiven Endflächen  $OP$  sehr gross sind und die Krystalle eine Art faseriger Bildung nach der Richtung der Makrodiagonale zeigen (wie die Krystalle von Dufton in England), schwache negative oder gar keine elektrische Spannung besitzen; dagegen entwickeln diese Flächen  $\check{P}\infty$  positive Elektrizität, wenn die Flächen  $OP$  eine geringere Ausdehnung besitzen (wie bei den Auvergnier Krystallen).

## Elektrisches Verhalten der Aragonite.

Topas und Schwerspath haben keine Neigung Zwillingskrystalle zu bilden; dagegen existirt beim Aragonit wohl kein wirklich einfacher Krystall.

Auf den scheinbar einfachen Krystallen von der Form  $\infty P$ ,  $\infty \check{P}\infty$  und  $\check{P}\infty$  ist die elektrische Vertheilung folgende: die brachydiagonalen Seitenkanten und ebenso die sie bildenden Flächen  $\infty P$  sind positiv, und es nimmt die Intensität dieser positiven Elektricität von den brachydiagonalen Seitenkanten nach den von den Flächen  $\infty P$  und  $\infty \check{P}\infty$  gebildeten Kanten hin ab. Die Flächen  $\infty \check{P}\infty$  sind negativ. Die an dem einen ausgebildeten Ende der Hauptaxe befindlichen Flächen  $\check{P}\infty$  sind theils schwach negativ, theils unelektrisch, theils schwach positiv.

Legen sich nun Krystalle dieser Form zu Zwillingen, Drillingen, Vier- und Fünflingen zusammen, so behalten sie, soweit möglich, die zuvor angegebenen Polaritäten. Brachydiagonale Kanten von  $116^\circ$  sind positiv, Stücke der Flächen  $\infty \check{P}\infty$  überall, wo sie auftreten, negativ. Die Kanten von  $128^\circ$ , in welchen zwei Individuen sich zu einem Zwillinge vereinigen, erscheinen je nach den Umständen schwach positiv, unelektrisch oder negativ; die negative Elektricität tritt stets hervor, wenn die Krystalle eine faserige Structur und eine im Verhältniss zur Dicke grosse Höhe oder Länge besitzen. Eben dieses Verhalten zeigen auch die Nähte, in welchen auf einer Seitenfläche des zusammengesetzten Krystalles zwei ebenfalls in Zwillingstellung befindliche Individuen einander berühren. Bei den mehrfach zusammengesetzten Krystallen finden sich gewöhnlich die Flächen  $OP$ ; dieselben sind stets negativ elektrisch. Bei kleinen Krystallen vermag nun die negative Elektricität dieser beiden Endflächen der positiven auf den Seitenflächen das Gleichgewicht zu halten; vergrössern sich die Seitenflächen durch die Verlängerung des Krystalles, so reicht jedoch die negative Elektricität der Endflächen nicht aus, es treten dann auf den Zusammenfügungsstellen der Individuen die zuvor beschriebenen negativen Zo-

nen hervor, und bei noch grösserer Länge dehnt sich die negative Elektrizität der beiden Endflächen  $OP$  selbst über die benachbarten Theile der Seitenflächen aus.

### Elektrisches Verhalten der Bruch- und Durchgangsflächen.

In Betreff des elektrischen Verhaltens der Bruch- und Durchgangsflächen möge die Anführung der beim Topase beobachteten Erscheinungen genügen.

An einem sächsischen Topase sind die beiden gegen die Hauptaxe senkrechten Endflächen  $OP$  positiv. Zersprengen wir den Krystall nach dem mit diesen Flächen  $OP$  parallelen Durchgange in geringem Abstände unter der einen Endfläche, so zeigt die Durchgangsfläche am dünnen Stücke negative, dagegen die Durchgangsfläche am grossen Stücke positive Elektrizität, wenn auch schwächer als die Krystallfläche  $OP$ . Rückt die Stelle, an welcher der Krystall zersprengt wird, näher nach der Mitte, so wird bei einer gewissen Tiefe auch die Durchgangsfläche am grossen Stücke, ebenso wie am kleineren negativ. Die Hälfte eines in der Mitte zersprengten Topases stellt gewissermassen einen hemimorphen Krystall dar, und an den Enden seiner Hauptaxe finden sich auch entgegengesetzte Polaritäten.

Wird ein brasilianischer oder kleinasiatischer Topas, bei welchem die auskrystallisirten Enden der Hauptaxe negativ sind, senkrecht gegen die Hauptaxe zersprengt, so zeigen die Durchgangsflächen entweder wie bei den vorhergehenden Krystallen, überall negative Polarität, oder aber es erscheinen auf den Durchgangsflächen an den Enden der Brachydiagonale positive Stellen, die sich bei manchen Krystallen so weit ausdehnen, dass die ganze Durchgangsfläche positiv erscheint. Ein solches Bruchstück zeigt dann an den Enden seiner Hauptaxe gerade die entgegengesetzte Polarität, wie das entsprechende Bruchstück eines sächsischen Topases.

Wird bei einem Topaskrystalle eine positive brachydiagonale Seitenkante abgeschliffen (abgestumpft), so entsteht auf



dem mittleren Streifen der durch Schleifen<sup>1)</sup> entstandenen Fläche eine negative Zone, während beim Abschleifen der negativen makrodiagonalen Seitenkante der mittlere Streifen der angeschliffenen Fläche negativ bleibt. Schleift man an einem brasilianischen Topase sowohl die brachydiagonalen als auch die makrodiagonalen Seitenkanten so weit ab, dass ein Prisma von quadratischem oder rechteckigem Querschnitte entsteht, dessen vier Seitenkanten noch sehr schmale Reste der ursprünglichen Seitenflächen tragen, so erscheint ein solches Prisma auf den vier Kanten und den nächst anliegenden Theilen der angeschliffenen Flächen positiv, dagegen in dem mittleren Streifen dieser Flächen negativ.

---

**LXI. Ueber die meteorologischen Unterschiede  
der Nordhälfte und Südhälfte der Erde;  
von H. W. Dove.**

(Auszug aus d. Monatsber. der Kön. Akad. d. Wiss. zu Berlin.)

**I**n der im Bericht 1872 p. 367 ergänzten Abhandlung „über die mittlere und absolute Veränderlichkeit der Temperatur der Atmosphäre“ (Abh. der Berl. Akad. 1866 p. 1—104) habe ich schärfer als dies 1838 p. 345 möglich war, zu bestimmen gesucht, innerhalb welcher Grenzen die Temperatur eines bestimmten Zeitabschnittes des Jahres z. B. eines Monats in einer langen Jahresreihe, schwanke. Ich habe *mittlere* Veränderlichkeit genannt das Mittel aus allen in den einzelnen Jahren beobachteten Abweichungen des Monatsmittels von seinem normalen aus vielen Jahrgängen bestimmten Werthe, *absolute* den Unterschied des grössten und kleinsten beobachteten Werthes. Um anschaulich zu machen, in welcher Weise sich die Veränderlichkeit mit der geographischen Lage ändere, habe ich p. 95 und p. 99 die berechneten 83 Stationen in

1) Aehnlich wirkt auch eine Verletzung durch Abbrechen.

geographischen Gruppen in 2 Tafeln zusammengefasst. Dabei stellte sich heraus, dass die mittlere Veränderlichkeit in der gemässigten Zone im Allgemeinen zunehme mit wachsender geographischer Breite und ihr Maximum erreiche an der eigentlichen Grenze des continentalen und Seeklimas, in Europa sich schnell nach West hin vermindere, und im ausgesprochenen Seeklima am Kleinsten sei. Ausserdem trat entschieden hervor, dass an allen Stationen die Veränderlichkeit in den eigentlichen Wintermonaten viel erheblicher sei als in den wärmeren, was in der in den Wintermonaten grösseren Wärmeabnahme mit zunehmender geographischer Breite seine natürliche Erklärung findet, wenn man nämlich die Veränderlichkeit auf die Abwechslung von Aequatorial- und Polarströmen zurückführt, was wohl jetzt allgemein angenommen wird, nachdem ich es durch so viele Thatsachen festgestellt habe.

Alle Stationen, die berechnet wurden, waren auf der nördlichen Erdhälfte gelegen. Es war anzunehmen, dass auf der südlichen Erdhälfte ähnliches sich zeigen werde, dass aber dort die Veränderlichkeit geringer sein werde, weil wegen der auf ihr weit überwiegenden Wassermasse der abgleichende Einfluss des Meeres sich energischer geltend machen müsse.

Das von der südlichen Erdhälfte jetzt vorliegende Beobachtungsmaterial bestätigt diesen quantitativen Unterschied, aber es tritt auch ein qualitativer hervor, den ich (Abh. 1866 p. 104 a.) nur anzudeuten vermochte, und nun jetzt auf seine bedingenden Ursachen zurückzuführen versuchen werde.

Bezeichnet man mit  $W$ ,  $F$ ,  $S$ ,  $H$  die meteorologischen Jahreszeiten der nördlichen Erdhälfte, mit  $W_1$ ,  $F_1$ ,  $S_1$ ,  $H_1$  die der südlichen, ist also

$$W = S_1 = \frac{\text{Dec.} + \text{Jan.} + \text{Febr.}}{3}$$

eine Bezeichnung, welche, wenn sie allgemein eingeführt würde, mögliche Missverständnisse sogleich beseitigen würde, so erhält man, wenn in der ersten Tafel der nebenstehende Exponent die Anzahl der Stationen bezeichnet, aus welcher die Bestimmungen erhalten wurden, in der zweiten Tafel der

Exponent die Anzahl der Jahrgänge, für die mittlere Veränderlichkeit, folgende Zahl in Graden *R*.

## Nördliche Erdhälfte.

	<i>W</i>	<i>F</i>	<i>S</i>	<i>H</i>	Unterschied zw. <i>S</i> u. <i>W</i>
Sibirien und Ural <sup>6</sup>	2.34 <sup>0</sup>	1.57 <sup>0</sup>	1.00 <sup>0</sup>	1.42 <sup>0</sup>	1.34 <sup>0</sup>
Nördliches Europa <sup>5</sup>	2.38	1.47	1.11	1.19	1.27
Inneres Russland <sup>5</sup>	2.47	1.43	1.27	1.29	1.20
Nördl. Deutschland <sup>8</sup>	2.10	1.34	1.01	1.07	1.09
Baltische Länder <sup>5</sup>	1.66	1.12	0.97	0.96	0.69
Südl. Deutschland <sup>9</sup>	1.85	1.31	1.01	1.08	0.84
Schweiz <sup>5</sup>	1.58	1.16	0.94	1.00	0.64
Italien <sup>5</sup>	1.08	0.99	0.80	0.90	0.28
Westl. Europa <sup>5</sup>	1.60	1.13	0.92	0.96	0.68
England <sup>7</sup>	1.13	0.84	0.76	0.91	0.37
Oestl. Amerika <sup>9</sup>	1.44	0.99	0.74	0.91	0.70
Westl. — <sup>1</sup>	1.89	1.42	0.92	1.22	0.97
Inneres — <sup>9</sup>	1.61	0.78	0.63	0.89	0.98
Island <sup>2</sup>	1.48	1.54	1.15	1.11	0.33
Grönland <sup>2</sup>	2.44	1.76	0.83	1.12	1.61

## Südliche Erdhälfte.

	<i>S</i> <sub>1</sub>	<i>H</i> <sub>1</sub>	<i>W</i> <sub>1</sub>	<i>F</i> <sub>1</sub>	Unterschied zw. <i>W</i> <sub>1</sub> u. <i>S</i> <sub>1</sub>
Hobarton <sup>25</sup>	0.93 <sup>0</sup>	0.85 <sup>0</sup>	0.81 <sup>0</sup>	0.86 <sup>0</sup>	— 0.12 <sup>0</sup>
— — <sup>50</sup>	0.83	0.80	0.83	0.86	— 0.00
Cap <sup>29</sup>	0.53	0.45	0.44	0.50	— 0.09
Buenos Ayres 5 <sup>1</sup> / <sub>2</sub>	0.77	0.92	0.68	0.67	— 0.09
Valdivia <sup>12</sup>	1.97	1.83	1.65	1.62	— 0.32
Puerto Monte <sup>7</sup>	0.56	0.52	0.44	0.34	— 0.12

Während also auf der nördlichen Erdhälfte die Temperatur einzelner Winter viel erheblicher sich unterscheidet als die

einzelner Sommer, findet auf der südlichen Erdhälfte gerade das Entgegengesetzte statt, die Wärme der Sommer ist dort in einzelnen Jahren verschiedener als die der Winter.

In der elliptischen Bahn der Erde um die Sonne steht sie in unserm Winter der Sonne näher als in unserm Sommer. In jener Zeit ist also auf der südlichen Erdhälfte die Insolation erheblicher als in dieser, daher der Unterschied des Gefühles, wenn man aus dem Schatten in die Sonne tritt, viel bedeutender als bei uns, ein Unterschied der nördlichen und südlichen Erdhälfte, der auch dem gewöhnlichsten Auswanderer auffällt, wenn er, seine europäische Heimath verlassend, sich in Australien oder Neu-Seeland ansiedelt. In einer in dem 17. Bande der Zeitschrift für allgemeine Erdkunde p. 481 erschienenen Abhandlung „über die Insolation auf der südlichen Erdhälfte“, habe ich 1864 diesen Unterschied näher zu bestimmen versucht, John Herschel hat aber, so viel ich weiss, zuerst auf diese Erscheinung überhaupt aufmerksam gemacht. Er beobachtete am Cap die hohe Temperatur  $56^{\circ}$  R. an der Bodenoberfläche.

Der Aequatorialstrom ruft im Allgemeinen Bedeckung des Himmels hervor, der Polarstrom Aufheiterung, weil die Dampfcapacität der Luft bei jenem im Fortströmen sich vermindert, bei diesem sich erhöht. Ueberwiegend bedeckter Himmel erzeugt daher bei uns milde Winter und kühle Sommer, überwiegend heiterer heisse Sommer und kalte Winter. Ist nun auf der südlichen Erdhälfte der Unterschied der Einwirkung eines bedeckten Himmels bei der Sonnennähe im Sommer sehr bedeutend, so kann er so gross werden, dass Sommer mit überwiegend bedecktem Himmel sich von Sommern mit überwiegend heiterm, stärker von einander unterscheiden als dies im Winter bei gleichen Bedeckungsunterschieden, bei der dann weiter abstehenden Sonne der Fall ist, wodurch der in den obern Tafeln sich aussprechende Unterschied beider Erdhälften seine Erklärung fände, indem auf der Nordhälfte die im Winter stärkere Abnahme der Wärme mit zunehmender geographischer Breite für die Wärmeunterschiede der Polar- und Aequatorialströme das vorzugsweise bestimmende Moment bleibt, welches andere Ursachen zwar modificiren können, aber

nur in seltenen Fällen in das Gegentheil umzukehren vermögen.

Mit der hier betrachteten Erscheinung hängt ein anderer Unterschied beider Erdhälften zusammen, auf den man, so viel ich weiss, noch nie aufmerksam gemacht hat. Berechnet man für die einzelnen Jahreszeiten eine thermische Windrose, wie ich es 1827 für Paris gethan habe (Pogg. Ann. 11 p. 576); so findet man, dass der Unterschied der Temperatur des kältesten und wärmsten Punktes der Windrose im Winter grösser ist als im Sommer. In Paris betrug derselbe (p. 589) in den 4 Jahreszeiten W. F. S. H.  $5^{\circ}.57$ ,  $2^{\circ}.70$ ,  $3^{\circ}.07$  und  $4^{\circ}$  C. Das für Paris Gefundene wurde von mir bestätigt für London (Pogg. Ann. 23, p. 62) und für Chiswick sowohl für die Wärme eines beschatteten, als der Insolation und Strahlung frei ausgesetzten Thermometern (Abh. d. Berl. Akad. 1848 p. 235). Für jenes war nämlich der Unterschied des wärmsten Windes vom kältesten im Winter  $10^{\circ}.42$ , F. im Sommer  $5^{\circ}.13$ , für dieses im Winter  $10^{\circ}.64$ , im Sommer  $6^{\circ}.05$ . Die numerische Bestätigung für die von Andern seither vielfach berechneten thermischen Windrosen anzuführen, würde zu weitläufig sein.

Auf der südlichen Erdhälfte besitzen wir eine einzige thermische Windrose, die von Melbourne<sup>1)</sup>.

Dort findet sich in Fahrh. Gr.:

	$S_1$	$H_1$	$W_1$	$F_1$	Unterschied
Wärmst. Punkt d. Windrose	$74^{\circ}.53$	$61^{\circ}.35$	$50^{\circ}.64$	$62^{\circ}.01$	$23^{\circ}.89$
Kältester — d. Windrose	$63^{\circ}.66$	$55^{\circ}.93$	$46^{\circ}.36$	$53^{\circ}.78$	$14^{\circ}.30$

Die auffallende Grösse des Wärmeunterschiedes der Winde im Sommer, das Uebertreffen desselben über den im Winter, entgegengesetzt den auf der nördlichen Erdhälfte ohne sehr locale Einflüsse hervortretenden Erscheinungen, kann nur der

1) Neumayer discussion of the meteorological and magnetical observations made at the Flagstaff Observatory. Melbourne 1867.

auf der südlichen Erdhälfte gesteigerten Insolation zugeschrieben werden. Es wäre sehr wünschenswerth, durch Vergleichung einer andern thermischen Windrose der Südhälfte der Erde sich überzeugen zu können, dass das in Australien so auffallend sich zeigende Phänomen auch an anderen Stellen der subtropischen und gemässigten Zone, wenn auch in schwächerem Grade, hervortritt.

Es sind vorzugsweise drei Unterschiede der südlichen und nördlichen Erdhälfte, welche in den meteorologischen Erscheinungen sich als bedingende Ursachen geltend machen, deren Sonderung erfordert wird, um sich Rechenschaft zu geben von den erheblichen Differenzen, welche durch ihr Zusammenwirken in den klimatischen Verhältnissen beider Erdhälften hervorgerufen werden.

Diese Unterschiede sind:

1. Die zu der beiden gemeinsamen Drehungsrichtung entgegengesetzte Lage der kalten, gemässigten und heissen Zone.

2. Die überwiegende Wasserbedeckung der südlichen Erdhälfte verglichen mit der nördlichen, auf welcher continentale Massen sich in viel grösserem Maasse über die flüssige Bedeckung erheben.

3. Der wegen der elliptischen Erdbahn in gleichbezeichneten Jahreszeiten ungleiche Abstand von der Sonne.

Von der ersten Ursache hängen ab:

- a) Die Richtung des untern Passats,  
NO auf der nördlichen, SO auf der südlichen Erdhälfte.
- b) Die Richtung des obern Passats,  
SW auf der nördlichen, NW auf der südlichen Erdhälfte.
- c) Die Richtung des Monsoons,  
SW auf der nördlichen, NW auf der südlichen Erdhälfte.
- d) Die in dem Drehungsgesetz sich aussprechende Veränderung der Windesrichtung,  
N. O. S. W. auf der nördlichen, N. W. S. O. auf der südlichen.
- e) die Drehung der Wirbelstürme,  
S. O. N. W. auf der nördlichen, S. W. N. O. auf der südlichen.

Durch die zweite Ursache werden folgende Erscheinungen bedingt:

a) Die Temperaturverhältnisse der südlichen Erdhälfte zeigen überwiegend die dem Seeklima eigenthümlichen Erscheinungen: kühle Sommer und milde Winter, die der nördlichen hingegen heisse Sommer und kalte Winter. Bildet man daher die gleichzeitigen Summen, so wird die des kalten Winters der nördlichen plus dem kühlen Sommer der südlichen nothwendig kleiner als die des heissen Sommers der nördlichen plus dem milden Winter der südlichen, woraus sich unmittelbar ergibt, dass die Temperatur der ganzen Atmosphäre der Erde nicht, wie man früher glaubte, in der jährlichen Periode unveränderlich ist, sondern eine erhebliche periodische Veränderung zeigt, deren Grösse ich in den Abh. der Berl. Akademie 1846 p. 241 zu bestimmen gesucht habe.

b) Die mittlere und absolute Veränderlichkeit ist grösser auf der nördlichen Erdhälfte, als auf der südlichen.

c) Isothermen und Isanomalien sind stärker gekrümmt auf jener als auf dieser.

Aus der besonderen Vertheilung der festen Massen folgt ferner:

d) Die Krümmung der Isothermen nimmt auf der nördlichen Erdhälfte ab mit Annäherung an den Aequator, auf der südlichen Erdhälfte zu.

e) Die Bedeutung der geographischen Länge ist wegen Zurücktreten des Gegensatzes einer festen und flüssigen Grundfläche unerheblicher auf der südlichen Erdhälfte als auf der nördlichen. Barometrische Auflockerungsgebiete neben Gebieten, wo eine solche Auflockerung nicht stattfindet, sind daher auf der südlichen Erdhälfte nicht von der Ausdehnung als auf der nördlichen. Alle derartige Erscheinungen treten auf der südlichen Erdhälfte mehr in bandartigen die ganze Erde umfassenden Streifen hervor, weil bei Wegfallen des Gegensatzes einer festen und flüssigen Grundfläche unter verschiedenen geographischen Längen nur der Einfluss der geographischen Breite sich geltend machen kann. Welches derselbe sei, wird sich schärfer beurtheilen lassen, wenn die bei dem zu erwartenden Venusdurchgang anzustellenden Beobachtungen

eine umfassendere Einsicht in die Phänomene höherer Breiten gestatten werden, da bis jetzt nur für die dem Cap Horn benachbarten Gegenden das Beobachtungsmaterial als ein den Anforderungen annähernd genügendes bezeichnet werden kann.

Die Wirkungen der dritten Ursache treten in folgenden Erscheinungen hervor.

a) Im Sommer der südlichen Erdhälfte ist die Insolation viel erheblicher als im Sommer der nördlichen.

b) Der Wärmeunterschied des wärmsten und kältesten Windes ist auf der südlichen Erdhälfte grösser im dortigen Sommer als im dortigen Winter, gerade umgekehrt wie auf der nördlichen Erdhälfte, wo im Winter dieser Unterschied erheblich grösser als im Sommer.

c) Die Winter der nördlichen Erdhälfte unterscheiden sich in einzelnen Jahrgängen stärker unter einander als die Sommer, auf der südlichen Erdhälfte hingegen die Sommer mehr als die Winter.

---

**LXII. Vorläufige Mittheilung über eine Untersuchung der Fortpflanzung des Schalls durch die Atmosphäre; von John Tyndall.<sup>1)</sup>**

**D**iese Mittheilung enthält die wissenschaftlichen Resultate einer Untersuchung über Nebelsignale, welche auf Veranlassung der „Elder Brethren of the Trinity House“ ausgeführt und unter ihrer gütigen Mitwirkung der Royal Society vorgelegt wurde.

Die Beobachtungen wurden den 19. Mai 1873 begonnen und bis zum 4. Juli fortgesetzt, den 8. October wieder aufgenommen und mit Ausgang November beendigt.

Gongs und Glocken wurden bei der Untersuchung ausgeschlossen, da es bekannt ist, dass sie anderen Signal-Instrumenten nachstehen. Angestellt wurden die Versuche mit Trompeten, die durch stark comprimirte Luft geblasen wur-

1) Nach einem von dem Herrn Verfasser eingesandten Fahnenabdruck aus dem Englischen übersetzt.



den, mit Dampfpfeifen, Kanonen und einer Dampfsirene, die mit einem 16 Fuss langen Schalltrichter verbunden war.

Das Horn oder die Trompete von Daboll wird von Schriftstellern über Nebelsignale sehr gerühmt, ein derartiger Apparat dritter Classe soll seinen Ton 7 bis 9 (engl.) Meilen<sup>1)</sup> gegen den Wind und 12 bis 14 Meilen mit dem Wind senden. Daboll's Erfindung ist von Holmes verbessert; wir gebrauchten daher 2 Instrumente des Letzteren, aber nicht von der dritten, sondern von der ersten Classe. Am 19. Mai erwiesen sie sich auf eine Entfernung von 3 Meilen als unbrauchbar zum Nebelsignal. Während sie am Felsenufer (*Foreland*) bei Dover geblasen wurden, blieben sie auf dem 4 Meilen entfernten Dampfer, selbst wenn die Maschine still stand und an Bord Alles ruhig war, vollkommen ungehört. Die Pfeifen hatten sich schon in einer Entfernung von 2 Meilen vom Ufer als unbrauchbar gezeigt. Die 12-Uhr Kanone, die mit einer Ladung von einem Pfund aus Drop Fort in Dover abgefeuert wird, war am selben Tage noch gut vernehmbar, wenn die Hörner und Pfeifen nicht mehr gehört wurden.

Am 20. Mai hatte die Durchlässigkeit der Atmosphäre etwas zugenommen; doch konnte die Dampfpfeife nicht 3 Meilen weit durchdringen. Auf 4 Meilen wurden die Hörner bei vollkommener Stille an Bord kaum gehört. Bei sorgfältigem Anblasen gingen die Hornsignale allerdings bis auf 6 Meilen weit. Der Vorzug des schon von Trinity House zu Nebelsignalen benutzten 18-Pfünders vor Hörnern und Pfeifen zeigte sich an diesem Tage so entscheidend, dass sich ihre Anwendung unter Ausschluss aller anderen Signale dringend empfiehlt.

Der 2. Juni war den Trompeten und Hörnern nicht günstiger; die letzteren wurden auf 3, bisweilen selbst auf 2 Meilen kaum noch gehört; war alles ruhig an Bord, so hörte man sie später bis zu 6 Meilen, jedoch nur in Folge eines verbesserten Zustandes der Atmosphäre — wenig ermutigende Resultate an diesen vielgerühmten Instrumenten.

Am 3. Juni änderte sich die Atmosphäre, sie war oben mit

1) Unter Meilen werden hier überall englische Meilen verstanden.

schwarzen drohenden Wolken erfüllt; nichts destoweniger wurde der Schall über 9 Meilen weit gut gehört. Auch am 10. Juni war die Luft für den Schall sehr durchlässig, die Hörweite betrug mehr als  $8\frac{3}{4}$  Meilen. Die Schwächung des Schalles kurz vor dem Eintritt in den akustischen Schatten an der Landseite des Felsenufers von Dover war an diesem Tage plötzlich und ungewöhnlich stark sowohl für Hörner wie für Kanonen. Am 3. Juni waren wir bereits darauf aufmerksam geworden, dass der Vorrang der Kanone im einen Fall keineswegs auf alle Fälle zu schliessen berechtigt. Die nämliche Kanone, welche am 20. die Hörner so weit übertroffen hatte, war ihnen an diesem Tage gleich. Der 11. Juni wurde benutzt, die Thatsachen über das Abnehmen des Schalles im Ost und West des Felsenufers weiter festzustellen; diese Abnahme ist theils durch die Divergenz der Wellen im Schallschatten, theils durch Interferenz bedingt.

Am 25. Juni liess die Atmosphäre akustisch sehr viel zu wünschen übrig. Der Schall erreichte eine Maximaldistanz von  $6\frac{1}{2}$  Meilen, auf der Rückkehr war er aber bei 4 Meilen sehr schwach. An diesem Tage verloren die Kanonen noch weiter ihren Vorrang; bei  $5\frac{1}{2}$  Meilen Entfernung standen sie den Hörnern nach. In Dover Pier, wohin am 11. kein Schall gedrungen war, wurde er erst am 25. gegen Tagesschluss vernommen. So wechsellvoll zeigte sich nachgerade das Verhalten der Atmosphäre; später fanden wir selbst an einem einzelnen Tage, ja sogar während einer Minute wesentliche Verschiedenheiten.

Der 26. Juni war ein weit besserer Tag, als sein Vorgänger. Die Hörweite betrug über  $9\frac{1}{2}$  Meilen. Die Richtung des Windes war dem Schall an diesem Tage weniger günstig als am vorhergehenden; es muss also noch etwas anderes als der Wind eine wichtige Rolle bei der Fortpflanzung des Schalles spielen.

Am 1. Juli stellten wir Versuche mit einem rotirenden Horn an, und hörten sein directes d. h. axiales Blasen, das sich als das stärkste erwies, bis auf eine Entfernung von  $10\frac{1}{2}$  Meilen. Der Schall wurde auch auf dem Leuchtschiff  $12\frac{3}{4}$  Meilen vom Ufer (*Foreland*) gehört. Die Luft war

akustisch durchlässiger geworden, nicht aber optisch, denn dichter Dunst verhüllte die weissen Klippen des Foreland; an Tagen von weit grösserer optischer Reinheit war der Schall nicht bis zu einem Drittel der an diesem Tage erreichten Entfernung gelangt. Nach solchen Erfahrungen muss jeder Versuch, die optische Transparenz zum Maass der akustischen zu machen, als verfehlt angesehen werden. Am 1. Juli wurde eine 12-zöllige amerikanische Pfeife, von der wir viel Vortheilhaftes gehört, an Stelle einer 12-zölligen englischen versucht; aber beide standen den Hörnern nach. Ein Intervall von 12 Stunden genügte, um die akustisch reine Atmosphäre in eine akustisch trübe zu verwandeln; denn am 2. Juli konnte der Schall der Hörner, selbst bei Ruhe der Maschine und Stille an Bord nicht weiter als 4 Meilen dringen.

So machte uns jeder folgende Tag mit einer ganz neuen Atmosphäre bekannt; und Schlüsse, auf Versuche eines Tages gegründet, wurden durch den folgenden Tag wieder umgestossen. Es zeigte sich dies besonders am 3. Juli, wo die akustische Undurchlässigkeit noch grösser, die optische Reinheit aber vollkommen war. Die Klippen des Foreland konnten zehnmal weiter gesehen werden als am 1., während der Schall auf ein Sechstel der Entfernung abgeschnitten war. Um 2 Uhr Nachmittags konnten weder Kanonen noch Trompeten die durchsichtige Luft bis auf eine Entfernung von 3, ja kaum 2 Meilen durchdringen. Diese starke akustische Dunkelheit der Luft rührte offenbar her von unregelmässiger Beimischung des durch eine kräftige Sonne erzeugten Wasserdampfes. Dieser Dampf bildete, obgleich durchsichtig, eine *akustische Wolke*, von der die Schallwellen zurückgeworfen werden, wie dies mit den Lichtwellen an einer gewöhnlichen Wolke der Fall ist. Die auf solche Weise zurückgeworfenen Wellen erzeugten Echos von aussergewöhnlicher Stärke und Dauer. Ich möchte bemerken, dass hier zum ersten Mal nachgewiesen ist, dass hörbare Echos von einer optisch durchsichtigen Atmosphäre reflectirt werden. Mit dem Sinken der Sonne liess die Bildung von Wasserdämpfen nach und die Durchlässigkeit der Atmosphäre nahm zu, so dass um 7 Uhr Abends in einer Entfernung von 2 Meilen vom Ufer die In-

tensität des Schalles wenigstens 36 Mal so gross war als um 2 Uhr Nachmittags.

Am 8. October wurden die Beobachtungen wieder aufgenommen; eine Dampfsirene und eine canadische Pfeife von grosser Kraft wurde der Reihe der Instrumente hinzugefügt. In einem Dampfkessel war der Druck bis auf 70 Pfund auf den Quadratzoll erhöht worden; wurde ein Hahn geöffnet, so trat der Dampf mit Gewalt in einem continuirlichen Strom aus, den die Sirene in eine Reihe intensiver Stösse verwandelte, indem eine Scheibe mit 12 radialen Schlitzzen vor einer eben solchen feststehenden Scheibe rotirte. Fielen die Schlitzze zusammen, so entstand ein Stoss, fielen sie nicht zusammen, so war der Dampfstrom unterbrochen. Jeder Stoss erzeugte bei diesem hohen Druck eine Schallwelle von grosser Intensität; und die auf einander folgenden Wellen verbanden sich zu einem musikalischen Ton, so intensiv, dass er sich am besten als eine continuirliche Explosion beschreiben lässt.

In der ersten Hälfte des 8. October war die optische Durchsichtigkeit der Luft sehr gross; ihre akustische dagegen gering. Schwere Wolken zogen dann auf und ergossen sich in einem Regen- und Hagelschauer von tropischer Heftigkeit. Statt durch dies furchtbare Unwetter geschwächt zu werden, wurden die Töne verstärkt; und nach dem Donner, der die lokalen Geräusche übertönte, wurde der Schall auf eine Entfernung von  $7\frac{1}{2}$  Meilen lauter gehört, als vorher durch die regenlose Atmosphäre auf 5 Meilen. Bei einer Entfernung von 5 Meilen wäre demnach die Intensität des Schalles durch den Regen wenigstens verdoppelt worden — ein Resultat, das vollständig allen früheren Behauptungen widerspricht; und offenbar eine Folge der Beseitigung des für die Verbreitung des Schalles so nachtheiligen Wasserdampfes durch Condensation. An diesem Tag wurde eine Beziehung zwischen der Höhe eines Tones und seinem Durchdringungsvermögen festgestellt; erzeugte die Sirene 480 Wellen in einer Secunde, so war ihr Schall etwas schwächer, als der der Hörner, erzeugte sie dagegen 400 Wellen in der Secunde, so war er merklich stärker. Die grösste Hörweite betrug am 8. Oct. 9, am 9., an dem die Durchlässigkeit abgenommen,  $7\frac{1}{2}$  Meilen. An diesen beiden Tagen zeigte

sich die Sirene den Hörnern und in einzelnen Fällen auch den Kanonen überlegen.

Am 10. und 11., wo der Wind unsern Dampfer gezwungen hatte einen Sicherheitsort aufzusuchen, stellten wir am Lande Beobachtungen an. Die Dauer der Luftechos betrug für die Sirene und Kanone 9 Secunden, für die Hörner 6 Secunden, ändert sich aber von einem Tage zum andern. Wir suchten den Einfluss des heftigen Windes schätzungsweise zu bestimmen und fanden, dass der Schall der Kanone uns in zwei Fällen nicht mehr auf einer Entfernung von 550 Yards gegen den Wind erreichte, während der Schall der Sirene zu gleicher Zeit zu einer durchdringenden Stärke anstieg. Mit dem Winde hörten wir die Kanone auf 5 mal so grosse Entfernung und würden sie sicher noch 15 mal weiter gehört haben als gegen den Wind. Das Momentane des Kanonenschalles macht es möglich, dass er unter Umständen durch einen einzigen Windstoss vernichtet wird; tiefe Töne leiden überhaupt, seien sie momentan oder nicht, mehr unter einem entgegengesetzten Wind, als hohe. Am 13. zeigte sich abermals, wie ein heftiger Regen unfähig ist, einen Schall zu vernichten.

Am 14. betrug die grösste Hörweite 10 Meilen; die Atmosphäre bewahrte jedoch nicht diese Durchlässigkeit. Der Tag war von äusserster optischer Klarheit, die akustische Klarheit nahm jedoch ab, je höher die Sonne stieg. Es zeigte sich, dass, wenn wir die Tonhöhe der canadischen Pfeife erniedrigten, ihr Schall, der vorher unhörbar war, plötzlich vernehmbar wurde. Der Tag war also zuerst dem Durchgange langer Schallwellen günstig, nach drei Stunden hatte sich das Verhältniss jedoch umgekehrt, die hohen Töne der Sirene wurden gehört, Kanone und Horn aber nicht. Doch auch dieser Zustand war nicht von Dauer, so schnell und überraschend ist der Wechsel in der Atmosphäre. Bei einer Entfernung von 5 Meilen reducirte die Veränderung der Undurchlässigkeit die Intensität des Schalles auf die Hälfte von der um 11<sup>1</sup>/<sub>2</sub> Uhr Vormittags beobachteten. Dabei hatte der Wind dieselbe Intensität und Richtung beibehalten. All diese Mannigfaltigkeit erklärt sich nach der am 3. Juli gemachten Beobachtung, Poggendorf's Ann. Jubelband.

welche die complicirten Erscheinungen auf ein einheitliches Princip zurückführt.

Den 15. October verbrachten wir in Dungeness mit Untersuchung der Tragweite des Daboll'schen Hornes. Es ist ein schönes Instrument und wurde geschickt von seinem Erfinder gehandhabt. Dennoch würde es äusserst günstige atmosphärische Verhältnisse erfordern, um damit einen Dampfer zu warnen, ehe er der Küste gefährlich nahe gekommen ist. Die Richtung, nach der die Luftechos reflectirt werden, ergab sich an diesem Tag deutlich; es ist stets die Richtung des Hornes.

Der 16. war ein Tag von besonderer optischer Klarheit, aber von grosser akustischer Dunkelheit. Die äusserste Schallgrenze betrug nur 5 Meilen. An diesem Tage zeigte sich deutlich die Ueberlegenheit der Sirene über Haubitze und Pfeifen. Bei Thätigkeit der Maschine war sie auf dem Dampfer nur  $3\frac{1}{2}$  Meilen, die Kanone nur  $2\frac{1}{2}$  Meilen weit hörbar. Ohne dass ein Gegenstand in Sicht war, der ein Echo geben konnte, waren die Luftechos, die aus Süden kamen, in einer Entfernung von 2 Meilen von der Küste deutlich und lang anhaltend. Nahe an der Basis der Uferklippen bestimmten wir ihre Dauer und fanden sie zu 11 Secunden; für die beste Pfeife betrug sie nur 6 Secunden. An diesem Tage wurden drei zugleich ertönende Pfeifen mit der Sirene verglichen; sie standen ihr nach.

Am 17. wurden 4 Hörner mit der Sirene verglichen, auch diese blieben hinter ihr zurück. Dieser Tag zeigte von unseren Beobachtungstagen die grösste akustische Transparenz; der Schall der Sirene erreichte eine Maximalentfernung von 15 Meilen, der der Kanone von mehr als 16 Meilen. Die Echos dauerten an diesem Tage länger als bei irgend einer anderen Gelegenheit, nämlich 15 Secunden; ihre Dauer gab die atmosphärische Tiefe an, aus der sie kamen.

Am 18. October ergab sich, obgleich die Versuche nicht auf die Bestimmung der Durchlässigkeit der Luft gerichtet wurden, dass dieselbe sehr gross sei. Von 10 bis  $10\frac{1}{2}$  Uhr Vormittags hörten wir Alle deutlich, während wir 3 Meilen vom Ufer auf das Blasen der Sirene warteten, wiederholtes Knallen, welches wir für Tirailleurfeuer der Truppen hielten.

Später erfuhren wir, dass es die Schiessübungen waren an der Kingsdown-Küste,  $5\frac{1}{2}$  Meilen entfernt. Am 3. Juli, der in optischer Hinsicht weit vollkommener war, wurde der 18-Pfünder, die Haubitze und ein Mörser nicht mehr in der halben Entfernung gehört. Der 18-Pfünder wurde wesentlich zur Bestimmung des Einflusses von Druck und Tonhöhe auf den Sirenenschall benutzt. Mit Berücksichtigung der atmosphärischen Veränderungen glaube ich, dass die Sirene, die 400 bis 480 Wellen in einer Secunde erzeugt, am besten den atmosphärischen Verhältnissen entspricht. Den Druck änderten wir von 40 bis 80 Pfund auf den Quadrat-zoll. Wenn auch die Intensität nicht proportional mit dem Druck zu wachsen schien, so gab doch der grösste Druck den stärksten und durchdringendsten Schall.

Der 20. war regnerisch und sehr windig. Auf eine Entfernung von  $5\frac{1}{2}$  Meilen blieb die Sirene durch das Lärmen der See und der Räder hörbar. Bei schlechtem Wetter, wenn lokale Geräusche mit in's Spiel kommen, übertrifft die Sirene bei weitem alle übrigen Instrumente. Bei verschiedenen Versuchen an diesem Tage erwies sie ihre Ueberlegenheit über Kanone und Horn.

Am 21. wehte es stark und die See ging hoch. Der Klang der Hörner wurde beim Arbeiten der Räder in 4 Meilen Entfernung nicht mehr gehört, während die Sirene bis auf  $6\frac{1}{2}$  Meilen noch brauchbar war. Die Kanone wurde an diesem Tage vollständig geschlagen. Ihre Schüsse wurden gesehen, der Schall aber nicht mehr vernommen, selbst wenn man die Sirene noch deutlich hörte. Ein heftiger Regen vermochte nicht die Kraft der Sirene zu dämpfen. Auch mit den Pfeifen wurden Versuche angestellt, sie zeigten sich aber weit schwächer als die Sirene.

Am 22. stürmte es und die „Galatea“ verliess uns. Wir stellten Beobachtungen am Lande an über Einfluss von Wind und lokalen Geräuschen. Unter dem Schuppen der Küsten-Wachtstation zu Cornhill hörten wir die Kanonenschläge, welche ausserhalb des Schuppens unhörbar waren; in demselben hatte die Kraft der Hörner und der Sirene gleichfalls zu-

genommen, doch wurden sie auch ausserhalb gehört. Wie gewöhnlich war der Schall für gleiche Entfernungen in der Richtung des Windes viel kräftiger als ihm entgegen. Die Echos von der wolkenlosen Luft waren an diesem Tage sehr schön.

Am 23. wurden bei Abwesenheit des Dampfers diese Beobachtungen fortgesetzt. Die Dämpfung des Kanonendonners gegen den Wind zeigte sich sehr deutlich; mit dem Winde wurde jeder Schall, auch der Kanonendonner, weiter getragen. Dass Gewittersturm und Regenschauer den Schall verstärkten, wurde von den Beobachtern vor wie unter dem Winde gefunden. Rückwärts von der Sirene wurde dieselbe an diesem Tage etwa eine Meile weit vernommen; rechtwinklich zur Axe und gegen den Wind etwa eben so weit, mit dem Winde dagegen  $7\frac{1}{3}$  Meile.

Am 24. wurden die Beobachtungen zu Wasser auf dem Dampfschleppschiff „Palmerston“ angestellt; auch diesmal übertraf die Sirene Kanone und Hörner; die grösste Hörweite betrug  $7\frac{3}{4}$  Meilen. Der Wind war aus WSW in SO und dann in O übergegangen; daher wurde die Sirene jetzt in den Strassen von Dover laut gehört.

Am 27. blies der Wind aus ONO; der Schall der Sirene war in Dover überall hörbar und übertönte das Sausen des Windes und alle anderen Geräusche. Er ist bis auf eine Entfernung von 6 Meilen von der Küste auf der Strasse nach Folkestone wahrgenommen worden und wäre zweifelsohne auch noch in grösserer Entfernung beobachtet worden, hätten die Versuche länger gedauert. Auf dem Wasser und in ihrer Richtung wurde allein die Sirene bei Sturm und hoher See 6 Meilen weit gehört. Auf 5 Meilen hörte man sie durch das Geräusch der Dampfschiffräder hindurch.

Am 28. wurden weitere Versuche über den Einfluss der Tonhöhe angestellt. Mit 480 Wellen in der Secunde gab die Sirene eine grössere Wirkung als mit nur 300. Die grösste Hörweite betrug an diesem Tage in der Axenrichtung  $7\frac{1}{2}$  Meilen.

Der 29. October war ein besonders klarer Tag in optischer, nicht aber in akustischer Beziehung. Die Kanone hatte



darunter am meisten zu leiden. Zuerst wurde sie auf eine Entfernung von 5 Meilen kaum gehört, später weder bei  $5\frac{1}{2}$  noch  $4\frac{1}{2}$  noch  $2\frac{1}{2}$  Meilen, während die Sirene bei derselben Entfernung deutlich vernommen ward. Die Sonne schien hell. Von ihrer zunehmenden Kraft rührte ohne Zweifel die Schwächung des Kanonendonners her. In der Folge wurde die Sirene auf  $3\frac{1}{2}$  Meilen kaum noch gehört; die Kanone nicht mehr auf  $2\frac{3}{4}$  Meilen. Auf dem Lande drangen Sirene und Hörner windwärts 2 bis  $2\frac{1}{2}$  Meilen, unter dem Winde bis 7 Meilen weit; im Rücken der Instrumente wurden sie bis zu 5 Meilen, d. h. 5 Mal so weit als am 23. October gehört.

Der 30. October bewies von Neuem, wie unrichtig die Anschauung ist, dass optische und akustische Durchlässigkeit der Luft Hand in Hand gehen; der Tag war sehr dunstig, die weissen Uferklippen waren auf weiteren Entfernungen vollständig verhüllt. Dennoch erreichte der Schall der Kanone und der Sirene das Leuchtschiff in einer Entfernung von  $11\frac{1}{2}$  Meilen. Die Sirene wurde durch das Geräusch der Räder hindurch bis zu  $9\frac{1}{4}$  Meilen gehört, während sie bei  $8\frac{1}{2}$  M. schon als Signal hätte dienen können; die Hörner bei einer Entfernung von  $6\frac{1}{4}$  Meilen. — Alles bei ruhiger Luft. Später, bei einem Winde aus NNW wurde kein Schall mehr auf  $6\frac{1}{2}$  Meilen gehört. Auf dem Lande ward die Sirene gegen den Wind nur 3 Meilen NO von der Küste, mit dem Winde 8 Meilen weit bei Folkestone Pier gehört. Kanone und Hörner erreichten dagegen Folkestone nicht mehr.

Der 31. October war durch Wind, Regen, bewegte See und grosse akustische Dunkelheit charakterisirt. Kanone und Hörner wurden auf 3 Meilen nicht mehr gehört, die Sirene bei derselben Entfernung jedoch deutlich vernommen; später drang ihr Ton mit grosser Kraft durch einen heftigen Regenschauer. Um das Urtheil desselben Beobachters auf beiden Seiten des Foreland zu erhalten, übertrug ich, in Abwesenheit unseres Dampfers, der uns seiner Sicherheit wegen verlassen, die Beobachtungen Hrn. Douglass. Er hörte die Sirene mit derselben Intensität auf 2 Meilen nach der Seite von Dover wie auf 6 Meilen nach der Seite von Sandwich.

Jetzt wurden Einrichtungen getroffen, die Sirene in jede beliebige Stellung zu bringen; wir konnten unsere Versuche deswegen erst am 21. Nov. fortsetzen. Wenn Kanone oder Sirene zu Nebelsignalen benutzt werden sollen, müssen sie häufig auf einem Kreisbogen von  $180^{\circ}$  wirken; es war daher wünschenswerth, mit grösserer Genauigkeit zu wissen, wie der Schall durch die *Richtung* der Kanone oder Sirene beeinflusst wird.

Die Kanone wurde zunächst auf uns zu gerichtet und abgefeuert, dann um einen rechten Winkel gedreht und wieder abgefeuert. Es zeigte sich ein kleiner, immerhin aber merklicher Unterschied. Ein ähnlicher Versuch wurde mit der Sirene angestellt; war ihre Richtung senkrecht zu der Richtung auf uns, so zeigte sich eine bedeutende Abnahme der Schallintensität. Dies war zu erwarten, da der mit der Sirene verbundene Schalltrichter gerade dazu dienen sollte, den Schall aufzufangen und nach einer bestimmten Richtung zu senden, während nichts derartiges bei der Kanone mitwirkt. Die hier erwähnten Versuche wurden vollständig durch andere vom 22. und 23. November bestätigt.

An diesen beiden Tagen feuerte die Galatea ihre Kanonen windwärts und leewwärts. Die Luftechos waren im letzteren Falle lauter und länger als im ersteren. Der Versuch wurde öfters wiederholt und stets mit demselben Erfolg.

Im Angesicht der Wachtstation von Cornhill und nur  $1\frac{1}{4}$  Meile vom Foreland nahm die Kraft der Sirene, obgleich sie auf uns gerichtet war, plötzlich und wesentlich ab. Bevor wir Dover Pier erreichten, wurde sie unhörbar. Der Wind blies der Schallrichtung entgegen; dies konnte aber, obgleich es zur Wirkung beitrug, dieselbe nicht vollkommen erklären; auch die Nähe des Schallschattens konnte nicht alleinige Ursache sein. Als weitere Ursache muss vielmehr noch eine akustisch nebelige, wenn auch optisch klare Atmosphäre angenommen werden. Dieser Versuch zeigt deutlich, dass es atmosphärische und lokale Verhältnisse gibt, die, wenn sie sich vereinen, unsere kräftigsten Instrumente verhindern, auch nur entfernt den Ansprüchen zu genügen, die an Nebelsignale gestellt werden.

Am 24. November wurde der Schall der Sirene, die gegen den Wind gerichtet war, in gleichen Entfernungen vor und hinter dem Instrument verglichen; er war hinter dem Wind und im Rücken lauter als vor dem Winde und vorne. Es ist also zweckmässig, an windigen Tagen das Instrument gegen den Wind zu richten. Nun wurden die Pfeifen mit der Sirene ohne Schalltrichter verglichen; die canadische und die 8zölligen Pfeifen waren am effectvollsten, die Sirene ohne Schalltrichter wurde aber ebenso gut gehört. In Hinsicht der Undurchlässigkeit wetteiferte der 25. November mit dem 3. Juli; die Kanone wurde auf  $2\frac{1}{2}$  Meilen nur als schwaches Krachen, auf 2,8 M. aber nicht mehr gehört.

Diese Untersuchung hat uns eine Kenntniss der Beziehung der Atmosphäre zum Schall gegeben, von der man früher nichts wusste. Während man die Geschwindigkeit des Schalles genau und wiederholt untersucht hat, ist meines Wissens seit der berühmten Abhandlung Dr. Derham's in den Phil. Trans. von 1708 irgend eine systematische Untersuchung über die Ursachen, welche die Intensität des Schalls in der Atmosphäre beeinflussen, nicht angestellt worden. Die Resultate von Derham, obgleich zu einer Zeit gefunden, wo die Mittel zur Untersuchung noch sehr mangelhaft waren, scheinen als unzweifelhafte Wahrheit von allen späteren Schriftstellern angenommen zu sein; dies beruht, wie ich glaube, zum Theil auf der aprioristischen Wahrscheinlichkeit seiner Schlüsse.

So sagt Dr. Robinson, offenbar auf Derham sich stützend: „Nebel ist ein mächtiger Dämpfer des Schalls“, und gab dafür einen physikalischen Grund: „Er ist eine Mischung von Luft und Wasserkügelchen, und an jedem der letzteren wird ein Theil der Schwingungen reflectirt und geht verloren.“ Weiter sagt er: „Die bemerkenswerthe Kraft des Nebels, den Donner der Kanonen zu schwächen, ist oft beobachtet worden.“

Indem Robinson für Schall und Licht das gleiche Verhalten annimmt und eine Ansicht von Hrn. Alex. Cunningham adoptirt, meint er, dass die Entfernung, in der ein bestimmtes Object, etwa eine Flagge oder Stange, dem Auge

verschwindet, auch als Maass für die schallschwächende Kraft des Nebels gebraucht werden dürfe. Dies ist in vollkommener Uebereinstimmung mit den gewöhnlichen Anschauungen; *nimmt man an*, dass der Schall durch die Reflexion an den Nebelpartikeln zerstreut wird, *so folgt*, dass, je grösser die Zahl der reflectirenden Theilchen ist, desto mehr der Schall an Intensität verlieren muss; die Zahl der Partikel d. h. die Dichte des Nebels wird aber durch ihre Wirkung auf das Licht bestimmt, demnach würde die optische Undurchlässigkeit ein Maass für die akustische sein.

Die allgemeine Meinung ist also: *Klare, ruhige Luft* pflanzt am besten den Schall fort. Wir haben, wie oben erwähnt, nicht bei wirklich dichtem Nebel beobachtet, aber die angestellten Versuche zerstören die Ansicht, dass eine klare Atmosphäre nothwendig den Schall besser durchlässt als eine trübe. Einige unserer akustisch dunkelsten Beobachtungstage waren von wunderbarer optischer Klarheit, während andere Tage, an denen ein dicker Dunst herrschte, dem Durchgang des Schalles sich äusserst günstig erwiesen. Wäre die oben erwähnte Ursache der Schallvernichtung die richtige, d. h. würde die Schwächung in irgend merklichem Grade von der Reflexion an den Grenzflächen der Dunstpartikel herrühren, so wären obige Erscheinungen unerklärlich.

Ferner sagt Derham, dass nach Sir John Herschel ein Regen den Schall in hohem Grade schwächt; einige unserer Beobachtungen wurden an Tagen angestellt, an denen es mit tropischem Ungestüm regnete und hagelte und in keinem einzigen Fall schwächte der Regen den Schall, wir beobachteten vielmehr stets die gerade entgegengesetzte Wirkung.

Ein Schneefall soll nach Derham der Schallverbreitung ein grösseres Hinderniss bieten, als irgend eine andere meteorologische Erscheinung. Wir haben unsere Versuche in South Foreland nicht bis zum Eintritt des Schneewetters ausgedehnt; eine Beobachtung von mir aber am 29. December in den Alpen während eines heftigen Schneesturmes, bewies deutlich die Unrichtigkeit der obigen Behauptung von Derham.

Kehren wir zum Nebel zurück, so finde ich keine neueren Beobachtungen, aus denen sich ein Schluss auf die ihm

zugeschriebene schallschwächende Kraft machen liesse. Ich hatte das Vergnügen, einem sehr interessanten Vortrag über Nebelsignale von Hrn. Beazeley vor der *United Service Institution* beizuwohnen, und ich habe den gedruckten Bericht dieses Vortrages sowie eine frühere von Hrn. Beazeley der *Institution of Civil Engineers* mitgetheilte Abhandlung aufmerksam gelesen, aber in keiner dieser beiden sorgfältigen Zusammenstellungen konnte ich einen sicheren Beweis für die dem Nebel zugeschriebene schallschwächende Kraft finden.

Bei der dem Vortrage Hrn. Beazeley's folgenden Discussion wurde dagegen eine wichtige Bemerkung gemacht von Herrn Douglas, einem, wie ich bezeugen kann, geschickten und sorgfältigen Beobachter. Derselbe hatte nur kleine Unterschiede der Verbreitung des Schalles bei hellem und nebligem Wetter gefunden; er hatte indess während eines Nebels, auf den Smalls Rock in dem Bristol Cannal den Kanonendonner des 25 Meilen entfernten Hafens von Milford gehört. Hr. Beazeley hatte ferner die Lundy-Insel Kanone „in Hartland Point“ d. h. in einer Entfernung von 10 Meilen, während eines dichten Nebels gehört. Hrn. Beazeley's Schluss, als er sein Papier zusammenlegte, „dass der Gegenstand nur wenig bekannt zu sein scheine; und dass je mehr er untersucht werde, um so mehr der Beweis für die Wirkung des Nebels zweifelhaft würde,“ drückt vollständig den damaligen Stand unserer Kenntnisse aus. Wenn demnach öfters behauptet wird, dass die Fähigkeit des Nebels, den Schall zu schwächen, *wohl bekannt sei*, so muss es vielmehr heissen, dass diese Fähigkeit *nicht bekannt sei*.

Das wahre Hinderniss für den Durchgang des Schalles durch die Atmosphäre hat, denke ich, diese Untersuchung kennen gelehrt. Es ist nicht Regen, nicht Hagel, nicht Dunst, nicht Nebel, nicht Schnee, überhaupt nicht Wasser unter irgend einer flüssigen oder festen Form, sondern gasförmiges Wasser gemischt mit Luft, wodurch letztere akustisch trübe und wolbig wird. Die akustische Trübe zeigt sich oft an Tagen von überraschender optischer Klarheit. Ein System von Messungen, auf der Annahme beruhend, dass optische und

akustische Durchlässigkeit Hand in Hand gehen, würde demnach vollkommen trügerisch sein.

Um jene Hindernisse für die Schallverbreitung zu überwinden, gibt es nur *eine* Lösung, nämlich die Schallquelle so mächtig zu machen, dass sie einen Verlust durch partielle Reflexion vertragen kann. Von allen bisher von uns untersuchten Apparaten erfüllt die Sirene am besten diese Anforderung und ihre Aufstellung an unseren Küsten wird meiner Meinung nach von unberechenbarem Nutzen für unsere Schiffer sein.

## Namenregister zum Jubelbande.

	Seite
Ångström, A. J., Ueber d. Spektrum des Nordlichts . . . . .	424
Barentin, W., Zur Poggendorff'schen Fallmaschine . . . . .	213
Beetz, W., Ueber d. Leitungsfähigk. des Glases für Elektr. u. Wärme . . . . .	23
Bezold, W. v., Ueber binocul. Farbenmischung . . . . .	585
Blaserna, P., Ueber d. Entwickl., d. Verlauf u. d. Dauer d. Extraströme . . . . .	363
Bois-Reymond, E. du, Fortges. Beschreibung neuer Vorrich- tungen f. Zwecke der allg. Nerven- u. Muskelphysik . . . . .	591
Boltzmann, L., Ueber d. Zusammenh. zw. d. Drehung d. Pola- risationsebene u. d. Wellenl. d. verschied. Farben . . . . .	128
Bosscha, J., Ueber d. spec. Wärme des Wassers bei verschied. Temp. nach Regnault's Versuchen . . . . .	550
Böttger, Rud., Ueber Aufbewahrung u. Eigenschaften eines auf elektrolyt. Wege m. Wasserst. übersätt. Palladiumbleches . . . . .	150
Böttger, Rud., Ueber d. Verhalten d. Uebermangans. zu ver- schied. Stoffen, insbes. zu äther. Oelen u. Steinkohlenleuchtgas . . . . .	156
Buff, H., Ueber die Biegungselasticität . . . . .	349
Clausius, R., Ueber verschied. Formen des Virials . . . . .	411
Dove, H. W., Ueber d. meteorol. Unterschiede d. Nordhälfte u. Südhälfte der Erde . . . . .	661
Dufour, L., Untersuchungen üb. d. Reflexion der Sonnenwärme a. d. Oberfl. des Genfer Sees . . . . .	253
Edlund, E., Ueber d. Wärmewirkung der elektr. Disjunctions- ströme . . . . .	261
Ehrenberg, C. G., Ueber einige physikal. u. kosmische Erschei- n. in Nordafrika n. Westasien . . . . .	611
Fechner, G. Th., Ueber d. Best. des wahrsch. Fehlers e. Beob- achtungsmittels durch d. Summe d. einfachen Abweich. . . . .	66
Feddersen, W., Ueber elektrisches Glimmlicht . . . . .	465
Feilitzsch, v., Die Orte gleicher norm. Intens. im Magnetfeld eines galvan. Kreisstromes . . . . .	107

	Seite
Galle, J. G., Ueber eine am 1. Febr. 1873 zu Breslau über einer Feuersbrunst beob. Lichtsäule . . . . .	21
Hagenbach, Ed., Fernere Versuche über Fluorescenz . . . . .	303
Hankel, W., Ueber d. thermoelekt. Eigensch. des Topases, Schwerspathes und Aragonites . . . . .	649
Helmholtz, H., Die theoret. Grenze f. d. Leistungsfähigk. der Mikroskope . . . . .	557
Hittorf, W., Ueber d. Elektrizitätsleitung der Gase . . . . .	430
Jolly, Th., Ueber d. Ausdehnungscoeff. einiger Gase u. über Luftthermometer . . . . .	82
Karsten, G., Ueber d. wissenschaftl. Untersuchung d. Ostsee u. Nordsee . . . . .	506
Ketteler, Ed., Das spec. Gesetz d. sogen. anomalen Dispersion	166
Knoblauch, H., Ueber d. Reflexion d. Wärme- u. Lichtstrahlen v. geneigten diatherm. u. durchsicht. Platten . . . . .	280
Kohlrausch, F., Ueber d. Wirkung der Polarisation auf alter- nir. Ströme u. einen Sinusinduktor . . . . .	290
Koosen, J. H., Ueber einige Eigenthümlichk. d. galvan. Polari- sation insbes. in d. Kali-Hypermangankette . . . . .	241
Kundt, Aug., Ueber einige Beziehungen zw. d. Dispersion und Absorption des Lichtes . . . . .	615
Lommel, E., Ueber d. Lichtschein in d. Schatten des Kopfes .	10
Melde, F., Beschreibung eines Wellenappar. insbes. z. Versinn- lichung des Zustandekommens Chladnischer Klangfig. . . . .	101
Meyer, O. E., Hydraulische Untersuchungen . . . . .	1
Müller, J., Beziehungen der Brennweite u. der conjug. Punkte einer Linse durch e. neue Formel dargestellt . . . . .	460
Müller, J. J., Ueber d. spec. Wärme der gesätt. Dämpfe . . . . .	227
Oettingen, A. v., Ueber d. künstl. herbeigef. Interruption der oscillator. Entlad. einer Leydener Batterie u. üb. d. Gesetz d. elektr. Schlagweite . . . . .	269
Paalzow, A., Ueber d. elektromot. Kraft v. Flüssigkeitsketten	643
Pfaundler, L., Der „Kampf ums Dasein“ unter d. Molekülen; ein weiterer Beitrag z. chem. Statik . . . . .	182
Quincke, G., Ueber d. Bestimm. des Haupteinfallswinkels und Hauptazimuths f. d. verschied. Fraunhoferschen Linien . . . . .	336
Rammelsberg, C., Fortschritte der Mineralogie, wie sie seit 50 Jahren aus Pogg. Ann. sich ergeben . . . . .	381
Rath, G. vom, Einige Studien über Quarz, Kupferkies u. Albit Siehe auch Reusch.	538
Reusch, F. E. u. G. vom Rath, Ueber farbenschillernde Quarze vom Weisselberg bei Obernkirchen unweit St. Wendel . . . . .	532
Riecke, Ed., Zur Theorie der dielekt. Mittel . . . . .	321
Riess, P., Ueber d. elektr. Influenz eines Nichtleiters auf sich selbst . . . . .	375



	Seite
Rive, A. de la u. Ed. Sarasin, Einige Versuche über d. Wirkungen des Magnetismus auf d. elektr. in d. Verlängerung der Axe des Magn. stattfind. Entlad. in e. verdünnten Gase . . . . .	469
Rüdorff, Fr., Ueber d. Bunsen'sche Photometer . . . . .	234
Sarasin, Ed., siehe Rive.	
Scheerer, Th., Ueber d. Bildung der erzbegleit. Mineralien . . . . .	314
Schneider, R., Ueber neue Schwefelsalze . . . . .	158
Schröder, H., Untersuchungen üb. d. Volumtheorie einiger Oxyde . . . . .	452
Siemens, Werner, Direkte Messung des Widerst. galvan. Ketten	445
Soret, J. L., Spectroskop mit fluorescirendem Ocular . . . . .	407
Thomsen, J., Ueber d. Constitution der Chlorwasserstoffsäure u. d. chlorwasserstoffs. Salze . . . . .	135
Töpler, A., Ueber d. Herstellung vorausbest. period. Luftbeweg. mit d. Sirene . . . . .	498
Tyndall, J., Vorläuf. Mittheil. üb. e. Untersuchung der Fortpflanzung des Schalles durch d. Atmosphäre . . . . .	668
Waltenhofen, A. v., Ueber ein allgem. Theorem z. Berechn. der Wirkung magnetisirender Spiralen . . . . .	217
Weber, Wilh., Ueber d. Aequivalent leb. Kräfte . . . . .	199
Wiedemann, G., Ueber d. Dissociation der wasserhaltigen Salze	474
Wild, H., F. E. Neumann's Methode z. Vermeidung des v. Biegungen herrühr. Fehlers bei auf d. Oberfl. getheilten Strichmaassen . . . . .	61
Willigen, H. S. M. van der, Ueber Interferenzerschein. einax. Krystallplatten in polaris. Lichte . . . . .	491
Wüllner, A., Studien üb. d. Entlad. des Induktionsstr. in mit verd. Gasen gefüllten Räumen . . . . .	32
Zöllner, F., Photometr. Untersuch. üb. d. physische Beschaff. des Planeten Merkur . . . . .	624







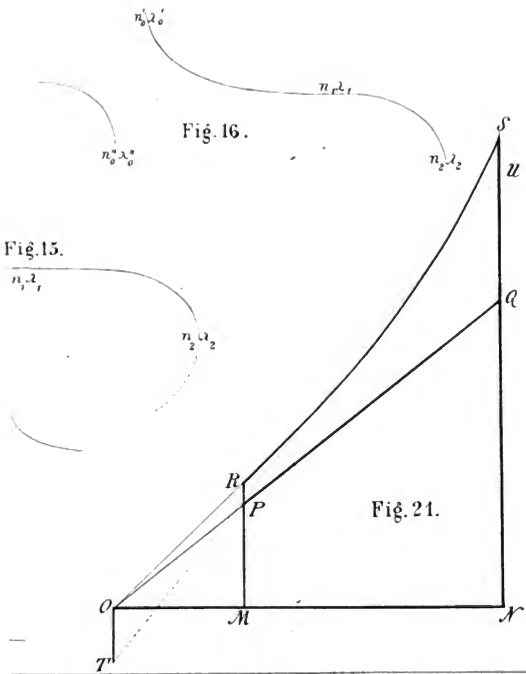
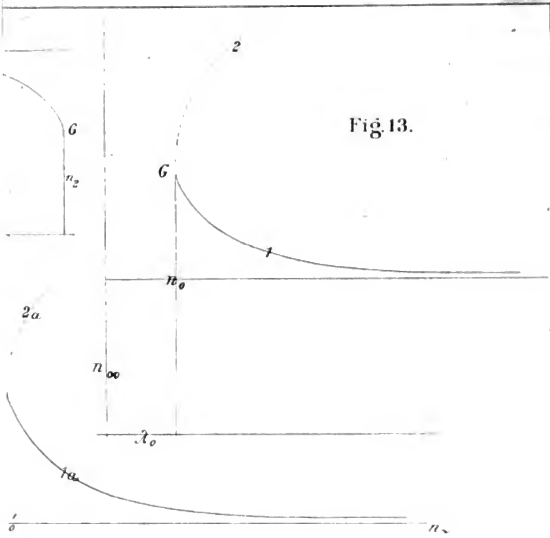
Fig. V.



Fig. VI.









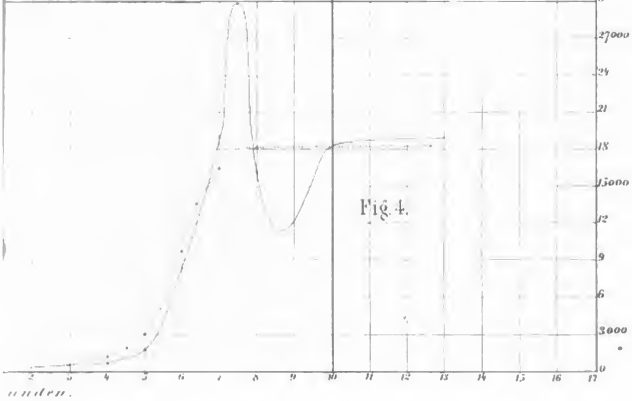
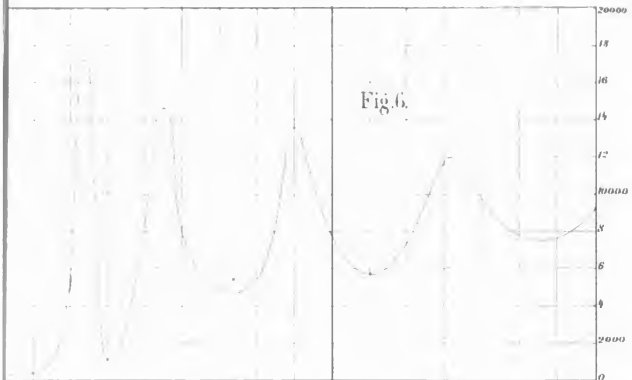


*Progenitor*





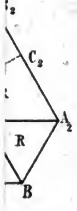
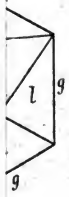
*Intensitätscurven.*



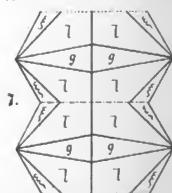
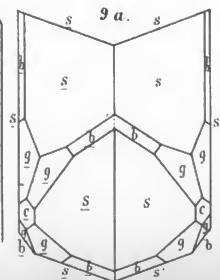
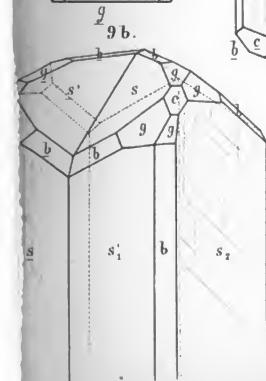
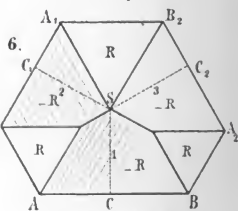
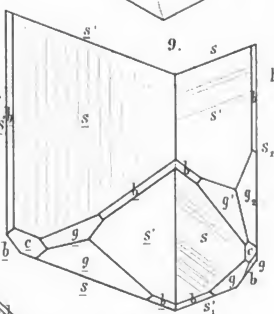
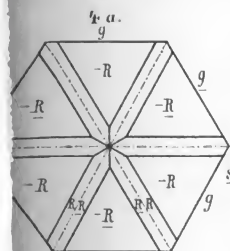
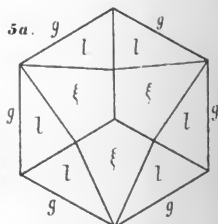
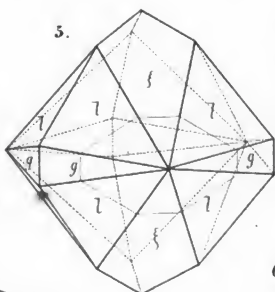
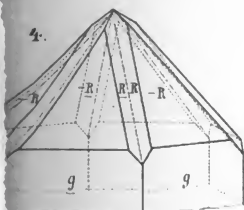
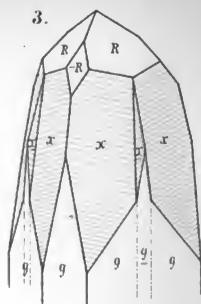
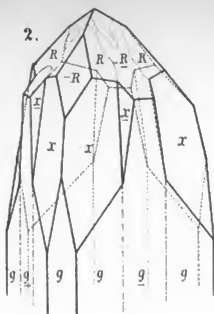
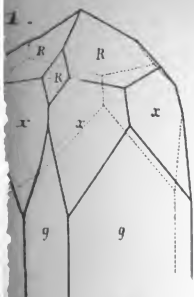
*en des Spectrums.*











20

7



This book should be returned to  
the Library on or before the last date  
stamped below.

A fine of five cents a day is incurred  
by retaining it beyond the specified  
time.

Please return promptly.

~~APR 16 1961~~

~~APR 16 SEP 3 1963 H~~

~~17574~~

Widener Library



6 2044 089 599 575