TRAITÉ
DE PHYSIQUE
EXPÉRIMENTALE
ET MATHÉMATIQUE.
TOME I.

DE L'IMPRIMERIE DE CRAPELET.

TRAITÉ
DE PHYSIQUE
EXPÉRIMENTALE
ET MATHÉMATIQUE,

PAR J. B. BIOT,

Membre de l'Académie des Sciences, Adjoint du Bureau des Longitudes, Professeur au Collége de France et à la Faculté des Sciences de Paris; de la Société philomatique de Paris; des Sociétés royales de Londres, d'Edimbourg, des Antiquaires d'Ecosse; des Académies royales de Turin, de Munich, et de l'Université de Wilna.

Omnis enim Philosophiæ difficultas in eo versari videtur, ut, à phænomenis motuum, investigemus vires naturæ, deindè, ab his viribus, demonstremus phænomena reliqua.

NEWTON, *Princip. præfat.*

TOME PREMIER.

A PARIS,

CHEZ DETERVILLE, LIBRAIRE, RUE HAUTEFEUILLE, N° 8.

1816.

A

MONSIEUR BERTHOLLET,

MEMBRE DE L'INSTITUT.

MON CHER ET RESPECTABLE CONFRÈRE,

UN ouvrage qui a pour objet d'exposer les vrais principes de la Physique, et d'en établir les diverses parties sur des bases durables, ne peut être étranger à votre intérêt ni à vos travaux; vous avez trop bien montré les rapports de cette science avec celle que vous avez enrichie de vos découvertes, pour ne pas approuver les efforts qui tendront à les rapprocher davantage, et à multiplier les secours mutuels qu'elles peuvent s'offrir. La manière aussi neuve que profonde dont vous avez envisagé la Chimie fait assez voir le prix que vous attachez aux idées mathématiques, et combien vous appréciez justement la précision qu'elles seules peuvent donner aux sciences d'expérience. La statique chimique est une puissante autorité en faveur de ceux qui tentent de propager ces idées rigoureuses. C'est ce motif, joint à votre constant intérêt pour moi, qui m'a porté à vous faire hommage du Traité que je publie aujourd'hui, espérant que les vues dans lesquelles il est composé

s'offriront aux physiciens et aux chimistes sous un jour favorable, quand ils sauront que vous les approuvez.

Toutes les personnes qui ont eu l'occasion de faire des recherches de physique un peu variées ont dû reconnaître avec regret combien les matériaux de cette belle science sont encore épars, et combien sa marche générale est encore incertaine. Tel résultat est admis dans un pays, et tel dans un autre. Ici, une évaluation numérique est employée habituellement; là, on la regarde comme douteuse ou comme inexacte. Les principes généraux mêmes sont loin d'être universellement convenus. S'agit-il d'électricité, les Français raisonneront dans l'hypothèse des deux fluides, telle que Coulomb l'a présentée; les Anglais préféreront l'idée d'un seul fluide développée par Cavendish, et Volta fera les plus brillantes découvertes, en admettant l'existence des atmosphères électriques, auxquelles ni les uns ni les autres n'accordent aucune réalité. S'agit-il de la lumière, quelques physiciens prendront pour guide la théorie des accès, et verront en elle une expression fidèle et calculable des phénomènes; tandis que d'autres, en Angleterre même, la regarderont comme une idée chimérique, dont il faut excuser plutôt que louer le génie de Newton; et ils ne manqueront pas de proposer à sa place quelque autre invention que les premiers, à leur tour, appelleront un système. De là il arrive que, n'étant point d'accord sur les principes de la science, on est dans le cas de gens qui se parleraient en des langues diverses, qu'ils n'entendraient pas mutuellement. Les esprits partagés, s'égarant dans des routes différentes, perdent l'immense avantage qui résulterait de leurs forces réunies; les bonnes méthodes

ne se propagent point; les considérations les plus fécondes restent long-temps inconnues, et par conséquent stériles; quelques parties de la science s'avancent parfois rapidement dans un pays, et restent immobiles dans d'autres, ou y prennent une mauvaise marche; l'isolement des résultats laisse partout des vides, et, semblables à un riche malaisé qui n'a point d'ordre, au milieu de nos théories les plus brillantes, nous manquons souvent du plus simple nécessaire. Lorsqu'on entreprit, en France, la détermination des grandes unités de poids et de mesures, on connaissait parfaitement le cours du ciel et les mouvemens des astres; on savait très-bien mesurer les dimensions de la terre; mais on ne savait pas déterminer exactement le poids d'un corps, et il fallut que Borda inventât la méthode des doubles pesées pour y suppléer.

Ce n'est pas assurément qu'il manque de gens habiles pour cultiver la Physique. On aurait plutôt lieu de s'étonner du grand nombre d'hommes distingués qui, depuis trente ou quarante années, en ont fait l'objet de leurs travaux. Aussi, dans ce court intervalle, que de résultats importans sûrement constatés, que de faits nouveaux découverts! Car, à considérer la science depuis ses élémens les plus simples jusqu'à ses parties les plus relevées, pendant cette seule période, on a trouvé des moyens exacts pour peser les corps; la construction du thermomètre a été perfectionnée, la régularité de sa marche reconnue; le baromètre, mieux étudié, a été combiné avec lui, et leurs indications simultanées, soumises au calcul, sont devenues des élémens de précision indispensables au physicien, au chimiste, au voyageur. Les dilatations des corps solides, liquides, aériformes, ont

été fixées. On a connu les vraies lois de la formation des vapeurs, de leur existence dans le vide, de leur mélange avec les gaz. L'hygrométrie a été créée. Une savante analyse a résolu le mystère des phénomènes capillaires, par lesquels tous les résultats délicats de l'équilibre et du mouvement des liquides, près des surfaces des corps, sont influencés. Coulomb a établi les véritables lois de l'élasticité et du ressort, élémens essentiels de la plupart des actions que les corps solides exercent, et elles lui ont fourni le moyen le plus sûr, comme le plus sensible, pour mesurer de très-petites forces. Tout cela a été fait avec une exactitude telle, que désormais rien de bien essentiel ne peut y être ajouté. On a aussi beaucoup étudié les petits mouvemens de vibration des corps, qui sont si fréquens dans les phénomènes de la nature. On les a mieux connus en eux-mêmes, et l'on a déterminé d'une manière plus précise les ébranlemens qu'ils excitent dans l'air, d'où résulte pour nous la sensation du son. Par suite de ces recherches, plusieurs instrumens de musique ont été perfectionnés, d'autres, tout nouveaux, ont été inventés, et le domaine de l'acoustique s'est fort agrandi. Ces objets si divers ne composent encore qu'une petite partie de la Physique actuelle, que l'on pourrait appeler son matériel. Mais que de progrès n'a-t-on pas fait dans l'étude de ces principes, invisibles, intangibles, impondérables, l'électricité, le magnétisme et la chaleur! L'électricité, Coulomb a déterminé la loi de son action à distance, de sa déperdition dans l'air, de sa distribution dans les corps, de son partage entre eux; il a donné des procédés parfaitement exacts ponr évaluer toutes ces choses, de sorte que les moyens d'observation et de mesure ne

manquent plus à aucun phénomène. Il a lié l'ensemble des résultats par la considération simple et précise des deux fluides, et il a préparé par l'expérience les conséquences les plus délicates de ces principes, comme autant de pierres d'attente pour la théorie. Cette théorie est venue à son tour; elle a embrassé tous les phénomènes dans une analyse rigoureuse, elle a dévoilé les plus secrets rapports que nécessitait entre eux l'existence supposée de deux fluides électriques, assujettis seulement aux lois naturelles de leur équilibre; et l'expérience, en confirmant ces indications de la manière la plus minutieusement fidèle, a prouvé qu'on pouvait s'y confier entièrement. Mais il ne s'agit ici que des lois de l'électricité déjà développée: un hasard heureux, mais saisi et observé, montre à Galvani l'excitation produite dans des organes très-irritables par le seul contact des muscles et des nerfs. Ce fait, qui semblait annoncer l'existence d'un nouvel agent, est pour Volta l'indice d'un simple développement d'électricité au contact des corps hétérogènes; et cette idée hardie, prouvée par les expériences les plus délicates, analysée dans ses détails, suivie sans hésitation dans ses conséquences, donne à la chimie et à la physique le plus merveilleux, le plus énergique des appareils. A la suite de ces découvertes brillantes, dont l'électricité s'est enrichie, le magnétisme, plus obscur et moins connu, présente encore de belles recherches. Les lois de son action, de sa communication, de sa distribution, de son équilibre stable ou mobile, sont fixées par Coulomb, d'après des expériences précises, dont les résultats, susceptibles d'être réduits en formules, donnent lieu à une infinité d'applications utiles. On ne s'est plus contenté

d'observer la déclinaison de l'aiguille aimantée; on a déterminé son inclinaison, ainsi que l'intensité des forces magnétiques à diverses latitudes; ce qui a beaucoup augmenté nos connaissances, et généralisé nos idées, sur le magnétisme terrestre. La chaleur et la lumière ont offert des rapports nouveaux et imprévus, qui semblent les rapprocher dans leur essence, comme si le calorique n'était que de la lumière invisible, et la lumière du calorique modifié de manière à devenir perceptible à nos yeux. On a découvert des actions chimiques propres à chacun de ces deux états, et on a déterminé leurs caractères. L'analogie a fait imaginer une théorie ingénieuse qui, assimilant le rayonnement du calorique à celui de la lumière, montre comment l'équilibre de température s'établit entre les différens corps, par des échanges continuels, opérés à distance. Le même principe, appliqué à l'intérieur des corps, a donné les équations analytiques de la propagation de la chaleur dans les corps solides, les seuls où on puisse la calculer, parce que leurs molécules ne se déplacent point. On a reconnu l'influence que l'état des surfaces exerce sur la déperdition et l'absorption du calorique par voie de rayonnement; on a inventé des instrumens très-sensibles pour en mesurer l'effet inégal, et l'on a déduit de ces propriétés l'explication de quelques-uns des phénomènes les plus singuliers de la météorologie. Quoiqu'on ne connût pas la nature intime du principe d'où la chaleur résulte, on a trouvé des moyens très-précis pour en mesurer les quantités relatives qui s'absorbent ou se dégagent dans le réchauffement ou le refroidissement des corps, dans la combustion, la respiration, et les autres combinaisons chimiques. Par-là, le mode réel

de la constitution des corps a été mieux connu, et on s'est fait des idées plus nettes de leurs divers états. La physique de la lumière n'a pas été moins perfectionnée. Les lois de l'attraction à petites distances, que Newton avait assignées à ce principe, ont été étendues par l'analyse, et on en a fait sortir de nouveaux phénomènes qu'il n'avait pas connus. La division des rayons dans les corps cristallisés a été ramenée de même aux lois de la mécanique ; et l'analyse, plus générale que l'observation, s'est trouvée admettre d'avance des formes que celle-ci n'avait pas encore reconnues. Enfin la grande découverte de Malus sur la polarisation des rayons lumineux a ouvert aux physiciens un nouveau monde, où ils n'ont eu qu'à s'avancer pour voir se manifester devant eux, par les plus surprenans indices, toutes les variétés de mouvemens et d'agitations que les forces attractives et répulsives des corps peuvent imprimer à des molécules d'une ténuité presque infinie.

Ce coup d'œil, rapidement jeté sur la science, nous découvre l'immensité de ses richesses. Ce qui lui manque, c'est l'ensemble; c'est une jonction de parties qui en fasse un seul corps; c'est une fixité de données et de principes qui imprime à tous les efforts une même direction. Voilà ce que j'ai tâché de faire; mais l'entreprise était assez difficile: on jugera si j'ai réussi.

J'ai eu pour cela de grands secours, et je me plais à les reconnaître. Madame Lavoisier a bien voulu rechercher pour moi les tableaux des expériences faites en 1781 et 1782, par MM. Lavoisier et Laplace, sur la dilatation des métaux, et dont on avait lieu de craindre que les résultats n'eussent été perdus. Ces tableaux se sont heureusement retrouvés. En les comparant aux notes

originales, dont ils étaient le résumé, je me suis assuré qu'ils leur étaient en tout conformes, et que les calculs nécessaires pour les réductions avaient été effectués complètement. On trouvera ces précieux résultats dans mon ouvrage.

J'ai pu également consulter les manuscrits de Coulomb, que madame Coulomb a bien voulu me confier; et quoiqu'ils ne renfermassent rien d'assez complet pour être l'objet d'une publication isolée, ils m'ont été extrêmement utiles par le détail même des essais que cet habile physicien avait tentés, et par les exemples qu'ils m'ont fournis. En effet, lorsque l'on est parvenu à combiner quelques élémens de recherche, de manière à en tirer une formule applicable, on en sent bien mieux le prix, lorsque l'application se fait sur une expérience réelle, et sur une expérience qui a servi à un homme tel que Coulomb: il semble que ce soit une garantie d'utilité et un motif d'exactitude. J'ai retrouvé dans ses papiers un petit Mémoire inédit que Coulomb lut à l'Académie, en présentant son électromètre à fils de soie; je l'ai inséré dans le livre de l'Électricité. J'ai aussi retrouvé et employé, avec quelques légers changemens de forme, le travail que Coulomb avait lu à l'Institut sur les indices de magnétisme qui s'observent dans tous les corps: enfin j'ai extrait de ses cahiers quelques résultats relatifs à l'influence du recuit sur la capacité magnétique, qui m'ont paru arrêtés, et qui même avaient été, je crois, lus par lui à l'Institut. J'ai pu voir que Coulomb avait entrepris sur ce sujet une immense série de recherches, et qu'il avait déjà fait une multitude d'expériences. Mais je me serais bien gardé de publier quelques essais non terminés d'un

homme qui, pendant sa vie, n'a rien donné que d'excellent, et je me suis borné à employer, en le citant, ce qui me paraissait digne de lui.

J'ai trouvé aussi dans l'amitié de plusieurs de mes confrères une assistance dont je dois d'autant plus les remercier, qu'elle est de nature à faire naître en faveur de mon ouvrage un préjugé plus favorable. M. Charles, qui a donné tant d'éclat à l'enseignement de la physique expérimentale, m'a communiqué, avec une extrême bienveillance, une foule de détails utiles que son expérience et son talent lui avaient suggérés. M. Gay-Lussac m'a communiqué de même tous les ingénieux appareils qu'il a imaginés pour ses leçons publiques, et il m'a permis de les décrire. Outre ceux de ses travaux qui sont déjà publiés, et qui devaient naturellement se placer dans mon ouvrage, il m'a confié plusieurs résultats importans sur le degré de l'ébullition de l'eau dans des vases de différente nature, sur le poids des vapeurs, sur celui des gaz, et sur l'hygrométrie. J'ai eu aussi, par ma correspondance avec MM. Brewster et Seebeck, l'avantage de réunir à mon Traité plusieurs faits remarquables sur la polarisation, qui ne sont pas encore publiés. Enfin, à défaut d'autres secours, j'ai souvent tâché de suppléer, par des expériences nouvelles, à ce qui manquait encore.

Dans le premier plan de mon travail, je m'étais proposé de donner, avec beaucoup de détail, l'analyse des instrumens d'optique, qui est exposée d'une manière si imparfaite, même dans les ouvrages d'optique les plus volumineux; j'étais parvenu à les déduire très-simplement et très-généralement d'une seule formule, par une marche analogue à celle que Lagrange a suivie dans son

Mémoire sur les lunettes, en tenant compte, dans le calcul, des conditions de l'achromatisme, auxquelles il n'avait pas eu égard. Je modifiais ensuite la généralité de cette formule, d'après la considération du but particulier que chaque instrument devait atteindre, et j'en déduisais tous ses détails, que je comparais aux constructions usitées; ce que je pouvais d'autant mieux faire, que M. Cauchoix m'avait remis, sur ce sujet, un excellent travail. Mais lorsque cette partie a été complètement rédigée, elle m'a paru trop spécialement analytique pour entrer dans la Physique proprement dite. D'ailleurs la forme des développemens, jusqu'à présent employée pour ce genre de problème, ne s'applique réellement qu'au cas des incidences et des émergences très-petites; et quoiqu'elle soit encore par-là fort utile, puisque toutes les conditions qu'elle assigne doivent toujours être rigoureusement observées, néanmoins l'impossibilité d'en déduire les vraies proportions des courbures pour des ouvertures même médiocres, et les indications désordonnées qu'on en tire, quand on veut l'appliquer à de larges ouvertures, telles que celles que l'art atteint et doit s'efforcer de dépasser, tout cela m'a fait désirer de voir s'il ne serait pas possible de tenter quelque autre voie plus sûre et plus applicable. J'ai donc cru pouvoir, à l'exemple de Newton, ne considérer dans le présent ouvrage que l'optique physique, en y comprenant toutefois les effets des miroirs et des lentilles, qui sont indispensablement nécessaires pour une infinité d'expériences, et réserver l'optique analytique, avec les applications aux instrumens composés, pour en faire la matière d'un petit traité à part, qui, ainsi que je viens de le dire, est déjà complètement

rédigé, pour le seul cas relativement auquel on ait jusqu'ici donné des formules susceptibles d'applications.

Mais, après avoir réuni les matériaux, il y avait fort à délibérer sur la manière de les mettre en œuvre. Beaucoup de personnes, en France et ailleurs, croient que la Physique doit être présentée sous une forme purement expérimentale, sans aucun appareil algébrique. Les Anglais, si éminens dans cette science, nous reprochent en général d'y employer trop de calculs, et de la compliquer souvent par nos formules, plutôt que de l'éclairer. Plusieurs d'entre eux, qui sont eux-mêmes des physiciens très-habiles et très-exacts, pensent que la précision dont nous croyons ainsi approcher est purement idéale, parce qu'elle dépasse infiniment les limites des erreurs auxquelles les expériences sont inévitablement sujettes. Cette question fondamentale mérite assurément d'être débattue. Mais d'abord il faut distinguer l'usage raisonné du calcul de l'abus qu'on en peut faire. Il est inutile sans doute d'exprimer sous une forme algébrique des résultats si simples, qu'ils peuvent être énoncés, compris et mesurés immédiatement. C'est bien pire encore, si l'on cherche à combiner ainsi des élémens vagues ou hypothétiques; car on ne fait que réaliser l'incertitude et donner un corps à l'erreur. Mais quand on a observé avec précision les différens modes d'un même phénomène, et qu'on en a obtenu les mesures numériques, quel inconvénient y a-t-il à les lier par une formule qui les embrasse tous? S'ils sont réductibles à quelque loi simple, mais qui pourtant ne s'aperçoive pas du premier coup d'œil, n'est-ce pas là l'unique voie pour la découvrir? Si, au contraire, la nature de leurs rapports est essentiellement composée,

ce qui est le cas le plus ordinaire, n'est-ce pas là encore le seul moyen qu'on ait pour en former un ensemble, et en obtenir une expression commune, que l'on puisse ensuite introduire, avec toute la généralité de son indétermination, dans l'analyse des autres phénomènes, où ces premiers-là jouent un rôle? Pourrez-vous, par exemple, résoudre les questions de physique où le volume des liquides entre comme élément variable, si vous n'avez réduit en formules les lois composées de leur expansion? Pour sentir combien cette méthode est sûre et jusqu'où elle peut conduire, il n'y a qu'à voir l'usage que Newton en a fait dans ses recherches sur les propriétés les plus subtiles de la lumière. Lorsqu'il a découvert par ses mesures, et fixé les lois simples que les intermittences de réflexion et de transmission présentent, sous l'incidence perpendiculaire, pour avoir une idée complète de ces phénomènes, il entreprend de les suivre, par l'expérience, sous les incidences obliques. Mais alors la nature les complique et les modifie selon des lois qui n'ont rien d'évident, si ce n'est que leur marche est progressivement croissante. Que fait Newton? il les observe et les mesure de nouveau sous un grand nombre d'incidences diverses; il forme une table numérique de leurs changemens; puis il lie tous ces nombres par une formule empirique qui en reproduit les valeurs avec une approximation presque égale à celle des observations mêmes; et désormais, possédant l'expression générale, quoique empirique, du phénomène, pour toutes les incidences possibles, il l'introduit, comme élément, dans toutes les questions où l'effet successif des intermittences se combine avec l'obliquité d'incidence des particules lumineuses, et

avec la longueur du trajet qu'elles ont à décrire avant d'arriver aux surfaces qui doivent les réfléchir ou les transmettre. Je le demande à toutes les personnes de bonne foi qui ont médité cette partie admirable de l'optique où Newton établit la théorie des accès, etait-il humainement possible de définir, sans calcul, ces intermittences de la lumière, et surtout de les combiner, comme le fait Newton, avec l'obliquité et l'épaisseur, de manière à en déduire numériquement toutes les apparences produites par la réflexion à la seconde surface des plaques épaisses, c'est-à-dire, l'arrangement, les couleurs, et jusqu'aux grandeurs absolues des anneaux réfléchis, tout cela, sans aucune autre donnée que l'épaisseur de la plaque, sa nature, ainsi que la direction et l'espèce des rayons incidens ? Si le livre de l'Optique où ces résultats se trouvent, a été si peu compris, et en général si mal apprécié, la faute n'en est pas à l'emploi des formules algébriques, mais plutôt à ce qu'au lieu de formules Newton a employé une synthèse qui se prêtait mal à pénétrer dans tant de détails. Aussi cette forme, qui était celle de son temps, lui a-t-elle paru à lui-même si embarrassée, qu'il finit par indiquer seulement un grand nombre d'autres épreuves, auxquelles il avait soumis sa théorie, et qui lui avaient paru s'accorder toujours avec elle : « Mais, ajoute-t-il, ces phénomènes sont trop divers, et les calculs par lesquels on les déduit de la théorie sont trop compliqués pour trouver place ici ». On verra, dans mon ouvrage, qu'à l'aide du calcul analytique, tel qu'il est maintenant employé, je suis parvenu à exprimer tous les principes de cette théorie par un petit nombre de formules si simples, que l'on peut en déduire, avec une facilité

extrême, tous les cas résolus ou indiqués par Newton, et même les étendre à beaucoup d'autres, dans lesquels on fait entrer en considération la nature différente du milieu où la lumière se réfléchit. Sous cette forme nouvelle, on verra combien la théorie des accès acquiert de netteté et de précision, combien ses bases sont sûres, et avec quelle fidélité elle suit, dans leurs plus minutieux détails, une foule de phénomènes que Newton ne soupçonnait pas en l'établissant. Or c'est évidemment là l'unique moyen d'éprouver une théorie; car ce n'est rien que d'y rapporter ou de lui opposer quelques phénomènes particuliers, isolés, et souvent susceptibles d'interprétations diverses. C'est en tirant des formules les conséquences les plus subtiles et les plus éloignées des principes, puis allant les vérifier par l'expérience, que l'on peut réellement s'assurer si une théorie est vraie ou fausse, et si l'on doit s'y confier comme à un guide fidèle, ou la rejeter comme un système trompeur.

Nous avons encore un autre exemple frappant de la sûreté de cette marche dans la détermination que Huyghens a faite de la loi que suit la double réfraction dans les corps cristallisés. Les personnes qui auront approfondi cette matière, et qui auront examiné la nature, ainsi que l'enchaînement, des observations par lesquelles Huyghens établit sa découverte, se persuaderont difficilement qu'il y ait été amené par le système qu'il s'était fait sur la propagation de la lumière; et l'hypothèse elliptique, dont il la dérive, leur semblera bien plutôt conclue de la construction géométrique, que celle-ci de l'ellipticité des ondulations. Je crois avoir, dans mon ouvrage, mis ce point dans une entière évidence. Quoi qu'il en soit, la loi étant connue, si vous lui laissez sa

forme géométrique, elle ne pourra, malgré son élégance, être employée que d'une manière pénible à la détermination numérique des détails du phénomène; mais si vous la convertissez en une formule analytique, cette détermination ne demandera plus qu'un calcul très-simple, toujours le même, et dans lequel le seul jeu des signes algébriques, indépendamment de toute figure, suffira pour vous diriger. Vous pourrez donc ainsi, en variant à volonté les circonstances d'incidence, examiner le phénomène sous toutes ses faces; mais vous aurez encore l'avantage, beaucoup plus grand, de connaître les élémens abstraits dont ses lois dépendent, d'en lire l'influence dans la formule, de découvrir ainsi les circonstances les plus favorables pour les déterminer exactement. Vous pourrez même, à l'aide des méthodes que la doctrine des probabilités enseigne, tirer des observations les valeurs les plus sûres de ces élémens; et les pesant, pour ainsi dire, dans les balances de la vérité, évaluer avec certitude le degré précis de confiance que vous devez accorder à chacun d'eux. Ici, le travail du physicien est terminé, mais ce n'est pas encore là que se bornent les services que l'analyse peut lui rendre. La loi du phénomène n'est encore établie que d'une manière experimentale; elle ne peut être regardée comme exacte que dans les limites de précision comportées par l'expérience. Pour la rendre tout-à-fait certaine et rigoureuse, il faut la ramener aux lois générales de la mécanique, c'est-à-dire, la dériver des conditions générales de mouvement et d'équilibre voulues par ces lois. Car, lorsqu'une pareille réduction peut être effectuée complètement, elle met nécessairement en évidence les caractères des forces

par lesquelles les phénomènes sont produits, ce qui est le dernier terme où la science humaine puisse atteindre. C'est ainsi que Newton a déduit des lois de Kepler le principe de la gravitation universelle proportionnelle aux masses et réciproque au carré des distances ; principe dont l'application aux mouvemens célestes est devenue si féconde, dans ses mains et dans celles de ses successeurs. Mais il n'est pas toujours possible de remonter ainsi jusqu'à la nature même des forces, parce que les lois observées sont souvent le résultat d'une somme d'actions dont on ne peut pas observer les élémens individuels ; et c'est le cas de la double réfraction, par exemple, où l'on ne peut observer que la déviation définitive du rayon extraordinaire, quand sa direction est devenue constante. Alors il faut chercher si, parmi les conditions générales de la mécanique, il en est quelqu'une qui concorde avec l'existence de la loi expérimentale, et qui lui permette de se réaliser. Car, si cet accord a lieu, la loi observée peut être regardée comme possible en toute rigueur; au lieu qu'elle n'avait jusque-là que l'autorité d'un résultat expérimental plus ou moins approché : c'est ce que l'auteur de *la Mécanique céleste* a fait pour la loi d'Huyghens. D'autres fois, on ne connaît pas la nature même de l'agent physique qui produit les phénomènes que l'on observe, mais les observations lui indiquent un mode d'existence plus ou moins vraisemblable. Alors, en partant de ces conditions supposées, on demande à l'analyse si les résultats observés sont possibles, comment ils se produisent, et en quelle grandeur. C'est ce qui est arrivé, par exemple, pour l'électricité ; les expériences ne déterminent rien de

certain sur sa nature physique; mais elles montrent qu'il faut distinguer deux principes électriques ou deux modifications du même principe, douées de propriétés différentes : ensuite les phénomènes de transmission et de distribution à la surface des corps semblent donner à ces principes quelques caractères analogues à ceux des fluides. L'analyse s'empare de ce résultat; elle conçoit deux fluides impondérables, ou au moins d'une pesanteur insensible; elle les doue de propriétés qui représentent les caractères observés; ensuite, combinant ces propriétés avec les lois générales de l'équilibre des fluides, elle se demande comment de pareils fluides doivent s'arranger dans un corps isolé, ou soumis à l'influence d'autres corps, dont la forme et la position sont données. Elle tire ainsi de l'énoncé primitif toutes les conséquences possibles qui en dérivent, et elle demande au physicien si ces conséquences sont numériquement confirmées par l'expérience. Si elles le sont, et si cette épreuve, variée de toutes les manières imaginables, a toujours un succès conforme aux indications du calcul, la probabilité des définitions premières devient immense. Tel est le cas où nous nous trouvons aujourd'hui relativement à l'électricité : et la belle analyse à laquelle M. Poisson a su la soumettre est la plus forte induction, l'unique même que nous ayons, pour croire à l'existence réelle de deux fluides électriques, invisibles et impondérables. Mais ce dernier travail de l'analyse, cette dernière et sublime élaboration des produits de l'expérience, n'appartient qu'aux géomètres du premier ordre, et ne saurait s'exiger du physicien expérimentateur. Il faut donc que celui-ci emprunte les résultats de l'analyse, comme il emprunterait des faits, comme un

astronome demande un télescope; qu'il s'en serve pour diriger ses expériences, pour les tourner vers les points que la théorie annonce être les plus importans ou les plus délicats. Alors, sans avoir besoin de connaissances mathématiques bien étendues, il pourra, par la bonne direction de ses travaux, affermir la science, l'étendre, et être utile à l'analyse même. C'est ce que j'ai tâché de montrer dans cet ouvrage toutes les fois que j'en ai trouvé l'occasion; et, en suivant cette marche, j'ai pu profiter de tous les résultats de l'analyse, sans dépasser les bornes du calcul élémentaire.

Mais, pour que cette alliance soit utile, on doit observer avec le plus grand soin deux conditions indispensables : c'est que l'analyse sur laquelle on s'appuie soit rigoureuse, et que les expériences auxquelles on la compare ou qu'on lui confie soient très-exactes. Je ne sais même si ce dernier point n'est pas le plus important à recommander. Car, après tout, si l'analyse est fausse, l'observation le fera bientôt apercevoir; au lieu que, si les données fournies par l'expérience sont fautives, l'analyse n'a presque aucun moyen de le reconnaître; elle ne fait que les combiner, et en déduire rigidement de fausses conséquences. Puis, qui nous dira jusqu'où peut aller l'égarement de l'esprit, quand il est certain de raisonner juste sur des élémens qu'il ignore être faux ? Un observateur ordinairement exact, le P. Feuillée, fait une mauvaise observation du baromètre au pic de Ténériffe. Cette erreur, sur un fait isolé, ne semble pas devoir être bien dangereuse pour la science. Mais, par malheur, elle tombe entre les mains d'un analyste, d'ailleurs très-ingénieux et très-habile, de Daniel Bernouilli, qui en fait le fondement d'une recherche sur le

décroissement de densité des couches atmosphériques. En la combinant, suivant toutes les règles du calcul, avec la dilatabilité et les autres propriétés physiques de l'air, il en déduit positivement que la température doit aller en croissant de bas en haut dans l'atmosphère, à mesure que l'on s'éloigne de la surface terrestre. Ce résultat, contraire aux observations les plus simples et les plus communes, était surtout démenti par le froid que l'on éprouve sur les montagnes, et par l'existence des neiges éternelles sur leurs cimes les plus élevées. Mais rien de tout cela ne réveille un esprit préoccupé, qui ne soupçonne pas la possibilité d'une erreur. Daniel Bernouilli se fait très-bien cette objection, mais il la résout aussitôt en disant que le froid des montagnes est propre aux montagnes mêmes, et qu'il n'empêche pas que l'air ne puisse y être chaud ; puis sur sa formule, ainsi fermement établie, il calcule une table de réfractions dont on peut deviner l'exactitude. Quand on pense qu'une mauvaise observation a causé toutes ces erreurs d'un homme d'ailleurs si habile, on ne saurait trop insister sur le scrupule qu'un bon physicien doit apporter à toutes ses observations, et sur les vérifications multipliées auxquelles il doit les soumettre, pour qu'on n'y trouve jamais que des élémens de certitude et des sources de vérités.

En s'astreignant sévèrement à cette condition, la méthode, à la fois analytique et expérimentale, que j'ai recommandée, offre encore un autre avantage bien important pour l'exposition de la science; c'est d'en bannir absolument tout système. Car d'abord, vous n'avez besoin d'aucun système pour établir la partie purement expérimentale; il ne vous faut alors qu'ex-

poser les faits, les mesurer, les amener dans un ordre tel, qu'ils s'enchaînent les uns aux autres; puis, quand vous en aurez assemblé un assez grand nombre, de ceux qui, par leur précision, peuvent servir à déterminer des caractères, leur seul rapprochement vous conduira aux idées théoriques les plus propres à représenter leur ensemble; et l'analyse, en vous dévoilant toutes les conséquences de ces idées, vous apprendra ensuite si elles peuvent être admises. Ce ne sera donc ni Æpinus, ni Francklin, ni tout autre qui vous donnera son système, ce sera la nature même qui vous enseignera ses lois.

En effet, que pouvons-nous déterminer autre chose que des lois et des propriétés ? une foule d'agens naturels, les plus influens peut-être, ne nous sont pas connus autrement. Parlez-vous de la lumière, vous pourrez déterminer le mode de sa transmission, sa vitesse, la manière dont elle se réfléchit et se réfracte; en l'étudiant plus minutieusement, vous découvrirez les intermittences de réflexion et de transmission qu'elle éprouve, intermittences conditionnelles qui la disposent seulement à l'un ou l'autre de ces deux états; vous reconnaîtrez les propriétés physiques permanentes qu'elle reçoit par sa réflexion sur toutes sortes de substances, ou par sa réfraction dans certains corps cristallisés; vous pourrez fixer si exactement les lois de tous ces phénomènes, que vous parviendrez dans tous les cas à les prédire en nombres; vous pourrez encore, en les rapprochant, les réduire à un certain nombre de propriétés générales dont tous les effets dérivent. Mais si, après toutes ces recherches, on vous demande quelle est la nature même de la lumière, il vous sera impos-

sible de le dire avec certitude : les uns voudront y voir des particules matérielles lancées avec une extrême vitesse par les corps lumineux ; d'autres, l'effet d'ondulations propagées dans un fluide éminemment élastique ; d'autres enfin mélangeront ces deux idées. Mais peu vous importe. Si vous avez suivi méthodiquement les phénomènes, si vos mesures sont exactes, si vous avez trouvé des lois qui les représentent avec justesse, ou des propriétés qui les reproduisent fidèlement, toute cette diversité de systèmes vous est indifférente, car elle n'y portera aucune atteinte. Il faudra toujours que ceux qui inventeront un mode d'action pour produire les phénomènes donnent à leurs agens les propriétés que vous avez établies, et qu'ils les assujettissent à vos lois. Par exemple, si l'on examine bien tous les systèmes qui ont été imaginés pour expliquer la nature de la lumière, on verra que leurs auteurs, à mesure qu'ils ont voulu se rapprocher des phénomènes, ont été conduits, et pour ainsi dire forcés à emprunter toutes les propriétés que Newton a reconnues aux accès ; mais toutefois avec cette différence capitale, que Newton s'est borné à les définir exactement, sans rien prononcer sur leur nature, qui dépasse les indications de l'expérience ; au lieu que les auteurs dont je parle ont dû, à cause du but même qu'ils se proposaient, leur donner un corps et les réaliser hypothétiquement. Nous pouvons donc être assurés, par cette remarque, qu'en nous bornant, comme l'a fait Newton, à suivre les conséquences de ces propriétés aussi loin qu'elles peuvent s'étendre, nous ne risquerons jamais de nous égarer, puisque les résultats auxquels nous parviendrons seront des élémens nécessaires de tous les sys-

tèmes possibles. Il serait utile sans doute de pouvoir aller plus loin, et de parvenir ici, comme pour l'électricité, à combiner toutes les propriétés de manière à en former un ensemble théorique ; mais si la chose est exécutable, une condition essentielle, indispensable de cette théorie, ce sera sans doute qu'elle soit calculable, c'est-à-dire qu'on puisse, par une déduction rigoureuse, en tirer des formules susceptibles d'être comparées à l'expérience. Or on est bien loin d'avoir cet avantage avec le système des ondulations; car, dans l'état actuel de l'analyse, il n'y a que quelques circonstances, infiniment particulières, du mouvement ondulatoire qui puissent être calculées ; et tout le reste ne présente que des aperçus vagues. Ainsi ce système, fût-il vrai au fond, ce que nous ne pouvons savoir, ne doit pas, en bonne logique, être reçu aujourd'hui, puisque tous les moyens rigoureux nous manquent pour constater sa réalité par ses conséquences. Ce motif ne subsiste pas contre l'hypothèse de l'émission, parce que toutes les particularités qu'elle admet ou qu'elle suppose sont nettes et précises, comme dépendant de directions et d'intersections de lignes droites, toutes choses que nous savons calculer. En la liant avec le principe de la composition des vitesses, on en déduit, non-seulement l'explication, mais la mesure précise de l'aberration des astres : en la combinant avec les lois générales de l'attraction à petite distance, que l'on sait être le principe d'une infinité d'actions de la nature, on parvient à démontrer la constance du rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction; et l'on en déduit encore, avec une précision mathématique, les limites des réflexions intérieures au contact des différens mi-

lieux opaques ou diaphanes, dont les effets, dans cette circonstance, se trouvent liés à ceux de la réfraction, à leur première surface, d'une manière exactement conforme aux faits. Quel est celui de ces phénomènes que, dans l'état actuel de l'analyse, on puisse, je ne dis pas expliquer, on explique tout, mais calculer, c'est-à-dire, déduire mathématiquement, comme conséquence nécessaire d'un ébranlement primitif propagé dans un fluide rigoureusement défini? Car voilà ce que l'on peut faire, en admettant des particules lumineuses susceptibles d'être affectées par les forces émanées des corps. Au reste, s'il est vrai, comme je crois l'avoir découvert, que la lumière éprouve dans l'intérieur des cristaux, et à la surface même des corps, des alternatives de polarisation semblables à celles que produiraient des mouvemens de rotation et d'oscillation, exécutés suivant certaines lois et certaines périodes déterminables, cela pourra fournir de nouvelles épreuves pour ou contre l'hypothèse de l'émission, puisqu'il faudra en déduire ces mouvemens des particules lumineuses, d'après la direction des forces qui les sollicitent. En attendant, j'ai adopté dans cet ouvrage la considération de l'émission, comme plus simple que l'autre, et plus susceptible d'être suivie dans ses conséquences; mais, d'après ce que je viens de dire, on devra comprendre qu'il ne s'agit, au fond, que des propriétés et des lois, les seules choses que, jusqu'ici, nous sachions déterminer. Cette marche, que j'ai tâché partout de suivre, est celle que Newton nous a enseignée par ses ouvrages, et qui, après ce grand homme, a été peut-être trop peu suivie. C'est encore celle que l'auteur de *la Mécanique céleste* a fait revivre, qui lui a valu plusieurs de ses

belles découvertes, et qui, seule, peut conduire à resoudre cette question générale, qui comprend toute la Physique : *Les circonstances qui déterminent un phénomène étant définies, assigner exactement en nombres toutes les particularités qui en résulteront.*

Je terminerai ceci par une déclaration à laquelle je désire que l'on veuille bien ajouter confiance. Quoique j'aie cherché à faire entrer dans cet ouvrage tous les résultats qui pouvaient être les plus utiles, je ne doute pas qu'il ne m'en soit échappé d'importans, surtout de ceux qui ont été publiés par les savans étrangers à la France. Je prie les auteurs de ces découvertes de ne voir dans mon silence qu'une omission involontaire, que je m'empresserai de réparer aussitôt qu'elle me sera connue; et je vais dès à présent m'y préparer; me proposant, dans une seconde édition, si cet ouvrage en a une, de joindre en note, au bas de chaque page, une indication fidèle des sources originales auxquelles on pourra recourir.

AVERTISSEMENT.

Le lecteur est prié de vouloir bien, avant de lire l'ouvrage, corriger les fautes d'impression indiquées dans l'*erratum* placé à la fin de chaque volume.

TABLE ALPHABÉTIQUE

DES MATIÈRES

CONTENUES DANS CET OUVRAGE.

Nota. Les chiffres romains indiquent les Tomes, et les chiffres arabes les Pages.

A

B

C

D

E

F

G

H

I

J

L

M

N

O

P

R

S

T

V

FIN DE LA TABLE DES MATIÈRES.

TRAITÉ
DE PHYSIQUE
EXPÉRIMENTALE
ET MATHÉMATIQUE.

LIVRE PREMIER.

DES PHÉNOMÈNES GÉNÉRAUX, ET DES MOYENS D'OBSERVATIONS.

CONSIDÉRATIONS GÉNÉRALES.

Les métaphysiciens ont donné des définitions très-diverses de la *matière ;* quelques-uns même ont douté que nous pussions avoir la certitude morale de son existence. Le physicien n'entre pas dans ces discussions. S'appuyant uniquement sur l'expérience, il appelle *corps matériels* tout ce qui produit sur nos organes un certain ensemble de sensations déterminées ; et la faculté d'exciter en nous ces diverses sensations, constitue, pour lui, autant de *propriétés* par lesquelles il reconnaît la présence des corps. Deux sont essentiellement générales, l'*étendue* et l'*impénétrabilité*, dont la vue et le toucher sont les premiers juges. Je ne parle pas de la *mobilité* et de l'*inertie*, qui ne sont réellement pas des propriétés de la matière, mais la seule expression de son indifférence parfaite au mouvement ou au repos.

Le caractère tiré de l'étendue est évident de lui-même. Lorsque nous voyons ou que nous touchons un corps, ce corps, ou, si l'on veut, la faculté qu'il a d'agir sur nous, réside dans certaines parties de l'espace, et non pas dans d'autres. Le lieu où elle réside est donc déterminé; par cela même il est étendu.

Lorsque deux portions différentes de l'espace possèdent toutes les propriétés qui constituent pour nous les corps, l'expérience prouve qu'elles ne peuvent jamais s'identifier l'une dans l'autre, de façon que les mêmes points physiques de l'espace nous donnent à la fois la sensation des deux corps. C'est en cela que consiste l'impénétrabilité.

Pour faire comprendre comment la réunion de cette qualité avec l'étendue est nécessaire à l'état de corps, je rapporterai un exemple où ces propriétés peuvent s'observer séparément.

Lorsqu'on place un petit objet au devant d'un miroir concave de métal poli, dont la surface est sphérique, il se forme, à quelque distance du miroir, une image fort ressemblante de l'objet, que l'on peut voir avec la plus grande netteté, en se plaçant à une distance convenable. Cette image, distincte des parties de l'espace qui l'avoisinent, est étendue, mais non pas impénétrable. Vous pouvez y plonger la main sans éprouver la moindre résistance, et les parties que vous touchez ne se déplacent pas, mais s'évanouissent à mesure. Assurément vous ne pénétreriez pas ainsi un morceau de bois ou de pierre, ou tout autre corps de ceux qu'on appelle solides. Vous pourrez même, en plaçant convenablement un second miroir, faire coïncider dans le lieu de cette même image, l'image d'un autre objet, sans que la première se déplace ou en soit nullement dérangée. Vous pourrez opérer la même coïncidence pour l'image d'un troisième objet, d'un quatrième, et d'autant que vous voudrez. Toutes ces images sont étendues, mais non impénétrables. Ce sont des formes, et non de la matière *sensible;* ce mot est nécessaire, car on verra plus tard que la lumière qui détermine ces images, est elle-même composée de petites molécules matérielles d'une ténuité insensible, qui se meuvent avec une vitesse extrême, et ne font ici que passer les

unes parmi les autres dans les immenses intervalles par lesquels elles sont séparées.

Ici, il devient nécessaire de rapporter quelques phénomènes fort simples, qui semblent, au premier coup d'œil, contredire l'impénétrabilité de la matière, mais qui, examinés de plus près, ne font, au contraire, que la confirmer.

Lorsqu'on laisse tomber un corps solide, une masse d'or, par exemple, dans un fluide tel que l'eau, elle s'y enfonce et semble le pénétrer; mais elle n'a fait réellement que le séparer et déplacer ses parties; car si le vase qui renferme l'eau se termine vers le haut par un col étroit, on voit le niveau s'élever dans ce col à mesure que l'on augmente le volume du corps solide. Il y a donc ici division et séparation, mais non pénétration intime. Il en est de même lorsque nous enfonçons un clou dans une planche, ou que nous fendons du bois avec une hache; seulement les parties de ces corps se laissent plus difficilement séparer que celles de l'eau. Il en est de même encore, si l'on enfonce le clou dans une masse de terre glaise, ou de plomb, ou d'or, dans laquelle il ne fait absolument que sa place. A la vérité, la masse ainsi percée ne se désunit pas entièrement, mais ses parties n'en sont pas moins pressées et refoulées les unes sur les autres, et si l'on extrait celles qui environnent le trou que le clou s'est fait, on y trouvera des traces sensibles de cette pression. Le clou, à son tour, peut être percé de même par l'acier, et celui-ci peut être rayé par d'autres corps.

Ceci nous apprend que les corps, même les plus durs et les plus solides, ne sont pas composés de matière absolument continue, mais de parties agrégées les unes aux autres, et placées à des distances qui, sous l'influence des forces extérieures, peuvent devenir plus grandes ou moindres. Cela explique comment la même masse de matière peut augmenter de volume par l'effet de la chaleur, et se contracter par le refroidissement; comment les molécules des sels peuvent, en se désunissant, se disséminer, et, pour ainsi dire, se perdre parmi les molécules de l'eau; comment le mercure peut s'attacher à l'or que l'on y plonge, et s'insinuer jusque dans l'intérieur de sa masse; com-

ment enfin ces mélanges, ces dissolutions peuvent quelquefois s'opérer sans une augmentation apparente du volume total, ce volume ne se mesurant que sur la forme extérieure des corps, sans tenir compte des vides sensibles ou insensibles à nos regards, qui peuvent se trouver entre leurs parties. Il n'y a dans tout cela que séparation et mélange, sans pénétration.

En s'accordant à regarder les masses des corps comme composées de parties plus petites qui constituent leur essence, on peut se demander quelle est la forme et la grosseur de ces parties. Il paraît que cette grosseur est extrêmement petite. Quelque division que l'on fasse subir à l'or, par exemple, en le tirant, le filant, le laminant, les plus petites parcelles conservent toujours toutes les propriétés que présentait la masse entière. Les corps cristallisés, réduits en poussière presque impalpable, étant regardés au microscope, montrent encore les mêmes formes et les mêmes angles qui caractérisaient la masse totale du cristal. On a des exemples d'une division plus grande encore dans les odeurs, qui ne sont que des sensations produites par les particules invisibles et impalpables des corps odorans. Tout nous prouve qu'un corps, sans changer de nature, sans cesser d'être identique avec les plus grosses masses, peut être ainsi divisé en parties dont la petitesse échappe à nos sens et presque à notre imagination.

Les métaphysiciens et les physiciens même ont beaucoup discuté entre eux, si cette divisibilité de la matière était ou n'était pas possible à l'infini. C'est une pure question de mots. Si l'on veut parler d'une divisibilité abstraite et géométrique, il n'y a aucun doute qu'elle ne s'étende indéfiniment; car, quelque infiniment petite que l'on suppose une particule, par cela seul qu'elle sera étendue, on pourra toujours concevoir son étendue divisée en deux moitiés, chacune de celles-ci en deux autres, et ainsi de suite à l'infini : mais si l'on veut parler d'une divisibilité réelle et physique, nous ne pouvons rien prononcer d'absolu. Il paraît néanmoins, par les résultats, que sur notre globe les molécules matérielles ne se brisent point, ni ne s'altèrent, ni ne se transmutent les unes dans les autres. Car, quelque

opération chimique qu'on leur fasse subir, quelles que soient les combinaisons où on les engage, et les assimilations qu'on leur fasse éprouver de la part des corps vivans, elles en sortent toujours avec leurs propriétés originelles. La variété infinie d'actions de ce genre qui ont agi sur elles depuis que le monde existe, paraît n'avoir produit aucune altération dans ces propriétés.

Mais comment un pareil système de particules peut-il exister agrégé en forme de masses solides et résistantes, comme nous voyons que le sont un grand nombre de corps, et tous même, quand ils sont convenablement éprouvés? On verra, dans cet ouvrage, que cet état est produit et maintenu par des forces naturelles dont toutes les particules des corps sont animées, et qui les font tendre mutuellement les unes vers les autres, *comme par attraction.* Mais si ces forces existaient seules, les particules s'approcheraient jusqu'au contact, c'est-à-dire, jusqu'à ce qu'elles fussent arrêtées par l'impénétrabilité de leurs parties; ce qui est contraire à cette possibilité d'éloignement et de rapprochement qu'elles conservent dans les corps. Aussi trouverons-nous qu'il existe une cause générale de répulsion intérieure, par laquelle toutes les forces attractives sont continuellement balancées. Cette cause, qui réside dans tous les corps de la nature, paraît être produite par le principe de la chaleur. Les particules de chaque corps, sollicitées à la fois par ces deux genres de forces contraires, se mettent naturellement dans l'état d'équilibre qui résulte de leurs énergies compensées, et se rapprochent ou s'écartent, selon que les forces extérieures auxquelles on les expose, favorisent l'attraction ou la répulsion. C'est ainsi que les astres qui composent notre système planétaire, se meuvent et oscillent continuellement dans les ellipticités variables de leurs orbites, sans que le système se détruise, et que l'équilibre général soit rompu. De ces divers états d'équilibre des corps, résultent, comme nous le verrons par la suite, toutes les propriétés secondaires et variables, telles que *l'état aériforme, la liquidité, la solidité, la cristallisation, la dureté, l'élasticité*, etc.

L'étendue et l'impénétrabilité sont les seules propriétés essen-

tielles de la matière, c'est-à-dire qu'elles suffisent pour que les corps se manifestent à nos sens ; mais elles sont constamment accompagnées de plusieurs autres qualités, dont la simultanéité avec elles est très-importante, parce qu'elles suppléent aux premières dans un grand nombre de circonstances où celles-ci deviennent impossibles à observer. Telle est, par exemple, *la pesanteur*. Parmi les corps naturels, que l'on peut voir et toucher, on n'en trouve absolument aucun qui ne soit pesant, c'est-à-dire, qui ne tende à tomber vers le centre de la terre, quand on l'abandonne à lui-même. Puis donc que ces propriétés s'accompagnent toujours, la présence de l'une nous suffit pour juger par induction que les autres existent. Ainsi, quoique nous ne puissions ni voir ni toucher l'air, comme nous voyons et touchons les autres corps, cependant nous jugeons que c'est une substance matérielle, parce qu'il est pesant, coërcible dans des vases, et qu'il produit beaucoup d'autres phénomènes, tous pareils à ceux qu'un fluide pesant doit produire. L'examen approfondi de ces propriétés nous apprend ensuite qu'il existe des airs d'espèces très-diverses, qui sont tous autant de substances essentiellement distinctes les unes des autres par les actions qu'ils font éprouver aux autres corps, et par celles que ceux-ci exercent sur eux.

L'attraction est encore une de ces propriétés contingentes qui supplée aux témoignages immédiats des sens. J'ai dit plus haut que les particules de tous les corps connus agissaient les unes sur les autres par des forces attractives et répulsives ; réciproquement, quand on peut démontrer l'existence ou l'action de ces forces dans un principe inconnu, on en conclut que ce principe est matériel. Ainsi, *la lumière* n'est pas tangible ; on ne peut y reconnaître l'étendue ; elle n'est point pondérable, du moins à nos balances ; elle est si subtile qu'elle échappe à tous les moyens par lesquels nos sens pourraient la saisir. Mais en lui faisant traverser des corps transparens, nous trouvons qu'elle se plie et se courbe dans son trajet à travers ces corps, précisément comme si elle était repoussée par une force émanée de leur surface, et attirée, au contraire, dans leur intérieur par les molécules qui les composent. Nous savons aussi qu'elle emploie

un certain temps, très-petit, mais mesurable, à se transmettre des corps lumineux jusqu'à nous. Enfin, en soumettant ses rayons à certaines épreuves, nous trouvons que les corps transparens les attirent et les repoussent autrement par certains côtés que par d'autres. Cet ensemble de propriétés nous fait conclure que la lumière est une substance matérielle, composée de particules extrêmement petites, dont la forme est symétrique par certaines faces qui sont susceptibles d'attraction et de répulsions particulières, et enfin qui se meuvent dans le vide ou dans les corps transparens avec une vitesse donnée et déterminable.

Il est encore d'autres principes qui agissent sur les corps matériels, sans être ni visibles, ni tangibles, ni pondérables à aucune balance, qui même, jusqu'à présent, n'offrent pas, à beaucoup près, autant de caractères matériels que la lumière, et que l'on a cependant lieu de croire aussi des corps. Tels sont les principes inconnus des deux *électricités* que l'on appelle résineuse et vitrée. Rien, jusqu'ici d'absolument matériel n'a été démontré dans ces principes, rien du moins qui ne soit explicable sans matérialité. A la vérité, ils s'attirent et se repoussent mutuellement, mais c'est entre eux-mêmes uniquement que cette action s'exerce : les autres corps n'exercent sur eux aucune espèce de force, ni attractive, ni répulsive. Néanmoins dans leur distribution sur ces corps, et dans leurs irruptions de l'un à l'autre à travers les obstacles qui les séparent, ces principes se comportent d'une manière si exactement conforme aux lois ordinaires de la mécanique des fluides, qu'on peut, en les leur appliquant, calculer d'avance, avec la dernière précision, les moindres détails des phénomènes. De là il devient très-vraisemblable qu'ils consistent réellement dans de pareils fluides, et qu'ils sont par conséquent matériels. Les mêmes probabilités s'appliquent aussi aux deux principes *magnétiques*, que l'on peut développer dans divers métaux.

On a moins de données encore sur la matérialité du principe de *la chaleur*. Non-seulement il manque, comme les précédens, des propriétés sensibles qui caractérisent la matière, mais encore les lois de son mouvement, de son équilibre n'étant point

complètement connues, on ne peut pas même lui appliquer de semblables probabilités. En le suivant par les expériences, on le voit se répandre dans les corps, passer de l'un à l'autre, s'y fixer, s'en dégager, modifier la disposition, les distances, les propriétés attractives de leurs particules. Mais rien de tout cela ne démontre invinciblement que ce principe soit lui-même un corps. Le plus fort indice que nous ayons peut-être, consiste dans quelques analogies récemment découvertes entre les propriétés rayonnantes de la chaleur et de la lumière, qui tendent à faire croire que l'un de ces principes peut graduellement se changer dans l'autre, c'est-à-dire, acquérir ou perdre successivement les modifications avec lesquelles ils produisent en nous la sensation de la vision ou de la chaleur. Le développement de ces analogies est un objet de recherche des plus importans.

Ce sont là les seuls principes actifs qui nous paraissent déterminer les phénomènes naturels ; mais il est fort possible qu'il en existe beaucoup d'autres dont la subtilité échappe à nos procédés actuels d'expérience. C'est en perfectionnant ces procédés, en leur donnant plus de précision, en cherchant et inventant des indicateurs plus sensibles, que nous parviendrons à étendre notre pouvoir sur les agens naturels, ou à découvrir ceux qui nous ont pu être jusqu'à présent cachés.

L'objet principal de la physique est de constater, par des expériences exactes, et de représenter par des lois générales, les modifications accidentelles et passagères qui peuvent être produites dans les corps matériels par les divers principes que nous venons de désigner; car ces modifications, sans dénaturer les corps qu'elles affectent, changeant néanmoins presque toujours les actions qu'ils peuvent exercer entre eux et sur les autres substances, il faut nécessairement les déterminer et les mesurer avant de porter ses regards sur les phénomènes de composition et de décomposition auxquels l'action réciproque des corps peut donner lieu. C'est ainsi que l'étude de la physique est utile à la chimie, à la médecine, à la physiologie, soit végétale, soit animale, et doit nécessairement les précéder.

CHAPITRE PREMIER.

De la Balance, et de la manière de s'en servir.

La première chose qui soit nécessaire au physicien, c'est une balance. Quoique ce genre d'instrument soit très-commun, la manière de s'en servir n'est pas commune. Il faut des précautions particulières pour les approprier aux besoins de la physique; c'est pourquoi je crois devoir entrer dans quelques détails sur leur théorie.

L'expérience prouve que tous les corps matériels, existant à la surface ou dans l'intérieur de la terre, sont constamment sollicités par une force qui tend à les rapprocher du centre de cette planète, vers lequel ils tombent en effet lorsqu'ils sont libres. Cette force s'appelle *la pesanteur terrestre* ou *la gravité*. Elle anime les plus petites parties des corps, et l'on démontre en mécanique que chacune de ces parties, prise à part, tomberait avec la même vitesse que les plus grosses masses, sans la résistance disproportionnée que l'air oppose à leur chute.

Lorsque les corps ne sont pas libres, l'effort de la pesanteur se fait sentir encore, et la résultante de toutes les actions qu'elle exerce sur les points matériels qui les composent, constitue ce qu'on appelle leurs *poids*. Les poids sont donc des forces que l'on peut comparer entre elles; ainsi, il y en aura de plus grandes, de plus petites, d'égales ou d'inégales, et par le moyen des machines, on pourra aussi les rendre correspondantes ou opposées.

Pour reconnaître si deux poids sont égaux, il faut les opposer l'un à l'autre dans une machine où ils agissent d'une manière semblable, et voir s'ils la tiennent en équilibre; par exemple, on remplira cette condition, si on les suspend aux deux extrémités d'un levier soutenu par son centre, et dont les deux bras soient égaux. Telle est la disposition générale des *balances*.

En décrivant ces instrumens, je ne m'arrêterai pas aux constructions vulgaires qui servent à des usages où il suffit d'une grossière approximation ; je m'attacherai à ce qu'il y a de plus précis, et je prendrai pour exemple les excellentes balances de Fortin, qui sont employées par les physiciens les plus exacts du continent.

Le levier de ces balances, ou ce qu'on appelle communément le *fléau*, est une barre d'acier trempé LL′, fig. 1, à laquelle on donne une grande force, afin qu'elle n'éprouve point de flexion sensible par les poids qu'on veut lui faire supporter. Soit G son centre de gravité : on s'efforce de faire en sorte que les deux parties GL GL′ du fléau, situées de part et d'autre de ce point, aient des longueurs et des figures pareilles ; on les nomme *les bras* de la balance. Aux deux extrémités LL′ de ces bras, on attache des cordons égaux en longueur et en poids, destinés à soutenir des plateaux AA′, qui sont aussi égaux entre eux. Pour rendre sensibles les moindres mouvemens du fléau, on y adapte une aiguille SO perpendiculaire à LL′, et dirigée dans la verticale du centre de gravité G, au-dessus ou au-dessous de ce point. Tout l'appareil est soutenu en un point C, situé aussi dans cette même verticale. Pour que sa mobilité soit plus parfaite, et qu'il ne soit soutenu, pour ainsi dire, que dans ce seul point, on donne à la pièce de suspension C la forme d'un couteau que l'on fait en acier très-dur, et dont le tranchant vif pose sur un plan horizontal d'acier poli.

Maintenant il est clair que si l'on avait réussi à établir une égalité parfaite entre toutes les parties de l'appareil situées des deux côtés du point G, l'équilibre aurait lieu naturellement lorsque la barre LL′ se tiendrait dans une situation horizontale; car le centre de gravité du système serait alors situé dans la verticale du point C; par conséquent pour connaître quand deux poids seraient égaux, il suffirait de les placer dans les deux plateaux de la balance, et de voir si l'équilibre ne serait point troublé, c'est-à-dire, si le fléau LL′ revient à une situation horizontale comme auparavant.

Mais pour que cette observation soit possible, il y a dans

la construction de la balance, une condition essentielle à observer; c'est que le point de suspension C se trouve un peu au-dessus du centre de gravité G. Car, si cette condition est remplie, lorsque le fléau aura été tant soit peu écarté de l'horizontalité, il tendra à y revenir par une suite d'oscillations; mais si le contraire avait lieu, et si le centre de gravité G se trouvait au-dessus du point de suspension, une fois qu'il serait dérangé le moins du monde de la verticale du point C, rien ne pourrait plus l'y ramener, et le fléau tomberait indéfiniment du côté où l'emporterait la pesanteur. Or, cette mobilité indéfinie empêcherait d'obtenir jamais l'équilibre; car on ne peut espérer d'établir l'égalité des poids d'une manière tout-à-fait rigoureuse, mais seulement approchée, et telle que les erreurs qui peuvent y rester soient assez petites pour pouvoir être considérées comme nulles dans la comparaison des poids qu'on veut établir, et dans les conséquences qu'on en peut tirer.

En s'astreignant donc à la condition précédente, en supposant d'ailleurs une égalité parfaite entre toutes les parties de la balance situées de part et d'autre du centre de suspension, on aurait une balance parfaite. Mais cette égalité est une chimère. Quelque soin que l'on prenne pour l'établir dans la construction de la balance, on ne l'obtiendra jamais : il faut donc savoir s'en passer, et heureusement on peut, sans nuire en rien à l'exactitude, y suppléer par la méthode que nous allons exposer.

Peser un corps, c'est déterminer combien de fois le poids de ce corps contient une autre espèce de poids connue, par exemple, de grammes et de fractions de grammes. Pour le savoir, commencez par placer ce corps que j'appellerai M, dans un des plateaux de la balance, par exemple, dans le plateau A; puis faites-lui équilibre, en plaçant dans l'autre plateau A′ des corps pesans quelconques; par exemple, des morceaux de cuivre, des grains de plomb, et enfin des petites feuilles de cuivre battu ou de petits morceaux de papier que vous ajouterez par parcelles, jusqu'à ce que l'aiguille SO soit parfaitement verticale, et vous indique ainsi l'horizontalité du fléau LL′. Cela fait, ôtez douce-

ment le poids M, et substituez à sa place des grammes et des fractions de grammes, jusqu'à ce que l'aiguille SO soit redevenue verticale : la quantité qu'il faudra mettre de ces poids exprimera précisément le poids du corps M, puisque ces nouveaux poids étant placés dans les mêmes circonstances que le corps M, font de même que lui, équilibre au plateau A′, chargé des corps que vous y avez placés.

On voit que cette méthode est indépendante de la longueur des bras de levier, CL, CL′, ainsi que de l'inégalité de poids qui peut exister entre eux. Pour être parfaitement exacte, elle exige seulement deux conditions.

La première, c'est que les points de suspension LL′ soient bien rigoureusement les mêmes dans les deux opérations. En effet, la puissance d'un même poids, pour faire tourner le fléau, est inégale suivant qu'on le place à des distances diverses du centre de suspension; si donc le point de suspension du plateau A pouvait varier dans les deux pesées consécutives, il s'ensuit que, dans la seconde, il faudra employer réellement un poids différent de celui du corps M, pour faire équilibre au plateau A′, et aux poids dont on l'a chargé; et comme aucun indice ne vous avertirait de cette inégalité, il s'ensuivrait que l'on pourrait ainsi tomber dans de graves erreurs. Aussi l'artiste doit-il employer tous ses soins pour établir et assurer la constance des points de suspension LL′. Le meilleur moyen d'y parvenir, c'est que cette suspension se fasse aussi par des couteaux d'acier croisés, à tranchant vif, comme le représente la fig. 2; car alors les points LL′ étant déterminés par le croisement de deux de ces couteaux suspendus l'un à l'autre sur leur tranchant, ils sont aussi fixes, aussi invariables que l'on puisse le désirer, surtout quand on ramène toujours le fléau à la position horizontale; c'est ainsi que sont disposées les excellentes balances de Fortin.

La seconde condition à remplir, c'est que la balance soit très-sensible, c'est-à-dire, que lorsqu'elle est en équilibre et chargée, le moindre petit poids mis dans un des plateaux ou dans l'autre suffise pour déranger cet équilibre et faire mouvoir

l'aiguille SO. Cette sensibilité dépend uniquement de la suspension C; elle sera d'autant plus parfaite, qu'il y aura moins de frottement dans ce point, entre le couteau C et le plan qui le porte : car le frottement qui résulte de la superposition de deux corps est une force qui s'exerce dans la direction de leurs surfaces, et qui s'oppose aux autres forces qui tendraient à détacher ces surfaces l'une de l'autre; ainsi le frottement du couteau C, sur son support, doit s'opposer à ce que le fléau LL' tourne autour du point C. En effet, cette rotation ne peut avoir lieu sans détacher l'une de l'autre les parties du couteau et du support qui se touchent. Il faut une force pour détruire leur adhésion, et par conséquent l'aiguille ne deviendra mobile que lorsque l'on aura ajouté dans l'un des plateaux ou dans l'autre, l'excès de poids nécessaire pour la surmonter.

C'est afin de diminuer cette inertie que l'on fait le couteau à tranchant vif, et qu'on lui donne ainsi qu'au plan qui le porte le poli le plus parfait. Pour que ces pièces ne s'altèrent point en pressant continuellement l'une sur l'autre, on dispose sous les bras du fléau deux fourchettes FF', qui, dans les intervalles des expériences, le saisissent et le soutiennent dans une position horizontale, sans le soulever. Ces fourchettes sont mobiles au moyen d'une manivelle. Quand on veut se servir de la balance, on les abaisse; le fléau devient libre, et les branches se mettent en mouvement; cesse-t-on d'observer, on relève les fourchettes, le fléau LL' est ramené à l'horizontalité et au repos. Enfin, pour éviter les mouvemens accidentels produits par les agitations de l'air, on enferme tout l'instrument dans une cage vitrée, où l'on pratique seulement les ouvertures nécessaires pour placer les poids et les corps que l'on veut peser; il est utile de placer dans cette caisse une capsule remplie de chaux vive, de muriate de chaux, ou de quelque autre sorte de sel propre à attirer l'humidité de l'air, et que l'on a soin de renouveler de temps en temps; par ce moyen, l'intérieur de l'instrument est toujours sec, et les pièces d'acier qui le composent ne se rouillent pas.

On voit aussi que pour diminuer son volume, il convient

que l'aiguille soit dirigée de haut en bas, comme dans la fig. 3, où l'on a représenté tout l'appareil. Cette disposition a encore l'avantage de rendre l'observation de ses mouvemens plus facile. Pour les apprécier exactement, on trace sur le pied de l'instrument, et perpendiculairement à la colonne qui le porte, une division horizontale de parties égales, au-dessus de laquelle l'extrémité inférieure de l'aiguille oscille quand elle est prête à se mettre en équilibre ; car cet équilibre ne s'établit qu'après une longue suite d'oscillations très-lentes. Le zéro de la division est placé dans la verticale du point C, et l'on juge que la balance est en équilibre ou va arriver à l'équilibre lorsque les oscillations de l'aiguille sont extrêmement petites, et s'étendent de part et d'autre, à distances égales du zéro de la division. Il n'est pas même nécessaire alors d'attendre que le mouvement d'oscillation de la balance ait cessé entièrement ; il suffit dans la seconde pesée de ramener l'oscillation entre les mêmes termes. Il faut aussi prendre une précaution toute particulière pour ne pas donner de secousse à l'instrument, quand on ôte le corps M de son plateau, pour le remplacer par des poids équivalens, car une pareille secousse pourrait changer le mode de contact du couteau C sur son support, et par conséquent aussi le frottement des deux pièces l'une sur l'autre, d'où résulterait un changement dans les excès de poids nécessaires pour vaincre le frottement, au lieu que s'il reste le même dans les deux pesées successives, son effet n'empêche pas ces deux pesées d'être exactement comparables, et par conséquent la masse des poids qui remplace le corps M est encore exactement égale à la masse même de ce corps.

Pour passer ainsi avec sûreté d'une pesée à l'autre, il faut, lorsque la première pesée est faite, élever doucement les deux fourchettes afin de ramener le fléau à son repos sans le décharger ; puis avant d'ôter le corps M, on ajoute dans le plateau où il se trouve, ou mieux encore dans le second plateau auxiliaire *a*, un autre corps quelconque dont le poids soit à peu près la moitié du sien. Cela fait, on ôte le corps M ; on le remplace approximativement par le nombre de grammes que l'on

présume devoir lui être à peu près égal; on ôte alors le corps étranger que l'on avait ajouté et qui avait seulement servi pour maintenir le même contact du couteau sur son support et conserver l'inertie du fléau. Alors on abaisse les fourchettes, le fléau redevient libre avec le même degré de mobilité que la première fois; et toutes les circonstances étant redevenues semblables à celles de la dernière pesée, on achève l'équilibre de la même manière.

L'artiste qui construit la balance a soin que le zéro de la division parcourue par l'aiguille se trouve exactement dans la verticale du centre de suspension; il faut donc rendre de nouveau cette ligne verticale lorsque l'on monte la balance, ou, ce qui revient au même, il faut rendre horizontale la plaque sur laquelle la division est tracée. Pour cela on se sert d'un niveau à bulle d'air que l'on pose sur cette division, et l'on cale la table qui porte la balance jusqu'à ce que ce niveau indique l'horizontalité. Il faut même que l'horizontalité ait lieu dans tous les sens, afin que le plan qui porte le couteau ne se renverse point en avant ou en arrière, mais soit aussi horizontal. Quand ces conditions sont remplies, la balance a toute sa sensibilité; elle est en état d'agir; et, chaque fois qu'on atteint l'équilibre, les oscillations de l'aiguille sont lentes, régulières, et s'étendent à des amplitudes égales de part et d'autre du zéro de la division. Les balances de ce genre, construites par Fortin, sont tellement sensibles, que, chargées, dans chaque plateau, de mille grammes, un seul milligramme suffit pour les faire trébucher.

J'ai dû entrer dans tous ces détails, parce que la détermination précise des poids est un des élémens les plus importans de toute la physique, et qu'on est sans cesse obligé d'y recourir. La méthode des doubles pesées que je viens d'exposer est due à Borda. Elle est facile et sûre; c'est la seule qui dans la pratique soit réellement indépendante de l'inégalité des bras de la balance et de l'effet du frottement. En l'employant avec les précautions que nous avons expliquées, on obtiendra aussi exactement qu'il est possible les poids des corps au moment

où on les aura soumis à cette opération. Mais en répétant l'expérience sur le même corps à différentes époques, on y trouvera quelques différences, surtout si son volume est considérable et son poids faible; cela vient de ce que les pesées sont faites dans l'air, qui est un fluide pesant, comme nous le prouverons bientôt. On démontre en mécanique que les corps plongés dans un fluide y perdent une partie de leur poids égale à celui du volume de fluide qu'ils déplacent. Ainsi lorsque nous pesons des corps dans l'air, ce n'est réellement pas leur poids absolu que nous observons, mais l'excès de leur poids sur celui d'un pareil volume d'air. Or, nous prouverons également par l'expérience que l'air pris à la surface de la terre n'a pas toujours le même poids sous le même volume, parce qu'une infinité de causes accidentelles le dilatent ou le condensent. Ces variations doivent donc changer la perte de poids des corps que l'on y pèse; par conséquent, pour avoir les vrais poids de ces corps, il faut y ajouter le poids variable du volume d'air qu'ils déplacent, et les réduire, en un mot, au même cas que si on les eût pesés dans un espace entièrement vide d'air et de toute autre matière pesante. C'est en effet ce que nous ferons par la suite; mais pour y parvenir il nous faut acquérir un assez grand nombre de connaissances expérimentales qui nous manquent encore. J'ai voulu seulement indiquer ici, d'après l'expérience, la nécessité de ces réductions pour avoir les poids constans et absolus des corps; nous apprendrons plus loin, et toujours par l'expérience, comment on peut les effectuer.

NOTE.

Comme la condition relative à la hauteur du centre de suspension est très-importante, j'ai cru devoir la développer ici avec quelques détails, qui auraient trop retardé notre marche, s'ils eussent été placés dans le texte.

Selon la forme que l'on voudra donner au fléau de la balance, le centre de gravité de ce fléau pourra être au-dessus du centre de suspension, ou au-dessous, ou coïncider avec lui. Examinons successivement ces trois cas.

Le premier arriverait, par exemple, si le fléau avait la forme repré-

sentée par la fig. 4. Toutes les parties qui le composent, en y comprenant l'aiguille, étant situées du même côté du centre de suspension, doivent nécessairement avoir leur centre de gravité quelque part de ce même côté du point C. Dans ce cas, l'équilibre aura lieu lorsque le centre de gravité G se trouvera précisément dans la verticale du point C; car alors le poids du système sera soutenu par la résistance du support. Mais, pour peu que le point G soit dérangé de cette position, la pesanteur l'entraînera continuellement, sans que rien s'y oppose, et le fléau tombera du côté du point C, où il aura été porté d'abord. Il serait donc, pour ainsi dire, impossible d'établir l'équilibre avec une pareille balance, et l'usage en serait impraticable. C'est ce que l'on nomme *une balance folle.*

Concevons maintenant, fig. 5, que le couteau C, toujours perpendiculaire à LL, soit placé de manière que son tranchant passe par le centre une gravité G, alors le fléau LL′ serait naturellement en équilibre dans toutes les positions où l'on voudrait le placer; mais le moindre petit poids ajouté d'un côté ou de l'autre, ferait encore chavirer la balance, de même que dans le cas précédent, sans que rien pût la retenir; et comme il est impossible d'arriver, dans les pesées, à une égalité mathématique, on voit qu'on ne pourrait point davantage se servir d'un pareil instrument.

Reste donc enfin le cas de la figure 6, dans lequel le centre de gravité commun du fléau et de l'aiguille, tombe au-dessous du point C de suspension. Dans ce cas, l'équilibre a toujours lieu lorsque le centre de gravité G se trouve dans la verticale du point C. Mais supposons qu'on le dérange un peu de cette position, comme le montre la fig. 7, alors la pesanteur tend à l'y ramener; et elle l'y ramène réellement, mais avec une force qui décroît sans cesse; car lorsque le fléau est revenu à la situation horizontale, le point G se trouve dans la verticale CV, et l'effet de la pesanteur est entièrement détruit par la résistance de ce point. Ainsi le système s'arrêterait dans cette position, sans la vitesse qu'il a acquise; mais cette vitesse, que rien ne contre-balance, contribue à le faire mouvoir, et élève de nouveau le point G de l'autre côté de la verticale. Alors l'action de la pesanteur, développée par l'obliquité, s'oppose sans cesse à ce mouvement et le ralentit; elle use enfin toute la vitesse acquise par le système, et ensuite elle fait de nouveau redescendre le point G vers la verticale. Il arrive donc, dans ce cas, que le système étant très-peu écarté de l'état de l'équilibre, y revient par une suite d'oscillations très-petites, qui se continueraient sans cesse, si elles n'étaient affaiblies et enfin détruites par la résistance de l'air et le frottement du point de suspension C. Cette disposition permet donc d'approcher successivement de l'équilibre par des essais qui diminuent de plus en plus les oscillations; et voilà pourquoi elle est généralement en usage dans les balances. Mais pour que la balance soit très-sensible, il ne faut pas que le centre de gravité G soit très-éloigné du centre C de rotation; car l'effort du système pour tourner autour du

point C, et pour revenir à la position verticale, est proportionné à la longueur du levier CG; et ainsi, plus cette longueur est considérable, plus il faudra placer de poids en L ou en L′, pour produire dans l'équilibre le même écart, et dans la balance le même degré d'oscillations. Voilà pourquoi, dans les balances bien exécutées, on fait en sorte que le centre de gravité G soit au-dessous du point C, mais à une très-petite distance de ce point.

Pour atteindre cette condition, on commence par combiner la forme générale de l'appareil, d'après les règles de la statique, de telle sorte qu'elle soit à peu près remplie. Quand le plan en est ainsi arrêté, on le construit, et on l'essaie sans mettre aucun poids dans les plateaux. Si sa mobilité brusque indique que le centre de gravité est au-dessus du point de suspension, on relève celui-ci, qui, pour ce premier essai, doit être rendu mobile. Enfin on arrive à un terme où la balance commence à osciller, mais ses mouvemens sont encore trop rapides. On remonte donc encore un peu la suspension, jusqu'à ce que les oscillations aient le degré de lenteur et de régularité convenable pour qu'on puisse les observer avec facilité et exactitude; alors on s'arrête, et l'on construit toutes les autres balances sur les mêmes dimensions. Lorsqu'elles sont faites, on les essaie de même, et si elles ont besoin de quelques corrections très-petites, comme cela est presque inévitable, on les fait en augmentant ou diminuant un peu la masse de l'aiguille, jusqu'à ce qu'enfin on obtienne le degré requis de précision et de sensibilité.

CHAPITRE II.

De la construction du Thermomètre, et de la manière de s'en servir.

Dès que l'on commence à porter son attention sur l'ensemble des phénomènes physiques et chimiques, on voit que l'agent le plus puissant, le plus actif et le plus généralement employé dans la nature et dans les arts, c'est le feu. Nous sentons à chaque instant les effets qu'il produit sur nos organes, soit lorsqu'il les brûle par une trop grande ardeur, soit lorsqu'il les réchauffe doucement dans les rigueurs de l'hiver. Il échauffe toutes les substances; et, s'il ne les embrase, il les fond, les rend liquides, les fait rougir, bouillir, et les convertit en vapeurs. Même lorsqu'il semble agir avec moins d'énergie, il étend les dimensions des corps, il change leur volume et les modifie sans cesse dans leurs propriétés les plus cachées. Pour pouvoir observer ces propriétés d'une manière comparable dans différens corps, ou dans le même corps à des époques différentes, il faut nous prémunir contre cette cause perpétuelle de variation; et, puisque nous ne pouvons l'empêcher d'agir, il faut au moins trouver quelque manière de fixer l'état précis où elle met chaque corps à l'instant où nous l'observons.

Mais d'abord, réduisons cette cause à son expression la plus abstraite. Quoique le mot de feu entraine avec lui l'idée de flamme et de lumière, cependant il n'est pas difficile de voir que tous les phénomènes que nous venons de décrire peuvent être produits sans le concours de ces deux circonstances; car si j'ai fait fondre du plomb dans un vase de fer par le moyen du feu, ce plomb, qui ne sera point enflammé et qui ne jettera pas de lumière, deviendra capable à son tour d'échauffer d'autres corps; il fera fondre la glace, le soufre et l'étain; il enflammera la cire, il fera bouillir l'eau et tous les autres liquides,

il les convertira en vapeur. Puisqu'il agit ainsi sur ces corps sans flamme ni lumière, nous pouvons par la pensée séparer ces deux modifications du principe, quel qu'il soit, qui produit tous ces effets; et, pour fixer invariablement cette séparation, pour désigner isolément ce principe, nous lui donnerons un nom particulier, nous l'appellerons le *calorique*.

Cette distinction simple et naturelle nous conduit à voir que le mot *chaleur*, dans lequel on enferme ordinairement l'idée vague d'une cause, n'exprime réellement que la sensation que le calorique produit sur nos organes; et, par extension, celle qu'il produit sur des organes plus résistans, ou même sur des corps non organisés. Désormais nous emploierons toujours le mot chaleur dans cette seule acception, pour exprimer généralement le mode d'action particulier au calorique.

Mais la sensation de la chaleur, lorsque nous l'éprouvons, n'a pas toujours la même énergie; il y a des degrés entre la douce chaleur que nous éprouvons dans un bain et celle qui nous brûle lorsque nous touchons un fer rouge. La chaleur qu'excite un seul charbon embrasé suffit pour enflammer le soufre; elle ne suffit plus pour fondre le cuivre ou l'argent. Afin de définir les différentes énergies du calorique dans ces diverses circonstances, nous leur donnerons le nom *de températures*, et nous appellerons températures plus ou moins chaudes celles qui produiront ou qui seront capables de produire sur nous ou sur les autres corps des sensations plus ou moins vives de chaleur. Nous ne voulons par-là qu'exprimer l'inégalité de ces sensations et de leurs effets, non la mesurer ni la fixer: encore moins prétendons-nous en tirer quelque induction sur la manière dont elles dépendent du calorique qui les produit. Toutes ces choses ne peuvent se déterminer sûrement que par des mesures précises que nous chercherons plus tard; mais auparavant il fallait au moins sentir le besoin de les chercher.

Il arrive souvent dans les sciences que ceux qui introduisent une expression nouvelle pour exprimer la cause inconnue d'un phénomène, se laissent ensuite entraîner à détourner cette définition de son sens abstrait pour la réaliser et lui donner un

corps ; cela est arrivé, par exemple, pour le calorique. La plus grande partie des physiciens et des chimistes regardent le calorique comme une matière à laquelle ils attribuent plusieurs propriétés analogues à celles que les autres substances matérielles possèdent, telles que l'élasticité, la compressibilité et la faculté d'entrer en combinaison avec d'autres corps. Ces propriétés matérielles ils les lui supposent par analogie ; car, comme on ne peut voir le calorique ni le toucher, ni le peser, ils sont obligés, tout en le regardant comme une matière, de le dépouiller, au moins pour nos sens, des propriétés les plus apparentes par lesquelles nous puissions nous assurer de l'existence matérielle des corps, je veux dire l'impénétrabilité et la pesanteur. D'autres physiciens, en plus petit nombre, ont regardé le calorique non comme une matière, mais comme un principe de mouvement qui excite dans les particules des corps certaines vibrations très-petites, d'où résulteraient pour nous la sensation et les phénomènes de la chaleur. Enfin, un très-petit nombre de physiciens-géomètres, ne s'attachant ni à l'une ni à l'autre de ces opinions, se sont bornés à admettre les principes qui leur étaient communs. Nous examinerons plus tard, par l'expérience, les probabilités de ces diverses hypothèses ; nous puiserons dans chacune d'elles les analogies sur lesquelles elles se fondent ; et, après les avoir établies par l'expérience, nous en tirerons des lois générales et certaines par lesquelles les phénomènes qu'elles embrassent se trouveront liés. Mais jusqu'à cette époque, et à cette époque même, nous tiendrons scrupuleusement au sens abstrait des dénominations que nous avons adoptées. Le calorique ne sera pour nous que la cause inconnue de la sensation de la chaleur, et le mot de température n'exprimera que les diverses énergies de son action.

Nous nous trouvons ainsi arrêtés toutes les fois que nous voulons remonter aux causes premières des phénomènes ; la fin de notre science est de reculer le doute, et de le faire porter sur les seuls objets que notre raison ne peut on n'a pas encore pu atteindre. L'art des expériences consiste à découvrir dans les phénomènes ceux qui sont les plus généraux, les plus influens.

Ces faits bien constatés, exactement reconnus, servent ensuite de principes pour arriver aux autres faits comme conséquences. Alors nos incertitudes ne portent plus sur les phénomènes généraux ni sur leur combinaison, les seules choses qui nous soient réellement utiles; elles portent uniquement sur la cause première d'un petit nombre de faits; et, si elles sont inévitables, elles sont du moins réduites à leurs justes bornes. Nous voyons les phénomènes se succéder, comme les générations des hommes, dans un ordre que nous observons, mais sans pouvoir dire ou même concevoir comment il a commencé. Nous suivons les anneaux d'une chaîne infinie; nous pouvons bien, en ne la quittant pas, remonter d'un anneau à un autre; mais le point où la chaîne est suspendue n'est pas à la portée de nos faibles mains.

Pour découvrir et fixer les rapports naturels des phénomènes entre eux, il ne suffit pas de les observer vaguement, et de les envelopper dans des hypothèses toujours vacillantes et incertaines; il faut déterminer d'une manière précise la nature et l'étendue de leurs effets, afin de n'avoir à combiner dans nos raisonnemens que des données rigoureuses; en un mot, il faut les mesurer. Mesurer et peser, voilà les deux grands secrets de la chimie et de la physique; ce sont là les causes de toutes les découvertes qu'elles ont faites dans ces derniers temps.

Or, pour fixer par des mesures précises les divers degrés d'action du calorique, choisirons-nous les effets dévorans et destructifs qu'il exerce sur presque tous les corps de la nature? Non, sans doute, puisque l'altération même qui en résulte dans la constitution de ces corps exclurait toute idée de comparaison. Trouverons-nous des termes plus fixes dans les sensations variables de chaleur et de froid que nous éprouvons? Pas davantage. Il ne faut pas avoir beaucoup réfléchi sur la nature de nos sensations, pour s'apercevoir que les indications qu'elles nous donnent sont purement relatives. La lumière, qui suffit pour nous faire discerner les objets dans une salle de spectacle où nous sommes restés quelque temps, nous semble une obscurité complète quand nos yeux viennent de recevoir la

vive lumière du jour. Le même temps de dégel, qui nous paraît d'une douceur extraordinaire lorsqu'il survient tout à coup au milieu des rigueurs de l'hiver, nous semblerait un froid insupportable si nous l'éprouvions subitement au milieu des grandes chaleurs de l'été. C'est par cette raison que la température des souterrains nous semble froide en été et chaude en hiver, quoique, dans la réalité, elle reste constamment la même, comme nous le prouverons par la suite. On conçoit donc, par ces exemples, que les divers degrés d'intensité de nos sensations ne peuvent nous fournir une mesure constante des causes qui les produisent, puisque l'idée qu'elles nous donnent n'est jamais que relative et comparée.

Nous sommes ainsi conduits à chercher parmi les phénomènes, dont le calorique est la cause, ceux qui, s'exerçant sur des substances inorganiques, les modifient momentanément d'une manière reconnaissable, sans néanmoins altérer leur nature ni leur constitution intime; de sorte que la cause étant ôtée, les corps reprennent exactement leur premier état, quel que soit le nombre de ces variations passagères auxquelles on les ait exposés. Or, il existe un phénomène dont le calorique est la cause principale, et qui remplit parfaitement toutes ces conditions, c'est celui que l'on appelle la dilatation et la contraction des corps.

C'est un fait général et facile à constater, que tous les corps que l'on réchauffe, sans changer leur constitution, s'étendent dans tous les sens, de manière à occuper un volume plus considérable que celui qu'ils occupaient d'abord. Cette modification des corps se nomme *dilatation;* et lorsqu'un corps l'éprouve, on dit qu'il se *dilate.* Tous les corps, quelle que soit leur nature, sont susceptibles d'éprouver cet effet.

La dilatation des corps solides, particulièrement des métaux, est fort petite tant qu'ils sont encore éloignés de l'état où ils se fondent; cependant les effets en deviennent sensibles dans une infinité d'expériences journalières. Dans les grandes conduites d'eau, où l'on emploie des tuyaux de fonte métallique attachés ensemble par des vis de fer, la différence de la chaleur

de l'hiver à l'été fait tellement varier les dimensions de cette longue barre métallique, que l'on est obligé de placer de distance en distance, des tuyaux construits de manière à pouvoir glisser les uns dans les autres, pour se prêter aux effets de ces dilatations et contractions alternatives, sans quoi la colonne se romprait infailliblement. Les appareils de ce genre se nomment des compensateurs. On est aussi obligé d'en mettre dans les constructions des ponts en fer. C'est encore la dilatation des métaux qui fait que les verges des pendules s'allongent dans l'été et se raccourcissent dans l'hiver, de manière à faire tantôt retarder, tantôt avancer leur mouvement, que l'on est obligé, par cette raison, de corriger dans ces deux extrêmes, à moins qu'on n'ait prévenu l'effet de ces variations par un procédé que nous ferons connaître plus loin.

Les dilatations des liquides sont beaucoup plus considérables que celles des corps solides, dans les mêmes circonstances. Un vase, fût-il de bronze, rempli d'eau et bien bouché, s'il est exposé ensuite à une forte chaleur, de manière que l'eau ne puisse s'en échapper par aucun interstice, crevera infailliblement avec une grande explosion : ce qui prouve que l'eau renfermée se dilate plus que la matière du vase. Mais pour observer ces effets d'une manière plus facile et moins dangereuse, prenez une fiole de verre mince, dont le corps soit large et le col étroit : remplissez-la entièrement ou presque entièrement d'eau, ou de tout autre liquide ; puis approchez-la graduellement du feu : vous verrez bientôt la liqueur se dilater, s'élever dans le col du flacon, le remplir entièrement, et se renverser pardessus les bords long-temps avant de bouillir. Plus le col est étroit par rapport à la capacité de la fiole, plus l'expérience est prompte et l'effet sensible ; aussi rien ne convient mieux, pour ces expériences, qu'une boule de verre, soufflée à l'extrémité d'un tube, dont l'intérieur est très-étroit. Alors, quand on observe avec attention, on remarque avec surprise que dans le premier moment de l'action du calorique, la liqueur descend dans le tube au lieu de monter. Cela vient de ce que la substance du verre, éprouvant la première la chaleur, se dilate

aussi la première, et avant que le liquide ait encore éprouvé la même influence; mais la chaleur continuant de pénétrer tout l'appareil, le liquide commence bientôt à se dilater, et ne tarde pas à l'emporter sur le verre, par l'excès de sa dilatation.

On peut rendre également sensibles les effets de la dilatation et de la contraction, dans les substances aériformes, c'est-à-dire, dont la constitution est analogue à celle de l'air et des vapeurs. Par exemple, c'est la force élastique de la vapeur de l'eau qui soulève les pistons des pompes à feu. Mais, pour nous borner à des expériences usuelles, tout le monde a éprouvé combien il est quelquefois difficile d'introduire un liquide dans un flacon dont le col est extrêmement étroit, comme le sont, par exemple, ceux des flacons à essence: cela vient de la résistance de l'air intérieur qui, trouvant l'orifice étroit du tube bouché par la petite colonne de liquide qu'on y a introduite, s'oppose invinciblement à son passage. Mais voulez-vous éluder cet obstacle? chauffez le flacon; l'air qu'il contient, en s'échauffant aussi, se dilatera plus que le verre; le volume du flacon ne suffira plus pour le contenir: il en sortira donc une partie; alors renversez le flacon dans le liquide que vous voulez y introduire, et attendez quelques instans; l'air resté dans le flacon se refroidira, se contractera, et fera place au liquide qui s'y introduira pour occuper la place vide, obéissant en cela à la pression que l'air extérieur exerce sur tous les corps, comme nous le verrons bientôt.

En mesurant avec soin les dimensions des corps, après les avoir exposés à diverses températures, on trouve généralement que si le feu n'a point altéré leur constitution ou leur nature, ils reviennent exactement aux mêmes dimensions qu'ils avaient d'abord, quel que soit le nombre de fois qu'on les expose à ces changemens alternatifs. Cette propriété s'observe, par exemple, dans les métaux, quand on ne les échauffe pas jusqu'à les fondre; dans les liquides, quand on ne les échauffe pas jusqu'à les faire bouillir (1). On trouve, à la vérité, que l'argile et quelques

(1) Pour reconnaître cette propriété dans les liquides, il faut les observer

autres substances semblent, au contraire, se contracter quand on les expose au feu après les avoir imbibées d'eau : mais alors, elles ne reviennent plus à leurs premières dimensions; ce qui montre que leur contraction est l'effet du desséchement qu'elles éprouvent, ou d'une combinaison plus intime de leurs élémens, et non pas un effet passager de la chaleur. Ce phénomène se nomme le retrait; on est obligé d'y avoir égard dans la construction des vases de terre et de porcelaine, sans quoi ils n'auraient pas, en sortant du fourneau, la forme qu'on veut leur donner; mais on voit, d'après sa cause, qu'il ne fait point une exception aux lois générales de la dilatation des corps.

Cette propriété, que tous les corps possèdent, de se dilater par l'effet de la chaleur, et de revenir aux mêmes dimensions quand on les ramène aux mêmes circonstances, offre un moyen très-simple et très-exact pour mesurer des degrés égaux et inégaux de chaleur. On l'a employée de la manière la plus heureuse dans la construction des instrumens que l'on appelle des thermomètres, c'est-à-dire; *mesureurs de la chaleur*. Tout le monde les connaît et en fait usage; mais on ne connaît pas aussi généralement les principes sur lesquels ils sont fondés, et qui garantissent la certitude de leurs indications.

A la rigueur, tous les corps pourraient être employés à cet usage, puisque tous, comme nous venons de le voir, sont sensibles aux variations de la chaleur; mais pour rendre l'instrument exact et commode, il y a un choix à faire entre eux. Si nous employons un corps solide, par exemple, une barre métallique, ses dilatations et ses contractions seront trop petites pour pouvoir être facilement observées. Si nous voulons les apercevoir, il faudra les agrandir par des rouages et des leviers qui en rendront l'observation très-minutieuse, et même sou-

---

dans des tubes fermés de toutes parts, afin que la chaleur n'enlève pas une portion de leur substance en la réduisant en vapeur. Avec cette précaution, on trouve que s'ils ne changent pas de composition interne, c'est-à-dire, s'ils continuent de former la même substance qu'ils formaient d'abord, ils reviennent exactement aux mêmes dimensions quand la température redevient la même.

vent inexacte. Si au contraire nous employons, pour construire notre thermomètre, une substance aériforme, par exemple, l'air ou quelque autre gaz, les dilatations et les contractions seront tellement considérables, qu'il deviendra très-incommode de les mesurer, quand les variations de la chaleur auront quelque étendue. Les variations de volume des liquides, plus grandes que celles des corps solides, et moindres que celles des gaz, offrent un moyen terme exempt de ces inconvéniens opposés, et par conséquent nous sommes conduits à chercher notre thermomètre dans cette classe intermédiaire de corps.

Il en est un parmi eux que ses qualités physiques et chimiques rendent éminemment propre à cet usage; c'est celui que l'on nomme *mercure* ou vif-argent, parce qu'en effet il ressemble à de l'argent qui serait rendu coulant par la chaleur. Le mercure supporte, avant de bouillir et de se réduire en vapeur, plus de chaleur que tous les autres fluides, excepté certaines huiles; et l'on peut aussi, sans qu'il se gèle, l'exposer à des degrés de froid qui solidifieraient tous les autres liquides, excepté certaines liqueurs spiritueuses, comme l'esprit-de-vin ou l'éther. En outre, le mercure a l'avantage d'être plus sensible que tout autre liquide à l'action de la chaleur, et enfin les variations de son volume, dans l'étendue des phénomènes qu'il est le plus ordinaire d'observer, sont, comme nous le verrons par la suite, parfaitement régulières, et proportionnelles à celles que les solides et les gaz éprouvent dans des circonstances semblables. Toutes ces propriétés doivent nous porter à nous servir du mercure dans la construction de nos thermomètres, préférablement à tout autre corps.

Mais pour que tous les thermomètres à mercure aient une marche semblable, et soient comparables les uns aux autres dans tous les pays du monde, on conçoit qu'il faut que la substance employée soit constamment la même, et qu'elle ait des propriétés constamment semblables. On y parvient en employant le mercure dans son plus grand état de pureté. Le mercure pur est un véritable métal liquide, qui pèse environ treize fois et demi autant que l'eau à volume égal. On ne le trouve presque

jamais tel dans les mines. Il est ordinairement engagé dans des combinaisons chimiques, qui le rendent solide, et dont il faut le dégager par les procédés de la métallurgie. Quelquefois cependant on trouve naturellement le mercure à l'état liquide; mais alors il est ordinairement mêlé d'argent, de plomb ou d'étain, métaux avec lesquels il se combine facilement. Quand on l'a obtenu dans cet état, pour l'avoir parfaitement pur, il faut d'abord le dégager de la terre, des pierres et des autres saletés qui peuvent s'y trouver grossièrement mêlées. Pour cela, il suffit de le renfermer dans un morceau de peau de chamois, d'en former pour ainsi dire un nouet, et de le serrer fortement entre les doigts. Le mercure pressé s'échappe à travers les pores imperceptibles de la peau, et se tamise en une fine pluie argentée, abandonnant dans cette opération tout ce qui n'était que mélangé, et non pas combiné avec sa substance.

Pour séparer maintenant les métaux qui peuvent être alliés avec lui, on profite de ce que ces métaux sont à peine vaporisables par les plus grands feux que nous puissions produire, tandis que le mercure bout et se réduit en vapeurs, à un degré de chaleur qui n'est pas très-considérable. On chauffe l'alliage dans des vases fermés, disposés de manière à pouvoir condenser par le refroidissement les vapeurs qui s'y forment, et à recueillir le liquide qui en résulte. La chaleur volatilise le mercure, sans pouvoir vaporiser les métaux qui étaient combinés avec lui : il se fait donc une séparation, les métaux restent fixés au fond de l'appareil, et le mercure pur se retrouve dans le réfrigérant. Si les vases sont fermés hermétiquement, c'est-à-dire, de manière qu'aucune vapeur ne puisse s'échapper, la somme des poids du mercure et du résidu fixe, doit égaler le poids de l'alliage employé.

L'opération que nous venons de décrire s'appelle une distillation; on l'emploie à chaque instant en chimie pour défaire les combinaisons et séparer les substances les unes des autres, en vertu de leurs degrés de volatilité divers. L'appareil qui sert pour faire cette expérience, s'appelle un appareil distillatoire ou un alambic. On peut former un véritable alambic, en pla-

çant la substance que l'on veut distiller dans une cornue de verre ou de porcelaine, et recevant les vapeurs dans un ballon de verre que l'on fait communiquer à la cornue, au moyen d'un tuyau de verre que l'on appelle une allonge. On lute (1) ce tuyau au col de la cornue par un bout, à celui du ballon par l'autre, et l'appareil se trouve complètement fermé. On allume un feu de charbon sous la cornue (2), qui contient la substance que l'on veut distiller, et l'on plonge, au contraire, le ballon dans de l'eau froide ou dans de la glace pilée, afin de condenser, par le refroidissement, les vapeurs qui se forment. On conçoit que l'allonge est nécessaire pour éloigner la cornue, que l'on chauffe, du ballon que l'on refroidit. Il est bon qu'elle soit en verre ou en porcelaine, substances qui transmettent

---

(1) On appelle en chimie, *lut*, une composition pâteuse qui s'applique aux ouvertures des appareils pour les boucher. Il y en a de diverses espèces. Les uns servent pour empêcher la sortie des vapeurs humides; il faut alors qu'il entre des substances huileuses dans leur composition. D'autres fois il suffit d'arrêter les vapeurs sèches; alors on peut employer d'autres espèces de lut. Souvent on se contente de coller des bandes de papier sur les jointures des vaisseaux de verre que l'on veut luter ensemble. Les préparateurs habiles joignent ces vaisseaux avec des bouchons de liége percés à leur centre, et usés avec tant de justesse, qu'ils suffisent pour établir la continuité la plus exacte entre les diverses parties d'un appareil. Relativement à la manière de composer les différens luts, il faut consulter le Traité de Chimie de M. Thenard.

(2) Quand on n'est pas familiarisé avec les opérations chimiques, on a peine à comprendre que l'on puisse faire bouillir de l'eau, du mercure, ou d'autres liquides, dans des cornues de verre ou de porcelaine, sans que ces vases se brisent; mais avec un peu d'habitude, on y réussit aisément. Tout le secret consiste à chauffer graduellement et lentement les vases dont on se sert; plus ils sont minces, mieux ils vont au feu, parce qu'ils s'échauffent également. Lorsqu'ils sont chauds, on peut les laisser sur un feu de charbon, même très-ardent, pourvu que ni la flamme, ni le charbon embrasé, ne touchent pas directement leur surface; car s'ils la touchent, le point de contact se trouvant beaucoup plus vivement chauffé que le reste, la chaleur ne peut pas se répandre également dans toute la matière du vase, d'où résultent des dilatations inégales qui le brisent infailliblement. Par la même raison, il ne faudrait pas employer un vase qui aurait des parties très-épaisses, et d'autres très-minces.

difficilement la chaleur ; et de plus, il est utile que sa direction s'abaisse en allant de la cornue au ballon, afin que les vapeurs qui s'y condensent puissent s'écouler plus facilement, sans retomber dans la cornue, ou il faudrait les vaporiser de nouveau.

Lorsqu'on a ainsi obtenu le mercure bien pur, il faut l'enfermer dans un appareil qui rende ses dilatations et ses contractions sensibles, et qui permette de les observer facilement. Pour cela, on souffle à la lampe d'émailleur une boule de verre creuse à l'extrémité d'un tube de verre très-fin. On remplit de mercure la boule et une partie du tube, par un procédé que j'indiquerai tout à l'heure. Comme, d'après cette disposition, la capacité de la boule est très-considérable relativement au diamètre intérieur du tube, on conçoit qu'une très-petite dilatation, dans le volume du mercure qu'elle renferme, se manifeste dans le tube par un allongement considérable de la colonne fluide. On peut ainsi rendre sensibles de très-petites variations de chaleur; mais l'exécution de cette idée très-simple exige diverses attentions.

D'abord il faut souffler la boule : pour cela on fond l'extrémité du tube à la lampe d'émailleur, on l'arrondit en bouton en la pétrissant, avec l'extrémité d'une petite tige de cuivre ou de fer; après quoi, en soufflant avec la bouche par l'extrémité ouverte du tube, on étend en boule sphérique cette partie fondue. Mais la dernière partie de l'opération a l'inconvénient d'introduire dans le tube de l'humidité qu'on a ensuite bien de la peine à en faire sortir. D'ailleurs il serait très-difficile de souffler ainsi une boule à l'extrémité d'un tube très-étroit. Au lieu de cela, introduisez l'extrémité ouverte du tube dans le col d'une petite bouteille de caoutchouc ou gomme élastique, et liez bien ce col autour d'elle, de manière qu'il l'enveloppe et la serre exactement. Puis, quand l'autre extrémité du tube sera fondue, et son bouton formé et bien arrondi, redressez le tube verticalement la partie froide restant en haut, et pressez avec la main la bouteille de caoutchouc. L'air sec qu'elle contient fera l'effet du souffle; il forcera le bouton de s'étendre, et l'arrondira en boule sans aucun des inconvéniens dont nous avons parlé.

Maintenant, pour que le thermomètre soit toujours semblable à lui-même et constant dans ses indications, il faut que le tube soit d'un calibre égal dans toute sa longueur, afin que des dilatations égales dans le mercure de la boule soient marquées par des accroissemens égaux dans la hauteur de la colonne. Quand on veut avoir un bon thermomètre, on choisit parmi un grand nombre de tubes de verre ceux qui approchent le plus de cette égalité. Pour les éprouver, on y introduit une goutte de mercure qui s'allonge en un cylindre, dont on mesure la longueur. On promène ce cylindre dans les différentes parties du tube, et, son volume restant toujours le même, il doit, si le tube est partout d'égal diamètre, occuper partout une égale longueur. Comme on ne trouve pas aisément des tubes qui satisfassent à cette condition, et qu'il est même presque impossible qu'ils la remplissent avec la dernière exactitude, je donnerai plus loin un moyen d'éluder la difficulté en divisant le tube, quel qu'il soit, en portions d'égal volume.

Il y a aussi quelques précautions à prendre pour faire entrer le mercure dans la boule du thermomètre. Comme le tube par lequel on doit l'y introduire est ordinairement très-étroit, on éprouve ici l'espèce de difficulté dont j'ai parlé précédemment, et qui est causée par la résistance de l'air intérieur; mais on l'évite par le moyen que j'ai indiqué. On chauffe la boule de verre; l'air qu'elle contient se dilate, s'échappe; on profite de cet instant pour plonger l'orifice ouvert du tube dans le mercure qu'on veut y introduire, et ensuite lorsque la boule se refroidit, la pression de l'air extérieur l'y fait monter. Il est bon de chauffer aussi très-fortement le tube avant d'y introduire le mercure, afin de vaporiser l'eau qu'on a pu y introduire en soufflant la boule, si on l'a fait avec la bouche, et aussi pour chasser la petite couche d'air et d'humidité qui s'attache toujours au verre dans l'état ordinaire de l'air. Même, dans cette opération, il faut commencer par chauffer le tube seul, et non la boule; puis, quand il est très-chaud on le redresse, on chauffe subitement la boule à son tour, et l'air qu'elle renferme se dilatant avec rapidité, chasse devant lui toutes les petites

impuretés que le tube pourrait contenir, et qui auraient gêné le mouvement du mercure le long de ses parois.

En opérant comme nous venons de le dire, il arrive parfois que l'on ne fait pas entrer du premier coup dans l'appareil autant de mercure qu'il en faut pour remplir la boule et une partie du tube. Alors on recommence l'opération, en chauffant de nouveau la boule et le mercure qu'elle contient. Quand elle est fortement échauffée, on plonge de même dans un bain de mercure l'orifice du tube qui est resté ouvert, et répétant cette manœuvre un petit nombre de fois, on parvient à faire entrer dans la boule et dans le tube autant de mercure que l'on veut.

Mais quelle est la quantité qu'il faudra ainsi y introduire? Cela dépend de l'usage auquel le thermomètre est destiné. Si vous voulez qu'il puisse servir depuis la température de l'eau bouillante jusqu'aux plus grands froids que l'on puisse éprouver dans nos climats, il faut qu'il y ait entre la capacité de la boule et la longueur du tube, certaines proportions que l'expérience apprend aisément à reconnaître. Si l'on a mis trop de mercure, ou si le tube n'est point d'une longueur suffisante, il arrivera qu'à la température de l'eau bouillante le mercure remplira tout le thermomètre, et s'écoulera par son orifice s'il est ouvert; ou s'il est fermé, ira frapper le sommet du tube, et le brisera. Si, au contraire, on n'a pas mis assez de mercure, il arrivera dans les plus grands froids, qu'il rentrera tout entier dans la boule, et que l'on ne pourra plus observer ses contractions. Quand on essaie, pour la première fois, de faire un thermomètre, ce n'est que par expérience; par exemple, en mettant tour à tour l'appareil dans l'eau bouillante et dans la glace, que l'on apprend à reconnaître à peu près les quantités de mercure qu'il faut admettre; mais quand on connaît les lois de la dilatation du mercure, on peut employer des moyens directs et sûrs pour éviter ces inconvéniens. C'est ce que j'expliquerai plus loin. Pour le moment, je me bornerai à supposer qu'on ait réussi, comme je viens de le dire, par des essais.

Ce n'est pas tout encore : quand le mercure est introduit dans le tube et dans la boule, il faut chasser toutes les petites

bulles d'air qui ont pu s'entremêler avec lui; car leurs dilatations, différentes de celle du mercure et leur compressibilité, altéreraient la régularité des mouvemens observés. Le seul moyen de les exclure complètement et avec certitude, c'est de chauffer la boule jusqu'à y faire bouillir le mercure avant que le tube soit fermé. Par ce moyen on chasse infailliblement tout l'air. Mais cette opération chasserait aussi du tube une partie du mercure que l'on y a fait entrer et qui est nécessaire pour remplir la boule à des degrés de chaleur moindres. Pour éviter cet inconvénient, il faut que l'extrémité ouverte du tube soit gonflée en forme de petit ballon, comme le montre la fig. 8; de sorte que le mercure, en se dilatant et sortant du tube par son expansion, ne s'élance point au dehors, mais ne fasse que se répandre dans ce réservoir. Quand l'ébullition aura cessé, et que le mercure se contractera sur lui-même, la pression de l'air extérieur suffira seule pour faire rentrer dans le tube tout ce qui en était sorti.

Cette opération faite, si l'on croit avoir introduit assez de mercure pour les extrêmes de chaleur et de froid auxquels on veut exposer le thermomètre, il faut le fermer hermétiquement, car il ne serait plus comparable à lui-même si une portion de mercure venait à s'en échapper. Il faut même, en le fermant, tâcher d'exclure tout l'air qui pourrait rester dans le tube au-dessus de la colonne, non que cet air puisse s'opposer à la dilatation du mercure qui se fait avec une force irrésistible, mais de peur qu'en agitant le thermomètre quelques petites bulles d'air ne s'introduisent dans la colonne et n'en interrompent la continuité; car alors il serait fort difficile de les faire partir, surtout si le tube était très-étroit. Pour chasser entièrement cet air, voici comment on opère. On commence par effiler à la lampe l'extrémité ouverte du tube que l'on avait précédemment gonflée en réservoir; on chauffe ensuite la boule du thermomètre jusqu'à ce que le mercure dilaté par la chaleur arrive presque à cette extrémité; quand il y est parvenu, on fond brusquement le bout du tube à la flamme d'une bougie, que l'on allonge en un trait de feu en la

soufflant avec un chalumeau. Ce tube se trouve ainsi fermé, et l'air n'y peut plus rentrer, quand le mercure se contracte de nouveau en se refroidissant. Alors on arrondit à la lampe le bout que l'on vient de sceller, de peur qu'il ne se brise trop facilement.

On peut aisément reconnaître si un thermomètre a été fait avec cette précaution : il suffit de le renverser de manière que la boule vienne en haut. S'il est purgé d'air, et si l'intérieur du tube n'est point d'une finesse extrême, le mercure, que rien ne soutient, tombe librement et remplit tout le tube; mais si tout l'air n'a pas été chassé, la colonne ne tombe point jusqu'au fond du tube, parce que l'air qui s'y trouve résiste en vertu de sa force élastique et l'empêche d'y arriver (1).

Voilà donc notre thermomètre fait; il faut maintenant l'employer aux expériences.

Supposons d'abord que nous le plongions dans un vase plein de neige ou de glace fondante, nous verrons aussitôt le mercure du tube descendre et s'arrêter à un certain terme fixe, après lequel il ne variera plus, du moins tant que la neige ou la glace ne sera pas fondue entièrement. Cependant, si l'air extérieur est plus chaud que l'eau qui résulte de cette fusion, il est clair qu'il communique continuellement à celle-ci de la chaleur. Puisque le mercure du thermomètre n'indique point cette communication, c'est une preuve que cette chaleur ne lui parvient pas. Elle est donc employée

(1) Quand on porte des thermomètres en voyage, il arrive souvent que la colonne de mercure se sépare ainsi en plusieurs parties, et pour peu qu'il reste de l'air dans le tube, ces diverses parties ne se rejoignent pas facilement. Il faut alors attacher le sommet du tube à une corde longue de un ou deux mètres, et le faire tourner ainsi au bout de cette corde, comme une fronde, aussi rapidement qu'il est possible. La force centrifuge s'exerçant avec plus d'énergie sur le mercure que sur l'air, à cause de l'excès de sa masse, suffit ordinairement pour réunir les colonnes séparées. Il serait mieux de pratiquer un petit renflement au haut du tube; et quand il y aurait quelque séparation dans la colonne, on chaufferait fortement la boule du thermomètre jusqu'à faire monter le mercure dans le tube même, et y chasser l'air; alors le mercure, en se refroidissant, rentrerait en une seule masse continue.

toute entière à fondre la glace ou la neige que l'eau contient ; et la disparition de la chaleur a lieu ainsi jusqu'à ce que le mélange renfermé dans le vase soit entièrement liquide. Alors, et seulement alors, la chaleur communiquée à l'eau se transmet au thermomètre, et le mercure commence à monter dans le tube.

Nous voyons par-là que la glace ou la neige qui fondent, amènent le volume du mercure à un état constant et déterminé ; autant de fois on répétera l'expérience, autant de fois le mercure reviendra à ce volume, et l'extrémité de la colonne comprise dans le tube s'arrêtera au même point. Marquons donc ce point fixe sur le tube de notre thermomètre, il nous indiquera la *température de la glace fondante.*

Si nous plongeons de même notre thermomètre dans d'autres substances plus ou moins chaudes, le mercure qu'il renferme prendra des volumes différens, et nous verrons la colonne comprise dans le tube s'arrêter à autant de points qui seront pour nous la marque d'autant de températures diverses. Nous fixerons pour nous l'idée de chacune de ces températures, en marquant sur notre tube le point qui lui correspond.

Les distances de ces points entre eux seront en général différentes pour chaque thermomètre que l'on construira. Leur position dépendra des rapports de capacité de la boule et du tube, ainsi que de la quantité plus ou moins grande de mercure qu'on y aura introduite. Par conséquent, si l'on se borne à ce que nous avons fait jusqu'à présent, chaque observateur ne pourra retrouver les mêmes températures qu'en se servant du même thermomètre qui les lui aura une fois indiquées. S'il le brise, toutes ses expériences sont perdues ; il ne pourra jamais fixer, pour les autres observateurs, les termes dont il a voulu parler. Afin d'éviter cet inconvénient, on cherche dans les expériences mêmes un autre point de température constante différent de la glace fondante ; on regarde l'intervalle qui sépare ces deux termes comme une unité commune aux observateurs de tous les pays ; on la divise ensuite en un certain nombre convenu de parties égales ou de degrés égaux ; et alors les valeurs de ces

degrés deviennent, comme nous le prouverons bientôt, tout-à-fait indépendantes des dimensions du thermomètre. Ce second point fixe, adopté généralement, est la température de l'eau distillée bouillante.

En effet, lorsqu'on plonge le thermomètre dans un vase rempli d'eau bouillante, le mercure monte rapidement jusqu'à un certain terme, et s'y fixe. Quelque chaleur que l'on applique ensuite au vase, et à quelque feu qu'on le pousse, tant que toute l'eau ne sera pas vaporisée, le thermomètre ne variera plus; ici donc, toute la chaleur introduite dans l'eau est employée à la vaporiser, de même que dans notre première expérience sur la glace fondante, toute la chaleur introduite était employée à fondre la glace. Ce phénomène est général dans la théorie de la chaleur; tous les termes de fusion et de vaporisation des corps sont fixes pour chacun d'eux, quoique différens pour les différentes substances. Le thermomètre le prouve par son immobilité quand on le plonge dans ces corps, lorsqu'ils changent ainsi d'état.

Puisque nous convenons de choisir pour second point fixe la chaleur de l'eau bouillante, marquons ce point sur le tube. De là, jusqu'aù point de la glace fondante, il y a sur chaque thermomètre un certain intervalle; divisons cet intervalle en un certain nombre de parties égales, par exemple, en cent parties, que nous nommons degrés; et marquons-les sur le tube, en écrivant 0 à côté du terme de la glace fondante, et 100° à côté du terme de l'eau bouillante : cette convention une fois faite, je dis que tous les thermomètres, construits sur la même division, seront exactement comparables, c'est-à-dire qu'étant exposés aux mêmes températures, l'extrémité de la colonne de mercure s'arrêtera au même nombre de degrés.

Afin de prouver la réalité de cet accord, comparons les dilatations correspondantes du mercure dans deux thermomètres construits de cette manière, et pour lesquels les volumes de ce fluide à la température de la glace fondante soient V et v. Supposons que, dans le premier, le diamètre intérieur du tube soit R, et que l'intervalle compris entre la température de la glace

fondante et celle de l'eau bouillante soit L ; que pour le second thermomètre ces dimensions soient r et l. Supposons encore que l'on ait divisé les deux longueurs L et l en un même nombre a de parties égales. Si nous exposons les deux thermomètres à une même température, le mercure renfermé dans chacun d'eux se dilatera et portera l'extrémité de la colonne dans le premier à la hauteur L_n au-dessus de la glace fondante, dans le second à la hauteur l_n. Or, je dis que ces hauteurs, quoique inégales, répondront sur les deux thermomètres exactement au même nombre de degrés.

En effet, désignons par δ la dilatation du mercure depuis la température de la glace fondante jusqu'à celle de l'eau bouillante, pour une masse qui, à la première de ces deux températures, aurait un volume égal à l'unité. Désignons encore par δ_n la dilatation de cette même masse depuis la glace fondante jusqu'à la température intermédiaire où l'on veut exposer les deux thermomètres. D'après cela, pour le premier thermomètre, les dilatations analogues seront $V\delta$ et $V\delta_n$, et pour le second elles seront $v\delta$, $v\delta_n$, car elles sont proportionnelles aux volumes; et puisque ces dilatations sont exprimées par des cylindres de mercure dont nous connaissons les hauteurs, si nous désignons par π le rapport de la circonférence au diamètre, nous aurons, en évaluant les volumes de ces cylindres,

$$V\delta = \pi R^2 L \qquad V\delta_n = \pi R^2 L_n$$
$$v\delta = \pi r^2 l \qquad v\delta_n = \pi r^2 l_n.$$

Puisque l'intervalle L est divisé en un nombre a de degrés, le nombre de ces degrés contenus dans l'intervalle L_n sera $\frac{a L_n}{L}$ proportionnellement aux longueurs des intervalles; et de même $\frac{a l_n}{l}$ exprimera le nombre de degrés du second thermomètre qui correspond à l'intervalle l_n. Or, pour prouver l'égalité de ces deux nombres, il suffit de diviser membre à membre les équations relatives à chaque thermomètre, car on aura d'abord

$$\frac{\delta_n}{\delta} = \frac{L_n}{L}; \qquad \frac{\delta_n}{\delta} = \frac{l_n}{l},$$

et par conséquent $$\frac{L_n}{L} = \frac{l_n}{l}.$$

Ces quantités étant égales entre elles le seront encore quand on les aura multipliées par le même nombre a. Ainsi, les deux thermomètres, divisés de cette manière, marqueront les mêmes nombres de degrés quand on les exposera à la même température ; ils seront donc parfaitement comparables entre eux. Lorsqu'un physicien de Paris, par exemple, écrira qu'il a observé tel phénomène à une température de dix degrés centésimaux au-dessus de 0° ou du terme de la glace fondante, le physicien de Londres ou de Pétersbourg saura précisément de quelle température il veut parler, et pourra la reproduire dans son laboratoire, s'il veut répéter les mêmes expériences. On prolonge ordinairement la division au dessous du terme de la glace fondante, car le mercure ne se gèle que fort au-dessous de ce terme ; et l'on peut aussi la prolonger au-dessus du terme de l'ébullition de l'eau, car le mercure est encore bien loin de bouillir à cette limite. Il faut seulement, quand on désigne une température en degrés du thermomètre, avoir soin de dire si ces degrés sont comptés au-dessus ou au-dessous du terme de la glace fondante, qui est toujours représenté par 0.

D'après le calcul que nous venons de faire, on voit que ce qui rend en général comparables tous les thermomètres construits avec la même division et le même fluide, c'est l'égalité absolue des dilatations qui s'y produisent quand on les expose à la même température. Mais cet accord n'aurait plus lieu en général entre deux thermomètres qui seraient construits avec des fluides différens, à moins que les dilatations de ces deux fluides pour chaque degré ne fussent proportionnelles l'une à l'autre.

Comme la division centésimale est la plus commode pour le calcul, nous en avons parlé d'abord ; cependant elle n'est pas la seule qui soit usitée. On a employé pendant long-temps, et beaucoup de physiciens emploient encore, une division en 80 parties, que l'on appelle de Réaumur, parce qu'on suppose que ce savant célèbre l'a le premier adoptée. D'après ce que

nous avons démontré en général sur les rapports des thermomètres, on conçoit que le choix de la division ne les empêche pas d'être comparables entre eux et avec les thermomètres centésimaux. Il suffit de se rappeler que 80° de Réaumur valent 100° de l'échelle centésimale, ou, ce qui revient au même, que chacun des premiers vaut $\frac{10}{8}$ des autres. Alors, pour traduire un nombre de degrés de Réaumur dans le nombre correspondant de degrés centésimaux, il suffit de le multiplier par $\frac{10}{8}$; réciproquement un nombre de degrés centésimaux étant donné, si on le multiplie par $\frac{8}{10}$, on le convertira en degrés de Réaumur.

Les Anglais se servent d'une autre division, imaginée et employée d'abord par Farenheit, physicien de Dantzig, qui a beaucoup contribué au perfectionnement des thermomètres. Dans cette division, le terme de la glace fondante est marqué 32, le terme de l'eau bouillante 212; l'intervalle de ces deux termes se trouve donc divisé en 180 parties, au lieu de 100 que l'on emploie dans notre échelle centésimale. Ainsi, chaque degré du thermomètre de Farenheit vaut $\frac{10}{18}$ ou $\frac{5}{9}$ de degré centésimal, et il vaut $\frac{8}{18}$ ou $\frac{4}{9}$ de degrés de Réaumur. Cela suffit pour comparer les indications données par l'un ou l'autre de ces instrumens. On conçoit, d'ailleurs, que le commencement des divisions, adopté dans ces différens systèmes, est tout-à-fait arbitraire : il suffit qu'il soit convenu, et que la division toute entière soit réglée d'après deux termes fixes. Par exemple, le point zéro de la division de Farenheit ne répond pas à la température de la glace fondante; mais à une température beaucoup plus froide, produite par un mélange de neige et de sel marin ordinaire dans des proportions déterminées.

La première invention des thermomètres date de la fin du seizième siècle. Les uns l'attribuent à Sanctorius, d'autres à Galilée, d'autres à un paysan hollandais, nommé Drebbel. L'idée de manifester ainsi les changemens de température par la dilatation des corps est sans doute ingénieuse; mais pour qu'elle devînt utile à la physique, il fallait en tirer une mesure précise et comparable, telle que la donne le choix d'une échelle

composée d'un nombre déterminé de degrés, et comprise entre deux températures fixes. Cette modification importante qui, seule, constitue réellement le thermomètre, me paraît due à Newton. Ce grand homme ne pouvait toucher à un sujet d'expériences sans y porter l'exactitude qui lui était propre, et qui était un de ses principaux moyens de découvertes. Il avait bien senti la nécessité d'un intervalle fixe, et dès 1701, il avait pris pour températures fixes la glace fondante et l'eau bouillante, comme nous le faisons encore aujourd'hui. Il employait pour liquide, l'huile de lin. Le zéro de sa division était la glace fondante, et au terme de l'eau bouillante, il marquait 34°: ainsi 34° du thermomètre de Newton, en valent 100 de l'échelle centésimale, de sorte que chacun de ses degrés réduits aux nôtres, vaut $\frac{100}{34}$. Nommant donc n le nombre de degrés assigné par Newton, par une certaine température, le nombre t, qui y correspond dans le thermomètre centésimal, a par expression,

$$t = \frac{100}{34} . n.$$

Newton observa, avec son thermomètre, les degrés de fusion d'un grand nombre de substances; et il reconnut que toutes ces températures étaient constantes; ce qui était un fait capital pour la théorie de la chaleur.

Plusieurs physiciens ont aussi employé des thermomètres construits avec d'autres snbstances. On se sert encore fréquemment de thermomètres à alcool. Mais comme ce liquide à l'air libre, bout à une température moindre que 100°, on ne fait pas aller l'échelle jusqu'à ce terme, et on la règle par comparaison avec quelque thermomètre à mercure, déjà construit précédemment. C'est une très-mauvaise méthode; rien n'est si aisé que de faire aller les thermomètres d'alcool jusqu'à la température de l'eau bouillante et au-delà. Il ne faut que les fermer avec les mêmes précautions que nous avons prescrites pour le thermomètre à mercure, c'est-à-dire, de manière qu'il ne reste point du tout d'air dans l'intérieur du tube, car alors, par une propriété que nous ferons plus tard connaître, la seule vapeur d'alcool qui se développera naturellement par l'effet de l'accroissement de la chaleur, empêchera l'alcool, encore

liquide, d'entrer en ébullition; et l'accroissement de sa température n'étant plus limité par ce phénomène, il continuera de se dilater indéfiniment. C'est pourquoi, en construisant un pareil thermomètre, il faudra laisser au dessus du liquide un espace assez considérable destiné à cette dilatation. Pour en exclure l'air, il suffira de faire bouillir fortement l'alcool dans la boule et dans le tube, et de fermer celui-ci subitement par un trait de feu du chalumeau pendant l'ébullition; car les vapeurs de l'alcool développées dans le tube, et qui en sortiront avec violence, auront, en peu d'instans, entraîné tout l'air qui s'y trouvait. La marche d'un pareil thermomètre, comparée à celle du thermomètre à mercure, n'est pas uniforme dans les températures élevées; mais elle le devient graduellement de plus en plus, à mesure que l'alcool se refroidit, et enfin elle l'est tout-à-fait dans les températures très-basses. Nous étudierons plus loin la loi de ce phénomène.

Les températures de la glace fondante et de l'eau bouillante étant les fondemens de nos thermomètres, il est extrêmement important d'examiner avec soin si elles sont parfaitement constantes, ou si quelques causes accidentelles peuvent les faire varier.

D'abord, en commençant par la température de la glace ou de la neige fondante, je ferai remarquer qu'il ne faut pas la confondre avec celle de l'eau qui commence à se geler; car on verra plus loin que l'eau, dans certaines circonstances, peut devenir très-sensiblement plus froide que la glace fondante, et abaisser le thermomètre au-dessous de zéro, sans cesser d'être liquide; par conséquent la température à laquelle elle se gèle ne peut pas être regardée comme fixe.

Il n'en est pas ainsi de la température à laquelle la glace et la neige se fondent; celle-ci est constamment la même, pourvu que l'eau qui a donné cette neige ou cette glace soit pure; car l'eau chargée de sels se gèle à des températures beaucoup plus basses, et par conséquent elle devient liquide à des degrés différens. L'eau de pluie gelée, ou la neige non souillée d'impuretés, donneront, en se fondant, le terme inférieur de notre échelle

thermométrique, sans qu'on ait à y redouter aucune erreur.

Il y a beaucoup plus de variations dans le terme de l'ébullition de l'eau. D'abord, il faut exclure l'eau chargée de sels; car elle bout à des températures différentes de l'eau pure, et communément plus hautes; mais même en se servant de celle-ci, on n'obtient pas l'ébullition au même point du thermomètre à différens jours et dans différens lieux. Nous verrons dans le chapitre suivant, que ces variations qui, dans un même lieu, peuvent aller au plus à 1 ou 2°, sont dues aux changemens de la pression exercée par l'atmosphère sur la surface de l'eau chaude, comme sur celle de tous les autres corps. Pour que l'eau bouille, il faut que la force élastique de sa vapeur surmonte cette pression, et ainsi le degré de l'ébullition doit varier quand la pression varie; mais la cause de ces inégalités étant connue par l'expérience, nous donnerons le moyen de les évaluer, et de ramener toutes les observations à la pression moyenne qui a lieu au niveau des mers, terme adopté généralement pour fixer la température de 100°. On pourrait y suppléer dès à présent, en réglant le terme le plus élevé du thermomètre sur la fusion de quelque corps; par exemple, d'un alliage de deux parties de plomb, trois d'étain et cinq de bismuth; car Newton a reconnu qu'un pareil alliage se fond à la température de 100°; mais il est plus simple et plus commode d'observer la température de l'eau bouillante, et d'y faire, selon les circonstances où l'on opère, la petite correction nécessaire pour la ramener précisément à 100°.

Il y a aussi quelques différences dans le degré de l'ébullition selon la nature des vases que l'on emploie, et selon celle des substances qui se trouvent mêlées à l'eau, même quand elle ne peut les dissoudre. Cette remarque est due à M. Gay-Lussac. Pour la vérifier par l'expérience, il suffit de mettre de l'eau distillée dans un vase de verre, et de l'amener à l'ébullition. Vous verrez qu'elle bout par bonds, et avec difficulté. Otez-la du feu, ce qui abaisse certainement sa température, et après avoir laissé encore écouler quelques secondes, jetez-y une pincée de limaille de fer; elle entrera en pleine ébullition aussitôt.

Cependant sa température a dû s'abaisser pendant ces divers préparatifs ; par conséquent, l'injection de la limaille de fer a exercé sur elle quelque action inconnue qui a facilité son ébullition.

Voilà le phénomène général. Pour le mesurer, M. Gay-Lussac observa la température de l'eau au moment où elle entrait en ébullition dans un vase de verre; il la trouva . . . 101°252.

En mettant dans le vase, du verre pilé très-fin, la température de l'ébullition descendit à . . . . . 100°329.

Enfin, en y mettant de la limaille de fer, cette température descendit encore, et se fixa à. . . . . 100°000.

M. Gay-Lussac trouva aussi que la grandeur du vase de verre ne changeait rien au phénomène. La quantité plus ou moins grande de limaille n'avait non plus aucune influence ; enfin, l'eau chauffée dans un vase de métal bouillait également à. . . . . 100°000.

Ce n'est pas ici le lieu de chercher quelle peut être la cause de ces phénomènes. S'il nous est possible de la découvrir, ce ne sera qu'après avoir étudié plus profondément les phénomènes de la chaleur. Nous nous bornerons donc à profiter de cette observation pour assigner des circonstances parfaitement fixes à la température de l'ébullition, et nous adopterons pour cette température, celle qui s'obtient quand l'eau bout dans un vase de métal.

Ce n'est pas tout d'avoir déterminé des températures parfaitement fixes, il faut encore les bien observer; or, il y a pour cela deux conditions essentielles, et qui ont été négligées trop souvent.

La première est commune à l'observation de la glace fondante et à celle de l'eau bouillante. Il faut que le thermomètre y soit entièrement plongé dans toute la partie de sa capacité qui contient du mercure ; car si l'on se borne, par exemple, à y plonger la boule seule, comme on le fait trop ordinairement, on conçoit que le cylindre de mercure qui se trouve élevé dans le tube au-dessus de cette boule ne prend pas la même température; et par conséquent il ne prend pas non plus le volume qu'il au-

rait s'il y était aussi plongé. A la vérité, on peut remédier à cette erreur par le calcul, quand on connaît les lois de la dilatation du mercure, la longueur de la partie non plongée et sa température. Je donnerai plus loin les formules nécessaires pour cet objet. Mais comme cette température n'est jamais bien connue, et qu'on est réduit à la supposer égale à celle de l'air environnant, ce qui peut ne pas être tout-à-fait exact; on voit qu'il sera toujours plus avantageux d'éviter une pareille incertitude, en plongeant entièrement le mercure dans la température à laquelle on veut l'assujettir.

Il y a de plus une autre attention à avoir dans la manière d'observer la température de l'eau bouillante. Si le vase dont on se sert est profond de quelques décimètres, on s'apercevra aisément, par la dilatation du mercure, que, pendant l'ébullition, l'eau est un peu plus chaude au fond qu'à la surface. Cela vient de ce que la vapeur aqueuse, lorsqu'on l'empêche de s'échapper, peut acquérir une température beaucoup plus élevée que celle de l'eau bouillante, et c'est ce dont on a la preuve, en faisant bouillir de l'eau dans un appareil fermé de toutes parts, que l'on nomme digesteur de Papin, du nom du physicien qui l'a imaginé. Dans cet appareil, la vapeur aqueuse et l'eau même acquièrent une température énorme. Réduisons maintenant ce résultat aux circonstances de notre expérience. On voit que la vapeur aqueuse, qui se forme au fond du vase, sera moins libre que celle de la surface, puisqu'elle sera pressée par le poids de la colonne d'eau qui est au-dessus d'elle : elle devra donc s'échauffer davantage, avant de s'échapper. Elle devra même communiquer à l'eau cet excès de chaleur, et par cette double cause, la partie du thermomètre plongée dans les couches inférieures, sera plus échauffée qu'à la surface.

Mais, d'un autre côté, nous avons vu que le thermomètre doit être plongé entièrement dans la température que l'on veut lui donner; par conséquent, si nous voulons le mettre à la température de l'ébullition de la surface, il faudra l'y coucher horizontalement, ce qui augmente beaucoup la difficulté de l'observation.

Heureusement on a trouvé le moyen d'y suppléer d'après une remarque bien facile à faire, c'est que la température de l'eau bouillante à la surface est exactement la même que celle de la vapeur qui s'en échappe. Pour vérifier ce fait, prenez un vase métallique dont le col soit long et étroit, tel que le représente la fig. 9; versez dans ce vase de l'eau jusqu'à une hauteur connue, par exemple, en HH; puis faites chauffer cette eau en mettant le vase sur le feu; et, lorsqu'elle sera en ébullition complète, plongez-y un thermomètre MB à une très-petite profondeur, et observez le point M où le mercure s'arrête dans le tube. L'ébullition continuant toujours, je suppose que vous ayez employé une quantité d'eau telle que le point M vienne justement tout auprès de l'orifice GG. Alors sortez un peu votre thermomètre de l'eau HH, de manière que sa boule et son tube se trouvent uniquement plongés dans la vapeur; vous n'y apercevrez pas la plus légère différence, et le mercure se tiendra précisément au même point qu'auparavant. Il est donc indifférent que la boule soit plongée dans l'eau à la surface ou dans la vapeur, et par conséquent les températures de cette eau et de la vapeur qui s'en échappe sont les mêmes aussi.

Ceci nous donne un moyen très-simple de régler nos thermomètres, mais on peut encore le perfectionner. Il ne faut pas que la vapeur aqueuse sorte par le même orifice qui sert à introduire le thermomètre, car elle empêcherait de voir exactement le point où la colonne de mercure se termine. Il ne faut pas cependant que cette vapeur soit enfermée, car elle s'échaufferait au-dessus du terme de l'ébullition; ainsi nous devons lui laisser un libre passage pour s'échapper dans l'air. On remplit toutes ces conditions au moyen d'un vase à deux ouvertures, tel que le représente la fig. 10; l'une M, fermée par un bouchon de liége *bb*, sert à introduire les thermomètres que l'on veut régler; et l'autre *oo*, tout-à-fait ouverte, sert pour laisser échapper la vapeur. On fait monter et descendre à volonté les tubes à travers le bouchon *bb*, selon leur longueur. Quand on veut observer l'extrémité M de la colonne de mercure pour y marquer le point de l'ébullition, l'on ne fait que les tirer un

moment jusqu'à ce point, et on le marque aussitôt avec de l'encre de Chine ou quelque autre substance. Cela fait, on les redescend pendant quelques instans, et on les retire de nouveau pour répéter l'expérience, et voir si l'extrémité de la colonne de mercure reste bien au même point. De cette manière on peut régler plusieurs thermomètres à la fois en peu de temps et avec une extrême précision.

Maintenant que nous avons établi les principes d'après lesquels on doit construire les thermomètres, nous pouvons entrer dans le détail de quelques procédés qui rendent cette construction plus facile ou plus exacte.

J'expliquerai d'abord une méthode très-sûre et très-commode que M. Gay-Lussac a imaginée pour diviser les tubes de thermomètres en portions d'égale capacité, condition qui, comme on l'a vu, est indispensable pour que les différens thermomètres construits avec ces tubes soient comparables entre eux. Voici en quoi le procédé consiste. Choisissez d'abord un tube à peu près cylindrique, c'est-à-dire dont les irrégularités intérieures soient peu considérables. Vous verrez facilement qu'il a cette qualité lorsqu'une même quantité de mercure, promenée dans ses diverses parties, occupera toujours des longueurs peu différentes. On en trouvera aisément et en très-grand nombre qui remplissent cette condition. Pour rendre le calibre de ce tube tout-à-fait exact, amenez la colonne de mercure MM′ vers l'une de ses extrémités B, fig. 11, et faites avec un diamant sur le tube deux traits, 1 et 2, qui marquent les deux bouts de cette colonne. Voilà un premier intervalle. Pour en avoir un autre d'une capacité égale, il n'y aurait qu'à faire glisser la colonne MM′ dans le tube, de façon que son extrémité M vînt coïncider exactement avec le trait 2, et alors on marquerait au diamant le point du tube auquel aboutirait l'extrémité M′. Mais cette coïncidence n'est pas du tout facile à obtenir avec exactitude, il faut donc savoir s'en dispenser. Pour cela, bornez-vous à amener l'extrémité M de la colonne très-près de l'extrémité 2, par exemple, en M, fig. 12; puis, ayant tracé une ligne bien droite LL′ sur un carton fort ou sur

une planche de cuivre, placez votre tube tout près de cette droite, parallèlement à sa direction, et marquez sur la droite deux points *m m'* qui correspondent exactement aux deux extrémités MM' de la colonne. Cela posé, si le tube n'est pas très-irrégulier, et si vous avez fait en sorte que l'intervalle 2 M soit très-petit, comme vous pouvez aisément y parvenir, la longueur de la colonne, en partant de la division 2, aurait été presque exactement la même que vous venez de lui trouver dans sa position présente. Par conséquent, si vous faites coïncider la division fixe 2 de votre tube avec le point *m* marqué sur la droite, le point *m'* de cette même droite vous indiquera le point 3 du tube où la colonne de mercure se serait terminée. Ainsi, en marquant sur votre tube ce point 3, vous aurez une nouvelle division 2 3 égale en capacité à 1 2.

Maintenant, si vous répétez la même opération vers l'extrémité 3 de la nouvelle division que vous venez de tracer, vous en obtiendrez une troisième, puis une quatrième; et enfin votre tube se trouvera tout entier partagé en divisions dont les capacités seront parfaitement égales entre elles.

Il est clair que ces divisions seront aussi rapprochées que l'on voudra les unes des autres, puisque leur longueur dépend de celle de la colonne MM' qui est tout-à-fait arbitraire. On peut donc toujours prendre celle-ci assez petite, pour que le diamètre intérieur du tube puisse être considéré comme sensiblement cylindrique dans l'étendue de l'intervalle compris entre deux divisions consécutives. Alors il ne restera plus qu'à diviser ces intervalles en parties égales. Mais si l'inégalité des divisions fait craindre que cette approximation ne soit pas assez exacte, on fera sortir du tube à peu près la moitié du mercure que l'on y a introduit. On amènera, fig. 13, l'extrémité N de la colonne restante très-près de la première division 1 tracée précédemment, puis on marquera sur la droite LL' les deux points *n n'* qui répondent aux deux extrémités de cette colonne. On approchera ensuite la division 1 du tube du point *n* marqué sur la droite, fig. 14; et, traçant sur le tube un trait μ correspondant au point *n'*, on aura le point où la colonne

NN′ se serait terminée si l'extrémité N eût coïncidé avec la division 1.

Que l'on fasse ensuite la même chose pour la division 2, en portant vers elle l'extrémité N′ de la colonne, figure 15, alors on marquera sur la droite la longueur $\nu\nu'$, qu'elle occupera ; puis plaçant le point 2 du tube sur le point ν', figure 16, on tracera une division μ' correspondante au point ν. Alors les intervalles $1\,\mu$, $2\,\mu'$ répondront dans le tube à des capacités égales. Ainsi, en considérant le tube comme exactement cylindrique dans l'intervalle $\mu\,\mu'$, on fera un trait au milieu de cet intervalle, et ce sera le milieu du grand intervalle 1 2.

Rien n'empêcherait d'opérer sur ces moitiés de la même manière ; et l'on parviendrait ainsi à diviser les grands intervalles en 4 parties, ou en 8, ou en 16, et ainsi de suite indéfiniment : mais on voit aussi qu'il est préférable de n'introduire d'abord qu'une colonne assez petite pour que le tube puisse être considéré comme cylindrique dans les intervalles qui en résulteront ; car alors on n'aura qu'une seule opération de ce genre à effectuer.

De quelque manière que l'on s'y prenne, quand on sera arrivé à des intervalles qui pourront être regardés comme cylindriques, on portera le tube sur une machine à diviser, et on tracera sur sa surface autant de divisions que l'on voudra entre les intervalles donnés. Chacune de ces divisions pourra être considérée comme comprenant des capacités égales, et le tube se trouvera ainsi divisé dans toute sa longueur.

Comme les machines à diviser ne sont pas très-connues, et que néanmoins leur mécanisme peut être de la plus grande utilité au physicien dans une infinité de circonstances, j'ai joint ici, fig. 17, un dessin de celle que M. Gay-Lussac emploie pour cette opération. Quand on ne pourra pas s'en procurer une pareille, on y suppléera par le moyen suivant : on tracera une ligne bien droite sur une lame de cuivre ou d'ivoire destinée à servir d'échelle au thermomètre. On placera le tube sur la lame, tout près de la droite, et on marquera sur cette dernière tous les points correspondans aux grandes divisions tracées avec le diamant sur le tube. Cela fait, on divisera les intervalles de ces

divisions en parties égales avec un compas, et l'échelle du thermomètre se trouvera tracée.

Pour régler un semblable thermomètre, on le plongera d'abord dans l'eau bouillante, et l'on marquera avec le diamant, ou avec un fil, ou avec un peu d'encre de Chine, le point où le mercure s'arrête. On le portera ensuite dans la glace fondante, et on fera la même opération. Si la division est tracée sur le tube même, il n'y a pas d'autres soins à prendre. Mais si elle est tracée sur une lame de cuivre ou d'ivoire, il faudra y attacher le tube de manière qu'il ne puisse pas varier. Il faut enfin ramener les indications de ce thermomètre à celles du thermomètre centésimal. Pour le faire de la manière la plus générale, supposons que l'on ait marqué o à côté de la division du tube la plus voisine de la boule, et qu'en partant de ce terme, on ait toujours continué à compter les divisions d'égal volume jusqu'à l'autre extrémité. Nommons t la température que marquerait un thermomètre centésimal, lorsque la colonne de mercure de notre thermomètre se termine à la n^e division. Cela posé, puisque malgré la différence de leurs divisions, ces deux thermomètres marcheront ensemble, la valeur de t en n ne peut être que de la forme

$$t = a + bn,$$

a et b étant deux constantes qu'il s'agit de déterminer. Or nous savons que le zéro du thermomètre centésimal répond sur notre thermomètre à un nombre connu que je suppose N. Nous savons encore que le terme 100° répond à un autre nombre de division que je nommerai N'. D'après cela, il faut que notre formule donne

$$t = 0 \quad \text{quand } n = \mathrm{N},$$
$$t = 100^\circ \text{ quand } n = \mathrm{N}'.$$

Ainsi ces valeurs substituées dans l'équation entre t et n doivent y satisfaire, c'est-à-dire qu'il faut qu'on ait

$$0 = a + b\mathrm{N},$$
$$100^\circ = a + b\mathrm{N}'.$$

Ces deux conditions suffisent pour déterminer a et b; elles donnent

$$a = -\frac{100\,\mathrm{N}}{\mathrm{N}' - \mathrm{N}}, \quad b = \frac{100}{\mathrm{N}' - \mathrm{N}};$$

substituant dans la formule générale, il vient

$$t = -\frac{100\,N}{N' - N} + n \cdot \frac{100}{N' - N},$$

ou en réunissant les deux termes en un seul

$$t = \frac{(n - N) \cdot 100}{N' - N}.$$

C'est en effet ce qu'il est facile de vérifier ; car $N' - N$ exprimant sur notre thermomètre le nombre de divisions comprises entre le terme de la glace fondante et celui de l'eau bouillante, il est clair que $\frac{N' - N}{100}$ est le nombre de divisions correspondantes à un degré centésimal. Ainsi dans l'intervalle observé $n - N$, depuis la température de la glace fondante jusqu'à la température assignée, il y aura un nombre de ces degrés égal à $n - N$ divisé par $\frac{N' - N}{100}$, ce qui donne précisément la même valeur de t que nous venons de trouver.

Lorsque les tubes que l'on veut diviser en parties de capacités égales ne sont pas aussi étroits que nous l'avons jusqu'ici supposé, on peut employer pour les diviser un moyen beaucoup plus facile. Il suffit de souffler à la lampe une ampoule de verre AA, fig. 18, dont la capacité soit assez petite pour servir d'unité de volume, et dont les extrémités AA soient amincies en tube d'un petit diamètre. En plongeant cette ampoule dans un bain de mercure, elle se remplit ; et si on la retire en bouchant ses deux extrémités avec les doigts, elle contiendra toujours le même volume de mercure, pourvu que la température soit constante. On versera ce volume dans le tube ou dans les vases que l'on veut graduer, et l'on marquera sur leur surface le point où le mercure se terminera à chaque quantité que l'on verse. Il faut seulement avoir soin que toute l'opération soit faite à une température parfaitement constante, pour que l'ampoule ait toujours exactement la même capacité, et que les quantités successives de mercure que l'on verse dans le tube ou dans le vase que l'on gradue conservent aussi le même volume qu'elles avaient en y arrivant.

Un appareil assez volumineux pour être fait de cette manière aurait nécessairement moins de sensibilité qu'un petit thermomètre, c'est-à-dire qu'à cause de sa masse il serait moins rapidement affecté par les variations de la chaleur ; mais il serait très-commode pour déterminer la quantité absolue dont le mercure se dilate en passant de la température de la glace fondante à celle de l'eau bouillante ; ce qui suffirait ensuite pour prévoir les longueurs qu'il faudrait donner aux tubes de thermomètres lorsque la capacité de leur boule serait connue. Car supposez que l'on suive comparativement la marche du mercure dans le gros tube et dans un thermomètre centésimal ordinaire, en les exposant tous deux à la même température, par exemple, en les plongeant tous deux dans la même eau. On verra ainsi de combien de parties le volume du mercure se dilate pour chaque degré. A la vérité ce résultat ne sera pas tout-à-fait exact, parce que le verre se dilate aussi en même temps que le mercure qu'il renferme, et qu'ainsi la dilatation observée pour ce liquide ne sera réellement que l'excès de sa dilatation véritable sur celle du verre ; mais c'est précisément cette différence de dilatation qu'il nous est nécessaire de connaître pour prévoir avec sûreté les longueurs que nous devrons donner aux tubes de nos thermomètres, selon les capacités de leur boule, et selon les intervalles de températures auxquels nous voudrons les faire servir.

En opérant de cette manière, on trouve que la dilatation apparente du mercure, depuis le terme de la glace fondante jusqu'à celui de l'eau bouillante, est exactement $\frac{1}{61}$ du volume qu'il occupe à la première de ces deux températures ; et l'on trouve de plus que la marche de cette dilatation est constante pour chaque degré du thermomètre compris dans cet intervalle, c'est-à-dire qu'elle est de $\frac{1}{6100}$ par chaque degré de la division en 100 parties. Ceci est une conséquence de ce que les deux thermomètres sont faits avec le même liquide (1).

(1) On le voit par les mêmes formules que nous avons employées page 37. Soit L la quantité connue ou inconnue dont le volume du mercure augmente dans le gros tube, depuis la glace fondante jusqu'à l'eau bouillante, et soit L^s la quantité dont il augmente pour toute autre

C'est là, comme nous l'avons dit, la dilatation apparente; car quand nous aurons mesuré directement la dilatation du verre, et que nous pourrons en tenir compte dans cette expérience, nous trouverons que la dilatation vraie du mercure entre les termes de la glace fondante et de l'eau bouillante est $\frac{100}{1412}$ de son volume à 0°, ce qui fait $\frac{1}{1412}$ par chaque degré du thermomètre centésimal. Elle est plus forte que la dilatation apparente, comme cela doit être, puisque celle-ci n'est réellement que l'excès de la dilatation propre du mercure sur celle du verre.

Il est très-important de remarquer que les indications du thermomètre sont tout-à-fait indépendantes de la quantité absolue de cette dilatation; si elle était, par exemple, double ou triple de ce que nous venons de rapporter, pourvu qu'elle suivît la même proportion dans toutes les températures, les nombres de degrés indiqués par le thermomètre seraient encore les mêmes dans les mêmes circonstances; seulement avec les mêmes dimensions initiales dans la température de la glace fondante, les dilatations jusqu'à l'eau bouillante seraient doubles ou triples; et les degrés, qui sont la centième partie de cet intervalle, seraient aussi deux ou trois fois plus grands. Cette remarque prouve que les différentes espèces de verre dont on peut se servir pour fabriquer les thermomètres, ne les empêchent nullement d'être comparables; car nous prouverons plus loin, par l'expérience, que, dans toute l'étendue de l'échelle thermométrique, c'est-à-

---

température intermédiaire entre ces deux termes. Nommons l et l_n les quantités analogues pour le petit thermomètre. Nous avons vu que l'on avait toujours

$$\frac{L_n}{L} = \frac{l_n}{l}, \quad \text{par conséquent} \quad L_n = L \cdot \frac{l_n}{l}.$$

Si l'on suppose successivement l_n égale $\frac{1}{100}\,l$; $\frac{2}{100}\,l$; $\frac{3}{100}\,l$; etc. le petit thermomètre indiquera des températures croissantes de degré en degré. Mais alors les valeurs correspondantes de l_n deviendront $\frac{1}{100}$ L; $\frac{2}{100}$ L; $\frac{3}{100}$ L, etc.; c'est-à-dire, qu'elles seront aussi égales entre elles, et proportionnelles aux premières. L'on voit ainsi que cet accord tient seulement à l'identité des deux liquides, et ne dépend nullement de la loi de leur dilatation.

dire de 0 à 100°, les dilatations du mercure sont exactement proportionnelles à celles du verre et de tous les autres corps solides qui ne fondent qu'à de hautes températures; d'où il suit que l'inégale dilatabilité des différentes espèces de verre altère proportionnellement les longueurs absolues de l'intervalle fondamental et celles de tous les degrés; de sorte que ces degrés correspondent encore exactement aux mêmes températures, quoique dans les différens thermomètres ils puissent être inégaux en longueur. Il n'y a de changé que la valeur absolue de la dilatation apparente du mercure, et ce changement n'empêche pas les thermomètres d'être comparables; de même qu'ils le seraient encore si on les construisait avec différens liquides, dont les dilatations, quoique très-inégales, seraient constamment proportionnelles entre elles dans tout l'intervalle où l'on voudrait les employer.

Concevons maintenant qu'ayant soufflé une boule à l'extrémité d'un tube de thermomètre bien cylindrique, ou du moins exactement calibré, nous veuillons introduire dans cette boule et dans le tube une quantité de mercure telle que le thermomètre qui en résultera puisse servir dans des limites de températures déterminées, c'est-à-dire que ses indications s'étendent, par exemple, depuis un nombre a de degrés centésimaux au-dessous de la glace fondante jusqu'à un nombre b de degrés au-dessus de l'ébullition de l'eau; nous le pouvons facilement au moyen de ce qui précède. Pour cela, je supposerai d'abord que ce tube soit exactement cylindrique. Nous avons vu qu'il faut toujours qu'il le soit, à peu de chose près, pour qu'on doive l'employer à faire un thermomètre; et puisqu'il ne s'agit pas ici d'une détermination fixe et précise, mais seulement d'une limitation approchée, nous pouvons, sans aucun inconvénient, négliger ces petites inégalités; ce serait compliquer inutilement le calcul que de chercher à en tenir compte. Comme les comparaisons que nous nous proposons de faire portent sur des changemens de volume, appelons v la capacité intérieure du tube dans une étendue égale à l'unité de longueur, par exemple, dans une étendue d'un millimètre. Cette capacité doit être regardée

comme constante à toute température, puisque, employant la dilatation apparente du mercure dans les calculs, le vase qui le contient doit être censé non dilatable. La première chose à faire, c'est de connaître la capacité de la boule en parties du volume v. Pour y parvenir, remplissons-la de mercure ainsi qu'une partie du tube, sans fermer celui-ci, et supposons qu'en plongeant le tout dans la glace fondante, la colonne de mercure s'arrête à n millimètres au-dessus de la boule. Ce nombre n peut s'observer sur le tube même. Soit alors Nv, le volume du mercure contenu dans la boule N étant un nombre inconnu qu'il s'agit de déterminer. Le volume total du mercure introduit sera $(N + n)v$. Mettons maintenant l'appareil dans l'eau bouillante, et supposons que la colonne de mercure s'élève jusqu'à un nombre A de millimètres au-dessus du point où elle se trouvait dans la congélation. Ce nombre A peut s'observer, et alors Av sera la dilatation apparente que le mercure introduit dans l'appareil aura éprouvée depuis la température de la glace fondante jusqu'à celle de l'eau bouillante. Or, nous avons trouvé qu'en général cette dilatation était $\frac{1}{63}$ du volume primitif; elle sera donc égale à $\frac{(N + n)v}{63}$; et puisque ces deux expressions doivent être les mêmes, il faudra qu'on ait

$$\frac{(N + n)v}{63} = Av,$$

ou simplement, en divisant par v

$$\frac{(N + n)}{63} = A,$$

d'où l'on tire $$N = 63A - n.$$

Voilà d'abord la capacité Nv déterminée par cette observation; le reste n'est plus qu'une affaire de calcul.

Nous avons demandé que le thermomètre pût indiquer un nombre a de degrés au-dessous de zéro. Soit x la longueur inconnue de la colonne de mercure qu'il faut laisser dans le tube au-dessus de la boule, pour que cette condition soit remplie, x étant exprimé en millimètres, et supposé mesuré à la température de la glace fondante. Alors le volume de mercure

contenu dans le tube à cette température sera vx; d'ailleurs le volume de celui qui est contenu dans la boule à cette même température est Nv, comme nous l'avons trouvé tout à l'heure; ainsi le volume total sera $(N+x)v$, et sa dilatation, depuis la glace fondante jusqu'à l'eau bouillante, sera $\frac{(N+x)v}{63}$. De plus, chaque volume v répondant sur le tube à une longueur de 1 millimètre, il s'ensuit que le volume total $\frac{(N+x)v}{63}$ répondra à $\frac{N+x}{63}$ millimètres; et sa centième partie, ou $\frac{(N+x)}{6300}$ sera la longueur qu'occupera, sur le tube, un degré centésimal. Par conséquent un nombre a de ces degrés occupera une longueur égale à $\frac{a(N+x)}{6300}$. Ainsi puisque l'on veut avoir le nombre a de degrés au-dessous du terme de la glace fondante, il faut égaler cette longueur à l'intervalle inconnu x, ce qui donnera

$$x = \frac{a(N+x)}{6300},$$

d'où l'on tire

$$x = \frac{aN}{6300 - a}.$$

On connaîtra ainsi l'inconnue x, c'est-à-dire, la longueur qu'il faudra donner au cylindre de mercure, à la température de la glace fondante, pour que la condition proposée soit remplie. Ainsi, quand on aura rempli la boule du thermomètre et une partie du tube, on plongera le tout dans la glace fondante, et on ôtera du mercure ou on en ajoutera jusqu'à ce que la valeur assignée pour x soit satisfaite.

Il ne reste plus maintenant qu'à calculer la longueur qu'il faut donner au tube pour remplir l'autre condition, que l'échelle puisse s'étendre jusqu'à un nombre b de degrés au-dessus de l'ébullition de l'eau. Or cela est très-facile; car, en réunissant cette condition à la précédente, on voit que le nombre total de degrés compris dans l'échelle, en comptant depuis la boule, sera $a + b + 100$; par conséquent tout se réduit à connaître la longueur de 1°.

Or, nous venons de trouver la longueur de $a°$, qui était $\frac{aN}{6300 - a}$; ainsi, en la divisant par a, nous aurons la longueur de 1°, qui sera $\frac{N}{6300 - a}$. La longueur totale du tube devra donc être égale à cette quantité multipliée par $a + b + 100$, de sorte qu'en la nommant L, il faudra qu'on ait

$$L = \frac{(a + b + 100)N}{6300 - a};$$

par-là on connaîtra la longueur qu'il faut donner au tube; si on le fait plus court, l'échelle du thermomètre contiendra moins de degrés; si on le fait plus long, elle en contiendra davantage. Comme il ne s'agit ici que d'une limite, il n'importe pas de chercher une rigoureuse exactitude, il suffit d'obtenir une approximation. Je remarquerai seulement qu'il faut toujours prendre les nombres a et b un peu plus grands que les nombres de degrés que l'on veut réellement observer avec le thermomètre, parce que quand même on aurait exactement calibré l'intérieur du tube, il se déforme toujours un peu dans la partie qui avoisine la boule, et dans celle que l'on scelle à la lampe pour fermer son autre extrémité, ce qui fait qu'il ne faut pas observer près de ces points.

Si la longueur L du tube était donnée, l'équation précédente fournirait une condition qui déterminerait le nombre b de degrés que l'on pourrait observer au-dessus de l'ébullition, avec un tube de cette longueur, et avec la quantité de mercure que nous y avons supposée. Alors il faudrait regarder L comme donnée, b comme inconnue, et notre équation donnerait

$$a + b + 100 = \frac{L(6300 - a)}{N},$$

d'où l'on tire $b = \frac{L(6300 - a)}{N} - 100 - a.$

Si cette valeur de b est nulle, le thermomètre n'ira que jusqu'à l'ébullition de l'eau; si elle est négative, il n'ira que jusqu'à b, degrés au-dessous de cette température.

Si, au contraire, b était donné ainsi que L, l'équation déterminerait a, et l'on aurait alors

$$a = \frac{6300\,\mathrm{L} - (100 + b)\,\mathrm{N}}{\mathrm{L} + \mathrm{N}};$$

si cette valeur de a est nulle, le thermomètre ne pourra descendre que jusqu'à la température de la glace fondante; si elle est négative, il ne pourra pas même descendre jusque-là, il n'ira qu'à a degrés au-dessus. Dans ces différens cas, la longueur x, de la colonne de mercure qui reste dans le tube à la température de la glace fondante, est déterminée; car on a en général

$$x = \frac{a\,\mathrm{N}}{6300 - a};$$

or l'expression de a trouvée plus haut donne

$$6300 - a = \frac{(6400 + b)\,\mathrm{N}}{\mathrm{L} + \mathrm{N}};$$

éliminant a au moyen de ces résultats, il vient

$$x = \frac{6300\,\mathrm{L} - (100 + b)\,\mathrm{N}}{6400 + b};$$

c'est la longueur qu'il faut donner à la colonne de mercure, à la température de la glace fondante, pour que le thermomètre, avec une longueur L, contienne b degrés au-dessus de l'ébullition de l'eau. Si cette valeur de x est négative, il faudra qu'à la température de la glace fondante, tout le mercure rentre dans la boule, et qu'il s'y fasse même un vide, dont le volume soit égal à xv; mais je ne considère ces différens cas que pour suivre tous les mouvemens de la formule; car, dans la pratique, il faudra les éviter, en donnant une longueur convenable au tube L.

J'ajouterai seulement une remarque : c'est que l'on peut encore déterminer la capacité $\mathrm{N}\,v$ de la boule sans mettre successivement l'appareil dans les températures de la glace fondante et de l'eau bouillante; alors on supplée à cette expérience par des pesées. Supposons, en effet, qu'avant de souffler la boule, on pèse le tube vide : qu'ensuite on y introduise une colonne de mercure, qui en remplisse une certaine longueur; par exemple,

un nombre m de millimètres. Pesez alors le tube ainsi rempli en partie, et retranchez-en le poids du verre que vous avez mesuré d'abord, la différence, que je nommerai p, sera le poids du mercure contenu dans une longueur du tube égale à m millimètres; de sorte qu'en désignant par ϖ le poids de mercure contenu dans une seule de ces divisions, on aura

$$p = m\varpi.$$

Soufflons maintenant une boule à l'extrémité du tube, et pesons-le de nouveau après cette opération; puis, remplissons la boule de mercure, et même ajoutons-en dans le tube une colonne, dont la longueur soit n millimètres. Cela fait, pesons de nouveau notre appareil, et retranchons du résultat son poids quand il était vide. Nommons P le reste. Ce sera le poids du mercure introduit; or, ce poids se compose de celui du mercure de la boule que je représente par $N\varpi$, plus le poids du cylindre de mercure dont la longueur est n, et qui sera par conséquent $n\varpi$; ainsi le poids total sera $(N+n)\varpi$, et puis qu'on l'a trouvé égal à P, on aura l'équation

$$(N+n)\varpi = P.$$

La première pesée faite avant d'avoir soufflé la boule avait donné $m\varpi = p$;

par conséquent, en divisant ces équations membre à membre, il viendra

$$\frac{N+n}{m} = \frac{P}{p},$$

ce qui donne $$N = \frac{mP}{p} - n;$$

alors N sera déterminé; et si l'on nomme v la capacité d'une des divisions du cylindre égale en longueur à 1 millimètre, la capacité de la boule sera Nv. Connaissant N, le calcul des autres dimensions du thermomètre s'achevera comme précédemment: ainsi, d'après ce calcul, on pourra le remplir, et même le fermer de suite; on sera sûr qu'il aura les dimensions demandées; il ne restera plus qu'à le régler et à y déterminer par expérience les deux termes fixes de température.

Les formules précédentes nous donneront encore facilement

la correction qu'il faut faire aux termes observés de la glace fondante et de l'eau bouillante, lorsqu'en réglant le thermomètre on ne peut pas plonger dans chacune de ces températures le cylindre du mercure contenu dans le tube, et qu'on y fait entrer seulement la boule. Commençons, par exemple, par la glace fondante : supposons qu'à l'instant de l'expérience la température de l'air, dans le lieu où l'on opère, soit de t degrés au-dessus de o. Alors, si la boule seule du thermomètre que l'on règle est plongée dans la glace fondante, ou en général, si la partie non plongée du cylindre de mercure a pour longueur l millimètres, on peut regarder que cette portion de mercure n'est pas affectée de la température du bain, et se trouve à la température de la chambre, ce qui la rend plus longue qu'elle ne serait si elle était ainsi plongée. Soit donc x la longueur qu'elle aurait alors. Cette longueur x, en se dilatant de o à t degrés, serait devenue $x\left(1+\frac{t}{6300}\right)$, et puisqu'elle se trouve avoir pour longueur l, il faudra que ces deux expressions soient égales, c'est-à-dire, qu'on ait

$$x\left(1+\frac{t}{6300}\right)=l,$$

d'où l'on tire

$$x=\frac{l}{1+\frac{t}{6300}},$$

ou, ce qui revient au même,

$$x=l-\frac{lt}{6300+t}.$$

Le premier terme de cette valeur est la longueur l elle-même, telle qu'on l'a observée : le second exprime ce qu'il en faut retrancher pour la ramener au même point que si elle eût été plongée dans la température de la glace fondante. On devra donc faire cette soustraction sur le tube, pour avoir le vrai point de o. Nous ferons un calcul semblable pour le terme de l'ébullition de l'eau. Supposons que la boule seule et une partie du cylindre de mercure soient plongées dans cette température,

mais qu'une autre portion d'une longueur égale à l' soit plongée dans l'air à la température de t' degrés au-dessous de l'ébullition, cette portion sera plus courte qu'elle ne serait si elle était plongée dans l'eau bouillante, comme le reste du tube. Soit x' la longueur inconnue qu'elle aurait alors, et x'' la longueur qu'elle aurait étant réduite à 0, il devra premièrement exister, entre x'' et x', la relation

$$x''\left(1+\frac{100}{6300}\right)=x',$$

puisque, par hypothèse, c'est x'' qui donne x' en se dilatant de 100°. On aura de même

$$x''\left[1+\frac{(100-t')}{6300}\right]=l',$$

puisque x'', en se dilatant de $100° - t'$, donne l'. Divisant ces deux équations membre à membre, on en tire,

$$x'=\frac{l'\left(1+\frac{100}{6300}\right)}{1+\frac{(100-t')}{6300}}$$

et en réduisant

$$x'=\frac{6400\,l'}{6400-t'}\text{, ou bien } x'=l'+\frac{l'\,t'}{6400-t'}.$$

Le second terme de cette valeur de x' étant réduit en nombres, exprimera la quantité qu'il faut ajouter à l' pour avoir le véritable point de l'ébullition, tel qu'on l'observerait si la colonne l' de mercure avait été également plongée dans l'eau bouillante. Ce terme s'évanouit quand t' est nul, et l'on a alors $x'=l'$, parce que, dans cette supposition, le mercure contenu dans l' se trouve aussi à la température de 100°.

Les deux corrections que nous venons de calculer sont nécessaires à observer quand on cherche l'exactitude. Le peu d'attention qu'on y a donné jusqu'à présent est très-probablement la cause des petites discordances qui se trouvent encore dans plusieurs résultats importans de la physique, entre les évaluations données par divers observateurs également habiles et exercés.

C'est à M. Cavendish que l'on doit d'avoir le premier appelé l'attention des physiciens sur la nécessité d'y avoir égard.

Les thermomètres à liquide, lorsque leur tube est bien purgé d'air, peuvent, comme je l'ai déjà annoncé, être employés à des températures qui dépassent beaucoup le terme de l'ébullition à l'air libre de la substance qu'ils renferment. Avec cette précaution, leur usage s'étend fort au-delà de ce que l'on suppose communément. Toutefois, pour des températures très-élevées, telles que celle où le fer devient rouge, et celles où la plupart des métaux fondent, il faut nécessairement recourir à d'autres procédés que je ferai connaître quand nous étudierons spécialement les propriétés et les lois du calorique.

Par tout ce qui vient d'être dit dans ce chapitre, on voit qu'un grand nombre de physiciens distingués ont travaillé depuis long-temps pour donner au thermomètre toute l'exactitude et toute la sensibilité dont il est susceptible. Tant de recherches employées à fabriquer un petit instrument de verre peuvent paraître minutieuses, si l'on n'y voit qu'un objet de pure curiosité; elles sont de la plus haute importance, si l'on fait attention aux conséquences qui en dérivent, et aux connaissances que nous en tirons sur les phénomènes de la nature. Les applications du thermomètre dans la physique, la chimie et les autres sciences naturelles sont innombrables. Les indications qu'il nous donne sont la base de toute la théorie de la chaleur; il est le régulateur de toutes les opérations chimiques; l'astronome le consulte à chaque instant dans ses observations, pour calculer les déviations que les rayons lumineux émanés des astres éprouvent en traversant l'atmosphère, qui les brise et les courbe plus ou moins, selon sa température. C'est encore au thermomètre que nous devons toutes les connaissances que nous avons sur la chaleur animale, produite et entretenue par la respiration. C'est lui qui fixe dans chaque lieu la température moyenne de la terre et du climat; qui nous montre la chaleur terrestre constante dans chaque lieu, mais diminuant d'intensité depuis l'équateur, jusqu'aux pôles constamment glacés; c'est encore lui qui nous apprend que la chaleur décroît à mesure que l'on

s'élève dans l'atmosphère, vers la région des neiges éternelles, ou qu'on s'enfonce dans les abîmes des mers, d'où résultent les changemens progressifs de la végétation à diverses hauteurs. Lorsqu'on voit tant de résultats obtenus par le seul secours d'un peu de mercure enfermé dans un tube de verre, et qu'on songe qu'un petit morceau de fer, suspendu sur un pivot, a fait découvrir le Nouveau-Monde, on conçoit que rien de ce qui peut agrandir et perfectionner les sens de l'homme, ne doit être d'une légère considération; et ce motif me servira d'excuse à moi-même pour la multiplicité des détails dans lesquels je viens d'entrer.

CHAPITRE III.

Sur les destructions et les reproductions de chaleur qui s'observent pendant le changement d'état des corps.

Le thermomètre nous a fait découvrir que la température de chaque corps reste constante, pendant que ce corps se fond ou se vaporise. Si on continue à le chauffer pendant la durée de ces phénomènes, toute la chaleur que l'on produit se détruit, elle n'a d'autres effets que de continuer à fondre le corps ou à le vaporiser.

Cette destruction de chaleur est un fait si remarquable qu'il nous faut y insister particulièrement.

On en peut observer les effets dans une infinité de circonstances, autrement que par l'immobilité du thermomètre. Prenez une certaine quantité d'eau, par exemple, un poids de dix kilogrammes, et chauffez-la jusqu'à la température de 75 degrés centésimaux. Alors mêlez-y 10 kilogrammes d'eau liquide, à la température de la glace fondante, et provenant de la fusion de la glace; vous aurez ainsi 20 kilogrammes d'eau à une température d'environ 37,5, c'est-à-dire, exactement ou presque exactement intermédiaire entre celle des masses égales que vous avez mêlées. Mais si au lieu de ces 10 kilogrammes d'eau froide encore liquide, vous employez 10 kilogrammes de neige ou de glace fondante, par conséquent à la même température, avec cette seule différence d'être encore solide, la température du mélange, après la fusion de cette glace ou de cette neige, sera précisément de 0 degrés; ainsi, l'eau liquide à zéro, en se mêlant avec l'eau chaude, la refroidit beaucoup moins que ne fait le même poids de glace ou de neige à la même température, qui s'y réchauffe et s'y fond tout à la fois (1).

(1) Pour mieux apprécier l'intensité du refroidissement produit par la

Cette destruction de chaleur parait une condition nécessaire de la liquéfaction ; car elle a lieu également à toute autre température chaque fois que la liquéfaction a lieu. En voici des exemples. Il existe des acides qui sont si avides d'eau, qu'ils dissolvent même la neige et la glace, c'est-à-dire, qu'ils la rendent liquide comme eux pour la combiner avec leur propre substance. Il existe aussi des sels qui, lorsqu'on les mêle avec la neige ou la glace pilée, se combinent pareillement avec elles et forment un tout liquide. Pour que ces combinaisons se fassent, il n'est pas nécessaire que la température de ces substances soit plus élevée que celle de la neige ; car elles exercent encore leur pouvoir dissolvant à la température de la neige fondante, et même bien au-dessous. Alors la destruction de chaleur qui doit avoir lieu pour que la neige ou la glace deviennent liquide, se produit encore ; mais se produit aux dépens de la température même du mélange, de sorte que celle-ci s'abaisse considérablement. C'est ce qui arrive, par exemple, quand on mêle des poids égaux de neige et de muriate de soude solide ; si ces substances sont à la température de la glace fondante, et si le mélange est fait d'une manière rapide, la température descend jusqu'à 18 degrés au-dessous de 0.

---

fusion de la neige dans cette circonstance, partons de ce fait, que lorsqu'on mêle deux masses d'eau égales, et toutes deux liquides, la température du mélange est, à peu de chose près, une moyenne arithmétique entre celles des deux masses, et, d'après ce principe, cherchons quelle aurait dû être la température x d'une masse d'eau liquide, pour qu'étant mêlée avec une masse d'eau égale, et à la température de 75°, la température du mélange fût descendue à 0. C'est ce qui est très-facile. Car la température moyenne des deux masses, exprimée en degrés du thermometre, sera généralement $\frac{x+75}{2}$, et pour qu'elle se réduise à 0, il faudrait qu'on eût

$$x = -75^\circ ;$$

c'est-à dire que, pour qu'une masse d'eau égale à celle de la neige employée, produisît le même refroidissement, il faudrait, d'après la loi des mélanges, que cette masse fût refroidie jusqu'à 75° au-dessous de zéro, en supposant qu'à ce degré de froid elle pût rester encore liquide. Je ne donne ici ce calcul que comme une évaluation propre à rendre la chose sensible. Nous verrons plus tard quels sont les moyens précis de comparer ces effets.

Si l'on fait refroidir séparément, dans cette température, deux parties de muriate de chaux et une de neige, et qu'on les mêle ensuite, la température du mélange descendra jusqu'à 54 degrés au-dessous de 0; enfin, si l'on fait refroidir encore dans cette dernière température quatre parties de neige et cinq d'acide sulfurique étendu d'eau, et qu'on les mêle ensuite, la température s'abaissera jusqu'à 68 degrés au-dessous de zéro (1). Tous ces phénomènes nous prouvent que la destruction de chaleur indiquée par le thermomètre, dans la fusion de la glace et des autres corps solides qui se fondent à des températures plus élevées, ne tient pas à l'élévation de ces températures. C'est un phénomène général, lié à l'acte même de la liquéfaction; et la preuve évidente que cet acte est la véritable cause de l'abaissement de température, c'est que si les substances que l'on mêle sont préalablement refroidies au-dessous de la température, que peut soutenir le liquide qui en résulte, c'est-à-dire, de manière à pouvoir geler ce liquide, le mélange ne produit plus aucun refroidissement.

Voici maintenant un autre phénomène qui est pour ainsi dire l'inverse de ceux que nous venons d'examiner. Toute cette chaleur que les corps avaient détruite en se fondant ou se vaporisant, se reproduit, et reparaît quand ils repassent par des états contraires, c'est-à-dire quand ils se transforment de vapeur en liquides, ou de liquides en solides. Si vous mêlez 10 kilogrammes d'eau bouillante avec 10 kilogrammes d'eau liquide à 0 degrés, vous aurez 20 kilogrammes d'eau à une température exactement ou presque exactement intermédiaire, c'est-à-dire, de 50 degrés. Mais si, au lieu d'eau bouillante, vous employez 10 kilogrammes de vapeur à la même température, la chaleur qui en résultera sera bien plus considérable, car elle suffira pour faire bouillir, non plus 10, mais 58 kilogrammes d'eau à 0°. Ainsi cette vapeur, en se condensant et redevenant liquide, reproduit et restitue la chaleur qu'elle avait détruite en se formant.

Nous chercherons plus loin à mesurer ces effets avec exacti-

(1) Chimie de Thomson, tome 2.

tude; avant de le tenter, il faut que nous nous formions beaucoup de moyens d'observation qui nous manquent, et que nous acquérions plus de connaissance sur la constitution des corps; mais il était dès à présent nécessaire d'insister sur ces phénomènes remarquables, pour pouvoir y rapporter plusieurs autres faits analogues qui se présenteront bientôt à nous dans le cours des expériences, et dont sans cela l'observation directe nous aurait entièrement échappé.

Ces disparitions et ces réapparitions de chaleur ont servi de base au système des chimistes qui regardent le calorique comme une matière. Ils en ont conclu que le calorique pouvait exister dans deux états différens, ou combiné ou libre. Combiné avec la substance des corps, il disparaît à nos sens, et n'agit plus sur le thermomètre; ils l'appellent alors *chaleur latente*, c'est-à-dire cachée. Dégagé de cette combinaison, ils lui donnent le nom de *chaleur libre*; alors il agit sur le thermomètre et sur nos organes, il dilate les corps, les fond, les vaporise, et produit tous les phénomènes sensibles. On voit que ce système est parfaitement approprié aux circonstances qui s'observent quand les corps changent d'état. Il est, pour ainsi dire, moulé sur eux; mais satisfait-il également aux autres faits qui ne lui ont pas servi de base, par exemple, à la propagation de la chaleur dans l'air et à travers les corps? Ce sont des questions que nous examinerons par l'expérience, quand nous étudierons spécialement les propriétés du calorique.

Au contraire, les physiciens, qui regardent la chaleur comme l'effet d'un mouvement de vibration excité dans les particules des corps, assimilent les effets que nous venons d'examiner à la loi connue en mécanique sous le nom de conservation des forces vives. On appelle ainsi dans un système de corps la somme des produits de leurs masses par les carrés de leurs vitesses, et l'on démontre que cette somme est constante lorsque le mouvement du système n'est dû qu'aux attractions réciproques des corps qui le composent. Ainsi, en regardant la chaleur comme un effet produit par la force vive des corps, résultante du mouvement de vibration de leurs particules, on voit que sa quan-

tité totale doit rester constante dans tous les différens états par lesquels ils peuvent passer; et l'on conçoit alors pourquoi après s'être augmentée, par exemple, dans le corps qui se vaporise aux dépens de celui qui l'échauffe, elle y diminue de nouveau, et est restituée quand ce corps revient à l'état de liquidité. Mais on voit aussi que cette hypothèse est, de même que la précédente, spécialement établie sur les phénomènes qui se passent dans les changemens d'état des corps, et par conséquent il faudra la soumettre encore à d'autres épreuves indépendantes de ces premiers principes, pour pouvoir apprécier sa probabilité par l'étendue de ses applications.

Les partisans de la matérialité du calorique se sont beaucoup occupés de savoir si les degrés du thermomètre étaient ou non proportionnels aux quantités de calorique introduites dans les corps. Mais en réduisant, comme nous l'avons fait, l'idée de température à sa signification véritable, qui n'exprime qu'un état apparent et sensible où les corps se trouvent amenés par l'action que le calorique exerce sur eux, on voit que le thermomètre, pour indiquer cet état, n'a pas besoin d'avoir une marche proportionnelle à l'intensité d'action que le calorique exerce sur lui; il suffit que ses indications soient toujours semblables et constantes, c'est-à-dire, que quand l'action sensible du calorique redevient la même, le degré de température indiqué par le thermomètre soit le même aussi. Or, cette constance se vérifie parfaitement toutes les fois qu'on en réitère l'épreuve, en exposant le thermomètre à des circonstances semblables, par exemple, quand on le plonge dans un même corps échauffé jusqu'au degré de fusion. Seulement pour que cette observation soit exacte et comparable à elle-même, quoique faite avec différens thermomètres, il faut que leur influence propre sur la température des corps où ils sont plongés puisse être regardée comme nulle, afin que leur introduction dans ce corps ne la change pas sensiblement. Voilà à quoi se réduit l'indication du thermomètre: vouloir proportionner sa marche à la quantité ou à l'intensité du calorique qui agit sur les corps, c'est vouloir lier une hypothèse à un fait certain, et compliquer un instrument

simple par une application qui lui est étrangère. Pour nous, fidèles à nos définitions, nous continuerons de regarder le calorique comme un principe dont nous ignorons la nature. La chaleur sera pour nous l'effet de ce principe sur nos organes et sur les corps, et la température sera l'énergie plus ou moins vive de ces effets. Le thermomètre, en fixant les températures par ses indications, apprend que l'action sensible du calorique est plus grande, ou égale ou moindre ; il nous indique donc des différences et non des rapports.

CHAPITRE IV.

De la Pression atmosphérique et du Baromètre.

Avant que la physique fût devenue une science d'expérience, c'est-à-dire jusqu'au temps de Galilée, on s'imaginait qu'aucune partie de l'espace ne pouvait être vide de matière, et l'on exprimait cette impossibilité en disant que la nature a horreur du vide. Ainsi, lorsqu'on voyait l'eau monter dans des pompes à l'instant où on élevait le piston, on disait que le piston en s'élevant tendait à faire un vide dans les tuyaux de la pompe; mais que la nature, qui avait horreur du vide, s'empressait d'y faire monter l'eau pour le remplir. Personne ne s'avisait de demander comment la nature, qui n'est qu'ensemble des phénomènes, pouvait ainsi se personnifier et se transformer en un être susceptible de passions. A cette époque le doute n'était pas inventé. Un jour des fonteniers de Florence ayant construit une pompe très-longue dans le dessein d'élever de l'eau à une hauteur plus grande qu'ils n'avaient coutume de faire, ils trouvèrent qu'elle montait dans le corps de pompe jusqu'à trente-deux pieds environ, mais qu'elle ne *voulait* pas absolument monter plus haut, quoique l'on continuât de faire marcher le piston. Fort étonnés de cet accident, ils allèrent consulter Galilée, qui leur dit, en se moquant d'eux, qu'apparemment la nature n'avait horreur du vide que jusqu'à la hauteur de trente-deux pieds. Déjà ce philosophe avait entrevu que ce phénomène, et d'autres semblables, étaient de simples résultats mécaniques produits par la pesanteur de l'air; mais il n'avait probablement pas arrêté ses idées sur un sujet si nouveau; et il aima mieux donner aux fonteniers cette défaite que de hasarder son secret. Il mourut sans l'avoir fait connaître; et ce fut Torricelli, son disciple, qui, par une expérience extrêmement frappante et ingénieuse, mit cette découverte dans tout

son jour. Il remplit de mercure un tube de verre long de trois pieds, et fermé par un de ses bouts; puis, bouchant l'autre bout avec le doigt, il renversa le tube et le plongea par cette extrémité dans un vase ouvert où il y avait aussi du mercure; alors, retirant le doigt, il cessa de soutenir la colonne de mercure contenue dans le tube. Aussitôt on la vit tomber, laissant le haut du tube vide, mais elle s'arrêta bientôt; et, après plusieurs oscillations, elle resta suspendue en équilibre, n'ayant plus qu'environ vingt-huit pouces de longueur, ce qui, dans nos divisions métriques, répond à peu près à 0^m, 76.

D'après cela, il était évident que si, dans les pompes, la nature n'avait horreur du vide que jusqu'à trente-deux pieds, elle n'en avait horreur, dans les tubes pleins de mercure, que jusqu'à la hauteur de vingt-huit pouces. Cette conclusion était si ridicule, qu'il fallut bien enfin douter du principe, et renoncer à ce grand axiome : *non datur vacuum in rerum naturâ.*

La cause réelle de ces phénomènes est simple et facile à découvrir; mais il faut la déduire des propriétés mécaniques de l'air, c'est-à-dire qu'après avoir établi les propriétés de ce fluide, telles que l'expérience nous les fait connaître, il faut montrer que les phénomènes dont nous venons de parler en sont des conséquences inévitables. Voilà la marche de la bonne physique.

Le fluide rare et transparent qui nous environne de toutes parts, et que nous nommons l'air, est un corps qui jouit, comme tous les autres, des propriétés générales de la matière; il est résistant, il est pesant; sa résistance se fait sentir lorsque nous le pressons dans un espace fermé, dans une vessie, par exemple. Il est si bien un corps, que son choc mécanique met en mouvement une infinité de machines : c'est lui qui pousse les ailes des moulins et qui gonfle les voiles des vaisseaux. On peut même s'assurer de son poids en le pesant à la balance; car si on l'extrait de l'intérieur d'un ballon de verre, comme on peut le faire par un procédé que nous ferons bientôt connaître, ce ballon fermé ensuite et pesé se trouve plus léger qu'auparavant. D'après cela, quand la surface d'un liquide, tel que l'eau ou le mercure, se trouve librement exposée à l'air, elle

est réellement pressée par tout le poids de la colonne d'air qui repose sur elle. Comme cette pression est égale sur tous les points de la surface liquide, elle n'y produit aucun mouvement; mais, supposez qu'ayant plongé dans le liquide l'extrémité inférieure d'un tuyau de pompe, on vienne à tirer en haut le piston, ou, pour prendre un exemple encore plus simple, supposez qu'ayant plongé ainsi le bout inférieur d'un chalumeau de paille, on aspire par l'autre bout l'air qu'il contient: dans l'un et l'autre cas les molécules de la surface liquide qui se trouvent dans l'intérieur du tube sont évidemment déchargées d'une partie du poids de l'air qui pesait sur elles, tandis que les parties de la surface qui sont hors du tube sont encore pressées aussi fort qu'auparavant; alors le liquide doit nécessairement céder par le côté où la pression est moindre, c'est-à-dire qu'il doit monter dans le tube jusqu'à ce que le poids de la colonne de liquide élevée, joint à l'élasticité de l'air qui y était resté, forme une pression égale à celle de l'air extérieur. Quand cette égalité a lieu, tous les points situés à la surface du liquide sont pressés également; il n'y a pas de raison pour qu'ils se mettent en mouvement d'un côté ou d'un autre, et, par conséquent, l'équilibre doit subsister.

On voit donc que s'il était possible d'ôter tout l'air contenu dans l'intérieur d'un tube, le liquide monterait jusqu'à ce que son poids seul fît équilibre avec le poids de l'atmosphère. C'est le cas de l'eau dans les pompes, c'est le cas de l'expérience de Torricelli.

Quoique cette conclusion soit de toute évidence, nous avons un moyen de la vérifier, et il ne faut pas le négliger; car c'est en marchant ainsi des faits à leurs conséquences, et des conséquences à de nouveaux faits, que l'on avance avec sûreté dans l'étude de la nature. Je dis donc que si l'ascension de l'eau et du mercure est réellement déterminée par la pression de l'air, il faut que le poids de la colonne d'eau de trente-deux pieds, élevée dans les pompes, soit égal à celui de la colonne de mercure de vingt-huit pouces, qui se soutient dans le tube de Torricelli, en supposant toutefois que les bases de ces deux colonnes soient égales. Or, il est bien aisé de voir si cela est vrai ou non.

En effet, en pesant, dans des balances très-exactes, des volumes égaux d'eau et de mercure, à des températures égales, par exemple, des ballons de verre remplis successivement de ces deux liquides, on trouve que le mercure pèse, à fort peu de chose près, treize fois et demi autant que l'eau. Ainsi, selon notre raisonnnement, la colonne de mercure, élevée dans le tube de Torricelli, doit être treize fois et demi moins longue que la colonne d'eau des fonteniers. Or, celle-ci était de trente-deux pieds, qui font trois cent quatre-vingt-quatre pouces ; si vous divisez ce nombre par treize et demi, vous trouverez pour quotient vingt-huit pouces : c'est en effet la longueur qu'a réellement la colonne de mercure dans l'expérience de Torricelli ; et l'accord est si juste, qu'on aurait pu prévoir cette longueur, par notre calcul, tout aussi exactement qu'on la détermine par l'expérience même. Cette possibilité de prédire les phénomènes est le caractère de la certitude. Admettons donc que l'air est pesant, et que la pression de l'atmosphère est la véritable cause des phénomènes que nous venons d'examiner ; mais cherchons à soumettre encore notre conclusion à d'autres épreuves ; examinons tous les autres effets que cette pression peut produire, et voyons si l'expérience les confirme.

La pression de l'air, comme celle de tous les autres fluides pesans, ne doit pas s'exercer seulement de haut en bas ; elle doit comprimer dans tous les sens les surfaces des corps que l'air touche. C'est ainsi, par exemple, qu'un navire qui flotte sur l'eau est soutenu et soulevé de bas en haut par la pression latérale de l'eau qui l'environne. De là, il résulte que, lorsqu'un corps est exposé à l'air, chaque point de sa surface est pressé par cet air, comme il le serait par le poids d'une colonne d'eau qui aurait trente-deux pieds de hauteur, ou par une colonne de mercure haute de vingt-huit pouces. On a calculé à quoi pouvait monter la totalité de cette pression sur toute la surface du corps d'un homme de moyenne grandeur, et on a trouvé qu'elle surpassait trente-trois milliers de livres, ou environ seize mille kilogrammes.

On trouvera peut-être ce résultat bien incroyable, et l'on

pensera qu'une pression si considérable devrait gêner beaucoup, ou même empêcher tout-à-fait nos mouvemens; mais en général, dans les sciences il faut raisonner avant de juger, et ne point se hâter de rejeter un résultat comme absurde, uniquement parce qu'il nous étonne. Voici un autre exemple bien plus fort. Il y a dans la mer des poissons qui vivent habituellement à de très-grandes profondeurs. Les pêcheurs en prennent quelquefois à deux ou trois mille pieds au-dessous de la surface de l'eau. Ces poissons se trouvent donc chargés pendant toute leur vie, du poids d'une colonne d'eau de deux ou trois mille pieds, c'est-à-dire, soixante-dix-huit ou quatre-vingts fois plus lourde que le poids de l'atmosphère; cependant ils ne sont point écrasés par cet énorme poids. Non-seulement ils vivent, mais ils se meuvent en tous sens avec la plus grande agilité. Cela est encore bien plus extraordinaire que de nous voir supporter si aisément la pression de l'air. Mais tout le merveilleux disparaît sl l'on fait attention que les poissons dont nous venons de parler, sont intérieurement remplis et pénétrés de liquides qui résistent à la pression de l'eau extérieure, en vertu de leur impénétrabilité; de sorte que les membranes de l'animal n'en sont pas plus altérées que ne le serait la pellicule la plus mince, que l'on descendrait à une pareille profondeur. Quant à la facilité des mouvemens, elle tient à ce que le corps du poisson est également pressé par-dessus et par-dessous, à droite et à gauche, de sorte que la pression se contre-balance d'elle-même; et ainsi il lui est aussi aisé de se déplacer que s'il nageait à la surface même de l'eau. Semblablement, pour nous qui supportons le poids de l'atmosphère, l'intérieur de notre corps et nos os mêmes sont remplis, ou de liquides incompressibles, capables de supporter toutes les pressions, ou d'air aussi élastique que l'air du dehors, et qui contre-balance son poids: voilà pourquoi nous n'en sommes pas incommodés; et nous n'éprouvons non plus aucune difficulté à nous mouvoir, parce que la pression de l'air se contre-balance de toutes parts sur les diverses parties de notre corps, comme celle de l'eau sur le corps des poissons. Nous ne pourrions être écrasés par l'air extérieur, que si on détruisait

en nous l'air intérieur qui lui fait équilibre, et au contraire nous souffririons beaucoup si l'on nous déchargeait tout à coup de cette pression, en nous plaçant dans le vide; car alors l'air intérieur, n'ayant plus rien qui lui résistât, se dilaterait, nous gonflerait et nous ferait périr infailliblement. Cela arrive à un grand nombre de poissons, quand on les retire du fond des abimes de la mer, et même seulement d'une profondeur de vingt ou trente mètres. La plupart d'entre eux ont, dans l'intérieur de leur corps, une vessie remplie d'air, non pas d'air atmosphérique, mais d'une espèce particulière de gaz qui se trouve produite et sécrétée par un résultat de leur organisation. Tant que ces animaux restent à la profondeur où ils vivent d'ordinaire, l'air contenu dans leur vessie a le degré de compression et d'élasticité nécessaire pour supporter le poids de l'eau qui pèse sur eux; mais si tout à coup on les tire hors de l'eau, comme ils n'ont pas tous des conduits assez larges pour chasser promptement le surperflu de cet air, et comme quelques-uns même n'en ont pas du tout, il arrive que leur vessie se gonfle, se crève, et l'air qu'elle contenait, occupant un volume quatre-vingts ou cent fois plus considérable, remplit leur corps, renverse leur estomac en dehors, le force même à sortir par la gueule et les fait périr. Alors on peut les laisser sur l'eau, ils ne vont pas à fond, leur corps flotte sur la surface, soutenu par cet estomac rempli d'air, comme par un ballon.

Je trouve dans Mariotte une expérience, aussi simple que curieuse, qui met bien en évidence la pression exercée par l'air dans tous les sens (1). On prend un flacon de verre AA, fig. 19, auquel on fait une ouverture latérale de cinq ou six millimètres, par exemple, en O. On introduit par le col FF un tube de verre TN d'environ quatre millimètres de diamètre, et on le lute exactement, en sorte que l'air ne puisse passer entre deux; ensuite on emplit le flacon d'eau par l'ouverture O en le couchant, et même on remplit aussi le tube TN en tenant le bout T fermé avec le doigt. Cela fait, on remet le flacon dans

(1) Mariotte, Traité du mouvement des eaux, page 93.

sa situation verticale, et on ôte le doigt de dessus l'orifice T. Alors l'eau contenue dans le tube TN descend jusqu'en N, précisément à la hauteur du point O, et il en sort par l'ouverture O une quantité égale à celle qui est ainsi descendue. Si le tube s'étend au-dessous de l'ouverture O, par exemple, jusqu'en I, l'eau s'arrête en N, l'écoulement cesse, et le flacon demeure ensuite complètement plein. Mais si le bout inférieur du tube est un peu plus haut que le dessus de la petite ouverture O; s'il se termine, par exemple, en H, fig. 20, on voit des bulles d'air se gonfler à cette extrémité, en sortir et s'élever au sommet du flacon; en même temps l'eau coule par l'ouverture O jusqu'à ce qu'il n'en reste plus au-dessus de ce point.

Tous ces effets s'expliquent aisément de la manière suivante. Le poids de l'air extérieur fait effort contre l'ouverture O pour repousser l'eau dans l'intérieur du flacon, et celle-ci fait effort par son poids pour en sortir; l'air qui est au-dessus du tube TN pèse aussi sur la surface de l'eau qui s'y trouve renfermée; et, dans le commencement de l'expérience, cette pression se joignant au poids de la colonne d'eau élevée au-dessus de l'ouverture O doit forcer la résistance de l'air qui pèse sur cette ouverture; c'est pourquoi l'eau du tube se met d'abord à descendre; et, s'il a une longueur suffisante, comme dans la fig. 19, elle descend ainsi jusqu'en N à la hauteur du point O. Quand elle y est parvenue, le poids de l'air extérieur exerce en N et en O un effort égal, il se fait donc équilibre à lui-même; et ces deux pressions soutiennent conjointement l'eau du flacon.

Elles la soutiendraient encore quand même la hauteur OA serait de trente-deux pieds, pourvu que le bout du tube descendît au-dessous de la partie inférieure de l'ouverture O, comme nous l'avons jusqu'à présent supposé. Mais lorsque le tube ne descend que jusqu'en H, alors l'eau depuis H jusqu'en N, jointe au poids de l'air qui pèse sur H, force l'air en O; et l'eau s'écoule par l'ouverture O pendant que l'air, qui descend de T en H, entre par bulles dans l'eau par le bout ouvert H, et s'élève dans le flacon au-dessus de la surface de l'eau qui s'y trouve encore renfermée.

Aussi long-temps que ce mouvement dure, l'excès de pression qui le détermine est toujours le même et proportionnel à la différence de niveau H N. L'écoulement qui s'opère par l'ouverture O est donc aussi exactement uniforme, et sa vitesse est la même que si l'eau du vase A A était constamment entretenue au niveau du point H.

Pour que l'expérience réussisse, il faut que le diamètre de l'ouverture O n'excède pas cinq ou six millimètres; car, lorsqu'elle est plus large, la colonne d'eau qui pèse en O se divise à sa surface, et le passage se partage entre l'eau qui sort du flacon par son poids et l'air qui s'y introduit, pressé par le poids de l'atmosphère. C'est ainsi que si l'on remplissait d'eau ou de mercure un tuyau large d'un ou deux centimètres, et qu'ensuite on le renversât en tenant le bout fermé en haut et le bout ouvert en bas, la colonne de liquide ne se soutiendrait pas dans le tube, quand même la pression de l'atmosphère serait beaucoup plus forte qu'il ne faudrait pour la supporter; elle se diviserait verticalement, et le liquide et l'air se livreraient mutuellement passage. Mais, voulez-vous empêcher ces effets, appliquez sur l'orifice du tube une feuille mince de papier mouillé, qui, s'étendant sur la surface du liquide, lie, pour ainsi dire, ses différens points; puis, pressant cette feuille avec la main, pour l'empêcher de glisser par une pression inégale, renversez le tube et cessez de la retenir. Le liquide ne pouvant plus se diviser ne tombera pas; la pression de l'atmosphère le soutiendra dans le tube renversé, à moins que son poids absolu n'excède celui de la colonne de mercure que cette pression représente.

L'expérience que nous venons de décrire est d'une application très-commode dans beaucoup de recherches de physique, où il est nécessaire de chasser l'air d'un vase au moyen d'un courant d'eau constant. Soit, fig. 21, B ce vase que je suppose percé en O et en R de deux trous auxquels seront adaptés des robinets, qui pourront à volonté les tenir fermés ou ouverts. Adaptez au premier de ces robinets un tube OZ, dont l'extrémité supérieure Z aboutisse au fond d'un autre vase A A que

vous remplirez d'eau. Si cette eau était abandonnée à elle-même elle tomberait dans le vase inférieur, et la rapidité de sa chute serait d'autant plus grande que son niveau serait plus élevé dans le vase A; de sorte qu'elle irait toujours en se ralentissant, à mesure que ce vase se viderait. Pour éviter ces variations, fermez d'abord l'ouverture inférieure O en tournant le robinet qui y est adapté. Fermez aussi votre vase supérieur en lutant à son orifice une plaque percée de deux trous FT; le premier, pour recevoir un bouchon F, qui permettra de fermer le vase après l'avoir rempli; le second, pour recevoir un tube vertical TH analogue à celui dont nous nous servions dans l'expérience précédente. Cela fait, et le vase A étant rempli d'eau, remettez le bouchon F, et ouvrez les robinets O et R; alors l'eau tombera dans le vase inférieur, et elle y tombera constamment, comme si son niveau dans le vase supérieur était toujours entretenu à la hauteur H de l'extrémité du tube. En effet, ici l'ouverture inférieure O remplace exactement celle de l'expérience précédente. L'eau ne tombe donc qu'en vertu du poids de la colonne HO, et tout ce qui se trouve au-dessus du point H dans le vase supérieur est soutenu par la pression de l'atmosphère. Ainsi, tant qu'il restera de l'eau au-dessus de ce niveau, si d'ailleurs l'air renfermé dans le vase B peut s'échapper librement par l'ouverture R, les quantités d'eau qui tomberont dans le vase inférieur seront les mêmes à chaque instant; et par conséquent elles chasseront de ce vase des quantités égales d'air, ce qui formera en R un courant constant. Il est bon d'adapter au-dessous du robinet O un second tube OG qui pénètre dans le vase inférieur et se recourbe en G, comme le montre la figure, afin que l'air du flacon B ne tende pas à s'élever dans le tube OZ, et que la colonne d'eau descendante ne partage point le passage avec lui. Cet appareil ingénieux se nomme un gazomètre, et celui que nous venons de décrire a été imaginé en France par MM. Girard, pour faire monter l'huile, par une pression constante, dans le bec des lampes à courant d'air.

Concevons maintenant un second gazomètre A_1 B_1 exacte-

ment semblable au premier, avec cette seule différence que les deux vases A_1 B_1 soient tous deux entièrement remplis d'eau. Je dis que, sans troubler le moins du monde l'uniformité ni la vitesse du courant d'air qui s'échappe par l'ouverture R, nous pouvons transmettre cet air tout entier dans le vase B_1. Il suffit pour cela qu'il y ait au bas de celui-ci un robinet latéral o_1, et que les ouvertures R S_1 des deux vases communiquent par un tube th_1 qui descende en h_1 jusqu'au fond du second. En effet, fermez O_1 et ouvrez S_1 et o_1 : alors l'eau du vase B_1 se trouve encore exactement dans le cas de notre première expérience ; le robinet o_1 remplace l'ouverture O, et le tube th_1 remplace le grand tuyau TH ; seulement les points h_1 o_1 se trouvent ici à égale hauteur. Par conséquent, si l'air contenu dans B a d'abord communiqué librement avec l'atmosphère, ce qui lui donne une force de pression précisément égale à celle de l'air extérieur, les deux forces en h_1 et en o_1 se feront équilibre, et il n'y aura aucune tendance à l'écoulement. Mais le plus petit excès de force, exercé par l'air du tube th_1, que la chute de l'eau chasse du premier vase, suffira pour le faire entrer dans le second, qui en conséquence se videra par son orifice inférieur d'un volume d'eau égal ; de sorte que par cet effet continué tout l'air contenu dans B passera dans B_1 avec un mouvement de translation constant. Vous pourrez donc pendant le trajet de cet air l'échauffer ou le refroidir, ou lui faire subir toute autre épreuve que vos recherches nécessiteront.

Quand ce transvasement sera terminé, fermez S_1 pour que l'air entré dans B_1 ne puisse plus retourner dans le premier vase. Fermez aussi le robinet inférieur o_1, pour ôter tout accès à l'air extérieur. Alors l'air transvasé en B_1 se trouvera complètement isolé, et vous pourrez l'éprouver à volonté. Mais supposons que vous veuillez le porter de nouveau dans un troisième gazomètre disposé comme les deux autres, et dont le récipient inférieur B_2 sera rempli d'eau. Ouvrez le robinet R_1 qui établit la communication avec B_2 par un tube t_1 h_2 semblable à th_1, et ouvrez en même temps le robinet supérieur O_1 du second gazomètre. Alors l'eau contenue dans A_1, s'écoulant dans B_1, chas-

sera encore cet air avec la même vitesse que tout à l'heure, du moins si les différences de niveau $O_t H_t$, O H sont égales entre elles.

Mais il y a plus: vous n'avez nul besoin de chercher un troisième gazomètre, le premier peut vous servir; il se trouve tout disposé pour cela. Car son vase inférieur B est rempli par l'eau qui s'est écoulée du supérieur A. Vous n'avez donc qu'à établir entre lui et B_t une seconde communication par un tube $t_t h$ qui cette fois descende jusqu'au fond de B. Alors, fermant le robinet supérieur O et ouvrant l'inférieur o, l'air qui était sorti de B viendra y reprendre la place qu'il avait quittée, et cela toujours avec la même vitesse.

Pendant que ce transport s'opérera, vous aurez tout le temps d'ôter le bouchon supérieur F, et de verser dans A de nouvelle eau pour remplacer celle qu'il avait perdue. Cela fait, vous replacerez le bouchon, et quand B sera de nouveau rempli d'air, A se trouvera tout prêt à l'en faire sortir. Vous pourrez donc faire passer de nouveau cet air en B_t par le conduit $t h_t$, et vous répéterez ces alternatives autant de fois que vous voudrez.

L'air et tous les autres gaz, lorsqu'ils traversent ainsi l'eau à plusieurs reprises, perdent de leur pureté; quelques-uns même se dissoudraient entièrement dans ce liquide. Pour éviter cet inconvénient, qui rendrait impossible une infinité d'expériences, introduisez votre gaz dans une vessie flexible, dont le col sera garni d'un robinet V, comme le représente la fig. 22, et que vous aurez préalablement placée dans un ballon C communiquant avec le vase B du premier gazomètre, où vous ne mettrez que de l'air atmosphérique. Alors, si vous faites marcher celui-ci pour chasser l'air contenu dans B, cet air passera dans C, viendra comprimer la vessie, et si le robinet V est ouvert, il en fera sortir un courant constant de gaz. Concevez maintenant que ce courant soit amené par un tube VV_t dans une autre vessie V_t, vide et repliée sur elle-même, qui soit pareillement enfermée dans un second ballon communiquant avec le vase B_t d'un autre gazomètre, entièrement rempli d'eau, et dont vous aurez ouvert

le robinet inférieur o_1. Cette seconde vessie se remplira aux dépens de l'autre. Quand elle sera pleine, vous pourrez faire de nouveau revenir le gaz dans la première par la même méthode, et vous pourrez le faire circuler ainsi de l'une à l'autre indéfiniment. Cet ingénieux procédé a été imaginé par MM. Laroche et Bérard.

Dans toutes ces expériences, la vitesse du courant dépend de la distance que l'on établit entre les ouvertures O et les extrémités H des tubes, adaptés aux vases supérieurs. Pour que le courant produit par les différens gazomètres soit constant, il faut que ces distances soient égales. En les diminuant on le retarde, en les augmentant on l'accélère.

Je suis entré dans tous ces détails, parce qu'on est trop heureux de trouver dès l'entrée d'une science des applications si utiles. Plusieurs expériences de chimie d'une grande importance, plusieurs recherches de physique d'une extrême délicatesse, exigent l'emploi des appareils que je viens d'expliquer.

L'effet de la pression de l'air se montre également dans une infinité d'autres phénomènes qui s'offrent sans cesse à nos yeux. C'est pour cela, par exemple, que l'on éprouve tant de résistance à élever le piston d'une pompe dont on a bouché l'orifice : il semble que le piston soit attaché au fond du tuyau, par une certaine force qui tend sans cesse à l'y faire retomber quand on l'en a séparé. C'est par une raison semblable que l'on écarte difficilement les panneaux d'un soufflet dont on a bouché les ouïes et le tuyau. Dans tous ces cas, il faut vaincre la pression de l'air qui pèse sur les surfaces que l'on veut séparer, et qui n'étant pas contre-balancée intérieurement, se fait sentir toute entière. Une fois que l'on sait que l'air est pesant, tous ces phénomènes se laissent aisément prévoir, et c'est ainsi que le raisonnement, appliqué à l'expérience, nous conduit à reconnaître avec évidence des résultats auxquels nous ne faisions aucune attention, ou même dont nos sensations seules n'auraient jamais pu nous avertir. Ces exemples sont fréquens dans les sciences, et il y en a un très-remarquable dans le mouvement de la terre, qui n'est ni moins réel ni moins sûr que la pesan-

teur de l'air, quoique nos sens ne nous l'indiquent en aucune manière, et qu'on ne puisse en découvrir l'existence que par le raisonnement.

L'appareil de Torricelli a reçu des physiciens le nom de *baromètre*, qui signifie mesure de la pesanteur, parce qu'en effet il mesure la pression exercée par l'atmosphère dans le lieu où il est placé. Son usage est indispensable dans une infinité d'expériences; et l'on peut aisément prévoir cette nécessité. Car la pression exercée par l'atmosphère étant une force comprimante qui se combine presque toujours avec les autres forces dont nous pouvons disposer, on conçoit qu'il faut y avoir égard pour obtenir des résultats exacts. Je dois donc, avant d'aller plus loin, expliquer en détail toutes les précautions qu'il faut prendre pour rendre le baromètre aussi parfait, aussi exact qu'on puisse le désirer.

La première condition pour y réussir, c'est d'exclure exactement l'air de l'intérieur du tube de verre où le mercure doit rester suspendu. Or, c'est une chose qui demande quelques précautions. Pour exposer le procédé dans sa plus grande simplicité, je me suis d'abord contenté de supposer que l'on versait du mercure dans le tube, et qu'on le renversait ensuite en posant le doigt sur l'extrémité ouverte, pour empêcher le mercure de tomber; mais si l'on bornait là ses soins, on n'aurait jamais qu'un baromètre fort imparfait. D'abord le mercure, comme tous les autres liquides, absorbe de l'air, s'en pénètre, le mêle, le combine avec sa propre substance. Cet air s'y trouve donc engagé par deux causes; l'attraction du mercure pour lui, et la pression de l'atmosphère qui s'oppose au développement de son élasticité; mais une fois placé dans le vide barométrique, la pression de l'atmosphère étant supprimée, il fait les plus grands efforts pour se dégager, et il s'échappe en effet en bulles qui traversent le mercure et viennent crever à sa surface. Alors, se répandant à l'intérieur du tube barométrique, il s'oppose à la pression exercée par l'air du dehors, la contrebalance en partie, en vertu de sa propre élasticité, et par conséquent oblige la colonne de mercure à descendre plus bas

qu'elle ne descendrait si l'intérieur du tube était parfaitement vide ; de sorte que la hauteur observée de cette colonne n'exprime plus la véritable pression de l'atmosphère, mais seulement l'excès de la pression du dehors sur celle du dedans. On voit donc que pour connaître la pression véritable, il faut commencer par chasser tout l'air qui est ainsi engagé entre les particules du mercure ; on y parvient en chauffant le mercure jusqu'à le faire bouillir ; la chaleur, déterminant une augmentation d'élasticité de l'air combiné, le force à se séparer, et une fois dégagé des liens de l'affinité qui le retenaient, il s'échappe en bulles à travers le liquide ; on ferme alors avec soin le vase qui contient celui-ci ; on le laisse refroidir, et on le garde pour s'en servir au besoin.

Ce n'est pas tout, l'expérience prouve que les molécules de l'eau et de l'air adhèrent très-fortement à la surface du verre ; et comme il y a toujours de l'eau en vapeur répandue dans l'atmosphère, il arrive qu'une petite couche d'eau et d'air s'attache aux parois intérieures des tubes de verre, et y adhère très-fortement. Si donc on emploie un pareil tube sans préparation pour faire un baromètre, et qu'on y verse du mercure, lorsqu'on aura rempli le tube, qu'on l'aura renversé, et que la colonne de mercure sera descendue comme à l'ordinaire, la petite couche d'eau et d'air qui adhérait aux parois du tube ne se trouvera plus comprimée par l'atmosphère qui pesait auparavant sur elle. Il lui arrivera donc la même chose qu'aux particules d'air qui étaient combinées avec le mercure avant qu'on l'eût fait bouillir ; c'est-à-dire qu'une portion de cette couche échappera à l'attraction du verre, se réduira en vapeur élastique dans l'intérieur du tube, et contre-balancera, en partie, par son élasticité, la pression extérieure de l'atmosphère ; de sorte que, par l'action de cette seconde cause, la colonne de mercure du baromètre se tiendra encore trop bas. La seule ressource que l'on ait pour chasser cette petite couche d'humidité, c'est de chauffer si fortement le tube, qu'on l'oblige à se dégager ; et même il faut que cette opération se fasse après que le mercure a été introduit dans le tube ; car, sans cela, l'eau et l'air y ren-

treraient pendant qu'on s'occuperait de le remplir, et s'attacheraient de nouveau à ses parois. Le meilleur moyen, le plus sûr pour dissiper toutes ces causes d'erreur, c'est de verser peu à peu le mercure dans le tube, et de chauffer à chaque fois celui-ci assez fortement pour l'y faire bouillir.

Il est vrai que cette opération paraît très-difficile au premier abord; car le verre étant une substance si fragile, qui se casse si vite par l'effet subit de la chaleur, on doit craindre que les tubes ne se brisent dans cette tentative, et qu'il n'arrive perpétuellement des accidens : cependant la chose devient très-facile en s'y prenant avec précaution, et surtout en se conduisant d'après les remarques que nous avons déjà faites sur la dilatation. Quand un corps que l'on chauffe se brise, sa rupture n'est pas occasionée par l'action seule de la chaleur; car cette action devrait fondre le corps, et non le briser. Sa rupture ne vient que de l'action inégale de la chaleur qui, s'exerçant différemment sur ses diverses parties, les dilate ainsi d'une manière inégale. Si la dilatation est lente et graduelle, le corps cédant peu à peu, éprouve l'effet du feu sans se briser; mais si des parties voisines sont subitement dilatées dans des proportions très-différentes, elles ne peuvent plus obéir ensemble à des forces aussi inégales; si l'effort qu'elles font est assez énergique pour vaincre la force de cohésion qui les retenait unies les unes aux autres, elles se séparent et le corps se brise : ainsi, pour éviter sa rupture, il ne faut que le chauffer graduellement; c'est ce que l'expérience confirme. En s'y prenant avec précaution et d'une manière convenable, on peut, comme je l'ai dit déjà, faire aisément bouillir de l'eau et du mercure dans des vaisseaux de verre; la chose est même d'autant plus facile, que ces vaisseaux sont plus minces, parce qu'alors la chaleur s'y propage plus aisément, et pénètre toute leur masse avec plus de facilité.

Cela posé, voici comment on opère : on prend un petit fourneau de terre, échancré par un bord; on y met du charbon allumé, que l'on dispose de manière cependant à ne pas former de flamme, car la flamme briserait infailliblement le tube si elle le touchait immédiatement. Puis on présente le tube vide sur ce

feu, de loin d'abord, puis d'un peu plus près, puis de plus près encore, jusqu'à ce qu'enfin on l'échauffe très-fortement. En même temps on le fait tourner sur lui-même entre les doigts pour qu'il s'échauffe de tous les côtés, et on le promène sur le feu dans toute sa longueur. Cette première opération a pour objet de chasser les petites gouttes d'eau qui pourraient se trouver par hasard dans le tube; car si on attendait pour cela qu'on eût versé le mercure, la vapeur qu'elles produiraient le chasserait dehors par son expansion, ou du moins elle occasionerait des secousses qui pourraient briser l'appareil. Le tube étant ainsi bien séché, on y verse du mercure déjà bouilli, non pas assez pour le remplir tout entier, mais seulement assez pour y occuper une longueur de cinq ou six centimètres; alors on présente de nouveau le tube sur le feu, mais encore avec plus de précaution qu'auparavant: on le chauffe graduellement de plus en plus jusqu'à ce que le mercure se mette à bouillir. Après quelques instans d'ébullition, l'on retire le tube, on le ferme avec un bouchon, de peur que l'humidité ne s'y introduise, et on le laisse refroidir. Cette opération doit se faire dans une chambre dont les fenêtres soient ouvertes, ou du moins dont l'étendue soit assez grande pour que les vapeurs qui s'exhalent du mercure bouillant n'incommodent pas celui qui opère. Quand le tube est refroidi, on le reprend, on y verse une nouvelle quantité de mercure à peu près égale à la première, on le fait de nouveau bouillir, et l'on répète ainsi l'expérience jusqu'à ce que le tube soit presque tout plein. On ajoute alors la petite portion de mercure qui manque; mais on ne la fait pas bouillir dans le tube, parce que l'ébullition la chasserait dehors; cela fait, on pose le doigt sur l'orifice ouvert du tube, en prenant bien garde de ne pas laisser d'air entre deux; on le renverse, et on le plonge dans sa cuvette comme à l'ordinaire : la colonne s'abaisse, et, comme il n'y a pas du tout d'air ni de vapeur élastique au-dessus d'elle, sa longueur mesure exactement la pression de l'atmosphère.

Il me reste à parler des moyens que l'on emploie pour connaître avec précision la longueur de cette colonne. Une des dis-

positions les plus commodes pour cet objet est celle qui est représentée dans la fig. 23. C'est la construction des baromètres de Fortin. Le tube de verre est enfermé dans un tube de cuivre qui le protége, et qui est fendu dans sa longueur, afin que l'on puisse apercevoir la colonne de mercure. La cuvette dans laquelle le tube plonge a un fond mobile qui s'élève et s'abaisse à volonté, par le moyen d'une vis V, ce qui fait monter ou descendre le niveau intérieur du mercure dans la cuvette. Quand on veut observer la hauteur du baromètre, on se sert de ce mouvement pour amener la surface du mercure de la cuvette parfaitement en contact avec l'extrémité d'une pointe d'ivoire très-fine P, qui est fixée verticalement dans l'intérieur de l'appareil. Le tube de cuivre porte des divisions dont l'origine répond très-exactement à l'extrémité inférieure de cette pointe. Il ne reste donc plus qu'à voir à quel point de ces divisions répond l'extrémité supérieure de la colonne de mercure. Pour que cette observation puisse se faire avec plus d'exactitude, le tube de cuivre porte un curseur C, muni d'un nonius, qui permet d'apprécier jusques aux dixièmes de millimètres. On y adapte inférieurement deux petits plans de cuivre verticaux, dont les extrémités déterminent un plan de mire parfaitement perpendiculaire à la longueur du tube. Quand on veut faire l'observation, l'on fait mouvoir le nonius jusqu'à ce que le plan de mire devienne exactement tangent à la convexité supérieure du mercure. Alors la division tracée sur le tube vous indique précisément la distance comprise entre le plan de mire du curseur et l'extrémité inférieure P de la pointe d'ivoire. Cette distance est la longueur de la colonne barométrique élevée au-dessus du niveau intérieur de la cuvette. C'est par conséquent cette longueur qui mesure la pression de l'atmosphère au moment où l'on a observé. Il est presque inutile de dire que pendant toute l'opération, l'instrument doit être maintenu dans une situation parfaitement verticale. Pour cela, on le suspend par sa partie supérieure à quelque point fixe, et on le laisse pendre librement.

Pour rendre toutes les observations de ce genre comparables

entre elles, il est nécessaire de déterminer la température du mercure qui compose la colonne barométrique; car le mercure, comme tous les autres corps, se dilate par la chaleur, et nous avons même déjà annoncé que, pour chaque degré du thermomètre centésimal, la dilatation de son volume est égale à $\frac{1}{5412}$ du volume primitif, que la même masse occupait à 0°. Il suit de là qu'une même masse de mercure occupera plus ou moins de place dans le tube barométrique, selon que sa température sera plus haute ou plus basse. Or, c'est seulement cette masse qu'il nous importe de connaître, puisque c'est son poids qui représente la pression de l'atmosphère : si donc nous voulons juger de ce poids d'après la longueur de la colonne, il faut, pour rendre les observations comparables, réduire les longueurs à ce qu'elles auraient été si on les eût toutes observées à une même température, par exemple, à celle de la glace fondante.

Pour concevoir nettement comment cette réduction doit se faire, supposons qu'ayant observé la longueur p de la colonne barométrique à la température t, la température vienne à diminuer et à s'abaisser jusqu'à zéro, sans que le poids de l'atmosphère change. La colonne de mercure se contractera, et sa longueur se réduira, je suppose, à (p); (p) est donc l'inconnue dont il s'agit de découvrir la valeur.

Dans cette recherche, il est inutile d'avoir égard à la contraction du tube du baromètre. Ce tube, il est vrai, se resserre aussi par le refroidissement; mais sa largeur n'influe pas sur la hauteur de la colonne de mercure soulevée par l'atmosphère. On peut donc regarder les deux longueurs p, et (p) comme appartenant à deux cylindres de même base, et qui doivent avoir les mêmes masses. Par la première condition, ces longueurs sont entre elles comme les volumes des cylindres, c'est-à-dire que l'on a

$$\frac{p}{(p)} = \frac{V}{(V)}.$$

Pour exprimer l'égalité de masse, il suffit de dire que le volume (V) est celui qui, en se dilatant, a produit V, ce qui donne

$$V = (V)\left(1 + \frac{t}{5412}\right),$$

d'où l'on tire $$\frac{p}{(p)} = 1 + \frac{t}{5412},$$

et par suite

$$(p) = \frac{p}{1 + \frac{t}{5412}} \text{ ou } (p) = p - \frac{pt}{5412 + t}.$$

Le second terme de cette formule exprime la correction qu'il faut faire à la longueur p de la colonne pour en déduire celle que l'on aurait observée sous la même pression, si le mercure eût été à la température de la glace fondante.

Dans les limites de températures où se font les observations de ce genre, le nombre de degrés t est toujours très-petit, comparativement à 5412. C'est pourquoi on se permet ordinairement de le négliger dans le dénominateur du second terme, et l'on a alors cette expression un peu plus simple :

$$(p) = p - \frac{pt}{5412}.$$

Supposons, par exemple, que la longueur de la colonne observée soit $0^m,7656$, et la température 21° au-dessus de zéro, on aura alors $p = 0^m,7656$, $t = +21°$;
par conséquent

$$pt = 16^m,0776, \quad \text{et} \quad \frac{pt}{5412} = 0^m,00297,$$

ce qui donne $$p - \frac{pt}{5412} = 0^m,76263.$$

C'est la pression atmosphérique observée, réduite à la température de la glace fondante. Si l'on voulait ne rien négliger, il faudrait aussi tenir compte de la dilatation de la matière sur laquelle la division est tracée; mais dans les températures auxquelles il est ordinaire d'observer, cet effet sera presque toujours insensible.

Pour connaître exactement la température de la colonne barométrique, on enchâsse un petit thermomètre très-sensible dans la monture même de l'instrument, et on note le degré que ce thermomètre indique. Il est visible en effet que la tempéra-

ture de l'appareil ne peut pas changer sans que le thermomètre, qui fait corps avec lui, ne se ressente de ces variations. Cette température peut être assez différente de celle de l'air extérieur, non-seulement quand le baromètre est placé dans un appartement fermé, mais même quand il est exposé à l'air libre. Car les variations de la température affectent bien plus rapidement un fluide rare et léger comme l'air, qu'une masse solide, comme celle du mercure et du cuivre, dont le baromètre est formé.

Cependant on doit aussi observer la température de l'air. Cela se fait avec un thermomètre fort sensible, exposé à l'air libre et à l'ombre, mais loin des murailles et de tous les autres corps qui pourraient lui renvoyer de la chaleur. La connaissance de cette température est utile pour déterminer complètement les circonstances dans lesquelles l'atmosphère se trouve au moment de l'observation. C'est une donnée nécessaire pour le calcul des réfractions astronomiques et pour la détermination des différences de niveau par le moyen des observations barométriques, application importante dont nous parlerons plus loin.

Lorsque l'on veut transporter le baromètre que nous venons de décrire, on tourne la vis inférieure qui élève le niveau de la cuvette, de manière que sa capacité diminuant, le mercure la remplisse en totalité, et remonte ensuite, par son excès de volume, jusqu'au sommet du tube. Alors on renverse l'instrument où l'air ne peut plus rentrer; on le met dans un étui convenablement préparé, et on le transporte. Lorsqu'on veut observer de nouveau, on commence par remettre l'appareil dans une situation verticale; on abaisse le fond mobile, le mercure descend, et on le laisse ainsi descendre jusqu'à ce que son niveau dans la cuvette affleure l'extrémité inférieure de la tige d'ivoire; puis on achève l'observation comme nous l'avons dit plus haut.

La longueur de la colonne barométrique ainsi observée au même instant, dans le même lieu, avec des baromètres également purgés d'air et construits avec une perfection égale, n'est pas exactement la même. Elle est d'autant moindre, que les

tubes sont plus étroits; et la preuve que cette circonstance du diamètre intérieur est la seule cause qui la modifie, c'est que la différence cesse d'être sensible au-delà d'une certaine largeur du tube, que l'on pourrait fixer, par exemple, à deux centimètres. Nous ferons connaître plus loin la cause physique de ce phénomène. Pour le moment, il nous suffira de dire que c'est la même qui fait que l'eau s'élève au-dessus de son niveau, et que le mercure s'abaisse au-dessous, dans les tubes extrêmement étroits, que l'on appelle *capillaires*, parce que le diamètre intérieur approche de la finesse d'un cheveu. On conçoit, sans autre explication, qu'un effet analogue doit avoir lieu dans nos tubes barométriques. Or, l'observation a fait connaître que, dans des tubes capillaires de diamètres différens, l'élévation de l'eau ou l'abaissement du mercure sont réciproques aux diamètres intérieurs; d'où l'on voit tout de suite pourquoi l'effet doit être moins sensible dans les tubes barométriques larges que dans ceux qui sont plus étroits. D'après cela, on conçoit encore qu'en observant avec soin la dépression du mercure dans un tube d'un diamètre donné, on peut en déduire proportionnellement l'abaissement qui doit avoir lieu dans un tube quelconque. Mais pour effectuer exactement ce calcul, surtout quand le diamètre intérieur des tubes n'est pas très-petit, il faut connaître la différence qui existe entre les courbures que prend la surface du mercure dans des tubes de diamètres différens. Or, on ne peut l'obtenir *à priori* que lorsqu'on connaît la cause physique qui fait que cette surface est convexe. C'est ce que nous déterminerons plus loin. En attendant, on peut concevoir que l'on ait déterminé directement, par expérience, les dépressions correspondantes à un grand nombre de tubes barométriques, et qu'on ait construit une table des résultats. Telle est celle qui a été donnée, pour la première fois, par l'excellent physicien Charles Cavendish, d'après les expériences de son père. Mais, quoique cette table soit déjà très-exacte, il vaut mieux encore employer la suivante, qui a été calculée par M. Laplace, d'après la théorie même de ce genre de phénomène; elle donne la dépression en millimètres pour les

divers diamètres que les tubes barométriques peuvent avoir depuis deux millimètres jusqu'à vingt. Par conséquent, lorsqu'on aura observé avec un baromètre dont le diamètre intérieur sera connu, on saura, en consultant cette table, de combien les longueurs des colonnes de mercure observées seront trop faibles, et par conséquent en leur ajoutant la quantité que la table indique, on les réduira à la même valeur qu'elles auraient eue si on les eût observées avec un tube barométrique assez large pour que cet effet n'eût pas lieu.

Table des dépressions du mercure dans le baromètre, dues à sa capillarité.

Diamètre intérieur des tubes en millimètres.	Dépression en millimètres.
2	4,5599
3	2,9023
4	2,0588
5	1,5055
6	1,1482
7	0,8813
8	0,6851
9	0,5554
10	0,4201
11	0,3506
12	0,2602
13	0,2047
14	0,1597
15	0,1245
16	0,0970
17	0,0754
18	0,0586
19	0,0430
20	0,0352

On évite complètement l'effet que nous venons d'expliquer,

en opposant à elle-même la cause qui le produit, comme on le voit dans l'appareil représenté fig. 24, et que l'on nomme le *baromètre à siphon*. Ce baromètre n'a pas de cuvette, ou plutôt le tube lui même en sert. Il est recourbé par le bas, comme le montre la figure, et forme par conséquent deux branches CS et CN. On a d'abord introduit le mercure dans la grande branche CS, qui alors était droite. On l'y a fait bouillir comme à l'ordinaire, pour en chasser l'air, après quoi on a recourbé à la lampe la branche CN, puis on a redressé verticalement la branche CS. La colonne de mercure qui remplissait cette branche étant plus longue que la colonne barométrique ordinaire, et par conséquent plus pesante que la pression atmosphérique, est tombée par l'excès de son poids, et a passé en partie dans la branche la plus courte CN. Cela posé, si le point N est le sommet de la convexité du mercure dans la branche la plus courte, et que le point S soit le sommet de de sa convexité dans la branche la plus longue, il est évident que la différence de niveau de ces deux points est précisément la longueur de la colonne de mercure qui est soutenue par la pression que l'atmosphère exerce sur la surface N de la branche la plus courte, dans laquelle l'air pénètre librement, et pour que cette différence de niveau soit indépendante de l'effet de la capillarité que nous avons reconnue dans les tubes simples, il suffit que les deux branches du tube, vers les deux extrémités N et S de la colonne, aient des diamètres intérieurs à peu près égaux; car alors les tendances à la dépression étant égales de part et d'autre, se contre-balanceront mutuellement.

Il ne reste donc plus qu'à mesurer la différence de niveau des deux points N et S: pour cela on trace une division A H, verticale et parallèle aux branches du tube. Un curseur horizontal HS, pareil à celui des baromètres simples, se meut parallèlement à lui-même le long de cette division. On rend d'abord le plan de mire tangent à une des extrémités de la colonne, par exemple, au sommet de la convexité supérieure S, et l'on note le point correspondant de la division, qui sera par exemple H. Puis on descend le curseur sur l'autre extrémité de la colonne

en N, et l'on y répète la même observation. Supposons que le point correspondant de la division soit h, la distance Hh, que la division indique, sera la différence de niveau des deux points N et S, et par conséquent la longueur de la colonne barométrique.

On rend l'observation plus exacte encore, en adaptant au curseur une petite lunette dans l'intérieur de laquelle on a tendu horizontalement un fil très-fin. On observe alors, avec la plus grande précision, l'instant où ce fil vient affleurer la surface du mercure dans chacune des deux extrémités de la colonne.

M. Gay-Lussac a fait au baromètre à siphon une modification qui le rend portatif et d'un usage infiniment commode pour les voyageurs. Lorsque le baromètre est fait, on ferme à la lampe d'émailleur l'extrémité de la branche la plus courte, désignée par Y, fig. 25. Dans cet état, le baromètre complètement fermé serait inaccessible à l'air extérieur, et conséquemment ne pourrait pas indiquer les changemens de pression que cet air éprouve; mais pour rétablir la communication, on ménage dans le haut de la branche Y un trou extrêmement fin et capillaire T. Ce trou permet bien à l'air d'entrer dans la branche CY; mais il ne permet pas au mercure d'en sortir, à cause de la force avec laquelle il le déprime, en vertu de sa capillarité. Ainsi, quand on a observé la différence de niveau des deux extrémités S N de la colonne, ce qui se fait au moyen d'une division tracée sur le tube même, si l'on renverse doucement ce tube, une partie du mercure rentre dans sa longue branche C X, comme le montre la fig. 26, et achève de la remplir; le reste tombe dans la branche la plus courte C Y, mais ne peut s'échapper à cause de la petitesse du trou latéral T. Alors si l'on met l'instrument dans un étui qui le préserve de tout choc, on pourra facilement le transporter dans cette position; il sera toujours ouvert pour l'air et fermé pour le mercure.

Pour rendre ce transport plus commode et l'appareil plus solide, on enveloppe le tube de verre avec un cylindre de bois dans lequel on le lute. On peut même, et ceci est un très-grand avantage, envelopper entièrement la plus longue branche, et se borner à observer les variations du mercure dans la plus

courte. Il suffit pour cela que les diamètres de ces deux branches soient exactement les mêmes dans les parties N et S, que les extrémités des deux colonnes pourront parcourir. Car alors, si la pression atmosphérique vient à varier, le mercure baissera autant dans une des branches qu'il s'élevera dans l'autre; et par conséquent pour connaître la variation totale que la longueur de la colonne barométrique éprouve, il suffit de mesurer son changement dans une des branches, par exemple, dans la plus courte, et d'en prendre le double. Afin d'obtenir cette égalité, on choisit un tube de verre qui soit à peu de chose près cylindrique; on le coupe en deux parties environ au milieu de sa longueur, et on se sert de ces deux moitiés pour former les deux extrémités de la colonne en les soudant à d'autres tubes de verre d'un diamètre quelconque. On peut encore atteindre le même but avec un tube qui ne serait pas d'un égal diamètre dans toute sa longueur. Il faudrait alors le diviser en parties de capacité égales par le procédé que nous avons enseigné, en parlant de la construction des thermomètres. Connaissant ainsi le rapport de capacité des deux branches, on pourrait calculer l'élévation du mercure dans l'une, d'après son abaissement observé dans l'autre; mais cela serait moins commode que l'égalité de capacité des deux branches à laquelle il est facile d'arriver.

Le baromètre portatif que nous venons de décrire, d'après M. Gay-Lussac, peut être enfermé dans une canne, et transporté partout avec la plus grande facilité. On y adapte, comme aux autres, un petit thermomètre enchâssé dans la monture même, et qui sert à mesurer la température du mercure. Enfin, pour que les mouvemens brusques que la colonne de mercure peut recevoir en voyage ne la portent pas avec trop de force contre les extrémités du tube de verre, ce qui pourrait le briser, on gêne ces mouvemens en effilant le tube tout près de ses extrémités X Y, de manière que son diamètre intérieur dans ces points soit beaucoup moindre. Par ce moyen, lorsque la colonne de mercure est chassée avec force vers un des sommets du tube, son mouvement se ralentit nécessairement en passant par cet orifice étroit, et elle arrive à l'extrémité même avec une trop

petite vitesse pour pouvoir la briser. Il faut prendre le tube assez long et faire le rétrécissement assez près de ses bouts, pour que le sommet S de la colonne ne s'élève jamais jusque-là dans les observations; car si cela arrivait, le tube devenant très-étroit dans ces points, la dépression occasionée par la capillarité deviendrait très-considérable, et pourrait occasioner de grandes erreurs dans les hauteurs observées. Ce rétrécissement du tube, à son extrémité, est une précaution que l'on a soin d'employer dans tous les baromètres destinés à être portés en voyage.

En employant des instrumens tels que ceux que je viens de décrire, et s'en servant avec toutes les précautions que j'ai recommandées, on fera des observations barométriques qui ne laisseront rien à désirer du côté de l'exactitude. J'ai dû entrer dans tous ces détails en parlant d'un instrument qui est d'un usage continuel dans la physique, la chimie, l'astronomie et la géographie. On verra la preuve de cette grande utilité dans les expériences délicates pour lesquelles il va bientôt nous servir; mais auparavant je crois devoir faire connaître quelques-unes de ses applications générales.

En observant pendant long-temps dans un même lieu la longueur de la colonne barométrique, ou ce qu'on appelle ordinairement la hauteur du baromètre, on s'aperçoit qu'elle ne reste pas constamment la même. Dans les premiers temps qui suivirent l'invention du baromètre, on croyait que le mercure se tient plus haut quand le temps est à la pluie, et qu'au contraire il baisse par le beau temps (1), et l'on trouvait même des raisonnemens pour appuyer cette prétendue observation. Car, disait-on, lorsqu'il doit pleuvoir, l'air est chargé d'eau; par conséquent le poids de l'atmosphère est plus considérable, et au contraire, ce poids doit être moindre dans les beaux temps, parce qu'alors l'atmosphère s'est déchargée de l'humidité qu'elle contenait. Malheureusement pour ce système on a trouvé depuis, que la quantité d'eau que l'air peut contenir augmente à

(1) C'était l'opinion de Pascal. Voyez son Traité de l'équilibre des liqueurs.

mesure qu'on l'échauffe, de sorte qu'en été, par exemple, il contient généralement beaucoup plus d'eau qu'en hiver, quoique cependant il fasse moins beau en hiver qu'en été : on a trouvé aussi que la vapeur d'eau est plus légère que l'air à volume égal, lorsqu'elle devient capable d'exercer la même force élastique; c'est-à-dire, par exemple, que, si l'on remplaçait un centimètre cube d'air pris à une certaine hauteur dans l'atmosphère par un centimètre cube de vapeur d'eau à la même température et ayant la même élasticité, cette vapeur peserait moins que le volume d'air qu'elle remplacerait, et par conséquent elle produirait sur le baromètre une moindre pression : de là on a conclu le contraire de ce qu'on avait pensé d'abord, c'est-à-dire que, lorsque le baromètre s'élève, il doit faire beau temps, et qu'au contraire lorsqu'il s'abaisse, il doit pleuvoir.

C'est en effet ce que l'expérience indique dans les cas les plus ordinaires; mais, à dire vrai, la raison que l'on en donne ne vaut guère mieux que celle que l'on a abandonnée : le parti le plus sage est de considérer ces faits comme des résultats d'observation dont on ne peut jusqu'à présent donner aucune explication satisfaisante. La hauteur du baromètre éprouve des élévations et des abaissemens qui paraissent tenir aux modifications de l'atmosphère, mais dont la cause est encore inconnue. L'étendue de ces variations accidentelles n'est pas partout la même; elles sont presque nulles sur les hautes montagnes, et entre les tropiques; en général, dans les zônes tempérées, elles ne sont jamais très-considérables par les temps calmes; mais presque toujours le baromètre descend rapidement avant les tempêtes, et il éprouve de grandes oscillations en quelques heures quand elles ont lieu : ce qui en fait un instrument très-utile à la mer pour les navigateurs instruits. La hauteur moyenne du mercure dans le baromètre, au niveau des mers, est partout, à fort peu près, la même; cependant on croit y avoir reconnu de légères différences. Au niveau de l'Océan, cette hauteur moyenne est de $0^{m},7629$ (28 pouces 2 l. $\frac{2}{10}$), la température étant à $0^{\circ},8$ du thermomètre centigrade; à Paris, au niveau de la Seine, elle est de $0^{m},76$ (28 p. 0 l. $\frac{2}{10}$), et suivant les obser-

vations de Rohault, continuées pendant quinze années consécutives, elle varie entre $0^m,766981$ (28 p. 4 l.) et $0^m,749610$ (26 p. 7 l.), la température moyenne est de 12°.

Les baromètres à cadran, que l'on voit quelquefois dans les appartemens, et qui sont devenus presque un meuble de luxe dans quelques provinces, sont construits de manière à rendre très-sensibles les variations accidentelles de la colonne barométrique, et leurs rapports avec les changemens de temps. Ils sont essentiellement composés d'un baromètre à siphon placé derrière le cadran. Lorsque le poids de l'atmosphère diminue, le mercure s'abaisse dans la longue branche du siphon, et, par compensation, il s'élève dans la petite; le contraire arrive lorsque la pression de l'atmosphère augmente. Pour marquer ces mouvemens, on place dans la branche la plus courte un petit corps qui flotte à la surface du mercure; ce flotteur est attaché à un fil de soie; le fil de soie passe sur une poulie, et cette poulie fait marcher l'aiguille du cadran. Quand le baromètre baisse, le petit flotteur s'élève; le fil de soie, qui est toujours tendu par un contre-poids, glisse sur la poulie, la fait tourner, et l'aiguille marche vers le mauvais temps; c'est le contraire quand le baromètre monte, le petit flotteur descend; il tire à lui le fil de soie et le contre-poids; ce mouvement fait tourner la poulie en sens opposé, et l'aiguille marche vers le beau temps. On conçoit que cette machine doit être très-imparfaite à cause de l'inertie et du frottement de la poulie, et du fil de soie. Car il faut que la force qui fait monter ou descendre le mercure dans la petite branche, surmonte d'abord toutes ces résistances avant que l'aiguille se mette en mouvement; c'est pourquoi, lorsqu'on veut consulter ces baromètres, il est bon de les frapper doucement à petits coups, pour vaincre tous les frottemens qui empêchent l'aiguille de marcher; encore, avec cette précaution, ne peuvent-ils servir que pour des observations qui n'exigent aucune exactitude.

Le tracé graphique est la manière la plus commode pour rassembler comparativement de longues suites d'observations barométriques; on se sert pour cela d'une longue bande de pa-

pier, au milieu de laquelle on trace une ligne droite qui la traverse d'un bout à l'autre; cette ligne est destinée à représenter la hauteur moyenne du baromètre dans le lieu de l'observation.

On la divise en un certain nombre de parties égales, qui sont destinées à représenter des jours; puis parallèlement à cette ligne, et tant au-dessus d'elle qu'au-dessous, on en trace plusieurs autres à des distances égales, comme, par exemple, d'un millimètre; cela fait, lorsqu'on a observé le baromètre un tel jour, si la hauteur est la moyenne, on marque d'un trait le point de la ligne principale qui correspond à ce jour là; s'il est plus haut d'un millimètre, on porte l'observation sur la première parallèle, au-dessus de la ligne moyenne; s'il est plus bas, on porte l'observation au-dessous de la ligne, sur la parallèle qui lui correspond : on porte ainsi successivement les observations de tous les jours chacune au rang et à la hauteur qui leur convient; on peut même, et cela est plus exact, répéter les observations plusieurs fois par jour, et les porter de même chacune à leur place, en divisant en parties égales l'intervalle qui correspond à un jour; et si, par tous les points ainsi déterminés, on fait passer une ligne qui les unisse, et qui en suive toutes les irrégularités, cette ligne, par ses ondulations, représentera fidèlement l'état du baromètre dans les époques successives où l'on aura observé.

Je connois en Suisse un propriétaire fort instruit, qui tient ainsi, depuis plusieurs années, un tableau exact d'observations barométriques, faites trois fois par jour avec un très-bon baromètre. Il a eu soin de noter l'état de l'atmosphère, près de chaque observation; or, à l'inspection de ce tableau, on voit que dans le plus grand nombre des cas, lorsque le baromètre a baissé, il est tombé de la pluie; et au contraire, lorsqu'il s'est élevé, le temps est devenu serein. On aperçoit par intervalles des exceptions à cette règle, mais elles sont beaucoup moins nombreuses que les cas dans lesquels elle se vérifie : cette connoissance peut être fort utile à l'agriculture, et la personne dont je parle en tiroit elle-même un très-grand parti.

En observant ainsi constamment les hauteurs du baromètre

dans un même lieu, on s'aperçoit qu'à travers toutes les irrégularités accidentelles de leurs marches, elles ont cependant une tendance générale qui les fait périodiquement monter ou descendre à différentes heures du jour. Ainsi, par une longue suite d'observations de ce genre, M. Ramond a reconnu, qu'en France, le baromètre a son maximum de hauteur vers neuf heures du matin; après quoi il descend jusque vers quatre heures du soir, où il atteint son minimum; de là il monte de nouveau jusqu'à onze heures du soir, où il atteint de nouveau son maximum; après quoi il redescend jusque vers quatre heures du matin, pour revenir à son maximum vers neuf heures. Cette marche est souvent dérangée dans nos climats d'Europe, où l'état de l'atmosphère est si variable; mais sous les tropiques, où les causes qui agissent sur l'atmosphère sont plus constantes, la période l'est aussi, et à un tel degré que, suivant M. de Humboldt, on parviendroit presque à prédire l'heure à chaque instant du jour et de la nuit, d'après la seule observation de la hauteur du baromètre; et, ce qui est extrêmement remarquable, comme l'a également constaté le même voyageur, c'est qu'aucune circonstance atmosphérique, ni la pluie, ni le beau temps, ni le vent, ni les tempêtes, n'altèrent la parfaite régularité de cette oscillation qui se maintient la même en tout temps et dans toutes les saisons.

En transportant un même baromètre à diverses hauteurs au-dessus du niveau des mers, on voit le mercure s'abaisser dans le tube à mesure qu'on s'élève. Ainsi, la longueur moyenne de la colonne barométrique, que nous avons vu être de 76 centimètres, ou de 28 pouces au niveau de la mer, n'est plus guère que de 38 centimètres, ou 14 pouces, au sommet du Grand-Saint-Bernard : elle est plus petite au sommet du Mont-Blanc, parce qu'il est plus élevé, et on l'observe moindre encore quand on s'élève à des hauteurs plus grandes dans les voyages aériens. Cela vient de ce que, à mesure qu'on s'élève, le baromètre se trouve déchargé du poids des couches d'air inférieures. La surface libre du mercure de la cuvette, ne supportant plus que le poids des couches d'air qui sont au-dessus d'elle, se trouve

moins pressée qu'auparavant; par conséquent le mercure, qui contre-balance cette pression dans le tube vide du baromètre, doit s'y élever à une moindre hauteur. Si la densité de l'air était la même à toutes les élévations, c'est-à-dire, si l'air contenait toujours sous le même volume la même quantité de matière pesante, il serait facile de calculer la loi suivant laquelle la colonne de mercure devrait diminuer à mesure qu'on s'élève. Car lorsque le baromètre est à $0^m,760$, et la température de l'air à $0°$, on trouve par expérience qu'il faut s'élever de $10^m,5$ pour faire baisser le mercure de 1 millimètre; de sorte que, dans ces circonstances, un cylindre de mercure d'un millimètre de hauteur pèse autant qu'un cylindre d'air de même base, et dont la hauteur serait $10^m,5$ ou 10500 millimètres; c'est en effet ce que l'on confirme en pesant comparativement des volumes égaux d'air et de mercure, comme nous le verrons plus loin. Par conséquent, si les mêmes circonstances régnaient dans l'atmosphère à toutes les élévations, chaque millimètre contenu dans la colonne barométrique $0,^m760$ répondrait à une hauteur d'air de $10^m,5$, et la hauteur totale de l'atmosphère serait égale à 760 fois $10^m,5$ ou 7980^m, environ 4000 toises; mais cette élévation est fort au-dessous de la réalité. Car il y a sur la terre des montagnes presque aussi hautes que cette limite, par exemple, le Chimboraço en Amérique, et il s'en faut bien qu'elles atteignent les confins de l'atmosphère, puisque l'on voit souvent des nuages et même des oiseaux s'élever bien au-dessus de leurs sommets. L'erreur de notre calcul vient de ce que nous n'avons pas eu égard à une des propriétés physiques de l'air, qui est sa compressibilité. L'air est compressible, c'est-à-dire, qu'en prenant une masse d'air, on lui fait occuper des espaces successivement moindres; de plus, il est élastique, c'est-à-dire, qu'il tend à reprendre son volume primitif lorsqu'il a été comprimé. La constitution de l'atmosphère est un résultat nécessaire de ces propriétés physiques, et il est aisé de l'en conclure. Puisque l'air est pesant, les couches inférieures sont plus comprimées que les supérieures dont elles supportent le poids. Mais en vertu de leur élasticité, elles doivent

résister à cette pression, et faire effort pour s'étendre. De là il résulte que la densité des couches inférieures de l'atmosphère doit surpasser de beaucoup celle des couches supérieures. Cela devient sensible sur les hautes montagnes, et lorsqu'on s'élève en aérostat à de grandes hauteurs; l'air devient si rare, que l'on a beaucoup de peine à respirer. Aussi, pour faire baisser le mercure d'un millimètre, il ne suffit plus alors de s'élever de $10^{m},5$; il faut une différence de niveau bien plus considérable, parce qu'un cylindre d'air de cette hauteur a réellement alors beaucoup moins de masse qu'il n'en aurait pris de la surface de la terre. On a d'abord employé l'observation directe pour reconnaître la loi suivant laquelle s'opérait cette variation de poids. En portant successivement un même baromètre à des élévations connues, on a pu en tirer une règle assez sûre pour conclure, d'après les seules observations du baromètre et du thermomètre, la différence de niveau de deux stations. Mais ce résultat, très-utile à la géographie et à l'histoire naturelle, n'a pu être établi avec certitude que lorsqu'on a connu par l'expérience toutes les causes physiques qui peuvent influer sur la pression de l'air à diverses hauteurs. Ce n'est donc pas encore ici le lieu d'expliquer les principes de cette méthode; d'ailleurs, comme l'exposition exacte en est un peu longue, et qu'elle se trouve complètement développée dans mon Traité d'astronomie, je me bornerai à y renvoyer le lecteur qui, après avoir lu le Traité de physique, voudra s'instruire de cette belle application. Mais comme on ne saurait trop en propager l'emploi, je rapporterai ici la formule pour ceux qui voudront en faire usage : les données qu'elle suppose sont :

1°. La température de l'air observée dans la station la plus basse, et exprimée en degrés du thermomètre centésimal. . . T

2°. La longueur de la colonne barométrique dans cette station. . . . . H

3°. La température de l'air dans la station la plus élevée, exprimée de même en degrés du thermomètre centésimal. . . t

4°. La longueur de la colonne barométrique dans cette station. . . . . h

5° La latitude du lieu, que nous nommerons. . . . . ψ

La différence de niveau X, comprise entre les deux stations, sera donnée en mètres par la formule

$$X = 18393^{m}(1+0{,}002837\cos 2\psi)\left[1+\frac{2(T+t)}{1000}\right]\log.\left(\frac{H}{h}\right).$$

En employant cette formule, il faut observer que les deux colonnes barométriques H et h doivent être ramenées à une même température, par exemple, à la température de la glace fondante; ou plutôt, pour n'avoir de correction à faire que sur une seule d'entre elles, on réduira la plus petite h à la température de l'autre; c'est-à-dire, que si la température du baromètre inférieur est T_1, celle du baromètre supérieur t_1, et h_1 la longueur de la colonne barométrique observée dans cette station, on prendra

$$h = h_1\left(1+\frac{T_1-t_1}{5412}\right).$$

Alors on emploiera immédiatement H tel qu'on l'aura observé. On se rappelle que les températures T_1 t_1 sont données par de très-petits thermomètres enchâssés dans la monture même du baromètre, et elles peuvent être fort différentes de T et t qui expriment les températures de l'air extérieur dans les mêmes stations; car l'instrument ayant beaucoup de masse sous un petit volume, participe aux variations de température beaucoup moins rapidement que l'air.

C'est Pascal qui a le premier imaginé de faire servir le baromètre pour mesurer des différences de niveau. Beaucoup d'autres physiciens, parmi lesquels il faut distinguer Deluc, de Saussure, M. Ch. Pictet, et surtout M. Ramond, s'en sont occupés depuis. Mais le procédé n'est devenu réellement méthodique que lorsque M. Laplace l'a eu soumis au calcul, et a fait dépendre la méthode de ses véritables élémens; c'est à lui que l'on doit la formule que nous venons de rapporter, et dont l'application, faite avec soin, est d'une étonnante justesse. Le coefficient 18393 a été déterminé d'après les observations de M. Ramond; et sa valeur a été parfaitement confirmée par des expériences directes

que nous avons faites, M. Arago et moi, sur la comparaison des pesanteurs du mercure et de l'air.

Pour montrer la correspondance qui existe entre les mouvemens de l'atmosphère indiqués par le baromètre dans des lieux mêmes assez éloignés, je rapporterai la note suivante, qui m'a été communiquée par M. Ramond.

« J'ai comparé long-temps, et jour par jour, la marche du » baromètre à Clermont-Ferrand, avec celle du baromètre de » l'Observatoire de Paris. Les deux instrumens avaient été ré- » glés l'un sur l'autre, et les hauteurs du mercure étaient con- » stamment réduites à la même température, celle de 12°.5 du » thermomètre centigrade. Les résultats généraux d'une année » de comparaison sont consignés dans des tableaux qui font » partie d'un mémoire imprimé au nombre de ceux de l'Institut, » année 1808, 2.e semestre.

» Je donne ici les élémens de ces tableaux, c'est-à-dire, les » observations journalières elles-mêmes, sous une forme ima- » ginée depuis long-temps pour rendre plus sensible aux yeux » la succession des variations barométriques, et j'y introduis » une addition tout-à-fait propre à faire ressortir les principales » conséquences de la comparaison.

» On voit, dans le dessin ci-joint, fig. 27, trois courbes, ou, » pour mieux dire, trois séries de points liés entre eux par des » traits de conduite, et courant en zigzag sur le réseau formé » par le croisement de deux échelles de graduation, échelles dont » l'une représente la suite des jours et l'autre une suite de me- » sures. Chaque point correspond à une maille du réseau, et se » rapporte ainsi à un de ces jours et à une de ces mesures.

» Le zigzag supérieur trace la marche du baromètre de Paris. » Celui qui lui succède trace la marche du baromètre de Cler- » mont; et l'échelle des mesures qui leur répond en commun » est celle des hauteurs du mercure exprimées en pouces et li- » gnes. La courbe inférieure a une autre échelle : ici ce sont des » mètres divisés de dix en dix, et les points désignent la diffé- » rence de niveau entre Paris et Clermont, déduite jour par » jour des observations simultanément faites aux deux stations.

» C'est en cela que consiste l'addition nouvelle que j'ai faite au » tracé des courbes barométriques : elle en complète la compa- » raison; enfin, la zône légèrement ombrée, autour de laquelle » les trois courbes se plient et se replient, est, pour les deux pre- » mières, le lieu de la moyenne élévation du mercure, et, pour » la dernière, celui de la moyenne différence de niveau, conclue » d'une année d'observation.

» L'inspection des deux lignes supérieures met un premier fait » en évidence. Les variations barométriques les plus subites et les » plus étendues correspondent à l'hiver; les moindres corres- » pondent à l'été. C'est dans la première de ces saisons que se » rencontre le *maximum* de l'ascension et de l'abaissement du » mercure; c'est durant la seconde qu'il se tient au plus près » de la moyenne.

» Si ensuite on compare les deux courbes entre elles, leur » parallélisme est frappant et dépose d'un autre fait; savoir de » la distance où s'étendent les variations de l'atmosphère. On » voit qu'elles ont été conformes et presque simultanées sur deux » points de niveau différens et séparés par un intervalle de quatre- » vingts lieues.

» Cependant, un regard plus attentif démêle bientôt quel- » ques irrégularités dans ce parallélisme apparent. D'abord, » les limites des variations extrêmes sont un peu plus resserrées » dans la station supérieure; c'est la conséquence nécessaire de » son élévation relative. Ensuite, les effets de la distance com- » mencent à se faire apercevoir par des variations qui se devan- » cent respectivement ou cessent d'être proportionnelles. Ces » dernières irrégularités sont même plus nombreuses qu'il ne » semble à la première inspection; mais la troisième courbe dis- » pense de les rechercher : elle les révèle sur-le-champ par ses » inflexions; l'étendue de ses écarts en agrandit l'échelle, et elles » ont leur mesure exacte dans les erreurs de la différence de ni- » veau. Cette troisième courbe est donc un supplément utile à » la météorologie; et pour donner plus d'appui aux considéra- » tions dont elle peut être l'objet, j'y ai annexé l'indication des » vents sous l'influence desquels les variations du baromètre

» ont eu lieu. Ils sont réduits aux points cardinaux. On voit dans » les cases supérieures, les vents boreaux et orientaux désignés » par leur lettre initiale ; les occidentaux et les méridionaux sont » inscrits de même dans les cases inférieures. Les conséquences » que ces rapprochemens donnent occasion de tirer, ne sauraient » trouver place ici : il suffit que les phénomènes principaux » soient mis en regard, et qu'on puisse en saisir la liaison à la » simple vue. Des notions plus exactes cessent d'être du ressort » du dessin ; elles appartiennent au raisonnement, et s'expri- » ment par des chiffres. Il faut les chercher dans le mémoire cité » au commencement de la présente note ».

CHAPITRE V.

Rapports du Baromètre et du Thermomètre.

Je viens de faire connaître les deux instrumens les plus utiles de la physique et de la chimie. J'ai expliqué leur construction, leur usage et leurs applications immédiates, c'est-à-dire les indications qu'ils nous donnent sur la température et sur la pression de l'air, soit dans un même lieu à des hauteurs diverses, soit à une même hauteur dans les différens climats. Nous allons maintenant les faire servir à l'examen rigoureux, et à la mesure précise de plusieurs phénomènes remarquables que nous n'avons fait qu'entrevoir.

J'ai dit qu'en plongeant un thermomètre dans un vase rempli d'eau pure, et faisant bouillir cette eau par le moyen du feu, le mercure du thermomètre se tenait toujours au même degré pendant tout le temps de l'ébullition. Il est facile d'en faire l'épreuve, et ce phénomène nous a donné un terme fixe de notre échelle thermométrique. Mais si l'on répète l'expérience à différens jours, lorsque le baromètre indique des pressions de l'air sensiblement différentes, on trouve que ce terme n'est pas tout-à-fait le même; il est plus haut quand la pression atmosphérique est plus forte, et plus bas quand elle est plus faible. D'après cela, on doit s'attendre que, si la pression diminuait davantage, le degré de l'ébullition baisserait aussi de plus en plus. On peut vérifier cette induction en s'élevant sur des montagnes, et y faisant bouillir de l'eau à diverses hauteurs; car nous avons vu que le baromètre baisse à mesure que l'on s'élève ainsi : or, en faisant cette expérience, on trouve que la chose se passe réellement comme nous l'avions prévu. Si nous avons marqué par le nombre 100, le terme de l'eau bouillante à la surface de la terre, dans un moment où le baromètre marquait $0^m,76$, ce qui est la pression moyenne de l'atmosphère au niveau des mers, lorsqu'ensuite

nous nous serons assez élevés pour que le baromètre ne marque plus que 75 centimètres, l'eau commencera à bouillir quand le thermomètre marquera moins de 100 degrés, et généralement il y aura une correspondance constante entre l'abaissement de ce degré et l'indication du baromètre. On peut déterminer le rapport de ces deux phénomènes, par des expériences faites ainsi à diverses hauteurs, et alors on prédit le degré de l'eau bouillante d'après l'élévation du baromètre, ou réciproquement l'élévation du baromètre d'après le degré où se fait l'ébullition de l'eau. On arrive à des résultats plus précis encore, et beaucoup plus généraux, par un autre procédé que j'indiquerai bientôt, et qui n'exige aucun déplacement. Pour le moment, je me bornerai à donner un résultat, que l'on peut regarder comme fondé uniquement sur l'expérience, et que l'on peut vérifier par elle, mais qui suffit pour régler complètement tous les thermomètres dans les lieux qui ne sont pas élevés de plus de quatre cents mètres (200 toises) au-dessus du niveau de la mer. Ce résultat consiste en ce que, quand la pression barométrique ne diffère pas beaucoup de 28 pouces de l'ancienne division, ou de $0^m,76$ de la division métrique, une augmentation ou une diminution d'un pouce dans cette pression, répond exactement à 1° de la division centésimale dans la température de l'ébullition de l'eau; c'est-à-dire, par exemple, que si la pression, au lieu d'être de 28 p., est de 27, le terme de l'ébullition, au lieu d'être à 100°, répondra à 99°, de manière que si l'on veut régler un thermomètre dans cette circonstance, et qu'on y ait marqué le point de l'ébullition, ainsi que celui de la glace fondante, il faudra diviser l'intervalle en 99 parties pour avoir des degrés centésimaux, ou pour que le thermomètre marque 100° dans l'eau bouillante, quand le baromètre sera à 28 pouces. Le contraire arriverait si le baromètre était à 29 p.; alors le terme de l'ébullition serait à 101°; il faudrait donc diviser en 101 parties l'intervalle compris entre ce point et le terme de la glace fondante. Généralement supposons qu'on ait fait bouillir l'eau sous la pression de 28 p. $+ \varpi$, ϖ étant un nombre de pouces positif ou négatif, mais qui ne doit pas excéder 2; et soit H

l'intervalle observé dans cette circonstance entre les points de la glace fondante et de l'ébullition. Cet intervalle comprendra $100° + \varpi$; ainsi la valeur de 1° sera $\frac{H}{100 + \varpi}$; et si l'on nomme H l'intervalle exact de 100°, on aura

$$H_i = \frac{100\,H}{100 + \varpi}, \quad \text{ou} \quad H_i = H - \frac{H\varpi}{100 + \varpi}.$$

Le second terme exprime la correction qu'il faut faire à l'intervalle observé H, pour en déduire la longueur exacte de 100°, telle qu'on l'aurait obtenue si l'ébullition s'était faite sous la pression de 28 p.

La plupart des observateurs français employant aujourd'hui des baromètres métriques, règlent le 100e degré de leur thermomètre à la pression de $0^m,76$. Cette longueur différant très-peu de 28 p., on peut encore lui appliquer le même mode de correction. Seulement il faut se rappeler qu'un pouce français vaut en mètres 0,02707, de sorte que cette fraction de mètre en plus ou en moins dans la pression barométrique, élève ou abaisse d'un degré centésimal le terme de l'ébullition de l'eau. Soit donc $0^m,76 + \mu$ la pression observée, μ étant une fraction du mètre qui ne doit pas excéder 0,04, et désignons encore par H l'intervalle mesuré dans cette circonstance entre le terme de la glace fondante et celui de l'ébullition; alors cet intervalle comprendra $100° + \frac{\mu}{0,02707}$; ainsi la valeur de chaque degré centésimal sera $\frac{H}{100° + \frac{\mu}{0,02707}}$, et en désignant par H_i l'intervalle exact de 100°, on aura

$$H_i = \frac{100\,H}{100 + \frac{\mu}{0,02707}}, \quad \text{ou} \quad H_i = H - \frac{H\mu}{2,707 + \mu}.$$

Le second terme exprime la correction qu'il faut faire à l'intervalle observé H, pour en déduire la longueur exacte de 100°, telle qu'on l'aurait obtenue si l'ébullition s'était faite sous la

pression de $0^m,76$. Le nombre μ sera positif quand la pression surpassera $0^m,76$, et négatif quand elle sera au-dessous de cette valeur. Dans le premier cas, la correction qu'il faudra faire à H sera soustractive d'après la formule ; et en effet, le point de l'ébullition se trouve alors trop élevé ; dans le second cas, μ étant négatif, la correction devient additive, ce qui doit être encore, puisqu'alors le terme de l'ébullition observé est trop bas.

On ne peut trop rappeler que, pour faire ces expériences avec exactitude, il faut se servir d'eau distillée ou d'eau de pluie, ou d'eau de neige, parfaitement pures ; car presque toutes les eaux de rivière ou de fontaine contiennent en dissolution des sels qui, par leur combinaison avec elles, retardent leur ébullition.

Quand on fait bouillir de l'eau sur les montagnes, il se passe encore un autre phénomène dont il est bon d'être prévenu ; c'est que, à mesure que l'on s'élève, il devient plus difficile de faire bouillir l'eau, quoiqu'elle bouille cependant à des degrés du thermomètre plus bas qu'à la surface de la terre : cela tient à la difficulté qu'il y a d'entretenir le feu qui sert à la faire bouillir. L'air, à mesure qu'on s'élève, devient *plus rare*, c'est-à-dire, qu'il a moins de masse sous le même volume. Or, un des principes constituans de l'air que l'on nomme l'*oxygène*, est l'aliment unique et essentiel de la combustion, ou plutôt le phénomène que nous appelons *combustion*, n'est autre chose que la combinaison qui se fait de ce principe avec les corps combustibles ; c'est ce que les chimistes prouvent d'une manière non douteuse. Lorsque nous soufflons le feu, nous ne faisons autre chose que diriger sur les corps combustibles une plus grande masse de cet oxygène contenu dans l'air. Venons maintenant à l'application : puisqu'en s'élevant dans l'atmosphère, l'air devient de plus en plus rare, il faut en souffler, en amener un plus grand volume sur le même point, pour qu'il y ait réellement la même masse d'oxygène ; par conséquent, à volume égal, il doit fournir au feu un aliment moins actif, et la difficulté de l'entretenir doit augmenter avec la hauteur.

D'après ce que nous venons de dire sur la variabilité de la température nécessaire à l'ébullition de l'eau, on pourrait, par

analogie, penser que le terme de la glace fondante, qui forme l'autre extrémité de l'échelle, doit pareillement changer avec la pression barométrique; mais les expériences les plus précises n'y font pas apercevoir la plus légère variation, même sur les plus hautes montagnes, même dans un espace entièrement vide d'air. Il faut seulement distinguer, comme nous l'avons dit, le terme de la glace fondante qui est fixe, d'avec celui à la congélation qui ne l'est pas constamment.

CHAPITRE VI.

Lois de la condensation et de la dilatation de l'Air et des Gaz, sous des pressions diverses à une même température.

Les expériences que nous venons de faire nous ont appris que les couches d'air situées à la surface de la terre sont pressées par tout le poids des couches supérieures. Ce poids, sur chaque unité de surface, peut être regardé comme équivalant à celui d'une colonne de mercure qui aurait cette surface pour base, et dont la hauteur moyenne au niveau des mers serait $0^m,76$. Maintenant qu'arriverait-il à une masse d'air, si elle était pressée par un poids plus considérable? D'après ce que nous avons reconnu de la compressibilité de l'air, nous devons nous attendre qu'elle se condenserait et se retirerait sur elle-même, de manière qu'elle occuperait un espace moindre qu'auparavant; mais quelle serait la loi de ces condensations, et quel rapport existe-t-il entre le volume d'une masse d'air, et la pression qui pèse sur elle? C'est une question bien importante et dont les applications reviennent sans cesse, comme nous le verrons dans tout le cours de cet ouvrage; il nous faut donc recourir à l'expérience pour la décider.

On y parvient aisément de la manière suivante, qui est due à Mariotte: prenez un tuyau de verre cylindrique et recourbé ABC, fig. 28, fermé par le bout C, et ouvert par l'autre; versez-y un peu de mercure, jusqu'à la ligne horizontale DE: afin que l'air enfermé dans la branche la plus courte CE ne soit ni plus ni moins pressé que celui qui est dans la longue branche AD, qui communique avec l'atmosphère. Il faut d'ailleurs que celle-ci soit beaucoup plus longue que l'autre. Le mercure étant donc ainsi de part et d'autre à la même hauteur vers DE, et la com-

munication entre les deux branches étant interrompue; versez par le bout A, avec un petit entonnoir de verre, une nouvelle quantité de mercure, en prenant garde de ne point faire entrer de nouvel air dans l'espace CE. Vous remarquerez alors que le mercure montera peu à peu vers C, et condensera ainsi l'air qui était en CE; mais il montera beaucoup moins dans cette branche que dans la branche ouverte. Si la longueur de EC est, par exemple, de 32 centimètres, et que l'air s'y trouve réduit à n'occuper plus que la moitié de cet espace, c'est-à-dire, 16 centimètres, ce qui élevera la surface du mercure jusqu'en F, menez une ligne horizontale FG: vous trouverez que le mercure, dans l'autre branche, est monté au-dessus de cette ligne d'une quantité GH, précisément égale à la hauteur du mercure dans le baromètre au moment de l'observation; en sorte que l'air contenu dans l'espace CF est pressé par le poids de l'atmosphère qui pèse sur H, et par le poids d'une autre atmosphère représentée par la colonne de mercure HG; car il ne faut compter pour rien les deux colonnes égales GD, FE, qui, par cela même qu'elles sont égales, se font mutuellement équilibre. Cette double pression qui s'exerce en G réduit donc l'air CE à la moitié de son volume. Si l'on ajoute de nouveau du mercure dans la longue branche, l'air contenu dans la plus petite se condensera encore davantage, et quand il sera réduit au tiers de son volume, ce qui amènera la surface du mercure dans cette branche à la hauteur F′, si l'on mène la ligne horizontale F′ G′, on trouvera que le mercure, dans la longue branche, est élevé au-dessus de cette ligne d'une quantité G′H′, double de GH, c'est-à-dire, égale au poids de deux atmosphères, ce qui joint avec le poids de l'atmosphère extérieure qui pèse sur H′, forme en tout un poids égal à celui de trois atmosphères qui pèsent sur l'air CF′; et cette triple pression réduit, comme on voit, l'air CE au tiers du volume qu'il occupait d'abord. En général, quelque loin que l'on pousse l'expérience, on trouvera toujours que le volume auquel se réduit l'air contenu dans la plus petite branche est inversement proportionnel au poids dont il est chargé. Soit donc p la pression que cet air supportait au commencement de

l'expérience, pression mesurée par la hauteur du mercure dans le baromètre; soit V, le volume qu'il occupait alors. Désignons par p' la nouvelle pression qu'on lui fait subir, et par V′ le volume auquel il se réduit, on aura toujours

$$\frac{V'}{V} = \frac{p}{p'}, \quad \text{d'où l'on tire} \quad V' = \frac{V \cdot p}{p'}.$$

Par le moyen de cette formule, on pourra prédire, dans tous les cas, le volume V′ auquel se réduira cet air, lorsqu'on connaîtra son volume primitif V, la pression initiale p et la nouvelle pression p'.

Supposons maintenant qu'on soumette encore cet air à une autre pression p'', qui réduise son volume à V″, on aura de même

$$\frac{V''}{V} = \frac{p}{p''}, \quad \text{d'où} \quad V'' = \frac{V \cdot p}{p''};$$

de là, en divisant V″ par V′, on tire

$$\frac{V''}{V'} = \frac{p'}{p''}. \quad \text{d'où} \quad V'' = \frac{V' \cdot p'}{p''}:$$

c'est-à-dire, que l'on peut déduire V″ de V′ indépendamment de la pression initiale, et d'après la seule loi de la réciprocité des volumes aux pressions.

On doit maintenant sentir pourquoi nous avons recommandé que la branche CE fût cylindrique. C'est afin que des longueurs égales, comptées sur cette branche, répondissent à des volumes d'air égaux entre eux, ce qui rend la loi plus évidente et l'expérience plus facile à exposer. Mais comme il est difficile de trouver des tubes qui satisfassent exactement à cette condition, il faut savoir y suppléer. C'est à quoi l'on parvient en divisant d'abord la branche CE, en parties de capacité égales, selon la méthode qui a été expliquée pag. 50. Alors on trace sur le tube même des divisions correspondantes à ces capacités, et l'on évalue le volume de l'air dans toutes les périodes de l'expérience, d'après le nombre qu'il occupe de ces divisions. Il est inutile de faire la même chose pour la longue branche, et il n'est pas même nécessaire de chercher à ce qu'elle soit cylindrique,

parce que la pression verticale d'un fluide pesant ne dépend pas de la largeur du vase qui le renferme, mais seulement de la hauteur verticale de la colonne fluide. Ainsi, après avoir divisé CE en parties de capacité égales, on n'a plus besoin que d'appliquer à l'appareil une division verticale qui permette de mesurer exactement la différence de niveau du mercure dans ces deux branches. Pour cela, rien n'est plus simple que d'attacher le tube recourbé ABC sur une planche divisée en millimètres, et munie d'un curseur vertical.

Afin que l'expérience soit tout-à-fait rigoureuse, et que la réciprocité des volumes aux pressions soit exactement telle que nous l'avons annoncée, il faut encore observer une condition essentielle; c'est que l'air renfermé dans CE soit parfaitement sec, et que le tube CE lui-même soit exactement desséché. Car la vapeur aqueuse, qui pourrait se trouver mêlée à cet air ou qui s'exhalerait des parois du tube, ne se comprime pas par la pression suivant les mêmes lois que l'air, comme nous le verrons par la suite; et par conséquent son mélange altérerait l'exactitude des effets qui conviennent à l'air seul. Afin d'exclure cette cause d'erreur, il faut d'abord chauffer fortement le tube pour le dessécher; puis on le fera communiquer pendant plusieurs jours, comme le représente la fig. 29, avec l'intérieur d'un récipient RR, que l'on posera sur du mercure bien sec, et sous lequel on mettra du muriate de chaux ou d'autres sels susceptibles d'attirer l'humidité. Quand on pensera que l'air contenu dans le récipient et le tube est suffisamment desséché, on retirera ces sels; on fermera l'orifice inférieur du récipient avec une plaque de verre plane et dépolie, que l'on glissera sous le mercure; puis en retournant l'appareil, le peu de mercure qui sera resté sous la cloche tombera dans le tube, et empêchera toute communication entre les deux branches AD, CE, de sorte que l'air sec contenu dans la plus courte ne pourra plus s'humecter. Cela fait, on séparera le tube de la cloche. On mesurera la différence primitive du mercure dans les deux branches, et on continuera l'expérience comme précédemment.

Avec ces précautions, l'on trouvera que la loi énoncée par Mariotte est rigoureusement exacte.

Supposons qu'en introduisant ainsi le mercure, il se trouve un peu plus haut dans la longue branche que dans la plus courte, par exemple, en D′ dans la première, et en E′ dans la seconde, fig. 30. On mènera la ligne horizontale E′ d', et on mesurera la différence de niveau D′ d', que nous nommerons a, ou ce qui revient au même, on la lira sur la division de l'instrument. Alors, en nommant p la hauteur du mercure dans le baromètre au moment de cette expérience, on voit que l'air renfermé en CE′, éprouve une pression égale à $p + a$, et, en supposant que son volume dans cet état soit représenté par V′, il est bien facile de trouver le volume V qu'il aurait dû occuper s'il eût été seulement soumis à la pression p, c'est-à-dire, si l'on avait d'abord introduit dans le tube seulement la quantité de mercure nécessaire pour fermer la communication entre les deux branches, et séparer l'air contenu dans CE, sans le presser en aucune manière. Car le volume actuel V′ répondant à la pression $p + a$, le volume primitif V, qui répond à la pression p, se trouvera par la formule

$$\frac{V}{V'} = \frac{p + a}{p}, \quad \text{d'où} \quad V = V' + \frac{a V'}{p}.$$

De cette manière, on connaîtra V comme si on l'avait observé d'abord; et même ce volume calculé pourra quelquefois être plus grand que l'espace CE de la branche la plus courte, parce qu'en faisant tomber le mercure, on aura pu y chasser une partie de l'air contenu dans la branche horizontale DE. Connaissant V, on achèvera l'expérience comme dans le premier cas que nous avons considéré d'abord, et l'on vérifiera le rapport inverse des volumes aux pressions.

Le même appareil servirait également pour éprouver tous les les autres gaz; il suffirait de remplir le récipient avec ces gaz, au lieu de le remplir d'air (1). A la vérité, l'air atmosphérique

(1) Le procédé que l'on emploie pour remplir un récipient de gaz, est connu de tous ceux qui ont vu un laboratoire de chimie. L'on remplit

qui resterait encore dans le tube se mêlerait avec le gaz ; mais on en affaiblira l'influence en employant un récipient dont le volume soit considérable relativement à celui du tube ; et même, sans cette précaution, il n'en résultera absolument aucune erreur ; car en faisant l'expérience, on trouvera que le mélange d'air et de gaz secs se condense par la pression absolument comme l'air ; ce qui prouve incontestablement que la loi observée n'est pas particulière à l'air, mais qu'elle est la même pour tous les gaz secs.

L'expérience précédente ne nous fait connaître cette loi que pour des pressions plus fortes que celles de l'atmosphère ; mais subsisterait-elle encore pour des pressions moindres ? Afin de l'éprouver, prenez un tube de verre dont le diamètre n'excède pas deux millimètres, et après l'avoir divisé en parties de capacités égales, introduisez-y une petite colonne de mercure. Cette colonne, à cause du peu de largeur du tube, ne se séparera pas pour laisser échapper l'air renfermé ; et si vous relevez verticalement le tube, de manière qu'elle se trouve au-dessus de l'air, elle le comprimera par son poids. Au contraire, si vous renversez le tube en tenant en bas la partie ouverte, la colonne de mercure descendra ; mais si vous l'avez bien proportionnée, elle ne sortira pas du tube, et elle s'arrêtera à un certain terme. Par-là vous verrez que l'air intérieur a perdu

---

d'abord le récipient d'eau ou de mercure. Il faut que ce soit de mercure, quand on veut que le gaz soit sec. Cela fait, on bouche son orifice, on le renverse comme un tube de baromètre, et on le plonge par cet orifice dans une cuve remplie du même liquide. La pression de l'air extérieur soutient le liquide introduit dans le récipient, comme elle soutient le mercure dans le baromètre, et il ne s'y fait pas de vide quand le récipient n'a pas plus de 76 centimètres de hauteur. On prend alors un flacon rempli de gaz, on le plonge dans le mercure avant de l'ouvrir ; on l'ouvre en tenant son orifice en bas. On approche cet orifice sous celui du récipient où l'on veut introduire le gaz ; on incline le flacon, et le gaz s'élevant à travers le liquide, va remplacer celui dont le récipient était rempli. C'est, comme on voit, une application de l'expérience de Toricelli.

de son ressort en se dilatant; car puisque la colonne de mercure s'arrête dans sa chute, c'est que son poids, plus le ressort de l'air intérieur, font alors équilibre au poids de l'atmosphère. Vous pourrez donc ainsi évaluer ce ressort, en observant les divisions où la colonne de mercure s'arrête dans les deux positions opposées du tube, lorsqu'elle pèse sur l'atmosphère ou sur l'air intérieur; et vous verrez ainsi que le volume de l'air contenu dans le petit tube est toujours réciproquement proportionnel aux poids dont il est chargé, de même que nous l'avions trouvé pour les pressions plus fortes que le poids de l'atmosphère.

Soit a, la longueur de la colonne de mercure introduite dans le tube, et p la pression atmosphérique au moment de l'expérience, telle qu'elle est indiquée par le baromètre. Quand la colonne a pèse sur l'air du tube, la pression que cet air éprouve en $p + a$. Soit alors V, le nombre de divisions qu'il occupe. Quant au contraire cette même colonne pèse sur l'atmosphère, la pression que l'air intérieur supporte est réduite à $p - a$. Soit donc V′ le nouveau nombre de divisions qu'il occupe dans cette circonstance, on trouvera, par l'expérience, qu'il existe toujours entre V et V′ le rapport

$$\frac{V'}{V} = \frac{p + a}{p - a};$$

c'est-à-dire que les volumes occupés par l'air intérieur sont réciproques aux pressions qu'il éprouve.

Si l'on voulait comparer ces volumes à celui que la même masse d'air occuperait, en la supposant pressée par le seul poids de l'atmosphère, la chose serait bien facile; il suffirait pour cela de mettre le tube dans une situation horizontale. Alors la colonne de mercure qu'on y aurait introduite serait uniquement supportée par les parois du tube; elle ne peserait plus ni sur l'air intérieur ni sur l'atmosphère; ainsi, dans cette circonstance, l'air intérieur prendrait un certain volume plus grand que V, et moindre que V′. Nommons-le U; et supposons qu'on ait commencé par l'observer. Dans la suite de l'expérience,

lorsque la colonne a pesera sur l'air intérieur, on trouvera toujours

$$\frac{V}{U} = \frac{p}{p+a}; \text{ d'où l'on tire } V = U.\frac{p}{p+a};$$

et quand la colonne a pesera sur l'atmosphère, on trouvera toujours

$$\frac{V'}{U} = \frac{p}{p-a}; \text{ d'où l'on tire } V' = U.\frac{p}{p-a}:$$

ce qui renferme, dans tous les cas, la loi de la réciprocité des volumes aux pressions. Cette manière simple de faire l'expérience sur l'air dilaté est de M. Dalton. Pour que la loi à laquelle elle conduit s'observe avec rigueur, il faut ici, comme dans les premières expériences, que le tube et l'air intérieur soient l'un et l'autre parfaitement desséchés. On peut imaginer pour cela divers moyens analogues à celui que nous venons d'indiquer tout à l'heure, et nous en exposerons bientôt un très-simple en traitant de la dilatation des gaz. J'insiste sur cette précaution, parce qu'il faut se faire une loi de ne négliger jamais aucune des circonstances qui peuvent rendre les expériences plus précises; car si l'on répétait celles que nous venons de décrire, avec de l'air ordinaire, sans aucune préparation, on n'y trouverait que des erreurs qui paraîtraient sans doute peu considérables, et que l'on serait tenté d'attribuer aux incertitudes mêmes des observations; c'est ce qui est arrivé à Boyle et à Mariotte, qui firent les premiers ces expériences, et les différences occasionées par l'humidité de l'air, qui dûrent nécessairement se présenter à eux, ne les empêchèrent pas de reconnaître la loi générale qui unissait les résultats. Cependant ils se seraient aperçus de quelques écarts dans cette loi, s'ils eussent opéré d'une manière plus exacte, et ces écarts disparaissent pour nous qui les connaissons, parce que nous en connaissons aussi la cause, et que nous savons les corriger.

Pour ne rien omettre, je dois dire encore que les expériences sur la compression et la dilatation de l'air ne seraient pas tout-à-fait exactes si on les faisait succéder les unes aux autres avec

une grande rapidité ; car en comprimant l'air, il se développe de la chaleur ; en le dilatant il se produit du froid, et cette chaleur ou ce froid augmente ou diminue son volume sous la même pression. Ces causes accidentelles influeraient donc sur le volume de l'air d'une manière étrangère aux phénomènes que l'on considère, si on ne leur laissait pas le temps de se dissiper ; et il suffit pour cela de quelques instans.

On peut encore rendre sensible la loi de Mariotte sur l'air dilaté, au moyen de l'expérience suivante, qui est due à ce physicien, et dont les résultats sont d'une application très-fréquente. Prenez un tube de baromètre, divisé en parties de capacités égales ; remplissez-le, dans une certaine portion de sa longueur, de mercure que vous y ferez bouillir comme si vous vouliez faire un baromètre ; puis redressez-le verticalement, le bout fermé en bas, et observez combien l'air qui reste au-dessus du mercure occupe de divisions. Observez en même temps la hauteur du baromètre, qui indique la pression de l'atmosphère. Alors bouchez votre tube avec le doigt ou avec un verre dépoli ; renversez-le et plongez-le par le bout ouvert dans un vase rempli de mercure. Dans ce mouvement, l'air montera au sommet du tube, et lorsque vous ôterez le doigt qui s'opposait à son ressort, il se dilatera et abaissera la colonne de mercure intérieure, au-dessous de ce qu'elle serait dans un tube barométrique dont le sommet serait vide d'air. Enfin, après plusieurs oscillations, la colonne intérieure s'arrêtera, et s'arrêtera en un point tel que le ressort de l'air intérieur affaibli par sa dilatation, plus le poids de la colonne de mercure qui reste encore dans le tube, fassent équilibre au poids de l'atmosphère. D'après cette condition et la loi de Mariotte, il est facile de calculer la hauteur à laquelle la colonne de mercure doit s'arrêter : voyez la figure 51, où A C représente le tube dans lequel on a introduit l'air, et B P la hauteur du mercure dans le baromètre au même instant.

Pour ne pas compliquer inutilement le calcul dans un simple exemple, supposons que le tube dont on fait usage soit exactement cylindrique. Appelons v la portion de sa capacité que l'on ne remplit pas de mercure. Ce sera aussi le vo-

lume de l'air que l'on y introduit, sous la pression p de l'atmosphère. Quand le tube est renversé, cet air se dilate dans un espace que je nommerai x, et qui peut, ainsi que v, se mesurer par des divisions tracées sur le tube. Cet air dilaté aura une force élastique moindre que dans son volume primitif, et si on la nomme f, on trouvera son expression en fonction des volumes, d'après la loi de Mariotte; car on aura

$$\frac{x}{v} = \frac{p}{f}, \text{ ce qui donne } f = \frac{pv}{x}.$$

Supposons maintenant que h soit la longueur totale AC du tube, qui s'élève au-dessus du niveau du mercure de la cuvette dans laquelle plonge le bout inférieur. Puisque l'air occupe dans ce tube l'espace x, le reste $h - x$ est occupé par le mercure, qui y reste encore élevé de cette quantité au-dessus de son niveau. Ainsi cette colonne intérieure, plus la force f, doivent faire équilibre au poids p de l'atmosphère qui pèse sur le mercure de la cuvette; c'est-à-dire que l'on doit avoir

$$h - x + \frac{pv}{x} = p:$$

ou en faisant disparaître le dénominateur

$$x^2 + (p - h)\,x = pv.$$

On voit donc que x est donné par une équation du second degré. Résolvant cette équation, on trouve ces deux racines

$$x = \frac{h - p + \sqrt{(h-p)^2 + 4pv}}{2}$$

en

$$x = \frac{h - p - \sqrt{(h-p)^2 + 4pv}}{2}.$$

La première racine est toujours positive. C'est celle qui convient au problème que nous nous sommes proposé; soit, par exemple,

$$p = 0^m,76 \qquad h = 0^m,98 \qquad v = 0^m,3,$$

on trouvera

$$x = \frac{0^m,22 + \sqrt{0,9604}}{2} = \frac{0^m,22 + 0^m,98}{2} = 0^m,6.$$

C'est-à-dire que, dans ces circonstances, le volume de l'air dilaté occupera dans le haut du tube un espace de six décimètres, au lieu de trois qu'il occupait originairement vers l'orifice sous la pression de l'atmosphère.

Quant à l'autre valeur de x, il est évident qu'elle est étrangère à la question; car étant constamment négative, elle supposerait que l'air, en se contractant ou se dilatant dans l'espace x, exerce une force f qui souleverait le mercure au lieu de le déprimer; ce qui est absolument contraire à la nature de la force élastique de l'air. Quand on applique le calcul à des questions de physique, il arrive ainsi très-fréquemment que l'énoncé algébrique de la question qu'on se propose de résoudre est commun à cette question et à d'autres que l'on n'a pas en vue. Alors il faut examiner successivement les diverses solutions des équations auxquelles on parvient, et retenir seulement celles qui sont applicables au problème que l'on s'est proposé.

Dans le calcul que nous venons de faire, nous avons appelé h la distance verticale comprise entre le sommet de notre tube et le niveau extérieur du mercure dans la cuvette où il est plongé. Si donc on plonge de plus en plus ce tube, h diminuera; et par suite x deviendra moindre; enfin, il arrivera un terme où le niveau intérieur du mercure coïncidera avec le niveau extérieur, fig. 32, ce qui donnera $x = h$. Si l'on substitue cette valeur dans notre équation générale

$$x^2 + (p - h)\,x = p\,v,$$

elle se réduit à

$$h^2 + ph - h^2 = p\,v, \quad \text{d'où l'on tire} \quad h = v.$$

Et comme on a $h = x$, il s'ensuit $x = v$, c'est-à-dire que l'air occupe alors autant de divisions qu'il en occupait quand le tube était ouvert, avant qu'on le renversât. Ce résultat était facile à prévoir, puisque, dans le cas que nous supposons, la colonne intérieure de mercure étant nulle, l'air que renferme le tube n'est pressé que par le poids de l'atmosphère, exactement comme quand on l'a introduit.

Si l'on enfonce ainsi le tube jusqu'à son sommet, on aura alors

$h = o$. En l'enfonçant davantage, fig. 33, h deviendra négatif, et il faudra prendre toujours pour h la distance du sommet du tube au niveau extérieur. Notre équation fondamentale se prête à tous ces mouvemens; car dans le cas de h négatif, par exemple, elle devient

$$-(h+x)+\frac{pv}{x}=p, \quad \text{ou} \quad \frac{pv}{x}=p+h+x.$$

$\frac{pv}{x}$ est toujours la force élastique de l'air renfermé dans l'espace x. Dans le cas que nous examinons, cette force est toujours égale à la pression p de l'atmosphère, plus la colonne de mercure A C H, élevée au-dessus du niveau du point H, où l'air aboutit dans le tube gradué. C'est aussi ce qu'indique notre formule.

Aujourd'hui que la loi de Mariotte est bien prouvée par l'expérience, on n'a plus besoin de la vérifier, et on l'emploie comme un fait, soit pour calculer les volumes que doit prendre une même masse d'air successivement exposée à des pressions diverses, soit pour réduire à une pression constante des volumes d'air observés sous diverses pressions. Ces réductions sont nécessaires dans une infinité d'expériences. Si l'on a, par exemple, recueilli sous un tube barométrique un certain volume C H d'un gaz, fig. 31, on ne peut pas se borner à dire que ce gaz occupait le volume C H; il faut encore dire à quelle pression il était alors soumis. Cela se peut faire d'abord le plus souvent par l'expérience, et il suffit pour cela d'enfoncer le tube dans le mercure, jusqu'à ce que le niveau intérieur H égale le niveau extérieur A B. Alors l'air intérieur ne se trouve plus pressé que par la pression extérieure de l'atmosphère; et si v est le volume qu'il occupe alors dans le tube, ce volume sera exactement défini, pourvu que l'on indique en même temps sa température, et la hauteur p du mercure dans le baromètre; ou bien encore on pourra le réduire, par le calcul, à une pression constante, par exemple, à celle de $0^m,76$, et d'après la loi de Mariotte, il deviendra

$$\frac{vp}{0,76}.$$

Mais il peut se présenter des cas où il est impossible de trouver ainsi le volume v par expérience ; cela a lieu, par exemple, si la cuve dans laquelle le tube plonge n'est pas assez profonde pour que l'on puisse établir le niveau en dedans du tube et en dehors. Dans ce cas, le calcul vient à notre aide ; car alors on peut observer l'espace CH ou x occupé par le gaz, la hauteur CA ou h du sommet du tube au-dessus du niveau de la cuvette, et enfin la pression p de l'atmosphère. Alors dans notre équation fondamentale

$$x^2 + (p - h)\,x = p\,v.$$

Tout est connu excepté v, et par conséquent il n'y a qu'à tirer la valeur de cette quantité, qui sera

$$v = \frac{x\,[p - (h - x)]}{p}.$$

Cette expression est évidente par elle-même ; elle vous indique que le volume d'air CH ou x supporte une pression égale à $p - (h - x)$, c'est-à-dire à la pression extérieure moins la hauteur de la colonne de mercure AH ou $(h - x)$, qui reste encore élevée au-dessus du niveau ; en sorte que, pour réduire ce volume x à celui qu'il occuperait sous la préssion p, il faut le multiplier par $\frac{p - (h - x)}{p}$, c'est-à-dire par le rapport inverse des pressions.

Faisons ici une remarque importante : c'est que ce calcul serait encore vrai quand même le tube CH ne serait pas cylindrique, et il ne suppose aucune forme régulière à ce tube. Il faut seulement qu'il soit divisé en parties de capacité égales et connues pour qu'on puisse connaître x par le nombre de divisions que le gaz occupe. Ensuite la colonne $h - x$ ou AH dépendra seulement de la hauteur verticale du point H, et pourra se mesurer avec une règle divisée en millimètres, ou mieux encore, si le récipient qui contient le gaz est un tube cylindrique, par une division en parties égales tracées sur ses parois.

Ce que nous venons de dire pour le mercure s'applique également à l'eau ; mais comme l'eau est environ treize fois et demie moins pesante que le mercure, il faut, dans notre formule, di-

viser la hauteur A H par 13,5, et alors la formule devient pour l'eau

$$v = \frac{x\left[p - \frac{(h-x)}{13,5}\right]}{p}.$$

Mais ordinairement quand on opère sur une cuve pleine d'eau, on peut établir le niveau par expérience, et cela évite toute réduction.

De quelque manière que l'on opère, quand on a déterminé le volume v qui aurait lieu sous la pression p, on le réduit à la pression constante $0^m,76$, au moyen de la formule $\frac{vp}{0,76}$, comme nous l'avons expliqué plus haut.

Dans tous les calculs que nous venons de faire sur les divers volumes que peut prendre une même masse d'air ou de gaz, nous avons supposé qu'elle restait toujours à la même température. Cette condition était nécessaire; car la seule variation de température d'un gaz fait varier son volume, la pression restant constante. Nous examinerons plus tard, par l'expérience, les lois de la dilatation dues aux seules variations de la température, et en les combinant avec les résultats que nous venons d'obtenir, nous en conclurons ce qui doit arriver quand la pression et la température varient à la fois; mais il nous manque encore beaucoup de données avant de pouvoir tenter la solution de ce problème. Ici nous nous bornerons à dire que, *quelle que soit la température, pourvu qu'elle soit constante, si l'on soumet une même masse d'air ou de gaz secs à des pressions diverses et successives, les volumes qu'elle occupe sont toujours réciproques à ces pressions.* Ce résultat est d'un continuel usage en physique.

CHAPITRE VII.

Des Pompes à liquides et à gaz.

Quoique le calcul des pompes appartienne à la mécanique, cependant comme leurs propriétés dépendent du ressort de l'air, et sont d'un fréquent usage, je vais en donner ici une idée succincte.

L'espèce de pompe que l'on appelle aspirante est composée d'un petit canal AH, figure 34, joint à un autre canal plus gros appelé corps de pompe, et représenté par AB. Au-dedans de celui-ci, par le moyen de la verge MV, on fait monter et descendre un piston P, qui est ordinairement un cylindre de bois arrondi au tour, revêtu d'étoupes, et qui remplit exactement la capacité intérieure du corps de pompe A B. Il y a une soupape S à la jonction des deux tuyaux AB, AH, et une autre S′ dans le piston P. La disposition de ces soupapes est telle que celle qui est marquée de la lettre S s'ouvre naturellement et facilement pour donner passage à tout ce qui tend à entrer dans le corps de pompe A B; mais du moment où elle cesse d'être ainsi soulevée, elle retombe par son propre poids et se ferme exactement; de sorte que si quelque chose tend à sortir du corps de pompe, elle lui bouche absolument le passage. L'autre soupape qui est marquée de la lettre S′ s'ouvre dans le même sens et de la même manière que la précédente, pour donner passage à tout ce qu'il y a dans le corps de pompe sous le piston P, et qui tend à passer au-dessus; mais cette même soupape se referme si exactement d'elle-même par son poids, qu'elle bouche absolument le passage à tout ce qu'il y a dans le corps de pompe au-dessus du piston P, et qui tendrait à passer au-dessous.

Concevons maintenant qu'ayant abaissé le piston P jusqu'au

fond du corps de pompe AB, on enfonce dans l'eau la partie inférieure du tuyau AH. Alors, si l'on élève le piston dans le corps de pompe, par exemple, jusqu'en B, il se fera un vide sous ce piston. L'air intérieur au tuyau AH se dilatera pour le remplir, et sa force élastique diminuée par cette dilatation, se trouvant moindre que la pression extérieure de l'atmosphère, celle-ci fera monter dans le tuyau AH, et peut-être même dans le corps de pompe, une colonne d'eau dont le poids compensera cet affaiblissement. Supposons que ce dernier cas ait lieu, et qu'il entre réellement une certaine quantité d'eau dans le tuyau AB. Cette eau une fois entrée n'en pourra plus sortir; car la soupape S lui interdira le retour, en se fermant par son propre poids. Donc, si l'on redescend le piston P jusque dans cette eau, elle soulevera la soupape S', et passera au-dessus du piston; mais une fois arrivée là, elle ne pourra plus redescendre, parce que la soupape S', en se fermant, lui interdira le passage. Si donc on élève le piston de nouveau, on soulevera cette eau qui a passé au-dessus de lui; mais en même temps il se fera de nouveau un vide au-dessous. Une nouvelle quantité d'eau montera donc dans le corps de pompe AB, et s'y trouvera de même renfermée par le jeu de la soupape S. Cette quantité d'eau s'élevera ensuite au-dessus du piston P quand celui-ci sera abaissé; et, par l'effet de ce jeu alternatif, la quantité d'eau ainsi élevée au-dessus du piston augmentant toujours, finira par arriver jusqu'à l'orifice O, percé latéralement dans le corps de pompe, par lequel elle s'écoulera.

On conçoit que, dans ces sortes de pompes, il ne faut pas que la hauteur de la soupape S au-dessus du niveau de l'eau qui entoure le tuyau AH, surpasse $10^m,4$, environ 32 pieds; car au-delà de cette limite, on aurait beau faire le vide en S dans le corps de pompe, en élevant le piston, l'eau ne pourrait jamais arriver jusque-là, puisque la pression ordinaire de l'atmosphère ne peut l'élever que jusqu'à $10^m,4$, environ 32 pieds de hauteur. Mais ce cas excepté, si une fois l'eau arrive au-dessus de la soupape S, et passe par-dessus le piston P, en quelque petite quantité que ce puisse être, on pourra ensuite la faire monter à

telle hauteur que l'on voudra en élevant le piston qui la porte.

La pompe que l'on appelle foulante, est composée d'un tuyau ou corps de pompe AB, fig. 35, percé de plusieurs petits trous dans sa partie inférieure. Ce tuyau communique avec le canal A C S′, au dedans duquel se trouve une soupape S′, qui s'ouvre pour donner passage à tout ce qui tend à sortir du corps de pompe A B, mais qui, lorsqu'elle cesse d'être soulevée, se ferme très-exactement par son poids, et ferme le passage à tout ce qui tend à sortir du tuyau O S′, pour rentrer dans le corps de pompe. La base A A de ce dernier est toujours plongée dans l'eau. C'est pourquoi, quand on tire le piston P qui en remplit exactement la capacité intérieure, l'eau s'y introduit par les petits trous *t*; mais en abaissant le piston et pressant cette eau, elle est contrainte de monter dans le canal A C S′, en soulevant la soupape S′, laquelle, se refermant aussitôt, l'empêche ensuite de redescendre dans le corps de pompe A B; ainsi, à force d'élever et d'abaisser le piston, il entre toujours de nouvelle eau dans le corps de pompe, et il en monte toujours de nouvelle dans le canal A C S′; de sorte qu'enfin l'eau, par ce moyen, se trouve assez élevée pour s'écouler par l'orifice O pratiqué dans ce canal, à telle hauteur que l'on voudra.

La troisième espèce de pompe est composée d'un petit tuyau A H, fig. 36, joint au corps de pompe A B. Celui-ci communique avec le canal D S′O, au dedans duquel il y a une soupape S′, qui s'ouvre pour donner passage à tout ce qui tend à sortir du tuyau A B, et se ferme pour boucher le passage à tout ce qui tend à y rentrer. Il y a encore une autre soupape S à la jonction du petit tuyau A H, avec le corps de pompe; celle-ci s'ouvre pour donner passage à tout ce qui tend à entrer dans le corps de pompe, et se ferme pour boucher le passage à tout ce qui tend à en sortir.

Cette troisième espèce de pompe est appelée composée, parce qu'elle réunit les effets des deux précédentes. Lorsqu'on élève le piston P, il se fait un vide au-dessous de lui, comme dans la pompe aspirante, et l'eau et l'air du tuyau A H entrent dans le

corps de pompe A B, en soulevant la soupape S; mais dès que l'on cesse d'élever le piston, cette soupape se ferme et empêche l'eau de redescendre dans le tuyau A H. Alors, si l'on abaisse le piston, et qu'on le presse sur cette eau, comme dans la pompe foulante, il la contraint de monter dans le canal D S′ O, en soulevant la soupape S′; celle-ci, bientôt après se fermant par son propre poids, quand la force qui pressait le piston s'arrête, empêche l'eau élevée au-dessus de S′ de rentrer dans le corps de pompe A B. Alors, en élevant de nouveau le piston, une nouvelle quantité d'eau entre dans le corps de pompe, puis passe dans le canal D S′ O, et s'élève au-dessus de S′ quand on abaisse le piston; de sorte qu'en continuant ce jeu alternatif, on peut enfin élever l'eau dans ce canal jusqu'à la hauteur de l'orifice O, par lequel elle doit s'écouler.

Les idées que nous venons d'exposer feront aisément concevoir ce que nous avons à dire sur le mécanisme des pompes à air que l'on nomme *machines pneumatiques*. Pour faire monter l'eau dans les corps de pompe, nous avons employé une force extérieure, qui était la pression de l'atmosphère; pour faire sortir l'air d'un récipient fermé de toutes parts, nous nous servirons de la force intérieure par laquelle cet air lui-même tend à se dilater, lorsqu'on lui ouvre une communication avec un espace vide.

Supposons que le récipient B, fig. 37, dont nous voulons épuiser l'air ou tout autre gaz, soit muni d'un robinet R, qui puisse s'ouvrir et se fermer à volonté, de manière à permettre ou à empêcher la communication de l'air extérieur avec l'intérieur du récipient O. Vissons celui-ci à un cylindre A B, qui sera un véritable corps de pompe, dans lequel un piston très-juste P pourra monter et descendre au moyen de la tige T. A l'extrémité de ce corps de pompe qui communique au récipient, ajustons un second robinet R′, pareil au premier, travaillé avec le même soin, et qui puisse également, selon qu'il s'ouvre ou se ferme, permettre ou empêcher la communication de l'intérieur du corps de pompe avec l'air extérieur. Les choses étant ainsi disposées, et le robinet R étant fermé, ouvrons le robinet R′,

et abaissons le piston P jusqu'en A B. L'air contenu dans la capacité de ce cylindre sortira par le robinet R′; fermons alors ce robinet et ouvrons au contraire celui du récipient. Maintenant, si nous élevons de nouveau le piston P, il se formera un vide au-dessous de lui, puisque tout accès est interdit à l'air extérieur. Par conséquent le gaz contenu dans le ballon B se dilatera pour remplir ce vide, et passera en partie dans le corps de pompe : alors fermons le robinet R. Cette portion de gaz ne pourra plus rentrer dans le ballon. Pour la chasser aussi du corps de pompe, nous n'avons qu'à de nouveau ouvrir le robinet R′, et abaisser le piston jusqu'en A B. Cela fait, nous fermerons R′ de nouveau, et nous nous trouverons précisément dans les mêmes conditions qu'au commencement de l'expérience, avec cette différence unique, mais importante, que le récipient B aura déjà été vidé d'une partie du gaz qu'il contenait. En opérant donc une seconde fois de la même manière, on extraira une nouvelle portion de ce gaz, et en réitérant de nouveau la même manœuvre un grand nombre de fois, on devra l'épuiser presque entièrement.

La nécessité de fermer et d'ouvrir successivement les deux robinets RR′ rendrait cette opération assez pénible; mais le principe étant ainsi trouvé, il est bien facile de le perfectionner. D'abord, nous pouvons remplacer le robinet R′ par une soupape S, placée dans l'intérieur du piston P lui-même, et tellement ajustée qu'elle s'ouvre lorsque l'air intérieur la soulève pour sortir du corps de pompe, et qu'elle se ferme par son propre poids, ou par l'action d'un petit ressort dès que cet air cesse de la soulever, fig. 38. Cela fait, quand on voudra commencer l'expérience, le robinet R étant fermé, on commencera par abaisser le piston dans le corps de pompe; l'air intérieur comprimé par lui soulevera la soupape S, et il sera exclu entièrement quand le piston sera descendu jusqu'en A B. Alors, si l'on ouvre le robinet R, et qu'on soulève le piston, il se fera un vide au-dessous de lui, comme dans l'expérience précédente; et le gaz contenu dans le récipient B se dilatera pour le remplir. Mais ce gaz ne pourra soulever la soupape S, parce que, étant dilaté, sa

force élastique est moindre que la pression extérieure de l'atmosphère qui pèse sur cette même soupape de dehors en dedans. Ainsi, en fermant le robinet R, et abaissant de nouveau le piston jusque en A B, on chassera tout le gaz qui s'était répandu dans le corps de pompe; et par une suite d'opérations semblables, on finira par épuiser presque entièrement le gaz que le récipient renfermait.

Il faut maintenant nous exempter du robinet R : on emploie pour cela divers moyens; mais en voici un imaginé par Fortin, et qui est aujourd'hui le plus généralement adopté. Il est représenté fig. 39 : le piston est traversé par une tige de cuivre *t t'*, le long de laquelle il monte et descend avec un frottement assez ferme pour ne pas laisser de passage à l'air. Lorsque le piston descend vers A B, cette tige descend d'abord avec lui, et elle porte à son extrémité inférieure un bouchon *b*, qu'elle va justement appliquer à l'orifice *o*, par lequel le corps de pompe communique avec le récipient. Arrivée à ce point, elle s'arrête par la résistance du plan A B, et le piston surmontant le frottement qu'elle lui oppose, continue à descendre comme à l'ordinaire. Maintenant, quand on relève le piston, il enlève aussi la tige *t t'* et le bouchon *b*, et il l'éleveroit ainsi avec lui indéfiniment; mais après qu'il l'a déplacé seulement de la quantité nécessaire pour déboucher l'orifice *o*, l'autre bout de la tige *t'* rencontre la partie supérieure A' B' du corps de pompe, et par conséquent s'arrête : alors le piston continue à monter à frottement le long de la tige, et le bouchon *b* reste toujours très-près de l'orifice *o*, comme nous l'avions supposé d'abord. Au moyen de cette disposition, on peut laisser le robinet R du récipient constamment ouvert, aussi long-temps que l'on fait jouer la pompe; l'orifice *o* sera toujours ouvert quand on élèvera le piston dans le corps de pompe, ce qui y fera le vide, et il se trouvera constamment fermé quand le piston s'abaissera. C'est précisément l'effet alternatif que nous obtenions en fermant et ouvrant successivement le robinet R du récipient qui contient le gaz. L'opération terminée, on fermera ce robinet, et on enlèvera le récipient. Je profite de cette occasion

pour faire remarquer que, dans toutes les machines, de quelque nature qu'elles puissent être, il faut toujours faire en sorte que tous les mouvemens secondaires, qui se répètent souvent, soient ainsi conduits et dirigés par le moteur principal.

Nous avons supposé jusqu'ici que le récipient où nous voulions faire le vide avoit un col très-étroit; mais il arrive souvent que l'on a besoin d'effectuer le vide dans un espace assez large, pour que l'on puisse y introduire commodément différens corps. A cet effet, on adapte au corps de pompe un tuyau recourbé C, fig. 40, terminé par un plan de glace horizontal G G, dressé avec beaucoup de soin; on pose sur cette glace une cloche R, dont les bords ont été usés à l'émeri. Si la glace a été bien dressée, et si elle est dépolie, un peu d'huile ou quelque autre corps gras, inséré entre elle et les bords de la cloche, suffira pour maintenir le contact, de manière qu'en faisant jouer le piston P, on fera le vide dans la capacité R. Toutefois il est bon de tenir la cloche pressée contre la glace pendant les premiers instans de l'opération : mais après quelques coups de piston cette pression devient inutile, parce que celle de l'atmosphère y supplée, n'étant plus contre-balancée comme auparavant par le ressort de l'air intérieur. Lorsqu'on veut éprouver l'effet du vide sur certaines substances, on commence par les placer sur le plateau de glace G G, on les recouvre avec la cloche R, et on fait le vide. Cependant, comme on peut aussi avoir besoin de faire le vide dans des récipiens à col étroit, on termine le tuyau C par une vis V qui s'élève un peu au-dessus du plateau de glace, et l'on y visse les ballons dans lesquels on veut faire le vide, au lieu de les appliquer immédiatement à l'orifice *o*, comme nous l'avions d'abord supposé.

On peut remarquer qu'à mesure que l'air intérieur au récipient se raréfie, on doit avoir plus de peine à soulever le piston P, puisque cet air raréfié le presse par-dessous beaucoup moins fortement que l'air extérieur ne le presse par-dessus : c'est en effet ce qui a lieu. Mais, par la même raison, lorsqu'on fait descendre ce piston, pour chasser l'air dilaté qui a passé

dans le corps de pompe, il n'y faut employer aucune force; et le poids de l'atmosphère, qui pèse sur lui, suffit pour cela. On a heureusement imaginé d'employer cette seconde puissance pour aider l'autre, et l'on y est parvenu en faisant mouvoir à la fois, par une même roue dentée, les tiges parallèles de deux pistons, dont l'un monte, tandis que l'autre descend, fig. 41. Ces deux pistons appartiennent chacun à un corps de pompe particulier, qui communique au récipient où l'on fait le vide. Ainsi, lorsqu'on tourne la manivelle M M pour faire monter l'un d'eux, le poids de l'atmosphère, qui tend à faire descendre l'autre, vous aide, et vous aide avec une puissance justement égale à celle qu'elle vous oppose sur le premier piston; de sorte que, par cette disposition, quelque loin que vous poussiez le vide, vous n'avez jamais d'effort à faire que ce qu'il en faut pour surmonter les frottemens des pistons dans les corps de pompe où ils sont en mouvement.

Ce n'est pas tout que d'avoir ainsi un moyen de diminuer considérablement la densité de l'air dans un récipient, il faut encore savoir jusqu'à quel point va cette raréfaction. Pour le connoître, on adapte à la machine un tube barométrique vide H H, fig. 42, qui, par sa partie supérieure, communique au récipient où l'on fait le vide, et, par sa partie inférieure, plonge dans un vase rempli de mercure. A mesure que l'on fait le vide dans le récipient, le mercure s'élève dans le tube H H. Une division verticale permet de juger à chaque instant de combien il s'est ainsi élevé au-dessus de son niveau, et par conséquent permet d'évaluer le degré de dilatation de l'air que le récipient contient encore.

En effet, nommons V la capacité du récipient, et h la hauteur à laquelle le mercure s'est élevé au-dessus de son niveau dans le tube barométrique, par la raréfaction de l'air intérieur. Si cet air dilaté qui remplit maintenant le récipient était soumis à la pression p de l'atmosphère, il se réduirait à un volume moindre que V : désignons-le par v, et faisons $V = nv$; n sera la mesure de la dilatation de cet air dans son état actuel, puisque ce sera le nombre de fois que son volume primitif v se

sera étendu pour remplir tout le récipient V. D'après cela il est aisé de trouver l'expression de sa force élastique dans son état de dilatation, car en la nommant f, on aura

$$f = p \cdot \frac{v}{V};$$

puisque les forces élastiques d'une même masse d'air sont réciproquement proportionnelles aux volumes qu'on lui fait occuper. En mettant pour V sa valeur nv, cette expression devient

$$f = \frac{p}{n}.$$

Maintenant la force f pèse intérieurement sur la colonne de mercure h élevée dans le tube barométrique H H. Ainsi, en l'ajoutant à cette colonne, la somme doit égaler la pression de l'atmosphère extérieure, qui est représentée par p; c'est-à-dire, qu'on doit avoir

$$\frac{p}{n} + h = p, \text{ d'où l'on tire } n = \frac{p}{p - h}.$$

En mettant dans cette expression pour p et h leurs valeurs observées, on connaîtra le degré de dilatation auquel se trouve l'air qui reste encore dans ce récipient.

Quelquefois, au lieu de l'appareil que nous venons de décrire, on se contente de celui qui est représenté fig. 43, et que l'on nomme une *éprouvette*. C'est un tube recourbé A B C rempli en partie de mercure que l'on y a fait bouillir; une de ses branches est fermée; l'autre est ouverte, et tout l'appareil se place dans l'intérieur du récipient où l'on fait le vide. Tant que la force de ressort de l'air intérieur est plus que suffisante pour soutenir une colonne de mercure égale à la différence de niveau A H, la branche A B reste pleine. Mais si l'air intérieur devient plus rare, le mercure de cette branche s'abaisse, et l'excès de son niveau sur celui de l'autre branche, indiqué par une double division tracée sur l'appareil, donne la mesure de la pression que l'air intérieur soutient encore. C'est un véritable baromètre, mais qui ne peut servir que pour une atmos-

phère très-dilatée. Quand on a ainsi observé la différence de niveau du mercure dans les deux branches de l'éprouvette, on peut facilement en conclure le degré de dilatation de l'air intérieur. Car cette différence exprime immédiatement la valeur de sa force élastique, que nous avons désignée précédemment par f. Or puisqu'on a

$$f = \frac{p}{n},$$

Si f est connu ainsi que p, on en tirera tout de suite

$$n = \frac{p}{f}.$$

Soit, par exemple,

$$p = 0^m,760$$
$$f = 0^m,001,$$

en sorte que la *tension intérieure* marquée par l'éprouvette soit réduite à un millimètre, on aura

$$n = \frac{0,760}{0,001} = 760;$$

c'est-à-dire que si l'air qui remplit maintenant le récipient était soumis à la pression ordinaire de $0^m,76$, il occuperait un volume 760 fois moindre, et par conséquent il ne remplirait que $\frac{1}{760}$ de ce récipient.

La pompe à air, perfectionnée comme nous venons de le dire, est généralement désignée sous le nom de machine pneumatique. On a cherché à calculer suivant quelle proportion elle épuise successivement l'air. A considérer la chose d'une manière abstraite, ce calcul est très-facile : car, si R représente le volume du récipient, et T celui d'un des corps de pompe, lorsque ce corps de pompe s'ouvrira, l'air du récipient s'y répandra, et occupera par conséquent l'espace total $R + T$; il entrera donc dans le corps de pompe une portion de sa masse, représentée par la fraction $\frac{T}{R+T}$, et cette portion ne reviendra jamais dans le récipient. Ainsi, en représentant par 1 la quan-

tité totale d'air qui s'y trouvait d'abord, on voit qu'après le premier coup de piston elle se trouvera réduite à

$$1 - \frac{T}{R + T}, \text{ ou simplement } \frac{R}{R + T};$$

c'est-à-dire qu'elle sera réduite dans le rapport du volume du récipient à celui du récipient et du corps de pompe pris ensemble, ce qui est évident de soi même.

Maintenant, au second coup de piston, cette même quantité d'air sera encore réduite dans le même rapport, c'est-à-dire, qu'elle ne sera plus que $\frac{R}{R + T}$ de ce qu'elle était après le premier coup de piston; et comme sa quantité se trouvait déjà réduite à $\frac{R}{R + T}$, on voit qu'elle ne sera réellement que $\left(\frac{R}{R + T}\right)^2$ de sa quantité primitive.

En continuant à raisonner de la même manière, on verra que les quantités d'air successivement enlevées à chaque coup de piston, ainsi que les quantités qui restent après chaque coup dans le récipient, sont exprimées par les termes de deux séries géométriques, qui sont, pour les quantités successivement extraites,

$$\frac{T}{R + T}, \quad \frac{TR}{(R + T)^2}, \quad \frac{TR^2}{(R + T)^3}, \ldots \frac{TR^{n-1}}{(R + T)^n}.$$

Pour les restes successifs :

$$\frac{R}{R + T}, \quad \frac{R^2}{(R + T)^2}, \quad \frac{R^3}{(R + T)^3}, \ldots \frac{R^n}{(R + T)^n}.$$

En effet, si l'on prend un quelconque de ces restes, et qu'on l'ajoute à toutes les quantités précédemment épuisées, la somme sera toujours égale à l'unité, c'est-à-dire à la quantité primitive de l'air. Pour le voir, il faut se souvenir que, dans une progression géométrique, dont α est le premier terme, ω le dernier, et q la raison, on a la somme S de tous les termes par la formule

$$S = \frac{q\omega - \alpha}{q - 1}.$$

Si nous voulons faire la somme des n quantités d'air extraites par les n premiers coups de piston, nous aurons

$$u = \frac{T}{R+T}, \quad q = \frac{R}{R+T}, \quad u = \frac{T \,.\, R^{n-1}}{(R+T)^n};$$

ce qui donne toutes réductions faites,

$$S = 1 - \frac{R^n}{(R+T)^n},$$

à quoi ajoutant le n^e reste d'air exprimé par $\frac{R^n}{(R+T)^n}$, on voit que la somme sera toujours égale à l'unité.

On voit aussi, par ce calcul, qu'on ne pourra jamais faire parfaitement le vide, quel que soit le nombre de coups de piston que l'on donne, car la fraction $\left(\frac{R}{R+T}\right)^n$, qui exprime la quantité d'air restante va toujours en s'affaiblissant à mesure que n augmente, mais ne peut jamais devenir nulle, à moins que n ne soit infini.

Cependant, puisque cette fraction diminue sans cesse, il semble que l'on devrait parvenir à faire un vide tel que la pression indiquée par l'éprouvette fût tout-à-fait insensible, et c'est cependant ce qui n'arrive jamais, même avec les machines les mieux exécutées. Cela tient à plusieurs causes physiques dont nous n'avons pas tenu compte dans notre calcul. En premier lieu, il faut mettre les vapeurs aqueuses qui se développent dans l'appareil même, et qui émanent des parois du récipient et des corps de pompe à mesure que l'on y raréfie l'air. Il faut y ajouter le frottement des soupapes, l'effort qu'il faut faire pour les soulever, leur jonction qui ne peut pas être parfaite. Toutes ces causes sont autant d'obstacles qui limitent l'effet de la machine, lorsque l'élasticité de l'air intérieur n'est plus suffisante pour les surmonter. Heureusement un vide parfait n'est jamais nécessaire. Il suffit que la machine raréfie l'air à un haut degré; le baromètre qu'elle porte vous indique la quantité d'air qu'elle ne peut extraire, et vous achevez de la rendre parfaite en corrigeant, par le calcul, l'erreur qui pourrait en résulter.

On peut, d'une manière fort simple, prouver par l'expérience ce que nous venons de dire sur le développement des vapeurs aqueuses qui s'exhalent des parois du récipient et des corps de pompe, à mesure que l'on en extrait l'air. Il faut pour cela employer comme récipient un ballon à col étroit, susceptible d'être vissé sur la platine de la machine pneumatique, et muni d'un robinet bien travaillé, qui puisse à volonté se fermer et s'ouvrir. On extrait l'air de ce ballon aussi exactement qu'il est possible; et, pour rendre cette extraction plus parfaite, vers la fin de l'opération, l'on multiplie les coups de piston avec rapidité. On observe alors la tension intérieure. Si la pompe est en bon état, elle doit être fort petite, par exemple, de un ou deux millimètres. Fermez alors le robinet de votre ballon, de manière à intercepter toute communication entre sa capacité intérieure et celle des corps de pompe. Laissez l'appareil dans cet état pendant quelque temps, par exemple, pendant une heure; puis faites le vide de nouveau dans les corps de pompe, ce qui n'exigera que quelques coups de piston; et lorsque vous verrez, par le tube barométrique, que la pression intérieure est redevenue presque nulle, ouvrez le robinet de votre ballon, pour rétablir la communication entre sa capacité intérieure et celle des corps de pompe. Vous verrez aussitôt le mercure du tube barométrique baisser d'une quantité très-notable, qui pourra aller, par exemple, à douze ou quinze millimètres, si la température est de 16 ou 17 degrés. Cependant votre ballon étant resté vissé sur la machine pneumatique ne peut pas avoir repris d'air. Il faut donc qu'il se soit développé dans son intérieur une nouvelle quantité de fluide élastique qui n'y existait point dans le premier moment où l'on venait d'y faire le vide; ce fluide n'est autre chose que la vapeur aqueuse qui s'est exhalée des parois du ballon pendant le temps qu'il est resté fermé; et si l'effet n'en était pas sensible pendant que l'on faisait le vide, c'est qu'on la pompait plus vite qu'elle ne se développait. La preuve la plus sûre que ce fluide élastique est réellement de la vapeur aqueuse, c'est qu'il ne se formera point, si vous mettez dans le ballon du muriate de chaux ou de l'alkali caustique; ou, pour parler plus exacte-

ment, il se formera encore, mais ces sels l'absorberont; et de cette manière, votre récipient, ouvert sur la machine pneumatique au bout d'un temps quelconque, par exemple, après une année entière, vous donnera précisément la même tension que vous aviez observée au premier instant, comme je l'ai moi-même éprouvé par expérience. Mais pour que le récipient garde si long-temps le vide, il faut que les robinets soient parfaitement travaillés; et comme cette perfection est d'une nécessité indispensable dans une infinité d'expériences, je vais entrer dans quelque détail sur leur construction.

Je ne puis pas donner une idée plus juste de ces pièces et de leur usage, qu'en disant que ce sont des cônes solides qui pénètrent à angles droits un autre cône creux d'égal diamètre. Soit, fig. 44, T T un cylindre métallique solide, luté hermétiquement au col du récipient R. Ce cylindre est percé dans toute sa longueur par un canal étroit qui permet d'introduire dans le récipient de l'air, des gaz, ou des liquides. Il s'agit d'intercepter à volonté cette communication : pour cela on perce dans la masse du cylindre T T, perpendiculairement à sa longueur, un cône creux A B A′B′, et l'on remplit cet espace par un cône solide semblable R′R′, fait d'une autre pièce de même métal. On conçoit que d'abord ces deux cônes ne peuvent être taillés qu'approximativement l'un sur l'autre, et qu'ainsi ils ne joignent pas parfaitement dans tous leurs points. Mais pour rendre cette jonction parfaite, on use le cône solide R′R′ dans le cône creux, en l'y faisant tourner rapidement un grand nombre de fois, au moyen de la machine que les ouvriers appellent *un tour ;* et pour rendre cette opération plus facile, on met entre les deux pièces que l'on frotte ainsi l'une sur l'autre, une poussière très-dure, que l'on nomme *du tripoli*, et que l'on choisit de plus en plus fine à mesure que le travail avance. On y met aussi de l'huile pour faciliter le mouvement de rotation ; et en même temps on presse la partie épaisse du cône R′R′ vers la partie la plus étroite du cône creux, comme si on voulait l'y faire entrer. Par cette opération, qui s'appelle dans les arts *un rodage*, on finit par user et mouler les deux pièces l'une

dans l'autre, avec une telle justesse qu'elles adhèrent ensemble comme si elles ne formaient qu'un seul corps continu; et l'on peut ensuite faire tourner le cône solide R′R′ sur lui-même autour de son axe, sans que, ni liquides, ni gaz, quelque subtils qu'ils soient, puissent s'échapper du récipient R, ou y rentrer. Alors on retire le cône R′R′, on perce un petit canal *oo* dans son milieu, et perpendiculairement à sa longueur, puis on le remet en place. Quand on tourne ensuite ce cône sur lui-même, tantôt le petit canal *oo* coïncide avec le canal intérieur du grand cylindre TT, et alors la communication de l'intérieur du récipient à l'extérieur est libre; tantôt le petit canal *oo* se trouve perpendiculaire à celui du grand cylindre, et alors cette communication est fermée par les parties solides du cône R′R′. Tel est le jeu de cet appareil qui est dans les expériences de physique d'un usage continuel. On fait de pareils robinets, même en verre; et cela est nécessaire quand on veut renfermer dans les appareils des substances qui, par elles-mêmes ou par les vapeurs qu'elles exhalent, pourraient corroder les métaux ou se combiner avec les luts.

J'ai expliqué plus haut, fig. 39, comment on parvient à ouvrir et à fermer tour à tour la communication du récipient avec les corps de pompe, au moyen du bouchon *b* que le piston lui-même pose et enlève dans son mouvement. Mais cette méthode, quoique très-bonne, n'est pas encore la plus sûre que l'on puisse employer; car le peu de largeur du bouchon est un obstacle à ce qu'il ferme l'orifice *o*, avec la dernière justesse; et le plus léger défaut, à cet égard, deviendra surtout sensible quand le vide étant presque fait dans le récipient, l'air comprimé dans les corps de pompe fera effort pour s'y introduire. C'est pourquoi, dans les machines où l'on recherche une perfection extrême, M. Fortin emploie un autre mécanisme qui est représenté fig. 45. Voici en quoi il consiste : le corps de pompe AB, du côté qui communique au récipient, a son fond formé par une plaque métallique MM′, bien plane sur ses deux surfaces, et d'une épaisseur parfaitement égale dans toute son étendue. Cette plaque n'est pas fixe; elle peut glisser horizontale-

ment entre deux autres plaques L L′, N N′, également planes et parallèles entre elles. Un peu d'huile insinuée entre ces plaques rend encore leur adhérence plus parfaite. Enfin, le mécanisme qui fait hausser et baisser le piston P, fait aussi marcher la plaque M M′ de droite à gauche, et de gauche à droite, par un mouvement qu'on appelle de va et vient. Jusqu'ici on ne voit pas en quoi ce fond mobile peut être utile; mais pour en concevoir l'usage, il faut le voir représenté de face, tel qu'il est dans la figure 46. On voit alors qu'il est percé en T, par un canal cylindrique entièrement ouvert, et en chacun des points S, S′, par un autre canal muni d'une soupape, qui s'ouvre quand elle est poussée dans le sens S E, et se ferme quand elle est poussée dans le sens E S. Tout l'appareil est disposé de manière que lorsque le piston P s'abaisse dans le corps de pompe, vers le fond mobile M M, la soupape S se trouve au-dessous du corps de pompe A B. Alors le piston, qui est entièrement solide, comprime l'air qui se trouve dans le corps de pompe A B, et le force à sortir par cette soupape. A cet instant le trou T se trouve sorti de dessus le conduit C, et mené, par exemple, vers C′, par conséquent il n'y a pas de communication entre le corps de pompe A B et le récipient. Mais quand on vient ensuite à élever le piston, le mécanisme qui l'élève commence par faire marcher le fond mobile dans le sens C′ C, de manière à ôter la soupape S de dessous le corps de pompe A B, et à ramener au contraire le trou T sous ce corps de pompe devant le conduit C du récipient. Par ce moyen la communication se trouve établie entre le récipient et le corps de pompe A B, de sorte que le gaz peut se répandre dans le vide que l'on a ainsi formé. Cela fait, la manivelle commence à marcher en sens contraire pour abaisser le piston; et poussant de nouveau le plan M M′ dans le sens C C′, elle ôte le trou T de devant le conduit C, et replace la soupape S sous le corps de pompe. De sorte que, par ce mouvement alternatif, la communication se trouve tantôt ouverte, tantôt fermée avec le récipient et avec l'atmosphère, et l'extraction des gaz se fait comme auparavant; mais, de plus, elle se fait avec une extrême sûreté à cause du contact parfait des plaques, qui

glissent l'une sur l'autre : en un mot, on peut donner une idée très-juste de cet appareil et de ses avantages, en disant que c'est *le robinet développé*. D'ailleurs on conçoit que la même plaque peut être disposée de manière à servir à la fois pour les deux corps de pompe, en faisant aller tour à tour le trou T de l'un à l'autre; c'est ce qui a lieu dans les mécanismes de Fortin. Il faut connaître tous ces moyens précis des arts pour les employer au besoin.

Après avoir expliqué en détail la construction et l'usage de la machine pneumatique, on comprendra facilement le mécanisme d'une autre espèce de pompe, qui sert pour condenser l'air. Soit R, fig. 47, le récipient dans lequel il s'agit d'opérer cette condensation. Pour cela, on le visse à un corps de pompe A B, dans lequel marche le piston P qui est entièrement solide, et qui doit être construit avec beaucoup de justesse; la communication du récipient, au corps de pompe, se fait par le canal S O, terminé en S par une soupape tellement ajustée qu'elle se lève dans le sens S O, pour laisser passer ce qui tend à entrer dans le récipient; mais qu'elle ferme le passage à tout ce qui voudrait en sortir : au contraire, il y a en S′ une autre soupape qui, étant soulevée, permet à l'air extérieur d'entrer dans le corps de pompe, mais qui ne lui permet pas d'en sortir. Cela posé, concevons le piston P abaissé sur le fond A B de la pompe. Si on vient à l'élever, il se formera un vide au-dessous de lui; l'air contenu dans le récipient ne peut pas en sortir pour venir remplir ce vide, parce que la soupape S l'en empêche; mais l'air extérieur le remplira, parce que la soupape S′ lui permet d'entrer dans le corps de pompe. Maintenant abaissons de nouveau le piston, cet air se trouvera comprimé. Il ne pourra pas sortir par la soupape S′ qui lui ferme le passage; mais il entrera dans le récipient en forçant la soupape S qui, bientôt après se fermant d'elle-même, quand le piston sera descendu en A B, retiendra cet air et s'opposera à son retour. Alors, en élevant de nouveau le piston, on introduira de nouveau dans le corps de pompe une quantité d'air égale à la première; de là elle passera dans le récipient, et par une suite d'alternatives semblables,

on finira par introduire dans ce dernier autant de volumes d'air égaux entre eux, qu'on aura de fois répété ce mouvement.

Pour rendre cet appareil plus commode, et pouvoir soumettre différens corps à la pression de l'air, on le dispose comme dans la fig. 48. Alors le récipient est un cylindre de verre très-épais, fermé à ses deux bouts par deux plans de cuivre M M G G qui y sont scellés, et qui sont attachés l'un à l'autre par des tringles métalliques, serrées avec de fortes vis, pour que la compression intérieure ne les sépare pas. Le récipient communique au corps de pompe par un canal C. Il est muni en R d'un robinet qui sert à le fermer quand on y a condensé l'air; et enfin, il est enveloppé d'un grillage en fer, pour prévenir les accidens qui pourraient arriver s'il venait à éclater par l'effet de la condensation. On emploie ordinairement deux corps de pompe, mais c'est uniquement pour rendre le jeu de la machine continu; car les pressions exercées sur les deux pistons ne peuvent plus se contre-balancer ici comme dans la machine pneumatique, et il faut une force extérieure pour faire entrer l'air dans le récipient. Mais on rend l'effort moins pénible, en donnant aux corps de pompes de très-petits diamètres.

Pour juger du degré de la condensation, on place dans le récipient une éprouvette représentée fig. 49. Elle est composée d'un tube de verre recourbé A B C, dont l'une des branches A B est fermée en A, tandis que l'autre est ouverte en C. Le sommet de la première est occupé par un certain volume d'air sec qui s'y trouve emprisonné par une colonne de mercure H B *h* qui se recourbe dans l'autre branche. A mesure que l'on condense l'air dans le récipient, cet air qui presse sur la surface du mercure en *h*, tend à faire monter le liquide dans l'autre branche B A; mais l'air contenu dans cette dernière résiste à cet effort par son élasticité; et, à mesure que la condensation augmente, il résiste davantage en se contractant toujours, de manière que son volume soit, d'après la loi de Mariotte, réciproquement proportionnel au poids dont il est chargé. Ainsi, en comparant ce volume à lui-même, au commencement de l'expérience, et après qu'on a donné un certain nombre de coups de piston, on peut

facilement calculer dans quel rapport on a condensé l'air dont le récipient est rempli.

Supposons qu'au commencement de l'expérience le mercure s'élevât jusqu'en H, dans la branche fermée, et jusqu'en h dans la branche ouverte, de sorte que l'excès de la première colonne sur la seconde fût Hh, que nous représenterons par a. Alors, si p était la pression extérieure représentée à cet instant par la hauteur du mercure dans le baromètre, il est clair que la force élastique de l'air contenu dans l'espace fermé A H, était égale à $p - a$. Soit V son volume, conclu du nombre de divisions qu'il occupe alors. Supposons maintenant qu'après un certain nombre de coups de piston, le mercure, dans cette même branche, se soit élevé jusqu'en H', et qu'il ait descendu dans l'autre jusqu'en h', en sorte que la différence de niveau H'h' ait pour longueur h. Alors l'air renfermé dans le tube sera réduit au volume V', que l'on peut également observer sur les divisions de l'appareil. D'après cela, il est facile de calculer son ressort; car en le nommant f, on aura suivant la loi de Mariotte

$$f = (p - a)\frac{V}{V'}.$$

Ajoutez à cette quantité la différence de niveau h des deux colonnes de mercure, la somme égalera nécessairement la pression exercée en h' par l'air condensé dans le récipient, de sorte qu'en désignant cette pression par f', on aura

$$f' = h + (p - a)\frac{V}{V'}.$$

Pour déduire de là combien de fois l'air du récipient a été condensé, il faut comparer son volume actuel, que je nommerai U', avec le volume U'' qu'il occuperait, s'il n'était plus pressé que par la pression p de l'atmosphère; alors en faisant

$$n = \frac{U''}{U'}.$$

le nombre n exprimera la condensation qu'il éprouve; or, le rapport $\frac{U''}{U'}$ est facile à calculer; car, d'après la loi de Mariotte,

il est égal au rapport inverse des pressions, c'est-à-dire à $\frac{f'}{p}$; on a donc

$$n = \frac{h}{p} + \frac{(p-a)}{p} \frac{V}{V'}.$$

Equation qui déterminera n, lorsque les quantités qui entrent dans le second membre auront été observées.

Avec les appareils que nous venons de décrire, on peut faire une infinité d'expériences instructives. Par exemple, en mettant des animaux vivans sous le récipient de la machine pneumatique, et y faisant le vide, on les voit haleter et bientôt mourir ; ce qui prouve que l'air qu'ils respirent est nécessaire à leur existence. Il se produit encore en eux un autre effet : toutes les substances aériformes renfermées dans l'intérieur de leur corps, et dont le ressort était contre-balancé par la pression de l'air extérieur, se trouvant déchargées de cette pression, se dilatent et brisent les vaisseaux qui les renfermaient. Cette dilatation excessive rend même sensible aux yeux la petite couche d'air qui adhère comme une enveloppe à la surface de presque tous les corps ; car si l'on met dans un vase plein d'eau des morceaux de verre ou de métal, du sable, des plumes ou des poussières, et qu'après avoir placé ce vase sous le récipient de la machine pneumatique, on commence à pomper l'air qui presse la surface de l'eau, on voit aussitôt les surfaces de tous les corps plongés dans ce liquide se couvrir d'une infinité de petites bulles d'air qui s'en détachent à mesure que l'on fait le vide, et qui viennent crever à la surface. L'eau elle-même laisse échapper de pareilles bulles provenant d'une certaine quantité d'air qu'elle peut absorber, et qui devient invisible pour nous tant qu'il est combiné avec sa substance, mais qu'on peut lui enlever, comme nous venons de le dire, en la délivrant du poids de l'air extérieur, de même que l'on y parvient encore en augmentant sa force élastique par la chaleur. De plus, si l'eau que l'on place ainsi sous le récipient de la machine pneumatique a été préalablement chauffée jusqu'à 20 ou 30 degrés, on la voit bientôt bouillir dès que l'on a donné quelques coups de piston, quoique cette température soit

bien au-dessous de celle qui détermine l'ébullition sous la pression ordinaire de l'atmosphère. Cela s'accorde avec ce que nous avons vu précédemment que la température de l'ébullition de l'eau s'abaisse à mesure que la pression atmosphérique diminue; mais nous ne faisons que montrer ici ce phénomène dont nous expliquerons plus tard les lois.

Lorsque les substances que l'on place ainsi dans le vide produisent des vapeurs, il faut prendre garde que ces vapeurs ne soient pas de nature à altérer les pistons de la pompe, en corrodant les matières dont ils sont formés; car il y a des substances qui pourraient les rendre tout-à-fait incapables de servir. Si l'on veut introduire de pareilles substances dans le vide, il faut employer un instrument que l'on appelle un *manomètre*, et que nous décrirons plus loin, quand nous aurons mesuré toutes les causes qui peuvent faire varier le ressort d'une vapeur et d'un gaz renfermé dans un espace donné.

On produit encore plusieurs phénomènes curieux, en disposant l'air dans des appareils fermés, de manière à augmenter son ressort par sa condensation, ou par la diminution de la pression extérieure. On emploie ce ressort pour élever l'eau dans des tubes, ou la lancer en jets d'eau dans l'air. Ce sont là des jeux de physique que l'on comprendra sans peine, au moyen de ce qui précède, dès que l'on aura vu les appareils.

Mais une des applications les plus utiles de la machine pneumatique, c'est la faculté qu'elle nous donne de peser l'air et les gaz. Je ne parlerai ici que de l'air atmosphérique. Supposons que l'on prenne un ballon de verre muni d'un robinet travaillé comme nous l'avons dit, pag. 137, et que l'on pèse d'abord ce ballon ouvert et dans l'air libre. Le poids P que l'on trouvera sera égal au poids de l'enveloppe de verre, moins le poids de l'air que cette enveloppe déplace. Faites le vide dans ce ballon, fermez-le; et dans cet état, pesez-le de nouveau. Son poids P′ sera alors égal à celui de l'enveloppe de verre, moins le poids du volume total d'air qu'il déplace, et qui est plus grand que la première fois d'une quantité égale à toute la capacité intérieure. Par conséquent si la température et la pression atmosphérique sont res-

tées exactement les mêmes dans les deux expériences, si, de plus, vous avez fait parfaitement le vide, vous n'aurez qu'à retrancher du premier poids P le poids plus petit P', et la différence P — P' sera le poids de l'air que votre ballon contenait dans les circonstances où vous avez opéré. On trouve ainsi qu'à la température de la glace fondante, et sous la pression de $0^m,76$, un litre d'air atmosphérique sec pèse $1^{gr},300$; mais quoique ce résultat soit très-exact, comme on le verra par la suite, je ne le donne ici que comme une approximation telle qu'on pourrait se la procurer par le procédé que je viens de décrire; car il arrivera bien rarement que l'on puisse opérer précisément dans les circonstances que j'ai indiquées. Il arrivera plus rarement encore que la température et la pression restent tout-à-fait constantes pendant le cours des expériences; enfin, la vapeur aqueuse qui est toujours mêlée à l'air, en quantité plus ou moins considérable, fait encore varier son poids. Il faut savoir calculer l'influence de toutes ces causes, et en corriger l'effet pour pouvoir réduire toutes les pesées à un même terme, tel que celui que je viens de donner; mais quoiqu'il nous reste encore beaucoup de connaissances à acquérir avant d'arriver jusque-là, j'ai jugé utile de donner dès à présent l'approximation précédente pour le poids de l'air, parce que cette connaissance approchée nous suffira pour donner tout de suite la dernière précision à plusieurs résultats importans que nous découvrirons bientôt.

CHAPITRE VIII.

Mesure de la dilatation des corps solides.

MAINTENANT que nous avons complètement réglé la marche du thermomètre, que nous avons donné à cet instrument toute la précision nécessaire pour qu'il fût parfaitement comparable à lui-même dans toutes ses indications, il faut nous en servir pour fixer avec exactitude l'étendue des mouvemens que les variations de la chaleur peuvent produire dans les corps; car, puisque nous avons reconnu que tous les corps se dilatent quand la température s'élève, et se condensent quand elle s'abaisse, il est évident que ces changemens de dimension doivent faire varier leur masse, et par suite leur poids sous un volume donné; or, dans presque toutes les expériences physiques ou chimiques auxquelles nous soumettons les corps, la proportion de leur masse sous un volume donné, est un des élémens qu'il nous importe le plus de connaître, et par conséquent il nous faut mesurer les variations apparentes que la chaleur y peut produire, avant de chercher à étudier l'influence des autres causes qui pourraient agir sur eux.

Nous nous occuperons d'abord de la dilatation des corps solides; il est naturel de commencer par eux, car ils forment la matière de tous les vases et de la plupart des instrumens que nous employons : j'ai eu pour traiter ce sujet des secours particuliers; on sait qu'il existait sur la dilatation des corps solides un grand travail fait avec un soin extrême par MM. Lavoisier et Laplace, mais les résultats n'en avaient point été publiés. On ignorait même s'ils avaient été calculés complètement, et le coup affreux qui avait tranché les jours de cet illustre chimiste, nous ôtait l'espoir de les voir jamais paraître. J'ai eu assez de bonheur pour que madame Lavoisier ait bien voulu me confier le tableau de ces précieux résultats, dressé par M. Lavoi-

sier lui-même ; elle m'a permis de les comparer avec les manuscrits originaux qui renfermaient les détails des opérations ; cette comparaison m'a convaincu que toutes les réductions que les expériences exigeaient, avaient été faites avec le plus grand soin sur des formules composées par M. Laplace, que tous les calculs étaient entièrement terminés, et qu'enfin il ne manquait plus à ce travail que la publication. Je l'offre aujourd'hui aux physiciens, grâce aux bontés d'une personne si digne, par ses lumières, d'avoir été la compagne d'un homme de génie.

J'ai reçu encore des renseignemens utiles de M. De Laroche, l'un de nos meilleurs physiciens, qui s'est occupé d'un travail à peu près semblable, mais pour un but différent ; son expérience m'a surtout servi pour indiquer les précautions que ces recherches exigent, et les difficultés qu'elles présentent.

Il semble au premier coup d'œil que ces difficultés sont nulles. Former une barre d'une longueur connue, avec le corps solide que l'on veut éprouver ; exposer successivement cette barre à deux températures connues et différentes l'une de l'autre ; puis mesurer sa longueur dans les deux états : voilà à quoi se réduit toute la recherche de sa dilatation ; mais cette opération, qui paraît si simple, est beaucoup plus difficile à exécuter avec exactitude, qu'elle ne le paraît au premier coup d'œil.

Les dilatations des corps solides sont généralement très-petites ; il faut donc employer des moyens très-précis pour les mesurer avec exactitude. Le premier qui se présente à l'esprit, c'est d'agrandir les effets de la dilatation par des leviers et par des roues dentées qui agissent les unes sur les autres. Il est très-vrai que, mathématiquement parlant, les plus petits changemens de longueur peuvent être multipliés, par ce procédé, dans une proportion indéfinie, de manière à devenir sensibles aux observations les plus grossières ; mais s'il est facile de prouver ainsi que les corps se dilatent par les différences de températures qu'on leur fait éprouver, il est beaucoup moins facile de mesurer exactement l'étendue de cette dilatation, et les causes d'erreurs augmentent à mesure que l'on multiplie le nombre des leviers et des rouages qui réagissent les uns sur

les autres ; car, avec quelque perfection que toutes ces pièces soient construites et ajustées ensemble, la machine qu'elles composent sera d'autant plus exposée à être irrégulière qu'elle sera plus compliquée ; en outre, et ceci est un des plus grands obstacles que l'on ait à vaincre, il sera très difficile que les pièces qui doivent être en communication, et même en contact avec la barre que l'on échauffe, ne participent pas plus ou moins à ses variations de température. Voilà donc une nouvelle cause de variation dans le jeu des rouages ; la négliger, ce serait s'exposer à de grandes erreurs, et en apprécier l'effet est une chose presque impossible, pour peu que la machine soit compliquée. Aussi tous les appareils de ce genre que l'on voit dans les cabinets de physique, et que l'on nomme des *pyromètres*, ne sont propres qu'à prouver la dilatation des corps solides par la chaleur, mais ne peuvent servir à la mesurer ; or, c'est là réellement la question importante, car les effets de la dilatation se manifestent journellement à nos yeux par un si grand nombre de phénomènes, qu'on n'a pas besoin de construire une machine particulière pour en démontrer l'existence.

Supposons donc que l'on se borne à la forme d'appareil qui semble la plus simple. La barre métallique BB', fig. 51, s'appuiera par une de ses extrémités sur un obstacle fixe FF ; par l'autre bout elle poussera l'extrémité L d'un levier coudé LCL', mobile autour du centre fixe C, et dont la branche C L' sera beaucoup plus longue que C L ; par exemple, dans le rapport de 100 à 1. Nous placerons, à l'extrémité du bras CL', une division circulaire DD. Alors si la barre se dilate d'une certaine quantité, par exemple, d'un millimètre, elle fera marcher de cette quantité le bout du levier L, et par suite l'extrémité de l'aiguille L' parcourera 100 millimètres ou un décimètre sur la division ; en général le mouvement de la barre transporté à l'extrémité de l'aiguille L' sera centuplé ; par conséquent si l'on admet que l'on puisse apprécier sur la division un déplacement de l'aiguille égal à un demi-millimètre, ce qui est extrêmement facile, cette quantité transportée à l'extrémité de la plus petite branche L

deviendra $\frac{1}{100}$ de millimètre, ou $\frac{1}{400}$ de ligne; on pourra donc répondre sur le mouvement de la barre de cette quantité.

Tels sont à peu près les pyromètres que M. Brongniard emploie à la Manufacture de porcelaine de Sèvres, pour déterminer des termes fixes dans les hautes températures de ses fourneaux; car il est évident que si le même pyromètre est exposé à la chaleur de la même manière, et au même degré de chaleur, l'aiguille L′ reviendra toujours à la même division, pourvu toutefois que la dilatabilité de la barre métallique BB reste la même, et que la construction de l'appareil ne s'altère pas.

Mais si cette machine, employée comme nous venons de le dire, est propre à indiquer des termes constans de température, elle ne peut pas, au moins sans être modifiée, mesurer les dilatations absolues des corps. En effet, pour que l'extrémité de l'aiguille L′ indique réellement la dilatation absolue de la barre BB′, il faut que le point C et l'obstacle F soient parfaitement fixes, ou du moins que leurs distances soient rigoureusement invariables parmi tous les changemens de température que la barre doit éprouver. Or, comment satisfaire à cette condition? Si le point C et l'obstacle F font partie d'un même support, quelle que soit la matière dont ce support soit composé, s'il peut participer à la température de la barre, il se dilatera et se contractera en même temps qu'elle, quoique dans des proportions différentes, et par conséquent la dilatation indiquée par l'aiguille L′ ne sera pas celle de la barre BB′, mais seulement l'excès de la dilatation de cette barre sur celle du support.

Le moyen le plus simple, le seul même qui semble se présenter pour éviter cet inconvénient, c'est de faire en sorte que les variations de température, si elles agissent sur le point C et sur l'obstacle F, ne puissent pas les écarter l'un de l'autre dans le sens CF, d'une quantité sensible. On y parviendrait, par exemple, si l'obstacle F était un plan de verre bien dressé, perpendiculaire à la longueur de la barre BB′, et que le point C fût de même déterminé par un long cylindre également perpendiculaire à cette barre; en ajoutant de plus à

cette condition, que le plan et le cylindre fussent soutenus par des supports assez éloignés de la barre, et en même temps assez massifs pour ne participer nullement aux changemens de température qu'elle pourrait éprouver. Telle est à peu près la condition fondamentale de l'appareil employé par MM. Lavoisier et Laplace; leur barre BB', fig. 52, était horizontale, et soutenue dans cette position par des rouleaux de verre sur lesquels elle pouvait librement glisser; l'obstacle FF était aussi une règle de verre verticale, fixée perpendiculairement à une autre règle horizontale TT, dont les extrémités étaient scellées dans deux énormes piliers de pierre, enfoncés dans le sol à une grande distance de la barre échauffée; le petit bras CL du levier était également vertical, et l'axe de rotation C appuyé de même sur deux autres piliers de pierre, ne pouvait pas non plus être affecté par les changemens de température que l'on faisait subir à la barre; mais l'extrémité du long bras CL', au lieu de décrire une division, faisait mouvoir une lunette dirigée sur une mire placée à une grande distance. Je rapporterai plus loin la description détaillée de cet appareil, faite par les auteurs mêmes du mémoire; mais je voulais dès à présent faire sentir quelles sont les conditions auxquelles il doit son exactitude, et comment il est exempt des erreurs occasionées par le déplacement des points qu'on suppose fixes dans les autres pyromètres.

Ce n'est pas tout encore que d'avoir fait un semblable appareil, il faut que la barre soumise à l'expérience ait une température connue et uniforme, dans toute sa longueur. Le seul moyen d'y parvenir est de la plonger dans un fluide dont toutes les parties se trouvent à cette température. Mais pour cela il est absolument nécessaire que la barre soit horizontale; car en plongeant des thermomètres à diverses profondeurs dans un vase rempli de liquide, et chauffé à un certain degré au-dessus de la température de l'air, on trouve que ses différentes couches sont inégalement chaudes, et nous verrons dans la section suivante, que d'après la constitution même des liquides il n'en saurait être autrement. De là il résulte qu'une barre solide, plongée verticalement dans un fluide échauffé, a dans ses dif-

férens points une température inégale, ce qui rend l'évaluation de la température moyenne très-difficile. On évite cet inconvénient en plongeant la barre horizontalement ; parce que, dans un liquide qui n'est point agité, la température est constante dans toute l'étendue d'une même couche horizontale. Enfin pour que les thermomètres placés près de la barre indiquent immédiatement sa température, il faut, comme nous l'avons vu en parlant du thermomètre, qu'ils soient environnés de liquide dans toute l'étendue occupée par la colonne de mercure ; pour cela il faut qu'ils soient couchés horizontalement, ou presque horizontalement le long de la barre. Cependant on pourrait encore les tenir dans une situation verticale en ayant égard, par le calcul, à la différence de dilatation de la partie de la colonne qui serait située hors du liquide ; mais cela serait moins commode, et peut-être moins exact.

Après avoir ainsi marqué le véritable point en quoi la difficulté consiste, après avoir indiqué les précautions qu'il faut employer pour la résoudre, je passe à l'exposition du travail de MM. Lavoisier et Laplace, et je les laisserai parler eux-mêmes. Le soin qu'ils ont mis à rechercher des procédés parfaitement exacts, l'examen scrupuleux qu'ils font de ces procédés, les épreuves auxquelles ils les soumettent, leur constance à les suivre, leur réserve pour en discuter les conséquences, sont des modèles qu'il faut offrir sans altération aux physiciens.

« Instruits par l'expérience de ceux qui s'étaient occupés, avant 1781, d'expériences sur la dilatation des corps, nous avons cherché à éviter les causes d'erreur qui nous ont paru avoir influé sur l'exactitude de leurs résultats.

» Nous avons commencé par faire construire plusieurs thermomètres à mercure très-exacts, dans lesquels étaient marqués le terme de la glace fondante et celui de l'eau bouillante. L'intervalle de chaque degré était d'environ deux lignes, et pouvait se subdiviser facilement à l'œil, en dix parties ; cependant, comme, malgré l'attention de l'artiste qui avait construit ces thermomètres, on pouvait craindre encore quelques irrégularités dans leur marche, nous les avons vérifié tous, en les comparant à

un étalon de confiance, et nous avons formé pour chacun une table de corrections.

» Au lieu d'employer une étuve, dont il est difficile de maintenir toutes les parties à un même degré de température, nous avons préféré d'employer un bain, que nous remplissions d'abord de glace pilée, et ensuite d'eau, dont nous pouvions élever successivement la température depuis la congélation jusqu'à l'eau bouillante. Ce bain pouvait contenir des règles de six pieds de longueur.

» Nous avons opéré dans un jardin, et en plein air; les points d'appui de notre pyromètre consistaient en de gros dés de pierre de taille, fondés en maçonnerie à six pieds de profondeur, sur un terrain solide.

» Enfin, nous n'avions ni rouages ni engrenages pour multiplier les mouvemens, mais des leviers très-solides, et absolument inflexibles au degré de résistance qu'ils éprouvaient. Ces leviers faisaient mouvoir une lunette achromatique de six pieds de longueur, mobile sur un axe, et cette lunette était dirigée sur une échelle divisée en pouces et en lignes, placée tantôt à 100, tantôt à 200 toises de distance, suivant la nature des expériences. Un allongement d'une ligne dans la règle de six pieds soumise à l'expérience, faisait parcourir à la lunette, lorsque la mire était placée à 100 toises de distance, 62 pouces ou 744 lignes, ce qui donnait la facilité de diviser la ligne en 744 parties. On aurait pu obtenir une précision double, en transportant la mire à 200 toises, comme nous l'avions fait dans nos premières expériences; mais nous n'avons pas tardé à nous apercevoir que les vapeurs, souvent répandues dans l'air de l'atmosphère, obscurcissaient la vision, et qu'on perdait plus par cette cause d'incertitude, qu'on ne gagnait par l'augmentation de la grandeur de l'échelle.

» Tels sont, en général, les principes sur lesquels est fondée la construction du pyromètre dont nous avons fait usage : nous allons en donner une description détaillée.

» MM′ NN′, fig. 52, représentent les quatre gros cubes de pierre de taille fondés en maçonnerie, destinés à soutenir toutes

les parties de l'instrument. Chacun de ces piliers avait deux pieds dans le sens de la longueur, sur un pied de large; ils laissaient entre eux un intervalle d'environ trois pieds, occupé par un fourneau R S, bâti en briques, sur lequel posait une chaudière allongée G H, destinée à recevoir la barre ou règle de six pieds environ, qui était mise en expérience.

» OO′ est une lunette de six pieds de long, mobile en *a* sur deux tourillons, et qui se dirigeait sur la règle graduée placée à 100 ou 200 toises de distance.

» La seule inspection de la figure suffit pour concevoir comment la barre mise en expérience agissait sur la lunette, et comment elle lui imprimait son mouvement; on y voit la barre BB soutenue par des bandes verticales *fg*, *fg*, de glace de Saint-Gobin, garnies de rouleaux *gg*, de manière à ne point opposer de résistance à l'allongement ou au raccourcissement de la barre.

» FF est une autre bande de verre ou de glace placée verticalement, et solidement fixée par des traverses de fer avec les cubes de pierre M et M′. C'est sur cette bande de verre que s'appuie, comme sur un point fixe et invariable, l'extrémité B de la barre BB′, soumise aux expériences.

» L'autre extrémité B′ de la même barre s'appuie en L sur une semblable bande de verre CL, mais qui, au lieu d'être fixée et immobile, comme la précédente, est solidement ajustée en C avec le bras du levier de fer CL′, et a avec lui un mouvement commun sur l'axe C.

» La barre BB′ trouvant ainsi un obstacle invincible en B, où elle porte sur un point fixe, ne peut s'allonger que sur son autre extrémité B′; mais elle ne peut s'allonger sans déplacer la bande CL, et sans que le point L ne recule d'une quantité égale à cet allongement. Le point L lui-même ne peut reculer sans que le point L′ ne s'élève d'une quantité correspondante; et le point L′ ne peut s'élever sans obliger la lunette OO′, qui est mobile sur deux tourillons en *a*, de s'élever du côté de l'oculaire O′, et de s'abaisser du côté de l'objectif O.

» Enfin l'on conçoit 1°. qu'un très-léger mouvement imprimé

à la lunette doit lui faire parcourir un espace considérable sur l'échelle placée à 100 ou 200 toises de distance; 2°. que, connaissant la longueur des bras du levier, et la distance de la lunette à la règle qui servira de mire, il est aisé de calculer le rapport qui existe entre l'allongement de la barre et le nombre de pouces et de lignes indiqué par l'échelle de parties égales tracée sur la règle.

» Après avoir donné l'idée de l'instrument que nous avons employé, il nous reste à rendre compte de la manière dont nous avons opéré, et des précautions multipliées que nous avons prises pour obtenir toute la précision qu'il était susceptible de nous donner.

» Nous mettions d'abord en place la barre ou règle BB', sur laquelle nous nous proposions d'opérer, et nous la posions sur les rouleaux *gg*, soutenus par les bandes de glace *fg*, *fg*. L'une de ses extrémités B s'appuyait contre la bande de glace FF, qui, comme nous l'avons observé, formait le point fixe; l'autre extrémité B' de la même barre ou règle était mise en contact avec la bande de glace CL, mobile sur l'axe C. Pour éviter que les deux extrémités B et B' ne glissassent par quelque mouvement imprévu, nous adaptions à chacune des extrémités des barres ou règles, une petite armure formée d'une lame de cuivre mince et flexible, comme on le voit en *nn*, fig. 53. Cette petite bande de cuivre roulée autour de la barre, et coupée de manière à former une fourchette, embrassait les bandes de glace extrêmes, et donnait à tout l'appareil une solidité suffisante, sans gêner en aucune manière l'action de la dilatation.

» Quand les règles ou barres avaient été mises en place, nous remplissions le vase GH, de glace pilée. Mais bientôt nous nous sommes aperçus qu'il se faisait quelquefois des vides dans la glace sous la barre; qu'elle se trouvait alors chargée du poids de la glace qui la couvrait, ce qui la faisait fléchir, et changeait ses dimensions en longueur. Nous avons pris alors le parti de substituer de l'eau froide à la glace, et nous y ajoutions de la glace pilée qui s'y fondait, jusqu'à ce que l'eau fût

parvenue au zéro du thermomètre. On sait en effet que, quelle que soit la température de l'eau, elle descend à zéro, c'est-à-dire, au terme de la congélation, et qu'elle s'y tient constamment, pourvu qu'on y ajoute plus de glace qu'elle ne peut en fondre.

» Lorsque les thermomètres, placés à plusieurs endroits du bain, s'accordaient tous à indiquer le zéro du thermomètre, et qu'ils y étaient invariablement fixés, nous observions à quelle division du limbe répondait le fil horizontal de la lunette.

» Dans nos premières expériences, nous allumions du feu dans le fourneau RS; nous échauffions successivement l'eau contenue dans la chaudière GH, de manière à lui faire parcourir tous les degrés de chaleur, depuis le terme de la congélation jusqu'à celui de l'eau bouillante; nous observions en même temps la marche correspondante de la lunette et des thermomètres, et nous obtenions des résultats de 5 en 5 degrés, d'abord à la chaleur croissante, et ensuite à la chaleur décroissante. Depuis nous avons reconnu quelques inconvéniens dans cette manière d'opérer : les thermomètres, malgré la précaution que nous avions de remuer l'eau, ne marquaient pas toujours rigoureusement le même degré dans toutes les parties du bain; les barres s'échauffaient communément plus vite que les thermomètres, en sorte que ces derniers n'indiquaient véritablement ni le degré du bain ni celui des barres.

» Nous avons eu lieu de craindre, d'ailleurs, que la chaleur du fourneau ne tourmentât les barres horizontales qui soutenaient les bandes verticales de glace, et les irrégularités dont nous avons cru nous apercevoir nous ont obligés de modifier notre première manière d'opérer : au lieu donc d'allumer du charbon dans le fourneau, comme nous l'avions fait jusqu'alors, et d'échauffer ainsi successivement l'eau contenue dans la cuve ou chaudière, nous l'avons vidée par le moyen d'un robinet, et nous y avons substitué de l'eau que nous entretenions bouillante dans une chaudière voisine. Nous n'obtenions pas, il est vrai, par cette manière d'opérer, tout-à-fait la chaleur de l'eau bouillante, attendu le refroidisse-

ment qui s'opérait pendant que l'eau était transportée d'une chaudière dans l'autre; mais il ne s'en fallait que de trois ou quatre degrés au plus.

» Cette nouvelle méthode, indépendamment des inconvéniens qu'elle prévenait, nous procurait l'avantage de pouvoir répéter l'expérience plusieurs fois dans un jour; en effet, il nous était facile de retirer l'eau chaude, et d'y substituer de l'eau au degré de la congélation, de remplacer cette dernière par de nouvelle eau bouillante, et de vérifier un grand nombre de fois nos résultats. Nous n'avions pas la même facilité dans la première manière d'opérer; comme la masse des briques était grande, le fourneau une fois échauffé ne se refroidissait pas assez vite pour nous permettre de refaire dans la même journée une nouvelle expérience à la congélation.

» Il n'est presque pas d'expériences que nous n'ayons répétées trois ou quatre fois, non-seulement le même jour, en substituant plusieurs fois de la glace à l'eau bouillante, et de l'eau bouillante à la glace, comme nous venons de l'exposer, mais encore presque toujours à plusieurs jours de distance; et il est rare qu'il nous soit resté des incertitudes de plus d'un ou deux centièmes de ligne.

» Quoique les difficultés que nous venons d'exposer nous aient obligés de renoncer à suivre pour ainsi dire de degré en degré les dilatations et condensations des corps, les premières expériences cependant ne nous ont point été inutiles; elles nous ont fait connaître, 1°. qu'un corps qui a été échauffé depuis le terme de la congélation jusqu'à celui de l'eau bouillante, et qui a été refroidi ensuite de l'eau bouillante à la congélation, reprend rigoureusement ses premières dimensions; 2°. que le verre et les métaux éprouvent des dilatations sensiblement proportionnelles à celles du mercure, en sorte qu'un nombre de degrés double du thermomètre, donne une dilatation double, un nombre de degrés triple, une dilatation triple, etc.

» L'acier trempé nous a seul présenté des écarts très-extraordinaires, et quoique nous ne l'ayons échauffé que depuis la

congélation jusqu'à 65 degrés du thermomètre, sa dilatabilité nous a paru aller continuellement en diminuant d'une manière sensible. Ce phénomène, particulier à l'acier, nous a paru susceptible d'être expliqué d'une manière fort naturelle : nos expériences, celles de M. Smeathon et de M. Berthoud, s'accordent à démontrer que l'acier trempé est plus dilatable que l'acier non trempé ; or, on sait que l'acier se détrempe par le recuit, et qu'il revient à l'état d'acier non trempé. Il est d'après cela plus que probable que de l'acier qui a été trempé à l'eau froide, éprouve un commencement de recuit lorsqu'on l'échauffe à 65 degrés du thermomètre ; il doit donc, par une conséquence nécessaire, perdre graduellement dans de l'eau qu'on échauffe, une partie de sa dilatabilité, et se rapprocher de celle de l'acier non trempé.

» Le verre nous ayant donné des résultats fort différens suivant sa qualité, suivant son degré de cuisson, et suivant la proportion des ingrédiens qui entrent dans sa composition, nous avons cru devoir multiplier nos expériences sur cette substance. Nous avons ainsi reconnu qu'il était d'autant moins dilatable, qu'il contenait plus de plomb ; nous regrettons de ne nous être pas trouvés à portée de fabriquer, par nous-mêmes, des verres dont la composition nous fût connue ; nous sentons que nos résultats en auraient acquis un beaucoup plus grand degré d'intérêt.

» Nous avons encore eu lieu de remarquer, dans les nombreuses expériences que nous avons faites sur le fer, que la dilatabilité de ce métal varie beaucoup, suivant les différens états où il se trouve ; c'est une confirmation de ce que nous savions déjà, que le fer répandu dans les arts n'est point un métal identique. Nous avons également reconnu que l'étain des Indes est beaucoup plus dilatable que celui de Cornouailles ; que ces deux substances métalliques ne sont pas par conséquent les mêmes ; enfin, que le plomb est le plus dilatable de tous les métaux.

» Les moyens de travailler le platine, et de le rendre malléable, étant encore inconnus à l'époque de nos expériences,

c'est le seul de tous les métaux dont il ne nous ait pas été possible de constater la dilatabilité ».

Voici maintenant le tableau de ces expériences, dressé par Lavoisier lui-même. J'y ai joint la dilatation du platine observée par Borda, avec les règles qui ont servi à la mesure des bases dans l'opération de la méridienne en France. En outre, afin d'éclaircir les irrégularités que l'acier a présentées en se dilatant, je donnerai diverses observations très-exactes, faites par M. Fortin sur les changemens que ce métal éprouve en prenant la trempe. Mais j'en renverrai l'exposé au chapitre de l'élasticité, dans lequel nous aurons particulièrement l'occasion d'examiner ce phénomène avec détail.

aer-
o.

Gla
Tu
Tu
Au
Fli
Ve
Cr
Ct
Ct
Ct
F
F
A
A
A
A
A
I
I
I

EXAMEN DE DIVERSES QUESTIONS DÉPENDANTES DE LA DILATATION DES CORPS SOLIDES.

La connaissance de la dilatation des corps solides, particulièrement des métaux, est extrêmement utile dans une infinité de circonstances qui intéressent les sciences et les arts. Nous avons indiqué déjà quelques-unes de ces dernières, parce qu'elles frappent plus aisément les yeux; mais maintenant que nous sommes arrivés à des résultats plus précis, nous pouvons entrer dans des applications plus fines et plus délicates.

Par exemple, toutes les fois que le physicien veut soumettre à ses expériences des liquides ou des gaz, il se sert, pour les contenir, de vaisseaux de verre ou de métal; mais si ces vases sont successivement exposés à des températures diverses, la matière dont ils sont formés s'allonge ou se resserre, conformément aux lois de la dilatation; et comme ces changemens se font à la fois dans les trois dimensions de cette matière, il en résulte que le volume du vase augmente ou diminue; en sorte qu'il faut d'abord avoir égard à ces effets, et les corriger par le calcul, pour pouvoir juger isolément de ce qu'a éprouvé le liquide ou le gaz contenu dans l'appareil. C'est ce qui est très-facile quand on connaît la dilatation du vase, suivant une seule de ses dimensions. Car si cette dilatation est désignée par δ pour l'unité de longueur entre les températures où l'on opère, la dilatation de l'unité de volume entre ces mêmes températures sera 3δ; de sorte que si c'est le volume du vase pris à la première de ces deux températures, son volume, à la seconde, sera exprimé par

$$V(1 + 3\delta).$$

Cette règle est fondée sur un théorème de géométrie très-simple. Considérons un volume homogène V qui, se dilatant par la chaleur, devienne égal à V′, il conservera une forme semblable dans ces deux états; or, les volumes des corps sem-

blables sont entre eux comme les cubes des côtés homologues, par exemple, comme les cubes de leurs longueurs $l\,l'$ mesurées dans une même direction. On aura donc l'équation

$$\frac{V'}{V} = \frac{l'^3}{l^3},$$

d'où l'on tire

$$\frac{V'-V}{V} = \frac{l'^3 - l^3}{l^3} = \frac{(l'^2 + ll' + l^2)(l'-l)}{l^3}$$

Si la dilatation linéaire $l'-l$ est fort petite relativement à l, comme cela a lieu dans tous les corps solides observés à des températures très-éloignées de leur point de fusion, la dilatation $V'-V$ du volume sera pareillement très-petite relativement à V, à cause du facteur $l'-l$, qui multiplie sa valeur dans le second membre de l'équation. Ainsi, en regardant ces dilatations comme assez petites pour qu'on puisse se borner à la première puissance des fractions qui les représentent, ce qui est presque toujours suffisamment exact, on voit que dans le facteur $l'^2 + ll' + l^2$ on pourra les négliger et y supposer $l = l'$; mais alors ce facteur se réduit à $3\,l^2$, et le numérateur, ainsi que le dénominateur du second membre, deviennent divisibles par l^2; effectuant cette division, il reste

$$\frac{V'-V}{V} = 3\,\frac{(l'-l)}{l}. \quad (1)$$

$\frac{l'-l}{l}$ est la dilatation linéaire pour l'unité de longueur, et $\frac{V'-V}{V}$ est la dilatation cubique pour l'unité de volume entre les températures où l'on opère. Ainsi, en représentant la première par δ, et la seconde par Δ, on aura, entre ces mêmes températures,

$$\Delta = 3\,\delta,$$

c'est-à-dire, que la dilatation cubique est triple de la dilatation linéaire, comme je viens de l'annoncer.

Par exemple, la dilatation linéaire des tubes de verre

ordinaire, depuis 0 jusqu'à 100° du thermomètre centésimal est égale à 0,00087572, selon les expériences de MM. Lavoisier et Laplace. Entre ces limites, elle est proportionnelle au nombre de degrés au-dessus de zéro que le thermomètre indique. Prenant donc le centième de ce nombre, on aura 0,0000087572, qui sera la dilatation linéaire pour un degré centésimal. En la triplant, on aura 0,0000262716, qui sera la dilatation cubique.

Si l'on veut calculer le volume occupé par le corps après sa dilatation, on le peut facilement au moyen de ce résultat, car l'équation (1) donne immédiatement la valeur de V', qui est

$$V' = V\left[1 + 3 \cdot \frac{(t' - t)}{t}\right], \text{ ou simplement } V' = V(1 + \Delta).$$

Dans les corps solides, tant que la température est comprise entre la glace fondante et l'eau bouillante, la dilatation linéaire $\frac{t' - t}{t}$ paraît être proportionnelle au nombre des degrés du thermomètre, comptés depuis zéro. Soit V le volume primitif du corps à 0°, et t le nombre de degrés dont la température s'élève au-dessus de ce point : si la dilatation linéaire pour 1° est représentée par k, elle sera kt pour t degrés; par conséquent, on aura

$$V' = V(1 + 3kt), \text{ ou simplement } V' = V(1 + Kt),$$

en faisant $K = 3k$.

Si l'on ne connaissait point le volume primitif V, on pourrait le déduire de ces formules quand on aurait observé V'; mais on pourrait également prendre tout autre volume pour point de départ. Car, en représentant par V' et V'' les volumes correspondans à deux températures t' t'', on aurait pareillement

$$V' = V(1 + Kt') \qquad V'' = V(1 + Kt''),$$

V étant toujours le volume primitif à 0°; de là on tire

$$V'' = \frac{V'(1 + Kt'')}{1 + Kt'};$$

expression qui, en effectuant la division indiquée, peut se mettre sous cette forme,

$$V'' = V'\left[1 + \frac{K(t'' - t')}{1 + Kt'}\right].$$

Or, tous les calculs que nous venons de faire supposent que la dilatation cubique K est assez petite pour que l'on puisse se borner à la première puissance de la fraction qui l'exprime. Nous devons donc encore ici conserver le même ordre d'approximation, c'est-à-dire négliger $K t'$ dans le dénominateur de la fraction $\frac{K(t''-t')}{1+Kt'}$, parce que son numérateur est déjà de l'ordre K, ainsi nous aurons simplement

$$V''=V'[1+K(t''-t')],$$

c'est-à-dire, précisément le même résultat que si la dilatation était comptée, à partir de la température t' et du volume V', toujours avec le même coefficient K.

Cette approximation ne serait plus suffisante pour les corps dont la dilatation n'est pas extrêmement petite. Alors il faut employer les puissances de K supérieures à la première. Pour lier ce calcul avec la forme que nous venons d'adopter, reprenons l'équation,

$$\frac{V'-V}{V}=\frac{(l'^2+ll'+l^2)}{l^2}\cdot\frac{l'-l}{l}.$$

et, nous bornant au cas d'une dilatation uniforme, faisons

$$\frac{l'-l}{l}=kt, \quad \text{d'où} \quad l'=l(1+kt),$$

en sorte que k soit la dilatation linéaire pour l'unité de longueur, et pour un degré du thermomètre. En substituant cette valeur de l' dans notre équation, elle devient

$$\frac{V'-V}{V}=(3+3kt+k^2t^2)kt;$$

ou en faisant, comme tout-à-l'heure, $K=3k$,

$$\frac{V'-V}{V}=Kt\left(1+\frac{Kt}{3}+\frac{K^2t^2}{27}\right);$$

d'où l'on tire enfin

$$V'=V\left(1+Kt+\frac{K^2t^2}{3}+\frac{K^3t^3}{27}\right).$$

Les deux premiers termes du facteur qui multiplie V sont ceux

que comprenait notre première approximation. Je ne connais point, jusqu'à présent, d'expérience sur la dilatation des corps solides, qui exige l'emploi des deux autres, c'est-à-dire qui puisse les rendre sensibles; mais ils pourraient le devenir dans le calcul du volume d'un liquide ou d'un gaz, parce que, relativement à ce genre de corps, la dilatation K est beaucoup plus grande que pour les solides.

La mesure de la dilatation des métaux devient très-utile pour évaluer, dans certains cas, les changemens de dimension qu'éprouvent les instrumens d'astronomie; car, dans ces instrumens, où la dernière exactitude devient indispensable, on ne peut trop faire attention aux causes les plus légères, qui peuvent changer leurs formes et altérer leurs indications. L'astronome qui sera en même temps physicien habile, aura, sous ce rapport, un immense avantage; c'est ce qu'a bien prouvé Bouguer dans son voyage au Pérou.

Lorsque l'on veut mesurer la longueur d'une base pour établir une triangulation, on emploie ordinairement des règles métalliques. Il est évident qu'il faut alors déterminer avec soin la température de ces barres, à chaque instant où on les observe, afin de ramener toute la longueur de la base à un même état fixe et connu de la barre qui a servi à la mesurer; mais comment évaluer la température d'une barre plongée dans l'air? cette température sera-t-elle la même que celle de l'air, ou différente? Quelle qu'elle soit, lorsqu'on touchera ces barres pour les transporter d'un point à un autre, elles changeront de température; elles en changeront même quand on s'approchera d'elles pour les observer. En outre, si la température de l'air ambiant s'élève ou s'abaisse pendant les observations, les barres qui sont des corps solides, et qui ont beaucoup plus de masse que l'air, sous le même volume, ne participeront pas si vite à ces changemens, et par tous ces motifs on sera sans cesse exposé à se méprendre sur leur température. Aussi, dans la grande opération de la méridienne en France, opération qui peut être regardée comme la plus exacte de ce genre qu'on ait jamais faite, lorsqu'il s'est agi de mesurer une base entre Melun et Lieursain,

Borda sentit la nécessité d'éluder ces incertitudes, et il y parvint en employant des barres métalliques tellement combinées, qu'elles indiquaient d'elles-mêmes leur température par l'effet de leur dilatation. L'appareil était composé d'une règle de platine, longue de douze pieds, fig. 54, attachée par une de ses extrémités à une règle de cuivre d'une longueur un peu moindre, qui se couchait librement sur sa surface, lorsque l'appareil était disposé horizontalement. Vers l'extrémité libre de la règle de cuivre on avait tracé, sur la règle de platine, une division très-exacte, dont les parties étaient des millionièmes de la longueur totale de cette règle; l'extrémité de la règle de cuivre elle-même portait un nonius qui marchait sur cette division; et pour plus d'exactitude on lisait les coïncidences avec un microscope. Or, les dilatations du platine et du cuivre, étant inégales pour des changemens égaux de température, on conçoit que le nonius de la règle de cuivre devait sans cesse répondre à des divisions variables, à mesure que la température changeait. Borda se servit de ces changemens pour connaître à chaque instant la température commune de ces barres, et le rapport de la dilatation absolue des deux métaux dont elles étaient formées. Pour cela, il plongea horizontalement le système des deux règles dans une auge de bois qu'il remplit successivement d'eau chaude, presque au degré de l'ébullition, et d'eau froide, presque à la température de la glace fondante. Des thermomètres fort exacts, distribués dans le liquide, lui indiquaient avec la plus grande précision la température de l'eau. En faisant donc deux expériences de ce genre, et observant à chaque fois la division à laquelle s'arrêtait le nonius de la règle de cuivre, la marche de ce nonius lui indiquait la différence absolue de la dilatation des deux métaux, entre les températures où il avait opéré. Cela suffisait pour prédire la position que devait prendre le même nonius pour toute autre température, comprise entre ces extrêmes. C'était un véritable thermomètre métallique, qui, une fois réglé au terme de la glace et de l'eau bouillante, faisait connaître ensuite la température des barres à tous autres degrés, et par conséquent il suffisait de

lire ce thermomètre pour connaître la véritable température des barres, quand elles étaient plongées dans l'air, et qu'on s'en servait pour la mesure de la base.

Ce résultat paraîtra plus évident encore, en l'exprimant par le calcul. Pour cela, supposons, qu'à la température de la glace fondante, L soit la longueur absolue de la règle de platine, et l celle de la règle de cuivre, l'une et l'autre étant exprimées en parties d'une même mesure quelconque: soit Δ, la dilatation linéaire du platine, et δ celle du cuivre, pour un degré du thermomètre centésimal. Enfin désignons par L' et l' ce que deviennent les longueurs L et l de nos deux règles, à la température t exprimée en degrés du thermomètre centésimal; puisqu'il ne s'agit ici que de dilatations linéaires, il est évident que nous aurons

$$L' = L(1 + \Delta t) \qquad l' = l(1 + \delta t),$$

ce qui donne

$$L - l - (L' - l') = t(l\delta - L\Delta).$$

Le premier membre exprime le changement qui s'est fait dans la différence de longueur des règles. C'est précisément la quantité dont le nonius a marché vers l'extrémité de la règle de platine; car le platine se dilatant moins que le cuivre, et les longueurs primitives des deux règles étant presque égales, l'excès de la règle de platine sur la règle de cuivre doit être plus grand à la température de la glace fondante qu'à t degrés. Supposons en général que cette marche du nonius pour t degrés soit de n parties de la division tracée sur la règle de platine, n pouvant être même une fraction; et nommons D la longueur absolue d'une de ces divisions rapportée à la même espèce d'unité que L et l, nous aurons

$$L - l - (L' - l') = nD,$$

et par conséquent

$$nD = t(l\delta - L\Delta).$$

Dans cette dernière équation, n sera toujours connu par le moyen des microscopes, pourvu qu'on ait aussi observé le point de départ du nonius à la température de la glace fondante; si, de plus, on connaissait δ et Δ, ou seulement la différence

$l\delta - L\Delta$, la température t resterait seule inconnue, et par conséquent on pourrait la calculer d'après la seule observation de n. Or, il est facile de déterminer $l\delta - L\Delta$, et pour cela, il ne faut qu'avoir observé une seconde fois la marche du nonius et la valeur de n, à une température connue différente de zéro. Car si cette température est, par exemple, de 100°, et que le nonius ait marché de N divisions pour l'atteindre, on fera dans la formule $n = N$; $t = 100°$, et l'on aura

$$ND = 100° (l\delta - L\Delta),$$

ce qui donne

$$l\delta - L\Delta = \frac{ND}{100°};$$

par conséquent, en profitant de cette valeur, et la substituant dans notre formule générale, le facteur inconnu, dépendant des dilatations, disparaîtra, et en divisant tout par D, nous aurons simplement

$$n = \frac{t \,.\, N}{100°}, \text{ ce qui donne } t = \frac{n}{N} \,.\, 100°;$$

on voit donc que l'on connaîtra tout de suite la température t, en degrés du thermomètre centésimal, quand on aura observé le nombre n de divisions parcourues par le nonius, à partir du terme de la glace fondante jusqu'à cette température.

On pourrait également régler le thermomètre métallique par deux observations faites à des températures quelconques t' t''. Car supposez que, de l'une à l'autre, le nonius ait marché de n' parties. En regardant n et N comme inconnues, on aura

$$t' = \frac{n}{N} \,.\, 100 \qquad t'' = \frac{(n + n')}{N} \,.\, 100°,$$

d'où l'on tire

$$n = \frac{n' \; t'}{t'' - t'} \qquad N = \frac{n'}{t'' - t'} \,.\, 100,$$

en retranchant n du nombre de parties marquées par le nonius à la température t', on aura le zéro de la division tel qu'on l'aurait observé à la température de la glace fondante, et en prenant N divisions de plus, on aura le terme de 100°.

La connaissance exacte de la dilatation des métaux est encore nécessaire pour la mesure de la longueur d'un pendule simple; on peut voir dans mon Traité d'Astronomie toutes les précautions délicates qu'exige cette opération. Je me bornerai ici à exposer l'usage qu'on en a fait pour régulariser le mouvement des horloges à pendule, dont l'exactitude est la première base de l'astronomie.

Dans ces instrumens le mouvement est imprimé et réglé par un pendule composé d'une tige métallique, terminée inférieurement par une lentille très-pesante, construite pareillement en métal. Cet appareil, suspendu par l'extrémité libre de la verge, oscille autour de la verticale, et fait marcher d'un pas l'aiguille de l'horloge, à chacune de ses oscillations. En supposant que le pendule ainsi composé conserve une forme et une longueur invariable dans toutes ses parties, on démontre en mécanique que les oscillations très-petites, telles que celles qu'on lui fait faire dans les horloges, sont toujours d'égales durées; ce qui donne un mouvement pareillement uniforme aux aiguilles que le pendule fait mouvoir.

Quelles que soient la forme du pendule et les matières dont il est composé, on peut toujours assimiler son mouvement à celui d'un point matériel pesant, qui serait suspendu au bas d'un fil inflexible et sans masse. Cet appareil idéal se nomme un pendule simple; chaque pendule réel et composé a ainsi son pendule simple auquel il se rapporte, qui marcherait exactement comme lui, et les durées des oscillations de divers pendules composés, quelles que soient leurs formes, sont proportionnelles aux racines carrées des longueurs de leurs pendules simples. Si donc, sur chacun d'eux, à partir de son axe de suspension, l'on prend une distance égale à cette longueur, l'extrémité de cette distance marquera la position du point pesant qui pourrait être substitué à toute la masse du pendule composé; c'est ce que l'on nomme le *centre d'oscillation*. Quand il s'élève vers l'axe de suspension, le pendule simple se raccourcit et les oscillations s'accélèrent; s'il descend, au contraire, le pendule simple s'allonge et les oscillations deviennent plus lentes. La position de ce

centre diffère en général du centre de gravité du corps qui forme le pendule composé ; mais elle en diffère d'autant moins que celui-ci approche plus de ressembler à un pendule simple, et c'est à quoi l'on tend dans nos horloges, dont le pendule est formé par quelques minces verges de métal, au bas desquelles on suspend une lentille métallique d'un très-grand poids.

La durée des oscillations d'un semblable appareil est constante tant que la température reste la même, mais elle change nécessairement quand la température vient à changer. En effet, si elle s'élève, la verge métallique s'allonge, le centre commun d'oscillation de cette verge et de la lentille descend. Le pendule simple correspondant devient donc plus long, et les oscillations sont plus lentes. Au contraire, si la température s'abaisse, le centre d'oscillation se rapproche du point de suspension, et les oscillations s'accélèrent. De là naîtraient dans la marche de l'horloge des variations continuelles, si l'on n'avait trouvé le moyen de corriger cet inconvénient. C'est à quoi l'on réussit par divers mécanismes que l'on applique à la verge du pendule, et qui se réduisent tous en dernière analyse à reporter en haut une partie du poids du système, lorsque la verge s'allonge, et à la reporter en bas lorsqu'elle se raccourcit, de telle sorte et en telle proportion, que ces effets contraires se compensent exactement. Ces appareils se nomment des *compensateurs*.

Le premier et le plus simple de ces appareils, est, je crois, celui qui a d'abord été imaginé et employé par Graham, célèbre horloger anglais, et membre de la Société royale de Londres. Il faisait la verge du pendule en fer ; mais au lieu de la terminer par une lentille métallique, il y adaptait un vase cylindrique de verre, rempli en grande partie de mercure, fig. 55. Lorsque la température s'élève, la verge s'allonge, et le vase descend, mais en même temps le mercure se dilate aussi, et beaucoup plus que le fer, de façon qu'une partie de la masse remonte plus que le vase n'était descendu. Connaissant les dilatations du fer, du verre et du mercure, ainsi que les longueurs des parties de l'appareil qui sont formées de ces diverses substances, on peut déterminer par le calcul la quan-

tité de mercure qu'il faut mettre dans le vase, pour que le centre d'oscillation du système ne monte ni ne descende quand la température varie. Cette détermination se trouve ainsi ramenée à un problème de mécanique, mais on peut la simplifier beaucoup par une approximation dont le principe paraîtra maintenant évident de lui-même. Elle est fondée sur ce que le cylindre de mercure placé au bas de la verge, forme une très-petite partie de la longueur totale de l'appareil, et constitue cependant la très-grande partie de son poids, de sorte que le système entier approche beaucoup de ressembler à un pendule simple. Il y aura donc toujours très-peu de distance entre le centre de gravité du cylindre de mercure et le centre d'oscillation du pendule. Ainsi, en négligeant l'effet des dilatations sur ce petit intervalle, il suffira, pour la constance des oscillations, que la distance du centre de gravité du cylindre de mercure ne s'éloigne ni ne s'approche de l'axe, condition très-aisée à établir.

En effet, désignons par l la longueur totale CD de l'appareil, comptée depuis l'axe de suspension C; soit y la hauteur inconnue du cylindre de mercure EHDD contenu dans le vase de verre. Le centre de gravité de ce cylindre se trouvera toujours au milieu de sa hauteur, c'est-à-dire à une distance du fond du vase égale à $\frac{y}{2}$; et par conséquent la distance de ce point, à l'axe de suspension C, aura pour expression générale,

$$l - \frac{y}{2}.$$

C'est cette expression qu'il faut rendre constante, en ayant égard à la dilatation des diverses matières dont l'appareil est formé.

Pour cela il faut d'abord la décomposer dans ses parties constituantes : soit Λ la longueur de la tige CA, et Λ' la longueur du cylindre de verre BD, on aura $l = \Lambda + \Lambda'$; et la distance du centre de gravité du mercure à l'axe de suspension, distance que nous désignerons par L, aura pour expression,

$$L = \Lambda + \Lambda' - \frac{y}{2}.$$

Supposons que les valeurs de A A' y et L se rapportent à une température déterminée, par exemple, à celle de la glace fondante. Si la température s'élève de t degrés, toutes les parties de l'appareil que ces quantités représentent se dilateront ; et en nommant par exemple k k' les dilatations linéaires des matières qui composent la tige et le vase, A deviendra $A(1+kt)$, et A' se changera en $A'(1+k't)$. Pour avoir maintenant les variations de y il faut considérer que le mercure, à cause de sa fluidité, formera toujours un cylindre dont la section horizontale sera égale à la section horizontale intérieure du vase. Soit donc r le rayon de cette section; sa surface sera πr^2, π étant le rapport de la circonférence au diamètre; et en conséquence, puisque y désigne la hauteur du mercure dans le vase, son volume, que nous désignerons par v, aura pour expression,

$$v = \pi r^2 y,$$

cette expression se rapporte à la température prise pour point de départ. Si la température s'élève de t degrés, le rayon r du vase se dilatera et deviendra $r(1+k't)$; y changera aussi, et deviendra je suppose y'; en même temps le volume v du mercure variera et deviendra $v(1+k''t)$, k'' étant la dilatation cubique du mercure; de sorte que dans ce nouvel état de choses on aura

$$v(1+k''t) = \pi r^2 (1+k't)^2 y';$$

divisant cette équation par la précédente, il vient

$$y' = y \cdot \frac{(1+k''t)}{(1+k't)^2}.$$

C'est la hauteur que doit prendre le cylindre de mercure après le changement de température. On peut simplifier cette expression en observant que les dilatations k'' k' sont des fractions extrêmement petites, dont on peut négliger les carrés et les produits, en conservant seulement leurs premières puissances.

D'après cela le facteur $\frac{1}{(1+k't)^2}$ se réduit à $\frac{1}{1+2k't}$,

ou $1 - 2k't$, en effectuant la division, et en substituant cette valeur à sa place dans l'expression de y'; puis négligeant le produit de k' par k'' il vient enfin

$$y' = y + y(k'' - 2k')t.$$

C'est la longueur du cylindre de mercure dans l'état changé, où il ne faut pas oublier que k' représente la *dilatation linéaire* de la matière du vase, et k'' la *dilatation cubique* du mercure. Cela posé, reprenons l'équation

$$L = A + A' - \frac{y}{2},$$

dans laquelle L désigne la distance primitive du centre de gravité du mercure à l'axe de suspension. La température s'élevant de t degrés L changera; et d'après les calculs que nous venons de faire, sa nouvelle valeur que nous nommerons L' aura pour expression

$$L' = A + A' - \frac{y}{2} + [Ak + A'k' - \frac{y}{2}(k'' - 2k')]t:$$

Si donc on veut que cette nouvelle valeur de L' soit encore égale à la première, il faudra égaler à zéro le terme variable affecté de t, ce qui donne

$$2Ak + 2A'k' - y(k'' - 2k') = 0,$$

et déterminer la hauteur primitive y du cylindre de mercure, de manière que cette condition soit remplie.

Supposons, par exemple, que tout l'appareil soit construit en verre, alors la tige C A et le vase A D seront également dilatables, et l'on aura $k = k'$, de sorte qu'en mettant pour $A + A'$ la longueur totale de l'appareil que nous avons nommée l, on aura simplement

$$2lk - y(k'' - 2k) = 0,$$

d'où l'on tire

$$y = l \cdot \frac{2k}{k'' - 2k}.$$

D'après les expériences de MM. Lavoisier et Laplace, on a pour la dilatation linéaire du verre . . . . . $K = 0{,}000087572$.

Pour la dilatation cubique du mercure. . . . . $k'' = \frac{1}{5412} = 0,00018477 5.$

En substituant ces nombres dans notre formule, on trouve

$$y = \frac{l}{9,55};$$

c'est-à-dire que la longueur du cylindre de mercure doit être à très-peu de chose près $\frac{1}{10}$ de la longueur totale de l'appareil.

D'après cela, la distance du centre de gravité du mercure à l'axe de suspension aura en général pour valeur

$$L = l - \frac{y}{2} = l - \frac{l}{19,1},$$

ou plus simplement

$$L = l \,.\, \frac{18,1}{19,1};$$

de sorte que si l'on veut avoir L d'une longueur donnée, il n'y a qu'à prendre l pour inconnue, et construire un appareil, dont la longueur soit

$$l = L \,.\, \frac{19,1}{18,1},$$

c'est-à-dire qu'elle surpasse L d'à peu près $\frac{1}{18}$.

Quand on aura ainsi trouvé la longueur du cylindre de mercure qui compense à très-peu de chose près les variations de la température, on comparera aux étoiles la marche de la pendule ainsi compensée, et l'on verra si son mouvement est aussi uniforme qu'on l'espérait. Si elle varie encore sensiblement par les changemens de température, on ajoutera ou on ôtera successivement de très-petites quantités connues de mercure, et après quelques essais de ce genre, on finira en très-peu de temps par avoir une compensation aussi parfaite qu'on pourra le désirer, qui aurait même, sur toutes les autres, l'avantage d'être d'un prix très-modique, et de pouvoir s'exécuter partout.

Ce mode de compensation a été abandonné; j'ignore pour quel motif, car j'ai ouï dire à des personnes qui en avaient fait l'expérience, qu'il est d'un excellent usage. Julien Leroy, ha-

bile horloger français, y substitua, en 1738, un compensateur entièrement solide, mais beaucoup moins commode : il est représenté dans la fig. 56. Cet appareil est composé d'un support horizontal S S parfaitement fixe, qui porte un tuyau vertical de cuivre jaune A S. Au sommet A de ce tuyau on fixe l'extrémité supérieure d'une verge de fer verticale A B E L, à l'autre bout de laquelle est attachée la lentille P. Si cette tige de fer était entièrement libre, elle formerait un pendule dont la longueur totale serait A L P ; mais on gêne son mouvement en S, par le moyen du support fixe. Pour cet effet on l'interrompt en cette partie, et on la compose d'un petit châssis vertical B B D D, dont les traverses horizontales BB, DD, sont formées de deux lames de cuivre, assez fortes pour n'être pas fléchies, et les montans B D, avec deux lames de ressort très-minces et flexibles, qui passent dans une petite fente horizontale S R, faite dans le support, et seulement assez large pour leur laisser la faculté de monter et de descendre avec frottement. D'après cette disposition, lorsqu'on met la lentille en mouvement, la partie inférieure C L de la tige de fer, comprise entre la lentille et la fente C, est la seule qui oscille ; mais la dilatation produite par la température s'exerce sur toute la longueur A C L. Si le point A était parfaitement fixe, la lentille P descendrait ou monterait suivant que la barre A C L s'allongerait ou se raccourcirait par l'effet de la température ; mais la dilatation du cylindre de laiton A S contrarie ces effets ; car lorsque la température s'élève, il remonte le point A en se dilatant, et au contraire quand elle s'abaisse, il le fait descendre en se contractant. On peut donc se proposer de combiner ces deux actions opposées, de manière qu'elles se compensent.

Pour cela, soit D la longueur totale de la règle de fer, comptée depuis le point A jusqu'au centre de gravité G de la lentille que je suppose aussi en fer ; nommons T la longueur du tuyau de laiton, et L la longueur variable comprise entre le centre de gravité G de la lentille, et le centre de suspension C ; d'après ces conventions, on aura

$$L = D - T.$$

Supposons que les valeurs de D T L se rapportent à une cer-

taine température, que nous prendrons pour point de départ. Si, à partir de ce terme, la température vient à s'élever de t degrés, la longueur de la barre D deviendra $D(1+Ft)$. F étant la dilatation linéaire du fer; celle du tuyau T deviendra $T(1+Ct)$. C étant la dilatation du cuivre jaune; et la nouvelle valeur de L étant désignée par L', on aura

$$L' = D - T + (DF - TC)t.$$

Si donc, on veut que cette nouvelle valeur se réduise à D — T comme la première, il faudra égaler à zéro le terme affecté de la température, c'est-à-dire poser la condition

$$DF - TC = 0, \quad \text{d'où l'on tire} \quad T = \frac{DF}{C};$$

c'est-à-dire que la longueur du tuyau et de la barre doivent être en raison inverse de leurs dilatations, ou à peu près comme 3 à 5.

Le problème est donc possible avec ces dimensions : alors le tuyau de laiton, quoique plus court que la barre de fer, se dilate autant qu'elle, et compense ainsi l'infériorité de sa longueur par l'excès de sa dilatation. Ici, de même que dans le compensateur de mercure, nous avons seulement cherché à établir l'immobilité du centre de gravité de la lentille; le reste se fait par expérience.

On conçoit qu'un semblable appareil est assez incommode; ce tuyau et cette portion de tige qui s'élève inutilement au-dessus du pendule véritable, augmentent le volume de l'horloge d'une manière désagréable; enfin, il n'est pas parfaitement sûr que le centre de suspension C puisse être considéré comme absolument fixe, et que le mouvement d'oscillation ne se communique pas un peu au-delà du point où la lame de ressort est pincée. On a donc cherché à éviter ces défauts, et on y a réussi en conservant les mêmes principes, au moyen de l'appareil représenté dans la fig. 58.

Cet appareil, à proprement parler, se réduit à replier, pour ainsi dire, le tuyau A S sur lui-même, en formant un système de tringles métalliques plus courtes, mais dont les différences de dilatations s'accumulent de plus en plus. Pour concevoir ceci

considérons d'abord l'appareil dans son plus grand degré de simplicité, tel que le représente la fig. 57. A B C D est un châssis de fer suspendu par une tige de fer au point S; la verge de l'horloge, désignée par T L, est aussi en fer; mais elle n'est pas immédiatement attachée à ce châssis; elle est fixée au point T, à un châssis plus petit *a b c d*, formé par des tringles de cuivre qui reposent en *c d* sur le grand châssis, et y sont fixées en ces points. Pour concevoir le jeu de cet appareil, il faut toujours se rappeler que le cuivre se dilate plus que le fer, par les mêmes changemens de température, et les quantités de leur dilatation, pour des longueurs égales, sont à peu près entre elles comme 5 à 3. Cela posé, si la température s'élève, le châssis de fer A B C D et la tige de fer S F vont s'allonger, ainsi que la verge de fer T L qui porte la lentille; mais en même temps les règles *a c b d* du châssis de cuivre intérieur vont aussi se dilater, et d'une quantité plus grande que les tiges de fer A C B D. En vertu de cet excès de dilatation, elles remonteront le point de suspension T, plus que la dilatation du châssis de fer ne l'a fait descendre, et elles compenseront donc ainsi en tout ou en partie l'allongement total des pièces de fer de l'appareil.

Pour évaluer l'effet de cette compensation, il faut la soumettre au calcul. Soit $SF = a$, $AC = BD = l$; $HLG = T$; ces trois longueurs sont supposées en fer. Nommons λ la longueur *ac* ou *bc* des règles de cuivre intérieures; enfin, désignons toujours par L la distance totale du centre de gravité G de la lentille à l'axe de suspension S, nous aurons en général

$$L = a + l + T - \lambda.$$

Ceci se rapporte à une température déterminée. Pour une autre température plus élevée de t degrés, la valeur de L deviendra

$$L' = a + l + T - \lambda + [(a + l + T) F - \lambda C] t;$$

F étant la dilatation linéaire du fer et C celle du cuivre, comme dans le problème précédent. Si donc on veut que cette nouvelle valeur de L soit encore égale à la première, il faudra égaler à zéro le terme variable qui dépend de la température, c'est-à-dire poser la condition

$$(a + l + T) F - \lambda C = 0,$$

or on a $$a + l + T = L + \lambda.$$

Ainsi, en substituant cette valeur, l'équation de condition devient

$$(L + \lambda) F - \lambda C = 0,$$

ce qui donne

$$\lambda = \frac{LF}{C - F}.$$

Cette condition n'est pas possible à remplir avec la forme d'appareil que nous avons supposée; en effet, nous avons vu que le rapport $\frac{C}{F}$ est, à très-peu de chose près, égal à $\frac{5}{3}$, ce qui donne $C = \frac{5F}{3}$; par conséquent, en substituant cette valeur, il vient

$$\lambda = \frac{LF}{\frac{5}{3}F - F} = \tfrac{1}{2} L;$$

c'est-à-dire que la longueur de chaque tige de cuivre devrait être une fois et demie aussi grande que la longueur totale de l'appareil; résultat impossible à réaliser, puisque, au contraire, nous avons supposé dans notre construction qu'elles étaient plus petites que les seules règles de fer A C BD.

On ne peut donc pas obtenir la compensation avec un seul assemblage de deux châssis; et cela tient, comme on voit, à ce qu'il n'y a pas assez de différence entre les dilatations des deux métaux employés. Mais ne peut-on pas multiplier ces assemblages, les combiner de manière que leurs effets s'ajoutent, et parvenir ainsi au but désiré? Pour le savoir, supposons que le châssis de cuivre *abcd* ne porte pas immédiatement la verge TL de l'horloge, mais soutienne seulement un autre châssis A′B′C′D′, fig. 58, composé comme ABCD, c'est-à-dire dont les deux montans A′C′, B′D′ soient en fer, et dont la traverse inférieure porte un autre châssis *a′ b′ c′ d′*, dont les deux montans soient de cuivre. Attachons la verge TL à ce second châssis intérieur, et calculons la distance du point G au centre de suspension S. Pour cela, conservons les mêmes dénominations que dans notre premier calcul; ajoutons-y seulement l' pour

représenter la longueur des tringles de fer A′C′ du nouveau châssis, et λ' pour représenter la longueur des tringles de cuivre $a'c'$. Cela posé, la distance SG ou L sera toujours exprimée par

$$L = a + l + l' + T - \lambda - \lambda';$$

et par la dilatation elle deviendra

$$L' = a + l + l' + T - \lambda - \lambda' + [(a + l + l' + T) F - (\lambda + \lambda') C] t;$$

de sorte que pour l'immobilité du centre de gravité G, on aura la condition

$$(a + l + l' + T) F - (\lambda + \lambda') C = 0.$$

Or notre première équation donne

$$a + l + l' + T = L + \lambda + \lambda',$$

ainsi, en substituant cette valeur, il vient

$$(L + \lambda + \lambda') F - (\lambda + \lambda') C = 0,$$

d'où l'on tire

$$\lambda + \lambda' = \frac{L \,.\, F}{C - F} = \frac{3}{2} \,.\, L.$$

Ce n'est donc plus déjà la seule longueur d'une des tringles de cuivre qui doit être $\frac{3}{2}$ L, c'est la somme de deux de ces tringles qui forment les montans des deux châssis intérieurs. En général, si l'on assemble ainsi un nombre quelconque de châssis soutenus les uns par les autres de la même manière, et dont le dernier soutienne la verge du pendule, on aura toujours

$$\lambda + \lambda' + \lambda'' \ldots = \frac{3}{2} L; \text{ ou } 2\lambda + 2\lambda' + 2\lambda'' \ldots = 3 L.$$

c'est-à-dire que la somme de toutes les tringles de cuivre employées dans l'appareil devra être triple de la distance du centre de gravité de la lentille à l'axe de suspension. On peut donc, au moyen de cette règle très-simple, varier à volonté les longueurs des règles et leur nombre de la manière qui semble la plus élégante ou la plus commode. Ordinairement les horlogers se bornent à employer quatre châssis, comme nous l'avons supposé dans la fig. 58. Nous n'avons considéré ici que l'immobilité du centre de gravité; mais j'ai déjà prévenu que cette première approximation est très-suffisante pour calculer les compensations dans nos horloges, dont la lentille

est très-pesante ; et si la compensation ainsi obtenue n'est pas tout-à-fait exacte, on la corrige par des essais.

J'ai vu un horloger, nommé Martin, employer avec succès, pour les horloges à pendule, un compensateur plus simple encore ; et je l'expliquerai d'autant plus volontiers, que c'est précisément le même appareil que les habiles horlogers anglais et français employent depuis long-temps pour la compensation des montres qui doivent marcher avec une régularité parfaite, et que l'on nomme par cette raison *chronomètres* ou *garde-temps*. Concevez deux lames métalliques AB CD, fig. 59, d'égale longueur, l'une de fer, l'autre de cuivre ; supposez qu'on les place l'une sur l'autre, et qu'on les fixe ainsi invariablement au moyen d'un grand nombre de petites vis qui les traverseront toutes deux en autant de points de leur longueur. Admettons que l'opération soit faite à la température de dix degrés : le système des deux lames sera alors rectiligne ; mais si la température change, cette rectitude cessera. Si elle s'élève, les deux lames se dilateront, et se dilateront inégalement, la lame de cuivre plus que la lame de fer ; alors le système se courbera dans la forme que représente la figure 60, de manière que la lame de fer soit en dedans de la concavité, et celle de cuivre en dehors, pour compenser ainsi par l'augmentation de son amplitude l'excès de sa dilatation. Le contraire arrivera si la température s'abaisse au-dessous du terme de dix degrés, que nous avons pris pour point de départ ; le système se courbera encore, mais en sens opposé ; le cuivre, plus contracté, se trouvera en dedans de la concavité, le fer en dehors, fig. 61. Pour appliquer ceci à la compensation d'une horloge, fig. 62, fixons, en un point quelconque O de sa verge SL, deux systèmes de lames semblables, perpendiculaires à sa direction, et terminés à leurs extrémités par des masses MM susceptibles d'être rapprochées ou éloignées de la verge SL en se vissant sur deux vis VV. Supposons maintenant que les lames soient l'une et l'autre rectilignes à une certaine température, à dix degrés, par exemple ; elles feront alors partie du pendule composé qui conduit l'horloge. Mais si la température change, elles se courberont et re-

monteront ou descendront les masses elles-mêmes. Par exemple, si la température s'élève, la tige SL va s'allonger, et le point L va descendre ainsi que le point O; mais en même temps les deux systèmes de lames vont se courber; et si l'on a mis les lames de fer en dessus, elles se courberont, comme le représente la fig. 63, de manière à reporter en haut les deux masses MM, ce qui combattra l'effet que la dilatation de la verge avait produit sur le système. Au contraire, si la température s'abaisse au-dessous du terme pris pour point de départ, la verge SL se contractera et remontera la lentille L ainsi que le point O; mais en même temps les lames, se courbant, comme dans la fig. 64, reporteront en bas les masses MM, et ces effets se combattront encore. D'après la dilatation connue des métaux, on peut calculer les dimensions des diverses parties de l'appareil, de manière que la compensation soit à peu près exacte; puis on achève de la rendre telle en comparant la marche de la pendule à celle des étoiles, et approchant ou éloignant les masses MM de la verge SL jusqu'à ce que les variations de la température n'altèrent plus le mouvement. Pour faire en peu de temps cette épreuve de la manière la plus sûre, on échauffe l'intérieur de la caisse de l'horloge avec du charbon allumé, et on règle les masses de manière que l'horloge marche de même à ces températures élevées et au degré de chaleur que se trouve alors avoir l'atmosphère. C'est aussi de cette manière que l'on achève de régler parfaitement les autres compensateurs.

Celui que je viens de décrire a l'avantage de pouvoir s'appliquer, presque sans frais, à toutes les horloges à pendule, quelles qu'elles soient. Nous avons suivi pendant long-temps, M. Mathieu et moi, une pendule ainsi réglée, dont la verge était en fer, et qui nous servait pour des observations astronomiques où nous désirions mettre une extrême précision; nous pouvons assurer que sa marche a toujours été d'une régularité parfaite.

C'est, comme je l'ai dit tout-à-l'heure, un compensateur de ce genre que l'on applique aux garde-temps pour les rendre insensibles aux changemens de la température. Il n'est personne qui ne sache que le régulateur du mouvement, dans les

montres en général, est un balancier BC, fig. 65, mu par un ressort spiral S qui, en se resserrant et se débandant tour à tour, force le balancier à tourner alternativement sur lui-même, ce qui produit les battemens de la montre. Mais si la température vient à varier, les dimensions du balancier et du spiral varieront, aussi bien que la force de ressort; et par suite la durée des vibrations. Pour détruire cet inconvénient, on fixe au balancier des lames compensatrices CM, CM, construites en cuivre et en fer, comme nous l'avons dit tout-à-l'heure, mais primitivement arquées, afin de ne pas agrandir démesurément la place que le balancier occupe dans la boîte. Les extrémités libres de ces lames sont de même terminées par de petites vis, et portent de petites masses d'or que l'on peut ainsi approcher ou éloigner du point d'attache C. Maintenant, si la température change, la courbure des lames compensatrices changera aussi, et elles porteront les petites masses M M plus loin ou plus près du centre O de rotation. Dans le premier cas, les masses agissant sur le centre O par un levier plus court, il faudra moins de force dans le spiral pour les faire tourner. Au contraire, quand elles s'éloigneront du point O, elles agiront sur lui par un levier plus long, et leur rotation, pour être la même, exigera un plus grand effort de la part du spiral. On pourra donc disposer les lames de manière que les variations de ces forces correspondent à celles que le spiral éprouve par l'effet des changemens de température; alors la marche de la montre en deviendra plus régulière, et on la rendra tout-à-fait régulière à force d'essais, en la plaçant successivement dans des températures artificielles voisines de la glace et de l'eau bouillante, et approchant ou éloignant les petites masses d'or des lames compensatrices jusqu'à ce que la marche de l'horloge, comparée aux étoiles ou à une excellente pendule, n'éprouve plus du tout de variations.

Quoique ces applications délicates paraissent spécialement se rapporter à la mécanique pratique, j'ai cru devoir les exposer ici; car outre l'avantage qu'elles ont de mettre bien en évidence l'usage et l'importance des résultats exacts auxquels nous som-

mes parvenus sur la dilatation des corps solides, l'emploi des procédés, sur lesquels elles reposent, peut encore être aux physiciens d'une très-grande utilité. Pour pouvoir mettre de l'exactitude dans ses propres recherches, pour en avoir même le désir, il faut avoir appris à la connaître et à l'aimer.

La force avec laquelle les métaux se dilatent ou se contractent, est presque incroyable. Il y a quelques années, au Conservatoire des Arts et Métiers de Paris, on s'aperçut que les deux murailles latérales d'une galerie s'écartaient l'une de l'autre, et tendaient ainsi à se renverser en dehors, par l'effet du poids des planchers qu'elles supportaient. On perça de part et d'autre, dans ces murailles, des trous opposés, également espacés, et l'on y introduisit de fortes barres de fer terminées par des vis que l'on serra en dehors avec de gros boulons. Cela suffisait pour retenir les murs, mais non pour les rapprocher, et aucune force humaine n'y aurait suffi. On imagina d'échauffer avec des lampes la moitié des barres, de deux une; alors celles-ci s'allongèrent davantage; leurs boulons, ne touchant plus contre le mur, ne se trouvèrent plus serrés: on put les tourner facilement; cela fait, on ôta les lampes. Les barres, en se refroidissant, se contractèrent, et ramenèrent avec elles les murs opposés. Par l'effet de ce rapprochement, les autres barres, qui n'avaient pas été chauffées, se trouvèrent trop longues, et l'on put serrer leurs boulons. Alors on recommença de nouveau à échauffer les premières barres, ce qui permit de rapprocher les murs un peu davantage; et, d'expérience en expérience, on aurait pu, si on l'avait voulu, les renverser ainsi en dedans, par un mouvement contraire à celui que la pesanteur du plafond tendait d'abord à leur imprimer. La galerie existe encore aujourd'hui avec les barres qui retiennent ses parois. L'auteur de cette invention ingénieuse est M. Molard.

CHAPITRE IX.

Mesure de la dilatation des Gaz par la chaleur.

Les expériences de MM. Lavoisier et Laplace, sur la dilatation des corps solides, nous ont appris qu'entre les termes de la glace fondante et de l'eau bouillante, la dilatation des métaux solides est sensiblement proportionnelle à celle du mercure. La même proportionnalité subsiste encore dans ces limites entre les dilatations du mercure et celles des gaz secs. Ce résultat important a été parfaitement établi par les expériences que M. Gay-Lussac a faites dans ce dessein sur la dilatation des gaz. Cet habile physicien ayant bien voulu me confier le détail de ses expériences, et me permettre de faire dessiner les appareils qu'il a imaginés pour cet objet, je vais expliquer ici la marche qu'il a suivie dans ses recherches, et les résultats auxquels il est parvenu.

Pour mesurer exactement la dilatation des substances gazeuses, il faut d'abord les introduire, en quantité connue, dans des tubes exactement gradués en parties de capacités égales, et terminés par une boule dont le volume soit considérable comparativement à leur diamètre. Il faut ensuite les y contenir sous une pression connue, les exposer à des températures diverses, et observer les quantités dont ils se dilatent ou se condensent dans ces divers changemens; en un mot, il faut former un véritable thermomètre à gaz. Mais quoique l'énoncé de cette opération soit très-simple, elle exige, pour être exacte, plusieurs précautions indispensables que nous allons exposer.

La première, c'est que les tubes dans lesquels on renferme les gaz soient parfaitement desséchés; car nous avons déjà dit que les tubes de verre qui sont restés ouverts et exposés à l'atmosphère, se couvrent intérieurement d'une petite couche d'eau imperceptible, que la chaleur en détache en la réduisant en vapeur.

Si l'on ne commence pas par enlever cette petite couche d'eau, la vapeur qui s'en exhalera, dans les températures diverses, se mêlera au gaz introduit dans le tube, et augmentera son volume; et, comme la quantité de vapeurs ainsi formée croîtra avec la température, jusqu'à ce que la petite couche d'eau soit complètement épuisée, on voit que cette cause étrangère augmentera continuellement la dilatation propre du gaz à mesure que la température sera plus élevée: telle est l'erreur dans laquelle sont tombés plusieurs physiciens.

Le seul moyen d'éviter cet inconvénient, c'est de chasser d'abord cette petite couche d'eau en chauffant le tube jusqu'à la réduire en vapeurs; mais afin que l'air ne l'y fasse pas rentrer, il faut remplir le tube avec du mercure, que l'on y fera bouillir comme dans un thermomètre; et, ce qu'il est important de remarquer, soit que cette ébullition enlève ou non toute la couche d'eau adhérente au verre, du moins il ne pourra plus s'en rien exhaler quand le tube sera exposé à des températures moindres que celles où le mercure peut bouillir: telle est la première précaution que M. Gay-Lussac a prise.

Ensuite, pour n'introduire dans ses tubes que de l'air ou des gaz secs, il lute à leur extrémité ouverte, un autre tube plus large TT, fig. 66, que l'on peut regarder comme une sorte de récipient destiné à contenir le gaz. Ce tube est rempli en partie de fragmens de muriate de chaux, ou de tous autres sels susceptibles d'absorber l'humidité. On peut même supposer que l'on y fait le vide, afin d'y introduire le gaz sans qu'il se mêle avec l'air. Maintenant, pour en faire entrer une certaine quantité dans le tube TG, M. Gay-Lussac emploie un petit fil de fer très-fin, préalablement introduit dans le tube; il incline celui-ci ou le renverse verticalement, et il fait sortir ainsi une grande partie du mercure qu'il contient, lequel est remplacé par un certain volume de gaz représenté par GG, fig. 67. Avec quelques précautions, on parvient à n'avoir plus dans le tube qu'une petite colonne de mercure M, qui sert de piston, et tout l'espace GG, depuis ce point jusqu'à la boule du tube, est occupé par le gaz sec qu'on y introduit. S'il s'agit d'air at-

mosphérique, on n'a pas besoin de faire le vide dans le récipient TT, il ne faut que laisser l'air y séjourner quelque temps sur les sels, après quoi on l'introduit dans le tube TG, comme nous l'avons dit.

Le gaz étant introduit, il ne reste plus qu'à lui faire éprouver successivement diverses températures connues; pour cela, M. Gay-Lussac emploie un vase métallique AB, fig. 67, en forme de parallélipipède, dont le fond est placé sur un fourneau de même grandeur. On verse de l'eau dans ce vase, et on l'échauffe à divers degrés. Un thermomètre V, plongé verticalement dans cette eau, et dont la tige sort au-dessus du couvercle du vase, sert pour indiquer à peu près sa température, et pour montrer s'il est nécessaire d'augmenter ou de diminuer le feu.

Mais il ne faut pas que le tube TG, qui contient le gaz, soit plongé dans l'eau de cette manière; car nous avons déjà fait remarquer, par l'expérience, que les diverses couches horizontales d'un liquide qu'on échauffe par son fond, n'ont pas les mêmes degrés de température. Ainsi, pour pouvoir connaître exactement celle qui agit sur le gaz, il faut placer le tube qui le contient, dans une situation horizontale, comme le représente la fig. 67; alors sa température pourra être parfaitement indiquée par un excellent thermomètre *tt* placé vis-à-vis de lui dans la même couche, et disposé aussi horizontalement.

Mais nous avons dit que le vase était métallique; comment donc observer à travers ses parois les degrés du thermomètre *tt*, et le point variable G du tube gradué auquel s'arrête à chaque instant le volume du gaz? On ne peut pas tenir ce point G et la tige *t* du thermomètre continuellement hors du bain d'eau chaude; car alors ces diverses parties n'étant plus à la température du bain, jeteraient de l'erreur sur les observations. Mais on peut sans inconvénient sortir ainsi les tubes de temps en temps, pendant le court intervalle nécessaire pour les observer; c'est ce que fait M. Gay-Lussac d'une manière fort simple. Les orifices *oo'* par lesquels les tubes entrent dans le vase sont fermés avec des bouchons de liége percés à leurs centres d'un trou,

dans lequel chaque tube peut glisser à frottement. Veut-on observer l'état du gaz G G ? On fait sortir le tube T G jusqu'à ce que l'extrémité M de la petite colonne de mercure vienne se montrer à l'orifice *o*. On voit alors à quelle division du tube elle répond, et l'on connaît le volume du gaz à cet instant. Veut-on observer de même le thermomètre ? On fait également sortir sa tige en dehors jusqu'à ce que l'extrémité *t* de la colonne de mercure vienne se montrer à l'orifice *o'*, et alors la division du thermomètre auquel elle répond, indique au même instant la température de la couche horizontale où le gaz se trouve placé.

On connaît donc à chaque instant, de la manière la plus exacte, la température de ce gaz. Ainsi, en mettant d'abord dans le vase de l'eau à zéro ; puis élevant successivement la température de l'eau jusqu'à l'ébullition, ou réciproquement la ramenant depuis l'ébullition jusqu'au terme de la glace fondante, on pourra comparer avec précision la marche du gaz et celle du thermomètre, c'est-à-dire, que l'on connaîtra à chaque instant, par les divisions tracées sur les deux tubes, le volume apparent du mercure et le volume apparent du gaz ; mais pour avoir les volumes absolus, il faudra encore avoir égard à la dilatation du verre dont les tubes sont formés.

Pour bien analyser cet effet, partons d'une température déterminée, par exemple, de celle de la glace fondante. Appelons V le nombre de divisions que le gaz occupe alors dans l'enveloppe de verre qui le renferme, et servons-nous de ce nombre pour exprimer son volume. Maintenant la température venant à s'élever de t degrés, le volume du gaz augmentera et deviendra $V(1 + \delta)$, en nommant δ sa dilatation cubique de 0 à t degrés, qui est l'inconnue que l'on cherche. Soit alors V' le nombre des divisions qu'il occupe dans le tube. Comme celui-ci sera dilaté, chacune de ces divisions a réellement une capacité différente de ce qu'elle avait à la température initiale ; et si l'on représente par K la dilatation cubique de la matière du tube pour 1° du thermometre, V' divisions à la température t, vaudront un nombre $V'(1 + Kt)$ des divisions primitives. Ce sera donc là réellement l'expression du nouveau volume du

gaz exprimé en parties des premières divisions, c'est-à-dire que l'on aura

$$V(1+\delta) = V'(1+Kt),$$

d'où l'on tire

$$\delta = \frac{V'-V}{V} + \frac{V'Kt}{V}.$$

Le premier terme $\frac{V'-V}{V}$ est la dilatation cubique pour un volume égal à l'unité, en supposant que le vase ne se dilate point; et le second terme $\frac{V'Kt}{V}$ est la correction qu'il faut faire à ce premier résultat pour avoir égard à la dilatation du vase.

En commençant l'expérience on connaît V; c'est le nombre de divisions occupées par le gaz à la température initiale; ensuite pour d'autres températures l'observation donne V', c'est le nombre de divisions que le gaz occupe à chaque instant. De plus, K est donné par la dilatation des corps solides; ainsi tout est connu dans le second membre de notre équation, et par conséquent, en y mettant pour V, V', K, t leurs valeurs, elle fera connaître la dilatation δ, telle qu'on l'aurait observée dans un vase sur lequel la température ne produirait aucun changement.

Il ne reste plus qu'à connaître la pression à laquelle le gaz est soumis, car nous avons vu que les volumes qu'un même gaz occupe, à une même température, sont réciproquement proportionnels aux pressions qu'on lui fait supporter. Ici, pendant les expériences, le récipient TT, fig. 67, reste constamment ouvert; ainsi, la pression de l'atmosphère agit librement sur la petite colonne de mercure M, contiguë au gaz GG. Si le tube T G était vertical ou incliné à l'horizon, le poids de cette petite colonne M agirait aussi sur le gaz; mais le tube étant horizontal, ce poids est entièrement soutenu par le tube de verre. La petite colonne M n'oppose donc aucune pression, aucune résistance au mouvement du gaz, si ce n'est, peut-être, celle qui résulte de son frottement sur les parois intérieures du

tube de verre ; et cette force est si petite, lorsque la colonne est courte, qu'elle peut être négligée. Alors le poids de l'atmosphère est la seule force qui pèse sur le gaz G G, et on la connaîtra en observant la hauteur du baromètre à l'instant des observations. Si cette pression est constante pendant la durée de l'expérience, les volumes simultanés du gaz et du mercure pourront être immédiatement comparés entre eux ; mais si elle varie, il faudra réduire toutes les observations à une même pression ; ce qui sera facile, d'après la loi de Mariotte.

En effet, soit p, la pression atmosphérique observée au commencement de l'expérience et à la température initiale, lorsque le gaz occupe dans le vase un nombre V de divisions. Supposons que l'on veuille ramener ce volume à ce qu'il aurait été sous la pression constante de $0^m,76$, à laquelle nous rapporterons toutes les observations. Alors, d'après la loi de Mariotte, il faudra réduire le volume V réciproquement aux pressions ; c'est-à-dire qu'au lieu de V, on aura $\frac{V \cdot p}{0,76}$.

De même, si l'on suppose que la pression atmosphérique soit p', lorsque le gaz a pris la température t, et qu'il occupe dans le vase un nombre de divisions exprimé par V' ; ce nombre, sous la pression $0^m,76$, mais à la même température t, deviendrait $\frac{V' \cdot p'}{0,76}$.

Ainsi, pour avoir les dilatations, telles qu'elles seraient si la pression fût restée constante et égale à $0^m,76$, il faut au lieu de V et de V' substituer dans notre formule $\frac{V \cdot p}{0,76}$; $\frac{V' p'}{0,76}$; alors la valeur de δ devient

$$\delta = \frac{p' V' - p V}{p V} + \frac{p' V' K t}{p V}.$$

C'est la formule dont il faut faire usage pour avoir égard à toutes les circonstances des phénomènes. Quand la pression est constante pendant toute la durée de l'expérience, on a $p = p'$, et l'on retombe sur la formule que nous avions trouvée d'abord,

Quand on connaîtra ainsi δ pour un intervalle de t degrés, on recommencera l'expérience, ou on la continuera pour un intervalle $2t$, $3t$....; et en comparant les valeurs de δ entre elles, on saura si la dilatation est uniforme ou variable. Car si elle est uniforme, les dilatations successives seront δ, 2δ, 3δ..., proportionnellement aux différences de température; mais si la dilatation est croissante ou décroissante, cette proportionnalité n'aura plus lieu. En faisant l'expérience de cette manière, avec toutes les précautions que nous avons décrites, en la répétant un grand nombre de fois, soit pour l'air atmosphérique, soit pour les différens gaz, M. Gay-Lussac est parvenu aux résultats suivans.

Tous les gaz permanens, exposés à des températures égales, sous la même pression, se dilatent exactement de la même quantité.

L'étendue de leurs dilatations communes, depuis la température de la glace fondante jusqu'à celle de 100 degrés du thermomètre centésimal, est égale à 0,375 de leur volume primitif à 0°, la pression étant supposée constante.

Entre ces deux limites, la dilatation des gaz est exactement proportionnelle à la dilatation du mercure; d'où il résulte que, pour chaque degré du thermomètre centésimal, et sous une même pression, tous les gaz se dilatent d'une quantité égale à 0,00375 du volume qu'ils occupaient à la température de la glace fondante.

Ces résultats avaient été obtenus presque en même temps par M. Dalton, habile physicien de Manchester; mais le travail de M. Gay-Lussac était achevé en France avant que l'on pût avoir eu connaissance de celui du physicien anglais. M. Dalton trouve la dilatation absolue un peu différente de celle de M. Gay-Lussac. Il la fait égale à 0,372, et il trouve que pour une expansion donnée du mercure, celle de l'air atmosphérique est proportionnellement un peu moindre à mesure que la température est plus élevée. Mais quelle que soit l'habileté de ce savant dans l'art des expériences, nous croyons que le résultat de M. Gay-Lussac peut être regardé comme plus exact encore, tant à cause

des précautions infinies qu'il a prises pour l'obtenir, que parce qu'il s'accorde très-bien avec tous les autres résultats physiques, où l'on a besoin d'employer la valeur de la dilatation absolue des gaz.

Il ne sera pas inutile de remarquer d'ailleurs que le rapport 0,00375 est exactement le même qui avait été déterminé pour l'air atmosphérique par le célèbre astronome Tobie Mayer, qui paraît avoir été aussi habile dans l'art des expériences physiques que dans celui de faire et de combiner les observations célestes.

M. Gay-Lussac a déclaré dans son Mémoire que notre excellent physicien M. Charles avait depuis long-temps reconnu l'égale dilatation des gaz, et l'avait rendue sensible dans un appareil construit pour son riche cabinet; mais il n'avait pas cherché à mesurer, avec exactitude, l'étendue absolue de leurs dilatations. On a sans doute à regretter beaucoup d'autres résultats d'observations et d'expériences, que M. Charles avait seulement destinés pour ses leçons publiques, et qui n'ont point été publiés.

M. Gay-Lussac s'est également assuré que les substances aériformes, produites par la vaporisation des liquides, se dilatent absolument comme les gaz, tant qu'elles ne reprennent point la liquidité. Pour s'en assurer, il a ôté les sels dessiccatifs du récipient T T; il a introduit dans le tube T C des gaz non desséchés, et par conséquent chargés de l'humidité qui peut s'y vaporiser naturellement; humidité que les sels caustiques enlèvent en augmentant de poids. Par ce moyen, l'espace G G s'est trouvé rempli d'un mélange de gaz et de vapeurs aqueuses; et ce mélange, porté successivement à diverses températures plus élevées, s'est dilaté absolument comme aurait fait un égal volume de gaz sec. Mais il ne faudrait pas chercher la même loi en abaissant la température au-dessous du degré où elle se trouvait quand le gaz a été introduit; car nous prouverons plus loin par l'expérience, qu'un même volume de gaz, à une température donnée, ne peut contenir qu'une certaine quantité limitée d'eau en vapeurs, dont il suit que s'il est ainsi saturé de vapeurs aqueuses à un certain degré du thermomètre, et que la tempé-

ratnre vienne à s'abaisser, une partie de cette vapeur se précipitera à l'état liquide. Cette portion, qui se liquéfie, occupant un volume beaucoup moindre, diminuera le volume absolu du gaz, changera sa force élastique, et, par l'effet de cette double cause, fera varier les lois de sa dilatation apparente.

M. Gay-Lussac a également essayé la dilatation de la vapeur de l'éther; il l'a trouvée la même que celle des gaz, ce qui porte à croire que le résultat est général pour toutes les espèces de vapeurs, tant qu'elles restent dans l'état aériforme.

Au moyen des résultats que nous venons d'exposer, on peut résoudre exactement toutes les questions physiques, que l'on peut se proposer sur les volumes d'une même masse de gaz, exposée successivement à diverses pressions et à diverses températures.

CHAPITRE X.

De la dilatation des Liquides par la chaleur.

En étudiant les dilatations des gaz et des corps solides, et les comparant, soit entre elles, soit à celles du mercure, depuis le terme de la glace fondante jusqu'à celui de l'ébullition de l'eau, nous avons vu que toutes ces dilatations suivaient une marche uniforme, c'est-à-dire, que les volumes de ces divers corps, mesurés à divers degrés du thermomètre compris dans cet intervalle, étaient toujours proportionnels entre eux. Cette uniformité n'a plus lieu dans les dilatations des liquides, surtout lorsqu'ils approchent du point de l'ébullition ou de la congélation; et l'analogie porte à penser que des inégalités semblables se montreraient aussi dans les dilatations des corps solides, si on les échauffait jusqu'à les fondre, et dans celles des gaz, si on pouvait les refroidir jusqu'à les liquéfier. Ces curieuses propriétés, qui semblent tenir à la constitution même des corps et à la disposition des particules qui les composent, méritent d'être étudiées avec le plus grand soin.

Pour les liquides on peut y parvenir de diverses manières. La plus simple est celle que nous avons employée pour les gaz. Elle consiste à se servir d'un tube de verre exactement calibré, et terminé par une boule dont la capacité soit considérable par rapport à celle du tube. On mesure cette capacité, en la remplissant de mercure, comme nous l'avons expliqué, page 51, et l'on divise aussi le tube en parties de la même mesure, par le même procédé. Cela fait, on remplit la boule et une partie du tube avec le liquide que l'on veut étudier; on place cet appareil dans un bain liquide, que l'on porte successivement à diverses températures. En observant à chaque fois les divisions du tube auxquelles la colonne s'arrête, on connaît exactement le volume

qu'il occupe, et l'on peut mesurer sa dilatation. En un mot, on a ainsi un véritable thermomètre à liquide.

Mais l'expérience faite de cette manière exige pour être exacte quelques précautions qui la rendent assez difficile. Pour que toutes les parties du liquide contenues dans la boule et le tube, prennent exactement la même température, il faut qu'elles soient à la même hauteur dans le bain d'eau chaude, comme nous l'avons déjà remarqué pour les solides et les gaz. Cela exige que le tube soit couché horizontalement ou à peu près. Il faut de plus avoir égard à la dilatation de l'enveloppe de verre qui contient le liquide.

Le calcul de ces effets est précisément le même que nous avons donné dans le précédent chapitre, en traitant de la dilatation des gaz ; et tous les raisonnemens que nous avons faits alors sont applicables ici. Soit δ la dilatation cubique du liquide, pour l'intervalle des températures qu'on lui fait parcourir. Nommons V le nombre de divisions qu'il occupait dans le vase à la température initiale, V′ celui qu'il y occupe à la température t, élevée de t degrés au-dessus de la premiere ; enfin, désignons toujours par K la dilatation cubique de la matière dont le vase est formé, δ sera donné par l'équation

$$V(1+\delta) = V'(1+Kt),$$

d'où l'on tire

$$\delta = \frac{V'-V}{V} + \frac{V'Kt}{V}.$$

Le premier terme exprime la dilatation cubique du liquide pour un volume égal à l'unité, en supposant que le vase ne se dilate point, et le second terme exprime la correction qu'il faut faire à ce premier résultat pour avoir égard à la dilatation du vase. V est connu au commencement de l'expérience ; c'est le nombre de divisions, que le liquide occupe, à la température initiale ; ensuite, pour d'autres températures, l'observation donne V′, c'est le nombre de divisions que le liquide occupe à chaque instant ; enfin, K est donné par la dilatation des corps solides : tout est donc connu dans le second nombre de notre formule, et par conséquent, en y mettant pour V, V′ K, t leurs valeurs, elle

donnera la dilatation δ, telle qu'on l'aurait observée dans un vase sur lequel la température ne produirait aucun changement.

Quand on connaîtra ainsi δ pour un intervalle de t degrés, on recommencera l'expérience pour un intervalle $2t$, $3t$; et en comparant les diverses valeurs de δ entre elles, on saura si la dilatation du liquide, comparée à celle du mercure, est uniforme ou variable; car si elle est uniforme, les dilatations successives seront δ, 2δ, 3δ proportionnellement aux différences de températures; mais si la dilatation est croissante ou décroissante, cette proportionnalité n'aura plus lieu.

Les précautions que nous venons d'indiquer sont faciles; mais elles ne suffisent pas encore. Nous savons que tous les liquides bouillent à une certaine température; mais ce qui est moins évident, et ce que nous prouverons également par l'expérience, c'est que tous forment des vapeurs dans une atmosphère libre, à tous les degrés de température; et ils en forment d'autant plus que la température est plus élevée. De là, il résulte que si le tube de l'appareil reste ouvert, une partie du liquide se vaporisera pendant l'expérience, et cette évaporation prolongée diminuera d'autant la masse sur laquelle on aura opéré. Pour remédier à cet inconvénient, il n'y a qu'à fermer hermétiquement le tube à la lampe d'émailleur, après y avoir introduit le liquide que l'on veut observer; mais avant de faire cette opération, il faut faire bouillir plusieurs fois le liquide dans l'appareil même, pour chasser tout l'air qu'il peut contenir; car cet air, en se dilatant par la chaleur autrement que le liquide, augmenterait la dilatation d'une façon irrégulière; et il la troublerait encore d'une autre manière, en se dégageant peu à peu quand sa force de ressort, augmentée par la chaleur, serait devenue assez puissante pour soulever la colonne de liquide qui se trouverait au-dessus de lui.

Ce dégagement de l'air combiné que les liquides contiennent, ne se fait pas facilement, même dans le vide; il arrive d'ordinaire qu'il ne s'opère complètement qu'après un temps considérable. C'est ce que prouvent plusieurs observations de Deluc. Ce physicien ayant fait un thermomètre d'huile, en scella le tube à une

température assez élevée pour que le liquide le remplît presque entièrement : ensuite il régla ce thermomètre dans les deux températures fixes de la glace fondante et de l'eau bouillante. L'huile qui s'y trouvait renfermée était parfaitement limpide, et ne contenait pas du tout de bulles d'air visibles. Un mois après, Deluc ayant fait de nouveau usage de ce thermomètre, remarqua que ses indications n'étaient plus les mêmes que dans les premiers jours qu'il s'en était servi ; il le vérifia de nouveau en le remettant dans la glace fondante, et trouva, avec surprise, qu'il s'y tenait d'un degré plus haut que la première fois ; mais quelques jours après il aperçut une bulle d'air engagée à l'orifice de la boule, et qui avait soulevé la liqueur de plus d'un degré. Cette bulle augmenta continuellement de volume pendant huit jours, et parvint à occuper un espace de 15° de Réaumur. Alors Deluc voulut voir si, en faisant échapper cette bulle dans le haut du tube, l'huile reprendrait son premier volume. Il fit donc redescendre la colonne liquide dans la boule par la rotation, et remit le thermomètre à la glace fondante ; il s'y tint à $\frac{1}{4}$ de degré *au-dessous* du point où il s'était fixé dans les dernières expériences, et par conséquent à $\frac{1}{4}$ de degré seulement au-dessus du point où il était descendu dans les premières, selon lesquelles le zéro avait été fixé.

Long-temps après cette épreuve, Deluc mit le même thermomètre dans un mélange réfrigérant, formé de glace et de muriate de soude. L'huile se retira totalement dans la boule et s'y figea. Quand la température vint de nouveau à s'élever, l'huile, en remontant dans le tube, laissa à l'entrée de la boule une petite bulle d'air, dont le volume augmentant de jour en jour, finit, au bout d'un mois, par occuper dans le tube une longueur de 25° R. Deluc fit redescendre encore une fois la colonne liquide et remit le thermomètre à la glace fondante. Il s'y tint à $\frac{1}{4}$ de degré plus haut que lorsque le zéro avait été réglé. Il observa des phénomènes semblables avec un autre thermomètre fait de la même liqueur. Il remarqua aussi que le dégagement de l'air était progressif dans les thermomètres faits avec l'alcool, et qu'il fallait également plusieurs jours pour qu'ils se purgeas-

sent d'air, même quand le haut du tube était vide; ce qui exige qu'on les scelle à deux reprises différentes, si l'on veut les priver de cet air : savoir; une première fois pour déterminer son dégagement du liquide, et une seconde fois pour le chasser du tube, en faisant dilater le liquide par la chaleur.

Il y a dans ces phénomènes une circonstance qui mérite surtout d'être remarquée; c'est l'augmentation progressive et considérable du volume d'une même bulle d'air. Cela prouve que cet air, à mesure qu'il se dégage du liquide pour se réunir à la première bulle, acquiert une force de ressort qu'il n'avait pas auparavant. Il était donc alors chimiquement combiné avec le liquide, et sa force élastique était surmontée par l'affinité; mais lorsqu'il s'est trouvé enfermé dans le vide, et par conséquent déchargé de la pression de l'atmosphère, son élasticité naturelle paraît être devenue la plus forte, et l'avoir peu à peu dégagé des liens qui le retenaient.

Deluc suppose que cette restitution de ressort devient même sensible aussitôt que le liquide est dans le vide; car, dit-il, dès que le tube est scellé, et que la liqueur s'y est condensée par le refroidissement, si l'on casse subitement le bout du tube, pour rétablir la pression de l'atmosphère, on voit aussitôt la colonne liquide s'abaisser d'une quantité plus ou moins considérable, suivant la nature du liquide et l'état où on l'a amené. Si Deluc a bien constaté que l'abaissement dans la même enveloppe est réellement différent pour les diverses substances, on ne saurait douter que la conséquence qu'il déduit de cette expérience est exacte; mais cela demanderait à être bien constaté. Car si cette inégalité n'avait pas lieu, on pourrait attribuer l'abaissement de la colonne à une augmentation de capacité de la boule, produite par la pression de l'air extérieur qui, en rentrant dans le tube, presse la boule de dedans en dehors par le moyen du liquide : c'est un point qui mériterait d'être examiné.

Deluc a fait avec ses thermomètres un grand nombre d'expériences très-exactes sur les dilatations des liquides (1). Il em-

(1) Recherches sur les modifications de l'atmosphère, tome 1.

ployait toujours des liquides purgés d'air, et cette préparation leur donnait la faculté de supporter, sans bouillir, des températures bien supérieures à celles de leur ébullition. C'est ainsi, par exemple, que l'alcool très-rectifié, qui bout à l'air libre à une température d'environ 81° cent. ou 65° R, étant purgé d'air et enfermé dans le vide, soutient, sans bouillir, la température de 100°, en continuant de s'échauffer et de se dilater par la chaleur. Nous connaîtrons la cause de ce phénomène quand nous aurons établi la théorie de la formation des vapeurs dans le vide et dans les gaz; pour le moment recevons-le comme un fait. Les observations de Deluc, faites par cette méthode, sont contenues dans le tableau suivant; elles sont exprimées, comme il les a faites, en degrés de Réaumur. Pour former ces degrés, il plongeait tour à tour chaque thermomètre dans la glace fondante et dans l'eau bouillante. Il marquait sur chaque tube les points où s'arrêtait le liquide dans ces deux cas, et il divisait l'intervalle en 80 parties égales, Il avait soin de n'employer que des tubes dont le diamètre intérieur était cylindrique, ce qu'il reconnaissait par l'expérience indiquée pag. 51. Voici maintenant la comparaison des degrés marqués par ces divers thermomètres, à une même température.

Mercure.	Huile d'olive.	Huile essentielle de camomille.	Huile essentielle de serpolet.	Eau saturée de muriate de soude.	Alcool très-rectifié.	1 partie d'alcool et 1 partie d'eau.	1 partie d'alcool et 3 parties d'eau.	Eau.
80	80,0	80,0	80,0	80,0	80,0	80,0	80,0	80,0
75	74,6	74,7	74,3	74,1	73,8	73,2	71,6	71,0
70	69,4	69,5	68,8	68,4	67,8	66,2	62,9	62,0
65	64,4	64,3	63,5	62,6	61,9	60,6	55,2	53,5
60	59,3	59,1	58,3	57,1	56,2	54,8	47,7	45,8
55	54,2	53,9	53,3	51,7	50,7	49,1	40,6	38,5
50	49,2	48,8	48,3	46,6	45,3	43,6	34,4	32,0
45	44,0	43,6	43,4	41,2	40,2	38,4	28,4	26,1
40	39,2	38,6	38,4	36,3	35,1	33,3	23,0	20,5
35	34,2	33,6	33,5	31,3	30,3	28,4	18,0	15,9
30	29,3	28,7	28,6	26,5	25,6	23,9	13,5	11,2
25	24,3	23,8	23,8	21,9	21,0	19,4	9,4	7,3
20	19,3	18,9	19,0	17,3	16,5	15,3	6,1	4,1
15	14,4	14,1	14,2	12,8	12,2	11,1	3,4	1,6
10	9,5	9,3	9,4	8,4	7,9	7,1	1,5	0,2
5	4,7	4,6	4,7	4,2	3,9	3,4	0,1	—0,4
0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
— 5				—4,1	—3,9			
—10				—8,0	—7,7			

Deluc n'ayant pas donné les capacités des boules et des tubes de ses différens thermomètres, ses expériences ne nous font pas connaître les dilatations absolues des liquides qu'il a employés. On les déterminerait sans doute par cette méthode, en opérant avec des tubes gradués; mais s'il est aisé de graduer un tube de thermomètre en parties de capacités égales, il l'est beaucoup moins de trouver exactement le rapport de ces capacités à celle de la boule, surtout si le diamètre du tube est fort petit. Je vais donc faire connaître une méthode imaginée par M. Gay-Lussac, et qui me paraît préférable pour déterminer les quantités absolues de la dilatation, entre des limites déterminées.

Pour cela, servons-nous encore d'une boule de verre terminée par un tube gradué, mais non capillaire, et supposons

que le tout soit divisé en parties d'égal volume, et d'un volume connu. Recourbons à la lampe l'extrémité du tube, à angle droit sur sa longueur, et tirons-la en un bec très-fin, en prenant soin de mesurer la petite quantité dont cette opération altère la dernière division. Alors amenons l'appareil à la température la plus basse de celles auxquelles nous voulons le soumettre, et remplissons-le entièrement avec le liquide que nous voulons observer ; puis, plaçons-le dans le bain destiné à l'échauffer, en prenant soin de diriger la pointe recourbée, en haut, vers la surface. Alors, à mesure que la température du bain s'élevera, le liquide intérieur dilaté par la chaleur qu'il éprouve, sortira continuellement par l'extrémité ouverte du tube. Si donc on veut observer le volume qui en reste à une température donnée, il suffira de sortir doucement l'appareil du bain où il était plongé, et de le remettre à la température initiale. On verra alors à combien de divisions son volume s'est réduit; et en répétant successivement cette opération à diverses températures de plus en plus élevées, on connaîtra pour chacune de ces températures la quantité exacte de liquide qui est restée dans l'appareil. On connaîtra par conséquent les dilatations successives que ce liquide a éprouvées.

Dans ce cas, il faut toujours avoir égard à la dilatation du vase, ce qui se fera de la manière suivante. Supposons que V soit la capacité totale de ce vase, mesurée à la température initiale. Pour toute autre température élevée de t degrés au-dessus de la première, cette capacité sera différente, et son expression générale deviendra $V(1+Kt)$, K étant la dilatation cubique de la matière dont le vase est formé. Supposons maintenant que le liquide, après avoir rempli cette capacité toute entière à la température t, se réduise à n'occuper plus que X divisions, quand on le ramène à la température initiale; alors en représentant par δ la dilatation que la masse restante a subie, depuis la température initiale jusqu'à la température t, il est clair que son volume à cette dernière était exprimé par $X(1+\delta)$,

et puisqu'il remplissait alors toute la capacité du vase, on doit avoir

$$X(1+\delta)=V(1+Kt),$$

ce qui donne

$$\delta=\frac{V-X}{X}+\frac{VKt}{X}.$$

Le premier terme exprime la dilatation du liquide, sans égard à la dilatation du vase, ou telle qu'on la déduirait immédiatement de la différence des nombres V et X; le second terme exprime la correction qu'il faut faire à ce premier résultat, pour avoir égard à la dilatation du vase, c'est-à-dire pour en corriger l'effet. Tout est connu dans le second membre de cette formule, lorsque l'on a mesuré le volume initial V, et que l'on a observé le nombre X de divisions auxquelles se réduit le liquide quand on le ramène à la température initiale; ainsi, on pourra en déduire la dilatation δ, telle qu'on l'aurait observée dans un vase dont le volume ne changerait point, par l'effet de la température.

Au lieu de mesurer par des divisions tracées sur le vase la quantité totale de liquide qui y reste à chaque température, on peut la déterminer par la balance. Il faut alors prendre un petit matras sphérique ou un flacon de verre, fig. 66, dont le col soit très-étroit, et usé à l'émeri sur les bords, pour qu'on puisse exactement le fermer avec une glace dépolie. On commence par peser exactement le matras et la glace; ensuite, si le liquide que l'on veut soumettre à l'expérience est de l'eau ou quelque autre substance commune, on en porte une certaine quantité à la température que l'on a choisie; on y place aussi d'avance le matras et la glace qui doit le couvrir. Lorsque tout est arrivé à une température fixe, on ferme le matras avec la glace; on l'enlève, on sèche bien exactement sa surface extérieure, et on le pèse. Alors en retranchant de son poids celui de l'enveloppe, qui est connu d'avance, on détermine le poids du liquide qui est resté dans le matras. Si ce liquide n'était pas assez commun pour qu'on en pût employer ainsi une grande quantité, ou si ses vapeurs étaient

nuisibles, on l'introduirait d'abord dans le matras que l'on tiendrait constamment fermé; et quand il serait placé dans le bain liquide destiné à élever sa température, on acheverait de le remplir en totalité. Mais alors il faudrait qu'il restât long-temps dans ce bain pour être bien sûr qu'il a exactement pris la température qu'on a voulu lui communiquer. Pour calculer la dilatation du liquide, d'après ce genre d'expérience, nommons V le volume du matras à la température initiale, et supposons qu'à cette même température étant rempli du liquide sur lequel on opère, il en contienne un poids absolu P, que l'on peut déterminer avec la balance, en ayant égard, comme nous le verrons tout-à-l'heure, au poids du volume d'air déplacé. Alors en portant l'appareil à une température élevée de t degrés au-dessus de la première, la quantité de liquide qu'il pourra contenir changera. Supposons que cette quantité, déterminée par la balance, se trouve avoir un poids P'. Pour savoir le volume qu'elle aurait occupé à la température initiale, il suffit de faire la proportion

$$P : P' :: V : \frac{VP'}{P}.$$

C'est donc là le volume qui, en se dilatant ou se condensant, a occupé toute la capacité du vase. Or, en nommant δ sa dilatation cubique entre les températures où l'on a opéré, ce volume a dû se changer en

$$\frac{VP'}{P}(1+\delta).$$

La capacité du vase, qui était d'abord V, s'est aussi changée et est devenue

$$V(1+Kt).$$

K étant la dilatation cubique de la matière qui le compose. Puisque, dans ces nouvelles circonstances, le liquide remplit tout le vase, ces deux quantités doivent être égales, c'est-à-dire, que l'on doit avoir

$$\frac{VP'}{P}(1+\delta) = V(1+Kt).$$

Les deux membres étant divisibles par V, cette quantité disparaît et l'on tire

$$\delta = \frac{P - P'}{P'} + \frac{PKt}{P'}.$$

C'est la valeur de la dilatation δ du liquide. Cette formule est tout-à-fait analogue à celle de la méthode précédente ; seulement les nombres de divisions V et X sont remplacés par les poids correspondans du liquide, ce qui ne change rien au résultat, puisque la formule ne contient que leurs rapports, et qu'à des températures égales ces poids sont entre eux comme les volumes.

On verra dans le chapitre suivant, une suite de dilatations absolues déterminées de cette manière, par MM. Gilpins et Blagden, pour l'eau et l'alcool, depuis la température de la glace fondante jusqu'à 37°,778 du thermomètre centésimal.

Enfin, on peut encore mesurer la dilatation des liquides par un autre moyen, qui repose sur un principe d'hydrostatique. On sait qu'un corps pesant, plongé dans un fluide, y perd une partie de son poids égale à celui du volume de fluide qu'il déplace. Supposons que l'on prenne un parallélipipède de métal, de platine, par exemple, et qu'après l'avoir attaché à un crin très-fin, on le pèse dans l'air sous une pression et une température déterminées : il y perdra une partie de son poids égale au volume d'air qu'il déplace : cette perte sera très-petite, parce que l'air est beaucoup moins lourd que le platine à volume égal : on pourrait donc la négliger dans une première approximation, et supposer que le poids du corps ainsi trouvé est le même qu'il aurait eu si on l'avait pesé dans le vide. Mais on peut encore tenir compte de cette petite correction, comme nous le verrons par la suite ; car nous trouverons qu'un volume d'air ne pèse que la 800e partie du même volume d'eau pris à la température de 10 degrés ; et comme le poids de l'eau n'est que la 20e partie environ de celui du platine à volume égal, il s'ensuit que le poids de l'air est à celui du platine, comme 1 à 1600. Ainsi le parallélipipède de platine étant pesé dans l'air,

ne perdra qu'un seize-centième de son poids; par conséquent, si on augmente dans cette proportion le résultat observé, on aura exactement le poids qu'on aurait trouvé si on eût pesé dans le vide. Ici nous ne tenons pas compte des changemens accidentels des pressions et des températures qui, dans l'état ordinaire de l'atmosphère, seraient insensibles sur de si petites fractions.

Maintenant le parallélipipède de platine restant toujours suspendu au même crin que dans l'expérience précédente, supposons qu'on le pèse dans l'eau, il y perdra une partie de son poids, environ 800 fois plus considérable, puisque l'eau est à peu près 800 fois plus pesante que l'air; cette perte sera constamment égale au poids du volume d'eau que le parallélipipède déplace; par conséquent si l'on répète cette expérience à des températures diverses, la perte de poids sera différente, puisque le même volume d'eau a plus ou moins de masse selon les températures, et de là, on pourra déduire les variations de son volume, en ayant toutefois égard aux dilatations propres du corps solide que l'on y a plongé.

Soit V le volume de ce corps à la température initiale, P sa perte de poids dans le liquide à cette température : c'est le poids du volume V de liquide. Supposons que la température s'élève de t degrés, et qu'alors la perte de poids du corps devienne P'; ce sera encore le poids d'un volume de liquide égal à celui du corps. Mais ce dernier a changé, car si la dilatation cubique de sa substance est K, son volume V a dû devenir $V(1 + Kt)$; c'est donc ce volume de liquide qui se trouve alors avoir pour poids P'. Par conséquent l'unité de poids occupe alors un volume égal à

$$\frac{V(1 + Kt)}{P'};$$

et la masse primitive, dont le poids était P, occupe un volume égal à

$$\frac{VP(1 + Kt)}{P'}.$$

Mais d'un autre côté ce même volume ainsi changé a encore

pour expression $V(1+\delta)$, en désignant toujours par δ la dilatation cubique du liquide entre les températures que l'on considère; on aura donc l'équation

$$V(1+\delta)=\frac{VP(1+Kt)}{P'};$$

ou, en divisant les deux nombres par V, et tirant la valeur de δ,

$$\delta=\frac{P-P'}{P'}+\frac{PKt}{P'};$$

formule analogue à celle que nous avons trouvée tout-à-l'heure, en supposant que l'on pèse un même vase plein du liquide à diverses températures. En effet, le corps solide, plongé dans l'eau, peut être ici considéré comme un vase d'une capacité connue, et le poids du liquide contenu dans le vase à chaque température, est égal à la perte de poids du corps quand on le pèse dans le liquide.

De tous les liquides connus, l'eau est celui dont on a le plus étudié les dilatations. En lui appliquant successivement les diverses méthodes que nous venons d'exposer, on arrive également à ce résultat remarquable, savoir que l'eau en se refroidissant ne se contracte pas d'une manière constante. Sa contraction diminue pour chaque degré à mesure que la température descend vers le terme de 4 degrés du thermomètre centésimal. Au-delà de cette limite, si la température baisse davantage, le volume de l'eau reste quelque temps constant, après quoi il se dilate au lieu de se contracter. Il y a donc un point auquel le volume de l'eau est plus petit qu'à toute autre température; c'est alors que sa *densité* est la plus grande, c'est-à-dire qu'elle a le plus de masse sous le même volume.

Suivant des expériences très-exactes faites par M. Lefèvre-Gineau, en pesant avec beaucoup de soin dans l'eau distillée un même cylindre de cuivre à diverses températures, ce maximum de densité se trouverait à $+4^{\circ},4$ du thermomètre centésimal.

Selon les expériences de MM. Blagden et Gilpins, citées plus

haut, le maximum de condensation se trouverait à + 3°,89. La différence de ce résultat au précédent paraîtra peu considérable si l'on considère que le volume de l'eau se trouvant alors à son maximum, reste pendant quelque temps le même autour de ce point sans se dilater ni se contracter sensiblement, ce qui fait que le nombre précis de degrés qui répond au minimum ne peut pas être fixé avec la dernière exactitude.

Selon M. Thompson, les observations de MM. Blagden et Gilpins, comparées entre elles très-près du maximum de condensation, indiquent pour la dilatation la marche suivante.

Vrais volumes d'une même masse d'eau.	Température en degrés centésimaux.	
1,00000	3°,89	3°,89
1,00000	3, 33	4, 44
1,00001	2, 77	5, 00
1,00002	2, 12	5, 55
1,00004	1, 66	6, 11
1,00006	1, 11	6, 66
1,00008	0, 55	7, 22
1,00012	0, 00	7, 77

On voit par ce tableau qu'en partant du maximum de condensation la variation d'un même nombre de degrés en augmentation ou en diminution de température produit la même altération dans le volume de l'eau; en sorte que ce volume à 0, par exemple, est le même qu'à + 7°,77, parce que 0 est autant au-dessous de 3°,89 que 7°,77 est au-dessus. Ce résultat est commun à tous les liquides qui ont un maximum de condensation, mais il n'a lieu qu'à des températures peu distantes de ce point.

Nous verrons bientôt que la température du maximum de condensation peut encore se déterminer directement, et avec la plus grande exactitude, par un moyen tout-à-fait indépendant de la dilatation des vases, et qui repose uniquement sur ce que, dans une masse d'eau dont les diverses couches sont à des températures inégales, les molécules qui se trouvent au maximum de condensation tombent au fond du liquide, comme plus pesantes que les autres. Deux habiles ob-

servateurs, M. Tralles en Prusse, et Hope en Angleterre, qui ont également indiqué ce moyen dès l'année 1804, ont ainsi trouvé la température de ce maximum, le premier à 4°,00, le second à 4°,35 de l'échelle centésimale. Rumford, par des expériences semblables, l'a portée un peu au-dessous de 4°,44; en sorte qu'il ne peut rester aucun doute sur la réalité de ce singulier phénomène. Nous chercherons dans un des chapitres suivans quelle en peut être la cause.

Le point du maximum de condensation de l'eau est celui que les savans français ont adopté pour établir l'unité de poids dans le système des mesures métriques; cette unité de poids, que l'on nomme *gramme*, est égale au poids d'un centimètre cube d'eau distillée prise à la température du maximum de condensation.

Il suit de là que si l'on connaît le nombre de centimètres cubes que contient le volume d'un vase, on saura, par cela même, le nombre de grammes d'eau qu'il contiendrait à la température du maximum de condensation; ou, réciproquement, si l'on détermine, par la balance, le poids de l'eau contenue dans le vase à cette même température, on aura tout de suite son volume en comptant chaque gramme pour un centimètre cube. Il n'est pas même nécessaire que la pesée soit faite précisément à la température du maximum de condensation; car nous déterminerons dans le chapitre suivant la loi générale selon laquelle le volume de l'eau varie entre les températures 0 et 100°; et, d'après cette loi, il sera facile de réduire une pesée faite entre ces limites à ce qu'elle serait à la température du maximum de condensation. En effet, supposons que le poids absolu de l'eau contenue dans le vase soit égal à P', P' étant un nombre de grammes, et la température étant t; cela veut dire qu'un nombre P' de centimètres cubes d'eau pris à la température du maximum de condensation, étant portés à la température t, remplissent le vase proposé. Si δ est la dilatation de l'eau depuis ce maximum jusqu'à t, le volume du vase en centimètres cubes, à cette même température, sera $P'(1+\delta)$. Mais le vase lui-même est dilatable. Soit X son volume in-

connu à 0°; et K la dilatation cubique de la matière qui le compose. Son volume à t degrés sera $X(1+Kt)$, on aura donc

$$X(1+Kt)=P'(1+\delta),$$

d'où l'on tire

$$X=\frac{P'(1+\delta)}{1+Kt}.$$

Lorsque P′ sera connu, cette formule donnera le vrai volume X du vase en centimètres cubes pour la température de 0°. Pour avoir P′, on pèse d'abord le vase plein d'air et ouvert; ensuite on le pèse plein d'eau; nommons P la différence des poids observés. Ce sera le poids de l'eau qu'il contient à la température t, moins celui du volume d'air dont cette eau a pris la place; soit donc α le rapport du poids de l'air à celui de l'eau, à volume égal, dans les circonstances de pression et de température où l'on opère; rapport que nous déterminerons dans peu par l'expérience. On aura alors

$$P'(1-\alpha)=P, \quad \text{d'où} \quad P'=\frac{P}{1-\alpha};$$

et substituant cette valeur dans notre formule, l'expression exacte du volume du vase devient

$$X=\frac{P(1+\delta)}{(1-\alpha)(1+Kt)}.$$

Le second membre, ne contenant plus que des quantités données par l'observation, pourra se réduire en nombres. On rendra le calcul de cette formule plus exact et plus facile, en remarquant que α, δ et Kt sont toujours des fractions très-petites dans les circonstances où se font naturellement ces expériences; d'où il résulte que X différera très-peu de P. Par conséquent, il sera avantageux d'isoler d'abord cette portion principale de la valeur de X, ce qui se fera en la mettant sous la forme

$$X=P+P\delta+\frac{P(1+\delta)}{(1-\alpha)}\frac{(\alpha-Kt+\alpha Kt)}{(1+Kt)}.$$

Alors le calcul ne porte plus que sur les petites corrections qu'il faut faire au poids observé P pour avoir X.

En étudiant les dilatations des autres liquides, différens de l'eau, on y découvre aussi des singularités analogues, lorsqu'on les observe près des points de la congélation et de leur ébullition. Il y a des substances qui se dilatent en se gelant comme l'eau; tels sont le fer fondu, le bismuth, l'antimoine et le soufre. D'autres, au contraire, se contractent lorsqu'elles se gèlent, et le mercure est dans ce cas; sa contraction est même très-considérable. Comme ce fait est d'une grande importance par les limitations qu'il met à l'échelle de notre thermomètre, et aussi par les idées qu'il nous donne sur l'arrangement des molécules des corps, je vais entrer à ce sujet dans quelques détails.

On a vu souvent en Russie et en Laponie le froid devenir assez rigoureux pour geler le mercure dans les thermomètres. Les physiciens, qui les premiers observèrent ce phénomène, virent, avec étonnement, le mercure devenu solide éprouver un abaissement extraordinaire, et souvent se précipiter tout entier dans la boule de l'instrument. Ils en conclurent que le froid, capable de produire cet effet, devait être énorme, et répondre au moins à 320 degrés de l'échelle centésimale au-dessous de la glace fondante. Mais cette évaluation supposait que la contraction du mercure, même dans ces basses températures, était encore uniforme, et suivait la même marche qu'entre la glace fondante et l'eau bouillante. Cependant divers phénomènes semblaient déposer contre la réalité de ce froid excessif. On avait vu quelquefois le mercure des thermomètres se tenir à 39 degrés au-dessous de zéro, lorsqu'il était sur le point de se geler, et sa grande contraction se produisait tout à coup lorsqu'il devenait solide. Entre ces deux instans, la sensation de froid éprouvé par les corps organisés, n'était pas sensiblement différente; et quoique ce jugement, fondé sur le témoignage des sens, pût n'être pas tout-à-fait exact, l'erreur qu'on pouvait raisonnablement lui attribuer, n'était dans aucune proportion avec l'énorme degré de froid que la contraction subite du mercure annonçait.

Cependant, on n'avait encore à cet égard que des soupçons, lorsque M. Hutchins leva toutes les incertitudes par une très-

belle suite d'expériences faites à la baie de Hudson, d'après les instructions de M. Cavendish, et avec des instrumens que ce savant avait lui-même envoyés. L'appareil, représenté, fig. 69, consistait en un vase cylindrique de verre que l'on remplissait en partie de mercure, et dans lequel plongeait la boule d'un thermomètre à mercure, qui ne touchait point les parois intérieures du cylindre. On mettait le tout dans un mélange réfrigérant, formé de neige et d'acide nitrique, et l'on notait la hauteur du thermomètre intérieur, à mesure que le mercure, qui environnait sa boule, se refroidissait. On observa qu'il descendait ainsi jusqu'à 39° centigrades au-dessous de la congélation de l'eau, et qu'arrivé à ce terme, il restait stationnaire. Alors, en retirant l'appareil du mélange où il était plongé, on voyait que le mercure contenu dans le cylindre, était gelé en partie. Cette observation faite, si l'on remettait l'appareil dans le mélange réfrigérant, le thermomètre restait encore stationnaire au même degré, jusqu'à ce que le mercure, contenu dans le cylindre, fût gelé en totalité; mais en prolongeant davantage l'expérience, la congélation gagnait aussi le mercure du thermomètre, et celui-ci, en devenant solide, se contractait subitement, jusqu'à descendre à près de 300 degrés au-dessous de 0. Ce mercure, ainsi gelé, avait tous les caractères d'un véritable métal solide; il s'étendait sous le marteau, et ressemblait tout-à-fait à de l'argent de vaisselle qui a long-temps servi.

La constance du thermomètre, pendant que le mercure du cylindre n'est encore gelé qu'en partie, s'accorde avec la loi générale que nous avons déjà observée sur l'invariabilité de température des corps qui se fondent. Un thermomètre, plongé dans un bain d'étain ou de plomb fondant, y présente la même constance, comme nous l'avons déjà annoncé. On peut donc, par ce caractère, juger que le degré de congélation du mercure était bien réellement celui que le thermomètre indiquait à l'époque où il restait fixe, et que la grande contraction du mercure, au-dessous de ce terme, était un effet instantané de sa solidification.

Cependant, on pourrait croire avec quelque vraisemblance

que ce degré était un peu au-dessus de celui que le thermomètre à mercure indiquait; car, puisque ce métal éprouve une si grande contraction en devenant solide, il est assez probable qu'il participe déjà à cette propriété avant de parvenir à son point de congélation. C'est ainsi, par exemple que l'eau, qui se dilate en devenant solide, commence à se dilater un peu avant le terme de sa congélation. Si, donc, un effet analogue avait lieu pour le mercure vers les derniers termes de sa liquidité, il arriverait que, pour des changemens égaux de température, il se contracterait plus qu'il ne faisait entre les termes de la glace fondante et de l'eau bouillante; ou, ce qui revient au même, si on comparait sa marche avec celle d'un thermomètre métallique, on trouverait que ce dernier serait d'accord avec le thermomètre à mercure, depuis le terme de l'eau bouillante jusqu'à celui de la glace fondante, et même dans une certaine étendue au-dessous de ce point; mais en approchant de 39 degrés au-dessous de 0, le thermomètre métallique, dont nous supposons la marche constamment uniforme, différerait du thermomètre à mercure; le premier indiquerait une température un peu plus haute que le second. Malheureusement, on n'a point fait cette épreuve dans les expériences de la baie de Hudson.

Les phénomènes que nous venons de considérer, peuvent nous donner quelques indications sur l'arrangement que les particules des corps prennent en passant de l'état liquide à l'état solide ou à l'état aériforme, et par suite, sur les conditions physiques qui constituent ces états divers. Mais pour pouvoir nous livrer à ces considérations, il faut d'abord réduire les phénomènes de l'expansion des liquides à des lois générales qui permettent de les embrasser dans leur ensemble. C'est ce que je vais faire dans le chapitre suivant.

CHAPITRE XI.

Lois de la dilatation des Liquides à toutes les températures.

La connaissance de la dilatation des liquides est nécessaire dans une infinité de recherches de chimie et de physique. On a besoin des dilatations de l'eau pour réduire les pesanteurs des corps, observées dans ce liquide, à des termes comparables; on a besoin de celles de l'alcool pour déterminer son poids sous le même volume à diverses températures, ou pour observer les thermomètres dans lesquels cette substance est employée. Enfin, si l'on cherche théoriquement à comparer la dilatabilité des différens liquides entre eux, et à lier leur marche plus ou moins rapide avec leur tendance plus ou moins prochaine à l'ébullition et à la solidification, on ne peut le faire généralement, ni même se former sur ce point des idées précises avant d'avoir exprimé les dilatations par des formules générales qui les représentent à toutes les températures, et qui mettent en évidence les particularités propres à chacun des liquides que l'on veut étudier.

Tel est l'objet que je me suis proposé dans ce chapitre. Je ferai voir que, pour tous les liquides dont les dilatations ont été jusqu'à présent observées, la marche générale de cette dilatation peut être représentée à toute température par une expression de cette forme,

$$\delta_t = at + bt^2 + ct^3,$$

dans laquelle t désigne la température en degrés du thermomètre à mercure, et $a\,b\,c$ des coefficiens constans qui dépendent de la nature du liquide. Je suppose ici que δ_t est la dilatation vraie, pour l'unité de volume, comptée depuis la température de la glace fondante; mais il est facile d'en conclure que la dilatation apparente suit des lois pareilles. Car en représentant par Δ_t cette dernière, et désignant par K la dilatation cubique

de la matière du vase dans lequel on observe le liquide, c'est-à-dire le triple de sa dilatation linéaire, on a en général

$$\Delta_t = \delta_t - K t ;$$

du moins en négligeant le carré du coefficient K, et le produit $K \delta_t$, ce qui est presque toujours permis, parce que la dilatation des solides et des liquides est fort petite, dans les limites de températures qu'on leur fait ordinairement éprouver.

Pour démontrer cette approximation, supposons qu'au commencement de l'expérience, où t est nul, le liquide occupe un nombre de divisions V dans le vase où on l'observe; et qu'à t degrés il en occupe un autre nombre X. Ce sera là le volume *apparent* du liquide; mais dans la réalité le nombre X répond à une capacité plus grande que quand t était nul; et si K est la dilatation cubique de la matière du vase, le volume vrai sera $X\left(1 + Kt + \frac{K^2 t^2}{3}\right)$, en poussant l'approximation jusqu'au carré de K. Or par supposition ce volume est égal à $V(1 + \delta_t)$, puisque δ_t est la dilatation vraie pour l'unité de volume, on aura donc l'égalité

$$X\left(1 + Kt + \frac{K^2 t^2}{3}\right) = V(1 + \delta_t).$$

ce qui donne

$$X = \frac{V(1 + \delta_t)}{1 + Kt + \frac{K^2 t^2}{3}} = V + \frac{V\left(\delta_t - Kt - \frac{K^2 t^2}{3}\right)}{1 + Kt + \frac{K^2 t^2}{3}}.$$

Le premier terme de cette expression est le volume primitif à 0°, le second est la dilatation apparente $V\Delta_t$, pour le volume primitif V. On a donc pour l'unité de volume

$$\Delta_t = \frac{\delta_t - Kt - \frac{K^2 t^2}{3}}{1 + Kt + \frac{K^2 t^2}{3}}.$$

Le terme affecté de $\frac{K^2}{3}$ est absolument insensible dans les observations les plus exactes de la dilatation des liquides, faites dans

des vaisseaux de verre, entre les températures de — 15° et + 100°. En négligeant ce terme, on a simplement

$$\Delta_t = \frac{\delta_t - Kt}{1 + Kt};$$

valeur qui, en négligeant le carré de K et le produit de K par δ_t, se réduit à

$$\Delta_t = \delta_t - Kt,$$

comme nous l'avons supposé plus haut.

Maintenant, pour établir la loi précédente, et déterminer les coefficiens *a b c*, relativement à divers liquides, je m'appuierai sur les expériences thermométriques de Deluc, que j'ai rapportées dans le précédent chapitre; et je supposerai qu'on les a sous les yeux.

Cela posé, si l'on exprime par D_T le nombre de degrés indiqué par chacun de ces thermomètres sur sa propre échelle, lorsque T est le nombre indiqué par le thermomètre à mercure, divisé en 80 parties, on pourra représenter toutes ces expériences par la formule générale

$$D_T = AT + BT^2 + CT^3,$$

A B C étant des constantes arbitraires, différentes pour les différens liquides, et dont les valeurs, pour ceux qu'a observés Deluc, sont telles que les présente le tableau suivant :

NATURE DES LIQUIDES.	VALEURS DES COEFFICIENS.		
	A.	B.	C.
Mercure	+ 1,000000	+ 0,0000000	+ 0,000000000
Huile d'olive	+ 0,950667	+ 0,0007500	— 0,000001667
Huile essentielle de camomille	+ 0,920442	+ 0,0013056	— 0,000003889
Huile essentielle de serpolet	+ 0,949335	— 0,0001667	+ 0,000010000
Eau saturée de muriate de soude	+ 0,820006	+ 0,0020275	+ 0,000002775
Alcool très-rectifié	+ 0,784000	+ 0,0020800	+ 0,000007750
Mélange de 1 partie d'alcool et 1 partie d'eau	+ 0,705333	+ 0,0027500	+ 0,000011667
Mélange de 1 partie d'alcool et 3 parties d'eau	+ 0,010333	+ 0,0155277	— 0,000039444
Eau pure	— 0,160000	+ 0,0185000	— 0,000050000

Pour prouver l'accord de ces résultats avec les observations, j'ai calculé les valeurs de D_T par la formule, pour chacun de ces liquides, de 10 en 10°, et je les ai comparées aux nombres observés par Deluc; tel est l'objet des tableaux suivans.

Calcul des indications du thermomètre d'huile d'olive, d'après la formule :

$$D_T = 0{,}95067\ T + 0{,}00075\ T^2 - 0{,}000001667\ T^3.$$

NATURE du LIQUIDE.	DEGRÉS du THERMOMÈTRE à mercure T.	DEGRÉS DU THERMOMÈTRE D'HUILE D'OLIVE.		
		Calculés.	Observés.	Excès de l'observation.
Huile d'olive.	80	80,00	80,00	0,00
	70	69,64	69,41	— 0,24
	60	59,37	59,3	— 0,07
	50	49,20	49,2	0,00
	40	39,12	39,2	+ 0,08
	30	29,15	29,3	+ 0,15
	20	19,30	19,3	0,00
	10	9,58	9,5	— 0,08
	0	0	0	0

Deluc a mis, à diverses reprises, ce thermomètre d'huile dans un mélange réfrigérant, qui faisait descendre le thermomètre à mercure à — 14°, et il rapporte que le thermomètre d'huile se tenait aussi à peu près à ce degré tant que l'huile n'était pas figée. Ce résultat est d'accord avec notre formule; car, si nous supposons T = — 14, la formule donne $D_T = -13.21$.

Mais quand l'huile commençait à se figer, le thermomètre d'huile baissait tout à coup beaucoup plus que le thermomètre à mercure; l'huile se retirait entièrement dans la boule. On s'apercevait bien que c'était la congélation qui produisait cet abaissement subit; car quand il avait lieu, si l'on élevait sa température, le thermomètre à mercure montait aussitôt; mais le thermomètre d'huile restait à son point extrême d'abaissement pendant un temps quelquefois considérable, qui était sans doute celui que l'huile employait à se fondre. Une fois qu'elle

était redevenue liquide, elle regagnait bientôt le thermomètre à mercure, et reprenait sa marche accoutumée. Deluc suppose que c'était la privation d'air qui permettait à l'huile de subir, sans se geler, un degré de froid qui l'aurait gelée à l'air libre. Mais il paraît, par des expériences de M. Blagden, que ni l'exclusion de l'air, ni le repos, ne sont absolument nécessaires à cet effet, quoiqu'ils puissent y contribuer.

On voit, par ces phénomènes, 1°. que l'huile d'olive, dans certaines circonstances, peut ainsi que l'eau s'abaisser à une température bien inférieure à son degré ordinaire de congélation, sans cesser d'être liquide; 2°. qu'elle se contracte, en se gelant, comme fait le mercure; 3°. que jusqu'à l'instant où elle devient solide, elle conserve exactement, ou à très-peu de chose près, sa même loi de dilatation. Il est fort possible que cette constance ait lieu aussi pour le mercure, comme Cavendish l'a conclu des expériences de Hulchins, à la baie de Hudson.

D'après cela, on voit que l'huile, en se refroidissant à un degré quelconque, ne saurait avoir, comme l'eau, un maximum de condensation, au moins dans les tubes de verre. C'est aussi ce que montre notre formule; car ce maximum répondrait au cas où l'on aurait

$$\frac{d\,D_T}{d\,T} = 0,$$

ce qui donne

$$0 = 0,950667 + 0,0015\,T - 0,000005\,T^2;$$

équation dont les racines sont

$$T' = -311^\circ,1 \qquad T'' = +611^\circ,1;$$

c'est-à-dire, que si l'huile pouvait rester liquide dans le thermomètre à ces températures, et qu'elle continuât à se dilater suivant la même loi, elle aurait un maximum apparent de condensation à 311°,1 au-dessous de 0, et un maximum apparent de dilatation à 611°. 1 au-dessus; mais ces limites sont beaucoup trop éloignées des observations qui nous ont servi de base pour que l'on puisse étendre jusque-là les conséquences des formules. Tout ce que l'on peut en conclure, c'est que l'huile

d'olive, tant qu'elle reste liquide, continue à se condenser par le refroidissement, et qu'ainsi elle se gèle sans se dilater, ce qui est conforme aux observations.

Passons maintenant à l'huile essentielle de camomille; pour celle-ci on a

$$D_T = 0{,}9204416\ T + 0{,}0013056\ T^2 - 0{,}00000389\ T^3.$$

Voici la comparaison des résultats de la formule avec les observations :

NATURE DU LIQUIDE.	DEGRÉS du THERMOMÈTRE à mercure T.	DEGRÉS DU THERMOMÈTRE D'HUILE ESSENTIELLE.		
		Calculés.	Observés.	Excès de l'observation.
Huile essentielle de camomille.	80	80,00	80,0	0,00
	70	69,49	69,5	+ 0,01
	60	59,09	59,1	+ 0,01
	50	48,80	48,8	0,00
	40	38,66	36,6	— 0,06
	30	28,68	28,7	— 0,02
	20	18,90	18,9	0,00
	10	9,30	9,3	0,00
	0	0,00	0	0,00

On voit que la formule est ici aussi exacte que l'observation même. Il en résulte encore que cette huile n'a pas de maximum de condensation. Car l'équation de ce maximum est

$$0 = 0{,}9204416 + 0{,}002612\ T - 0{,}00001 1667\ T^2,$$

dont les racines sont

$$T' = -189^\circ, \quad T'' = +413^\circ;$$

valeurs trop éloignées de nos observations, pour qu'on puisse les regarder comme sûres, mais qui prouvent encore que cette huile essentielle se gèle sans se dilater.

Examinons de même l'huile essentielle de serpolet : nous aurons pour celle-ci

$$D_T = 0{,}949336\ T - 0{,}0001667\ T^2 + 0{,}00001\ T^3.$$

Voici la comparaison de l'expérience avec la formule :

NATURE DU LIQUIDE.	DEGRÉS du THERMOMÈTRE à mercure T.	DEGRÉS DU THERMOMÈTRE D'HUILE ESSENTIELLE.		
		Calculés.	Observés.	Excès de l'observation.
Huile essentielle de serpolet.	80	80,00	80	0,00
	70	69,07	68,8	— 0,27
	60	58,52	58,3	— 0,22
	50	48,30	48,3	0,00
	40	38,35	38,4	+ 0,05
	30	28,60	28,6	0,00
	20	19,00	19,0	0,00
	10	9,48	9,4	— 0,08
	0	0,00	0,0	0,00

Ici nous avons encore un accord très-satisfaisant; il n'y a pas non plus de maximum de condensation, car l'équation qui donne ce maximum est

$$0 = 0{,}949336 - 0{,}0003334\ T + 0{,}00003\ T^2,$$

et ses deux racines sont imaginaires. Ainsi cette huile se gèlera, comme les précédentes, sans se dilater.

Venons maintenant à l'eau saturée de muriate de soude. Ici nous avons

$$D_T = 0{,}820006\ T + 0{,}0020275\ T^2 + 0{,}000002775\ T^3;$$

et la comparaison de la formule avec les observations, donne le tableau suivant :

NATURE DU LIQUIDE.	DEGRÉS du THERMOMÈTRE à mercure T.	DEGRÉS DU THERMOMÈTRE D'EAU SATURÉE DE MURIATE DE SOUDE.		
		Calculés.	Observés.	Excès de l'observation.
Eau saturée de muriate de soude.	80	80,00	80,0	0,00
	70	68,29	68,4	+ 0,11
	60	57,10	57,1	0,00
	5	46,42	46,6	+ 0,18
	40	36,22	36,3	+ 0,08
	30	26,50	26,5	0,00
	20	17,23	17,3	+ 0,07
	10	8,41	8,4	— 0,01
	0	0	0	0
	— 10	— 8,00	— 8	0,00

L'accord des observations avec la formule, se soutient aussi bien qu'on pouvait le désirer. Ici la dilatation a été observée au-dessous de zéro, au moyen des mélanges réfrigérans, et l'on voit que le calcul y suit l'expérience. Cette dissolution se gèle encore sans se dilater, car l'équation du maximum est

$$0 = 0{,}820006 + 0{,}004055\ T + 0{,}00000832 5\ T^2,$$

et ses deux racines sont imaginaires. Ainsi, le muriate de soude, en se combinant avec l'eau, doit lui ôter la propriété de se dilater avant de devenir solide. Il serait intéressant de vérifier ce résultat par l'expérience ; car, bien qu'il se trouve ici fondé sur une analogie très-forte, puisque la loi de la dilatation se maintient encore à — 10° R, cependant ce n'est encore là qu'une grande probabilité. Mais pour bien faire l'expérience, il faudrait que le thermomètre, formé avec la dissolution, fût soigneusement purgé d'air, et que le refroidissement s'opérât avec lenteur, afin que la dissolution pût se maintenir fluide, même un peu au-dessous du degré de sa congélation.

Je passe à l'alcool très-rectifié; celui dont Deluc a fait usage l'était assez pour qu'en y mêlant de la poudre à canon et enflammant le liquide, cette poudre prît feu. Telle est l'épreuve par laquelle Deluc l'a caractérisé ; il a trouvé d'ailleurs

qu'en le prenant même un peu moins rectifié, pourvu que la proportion d'eau y fût toujours fort petite, on obtenait à très-peu de chose près les mêmes résultats. Voici la formule, relativement à cet alcool,

$$D_T = 0{,}784\ T + 0{,}00208\ T^2 + 0{,}00000775\ T^3,$$

et la comparaison du calcul avec l'expérience, donne les résultats suivans :

NATURE DU LIQUIDE.	DEGRÉS du THERMOMÈTRE à mercure T.	DEGRÉS DU THERMOMÈTRE D'ALCOOL.		
		Calculés.	Observés.	Excès de l'observation.
Alcool très-rectifié.	80	80,00	80,0	0,00
	70	67,73	67,8	+ 0,07
	60	56,20	56,2	0,00
	50	45,37	45,3	— 0,07
	40	35,09	35,1	+ 0,01
	30	25.60	25,6	0,00
	20	16.57	16,5	— 0,07
	10	8,05	7,9	— 0,16
	0	0,	0	0
	— 10	— 7,64	— 7,7	+ 0,06

L'accord du calcul et de l'expérience se soutient toujours; et comme on voit, l'épreuve s'étend même au-dessous de zéro. La loi de la dilatation de cet alcool n'indique point de rétrogradation; car la condition du maximum D_T serait

$$0 = 0{,}784 + 0{,}00416\ T + 0{,}00002325\ T^2;$$

et ses deux racines sont imaginaires.

La valeur de D_T, donnée par notre formule, sera très-utile pour calculer la correspondance des thermomètres d'alcool avec les thermomètres de mercure. L'on voit que ce calcul est indispensable, car il y a beaucoup de différence entre ces deux thermomètres, lorsqu'ils sont réglés l'un et l'autre au terme de la glace et de l'eau bouillante; la différence devient moindre, si le thermomètre d'alcool est réglé sur celui du mercure à des températures plus basses. En effet, si l'on suppose $T = (T) + T'$,

et que l'on détermine (T) de manière à faire disparaître de D_T le carré de T', on trouve (T) = — 89°,463 R. Alors la valeur de D_T devient

$$D_T = -58{,}981 + 1{,}34218\,T' + 0{,}00000775\,T'^3.$$

Le thermomètre d'alcool marquerait donc — 58°,981 sur sa propre échelle, quand T' serait nul, c'est-à-dire, quand le thermomètre à mercure marquerait 89°,463 R au-dessous de zéro. Mais à partir de ce terme, jusqu'à 80° au-dessus ou au-dessous, la marche des deux thermomètres serait à très-peu de chose près proportionnelle; car le terme en T'^3, qui, seul, altère cette proportionnalité, ne ferait pas tout-à-fait quatre degrés sur le cas extrême où l'on aurait $T' = \pm 80$. Tel est donc aussi le plus grand accord qui puisse jamais exister entre le thermomètre d'alcool et le thermomètre à mercure, en les supposant tous deux prolongés indéfiniment au-dessous de zéro.

Nous allons maintenant considérer les mélanges d'eau et d'alcool; d'abord, quand la proportion d'eau sera peu considérable, l'affinité de l'alcool pour elle, la maintient long-temps liquide et s'oppose à sa rétrogradation. C'est ce que prouve l'observation du thermomètre fait avec une partie d'alcool et une partie d'eau; la formule est alors

$$D_T = 0{,}705333\,T + 0{,}00275\,T^2 + 0{,}000011667\,T^3,$$

et sa comparaison, avec l'expérience, donne le tableau suivant :

NATURE DU LIQUIDE.	DEGRÉS du THERMOMÈTRE à mercure T.	DEGRÉS DU THERMOMÈTRE FORMÉ AVEC LE MÉLANGE D'EAU.		
		Calculés.	Observés.	Excès de l'observation.
Mélange de 1 partie d'eau et 1 partie d'alcool.	80	80,00	80,0	0,00
	70	66,85	66,7	— 0,15
	60	54,74	54,8	+ 0,06
	50	43,60	43,6	0,00
	40	33,36	33,3	— 0,03
	30	23,96	23,9	— 0,06
	20	15,30	15,3	0,00
	10	7,33	7,1	— 0,13
	0	0,00	0,0	0

On voit que la loi de la dilatation est très-bien représentée par la formule ; la proportion d'eau n'est pas encore assez forte pour communiquer à l'alcool sa marche rétrograde, car l'équation qui donne le maximum de D_T est

$$0 = 0{,}705333 + 0{,}00055\ T + 0{,}000035\ T^2,$$

et ses deux racines sont imaginaires.

Mais en augmentant la proportion d'eau, l'influence de ce liquide deviendra sensible. C'est ce que prouve l'observation du thermomètre fait avec une partie d'alcool et trois parties d'eau ; dans ce cas, la formule est

$$D_T = 0{,}010333\ T + 0{,}0155277\ T^2 - 0{,}0000039444\ T^3.$$

Ici le terme proportionnel aux températures est presque insensible ; il ne donnerait que 0°. 8 à la température de 80°. C'est un résultat de l'influence de l'eau ; car, pour l'eau pure, ce terme est négatif, comme on le verra tout-à-l'heure. Voici la comparaison de l'expérience avec la formule :

NATURE DU LIQUIDE.	DEGRÉS DU THERMOMÈTRE À MERCURE T.	DEGRÉS DU THERMOMÈTRE FAIT AVEC LE MÉLANGE.		
		Calculés.	Observés.	Excès de l'observation.
Mélange d'une partie d'alcool avec 3 parties d'eau.	80	80,00	80,0	0,00
	70	63,24	62,9	— 0,34
	60	47,99	47,7	— 0,29
	50	34,40	34,4	0
	40	22,72	23,0	+ 0,28
	30	13,21	13,5	+ 0,29
	20	6,10	6,1	0,00
	10	1,61	1,5(1)	— 0,11
	0	0,00	0	0

Ici la loi de la dilatation est bien différente de ce qu'elle était

(1) Le second chiffre est imprimé avec un caractère brisé, et il est illisible. Cependant, par ce que l'on entrevoit de sa forme, je suppose que c'est un 5.

dans l'alcool pur, et la différence des deux thermomètres est aussi beaucoup plus considérable. Nous voici enfin arrivé à un maximum de condensation, car l'équation qui donne le maximum de D_T est

$$0 = 0{,}010333 + 0{,}0310554\ T - 0{,}000118333\ T^2,$$

dont les racines sont

$$T' = -\ 0^\circ{,}333 \qquad T'' = +\ 263^\circ.$$

La première seule est admissible. Elle donne un maximum de condensation à $\frac{1}{3}$ de degré de Réaumur au-dessous de zéro. En mettant cette valeur de T dans D_T, on trouve $D_T = -\ 0^\circ{,}0017$; c'est-à-dire, qu'à l'instant de ce maximum de condensation, le thermomètre du mélange devrait être sensiblement à 0 sur sa propre échelle. Ainsi, en le refroidissant davantage, on l'aurait vu monter au-dessus de ce point. Ce maximum est indiqué par la faible dilatation du mélange qui, d'après l'observation, n'était qu'à $0^\circ{,}1$ sur sa propre échelle, quand le thermomètre à mercure marquait $+\ 5^\circ$. Selon la formule, il aurait même dû être alors à $+\ 0^\circ{,}4$; l'erreur est de l'ordre de celles que comportent les observations et la formule.

Enfin nous allons examiner la loi de la dilatation dans le thermomètre fait avec l'eau pure et purgée d'air; alors la formule est

$$D_T = -\ 0{,}1600\ T + 0{,}0185\ T^2 - 0{,}00005\ T^3.$$

Ici le terme proportionnel à la température est négatif, et parmi les liquides que nous avons examinés, l'eau est le seul qui présente cette circonstance; d'après cela, on doit s'attendre que ses dilatations différeront beaucoup de celles du mercure, et c'est en effet ce que montre le tableau suivant :

NATURE DU LIQUIDE.	DEGRÉS du THERMOMÈTRE à mercure.	DEGRÉS DU THERMOMÈTRE D'EAU.		
		Calculés.	Observés.	Excès de l'observation.
Eau pure et privée d'air.	80	80,0	80,0	0,0
	70	62,3	62,0	— 0,3
	60	46,2	45,8	— 0,4
	50	32,0	32,0	0,0
	40	20,0	20,5	+ 0,5
	30	10,5	11,2	+ 0,7
	20	3,8	4,1	+ 0,3
	10	0,2	0,2	0
	0	0	0,0	0

Ce thermomètre est certainement le plus irrégulier de tous, et cela est particulier à l'eau, comme Deluc en fait plusieurs fois la remarque dans son ouvrage. Cependant, on voit que les observations oscillent autour de la formule dans des limites très-étroites. Si l'on ne voulait considérer que ces observations, on pourrait les accorder un peu mieux en changeant beaucoup les coefficiens; mais on représenterait moins bien d'autres phénomènes, dont nous parlerons par la suite. Au reste, les écarts que nous trouvons sont tout-à-fait de l'ordre de ceux que l'on peut attribuer aux expériences mêmes.

Ici nous avons encore un maximum de condensation, et il se trouve à une température plus élevée que dans l'expérience précédente; l'équation qui le détermine est

$$0 = -0{,}16 + 0{,}037\,T - 0{,}00015\,T^2,$$

et ses racines sont

$$T' = +4^\circ.402 \qquad T'' = +251^\circ.$$

La première est celle qui rend D_T un minimum, et qui, par conséquent, indique un maximum de condensation. Deluc dit que ce maximum lui a paru répondre à peu près à la température de $+4^\circ$, ce qui diffère très-peu de notre calcul; il dit aussi

qu'à l'époque de ce phénomène, le thermomètre d'eau se tenait sur son échelle environ à $\frac{1}{4}$ degré. On trouve par notre formule — 0°,35; remarquons que ce maximum n'est qu'apparent, et qu'il faut lui faire subir une correction pour en conclure le maximum réel. Souvenons-nous enfin qu'il s'agit ici de l'eau distillée, purgée d'air, et que l'eau commune, qui contient de l'air, se dilate probablement suivant des proportions un peu différentes.

Je vais maintenant déduire de ces résultats les dilatations vraies et absolues des liquides observés par Deluc. Mais auparavant, je ferai remarquer que les observations thermométriques, dont nous venons de faire usage, ne sont peut-être pas exemptes d'une petite incorrection. En effet, dans l'ouvrage où Deluc les a consignées, il traite avec beaucoup d'étendue de la construction du thermomètre, et il ne parle nullement du soin qu'il faut avoir en le réglant, de plonger à la fois la boule et la colonne liquide, dans la température que l'on veut lui communiquer. On doit faire la même chose en observant les températures intermédiaires entre les points fixes. Si Deluc a négligé ces précautions, ce qui, à la vérité, est peu vraisemblable, tous les nombres observés par ce physicien sont affectés d'une petite erreur égale à la dilatation de la portion du liquide contenue dans le tube de ses thermomètres, à chacune des températures où il a observé. Par cette raison, il serait intéressant qu'un physicien exact prît la peine de répéter ces expériences, pour leur assurer toute la précision qu'elles peuvent avoir, et dont le calcul peut profiter. Après cette remarque, je pars des formules que nous venons d'établir, et je vais chercher à en déduire les dilatations vraies et absolues.

C'est ce qui est très-facile; en effet, pour régler ses thermomètres, Deluc les mettait d'abord dans la température de la glace fondante et dans celle de l'eau bouillante; il marquait dans chacun de ces deux cas l'extrémité de la colonne liquide, et il divisait l'intervalle en 80 parties égales. Par conséquent, la dilatation absolue et apparente du liquide employé, étant représentée par D, cette dilatation détermine l'étendue de 80°; et de

là connaissant D, c'est-à-dire, le nombre de degrés du même thermomètre, correspondant à la température T, on en peut aisément déduire la dilatation apparente Δ_T; car on aura proportionnellement

$$\Delta_T = \frac{D}{80} \cdot D_T.$$

Or, en appelant δ_T la dilatation vraie et absolue d'un liquide, c'est à-dire, la dilatation que l'on observerait dans un vase non dilatable, nous avons vu, page 212, qu'elle pouvait se calculer d'après la dilatation apparente, et qu'on avait en général

$$\delta_T = KT + (1 + KT)\,\Delta_T;$$

K étant la dilatation cubique de la matière du vase où l'on a observé la dilatation apparente Δ_T; mettant donc ici pour Δ_T sa valeur en fonction de D_T, il viendra

$$\delta_T = KT + \frac{D(1 + KT)}{80} D_T;$$

et enfin, en substituant pour D_T l'expression générale $AT + BT^2 + CT^3$, que nous avons vérifiée, on aura

$$\delta_T = KT + \frac{D(AT + BT^2 + CT^3)(1 + KT)}{80},$$

ou en effectuant les produits

$$\delta_T = \left(K + \frac{DA}{80}\right)T + \left(\frac{B + AK}{80}\right)DT^2 + \left(\frac{C + BK}{80}\right)DT^3 + \frac{KCD}{80}T^4.$$

Le terme en T^4 sera toujours insensible, à moins que les expériences ne soient d'une exactitude extrême. Il ne donnerait pour l'eau que $\frac{13}{1000000}$ du volume primitif, même en supposant $T = 80°$. Ainsi, en négligeant ce terme, quand la dilatation totale D sera connue pour un liquide, on substituera sa valeur dans cette formule, et faisant

$$a = \frac{DA}{80} + K \qquad b = \frac{D(B + AK)}{80} \qquad c = \frac{D(C + BK)}{80},$$

on aura pour toute autre température la dilatation vraie et absolue δ_t, par cette formule générale

$$\delta_t = aT + bT^2 + cT^3,$$

qui est celle que nous avons annoncée en commençant ce chapitre ; mais si les expériences dont on a fait usage pouvaient être regardées comme excessivement précises, peut-être pourrait-on y rendre encore sensible le terme proportionnel à la quatrième puissance des températures. Alors il faudrait introduire aussi un terme de cet ordre dans le calcul de D_T d'après les observations. Remarquons que nos formules étant exprimées en degrés de Réaumur, il faut prendre aussi pour K la dilatation cubique de la matière du vase, relativement à un de ces degrés.

Toutes les experiences de Deluc ont été faites dans des tubes de verre à thermomètre. D'après les expériences de MM. Lavoisier et Laplace, la dilatation cubique de cette espèce de verre est 0,0000262716 pour chaque degré du thermomètre centésimal ; ainsi, en la multipliant par $\frac{10}{8}$, ou lui ajoutant $\frac{1}{4}$ de sa valeur, on aura cette dilatation pour un degré de Réaumur, qui sera

$$K = 0,00003284.$$

Tout se réduit donc à déterminer, par l'expérience, la dilatation totale et apparente D. Malheureusement il n'y a point de liquides pour lesquels on puisse dire qu'elle soit jusqu'à présent connue avec toute la précision que les physiciens mettent aujourd'hui dans leurs observations.

Dans cette incertitude, je chercherai du moins à la calculer pour l'eau et pour l'alcool, d'après les pesées de ces deux liquides, faites par MM. Gilpins et Blagden, en ayant égard à la dilatation des vases ; à la vérité ces pesées ne s'étendent que de 0 à 30°, 2 R ; mais comme elles paraissaient faites avec un très-grand soin, leur précision pourra suppléer à ce qui leur manque du côté de l'étendue, et d'ailleurs ce sera un moyen d'éprouver nos formules, en en tirant dès à présent les valeurs que les physiciens pourront un jour vérifier par des expériences directes.

Je commencerai par l'alcool : en comparant les poids d'un même volume de ce liquide, observés par MM. Gilpins et Blagden, à 30°,35° et 40° de Farenheit, j'en ai déduit par interpolation le poids de ce même volume pour 32°, ce qui répond au zéro de notre thermomètre ; puis comparant ce résultat avec les poids observés à 50°, 70°, 95° et 100° de Faren-

boit, j'en ai conclu le rapport des volumes à ces températures diverses, en prenant pour unité le volume primitif à 32° F., ou à la température de la glace fondante; j'ai obtenu ainsi les résultats suivans:

DEGRÉS DU THERMOMÈTRE à mercure.		VOLUME DE L'ALCOOL observé.	DILATATION VRAIE depuis la température de la glace fondante δT.
32 F	ou 0° R	1,000000	0,000000
50 F	8, 00	1,010003	0,010003
70 F	16, 89	1,021750	0,021750
95 F	28, 00	1,037369	0,037369
100 F	30, 22	1,040525	0,040525

Pour déduire de ces résultats la dilatation totale D, de 0 à 80° R, j'emploierai les deux dernières observations, et je les regarderai comme des valeurs données de δ_T, alors dans l'équation

$$\delta_T = KT + \frac{D(AT + BT^2 + CT^3)}{80}(1 + KT).$$

Tout se trouvera connu, excepté D; ainsi on pourra en déduire cette quantité; d'abord en calculant D_T et K T, on trouve

$T = 28,000$; $AT + BT^2 + CT^3 = 23,753$ $KT = 0,00091952$
$T = 30,222$; $AT + BT^2 + CT^3 = 25,808$ $KT = 0,00099248$

ensuite, d'après les observations, on a

quand $T = 28°,000$; $\delta_T = 0,037369$,

$$\delta_T - KT = 0,036449, \quad \frac{\delta_T - KT}{1 + KT} = 0,036416;$$

et quand $T = 30°,222$; $\delta_T = 0,040525$,

$$\delta_T - KT = 0,039533, \quad \frac{\delta_T - KT}{1 + KT} = 0,039494:$$

ainsi, en substituant ces valeurs dans la formule, on aura les deux équations

$$0{,}036416 = \frac{23{,}753}{80}\,D, \qquad 0{,}039494 = \frac{25{,}808}{80}\,D.$$

La première de ces équations donne

$$D = 0{,}122649,$$

la seconde donne

$$D = 0{,}122424;$$

elles ne diffèrent entre elles que de $\frac{2}{10000}$ du volume primitif à 0°; j'en prends la moyenne, et j'ai

$$D = 0{,}122536;$$

c'est la dilatation apparente de l'alcool dans le verre de 0° à à 80° R. Pour avoir la dilatation vraie, il faut la tirer de la formule

$$\delta_T = KT + (1 + KT)\,\Delta_T,$$

qui, en faisant T = 80°, donne

$$\delta_{80} = 80\,K + (1 + 80\,K)\,D.$$

en y substituant pour D la valeur que nous venons d'obtenir, on aura pour l'alcool très-rectifié

$$\delta_{80} = 0{,}1254852.$$

C'est la dilatation vraie de ce liquide, de 0 à 80°. Cherchons à comparer ce résultat à quelques expériences. Nollet, dans ses leçons de physique, dit que l'alcool se dilate de 0,087, en passant de la température de la congélation à celle de l'eau bouillante. Pour tirer parti de cette indication, il faut remarquer d'abord que Nollet observait la dilatation du liquide dans un tube de verre à l'extrémité duquel il avait soufflé une boule, en sorte que la valeur qu'il donne est celle de la dilatation apparente : ce qui la rapproche déjà de notre valeur de D; ensuite il y a une raison très-frappante pour que la dilatation lui ait paru moindre que nous ne la trouvons ici; c'est que son appareil était ouvert et que son alcool n'était pas purgé d'air; ce qui devait lui permettre d'entrer en ébullition avant qu'il eût atteint la température de l'eau bouillante. Or, une fois entré en ébullition, il ne s'échauffait plus, et par conséquent il ne devait plus se dilater, comme il aurait fait s'il eût été enfermé dans un es-

pace vide, ainsi que cela avait lieu dans les expériences de Deluc; et ce qui confirme pleinement cette considération, c'est que si l'on calcule la valeur de D_T correspondante à la dilatation apparente $\Delta_T = 0{,}087$, ce qui peut se faire par la formule

$$D_T = \frac{80}{D} \Delta_T,$$

on trouve

$$D_T = 56^\circ{,}79,$$

c'est-à-dire, qu'à cette époque de la dilatation, le thermomètre d'alcool vide d'air, marque 56°,79 sur sa propre échelle; ce qui, d'après le tableau des observations de Deluc, répond à 60°,7 du thermomètre à mercure : telle est en effet à peu près la température à laquelle l'alcool entre en ébullition à l'air, sous la pression ordinaire de l'atmosphère à Paris.

Nous pouvons, avec plus d'avantage, comparer nos résultats à ceux de MM. Blagden et Gilpins, parce que leurs pesées sont faites à des températures bien inférieures à l'ébullition de l'alcool; pour cela, il faut calculer les valeurs de la dilatation vraie δ_T, pour diverses températures comprises dans leurs expériences, ce qui se fera au moyen de la formule

$$\delta_T = KT + \frac{D}{80}(AT + BT^2 + CT^3)(1 + KT).$$

On obtiendra ainsi les comparaisons suivantes :

DEGRES DU THERMOMÈTRE à mercure.		DEGRÉS correspondans du thermomètre d'alcool calculés D_T.	DILATATION depuis la température de la glace fondante		
			Calculée.	Observée.	Excès de l'observation.
32° F ou 0° R		0,001	0,00000	0,00000	0,00000
50	8	6,409	0,01008	0,01000	—0,00008
70	16, 89	13,939	0,02191	0,02175	—0,00016
95	28	23,753	0,03733	0,03737	+0,00004
100	30, 22	25,808	0,04056	0,04053	—0,00003

L'accord de ces résultats est assurément aussi parfait qu'on puisse l'espérer, et les écarts de la formule autour des observations peuvent être attribués à celles-ci autant qu'au calcul. D'après cela, en réduisant les coefficiens de δ_T et de Δ_T en nombres, nous aurons les résultats suivans pour une température quelconque T, exprimée par le thermomètre à mercure, en degrés de Réaumur.

Degrés du thermomètre d'alcool sur sa propre échelle,

$$D_T = 0{,}784\,T + 0{,}00208\,T^2 + 0{,}00000775\,T^3;$$

dilatation apparente de l'alcool dans des vases de verre

$$\Delta_T = 0{,}00120085\,T + 0{,}000003185\,93\,T^2 + 0{,}000000011\,87\,T^3;$$

dilatation vraie

$$\delta_T = 0{,}00123369\,T + 0{,}000003225\,37\,T^2 + 0{,}000000011\,98\,T^3.$$

Je supprime dans la dilatation vraie le terme en T^4 dont le coefficient est égal à 4, précédé de douze zéros avant la virgule; il n'en résulterait qu'une erreur de $\frac{1}{100000}$ sur la dilatation à 80°, et les observations ne la donnent pas avec cette précision. Il ne faut pas oublier que ces formules ne s'appliquent qu'à l'alcool très-rectifié; car on a vu que la dilatation de ce liquide suit une loi différente quand il renferme une grande proportion d'eau. A l'aide de ces formules, on pourrait employer indifféremment des thermomètres d'alcool ou des thermomètres de mercure, et l'on pourrait également s'en servir pour réduire à une même température des pesées faites dans l'alcool.

Voici maintenant une épreuve très-décisive de ces formules. M. Dalton, dont la précision dans les expériences est bien connue, a observé la dilatation absolue de l'alcool dans un vase de verre, entre les limites — 17°,78 R, et + 62°,22 R; ce qui comprend un intervalle de 80°; mais à cause de la marche inégale de l'alcool, la dilatation entre ces termes ne doit pas être la même qu'entre 0 et 80°; de sorte qu'il faut la calculer spécialement depuis 0 jusqu'à chacune des températures assignées; employant donc pour cela l'expression de Δ_T, puisqu'il s'agit d'une dilatation apparente, on trouve

de 0 à — 17°,78. $\Delta_T = -0,0213511 + 0,001006847 - 0,00006672 = -0,0204100$,
de 0 à + 62, 22. $\Delta_T = +0,0747169 + 0,01232900 + 0,0028592 = +0,0899051$.

Différence ou dilatation totale, depuis — 17°,78 jusqu'à + 62°,22. . . . . 0,1103151.

La valeur trouvée par M. Dalton, d'après l'expérience, est. . . . . 0,110.

Elle est donc exactement la même que la nôtre dans le nombre de décimales qu'il a conservé. Cette confirmation de nos formules est d'autant plus forte, qu'aucune observation faite au-dessous de zéro, n'est entrée dans leur détermination, quoique je les aie ensuite comparées aux expériences de Deluc, faites à — 10°R, pour voir si elles les représenteraient encore ; j'ajouterai même que je ne connaissais pas le résultat de M. Dalton quand ces formules furent calculées, car l'ouvrage où il est consigné n'était alors possédé en France que par M. Berthollet, et c'est lui qui me l'a indiqué.

Je ferai encore les mêmes calculs pour l'eau. En comparant les poids d'un même volume de ce liquide, observés par MM. Gilpins et Blagden, à 35°, 40° et 45° de Farenheit, j'en ai déduit par interpolation le poids de ce même volume à 32° de Farenheit, ce qui répond au 0 de notre échelle. Puis comparant ce résultat avec le poids observé par ces mêmes physiciens à 40°, 50°, 70°, 95° et 100°, j'en ai conclu le rapport des volumes à ces températures diverses, en prenant pour unité le volume primitif à 32°, ou à la température de la glace fondante. J'ai obtenu ainsi les résultats suivans :

DEGRÉS DU THERMOMÈTRE à mercure.		VRAI VOLUME DE L'EAU observé.	DILATATION VRAIE depuis la température de la glace fondante δ_T.
32° F ou 0°,00 R		1,00000	0,00000
40	3, 56	0,99988	— 0,00012
50	8, 00	1,00014	+ 0,00014
70	16, 89	1,00188	+ 0,00188
95	28, 00	1,00583	+ 0,00583
100	30, 22	1,00684	+ 0,00684

Pour déduire de ces résultats la dilatation totale D, de 0 à 80° de Réaumur, j'emploierai les deux dernières observations, ainsi que je l'ai fait pour l'alcool. Je les regarderai donc comme des valeurs données de δ_T; et puisque nous pouvons calculer D_T pour ces mêmes températures, d'après la marche du thermomètre d'eau, nous déduirons D par la formule

$$\delta_T = KT + \frac{D(1 + KT)}{80} . D_T.$$

D'abord en calculant D_T et KT, on trouve

$$T = 28,000 \quad D_T = 8,9264 \quad KT = 0,000919,$$
$$T = 30,222 \quad D_T = 10,6818 \quad KT = 0,000992.$$

Ensuite, d'après les observations, on a

quand $T = 28,000$; $\delta_T = 0,005829$

$$\delta_T - KT = 0,004910 \quad \frac{\delta_T - KT}{1 + KT} = 0,004050$$

et quand $T = 30,222$; $\delta_T = 0,0068409$

$$\delta_T - KT = 0,0058485 \quad \frac{\delta_T - KT}{1 + KT} = 0,0058427.$$

En substituant ces valeurs dans la formule, on a les deux équations

$$0,004905 = \frac{8,9264}{80} D; \qquad 0,0058427 = \frac{10,6818}{80} D$$

On voit qu'ici la petitesse de D_T rend la détermination bien moins favorable que pour l'alcool, et l'on aurait eu bien plus d'avantage si l'on eût pu employer des expériences faites à une température plus élevée; mais le soin extrême qu'ont apporté les observateurs compense en grande partie ce désavantage; car les deux valeurs de D, tirées de ces équations, s'accordent très-bien ensemble.

En effet, la première donne

$$D = 0{,}0439595,$$

la seconde donne

$$D = 0{,}0437582;$$

elles ne diffèrent que de $\frac{2}{100000}$ du volume primitif; j'en prends la moyenne et j'ai

$$D = 0{,}043859;$$

c'est la dilatation apparente de l'eau, dans le verre, de 0 à 80°. Pour avoir la dilatation vraie entre ces mêmes limites, il faut employer la formule

$$\delta_{80} = 80\,K + (1 + 80\,K)\,D;$$

et en y substituant pour K et D leurs valeurs, on trouve

$$\delta_{80} = 0{,}046601;$$

c'est la dilatation vraie de 0° à 80° R.

Cherchons à comparer ce résultat à des expériences. Nous trouvons encore sur ce point quelques indications données par Nollet, dans son Traité de physique. Ce physicien dit que l'eau commune, dans un tube de verre gradué, étant portée successivement de la température de la glace fondante dans celle de l'eau bouillante, se dilate entre ces extrêmes, d'un peu plus que $\frac{17}{1000}$ du volume qu'elle occupait à la première de ces deux températures, et il ajoute qu'elle atteint cette dilatation en une minute et quelques secondes. La dilatation apparente que nous venons de trouver est plus grande que celle de Nollet, de 0,006 ou de $\frac{6}{1000}$ du volume primitif à zéro; mais, d'après le peu de temps que Nollet tenait le tube gradué dans l'eau bouillante, il est très-probable qu'il n'atteignait pas tout-à-fait la température de l'ébullition, et même le développement des vapeurs devait empêcher l'eau de s'échauffer autant qu'elle l'aurait fait dans un

espace fermé et vide d'air, tel que le thermomètre de Deluc sur lequel nous avons réglé nos formules; enfin, la preuve que quelque cause de ce genre a influé sur les observations de Nollet, c'est qu'il donne la dilatation apparente du mercure dans son instrument, et il la trouve égale à $\frac{14}{1000}$, depuis la température de la glace fondante jusqu'à celle de l'eau bouillante, tandis qu'on la trouve égale à $\frac{116}{10000}$, en partant des expériences très-exactes de MM. Laplace et Lavoisier (1). Si nous admettons notre valeur de D, comme tout-à-fait exacte, la température dans l'intérieur de l'instrument de Nollet aurait été de 74° R, au lieu de 80, lors de son observation sur la dilatation de l'eau, et d'après les expériences de MM. Lavoisier et Laplace, elle aurait été de 71° dans son observation de la dilatation du mercure; peut-être aussi y avait-il quelques erreurs dans la graduation de son instrument.

Nous pouvons, avec plus de sûreté, comparer notre formule aux expériences de MM. Gilpins et Blagden. Pour cela, il faut calculer les vapeurs de la dilatation vraie δ_T relativement aux températures que l'on voudra prendre pour exemple; cela se fera au moyen de la formule

$$\Delta_T = KT + \frac{D(1 + KT)}{80} \cdot D_T;$$

On obtiendra ainsi les comparaisons suivantes:

---

(1) En effet, selon ces expériences, la dilatation vraie du mercure est $\frac{1}{5412}$ par chaque degré du thermomètre centésimal, ce qui donne pour toute l'étendue de l'échelle thermométrique, $\frac{100}{5412}$, ou..... 0,0184775

La dilatation cubique du verre entre les mêmes limites, est.. 0,0026972

On aura donc pour la dilatation apparente..... 0,0158503 comme je l'ai dit dans le texte. Cette quantité, réduite en fraction ordinaire, est égale à $\frac{1}{61}$ exactement. Ainsi, en la divisant successivement par 80 et par 100, on aura les dilatations apparentes du mercure dans les tubes de verre, pour un degré de chacune des échelles thermométriques: ce sera, pour 1° R.... $\frac{1}{5040}$; pour 1° centés.... $\frac{1}{6100}$.

Ce sont les valeurs que nous avons employées dans le Chapitre II, pour la construction des thermomètres.

DEGRÉS DU THERMOMÈTRE à mercure.		DEGRÉS correspondans du Thermomètre d'eau calculés D_T.	DILATATIONS VRAIES depuis la température de la glace fondante δ_T.		
			Calculées.	Observées.	Excès de l'observation.
32° F ou 0° R		0,00	0,00000	0,00000	0,00000
40	3,55	— 0,3373	—0,00007	—0,00012	+0,00005
50	8,00	— 0,1220	+0,00019	+0,00014	—0,00005
70	16,89	+ 2,3340	+0,00184	+0,00188	+0,00004
95	28,00	+ 8,9264	+0,00581	+0,00583	+0,00002
100	30,22	+10,6818	+0,00685	+0,00684	—0,00001

On voit que la formule est aussi exacte que les observations mêmes, l'écart n'est jamais que dans les cent millièmes du volume. Ainsi les résultats de ces expériences, qui ont été si délicates à exécuter, selon ce que témoignent leurs auteurs, auraient pu se conclure, comme nous venons de le faire, par le calcul, des observations thermométriques de Deluc, combinées avec une seule mesure de la dilatation absolue. D'après cela, en réduisant les coefficiens de δ_T en nombres, nous aurons les résultats suivans, pour une température quelconque, exprimée en degrés de Réaumur.

Degrés du thermomètre d'eau sur sa propre échelle,

$$D_T = -0{,}16\,T + 0{,}0185\,T^2 - 0{,}0000\,5\,T^3.$$

Dilatation apparente de l'eau dans les vases de verre,

$$\Delta_T = -0{,}00008771 8T + 0{,}0000101424T^2 - 0{,}00000002741 2T^3.$$

Dilatation vraie,

$$\delta_T = -0{,}00005487 8T + 0{,}0000101395T^2 - 0{,}00000002708T^3.$$

Je néglige le terme en T^4, qui est égal à 9, précédé de douze zéros avant la virgule; il ne produirait que $\frac{4}{100000}$ du volume primitif, même à la température de 80°. N'oublions pas que ces résultats sont relatifs à l'eau distillée, purgée d'air par l'ébullition : nous avons vu que la loi de la dilatation change quand d'autres substances sont dissoutes dans l'eau.

M. Dalton nous offre encore ici une expérience qui confirme tous ces résultats d'une manière remarquable ; car elle donne 0,0466 pour la dilatation de l'eau de 0 à 80° R, exactement comme je l'ai conclue plus haut. A la vérité, je n'ai pas pu voir nettement dans son ouvrage si cette valeur qu'il indique est la dilatation apparente ou la dilatation vraie, corrigée de l'expansion du verre. Je crois qu'il s'agit plutôt de cette dernière ; mais en tout cas l'erreur serait encore fort petite ; d'ailleurs la dilatation ainsi observée, à l'air libre, doit varier un peu avec la pression barométrique dont les inégalités changent le terme précis de l'ébullition.

La valeur de δ_T est susceptible d'un minimum qui nous fera connaître le maximum de condensation de l'eau pure, privée d'air : l'équation qui détermine ce minimum est

$$0 = -0{,}000054878 + 0{,}000020279\,T - 0{,}00000008124\,T^2.$$

En la résolvant, et ne prenant que la plus petite racine, elle donne $T = +2^\circ{,}736$ de Réaumur ou $3^\circ{,}42$ centigrades. MM. Gilpins et Blagden, d'après leurs expériences, portaient le maximum de condensation à $+3^\circ{,}89$ centigrades, et M. Hope, par le mouvement de l'eau dans des vases munis de thermomètres, a trouvé $3^\circ{,}35$. Il peut y avoir sur ce point quelques petites différences dépendantes de l'accord plus ou moins parfait des thermomètres, dont les divers observateurs ont fait usage, et probablement aussi de la pureté plus ou moins parfaite de l'eau employée; car nous avons vu que le mélange des substances étrangères qui s'y dissolvent peut abaisser le maximum, et même le faire entièrement disparaître; mais du moins on voit que notre calcul, d'accord avec l'ensemble des expériences, ne permet plus sur ce point que de très-légères variations.

Dans une suite très-curieuse d'expériences que M. Blagden a faites pour connaître jusqu'à quel point l'eau dans certaines circonstances peut être refroidie au-dessous de zéro, sans cesser d'être liquide; il a remarqué que la dilatation rétrograde continuait même alors, et qu'elle devenait si rapide, qu'elle allait jus-

qu'à former une proportion considérable de la dilatation totale que l'eau prend en passant à l'état de glace. Ceci est une conséquence évidente de nos formules; en effet, dans la valeur de la dilatation apparente Δ_T, quand T est positif, une partie des termes s'entre-détruisent par l'opposition des signes; mais au-dessous de 0°, T devenant négatif, tous les termes prennent le même signe et s'ajoutent. Pour savoir jusqu'où peut aller la différence, calculons la valeur de Δ_T à + 10° R, et à — 10° R, nous aurons alors

$$T = +10^\circ \qquad \Delta_T = 0{,}0001097$$
$$T = -10^\circ \qquad \Delta_T = 0{,}0019188,$$

et l'on voit que la seconde est dix-huit fois aussi grande que la première.

Nous allons tout de suite déduire de notre formule générale un résultat qui nous sera fréquemment utile; c'est la loi de la dilatation vraie de l'eau, à partir du maximum de condensation qui, ainsi que nous l'avons vu tout à l'heure, répond à la température de + 2°,736 R; pour cela représentons cette température par (T), et faisons généralement

$$T = (T) + t';$$

c'est-à-dire comptons les températures à partir de (T); substituons cette valeur de T dans la formule

$$\delta_T = a\,T + b\,T^2 + c\,T^3,$$

où les coefficiens $a\,b\,c$ sont tels que nous les avons déterminés, il viendra

$$\begin{aligned}\delta_T = {} & a\,(T) + b\,(T)^2 + c\,(T)^3, \\ & + [a + 2\,b\,(T) + 3\,c\,(T)^2]\,t', \\ & \quad + [b + 3\,c\,(T)]\,t'^2, \\ & \qquad + c\,t'^3.\end{aligned}$$

La première ligne est la valeur de δ_T, quand T = (T); nous la représenterons par $\delta_{(T)}$; la seconde s'évanouit d'elle-même, par la condition qui a servi à déterminer (T); il reste donc

$$\delta_T = \delta_{(T)} + [b + 3\,c\,(T)]\,t'^2 + c\,t'^3.$$

Les deux derniers termes affectés de t'^2 et t'^3 expriment la dilatation, à partir de la température du maximum de condensa-

tion, en prenant pour unité le volume primitif à 0°. Si nous voulons compter les dilatations à partir de ce maximum, pour lequel t' est nul, il faut aussi prendre pour unité le volume $1 + \delta_{(T)}$ qui y correspond; et pour cela, il faudra diviser les coefficiens de t'^2 et t'^3 par $1 + \delta_{(T)}$, on aura ainsi

$$\delta_{t'} = \frac{[b + 3c(T)]}{1 + \delta_{(T)}} t'^2 + \frac{ct'^3}{1 + \delta_{(T)}}.$$

Or, en mettant pour (T), b, c et $\delta_{(T)}$, leurs valeurs numériques, d'après ce qui précède, on a

$$(T) = +2^\circ,736 \; ; \; \delta_{(T)} = -0,0000748 \; ;$$

$$\frac{b + 3c(T)}{1 + \delta_{(T)}} = 0,00000991797 \; ;$$

$$\frac{c}{1 + \delta_{(T)}} = -0,00000002708 :$$

de sorte que la dilatation vraie $\delta_{t'}$, comptée depuis le maximum de condensation, aura pour valeur

$$\delta_{t'} = 0,00000991797\, t'^2 - 0,00000002708\, t'^3.$$

t' est compté en degrés de Réaumur. Si on voulait l'exprimer en degrés t'' de l'échelle centésimale, il faudrait remarquer que $t' = \frac{5}{4} t''$: éliminant t', on aurait en degrés centésimaux

$$\delta_{t''} = 0,00000634750\, t''^2 - 0,00000001386 5\, t''^3,$$

alors t'' est compté depuis la température $+ 3^\circ,42$ centésim.

Connaissant la valeur de la dilatation vraie δ_T, il est aisé d'en déduire la dilatation apparente dans des vases de nature quelconque; car en désignant par K la dilatation cubique de la matière de ces vases, la dilatation apparente Δ_T est donnée en général par la formule

$$\Delta_T = \frac{\delta_T - KT}{1 + KT}.$$

Si l'on veut ne considérer la dilatation Δ_T que pour des températures très-peu élevées, et telle qu'elle reste toujours très-petite, on peut négliger le produit de $\delta_T - KT$ par KT, et supposer le dénominateur du second membre égal à l'unité, alors on a simplement

$$\Delta_T = \delta_T - KT.$$

C'est ainsi que nous en userons dans l'emploi que nous allons faire de cette formule ; mais pour plus de simplicité, nous substituerons les lettres $a\,b\,c$ aux coefficiens numériques que contient δ_T, c'est-à-dire, que nous prendrons en général

$$\delta_T = aT + bT^2 + cT^3;$$

$a\,b\,c$ ayant les valeurs que nous avons tout à l'heure déterminées ; en substituant cette expression dans Δ_T, il vaut

$$\Delta_T = (a - K)\,T + bT^2 + cT^3.$$

La dilatation apparente Δ_T pourra être susceptible d'un minimum, dont l'époque dépendra de la dilatabilité de la matière du vase; l'équation qui détermine ce minimum est

$$\frac{d\,.\,\Delta_T}{d\,.\,T} = 0, \quad \text{ou} \quad 0 = a - K + 2bT + 3cT^2,$$

Equation du second degré dont les racines sont

$$T' = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 3(a-K)c}}{3c},$$

$$T'' = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 3(a-K)c}}{3c}.$$

Ces deux racines seront toutes deux positives, tant que la matière du vase sera de nature à se dilater par la chaleur; car alors a étant négatif ainsi que c, le produit $3\,(a - K)\,c$ sera positif; la valeur du radical sera donc moindre que celle de b, et comme c est négatif, les deux racines auront le signe $+$; mais la première est la seule qui nous intéresse; car c'est la seule qui soit toujours très-petite. Pour la calculer exactement avec facilité, il faut faire disparaître c du dénominateur, en multipliant les deux termes de la fraction par $b + \sqrt{b^2 - 3(a-K)c}$; de cette manière, on a

$$T = \frac{-(a-K)}{b + \sqrt{b^2 - 3(a-K)c}}.$$

Il ne reste plus qu'à mettre pour K sa valeur dans cette formule, et l'on aura la température T du maximum apparent de con-

densation ; si l'on voulait celle du maximum vrai, on l'obtiendrait en faisant $K = o$, ce qui donne

$$(T) = \frac{-a}{b + \sqrt{b^2 - 3ac}}.$$

C'est ainsi que nous l'avons calculée plus haut. Comme la valeur de c est extrêmement petite ; si la température (T) devait être très-petite aussi, on pourrait, par approximation, se permettre de négliger le terme $3cT^2$, dans l'équation qui détermine le maximum, et alors on aurait

Maximum apparent, $T = -\frac{a}{2b} + \frac{K}{2b}$;

maximum vrai $(T) = -\frac{a}{2b}$;

d'où l'on tirerait $T = (T) + \frac{K}{2b}$.

Ce résultat fait voir comment le maximum apparent dépend du maximum vrai et de la dilatation du vase. Il montre que pour obtenir la température T de ce maximum, il faut nécessairement avoir égard au terme qui contient le carré des températures, dans la loi de la dilatation de l'eau ; mais ce résultat plus simple n'est lui-même qu'approché, et l'expression véritable

$$T = -\frac{(a - K)}{b + \sqrt{b^2 - 3(a - K)c}}$$

peut en différer assez sensiblement, surtout si les vases sont très-dilatables ; car alors les valeurs de K et de T deviendront moins petites, et l'erreur que l'on fait en négligeant le terme $3cT^2$ est plus forte.

J'appliquerai ce résultat à des expériences que M. Dalton a faites sur le maximum apparent de condensation de l'eau dans des vases dilatables ; en voici le tableau : j'y ai joint les dilatations cubiques des matières dont les vases étaient formés (1).

(1) Journal de Nicholson, tome 10, page 93. 1805.

Désignation de la matière des vases.	La dilatation cubique d'après MM. Lavoisier et Laplace, pour 1 degré de Réaumur.	Maximum apparent de condensation, observé en degrés de Réaumur.	Degrés auxquels l'eau se tenait à égale hauteur.
Flintglass. . . .	0,00003 [illegible]3	4°,222	8°,444
Fer.	0,00004578	4, 667	9, 334
Cuivre.	0,00006309	6, 000	12, 000
Laiton.	0,00007002	6, 222	12, 444
Poterie d'étain. .	0,00007266	6, 664 (1)	13, 328
Plomb.	0,00010689	7, 778	15, 556

Voici maintenant la comparaison de ces résultats avec notre formule :

DÉSIGNATION DE LA MATIÈRE DES VASES.	MAXIMUM APPARENT de condensation en degrés de Réaumur.		
	Calculé.	Observé.	Excès de l'observation.
Flintglass.	4°,236	4,222	— 0,014
Fer	5, 072	4,667	— 0,405
Cuivre.	5, 960	6,000	+ 0,040
Laiton.	6, 319	6,222	— 0,097
Poterie d'étain. . . .	6, 456	6,664	+ 0,108
Plomb.	8, 246	7,778	— 0,468

(1) J'emploie cette valeur telle qu'elle se trouve dans la Chimie de Thomson, tome 2, page 256, traduction française. Dans le Journal de Nicholson, le nombre de degrés rapporté pour l'étain est le même que pour le cuivre ; ce qui est probablement une faute d'impression, d'autant que la valeur donnée par M. Thomson s'accorde bien avec la théorie.

Les différences qui existent entre le calcul et l'expérience sont extrêmement petites. Elles peuvent tenir à quelques faibles différences entre les dilatations des matières observées par MM. Lavoisier et Laplace, et les dilatations de celles qui formaient les vases de M. Dalton; d'autant plus que les erreurs de la dilatation sont extrêmement agrandies par la petitesse du diviseur dont elles sont affectées dans l'expression de T. Mais de plus, comme les légers écarts de la formule affectent en général des valeurs négatives, je serais porté à croire que l'eau employée par M. Dalton n'était pas parfaitement pure, et qu'elle contenait quelque petite quantité de substance saline, qui abaissait un peu son maximum de condensation. Cela expliquerait pourquoi, en se servant de vases dont la dilatation était presque insensible, par exemple, de poterie de terre, M. Dalton a trouvé le maximum apparent plus bas que le terme ordinaire du maximum véritable, et une fois entre autres à $+ 1^{\circ},78$ R, tandis que notre formule, pour l'eau distillée pure, et privée d'air, donne le maximum vrai à $2^{\circ},74$ R, près de 1° R, plus haut que l'observation de M. Dalton.

M. Dalton a encore observé que, dans ses vases, l'eau se tenait à égale hauteur, pour des changemens égaux de températures, au-dessus ou au-dessous de celle qui répondait au maximum apparent de condensation. Ceci est encore une conséquence de notre formule; en effet, l'expression générale de la dilatation apparente Δ_T, dans ces basses températures, est

$$\Delta_T = (a - K)\,T + b\,T^2 + c\,T^3.$$

En nommant T' la température du maximum apparent de condensation, nous avons vu qu'elle était donnée par l'équation

$$0 = (a - K) + 2\,b\,T' + 3\,c\,T'^2.$$

Faisons en général

$$T = T' + t',$$

c'est-à-dire, comptons les températures au-dessus ou au-dessous du maximum de condensation apparent; en substituant cette valeur de T dans Δ_T, nous aurons

$$\Delta_T = (a - K)\,T' + bT'^2 + cT'^3$$
$$+ (a - K)\,t' + 2bT't' + 3cT'^2 t'$$
$$+ bt'^2 + 3cT't'^2$$
$$+ ct'^3.$$

La première ligne est constante; c'est la valeur de la dilatation Δ_T à l'époque du maximum de condensation : nous la représenterons par Δ'_T. La seconde ligne est multipliée toute entière par la première puissance de t'; si l'on réunit tous ses termes, le facteur de t' est $a - K + 2bT' + 3cT'^2$, et ce facteur est nul de lui-même, puisque T' est déterminé précisément par la condition de le rendre nul; ainsi toute réduction faite, l'expression de Δ_T devient

$$\Delta_T = \Delta'_T + (b + 3cT')\,t'^2 + ct'^3.$$

nous avons vu que le coefficient c est très-petit; car on a

$$c = -0{,}00000002708.$$

Par conséquent, si l'on étend la comparaison des hauteurs jusqu'à 20° R de part et d'autre de ce maximum, on aura $t' = \pm 20$, et il viendra

$$ct'^3 = \pm 0{,}0002166;$$

c'est-à-dire que ce terme ne ferait encore en plus ou en moins que $\frac{2}{10000}$ du volume total de l'eau à 0°, et si l'on prenait $t' = \pm 10°$, il serait huit fois plus petit encore. Ainsi, à moins que les expériences ne soient d'une précision presque mathématique, l'effet de ce terme ne sera point aperçu. Or, en le négligeant, la valeur de Δ_T ne contient plus que le carré de t'; elle reste donc la même lorsque t' a des valeurs égales, positives ou négatives; c'est là précisément la propriété observée par M. Dalton.

Ce même physicien a mesuré aussi la quantité dont l'eau s'abaisse subitement dans des vases de matières diverses, lorsqu'on les plonge dans un liquide échauffé. Il a vu que cette quantité était différente suivant la nature du vase, et d'autant plus grande qu'il est plus dilatable. De là il a conclu, avec raison, que cet abaissement subit tenait à la dilatation propre du métal qui, propageant la chaleur plus vite que l'eau, s'échauffe avant elle, et se dilate d'abord; mais ce qui le montre encore mieux, c'est que les

quantités de cet abaissement, données par M. Dalton, sont, à très-peu de chose près, proportionnelles aux dilatations cubiques des matières dont les vases étaient formés. Le vase d'étain seul semblerait faire exception, parce que l'abaissement indiqué y est un peu plus faible que pour le laiton, au lieu qu'il devrait être un peu plus fort. Mais si cet écart ne tient pas à une faute de l'imprimeur, il peut tenir à l'extrême difficulté qu'il y a de faire des observations si délicates, et de mesurer cet abaissement subit de l'eau avant qu'elle ait pu prendre aucun accroissement sensible de chaleur.

Je terminerai ces recherches sur la dilatation des liquides, en indiquant un procédé qui en résulte, et qui me paraît aussi simple qu'exact pour mesurer les différences de dilatations des corps solides. C'est d'observer la dilatation apparente d'un liquide, dans des vases faits avec les substances que l'on veut éprouver, et de l'observer toujours entre des températures constantes; par exemple, de 0 à 80° R. Cette dilatation apparente peut s'observer très-facilement avec tel degré de précision qu'on voudra. Quand elle sera connue pour une espèce de vase, dont K sera la dilatation cubique, on aura entre les dilatations vraies et apparentes δ_T et Δ_T, l'équation

$$\Delta_T (1 + KT) = \delta_T - KT$$

d'où l'on tire

$$(1 + \Delta_T) KT = \delta_T - \Delta_T.$$

pour une autre espèce de vase soumis aux mêmes températures, on aura de même

$$(1 + \Delta'_T) K'T = \delta_T - \Delta'_T.$$

δ_T restera constant, puisqu'on aura employé le même liquide, mais K et Δ_T seront différens; aussi je les ai accentués. Retranchant ces équations l'une de l'autre, δ_T disparaît, et il reste

$$(1 + \Delta'_T) K'T - (1 + \Delta_T) KT = \Delta_T - \Delta'_T;$$

d'où l'on tire

$$K' = K + \frac{(\Delta_T - \Delta'_T)(1 + KT)}{T(1 + \Delta'_T)}.$$

Dans l'état actuel de la physique, les dilatations des métaux

sont connues assez exactement pour qu'on puisse les employer à calculer la petite correction dépendante de K, dans le second membre de l'équation précédente. Alors, en y mettant pour Δ_T, Δ'_T et T leurs valeurs observées, on connaîtra $K' - K$. L'exactitude de ces valeurs sera d'autant plus grande que Δ_T et Δ'_T s'obtiennent par des mesures de volumes, et que c'est aussi la différence des dilatations cubiques $K' - K$, qui est donnée par cette équation.

On pourra même obtenir, par ce procédé, les dilatations absolues K des corps solides, pourvu que l'on connaisse celle d'un seul liquide entre deux températures déterminées. Car en exposant un vase divisé, rempli de ce liquide, successivement à ces deux températures, dont je désignerai par T l'intervalle, on pourrait observer la dilatation apparente Δ_T, et comme on est supposé connaître δ_T, l'équation qui lie ces deux quantités donnerait tout de suite

$$K = \frac{\delta_T - \Delta_T}{T(1 + \Delta_T)}.$$

Maintenant, si l'on ne connaissait pas δ_T, on le déduirait de la dilatation apparente du liquide, observée entre les mêmes limites, dans un vase de verre ou de métal exactement gradué. Car les dilatations absolues du verre et de la plupart des métaux ont été déterminées avec tant de soin par MM. Lavoisier et Laplace, qu'on peut les regarder comme exactement connues. On pourra ainsi, avec la plus grande facilité, étendre leurs résultats à tous les autres corps solides.

La seule chose qui resterait à faire serait de s'assurer, par des expériences très-précises, que la marche de la dilatation du mercure, dans l'étendue de l'échelle thermométrique, est rigoureusement la même que celle des métaux. Car ayant déjà trouvé qu'elle est la même que celle de l'air sec, on pourrait alors rapporter toutes les dilatations au thermomètre à air, qui doit être le plus parfait de tous, puisque la substance qui le compose est aussi éloignée qu'il est possible des changemens d'état par lesquels la dilatation est si fortement influencée dans toutes les substances. Nous avons vu que MM. Lavoisier et Laplace avaient tenté d'ob-

server cette correspondance dans leurs recherches sur la dilatation des métaux ; mais qu'ils en avaient été empêchés par la complication de leur appareil. On pourrait aisément y parvenir par le moyen suivant. Soit, fig. 70, VV, un vase cylindrique, construit en fer, dont les deux fonds BB, également du même métal, soient mobiles dans son intérieur, et rodés si soigneusement, qu'un liquide, tel que le mercure, ne puisse pas s'insinuer entre eux et leurs parois. Perçons dans ce cylindre un trou latéral en *o*, et adaptons-y un tube divisé; puis bouchant ce tube avec le doigt, et ôtant un des fonds, remplissons en partie le vase de mercure ; après quoi l'ayant de nouveau fermé, replaçons-le horizontalement, et poussons le fond jusqu'à ce que le mercure s'élève dans le tube à une certaine hauteur, par exemple en *t*. Alors si l'on échauffe le vase, le mercure qu'il contient se dilatera plus que le fer qui le renferme ; et il montera dans le tube, en vertu de l'excès de son expansion. Mais cette ascension diminuerait si, en même temps, on retirait les fonds mobiles pour agrandir le vase, et enfin elle n'aurait pas lieu du tout, si ce mouvement était tel que la capacité du vase fût toujours égale au volume du mercure. Or, on peut obtenir cette égalité par un compensateur métallique. Pour cela fixons aux parois extérieures du vase deux anneaux de cuivre, portant des tiges de même métal CC, dirigées dans le sens de la longueur du cylindre, et jointes transversalement, à leurs extrémités, par une bande solide de fer. Au milieu de celle-ci, adaptons des tiges de fer FF, parallèles aux précédentes, et attachées par l'autre bout aux fonds BB. Alors quand la température s'élevera, les barres de cuivre se dilateront plus que celles de fer; elles entraîneront celles-ci avec elles, et par suite les fonds BB; de sorte que la capacité du vase s'en trouvera augmentée. Or, connaissant les différences de dilatation du fer et du cuivre, ainsi que la dilatation apparente du mercure dans le fer, qui est $\frac{1}{67}$ depuis 0 jusqu'à 100°, comme on le trouve par un calcul pareil à celui de la page 233, on peut tellement calculer les longueurs des barres, par rapport à celle du vase, que le mercure monte à la même hauteur dans le tube à ces deux températures ; et si l'on y trouvait

quelques petites différences, à cause de l'espèce propre de fer et de cuivre dont on aurait fait usage, on les corrigerait aisément, en allongeant ou accourcissant les tiges par un petit mouvement de vis qui déplacerait la barre transversale qui les unit. Or, une fois qu'on aura atteint cette parfaite égalité, pour les deux températures extrêmes, elle devra subsister d'elle-même pour tous les degrés intermédiaires, si la dilatation du mercure suit la même loi que celle des métaux; et au contraire si cette loi est différente, la constance du mercure dans le tube ne pourra jamais s'obtenir. Il est clair, qu'au lieu d'un vase de fer, on pourrait en employer de toute autre matiere avec laquelle le mercure ne se combinerait point. On pourrait aussi, pour plus de simplicité, ne rendre mobile qu'un seul des deux fonds. Quand on voudrait faire l'expérience, on plongerait le vase horizontalement dans une auge remplie d'eau, que l'on porterait successivement à diverses températures, comme dans les expériences sur la dilatation des gaz. D'ailleurs, la longueur de l'appareil n'aurait rien qui le rendît incommode; car, en supposant que le vase fût en fer, et la compensation en fer et en laiton, je trouve que, pour le cas de deux fonds mobiles, la longueur de chaque tige de laiton à 0°, devrait être 11,46, celle du cylindre intérieur étant 1. Je n'ai point eu égard à la dilatation propre de la colonne de mercure contenue dans le tube latéral. Elle sera insensible si ce tube est court; et d'ailleurs sa compensation se trouvera comprise dans les petites corrections expérimentales qu'il faudra faire pour rendre l'extrémité de la colonne rigoureusement invariable.

CHAPITRE XII.

Sur les forces qui constituent les corps dans les divers états de solides, de liquides et de gaz.

En voyant que tous les corps de la nature sont généralement susceptibles de se dilater lorsqu'on les échauffe, et de se contracter lorsqu'on les refroidit, nous sommes conduits à penser que la matière qui les compose ne forme pas un tout continu et sans interstices, mais qu'ils sont seulement des assemblages de particules matérielles très-petites, retenues ensemble par des forces qui s'opposent à leur séparation. Cette idée, que nous pouvons nous faire de la constitution des corps, est fortifiée par la manière dont les liquides se mêlent, par la manière plus intime encore dont ils pénètrent l'intérieur des corps solides, et dont ils se combinent quelquefois avec leur substance. Tous ces phénomènes, et beaucoup d'autres que la physique et la chimie présentent, tendent à indiquer des actions qui s'exercent de molécule à molécule, de manière à n'être sensibles qu'à des distances très-petites. La nature nous en offre même une indication frappante dans les formes régulières des cristaux, dont on représente rigoureusement, par le calcul, toutes les propriétés géométriques, en les supposant ainsi composés de particules matérielles infiniment petites, d'une forme déterminée, apposées les unes aux autres suivant des lois régulières, que leur configuration extérieure nous apprend à découvrir.

Si c'est là ce que l'on peut se figurer de plus probable, relativement à la constitution des corps matériels, à quelle force faut-il attribuer l'aggrégation de leurs particules, et quelle est la puissance qui les réunit? Nous l'ignorons. Mais ce que tout l'ensemble des sciences physiques nous prouve avec évidence,

c'est qu'il existe de pareilles forces dans la nature, et qu'elles y sont infiniment multipliées. Nous voyons que les corps vitreux et résineux acquièrent par un simple frottement la propriété d'attirer les corps légers qu'on leur présente; l'aimant attire le fer, et est attiré par lui; les corps célestes gravitent les uns sur les autres, suivant une force que l'on démontre être proportionnelle à leur masse, et réciproque au carré de leurs distances. Leurs formes, et celles de la terre même, sont celles qu'ont dû prendre naturellement des masses douées d'un mouvement de rotation, en supposant qu'elles fussent primitivement fluides, et que leurs particules s'attirassent mutuellement, suivant cette loi. Des attractions moins apparentes, mais non moins certaines, s'exercent entre les particules des corps solides et celles des liquides dans lesquels ils sont plongés. C'est pour cela, comme nous le prouverons mathématiquement par la suite, que l'eau et l'alcool s'élèvent au-dessus de leur niveau dans les tubes de verre fort étroits ou entre deux plans de glace, qui forment entre eux un très-petit angle, tandis que le mercure s'y abaisse; et pour prévoir ces derniers phénomènes dans leurs moindres détails, il n'est pas même nécessaire de connaître la nature et la loi de la force qui les produit; il suffit de savoir qu'elle existe, et que son effet n'est sensible qu'à de très-petites distances; ce que les expériences les plus concluantes nous permettent de décider.

Une fois donc que nous sommes avertis de l'existence de pareilles forces, et de leur multiplicité dans la nature, nous devons être portés à généraliser leur application, et cela même n'aura rien en soi de systématique, tant que nous ne prononcerons pas sur la nature de ces forces, et que nous tâcherons seulement de tirer de l'expérience ce qu'il nous faut connaître de leur action, pour prévoir les phénomènes composés d'après l'observation des phénomènes les plus simples.

C'est à quoi l'on est parvenu pour les mouvemens célestes, et pour divers autres phénomènes que nous venons d'indiquer. Il est très-probable que tous les phénomènes chimiques dépendent aussi de forces de ce genre, dont l'action n'est sensible

qu'à des distances très-petites, et qui sont diversifiées par la nature des particules ou par leur forme, ou par ces deux élémens réunis. Mais le nombre infini de particules qui réagissent les unes sur les autres, dans ces phénomènes, et la variété des circonstances qui modifient leurs propriétés, n'ont pas permis jusqu'à présent de les réduire à des lois simples, susceptibles d'être énoncées et suivies par le calcul.

En supposant donc que les corps matériels soient des assemblages de particules retenues par leur mutuelle attraction, l'on doit se demander pourquoi ces particules ne se précipitent pas les unes sur les autres, de manière à se mettre en contact. Car si le contact était nécessaire à l'état de corps, les corps se désuniraient quand nous écarterions le moins du monde leurs particules, comme nous pouvons le faire, par le moyen de la chaleur. Or, c'est ce qui n'arrive pas. Lorsque nous échauffons une barre métallique, nous voyons ses dimensions s'étendre, et par conséquent ses molécules s'écarter les unes des autres, sans qu'elles cessent de former un corps solide. Ce n'est qu'en les portant à une chaleur extrême, que nous parvenons à les désunir et à les rendre indépendantes les unes des autres, de manière à former un liquide; mais cette indépendance n'est, pour ainsi dire, qu'un état forcé, qui n'existe que sous l'influence de la chaleur. Pour peu que la chaleur diminue, les molécules se rejoignent, et forment de nouveau un corps solide comme auparavant.

Ce n'est pas qu'on ne puisse pousser plus loin cette séparation; il est des substances que nous pouvons faire passer de l'état solide à l'état liquide, et de l'état liquide à l'état de vapeurs. L'eau, par exemple, est dans ce cas; et elle passe par ces états divers à des températures très-peu différentes les unes des autres, puisqu'elles occupent seulement l'étendue de l'échelle de notre thermomètre; étendue qui, pour une barre métallique, répondrait à des changemens de dimensions à peine perceptibles.

Mais cette eau, ainsi vaporisée, et occupant un volume 1600 fois plus considérable qu'à l'état liquide, comme nous le prouverons par la suite; cette eau, dis-je, n'a point changé de

constitution, ni de nature. C'est encore un liquide dont les parties sont seulement plus séparées, séparées au point d'être devenues invisibles pour nous. Faites baisser la température, vous les verrez aussitôt se réunir en gouttes véritablement liquides, et retourner ainsi complètement à leur premier état.

Cependant l'état de vapeur n'est pas encore le dernier terme de séparation auquel nous puissions réduire les particules des corps. Si l'on fait passer des vapeurs d'alcool à travers un tube de porcelaine rougi au feu, leurs parties constituantes se désunissent; elles déposent, dans le tube, du charbon que l'on y trouve à l'état solide; et le reste de leur substance s'y développe en gaz permanens, que l'on ne peut plus réduire en liquide par aucun refroidissement connu. Ainsi, l'alcool liquide était réellement formé par l'union que les particules du charbon avaient contractée avec les molécules des gaz que nous venons d'en séparer : en échauffant ce système jusqu'à le réduire en vapeurs, nous n'avons pas détruit l'union des particules hétérogènes qui le composaient; mais par une chaleur plus intense, nous les avons désunies, et dans cet état, elles ne peuvent plus désormais se rejoindre, ni reformer l'alcool liquide, parce que leurs distances ont changé, et avec elles a changé aussi l'action réciproque par laquelle elles pouvaient s'unir.

En généralisant ces idées, nous sommes conduits à voir qu'il n'existe réellement pas *d'état naturel* des corps. La liquidité, la solidité, l'état de vapeurs, l'état aériforme, ne sont que des accidens occasionés par l'élévation ou l'abaissement de la température. Eloignez notre planète du soleil, ou rapprochez-la de cet astre; dans le premier cas, les liquides et les gaz passeront à l'état solide; dans l'autre, les corps qui nous paraissent les plus solides se réduiront en gaz. On voit donc que le principe de la chaleur quel qu'il soit, que ce soit ou non une matière, écarte les molécules des corps quand son énergie augmente, et les laisse se rapprocher quand elle s'affaiblit. En étendant cette idée, on a conclu généralement que ce principe était lui-même la force qui maintient les molécules des corps en équilibre contre l'effort de leur attraction réciproque qui tend continuelle-

ment à les rapprocher ; mais quoique cette conclusion soit extrêmement probable, on voit cependant qu'elle est hypothétique, car elle va plus loin que les faits. Nous voyons que la force qui balance l'attraction dans les corps peut être favorisée ou affaiblie par le principe de la chaleur ; cela ne prouve pas nécessairement que ces forces soient de même nature.

En nous bornant donc à considérer les phénomènes sous leur point de vue le plus général, les corps matériels seront pour nous des assemblages de particules tenues continuellement en équilibre entre deux forces, l'attraction qui tend à les réunir, et un principe répulsif, qui sera, si l'on veut, celui de la chaleur, qui tendra à les écarter. L'état solide aura lieu quand la force d'attraction sera prédominante. Alors il faudra que l'énergie du principe répulsif augmente pour que les parties se désunissent. Si cela arrive, il viendra un terme auquel ces deux forces seront égales. Ce sera l'état liquide ; enfin, si le principe répulsif augmente encore, il écartera les molécules matérielles à tel point que leurs attractions mutuelles cesseront d'être sensibles à la distance où elles se trouveront placées, et alors le corps passera à l'état gazeux.

Mais le point momentané d'équilibre qui sépare l'état solide de l'état liquide exige de nous une attention particulière. Quelle que soit la cause et la loi des attractions que les particules exercent les unes sur les autres, l'effet qui en résulte doit être modifié par leurs formes. Quand toutes les autres qualités seraient égales d'ailleurs, une molécule qui sera, je suppose, cylindrique, n'exercera pas la même attraction qu'une sphère sur un point placé à égale distance de son centre de gravité. C'est ainsi, par exemple, que dans la loi de l'attraction céleste, l'attraction d'un ellipsoïde sur un point extérieur sera plus forte dans le sens de son petit axe que dans le sens de son grand axe, à même distance de sa surface. Or, quelle que soit la loi des attractions qui retiennent ensemble les particules des corps, de pareilles différences doivent y exister. Ces particules doivent s'attirer plus fortement par certains côtés que par d'autres. De là doivent naître des différences dans la manière dont elles s'ar-

rangeront lorsqu'elles seront assez rapprochées pour que leurs attractions l'emportent sur la puissance du principe répulsif. Cela nous explique d'une manière très-vraisemblable la cristallisation régulière que prennent les corps solides lorsqu'ils se gèlent sans être troublés. On conçoit également comment la diverse substance des particules ainsi que leurs formes diverses peuvent produire dans les cristaux toutes les variétés que nous y observons.

Le système du monde présente aussi des effets de cette attraction dépendante de la figure. Tels sont les phénomènes de la nutation et de la précession des équinoxes produits par les attractions du soleil et de la lune sur le sphéroïde aplati de la terre. Ces phénomènes n'auraient pas lieu si la terre était sphérique ; ils sont liés à son aplatissement et à son mouvement de rotation d'une manière calculable ; et on peut les déduire mathématiquement.

Mais le calcul montre que cette partie de l'attraction qui dépend de la figure décroît plus rapidement que la force principale. Celle-ci décroît comme le carré des distances ; la partie qui dépend de la figure décroît comme le cube. De même, dans les attractions qui tiennent les parties des corps unies, nous devons nous attendre qu'une différence analogue aura lieu. Ainsi la force de cristallisation pourra être devenue insensible avant que la force principale d'attraction soit éteinte. Quand les molécules seront amenées à cette distance, elles seront indifférentes à toutes les positions que l'on pourra leur donner autour de leur centre de gravité ; ce sera le cas des corps liquides.

Supposons maintenant que la chaleur venant à diminuer, les particules se rapprochent lentement les unes des autres et tendent à se solidifier de nouveau ; alors les forces dépendantes de leur figure commenceront à renaître, et à mesure qu'elles croîtront, les particules sollicitées par ces forces prendront des mouvemens autour de leurs centres de gravités. Elles tourneront les unes vers les autres leurs faces de plus grande attraction, pour arriver enfin aux positions que la cristallisation

exige. Or, selon la figure des particules, on conçoit que ces mouvemens pourront réagir sur leur centre de gravité, et les écarter ou les rapprocher peu à peu les unes des autres jusqu'à donner enfin à leur assemblage le volume qu'il doit prendre dans l'état solide; volume qui, dans certains cas, peut être plus grand, et dans d'autres moindre que celui qu'elles occupaient à l'état de liquidité. Ces considérations mécaniques expliquent ainsi de la manière la plus vraisemblable et la plus satisfaisante, les dilatations et les contractions irrégulières que certains liquides, l'eau et le mercure, par exemple, éprouvent en approchant du terme de leur congélation.

Ces mouvemens, que les particules prennent sur elles-mêmes en approchant de l'état de solidité, et le développement de force qui en résulte, deviennent encore sensibles dans un genre de phénomène que le hasard a d'abord offert à Muschenbroek, mais que M. Blagden a le premier étudié avec le soin nécessaire pour qu'on pût le ramener à des considérations précises. Voici en quoi il consiste. Si l'on verse dans un vase une certaine quantité d'eau distillée, qu'on y place un thermomètre, et qu'on expose le tout à un refroidissement gradué, on voit que le thermomètre peut descendre à plusieurs degrés au-dessous de zéro, sans que l'eau cesse d'être liquide, surtout si elle est garantie du contact de l'air. Mais le moindre petit cristal de glace jeté dans cette eau encore liquide, ou même un simple mouvement de vibration ou de frémissement communiqué à ses particules, suffit pour déterminer à l'instant la congélation. Des aiguilles de glace s'élancent aussitôt de toutes parts, et le thermomètre remonte soudainement à 0°.

Pour favoriser l'expérience et en assurer la réussite, il faut que l'eau ait été privée d'air par l'ébullition; il faut aussi qu'elle soit abritée du contact de l'atmosphère, surtout de l'atmosphère froide qui pourrait y introduire des particules déjà glacées. Sous ces deux rapports, rien n'est plus commode que d'employer pour vase un petit matras à col étroit, et d'opérer dans une chambre dont la température soit au-dessus du terme de la congélation. Alors on met l'appareil dans un

mélange réfrigérant, dont on gradue peu à peu le degré de froid de manière qu'il agisse très-lentement ; car un refroidissement brusque détermine la congélation et empêche le phénomène d'avoir lieu. A l'aide de toutes ces précautions, on peut, selon les observations de M. Blagden, amener la température de l'eau jusqu'à 6°,16 de la division centésimale au-dessous de 0 sans qu'elle cesse d'être liquide. En couvrant de plus sa surface d'une petite couche d'huile, M. Gay-Lussac l'a même vue descendre jusqu'à 12°. En même temps qu'elle se refroidit ainsi, elle se dilate de plus en plus, et l'accroissement de son volume va jusqu'à former une proportion considérable de la dilatation totale qu'elle prend quand elle passe à l'état de glace ; dilatation qui, suivant M. Blagden, est plus de $\frac{1}{7}$ du volume primitif de l'eau à 0.

La plupart des physiciens avaient cru que le repos absolu des molécules liquides était nécessaire à la production du phénomène ; mais M. Blagden a bien prouvé que cette condition n'est point indispensable, car il a remué et agité plusieurs fois de l'eau qui avait été abaissée jusqu'à 6 degrés au-dessous de 0, sans y déterminer la congélation, quoique d'autres mouvemens de frémissement ou de vibration, en apparence plus faibles, mais de nature à agir plus isolément sur quelques particules, la déterminassent aussitôt.

Cette expérience présente plusieurs circonstances remarquables qu'il nous faut étudier isolément. D'abord, la dilatation de l'eau, croissant à mesure qu'elle se refroidit, mais moindre toutefois que celle qu'elle doit prendre à l'état solide, nous montre que les particules qui la composent, sollicitées par le refroidissement, se tournent de plus en plus les unes à l'égard des autres vers les positions du maximum d'attraction qui constitue leur état solide. Si elles ne peuvent s'abaisser ainsi, en restant liquides, que jusqu'à un certain nombre de degrés au-dessous de 0, il faut en conclure qu'à ce terme un froid plus considérable les amène tout-à-fait dans ces positions et détermine leur solidité. On la déterminera donc de même en présentant à ces particules un petit cristal de glace déjà tout formé,

dont toutes les particules, s'offrant à elles par leurs côtés de plus grande attraction, les contraindront à se tourner aussi dans des positions pareilles. Alors les molécules ainsi tournées agiront de même sur celles qui les environnent, comme a fait le premier cristal; et, de proche en proche, le mouvement se propageant dans toute la masse du liquide, déterminera généralement l'état de congélation. On produira encore le même effet, si, par quelques frémissemens imprimés au liquide, on amène un nombre suffisant de ses particules dans les positions favorables au développement de leur attraction mutuelle; mais on n'y réussira pas, ou l'on y réussira rarement, et d'une manière accidentelle, si l'on se contente d'imprimer un mouvement commun à une grande partie de la masse liquide, en l'agitant de manière que le plus grand nombre de ses particules ne se séparent point les unes des autres, et ne changent pas leur position respective.

Voilà pour les circonstances qui déterminent la congélation. Maintenant, quelle est la cause qui fait monter rapidement le thermomètre à l'instant où la congélation a lieu? C'est que tous les corps, comme nous l'avons déjà vu au commencement de cet ouvrage, lorsqu'ils passent de l'état gazeux à l'état liquide, ou de l'état liquide à l'état solide, développent de la chaleur; cela doit donc arriver ici lorsque l'eau liquide se gèle. Ainsi (1), à chaque petit cristal qui se forme, ce cristal et l'eau restée encore liquide, doivent être échauffés, et doivent continuer à s'échauffer ainsi de plus en plus par la congélation d'une nouvelle quantité d'eau, jusqu'à ce qu'enfin le tout soit échauffé exactement jusqu'au degré de la congélation, à moins que toute la masse d'eau ne pût devenir solide avant d'avoir développé assez de chaleur pour élever la température jusqu'à ce degré, ce que l'expérience nous prouve n'avoir pas lieu; et d'un autre côté, il est évident que ce développement de chaleur, produit par la solidification, ne peut pas élever la température

(1) Cavendish on Hutchins's experiments. Philosophical Transaction, 1783.

de l'eau au-dessus du point de la congélation; car, aussitôt qu'elle y arrive, il ne se gèle plus d'eau, et conséquemment il ne s'engendre plus de chaleur.

La raison pour laquelle la glace s'étend en aiguilles à travers l'eau, au lieu de se former en une seule masse solide, c'est qu'aussitôt qu'une petite portion de glace est formée, l'eau, en contact avec elle, est assez échauffée pour ne pouvoir se geler; mais les molécules qui sont à une petite distance de la première, ne partageant pas immédiatement sa chaleur, quoique soumises à sa force attractive, seront encore au-dessous du point de la congélation, et par conséquent pourront commencer à se geler. Cet effet suppose que la chaleur se propage difficilement à travers les particules d'un liquide; mais c'est ce que nous prouverons bientôt par des expériences incontestables.

Sans ce développement de chaleur qui s'opère dans l'acte de la congélation, lorsqu'une masse d'eau, exposée au froid, serait arrivée au point de la congélation, et commencerait à se geler, toute la masse passerait en un instant à l'état solide. Car, comme la glace nouvellement formée n'est pas sensiblement plus froide que l'eau qui l'environne et qui commence à se geler, il s'ensuit que quand l'eau du vase serait refroidie à ce point, la plus petite augmentation de froid convertirait le tout en glace; tandis, qu'au contraire, il est bien connu par l'expérience, que quoique l'eau soit refroidie jusqu'au degré de la congélation, et même au-dessous, il s'écoule un long intervalle de temps, depuis qu'elle commence à geler, jusqu'à ce qu'elle soit gelée en totalité; et pendant tout ce temps, il ne se fait aucun abaissement dans sa température, comme on peut le prouver par le thermomètre.

Nous pouvons donc admettre, avec M. Blagden, cette définition exacte du degré de la congélation. *C'est le degré de froid qui rend les particules fluides incapables de résister au pouvoir attractif d'un autre fluide déjà réduit à la forme solide*; et le fait que le degré de froid de la congélation est moindre que celui que pourrait supporter le fluide abandonné à lui-même, ce fait, dis-je, semble bien prouver que quand les particules ont acquis

l'arrangement de solidité, leur pouvoir attractif est plus fort qu'auparavant. Car elles résistent alors, sans se désunir, à une force répulsive plus considérable; puisque le degré de chaleur qui les maintenait liquides, ne suffit plus pour les liquéfier.

M. Blagden ne s'est pas borné à observer ces phénomènes dans l'eau pure; il a étudié l'influence des substances diverses qui peuvent se dissoudre dans l'eau. Les résultats de ses expériences conduisent à ces conséquences générales: les substances que l'on mêle avec l'eau pure changent le degré où elle se gèle, et communément l'abaissent, mais elles ne lui ôtent pas la propriété de se maintenir liquide au-dessous de ce degré. Cette propriété descend au-dessous du nouveau point de congélation, mais toujours un peu moins que dans l'eau pure. Enfin l'eau purgée d'air s'abaisse plus que l'eau aérée. M. Blagden n'a point étudié l'influence des différens gaz sur ce phénomène. Cavendish a cherché si l'on pourrait produire un abaissement semblable de température, dans le plomb et dans l'étain encore liquides, et prêts à se geler; mais il ne lui a pas paru que ces substances se maintinssent liquides au-dessous du degré de leur fusion. Cependant, il n'affirme pas que le phénomène ne puisse avoir lieu; et en effet ces expériences se faisant toujours dans un air excessivement plus froid que les substances fondues, le contact de cet air peut déterminer la congélation à leur surface, et par suite la propager dans leur intérieur, de même qu'il la détermine par des différences de température beaucoup moindres, lorsqu'il se trouve en contact avec la surface de l'eau.

La manière dont les corps propagent la chaleur, selon qu'ils sont gazeux ou solides, ou liquides, est encore une conséquence de leur constitution dans ces trois états. Si le corps est solide, les particules, qui sont les premières échauffées, ne pouvant se déplacer, communiquent leur excès de température à celles qui les environnent; et c'est seulement de cette manière, et de proche en proche, que l'excès de leur température se transmet aux molécules plus éloignées. On peut en avoir la preuve, en plongeant l'extrémité d'une barre métallique dans une source de chaleur constante; par exemple, dans du plomb

fondant, que l'on entretient constamment au degré de fusion. Car si l'on applique à cette barre, en plusieurs points, des thermomètres dont les boules soient logées dans sa substance, et environnées de mercure pour rendre le contact plus intime, on voit ces thermomètres monter successivement, et d'autant plus tôt qu'ils sont plus près de l'extrémité échauffée de la barre. Dans les gaz, au contraire, dont les particules sont si éloignées les unes des autres, que leur action réciproque n'est pas sensible, celles qui sont les premières échauffées se dilatent tout à coup, et devenues ainsi plus légères que le reste du fluide dans lequel elles nagent, elles s'envolent par l'excès de leur légèreté. On a une preuve sensible de cet effet dans les chambres très-échauffées; car des thermomètres, placés à diverses hauteurs, y montrent des températures successivement croissantes, et quelquefois tellement différentes, que des animaux peuvent vivre dans la partie inférieure, qui mourraient dans la partie supérieure de cette atmosphère. On en peut encore avoir un exemple frappant, pendant l'hiver, dans nos appartemens échauffés; car si l'on ouvre une porte donnant sur le dehors, l'air plus froid, qui entre par le bas de l'ouverture, et l'air plus échauffé, qui sort par le haut, forment deux courans contraires, dont la direction devient sensible, lorsqu'on y expose la flamme d'une bougie. Enfin le courant ascendant, qui se produit le long des tuyaux des poêles, et en général des surfaces échauffées et verticales, est encore un effet du même genre; il peut aller quelquefois jusqu'à enlever de petits corps légers qu'on expose sur sa direction.

Les molécules des liquides étant indépendantes les unes des autres, comme celles des gaz, on conçoit que la chaleur doit y produire des mouvemens du même genre. Mais aussi, comme elles sont beaucoup plus rapprochées les unes des autres, une partie de la chaleur pourrait s'y propager immédiatement de molécule à molécule, ainsi que dans les corps solides. Si, même, ce dernier effet était beaucoup plus rapide que l'autre, il pourrait le détruire en partie ou en totalité. Comme nous ne pouvons pas prévoir *à priori* lequel de ces deux cas a lieu, c'est à l'expérience à en décider. Or, elle prouve que,

dans tous les liquides jusqu'à présent connus, la propagation de la chaleur, par communication immédiate, est extrêmement faible, et comme insensible, comparativement à la communication par les courans ascendans.

Pour mettre ce résultat en évidence, il faut faire en sorte d'isoler ces deux modes de communication. C'est à quoi l'on parvient en échauffant une masse liquide par sa partie supérieure, ou en la refroidissant par sa partie inférieure. Dans le premier cas, les particules que l'on échauffe, devenant plus légères, ne peuvent pas descendre; dans l'autre, les particules refroidies, devenant plus lourdes, ne peuvent pas monter. Pour essayer la première épreuve, il faut prendre un vase de verre, ou de toute autre matière, qui propage lentement la chaleur. Assujettissez un thermomètre de manière que sa boule réponde au fond du vase, et disposez de même un autre thermomètre qui réponde à la partie supérieure; ou mieux encore, que le vase soit percé latéralement de deux trous, pour laisser passer les deux instrumens, fig. 71. Versez alors un liquide froid, de l'eau, par exemple, dans la partie inférieure du vase, de manière que la boule du thermomètre, qui s'y trouve, soit entièrement recouverte; puis faisant flotter sur cette eau quelques corps légers d'une large surface, par exemple, une petite plaque de bois très-mince, versez-y doucement de l'eau bouillante, que vous y ferez descendre sans mouvement brusque, par le moyen d'un siphon: vous aurez ainsi deux couches fluides superposées, et de températures très-inégales. Cependant le thermomètre inférieur ne s'échauffera pas sensiblement, au moins dans les premiers instans de l'expérience. Rumford, qui a le premier imaginé ce genre d'épreuve, et qui en a varié l'application de mille manières, prétend que le thermomètre inférieur ne varie point, quelque temps que l'expérience dure; et il en conclut que les liquides sont absolument incapables de transmettre la chaleur par communication. M. Dalton, qui s'est depuis beaucoup occupé du même objet, trouve, au contraire, qu'au bout d'un certain temps ce thermomètre s'élève; et il en conclut que les liquides s'échauffent principalement par les

courans ascendans, quand ils sont libres de le faire; mais que, cependant, ils transmettent aussi la chaleur par communication directe, quoique avec une facilité incomparablement moindre. Cette dernière opinion, qui a toutes les analogies en sa faveur, me parait extrêmement probable. M. Dalton, dans une de ses expériences, a employé, pour la couche plus froide, du mercure au lieu d'eau; les résultats ont encore été semblables. Le thermomètre inférieur s'est élevé lentement. Cependant, on ne pouvait pas alors supposer des causes d'ondulations intérieures qui eussent fait descendre l'eau dans le mercure, ou monter le mercure dans l'eau. On ne peut pas non plus supposer que la transmission de la température se soit faite par le moyen des parois du vase qui était de verre; car si l'on prend une tige de verre, seulement d'un décimètre de longueur, et qu'on tienne l'une de ses extrémités pendant plus d'une heure à la température de l'eau bouillante, l'autre extrémité ne sera pas seulement élevée au bout de ce temps de $\frac{1}{10}$ de degré, tant le verre transmet mal la chaleur.

On peut faire cette expérience d'une autre manière. Après avoir versé dans la partie inférieure du vase, de l'eau ou du mercure, versez par-dessus de l'alcool à la même température, et après avoir vérifié que les deux thermomètres marquent le même degré, mettez le feu à cet alcool: vous avez ainsi, dans le même vase, un liquide continu, dont la partie supérieure brûle, tandis que la partie inférieure peut être gelée. Cependant le thermomètre placé dans cette couche plus basse, ne monte point, ou ne monte que très-lentement. Maintenant pour faire l'expérience inverse, qui consiste à refroidir la couche supérieure, par communication, il faut placer au fond du vase un morceau de glace, recouvert d'une couche d'eau à zéro, et verser par-dessus une couche d'eau chaude. Alors la glace ne refroidit pas, ou ne refroidit que très-lentement, l'eau placée au-dessus d'elle; et celle-ci ne fond pas la glace, si ce n'est avec une grande lenteur. Le cas est le même que celui des expériences précédentes, et l'on en tire des conséquences pareilles.

Dans toutes ces expériences, il faut prendre garde que la tem-

pérature des couches n'approche pas de 4° C, ce qui répond au maximum de condensation de l'eau. Car puisque, au-dessous de ce terme, l'eau, au lieu de se contracter, se dilate, il s'ensuit que, quoique plus froide, elle devient aussi plus légère. Si donc l'on avait, par exemple, au fond d'un vase une couche à + 4°, et qu'on versât dessus une couche d'eau à zéro, celle-ci ne descendrait pas au fond; et au contraire, si la couche la plus haute était à + 4°, et que l'autre fût à zéro, la première tomberait au fond du vase et se mêlerait avec l'autre. On explique ainsi pourquoi le fond de tous les plus grands lacs de la Suisse, qui sont alimentés par des neiges fondues, s'entretient constamment à la température de 4°; c'est qu'à cette température, les molécules de l'eau sont plus lourdes qu'à toute autre.

MM. Tralles, en Suisse, Hope, en Angleterre, après eux Rumford, sont partis de là pour déterminer par des expériences que l'on pourrait appeler hydrostatiques, le terme du maximum de condensation de l'eau. Comme les expériences de M. Hope rassemblent les résultats de toutes les autres, il me suffira de les expliquer en détail.

L'appareil employé par ce physicien est le même que nous avons déjà décrit plus haut. C'est un vase cylindrique de verre avec deux thermomètres, l'un situé près du fond, l'autre près de l'orifice. M. Hope a d'abord rempli ce vase d'eau, à la température de la glace fondante, et il l'a exposé à l'air libre dans une chambre dont la température était de + 16° centésimaux. Le thermomètre placé au fond du vase a commencé le premier à monter, et il s'est élevé à + 3°,33 avant que le thermomètre supérieur eût commencé à s'émouvoir. Ainsi, en se réchauffant de 0° à + 3°,33, l'eau devenait plus lourde, puisqu'elle allait au fond du vase. Quand toute l'eau s'est trouvée à cette température, le thermomètre supérieur a commencé à monter à son tour. Il s'est élevé jusqu'à + 3°,35, l'autre restant stationnaire, et il a continué à monter plus rapidement que le thermomètre inférieur; ainsi, en s'échauffant au-dessus de + 3°,33, l'eau devenait plus légère puisqu'elle restait au haut du vase.

Par une expérience semblable, M. Tralles a trouvé que

la température stationnaire du thermomètre inférieur était + 4°,35 ; il l'a vu se maintenir à ce terme pendant plusieurs heures, et il en conclut que cette température est celle du maximum de condensation de l'eau.

Pour pouvoir refroidir à volonté telle ou telle couche du liquide contenu dans le cylindre, M. Hope l'a entouré d'une ceinture métallique creuse, dans laquelle il introduisait un mélange réfrigérant. Il plaça d'abord ce mélange à la partie supérieure du cylindre, et exposa l'appareil pendant plusieurs jours dans une chambre, dont la température était + 5°. Le thermomètre inférieur ne baissa jamais au-dessous de + 3°,88, et il se tint stationnaire à cette limite; mais quand le mélange réfrigérant fut appliqué à la partie inférieure du cylindre, le thermomètre supérieur s'abaissa jusqu'à + 1°,11, aussi promptement que le thermomètre inférieur. Ainsi, dans le premier cas, l'eau une fois parvenue à 3°,88 restait au fond du cylindre, et le mélange réfrigérant n'agissait plus sur elle; dans le second, l'eau refroidie au-dessous de 3°,88 s'élevait dans les couches qui n'avaient que cette température, et permettait à ces couches moins froides, de venir se mettre en contact avec le fond du vase, auquel le mélange réfrigérant était appliqué.

Enfin, M. Hope ayant rempli le cylindre d'eau à zéro, plaça la ceinture métallique à son milieu, et la remplit d'eau chaude; alors le thermomètre inférieur fut le premier qui ressentit l'influence de cette chaleur, il monta progressivement jusqu'à 3°,88 avant que le thermomètre supérieur fût affecté. Ainsi, l'eau en se réchauffant jusqu'à ce terme, devenait plus lourde. Mais lorsque toute l'eau du cylindre se fut ainsi élevée à + 4°,16, ce que l'on pouvait obtenir en secouant de temps en temps l'appareil pour la mélanger, on ôta l'eau chaude de la ceinture métallique, et l'on y substitua un mélange réfrigérant. Alors les effets furent contraires, et le thermomètre supérieur descendit jusqu'à + 1°,11 avant que le thermomètre inférieur fût affecté. Dans ce cas, les molécules d'eau, en se refroidissant au-dessous de 4°,16, ne devenaient pas plus lourdes puisqu'elles ne descendaient pas au fond.

M. Hope conclut de ces expériences, que la température du maximum de densité de l'eau est entre 3°,88 et 3,33. Nous avons vu que M. Tralles le porte à 4°,35; Rumford à 4,44; MM. Gilpins et Blagden, par les pesées de l'eau, à 3°,88; les expériences de M. Dalton, dans des vases dilatables, à 4°,35, en ne prenant que les quatre dernières; celles de Deluc à 3°,43; enfin, les pesées de M. Lefèvre Gineau, pour la détermination du gramme, portent encore ce même terme à + 4°,44. De tout cela, il faut conclure que s'il y a quelque chose de certain en physique, c'est que l'eau est susceptible d'un maximum de condensation, compris entre 3°,43 et 4°,44.

Il ne reste plus entre les expériences, d'autres incertitudes que celles qui peuvent tenir aux petites imperfections des thermomètres dont ces savans ont fait usage. Peut-être aussi n'ont-ils pas tous tenu compte de la petite correction que l'on doit employer quand toute la tige du thermomètre n'est pas plongée dans le liquide. Il est à désirer qu'un physicien exact et habile refasse encore une fois ces expériences, en prenant toutes ces précautions, et alors la température du maximum de condensation de l'eau sera connue avec une certitude qui ne laissera rien à désirer. Au reste, on voit déjà qu'il ne peut rester aucun doute sur le fait principal, et c'est là le point important pour notre système de mesures. Car les petites différences qui existent entre les températures du maximum de condensation fixées par divers observateurs, ne peuvent avoir aucune influence appréciable sur le volume vrai de l'eau, qui près de ce terme ne varie pas sensiblement.

CHAPITRE XIII.

Des Vapeurs en général, et d'abord de leur formation et de leur force élastique dans le vide.

Nous avons déjà eu plusieurs fois l'occasion de voir que les liquides, lorsqu'ils sont échauffés jusqu'au point de l'ébullition, dans un vase ouvert et exposé à l'air libre, se convertissent en vapeurs qui se dissipent dans l'atmosphère. Nous avons remarqué que cet effet n'a pas seulement lieu à la température de l'ébullition, puisqu'il s'exhale aussi des vapeurs aqueuses des parois humides d'un ballon de verre dans lequel on fait le vide; et nous avons pu observer que ces vapeurs ont une force de ressort comme les gaz, puisqu'elles dépriment le mercure dans le tube barométrique, adapté à la machine pneumatique. Ce n'est pas uniquement dans le vide que ces vapeurs se développent ainsi à toutes températures, il est seulement plus aisé de les y remarquer. Mais pour en voir l'effet dans l'air même, prenez un ballon de verre, dans lequel vous mettrez une éprouvette A R, fig. 72, pareille à celle de la pompe à condenser; puis après avoir mouillé les parois intérieures de ce ballon, en le laissant communiquer librement avec l'atmosphère, fermez-le, et observez la tension intérieure que l'éprouvette indique. Cela fait, plongez ce ballon dans de l'eau chaude, à une température connue; l'air intérieur se dilatera et fera monter l'éprouvette; mais la pression qu'il exercera ainsi sera beaucoup plus forte qu'elle ne devrait l'être, d'après la loi de la dilatation des gaz secs. Il se forme donc dans ce cas des vapeurs aqueuses élastiques qui se mêlent à l'air, et augmentent sa force de ressort.

Ces phénomènes ont également lieu dans tous les autres gaz; par conséquent il nous devient nécessaire de les étudier spécialement pour pouvoir connaître avec exactitude ce qui tient à l'élasticité du gaz, ce qui tient à l'élasticité de la vapeur; et

comme nous avons déjà complètement déterminé ce qui concerne les gaz secs, on voit qu'il nous faut maintenant examiner par l'expérience les propriétés de la vapeur prise isolément. Pour cela, il nous suffira de suivre pas à pas un travail excellent donné sur cette matière par M. Dalton, dans les Mémoires de Manchester, pour l'année 1805.

Cet habile physicien commence par étudier les effets des vapeurs dans le vide. Le procédé qu'il emploie pour cela est extrêmement simple. On prend un tube de baromètre, divisé sur sa longueur en parties égales, gradué par exemple en centimètres et millimètres : ensuite on y verse du mercure récemment bouilli, de manière à le remplir presque entièrement, et on achève de le remplir tout-à-fait, en recouvrant le mercure avec une très-petite couche d'eau ou du liquide quel qu'il soit, dont on veut essayer les vapeurs. Alors bouchant ce tube avec le doigt, on le renverse, et l'on promène à plusieurs reprises le liquide dans toute sa longueur, afin de détacher les petites bulles d'air adhérentes à ses parois. On redresse de nouveau le tube, en tenant son ouverture en haut. On ôte le doigt; l'excédant du liquide, qui n'est point resté attaché aux parois du tube, monte vers l'ouverture, entraînant avec lui quelques bulles d'air. On laisse dégager cet air, et on achève de remplir le tube avec du mercure, puis on le bouche de nouveau avec le doigt, et on le renverse dans une cuvette remplie de ce même métal, comme on ferait pour avoir un baromètre ordinaire. C'est même réellement un baromètre, dont les parois intérieures sont mouillées avec le liquide dont on a fait usage; mais le mercure s'abaisse dans ce baromètre à liquide, plus qu'il ne le fait au même instant dans un baromètre où l'on a fait bouillir le mercure, parce que les vapeurs qui s'exhalent des parois humectées du tube, exercent intérieurement une force élastique qui déprime la colonne de mercure. Pour observer complètement ces effets, il faut attendre quelques instans, afin que la couche humide qui mouille les parois du tube ait eu le temps de s'en détacher peu à peu, et de venir se réunir, au moins en partie, à la surface du mercure où elle forme une petite couche de 1 ou 2 millimètres d'épaisseur.

Alors en comparant la hauteur de la colonne de mercure élevée dans le tube, à celle que le poids de l'atmosphère élève au même instant dans un baromètre purgé d'air, l'excès de la seconde sur la première fait connaître *la force élastique de la vapeur*, ou ce que l'on nomme sa tension. Par exemple, si la température est de 18°,75, et que le liquide employé soit de l'eau bien pure, le mercure dans le baromètre à liquide se tiendra plus bas de 14 millimètres que dans le baromètre purgé d'air. Si le liquide est de l'éther, et que les circonstances soient les mêmes, la force élastique de la vapeur, ou sa tension, sera beaucoup plus grande.

Avant d'aller plus loin, il faut examiner diverses propriétés qui distinguent essentiellement les vapeurs d'avec les gaz. L'élasticité d'un gaz, ou sa force de ressort, augmente quand on diminue l'espace où il est renfermé; le gaz alors se comprime sur lui-même en résistant toujours davantage, et sa force de ressort est inversement proportionnelle à l'espace qu'on lui fait occuper. Rien de tout cela n'arrive avec les vapeurs, du moins quand l'espace où elles se trouvent en contient toute la quantité qui s'y élève naturellement à la température où l'on opère. Alors, si l'on plonge le tube qui les renferme dans un vase cylindrique, profond et rempli de mercure, fig. 73, à mesure que l'on y descend le tube, on voit l'espace CH occupé par la vapeur, diminuer de plus en plus, sans que la longueur AH de la colonne de mercure intérieure éprouve la plus légère variation. Donc, à mesure que vous resserrez l'espace où la vapeur existe, une portion de cette vapeur perd son élasticité et repasse à l'état liquide. En enfonçant ainsi le tube dans le mercure, on peut liquéfier toute la vapeur; et cela arrive quand la portion CA du tube, élevée au-dessus du niveau extérieur du mercure, égale la hauteur AH de la colonne intérieure, plus l'épaisseur que la petite couche liquide, et la vapeur réduite aussi en liquide, peuvent occuper.

Une autre différence entre les vapeurs et les gaz, qui peut être regardée comme une conséquence de la précédente, c'est que si vous augmentez dans un espace donné, la quantité de matière gazeuse, ou la quantité de matière suscep-

tible d'y développer un gaz, vous augmentez en même temps la force élastique que ce gaz exerce; mais en augmentant, dans un espace donné, la quantité de liquide non vaporisée, vous n'y changez nullement la tension de la vapeur. Ainsi cette tension sera la même dans le tube barométrique de l'expérience précédente, quelle que soit l'épaisseur de la couche liquide amassée au dessus de la colonne de mercure, pourvu toutefois que, dans le calcul, on ait égard au poids de cette petite couche, qui fait partie de la colonne élevée intérieurement.

Le caractère essentiel des vapeurs est donc que, pour chaque température, il n'en peut exister qu'une quantité limitée dans un espace donné; de sorte qu'en diminuant graduellement l'espace, tout l'excès se réduit par la pression, sans que la force élastique augmente; tandis que les gaz, résistant à la pression, peuvent être condensés indéfiniment, et ne sont réductibles à l'état de liquide par aucune pression connue. C'est pourquoi on donne souvent à ces derniers le nom de *gaz permanens*, afin de les distinguer des *vapeurs*.

L'accroissement de la force élastique par la chaleur est aussi très-différent dans ces deux espèces de fluides aériformes, du moins lorsque l'on fournit à l'espace toute la quantité de vapeurs qu'il peut contenir. Les forces élastiques des gaz secs à la température de l'eau bouillante et à celle de la glace fondante, sont entre elles comme 1,375 à 1 : celles de la vapeur aqueuse entre les mêmes termes, dans un espace saturé, sont entre elles comme 160 à 1.

Après avoir ainsi constaté les propriétés caractéristiques des vapeurs, le premier objet de nos recherches doit être de mesurer leurs forces élastiques à diverses températures. L'appareil que nous avons employé, d'après M. Dalton, est encore extrêmement propre pour cet objet; il ne faut qu'entourer notre tube par un autre plus large, fermé à sa base avec un long bouchon de liége que le premier tube traverse, fig. 74. En remplissant l'intervalle des deux tubes avec de l'eau portée successivement à diverses températures, on communique cette température à la vapeur; ensuite pour connaître exactement sa force élastique, on mesure la hauteur de la colonne de

mercure A H qui se trouve soutenue dans le tube au-dessus du niveau; et, après l'avoir réduite à la température extérieure de l'atmosphère, on la retranche de celle que l'on observe au même instant dans un baromètre purgé d'air par l'ébullition.

Nous avons plusieurs fois remarqué que la température d'une masse liquide, qui se refroidit dans l'air, n'est pas tout-à-fait la même au fond, et à la surface supérieure, parce que les molécules plus froides descendent dans les couches inférieures par l'excès de leur poids. Ainsi, la température de la colonne d'eau chaude qui enveloppe le tube dans l'expérience précédente, peut n'être pas rigoureusement constante dans toute sa hauteur. On pourrait essayer de la rendre égale en agitant et mêlant les diverses couches dont elle est composée; mais cela serait assez difficile. Il vaudrait mieux avoir plusieurs thermomètres suspendus à diverses hauteurs dans l'intérieur de cette eau, et prendre une moyenne arithmétique entre leurs indications; ou bien encore, et cela serait probablement plus exact, on pourrait employer un thermomètre dont le réservoir serait cylindrique, et d'une longueur égale à celle de la colonne de vapeurs; alors il faudrait que la colonne d'eau s'élevât assez au-dessus de cette vapeur, pour que le tube du thermomètre y pût être aussi plongé, ou bien il faudrait faire à ses indications la petite correction dont nous avons parlé dans la pag. 59 pour réduire la température du cylindre de mercure à la température du réservoir.

L'emploi d'un pareil thermomètre semblera peut-être ici au premier coup d'œil assez difficile; car il semble que la longueur du réservoir cylindrique devra être très-considérable, si la force élastique de la vapeur est grande; de sorte qu'il devrait même avoir toute la longueur d'un baromètre, lorsque la force élastique de la vapeur deviendrait égale à la pression de l'air atmosphérique. Mais on peut éviter cet inconvénient si l'on se rappelle ce que nous avons dit plus haut, que la force élastique d'une vapeur ne dépend pas du tout de l'espace qu'elle occupe, et est exactement la même, à une même température, que cet espace soit grand ou petit. Car si l'on veut opérer à une

température telle qu'il ne doive rester, dans le tube, qu'un certain nombre n de millimètres de mercure au-dessus du niveau, ce que l'on peut connaître par un essai, il suffira d'employer un tube dont la longueur soit seulement un peu plus grande que n millimètres. Alors la vapeur ne commencera à naître que quand sa force élastique, augmentée par la température, sera capable d'abaisser le mercure jusqu'à cette hauteur. Ainsi dans les températures égales ou peu supérieures à celles où l'on veut commencer les observations, la vapeur n'occupera dans le tube qu'un petit espace, et par conséquent la longueur qu'il faudra donner au réservoir cylindrique du thermomètre sera également peu considérable. Faisons-la, par exemple, de deux décimètres; alors le thermomètre pourra servir dans toutes les expériences où l'espace, occupé par la vapeur, n'excédera pas en longueur deux décimètres. Si donc, pour fixer les idées, on suppose une pression extérieure égale à $0^m,80$, un tube de cette longueur suffira pour observer les forces élastiques depuis 0 jusqu'à $0^m,80 - 0^m,60$ ou 20 centimètres. Ensuite un tube de $0^m,60$ suffira pour les observer de 20 à 40, un troisième de $0^m,40$ suffira depuis 40 jusqu'à 60; et enfin un de $0^m,20$ suffira depuis 60 jusqu'à 80. On emploiera successivement celui de ces tubes qui convient à la température où l'on opère.

Le plus que l'on puisse faire descendre le mercure dans le tube, par le procédé que nous venons de décrire, c'est de l'amener jusqu'au niveau; car on ne pourrait plus observer le point où la vapeur s'arrête, si elle faisait descendre le mercure au-dessous de ce terme, et par conséquent la plus grande force élastique que l'on puisse observer avec cet appareil, est égale à la pression de l'atmosphère. Pour aller plus loin, M. Dalton s'est servi d'un tube recourbé en forme de siphon, fig. 75. Il le remplissait en partie de mercure avec les précautions que nous avons d'abord décrites; et il faisait passer ensuite dans la branche la plus courte le liquide qu'il voulait vaporiser. La longueur de cette branche était telle que l'espace occupé par la vapeur y fût nul ou peu considérable à la température ordinaire de l'atmosphère. En redressant l'appareil, on observait si la vaporisation avait lieu, et dans tous les cas on marquait sur

la longue branche, la hauteur du mercure dans la petite, ce qui fixait la différence de niveau. Alors, pour élever la température du liquide, M. Dalton employait deux enveloppes de métal, cylindriques et concentriques l'une à l'autre, fig. 76, dont l'intérieure s'ajustait avec des bouchons autour de la branche du tube qui contenait le liquide. Ensuite on versait, entre les deux enveloppes, de l'eau à une température déterminée, aussi chaude qu'on le désirait. La force élastique de la vapeur, augmentant par la chaleur, abaissait le mercure dans la branche la plus courte, et l'élevait dans la branche la plus longue : en mesurant cette élévation, la doublant, et ajoutant la différence primitive de niveau, l'on avait la hauteur totale de la colonne de mercure élevée dans la longue branche au-dessus du niveau de ce liquide dans la plus petite, niveau que l'enveloppe métallique empêchait d'apercevoir. Ajoutant donc cette hauteur à celle que la pression atmosphérique soutenait au même instant, dans un baromètre purgé d'air, la somme exprimait la pression totale que la vapeur soulevait à cette température : c'était par conséquent la mesure de sa force élastique.

Conjointement avec les méthodes précédentes, M. Dalton en a employé une autre pour connaître ou plutôt pour vérifier la tension de la vapeur aqueuse entre les températures de 0 et de 100 degrés. Il y emploie ce principe simple, lorsqu'un liquide bout sous une certaine pression de l'atmosphère, sa force élastique est égale à la pression que cette atmosphère exerce sur sa surface. Or, pour exposer ainsi un liquide à des pressions atmosphériques différentes et moindres que la pression ordinaire de l'atmosphère, il n'y a qu'à le mettre sous le récipient d'une machine pneumatique, à l'aide de laquelle on raréfiera l'air lentement et par degrés. Le baromètre adapté à la machine s'élève pendant cette opération; et sa hauteur, retranchée de celle qui s'observe au même instant dans le baromètre extérieur, donne la mesure de la pression exercée par l'air contenu dans le récipient. Si donc l'eau que vous y placez se trouve échauffée à un degré tel qu'elle commence à bouillir sous cette pression, vous connaîtrez par cela même que sa force élastique est égale à celle de l'air renfermé, et par conséquent

vous pourrez l'exprimer par la longueur de la colonne de mercure que cet air soutient. Ainsi tout se réduit à mettre d'avance un thermomètre dans cette eau pour connaître sa température au moment où elle commence à bouillir. Cette seconde méthode employée par M. Dalton lui a donné des résultats qui s'accordaient très-bien avec les observations faites dans des tubes vides d'air.

On verra plus loin que la vapeur, en se mêlant à l'air dans un espace fermé, ajoute sa force élastique à celle que cet air avait déjà. D'après cela, on pourrait penser que, dans l'expérience précédente, la force élastique de l'eau, qui entre en ébullition, devrait s'ajouter à celle de l'air contenu dans le récipient, et par conséquent la doubler; ce qui est tout-à-fait contraire à l'expérience, car lorsque l'ébullition a lieu, l'éprouvette n'en est nullement affectée. Mais il faut faire attention que la masse d'eau liquide possède seule cette température élevée qui la fait bouillir. L'air renfermé dans le récipient se trouve à une température toute différente, et il la conserve par le contact des parois du récipient même et du plateau de glace de la machine, qui sont à la même température que lui. Or, tant que la température reste la même dans cet espace, il ne peut admettre qu'une certaine quantité déterminée de vapeur. Cette quantité se forme dès que le vase qui contient le liquide est placé sous le récipient; ainsi, quand l'eau vient à bouillir, les vapeurs qui s'en exhalent avec plus de rapidité ne font que compenser celles qui se condensent au même instant sur les parois du récipient, et dans l'air lui-même, sans qu'il en résulte le moindre accroissement dans la force élastique commune du mélange d'eau et de vapeurs, comme le prouve en effet l'observation. L'exacte vérité de ces considérations sera parfaitement sentie quand nous aurons examiné les phénomènes qui résultent du mélange des vapeurs et des gaz; nous nous bornons ici à les indiquer.

En employant les divers procédés que je viens d'exposer, M. Dalton a d'abord mesuré les forces élastiques de la vapeur aqueuse pour diverses températures comprises entre 0 et 100 de-

grés du thermomètre centésimal. Voici le tableau de ses résultats :

Températures en deg. cent.	Force élastique de la vapeur observée en pouces anglais.	Rapport de chaque terme au terme précédent.
0°00	0P,200	
6, 25	0, 297	1, 485
12, 50	0, 435	1, 465
18, 75	0, 630	1, 450
25, 00	0, 910	1, 440
31, 25	1, 290	1, 43
37, 50	1, 820	1, 41
43, 75	2, 540	1, 40
50, 00	3, 500	1, 38
56, 25	4, 760	1, 36
62, 50	6, 450	1, 35
68, 75	8, 550	1, 33
75, 00	11, 250	1, 32
81, 25	14, 600	1, 30
87, 50	18, 800	1, 29
93, 75	24, 000	1, 27
100, 00	30, 000	1, 25

Les deux premières colonnes de ce tableau n'ont pas besoin d'explication; la troisième renferme les facteurs par lesquels il faut multiplier chaque force élastique pour avoir la suivante dans la table. Si ces facteurs étaient toujours les mêmes, la suite des forces élastiques correspondantes aux températures observées formerait une progression géométrique croissante de 0 à 100 degrés; mais on voit que ce facteur va continuellement en diminuant d'une manière régulière et lente à mesure que la température s'élève. Pour voir comment nous pourrons représenter ces circonstances, négligeons d'abord la variation qui existe dans la loi du décroissement. Supposons que la raison des termes successifs soit constante et égale à K, en passant du plus élevé au plus faible. Alors en nommant F_n la force élastique correspondante à la température $100° - n$, on aurait

$$F_0 = 30^{pc}.$$
$$F_1 = 30^{pc}.\ K^1$$
$$F_2 = 30^{pc}.\ K^2,$$

et généralement

$$F_n = 30^{pc}.\ K^n;$$

d'où l'on tirerait

$$\log.\ F_n = \log.\ 30^{pc}. + n \log. K.$$

Alors les logarithmes de la force élastique suivraient une progression arithmétique dont la raison serait exprimée par log. K. Quoique cette hypothèse ne soit pas tout-à-fait conforme aux expériences, cependant il est facile de voir qu'elle ne s'en écarte pas beaucoup, puisque la raison des termes successifs décroît avec beaucoup de lenteur. D'après cela rien n'est plus simple que de chercher à représenter le décroissement des logarithmes de F_n par une suite de termes de la forme $an + bn^2 + cn^3$, $a\ b\ c$ étant des coefficiens constans, ce qui donne

$$\log.\ F_n = \log.\ 30 + an + bn^2 + cn^3.$$

Il est inutile d'employer des puissances de n supérieures à la troisième, parce que leurs coefficiens seraient insensibles, comme le calcul va le faire voir.

Pour déterminer les coefficiens $a\ b\ c$, nous ferons usage des forces élastiques observées aux températures 100°, 75°, 50° et 25°; ce qui nous donnera les conditions

$n = 0$	$F_0 = 30^{pc}.$
$n = 25$	$F_{25} = 11,250$
$n = 50$	$F_{50} = 3,500$
$n = 75$	$F_{75} = 0,910.$

En substituant ces conditions dans notre formule générale, et faisant attention que le logarithme d'une fraction est égal au logarithme du numérateur moins le logarithme du dénominateur, on aura les trois équations de conditions suivantes:

$$-0,4259687 = 25\ a + 625\ b + 15625\ .\ c$$
$$-0,9330519 = 50\ a + 2500\ b + 125000\ .\ c$$
$$-1,5180799 = 75\ a + 5625\ b + 421875\ .\ c.$$

Doublant la première et la retranchant de la seconde, a dis-

parait; la triplant et la retranchant de la troisième, a disparait encore. Puis divisant chacune des deux équations résultantes par le coefficient de b, il vient

$$-0{,}00006489160 = b + 75 \,.\, c$$
$$-0{,}00006404635 = b + 100 \,.\, c.$$

Retranchant ces deux-ci l'une de l'autre, b disparaitra; et divisant par le coefficient de c, on aura c. Ensuite on substituera la valeur de c dans une de ces mêmes équations, et l'on aura b. Enfin, en mettant b et c dans une des deux premières, on aura a; on trouvera ainsi

$$a = -0{,}01537419550$$
$$b = -0{,}00006742735$$
$$c = +0{,}0000000 3381;$$

alors toute la formule

$$\log. F_n = \log. 30 + an + bn^2 + cn^3$$

se trouve entièrement determinée, et peut servir pour calculer F_n relativement à une valeur quelconque de n. Si l'on fait, par exemple, $n = 100^\circ$, on aura la valeur de la force élastique à 100° au-dessous de l'ébullition, par conséquent à la température de la glace fondante; on trouvera ainsi

$$\log. F_n = 1{,}4771213 - 2{,}1778831 = -0{,}7007618;$$

ou, en employant les caractéristiques négatives, afin de pouvoir consulter les tables de logarithmes ordinaires,

$$\log. F_n = \bar{1}{,}2992382,$$

ce qui donne

$$F_n = 0^{po}{,}19917;$$

l'observation donne

$$F_n = 0^{po}{,}200.$$

L'erreur est par conséquent insensible, et nous pouvons adopter notre formule comme représentant les expériences de M. Dalton.

Il ne nous reste plus qu'à la réduire à nos mesures françaises. D'abord, d'après la comparaison des mesures linéaires, on a

$$30 \text{ pouces anglais} = 0^{m}{,}76199.$$

Ainsi, pour avoir F_n en mètres lorsqu'on a sa valeur en pouces anglais, il faut diviser cette valeur par 30 et la multiplier par 0,76199. Cela revient à remplacer le logarithme de 30 pouces par celui de $0^m,76199$. De plus, il faut encore introduire une autre sorte de correction, à la vérité fort petite, mais nécessaire pour la rigueur. Selon la table de M. Dalton, la force élastique de la vapeur aqueuse à 212° Farenheit, ou 100° de l'échelle centésimale, est égale à 30 pouces anglais, ou $0^m,76199$. De là il résulte que dans le thermomètre anglais le degré de l'ébullition de l'eau, ou 212° F, est marqué sous cette pression, tandis que dans le nôtre il l'est sous la pression $0^m,76$. Or, nous avons vu que 27 millimètres d'augmentation dans la pression augmentent la température de l'ébullition de 1 de nos degrés; par conséquent 2 millimètres l'augmenteront de $\frac{1}{27}$, c'est-à-dire que la force élastique $0^m,76199$, rapportée à notre thermomètre, répond à la température de $100° + \frac{1}{27}$; et ainsi 100° de M. Dalton valent en degrés français $100° + \frac{1}{27}$; d'où il suit proportionnellement que n de ses degrés en valent $\frac{(100 + \frac{1}{27})n}{100}$ des nôtres. Par conséquent, si l'on veut compter les températures en fonction de notre thermomètre, il faudra d'abord transformer les n degrés de M. Dalton en $n + \frac{1}{2700}n$; après quoi il en faudra retrancher $\frac{1}{27}$ de nos degrés pour transporter leur origine au terme adopté par nous pour l'ébullition de l'eau. De sorte qu'en représentant par N le nombre de nos degrés qui répond à n, nous aurons

$$N = -\frac{2}{27} + n\left(1 + \frac{2}{2700}\right);$$

de là on tire

$$n = \frac{N + \frac{2}{27}}{1 + \frac{2}{2700}}.$$

Comme la fraction $\frac{1}{2700}$ est extrêmement petite, on peut né-

gliger ses puissances supérieures, et même son produit par $\frac{1}{27}$, sans qu'il en puisse jamais résulter aucune erreur appréciable dans les limites où l'on observe. En se bornant à cette approximation, l'on aura

$$n = \frac{2}{27} + N\left(1 - \frac{2}{2700}\right).$$

Les deux valeurs de n et de N s'accordent quand $N = 100$, parce que le centième degré, à partir de l'ébullition de l'eau, répond sur chacun des deux thermomètres à la température de la glace fondante. On serait arrivé au même résultat d'une manière peut-être plus simple, mais surtout plus générale, en considérant d'abord que la relation de n à N ne peut être que de cette forme :

$$n = \alpha + \beta N,$$

α et β étant deux constantes qui doivent être déterminées par les conditions

$$n = 0, \quad \text{quand} \quad N = -\frac{2}{27};$$

$$n = 100, \quad \text{quand} \quad N = 100;$$

ce qui donne les deux équations

$$0 = \alpha - \frac{2}{27}\beta, \qquad 100 = \alpha + 100\beta,$$

d'où l'on tire

$$\beta = \frac{100}{100 + \frac{2}{27}} \qquad \alpha = \frac{2}{27} \cdot \frac{100}{100 + \frac{2}{27}};$$

et enfin

$$n = \frac{N + \frac{2}{27}}{1 + \frac{2}{2700}};$$

ce qui est le même résultat que précédemment. De là on tirerait de même l'approximation toujours suffisante

$$n = \frac{2}{27} + N\left(1 - \frac{1}{1350}\right).$$

Maintenant pour réduire la formule

$$\log. F_n = \log. 0^m,76199 + an + bn^2 + cn^3$$

en degrés de notre thermomètre, il faut y substituer, au lieu de n, sa valeur en N. Mais en mettant pour α β leurs valeurs approchées $\frac{1}{17}$ et $(1 - \frac{1}{1110})$, on peut se borner à la première puissance de la fraction $\frac{1}{1110}$, d'autant plus que les autres puissances de cette fraction ne sont multipliées que par les coefficiens b et c qui sont extrêmement petits. On trouvera de cette manière

$$\log. F_N = \log. 0^m,76199 - 0,0011291995 7 - 0,0153727875 7\,N$$
$$- 0,0000673199 5\,N^2 + 0,0000000337 4\,N^3.$$

Or, en faisant usage des tables ordinaires de logarithmes, on trouve $\log. 0^m,76199 = \bar{1},8819493$,

d'où retranchant le second terme de la formule 0,0011292

il reste $\bar{1},8808201$,

qui est précisément le logarithme de $0^m,7600$.

Ainsi, en faisant pour plus de simplicité

$$A = -0,0153727875 7 \qquad \log. A = \bar{2},1867526$$
$$B = -0,0000673199 5 \qquad \log. B = \bar{5},8281441$$
$$C = +0,0000000337 4 \qquad \log. C = \bar{8},5281451,$$

on pourra mettre l'expression de F_N sous la forme

$$F_N = 0^m,76 \,.\, 10^{AN + BN^2 + CN^3},$$

N désigne le nombre de degrés du thermomètre centésimal comptés depuis la température de l'ébullition de l'eau, positivement *au-dessous* de ce point, et négativement *au-dessus*. Cette expression de F_N a été donnée pour la première fois par M. Laplace avec des coefficiens un peu différens. D'après cela, quand N sera donné en degrés de notre thermomètre, on cherchera d'abord log. F_N par la formule

$$\log. F_N = \bar{1},8808201 + AN + BN^2 + CN^3,$$

ce qui se réduit à ajouter la quantité variable $AN + BN^2 + CN^3$ au logarithme constant $\bar{1},8808201$: la somme sera le logarithme de F_N, et il ne restera plus qu'à chercher dans les tables de logarithmes le nombre correspondant; ce sera F_N.

Supposons, par exemple, que l'on demande quelle sera la

valeur de la force élastique F_N à 90° du thermomètre centésimal, par conséquent à 10° au-dessous de l'ébullition de l'eau. Dans ce cas, on aura $N = 10$, ce qui donnera

$$\begin{aligned} AN &= -0{,}1537278757 \\ BN^2 &= -0{,}0067319950 \\ \hline AN + BN^2 &= -0{,}1604598707 \\ CN^3 &= +0{,}0000337400 \\ \hline AN + BN^2 + CN^3 &\quad -0{,}1604261307 \end{aligned}$$

Terme constant..... $\bar{1}{,}8808201000$

$$\log. F_N = \bar{1}{,}7203940$$

avec ce logarithme, les tables donnent

$$F_N = 0^m{,}52528;$$

c'est la force élastique de la vapeur aqueuse, dix degrés au-dessous de l'ébullition de l'eau. Nous n'avons conservé dans log. F_N que les sept premières figures, parce que c'est à ce nombre de décimales que les tables ordinaires sont bornées.

Lorsque l'on voudra faire le calcul sur les mesures anglaises, et en réduisant seulement l'échelle de Farenheit à l'échelle centésimale, il faudra employer la valeur de F_n en n, telle que nous l'avons trouvée d'abord; mais pour qu'elle soit plus propre à cet usage, il est bon d'y introduire les degrés de Farenheit. Or, si l'on nomme ceux-ci f, et qu'on les compte à partir de 212°, on aura

$$\frac{5}{9} f = n;$$

de sorte, qu'en substituant cette valeur de n en f, dans la formule de la page 274, elle se trouvera entièrement rapportée aux mesures anglaises. Alors, en représentant toujours par $a\,b\,c$ les trois coefficiens dépendans de la température, on aura

$$\begin{aligned} a &= -0{,}0085412 1972, \\ b &= -0{,}0000208 1091, \\ c &= +0{,}0000000 0580, \end{aligned}$$

et ensuite

$$\log. F_f = 1{,}4771213 + af + bf^2 + cf^3;$$

f étant le nombre de degrés de Farenheit, comptés à partir de 212°, positivement au-dessous de ce point, et négativement au-dessus.

Dans tous les calculs que nous venons de faire, nous avons porté l'exactitude numérique vraisemblablement fort au-delà de ce que les expériences comportent. Mais, outre que l'on est toujours le maître de négliger, dans les coefficiens définitifs, les chiffres dont on ne veut pas faire usage, sans craindre désormais que leur influence s'accroisse, j'ai voulu surtout montrer avec détail comment il faut s'y prendre pour interpoler une série d'observations qui s'écartent peu d'une loi simple et rigoureuse, comme l'est ici la progression géométrique. Nous avons déjà trouvé dans les dilatations des liquides un exemple pareil. C'est une manière commode et sûre pour réduire les résultats généraux des expériences à leur expression la plus simple, et pouvoir en suivre les conséquences dans toute leur extension.

En faisant usage des formules que nous venons d'établir, il nous sera fréquemment nécessaire de connaître la variation de la force élastique F_N pour un degré en plus ou en moins dans la température près du terme de l'ébullition de l'eau. Nous y parviendrons en supposant $N = 1$ dans la formule relative à la division centésimale, et $f = 1$ dans celle qui contient les degrés de Farenheit. On trouve alors dans la première

$$F_N = 0^m,73361 = 0^m,76 - 0^m,02635;$$

dans la seconde

$$F_f = 29^p,4144 = 30^p - 0^p,5856.$$

D'où l'on voit que, près du terme ordinaire de l'ébullition de l'eau, une diminution de 1° centésimal dans la température affaiblit la force élastique de la vapeur de $26^{mm},35$, ou environ un pouce français, et une diminution de 1° de Farenheit, l'affaiblit de $0^p,5856$. Si l'on supposait $N = -1$, $f = -1$, on trouverait des variations sensiblement égales, mais en sens opposé. Ces résultats confirment la règle que nous avons donnée page 104, pour régler les thermomètres, quand le baromètre n'est pas exactement à $0^m,76$.

La force élastique de la vapeur aqueuse étant ainsi connue

pour toutes les températures où l'on peut avoir occasion de l'observer, M. Dalton a cherché à déterminer de la même manière celle des vapeurs des autres liquides; et, par des expériences ainsi faites sur l'éther sulfurique, l'alcool, l'ammoniac liquide, une dissolution de muriate de chaux, l'acide sulfurique et le mercure, il a découvert cette loi générale : que la variation de la force élastique de la vapeur, pour un même nombre *n* de degrés du thermomètre, est exactement la même pour tous les liquides, en partant de la température où les forces élastiques sont égales. Ainsi, en supposant, par exemple, de l'eau et de l'éther liquides, soumis l'un et l'autre à une même pression de $0^m,76$, on trouve, par expérience, que l'eau bout à 100 degrés du thermomètre, tandis que l'éther bout à 39°. A ces températures, les forces élastiques des deux vapeurs sont par conséquent égales entre elles, et soutiennent également une pression de $0^m,76$. Maintenant, si l'on diminue chaque température de 10 degrés, ce qui amenera celle de l'eau à 90, et celle de l'éther à 29, on trouve que les forces élastiques des deux vapeurs sont encore égales, et qu'elles sont l'une et l'autre diminuées de $0^m,23472$; c'est-à-dire, qu'elles ne soutiennent plus que $0^m,52528$, ainsi que nous venons de le trouver pour la vapeur d'eau, 10° au-dessous de son ébullition.

Autre exemple. L'éther, dont se servait M. Dalton, bouillait à 102° Farenheit : il mouilla, avec cet éther, un tube barométrique rempli de mercure, avec les précautions que nous avons décrites plus haut. L'ayant ensuite renversé, et placé dans la cuvette, une petite couche d'éther s'éleva en peu de minutes sur le sommet de la colonne de mercure, et la hauteur de la colonne devint stationnaire. Cette hauteur se trouva alors être de 17 pouces anglais. La température de l'air de la chambre était à 62° Farenheit, et le baromètre, au même instant, marquait $29^p,75$. On avait donc pour cet éther :

	Température.	Force élastique.
1re expérience,	102°	$29^p,75$
2e expérience,	62	$29^p,75 - 17^p, = 12,75$

différence des températures 40°.

Pour comparer ces résultats à ceux que donne la vapeur aqueuse, il faut d'abord chercher la température à laquelle celle-ci soutient $29^{p},75$ ou $30^{p} - 0^{p},25$; et d'après les lois de décroissement que nous avons calculées tout-à-l'heure, on trouve que cela a lieu à la température de $212° - 0°,43$. Ainsi, à cette température, la force élastique de la vapeur aqueuse égalait celle de l'éther dans la première expérience. La seconde expérience est faite à une température plus basse de 40°; abaissons donc aussi de cette quantité la température $212° - 0°,43$, nous aurons $212° - 40°,43$; ce qui, selon notre notation, donne $f = 40,43$ pour la distance à 212°. Si la loi est vraie, la force élastique des deux vapeurs, à cette dernière température, est encore égale. En effet, en calculant avec $f = 40,43$, on trouve $F_f = 12^{p},54$, valeur presque égale à $12^{p},75$; la différence est $0^{p},21$ ou $5^{mm},33$.

M. Dalton essaya de même cette loi pour diverses autres températures, soit au-dessous de l'ébullition, soit au-dessus, et il la trouva toujours exacte. Mais, comme la force élastique de l'éther devient très-considérable à de hautes températures, parce qu'elle est déjà très-forte à des températures basses, on conçoit qu'il fut obligé d'employer un baromètre à siphon, fig. 75. Cela lui donna même l'avantage de pouvoir vérifier la loi des forces élastiques de la vapeur aqueuse à des températures plus élevées qu'il n'avait pu le faire par l'expérience directe. Par exemple, en essayant ainsi la vapeur de l'éther à la température de 147° de Farenheit, il trouva qu'elle soutenait une colonne de mercure égale à 35^{p}, outre la pression atmosphérique qui était alors de $29^{p},75$; la force élastique de cette vapeur était donc alors $64^{p},75$. Pour la comparer à celle de la vapeur aqueuse, il faut partir de la température où cette dernière égale $29^{p},75$; c'est $212° - 0°,43$, comme nous l'avons vu tout-à-l'heure. Il faut y ajouter l'augmentation de température éprouvée par la vapeur de l'éther depuis l'ébullition, c'est-à-dire $147° - 102$ ou 45°; ce qui donne $212 + 44,57$, et par conséquent $f = -44,57$ dans notre formule. Calculant donc F_f avec cette valeur, on trouve $F_f = 65^{p},456$, tandis que l'observation di-

recte de l'éther donne $64^{p},75$; la différence est $0^{p},71$ ou $18^{mm},03$. Cette différence, sur une force absolue de 1651 millimètres, paraîtra sans doute bien petite, surtout si l'on songe à toutes les sources d'erreurs que comportent nécessairement de pareilles observations.

Les expériences que fit M. Dalton sur l'esprit de vin, l'ammoniac et la dissolution de muriate de chaux, confirmèrent également la loi précédente. Comme la méthode est la même, il est inutile d'entrer à cet égard dans aucun détail. J'ajouterai seulement que nous avons cherché à vérifier cette loi, Amédé Bertholet et moi, dans le laboratoire d'Arcueil, et qu'en l'appliquant à un très-grand nombre de liquides très-divers, nous l'avons toujours trouvée exacte, du moins dans les limites d'erreurs que nous pouvions raisonnablement attribuer à nos observations. Néanmoins, je ne dois pas dissimuler que plusieurs physiciens du continent ont cru y reconnaître parfois quelques légers écarts. Mais, outre les petites erreurs qui peuvent rester encore sur l'évaluation des forces élastiques de la vapeur aqueuse elle-même, il faut si peu de chose pour faire varier les tensions, de quelques millimètres, dans les hautes températures, qu'on doit beaucoup se défier des premiers aperçus. Par exemple, en répétant ces expériences, il faut bien prendre garde à ne pas introduire d'air dans le tube à vapeurs, et même il serait nécessaire que les liquides dont on fait usage en fussent parfaitement privés ; car cet air, que l'on ne soupçonne point, augmentant la force élastique de la vapeur, doit altérer tous les résultats. Il faut aussi, quand on veut élever la température de la vapeur, avoir soin qu'il y ait toujours au-dessus de la colonne de mercure une petite couche liquide pour fournir à la nouvelle quantité de vapeurs qui se produit. Car, si une fois le liquide était complètement vaporisé, et qu'il ne se formât plus de nouvelles vapeurs, la tension de celles qui existeraient alors dans le tube ne croîtrait plus suivant la progression que nous avons supposée; mais elles continueraient de se dilater comme un gaz. Nous avons déjà énoncé ce dernier fait d'après M. Gay-Lussac, en parlant de la dilatation des substances aériformes,

et on en verra encore la confirmation dans le chapitre suivant.

De la théorie précédente, il résulte que les liquides, qui bouillent à de très-hautes températures, doivent donner des vapeurs dont la force élastique est excessivement petite dans les températures ordinaires. Prenons pour exemple de l'acide sulfurique, qui soit tel, que sous une pression de $0^m,76$ il bouille à la température de 300 degrés. Si l'on élève sa température jusqu'à 200 degrés, c'est-à-dire à 100 degrés au-dessous de son ébullition, sa vapeur aura la même tension que celle de l'eau à zéro, c'est-à-dire qu'elle sera de 5 millimètres. Mais si l'on ne porte cet acide qu'à la température de 100 degrés, la tension de sa vapeur sera la même que celle de la vapeur aqueuse à 100 degrés au-dessous de 0, c'est-à-dire qu'elle sera absolument inappréciable. C'est ce que l'on trouve en effet, tant pour cette température que pour les températures inférieures. Nous avons également vérifié ce résultat, Amédé Bertholet et moi, pour les huiles grasses qui ne bouillent aussi qu'à des degrés très-élevés, et nous avons pareillement trouvé leur tension insensible. Mais je le répète, il faut bien éviter de mêler de l'air au liquide introduit; car alors on observerait des forces élastiques assez sensibles, qui seraient dues à cet air, et qu'on attribuerait mal à propos aux vapeurs. Dans ce cas, il y aurait un moyen sûr de reconnaître l'erreur; ce serait d'élever la température de la prétendue vapeur d'un certain nombre de degrés; de la porter, par exemple, jusqu'à 100 degrés. Alors, en mesurant l'accroissement de sa force élastique d'après sa dilatation, l'on trouverait qu'il est précisément le même que celui qui convient aux gaz secs; et comme on serait pourtant certain qu'il se serait opéré un nouveau développement de vapeurs, il s'ensuivrait que la force de cette vapeur est tout-à-fait insensible.

Les mêmes considérations s'appliquent également aux vapeurs du mercure qui ne bout qu'à la température de 349 degrés, et il en résulte que la tension de ces vapeurs, dans les températures ordinaires, doit aussi être excessivement petite. Ce résultat est fort important pour la physique. Car c'est le mer-

cure qui nous sert dans les tubes barométriques pour mesurer la pression de l'atmosphère : quand nous disons que le baromètre mesure pour nous cette pression, nous supposons tacitement qu'il n'existe dans le haut du tube aucun fluide élastique qui puisse y exercer intérieurement une pression sensible ; mais heureusement cela est vrai pour le mercure, d'après les lois que nous venons d'établir. M. Dalton a cherché à confirmer ce fait, en échauffant de 100 degrés la température d'un tube barométrique purgé d'air, et comparant la dilatation de la colonne à la dilatation du mercure, déterminée par des pesées. Mais la force élastique de la vapeur mercurielle, évaluée de cette manière, est probablement trop forte, et il me paraît préférable sur ce point de s'en rapporter à la loi générale de M. Dalton. L'expérience directe est très-difficile à faire avec exactitude. Outre les erreurs que l'on peut commettre en mesurant la longueur de la colonne de mercure, on a encore à craindre l'air intérieur qu'il est difficile d'exclure complètement, si ce n'est par une ébullition longtemps continuée ; et enfin les résultats sont toujours affectés des petites incertitudes qui peuvent rester encore sur l'étendue même de la dilatation du mercure par de si grands accroissemens de chaleur.

Les corps solides, qui ne se fondent, et qui ne bouillent qu'à des températures excessivement élevées, doivent par la même raison ne point produire de vapeurs sensibles dans le vide barométrique; aussi n'y exercent-ils aucune dépression. Cependant quelques-uns de ces corps, par exemple, l'étain, le plomb et le cuivre, exhalent des odeurs qui sont sensibles pour nos organes. Le camphre exhale aussi une odeur excessivement pénétrante ; cependant il ne produit qu'une tension insensible dans le vide à la température ordinaire. Mais si on le chauffe en approchant du tube un charbon ardent, ou l'environnant d'une enveloppe de tôle échauffée, sa vaporisation devient sensible, et la colonne de mercure s'abaisse d'une quantité très-notable. Dès que l'on retire la cause échauffante, on voit presque aussitôt le mercure remonter dans le tube, et la vapeur du camphre reprenant l'état solide, se dépose sur les parois inté-

rieures du tube sous la forme d'une fine poussière blanche.

Les affinités que les solides exercent sur certains liquides, se manifestent dans le vide en diminuant la tension de leurs vapeurs. Par exemple, l'eau dans laquelle on a fait dissoudre de la soude ou de la potasse, bout à une température plus élevée que l'eau pure. Ainsi, la vapeur de cette dissolution doit avoir dans le vide une tension moindre que celle de l'eau commune, à température égale; c'est aussi ce qui a lieu. Mais cette diminution de tension se fait même sentir sur la vapeur déjà formée. Lorsque l'on a introduit de l'eau pure sous un tube barométrique, et que l'on a bien exactement observé sa tension, si l'on y fait passer un petit morceau de soude, qui s'élève dans le mercure par sa seule légèreté, et va gagner la petite couche liquide dans laquelle il reste plongé entièrement, on voit presque aussitôt la tension de la vapeur décroître, et au bout de quelques instans elle se trouve réduite au degré qui convient à une eau chargée de soude. Cependant, il n'y a pas un atome de cette soude qui entre dans la vapeur, et les molécules de vapeurs élevées dans le haut du tube ne sont pas en contact avec elle directement. Quelle espèce de modification peuvent-elles donc éprouver, qui puisse diminuer ainsi leur force élastique?

On peut faire une réflexion semblable sur toutes les dissolutions salines. Toutes ces dissolutions bouillent à des températures plus élevées que l'eau pure; aussi, à température égale, la force élastique de leurs vapeurs est-elle moindre que celle de l'eau. Néanmoins, dans un cas comme dans l'autre, la vapeur qui s'élève n'est réellement que de la vapeur aqueuse sans aucun atome de sels. Car si l'on poussait la vaporisation de ces dissolutions jusqu'à faire entièrement évaporer le liquide, les vapeurs se condenseraient toutes en eau distillée, et tout le poids du sel se retrouverait dans le résidu solide. Comment donc cette vapeur aqueuse étant toujours la même, peut-elle, à la même température, avoir des forces élastiques inégales?

Il faut nécessairement que cette inégalité tienne à la différence même des liquides sur lesquels elle repose, et à l'affinité inégale qu'ils exercent sur elle, car ces circonstances sont les

seules qui ne soient pas les mêmes dans les différens cas que nous examinons. Ceci nous conduit donc à regarder les différentes couches qui composent la vapeur, comme s'appuyant mutuellement les unes sur les autres, en vertu de leur élasticité, jusqu'à la dernière, qui repose immédiatement sur le liquide. Celle-ci a nécessairement pour force élastique celle avec laquelle le liquide tend à émettre des vapeurs, quelle que soit d'ailleurs la cause qui lui donne cette tendance et cette faculté. Si donc ce liquide est d'abord de l'eau pure, et qu'il vienne à changer dans sa constitution, de manière que sa tension s'affaiblisse, alors les couches de vapeurs qui reposent immédiatement sur sa surface, ou tout près de cette surface, seront plus comprimées par l'élasticité des couches supérieures, qu'elles ne seront soutenues par la tension du liquide. Elles devront donc se précipiter dans celui-ci, qui les réduira aussi en liquides par son affinité; il en sera de même ensuite des couches qui seront au-dessus des premières, lorsqu'elles viendront à leur tour se mettre en contact avec le liquide, jusqu'à ce qu'enfin l'élasticité de la vapeur raréfiée soit devenue précisément égale à *la tension* du liquide, c'est-à-dire à la force avec laquelle il tend à émettre des vapeurs.

Ces considérations expliquent l'effet d'un appareil très-ingénieux, imaginé par M. Gay-Lussac, pour mesurer la tension de la vapeur aqueuse à des températures très-basses, et même fort inférieures au degré de la congélation. Il est composé d'un tube barométrique, dont l'extrémité supérieure C est recourbée un peu au-dessous de l'horizontale, comme on le voit fig. 77. Une petite quantité d'eau, introduite avant de renverser ce tube, se vaporise en partie quand il est redressé, et abaisse le mercure d'une quantité déterminée par sa tension à la température extérieure. Il faut maintenant amener cette vapeur aux températures assignées. Pour cela, M. Gay-Lussac introduit l'extrémité C du tube dans une allonge remplie d'un mélange réfrigérant, au centre duquel est un thermomètre, et il abaisse ainsi la température de cette partie. La vapeur qui s'y trouve perd de sa force élastique, se précipite, est aussitôt

remplacée par une autre portion de vapeur qui se précipite de même, et ainsi de suite jusqu'à ce que toute l'eau, qui était restée liquide en H, se soit vaporisée complètement, et soit venue se déposer en C. Alors la portion qui conserve l'état de vapeur n'a plus que le degré de tension qui convient à la température de C; et en appliquant ici le raisonnement dont nous faisions tout-à-l'heure usage, on voit qu'en général dans un tube ainsi échauffé inégalement, le degré de tension auquel la vapeur peut se soutenir est déterminé par la température la plus faible. Il ne reste donc plus qu'à observer cette tension, en comparant la hauteur du mercure, dans le tube qui contient la vapeur, avec sa hauteur au même instant dans un baromètre parfaitement purgé d'air. Pour que ces mesures soient plus exactes, M. Gay-Lussac emploie une petite lunette horizontale, mobile verticalement, comme un curseur, sur une échelle graduée, et munie intérieurement d'un micromètre, dont il rend les fils tangens à la surface du mercure dans les deux tubes, fig. 78. Il a trouvé ainsi qu'à — 19°,59 du thermomètre centésimal la tension de la vapeur aqueuse est encore $1^{mm},353$. Or, en la calculant par notre formule de la page 277, on la trouve égale à $1^{mm},3718$, c'est-à-dire, presque exactement la même; d'où l'on voit que la loi conclue des expériences de M. Dalton sur l'eau à l'état liquide, s'applique encore, même à des températures beaucoup plus basses que celles de la congélation; et ainsi la solidification de l'eau n'a absolument aucune influence sur la tension de sa vapeur; phénomène remarquable, et qui n'est pas une des moindres découvertes de l'ingénieux physicien que j'ai tout-à-l'heure cité.

J'indiquerai encore une autre disposition d'appareil très-élégante et très-commode, que M. Gay-Lussac a pareillement imaginée, pour observer comparativement les tensions de différens liquides à des températures parfaitement égales. Cet appareil est représenté fig. 79; il est composé d'un certain nombre de tubes barométriques, élevés sur la même cuvette, et rangés circulairement autour d'un même axe vertical. Une colonne divisée en millimètres, et munie d'un curseur C, s'élève parallèlement à leur direction. Un de ces tubes est un baromètre

purgé d'air. Dans chacun des autres on introduit une petite quantité de liquides de nature différente, dont les tensions diverses abaissent les colonnes de mercure à diverses hauteurs. En faisant tourner ces tubes autour de la colonne verticale, on les amène successivement devant la division, et au moyen du curseur, on fixe la hauteur de la colonne de mercure qui s'y trouve renfermée. En faisant la même opération pour le tube vide d'air, on connaît la pression de l'atmosphère au même instant, et l'excès de la seconde mesure sur la première exprime la force élastique du liquide.

La tension des vapeurs peut encore s'observer commodément à toutes les températures, au moyen de l'appareil représenté fig. 80. C'est un baromètre à siphon, dont la branche ouverte pénètre dans un vase de verre. On introduit dans ce vase le liquide dont on veut observer la tension; après quoi on y fait le vide, au moyen d'un tuyau de communication A B. La vaporisation continuelle du liquide permet d'extraire entièrement l'air, surtout si le vase est petit. Alors, en plongeant ce vase dans des températures diverses, la force élastique de la vapeur se manifeste par l'élévation du mercure dans la longue branche du baromètre; et la mesure de cette colonne, qui se fait par une division tracée sur le tube même, donne la mesure de cette force.

Quelquefois on prend le vase un peu plus grand, et tel, qu'outre l'ouverture principale par laquelle on fait le vide, il ait une ouverture secondaire, fermée par un double robinet RR′, fig. 81. Cela est principalement utile quand on craint que les vapeurs du liquide que l'on veut soumettre à l'expérience n'altèrent la machine pneumatique. On commence par faire le vide dans le ballon, aussi bien qu'il est possible. On note, par le moyen de l'éprouvette de la machine pneumatique, la petite tension d'un ou deux millimètres, exercée par l'air qu'on ne peut enlever; puis on ferme la communication avec la machine, en tournant le robinet T, et l'on introduit le liquide. Pour cela, on ouvre le robinet R′, on verse le liquide dans l'espace RR′, on ferme R′, et on ouvre R. Alors le liquide se précipite dans le vide, et y produit *instantanément* la quantité de vapeurs qui convient à sa tension. La force élastique de cette vapeur se me-

sure, comme précédemment, par l'élévation qu'elle produit dans le baromètre intérieur.

L'appareil que je viens de décrire se nomme un *manomètre*. On y emploie quelquefois des ballons d'un volume assez considérable, pour pouvoir y introduire des animaux, des plantes, ou en général les substances dont on veut observer les modifications et recueillir les produits. La tension ou la dépression du baromètre intérieur indique s'il y a eu formation ou absorption de substances aériformes. Mais pour pouvoir en calculer la quantité d'après ces indications, il faut connaître les lois du mélange des gaz avec les vapeurs; nous les exposerons bientôt.

Si, outre la tension de ces substances, vous voulez connaître leur nature, vous n'avez qu'à remplacer le robinet R′ par un autre semblable R″, mais surmonté d'un tube T, que l'on remplit entièrement de mercure, en le renversant d'abord. On visse ce tube sur le robinet R, après avoir rempli de mercure l'intervalle qui les sépare. Cela fait, on ouvre R″; le mercure tombe par son poids dans le manomètre; il est remplacé par une quantité égale de vapeur; il ne reste plus qu'à fermer R″, et à enlever le tube, pour pouvoir soumettre ces vapeurs à toutes les expériences chimiques et physiques que l'on voudra se proposer.

Comme les théories physiques ne peuvent jamais avoir d'épreuves plus sûres que les applications en grand, je rapporterai ici deux faits qui s'observent journellement dans les manufactures, et qui dépendent de la formation des vapeurs. Ils m'ont été communiqués par M. Darcet, l'un de nos plus habiles chimistes et de nos plus industrieux manufacturiers.

Lorsqu'une grande chaudière est remplie d'eau ou de tout autre liquide, à une température voisine de l'ébullition, il est souvent nécessaire de vider la chaudière sans qu'on puisse la renverser. Le moyen le plus simple d'y parvenir, semble être d'employer une pompe; mais en faisant l'expérience, on trouve que la pompe n'aspire point le liquide : elle ne se remplit que de vapeur qui, se développant sous le piston à mesure qu'on l'élève, contre-balance en très-grande partie, par sa tension, la pression extérieure de l'atmosphère, et empêche ainsi le liquide de monter.

Il arrive quelquefois dans les savonneries, que la surface du liquide échauffé est recouverte par une couche épaisse de savon fondu. Le poids de cette couche, ajouté à celui de l'atmosphère, produit le même effet qu'une élévation dans le baromètre, et par conséquent s'oppose à l'ébullition du liquide inférieur, qui s'échauffe alors jusqu'à 112 ou 113 degrés du thermomètre centésimal. Dans ce cas, plongez dans la chaudière un siphon recourbé ABC, fig. 82, dont la longue branche aille jusqu'au fond du vase, et dont la branche la plus courte BC soit fermée par un bouchon. Le liquide ne montera pas dans le tube tant qu'il sera fermé en C, parce que l'air intérieur, qui ne peut sortir, l'arrêtera par son impénétrabilité; et même en débouchant le bout C, il ne se ferait point d'écoulement à une température égale à celle de l'air extérieur, parce que la branche extérieure du siphon est supérieure au niveau du liquide où la branche intérieure plonge. Mais, à la température que nous avons supposée, si vous débouchez rapidement l'orifice C, le liquide montera tumultueusement dans le tube, et s'écoulera entièrement. La raison en est que, dans le tube, où le savon ne peut entrer, il n'y a de pression, par l'orifice C, que celle de l'atmosphère extérieure. Le liquide peut donc y bouillir à 100°, à plus forte raison, à 112 et 113°. Alors la vapeur ne se forme pas seulement à la surface, mais dans l'intérieur de la colonne liquide qui remplit le tube. Le mélange de cette vapeur avec lui, forme une colonne plus longue, mais moins pesante que ne l'est, dans la chaudière, celle que compose la couche savonneuse, et le liquide qui ne peut bouillir : voilà pourquoi tout le liquide, poussé par cet excès de pression, s'élève dans le tube et s'échappe tumultueusement par l'orifice C.

La force élastique de la vapeur aqueuse est le moteur des *machines à vapeur*, aujourd'hui si universellement employées dans les arts. J'expliquerai plus loin les détails essentiels de cette utile application, quand nous aurons acquis toutes les données nécessaires pour en faire l'emploi le plus avantageux.

CHAPITRE XIV.

Mesure du poids des Vapeurs sous un volume donné à une pression et une température déterminées.

En faisant les expériences rapportées dans le précédent chapitre, on peut aisément s'apercevoir qu'une très-petite quantité de liquide suffit pour donner un volume considérable de vapeur. Une foule de recherches de physique et de chimie demandaient que l'on connût la mesure de cette expansion; c'est-à-dire, par exemple, que l'on sût déterminer le volume de vapeur qui pouvait être donné par un poids ou par un volume donné de chaque liquide. Mais cette détermination semblait assez difficile, parce que l'expansion de la vapeur étant fort considérable, il n'est guère possible de réunir exactement en une seule masse le liquide qui a servi à la former. M. Gay-Lussac a heureusement éludé cette difficulté en la renversant, c'est-à-dire, en déterminant le volume de vapeur qui peut être produit par un volume donné de liquide.

Pour connaître d'abord, d'une manière parfaitement certaine, la quantité du liquide employé, ce qui constitue réellement la difficulté du problème, M. Gay-Lussac souffle à la lampe de petites bulles de verre qui sont représentées par BB, fig. 83. Elles sont presque sphériques; mais, par un de leurs côtés, elles s'allongent en un bec très-fin. On commence par peser une de ces petites bulles lorsqu'elle n'est remplie que d'air; ensuite on y introduit du liquide, comme on ferait dans un tube de thermomètre, en la plongeant dans ce liquide après l'avoir chauffée pour en chasser en partie l'air. Quand la petite bulle est presque totalement remplie, on scelle le bec à la flamme d'une bougie, que l'on dirige dessus au moyen d'un chalumeau. Cette opération n'ôte rien au verre dont la bulle était faite; elle lui donne seulement une autre forme. Alors

on pèse de nouveau la bulle ainsi remplie; et retranchant de son poids celui de l'enveloppe, trouvé par la pesée précédente, on a le poids du liquide qu'elle contient. Nous verrons bientôt comment on en peut déduire son volume. Pour réduire maintenant toute cette quantité de liquide en vapeur, M. Gay-Lussac se sert d'un appareil analogue à celui dont M. Dalton a fait usage pour observer la tension des vapeurs dans le vide. Il emploie une cloche de verre longue et étroite VV, fig. 84, divisée en parties de capacités égales, et dont la capacité totale est d'environ un litre et demi. Il la remplit de mercure, et la renverse dans un bain de même métal, après quoi il y introduit la petite bulle de verre B, remplie de liquide. Celle-ci gagne le haut du tube, et y porte avec elle tout le liquide qu'elle contient; il ne reste plus qu'à vaporiser celui-ci. Pour cela, M. Gay-Lussac enveloppe sa cloche avec un manchon de verre MM plus long qu'elle, et qui plonge dans le mercure par sa partie inférieure. Il remplit d'eau ce cylindre, et la cloche s'en trouve couverte; puis il place tout l'appareil sur un fourneau FF, où l'on allume du feu. L'eau et le mercure, en s'échauffant, échauffent aussi le liquide contenu dans la petite bulle de verre. Celui-ci se dilate, brise son enveloppe, se répand au sommet de la cloche, et bientôt s'y réduit en vapeur, dont on élève la température jusqu'à ce que l'eau du cylindre soit entrée en ébullition. Alors on mesure la hauteur de la colonne de mercure qui reste dans la cloche au-dessus du niveau extérieur. Pour le faire avec certitude, voici comment M. Gay-Lussac opère. Les bords du vase de fonte *vv*, qui sert de cuvette, sont bien dressés, et placés horizontalement au moyen d'un niveau : il pose sur ces bords une règle de cuivre CC, traversée par une tige verticale graduée TT, terminée en bas par une pointe que l'on fait descendre jusqu'à ce qu'elle affleure la surface extérieure du mercure. Un curseur H, qui monte et descend le long de cette tige verticale, est amené par un mouvement de vis jusqu'à la hauteur où le mercure reste dans la cloche, et alors la distance de ce curseur à l'extrémité inférieure de la tige, mesurée par une division sur la tige même, indique la hauteur de la co-

lonne de mercure qui se trouve élevée dans la cloche au-dessus du niveau extérieur. On retranche cette hauteur de celle du mercure dans le baromètre au même instant, après les avoir réduites l'une et l'autre à la même température, et l'excès de la seconde sur la première exprime précisément la force élastique de la vapeur contenue dans la cloche, c'est-à-dire, la pression qu'elle soutient. On connaît d'ailleurs le volume de cette vapeur par le nombre de divisions qu'elle occupe dans la cloche; avec ces données, on peut calculer les rapports des volumes du liquide et de la vapeur à une température et sous une pression déterminées.

Mais avant d'entrer dans ce calcul, il faut prévenir une difficulté qui pourrait se présenter à l'esprit; on pourrait se demander si l'on est bien sûr que tout le liquide introduit sous le mercure a été réellement vaporisé. En effet, s'il ne l'était pas, on commettrait de grandes erreurs; et cela pourrait arriver si l'on introduisait dans les petites bulles de verre plus de liquide qu'il n'en faut pour être vaporisé dans la cloche à la température où on l'expose. Mais il y a toujours un moyen facile et sûr de savoir si ces circonstances ont lieu. En effet, les tensions des liquides sur lesquels on opère sont connues par les expériences du chapitre précédent; et l'on peut calculer par la loi de M. Dalton quelle doit être, pour chacun d'eux, la force élastique totale de sa vapeur à la température de 100 degrés. S'il reste un excès de liquide sous la cloche, la pression exercée intérieurement par la vapeur devra être égale à cette limite. Il suffit donc de la mesurer, comme nous l'avons expliqué tout-à-l'heure, d'après la hauteur de la colonne de mercure qui reste élevée dans la cloche au-dessus du niveau. Si on la trouve égale à la force élastique totale que le liquide peut avoir à la température de 100 degrés, on pourra craindre que tout le liquide introduit n'ait pas été vaporisé, et alors il faudra employer des bulles qui en contiennent des volumes moindres. Mais du moment où, à force de diminuer ce volume, on arrivera à avoir une force élastique moindre que la force élastique totale, on aura la certitude que le liquide introduit a été vaporisé

complètement ; car alors ce liquide n'aura pas même suffi pour développer sous la cloche toute la vapeur qui convenait à cette température ; de sorte que celle qui s'y trouve est réellement une vapeur dilatée, dilatée à la manière des gaz, et qui, tant qu'elle n'aura pas atteint sa force élastique totale, se condenserait comme eux, sans se liquéfier, si l'on diminuait l'espace qu'elle occupe en enfonçant davantage la cloche dans le bain du mercure où elle plonge. Cette dernière réflexion nous apprend qu'il faut réduire tous les résultats à une même pression, pour qu'ils deviennent comparables entre eux ; elle nous indique ce qui nous reste à faire pour y parvenir : mais au lieu d'effectuer cette correction mécaniquement et par l'expérience, il est incomparablement plus commode et plus simple de la faire par le calcul, d'après les lois connues de la condensation des substances aériformes sous diverses pressions.

Pour cela, nommons P le poids du liquide employé, et N le nombre de divisions que toute sa masse, réduite en vapeurs, occupe dans la cloche à la température de 100°. Si nous désignons par v la capacité d'une de ces divisions, exprimée en litres et pour la température de la glace fondante, Nv serait le volume de la vapeur, en supposant que la cloche ne se dilate point. Par conséquent si nous nommons K la dilatation cubique du verre dont elle est faite, cette dilatation étant calculée pour un degré centésimal, le volume vrai de la vapeur sera $N(1 + 100\,K)v$. Cette vapeur supporte la pression extérieure p de l'atmosphère, moins la hauteur h de la colonne de mercure élevée dans la cloche au-dessus du niveau ; elle est donc observée sous la pression $p - h$. Si l'on veut la réduire au volume qu'elle occuperait sous la pression $0^m,76$, en la considérant comme non liquéfiable, et lui conservant toujours la même température de 100°, il faut multiplier son volume actuel $N(1 + 100\,K)v$, par le rapport inverse des pressions $0,^m76$ et $p - h$, ce qui le changera en

$$\frac{Nv(1 + 100\,K)(p - h)}{0^m,76}.$$

Tel est donc le volume de vapeur produit par le poids P de

liquide dans les circonstances indiquées; ainsi, en exprimant P en grammes, le volume de vapeur produit par un gramme du même liquide, sera proportionnellement

$$\frac{N v (1 + 100\,K)\,(p - h)}{P \,.\, 0^m,76}.$$

En appliquant cette formule, il faut faire attention de réduire les colonnes de mercure p et h à la même température où l'on voudra que la pression constante $0^m,76$ se trouve aussi rapportée. On se rappelle d'ailleurs que la dilatation cubique du verre ordinaire est $K = 0,000026271 6$.

Par exemple, dans une de ses expériences sur le poids de la vapeur aqueuse, M. Gay-Lussac avait les données suivantes :

Poids de l'ampoule de verre vide. . . .	$0^g,791$.
Ampoule et eau.	$1\ ,391$.
Donc, poids de l'eau.	$0^g,600$.

Cette quantité d'eau introduite sous la cloche, et portée à la température de 100°, a donné un volume de vapeur qui occupait 220 divisions. Chaque division valait en litres 0,00499316. La colonne de mercure élevée dans l'intérieur de la cloche, au-dessus du niveau, était $0^m,052$; le baromètre marquait $0^m,7555$. La température, indiquée par le thermomètre qu'il porte, était 15°.

Je commence par réduire ces deux colonnes de mercure à la même température de 0°; pour cela il faut ôter de la première $\frac{100 \,.\, 0^m,052}{5412}$, ou $0,^m00096$, et de la seconde $\frac{15 \,.\, 0^m,7555}{5412}$, ou $0^m,00209$; ce qui les réduit à $0^m,05104$ et $0^m,75341$: on a donc dans cette expérience

$$P = 0^g,600,\ N = 220;\ v = 0^l,00499316,\ p = 0^m,75341,$$
$$h = 0,^m05104;\ p - h = 0^m,70237.$$

On achevera donc le calcul par logarithmes, comme on le voit ici :

$$\log. P = \bar{1},7781513 \qquad \log. N = 2,3424227$$
$$\log. 0^m,76 = \bar{1},8808136 \qquad \log. v = \bar{3},6983755$$
$$\log. p - h = \bar{1},8465660$$
$$l. P. 0^m,76 = \bar{1},6589649$$
$$\log. N v (p - h) = \bar{1},8873642$$
$$\log. P. 0^m,76 = \bar{1},6589649$$
$$0,2283993\ldots\ 1^l,6920$$
$$\log. 100\,K = \bar{3},4194865$$
$$\bar{3},6478858\ldots\ 0,0044$$
$$1^l,6964$$

C'est le volume qu'occuperait un gramme d'eau liquide réduit en vapeur à la température de 100°, et soumis à la pression de $0^m,76$. Or, un gramme d'eau, pris à la température du maximum de condensation, occupe précisément un centimètre cube, dont le litre contient mille. Ainsi le centimètre cube d'eau, partant de cette température, et réduit en vapeur dans les circonstances précédentes, remplit un espace égal à 1696,4 centimètres cubes. Il en résulte aussi que 100° centimètres cubes ou un litre de cette vapeur pese $\frac{1^g}{1,6964}$.

On verra dans un des chapitres suivans, qu'un litre d'air atmosphérique sec, pris aussi à la température de 100°, et sous la pression $0^m,76$ pèse $\frac{1^g}{1,0577}$. Ainsi, dans ces circonstances semblables, le poids de la vapeur aqueuse est à celui de l'air, à volume égal, comme 10577 est à 16964, ou comme 1000 à 1604, c'est-à-dire à très-peu de chose près, comme 10 à 16. Or, nous avons trouvé, page 189, que les vapeurs, tant qu'elles restent à l'état aériforme, se dilatent et se condensent exactement comme les gaz par les mêmes changemens de température et de pression; par conséquent les poids de la vapeur aqueuse et de l'air conserveront toujours ce même rapport de $\frac{10}{16}$, lorsqu'ils se-

ront l'un et l'autre soumis à une même température, et à une même pression quelconque.

Voici encore un autre exemple tiré des expériences de M. Gay-Lussac, sur la vapeur de l'éther sulfurique. Je me contenterai de rapporter les données et le résultat :

Poids de l'ampoule vide	1,498.
Ampoule et éther.	3,491.
Donc, poids de l'éther liquide. . . P =	1,993.

Cette quantité d'éther, réduite en vapeur et portée à la température de 100°, occupait 194 divisions; la hauteur du mercure élevée dans la cloche au-dessus du niveau était $0^m,076$, le baromètre marquait $0,^m7662$; sa température était + 10°.

Avec ces données, on trouve qu'un gramme de cet éther, réduit en vapeurs, occupait $0^l,443\,13$, c'est-à-dire environ le quart de l'espace qu'occupe un gramme de vapeur aqueuse; d'où l'on voit, qu'à force élastique et à température égale, la vapeur d'éther sulfurique est beaucoup plus lourde que la vapeur d'eau. D'après ce résultat, on pourrait être tenté de croire que les liquides qui sont les plus évaporables sont aussi ceux qui ont les vapeurs les plus lourdes. L'alcool favoriserait cette conjecture; car son degré d'ébullition est plus élevé que celui de l'éther, et moindre que celui de l'eau; et aussi ses vapeurs sont plus pesantes que celles de l'eau, et plus légères que celles de l'éther. Mais M. Gay-Lussac s'est assuré que cette loi n'est pas générale; car le carbure de soufre bout à une plus grande température que l'éther, et pourtant ses vapeurs sont plus pesantes. Avant le travail de ce physicien, on croyait, d'après les expériences de Saussure, que le poids de la vapeur aqueuse est à celui de l'air, à force élastique égale, comme 10 à 14, et quoique ce résultat semble peu éloigné du rapport de 10 à 16, cependant la différence peut devenir fort sensible dans quelques expériences délicates dont nous parlerons plus loin.

M. Gay-Lussac a voulu savoir quel serait le poids des vapeurs

formées par des mélanges d'eau et d'alcool à diverses proportions, et il a trouvé que ce poids était exactement le même que si les vapeurs de chacun des deux liquides étaient isolées.

Par exemple, nous avons vu que sous la pression de $0^m,76$ et à la température de 100°, 1 gramme d'eau, réduit en vapeur, occupe. . . . . $1^l,696$.

1 gramme d'alcool absolu, c'est-à-dire parfaitement privé d'eau, produit dans les mêmes circonstances. . . . . $0^l,659$.

1 gramme d'un mélange d'eau et d'alcool absolu en poids égaux, produira donc la demi-somme de ces deux volumes, c'est-à-dire $\frac{1^l,696 + 0^l659}{2}$, ou $1^l,178$; l'expérience donne 1,1815. L'erreur est $0^l,0035$.

Si le mélange était de 1 partie d'eau et 2 d'alcool en poids, le volume d'un gramme serait par le calcul $\frac{1^l,696 + 1^l,318}{3}$, ou $1^l,005$; l'expérience donne $1^l,0056$.

En général, le volume est le même qu'il devrait être si les vapeurs des deux liquides étaient isolées; et elles le sont réellement dans les expériences précédentes, car M. Gay-Lussac s'est assuré que la combinaison se défait par la vaporisation. La même loi s'applique aux mélanges d'alcool et d'éther, et probablement à toutes les combinaisons assez faibles pour se désunir à la température de 100°. Serait-ce la même chose dans des températures plus basses? il serait important de s'en assurer. On saurait alors si la séparation des deux liquides, dans de telles circonstances, tient à l'élévation de température ou à l'acte même de la vaporisation.

Dans tous les calculs que nous venons de faire, nous sommes partis du volume connu qu'occupait un poids donné de vapeur à 100° de température, et sous une pression déterminée; puis considérant cette vapeur comme non liquéfiable, nous avons réduit son volume à ce qu'il aurait dû être à la même température, sous la pression exacte de $0^m,76$. Cette réduction pourrait au premier coup d'œil ne pas paraître toujours permise; car il

serait possible que la vapeur à laquelle on l'applique, ne pût pas physiquement subsister à l'état aériforme dans les circonstances auxquelles le calcul la suppose ramenée. Mais il ne faut voir dans cette réduction qu'un moyen d'obtenir une donnée abstraite, d'où l'on puisse déduire ensuite le poids d'un centimètre cube de la même vapeur, dans toute autre circonstance où elle pourrait subsister.

Par exemple, soit ϖ ce poids calculé, comme nous venons de le dire, pour la pression de $0^m,76$ et la température de 100° : si on veut l'obtenir sous la même pression, mais pour la température de la glace fondante, il faudra l'augmenter dans la même proportion que celui d'un gaz, et en le nommant (ϖ), on aura

$$(\varpi) = 1,375 \,.\, \varpi.$$

Si de là on veut déduire le poids d'un centimètre cube de la même vapeur, sous la pression F et à la température t, il faut encore opérer comme pour un gaz; et nommant ϖ' ce poids, dans les nouvelles circonstances assignées, on aura

$$\varpi' = \frac{F\,(\varpi)}{0,76\,(1 + t \,.\, 0,00375)}.$$

Que l'on mette maintenant pour F la force élastique totale que cette vapeur peut atteindre a la température t, d'après la nature du liquide dont elle émane. Alors ϖ' exprimera ce que pèse réellement un centimètre cube de la vapeur de ce liquide à la température t, quand l'espace en est saturé. Si l'on met pour t une valeur moindre, la vapeur sera plus rare que son maximum ne le comporte, et ϖ' exprimera encore son poids pour un centimètre cube, dans cet état de dilatation.

CHAPITRE XV.

Du mélange des Vapeurs avec les Gaz.

C'est encore M. Dalton qui va nous servir de guide dans cette matière; mais avant de faire connaître ses expériences et les lois auxquelles elles conduisent, il est utile de rappeler ce qui se passe dans le mélange des gaz secs entre eux. En examinant la loi des condensations de l'air, et des gaz secs sous des pressions diverses, la température restant la même, nous avons vu que la force élastique d'un même gaz est réciproque au volume qu'il occupe; en sorte, par exemple, que si l'on a 2 décimètres cubes d'air qui soutienneut ensemble une pression de $0^m,76$, et qu'on réduise ces deux décimètres en un seul, ils soutiendront alors une pression double, c'est-à-dire de $1^m,52$. Or, qu'avons-nous fait dans cette opération, sinon de forcer les deux gaz à se mêler dans un espace donné? Nous voyons donc, qu'en se mêlant, leurs forces élastiques s'ajoutent, précisément comme cela arriverait si chacun des volumes pris à part pouvait se répandre librement, et tout entier dans l'espace où on le force d'entrer. Cette règle est générale dans le mélange des gaz secs; car elle n'est, comme on voit, qu'un résultat de la loi de Mariotte. Mais de plus elle s'étend aussi aux mélanges des vapeurs, soit entre elles, soit avec les gaz secs, comme on le verra tout à l'heure par l'expérience : en sorte que de là résulte cette loi générale, pour le mélange des fluides élastiques de nature quelconque : étant donné un nombre quelconque de fluides élastiques qui soutiennent les pressions $p\ p'\ p''$... et qui ne sont pas de nature à se combiner les uns avec les autres à la température où l'on opère, si l'on prend un même volume V de chacun de ces fluides, et qu'on réduise tous ces volumes à un seul, qui soit aussi égal à V, la force élastique du mélange sera égale à la somme des forces élastiques partielles, c'est-à-dire à $p + p' + p''$... Cette loi est déjà prou-

vée pour les gaz secs, il ne reste plus qu'à la démontrer pour leur mélange avec les vapeurs.

Pour le faire avec rigueur dans les températures ordinaires, rien n'est plus commode que l'appareil suivant, employé par M. Gay-Lussac dans ses cours de physique, fig. 85. On prend un tube de verre cylindrique A B, divisé en parties de capacités égales, et muni à ses deux extrémités de deux robinets en fer R R'. Un peu au-dessus du robinet inférieur, on adapte un autre tube de verre recourbé T T', d'un plus petit diamètre que le cylindre A B, et qui communique à son intérieur en T. On sèche bien tout cet appareil en le chauffant; après quoi, ouvrant le robinet R', on verse du mercure bien sec et bouilli dans le cylindre, de manière à le remplir en totalité. En même temps le mercure monte dans le petit tube, et s'y met au même niveau. Cela fait, on visse en R' un ballon plein du gaz que l'on veut éprouver, et que nous supposons amené à un état complet de dessiccation. En ouvrant le robinet *r* du ballon et le robinet R', la communication se trouve établie entre l'intérieur du cylindre A B et la capacité du ballon. Mais si le gaz contenu dans ce dernier a été introduit à la pression ordinaire de l'atmosphère, comme cela arrive ordinairement, il ne déprimerait pas le mercure dans le cylindre A B, puisqu'il faudrait pour cela qu'il l'élevât au-dessus du niveau dans le tube T T'. C'est ici que le robinet inférieur R devient utile; car en l'ouvrant, le mercure s'écoule par son poids, et fait place au gaz qui se répand du ballon dans le cylindre A B. Quand on croit en avoir introduit une quantité suffisante, on ferme le robinet R, et l'expansion du gaz s'arrête; on ferme aussi R', et le gaz sec, introduit dans le cylindre A B, ne peut plus désormais s'en échapper.

Il faut remarquer que ce gaz est un gaz dilaté, dont la force élastique est moindre que celle de l'atmosphère; par conséquent, lorsque le mercure s'est écoulé par le robinet R, il a dû arriver que le niveau intérieur, que je suppose H, s'est moins abaissé que le niveau intérieur du petit tube T T'. Admettons que celui-ci soit descendu en *h*. Alors on verse du mercure dans ce

petit tube, jusqu'à ce que le niveau, dans les deux branches, soit remonté au même point. Quand cette égalité a lieu, on est sûr que le gaz introduit dans le cylindre se trouve précisément à la pression extérieure de l'atmosphère. On connaît cette pression, en observant la hauteur du mercure dans le baromètre; et l'on connaît aussi le volume du gaz, en observant le nombre de divisions qu'il occupe dans le cylindre gradué.

Maintenant pour introduire dans ce gaz le liquide que l'on veut réduire en vapeur, on met sur le robinet R′ un autre robinet R″, surmonté d'un très-petit vase métallique V, dans lequel on place le liquide (1). Le robinet R″ n'est pas percé à son centre d'un canal cylindrique comme les robinets ordinaires; il y a seulement sur la surface du cône intérieur, une très-petite échancrure hémisphérique O, qui peut contenir seulement une goutte de liquide. Quand le cône R″ O est tourné de manière que cette échancrure réponde au fond du vase V, elle se remplit de liquide. Si ensuite on tourne le cône R″ O d'un demi-tour, cette goutte est amenée dans l'intérieur de l'appareil A B. On peut donc ainsi, en tournant le robinet R″ à plusieurs reprises, amener autant de gouttes que l'on veut dans l'appareil, et observer l'effet graduel de leur vaporisation sur le volume du gaz; mais avant de commencer à introduire ainsi le liquide, il faut, après avoir vissé R″ sur R′, ouvrir celui-ci, afin d'établir la communication entre le petit espace R″ R′ et le gaz contenu dans A B.

La première goutte de liquide introduite dans le gaz sec augmente sa force élastique et fait monter le mercure dans le tube latéral T T′. Cet effet est prompt, mais non pas instantané, comme il le serait si le liquide était introduit dans le vide; d'où

(1) Si l'espace compris entre les deux robinets ne pouvait pas être considéré comme nul, relativement au volume du gaz introduit dans l'appareil, il faudrait mesurer cet espace une fois pour toutes, en graduant le tube, et on l'ajouterait au volume du gaz introduit. A la vérité, l'air compris dans ce petit espace serait de l'air atmosphérique; mais comme il sera prouvé, par la suite des expériences, que les effets de la vapeur sont les mêmes dans tous les gaz, il s'ensuit que la nature de l'air contenu dans ce petit espace est absolument indifférente dans les résultats.

l'on voit déjà que la pression du gaz sur le liquide oppose une résistance à la vaporisation. Si une seule goutte de liquide ne suffit pas pour former toute la quantité de vapeurs nécessaire à cet espace et à la température où l'on opère, on s'en aperçoit, parce que l'introduction d'une seconde goutte augmente encore la force élastique du gaz. Mais enfin, après l'introduction d'un certain nombre de gouttes, l'addition d'une quantité plus grande ne produit plus aucun effet, et l'excès du liquide reste au-dessus de la surface du mercure sans se vaporiser. Je suppose que l'on en ait ainsi introduit quelques gouttes en excès. Selon ce que nous venons de dire, la tension du gaz s'est accrue par l'effet de la vapeur, et l'on pourrait calculer cette augmentation d'après la différence de niveau du mercure dans les deux branches; mais l'appareil lui-même fournit un moyen bien plus simple de la mesurer. Car il n'y a qu'à ouvrir le robinet inférieur R et laisser écouler le mercure jusqu'à ce qu'il se retrouve au même niveau dans les deux branches (1). Fermons alors le robinet R, et mesurons le nombre de divisions du tube occupées par le mélange du gaz et de la vapeur. Soit ce nombre N′: la force élastique du mélange se trouve maintenant égale à la pression p de l'atmosphère comme au commencement de l'expérience; mais alors le gaz n'occupait que N divisions. Ainsi sa force élastique est diminuée; et puisqu'elle était d'abord égale à p, elle est maintenant égale à $\frac{pN}{N'}$, en raison inverse des volumes. Nommant donc f la force élastique de la vapeur, à la température où l'on opère, la force élastique totale du mélange sera

$$f + \frac{pN}{N'}.$$

Et puisqu'elle est égale à la pression p, que je suppose être restée constante, on a

$$f + \frac{pN}{N'} = p, \quad \text{d'où} \quad f = p \cdot \frac{(N' - N)}{N'}.$$

(1) Je suppose qu'il y a un excès de liquide suffisant pour fournir l'excès de vapeur exigé par l'augmentation de l'espace.

Si l'on fait cette expérience, et que l'on mette dans le second membre de la formule pour N N′ p leurs valeurs observées, on trouve toujours pour f exactement la même valeur que doit avoir la force élastique de la vapeur dans le vide à la température où l'on opère. Par conséquent cette vapeur en se mêlant au gaz conserve la tension qui lui est propre; et ainsi se confirme la loi énoncée précédemment, savoir que, dans le simple mélange des gaz avec les vapeurs, chacune des parties du mélange conserve la force élastique qui convient au volume qu'on lui fait occuper.

Cette loi étant reconnue et constatée, on peut s'en servir pour prévoir d'avance le nombre N′ de divisions que devra occuper le mélange, sous la pression p de l'atmosphère, en supposant que le gaz sec ait préalablement occupé un nombre N de divisions sous cette même pression. Car il n'y a qu'à calculer, par les formules du chapitre précédent, la force élastique f que le liquide employé doit avoir dans le vide et à la température de l'expérience. Alors, dans l'équation que nous venons de former, tout sera connu, excepté N′; et par conséquent on pourra en tirer la valeur de cette quantité, qui sera

$$N' = \frac{p}{p-f} \cdot N.$$

Supposons, par exemple, la pression atmosphérique $p = 0^m,76$, et la force élastique $f = 0^m,63427$, qui est celle de la vapeur aqueuse à la température de 95° du thermomètre centésimal, ou pour $n = 5$, on aura alors

$$\frac{p}{p-f} = \frac{0,7600}{0,7600 - 0,6343} = \frac{0,7600}{0,1257};$$

par conséquent

$$N' = \frac{7600}{1257} N = 6,04 \cdot N;$$

c'est-à-dire que le volume primitif du gaz sera sextuplé. La valeur de N′ devient infinie lorsque $p = f$, parce que si la force élastique de la vapeur est égale à la pression de l'atmosphère,

l'air mêlé avec elle ne supporte plus aucune pression, et doit se dilater comme il le ferait dans le vide, pourvu toutefois qu'à mesure qu'il se dilate, la vapeur continue à se former et à se répandre avec lui.

En nous servant de l'appareil de M. Gay-Lussac, nous avons supposé que l'on réduisait la force élastique du mélange à la pression p de l'atmosphère, en amenant le mercure au même niveau dans les deux branches de l'appareil. Mais la loi se vérifierait également sans effectuer cette réduction; seulement il faudrait alors employer un peu plus de calcul. En effet, supposons qu'après l'introduction et la vaporisation du liquide le mélange occupe dans l'appareil un nombre de divisions N′, et que le niveau du mercure, dans le tube latéral, soit plus haut de h millimètres que dans le cylindre. Dans ce cas, la force élastique de l'air dilaté dans l'espace N′ sera encore exprimée par $\frac{pN}{N'}$, comme précédemment, et en l'ajoutant à la tension f de la vapeur, on aura $f + \frac{pN}{N'}$ pour la force élastique du mélange; mais alors elle ne sera pas seulement égale à p comme tout-à-l'heure, elle sera égale à $p + h$; et l'on aura dans ce cas

$$f + \frac{pN}{N'} = p + h,$$

ce qui donne

$$f = h + \frac{p(N' - N)}{N'};$$

ou si l'on veut conclure N′

$$N' = \frac{pN}{p - f + h}.$$

La valeur de N′ sera toujours plus grande que N, parce que $h - f$ sera toujours une quantité négative. L'accord de cette formule avec l'expérience fournira une nouvelle confirmation de la loi que nous voulions démontrer.

Dans toutes les expériences précédentes, nous avons sup-

posé que l'on introduisait d'assez grandes quantités de liquide pour fournir toute la quantité de vapeur admissible dans l'espace occupé par le gaz ; mais supposons maintenant que nous fassions l'expérience, en n'introduisant qu'une seule goutte, et qu'une seule goutte ne suffise pas pour saturer tout l'espace où la vapeur doit s'étendre ; qu'arrivera-t-il alors? Pour le prévoir, il faut nous rappeler ce que nous avons remarqué dans le vide sur la constitution des vapeurs. Nous avons vu que leurs molécules exerçaient leurs forces élastiques, réciproquement les unes contre les autres, et que cette pression se propageait ainsi dans tout l'intérieur de l'espace occupé par la vapeur, jusqu'aux dernières particules en contact avec les parois du vase. Par conséquent si l'on vient à supprimer une portion de ces molécules sans que l'espace varie, les autres s'étendront pour remplir ce vide, et comme leurs dilatations, par la chaleur, sont les mêmes que celles des gaz quand de nouvelles vapeurs ne se forment point, il est naturel de présumer que leur force élastique variera aussi comme celle des gaz, quand l'espace où elles peuvent s'étendre sera augmenté. C'est en effet ce que l'expérience confirme. Pour le faire voir, reprenons notre dernière expérience, en introduisant seulement une goutte de liquide, insuffisante pour saturer l'espace N. Puis après la vaporisation de cette goutte, ramenons le mélange à la pression de l'atmosphère, en laissant écouler du mercure par le robinet inférieur. Le mélange occupera alors un certain volume N′, et le mercure dans les deux branches, sera au même niveau. Partons de ce point, et laissons écouler une plus grande quantité de mercure, qui amène le volume du mélange à un nombre de division N″, plus grand que N′. Alors le mercure, dans la petite branche, se trouvera abaissé d'une quantité h au-dessous de son niveau dans le cylindre ; ce qui est tout simple, puisque le mélange a dû perdre de sa force élastique en se dilatant : cette force élastique sera donc réduite de p à $p - h$. Or, si l'on observe la variation de volume correspondante à ce changement de force élastique, on

la trouve exactement la même que si le mélange était un gaz sec, c'est-à-dire que l'on a toujours

$$\frac{N''}{N'} = \frac{p}{p-h};$$

et les volumes sont en raison inverse des forces élastiques totales.

Pour voir quelle espèce de variation ce résultat suppose dans la force élastique de la vapeur, représentons celle-ci par f' dans son nouvel état de dilatation ; et supposons qu'elle fût f dans le premier cas où le mélange occupait l'espace N'. Il est clair qu'alors l'air contenu dans le mélange soutenait à lui seul la pression $p-f$. Ainsi puisqu'il occupe à présent l'espace N'', sa force élastique est devenue $(p-f)\frac{N'}{N''}$. En y ajoutant la force élastique inconnue f' que la vapeur exerce, la somme doit être égale à $p-h$; ainsi on aura l'équation

$$f' + (p-f)\frac{N'}{N''} = p-h.$$

Or, l'expérience donne

$$\frac{N''}{N'} = \frac{p}{p-h}, \quad \text{par conséquent } p-h = p\frac{N'}{N''}.$$

Substituant pour $p-h$ cette valeur, il vient

$$f' + (p-f)\frac{N'}{N''} = p\frac{N'}{N''}, \quad \text{ou} \quad f' = f\frac{N'}{N''};$$

c'est-à-dire que la force f de la vapeur a changé avec les volumes comme celle d'un gaz.

Les choses se passent tout autrement lorsqu'avant de dilater le mélange on introduit un excès de liquide qui fournit toujours à l'espace la quantité de vapeur qu'il peut contenir. Alors, si la température ne varie pas, la force élastique f de cette vapeur est constante, quelque espace qu'on lui fasse remplir. Supposons donc qu'après avoir ramené le mélange à la pression de l'atmosphère, il occupe l'espace N', et qu'on le dilate ensuite en laissant échapper du mercure jusqu'à ce qu'il occupe le nombre de divisions N''; ce qui fera baiss r le mercure dans

le petit tube d'une quantité h au-dessous de son niveau dans le cylindre. Dans ce cas $p - h$ sera la force élastique du mélange dilaté, sous le volume N''. Il y a une portion f de cette force élastique qui est uniquement due à la vapeur; de sorte que la force élastique, propre au gaz seul, est $p - h - f$. Par conséquent d'après la loi de Mariotte, on devra avoir.

$$\frac{N''}{N'} = \frac{p}{p - h - f}.$$

C'est ce que l'expérience confirme. Cette loi de dilatation, si différente de la précédente, montre avec la plus parfaite évidence, la manière diverse dont la vapeur se comporte dans les deux cas. La formule est d'ailleurs la même que celle de la page 305, en faisant h négatif dans cette dernière; et en effet, la question est la même, excepté que le niveau dans le petit tube est abaissé au lieu d'être élevé.

Jusqu'ici nous avons considéré le mélange des vapeurs et des gaz à des températures ordinaires. Nous allons maintenant partir de là pour étendre nos résultats à des températures plus élevées. Dans cette recherche nous substituerons à l'appareil de M. Gay-Lussac, celui qu'a employé M. Dalton, et qui devient plus simple pour l'objet que nous avons en vue. Cet appareil consiste dans un tube de verre fermé par un bout, et dont le diamètre intérieur est à peu près de 2 millimètres. Il est divisé en parties de capacités égales. Après avoir bien séché ce tube au feu, on introduit au fond quelques gouttes du liquide qu'on veut vaporiser, et on le chauffe de nouveau dans toute sa longueur, excepté au fond, afin qu'il ne reste pas de liquide le long de ses parois. Cela fait, on achève de le remplir de mercure bien sec, et la petitesse du diamètre intérieur fait que le liquide ne peut pas remonter par l'excès de sa légèreté. Alors on y introduit l'air atmosphérique ou tout autre gaz, précisément comme nous l'avons expliqué en traitant de leur dilatation. Afin que le mélange du gaz et du liquide ne sorte pas du tube en se dilatant par la chaleur, on laisse dans le tube, pour le comprimer, une colonne de mercure plus ou moins longue, selon que l'on prévoit que la force élastique sera plus

ou moins considérable. Après cela on redresse le tube verticalement, tenant en haut son extrémité ouverte; la petitesse de son calibre intérieur fait que la colonne de mercure comprime le gaz sans lui permettre de s'échapper. On plonge alors le tube dans de l'eau, amenée successivement à diverses températures; la chaleur fait dilater l'air qu'il renferme, et augmente aussi la force élastique de la vapeur du liquide. On observe à chaque température l'espace occupé dans le tube par le mélange du gaz et de la vapeur; on connaît aussi la pression que ce mélange supporte, puisqu'elle est égale au poids de la colonne de mercure h qui reste dans le tube, plus la pression p de l'atmosphère qui est mesurée par la hauteur du mercure dans le baromètre. Or, en mesurant ces deux quantités, et faisant leur somme $p+h$, on trouve qu'elle est toujours égale à la somme des forces élastiques des deux substances introduites dans le tube, c'est-à-dire, à la force élastique de la vapeur telle qu'elle serait dans le vide, plus la force élastique du gaz dilaté. Pour le prouver, il faut séparer ces deux forces par le calcul. Soit f, la tension de la vapeur à la première température prise pour point de départ, lorsque le mélange occupait l'espace N'; dans ce cas, la force élastique de l'air mêlé à cette vapeur devait être $p+h-f$, c'est-à-dire égale à la pression extérieure $p+h$, diminuée de la tension de la vapeur. Lorsqu'ensuite on porte le mélange à une autre température, pour laquelle la force de la vapeur devient f', et le volume N'', la force élastique $p+h-f$ du gaz, diminuée par sa dilatation, devient $(p+h-f)\frac{N'}{N''}$, réciproquement aux volumes qu'on lui fait occuper. Ainsi, en l'ajoutant à la force f', la somme devra encore être égale à la pression constante $p+h$, c'est-à-dire qu'on devra avoir

$$f'+(p+h-f)\frac{N'}{N''}=p+h,$$

d'où l'on tire

$$f'=p+h-(p+h-f)\frac{N'}{N''}.$$

Cette équation donnera donc la valeur de la nouvelle force élastique f' exercée par la vapeur. Or, en mettant dans le second membre pour p, h, N', N'', leurs valeurs observées, et pour f la valeur calculée relativement à la première température, d'après la formule de la page 277, on trouve toujours f' égale à la tension de la vapeur dans le vide, pour la nouvelle température où le mélange est porté.

Nous avons vu que les gaz secs se dilatent tous également par les mêmes accroissemens de température : cette égalité de dilatation se vérifie encore dans les expériences précédentes; car si l'on en déduit par l'observation le rapport $\frac{N'}{N''}$ sous des pressions et des températures pareilles, on le trouve rigoureusement constant, pour tous les gaz qui ne se combinent pas avec les vapeurs auxquelles on les mêle. Cette exception est nécessaire, parce qu'il y a certains gaz qui ont pour l'eau une affinité telle qu'ils s'emparent des vapeurs aqueuses, et les amènent à l'état liquide ou à l'état solide. Tels sont, par exemple, le gaz ammoniac et le gaz hydro-chlorique; mais il est évident qu'on ne peut pas se proposer de déterminer le volume d'un pareil mélange, puisqu'il ne peut pas subsister à l'état aériforme. Cependant on peut encore vérifier la loi de M. Dalton, dans ces gaz mêmes, en les mêlant avec des vapeurs pour lesquelles ils n'ont pas une pareille affinité. Telles seraient, par exemple, pour le gaz ammoniac, les vapeurs d'éther; et s'il existait un gaz qui réduisit, au contraire, les vapeurs d'éther à l'état liquide, sans produire le même effet sur les vapeurs aqueuses, il faudrait observer la loi avec les dernières, et ne pas la chercher avec les autres.

On ne trouve pas jusqu'ici de milieu entre ces deux extrêmes. Ou le gaz et la vapeur que l'on mêle perdent tout-à-fait l'état aériforme, ou ils le gardent sans aucune contraction ni dilatation particulière qui dépendent de leur nature, et alors les lois précédentes sont observées. Dans ce dernier cas, la quantité de vapeurs qui peut subsister à l'état aériforme, dans un volume de gaz, est toujours exactement la même qu'elle sera

dans le vide à la même température. Si l'on dilate le mélange ou si on le comprime, la température restant constante, la force élastique du gaz varie selon la loi de Mariotte, réciproquement au volume qu'on lui fait occuper; mais celle de la vapeur demeure constante quel que soit l'espace, tant qu'il reste du liquide à vaporiser; et alors elle est la même que dans le vide. Si la vaporisation n'est pas complète, la force élastique de la vapeur augmente avec la pression comme celle d'un gaz, jusqu'à ce que la vapeur soit assez condensée pour que la liquéfaction ait lieu. Dans tous les cas, les forces élastiques de la vapeur et du gaz s'ajoutent pour former la force élastique totale du mélange. Ces phénomènes sont les mêmes pour tous les gaz, et aussi ils se passent exactement comme s'il n'y avait aucune affinité sensible entre les gaz et les vapeurs qui constituent un mélange aériforme. L'unique effet qui résulte de l'interposition du gaz parmi les molécules de vapeurs, c'est de les empêcher de céder à la pression extérieure, et de se réunir en gouttes liquides comme elles feraient si elles étaient soumises seules à la même pression.

Développons ceci par un exemple. La tension de la vapeur aqueuse dans le vide, à la température de 18°,75, est 14 millimètres. Telle est donc la quantité dont le mercure s'abaisserait dans un tube barométrique, par l'introduction de l'eau à cette température. Supposons maintenant que l'on enfonce graduellement ce tube A C, fig. 73, dans un vase rempli de mercure. La colonne de mercure A H, élevée au-dessus du niveau extérieur, montera d'autant et diminuera de plus en plus l'espace C H occupé dans le haut du tube par la vapeur. Mais quand l'excès de la pression extérieure sur la pression intérieure commencera à devenir plus grand que 14 millimètres, ce qui arrivera quand le mercure atteindra le sommet C du tube, toute la vapeur se trouvera repassée à l'état d'eau; et ainsi l'on voit qu'à cette température elle ne peut pas, sans se liquéfier, supporter dans le vide une pression plus grande que 14 millimètres. Supposez maintenant cette même vapeur élevée dans un espace plein d'air, elle pourra être exposée à toutes les pressions

possibles sans perdre totalement l'état aériforme, et elle ne se liquéfiera par la pression qu'autant que le volume de l'air où elle se trouve sera diminué. Cependant chacune des particules qui composent cette vapeur, supporte alors toute la pression qui pèse sur le mélange, puisque la pression est constante dans tous les points d'un fluide élastique dont la température est uniforme. Ainsi les particules de gaz sec, disséminées entre les particules de vapeurs, paraissent avoir cet effet sur elles, qu'elles les tiennent, pour ainsi dire, en arrêt, et que, par leur interposition, elles les empêchent de se réunir comme elles le feraient si elles se trouvaient seules, aussi comprimées et aussi rapprochées qu'elles le sont. Quoique nous ne connaissions pas la manière dont s'exerce le principe répulsif qui écarte les unes des autres les particules des substances aériformes, il est bien clair qu'il agit à distance, puisqu'il les maintient ainsi écartées. Il n'est pas moins évident que ce principe est indépendant de l'affinité, ou du moins n'est pas soumis aux mêmes lois pour la distance. Il est donc très-possible qu'il s'exerce aussi entre une particule de vapeur et une particule de gaz sec, comme il s'exercerait entre deux particules de gaz, et qu'il les tienne assez écartées l'une de l'autre pour que leur affinité réciproque, affaiblie par la distance, ne produise aucun effet sensible; tandis qu'à cette même distance, l'affinité plus forte de la vapeur pour la vapeur, la convertirait en eau si ses molécules pouvaient se rejoindre. Alors on conçoit comment ces vapeurs, lorsqu'elles sont mélangées avec l'air, peuvent supporter des pressions qu'elles ne soutiendraient pas isolément; et quant au peu d'affinité que ces considérations supposent entre les molécules des gaz secs et des vapeurs, cela n'est pas plus étonnant que de voir l'eau et l'alcool liquides s'attacher aux surfaces des corps vitreux, tandis que le mercure ne s'y attache pas.

La théorie de M. Dalton, que nous venons d'exposer, permet de résoudre d'une manière certaine, et par des lois fondées sur l'expérience, tous les problèmes que l'on peut se proposer relativement aux vapeurs enfermées dans un espace vide

ou rempli d'un gaz quelconque, qui permet à la vapeur de conserver son état aériforme. Par exemple, on peut, à l'aide de ces principes, analyser tous les phénomènes qui se passent dans un manomètre où la pression et la température viennent à changer à la fois. Comme cette question est d'une application fréquente dans les recherches de chimie et de physique, j'en donnerai ici la solution.

Je suppose donc qu'on ait enfermé dans un manomètre une certaine masse d'air en contact avec un liquide dont le degré d'ébullition est connu. Après avoir agité le manomètre et attendu quelque temps pour laisser à la vaporisation le temps de s'opérer, on observe la température t et la pression p exercée par le mélange sur le baromètre intérieur; puis on abandonne l'expérience à elle-même. Après quelques jours, on observe de nouveau l'instrument à la température t'; on trouve que la pression intérieure a changé et est devenue p'. On demande si ce changement est uniquement dû à la variation de température, ou au développement d'un gaz qui se sera formé dans l'appareil, ou enfin à une absorption exercée par le liquide sur une partie du gaz introduit.

Pour le savoir, il faut calculer la pression p' dans la première supposition, et voir si la pression observée est égale, ou plus forte, ou plus faible. Si elle est plus forte, il y a eu dégagement de gaz dans l'intérieur de l'instrument; est-elle plus faible, il y a eu absorption. Dans le cas de l'égalité, il ne s'est opéré aucun changement chimique, ou il s'est opéré à la fois une absorption et un dégagement de substances gazeuses d'un volume égal.

Le calcul de la pression p' est très-facile; car puisque le mélange soutenait primitivement la pression p, et que la température était t, la partie de cette pression, soutenue alors par le gaz sec, était $p - f$, en nommant f la tension de la vapeur du liquide qui convient à la température t. Cette quantité $p - f$ représente donc aussi la force élastique primitive du gaz. En passant à la température t', cette force élastique change

proportionnellement aux volumes que le gaz occuperait par l'élévation de sa température, si le vase était flexible; c'est-à-dire qu'elle devient

$$\frac{(p-f)\,(1+t'\,0{,}00375)}{1+t\,.\,0{,}00375}.$$

Il faut y ajouter la force élastique f' de la vapeur du liquide à la température t'; et la somme formera la force élastique totale du mélange, qui est la valeur de p' cherchée; c'est-à-dire que l'on aura

$$p'=f'+\frac{(p-f)\,(1+t'\,.\,0{,}00375)}{1+t\,.\,0{,}00375}.$$

Il ne restera donc plus qu'à comparer cette valeur calculée de p' avec celle qui est donnée par l'observation.

Faisons le même calcul pour un gaz enfermé avec un liquide sous un tube barométrique. Supposons qu'au commencement de l'expérience la pression extérieure étant p, la température t, le mélange aériforme occupe dans le tube un certain nombre de divisions N; et que h soit la hauteur de la colonne de mercure élevée intérieurement au-dessus du niveau. Les circonstances venant à changer, les quantités précédentes deviennent respectivement p' t' N' et h'. On demande si les variations de pression et de température en sont les seules causes.

Evaluons d'abord la force élastique du gaz sec : dans le commencement de l'expérience elle était égale à $p-f-h$; f étant comme précédemment la force élastique de la vapeur pour la température t. Si ce gaz avait été toujours contenu sous le même volume, sa force à la température t' deviendrait

$$\frac{(p-f-h)\,(1+t'\,.\,0{,}00375)}{1+t\,.\,0{,}00375};$$

mais il s'étend dans l'espace N' au lieu de l'espace N qu'il occupait d'abord; ainsi la force élastique précédente doit être changée réciproquement à ces espaces; c'est-à-dire qu'elle devient

$$\frac{N\,(p-f-h)\,(1+t'\,0{,}00375)}{N'\,(1+t\,.\,0{,}00375)}$$

Il faut lui ajouter la tension f' de la vapeur à la température t', et la somme devra être égale à la pression extérieure p', diminuée de h', qui est la colonne de mercure élevée au-dessus du niveau. On aura donc l'équation

$$f' + \frac{N(p - f - h)(1 + t' . 0{,}00375)}{N'(1 + t . 0{,}00375)} = p' - h'$$

d'où l'on tire

$$f' = p' - h' - \frac{N(p - f - h)(1 + t' . 0{,}00375)}{N'(1 + t . 0{,}00375)}.$$

On mettra dans le second membre de cette équation, au lieu de N, N', p, p', h, h', leurs valeurs observées, et pour f la valeur tirée de la formule donnée page 277 ; alors on calculera f'. Si l'on trouve f' plus grande que la force élastique de la vapeur qui convient à la température t', ce sera une preuve qu'il s'est fait un dégagement de gaz. Si on la trouve plus faible, il y a eu absorption. Si on la trouve égale, il ne s'est opéré aucuns changemens chimiques dans l'appareil, ou ces changemens se sont compensés sur le volume du gaz. Ce sera dès-lors à l'analyse chimique à décider ici, comme dans le manomètre, lequel de ces cas a eu réellement lieu. On conçoit d'ailleurs que, dans tous ces calculs, les colonnes de mercure $p p' h h'$ doivent être ramenées à une même température, car c'est seulement alors que les pressions qu'elles exercent sont proportionnelles à leurs longueurs.

CHAPITRE XVI.

De l'Évaporation.

Lorsqu'un liquide est exposé à l'air libre, il se dissipe graduellement, et cet effet se nomme l'*évaporation*.

Un assez grand nombre de physiciens ont supposé que ce phénomène était produit par une affinité chimique de l'air pour l'eau. Mais les expériences de Saussure, de Deluc et de Dalton, permettent de représenter tous les phénomènes sans recourir à cette affinité ; et par conséquent, il n'y a aucune raison de l'admettre, puisqu'il n'y a rien dans les expériences qui l'annonce. Nous avons vu qu'un liquide introduit dans un espace vide, ou rempli d'air sec, y produit également des vapeurs dont la quantité, dans cet espace, ne dépend absolument que de la température. Si l'air renfermé contient déjà des vapeurs pareilles, mais en quantité moindre que le maximum qui convient à cette température, le liquide introduit ne fait que compléter la quantité de vapeur nécessaire pour que ce maximum s'établisse. Dans tout cela, il n'y a de différence entre l'air et le vide, que par la rapidité de la vaporisation, qui se fait instantanément dans le vide, et lentement dans l'air ou dans les gaz, comme si les particules de ces gaz s'opposaient mécaniquement, et par leur inertie, à la diffusion des vapeurs.

Pour examiner de plus près les effets de cette résistance, considérons une goutte sphérique de liquide placée au centre d'un manomètre sphérique, et rempli d'air sec ; puis concevons cet air partagé en une infinité de couches sphériques très-minces, concentriques à la goutte. Cela posé, au moment où celle-ci commencera à se vaporiser, la couche d'air, qui l'environne immédiatement, sera la première saturée de vapeurs, selon la proportion fixée par sa température. Mais ces vapeurs se trouvant en contact avec la couche suivante, qui est encore parfaitement

sèche, tendront à s'y répandre en vertu de leur élasticité ; et elles s'y répandront, en effet, autant que le permettra la résistance mécanique de l'air qui forme cette seconde couche. En poursuivant ce raisonnement, on concevra que les vapeurs émanées de la goutte se propagent ainsi de couche en couche dans toute l'étendue de l'espace qui leur est ouvert. Mais à cause de la résistance que l'air oppose à leur propagation, il arrive que leur quantité va continuellement en décroissant à mesure que les couches sont plus éloignées de la goutte qui les produit. De sorte que l'on peut concevoir un moment où les couches du manomètre, les plus éloignées du centre ne font que commencer à recevoir des vapeurs, tandis que les couches centrales en ont déjà acquis toute la quantité qu'elles peuvent en contenir à cette température. Néanmoins comme chaque molécule de vapeur tend continuellement à se répandre dans l'espace qui l'avoisine, lorsque la quantité de vapeur y est moindre, il s'ensuit que la vaporisation ne peut pas s'arrêter dans cet état de décroissement du centre à la circonférence, et qu'elle ne cessera qu'au moment où toute la masse d'air, enfermée dans le manomètre, aura acquis le maximum de vapeur qui convient à sa température.

En appliquant à l'atmosphère les résultats de ces expériences, nous en verrons naître tous les phénomènes de l'évaporation. Dans ce cas, l'étendue de l'atmosphère elle-même peut être considérée comme la masse d'air enfermée dans le manomètre, et le liquide qu'on expose à l'air libre dans un vase, est la goutte d'eau que l'on y fait vaporiser. Supposons d'abord la température uniforme dans toute cette étendue. S'il s'y trouve déjà toute la quantité de vapeur qui convient à cette température, l'eau du vase ne se vaporisera pas. Mais pour peu que la quantité de vapeur soit au-dessous de ce maximum, la vaporisation aura lieu, et le vase n'étant qu'un point relativement à l'étendue de l'atmosphère, toute l'eau qu'il contient se dissipera entièrement sans y accroître sensiblement la tension de la vapeur. La quantité de vapeurs, préalablement existante, n'aura d'autre effet que de ralentir plus ou moins l'évaporation, qui sera d'autant plus rapide que l'air sera plus près de la sécheresse extrême.

Pour simplifier les raisonnemens, nous avons supposé la température uniforme dans toute l'atmosphère; mais dans la réalité, cette température est très-inégale. De là il devra résulter que des portions différentes de l'atmosphère exigeront au même instant des quantités de vapeur aqueuse très-différentes, qu'elles seront peut-être très-loin de posséder; et cette inégalité devra même quelquefois se maintenir plus long-temps que la différence de température à cause de la résistance que l'air oppose au mouvement et au partage des vapeurs. De là il résultera encore que l'eau se vaporisera plus ou moins vite dans ces divers espaces, selon qu'ils seront plus près de l'extrême sécheresse. Pour observer cette inégale vitesse, il faudra faire vaporiser dans chaque espace des masses d'eau extrêmement petites, comparativement à ses dimensions; ce qui, ne changeant point sensiblement son état, relativement aux autres espaces qui l'environnent, permettra de considérer chacun d'eux comme s'il existait seul. Ainsi, le problème le plus général que l'on puisse se proposer, relativement à l'évaporation, c'est de déterminer la rapidité avec laquelle elle se fait dans une masse d'air supposée infinie, lorsque l'on connaît la quantité de vapeur qui se trouve déjà dans cette masse, et la quantité totale qu'elle en peut admettre à la température où elle se trouve.

M. Dalton a résolu ce problème avec la même sagacité qu'il a apportée dans le reste de son travail sur les vapeurs. Il a d'abord cherché à mesurer la rapidité de l'évaporation de l'eau dans une atmosphère calme, à la température de l'ébullition. Pour cela, il prit un vase cylindrique d'étain, dont la profondeur était 3,25 pouces anglais, et le diamètre 2p,5. Cette dernière dimension est nécessaire à connaître; car tant que la surface liquide, exposée à l'air, peut être considérée comme d'une étendue infiniment petite, relativement à l'étendue totale où ses vapeurs peuvent s'étendre, on conçoit que la quantité totale de liquide évaporé, dans des circonstances données, doit être proportionnelle à cette surface. M. Dalton, ayant attaché trois fils de fer à des points pris à égale distance sur le contour de ce vase, réunit leurs extrémités, et en forma un crochet par le moyen du-

quel le vase pouvait être suspendu aux bras d'une balance. Cela fait, le vase fut presque entièrement rempli d'eau, que l'on fit ensuite bouillir sur un petit feu, en tenant le vase suspendu par le crochet, et l'élevant ou l'abaissant, pour l'éloigner du feu ou l'en approcher, de manière à tenir l'eau parfaitement au terme de l'ébullition. Dans cet état, le vase, avec l'eau qu'il contenait, fut remis à la balance, et pesé jusqu'à l'exactitude d'un grain. On notait l'époque de cette pesée avec une montre à secondes; puis on le remettait sur le feu comme précédemment, de manière à maintenir l'ébullition pendant 10 minutes ou davantage; après quoi on le pesait de nouveau, et en divisant la perte de poids par le nombre des minutes, la quantité d'eau évaporée en une minute, se trouvait déterminée.

Pour pouvoir réduire toutes les expériences de ce genre à des termes comparables, il faudrait à la rigueur que l'atmosphère se trouvât toujours au même degré d'humidité; ou au moins il faudrait pouvoir tenir compte de l'effet de cette humidité sur les résultats. Mais comme la proportion de vapeur qui existe naturellement dans l'atmosphère, est toujours extrêmement petite, et qu'ainsi sa force élastique est très-faible, comparativement à celle de l'eau bouillante, il s'ensuit qu'elle n'a presque point d'influence sur les résultats observés dans les hautes températures, et qu'ainsi on peut en négliger l'effet, au moins dans une première approximation; c'est ce que nous ferons, et nous verrons ensuite comment on pourrait y avoir égard.

Il y a une autre cause de variation beaucoup plus puissante, que nous devons prévoir, et qu'il faut éviter pour rendre les expériences comparables; cette cause est l'agitation de l'air. En effet, on conçoit par la théorie, que si l'air est calme, les vapeurs exhalées s'y répandront progressivement, de couche en couche, d'une manière régulière et dépendante de la résistance que l'air oppose à l'extension des vapeurs. Mais si, pendant que cette propagation s'opère, les couches d'air les plus voisines du liquide, et par conséquent les plus humectées, sont enlevées tout à coup, et remplacées par des couches plus

sèches, les vapeurs se propageront dans ces dernières beaucoup plus vite qu'elles n'auroient fait si elles étaient restées à leur ancienne place, à une distance plus grande du liquide. Par-là on conçoit que toutes les circonstances étant d'ailleurs égales, l'évaporation doit être la plus lente possible dans un air parfaitement calme, et la plus rapide dans un air très-agité, où de nouvelles couches viennent sans cesse se mettre en contact avec le liquide qui s'évapore.

C'est en effet ce qu'a observé M. Dalton. La moindre évaporation, à la température de l'eau bouillante, eut lieu quand le fourneau ou la lampe, qui servaient à chauffer le liquide, étaient placés au milieu de sa chambre, les portes et les fenêtres étant fermées, et l'air calme; elle était alors de 30 grains, poids anglais, par minute.

Elle s'élevait à 35 grains, lorsque le vase était chauffé dans la cheminée, même les portes et les fenêtres étant également fermées. Il se faisoit alors par la cheminée un petit courant d'air.

Un feu plus vif produisait dans la cheminée un courant plus rapide; l'évaporation allait de 35 à 40 grains par minute.

Lorsque les fenêtres de la chambre étaient ouvertes, et qu'il régnait un grand vent, le courant d'air, dans la cheminée, était proportionnellement augmenté, et l'évaporation par minutes allait jusqu'à 40 et 45 grains.

Les extrêmes de ces résultats sont de 30 à 45 grains par minute; mais si les expériences étaient faites en plein air, et par de très-grands vents, il est bien probable qu'elles pourraient s'élever beaucoup plus haut; car elles seraient infinies dans un air qui se déplacerait avec une infinie rapidité.

M. Dalton détermina de même la quantité d'évaporation à des températures inférieures, jusqu'à 138° de Farenheit. Ses résultats, pour l'air calme, sont contenus dans le tableau suivant, où l'on a aussi rapporté la force élastique de la vapeur pour les mêmes températures :

Température en degrés de Farenheit.	Force élastique de la vapeur en pouces anglais.	Évaporation par minute, exprimée en grains poids anglais.
212	30	30
180	15,15	15
164	10,41	10
152	7,81	8,5
144	6,37	6
138	5,44	5

A l'aspect de ce tableau, l'on voit que la quantité de l'évaporation, dans chaque température, est sensiblement proportionnelle à la force élastique de la vapeur qui se forme. Ce résultat se concevrait aisément pour un espace sec; mais il semble que la quantité plus ou moins grande de vapeurs primitivement contenue dans l'atmosphère devrait le modifier. C'est, en effet, ce qui a lieu à la rigueur, comme nous le verrons par la suite; toutefois l'influence en est insensible dans les expériences que nous venons de rapporter, parce que les forces élastiques observées sont très-considérables comparativement à celles que peut avoir la vapeur naturellement élevée dans l'atmosphère; surtout M. Dalton ayant opéré à des températures basses, où l'air devait être peu chargé d'humidité.

Mais il ne serait plus possible de négliger cet effet de la partie aqueuse de l'atmosphère, en calculant les phénomènes de l'évaporation pour des températures plus basses que celles qui sont consignées dans le tableau précédent. Supposons, par exemple, que l'on voulût appliquer la même loi à la température de 15° centés. où la tension de la vapeur à son maximum est de 13^{mm}, environ $\frac{1}{60}$ de celle qui répond à l'ébullition. Si, par hasard, le jour de l'expérience, l'atmosphère se trouvait à cette même température, et complètement saturée d'humidité, la quantité de l'évaporation ne serait pas $\frac{1}{60}$ de celle qui

convient à la température de l'eau bouillante, comme l'indiquerait le rapport des forces élastiques; elle serait rigoureusement nulle.

Pour apprécier cette influence de l'humidité de l'atmosphère, M. Dalton chercha d'abord les moyens de mesurer la quantité de vapeur qui s'y trouvait au moment de l'expérience. A cet effet, il prend un grand vase cylindrique de verre, et en y versant successivement de l'eau à diverses températures inférieures à celle de l'air dans le lieu de l'expérience, il détermine le degré précis du thermomètre, où l'humidité de l'air commence à se déposer en rosée sur les parois extérieures du vase. Quand il connaît cette température, il calcule la force élastique de la vapeur qui y correspond, et cette force, ramenée à la température extérieure par les lois ordinaires de la dilatation des gaz, est précisément celle de la vapeur aqueuse qui se trouve actuellement dans l'air. En effet, considérons toujours la masse d'air où l'on opère, comme si elle était enfermée dans un manomètre. Dans ce cas, si l'espace était saturé de vapeur, le moindre refroidissement donné aux parois de ce manomètre, précipiterait une partie de la vapeur sur leur surface. Si la masse d'air n'était pas entièrement saturée de vapeur, il faudrait refroidir davantage les parois du manomètre pour y produire le même effet; il faudrait les refroidir jusqu'à une température telle que la vapeur existante dans le manomètre devînt le maximum qui pût y être contenu. Alors, par un refroidissement un peu plus considérable, cette vapeur commencerait à se précipiter; et ainsi la température t', à laquelle elle commence à se précipiter, indique précisément le degré de force élastique φ' auquel elle est réduite. Il ne reste plus qu'à dilater cette quantité comme un gaz pour avoir la vraie tension f' qu'elle exerce réellement dans l'air supposé à la température t; ce qui donne

$$f' = \frac{\varphi'(1 + t \,.\, 0{,}00375)}{(1 + t' \,.\, 0{,}00375)}.$$

Dans l'expérience de M. Dalton, le vase est le corps réfrigérant, et ses parois sont enveloppées par l'air, au lieu que dans

le manomètre c'étaient ces parois qui renfermaient l'air ; mais l'action du refroidissement dans les deux circonstances est absolument la même.

Quand la température de l'atmosphère est au-dessus de 15 degrés centésimaux, ce qui a lieu pendant une grande partie de l'année, M. Dalton emploie communément, pour corps réfrigérant, de l'eau de puits récemment tirée, et il la verse dans le vase, en observant sa température. S'il se dépose aussitôt de la rosée sur les parois extérieures du vase, il ôte l'eau et la laisse se réchauffer un instant. Il sèche bien la surface du vase en l'essuyant avec une toile fine, et il y remet cette eau déjà réchauffée. Il réitère ces alternatives jusqu'à ce que la rosée *cesse de se déposer*. Alors il observe de nouveau la température de l'eau, et il en deduit φ' et f'. L'expérience doit se faire en plein air, ou à une fenêtre ouverte, parce que l'air intérieur est généralement plus humide que celui du dehors. Lorsque la température de l'eau de puits n'est pas assez basse pour précipiter la vapeur de l'atmosphère, comme cela a lieu dans les temps froids, M. Dalton refroidit son vase avec de l'eau à la glace, ou même en employant des mélanges réfrigérans. Quant à l'exactitude de cette indication, *il assure* que les vapeurs commencent à se condenser sur la surface du vase, lorsque la température de celui-ci est seulement un demi-degré centésimal au-dessous de celle que la vapeur existante dans l'atmosphere peut supporter Ayant ainsi un procédé pour déterminer la quantité de cette vapeur, M. Dalton prit un vase cylindrique, dont la profondeur était de $\frac{1}{2}$ pouce anglais, et le diamètre de 6 pouces ; il le suspendit à la balance comme il avait fait dans ses premières recherches. Il opéra aussi de la même manière dans le reste de l'expérience ; seulement il avait pris cette fois un vase plus large, parce que la quantité de l'évaporation devant être beaucoup moindre, il voulait la rendre plus sensible en augmentant la surface sur laquelle elle se produisait. Pour exprimer la loi des résultats, nommons f la tension totale que la vapeur pourrait acquérir à la température où l'on opère, si l'espace en était saturé. Cela posé, M. Dalton trouva que, dans les mêmes circonstances de

repos ou d'agitation de l'air, la quantité de l'évaporation était constamment proportionnelle à $f - f'$; c'est-à-dire que, si la tension totale de la vapeur à la température de 100 degrés, est représentée par F, et qu'à cette température, le poids de l'eau évaporée en une minute dans un air sec, soit de m milligrammes pour l'unité de surface, cette quantité dans toute autre température, mais dans les mêmes circonstances d'agitation ou de calme, sera exprimée par

$$\frac{m(f-f')}{F}.$$

Prenons, par exemple, le diamètre carré pour unité de surface. M. Dalton trouve que, pour un vase de 6 pouces anglais de diamètre, l'évaporation en une minute à la température de l'eau bouillante, dans un air sec et calme, est égale à 120 grains anglais, ou en grammes $7^g,7688$; or, six pouces anglais, convertis en décimètres, valent 1,524. En multipliant le carré de ce nombre par $\frac{355}{113}$, rapport de la circonférence au diamètre, et prenant le quart du produit, on aura la surface du vase de M. Dalton en décimètres carrés. On la trouvera égale à 1,82; ainsi, proportionnellement la quantité de l'évaporation par minute, pour un décimètre carré de surface, sera $\frac{7,7688}{1,82}$ ou $4^g,2686$: ce sera donc la valeur de m. On a de plus $F = 30$ pouces anglais ou $0^m,762$. Par conséquent, si l'on nomme E la quantité de l'évaporation en une minute, pour un décimètre carré de surface, et dans un air calme, on aura à toute température

$$E = \frac{4^g,2686 \,.\, (f-f')}{0,762}.$$

Si l'on conservait les mesures anglaises, et que l'on voulût calculer seulement pour le vase de M. Dalton, on aurait $F = 30^{po}$ $m = 120^{gr}$, et la formule deviendrait *pour ce vase*

$$E = 4 \,.\, (f-f').$$

Cette formule peut servir pour résoudre plusieurs questions intéressantes.

D'abord elle donnera la quantité E de l'évaporation, quand on connaîtra la tension f' de la vapeur aqueuse dans les couches

atmosphériques qui environnent le vase, et que l'on aura calculé la tension maximum f de la vapeur pour la température t. C'est l'usage direct de la formule.

Mais réciproquement, si on calcule cette force f, et que l'on observe la quantité E de l'évaporation, la formule donnera f', c'est-à-dire la tension de la vapeur réellement contenue dans les couches atmosphériques qui environnent le vase. Ceci paraît même un moyen exact et simple de trouver f'. Enfin, si l'on observait E et f', on pourrait en conclure f; mais cet emploi de la formule n'aurait rien d'avantageux, puisque nous savons déjà déterminer f par des moyens beaucoup plus précis, et même par une formule qui nous donne sa valeur à toute température.

M. Dalton étudie de la même manière la vaporisation des autres liquides différens de l'eau. D'après les conditions d'indépendance que nous avons reconnues dans le mélange des substances aériformes, si l'on suppose que les vapeurs de ces liquides soient totalement privées de vapeurs aqueuses, et n'aient pour elles aucune affinité sensible, la quantité de ces dernières, qui se trouve dans l'atmosphère, ne doit avoir aucune influence sur la quantité de l'évaporation des liquides dont il s'agit; et par conséquent cette évaporation, dans un temps donné, doit être proportionnelle à la tension qui leur est propre à la température où l'on opère. C'est aussi ce que M. Dalton a trouvé. Il a vu en outre que la quantité absolue de l'évaporation de diverses substances, est proportionnelle à l'intensité absolue de leurs forces élastiques; en sorte que les formules de la page précédente peuvent servir pour tous les liquides en conservant les mêmes coefficiens numériques, et mettant seulement pour $f f'$ les forces élastiques calculées pour les liquides que l'on considère.

Par exemple, l'air extérieur étant à la température de 53° F, et presque saturé d'humidité, M. Dalton a fait évaporer de l'alcool qui bouillait à 180° F, et il a trouvé que, pour un vase cylindrique de six pouces de diamètre, cette évaporation était de 121 grains en 25 minutes, ce qui fait quatre grains par mi-

nute, à très-peu de chose près. Pour comparer ce résultat à celui que donne la formule établie d'après l'évaporation de l'eau, il faut partir des températures 180° et 212°, auxquelles les forces élastiques de l'eau et de l'alcool sont égales entre elles; et, en diminuant également ces deux températures de 127°, on voit que la tension de l'alcool à 53° est égale à celle de l'eau à 85; or, celle-ci a pour valeur 1P°,17, suivant la formule de la pag. 278. Telle est donc la valeur de f qu'il faut substituer dans la formule

$$E = 4\,(f - f');$$

il faut en outre y faire f' nulle, puisque l'atmosphère ne contenait point de vapeur alcoolique; car alors l'évaporation devient analogue à celle de l'eau dans une atmosphère sèche. Avec ces données on trouve $E = 4 \cdot 1{,}17 = 4{,}68$, ou à très-peu de chose près cinq grains, conformément à ce qu'a donné l'observation de l'alcool. On voit, par cette expérience, que la quantité de vapeur aqueuse qui se trouve suspendue dans l'atmosphère, n'a aucune influence sensible sur la formation des vapeurs d'alcool à la température de 53° F. Mais il est probable qu'il n'en serait pas ainsi à des températures plus élevées.

La loi que nous venons d'exposer montre que, pour les substances qui bouillent à de très-hautes températures, comme le mercure et l'acide sulfurique, les forces élastiques doivent, à toutes les températures ordinaires, être extrêmement petites; c'est en effet ce qui se vérifie par l'expérience: enfin, M. Dalton a aussi fait des expériences sur l'évaporation de la glace, et il a trouvé qu'elle se continuait même à plusieurs degrés au-dessous du point de la congélation; la tension de la glace est alors la même que serait celle de l'eau à une température pareille, et elle se calcule de la même manière. C'est le résultat que M. Gay-Lussac a depuis étendu jusqu'à — 19°.

Le théorie de M. Dalton, que nous venons d'exposer, montre, comme nous l'avions annoncé, que les phénomènes de l'évaporation n'exigent nullement l'intermède d'une action dissolvante de l'air, et par conséquent rien n'autorise à supposer l'existence d'une pareille force. Les véritables élémens de tous

ces phénomènes sont la tension du liquide à la température qu'on lui a communiquée, la tension des vapeurs de même nature qui existent dans l'atmosphère ; enfin, la résistance mécanique que l'air, en vertu de sa force d'inertie, oppose à la diffusion des vapeurs. En ayant égard au jeu de ces trois élémens, tel que l'expérience le fait connaître, on peut prédire tous les résultats.

On explique encore ainsi une foule de phénomènes singuliers qui se présentent dans une infinité de circonstances, et qui, avant le beau travail de M. Dalton, ne pouvaient pas même être réduits à des circonstances fixes. Par exemple, Fontana avait depuis long-temps remarqué que, lorsqu'on distille de l'eau, dans des appareils fermés de toutes parts, si le vase distillatoire ne communique que par une petite ouverture avec le vase réfrigérant, il ne se fait point de distillation, à moins que le liquide ne soit échauffé jusqu'à bouillir, et n'établisse par force un courant d'air dans l'appareil. Cependant nous avons prouvé par l'expérience que, dans l'air comme dans le vide, l'eau se vaporise à toutes les températures. Puis donc que le vase réfrigérant doit précipiter sans cesse la vapeur qu'il renferme, il semble qu'il devrait sans cesse y en arriver de nouvelle, et qu'il devrait par conséquent s'opérer une continuelle réduction de vapeur. Mais il faut remarquer que cette vapeur, pour arriver dans le vase réfrigérant, est obligée de forcer le passage étroit où l'air lui résiste. Or elle ne peut le faire sans opérer dans cet air une condensation qui augmente sa résistance ; de sorte que, par cette circonstance même, elle s'oppose pour ainsi dire à sa propre introduction. C'est ainsi qu'un liquide s'introduit difficilement dans un flacon dont le col est étroit, parce que l'air intérieur qu'il doit déplacer lui résiste. La difficulté cesse quand le col du flacon est plus large, parce qu'alors la colonne liquide et la colonne d'air se partagent mutuellement le passage. De même, la distillation des vapeurs n'est plus arrêtée dans un alambic qui communique à son réfrigérant par un large canal, parce que ce canal se partage entre la vapeur qui entre et l'air qui

sort. Enfin, même dans un conduit étroit, la difficulté du passage est vaincue quand l'eau entre en ébullition, parce qu'alors sa force élastique, jointe à celle de l'air intérieur, repousse et comprime l'air plus froid du réfrigérant, et permet à la vapeur de passer seule par le canal. Un phénomène semblable arrive quand on essaie de distiller du zinc dans un appareil qui n'a qu'une étroite communication avec l'air extérieur. On n'y parvient qu'en le faisant bouillir; tandis qu'au contraire cette distillation se fait très-facilement à des températures beaucoup plus basses, quand on mêle du charbon à l'oxide de zinc. C'est qu'alors il se forme du gaz oxide de carbone qui, forçant tous les obstacles par sa dilatation, et se répandant dans tout l'appareil, emporte les vapeurs du zinc de dessus la surface de ce métal à mesure qu'elles s'y forment, et donne par cela même à de nouvelles vapeurs la possibilité de se former. Ce rapprochement, qui explique beaucoup de phénomènes du même genre, est dû à M. Gay-Lussac.

Je suis porté à croire que c'est à une cause contraire qu'il faut attribuer l'extrême sécheresse qui règne habituellement dans les hautes régions de l'atmosphère; sécheresse qui est telle que les substances organiques susceptibles d'absorber l'humidité, le parchemin, par exemple, s'y tordent comme si on les eût présentées au feu. Ce décroissement excessif d'humidité, déjà remarqué par plusieurs observateurs, a surtout été constaté par M. Gay-Lussac, dans son second voyage aérien. Cependant les vapeurs aqueuses, qui s'élèvent continuellement de la surface de la terre et des eaux, sembleraient devoir se répandre aussi dans cet espace, et le porter enfin à un degré d'humidité plus élevé; d'autant mieux que la température de l'air à ces hauteurs étant très-froide, la quantité de vapeur nécessaire pour y saturer un même espace est moindre. Mais il faut remarquer aussi que l'air, devenu bien plus rare à ces hautes régions, s'oppose beaucoup moins à la diffusion des vapeurs qui s'y trouvent; de façon que celles qui y seraient momentanément portées, ont beaucoup plus de facilité pour s'étendre

qu'elles n'en auraient à la surface de la terre; et cela explique pourquoi les corps imbibés d'eau, que l'on y porte, se dessèchent si rapidement.

On remarque dans les manufactures que la vaporisation de l'eau par l'ébullition se fait avec moins de facilité et plus de dépense dans les chaudières entièrement ouvertes que dans celles qui ne communiquent à l'air extérieur que par une petite ouverture. Ceci me paraît être une conséquence frappante de la résistance que l'air oppose à la diffusion, et même à la formation des vapeurs. Cette résistance est la plus grande possible dans un vase découvert, parce que la vapeur qui sort de la chaudière ne peut pas soulever d'une seule pièce toute la colonne d'air qui pèse sur la surface du liquide; elle la soulève seulement en certaines parties, tandis qu'elle retombe dans d'autres; de manière que le passage se partage entre l'air et la vapeur. Mais si la chaudière ne communique à l'air extérieur que par une petite ouverture, les premières vapeurs qui se forment ont bientôt entraîné tout l'air qui était en contact immédiat avec le liquide, et le courant continuel de ces vapeurs, par le petit orifice, l'empêche de rentrer dans la chaudière. La vaporisation s'opère donc alors dans celle-ci aussi facilement que dans le vide, c'est-à-dire instantanément, et sans que rien s'oppose à la formation des vapeurs à mesure qu'elles deviennent nécessaires pour suppléer à celles qui s'échappent.

Enfin, la même théorie nous expliquera encore comment Deluc a pu parvenir à former des thermomètres d'eau et d'alcool qui soutenaient la chaleur de l'eau bouillante, quoique l'alcool bouille dans l'air libre fort au-dessous de ce degré; c'est que ces liquides étaient parfaitement purgés d'air, et que l'air avait été également exclus avec la plus grande rigueur de la boule et du tube où ils étaient renfermés. Si l'on suppose cette condition rigoureusement remplie, les liquides, en se dilatant, émettaient librement par leurs surfaces, c'est-à-dire, par l'extrémité de la colonne élevée dans le tube, toute la quantité de vapeur que pouvait admettre l'espace ouvert au-dessus

d'eux ; et comme la vapeur pouvait s'exhaler de cette surface sans aucun effort, puisqu'elle se répandait dans le vide ou dans la vapeur déjà existante, on voit qu'il n'y aurait pas eu de raison pour qu'il se développât aussi de la vapeur dans l'intérieur même du liquide. Car, en supposant la température uniforme dans tout l'appareil, cette vapeur n'aurait pu avoir qu'une force élastique égale à celle de la vapeur élevée dans l'espace vide ; et avec cette égalité de force qui l'aurait contrebalancée, elle aurait eu de plus à vaincre le poids de la colonne de liquide élevée au-dessus d'elle, ce qui lui aurait été par conséquent impossible. C'est pourquoi il ne se produisait pas d'ébullition à l'intérieur. Mais les choses ne se seraient plus passées de cette manière, si le liquide eût été mêlé d'air ; car le ressort de cet air, développé et augmenté par la chaleur, se serait ajouté à la force élastique de la vapeur formée dans l'intérieur du liquide. Ainsi l'ébullition aurait commencé quand la somme de ces deux forces intérieures aurait égalé la force élastique de la vapeur élevée dans l'espace vide, plus le poids de la colonne liquide élevée au-dessus de la bulle d'air ; c'est-à-dire lorsque le ressort de la bulle d'air aurait égalé le poids de cette colonne, qui seule contribuait à la retenir.

Nous avons déjà remarqué dans les premiers chapitres de cet ouvrage, que lorsqu'une substance liquide passe à l'état de vapeur par l'ébullition, toute la chaleur qu'on lui communique se détruit, et reparaît de nouveau quand la vapeur repasse à l'état liquide. Maintenant les expériences viennent de nous apprendre que la vapeur se forme à toute température, et que la température, plus froide ou plus chaude, change seulement le degré de son élasticité. D'après cette analogie, nous devons prévoir qu'il se fera aussi à toute température une destruction de chaleur lorsque la vapeur se formera ; c'est ce que confirme l'observation.

Pour s'en assurer, il faut isoler la masse liquide sur laquelle on opère, afin qu'elle soit obligée de tirer d'elle-même la chaleur que l'évaporation doit lui ôter, ce qui produira nécessairement un abaissement de température. Tel est précisément

l'effet des vases spongieux, appelés *alcarazas*, et qui sont en usage dans l'Orient pour rafraîchir l'eau destinée aux repas. On remplit ces vases d'eau, et on les suspend dans un endroit où l'on sait qu'il se fait un courant d'air; par exemple, entre deux portes ouvertes. La nature spongieuse du vase permet à la masse d'eau qu'il renferme de se vaporiser par tous les points de sa surface. Cet effet est encore favorisé par le courant d'air, qui enlève la vapeur à mesure qu'elle se forme. De là résulte une vaporisation abondante qui exige une destruction correspondante de chaleur; mais le vase étant isolé, cette destruction ne peut se faire qu'aux dépens de l'eau elle-même, et aussi cette température s'abaisse-t-elle de plusieurs degrés.

On peut produire un effet pareil en plongeant la boule d'un thermomètre dans une éponge mouillée, que l'on expose ensuite au soleil; car si l'on observe le degré que ce thermomètre marque, quand il est plongé dans l'éponge, et à l'ombre, lorsqu'on l'expose ensuite au soleil, on le voit considérablement s'abaisser. Les liquides, qui s'évaporent le plus rapidement, sont ceux dont l'évaporation produit le refroidissement le plus sensible; et l'on conçoit que cela doit être, puisque cette rapidité les force de se prendre à eux-mêmes plus de chaleur dans un temps donné. Aussi le thermomètre baisse-t-il de plusieurs degrés dans l'éther, lorsque ce liquide s'évapore; et de là vient également la vive impression de froid que l'on éprouve lorsqu'on en verse quelques gouttes sur une partie découverte du corps.

Ceci nous indique que l'on pourrait abaisser la température encore davantage, si l'on accélérait davantage l'évaporation. On y parvient, en plaçant les liquides sous le récipient d'une machine pneumatique, et pompant l'air avec rapidité. Car l'évaporation dans le vide se fait instantanément; et dans un air raréfié, elle se fait beaucoup plus vite qu'à la pression ordinaire de l'atmosphère. Si l'on fait cette expérience sur un petit tube de verre mince, rempli d'eau, et enveloppé d'un morceau d'éponge humecté d'éther, la vaporisation est assez rapide pour faire passer l'eau à l'état de glace. L'eau même, toute seule, sans éther, se refroidit considérablement, et presque jusqu'à

l'état de glace, lorsqu'elle est en petite masse, et qu'on fait agir la pompe avec rapidité, pour absorber la vapeur aqueuse à mesure qu'elle se forme, et lui permettre ainsi de se former de nouveau.

Mais on atteindra le même but d'une manière plus simple et plus rapide, en plaçant sous le récipient une substance capable d'absorber la vapeur aqueuse à mesure qu'elle se développe; par exemple, en y mettant à côté du vase rempli d'eau liquide, une large capsule remplie d'acide sulfurique concentré. Alors, en effet, du moment où on a extrait l'air, les vapeurs aqueuses sont absorbées aussitôt que formées, et cette absorption leur donnant lieu de se renouveler sans cesse, l'eau de laquelle elles s'exhalent, se gèle en quelques instans. Ce phénomène est d'autant plus rapide que la surface du corps absorbant est plus grande, comparativement à la masse d'eau, d'où s'exhale la vapeur. Il faut aussi que cette eau soit placée dans un vase qui propage lentement la chaleur, afin qu'elle ne puisse pas tirer d'ailleurs de quoi maintenir sa température. Rien de plus commode pour cet objet qu'un vase de verre suspendu dans l'appareil. En diminuant beaucoup la masse de l'eau, et augmentant considérablement celle du corps absorbant, on est parvenu non-seulement à faire passer l'eau à l'état de glace, mais à abaisser cette glace jusqu'à la température de la congélation du mercure. Cette curieuse expérience a été imaginée par M. Leslie, et quoiqu'elle soit conforme à la théorie de l'évaporation, elle n'en est pas moins remarquable et même surprenante, lorsqu'on la voit pour la première fois. Elle peut avoir d'utiles applications dans la chimie, surtout pour priver d'eau les liquides que le feu décompose, et pour dessécher complètement les substances végétales et animales sans les désorganiser.

Je ne dois pas terminer ce chapitre de l'évaporation, sans faire mention des travaux de Deluc. Ce physicien est le premier qui ait eu des idées parfaitement justes sur l'évaporation, et qui ait compris le véritable état de la vapeur dans l'air. On en voit la preuve dans un très-beau Mémoire qu'il a inséré dans les Transactions philosophiques pour 1792. Partant de cette re-

marque, que les liquides se refroidissent par l'acte de l'évaporation, il considère la vapeur comme un fluide aériforme, rendu élastique par l'action du calorique, indépendamment du concours de l'air. La vapeur, dit-il, aussi long-temps qu'elle existe, a, comme l'air, une force de ressort. Mais elle n'appartient pas à la classe des fluides permanens, parce qu'elle peut être liquéfiée par un certain degré de pression ou de froid, conformément à des lois déterminées. La propriété caractéristique de la vapeur est d'avoir pour chaque température un maximum fixe de densité, qui s'accroît à mesure que la température s'élève. Lorsqu'elle a atteint ce maximum, elle peut être précipitée, soit par le refroidissement, son maximum actuel devenant trop grand pour la nouvelle température; soit par une augmentation de pression, la température restant la même, parce que sa densité devient trop grande pour sa température, l'espace étant donné. La vapeur se forme à toute température, lorsqu'il s'offre un espace dans lequel elle peut se répandre; mais il ne se forme point de vapeur, lorsque, pour se former, elle devrait repousser un obstacle supérieur, dans le plus petit degré, au maximum de puissance que lui donne la température où elle se trouve; et lorsqu'elle a été formée sous une pression qui n'excède pas cette puissance, si la pression croît et la surpasse, elle se précipite en totalité. La vapeur formée par l'évaporation ordinaire, est absolument de la même nature que celle que produit l'ébullition; et sous le rapport de la pression qu'elle exerce, elle est absolument dans le même état que lorsqu'elle est formée sous un récipient vide d'air. Dans ce dernier cas, la pression de l'atmosphère étant supprimée, la vapeur ne trouve de résistance que celle qu'elle s'oppose à elle-même par sa propre pression; et dans l'air libre, sa force élastique est encore la même, parce que le surplus de la pression atmosphérique est supporté par l'air, avec lequel elle est mêlée. Lorsque ce mélange est contenu dans un vaisseau fermé, les deux fluides agissent ensemble sur la colonne du manomètre, ou contre tout autre obstacle, comme aussi réciproquement l'un contre l'autre, selon leur tension respective; et cette pression composée ne précipite pas la va-

peur, parce qu'aucune cause mécanique ne peut la précipiter autrement qu'en forçant ses particules de s'approcher les unes des autres plus près que ne le permet la température actuelle; ce qui ne saurait avoir lieu dans le cas du mélange de la vapeur avec l'air, à moins qu'elle ne s'y trouve accumulée quelque part en trop grande quantité; car jusque-là ses particules, quoique mêlées à l'air, se maintiennent suivant leurs propres lois, précisément comme s'il n'y avait point d'air.

Il faut convenir que ces idées sont extrêmement justes, et renferment la véritable théorie de la vaporisation et de l'évaporisation. Un autre observateur, non moins habile, de Saussure, s'est aussi beaucoup occupé du même objet. C'est à lui que l'on doit cette importante découverte, que le maximum de vapeur, qui s'élève dans un espace donné, ne dépend que de la température, et est le même dans l'air que dans le vide, à température égale. Mais quoique cette découverte semblât indiquer bien clairement que la formation de la vapeur ne suppose nullement dans l'air une force dissolvante, néanmoins de Saussure se laissa entraîner à cette idée, qui était alors généralement admise; et cet exemple montre comment les meilleurs esprits sont influencés, malgré eux, par les préjugés de leur temps. De Saussure regardait la formation de la vapeur comme indépendante de l'action de l'air; mais il supposait qu'une fois formée, l'air exerçait sur elle une force dissolvante; modification qui n'est nullement nécessitée par les phénomènes. C'est ce que Deluc a très-bien montré dans son Mémoire sur lequel nous aurons encore occasion de revenir. Enfin M. Dalton a ajouté à cette théorie un degré de précision et de généralité qu'elle était loin d'avoir. Il a mesuré la force élastique de la vapeur à toute température; il a prouvé par le fait, que cette force existait par elle-même, indépendamment de l'action de l'air et des gaz; et ses expériences nombreuses et précises, réduites en lois générales, ont donné le moyen de prédire numériquement tous les phénomènes de l'évaporation et de la vaporisation.

CHAPITRE XVII.

De l'Hygrométrie.

Il est très-souvent nécessaire, dans les expériences de chimie et de physique, de connaître exactement la quantité d'eau qui se trouve vaporisée dans l'air atmosphérique ou dans un gaz. Si l'on était sûr que cette quantité d'eau fût portée jusqu'au point de saturation, il serait alors bien facile de l'évaluer, puisque la température étant donnée, on calculerait sa force élastique par la théorie de M. Dalton, et son poids par les expériences de M. Gay-Lussac. Mais quand on ignore dans quel état se trouve l'atmosphère ou le gaz que l'on emploie, on est obligé de chercher d'autres moyens pour évaluer la quantité d'eau qui s'y trouve en vapeur. Tel est le but de la partie de la physique que l'on nomme l'*hygrométrie*, et la quantité plus ou moins grande des vapeurs aqueuses que les gaz contiennent, constitue ce qu'on appelle l'état *hygrométrique des gaz*.

S'il ne s'agissait que de l'air atmosphérique, on pourrait se borner au procédé de M. Dalton, que nous avons expliqué dans le précédent chapitre, et qui consiste à refroidir l'air jusqu'à lui faire déposer de l'eau ; mais ce procédé n'est point applicable à une petite masse de gaz, et peut-être aussi n'a-t-il pas en des mains ordinaires toute la sensibilité que son auteur se plaît à lui attribuer.

Le moyen qui semble le plus simple pour résoudre ce problème, c'est d'enfermer dans le manomètre un volume donné du gaz, et après avoir observé sa tension, sa température, d'y introduire des substances dessiccatives, tels que les alcalis ou le muriate de chaux. Car ces substances absorbant les vapeurs aqueuses par l'affinité qu'elles exercent sur elles, diminueraient nécessairement la tension du gaz d'une quantité f' égale à la

force élastique actuelle des vapeurs qu'il contient. On connaîtrait donc cette force par l'abaissement du mercure dans le tube barométrique du manomètre ; et comme on pourrait aussi calculer sa valeur f pour le cas de saturation, et à la même température, on conclurait proportionnellement le poids de la vapeur actuellement contenue dans le gaz. Ce serait $V\frac{f'}{f}$, V étant le poids correspondant à la force élastique f.

Pour employer ce procédé d'une manière commode, il faudrait adapter au manomètre un réservoir cylindrique, contenant les substances dessiccatives, et qui, par un mouvement circulaire, pourrait à volonté communiquer avec l'intérieur du manomètre ou en être séparé. Mais l'absorption des vapeurs aqueuses, par ce procédé, est fort longue; car de même que l'air s'oppose à leur formation, il s'oppose à leur précipitation. On ne pourrait donc pas employer cette méthode, si l'on avait à faire un grand nombre d'expériences de ce genre, à moins d'y consacrer un temps considérable ou un nombre considérable d'appareils; c'est pourquoi les physiciens ont cherché d'autres procédés, dont l'application fût plus rapide et plus commode. Cela a donné naissance à divers instrumens que l'on a nommés des *hygromètres*.

Presque tous les hygromètres, jusqu'à présent en usage, ont été faits avec des substances organiques. Les vapeurs aqueuses, en s'introduisant dans ces subtances, y produisent des changemens de dimension et de forme souvent très-sensibles. Tout le monde connaît la différence d'élasticité qui existe entre un morceau de parchemin humide, et un morceau de parchemin sec; les cordes à boyaux employées dans les instrumens de musique changent de tension et de ton, suivant l'humidité qui s'y introduit. Elles se détordent et deviennent plus courtes, parce qu'elles augmentent de grosseur. Les barbes de plusieurs plantes éprouvent cet effet d'une manière si marquée, que si l'on fixe une d'elles perpendiculairement à un morceau de carton par sa base, et que l'on colle perpendiculairement à son autre extrémité, une petite bande

de papier perpendiculaire à sa longueur, la torsion que la petite barbe éprouve, par les variations d'humidité et de sécheresse, est assez considérable pour faire décrire à l'aiguille de papier de très-grands arcs. C'est sur ce principe appliqué aux cordes à boyaux que sont fondées les constructions de ces petites figures qui indiquent, par leurs mouvemens, la sécheresse et la pluie.

Parmi les substances qui jouissent de ces propriétés hygrométriques, il n'y en a point de plus sensible, de plus constante dans ses propriétés que les cheveux lessivés dans une faible dissolution de potasse, qui leur enlève la graisse dont ils sont enduits dans l'état naturel. Le cheveu, après cette préparation, se raccourcit par la sécheresse et s'allonge par l'humidité, ce qui ne l'empêche pas de s'allonger aussi par la chaleur, et de se raccourcir par le refroidissement comme tous les autres corps, mais dans une proportion beaucoup moindre : d'ailleurs ceci est un effet différent. De Saussure s'est servi du cheveu ainsi préparé, pour construire l'hygromètre qui porte son nom, et qui a introduit dans les recherches de ce genre une exactitude jusqu'alors inconnue. Cet hygromètre est représenté fig. 86 : l'extrémité supérieure du cheveu est fixée en S par une pince qui le retient ; le bout inférieur est attaché de la même manière à la circonférence d'une poulie très-mobile, qui est tirée d'un côté par le cheveu, et de l'autre par un petit poids ; quand le cheveu se raccourcit, il fait tourner la poulie dans un sens ; s'il s'allonge, le petit poids la fait tourner dans un autre. La poulie à son tour fait marcher une longue aiguille, qui, par ses mouvemens sur un arc de cercle gradué, indique les raccourcissemens ou les allongemens que le cheveu subit par suite des variations d'humidité de l'air qui l'environne.

Si l'on enferme cet hygromètre dans un manomètre rempli d'air ou d'un gaz quelconque, et dont les parois sont mouillées d'eau, on voit bientôt l'aiguille marcher sur la division, de manière à annoncer un allongement du cheveu ; enfin, elle s'arrête à un certain terme. Alors si l'on transporte l'instrument dans un autre manomètre, où l'air est enfermé depuis quel-

ques jours avec des substances dessiccatives, on voit bientôt l'aiguille rétrograder, comme le suppose un raccourcissement progressif du cheveu; après quoi elle s'arrête encore. Quelle que soit la température à laquelle on opère, pourvu que le manomètre soit saturé de vapeurs aqueuses, ou qu'il en soit complètement privé par la dessiccation, ces points extrêmes sont toujours les mêmes sur le limbe de l'instrument. De Saussure appelle l'un deux le terme de la sécheresse extrême, et il le marque par 0; il nomme l'autre le terme de l'humidité extrême, et il le marque par le nombre 100 : puis divisant l'arc qu'ils comprennent sur le limbe en 100 parties égales, chacune de ces parties lui fournit autant de degrés intermédiaires d'humidité.

Jusqu'ici cet instrument n'est qu'un indicateur commode et sensible. Si l'on se rappelle ce que nous avons dit en parlant du thermomètre, on verra facilement que pour que l'hygromètre devienne aussi un instrument comparable, il lui faut encore d'autres qualités. Il faut, 1°. qu'il soit constant dans ses indications; 2°. qu'étant toujours construit sur les mêmes principes, mais avec des cheveux différens, il donne toujours les mêmes résultats dans des circonstances pareilles. Enfin, avec ces qualités mêmes, il ne ferait encore que fixer l'état hygrométrique d'une manière reconnaissable, sans mesurer la quantité absolue d'eau contenue dans l'air, de même que le thermomètre fixe et détermine la température, mais ne fait pas connaître l'intensité absolue du calorique qui la produit. Donc, pour que l'hygromètre fournisse au physicien toutes les données qu'il a besoin de connaître, il faut encore déterminer, par expérience ou par théorie, les rapports de ses degrés avec les quantités absolues de vapeurs qui existent réellement dans l'air. Examinons ce que Saussure a fait pour remplir ces diverses conditions. Je dis ce que Saussure a fait; car quoiqu'un grand nombre de physiciens se soient occupés de l'hygrométrie, lui seul me parait s'en être occupé d'une manière méthodique, sûre et générale, qui attaquât, par l'expérience, toute la question à la fois.

Le thermomètre n'est influencé que par la chaleur; mais l'hygromètre peut être influencé à la fois par deux causes; la chaleur et la quantité de vapeurs aqueuses suspendues dans l'air. Saussure a donc dû séparer ces deux questions. Examinant d'abord le cas d'une température constante, il a placé son hygromètre dans un manomètre où il avait enfermé de l'air parfaitement desséché : bientôt l'aiguille a atteint la sécheresse extrême. Ici, comme dans le thermomètre, il faut que l'action propre de l'instrument ne change pas sensiblement l'état du milieu où on le plonge; et cela peut être considéré comme vrai pour le cheveu qui, dans le point même de la plus grande humidité, ne se charge pas d'un poids d'eau appréciable à la balance la plus précise. L'hygromètre étant ainsi arrivé au sec, Saussure a introduit successivement dans le manomètre de petites quantités d'eau déterminées. Il employait pour cela de petits morceaux de linge mouillés, qu'il pesait exactement avant de les introduire dans l'appareil, et qu'il y laissait plus ou moins long-temps, selon la quantité d'eau qu'il voulait vaporiser. Alors il les retirait, les pesait de nouveau, mais auparavant il observait la quantité dont l'hygromètre avait marché, et aussi celle dont s'était élevé le baromètre du manomètre. Or, en répétant plusieurs fois l'expérience à une même température, il a trouvé que, quelles que fussent les variations précédemment éprouvées par le cheveu, il revenait toujours au même degré quand les quantités d'eau vaporisées étaient égales, ce qui prouvait la constance de ses indications. Il a vérifié cette constance à des températures diverses, et il a vu qu'elle se soutenait invariablement; mais la quantité absolue d'eau, nécessaire pour faire marcher l'hygromètre du même nombre de degrés, était différente dans les températures diverses.

Il est clair qu'en formant un tableau de ces résultats à diverses températures, et depuis le point extrême de sécheresse jusqu'au point extrême d'humidité, on connaîtrait les quantités d'eau absolues indiquées par l'hygromètre, pour un degré d'humidité et une température quelconque. Mais les expé-

riences de Saussure, quoique faites avec beaucoup de soin, ne sont pas suffisamment exactes pour qu'on en puisse tirer ces indications généralement et avec certitude, parce qu'il mesurait les quantités d'eau par des poids, et que la quantité totale d'eau qui peut se vaporiser dans un espace donné, étant très-petite, 'on voit qu'une petite erreur sur les poids peut y avoir beaucoup d'influence. D'ailleurs, à cette époque, les lois qui déterminent les tensions des vapeurs dans les gaz et dans le vide n'étaient pas connues; il était difficile de ne pas s'embarrasser dans la double complication qu'entrainaient dans le problème les deux causes simultanées, qui peuvent agir sur l'hygromètre; savoir, la température et la quantité absolue d'eau. Cependant les nombres trouvés par Saussure ont fourni pendant long-temps les élémens les plus probables que l'on pût rassembler, pour résoudre, au moins approximativement, cette question générale de l'hygrométrie: connaissant la température et le degré de l'hygromètre, assigner la quantité absolue des vapeurs aqueuses contenues dans un espace donné.

Ayant complètement étudié les effets de la vapeur aqueuse, de Saussure voulut observer si d'autres vapeurs agiraient sur l'hygromètre à cheveu. Il essaya, dans cette vue, les vapeurs de l'éther, de l'alcool, du camphre, et de diverses autres substances; il trouva qu'elles n'agissaient point, ou que si elles produisaient quelques effets très-faibles, c'était seulement en raison de l'eau qu'elles émettaient ou qu'elles pouvaient absorber.

Il éprouva aussi la construction même de l'instrument. Il voulut voir si tous les cheveux avaient la même marche ou au moins des marches proportionnelles, par les mêmes accroissemens d'humidité ou de sécheresse. Il vit qu'il y en avait quelquefois d'irréguliers, et il donna le moyen de les reconnaître pour les exclure. Il chercha les préparations qu'il fallait faire subir aux autres pour qu'ils eussent des marches pareilles; et il détermina ces préparations, dont on peut voir les détails dans son ouvrage.

L'hygromètre à cheveu, d'après ces expériences, satisfait

aux deux premières conditions de l'hygrométrie. Il est constant dans ses indications, et il est comparable. Il est pour cette partie de la physique, ce qu'est le thermomètre pour les phénomènes de la chaleur; il a seulement l'infériorité en ce point, qu'étant construit avec une substance organique, il peut s'altérer à la longue. Cependant cet inconvénient est le moindre possible, puisque Saussure a trouvé qu'il pouvait se conserver plusieurs années sans perdre de ses qualités. Ajoutons toutefois qu'il demande bien des précautions pour ne pas être endommagé, surtout quand on le porte en voyage; et que, s'il est de tous les hygromètres le plus sensible, il est aussi le plus facile à altérer.

Il ne reste plus à résoudre que la dernière question, relative aux rapports de l'hygromètre avec les quantités absolues d'eau vaporisées dans l'air. Mais avant de chercher à rassembler sur ce point les indications de l'expérience, il faut nous diriger d'après les connaissances que nous avons acquises sur la formation des vapeurs, et nous faire une idée nette de l'action du cheveu sur elles. Nous savons d'abord que la quantité absolue d'eau, qui peut se vaporiser dans un même espace, et à une même température, est égale dans l'air ou dans le vide. L'indication de l'hygromètre, dans un espace donné, est aussi la même, soit que cet espace contienne de l'air ou n'en contienne point; si ce n'est que dans le premier cas, l'action est plus lente, et dans le second plus rapide. Nous pouvons donc passer tout de suite à cette dernière supposition, et examiner directement l'action réciproque du cheveu et des vapeurs.

Cette action est tout-à-fait semblable à celle des substances dessiccatives que l'on introduit dans le vide, parmi des vapeurs aqueuses; elles absorbent ces vapeurs jusqu'à ce que leur affinité cesse de pouvoir les précipiter. Mais si, dans un manomètre qui contiendrait un mètre cube d'air, on introduisait un milligramme de potasse ou de muriate de chaux, ce petit corps, en se saturant d'humidité, absorberait une quantité de vapeur si faible, que ni son poids ne serait sensible à la balance, ni le vide produit par sa condensation ne paraîtrait sensible au baro-

mètre. Tel est précisément le cas du cheveu, à cause du peu d'eau dont il se charge, comme nous l'avons déjà remarqué. D'après cela, nous pouvons le considérer comme ne produisant aucune altération sensible dans l'état hygrométrique de l'air, sur lequel il agit.

D'abord, si l'on place l'hygromètre dans un espace complètement saturé de vapeurs, quelle que soit d'ailleurs la température, on observe que l'aiguille s'arrête toujours au même point fixe. Ainsi, le cheveu s'allonge de la même quantité dans ces diverses circonstances, et par conséquent il absorbe la même quantité d'eau. Cependant la masse des vapeurs existantes dans l'espace saturé, est très-différente selon la température; mais elles ont toujours cela de commun, qu'à ce point de saturation, la plus petite orce suffit pour les réduire en eau. L'affinité du cheveu pour elles est une force de ce genre, qui produit par conséquent son effet accoutumé; et comme la précipitation qui en résulte est si petite, qu'elle n'abaisse pas sensiblement la tension de la vapeur qui reste dans l'appareil, il s'ensuit que le cheveu doit continuer à précipiter de cette vapeur tant que son affinité pour l'eau n'est pas complètement et entièrement satisfaite; ce qui fait voir pourquoi il doit toujours en absorber la même quantité dans tout espace saturé, quelle que soit la température, en faisant toutefois abstraction des changemens que la chaleur peut produire dans son affinité pour l'eau; changemens qui, d'après l'expérience, paraissent tout-à-fait insensibles, dans l'étendue de l'échelle thermométrique, du moins tant que la constitution même du cheveu n'est point altérée.

Maintenant plaçons l'hygromètre dans un espace qui ne soit pas complètement saturé d'eau; alors une force infiniment petite ne suffira plus pour précipiter les vapeurs élevées dans cet espace; car elles résistent à un certain degré de pression et à un certain degré de refroidissement. Par conséquent, l'effet du cheveu sur elles s'arrêtera avant qu'il en soit complètement saturé; car c'est une loi générale dans les phénomènes chimiques, que l'affinité d'une substance pour une autre augmente à mesure qu'on l'en prive, et diminue à mesure qu'on l'en

sature. Lorsque le cheveu parfaitement sec est introduit dans le manomètre, il exerce d'abord sur les vapeurs aqueuses une affinité trop puissante pour qu'elles y résistent. Une partie d'entre elles se précipite donc à l'état liquide, et est absorbée par le cheveu qu'elle allonge; mais cette absorption même diminue son avidité, et enfin il arrive un terme où l'action qu'il exerce sur les vapeurs est justement égale, pour l'effet, au degré de pression ou de froid qu'elles peuvent subir sans devenir liquides; alors elles résistent à son action, et l'allongement du cheveu s'arrête. Il indique ainsi le degré de saturation de l'espace, d'après le terme variable auquel son affinité pour les vapeurs cesse de pouvoir les précipiter. La limite est exactement la même que celle du refroidissement dans l'expérience de M. Dalton. Cette limite dépend donc de la loi suivant laquelle l'affinité du cheveu pour l'eau diminue à mesure qu'on le sature. Voilà ce qu'il faudrait connaître pour pouvoir déterminer théoriquement le rapport de l'allongement du cheveu, et par conséquent des degrés de l'hygromètre avec les quantités d'eau réellement vaporisées. Mais comme on n'a aucune notion sur cette loi de décroissement, non plus que sur celle d'aucune autre affinité chimique, on est réduit à recourir sur ce point à l'expérience, c'est-à-dire, à multiplier les observations de l'hygromètre dans des circonstances connues, pour en déduire empiriquement la loi de ses indications. C'est ce que Saussure a cherché à faire; mais ses expériences, quoique très-soignées, ne sont pas encore assez exactes pour qu'on puisse en étendre les conséquences au-delà des limites de ses observations. M. Dulong, un de nos plus jeunes et de nos plus habiles chimistes, a entrepris ce travail difficile; et s'il l'a terminé avant l'impression totale de cet ouvrage, je placerai ici le tableau de ses résultats dont il a bien voulu me promettre la communication.

CHAPITRE XVIII.

De la Pesanteur spécifique des Corps.

Nous avons eu déjà plusieurs fois besoin, dans nos expériences, de connaître le poids de certains corps sous un volume donné; par exemple, le poids d'un litre d'air ou le poids d'un centimètre cube de mercure. L'utilité de ces résultats, et leur fréquente application dans la chimie et dans la physique, exigent que nous nous fassions des méthodes générales et précises pour les déterminer.

Le moyen le plus simple d'y parvenir, c'est de mesurer comparativement le poids d'un volume égal d'eau et de la substance donnée. En effet, supposons d'abord ces deux pesées faites l'une et l'autre à la température du maximum de condensation de l'eau. On saura qu'alors la substance employée est deux fois ou trois fois, ou n fois aussi pesante que l'eau à égal volume. Or, d'après la définition des mesures métriques, chaque gramme d'eau, à cette température, a pour volume un centimètre cubique. Par conséquent, on saura que chaque centimètre cubique de la substance donnée, pèse deux grammes ou trois grammes, ou n grammes, ce qui est précisément la chose que l'on voulait savoir. Il n'est pas même nécessaire que les pesées soient faites à la température précise du maximum de condensation de l'eau; mais alors il faut avoir égard aux dilatations de ce liquide et de la substance qu'on lui compare. C'est pourquoi nous ne pouvions pas nous occuper de cette recherche d'une manière générale avant d'avoir mesuré et réduit en formules les dilatations des corps.

Ce nombre n, qui exprime combien de fois la substance donnée pèse autant que l'eau à volume égal, s'appelle *la pesanteur spécifique*, ou plus exactement *le poids spécifique du corps*. Nous

le rapporterons généralement, comme nous venons de le faire, à la température du maximum de condensation de l'eau, et alors le nombre n, qui exprimera le poids spécifique d'un corps, exprimera aussi le nombre de grammes que pèse un centimètre cube de ce corps.

On appelle en mécanique points matériels semblables, deux points qui, animés par des forces égales et contraires, se feraient mutuellement équilibre. La masse d'un corps est pour nous le nombre des points matériels semblables qui le composent; et, conformément à la définition précédente, nous mesurons les masses des corps par leurs poids, c'est-à-dire, par la somme des forces que la gravité tend à leur imprimer au même instant, dans un même lieu. Comme nous ignorons absolument la nature des dernières particules des corps, nous sommes forcés de les comparer les-unes aux autres, uniquement par ce caractère tiré des forces qu'elles sont capables d'exercer. D'après cela, un corps qui pesera plus qu'un autre, sous un volume donné, contiendra sous le même volume un plus grand nombre de ces points matériels semblables. Il sera ce que l'on appelle *plus dense;* et il le sera deux fois ou trois fois, ou n fois, selon qu'il pesera deux, ou trois, ou n fois autant à volume égal que celui auquel on l'a comparé. Ainsi, en prenant la densité du premier corps pour l'unité des densités, celle du second et de tout autre corps sera représentée par le nombre n. On voit par-là que la densité est une propriété relative. Dans notre système de mesures, l'unité de densité la plus convenable est celle de l'eau à la température du maximum de condensation. Alors la densité de tout autre corps sera égale à sa pesanteur spécifique. Nous adopterons généralement cette convention.

Concevons maintenant une masse d'eau qui, réduite à son maximum de condensation, renferme un nombre V de centimètres cubiques. V exprimera aussi son poids en grammes. Mais comme l'effort de la gravité, sur les corps placés près de la surface de la terre, varie avec la latitude, cette expression ne pourra servir que pour le lieu relativement auquel le gramme est déterminé. Si on veut l'appliquer à une autre latitude, en conservant tou-

jours les mêmes unités de poids et de volume, il faudra la faire varier proportionnellement aux intensités de la gravité dans les deux lieux. Désignons donc par g ce rapport variable; gV exprimera le poids de la même masse d'eau en grammes à une latitude quelconque, le poids de chaque gramme étant toujours identiquement conforme à la première détermination.

Si l'on veut exprimer de même le poids P d'un égal volume de tout autre corps, il faut multiplier le poids gV par la pesanteur spécifique de ce corps; alors on aura

$$P = ngV.$$

Dans ce sens, on dit que le poids d'un corps est égal au produit de sa densité et de son volume par la pesanteur; mais il ne faut pas oublier que dans cette équation, P, n, g, V n'expriment pas des quantités absolues. Ce sont des nombres abstraits rapportés chacun à leur unité propre.

Ces principes généraux étant établis, nous allons entrer dans le détail des expériences propres à déterminer le nombre n dans les divers états des corps. Mais d'abord, puisque toutes les pesées se font dans l'air, il faut commencer par déterminer le poids spécifique de ce fluide, et des autres substances gazeuses. De là nous passerons aux liquides par une raison semblable; car c'est en y plongeant les corps solides qu'on détermine la densité de cette classe de corps, qui sera par conséquent la dernière dont nous nous occuperons.

CHAPITRE XIX.

Sur la manière d'obtenir la pesanteur spécifique des Gaz.

Les densités des substances gazeuses étant toutes fort petites, comparativement à celle de l'eau, il convient pour rendre leurs différences plus sensibles, de ne pas les rapporter d'abord à ce liquide, mais à quelqu'une d'entre elles; nous choisirons pour cela l'air atmosphérique. Nous déterminerons ensuite par une expérience particulière, le poids spécifique de l'air atmosphérique, comparé à l'eau dans son maximum de condensation.

Pour obtenir la pesanteur spécifique d'un gaz comparé à l'air atmosphérique, il faut mesurer le poids d'un certain volume de ce gaz, le poids du même volume d'air atmosphérique, et diviser le premier de ces poids par le second. Alors la pesanteur spécifique de l'air atmosphérique est supposée représentée par l'unité, et celles des autres gaz se trouvent exprimées en fonctions de cette unité-là.

On pourrait de même rapporter les pesanteurs spécifiques des gaz à celle de tout autre gaz prise pour unité; mais il vaut mieux prendre pour terme commun l'air atmosphérique, qui, d'après l'observation générale des physiciens et des chimistes, est de même nature dans tous les climats de la terre et dans toutes les saisons.

Pour mesurer le poids d'un même volume d'air et de gaz, on prend un ballon de verre dont la capacité doit être au moins de cinq à six litres, afin que les erreurs des pesées n'aient pas trop d'influence sur les résultats; ce qui arriverait si l'on opérait sur de trop petits volumes. Ce ballon doit être fermé par un robinet assez bien travaillé pour intercepter toute communication entre l'intérieur du ballon et l'air extérieur.

On tient d'abord le robinet ouvert, et après avoir vissé le ballon

sur le plateau d'une bonne machine pneumatique, on y fait le vide aussi exactement qu'il est possible. Pour plus de simplicité, supposons d'abord que ce vide soit tout-à-fait exact, en sorte que tout l'air ait été extrait de l'intérieur du ballon. On ferme alors le robinet, on dévisse le ballon, et on le pèse dans cet état avec des balances très-exactes (1); soit P son poids ainsi observé.

Cette opération faite, on ouvre doucement le robinet, sans détacher le ballon de la balance. L'air extérieur y rentre, le remplit. Alors on le pèse de nouveau, le robinet restant ouvert: on trouve constamment qu'il pèse davantage. Soit P″ son poids dans cette nouvelle circonstance.

Il est évident que l'augmentation de poids du ballon est due à l'air qui y est renfermé, et est précisément égale au poids de cet air. Ainsi l'excès de la seconde pesée sur la première, où $P'' - P$ exprimera le poids du volume d'air atmosphérique que le ballon contient dans les circonstances où l'on a opéré.

On s'y prend précisément de la même manière pour connaître le poids du même volume de tout autre gaz. On commence de même par peser le ballon vide. Soit π son poids, qui peut être différent de P à cause du changement de densité de l'air qu'il déplace. Cette observation faite, on le remplit aussitôt de gaz que l'on y introduit par un procédé que nous expliquerons plus loin. Puis on le ferme; on le pèse de nouveau, et on le trouve plus lourd qu'auparavant. Soit π'' son poids ainsi observé.

Il est évident que $\pi'' - \pi$ est le poids du gaz que l'on y a introduit, et $\frac{\pi'' - \pi}{P'' - P}$ est la pesanteur spécifique de ce gaz, comparée à celle de l'air atmosphérique, dans les circonstances où l'expérience a été faite.

---

(1) Pour faire cette opération, l'on ne pose pas le ballon dans les plateaux de la balance, ce qui serait très-incommode, parce qu'il faudrait leur donner de très-grandes dimensions. Mais on accroche le ballon à la balance par le moyen d'un fil de cuivre, dont les extrémités sont contournées en anneaux. L'une se fixe à la partie inférieure d'un des plateaux de la balance, et l'autre s'adapte à un crochet qui termine la partie supérieure du robinet du ballon. Fig. 87.

Mais en opérant ainsi à différens jours sur le même air, sur le même gaz, avec le même ballon, la même machine pneumatique et les mêmes balances, on trouve des résultats continuellement différens; ce qui prouve que ces observations, quoique exactes, ne sont point comparables entre elles, et doivent, pour le devenir, subir plusieurs corrections que nous allons exposer.

D'abord nous savons que la pression atmosphérique n'est pas constamment la même. L'air atmosphérique, contenu dans le ballon, quand on le pèse plein, est soumis à cette pression. Or, d'après la loi de Mariotte, tous les gaz se condensent proportionnellement aux poids dont ils sont chargés. La masse de l'air, contenu dans le ballon, sera donc plus ou moins pesante, selon que la pression atmosphérique sera plus ou moins considérable. Voilà une première cause de variations qu'il nous faudra corriger.

La pression n'est pas la seule cause qui puisse faire varier le poids d'un volume d'air, la température produit un effet pareil; car, soit qu'elle s'élève ou qu'elle s'abaisse, elle dilate l'air ou le condense, la pression restant la même. Voilà donc une seconde cause de variations dont il faudra corriger aussi nos résultats.

Ces mêmes causes influeront également sur les poids de tous les autres gaz, lorsqu'on les introduira dans le ballon après y avoir fait le vide. Il faudra donc aussi tenir compte de la pression et de la température à laquelle on les introduit.

Le ballon lui-même n'a pas toujours une égale capacité; car le verre dont il est formé se dilate et se resserre, selon que la température s'élève ou s'abaisse, et alors son volume augmente ou diminue; voilà donc une troisième cause de variations dans nos résultats, et pour la corriger, il faudra avoir égard aux changemens de volume occasionés par les changemens de température, en vertu de la dilatation du verre.

Enfin, nous avons vu que l'air et tous les autres gaz peuvent contenir une certaine quantité de vapeurs aqueuses, qui varie avec la température et avec le desséchement plus ou moins

considérable que le gaz a éprouvé. Ainsi, un même volume d'un même gaz aura des poids différens, selon qu'il contiendra une quantité plus ou moins grande de cette vapeur, qui se trouve substituée à une certaine portion de sa masse. Il faudra donc, pour rendre les résultats comparables, connaître la quantité de vapeurs aqueuses qui entrent dans les gaz, ainsi que dans l'air atmosphérique que l'on pèse, et en tenir compte dans les résultats.

Toutes les causes que nous venons d'examiner influeront encore sur les expériences d'une autre manière, en modifiant la densité de l'air atmosphérique extérieur au ballon, et dans lequel celui-ci est plongé lorsqu'on le pèse. Car un corps plongé dans un fluide pesant, y perd toujours une partie de son poids, égale à celui du volume de fluide qu'il déplace. La perte de poids du ballon soit plein, soit vide, lorsqu'on le pesera dans l'air, variera donc avec le volume du ballon, avec la pression atmosphérique, la température et l'état hygrométrique de l'air extérieur.

Nous avons supposé que la machine pneumatique que l'on emploie pouvait opérer un vide parfait. Mais cela n'est jamais ainsi; et quelque soin que l'on prenne pour épuiser l'air dans l'intérieur du ballon, il y reste toujours une petite quantité de fluides élastiques dont l'existence se manifeste par la pression qu'ils exercent sur le baromètre, qui communique à l'intérieur de la machine pneumatique. Il faudra mesurer cette pression, et savoir si elle est produite par un petit reste d'air ou de vapeurs aqueuses, ou par un certain mélange de ces deux substances.

On voit donc que pour connaître tous les élémens qui influent sur les expériences par lesquelles on détermine la pesanteur spécifique des gaz, il faudra observer :

à l'époque de la pesée du ballon vide,	le poids du ballon.....	Π
	la pression atmosphérique.....	p
	la température de l'air extérieur.	t
	l'état de l'hygromètre.....	h
	la tension dans l'intérieur du ballon, quand on y a fait le vide..	θ

à l'époque de l'introduction du gaz ou de l'air dans le ballon,	la pression extérieure exercée sur le gaz..... p'
	sa température..... t'
	son état hygrométrique..... h'
à l'époque de la pesée du ballon plein de gaz,	le poids du ballon..... Π''
	la pression atmosphérique..... p''
	la température de l'air extérieur. t''
	l'état de l'hygromètre..... h''

Avec ces données, on peut calculer les poids d'air atmosphérique et de gaz qui seraient contenus dans le ballon à la température de la glace fondante et sous la pression de $0^m,76$; l'air et le gaz étant parfaitement privés de vapeurs aqueuses.

Soit X, ce poids ainsi calculé pour l'air atmosphérique; Y sa valeur pour un gaz quelconque; la pesanteur spécifique de ce gaz sera $\frac{Y}{X}$.

On trouvera à la fin de ce chapitre toutes les formules nécessaires pour effectuer complètement ces réductions, et calculer les valeurs de X et de Y. Les diverses pesées d'un même gaz, quelle que soit la différence des circonstances où elles ont été faites, donneront toujours, si elles sont exactes, des résultats uniformes, lorsqu'elles seront ainsi calculées. Mais avant d'entrer dans ces calculs, il me reste à parler de diverses précautions qu'il faut prendre pour que les expériences précédentes aient toute la précision dont elles sont susceptibles.

La première se rapporte à la manière dont on doit recueillir les gaz que l'on veut peser. Si l'on veut employer ces gaz saturés d'humidité, on les recueille à travers l'eau, sous des cloches, ou dans des flacons de verre bouchés à l'émeri. Alors il faut avoir soin que l'eau dont on fait usage soit pure; car si elle contenait d'autres gaz que celui que l'on recueille, elle en abandonnerait une partie pour absorber en échange une portion de celui qui la traverse, et alors le gaz recueilli ne serait pas pur. Il faut ensuite ne commencer à recueillir ce gaz que lorsque tout l'air des vaisseaux dont on le dégage a été complètement chassé; ce que l'on reconnait en éprouvant par les

procédés chimiques la nature du gaz, et s'assurant qu'il n'est pas mêlé d'air atmosphérique.

Si l'on veut au contraire employer un gaz exempt de vapeur d'eau, il faut le recueillir sur un appareil pneumatochimique au mercure, et s'il n'est pas naturellement sec, il faut le priver d'eau avant qu'il parvienne sous les cloches ou dans les flacons. Pour cela, on le fait passer à travers un tube long de quelques décimètres, et rempli de fragmens de muriate de chaux ou de quelque autre sel susceptible d'absorber l'humidité. Le gaz en passant à travers ces corps, et se trouvant dans beaucoup de points en contact avec eux, leur abandonne la vapeur aqueuse qu'il contient, et arrive sec dans la cloche ou dans le flacon. On atteint aussi le même but, en faisant passer le gaz à travers un tube entouré d'un mélange de sel et de glace pilée : ce mélange produisant un froid considérable, abaisse la température du gaz de plusieurs degrés au-dessous de zéro, et précipite en très-grande partie la vapeur aqueuse qu'il contenait. Car la quantité de cette vapeur, qui peut s'élever dans un gaz ou dans le vide à de si basses températures, est excessivement petite, comme le prouve l'évaluation de sa force élastique rapportée page 277. Néanmoins cette méthode me paraît moins sûre que la première.

Lorsqu'on opère ainsi sur le mercure, il faut avoir soin de détacher exactement les petites bulles d'air qui restent dans les flacons ou dans les cloches, lorsqu'on les remplit de mercure pour les renverser; car ces bulles d'air se mêlant au gaz, altéreraient sa pureté et son poids. Pour les détacher, on emploie un petit fil de fer que l'on promène sur les parois intérieures de la cloche ou des flacons aux endroits où l'on aperçoit ces bulles, ce qui les oblige à s'échapper.

Il s'agit maintenant d'introduire le gaz dans le ballon vide. Pour cela le procédé consiste d'abord à faire passer ce gaz sous une cloche placée sur l'eau ou le mercure, et munie d'un robinet par le haut. L'on visse le robinet du ballon vide sur celui de la cloche; puis, les ouvrant tous deux, la communication s'établit, et le gaz passe de la cloche dans le ballon. Mais de cette

manière, on ne peut éviter qu'il ne reste de l'air entre les deux robinets ; et cet air, s'introduisant dans le ballon avec le gaz, altère nécessairement la pureté de celui-ci. Quelque petite que cette erreur paraisse, elle peut devenir sensible sur des gaz très-légers, par exemple, sur l'hydrogène. Pour l'éviter, il faut visser le ballon sur la cloche, puis poser cette dernière sur le récipient de la machine pneumatique, et faire le vide entre les deux robinets. On effectuera plus directement cette opération, si le robinet de la cloche peut s'en détacher et s'adapter immédiatement à la machine pneumatique. Le vide fait, on ferme le robinet inférieur, on enlève le ballon avec les deux robinets, et on les visse de nouveau sur la cloche avec force. Il faut maintenant remplir cette dernière d'eau ou de mercure, pour en chasser l'air atmosphérique, et le remplacer par le gaz. A cet effet, rien n'est plus commode que d'avoir, dans le robinet inférieur, un conduit latéral fort étroit, terminé lui-même par un petit robinet *r*, comme le représente la fig. 88. Les ouvertures qui aboutissent à ces robinets doivent être pratiquées de manière que lorsque le grand robinet R communique avec la cloche C, le canal du petit robinet *r* n'y communique point, et qu'au contraire celui-ci communique avec la cloche, lorsque le premier R est fermé. Ce dernier cas est celui qui a lieu lorsque le vide vient d'être fait entre les deux robinets R et R′ du ballon et de la cloche. Alors on descend doucement celle-ci dans l'eau ou le mercure (1), après avoir eu soin d'ouvrir le robinet latéral *r*. L'air atmosphérique, comprimé par la pression qu'on exerce, s'échappe par ce robinet à mesure que la cloche s'enfonce, et l'on juge qu'il est entièrement chassé, lorsqu'en inclinant un peu la cloche, on voit l'eau ou le mercure sortir par l'orifice *r*. Alors on ferme *r*, on redresse la cloche, on la pose sur le plateau de la cuve

(1) Quand on opère sur le mercure, il faut que les robinets R et *r* de la cloche soient construits en fer, pour que le mercure ne les altère point; ce qui arriverait promptement s'ils étaient en cuivre, parce que le mercure se combine rapidement avec ce métal.

pneumatochimique, et la pression extérieure exercée par l'atmosphère, la maintient pleine de mercure ou d'eau.

Cela fait, on introduit le gaz sous la cloche. Dans cette opération, tous les robinets *r* R R′ restent toujours fermés; le premier, pour que l'air extérieur ne s'introduise point dans la cloche; le second, pour que les premières particules de gaz ne lancent point sur le robinet du ballon R′ des particules de liquide, qu'il serait ensuite très-difficile de détacher, et qui, altérant le poids du ballon entre les deux pesées, jetteraient de l'erreur dans les résultats. La cloche étant remplie, ou à peu près remplie de gaz, on tourne le robinet R, ce qui établit d'abord la communication entre l'intérieur de la cloche et le robinet R′. Désormais toute communication avec le robinet *r* est fermée. On ouvre alors le robinet du ballon R′, et le gaz s'y introduit. Mais il faut ouvrir doucement : car si le gaz s'introduisait dans le vide avec rapidité, il se refroidirait subitement par son expansion; et, s'il n'était pas parfaitement sec, il abandonnerait de l'eau qui se précipiterait sur les parois du ballon à l'état liquide. La place que cette eau occupait, à l'état de vapeur, serait remplie dans le ballon par une nouvelle quantité de gaz, et par conséquent le poids du ballon plein serait trop fort de tout le poids de cette eau. On n'a pas cet inconvénient à craindre, quand on introduit le gaz très-lentement, comme nous avons prescrit de le faire, parce que les premières portions de ce gaz, qui prennent une expansion considérable, sont subitement ou presque subitement réchauffées par les parois du ballon, et conservent ou reprennent dans l'instant même toute la vapeur aqueuse qu'elles contenaient en y entrant. Il en arrive autant aux autres portions du gaz, qui s'introduisent après les premières; et leur succession lente permet au ballon de maintenir leur température à un degré tel qu'elles ne déposent point d'eau sur ses parois.

Pour éloigner complètement toute possibilité de précipitation de la vapeur aqueuse, il est bon que l'eau ou le mercure de la cuve pneumatochimique soit à une température de un ou deux degrés au-dessous de celle du ballon et de l'air extérieur.

Cela est toujours facile, en choisissant convenablement les instans de l'opération. Par ce moyen, le gaz, en traversant ces liquides, s'y refroidit un peu, abandonne une petite partie de sa vapeur aqueuse, et arrive ainsi dans la cloche, un peu au-dessous du point de la saturation qui convient à la température de l'air extérieur. Cela fait qu'en arrivant dans le ballon, il tend à reprendre de l'eau plutôt qu'à en abandonner, et en laissant le ballon et la cloche quelques instans sur l'eau, les robinets étant ouverts, il reprend la quantité de vapeur d'eau qui convient à la température extérieure, sans que l'on ait à craindre aucune précipitation. Cette crainte n'existe pas quand on opère sur le mercure avec des gaz secs; mais on a à redouter les petites particules d'air qui adhèrent presque toujours aux parois des cloches, quand on les remplit de mercure. De plus, il devient alors nécessaire de faire le vide sec dans l'intérieur du ballon avant d'y introduire le gaz; c'est-à-dire qu'il faut absorber toute la vapeur aqueuse qui s'élève dans le ballon après qu'on y a fait le vide. La nécessité de cette dessiccation, pour l'exactitude du calcul de la densité des gaz secs, sera démontrée dans les formules qui sont à la fin de ce chapitre.

Voilà donc le gaz introduit dans le ballon : il faut maintenant connaître sa force élastique et sa température. Cette dernière est évidemment celle de l'air extérieur, à moins que l'on n'ait échauffé le ballon en le touchant. Mais dans tous les cas, pour que cette égalité soit plus rigoureuse, il ne faut pas fermer le ballon aussitôt qu'on l'a rempli; il faut le laisser quelques instans encore en communication avec la cloche. Alors le gaz intérieur se met à la température du dehors, et il en entre dans le ballon la quantité précise qui convient à cette température. Cela fait, pour déterminer la force élastique du gaz, on élève ou on abaisse la cloche jusqu'à ce que le liquide, dans son intérieur, se trouve exactement au même niveau que dans la cuve. En effet, quand cette égalité a lieu, le gaz intérieur fait exactement équilibre à la pression de l'atmosphère; par conséquent, pour connaître sa force élastique que nous avons nommée p', il suffit d'observer la hauteur du baromètre à cet instant. On ne

peut trop recommander de faire cette comparaison des niveaux intérieur et extérieur avec la plus grande exactitude; car les erreurs que l'on y commet, influent très-sensiblement sur la densité du gaz introduit dans la cloche; et elles sont surtout à craindre quand on opère sur le mercure, à cause de la grande pesanteur de ce fluide. Si le niveau intérieur est alors élevé au-dessus du niveau extérieur d'une quantité exprimée par h', et que p' soit la pression de l'atmosphère à cet instant, la pression supportée par le gaz ne sera pas p', mais $p' - h'$, et par conséquent sa densité sera changée dans le rapport de $p' - h'$ à p'; c'est-à-dire qu'elle sera trop faible si h' est positif, et trop forte si h' est négatif. La première supposition répond au cas où le niveau intérieur serait plus élevé que le niveau extérieur, et la seconde au cas où le contraire aurait lieu. L'inconvénient est beaucoup moindre avec l'eau; car, comme son poids spécifique est moindre que celui du mercure, à peu près dans le rapport de 1 à 13,5, il s'ensuit qu'une différence de niveau, égale à une colonne d'eau de la hauteur h', équivaut à une colonne de mercure, dont la hauteur serait $\frac{h'}{13,5}$; par conséquent la force élastique du gaz intérieur sera $p' \pm \frac{h'}{13,5}$; c'est-à-dire, très-peu différente de p', si h' est fort petit, comme on peut toujours le supposer quand l'observation est faite avec soin.

Je ne dois pas négliger de dire qu'après avoir dévissé le ballon de dessus la cloche, il faut, avant de le peser, essuyer très-exactement la partie intérieure du robinet qui a été vissée. Car il s'introduit souvent, dans cette partie, de l'eau ou d'autres liquides qui augmenteraient le poids du ballon. Mais, à moins d'une nécessité absolue, il faut soigneusement éviter d'essuyer les parois extérieures du ballon lui-même, et il faut y toucher avec les mains le moins possible; car l'on risque alors de changer la petite couche d'eau qui adhère à ses parois, et qui doit rester la même dans toutes les pesées du ballon, soit plein, soit vide, afin qu'elles soient comparables entre elles. Par cette raison, il

est bon de laisser le ballon suspendu pendant quelque temps à la balance avant de prendre définitivement son poids, parce qu'on laisse ainsi à cette petite couche d'eau le temps de s'établir telle que la température l'exige.

Enfin, pour l'exactitude des expériences et la facilité du calcul, il faut encore que les pesées du ballon plein, du ballon vide, et l'introduction du gaz, soient faites à des températures et sous des pressions atmosphériques très-peu différentes les unes des autres; on en verra la raison dans les formules que je vais exposer.

Tant de précautions paraîtront peut-être bien minutieuses: mais quand on aura essayé réellement de peser des gaz, on verra qu'elles sont toutes indispensables pour obtenir des résultats exacts, et qui, d'un jour à l'autre, ne soient pas dissemblables entre eux. La première qualité du physicien, est sans doute la sagacité qui lui fait découvrir les propriétés nouvelles de la matière; la seconde est l'exactitude. Sans elle, on n'obtient que des résultats imparfaits, qui ne peuvent jamais conduire bien loin; cette qualité devient surtout indispensable dans des expériences aussi délicates et aussi fréquemment utiles que le sont les pesées des gaz.

Calcul des réductions qu'il faut faire aux poids des gaz observés dans l'air sous une pression et une température données, pour les réduire au vide, à la température de la glace fondante et à la pression de $0^m,76$.

1°. *Calcul des poids absolus de l'air et des gaz secs.*

Nous examinerons d'abord le cas où les gaz, ainsi que l'air dans lequel on les pèse, seraient parfaitement desséchés. Nous verrons ensuite quelles modifications il faut faire à ces résultats, lorsque l'air et les gaz contiennent de l'eau en vapeur.

Représentons par X le poids absolu de l'air atmosphérique, qui peut être contenu dans le ballon à la température de la

glace fondante, et sous la pression $0^m,76$; cet air étant supposé parfaitement sec.

Soit V le volume intérieur du ballon pris à cette même température; (P), son poids absolu, qui ne change jamais.

Maintenant supposons que la température s'élève de 0° à t degrés du thermomètre centésimal; la pression atmosphérique restant la même, et égale à $0^m,76$. Si les parois du ballon étaient parfaitement flexibles, le volume V du gaz intérieur se dilaterait d'une quantité égale à $V \,.\, 0{,}00375 \,.\, t$; et par conséquent ce volume ainsi dilaté deviendrait

$$V\,(1 + t \,.\, 0{,}00375).$$

Si en même temps la pression atmosphérique change, et devient p, ce volume variera encore en raison inverse des pressions, et par conséquent il deviendra

$$V \,.\, (1 + t \,.\, 0{,}00375) \,.\, \frac{0^m,76}{p}.$$

La pression p est exprimée en parties du mètre.

Supposons d'abord que le gaz dont il s'agit soit de l'air atmosphérique. Comme les poids absolus ne changent point, ce volume d'air dilaté aura encore pour poids absolu X; mais il excédera le poids du volume d'air que le ballon, supposé inflexible, pourrait naturellement contenir, si on le remplissait d'air pris dans les nouvelles circonstances de température et de pression.

En effet, si le ballon est de verre, dont la dilatation cubique soit K pour chaque degré du thermomètre centésimal, la dilatation de son volume, depuis 0 jusqu'à t degrés, sera KVt, et par conséquent son volume intérieur à cette température sera

$$V\,(1 + Kt).$$

Tel sera donc aussi le volume d'air qu'il pourra contenir. Il est facile d'en connaître le poids; car puisque, dans les circonstances où l'on opère, le volume

$$V\,(1 + t \,.\, 0{,}00375) \,.\, \frac{0^m,76}{p}$$

a pour poids X ; l'unité de volume pèsera proportionnellement

$$\frac{p\,X}{V\,(1 + t\,.\,0{,}00375)\,.\,0^{m}{,}76};$$

et par conséquent le volume $V\,(1 + K\,t)$ pèsera

$$\frac{X\,(1 + K\,t)\,p}{(1 + t\,.\,0{,}00375)\,.\,0^{m}{,}76}.$$

Supposons maintenant qu'après avoir effectué un vide parfait dans le ballon, on le pèse dans les circonstances de pression et de température que nous venons de considérer ; et soit P son poids observé avec des balances très-exactes. Ce poids sera moindre qu'il ne serait si la pesée était faite dans le vide ; car les corps plongés dans un fluide pesant y perdent toujours une partie de leur poids, égale au volume de ce fluide qu'ils déplacent. Ainsi le ballon pesé dans l'air, y perd d'abord un poids égal à $\frac{X\,(1 + K\,t)\,p}{(1 + t\,.\,0{,}00375)\,.\,0^{m}{,}76}$, pour le volume de sa capacité intérieure ; plus une petite quantité que nous nommerons e, et qui représentera le poids du volume d'air équivalant au volume du verre dont le ballon est formé, ainsi qu'à celui du robinet et de la garniture de cuivre. Il est facile de voir que cette quantité e est très-petite ; car si l'enveloppe de verre était sphérique, et avait pour épaisseur $0^{m}{,}001$, que le rayon intérieur de la sphère fût par exemple $0^{m}{,}1$, le volume de la couche solide, qui forme l'enveloppe de verre, ne serait que $\frac{1}{100}$ du volume total.

D'après cela, la perte totale de poids du ballon dans l'air, à la température t, et sous la pression p, sera

$$\frac{X\,(1 + K\,t)\,p}{(1 + t\,.\,0{,}00375)\,0^{m}{,}76} + e;$$

et puisqu'après cette diminution, on lui a trouvé le poids apparent P, la somme de ces quantités devra composer le poids absolu (P) qu'il aurait réellement si on le pesait dans le vide, c'est-à-dire que l'on aura l'équation

$$(P) = P + \frac{X\,(1 + K\,t)\,p}{(1 + t\,.\,0{,}00375)\,0^{m}{,}76} + e. \qquad (1)$$

Maintenant supposons que l'on ouvre le ballon, et qu'on le remplisse d'un gaz quelconque pris à la température t' et sous la pression atmosphérique p'. Si l'on nomme Y le poids de ce même gaz que le ballon aurait pu contenir à la température de la glace fondante, et sous la pression $0^m,76$, il est clair qu'à la température t', et sous la pression p', il en contiendra un poids exprimé par

$$\frac{Y(1+Kt')\,p'}{(1+t'.0,00375)\,0^m,76};$$

car on peut appliquer ici tous les raisonnemens que nous avons faits il n'y a qu'un instant pour l'air atmosphérique. Ce poids de gaz s'ajoutera donc au poids primitif du ballon, si on le pèse de nouveau. Mais d'un autre côté, en supposant cette seconde pesée faite dans l'air atmosphérique à la température t'' et sous la pression p'', lesquelles peuvent être en général différentes des précédentes, le ballon perdra dans l'air un poids égal à

$$\frac{X(1+Kt'').p''}{(1+t''.0,00375)\,0^m,76}+e'',$$

en désignant par e'' le poids d'air équivalant au volume des enveloppes, c'est-à-dire ce que devient e, quand on y change t en t'' et p en p''. Supposons que P'' soit le poids apparent du ballon ainsi rempli, et observé dans les nouvelles circonstances de pression et de température; son poids absolu et primitif (P) sera encore égal à son poids apparent P'', plus ce qu'il perd dans l'air, moins celui du gaz introduit dans son intérieur, c'est-à-dire qu'on aura

$$(P)=P''+\frac{X(1+Kt'')p''}{(1+t''.0,00375)\,0^m,76}+e''$$
$$-\frac{Y(1+Kt')p'}{(1+t'.0,00375)\,0^m,76}. \qquad (2)$$

Egalant cette valeur de (P) à celle qui résultait de la dernière pesée, on obtient l'équation

$$0=P''-P+\frac{X(1+Kt'')p''}{(1+t''.0,00375)\,0^m,76}-\frac{X(1+Kt)p}{(1+t.0,00375)\,0^m,76}$$
$$-\frac{Y(1+Kt')p'}{(1+t'.0,00375)\,0^m,76}+e''-e.$$

La quantité e, qui répond aux enveloppes, étant toujours très-petite, on peut, sans erreur appréciable, y négliger les variations du baromètre et du thermomètre. Cela sera d'autant plus permis, que les pesées se font à des températures généralement peu différentes les unes des autres. Alors on aura séparément $e'' - e = 0$, puisque e'' ne diffère de e qu'en vertu de ces variations, et ainsi notre équation deviendra

$$0 = P'' - P + \frac{X(1+Kt'')p''}{(1+t''.0{,}00375)0^m{,}76} - \frac{X(1+Kt)p}{(1+t.0{,}00375).0^m{,}76} - \frac{Y(1+Kt')p'}{(1+t'.0{,}00375)0^m{,}76}. \quad (3)$$

Si le gaz que l'on pèse est de l'air atmosphérique, on aura $Y = X$. En faisant cette substitution dans notre équation, elle ne contient plus que X d'inconnue, et l'on en tire

$$X = \frac{(P'' - P)\,0^m{,}76}{\frac{(1+Kt)p}{1+t.0{,}00375} + \frac{(1+Kt')p'}{1+t'.0{,}00375} - \frac{(1+Kt'')p''}{1+t''.0{,}00375}}.$$

On pourra ainsi déterminer X par expérience. Quand X sera connu, on fera de nouvelles pesées, en remplissant le ballon avec d'autres gaz. Alors l'équation (3) ne renfermera plus d'inconnue que Y, et elle donnera

$$Y = \frac{(P''-P)\,0^m{,}76 + \frac{X(1+Kt'')p''}{1+t''.0{,}00375} - \frac{X(1+Kt)p}{1+t.0{,}00375}}{\frac{(1+Kt')p'}{1+t'.0{,}00375}}.$$

Il faut se rappeler que, dans ces formules, les quantités affectées de divers accens se rapportent à des circonstances différentes, savoir :

t, p, P, à la pesée du ballon vide;
$'$, p', à l'introduction du gaz;
t'', p'', P'', à la pesée du ballon plein de gaz.

Dans l'état actuel de la physique, la valeur de X peut être cal-

culée directement, lorsqu'on connait le volume V du ballon à la température de la glace fondante. En effet, on sait aujourd'hui, avec une très-grande exactitude, ce que pèse un litre d'air atmosphérique sec, pris à cette température, et sous la pression de $0^m,76$: soit A ce poids, que nous déterminerons dans un des paragraphes suivans. Si l'on suppose le volume V pareillement exprimé en litres, on aura

$$X = VA;$$

il ne restera donc plus qu'à déterminer le volume V par expérience. Or, nous avons vu, page 206, comment on peut l'obtenir en pesant le ballon plein d'eau distillée à une température connue, et réduisant tous les résultats à la température de la glace fondante. Nous donnerons dans peu un exemple de ce calcul.

On pourrait encore jauger le ballon directement avec des mesures de capacité. En le remplissant ainsi d'eau distillée, à la température de quatre degrés centésimaux, on connaitrait immédiatement son volume en litres et centilitres à cette température. Mais il faut pour cela que les mesures de capacité dont on fait usage soient très-exactes; et encore cette méthode ne paraît jamais devoir être aussi sûre que celle des poids.

Quand on connaitrait ainsi le volume V′ du ballon à 4°, on obtiendrait aisément son volume V à la température de la glace fondante; car si la dilatation cubique de la matière qui le compose est K pour chaque degré centésimal, on aura évidemment

$$V(1 + 4K) = V'; \quad \text{par conséquent } V = \frac{V'}{1 + 4K}.$$

Si l'on faisait le jaugeage à une autre température, il faudrait non-seulement effectuer cette réduction, mais encore il faudrait avoir égard à la dilatation de la matière dont les mesures sont formées, et réduire leur volume à la température de 4°, pour laquelle elles sont calculées; mais, je le répète, quand on emploie ce moyen de jaugeage, on ne peut guère espérer d'atteindre une si grande précision que par les poids.

Il nous reste encore une remarque importante à faire sur la formule

$$Y = \frac{(P'' - P)\,0^{m},76 + \dfrac{X(1+Kt'')p''}{1+t''.0,00375} - \dfrac{X(1+Kt)p}{1+t.0,00375}}{\dfrac{(1+Kt')p'}{1+t'.0,00375}}.$$

On voit que le terme dépendant de X devient nul, quand $t = t''$ et $p = p''$, c'est-à-dire, quand les deux pesées du ballon plein et du ballon vide sont faites à la même température et à la même pression. Il y a beaucoup d'avantage à ce que cette compensation se fasse ainsi d'elle-même, parce qu'alors on est indépendant des erreurs que l'on aurait pu commettre sur la valeur de X; mais ce cas arrivera bien rarement, et l'on sera presque toujours obligé d'avoir recours aux corrections. On peut même remarquer que le terme en X est rendu plus sensible par le dénominateur $\dfrac{p'}{1+t'.0,00375}$, qui est toujours une fraction quand on observe à l'air libre et sous la pression ordinaire de l'atmosphère; et en effet, j'ai eu l'occasion d'observer, par expérience, que les corrections provenantes de ce terme ont un effet très-sensible dans la détermination du poids absolu des gaz.

S'il n'est pas possible, en général, de faire évanouir le terme affecté de X, il faut du moins s'efforcer de diminuer son influence, et l'on y parviendra en effectuant les pesées du ballon plein et du ballon vide, à des températures aussi peu différentes l'une de l'autre qu'il se pourra. Alors la différence des deux termes en X sera extrêmement petite. Il y a même un autre avantage, plus important peut-être, à prendre cette précaution. C'est qu'alors la petite couche d'eau que l'enveloppe extérieure du ballon enlève à l'atmosphère sera sensiblement la même, tandis que si l'on opérait à des températures très-différentes, et dans des états de l'air très-divers, cette couche pourrait être fort différente dans les deux cas; et comme son poids fait partie du poids absolu (P), on voit que celui-ci, que nous avons supposé constant dans le calcul, serait réelle-

ment variable. Dans une suite d'expériences que nous avons faites, M. Arago et moi, pour déterminer le poids des différens gaz, expériences qui vont bientôt nous servir pour appliquer nos formules, nous avons eu toujours la précaution de rapprocher ainsi le plus possible les températures de nos pesées ; mais je sais que d'autres physiciens sont tombés dans des erreurs assez graves pour avoir négligé cette précaution.

On pourrait encore obvier à tous ces inconvéniens, et d'une manière plus rigoureuse peut-être, en répétant une seconde fois la pesée du ballon vide, après avoir fait la pesée du ballon plein de gaz. En effet, nommons p''' et t''' la pression et la température correspondantes à cette pesee, et désignons par P''' le poids du ballon vide observé dans l'air : on pourra substituer ces données à la place de p, t, P dans la formule générale, qui donnera alors

$$Y = \frac{(P''-P''')0^m,76 + \frac{X(1+Kt'')p''}{1+t''.0,00375} - \frac{X(1+Kt''')p'''}{1+t'''\ 0,00375}}{\frac{(1+Kt')p'}{1+t'.0,00375}}.$$

Cette valeur de Y devant être égale à la précédente, on peut les ajouter ensemble, et l'on aura

$$2Y = \frac{(2P''-P-P''')0^m,76 + \frac{2X(1+Kt'')p''}{1+t''.0,00375} - \frac{X(1+Kt)p}{1+t.0,00375} - \frac{X(1+Kt''')p'''}{1+t'''.0,00375}}{\frac{(1+Kt')p'}{1+t'.0,00375}}.$$

Dans les circonstances ordinaires de l'atmosphère, et ce sont les seules qu'il nous faille envisager, la pression et la température n'éprouveront, en quelques heures, que des variations très-petites et progressives ; de sorte que la pression p'' et la température t'', correspondantes à la pesée intermédiaire, pourront être regardées, sans erreur sensible, comme des moyennes arithmétiques, entre les pressions extrêmes p p''' et les températures t t''', relatives aux deux pesées du ballon vide. Par conséquent, à moins que les variations de ces élémens n'aient été extraordinairement considérables, on pourra les regarder

comme se compensant dans les termes en X ; alors ces termes disparaîtront d'eux-mêmes, et la formule ainsi réduite, donnera pour Y cette valeur très-simple

$$Y = \frac{\left[P'' - \frac{(P + P''')}{2}\right](1 + t'.0{,}00375).0^{m},76}{(1 + Kt')p'},$$

dans laquelle il faut se rappeler que t' et p' sont relatifs aux circonstances de l'introduction des gaz dans le ballon, et que P'', P, P''' sont les poids observés du ballon, soit plein, soit vide. Cette formule, extrêmement simple, me paraît aussi la plus exacte que l'on puisse employer lorsqu'on suppose le ballon, les gaz et l'atmosphère parfaitement secs. Mais ce n'est pas là le cas de la nature, et pour s'en rapprocher, il faut avoir égard à la quantité de vapeur aqueuse qui peut être contenue dans les gaz et dans l'air ; car lorsqu'on opère à des températures au-dessus de 10°, cette circonstance influe très-sensiblement sur leur poids.

2°. *Calcul du poids absolu de l'air et des gaz, en ayant égard à la vapeur d'eau qu'ils peuvent contenir ou qui peut se trouver dans l'atmosphère.*

Pour calculer cette influence, nous supposerons d'abord l'air et les gaz parfaitement saturés d'eau. La force élastique de la vapeur d'eau qui y sera contenue, à diverses températures, sera donnée par la formule de la page 277 ; et, pour en déduire le poids correspondant de cette vapeur, nous ferons usage du résultat trouvé par M. Gay-Lussac, qu'à force élastique égale et à la même température, le poids de la vapeur d'eau est $\frac{10}{14}$ ou $\frac{5}{7}$ du poids de l'air atmosphérique sec (1).

Nommons toujours X le poids du volume d'air atmosphérique sec contenu dans notre ballon, à la température de la glace fondante, et sous la pression de $0^{m},76$; puis supposons que

(1) Desaussure et Watt avaient trouvé pour ce rapport $\frac{10}{14}$ ou $\frac{5}{7}$. Mais les moyens qu'ils avaient employés étaient beaucoup moins exacts que ceux dont M. Gay-Lussac a fait usage, et que nous avons exposés plus haut, page 291.

la température devienne t et la pression p. Notre ballon, dans ces nouvelles circonstances, contiendrait un autre poids d'air atmosphérique sec, qui aurait pour expression

$$\frac{X(1+Kt)p}{(1+t.0{,}00375)\,0^{m},76}.$$

Si cet air est saturé d'eau, son poids, sous le même volume, sera différent, à cause de l'inégalité de poids qui existe entre la vapeur d'eau et l'air. Pour apprécier cette différence, observons qu'à égalité de pression de température, le poids d'un égal volume de vapeur d'eau serait les $\frac{5}{8}$ du précédent, ou

$$\frac{5}{8}\cdot\frac{X(1+Kt)p}{(1+t.0{,}00375)\,0^{m},76}.$$

Mais la tension de la vapeur d'eau à la température t n'est pas égale à la pression p; car cela ne pourrait arriver ainsi qu'à la température de l'ébullition. Soit en général T sa tension réelle; alors le poids précédent devra être changé dans le rapport de T à p, proportionnellement aux pressions; de sorte qu'il deviendra

$$\frac{5X(1+Kt)T}{8(1+t\ 0{,}00375)\,0^{m},76}.$$

Cette quantité de vapeur d'eau remplace un poids d'air d'un volume égal, c'est-à-dire dont le poids est

$$\frac{X(1+Kt)T}{(1+t.0{,}00375)\,0^{m},76}.$$

Ainsi, le poids absolu du mélange d'air sec et de vapeur d'eau, que le ballon renferme dans ces circonstances, a pour expression

$$\frac{X(1+Kt)p}{(1+t.0{,}00375)\,0^{m},76}-\frac{X(1+Kt)T}{(1+t.0{,}00375)\,0^{m},76}+\frac{5X(1+Kt)T}{8(1+t.0{,}00375)\,0^{m},76},$$

qui se réduit à

$$\frac{X(1+Kt)(p-\frac{5}{8}T)}{(1+t.0{,}00375)\,0^{m},76}.$$

Cette quantité exprimera la perte de poids du ballon dans l'air,

en supposant qu'on le pèse dans les circonstances précédentes de pression, de température et d'humidité. Si donc, en le pesant ainsi, après y avoir fait exactement le vide, on lui trouve un certain poids P, son poids absolu (P) sera égal à la somme de ces quantités, plus le poids e de l'air correspondant aux enveloppes; c'est-à-dire qu'on aura l'équation

$$(P) = P + \frac{X(1 + Kt)(p - \frac{1}{8}T)}{(1 + t \cdot 0{,}00375) \cdot 0^{m}{,}76} + e. \qquad (1)$$

Ce résultat est précisément analogue à l'équation (1) de la pag. 359, et il se confond avec elle quand on suppose $T = 0$, c'est-à dire quand l'air est supposé parfaitement sec.

Avant d'aller plus loin, nous ferons une remarque importante. Lorsque l'on ouvre sur la machine pneumatique un récipient où l'on a fait le vide depuis quelques heures, on y trouve ordinairement la tension de la vapeur d'eau qui convient à cette température. La raison en est que les parois du ballon et des tuyaux de la pompe, à moins d'avoir été préalablement séchées par des sels, sont toujours couvertes d'une petite couche d'eau; et c'est cette couche qui fournit dans le vide la quantité de vapeur d'eau nécessaire pour l'état présent de la température. Cette vaporisation ne se fait pas d'une manière instantanée, parce que l'affinité du vase et des parois du tuyau s'y oppose; il faut un certain temps pour qu'elle ait lieu d'une manière complète. Aussi peut-on épuiser la vapeur presque entièrement, en pompant avec rapidité; mais après quelque temps elle reparaît, quoique tout accès soit parfaitement fermé à l'air du dehors. Ce renouvellement continuel de la vapeur aqueuse développe dans l'intérieur du ballon une tension qui permet d'en extraire l'air plus exactement, et l'on pourrait dire en totalité. Car, en opérant ainsi avec les excellentes machines que M. Fortin a construites, on finit par n'avoir plus absolument dans le ballon que la tension correspondante à la vapeur d'eau, pour la température à laquelle on opère; de sorte que l'on y peut alors regarder le vide d'air comme absolu. Cela vient de ce que la tension permanente de la vapeur est assez forte pour soulever les

soupapes des pompes, au lieu que l'air sec une fois réduit à une densité très-faible, ne pourrait plus produire cet effet. Le mélange de la vapeur aqueuse permet donc d'extraire les dernières particules d'air, que l'on ne pourrait pas enlever si elles étaient seules (1).

Nous adopterons d'abord cette supposition dans les calculs qui vont suivre. Alors si l'on introduit dans le ballon un nouveau gaz saturé d'humidité, l'introduction de ce gaz aura d'abord pour effet, de précipiter sur les parois intérieures toute la vapeur d'eau qui s'était ainsi exhalée, et qui se trouvait encore dans le ballon quand on l'a pesé après l'avoir vidé d'air. Par conséquent lorsqu'on le pèsera de nouveau, après l'avoir rempli, l'augmentation de son poids sera uniquement due au volume du gaz humide qu'on y a introduit; quelle que soit d'ailleurs la quantité de vapeur d'eau qu'on ait préalablement extraite du ballon, à force d'y faire le vide.

Or, le poids de ce volume de gaz humide est facile à calculer; car en supposant qu'on l'ait introduit à la température t' et sous la pression p', son poids, s'il était sec, serait

$$\frac{Y(1+Kt')p'}{(1+t'.0{,}00375)\,0^{m},76},$$

Y étant toujours le poids que le ballon peut en contenir à la température de la glace fondante, et sous la pression de $0^{m},76$. Mais puisque ce gaz est saturé d'eau, si T' est la tension de la vapeur d'eau dans les circonstances indiquées, on voit qu'il renferme un poids de cette vapeur exprimé par

$$\frac{5X(1+Kt')T'}{8(1+t'0{,}00375)\,0^{m},76};$$

(1) On voit, par un Mémoire de M. Smeathon, inséré dans les Transactions philosophiques, qu'il arrivait à un résultat semblable avec ses machines pneumatiques, c'est-à-dire, qu'il faisait un vide parfait par le moyen de la tension de la vapeur d'eau. Mais la théorie des vapeurs n'était pas alors assez complète pour qu'il pût suivre les conséquences de ce résultat.

c'est-à-dire précisément autant qu'il pourrait s'en élever dans le ballon vide à cette température ; ceci résulte des expériences de Saussure et de Dalton. Cette quantité de vapeur aqueuse remplace dans le ballon un volume de gaz dont la force élastique serait T', et qui aurait par conséquent un poids égal à

$$\frac{Y(1+Kt')T'}{(1+t'.0{,}00375)\,0^{m},76}.$$

Ainsi le poids absolu du mélange de gaz et de vapeur introduit dans le ballon, sera exprimé par

$$\frac{Y(1+Kt')p'}{(1+t'.0{,}00375)\,0^{m}.76}-\frac{Y(1+Kt')T'}{(1+t'.0{,}00375)\,0^{m},76}.$$
$$+\frac{5X(1+Kt')T'}{8(1+t'.0{,}00375)\,0^{m},76};$$

ou en réduisant

$$\frac{Y(1+Kt')(p'-T')}{(1+t'.0{,}00375)\,0^{m},76}+\frac{5X(1+Kt')T'}{8(1+t'.0{,}00375)\,0^{m},76},$$

Le ballon rempli de cette manière, étant pesé de nouveau à la température t'', et sous la pression p'' dans l'air atmosphérique humide, perdra une partie de son poids égale à

$$\frac{X(1+Kt'')(p''-\frac{5}{8}T'')}{(1+t''.0{,}00375)\,0^{m},76}.$$

Si donc, dans cette pesée, on lui trouve un poids P'', son poids absolu (P) sera égal à la somme des poids observés, plus le poids qu'il perd dans l'air, moins le poids du gaz introduit dans son intérieur, c'est-à-dire qu'on aura

$$(P)=P''+\frac{X(1+Kt'')(p''-\frac{5}{8}T'')}{(1+t''.0{,}00375)\,0^{m},76}-\frac{Y(1+Kt')(p'-T')}{(1+t'.0{,}00375)\,0^{m},76}$$
$$-\frac{5X(1+Kt')T'}{8(1+t'.0{,}00375)\,0^{m},76}+e'', \qquad (2)$$

e'' étant le poids du volume d'air égal à celui des enveloppes ; c'est-à-dire ce que devient e, quand on y change $t\,p\,T'$ en $t''\,p''\,T''$.

Si, de cette équation, l'on retranche l'équation (1), relative à la pesée du ballon vide, (P) disparaît, et il reste

$$o = P'' - P + \frac{X(1+Kt'')(p''-\frac{1}{8}T'')}{(1+t''.0{,}00375)0^m{,}76} - \frac{X(1+Kt)(p-\frac{1}{8}T)}{(1+t.0{,}00375)0^m{,}76}$$
$$- \frac{Y(1+Kt')(p'-T')}{(1+t'.0{,}00375)0^m{,}76} - \frac{5X(1+Kt')T'}{8(1+t'.0{,}00375)0^m{,}76} + e'' - e.$$

Ici, de même que dans le cas des gaz secs, nous devons regarder e et e'' comme des quantités extrêmement petites; et en outre les pesées n'étant jamais faites à des températures très-différentes les unes des autres, nous pouvons sans erreur appréciable y négliger les variations de pression, de température et d'humidité. On a donc alors

$$e'' - e = o,$$

et notre équation générale se réduit à

$$o = P'' - P + \frac{X(1+Kt'')(p''-\frac{1}{8}T'')}{(1+t''.0{,}00375)0^m{,}76} - \frac{X(1+Kt)(p-\frac{1}{8}T)}{(1+t.0{,}00375)0^m{,}76}$$
$$- \frac{Y(1+Kt')(p'-T')}{(1+t'.0{,}00375)0^m{,}76} \quad \frac{5X(1+Kt')T'}{8(1+t'.0{,}00375)0^m{,}76}. \quad (3)$$

Si le gaz que l'on pèse est de l'air atmosphérique, on aura $Y = X$. En faisant cette substitution dans notre équation, elle ne contient plus que X d'inconnue, et l'on en tire

$$X = \frac{(P''-P).0^m{,}76}{\frac{(1+Kt)(p-\frac{1}{8}T)}{1+t.0{,}00375} + \frac{(1+Kt')(p'-\frac{1}{8}T')}{1+t'.0{,}00375} - \frac{(1+Kt'')(p''-\frac{1}{8}T'')}{1+t''.0{,}00375}}. \quad (4)$$

On pourra ainsi déterminer X par expérience; quand X sera connue, on fera de nouvelles pesées en remplissant le ballon avec d'autres gaz. Alors l'équation (3) ne renfermera plus que Y d'inconnue, et elle donnera

$$Y = \frac{1}{\frac{(1+Kt')(p'-T')}{1+t'.0{,}00375}} \left\{ \begin{array}{l} (P''-P)0^m{,}76 - \frac{5X(1+Kt')T'}{8(1+t'.0{,}00375)} \\ + \frac{X(1+Kt'')(p''-\frac{1}{8}T'')}{1+t''.0{,}00375} - \frac{X(1+Kt)(p-\frac{1}{8}T)}{1+t.0{,}00375} \end{array} \right\}. \quad (5)$$

La pesanteur spécifique du gaz comparée à celle de l'air, sera $\frac{Y}{X}$.

Il faut toujours se rappeler que, dans ces formules, les quantités affectées de divers accens, se rapportent à des circonstances différentes, savoir :

t, p, T, P, à la pesée du ballon vide,
t', p', T', à l'introduction du gaz dans le ballon,
t'', p'', T'', P'', à la pesée du ballon plein de gaz.

Ces formules seraient encore exactes, quand même l'air extérieur, dans lequel les pesées sont faites, ne serait pas saturé d'humidité; seulement dans ce cas T' et T'' exprimeraient les tensions de la vapeur aqueuse réellement suspendue dans cet air. On pourrait dire la même chose du gaz intérieur; mais il est avantageux pour l'exactitude des expériences, que ce gaz soit saturé d'humidité, afin qu'en s'introduisant dans le ballon, il précipite la vapeur d'eau qui a dû se détacher de ses parois intérieures, lorsqu'on y a fait le vide. Néanmoins, lorsqu'on voudra peser des gaz qui se combineraient avec la vapeur aqueuse, par exemple, le gaz ammoniaque et le gaz hydrochlorique, on pourra encore obtenir la même exactitude; mais cela exigera de plus quelque préparation. Il faudra faire d'abord le vide dans le ballon, de manière à ne plus avoir de tension que celle de la vapeur d'eau; après quoi il faudra absorber cette vapeur par un alcali, avant de peser le ballon vide. Pour cela, on introduira cet alcali à l'état solide, dans l'espace compris entre les deux robinets de l'appareil, fig. 88. On fera de nouveau le vide dans cet espace très-exactement; après quoi on ouvrira le robinet qui communique à l'intérieur du ballon. En quelques instans l'alcali aura absorbé la vapeur aqueuse; on refermera le robinet, on détachera le ballon, et on le pesera. Ensuite on y introduira le gaz comme à l'ordinaire, et on achevera l'opération comme précédemment. Avec ces précautions, on pourra supposer T' nul, et l'opération ainsi conduite, sera parfaitement exacte.

On peut encore, par un autre artifice, rendre les résultats indépendans de la quantité de vapeur d'eau contenue dans l'atmosphère à l'époque de l'expérience. Cet artifice est le même

que nous avons déjà employé page 364, pour nous rendre indépendans de la valeur de X et des variations de pression et de température de l'atmosphère. Il consiste à peser une seconde fois le ballon vide, aussitôt après qu'on l'a pesé plein de gaz. Supposons cette opération faite à la température t''', sous la pression p''', avec la tension T''' de vapeur aqueuse, et soit P''' le poids observé. On pourra combiner cette pesée avec celle du gaz, et elle devra donner de même la valeur de Y, qui sera

$$Y=\frac{1}{\frac{(1+Kt')(p'-T')}{1+t'.0,00375}}\left\{\begin{array}{c}(P''-P''')0^{m},76-\frac{5X(1+Kt')T'}{8(1+t'.0,00375)}\\+\frac{X(1+Kt'')(p''-\frac{1}{8}T'')}{1+t''.0,00375}-\frac{X(1+Kt''')(p'''-\frac{1}{8}T''')}{1+t'''.0,00375}\end{array}\right\}$$

Ajoutant cette valeur de Y avec celle qui résulte de la première pesée, le second membre de l'équation contiendra au numérateur les termes suivans affectés de X

$$\frac{2X(1+Kt'')(p''-\frac{1}{8}T'')}{1+t''.0,00375}-\frac{X(1+Kt)(p-\frac{1}{8}T)}{1+t.0,00375}$$
$$-\frac{X(1+Kt''')(p'''-\frac{1}{8}T''')}{1+t'''.0,00375}.$$

Or, la pesée du gaz, qui est affectée de deux accens, est faite à une époque intermédiaire entre les deux pesées du ballon vide. Ainsi, en supposant que ces expériences soient faites dans l'intervalle de quelques heures, et dans un état peu variable de l'atmosphère, ce qui, comme nous le verrons tout-à-l'heure, est une condition indispensable d'exactitude, il arrivera en général que les pressions et les températures auront varié progressivement. Alors, si le terme relatif à la pesée du gaz l'emporte sur celui qui est relatif à la première pesée du vide, il sera moindre que celui de la seconde pesée; et comme d'ailleurs les valeurs absolues de ces termes seront extrêmement peu différentes les unes des autres, on pourra les regarder comme se compensant exactement. Faisant donc la somme des deux va-

leurs de Y, et la divisant par 2, pour prendre la moyenne entre elles, on aura simplement

$$Y = \frac{\left[P'' - \frac{(P+P''')}{2}\right] 0^m,76 - \frac{5X(1+Kt')T'}{8(1+t'.0,00375)}}{\frac{(1+Kt')(p'-T')}{1+t'.0,00375}}. \quad (A)$$

C'est la formule qu'il faut employer pour les gaz saturés d'eau, lorsqu'on peut faire deux pesées du ballon vide. Si l'on veut peser des gaz parfaitement secs, en ayant soin d'absorber la vapeur aqueuse qui s'élève en faisant le vide, comme nous l'avons prescrit plus haut, on aura $T' = 0$, ce qui simplifiera encore la formule, et alors elle donnera

$$Y = \frac{\left[P'' - \frac{(P+P''')}{2}\right](1+t'.0,00375)\,0^m,76.}{(1+Kt')\,p'}. \quad (B)$$

C'est la formule qu'il faut employer pour les gaz secs. Elle est la même que nous avons trouvée plus haut, page 365; mais alors nous avions supposé que les pesées étaient faites dans une atmosphère parfaitement sèche, tandis qu'avec les précautions que nous venons d'indiquer, on peut opérer indifféremment dans tous les états de l'air.

Cette formule étant générale pour un gaz quelconque, on peut également s'en servir pour avoir le poids X de l'air atmosphérique. Il faudra seulement introduire dans le ballon cet air, après l'avoir porté à un état de dessiccation complète, et faire les pesées du vide sec avec toutes les précautions que nous avons indiquées.

Mais pour que les expériences réussissent, il faut absolument que la température et l'état hygrométrique de l'air n'éprouvent pendant les expériences que des changemens très-légers. Car s'ils étaient considérables, ils feraient varier la petite couche d'humidité qui s'attache naturellement aux parois extérieures du ballon, et qui forme une partie de son poids. Or, pour que les pesées soient comparables, il faut que cette couche soit constante, et c'est ce qui arrivera si la température et l'état hygro-

métrique de l'air sont à très-peu de chose près constans pendant la durée des opérations. Je ne saurais trop recommander aux observateurs cette condition indispensable pour l'exactitude.

Jusqu'ici nous avons supposé qu'à la faveur de la vapeur aqueuse élevée des parois intérieures du ballon, on parvenait à extraire absolument tout l'air qui s'y trouvait renfermé. C'est en effet ce qui arrive lorsqu'on emploie une excellente machine pneumatique, telle que celle de Fortin, que l'Institut possède. Mais comme il est rare d'avoir un pareil instrument à sa disposition, il devient nécessaire d'examiner les corrections qu'il faudrait faire aux expériences, si la machine que l'on emploie ne donnait pas le vide tout-à-fait exactement. On verra que, dans ce cas même, on peut obtenir encore une précision presque aussi grande, en ayant égard à la quantité d'air qui reste dans le ballon lorsqu'on le pèse, soit vide, soit plein de gaz. Dans cette recherche, je considérerai le gaz que l'on y introduit comme étant parfaitement desséché. Cette condition est toujours possible; et si l'on ne s'y astreignait pas, le mélange de la vapeur aqueuse du gaz avec celle de l'air raréfié qui reste dans le ballon par hypothèse, compliquerait considérablement les résultats.

Je suppose donc qu'après avoir épuisé l'air du ballon autant que possible, l'éprouvette marque encore une petite tension. Une partie de cette tension sera due à la portion d'air raréfié que le ballon contient encore; le reste proviendra de la vapeur d'eau exhalée des parois intérieures. On commencera par absorber complètement cette vapeur au moyen d'un alcali solide introduit entre les deux robinets de l'appareil. Alors la tension marquée par l'éprouvette diminuera et se réduira à une très-petite quantité que nous nommerons θ. Celle-ci sera uniquement due à une portion d'air atmosphérique sec et raréfié dont le poids sera

$$\frac{X(1+Kt)\theta}{(1+t.0{,}00375)\ 0^{m},76},$$

en supposant que t soit la température.

Ayant ainsi obtenu imparfaitement le vide, si l'on pèse le ballon dans l'air libre à la température t, et sous la pression p,

il perdra comme précédemment une partie de son poids égal à celui du fluide qu'il déplace, c'est-à-dire égale à

$$\frac{X(1+Kt)\ (p-\frac{1}{8}T)}{(1+t.0{,}00375)\ 0^{m},76}.$$

Soit P son poids ainsi observé. Il faudra, pour avoir son poids réel et absolu, y ajouter le poids de l'air déplacé, plus celui des enveloppes moins celui de l'air qu'on y a laissé. On aura ainsi

$$(P) = P + \frac{X(1+Kt)\ (p-\frac{1}{8}T)}{(1+t.0{,}00375)\ 0^{m},76} - \frac{X(1+Kt)\,\theta}{(1+t.0{,}00375)0^{m},76} + e. \quad (1)$$

Le terme e représente comme précédemment le poids du volume d'air occupé par les parois du ballon.

Nous supposons ici que le vide et la pesée sont faits à la même température; en sorte que l'air raréfié, qui reste dans le ballon, peut être supposé, comme l'air extérieur, à la température t. C'est en effet ce que l'on peut admettre sans erreur sensible, en négligeant les petites variations de la température sur la faible quantité d'air intérieur, dont la tension est θ.

Supposons maintenant que la température devenant t' et la pression p', on achève de remplir le ballon avec un gaz parfaitement desséché. Ce gaz se mêlera avec la portion d'air atmosphérique que le ballon contient encore; et puisque le ressort de ce dernier est θ, la pression supportée par le gaz sera $p' - \theta$, c'est-à-dire qu'il s'introduira dans le ballon un volume de gaz tel que s'il était seul, il y soutiendrait le baromètre à cette hauteur. Ici nous négligeons toujours l'effet des variations de température sur la petite quantité d'air restée dans le ballon. D'après cela, le poids du gaz Y, qui s'ajoute à cet air pour compléter la pression de l'atmosphère, sera

$$\frac{Y(1+Kt')\ (p'-\theta)}{(1+t'.0{,}00375)\ 0^{m},76},$$

et en y joignant le poids de l'air intérieur, qui est

$$\frac{X(1+Kt)\,\theta}{(1+t.0{,}00375)\ 0^{m},76},$$

comme nous l'avons vu tout-à-l'heure, le poids total du mélange sera

$$\frac{Y(1+Kt')(p'-\theta)}{(1+t'.0{,}00375)\,0^{m},76}+\frac{X.(1+Kt)\theta}{(1+t.0{,}00375)\,0^{m},76}.$$

L'introduction du gaz étant ainsi faite, si l'on pèse de nouveau le ballon à la température t'', et sous la pression p'', il perdra dans l'air un poids exprimé par

$$\frac{X(1+Kt'')(p''-\frac{3}{8}T'')}{(1+t''.0{,}00375)\,0^{m},76}.$$

et si on lui trouve pour poids apparent P'', la valeur de son poids absolu (P), déduite de ces données, sera

$$(P)=P''+\frac{X(1+Kt'')(p''-\frac{3}{8}T'')}{(1+t''.0{,}00375)\,0^{m},76}-\frac{Y(1+Kt')(p'-\theta)}{(1+t'.0{,}00375)\,0^{m},76}$$

$$-\frac{X(1+Kt)\theta}{(1+t.0{,}00375)\,0^{m},76}+e'', \qquad (2)$$

e'' étant comme ci-dessus, le terme dépendant des enveloppes. En retranchant de cette équation l'équation (1), le terme dépendant du poids de l'air intérieur disparaît, et il reste

$$o=P''-P+\frac{X(1+Kt'')(p''-\frac{3}{8}T'')}{(1+t''.0{,}00375)\,0^{m},76}-\frac{X(1+Kt)(p-\frac{3}{8}T)}{(1+t.0{,}00375)\,0^{m},76}$$

$$-\frac{Y(1+Kt')(p'-\theta)}{(1+t'.0{,}00375)\,0^{m},76}+e''-e.$$

Ici, comme dans nos premiers calculs, nous pouvons négliger les variations de pression et de température dans les termes dépendans des enveloppes; ce qui nous donnera $e''-e=o$. Alors il restera l'équation

$$o=P''-P+\frac{X(1+Kt'')(p''-\frac{3}{8}T'')}{(1+t''.0{,}00375)\,0^{m},76}-\frac{X(1+Kt)(p-\frac{3}{8}T)}{(1+t.0{,}00375)\,0^{m},76}$$

$$-\frac{Y(1+Kt')(p'-\theta)}{(1+t'.0{,}00375)\,0^{m},76}; \qquad (3)$$

c'est-à-dire absolument la même que l'équation (3) de la page 370, avec cette seule différence que le gaz intérieur est sec, et que sa force élastique se trouve réduite à $p' - \theta$; de là on tire la valeur de Y

$$Y = \frac{(P'' - P)0^m,76 + \frac{X(1+Kt'')(p'' - \frac{1}{8}T'')}{1+t''.0,00375} - \frac{X(1+Kt)(p - \frac{1}{8}T)}{1+t.0,00375}}{\frac{(1+Kt')(p' - \theta)}{1+t'.0,00375}}.$$

On peut, de même que nous l'avons fait alors, rendre les expériences indépendantes de l'état hygrométrique de l'atmosphère, en faisant une seconde fois le vide sec jusqu'à la tension θ, et pesant de nouveau le ballon; car si cette opération se fait à la température t''', sous la pression p''', et que le poids observé soit P''', en combinant cette pesée avec celle du gaz, on aura encore

$$Y = \frac{(P'' - P''')0^m,76 + \frac{X(1+Kt'')(p'' - \frac{1}{8}T'')}{1+t''.0,00375} - \frac{X(1+Kt''')(p''' - \frac{1}{8}T''')}{1+t'''.0,00375}}{\frac{(1+Kt')(p' - \theta)}{1+t'.0,00375}}.$$

Maintenant, si l'on ajoute cette valeur de Y à la précédente, on démontrera de même que toutes les variations des circonstances atmosphériques devront à très-peu près s'y compenser, quand la variation de la pression et de la température seront progressives, et ainsi, en supprimant les termes qui s'y rapportent, il restera

$$Y = \frac{\left[P'' - \frac{(P + P''')}{2}\right](1 + t'.0,00375)\,0^m,76}{(1+Kt')(p' - \theta)} \qquad (C)$$

Telle sera donc l'expression du poids du gaz sec contenu dans le ballon, à la température de la glace fondante, et sous la pression de $0^m,76$, lorsque les expériences auront été faites avec une machine pneumatique, qui ne donne le vide sec que jusqu'à la tension θ. Cette tension ne fait donc que diminuer d'autant celle du gaz que l'on veut introduire dans le ballon, et il en

résulte seulement le même effet que si le ballon était diminué de tout le volume de l'air atmosphérique que l'on n'en peut pas extraire, ce volume étant supposé réduit à la pression p'. D'où l'on voit que si la tension θ est fort petite, comme cela arrive toujours quand on emploie des machines pneumatiques qui ne sont pas excessivement imparfaites, les résultats ainsi calculés seront aussi exacts que si la machine faisait le vide tout-à-fait exactement.

Cette formule (C) me paraît la plus simple et la plus rigoureuse que l'on puisse employer. Elle suppose seulement que les gaz que l'on pèse sont parfaitement desséchés, et que le ballon ferme exactement, de manière à ne point laisser rentrer l'air quand il est vide, ni échapper le gaz quand il est plein. La première de ces conditions est toujours facile à obtenir, comme nous l'avons vu, page 352, en faisant passer le gaz à travers un tube rempli de fragmens de muriate de chaux ou d'autres sels qui absorbent l'humidité. La seconde condition, savoir que le ballon ferme exactement, dépend de la sûreté des robinets; et elle résulte de la perfection que l'artiste met à les construire. Il faudra donc les vérifier, par l'expérience, avant de commencer à en faire usage. Pour cela, on fera le vide dans le ballon, et l'on observera la tension qui reste encore, ainsi que la pression, la température, et la tension de la vapeur d'eau dans ces circonstances. Puis on fermera le ballon, et on l'abandonnera à lui-même pendant quelques jours. Alors on le vissera sur le plateau de la machine pneumatique; puis, ayant donné quelques coups de piston pour vider le corps de pompe, on rouvrira le ballon, et l'on verra s'il redonne la même tension, en ayant égard aux changemens de température qui ont pu faire varier la force élastique de la vapeur d'eau.

La dernière formule à laquelle nous venons de parvenir, est si simple, qu'elle n'a pas besoin d'exemple. Je me bornerai donc à en donner un pour la formule de la page 370, dans laquelle on n'a fait qu'une pesée du vide et une du gaz, celui-ci étant supposé saturé d'eau.

Le 3 juillet 1806, nous avons fait, M. Arago et moi, une expérience pour déterminer le poids du gaz hydrogène pur;

Les circonstances de l'opération furent telles qu'on le voit ici :

pesée du ballon vide, $t = 20^\circ.9$ $p = 0^m,7616$ $P = 662^g,262$
introduction du gaz, $t' = 21.4$ $p' = 0^m,7630$;
pesée du ballon plein, $t'' = 20.6$ $p'' = 0^m,7622$ $P'' = 662^g,823$

Le gaz était saturé d'eau, et l'hygromètre indiquait un état de l'atmosphère très-voisin de l'humidité extrême.

Il faut maintenant introduire ces données dans la formule

$$Y = \frac{1}{\frac{(1+Kt)(p'-T')}{1+t'.0,00375}} \left\{ \begin{array}{c} (P''-P)0^m,76 - \frac{5X(1+Kt')T'}{8(1+t'.0,00375)} \\ + \frac{X(1+Kt'')(p''-\frac{1}{2}T'')}{1+t''.0,00375} - \frac{X(1+Kt)(p-\frac{1}{2}T)}{1+t.0,00375} \end{array} \right\}.$$

Des expériences précédentes nous avaient appris que la valeur de X, c'est-à-dire le poids de l'air atmosphérique contenu dans notre ballon, à la température de la glace fondante, et sous la pression de $0^m,76$, était

$$X = 7^g,25323,$$

ce qui donne $\log. X = 0,8605315.$

On a de plus la dilatation cubique du verre pour un degré centésimal,

$$K = 0,0000262716, \quad \log. K = \bar{5},4194865.$$

Nous avons dit que l'état hygrométrique de l'air approchait beaucoup de l'humidité extrême. De plus, les températures et les pressions correspondantes aux deux pesées, diffèrent très-peu entre elles; de sorte que les termes qui en dépendent se détruisent presque exactement. On peut donc, sans craindre d'erreur sensible, supposer l'air extérieur saturé d'eau, et prendre pour T T' T'' les forces élastiques de la vapeur aqueuse, aux températures t t' t''. Ces forces élastiques peuvent se calculer par la formule de la page 277; on trouve ainsi

$$T = 0^m,0185 \qquad T' = 0^m,0190 \qquad T'' = 0^m,0182,$$

par conséquent

$$\tfrac{1}{2}T = 0,0069 \qquad \tfrac{1}{2}T'' = 0^m,0068;$$

on a de plus les pressions

$$p = 0^m,7616 \qquad p' = 0^m,7630 \qquad p'' = 0^m,7622,$$

par conséquent

$p - \frac{1}{8}.T = 0^m,7547$; $p' - T' = 0^m,7440$; $p'' - \frac{1}{8}T'' = 0^m,7554$.

Mais ces colonnes barométriques sont observées à des températures diverses; il faut les réduire à la température de la glace fondante, en retranchant respectivement de chacune d'elles la dilatation correspondante du mercure. Cette correction sera

pour la première, $\frac{0^m,7547 \,.\, 20,9}{5412} = 0^m,0029$;

pour la seconde, $\frac{0^m,7440 \,.\, 21,4}{5412} = 0^m,0029$;

pour la troisième, $\frac{0^m,7554 \,.\, 20^\circ,6}{5412} = 0^m,0029$;

de sorte que les colonnes barométriques, ainsi réduites, deviendront

$p - \frac{1}{8}T = 0^m,7518$; $p' - T' = 0^m,7411$; $p'' - \frac{1}{8}T'' = 0^m,7525$.

On trouvera ensuite

$$1 + Kt = 1,000549; \qquad 1 + t\,.\,0,00375 = 1,078375$$
$$1 + Kt' = 1,000562; \qquad 1 + t'\,.\,0,00375 = 1,080250$$
$$1 + Kt'' = 1,000541; \qquad 1 + t''\,.\,0,00375 = 1,077250$$

On a de plus la valeur de X. Avec ces élémens, on trouvera (1)

$$\frac{X(1 + Kt'')(p'' - \frac{1}{8}T'')}{1 + t''\,.\,0,00375} = 5^g,088935;$$

$$\frac{X(1 + Kt)(p - \frac{1}{8}T)}{1 + t\,.\,0,00375} = 5,078947.$$

Ce sont les termes dépendans des deux pesées du ballon plein et vide; on voit qu'ils sont presque égaux entre eux. Ainsi leur différence, qui entre dans la formule, sera très-petite; cette différence sera

$$\frac{X(1 + Kt'')(p'' - \frac{1}{8}T'')}{1 + t''\,.\,0,00375} - \frac{X(1 + Kt)(p - \frac{1}{8}T)}{1 + t\,.\,0,00375} = 0^g,009988.$$

Ajoutez-y..... $(P'' - P)\,.\,0^m,76 = 0^g,43016$,

vous aurez..... $0,440148$.

(1) Tous ces calculs doivent s'effectuer par logarithmes. C'est la seule manière de les faire promptement et avec exactitude.

C'est la somme des termes positifs du numérateur. Il faut maintenant en retrancher le terme négatif, relatif à la vapeur d'eau contenue dans le gaz, c'est-à-dire

$$\frac{5\,X\,(1 + K\,t')\,T'}{8\,(1 + t'\,.\,0{,}00375)} = 0^g{,}0797783.$$

La différence est $0^g{,}360370$;

c'est le numérateur de la formule. On voit que la vapeur d'eau, contenue dans le gaz à cette température, forme une partie notable de son poids; elle en est à peu près $\frac{1}{6}$.

Il ne reste plus maintenant qu'à calculer le dénominateur de la formule, qui est

$$\frac{(1 + K\,t')\,(p' - T')}{1 + t'\,.\,0{,}00375} = 0{,}6891163,$$

et l'on aura

$$Y = \frac{0^g{,}36037}{0{,}6891163} = 0^g{,}522945;$$

c'est le poids du volume de gaz hydrogène sec, qui pouvait être contenu dans notre ballon à la température de la glace fondante, et sous la pression de $0^m{,}76$. En le divisant par le poids du volume d'air atmosphérique sec, contenu dans le même ballon, dans les mêmes circonstances, on aura la densité du gaz hydrogène comparé à l'air atmosphérique; ce sera

$$\frac{Y}{X} = \frac{0{,}522945}{7{,}25323} = 0{,}0720982.$$

Ce résultat s'accorde parfaitement avec la densité que nous avions déterminée, M. Arago et moi, par d'autres expériences faites à de basses températures. Car cette densité, telle que nous l'avons rapportée dans notre Mémoire sur les pouvoirs réfringens des gaz, est 0,07321, et la différence 0,00111 est trop petite pour qu'on puisse la déterminer par une seule expérience. Cet accord confirme à la fois la justesse des formules et l'exactitude du rapport $\frac{10}{16}$, trouvé récemment par M. Gay-Lussac, pour la densité de la vapeur aqueuse comparée à l'air. Car si l'on voulait recommencer le calcul que nous venons de faire, en partant des mêmes données, mais en employant le rapport de $\frac{10}{14}$, donné par Saussure et Watt, on trouverait une

densité égale à 0,0699601, par conséquent fort inférieure à celle que donnent les températures basses, et évidemment trop faible. C'est ce qui nous est arrivé, à M. Arago et à moi, lorsque nous fîmes cette expérience. Nous nous décidâmes, avec raison, à n'en point faire usage, et nous adoptâmes de préférence les résultats des observations faites à de basses températures, comme étant moins influencés par le mélange de la vapeur aqueuse. Mais nous aurions pu également faire concourir cette expérience à nos déterminations moyennes, si nous avions connu la véritable densité de la vapeur, telle que M. Gay-Lussac l'a donnée depuis; et l'on peut voir par cet exemple combien il importait aux physiciens d'avoir des données exactes sur un élément dont ils font un si fréquent usage.

Je joins ici le tableau des densités des gaz qu'on a le plus fréquemment occasion d'employer. Celles qui ont été observées par M. Arago et moi ont été calculées sur mes formules, telles que je viens de les rapporter. Les autres résultats contenus dans le tableau m'ont été communiqués par M. Gay-Lussac. D'après une belle remarque de cet habile chimiste, les substances gazeuses se combinent toujours les unes avec les autres, dans des proportions de volume exprimées par des nombres très-simples, et la contraction produite par la combinaison conserve aussi des proportions très-simples avec le volume total. Il est parti de là pour calculer exactement les densités des gaz composés, d'après celles de leurs principes constituans, et les résultats de ce calcul se trouvent ici en regard avec les données de l'expérience.

Tableau de la pesanteur spécifique des gaz et de quelques vapeurs, comparée à celle de l'air, prise pour unité.

SUBSTANCES.	DENSITÉS déterminées par l'expérience.		DENSITÉS calculées d'après la proportion des élémens et la contraction du volume.
Air atmosphérique..	1,00000.	Biot et Arago.	
Gaz oxigène.....	1,10359.		
Gaz azote.....	0,96913.		
Gaz hydrogène.....	0,07321.		
Gaz acide carboniq..	1,51961.		
Gaz ammoniaque...	0,59669.	.....	0,59438. 3 hyd. et 1 az., contr. du vol. total des comp.
Gaz hydrochlorique.	1,24740.		
Chlore	2,470.	Gay et Thenard.	2,421. Supp. que 1 de chl. et 1 d'hyd. font 2 gaz hydrochlor.
Gaz oxide de carbone.	0,9569.	Cruikshanks...	0,96782. Supp. que 1 d'acide carb., moins $\frac{1}{2}$ ox., font 1 de ce gaz.
Protoxide d'azote...	1,5204.	Colin.....	1,52092. Contr. égale au vol de l'oxigène.
Deutoxide d'azote...	1,0388.	Bérard	1,03636. Contr. nulle.
Gaz hydrogène sulf..	1,1912.	Gay et Thenard.	
Gaz acide sulfureux.	2,1204.		
Gaz olefiant.....	0,97804.	Th. de Saussure.	
Gaz fluoborique....	2,3709.	John Davy.	
Gaz fluosilicique....	3,5737.		
Gaz chlorocarboniq.	.....		3,3888. D'après J. Davy.
Gaz euchlorine.....	.....		2,3782. Supp. 4 de chl. et 2 d'ox. condens. de $\frac{1}{6}$.
Gaz hydriodique....	4,443.	Gay.....	4,4288.
Vapeur d'eau.....	0,62349.	.....	0,624. Supp. que 2 d'hyd. et 1 d'ox. donnent 2 de vapeur.
Vapeur d'alcool absolu.....	1,6133.	Gay.	
Vapeur d'éther sulfurique...	2,5860.		
Vapeur d'éther hydriodique.	5,4749.		
Vapeur d'essence de térébenth.	5,0130.		
Vapeur de carbure de soufre.	2,6447.		
Vapeur d'iode.....	.....	.....	8,6195.
Vapeur d'éther hydrochlor..	2,219.	Thenard.	

Détermination des poids absolus de l'air et des gaz, sous un volume donné.

Les expériences que nous venons de rapporter et de calculer, donnent seulement les poids spécifiques des gaz comparés à celui de l'air atmosphérique pris pour unité. Pour connaître les poids absolus des mêmes gaz sous un volume donné, il faut déterminer ce poids relativement à un quelconque d'entre eux; par exemple, relativement à l'air atmosphérique, à la température de la glace fondante, et sous la pression de $0^m,76$.

Pour cela, je m'appuierai sur des pesées comparatives de l'eau et de l'air, faites autrefois par M. Arago et moi, et rapportées dans notre travail sur les gaz, mais qui nous avaient paru alors ne pas pouvoir être calculées d'une manière suffisamment sûre, parce que l'on ne connaissait pas généralement et avec certitude les lois de la dilatation de l'eau (1).

Nous avions d'abord commencé par déterminer avec beaucoup de soin le poids absolu d'air atmosphérique sec contenu dans le ballon de verre qui nous servait à peser tous les autres gaz. Huit expériences, dont les résultats ne différaient que de quelques milligrammes, nous ont donné ce poids égal à $7^g,25323$, à la température de la glace fondante, et sous la pression de $0^m,76$. On réduisait les observations à ces circonstances par les formules exposées plus haut.

Ce poids étant connu et représenté par (A), on peut en conclure le poids de l'air atmosphérique sec ou humide, contenu

(1) L'habile physicien, M. Tralles, a donné le calcul de ces expériences dans un excellent Mémoire inséré au tome 27 des Annales de Gilbert. Il s'est servi, pour les réduire, des expériences de MM. Blagden et Gilpins sur la dilatation de l'eau. Les résultats que je donne ici, d'après mes formules, diffèrent très-peu de ceux qu'a obtenus M. Tralles relativement à la température de la glace fondante. Mais il s'y trouve une différence apparente, quand nous les rapportons à la température du maximum de condensation, qui est $4^\circ,35$ suivant M. Tralles, et seulement 3,42 suivant les expériences de Deluc qui ont servi de base à mes calculs.

dans ce même ballon, pour toute autre circonstance donnée. Car, en désignant le poids cherché par A, et nommant t la température, p la pression, T la tension de la vapeur aqueuse contenue dans cet air, et K la dilatation cubique du verre pour un degré du thermomètre centésimal, ou 0,0000262716, on aura

$$A = \frac{(A)\,(p - \frac{3}{8}\,T)\,(1 + K\,t)}{(1 + t\,.\,0{,}00375)\,0^{m},76}.$$

C'est le résultat de la page 366, en écrivant (A) au lieu de X.

Nous avons aussi pesé deux fois ce ballon rempli d'eau distillée, en nous servant pour cela de grandes balances appartenantes à M. Fortin, et exécutées par cet habile artiste avec une précision extrême. En retranchant du poids observé, celui du ballon plein d'air et ouvert, nous avons eu les poids apparens de l'eau contenue dans le ballon. Voici ces résultats :

Date de l'observation.	Pression atmosphérique en mètres.	Température en degrés du thermomètre centésimal.	Poids apparent de l'eau contenue dans le ballon, exprim. en grammes.
1805, juillet 27	$0^{m},7517$	20°,1	$5567^{g},142$
août 3	0, 7589	20, 9	5568, 394

Pour déduire de ces résultats les poids absolus, il faut y ajouter le poids A du volume d'air contenu dans le ballon sous ces mêmes circonstances. On le calculera par la formule donnée tout à l'heure. Nous n'avons pas observé l'état de l'hygromètre à l'époque des observations; mais la correction résultante du poids de l'air est si petite, que l'on peut la calculer comme si l'air était sec. On trouvera ainsi les résultats suivans (1) :

(1) Dans la formule qui donne le poids de l'air A, la température du mercure dans le baromètre est supposée celle de la glace fondante. Ainsi avant d'y mettre la valeur de la pression observée, il faut la réduire à cette

27 juillet, poids apparent de l'eau. .	P. . . .	$5567^g,142$
poids de l'air.	A. . . .	6, 650
poids absolu de l'eau.		$P' = 5573^g,792$
3 août, poids apparent de l'eau. . .	P. . . .	$5568^g,394$
poids de l'air.	A. . . .	6, 695
poids absolu de l'eau..		$P' = 5575, 089$

Selon ce que nous avons vu page 206, ces pesées suffisent pour déterminer le volume V du ballon à la température de la glace fondante. Car si l'on nomme δ la dilatation de l'eau, depuis la température du maximum de condensation jusqu'à celle où l'on opère, V est donné en centimètres cubes par la formule

$$V = \frac{P'(1+\delta)}{1+Kt},$$

qui, pour la facilité du calcul, peut se mettre sous la forme

$$V = P' + \frac{P'.(\delta - Kt)}{1+Kt}.$$

Pour calculer la dilatation δ, il faut employer les formules de la page 237, en y faisant

pour la 1re observation. $t'' = 20,1 - 3,42 = 16,68$,

pour la 2e. . . . . $t'' = 20,9 - 3,42 = 17,48$,

car les températures t'' sont comptées dans cette formule à partir du maximum de condensation. On trouvera ainsi

pour la 1re observation. $\delta = 0,0017017$,

pour la 2e. . . . . $\delta = 0,0018654$.

En employant ces valeurs et celle que nous avons rapportée plus haut pour la dilatation du verre, on trouvera V en centimètres cubes :

1re observat. $V = 5573^c,792 + 6^c,537 = 5580^c,329$,

2e. . . . . $V = 5575,089 + 7,333 = 5582,422$,

moyenne. . . . . $V = 5581,375$.

ce qui donne en litres. . . . . $5^l,581375$.

---

température; c'est-à-dire que si l'observation du baromètre donne la pression p_1, il faut employer

$$p = p_1\left(1 - \frac{t}{5412}\right).$$

c'est le volume du ballon à la température de la glace fondante. Nous avons également essayé de déterminer ce volume par des jaugeages faits à la température de 5° centésimaux, en employant des mesures étalons appartenantes à M. Fortin; nous l'avions trouvé une fois de $5^{l},59$, et une autre de $5^{l},60$. Mais on doit remarquer qu'en opérant ainsi, on ne peut éviter qu'il ne reste une petite couche d'eau dans l'intérieur des litres à chaque fois qu'on les vide dans le ballon; ce qui diminue d'autant leur capacité; de sorte que cette circonstance, et en général toutes les petites erreurs que l'on peut commettre, tendent à faire paraître le volume du ballon trop grand. J'adopterai donc le résultat conclu des pesées comme étant plus exact; mais la petite quantité dont il diffère de celui qu'a donné le jaugeage, prouve l'exactitude singulière avec laquelle les mesures de capacité de M. Fortin sont exécutées.

Il nous est maintenant facile de trouver le poids absolu d'un litre d'air sec à la température de la glace fondante et sous la pression $0^{m},76$; car nous savons que, dans ces circonstances, le poids total d'air sec contenu dans notre ballon est $7^{g},25323$; et de plus, nous connaissons le volume du ballon à cette même température, qui est $5^{l},581375$; ainsi, en divisant le premier de ces nombres par le second, on aura

Poids d'un litre d'air atmosphérique sec, à la température de la glace fondante et sous la pression de $0^{m},76$. . . . . $= \frac{7^{g},25323}{5,581375} = 1^{g},299541$;

Poids d'un centimètre cube d'air sec, dans les mêmes circonstances. . . . . $0^{g},001299541$;

Le premier nombre est à très-peu de chose près $1^{g},300$. Avec ces résultats, si l'on nomme ϖ le poids spécifique de tout autre gaz rapporté à l'air, on aura, dans les mêmes circonstances de pression et de température

Le poids d'un litre de ce gaz sec. . . . . $\varpi . 1^{g},299541$

Le poids d'un centimètre cube. . . . . $\varpi . 0^{g},001299541$

Nommons (a) le poids d'un centimètre cube ainsi déterminé. Si l'on veut en conclure le poids a de ce même volume de gaz pour tout autre état de pression, d'humidité et de température, il faudra appliquer ici les raisonnemens de la page 369, et l'on aura

$$a = \frac{(a)\left(p - \mathrm{T} + \frac{5}{8}\frac{\mathrm{T}}{\varpi}\right)}{(1 + t.0{,}00375)\,0^{m},76},$$

Cette formule est même identique avec celle que nous avons trouvée alors; seulement nous avons substitué à X le rapport $\frac{(a)}{\varpi}$; et de plus, nous avons fait K nul, parce que nous calculons ici le poids d'un volume constant du gaz, tandis que dans la page 369, nous supposions le volume variable, par la dilatation du vase qui le renfermait.

Nous pouvons, avec ces résultats, calculer généralement le rapport des poids des gaz et de l'eau, à égal volume. En effet, nous savons qu'un centimètre cube d'eau à la température du maximum de condensation pèse 1^{g}, par conséquent à la température t, ce centimètre cube pesera $\frac{1^{g}}{1 + \delta}$, δ étant la dilatation de l'eau, depuis son maximum de condensation jusqu'à t degrés. Ainsi, en divisant a par $\frac{1}{1 + \delta}$, on aura le rapport cherché : si nous le nommons α, il viendra

$$\alpha = \frac{(a)\left(p - \mathrm{T} + \frac{5}{8}\frac{\mathrm{T}}{\varpi}\right)(1 + \delta)}{(1 + t.0{,}00375)\,0^{m},76}.$$

Prenons pour exemple l'air atmosphérique, on aura alors $(a) = 0{,}001299541$ et $\varpi = 1$; par conséquent

$$\alpha = \frac{(p - \frac{5}{8}\mathrm{T})(1 + \delta).0{,}001299541}{(1 + t.0{,}00375)\,0^{m},76}.$$

On connaîtra ainsi le rapport du poids de cet air à celui de l'eau distillée, pour une pression, une température et un état hygrométrique quelconques. On voit que ce rapport sera toujours fort petit, à cause du facteur 0,001299541 qui le multiplie et qui est fort petit lui-même.

Calculons la valeur de α pour l'air sec à la température de la glace fondante, et sous la pression $0^m,76$. Ces conditions donnent $t = 0$; $T = 0$; $p = 0^m,76$; de plus, il faudra faire $t'' = -3^\circ,42$ dans la formule de la dilatation de l'eau, page 237, parce que les températures y sont comptées à partir du maximum de condensation de ce liquide, on trouvera ainsi

$$\delta = 0,0000748,$$

d'où l'on tire

$$\alpha = 0,001299541 + 0,000000097 = 0,01299638,$$

ou, en réduisant en fractions ordinaires

$$\alpha = \frac{1}{769,44};$$

c'est-à-dire, qu'à la température de la glace fondante et sous la pression $0^m,76$, le poids de l'air atmosphérique sec est, à volume égal, $\frac{1}{769,44}$ de celui de l'eau distillée.

Avec la valeur précédente de δ, on trouve

$$\frac{1^g}{1+\delta} = 1^g - \frac{\delta}{1+\delta} = 1^g - 0^g0000747 9 = 0^g999925.$$

C'est le poids d'un centimètre cube d'eau à la température de la glace fondante.

Prenons pour second exemple la température $+3^\circ,42$, que nous avons trouvée être celle du maximum de condensation de l'eau, et calculons toujours, pour l'air sec, sous la pression de $0^m,76$. Nous aurons alors $t = +3^\circ,42$, $p = 0^m,76$; $T = 0$, et conséquemment aussi $\delta = 0$, puisque les dilatations δ sont comptées à partir du maximum de condensation; avec ces valeurs, on trouve

$$\alpha = \frac{0,001299541}{1,012825} = 0,00128308 = \frac{1}{779,37},$$

c'est-à-dire qu'à la température de $3^\circ,42$ et sous la pression $0^m,76$, le poids de l'air atmosphérique sec est, à volume égal, $\frac{1}{779,37}$ de celui de l'eau distillée. La fraction $\frac{1}{779,37}$ ou 0,00128308 exprime donc le *poids spécifique* de l'air sec, rapporté à celui de l'eau pris pour unité, selon la définition que nous avons donnée du poids spécifique; par conséquent elle exprime aussi

le poids d'un centimètre cube d'air sec dans les mêmes circonstances. En effet, elle s'accorde avec la valeur générale de a lorsqu'on fait dans celle-ci $p = 0^m,76$; $T = 0$ et $t = +3^\circ,42$.

Nous avons vu, page 206, que lorsqu'on avait observé le poids apparent P de l'eau distillée contenue dans un vase dilatable, sous des circonstances connues de pression, d'humidité et de température, la capacité V de ce vase, à la température de la glace fondante, était donnée en centimètres cubes par la formule

$$V = P + P\delta + \frac{P(1+\delta)(\alpha - Kt + \alpha Kt)}{(1-\alpha)(1+Kt)},$$

δ étant la dilatation de l'eau depuis son maximum de condensation jusqu'à la température t, et α étant le rapport du poids de l'air à celui de l'eau, dans les circonstances où l'on opère. Tous les élémens de cette formule sont donc maintenant connus, puisque nous venons de donner l'expression générale de α, et que la dilatation δ est aussi donnée par la formule de la page 237.

La valeur de (a), que nous avons trouvée ci-dessus pour l'air et pour les gaz, convient à la latitude de Paris, sous laquelle nos expériences ont été faites; mais il faudrait la changer si on voulait l'employer dans une autre latitude. En effet, en calculant (a), nous avons supposé le gaz pressé par une colonne de mercure de $0^m,76$ de longueur. Or, le poids d'une pareille colonne varie avec l'intensité de la pesanteur, et ainsi il augmente en allant de l'équateur au pôle, proportionnellement à la pesanteur elle-même, tandis que l'élasticité du gaz reste constante. On voit donc que, pour assujettir le gaz à une pression fixe, ce n'est pas assez de définir la longueur de la colonne de mercure qui le comprime, il faut encore déterminer le lieu où l'on suppose que cette colonne agit; or, si l'on nomme g l'intensité de la pesanteur sur un parallèle quelconque, dont la latitude est l, et si l'on désigne par (g) cette intensité sur le parallèle de 45°, on démontre en astronomie, que l'on a en général

$$g = (g)(1 - 0{,}002837 \cos 2l).$$

A Paris, où nos expériences ont été faites, on a $l = 48° . 50' 14''$; ce qui donne, $\cos 2l = -0,133554$; par conséquent

$$g = (g)\ 1,000378892.$$

Ainsi, la pesanteur y est plus forte que sur le parallèle de 45°. Si l'on mesurait, au moyen d'un ressort ou de toute autre force invariable, la pression exercée sur le parallèle de 45° par une colonne de mercure de $0^m,76$ de longueur, et qu'on transportât cette pression sans altération sur le parallèle de Paris, on trouverait qu'elle équivaut à la pression d'une colonne de mercure moindre que $0^m,76$, et égale à $\frac{0^m,76}{1,000378892}$. Or, les valeurs de (a), que nous avons calculées pour Paris, sont proportionnelles à la pression que supportent les gaz; par conséquent, si on veut les réduire à ce qu'elles auraient été sur le parallèle de 45°, en supposant que la longueur $0^m,76$ de la colonne de mercure eût été observée sur ce parallèle, il faut les diviser par 1,000378892; et en désignant leurs nouvelles valeurs par $(a)'$, on aura

$$(a)' = \frac{(a)}{1,000378892} = (a) - \frac{(a).0,000378892}{1,000378892}.$$

Le second terme renferme la correction exigée par le changement de latitude. Par exemple, pour l'air atmosphérique, on a

$$(a) = 0^g,001299541;$$

conséquemment

$$(a)' = 0^g,001299541 - 0^g,000000490 5 = 0^g,001299050 5.$$

Ce sera donc là le poids d'un centimètre cube d'air atmosphérique sec à la température de la glace fondante, et sous la pression $0^m,76$, tel qu'on l'obtiendrait par des expériences faites à la latitude de 45°.

Connaissant ainsi $(a)'$ pour l'air atmosphérique, on aura, sous cette même latitude, relativement à tout autre gaz

$$(a)' = \varpi . 0,001299050 5,$$

ϖ étant le poids spécifique de ce gaz rapporté à l'air atmosphérique. Il est visible que ϖ ne change pas avec la latitude, parce qu'il exprime un rapport de deux poids sur lesquels la

variation de pression, produite par le changement de la pesanteur, a une influence proportionnelle. Lorsque les valeurs de $(a)'$ sont calculées pour 45°, leur expression en grammes, pour toute autre latitude, devient

$$(a)' (1 - 0{,}002837 \cos 2l),$$

La valeur de cette correction est, comme on voit, particulière aux gaz, et tient à leur compressibilité. Elle n'a même lieu que lorsqu'on définit leur masse d'après le volume qu'elle occupe sous une pression qui peut changer avec la latitude, et qu'on la compare à celle d'un liquide ou d'un solide dont la masse est invariable; comme nous le faisons ici, en la comparant au gramme, c'est-à-dire au poids d'un centimètre cube d'eau distillée, pris dans un état qui est le même partout. Car si la masse du gaz était coercée de toutes parts, de manière à ne pouvoir pas changer, ce qui arriverait, par exemple, si elle était contenue dans un ballon fermé, son poids, physiquement mesuré en grammes, serait le même par toute la terre; parce que la variation de la pesanteur s'exercerait proportionnellement sur les points matériels du gaz et sur les points matériels de l'eau dont le gramme est formé. Cette constance s'observerait donc également soit que les pesées fussent faites avec des grammes déterminés et fabriqués dans le lieu même de chaque expérience, soit qu'on y employât des grammes matériellement transportés d'un autre lieu quelconque. Mais elle ne subsisterait plus si l'on voulait rapporter les pesées au poids primitif et absolu du gramme, sous une latitude fixe, ce qui, au reste, ne pourrait se faire que par le calcul.

La pesanteur ne varie pas seulement avec la latitude; elle change aussi avec la distance au centre de la terre, et son intensité est réciproque au carré de cette distance. Cela nécessite encore une petite correction dans les valeurs de (a), selon les hauteurs où l'on veut en faire usage. Pour calculer cette correction, nommons R le rayon terrestre, dont la valeur moyenne en mètres est 6366198. Nos expériences ont été faites à une hauteur d'environ 60 mètres au-dessus du niveau de la mer. Ainsi notre distance au centre de la terre, exprimée en mètres, était R + 60. Si on veut les transporter à la hauteur h, cette

distance deviendra $R + h$; et en y désignant la gravité par g', tandis qu'elle sera représentée par g à la hauteur de 60 mètres, on aura

$$\frac{g'}{g} = \frac{(R + 60)^2}{(R + h)^2}.$$

Par conséquent une colonne de mercure qui aurait pour longueur $0^m,76$, et qui serait observée à la hauteur h au-dessus du niveau de la mer, exercerait la même pression qu'une colonne qui aurait pour longueur $0^m,76 \frac{(R + 60)^2}{(R + h)^2}$, et qui serait observée à la hauteur de 60 mètres au-dessus de ce niveau. Pour réduire à cette nouvelle pression les poids absolus $(a)'$ des gaz, que nous avons simplement soumis à une colonne de $0,^m76$, il faut les multiplier par

$$\frac{(R + 60)^2}{(R + h)^2}.$$

Or, comme les distances h auxquelles on peut s'élever sont toujours extrêmement petites comparativement au rayon terrestre R, il suffit de se borner aux premières puissances de $\frac{h}{R}$ et de $\frac{60}{R}$, ce qui réduit le facteur à

$$\left(1 + \frac{120}{R}\right)\left(1 - \frac{2h}{R}\right).$$

En mettant pour R sa valeur dans le premier facteur, la valeur de $(a)'$ se change en

$$(a)'(1,000018849 5)\left(1 - \frac{2h}{R}\right).$$

Nous avons trouvé pour l'air atmosphérique sec

$$(a)' = 0^g,0012990505$$

à la latitude de 45°. En effectuant la multiplication par le premier facteur, qui est tout entier numérique, nous aurons en grammes

$$0^g,0012990750\left(1 - \frac{2h}{R}\right);$$

c'est le poids d'un centimètre cube d'air atmosphérique sec à la température de la glace fondante et sous la pression $0^m,76$,

tel qu'on l'observerait en grammes sur le parallèle de 45°, et à la hauteur h au-dessus du niveau de la mer. Quand h est nulle, cette expression se réduit à $0^g,0012990750$, et elle indique alors le poids de ce même volume d'air au niveau même de la mer.

Pour toute autre latitude l, la colonne comprimante ayant toujours une longueur égale à $0^m,76$, ce poids deviendrait

$$0^g,0012990750\left(1-\frac{2h}{R}\right)(1-0,002837\cos 2l);$$

enfin, relativement à un gaz quelconque dont le poids spécifique, comparé à celui de l'air, serait ϖ; on aurait

$$(a)^g = 0^g,0012990750 \,.\, \varpi\left(1-\frac{2h}{R}\right)(1-0,002837\cos 2l).$$

Cette expression donnera le poids d'un centimètre cube du gaz en grammes, tel qu'on l'observerait à la hauteur h et sous la latitude l, dans les circonstances assignées.

Je joins ici le tableau des poids absolus de quelques-uns des gaz secs dont nous avons donné plus haut les pesanteurs spécifiques ϖ. Ces poids sont rapportés au niveau de la mer et à la latitude de 45°; ce qui suppose $l=45°$; $h=0$.

NATURE DES GAZ.	Poids d'un centimètre cube en grammes, à la température de la glace fondante et sous la pression 0^m76, observée à la latitude de 45°.
Air atmosphérique...	$0^g,001299075$
Oxigène.....	0, 001433530
Azote.....	0, 001258972
Hydrogène.....	0, 000095 1053
Gaz acide carbonique.	0, 001974088
Gaz hydrochlorique ..	0, 001619943
Gaz ammoniaque.....	0, 000775145
Vapeur d'eau	0, 000810249

Si l'on voulait avoir le poids d'un litre de ces mêmes gaz, il faudrait multiplier par 1000 le nombre qui lui correspond. Le poids de la vapeur aqueuse rapporté dans ce tableau répond à une circonstance mathématique, puisque cette vapeur ne pourrait pas subsister à l'état aériforme à la température de la glace fondante sous la pression $0^m,76$; mais cette donnée est utile pour les calculs, parce qu'on peut partir de là comme d'un point fixe pour calculer le poids d'un centimètre cube de cette vapeur à toute autre température et sous toute autre pression donnée, et réellement observée. Le calcul est absolument le même que pour un gaz sec, et nous en avons donné la formule page 299.

D'après les résultats auxquels nous venons de parvenir, on voit que beaucoup de substances aériformes sont moins pesantes que l'air atmosphérique à volume égal. Si l'on imagine un volume donné d'une de ces substances; par exemple, un volume donné de gaz hydrogène, enfermé dans une enveloppe sans pesanteur, et abandonné à lui-même dans l'atmosphère, il tendra à descendre par son propre poids, mais il sera poussé en haut par une force égale au poids du volume d'air qu'il déplace. Ainsi ce volume de gaz s'élevera dans l'air jusqu'à ce qu'il arrive dans des couches dont la densité soit moindre que la sienne. On pourra même, en lui donnant un grand volume, rendre sa force ascensionnelle assez grande pour enlever une enveloppe pesante, et même une nacelle et des hommes. Tel est le principe des ballons aérostatiques, dont l'invention, l'une des plus belles du dix-huitième siècle, est due à Montgolfier.

Le premier ballon fut lancé par Montgolfier et son frère, à Annonay, en 1782. Il était sphérique, et avait 110 pieds de circonférence. L'enveloppe était de papier, et la substance aériforme employée était l'air atmosphérique lui-même, dilaté par la chaleur d'un fourneau placé sous l'orifice inférieur du ballon. Il s'éleva à la hauteur de mille toises.

Bientôt l'expérience fut répétée à Paris; des hommes hardis osèrent monter dans une frêle nacelle, et entretenir eux-mêmes le feu qui servait à les élever. Jusque là le ballon était retenu par

des cordes. Enfin Pilatre Desrosiers et Darlandes partirent à ballon perdu, et parcoururent en dix-sept minutes une distance de quatre mille toises.

Ce genre de ballon, appelé Montgolfière, du nom de son inventeur, était d'un maniement dangereux et difficile; dangereux, parce que le feu entretenu dans la nacelle pouvait se communiquer à la nacelle elle-même, ou aux parois du ballon; difficile, par la nécessité d'augmenter le feu quand on voulait s'élever, de le diminuer quand on voulait descendre, opérations qui, par leur nature, ne peuvent pas être réglées exactement.

M. Charles eut l'heureuse idée d'employer pour substance aériforme le gaz hydrogène, dont la densité, n'étant qu'environ $\frac{1}{11}$ de celle de l'air atmosphérique, devait donner une force ascensionnelle considérable, et toujours constante, sans qu'il fût besoin d'aucun travail pour l'entretenir. La difficulté était de trouver une enveloppe qui fût peu pesante, et pourtant imperméable à ce gaz. Après diverses expériences, M. Charles choisit le taffetas enduit d'un vernis fait avec la gomme élastique dissoute à chaud dans l'huile de térébenthine. Ce procédé réussit parfaitement; MM. Charles et Robert s'élevèrent ainsi les premiers aux Tuileries dans un aérostat de vingt-six pieds de diamètre, et parcoururent en peu de minutes un espace de neuf lieues. Alors Robert descendit, et M. Charles, resté seul dans la nacelle, s'éleva de nouveau dans les airs avec la rapidité d'une flèche, jusqu'à la hauteur de dix-sept cent cinquante toises.

Dans les ballons à gaz hydrogène, le voyageur modère à son gré sa hauteur. Pour cela, il emporte avec lui quelques sacs remplis de sable. Veut-il s'élever, il jette une partie de ce sable, et devient plus léger. Veut-il descendre, il laisse échapper une petite quantité du gaz que son aérostat renferme, et il devient plus lourd. Pour faciliter cette manœuvre, le sommet du ballon est muni d'une soupape qui s'ouvre par le moyen d'une corde, dont l'extrémité pend dans la nacelle. Cette corde est le salut du voyageur; car s'il ne pouvait ouvrir sa soupape, il serait le jouet de son ballon, et courrait le danger de le voir s'élever à des hauteurs où il creverait par la dilatation du gaz. Il faut

donc s'assurer soi-même que cette corde est forte, bien attachée à la soupape, et qu'elle l'ouvre et la ferme facilement. Il est même prudent, pour plus de sûreté, d'avoir deux cordes pareilles, attachées à la même soupape.

De plus, à quelque hauteur que l'on désire s'élever, il ne faut jamais se défaire de tout son lest; car lorsqu'on a ouvert la soupape pour redescendre, le ballon, devenu plus lourd, descend en effet par l'excès de son poids, et descend comme un corps pesant. Il n'est retardé dans sa chute que par la résistance de l'air. Si on l'abandonne à lui-même, il acquiert ainsi une vitesse qui devient très-dangereuse quand on arrive à heurter la terre. C'est ce choc qu'il faut prévenir en jetant d'avance et peu à peu le lest que l'on a conservé. La diminution successive de poids compense alors en partie l'accélération de la pesanteur, et vous amène doucement vers la terre, ou même vous permet de vous arrêter à une petite distance de sa surface, si le lieu où l'aérostat descend vous semble offrir quelque danger.

Au moment où l'on part, il est inutile et même dangereux d'enfler entièrement l'aérostat; car à mesure que l'on s'élève dans l'atmosphère, on arrive dans des couches d'air où la pression est moindre qu'à la surface de la terre. En conséquence, le gaz contenu dans l'aérostat se dilate; et si le ballon en était gonflé d'abord, il serait nécessaire de le faire sortir. Au lieu de cela, supposez que le ballon, à la surface de la terre, ne soit qu'à moitié rempli, et que cependant il ait une force ascensionnelle suffisante pour vous enlever avec votre nacelle et tout ce qu'elle contient. A mesure que vous vous éleverez, le gaz intérieur se dilatera pour se mettre à la même pression que l'air extérieur. Celui-ci devient à la vérité moins lourd; mais le volume de votre ballon augmente précisément dans le même rapport, et compense ainsi cette diminution; par conséquent votre force ascensionnelle dans cet air raréfié est encore la même qu'à l'instant du départ. Elle ne sera pas non plus altérée par la diminution de température qui se fait sentir à mesure qu'on s'élève, puisque tous les gaz se dilatent également, et qu'ainsi l'effet sera le même sur le gaz contenu dans le ballon et sur l'air

atmosphérique qui l'environne, en supposant leur température la même.

Cette remarque, sur l'inutilité de gonfler les ballons en partant, a été faite pour la première fois par M. Charles, et nous en avons profité dans le voyage aérostatique que nous avons fait, M. Gay-Lussac et moi, pour des recherches de physique dont je parlerai plus tard. Notre force ascensionnelle, au moment du départ, était très-faible; seulement celle qu'il fallait pour nous enlever avec nos instrumens. On la mesurait par le moyen d'une romaine placée sous la nacelle, et attachée à terre. Nous prîmes du lest ce qu'il en fallait pour l'amener d'abord au degré que nous avions projeté, et qui était, je crois, d'un kilogramme. Alors nous nous abandonnâmes à cette force qui nous éleva lentement jusqu'à 4000 mètres de hauteur. Une seconde ascension, faite avec le même ballon, par M. Gay-Lussac seul, l'éleva à la hauteur de 7000 mètres, la plus grande à laquelle l'homme soit jamais parvenu.

L'aérostat à gaz hydrogène est aujourd'hui le seul en usage. Quelques modifications que l'on a essayé d'y faire, n'ont pas été heureuses. Pilatre Desrosiers voulut, on ne sait pourquoi, combiner ce moyen avec celui de l'air dilaté par le feu. Il employait deux ballons placés l'un au-dessus de l'autre, dont le supérieur était rempli de gaz hydrogène, et l'inférieur d'air atmosphérique échauffé. C'était établir un fourneau sous un magasin à poudre. Pilatre Desrosiers a péri victime de son invention. Un autre physicien italien, Zambeccari, est mort aussi après plusieurs tentatives constamment malheureuses. Malgré ces funestes exemples, on peut être assuré qu'en observant soigneusement le petit nombre de précautions que j'ai tout à l'heure expliquées, les voyages aérostatiques n'offrent plus absolument aucun danger aujourd'hui.

CHAPITRE XX.

Mesure de la pesanteur spécifique des Liquides.

Pour déterminer le poids spécifique des liquides, de même que celui de tous les autres corps, il faut peser deux volumes égaux d'eau et de liquide, reduire ces poids, au vide, à la température du maximum de condensation de l'eau, et les diviser l'un par l'autre.

Pour obtenir l'égalité des volumes, on se sert d'un flacon bouché à l'émeri, et on le remplit successivement d'eau et de liquide. On commence par déterminer exactement le poids du flacon vide, par la méthode des doubles pesées. Ensuite, on le pèse de même plein d'eau distillée, prise à une température connue; et, retranchant le premier poids du second, on a le poids apparent E de l'eau que le flacon contient à cette température. Alors on le remplit du liquide que l'on veut examiner, et dont on observe aussi exactement la température. On détermine de la même manière le poids apparent L du volume de ce liquide qui est renfermé dans le flacon. Avec ces données et les lois de la dilatation du liquide observé, on peut calculer son poids spécifique.

D'abord rien ne serait plus facile à faire, si l'on voulait négliger toutes les réductions; c'est-à-dire, si l'on voulait employer directement les deux pesées, comme si elles étaient faites dans le vide et à la température du maximum de condensation; car alors $\frac{L}{E}$ serait la pesanteur spécifique. Ainsi en supposant, par exemple, que le liquide observé fût de l'éther, et que le flacon en contînt $39^g,184$, tandis qu'il contiendrait $50^g,3$ d'eau, la pesanteur spécifique de cet éther serait $\frac{39,184}{50,3}$ ou 0,779. Mais il est évident que cette manière d'opérer n'est

qu'une approximation, qui ne saurait être employée dans des recherches délicates.

Pour parvenir à la véritable pesanteur spécifique par la route la plus simple et la plus directe, il faut regarder la pesée de l'eau, faite dans le flacon, comme servant uniquement à calculer son volume; après quoi la seconde pesée donnera le poids d'un centimètre cube du liquide pour une température quelconque; si l'on veut avoir sa pesanteur spécifique, il n'y aura qu'à calculer ce poids pour la température du maximum de condensation de l'eau.

Nommons donc V le volume intérieur du flacon en centimètres cubes, à la température de la glace fondante. Nous avons vu, page 206, comment on peut l'obtenir, d'après la pesée de l'eau faite dans le flacon. Soit E le poids apparent de l'eau, ainsi observé à la température t', on aura

$$V = \frac{E(1+\delta')}{(1-\alpha')(1+Kt')},$$

δ' est la dilatation de l'eau, depuis le maximum de condensation jusqu'à la température t', et α' est le rapport du poids de l'air à celui de l'eau à la même température.

Connaissant V, on peut facilement trouver le poids de l'air contenu dans le flacon, à la température t, où la pesée du liquide est supposée faite. En effet, si l'on désigne par (a) le poids d'un centimètre cube d'air sec à la température de la glace fondante, et sous la pression de $0^m,76$, le poids du volume V de cet air sera de $(a)V$. Dans une autre température t, la capacité du flacon deviendra $V(1+Kt)$, K étant comme ci-dessus la dilatation cubique de la matière dont il est fait; et en représentant par a le poids du volume d'air sec ou humide qu'il pourra contenir à cette température, on aura généralement

$$a = \frac{(a)V(1+Kt)\left(p-\frac{1}{5}T\right)}{(1+t.0{,}00375)\,0^m,76},$$

p étant la pression, t la température, et T la tension de la

vapeur d'eau dans l'air où se fait l'expérience. On peut simplifier ce résultat en y introduisant le rapport α du poids de l'air au poids de l'eau à volume égal, rapport dont nous avons trouvé l'expression générale page 388; on aura ainsi

$$a = \frac{\alpha V (1 + K t)}{1 + \delta}.$$

Cette formule est évidente d'elle-même; car $V(1 + K t)$ est le volume du ballon à la température t, et $\frac{V(1 + K t)}{1 + \delta}$ est le poids d'un volume égal d'eau à la même température; ainsi ce poids multiplié par α doit donner a.

D'après cela, si L est le poids apparent du liquide qui remplit le flacon dans les circonstances où la pesée est faite, $L + a$ en sera le poids absolu réduit au vide.

Maintenant si l'on veut avoir le poids absolu de ce même liquide, qui remplirait le flacon à la température de la glace fondante, il n'y a qu'à représenter ce poids par (L), et alors l'expression du poids du liquide contenu dans le flacon à toute autre température t, deviendra

$$\frac{(L)(1 + K t)}{1 + \lambda},$$

λ étant la dilatation du liquide comptée depuis 0°, en prenant pour unité le volume primitif à cette température. Mais, d'après l'observation, ce poids a été trouvé égal à $L + a$; on aura donc

$$\frac{(L)(1 + K t)}{1 + \lambda} = L + a,$$

d'où l'on tire $$(L) = \frac{(L + a)(1 + \lambda)}{1 + K t}.$$

Il ne reste plus qu'à diviser le poids (L) par le volume V du flacon à la température de la glace fondante, et le quotient sera le poids d'un centimètre cube du liquide à cette température. Ainsi en nommant ce poids (ϖ), on aura

$$(\varpi) = \frac{(L + a)(1 + \lambda)}{V(1 + K t)}. \qquad (1)$$

On peut donner à ce résultat une forme un peu différente, et quelquefois utile, en éliminant V des expressions de a et de (ϖ). Alors (ϖ) n'est plus fonction que du poids spécifique apparent $\frac{L}{E}$, combiné avec les pressions et les températures où les pesées sont faites. Dans ce cas, si l'on fait pour plus de simplicité $n = \frac{\alpha(1+\delta')(1+Kt)}{(1-\alpha')(1+\delta)(1+Kt')}$, on aura d'abord $a = nE$; et ensuite, en faisant $\frac{L}{E} = \varrho$, on trouvera

$$(\varpi) = \frac{(\varrho + n)(1+\lambda)(1-\alpha')(1+Kt')}{(1+\delta')(1+Kt)}. \qquad (2)$$

Mais pour l'usage ordinaire, il vaut mieux conserver la première expression où le volume V est en évidence. Car le facteur V étant une fois connu, il restera constant dans toutes les pesées de différens liquides, que l'on pourra faire avec le même flacon; et en l'employant comme tel, le calcul exact de (ϖ) par la formule (1) se fera avec une extrême facilité.

J'appliquerai ces résultats à des expériences que nous avons faites autrefois, M. Arago et moi, mais que nous n'avions pas calculées. Nous pesions successivement l'eau distillée purgée d'air et le mercure distillé, dans un même matras de verre à col étroit, où nous faisions bouillir le mercure, pour chasser exactement l'air qu'il pouvait contenir. L'orifice de ce matras était usé à l'émeri sur ses bords, et on le fermait avec une glace dépolie, quand les liquides étaient introduits à une température connue. Voici les données fournies par ces expériences :

Jours des observations.	Nature du liquide pesé.	Poids apparens dans l'air.	Température en degrés du therm. centésim. t	Pression atmosphériq. P
1805, Mars 16	Mercure	1342^{g},989	12°,5	0^{m},7439
Juillet 21	Mercure	1340, 893	20, 6	0, 7580
Juillet 21	Eau	98, 721	20, 1	0, 7500
Août 3	Eau	98, 716	20, 9	0, 7589

Commençons par calculer V d'après les pesées de l'eau, en mettant son expression sous la forme suivante :

$$V = E + E\delta' + \frac{E(1+\delta')(\alpha' - Kt' + \alpha' Kt')}{(1-\alpha')(1+Kt')},$$

à cet effet, il faut déterminer α' et δ' pour les températures où les pesées sont faites. La valeur de α' relativement à l'air sec et dans notre laboratoire, est

$$\alpha' = \frac{(a)\, p'(1+\delta')}{(1+t' \,.\, 0{,}00375)\, 0^m76},$$

dans laquelle

$$(a) = 0^g{,}001299541 \quad \log.\,(a) = \bar{3}{,}1137902;$$

or, la formule des dilatations de l'eau, rapportée page 237, donne pour δ les valeurs suivantes déjà employées page 386 :

1re observ. $t'' = 20{,}1 - 3{,}42 = 16{,}68 \quad \delta' = 0{,}0017017$;
2e observ. $t'' = 20{,}9 - 3{,}42 = 17{,}48 \quad \delta' = 0{,}0018654$.

De plus, en réduisant le mercure du baromètre à la température de la glace fondante, on a :

1re observ. $p' = 0^m{,}7600 - 0{,}0028 = 0{,}7572$;
2e observ. $p' = 0{,}7589 - 0{,}0029 = 0{,}7560$.

Avec ces valeurs et la température t' observée lors de la pesée, on trouve

1re observ. $\alpha' = 0{,}001206079 \qquad Kt' = 0{,}0005281$;
2e observ. $\alpha' = 0{,}001192953 \qquad Kt' = 0{,}0005491$.

de là on tire

1re obs. $\alpha' Kt' = 0{,}0000006369 \quad \alpha' + \alpha' Kt' - Kt' = 0{,}00067861$;
2e obs. $\alpha' Kt' = 0{,}0000006551 \quad \alpha' + \alpha' Kt' - Kt' = 0{,}00064451$.

Et enfin, en substituant ces valeurs dans la formule, il vient en centimètres cubes :

1re obs. $V = 98{,}721 + 0{,}1679935 + 0{,}0671518 = 98{,}9561453$;
2e obs. $V = 98{,}716 + 0{,}1841449 + 0{,}0637819 = 98{,}9639268$.

La différence n'est, comme on voit, que de $\frac{8}{1000}$ de centimètre cube. Prenant une moyenne arithmétique entre ces deux valeurs, on aura

$$V = 98{,}960036;$$

c'est la capacité de notre matras en centimètres cubes, à la température de la glace fondante.

Ce calcul une fois fait, rien n'est plus facile que de trouver les poids absolus du mercure ou de tout autre liquide pesé dans le matras, à une température connue. Il suffit d'employer la formule

$$(\varpi) = \frac{(L + a)\,(1 + \lambda)}{V\,(1 + Kt)}.$$

Appliquons-la successivement à nos deux pesées du mercure. Pour cela, il faut calculer la valeur de a relativement à chacune d'elles. Or on aura d'abord

$$(a)\,V = 0^{g},1286021\,;$$

c'est le poids de l'air sec contenu dans le matras, à la température de la glace fondante, et sous la pression de $0^{m},76$. Avec cette donnée et l'observation de p et de t, on calculera le poids variable a pour chacune des observations.

1re expérience.....	$L =$	$1342^{g},989$
Poids de l'air.....	$a =$	0, 12004
	$L + a =$	1343, 10904
2e expérience.....	$L =$	$1340^{g},893$
Poids de l'air.....	$a =$	0, 11872
	$L + a =$	1341, 01172

Ce sont les poids observés du mercure réduits au vide. Comme chacun d'eux contient un grand nombre de grammes, il faut calculer les corrections relatives à Kt et à λ, plus exactement qu'on ne ferait dans d'autres circonstances. Je commence par la première, et, en la séparant, j'ai

$$\frac{(L + a)}{1 + Kt} = L + a - \frac{(L + a)\,Kt}{1 + Kt}.$$

Le second terme, toujours fort petit, est la correction cherchée. On a ainsi, dans la première expérience

$$\frac{(L + a)}{1 + Kt} = 1343^{g},10994 - 0^{g}440951 = 1342^{g},66889\,;$$

dans la deuxième

$$\frac{(L+a)}{1+Kt} = 1341^g,01172 - 0^g,725363 = 1340^g,286357.$$

Ajoutant à chacun de ces résultats son produit par la dilatation $\lambda = \frac{t}{5412}$, on aura

$$1^o. \frac{(L+a)(1+\lambda)}{1+Kt} = 1342^g,66812 + 3^g,10113 = 1345^g,7692;$$

$$2^o. \frac{(L+a)(1+\lambda)}{1+Kt} = 1340^g,28636 + 5^g,10160 = 1345^g,3880.$$

Ces résultats diffèrent très-peu l'un de l'autre. Prenons une moyenne arithmétique entre eux, ce sera $1345^g,5786$; et, divisant par V, que nous avons trouvé tout à l'heure égal à 98,960036, on aura

$$(\varpi) = \frac{1345,5786}{98,960036} = 13^g,597190.$$

C'est le poids d'un centimètre cube de mercure en grammes, à la température de la glace fondante.

Si l'on veut comparer ce poids à celui de l'eau, il n'y a qu'à calculer ce dernier pour la température o. Or, il est alors égal à $\frac{1^g}{1+\delta}$, δ étant la dilatation comptée depuis le maximum de condensation jusqu'à la température de la glace fondante. Ainsi le rapport des poids du mercure et de l'eau à o°, sera

$$(\varpi)(1+\delta).$$

Or, nous avons trouvé, page 389,

$$\delta = 0,0000748;$$

on aura donc

$$(\varpi)(1+\delta) = 13,597190 + 0,001017 = 13,598207.$$

C'est le rapport des poids du mercure et de l'eau à volume égal, la température étant celle de la glace fondante.

Nous pouvons de même comparer le mercure à l'air. En effet, nous avons trouvé que le poids d'un centimètre cube d'air sec, à la température de la glace fondante et sous la pression de $0^m,76$, est, à Paris, dans notre laboratoire . . $0^g,0012995 41$.

Nous venons de voir que le poids d'un centimètre cube de mercure à la même température de 0° est . . . $13^g,597190$.
Si l'on divise ce second poids par le premier,
on aura pour quotient . . . . . 10463,07.
C'est le rapport des poids du mercure et de l'air, dans les circonstances désignées. Si l'on voulait avoir ce rapport au niveau de la mer et à la latitude de 45°, il faudrait prendre pour poids d'un centimètre cube d'air le nombre $0^g,001299075$ qui convient à ces circonstances. Le nombre $13^g,597190$ resterait le même, parce que le mercure étant incompressible, son poids, comparé à celui de l'eau et exprimé en grammes, reste le même à toute latitude. Effectuant donc la division, on aurait pour quotient 10466,82. C'est le rapport des poids du mercure et de l'air, à la température de la glace fondante et sous la pression de $0^m,76$, en supposant l'observation faite au niveau de la mer sous le parallèle de 45°.

Le poids de l'air, qui sert de diviseur dans ces calculs, étant très-petit comparativement à celui du mercure, il faut, quand l'on veut opérer par logarithmes, commencer par extraire directement la partie 10000 du quotient par la division; après quoi on se sert des tables de logarithmes pour trouver les autres chiffres.

Comme nous sommes parvenus à ces derniers résultats à travers beaucoup de réductions, et qu'en dernier lieu, le nombre que nous avons employé pour diviseur était extrêmement petit, on pourrait craindre qu'il ne fût affecté de quelque erreur, et l'on pourrait désirer de parvenir au même but par quelque voie plus directe. C'est ce que nous avons fait, M. Arago et moi. Nous avons surtout cherché à obtenir les rapports des poids du mercure et de l'air, sans avoir besoin d'employer les dilatations de l'eau. Pour cela, nous avons rempli au même instant, d'eau distillée, le grand ballon qui nous avait servi pour peser l'air, et le petit matras qui nous avait servi pour peser le mercure. Puis nous les avons pesés tous deux avec les mêmes balances, à la même température; et comme le liquide qui les remplissait était aussi le même, le

rapport des poids apparens de ce liquide dans chacun d'eux, nous a donné immédiatement le rapport de leurs capacités. Nous avons trouvé ainsi qu'en prenant le volume du petit matras pour unité, celui du grand ballon était exprimé par 56,4082; une autre fois nous avions trouvé ce rapport égal à 56,3921. Or, nous savons qu'à la température de la glace fondante et sous la pression $0^m,76$, ce ballon contenait un poids d'air sec égal à $7^g,25323$. Avec cette donnée et le rapport des volumes, nous pouvions calculer le poids de l'air sec contenu dans le petit matras dans les mêmes circonstances, et par suite les poids absolus du mercure réduits au vide, indépendamment de la dilatation de l'eau. Nous avons trouvé ainsi :

Première expérience.

$$\begin{aligned} L &= 1342^g,989 \\ a &= 0,11981 \\ \hline L + a &= 1343^g,10881; \end{aligned}$$

Seconde expérience.

$$\begin{aligned} L &= 1340^g,893 \\ a &= 0,118692 \\ \hline L + a &= 1341^g,011692. \end{aligned}$$

De là il était facile de conclure le poids du mercure contenu dans notre matras à la température de la glace fondante; car ce poids étant désigné par (L), on a, comme nous l'avons vu plus haut,

$$(L) = \frac{(L + a)(1 + \lambda)}{1 + Kt},$$

λ étant la dilatation du mercure comptée depuis 0°, en prenant pour unité le volume à cette température. Cette dilatation ainsi exprimée est $\frac{t}{5412}$. Effectuant donc le calcul avec cette valeur, et séparant les corrections pour plus d'exactitude, comme dans la page 404, on trouve

1re expérience, $(L) = 1345^g,769016$
2e expérience, $(L) = 1345,38794$

Maintenant, désignons par N le nombre qui exprime combien de fois le grand ballon contient le volume du matras. Nous avons trouvé plus haut sa valeur. Nous savons de plus qu'à la température de la glace fondante et sous la pression $0^m,76$, le poids de l'air sec contenu dans le grand ballon est $7^g,25323$. Ainsi le poids de ce même air, contenu dans le matras dans les mêmes circonstances, sera $\frac{7^g,25323}{N}$; et par conséquent le rapport des poids du mercure et de l'air sera

$$\frac{(L)}{\left(\frac{7^g,25323}{N}\right)}, \quad \text{ou bien} \quad \frac{(L)\,N}{7^g,25323}.$$

En calculant successivement ce résultat avec les deux pesées du mercure et les deux valeurs trouvées pour N, on aura les quatre résultats suivans qui diffèrent à peine entre eux :

	10465,5
	10463,0
	10462,6
	10461,1
Moyenne.....	10463,0

c'est le rapport des poids du mercure et de l'air à la température de la glace fondante et sous la pression de $0^m,76$ observées à Paris dans notre laboratoire. Transporté au niveau de la mer et au 45e degré de latitude, il deviendrait 10466,8, précisément comme nous l'avons trouvé plus haut (1). Nous avons calculé ainsi ce résultat séparément par chacune des expériences, afin d'isoler les erreurs de chacune d'elles et de les mieux mettre en évidence si elles étaient sensibles. Il faut prendre cette précaution toutes les fois que l'on entreprend des recherches très-délicates, car l'accord des résultats partiels entre eux est un motif pour leur accorder plus de confiance. On voit qu'ici les erreurs sont extrêmement petites ; et le résultat moyen

(1) Ici, comme dans notre premier calcul, le changement de latitude n'influe qu'en raison de la compressibilité de l'air du ballon.

s'accordant parfaitement avec celui que nous avons obtenu d'abord par l'autre méthode, confirme l'exactitude des formules que nous avons employées.

Quand on connaît le poids absolu (ϖ) d'un centimètre cube d'un liquide pour la température de la glace fondante, rien n'est plus facile que de trouver le rapport des poids du liquide et de l'eau pour toute autre température t. En effet, λ étant la dilatation du liquide comptée de 0°, et δ celle de l'eau comptée depuis son maximum de condensation jusqu'à t, le poids d'un centimètre cube deviendra

$$\text{pour le liquide, } \frac{(\varpi)}{1+\lambda}; \quad \text{pour l'eau, } \frac{1^g}{1+\delta}.$$

le rapport du premier poids au second sera donc

$$\frac{(\varpi)\,(1+\delta)}{(1+\lambda)}$$

Pour le mercure, par exemple, la dilatation λ est uniforme et égale à $\frac{t}{5412}$. Ainsi à toute température t le rapport des poids du mercure et de l'eau sera

$$\frac{(\varpi)\,(1+\delta)}{1+\frac{t}{5412}}, \quad \text{en prenant} \quad (\varpi) = 13^g,597266.$$

Prenons pour exemple la température $+3°,42$, à laquelle nous avons fixé le maximum de condensation de l'eau. Dans ce cas on aura

$$t = +3,42 \qquad \delta = 0;$$

et le rapport $\frac{(\varpi)\,(1+\delta)}{1+\frac{t}{5412}}$ deviendra

$$(\varpi) - \frac{3,42\,.\,(\varpi)}{5412} = 13,597190 - 0,008593 = 13,588597.$$

C'est le poids spécifique du mercure, selon notre définition; et c'est par conséquent aussi le poids d'un centimètre cube de mercure en grammes, à la température 3°,42.

Lorsqu'on détermine les pesanteurs spécifiques des liquides, par la méthode que nous venons de décrire, il faut avoir soin que le flacon, ou en général le vase dans lequel on les pèse, soit rempli et bouché très-exactement, puisque sans cette condition on courrait risque de ne pas comparer des volumes égaux de liquide. Pour cela, il faut que son col soit étroit, et que le bouchon s'y adapte exactement. Après avoir rempli tout-à-fait le flacon de liquide, on y introduit le bouchon qui en exclut une partie; on essuie bien le flacon, et on le pèse. Si, pendant cette opération, la température, au lieu où l'on opère, venait à s'élever sensiblement, le liquide se dilaterait et souleverait le bouchon, qui ne fermerait plus parfaitement. Cela n'aurait aucun inconvénient pour la plupart des liquides, à cause de l'excessivement petite quantité qui pourrait s'évaporer ainsi pendant la pesée, surtout si le col du flacon est fort étroit; mais en supposant que le liquide fût très-volatil, il serait aisé de prévenir cet accident en faisant les deux pesées de l'eau et du liquide à une température tant soit peu plus basse que celle à laquelle le flacon est rempli.

La plupart des auteurs, en rapportant des expériences de ce genre, se bornent à donner le rapport $\frac{L}{E}$ du poids apparent du liquide au poids apparent de l'eau, à une même température, sans autre explication. Mais il est clair que ce rapport ne donne que la pesanteur spécifique apparente. Pour en déduire la pesanteur spécifique véritable, et le poids d'un centimètre cube du liquide, pris à une température quelconque, il faut y faire les corrections dépendantes du poids de l'air et de la dilatation de l'eau. C'est à quoi l'on parviendra aisément par la formule (2) de la page 402, où le rapport $\frac{L}{E}$ se trouve désigné par ϱ. Puisque nous supposons les deux pesées de l'eau et du liquide faites à une même température, il faudra dans cette formule faire aussi $t = t'$, par conséquent $\delta' = \delta$ et $\alpha' = \alpha$, ce qui donnera

$$n = \frac{\alpha}{1 - \alpha}; \qquad (\varpi) = \frac{(\varrho + n)(1 + \lambda)(1 - \alpha)}{1 + \delta}.$$

(ϖ) est le poids d'un centimètre cube du liquide, à la température de la glace fondante. Pour trouver sa valeur, on voit qu'il faut pouvoir calculer α, c'est-à-dire le rapport du poids de l'air au poids de l'eau, à volume égal, dans les circonstances de l'expérience. A la rigueur, cela exigerait que l'on connût la hauteur du baromètre à l'instant des pesées; mais comme ordinairement les observateurs ne l'indiquent pas, il faudra la supposer égale à la hauteur moyenne du baromètre dans le lieu de l'observation, et l'erreur alors sera de peu d'importance, parce que la correction dépendante du poids de l'air est toujours fort petite, et que la pression atmosphérique oscille dans des limites peu étendues.

Pour appliquer ceci à un exemple, je choisirai une expérience sur le poids spécifique du mercure, faite par M. Fischer à Berlin. Ce savant rapporte qu'en pesant comparativement des volumes égaux de mercure distillé et d'eau pure, à la température de 16°,25 centig., il a trouvé la pesanteur spécifique apparente de ce métal égale à 13,586. Ce sera donc ici la valeur de ϱ.

M. Fischer n'indiquant pas la hauteur du baromètre à l'instant de l'observation, je la supposerai, pour la facilité du calcul, égale à $0^m,76$, ce qui est sa valeur moyenne au niveau de la mer; avec cette donnée et la température 16,25, la formule de la page 388 donne

$$\alpha = 0,00122495.$$

Or
$$n = \frac{\alpha}{1-\alpha} = \alpha + \frac{\alpha^2}{1-\alpha},$$

par conséquent

$$n = 0,00122495 + 0,00000150 = 0,00122645.$$

Ajoutons. . . . . $\varrho = 13,586$

nous aurons. . . . . $\varrho + n = 13,58722645$

Ajoutons $\frac{(\varrho + n) \,.\, 16,25}{5412}$ . . . . . $= 0,04079680$

nous aurons. 13,62802325

Retranchons-en le produit par α. . . . . — 0,01669352

il reste. . . . 13,61132973

C'est le numérateur de la valeur de (ϖ). Maintenant, pour calculer δ par la formule de la page 237, il faudra employer la température $t'' = 16,25 - 3,42 = 12,83$, ce qui donnera

$$\delta = 0,00101558;$$

et en décomposant $\frac{1}{1+\delta}$ en $1 - \frac{\delta}{1+\delta}$, on trouvera enfin

$$(\varpi) = 13,61132973 - 0,01380754 = 13^{g},59752019.$$

Tel serait donc le poids d'un centimètre cube de mercure, à la température de la glace fondante, d'après les expériences de M. Fischer. Nous avons trouvé plus haut, pour ce même poids, $13^{g},597190$, d'après les expériences que j'ai faites avec M. Arago. La différence de ces résultats est de l'ordre des erreurs qu'il est impossible d'éviter dans des expériences de ce genre; un si parfait accord confirme à la fois les expériences elles-mêmes, et les formules que nous avons employées pour les calculer.

De l'Aréométrie.

Lorsqu'on n'a pas besoin d'une précision extrême, on peut déterminer la pesanteur spécifique des liquides par le moyen d'un instrument assez commode, inventé par Farenheit, qui lui a donné le nom d'*aréomètre*; il est représenté fig. 89. Cet instrument est construit en verre; il est renflé par le bas, et au contraire effilé par le haut, en un tube cylindrique d'un petit diamètre. Une petite quantité de mercure enfermée dans la boule B, fait que le centre de gravité de l'instrument est situé beaucoup plus bas que celui de son volume; ce qui fait que lorsqu'il est plongé dans un fluide pesant, il s'y tient debout dans un équilibre stable, sans jamais se renverser. Un trait extrêmement fin T est marqué sur le col CC, et le volume total de l'instrument est combiné de manière qu'il s'enfonce jusqu'à ce trait dans le plus léger des liquides, dont on veut éprouver la pesanteur; par exemple, dans l'éther. Alors, si on le plonge dans un liquide plus lourd, dans l'eau, par exemple, il ne s'y enfoncera pas jusqu'au trait T, et pour le faire enfoncer davantage, il faudra ajouter des poids sur le chapeau F. Or,

quand on connaît ces poids additionnels et le poids propre de l'instrument, on peut facilement en conclure le rapport de pesanteur spécifique des deux liquides pour la température à laquelle on a opéré.

En effet, soit P le poids absolu de l'instrument réduit au vide, c'est-à-dire corrigé du poids de l'air qu'il déplace; supposons qu'on le plonge dans l'eau, à la température du maximum de condensation, et qu'il s'y enfonce jusqu'au trait T, que l'on marquera alors sur son col. En général, dans un corps qui surnage, le volume de la partie plongée est égal au poids du corps; par conséquent, le volume d'eau, égal à la partie plongée de notre aréomètre, pesera P grammes; et comme à cette température chaque gramme d'eau occupe un volume d'un centimètre cube, on voit que le nombre P exprimera aussi, en centimètres cubes, le volume de la partie plongée. De là il est facile de conclure le volume de cette même partie à 0°; car, en le nommant (P), et désignant par (t) la température du maximum de condensation, il deviendra à cette température $(P)\,[1 + K\,(t)]$, K étant la dilatation cubique de la matière de l'aréomètre. Or nous savons qu'alors ce volume est égal à P; on aura donc

$$(P)\,[1 + K\,(t)] = P,$$

où il faut se rappeler que P et (P) expriment des nombres de centimètres cubes.

Connaissant ainsi, pour la température de 0°, le volume de la partie constamment plongée de l'aréomètre, le volume de cette même partie, à toute autre température t, sera $(P)\,(1 + K\,t)$.

Supposons maintenant que l'on plonge l'instrument dans un liquide dont le centimètre cube, pris à la température de la glace fondante, pèse (π) grammes, et dont la dilatation, depuis ce terme jusqu'à t degrés, soit λ. Un centimètre cube de ce liquide, pris à cette dernière température, ne pesera plus (π), mais $\frac{(\pi)}{1 + \lambda}$; et comme l'instrument, plongé jusqu'au trait, déplace un nombre $(P)\,(1 + K\,t)$ de ces centimètres, le poids total du liquide déplacé sera

$$\frac{(\pi)\,(P)\,(1 + K\,t)}{1 + \lambda}.$$

Or, ce poids est donné par l'observation, et il est égal à $P + P'$, P étant le poids primitif et absolu de l'aréomètre en grammes, et P' étant le nombre de grammes qu'il a fallu lui ajouter pour le faire enfoncer dans le liquide jusqu'au trait T. On aura donc l'équation

$$\frac{(\varpi)(P)(1 + Kt)}{1 + \lambda} = P + P',$$

d'où l'on tirera

$$(\varpi) = \frac{(P + P')(1 + \lambda)}{(P)(1 + Kt)}.$$

Pour éprouver cette formule, je l'appliquerai à des expériences très-délicates, faites par M. Charles avec un instrument de ce genre, auquel il a donné le nom d'*hydromètre thermométrique*, parce qu'il s'en sert pour mesurer les densités de l'eau à diverses températures. Cet instrument est un véritable aréomètre, auquel on a seulement donné une sensibilité fort grande, en le faisant d'un assez gros volume, et amincissant beaucoup le diamètre de son col. En effet, lorsque l'aréomètre flotte dans un liquide, et est chargé des poids nécessaires pour être enfoncé jusqu'au trait marqué sur son col, si la température vient à changer, à s'élever, par exemple d'un degré, le volume de l'instrument augmente, parce que la matière dont il est fait se dilate; mais en même temps le fluide dans lequel il plonge se dilate aussi. Si la première dilatation surpasse la seconde à volume égal, l'aréomètre s'élève; si le contraire a lieu, il s'abaisse et plonge davantage. Or, quand il s'élève, le volume de sa partie plongée diminue; par conséquent le volume du fluide qu'il déplace devient moindre, et cette diminution est égale au volume de la portion du col qui s'est dégagée du liquide. Pareille chose arrive quand l'instrument s'enfonce, et l'augmentation du volume du fluide qu'il déplace est égale au volume de la portion de son col qui s'est enfoncée de nouveau; d'où l'on voit que plus le col sera d'un petit diamètre, plus la portion qui s'élevera ou s'enfoncera sera grande pour d'égales dilatations; et c'est ainsi que la grandeur du volume de l'instrument d'une part, et de l'autre la finesse de son col, concourent à accroître sa sensibilité, la première cause, en rendant les effets absolus des dilatations plus

considérables, la seconde, en les mesurant par de plus grandes excursions.

Ceci bien entendu, je rapporterai d'abord les observations de M. Charles telles qu'il a bien voulu me les communiquer; nous verrons ensuite comment on peut les calculer par notre formule.

L'instrument muni de son chapeau, pèse dans l'air. .	$90^{g},303$
Plongé dans l'eau distillée, à la température 5° Réaumur, pour qu'il enfonce jusqu'au trait fixe, il faut lui ajouter.	1, 325
Somme à + 5° R. . . .	$91^{g},628$
Plongé dans l'eau distillée, à la température + 10° R.; pour qu'il enfonce jusqu'au trait, il faut retirer de ce poids.	$0^{g},020$
Somme à 10° R. . .	$91^{g},608$

La première chose à faire pour calculer ces observations, c'est de déterminer le poids vrai de l'instrument réduit au vide; pour cela, il faut connaître son volume. Or, nous pouvons le déduire des observations mêmes, d'une manière suffisamment approchée. En effet, si la première expérience était faite précisément à la température du maximum de condensation vrai de l'eau, elle nous donnerait le volume de la partie plongée, et ce volume exprimé en centimètres cubes serait 91,628. De là on pourrait conclure le poids du volume d'air atmosphérique égal à cette partie quand on la pesait dans l'air. De plus, comme le volume de la partie non plongée du col, et celui du chapeau, sont fort petits, on pourrait négliger le poids de l'air qu'ils déplacent, et supposer que la correction précédente est celle qu'il faut ajouter au poids apparent $91^{g},628$, pour avoir le poids vrai de l'instrument réduit au vide. Mais quoique la température 5° ne soit pas tout-à-fait celle du maximum de condensation, elle en diffère assez peu pour que l'on calcule le poids de l'air d'après ce volume supposé 91,628; puisqu'un volume un peu moins, ou un peu plus considérable, ne ferait que donner un poids d'air, ou plus faible, ou plus fort, d'une

quantité insensible. On peut même voir aisément qu'ici le volume 91,628 est nécessairement dans le second cas, et que cette circonstance contribuera à compenser l'erreur commise en négligeant le volume du chapeau et de la partie non plongée du col. Cela posé, nous avons trouvé plus haut qu'à la température de la glace fondante, et sous la pression de $0^m,76$, le centimètre cube d'air pèse à Paris $0^g,001299541$, par conséquent 91,628 centimètres cubes peseront $0^g,1189$. Quoique ces circonstances de pression et de température ne soient probablement pas non plus celles où l'on a pesé l'aréomètre, les différences qui pourraient en résulter peuvent en être négligées, et l'on verra même qu'une erreur beaucoup plus forte sur le poids absolu de l'instrument, n'en produirait pas de sensible sur la succession des poids ajoutés ou ôtés à diverses températures. Faisant donc cette correction, on aura pour les élémens vrais des observations les valeurs suivantes :

Poids absolu de l'instrument dans le vide, $90^g,303$	
$+ 0^g,1189$	$90^g,4219$
Poids additionnel à $+ 5°$ R.	1, 325
Somme des poids à 5° R. . .	$91^g,7469$
Poids additionnel au précédent à $+ 10°$ R.	— 0, 020
Somme des poids à $+ 10°$ R. . .	$91^g,7269$

Ici nous ne connaissons pas le poids P qu'aurait eu l'instrument avec sa charge, si on l'eût plongé jusqu'au trait fixe, dans de l'eau à la température précise du maximum de condensation, c'est à-dire selon nos calculs, à $+ 2°,736$ R; il faut donc tirer cet élément des observations. Nous ne connaissons pas non plus (P), c'est-à-dire le volume de l'instrument réduit à la température de la glace fondante; mais nous savons qu'à la température $+ 5°$ R., la somme des poids $P + P'$ était égale à $91^g,7469$. De plus, nous connaissons le poids (π) d'un centimètre cube d'eau pris à la température de la glace fondante; ce poids étant exprimé en grammes, est, selon nos calculs

$$\frac{1^g}{1,0000748}.$$

Nous pouvons donc déterminer (P) par la première expérience faite à $+5°$, et nous calculerons ensuite P d'après la relation

$$P = (P)(1 + 2{,}736\,K).$$

Alors tous les élémens de la formule étant connus, nous en déduirons le poids $P + P'$ observé à $+10°$ R. Suivant cette marche on a d'abord

$$(P) = \frac{(P + P')(1 + \lambda)}{(\varpi)(1 + K t)};$$

$$(\varpi) = \frac{1}{1{,}0000748}, \quad P + P' = 91{,}7469, \quad t = +5° \text{ R},$$

$$K = 0{,}00003284, \quad Kt = 0{,}0001642;$$

et avec la température $t = +5°$ R., les formules de la dilatation de l'eau, page 234, donnent

$$\lambda = -0{,}00002428.$$

Le signe de cette valeur indique que le volume de l'eau à cette température est moindre qu'à 0°; en effet, le maximum de condensation étant fixé par nos calculs à $+2°{,}736$, le volume à 0° est le même qu'à 5,472. Avec ces valeurs, on trouve

$$\frac{P + P'}{(\varpi)} = P + P' + (P + P') \,.\, 0000748 = 91{,}7469 + 0{,}00686$$
$$= 91{,}75376,$$

ensuite

$$\frac{P + P'}{(\varpi)(1 + Kt)} = \frac{P + P'}{(\varpi)} - \frac{(P + P')Kt}{1 + Kt} = 91{,}75376 - 0{,}01506$$
$$= 91{,}73870.$$

Enfin, ajoutant à cette quantité son produit par λ, on a

$$(P) = 91 \,.\, 73675;$$

de là on tire P par la formule

$$P = (P)(1 + 2°{,}736\,K), \quad \text{qui donne} \quad P = 91{,}74499.$$

On peut d'abord voir aisément par ces valeurs mêmes, que la température où l'expérience est faite, diffère bien peu de celle où la dilatation du verre égale la dilatation de l'eau; car si, au lieu de $t = +5°$ R., on supposait $t = +5{,}472$, ce qui changerait la température de $0°{,}47$, on trouverait

$$(P) = 91{,}73731, \quad P = 91{,}74555,$$

valeurs presque égales aux premières. Alors λ serait nul, parce que le volume vrai de l'eau à 5,472 R. est le même qu'à 0°.

Nous avons vu qu'à la température de 5° R., l'expérience a donné . . . . . $P + P' = 91^{g},7469$.
Nous venons de trouver. . . . . $P = 91,74495$;
on a donc alors. . . . . $P' = +0^{g},00191$.

C'est-à-dire que si l'on eût déterminé P par une expérience directe, faite à la température de 2°,736, on aurait trouvé qu'à la température 5°, il aurait fallu lui ajouter $0^{g},00191$, ou à peu près deux milligrammes pour faire enfoncer l'instrument jusqu'à la marque, parce qu'entre ces températures le verre se dilate plus que l'eau, par des accroissemens égaux de chaleur.

Partons de ces résultats, et puisque tous les élémens de notre formule sont maintenant déterminés, servons-nous-en pour calculer le poids additionnel relativement à la seconde expérience, dans laquelle la température était de 10° R. Les poids additionnels sont en général ce qu'il faut ajouter au poids absolu de l'instrument dans le vide, pour le faire enfoncer jusqu'à la marque; ainsi en les désignant par u, on aura généralement

$$P + P' = 90,4219 + u.$$

Or, nous avons trouvé plus haut à toute température

$$P + P' = \frac{(\varpi)(P)(1 + Kt)}{1 + \lambda}.$$

De plus, en mettant pour (ϖ), (P), K leurs valeurs, on a

$$(\varpi)(P) = (P) - \frac{0,0000748}{1,0000748} \cdot (P) = 91,72989;$$

$$(\varpi)(P)K = 0,00301245.$$

Avec ces nombres la formule devient

$$90,4219 + u = \frac{91.72989 + 0,00301245 \cdot t}{1 + \lambda};$$

d'où l'on tire enfin

$$u = \frac{1,30799 - 0,00301245\, t - 90,4219 \cdot \lambda}{1 + \lambda}.$$

Dans la seconde expérience, on avait $t = 10^{0}$ R.; et, à

cette température, les formules de la page 234 donnent $\lambda = +\ 0{,}00043809$; avec ces valeurs, on trouve

$$u = 1^{g},29793;$$

l'expérience a donné $u = 1{,}305$.

La différence est donc seulement de sept milligrammes. Elle peut tenir à une petite erreur dans la température, ou bien à l'adhésion de l'eau sur l'instrument, ou enfin à ce que la dilatation de l'eau à l'air libre, dans les expériences de M. Charles, était un peu moindre que dans le vide thermométrique des observations de Deluc. Pour apprécier la petitesse de cette erreur, supposons pour un moment que la température de l'eau eût été de 9° R., au lieu de 10; dans ce cas, nos formules de dilatation auraient donné

$$\lambda = 0{,}000307656,$$

et l'on aurait trouvé

$$u = 1{,}30689;$$

c'est-à-dire, que l'erreur aurait passé en sens contraire. On peut juger par cette épreuve de la précision de la formule et de la sensibilité de l'instrument, même dans les températures défavorables où la dilatation de l'eau est presque égale à celle du verre.

Cherchons à déterminer, d'après notre formule, à quelle température l'instrument ne pourra plus servir, au moins en conservant sa marque au même point. Cela arrivera quand u sera nul, puisqu'alors il n'y aura plus de poids à ôter de dessus le chapeau d'argent. Cette condition donne

$$0 = 1{,}30799 + 0{,}00301245\,t - 90{,}4219\,\lambda;$$

ou, en remplaçant λ par sa valeur générale,

$$0 = 1{,}30799 + 0{,}00797463\,T - 0{,}000916623\,T^{2} + 0{,}0000244863\,T^{3}.$$

La seule racine de cette équation qui soit admissible est un peu au-dessus de 45°,5; car, en faisant $T = 45°{,}5$, le second membre se réduit à $+\ 0{,}004027$; par conséquent à la température de 46°, l'instrument enfoncera jusqu'à la marque, sans aucun poids additionnel. Ayant communiqué ce résultat à M. Charles, il a bien voulu, à ma prière, le vérifier par

l'expérience, et il a trouvé la limite à 47°,5, au lieu de 46° que je lui avais indiqués d'après mon calcul. Il a de plus observé les valeurs des poids additionnels de degré en degré, depuis o jusqu'à 47°,5, et il en a formé le tableau suivant, qu'il a bien voulu me communiquer.

Thermom. R.	Poids total de l'Aréom. en milligr. 90303 +	Thermom. R.	Poids total de l'Aréom. en milligr. 90303 +
+ 1	1310	24,75	1000
2	1315	25	990
3	1320	26	960
4	1325	27	930
4,75	1330 (*)	28	895
5	1329	29	860
6	1327	30	825
7	1324	31	785
8	1320	32	745
9	1315	33	705
10	1310	34	660
11	1295	35	620
12	1285	36	580
13	1270	37	540
14	1255	38	500
15	1240	39	450
16	1220	40	400
17	1200	41	350
18	1180	42	300
19	1160	43	250
20	1140	44	200
21	1110	45	150
22	1080	46	90
23	1050	47	30
24	1020	47,5	0

(*) Maximum apparent de condensation.

Dans la note que M. Charles a bien voulu me remettre sur ces expériences, il remarque qu'elles sont extrêmement dé-

licates, parce qu'une foule de causes très-minutieuses et inévitables tendent perpétuellement à en faire varier les résultats. Ces causes sont l'agitation de l'eau qui se refroidit ou qui se réchauffe, les bulles qui s'en dégagent et qui soulèvent l'aréomètre, etc. etc. Après beaucoup d'essais, M. Charles trouva qu'il était impossible d'obtenir quelque exactitude en réchauffant l'eau, avec quelque lenteur qu'on s'efforçât de le faire. Il prit donc le parti de procéder par refroidissement, en passant des températures élevées aux températures basses; et pour rendre les observations plus précises, il isola si bien la masse d'eau, qu'elle mettait huit heures entières à descendre de 50° R. jusqu'à 10. Cette eau était distillée et purgée d'air par l'ébullition. Sa température était indiquée à chaque instant par des thermomètres très-exacts que l'on observait, ainsi que l'aréomètre, avec des loupes, pour rendre l'appréciation des traits plus exacte. On voit que notre habile physicien n'a omis aucune des précautions qui pouvaient rendre ses résultats parfaits.

C'est pourquoi il sera intéressant pour nous de chercher à calculer les valeurs de la dilatation de l'eau qui s'en déduisent, afin de les comparer à celles que nous avons déterminées par les expériences de Deluc. Pour cela, j'ai d'abord calculé de nouveau la valeur de (P), d'après l'expérience faite à 5° R.; car on voit que le poids additionnel 1330 trouvé dans les nouvelles expériences à cette température, excède de cinq milligrammes celui que nous avions employé d'après les premières indications. Du reste, le calcul est exactement le même que précédemment. J'ai trouvé ainsi

$$(P) = 91,74175,$$

valeur qui excède pareillement de cinq milligrammes celle que nous avions d'abord obtenue. De là en prenant $(\varpi) = \frac{1}{1+(\delta)}$ et $(\delta) = 0,0000748$ comme précédemment, j'ai conclu

$$(\varpi)(P) = (P) - \frac{(P)(\delta)}{1+(\delta)} = 91,73489, \text{ et } (\varpi)(P)K = 0,00301257,$$

K étant la dilatation du verre pour un degré de Réaumur,

c'est-à-dire, 0,00003284. Or, en nommant λ la dilatation de l'eau depuis 0° jusqu'à la température T, nous avons trouvé qu'on avait généralement

$$P + P' = \frac{(\varpi)(P)(1 + KT)}{1 + \lambda}.$$

On pourra donc déterminer λ par cette équation, puisque l'observation donne la somme $P + P'$ des poids de l'aréomètre et de sa charge. Pour simplifier cette expression autant qu'il est possible, rappelons-nous que le poids propre de l'aréomètre réduit au vide est $90^g,4219$. Ainsi, en nommant u le poids additionnel exprimé dans la première colonne de la table, on aura pour une observation quelconque

$$P + P' = 90,4219 + u;$$

substituant cette valeur dans notre formule, ainsi que celles de $(\varpi)(P)$; $(\varpi)(P)K$, et dégageant λ, il vient

$$\lambda = \frac{1^g,313 - u + 0,00301257 \,.\, T}{90,4219 + u}.$$

La dilatation λ est comptée depuis 0°. On voit qu'elle deviendra nulle, quand on aura

$$0 = 1,313 - u + 0,00301257 \,.\, T.$$

Si l'on met dans cette équation pour u et T, les valeurs qui correspondent à 5° dans la table, on trouve le second membre égal à $-\ 0^g,002$, et si on y met celles qui conviennent à $+\ 6°$, on le trouve égal à $+\ 0^g,004$; la racine de l'équation est donc comprise entre 5° et 6°; ainsi entre ces limites, c'est-à-dire vers 5,5 . R, le volume de l'eau est le même qu'à 0°. On obtient un résultat pareil, lorsqu'on égale à zéro la valeur générale de la dilatation δ_T, que nous avons formée page 234, d'après les expériences de Deluc. Ainsi, en ce point, les deux genres d'observation s'accordent.

Pour faire la même comparaison à d'autres degrés, il faut substituer dans l'expression précédente de λ, les valeurs observées de u et de t, et comparer le résultat avec celui qui se déduirait de nos premières formules; c'est ainsi que j'ai formé le tableau suivant :

Température en degrés de Réaumur.	Valeurs de u observées.	DILATATION CALCULÉE d'après M. Charles. α	d'après Deluc. δ_T
10	1310	0,000362554	0,00043809
20	1140	0,00254747	0,0027416
30	825	0,0063386	0,0067480
40	400	0,01137950	0,01229500
47,5	0	0,01609960	0,01736830

On voit que la dilatation conclue des expériences de M. Charles est constamment un peu moindre que celle qui résulte des expériences de Deluc. La différence, quoique très-petite, me semble pourtant trop marquée pour pouvoir être attribuée à la différente nature du verre. Peut-être l'eau, exposée à l'air libre, se dilate-t-elle un peu moins que lorsqu'elle est renfermée dans un espace privé d'air et absolument purgé de ce fluide, comme dans le thermomètre de Deluc.

Pour apprécier les limites de cette différence, j'ai calculé les valeurs de la dilatation λ, qui satisfaisait aux expériences de M. Charles; et en employant les trois premières du tableau ci-dessus, j'ai trouvé, pour une température quelconque,

$$\lambda = -0{,}00006207T + 0{,}00001019273T^2 - 0{,}0000000360 28T^3.$$

Ces coefficiens diffèrent très-peu de ceux que nous avons obtenus page 234, dans nos premières formules. Ils donneraient le maximum vrai de condensation à 3,19 R., au lieu de 2,74 R. que nous ont indiqué les expériences de Deluc. Si l'on y fait ensuite $T = 40°$, on trouve $\lambda = 0{,}01151978$, et l'observation a donné $\lambda = 0{,}01137950$. L'écart est donc devenu extrêmement faible. Cependant on y remarque encore l'influence d'une cause qui ralentit la dilatation, à mesure que la température s'élève, comme nous l'avions déjà indiqué. Pour

voir tout de suite l'extrême de ces différences, il n'y a qu'à faire $T = 80$; on aura

$$\lambda = 0{,}04183153,$$

au lieu de

$$\delta_{80} = 0{,}046601$$

que nous avons trouvé par nos premiers calculs. La différence serait donc $\frac{477}{100000}$ sur la dilation absolue de l'eau de 0 à 80°. Un si petit écart, s'il est réel, ne peut être décidé que par des expériences très-précises ; mais il peut tenir aussi à la cause que j'ai indiquée plus haut, et il serait utile de s'en assurer.

Comme la connaissance du volume vrai et du poids de l'eau pure est nécessaire dans une infinité d'expériences de physique, j'en donnerai ici une table calculée d'après la formule que j'ai établie page 234, sur les expériences de Deluc. Les calculs ont été faits avec le plus grand soin par MM. Deflers et Pouillet, jeunes répétiteurs de l'Ecole normale, qui, à un grand fonds de connaissances mathématiques, joignent le zèle et la constance nécessaires pour les appliquer.

Température de l'eau.	VOLUMES.	DENSITES	Température de l'eau.	VOLUMES.	DENSITÉS.
0	1,00000000	1,0000000	40	1,01229496	0,9878544
1	0,99993523	1,0000447	41	1,01292812	0,9872370
2	0,99993058	1,0000694	42	1,01357490	0,9866069
2,736	0,99992521	1,0000746	43	1,01423514	0,9859646
3	0,99992589	1,0000739	44	1,01490866	0,9853103
4	0,99994009	1,0000593	45	1,01559531	0,9846441
5	0,99997571	1,0000241	46	1,01629494	0,9839665
6	1,00002990	0,9999700	47	1,01700736	0,9832771
7	1,00010340	0,9998966	48	1,01773243	0,9825766
8	1,00019604	0,9998041	49	1,01846998	0,9818648
9	1,00030766	0,9996925	50	1,01921984	0,9811425
10	1,00043809	0,9995620	51	1,01998187	0,9804094
11	1,00058718	0,9994131	52	1,02075589	0,9796660
12	1,00075476	0,9992457	53	1,02154173	0,9789124
13	1,00094067	0,9990600	54	1,02233925	0,9781423
14	1,00114474	0,9988564	55	1,02314826	0,9773754
15	1,00136682	0,9986350	56	1,02396862	0,9766923
16	1,00160674	0,9983938	57	1,02480016	0,9758003
17	1,00186435	0,9981390	58	1,02564272	0,9749982
18	1,00213946	0,9978650	59	1,02649613	0,9741879
19	1,00243194	0,9975739	60	1,02736024	0,9733683
20	1,00274116	0,9972663	61	1,02823487	0,9725403
21	1,00306829	0,9969411	62	1,02911988	0,9717040
22	1,00341185	0,9965997	63	1,03001508	0,9708595
23	1,00377212	0,9962419	64	1,03092034	0,9700071
24	1,00414893	0,9958681	65	1,03183547	0,9691467
25	1,00454211	0,9954783	66	1,03276031	0,9682788
26	1,00495152	0,9950729	67	1,03369472	0,9674035
27	1,00537698	0,9946517	68	1,03463853	0,9665212
28	1,00581832	0,9942154	69	1,03559156	0,9656317
29	1,00627540	0,9937637	70	1,03655366	0,9647353
30	1,00674805	0,9932970	71	1,03752464	0,9638326
31	1,00723610	0,9928159	72	1,03850440	0,9629232
32	1,00773939	0,9923200	73	1,03949272	0,9620076
33	1,00825777	0,9918098	74	1,04048948	0,9610860
34	1,00879106	0,9912856	75	1,04149451	0,9601585
35	1,00933910	0,9907473	76	1,04250755	0,9592256
36	1,00990174	0,9901952	77	1,04352856	0,9582872
37	1,01047881	0,9896298	78	1,04455740	0,9573433
38	1,01107014	0,9890512	79	1,04559357	0,9563945
39	1,01167558	0,9884592	80	1,04663760	0,9554406

CHAPITRE XXI.

Pesanteur spécifique des Corps solides.

Le procédé que nous avons employé pour trouver la pesanteur spécifique des liquides, peut également servir pour trouver celle des corps solides qui ne se dissolvent pas dans l'eau. Pour cela, il suffit que le corps puisse être introduit dans un flacon ou dans tout autre vase susceptible d'être fermé exactement; mais il n'est pas nécessaire qu'il soit d'un seul morceau : il peut même être en poussière fine. La manière la plus simple de faire l'expérience est la suivante.

On commence par déterminer exactement le poids apparent du corps dans l'air, et au moment de la pesée on note le baromètre et le thermomètre; ensuite on remplit le flacon ou le vase, d'eau distillée prise à une température connue. On place le corps avec le flacon ainsi rempli dans un des plateaux de la balance, et on tare le tout en mettant dans l'autre plateau les poids nécessaires pour établir l'équilibre. Cela fait, on ouvre le flacon, on y introduit le corps qui chasse une partie de l'eau; on le ferme ensuite, en ayant soin de ne pas laisser de bulles d'air dans son intérieur. On l'essuie exactement, et on le replace dans le même plateau de la balance; alors ce plateau se trouve plus léger de tout le poids de l'eau chassée par le corps. On y ajoute les poids nécessaires pour établir l'équilibre, et l'on connaît ainsi le poids de cette eau; on connaît aussi le poids apparent, du corps. Avec ces données et les lois de la dilatation de ce corps, on peut calculer son poids spécifique.

D'abord ici, comme pour les liquides, le résultat se présente de lui-même lorsqu'on consent à négliger toutes les réductions, c'est-à-dire lorsqu'on emploie directement les deux pesées comme si elles étaient faites dans le vide et à la température du maximum de condensation de l'eau. Car, soit S le poids

apparent du corps, E celui du volume d'eau qu'il a déplacé, $\frac{S}{E}$ sera le poids spécifique. Par exemple, si le corps pèse dans l'air 523 grammes, et l'eau déplacée 84 grammes, le poids spécifique du corps ainsi calculé sera $\frac{523}{84} = 6,226$; nous verrons bientôt quelles sont les réductions que ce résultat exige.

On peut encore déterminer E en suspendant le corps à un crin très-fin, attaché d'avance au plateau de la balance, et pesant successivement ce corps ainsi attaché, d'abord dans l'air, ensuite dans l'eau. La première opération donnera le poids S; la seconde fera connaître le poids du corps dans l'eau. En le retranchant de S, on connaîtra la perte de poids que ce corps fait dans l'eau : ce sera E.

Il y a des corps qui s'imbibent d'eau sans se dissoudre ni se décomposer. Pour ceux-ci, la question de la recherche du poids spécifique présente une espèce d'équivoque. Veut-on connaître le poids spécifique d'un grès, par exemple, en faisant abstraction des interstices qui s'y trouvent, et en examinant seulement quel serait le poids spécifique d'un corps qui aurait un même volume extérieur et un même poids que ce grès, mais qui serait sans interstices? ou bien, veut-on connaître le poids spécifique de la matière imperméable que ce corps contient? Dans les deux cas, on peut trouver le poids spécifique de la manière suivante. On détermine d'abord, comme précédemment, le poids du corps sec dans l'air. Supposons qu'il pèse 1000 grammes; ensuite on le plonge dans l'eau jusqu'à ce qu'il soit parfaitement imbibé, alors on voit combien son poids s'est augmenté. Admettons que cette augmentation soit de 50 grammes, on introduit alors le corps dans le flacon, et l'on voit combien il déplace d'eau. Supposons que ce soit 240 grammes. Maintenant, si l'on veut déterminer le poids spécifique du corps sous son volume, il faut regarder les 50 grammes d'eau qu'il a absorbés comme employés uniquement à boucher ses interstices. Alors le volume extérieur du corps a réellement déplacé 240 grammes d'eau. On divise donc 1000 par 240, et le poids spécifique apparent est 4,167.

Si l'on veut, au contraire, savoir le poids spécifique de la matière imperméable du corps, on doit considérer que cette matière n'a pas déplacé 240 grammes d'eau, mais $240 - 50 = 190$ grammes; son poids spécifique est donc $\frac{1000}{190} = 5,263$.

Quand on veut savoir le poids spécifique d'un sel ou d'un corps quelconque, qui se dissout dans l'eau, on choisit un autre liquide, comme l'alcool, ou quelque huile où il ne se dissout pas. On détermine d'abord le poids spécifique de ce liquide, relativement à l'eau, selon la méthode enseignée dans le précédent chapitre. Supposons qu'il soit de 0,886. On évalue ensuite le poids spécifique du sel par rapport à ce liquide, comme on le ferait relativement à l'eau. Supposons qu'on le trouve de 3,278; on multiplie alors ces deux nombres l'un par l'autre, et leur produit 2,904308 exprime le poids spécifique du corps. En effet, soient S, E, L, les poids respectifs du sel, de l'eau, et du liquide à volume égal; $\frac{S}{L}$ sera le poids spécifique du sel rapporté au liquide, et $\frac{L}{E}$ sera la pesanteur spécifique de ce dernier, relativement à l'eau; d'où il suit que leur produit $\frac{S}{L} \cdot \frac{L}{E}$ ou $\frac{S}{E}$ exprime la pesanteur spécifique du sel rapporté à l'eau.

Il faut maintenant compléter ces méthodes, en y introduisant toutes les corrections que les observations exigent pour être ramenées à des termes comparables. Commençons par le cas où le corps solide est pesé successivement dans l'air, et dans un liquide connu. Supposons que les pesées soient faites à la température t, et qu'à cette température le volume du corps solide exprimé en centimètres cubes, soit V. Nommons (s) le poids absolu d'un centimètre cube de sa substance, à la température de la glace fondante, et K sa dilatation cubique pour un degré centésimal. Alors le poids d'un centimètre cube de ce corps, à la température t, sera $\frac{(s)}{1 + Kt}$; car la dilatation des corps solides

entre 0 et 100°, peut être censée uniforme. Le poids total du volume V sera donc $\frac{V(s)}{1+Kt}$. De même (e) représentant le poids d'un centimètre cube d'eau, pris à la température de la glace fondante, et δ la dilatation de l'eau depuis 0 jusqu'à t, le poids d'un volume V d'eau, à la température t, sera $\frac{V(e)}{1+\delta}$; le poids d'un pareil volume d'air serait $\frac{V(e)\alpha}{1+\delta}$, α étant le rapport du poids de l'air à celui de l'eau, dans les circonstances de l'expérience; enfin $\frac{V(\varpi)}{1+\lambda}$ serait encore le poids de ce même volume pour un liquide quelconque, dont la dilatation de 0 à t serait λ, et dont le centimètre cube peserait (ϖ) grammes à la température de la glace fondante. Or, ces poids divers sont positivement ce que le corps solide a perdu quand on l'a pesé successivement dans l'air et dans le liquide; de sorte qu'en les retranchant du poids absolu $\frac{V(s)}{1+Kt}$, on aura les poids apparens que je nommerais S et S'. Cette considération donne immédiatement les deux équations suivantes :

$$\frac{V(s)}{1+Kt}-\frac{V(e)\alpha}{1+\delta}=S;\quad \frac{V(s)}{1+Kt}-\frac{V(\varpi)}{1+\lambda}=S'.$$

Divisant ces deux équations membre à membre, V disparaît, et il reste

$$\frac{\frac{(s)}{1+Kt}-\frac{(\varpi)}{1+\lambda}}{\frac{(s)}{1+Kt}-\frac{(e)\alpha}{1+\delta}}=\frac{S'}{S}.$$

De là on tire

$$\frac{(s)}{1+Kt}=\frac{\frac{S(\varpi)}{1+\lambda}-\frac{S'(e)\alpha}{1+\delta}}{S-S'}.$$

c'est le poids d'un centimètre cube du corps à la température t. Enfin dégageant (s), il vient

$$(s) = \frac{(1 + Kt)\left[\frac{S(\varpi)}{1 + \lambda} - \frac{S'(e)\alpha}{1 + \delta}\right]}{S - S'};$$

c'est le poids d'un centimètre cube du corps à la température de la glace fondante.

Si le corps est pesé successivement dans l'eau et dans l'air à la même température, on a $(\varpi) = (e)$; $\lambda = \delta$; alors l'expression de (s) se simplifie, et se réduit à

$$(s) = \frac{(e)(1 + Kt)(S - S'\alpha)}{(1 + \delta)(S - S')}.$$

Si l'on consentait à négliger toutes les réductions, tant celles qui proviennent des dilatations du liquide et du corps solide, que du poids de l'air déplacé, il faudrait supposer K δ et α nuls; alors on aurait simplement

$$(s) = \frac{(e)\,S}{S - S'}, \quad \text{d'où} \quad \frac{(s)}{(e)} = \frac{S}{S - S'}.$$

La première formule donnerait le poids d'un centimètre cube du corps; la seconde donnerait sa pesanteur spécifique rapportée à l'eau. C'est l'approximation ordinaire; mais on voit ici en quoi elle consiste, et ce qu'elle néglige.

Généralement, quand on aura la valeur rigoureuse de (s), on la divisera par (e), poids d'un centimètre cube d'eau, à la température de la glace fondante, et le quotient $\frac{(s)}{(e)}$ exprimera le rapport des poids du corps et de l'eau à volume égal pour cette température. Si l'on veut rapporter les pesanteurs spécifiques à la température (t) du maximum de condensation de l'eau, il faudra seulement réduire le poids (s) à cette température, en le divisant par $1 + K(t)$; alors $\frac{(s)}{1 + K(t)}$ sera la pesanteur spécifique de ce corps. Ici il n'y a pas de nouvelles divisions à faire, parce qu'à la température du maximum de condensation de l'eau, le poids d'un centimètre cube d'eau est justement un gramme, de sorte que le diviseur (e) devient égal à 1.

Lorsqu'on se sert d'un flacon plein d'un liquide connu, dans

lequel on introduit le corps solide après l'avoir pesé dans l'air, la formule devient différente, selon la manière dont on opère. Supposons d'abord que l'on fasse trois pesées : 1°. du corps solide, 2°. du flacon plein de liquide, 3°. du flacon rempli par le corps solide et le liquide. Conservons les mêmes dénominations que précédemment, mais de plus désignons par V′ la capacité du flacon à la température où l'on opère ; nommons L le poids apparent du liquide qu'il renferme dans la seconde expérience, et P la somme totale des poids du liquide et du solide qu'il contient dans la troisième. Le seul énoncé des trois opérations donnera les trois équations suivantes :

1°. pesée du corps dans l'air,

$$\frac{V(s)}{1+Kt} - \frac{V(e)\alpha}{1+\delta} = S;$$

2°. pesée du flacon plein de liquide et dans l'air,

$$\frac{V'(\varpi)}{1+\lambda} - \frac{V'(e)\alpha}{1+\delta} = L;$$

3°. pesée du flacon rempli par le liquide et le corps solide,

$$\frac{(V'-V)(\varpi)}{1+\lambda} + \frac{V(s)}{1+Kt} - \frac{V'(e)\alpha}{1+\delta} = P.$$

En retranchant la seconde équation de la troisième, V′ disparaît, et il reste

$$\frac{V(s)}{1+Kt} - \frac{V(\varpi)}{1+\lambda} = P - L.$$

Joignons-y la première

$$\frac{V(s)}{1+Kt} - \frac{V(e)\alpha}{1+\delta} = S$$

Ce sont les deux mêmes équations que nous avons obtenues par la première méthode, en changeant seulement P — L en S′. Elles conduiront donc à une formule pareille, et on en déduira (s) de la même manière, c'est-à-dire qu'on aura

$$(s) = \frac{(1+Kt)\left[\frac{S(\varpi)}{1+\lambda} - \frac{(P-L)(e)\alpha}{1+\delta}\right]}{S-P+L}.$$

Si le liquide dans lequel on plonge le corps est de l'eau pure $(\varpi) = (e)$; $\lambda = \delta$; et il vient

$$(s) = \frac{(e)(1 + Kt)[S - (P - L)\alpha]}{(1 + \delta)(S - P + L)}.$$

Si l'on consent à négliger toutes les réductions, la pesanteur spécifique du corps, qui était précédemment $\frac{S}{S - S'}$, deviendra ici $\frac{S}{S - P + L}$.

Enfin venons à la manière d'opérer que nous avons expliquée dans le commencement de ce chapitre. Elle ne diffère de la précédente qu'en ce qu'au lieu de peser le flacon seul plein de liquide, on le pèse conjointement avec le corps solide; soit alors M le poids du système qui, dans la seconde opération, était L, on aura donc ici,

1°. pesée du corps dans l'air,

$$\frac{V(s)}{1 + Kt} - \frac{V(e)\alpha}{1 + \delta} = S;$$

2°. pesée du corps avec le flacon plein de liquide,

$$\frac{V(s)}{1 + Kt} - \frac{V(e)\alpha}{1 + \delta} + \frac{V'(\varpi)}{1 + \lambda} - \frac{V'(e)\alpha}{1 + \delta} = M;$$

3°. pesée du flacon rempli par le liquide et le corps solide,

$$\frac{(V' - V)(\varpi)}{1 + \lambda} + \frac{V(s)}{1 + Kt} - \frac{V'(e)\alpha}{1 + \delta} = P.$$

Mettant dans la seconde équation, pour les deux premiers termes, leur valeur S, elle devient

$$\frac{V'(\varpi)}{1 + \lambda} - \frac{V'(e)\alpha}{1 + \delta} = M - S.$$

Alors, en la retranchant de la troisième, V' disparaît, et il reste

$$\frac{V(s)}{1 + Kt} - \frac{V(\varpi)}{1 + \lambda} = P - M + S.$$

On a de plus

$$\frac{V(s)}{1 + Kt} - \frac{V(e)\alpha}{1 + \delta} = S.$$

Ce sont les mêmes équations que tout-à-l'heure; seulement L est changé en M — S. Elles conduiront donc encore au même résultat, et elles s'accorderont aussi avec les premières, en changeant seulement S′ en P — M + S. Si l'on consent à négliger toutes les réductions, la pesanteur spécifique qui était tout-à-l'heure $\frac{S}{S - P + L}$, deviendra ici $\frac{S}{S - P + M - S}$, ou simplement $\frac{S}{M - P}$. Tout cela est conforme avec ce que nous avons annoncé page 427.

On voit qu'en partant ainsi des poids absolus des diverses substances, et les considérant, selon les cas, comme donnés ou comme inconnus, on écrit avec la plus grande facilité toutes les circonstances particulières à chaque manière d'opérer, et on en déduit directement les résultats rigoureux par le seul jeu de l'élimination.

On peut aussi déterminer les pesanteurs spécifiques des corps solides par le moyen de l'aréomètre. On a imaginé pour cela diverses modifications de cet instrument. Je me bornerai à décrire celui que M. Charles emploie depuis plus de vingt ans dans ses cours, et qu'il nomme *aréomètre-balance*.

Cet appareil représenté fig. 90, est un véritable aréomètre de Farenheit, au bas duquel on a seulement ajouté un petit seau d'argent HH percé à jour, et qui sert à contenir le corps solide S, quand on veut le peser dans l'eau. La boule de verre B remplie de mercure et qui sert de lest, s'accroche à ce seau. Maintenant veut-on peser un corps solide? On met d'abord l'aréomètre dans un vase cylindrique rempli d'eau distillée dont la température est connue, et l'on ajoute sur son chapeau les poids nécessaires pour le faire enfoncer jusqu'au trait T marqué sur son col. Je suppose qu'il faille pour cela 26 grammes à la température où l'on opère. Alors on ôte ces poids, on leur substitue le corps, qu'on place sur le chapeau FF. S'il pèse plus de 26 grammes, il fait enfoncer l'aréomètre au-dessus du trait T, et on ne peut pas le peser. Mais s'il pèse moins de 26 grammes, il faudra ajouter une certaine quantité de grammes pour achever de faire

plonger l'aréomètre, et le complément de ces poids à 26 grammes donnera le poids apparent du corps dans l'air ; c'est-à-dire, que s'il a fallu ajouter n grammes, ce poids sera $26 - n$, ou généralement $N - n$, N étant le nombre de grammes nécessaire pour faire enfoncer l'aréomètre seul jusqu'au trait T.

Maintenant ôtez le corps de dessus le chapeau FF, et placez-le dans le seau d'argent HH. S'il est plus lourd que l'eau, à volume égal, il fera encore enfoncer l'aréomètre, mais d'une quantité moindre que quand il était dans l'air. Alors il faudra ajouter sur le chapeau plus de n grammes, pour que l'instrument s'enfonce jusqu'au trait T. Soit ce nombre n' ; dans ce cas, $26 - n'$ ou généralement $N - n'$ sera le poids du corps dans l'eau. Si l'on retranche ce poids de celui du corps dans l'air, on aura le poids apparent dans l'air d'un volume d'eau égal à celui du corps. Ce poids sera donc

$$N - n - (N - n') \text{ ou } n' - n.$$

Si l'on veut ramener ces résultats aux dénominations que nous avons d'abord adoptées, et dans lesquels les poids apparens du corps et de l'eau à égal volume étaient représentés par S et S', on aura ici

$$S = N - n \qquad S' = N - n'.$$

Il ne restera plus qu'à appliquer aux nombres S et S' les formules que nous avons trouvées plus haut, et l'on en déduira de même la pesanteur spécifique du corps, ainsi que le poids d'un centimètre cube de sa substance. Si l'on consent à négliger toutes les réductions, la pesanteur spécifique sera

$$\frac{S}{S - S'}, \quad \text{ou} \quad \frac{N - n}{n' - n}.$$

Pour abréger l'opération dans la seconde pesée, on peut laisser sur le chapeau le nombre n de grammes qu'on y avait déjà mis dans la première, et compter seulement la quantité que l'on ajoute à celle-là. Ce sera $n' - n$ ou $S - S'$. En effet, cette quantité ajoutée mesure évidemment la perte de poids que le corps fait dans l'eau.

Par exemple, dans l'*aréomètre-balance de M. Charles*, le poids N est de 26g,200, quand la température de l'eau est 12,5.

Soit donc à cette température le poids du corps dans l'air $= S$; supposons qu'après l'avoir placé seul dans le chapeau il faille y ajouter pour l'équilibre un poids n égal à $14^g,1000$, on aura

$$S = 26^g,200 - 14^g,100 = 12^g,100.$$

On transporte ce corps dans le seau d'argent. Supposons qu'alors il faille ajouter sur le chapeau $4^g,500$ aux $14^g,100$ qui s'y trouvaient déjà. Dans ce cas, on aura

$$S - S' = 4^g,5,$$

et par conséquent la pesanteur spécifique apparente sera

$$\frac{S}{S - S'} = \frac{12,100}{4,500} = 2,6889.$$

Si le corps était plus léger que l'eau, et qu'on le mît dans le seau d'argent, il ne peserait pas sur lui, et par conséquent l'opération ne pourrait avoir lieu. Dans ce cas, M. Charles renverse le seau comme le représente la figure 91, et le corps placé dessous soulève l'aréomètre. Mais comme déjà l'instrument seul exige l'addition d'un certain poids N pour plonger jusqu'au trait T, il faut, pour l'y amener dans cette nouvelle circonstance, le charger d'un poids n' plus grand que N. Cela n'empêche pas les formules précédentes d'être toujours applicables de la même manière et sans aucun changement. $n' - n$ indique toujours le poids apparent du volume d'eau égal à celui du corps, et en divisant $N - n$ par $n' - n$, on aura toujours la pesanteur spécifique apparente. Seulement, dans ce cas, le nombre $N - n'$, qui exprime le poids du corps dans l'eau, devient négatif, parce que le corps étant plus léger que l'eau à volume égal, tend à s'y élever et non pas à y descendre.

La plupart des auteurs qui ont rapporté des observations sur la pesanteur spécifique des corps solides, n'ont ordinairement donné que la pesanteur spécifique apparente $\frac{S}{S - S'}$, observée à une température connue. Mais ici comme pour les liquides, on peut conclure de cette donnée la pesanteur spécifique vraie, avec toutes les corrections nécessaires. En effet, faisons

$$\frac{S}{S - S'} = \varrho,$$

nous en tirerons $$S' = \frac{S(\varrho - 1)}{\varrho}.$$

Et en substituant cette valeur dans l'expression générale de (ϖ), donnée page 430, pour le cas où le solide est pesé tour à tour dans l'eau et dans l'air, cette expression devient

$$(\varpi) = \frac{(e)\,(1 + Kt)\,[\varrho - (\varrho - 1)\alpha]}{1 + \delta},$$

alors elle ne contient plus que le rapport connu ϱ, et les quantités dépendantes du baromètre et du thermomètre à l'instant des observations. Mais lorsqu'on se sert d'un aréomètre, même de celui que nous venons de décrire, il est bien rare que les résultats observés soient assez minutieusement exacts pour qu'il soit nécessaire de les calculer avec une si grande précision.

CHAPITRE XXII.

Des Phénomènes capillaires.

Nous avons déjà plusieurs fois remarqué que les phénomènes les plus curieux de la physique, sont ceux qui nous donnent quelques lumières sur la constitution même des corps et sur les actions réciproques de leurs particules. Nous allons considérer une classe entière de phénomènes de ce genre très-étendue et très-variée, et qu'il est d'autant plus important de connaître, qu'elle offre le grand avantage de pouvoir être soumise à un calcul rigoureux.

Si l'on suspend horizontalement des plaques de verre, de marbre, de métal, etc. à l'un des plateaux d'une balance; et après les avoir mises en équilibre avec des poids, si on les fait toucher à la surface d'un liquide, on voit qu'elles y adhèrent avec une certaine force; car elles ne peuvent plus en être séparées qu'en ajoutant de nouveaux poids dans l'autre plateau. Cette adhésion n'est pas produite par la pression de l'air, car elle a lieu de même dans le vide. On voit donc qu'ici ce sont les molécules mêmes du corps solide qui s'attachent aux particules du liquide, en vertu d'une force d'affinité. Mais, ce qu'il y a de bien remarquable, il en résulte aussi qu'il s'exerce une action de ce genre entre les particules du liquide lui-même. En effet, lorsque le disque est susceptible d'être mouillé par le liquide, comme cela a lieu, par exemple, dans le cas d'un disque de verre posé sur l'eau ou sur l'alcool, ce disque, lorsqu'on le retire, emporte avec lui une petite couche liquide qui y reste adhérente. Ce n'est donc pas, à proprement parler, le corps solide qui s'est détaché du liquide, c'est cette petite couche qui s'est séparée des molécules liquides qui étaient au-dessous d'elle. Or, la force qu'il faut employer pour l'en

détacher ainsi, est incomparablement plus considérable que son propre poids, et par conséquent cet excès de force prouve nécessairement l'existence d'une adhésion intérieure au liquide, qui retenait la petite couche unie au reste de la masse liquide, indépendamment de la pesanteur.

D'après les notions que nous avons déjà acquises sur les attractions réciproques des molécules des corps, nous devons pressentir que la force qui s'exerce ici est de même nature que ces attractions, et qu'elle n'aura d'effet sensible qu'à des distances très-petites. C'est aussi ce que l'expérience démontre. Quelque épaisseur que l'on donne à la matière du disque, si la nature et le contour de sa surface est la même, la force qu'il faudra employer pour le détacher d'un liquide donné sera la même aussi. Par conséquent, une fois que le disque a une certaine épaisseur, probablement plus petite que toutes celles que l'art pourrait lui donner, les nouvelles couches matérielles qu'on y ajoute n'exercent plus sur le liquide d'action appréciable. D'où l'on voit que cette action n'est capable de produire des effets sensibles que dans les distances très-petites. Mais ce qui le prouve mieux encore, c'est que tous les disques de même largeur, quelle que soit leur nature, lorsqu'ils sont susceptibles d'être mouillés par le liquide, exigent absolument la même force pour en être détachés. Ainsi, dans ce cas, la petite couche d'eau infiniment mince qui s'attache à leur surface, met entre eux et le reste du liquide une distance assez grande, quoique si petite, pour que celui-ci n'en éprouve aucune action sensible; et alors la force qu'il faut employer pour détacher tous les disques de même largeur est égale, parce que c'est celle qui est nécessaire pour détacher le liquide de lui-même.

Des phénomènes produits par la même cause, mais différens en apparence, s'observent encore quand on plonge dans un liquide des tubes creux dont le calibre intérieur est fort petit. Alors si le liquide est de nature à mouiller le tube, on le voit s'élancer dans son intérieur, et s'y maintenir élevé au-dessus du niveau naturel, d'autant plus que le tube est plus étroit. C'est ce qui a lieu, par exemple, quand on plonge des tubes de verre dans

l'eau ou dans l'alcool. Mais si le liquide n'est pas de nature à mouiller le tube, comme cela a lieu, par exemple, quand on plonge des tubes de verre humides dans du mercure, ou des tubes graissés dans l'eau, on voit le liquide s'abaisser au-dessous du niveau, au lieu de s'élever; et cela toujours d'autant plus que le tube est plus étroit. Tels sont les phénomènes que les physiciens ont appelés *capillaires*, pour exprimer que le diamètre des tubes qui servaient à les produire, devait approcher de la finesse des cheveux.

Ces effets des tubes très-fins sont les mêmes dans le vide que dans l'air; ils ne tiennent donc pas à la pression de ce fluide. Mais, et ceci sera prouvé par toute la théorie que nous allons établir, ils dépendent, comme les précédens, des attractions à petites distances exercées par le tube sur le liquide, et par le liquide sur lui-même.

D'abord on peut prouver, comme précédemment, que la cause qui les produit n'agit d'une manière appréciable qu'à des distances très-petites; car, si l'on fait varier l'épaisseur du verre dont sont formés les tubes, sans changer leur diamètre intérieur, les élévations ou les abaissemens du liquide y demeurent absolument les mêmes qu'auparavant. Ainsi, au-delà d'une certaine limite d'épaisseur, probablement trop petite pour que nous pussions l'atteindre, toutes les couches que l'on peut ajouter à la matière du tube ne produisent plus d'effets appréciables. Par une conséquence de cette loi, lorsque des tubes de même diamètre sont mouillés complètement par le liquide, dans toute leur étendue, son élévation est la même dans tous, quelle que soit leur nature; ce qui prouve que déjà la petite couche qui s'attache à leur surface intérieure éloigne assez leurs particules du reste des colonnes liquides, pour que leur attraction sur elles devienne insensible. Alors l'ascension est égale dans tous les tubes, parce qu'elle est égale à ce qu'elle serait dans un tube d'égal diamètre formé par le liquide lui-même. Cette égalité tient, comme on voit, à une cause pareille à celle que nous avons observée dans l'adhésion des disques sur un liquide qui les mouillait.

Avant de chercher à nous former une théorie de ces phéno-

mènes, il faut apprendre à les observer avec exactitude. Servons-nous d'abord d'eau et de tubes de verre. Si nous plongeons un de ces tubes dans l'eau à diverses profondeurs, nous verrons que tantôt elle s'élève plus haut, tantôt plus bas. Cette variation pourrait tenir à des inégalités dans le diamètre intérieur du tube : mais ce n'en est pas la seule cause; car on l'observe encore dans des tubes d'un calibre parfaitement égal. Tels sont ceux dont je suppose que nous faisons usage. En observant avec attention le mouvement de la colonne d'eau, on s'aperçoit que sa surface supérieure, qui est toujours terminée par un menisque concave vers l'air, n'a pas constamment la même courbure; et, en général, on remarque que plus cette courbure est concave, plus la hauteur de l'eau au-dessus du niveau naturel est grande. Sans savoir en quoi cette courbure peut influer sur la hauteur, nous sommes conduits ainsi à reconnaître qu'il existe entre ces deux élémens un certain rapport. Alors nous devons présumer que le frottement de l'eau le long des parois sèches du tube peut, par sa résistance, s'opposer à ce qu'elle prenne toujours une courbure égale, et, par suite, l'empêcher de s'élever à une égale hauteur. Le seul moyen de prévenir ces variations, sera donc de commencer par mouiller parfaitement la surface intérieure du tube, afin que l'eau s'y élève librement et sans aucune résistance, comme elle ferait dans un tube d'eau, si on en pouvait former un. En effet, cette précaution a tout le succès qu'on en pouvait attendre; l'eau, à une même température, s'élève toujours à une hauteur parfaitement égale dans un même tube, lorsque ce tube est mouillé.

Cet inconvénient n'a pas lieu pour l'alcool, soit qu'il mouille mieux le verre, soit que ses particules glissent les unes sur les autres et sur le verre avec plus de facilité. Néanmoins, il peut être bon de plonger d'abord le tube dans l'alcool même, afin de mouiller parfaitement sa surface intérieure, avant d'y observer la hauteur à laquelle l'alcool doit s'y élever. On conçoit aisément que les autres liquides exigent de pareilles précautions.

Pour connaître avec précision le diamètre intérieur de chaque

tube, nous commencerons par le peser vide. Nous le peserons ensuite, après y avoir introduit une certaine quantité de mercure qui s'y allongera en un cylindre dont nous nommerons la longueur l. L'excès de la seconde pesée sur la première nous fera connaître le poids P du mercure employé. Or, en nommant r le rayon du tube, et π le rapport de la circonférence au diamètre, le volume de cette quantité de mercure dans le tube était

$$\pi r^2 l.$$

Soit m le poids d'un millimètre cube de mercure, à la température où l'on opère; m est donnée par les formules de la page 409. Alors si r et l sont aussi exprimées en millimètres, le produit $\pi m r^2 l$ exprimera le poids du volume de mercure $\pi r^2 l$. Puisque ce poids est connu et égal à P, on aura l'égalité

$$m \pi r^2 l = \mathrm{P}, \quad \text{d'où} \quad r = \sqrt{\frac{\mathrm{P}}{\pi m l}}.$$

Comme le nombre m est peu considérable, lorsque l'on prend le gramme pour unité, il faut l'employer avec un assez grand nombre de décimales. Tel est le moyen le plus exact de mesurer les diamètres des tubes, et c'est aussi celui que M. Gay-Lussac a employé.

Mais maintenant comment faire pour observer avec exactitude la hauteur de la colonne élevée? A cet égard, rien n'est plus exact et plus commode que l'appareil imaginé par M. Gay-Lussac, et décrit dans la fig. 92. ABCD est un large vase cylindrique de verre qui renferme le liquide. A sa base, sont trois vis qui servent à le caler, de manière que son orifice A B devienne parfaitement horizontal; ce dont on s'assure en y posant un niveau. Le tube capillaire T S H dont on veut se servir pour l'expérience, est retenu dans une coulisse C C perpendiculaire à une lame plane ab, que l'on pose sur l'orifice A B du vase. Par ce moyen, le tube est maintenu dans une position verticale, et il ne reste plus qu'à mesurer la hauteur de la colonne liquide H S qui s'y élève au-dessus du niveau N N. Pour cela, M. Gay-Lussac emploie une règle divisée R R, qui peut aussi être rendue verticale au moyen de deux vis calantes, et le long de laquelle, par un mouvement de vis, on fait monter et des-

cendre parallèlement à elle-même une lunette d'un court foyer (1). On vérifie la verticalité de la règle au moyen d'un fil à plomb P F. La lunette est munie à son intérieur d'un micromètre représenté à part en MM, et composé de deux fils très-fins qui se croisent à angle droit sur son axe. On fait mouvoir la lunette jusqu'à ce que le fil horizontal FF du micromètre devienne tangent à la convexité inférieure du sommet de la colonne liquide, et on lit sur la division RR le point où elle est alors fixée. Il faut maintenant déterminer le point H de la colonne auquel répond le niveau naturel. Pour cela, on pousse la plaque *a b*, de manière que le tube TH vienne se ranger le long des bords du vase ; et, sans le retirer, ce qui changerait la quantité et par conséquent le niveau du liquide, on fait descendre à sa surface une tige verticale *tt'* qui se pose de même sur l'orifice du vase au moyen d'une traverse perpendiculaire *a' b'*. Cette tige peut monter et descendre dans la traverse, par un mouvement de vis. On se sert de ce moyen pour faire descendre la pointe inférieure *t*, jusqu'à ce qu'elle touche le niveau N du liquide, sans faire autre chose que l'effleurer. Quand ce contact est bien reconnu, on enlève une petite portion de l'eau du vase, ce qui se fait à l'aide d'une petite mesure M suspendue au bout d'un fil de fer. Alors l'extrémité inférieure *t* de la tige se trouve au-dessus du liquide d'une petite quantité. On peut donc l'observer aussi avec la lunette. Mais, comme celle-ci, à laquelle on n'a pas touché, se trouve encore au niveau du sommet de la colonne, on la fait descendre le long de la règle, jusqu'à ce que l'extrémité inférieure *t* de la tige réponde au centre *o* des fils du micromètre ; et la longueur ainsi parcourue sur la division de la règle donne précisément la hauteur de la petite colonne liquide HS, mesurée depuis sa base H jusqu'au point le plus bas S de sa concavité.

Il reste maintenant à mesurer la forme et les dimensions du petit menisque qui termine la colonne. D'abord, dans les expériences faites avec des tubes très-étroits, on pourrait négliger

(1) Quoique nous n'ayons pas encore donné la théorie des lunettes, on peut les employer d'une manière purement expérimentale, comme des instrumens qui rendent la vision plus nette et plus distincte.

ce menisque, dont le poids serait alors extrêmement petit par rapport à celui de la colonne élevée ou abaissée. Mais on peut pousser plus loin l'approximation, relativement aux tubes cylindriques, en remarquant que dans ceux de ces tubes où le liquide se meut librement, la forme du menisque est exactement ou à très-peu de chose près une demi-sphère tangente aux parois intérieures du tube. On peut reconnaître cela aisément, soit à la seule inspection de cette surface, d'après sa régularité, soit par des mesures micrométriques. Le menisque a encore une forme circulaire quand le liquide s'élève ou s'abaisse entre deux plans parallèles, et il est également tangent à ces plans, lorsqu'ils sont complètement mouillés. Nous pourrons donc, dans ces circonstances, calculer avec toute l'exactitude possible le volume total de la colonne élevée ou abaissée, et lorsque ces évaluations précises nous auront prouvé la justesse de la théorie, on pourra, relativement aux autres formes de tubes, se borner à calculer approximativement le volume de la colonne liquide d'après sa hauteur moyenne, telle qu'elle est donnée par le procédé de M. Gay-Lussac.

Après avoir donné le moyen de faire ces expériences avec exactitude, et d'en tirer des données précises, il faut nous former une théorie qui nous permette de les comparer entre elles dans les différens cas. Nous y parviendrons en analysant avec soin les forces diverses qui agissent sur le liquide, et en nous appuyant sur ce principe d'expérience que ces forces n'ont d'effet sensible qu'à des distances très-petites. C'est ce qu'a fait M. Laplace dans sa belle Théorie des phénomènes capillaires. Nous allons exposer ici la méthode de raisonnement sur laquelle elle est fondée.

Imaginons un tube quelconque prismatique et vertical TH, fig. 93, dont les côtés soient perpendiculaires à la base. Supposons que ce tube soit attaché fixément aux parois d'un vase solide, et qu'il plonge par sa base dans un liquide dont la nature soit telle qu'il s'élève dans l'intérieur du tube au-dessus de son niveau naturel HH'. Si nous considérons d'abord une petite colonne liquide située dans l'axe même du tube, à une distance sensible

de ses parois intérieures, il est clair que cette petite colonne ne peut pas être supposée soutenue par l'attraction immédiate des parois; car nous avons prouvé que cette attraction n'est pas capable de produire un effet appréciable à une si grande distance. Il faut donc que la petite colonne soit soutenue par l'attraction des autres colonnes liquides qui l'environnent. En effet, nous avons trouvé que les molécules des liquides exercent ainsi des attractions les unes sur les autres. Celles-ci, à leur tour, seront donc retenues par l'attraction des colonnes plus éloignées, jusqu'à ce qu'enfin de proche en proche nous arrivions assez près du tube pour que l'attraction de la matière qui le compose soit sensible, et contribue immédiatement à l'élévation des lames qui la touchent. Nous sommes ainsi amenés à voir qu'en dernier résultat l'élévation de toutes les colonnes liquides est produite par l'attraction du tube pour le liquide, et du liquide sur lui-même; d'où l'on comprend que l'ascension doit s'arrêter lorsque le poids total des colonnes élevées balance la résultante de toutes les attractions qui tendent à les élever davantage. Cherchons à analyser exactement les diverses forces qui concourent à cet effet.

D'abord nous pouvons simplifier cette recherche, en profitant de ce principe d'hydrostatique, que, si une masse fluide est en équilibre avec une certaine figure, on peut mener à travers cette masse un canal de figure quelconque, et les molécules que ce canal renferme étant considérées à part, devront aussi être en équilibre en vertu des forces qui agissent sur elles. A l'aide de ce principe, nous pouvons d'abord isoler en quelque sorte celle des parties du liquide que nous devons faire entrer en considération dans notre problème. Pour cela, prolongeons par la pensée les parois intérieures du tube TH à travers la masse même du liquide. Formons ainsi un second tube idéal HT′, qui soit d'abord vertical comme le premier, mais qui ensuite se recourbe horizontalement, et enfin reprenne la direction verticale T″H′ en conservant toujours dans toute son étendue la même figure et la même largeur.

Puisque, par hypothèse, les parois intérieures de ce second

tube n'ont absolument aucune épaisseur, elles ne produiront aucune attraction, ni aucune répulsion sur les molécules liquides, et par conséquent cette supposition n'altérera nullement les circonstances du problème; mais elle aura cet avantage qu'elle le fera seulement dépendre des conditions ordinaires de l'équilibre des fluides pesans dans un canal; conditions dont l'application est extrêmement simple, et n'exige pour ainsi dire que la connaissance des forces par lesquelles le fluide est sollicité.

Essayons donc d'en faire ici l'analyse, et pour la rendre plus facile encore, remarquons que, d'après la manière dont nous avons considéré l'adhérence des colonnes liquides les unes pour les autres, nous pouvons considérer le liquide élevé dans le tube T H comme ne formant qu'une seule masse pesante, dont le poids total doit être soulevé par la résultante de toutes les forces attractives, sans que les molécules fluides qui le composent se séparent, précisément comme si ces molécules étaient unies et solidifiées par la congélation.

Cela posé, si nous considérons tout le fluide pesant contenu dans le canal T H T′ T″ H′, comme étant ainsi isolément en équilibre, en vertu des forces qui l'animent, nous aurons d'abord pour condition générale de cet équilibre, que les pressions totales exercées sur les deux extrémités S et H′ de la colonne fluide soient égales entre elles. En vertu de cette condition, si la pesanteur seule sollicitait les molécules fluides dans toute l'étendue du canal, le niveau devrait être le même dans les deux branches. Mais il s'élève plus haut dans la première branche T H T′; il faut donc que l'excès de pression qui en résulte soit détruit par les attractions verticales du tube solide T H et du fluide même sur la colonne contenue dans cette première branche. Analysons avec soin ces attractions diverses, et considérons d'abord celles qui sollicitent la portion de la masse fluide située sous le tube T H, dans le prolongement de sa direction.

Ce tube étant supposé vertical et droit, sa base est horizontale. Ainsi la colonne fluide qui forme son prolongement H T′ est attirée verticalement en bas; 1°. par elle-même; 2°. par le fluide extérieur qui environne le tube idéal H T′. Mais ces

deux attractions sont équilibrées par les attractions semblables qu'éprouve le fluide contenu dans la seconde branche verticale T'' H' du canal idéal; on peut donc en faire abstraction ici. Le fluide H T' est encore attiré verticalement en haut par la colonne fluide H S contenue dans le tube réel placé au-dessus de lui. Mais cette attraction est détruite par l'attraction qu'il exerce à son tour de haut en bas sur cette colonne. On peut donc encore faire abstraction de ces deux forces égales et opposées. Enfin le fluide H T' est attiré verticalement en haut par la matière solide du tube réel T H. Il en résulte dans ce fluide une force ascensionnelle verticale que nous désignerons par Q, et qui contribue à détruire l'excès de pression exercée sur lui par la colonne H S, élevée dans le tube réel au-dessus du niveau extérieur.

Examinons présentement les forces qui animent le fluide contenu dans le tube réel T H. Ce fluide éprouve dans sa partie inférieure les attractions suivantes : 1°. il est attiré par lui-même; mais les attractions réciproques d'un corps ne lui impriment aucun mouvement, s'il est solide; et l'on peut, sans troubler la pression verticale, concevoir le fluide du tube T H consolidé; 2°. ce fluide est attiré en bas par la colonne liquide contenue dans le tube inférieur H T'; mais on vient de voir qu'il attire à son tour cette colonne de bas en haut, avec une force égale, et que ces deux attractions se détruisent comme étant produites par des masses finies et de même nature; il est donc inutile d'en tenir compte; 3°. le fluide T H est encore attiré en bas par le fluide inférieur qui environne le tube idéal H T'; et de cette attraction il résulte une force verticale dirigée vers le bas, et que nous désignerons par — Q'; nous lui donnons le signe — pour indiquer que sa direction est contraire à celle de la force Q. Ces deux forces Q et Q' seraient égales entre elles si la matière du tube T H était de même nature que le fluide. Car quoique l'épaisseur de la masse fluide, qui environne le tube idéal T H', et qui attire en bas la colonne supérieure avec la force — Q', puisse être indéfiniment étendue, tandis que l'épaisseur des parois du tube réel, qui attire en haut la colonne

inférieure H T′, soit limitée, cependant, comme la nature de ces attractions est de n'être sensible qu'à des distances très-petites, on voit que l'épaisseur des parois du tube TH pourrait être aussi augmentée indéfiniment sans qu'on changeât d'une quantité appréciable les attractions qu'il exerce sur la colonne H T′; et voilà pourquoi ce tube attire la colonne, comme ferait une masse de même nature, d'une étendue infinie. Donc, si la matière du tube était la même que celle du fluide, les deux attractions + Q et — Q′ se compenseraient exactement; et en général leur inégalité ne tient qu'à la différence d'intensité qui existe entre les actions des particules qui composent le tube et le fluide. Si l'on pouvait présumer que les attractions des matières de nature diverse sont toutes exprimées par une même fonction de la distance, sans autre modification qu'un coefficient constant ϱ, ϱ', qui pourrait alors servir de mesure à leur intensité, les attractions de deux particules attirantes, également éloignées d'une même molécule attirée, seraient proportionnelles à ϱ, ϱ', et cette proportionnalité aurait encore lieu pour des masses de figures semblables attirant une molécule semblablement placée. Dans ce cas, les forces + Q et — Q′ seraient proportionnelles aux intensités des attractions exercées par le tube sur le fluide, et par le fluide sur lui-même.

4°. Enfin le fluide T H est encore soulevé par une autre force; c'est l'attraction verticale qu'exerce sur lui la matière du tube dans lequel il est renfermé. En effet, concevons ce fluide partagé en une infinité de colonnes verticales parallèles entre elles et infiniment minces. Si, par l'extrémité supérieure d'une de ces colonnes, on mène un plan horizontal, la partie du tube comprise entre ce plan et la surface de niveau H H′, ne produira aucune force verticale sur la colonne, parce que son effet se compensera de lui-même pour la tirer en sens contraire par les deux extrémités. Il n'y aura donc de force verticale active que celle qui sera due à la partie du tube supérieure au plan, et il est visible que l'attraction verticale de cette partie du tube sur la masse entière H S, sera la même que celle du tube entier sur la colonne inférieure H T′, qui est égale en diamètre, et semblablement placée, dans le tube idéal situé sous le premier. La force

verticale totale, produite par l'attraction du tube réel sur le fluide qu'il renferme, sera donc encore égale à $+ Q$. Ainsi en réunissant toutes les attractions verticales qu'éprouve le fluide renfermé dans la première branche verticale HT du canal, on aura une résultante verticale dirigée de bas en haut, et égale à $2 Q - Q'$. Cette force doit balancer l'excès de pression produit par le poids de la colonne fluide élevée au-dessus du niveau naturel. Soit donc V le volume de cette colonne, D sa densité, g la pesanteur; $g D V$ sera son poids; et l'on aura

$$g D V = 2 Q - Q'.$$

Ceci nous montre d'abord que le volume V doit toujours être de même signe que la quantité $2 Q - Q'$. Ainsi, selon que cette quantité sera positive, nulle ou négative, le niveau intérieur surpassera le niveau extérieur, ou l'égalera, ou s'abaissera au-dessous de lui.

Maintenant l'action n'étant sensible qu'à des distances imperceptibles, le tube matériel HT n'agit sensiblement que sur des colonnes extrêmement voisines de ses parois; on peut donc faire abstraction de la courbure de ces parois, et les considérer comme étant développées sur un plan. Alors la force Q sera proportionnelle à la largeur de ce plan, ou ce qui revient au même, au contour de la base intérieure du tube. Ainsi, en nommant C ce contour, on aura $Q = \varrho C$; ϱ étant une constante qui pourrait représenter l'intensité de l'attraction de la matière du premier tube sur le fluide, dans le cas où les attractions des différens corps seraient exprimées par la même fonction de la distance; mais qui, dans tous les cas, exprime une quantité dépendante de l'attraction de la matière du tube, et indépendante de sa figure et de sa grandeur. On aura pareillement $Q' = \varrho' . C$, ϱ' exprimant, par rapport à l'attraction du fluide sur lui-même, ce que nous venons de désigner par ϱ, relativement à l'attraction du tube sur le fluide; on aura donc ainsi

$$g D V = (2 \varrho - \varrho') C.$$

Cette condition est comme on voit une conséquence nécessaire de la nature et de l'opposition des forces diverses qui sollicitent le fluide. Elle a lieu nécessairement si le fluide est en équilibre; et réciproquement il faudra qu'il soit en équilibre si elle a lieu,

puisque la pression sera alors égale dans les deux branches du canal que nous avons imaginé. Elle renferme donc en elle seule tout le résultat de l'action des forces qui agissent dans ce genre d'expérience. Aussi, en la développant, nous allons en voir découler tous les phénomènes de manière à pouvoir les prédire exactement. Commençons par les tubes cylindriques, dans lesquels la colonne liquide est terminée par une demi-sphère.

Soit r le rayon intérieur d'un de ces tubes, fig. 94, et h la hauteur de la colonne fluide H S, mesurée depuis le niveau extérieur N N jusqu'au point le plus bas S du ménisque qui la termine. Si l'on désigne par π le rapport de la circonférence au diamètre, le contour de la base de cette colonne sera $2\pi r$. La surface de cette même base sera πr^2, et le volume de la portion cylindrique de la colonne, depuis H jusqu'en S, sera $\pi r^2 h$. Pour avoir son volume total, il faut lui ajouter celui du ménisque qui la termine. Or, celui-ci est égal au cylindre qui aurait pour base πr^2, et pour hauteur r, moins la demi-sphère qui a pour rayon r. L'expression du volume du ménisque sera donc

$$\pi r^3 - \frac{2\pi r^3}{3}, \quad \text{ou simplement} \quad \frac{\pi r^3}{3}.$$

Ainsi le volume total V de la colonne liquide élevée dans le tube, aura pour valeur $\pi r^2 h + \frac{1}{3}\pi r^3$. De plus, le contour C de sa base sera $2\pi r$; substituant ces valeurs dans notre équation générale entre V et C, elle deviendra

$$g\,\mathrm{D}\left(\pi r^2 h + \frac{\pi r^3}{3}\right) = (2\varrho - \varrho').2\pi r,$$

ou simplement en divisant tout par πr

$$r\left(h + \frac{r}{3}\right) = 2\,\frac{(2\varrho - \varrho')}{g\,\mathrm{D}};$$

formule applicable à tous les tubes cylindriques où le fluide est terminé par une demi-sphère. Suivons-en les conséquences.

D'abord, si nous comparons entre eux des tubes de même nature, plongés dans un même fluide, à une température constante, les quantités ϱ, ϱ', $g\,\mathrm{D}$ seront les mêmes pour tous ces

tubes, et le second membre de l'équation sera constant. En le représentant par A, nous aurons

$$r\left(h+\frac{r}{3}\right)=\mathrm{A}, \quad \text{d'où} \quad h+\frac{r}{3}=\frac{\mathrm{A}}{r}.$$

Si le tube est extrêmement étroit, la hauteur h de la colonne liquide sera très-grande, relativement au rayon de sa base. Dans ce cas, à moins que les expériences ne soient très-précises, la petite quantité $\frac{1}{3}r$ se confondra avec les erreurs des observations, et l'on trouvera que les hauteurs moyennes h sont réciproquement proportionnelles aux diamètres intérieurs des tubes. C'est aussi ce que les physiciens avaient depuis long-temps annoncé.

Mais au moyen des expériences de M. Gay-Lussac, nous pouvons soumettre la formule à une épreuve plus délicate. En observant l'ascension de l'eau dans les tubes de verre, par la méthode que nous avons décrite, ce physicien a trouvé les résultats suivans :

Diamètre des tubes en millimètres. $2r$.	Élévation de l'eau en millimètres jusqu'au point le plus bas de sa concavité. h.	Température.
1,29441	23,1634	8°,5
1,90381	15,5861	

Il faut nous servir de la première observation pour calculer la constante A, et ensuite nous emploierons cette constante pour calculer l'élévation h dans le second tube, d'après la formule. On a ainsi

$$\mathrm{A}=0{,}647205\,(23{,}1634+0{,}215735)=15{,}1311.$$

Alors, pour le second tube, la formule donne

$$h=\frac{\mathrm{A}}{r}-\frac{r}{3},$$

et en mettant pour r sa valeur 0,951905, on trouve

$$h=15^{\text{mm}},8956-0^{\text{mm}},3173=15^{\text{mm}},5783.$$

Cette valeur ne diffère de la valeur observée que de $0^{mm},0078$; quantité tout-à-fait négligeable. On voit que l'influence du terme $\frac{r}{3}$ ou $0^{mm},3173$ est très-sensible dans ces expériences, puisqu'elle est quarante ou cinquante fois plus grande que l'erreur qu'elles comportent.

Appliquons encore notre formule à l'alcool. M. Gay-Lussac a obtenu avec ce liquide les résultats suivans :

Diamètres des tubes en millimètres. $2r$.	Élévation de l'alcool en millim. jusqu'au point le plus bas de sa concavité. h.	Température.
1,29441	$9^{mm},18235$	8°5
1,90381	6, 08397	

Les tubes étaient les mêmes qui avaient servi pour l'eau. La pesanteur spécifique de l'alcool employé était 0,81961 à la température de 8°,5.

La première expérience étant employée pour déterminer A, nous donne

$$A = 0,647025\,(9^{m},18235 + 0,215735) = 6^{mm},0825\,;$$

c'est la valeur de A pour cet alcool. De là on tire pour le second tube

$$h = \frac{A}{r} - \frac{r}{3},$$

et en mettant pour A sa valeur

$$h = 6^{mm},38981 - 0^{mm},3173 = 6^{mm},0725.$$

Résultat qui s'accorde parfaitement avec l'observation.

Modifions maintenant notre formule générale de manière à l'appliquer à l'élévation du fluide entre deux lames planes et très-étendues, éloignées l'une de l'autre à la distance δ, fig. 95. Dans ce cas, lorsque les plans sont de nature à être mouillés par le liquide, on peut considérer le prisme liquide qui s'y élève comme terminé par un cylindre horizontal, dont le diamètre

est δ, et dont la longueur est égale à celle des plans, que nous désignerons par a. A la vérité, en agissant ainsi, on néglige la courbure du fluide aux deux extrémités de ce cylindre, mais on peut le faire lorsque les plans sont supposés indéfiniment étendus; et, dans tous les cas, cela revient à appliquer la formule seulement aux portions de sa surface, qui sont assez éloignées des extrémités des plans pour être sensiblement cylindriques. D'après ces conventions, nous pouvons calculer aisément le volume du liquide élevé; car d'abord, depuis le niveau extérieur H jusqu'au sommet S du ménisque, nous aurons un parallélipipède rectangulaire dont le contour horizontal sera $2a + 2\delta$, la surface de la base $a\delta$, et le volume $a\delta h$. Ensuite, le ménisque liquide sera égal au petit prisme rectangulaire dont la base est $a\delta$, et la hauteur $\frac{1}{2}\delta$, moins le volume du demi-cylindre circulaire dont la longueur est a et le rayon est $\frac{1}{2}\delta$. Le volume de ce ménisque aura donc pour expression

$$\frac{a\delta^2}{2} - \frac{a\pi\delta^2}{.8}, \text{ ou simplement } \frac{a\delta^2}{2}\left(1 - \frac{\pi}{4}\right);$$

ainsi le volume total V du liquide sera

$$V = a\delta h + \frac{a\delta^2}{2}\left(1 - \frac{\pi}{4}\right).$$

De plus, C étant le contour total de la base, on a

$$C = 2a + 2\delta.$$

En substituant ces valeurs dans notre équation générale de la page 448, il vient

$$gD\left[a\delta h + \frac{a\delta^2}{2}\left(1 - \frac{\pi}{4}\right)\right] = 2(2\varrho - \varrho')(a + \delta);$$

ou, en divisant tout par agD,

$$\delta\left[h + \frac{\delta}{2}\left(1 - \frac{\pi}{4}\right)\right] = \frac{2(2\varrho - \varrho')}{gD}\left(1 + \frac{\delta}{a}\right).$$

Si l'étendue des plans est excessivement grande, comparativement à leur distance, $\frac{\delta}{a}$ pourra être regardé comme insensible;

ce qui est une de nos conventions précédentes. On aura alors

$$\delta\left[h+\frac{\delta}{2}\left(1-\frac{\pi}{4}\right)\right]=\frac{2(2\varrho-\varrho')}{gD}.$$

La quantité $\frac{2(2\varrho-\varrho')}{gD}$ est précisément celle que nous avons nommée A, relativement aux tubes cylindriques. En l'introduisant ici, nous aurons

$$\delta\left[h+\frac{\delta}{2}\left(1-\frac{\pi}{4}\right)\right]=A,$$

ce qui donne

$$h+\frac{\delta}{2}\left(1-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{A}{\delta}.$$

Si la distance δ des plans entre eux est extrêmement petite, le terme $\frac{\delta}{2}\left(1-\frac{\pi}{4}\right)$ devra se confondre aisément avec les erreurs des expériences, à moins que celles-ci ne soient extraordinairement précises. Alors on croira que les hauteurs moyennes h sont égales à $\frac{A}{\delta}$, et par conséquent réciproques aux distances des plans; c'est, en effet, ce que les physiciens avaient généralement annoncé.

De plus, comme la valeur de h, dans les tubes cylindriques, est, à très-peu de chose près, exprimée par $\frac{A}{r}$, A étant le même pour les plans que pour les tubes, s'ils sont de même nature, on voit que l'élévation du fluide entre deux plans éloignés l'un de l'autre à la distance δ, est la même que dans un tube cylindrique dont le rayon serait δ. C'est, en effet, ce que les physiciens avaient aussi remarqué.

Mais en appliquant la formule aux expériences de M. Gay-Lussac, nous pouvons lui laisser toute son exactitude. Ce physicien a observé l'élévation de l'eau entre deux glaces bien planes, et disposées parallèlement l'une à l'autre, à une très-petite distance. Pour cela, il les séparait par quatre brins de fil de fer très-fin et passé à la filière. Ces quatre brins avaient été coupés consécutivement dans un même morceau, afin que

leur épaisseur fût plus égale. Pour connaître cette épaisseur, on plaçait un grand nombre de ces fils les uns à côté des autres, et l'on mesurait la somme de leurs diamètres. On obtiendrait aujourd'hui plus d'exactitude en mesurant directement l'épaisseur des fils par le *sphéromètre*, instrument que nous décrirons par la suite; mais il n'était pas connu alors. M. Gay-Lussac a trouvé ainsi les résultats suivans :

DISTANCE des plans en millimètres. δ.	ÉLÉVATION de l'eau en millim. jusqu'au point le plus bas de la concavité. h.	TEMPÉRATURE.
1,069	13,574	16°

Pour calculer cette expérience, tirons la valeur de h de notre formule, nous aurons

$$h = \frac{A}{\delta} - \frac{\delta}{2}\left(1 - \frac{\pi}{4}\right);$$

et, en mettant pour A la valeur trouvée plus haut par les expériences faites dans des tubes, il viendra

$$h = 15^{mm},1544 - 0^{mm},2401 = 13^{mm},9143.$$

Cette valeur diffère très-peu de l'observation; mais elle s'en rapprochera davantage encore, si l'on fait attention que l'expérience employée pour déterminer A, était faite à la température de 8°,5, tandis que celle que nous calculons ici est faite à 16°. En passant de la première température à la seconde, le liquide se dilate, et son action sur lui-même devient plus faible. M. Laplace démontre, en général, que, dans le même tube, l'élévation d'un même fluide est proportionnelle à sa densité. Or, d'après les formules que nous avons données dans le chapitre XX, il est facile de voir qu'en prenant pour unité la densité de l'eau à + 8°,5, sa densité à 16° est 1,00088. Ainsi pour ramener l'élévation h observée entre deux plans à la température de 8°,5, il faut la multiplier par ce nombre; ce qui l'augmente de 0,022, et par conséquent la porte à $13^{mm},596$. Alors elle est plus faible que le calcul de $0^{mm},318$; mais proba-

blement elle s'en rapprocherait encore davantage, si l'intervalle des glaces eût pu être mesuré avec la même précision que le diamètre des tubes; d'ailleurs la nature semblable ou différente du verre ne pouvait y avoir aucune influence, puisque les plans, comme les tubes, avaient été parfaitement mouillés.

Les épreuves auxquelles nous venons de mettre cette formule sont assez délicates et assez rigoureuses, pour qu'on puisse la regarder comme exacte. Mais en l'admettant, et en voyant même qu'elle représente très-bien les phénomènes, on ne peut pas y découvrir nettement la liaison qui existe entre l'élévation ou l'abaissement du liquide et la concavité ou la convexité de sa surface. Pour découvrir ce dernier rapport, il faut envisager l'action capillaire sous un autre point de vue, où l'on fasse entrer en considération la nature des forces qui agissent près de la surface de la colonne liquide, et qui déterminent sa forme et sa hauteur.

Lorsqu'un liquide en repos prend naturellement une surface horizontale, on doit concevoir que ce liquide exerce sur lui-même une action propre, indépendante de la pesanteur terrestre, action qui tend à faire entrer les molécules de la surface dans l'intérieur du fluide, et qui produirait réellement cet effet, sans la résistance qui résulte de l'impénétrabilité. Or, lorsque l'eau s'élève dans un tube capillaire, elle ne prend point à sa surface une figure plane, elle affecte celle d'un ménisque concave fort approchant d'une demi-sphère. Dans cet état, elle exerce encore sur les particules de sa surface une action perpendiculaire de dehors en dedans. Mais cette action est-elle égale à celle qui résulterait d'une surface plane? C'est ce qu'il est nécessaire de savoir pour connaître les conditions de l'équilibre, et c'est aussi ce que M. Laplace a commencé par examiner.

Il y parvient au moyen des méthodes exposées dans sa *Mécanique céleste*, pour calculer les attractions des sphéroïdes. Il prouve d'abord qu'un corps terminé par une sphère, ou par une portion de sphère d'une étendue sensible, exerce sur les molécules de sa surface, et de dehors en dedans, une action différente de celle du plan : cette action est moins forte, si la

surface est concave vers le dehors, comme lorsque l'eau s'élève dans des tubes de verre. Elle est au contraire plus forte, si la surface est convexe, comme lorsque le mercure s'abaisse dans un tube qui n'est pas parfaitement desséché. La différence de ces forces est la même dans les deux cas. Elle est réciproque au rayon de la sphère, et toujours très-petite comparativement à l'action du plan. Pour avoir une idée de la cause qui la produit, on peut se représenter la colonne terminée par une surface concave HST, fig. 96, comme un corps terminé par un plan *hSh*, au-dessus duquel est placé un ménisque T*hSh*T, concave vers l'air; et la colonne terminée par une surface convexe TST, fig. 97, comme un corps terminé par un plan *hh*, moins un ménisque semblable concave vers le bas. Or, d'après le calcul, l'attraction de ce ménisque additionnel est toujours la même et tend toujours à soulever en haut la colonne fluide, de quelque côté qu'il tourne sa concavité. Mais, dans le premier cas, il faut retrancher son effet de celui du plan, pour avoir l'action du fluide sur lui-même, de dehors en dedans et de haut en bas; au lieu que, dans le second cas, il faut l'ajouter à l'action du plan sur lui-même, puisque n'étant pas occupé par le fluide, il en résulte une diminution dans la force ascensionnelle que le plan produisait. Par conséquent, il en résulte une augmentation dans la force attractive du fluide sur lui-même, puisque celle-ci est opposée à la précédente.

Si la surface n'est pas sphérique, son action sur elle-même est encore composée de deux termes, dont l'un représente l'action du plan; l'autre, selon qu'il est négatif ou positif, celle du ménisque concave ou convexe. Ce second terme, toujours très-petit par rapport au premier, est la demi-somme des actions de deux sphères qui auraient pour rayons le plus grand et le plus petit rayons osculateurs de la surface, au point de la surface fluide que l'on considère. D'après cette loi, M. Laplace détermine aisément l'équation différentielle partielle qui exprime la nature de la surface; et, en l'intégrant convenablement par des approximations appropriées à chaque circonstance, il en déduit

la forme de cette surface et l'action du fluide sur lui-même.

Il résulte de cette analyse, que le terme qui exprime l'action du ménisque sur la colonne fluide placée au centre d'un tube capillaire, est presque exactement réciproque au rayon intérieur du tube.

En partant de ces données, fournies par le calcul, rien n'est plus facile que d'expliquer l'élévation ou l'abaissement des liquides dans les tubes capillaires. En effet, commençons par le premier cas, qui suppose un ménisque concave, et reprenons la construction déjà employée dans la première méthode; imaginons un canal infiniment étroit et de figure quelconque, qui, partant du point le plus bas du ménisque, traverse le tube et se replie par-dessous, de manière à venir se terminer à la surface libre du fluide. Pour que celui-ci soit en équilibre, il faut qu'il y ait équilibre dans le petit canal. Or, ce dernier est pressé à ses deux orifices par deux forces inégales; l'une, à l'orifice libre, est l'action d'un corps terminé par une surface plane; l'autre, dans l'intérieur du tube capillaire, est celle du même corps terminé par une surface concave : cette dernière est par conséquent plus faible. Il est donc impossible que l'équilibre subsiste dans cet état, et il faut nécessairement, pour qu'il ait lieu, que le liquide s'élève dans le tube capillaire, jusqu'à ce que le poids de la petite colonne soulevée compense ce qui manque à l'action attractive par l'effet de la concavité de la surface. La différence de ces actions est en raison inverse du diamètre du tube; la hauteur de la petite colonne suivra donc aussi le même rapport, ce qui est conforme à l'expérience. On a vu, par la première méthode, que cette proportionnalité n'est pas tout-à-fait exacte; mais la différence échappe à la première approximation que fournit la considération de la courbure des surfaces dont nous faisons usage ici.

Si la surface fluide était convexe au lieu d'être concave, les résultats seraient contraires. Dans ce cas, M. Laplace a démontré que son action serait plus forte que celle du plan, toujours dans le rapport inverse du diamètre du tube. Par conséquent, si l'on suppose qu'un liquide affecte cette forme dans un tube capillaire, en reprenant tous les raisonnemens que nous venons

de faire, avec cette seule modification, on verrait que le petit canal curviligne est encore pressé à ses deux orifices d'une manière inégale, plus fortement du côté de la surface convexe, que du côté de la surface horizontale. D'où il suit que, pour l'équilibre, le fluide devra s'abaisser dans le tube où l'action est la plus forte, afin que cette dépression produise une différence de niveau qui puisse compenser la faiblesse de la force opposée. L'abaissement du fluide sera donc comme la différence des deux forces, c'est-à-dire, réciproque au diamètre du tube; et c'est ce qui arrive, en effet, lorsque le fluide ne peut pas mouiller le tube et s'attacher à ses parois, comme lorsqu'on plonge un tube de verre dans l'eau, après l'avoir un peu enduit de graisse dans son intérieur, ou lorsqu'on plonge dans du mercure un tube de verre qui n'est pas parfaitement desséché. Dans ces circonstances, la surface du fluide, intérieure au tube, prend une forme convexe, et le fluide s'abaisse au-dessous de son niveau, à très-peu de chose près, en raison inverse du diamètre du tube. Mais si on ôte l'obstacle qui empêchait le verre et le fluide d'adhérer l'un à l'autre, alors celui-ci prend la forme concave et monte au-dessus du niveau. Cela arrive même pour le mercure, lorsqu'il est bien sec et qu'on y plonge un tube dont la surface intérieure a été dépouillée de toute humidité. Tels sont, par exemple, les tubes barométriques dont on a exactement chassé l'air et les vapeurs, en y faisant bouillir le mercure à plusieurs reprises. Sur quoi l'on peut remarquer qu'une seule ébullition ne suffit pas pour cela; et les baromètres ordinaires le prouvent, puisque le mercure y conserve encore la forme convexe.

Le caractère distinctif de cette théorie, c'est de faire tout dépendre de la forme de la surface. La nature du corps solide et celle du fluide ne font que déterminer la direction des premiers élémens, de ceux où le fluide touche le corps solide; car c'est là seulement que s'exerce sensiblement leur mutuelle affinité. Ces directions une fois données, sont toujours les mêmes pour le même fluide et pour la même matière, quelle que soit la figure des corps qui en sont faits, par exemple, pour des tubes et pour des plans; mais au-delà de ces premiers élémens, et hors de la sphère d'activité sensible du corps solide, la direction des autres élé-

mens et la forme de la surface sont uniquement déterminées par l'action du fluide sur lui-même.

Toutes les causes qui, en agissant sur la surface intérieure du tube, peuvent changer la direction des premiers élémens, doivent donc aussi changer la courbure de la surface liquide, et par suite l'élévation du fluide. Ceci explique l'abaissement de l'eau dans les tubes enduits de graisse à l'intérieur, l'élévation du mercure dans les tubes secs, et son abaissement dans les tubes humides. Le frottement peut aussi produire des effets analogues, et M. Laplace en cite des exemples : ces effets se conçoivent très-bien d'après sa théorie ; et, au lieu d'être irréguliers et bizarres comme ils paraissent d'abord, ils sont au contraire assujettis à des lois certaines, et peuvent se prévoir exactement.

On a vu par la première méthode que l'élévation des liquides entre deux plaques parallèles, est la moitié de ce qu'elle est dans des tubes d'un diamètre égal à la distance des plaques. La cause qui détermine ce rapport se découvre aisément par la théorie que nous venons d'expliquer. En effet, dans les tubes, l'action de la surface concave ou convexe sur la colonne soulevée, est la moitié de l'action des deux sphères qui auraient pour rayons le plus grand et le plus petit rayons osculateurs de la surface, au point le plus bas. Si le tube s'aplatit dans un sens, le rayon de courbure correspondant augmente ; enfin il devient infini, lorsque le tube se change en deux plans parallèles. La première partie de l'attraction de la surface, qui était réciproque à ce rayon, disparaît donc par l'effet de ce changement ; il ne reste plus que le terme dépendant de l'autre rayon osculateur, et l'action attractive se trouve ainsi réduite de moitié. Tel est le résultat simple et rigoureux donné par la théorie de M. Laplace.

Cette théorie explique également, et avec la même simplicité, tous les autres phénomènes capillaires sans exception. Ainsi l'ascension de l'eau dans des cylindres concentriques, ou dans les tubes coniques, la courbure qu'elle affecte lorsqu'elle adhère à un plan de verre, la forme sphérique que prennent naturellement les gouttes de liquides, la marche d'une goutte de fluide entre deux glaces peu inclinées, la force qui pousse les uns vers

les autres les corps flottans sur la surface des liquides, l'adhésion des disques plans avec cette même surface, adhésion quelquefois si forte, qu'il faut un poids très-notable pour les détacher, etc.; tous ces effets si variés se déduisent de la même formule, non d'une manière vague et conjecturale, mais calculés avec leurs valeurs numériques, et ils acquièrent ainsi des rapports qu'on ne leur connaissait pas.

Nous ne pouvons pas entrer ici dans tous les détails des calculs analytiques par lesquels la théorie se modifie et se transforme, pour ainsi dire, de manière à s'approprier à tant de phénomènes si divers; mais du moins nous allons tâcher de faire concevoir quelques-unes de ses applications.

Quand on tient une colonne d'alcool suspendue verticalement à un tube de verre, il se forme une goutte convexe à la partie inférieure du tube, et un ménisque sphérique concave à l'autre extrémité de la colonne. La goutte, en vertu de sa forme sphérique, tend à soulever la colonne dans l'intérieur du tube; le ménisque, par sa succion, tend à l'élever dans le même sens d'une égale quantité. La somme de ces deux efforts est donc double de ce que produirait la succion du ménisque seul, si le tube plongeait dans le fluide par son extrémité inférieure. Aussi l'expérience donne-t-elle une colonne fluide deux fois plus grande dans le premier cas que dans le second.

Si la colonne introduite dans le tube excède cette limite, une partie tombe au-dehors, ou se répand sur l'extrémité inférieure du tube, le mouille et y forme une nouvelle goutte sphérique, dont le diamètre est égal à l'épaisseur de son contour extérieur. Alors la colonne fluide est soulevée en haut par cette goutte et par la succion du ménisque supérieur; aussi l'expérience apprend-elle que la longueur de cette colonne égale la somme de celles qui s'éleveraient dans deux tubes de verre, dont les extrémités inférieures plongeraient dans le même fluide, et dont l'un aurait pour diamètre le diamètre intérieur du tube, l'autre son diamètre extérieur.

De même, si l'on verse de l'alcool dans un siphon recourbé, dont l'une des branches soit capillaire, et l'autre fort large,

le fluide, dans la première, formera d'abord un ménisque concave, et s'élevera au-dessus du niveau de l'autre branche autant, ou à très-peu près autant qu'il ferait si la petite branche plongeait immédiatement dans un fluide indéfini. En continuant à verser de l'alcool dans la grande branche, le même effet se produit dans la petite, et il se maintient jusqu'à ce que le fluide atteigne l'extrémité du tube. Alors la surface du ménisque devient de moins en moins concave ; par conséquent sa force de succion diminue, et avec elle diminue aussi la différence de niveau. Enfin la surface devenant tout-à-fait plane, le fluide se soutient dans les deux branches à la même hauteur. Mais si l'on continue de verser de l'alcool dans la branche large, il se produira à l'extrémité de la branche capillaire une goutte dont la convexité s'opposera à l'élévation du fluide. Celui-ci montera alors dans l'autre branche, et pourra s'y élever au-dessus du niveau, en vertu de la résistance de cette goutte, autant qu'il s'y était d'abord abaissé par l'effet de la succion du ménisque. En ajoutant encore un peu d'alcool, la goutte s'allonge, ne peut plus résister à la pression, et enfin elle crève par les côtés où sa courbure est moindre.

M. Laplace choisit ici l'alcool pour exemple, parce que sa fluidité qui paraît parfaite, permet aux phénomènes de se produire dans toute leur pureté, et sans que les causes qui les déterminent éprouvent d'obstacles sensibles. La même chose a lieu pour les autres liquides qui jouissent d'une fluidité égale, et M. Laplace est porté à croire qu'elle y est d'autant plus grande, qu'ils sont plus éloignés du terme de leur congélation. Mais pour les fluides visqueux, ou dans ceux qui, par leur peu d'éloignement du point de congélation, participent déjà en quelque chose des propriétés qu'ils auraient dans l'état solide, l'adhésion des molécules entre elles est un obstacle au mouvement des couches liquides; elles ne peuvent plus glisser les unes sur les autres avec assez de liberté pour obéir instantanément aux forces qui les sollicitent, et la résistance qui naît de ce frottement, auquel on ne saurait avoir égard dans le calcul, leur permet de prendre plusieurs états d'équilibres qui ne sont

point compris dans les formules construites sur les propriétés des fluides parfaits. C'est, par exemple, ce qui arrive avec l'eau ordinaire, et voilà pourquoi les expériences capillaires sont si difficiles à faire avec ce liquide, et présentent des irrégularités continuelles qu'on ne peut éviter qu'avec les plus grands soins. Ainsi, comme le remarque M. Laplace, la viscosité des liquides est une cause perturbatrice des effets capillaires, loin d'en être la cause, comme l'ont cru quelques physiciens.

Arrêtons-nous ici un moment pour remarquer avec quelle facilité tous ces phénomènes naissent les uns des autres, se développent par l'effet du calcul, et nous montrent enfin leurs rapports que nous n'aurions jamais soupçonnés, si cet admirable instrument ne nous y conduisait comme par une sorte de divination. Mais ce n'est pas tout, et ces résultats si curieux ne sont qu'un acheminement à d'autres plus curieux encore.

M. Laplace considère l'action d'un tube prismatique droit, plongé par son extrémité inférieure dans plusieurs fluides superposés. Cette recherche le conduit à déterminer le volume des fluides soulevés et la figure de leurs surfaces communes dans le tube, au point où ils se touchent. S'il n'y a que deux fluides, par exemple, l'eau et le mercure, et que le premier mouille parfaitement le tube, on peut, puisque l'action n'est sensible qu'à de très-petites distances, considérer celui-ci comme étant tout entier composé d'eau, et alors l'expérience montre que la surface du mercure est exactement une demi-sphère. De là résultent encore plusieurs autres théorèmes intéressans que nous sommes forcés de passer sous silence dans cet extrait; mais nous avons rappelé le précédent, parce qu'il offre par la suite une très-belle application. Toutes ces propriétés, tous ces théorèmes ont été vérifiés par des expériences très-précises faites par M. Gay-Lussac.

Un des résultats les plus satisfaisans de la théorie de M. Laplace, c'est l'explication des phénomènes que présentent deux petites lames verticales L H, L′ H′, fig. 98, suspendues parallèlement dans un fluide, à peu de distance l'une de l'autre. Lorsque ces lames sont de nature à être mouillées par le fluide, il s'élève entre elles, et elles font effort pour se rapprocher. On en voit la

ce qui est une de nos conventions précédentes. On aura alors

$$\delta\left[h+\frac{\delta}{2}\left(1-\frac{\pi}{4}\right)\right]=\frac{2(2\varrho-\varrho')}{gD}.$$

La quantité $\frac{2(2\varrho-\varrho')}{gD}$ est précisément celle que nous avons nommée A, relativement aux tubes cylindriques. En l'introduisant ici, nous aurons

$$\delta\left[h+\frac{\delta}{2}\left(1-\frac{\pi}{4}\right)\right]=A,$$

ce qui donne

$$h+\frac{\delta}{2}\left(1-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{A}{\delta}.$$

Si la distance δ des plans entre eux est extrêmement petite, le terme $\frac{\delta}{2}\left(1-\frac{\pi}{4}\right)$ devra se confondre aisément avec les erreurs des expériences, à moins que celles-ci ne soient extraordinairement précises. Alors on croira que les hauteurs moyennes h sont égales à $\frac{A}{\delta}$, et par conséquent réciproques aux distances des plans; c'est, en effet, ce que les physiciens avaient généralement annoncé.

De plus, comme la valeur de h, dans les tubes cylindriques, est, à très-peu de chose près, exprimée par $\frac{A}{r}$, A étant le même pour les plans que pour les tubes, s'ils sont de même nature, on voit que l'élévation du fluide, entre deux plans éloignés l'un de l'autre à la distance δ, est la même que dans un tube cylindrique dont le rayon serait δ. C'est, en effet, ce que les physiciens avaient aussi remarqué.

Mais en appliquant la formule aux expériences de M. Gay-Lussac, nous pouvons lui laisser toute son exactitude. Ce physicien a observé l'élévation de l'eau entre deux glaces bien planes, et disposées parallèlement l'une à l'autre, à une très-petite distance. Pour cela, il les séparait par quatre brins de fil de fer très-fin et passé à la filière. Ces quatre brins avaient été coupés consécutivement dans un même morceau, afin que

leur épaisseur fût plus égale. Pour connaître cette épaisseur, on plaçait un grand nombre de ces fils les uns à côté des autres, et l'on mesurait la somme de leurs diamètres. On obtiendrait aujourd'hui plus d'exactitude en mesurant directement l'épaisseur des fils par le *sphéromètre*, instrument que nous décrirons par la suite; mais il n'était pas connu alors. M. Gay-Lussac a trouvé ainsi les résultats suivans :

DISTANCE des plans en millimètres. δ.	ÉLÉVATION de l'eau en millim. jusqu'au point le plus bas de la concavité. h.	TEMPÉRATURE.
1,069	13,574	16°

Pour calculer cette expérience, tirons la valeur de h de notre formule, nous aurons

$$h = \frac{A}{\delta} - \frac{\delta}{2}\left(1 - \frac{\pi}{4}\right);$$

et, en mettant pour A la valeur trouvée plus haut par les expériences faites dans des tubes, il viendra

$$h = 14^{mm},1544 - 0^{mm},1147 = 14^{mm},0397.$$

Cette valeur diffère peu de l'observation; mais elle s'en rapprochera davantage encore, si l'on fait attention que l'expérience employée pour déterminer A était faite à la température de 8°,5, tandis que celle que nous calculons ici est faite à 16°. En passant de la première température à la seconde, le liquide se dilate, et son action sur lui-même devient plus faible. M. Laplace démontre, en général, que, dans le même tube, l'élévation d'un même fluide est proportionnelle à sa densité. Or, d'après les formules que nous avons données dans le chapitre XX, il est facile de voir qu'en prenant pour unité la densité de l'eau à + 16°, sa densité à 8°,5 est 1,00136. Ainsi pour ramener l'élévation h observée entre deux plans, à la température de 8°,5, il faut la multiplier par ce nombre; ce qui l'augmente de 0,018, et par conséquent la porte à $13^{mm},592$. Alors elle est plus faible que le calcul de $0^{mm},4477$; mais proba-

propre poids. C'est ce que l'expérience faite par M. Gay-Lussac a encore confirmé ; et c'est tellement la présence de l'eau qui en est la cause, que sans l'interposition de ce liquide, l'adhésion du disque de verre pour le mercure s'élevait dans ces expériences jusqu'à 296 grammes, et pouvait aller jusqu'à 400.

Enfin la dernière application que M. Laplace donne de sa belle théorie, c'est la recherche de la figure d'une large goutte de mercure répandue sur un plan de verre horizontal. La forme de cette goutte, son épaisseur, l'inclinaison de ses bords, dépendent de l'action du fluide sur lui-même et sur le plan qui le soutient. On peut donc les calculer sur les mêmes principes ; et les résultats, comparés de même avec des expériences de M. Gay-Lussac, présentent l'accord le plus parfait. La même méthode donne la dépression du mercure dans de larges tubes, comme ceux des baromètres, et les valeurs qui en résultent s'accordent parfaitement avec celles que MM. Cavendish et Gay-Lussac ont trouvées par l'expérience. Tel est le fondement de la table rapportée page 90.

Cette force attractive, sensible seulement à de petites distances, et d'où dérivent les phénomènes capillaires, est la véritable source des affinités chimiques. Seulement, dans les phénomènes capillaires, elle ne se montre point dans toute son étendue ; elle n'y paraît que par ses différences, et en raison des variations que produit sur elle la différente courbure des surfaces par lesquelles les corps sont terminés ; au lieu que dans les affinités chimiques, c'est l'attraction propre, et en quelque sorte individuelle des molécules, qui agit pleinement avec toute son énergie. En développant cette idée profonde, M. Laplace a été conduit à considérer les trois états des corps, la solidité, la liquidité, l'état aériforme, précisément comme nous l'avons fait dans le chapitre XII, d'après l'ensemble des propriétés qui les caractérisent. En voyant des phénomènes si divers conduire et converger pour ainsi dire vers les mêmes conséquences, on ne peut guère se refuser à croire que ces conséquences sont conformes à la nature, et nous expliquent la véritable constitution des corps.

CHAPITRE XXIII.

De l'Élasticité.

Les expériences que nous avons jusqu'à présent faites, nous ont montré les corps comme des assemblages de molécules matérielles extrêmement petites, maintenues en équilibre entre deux forces, savoir une affinité mutuelle, qui tend à les réunir, et un principe répulsif, qui est probablement le même que celui de la chaleur, et qui tend à les écarter. Quoique ces molécules soient si petites que nous ne puissions absolument pas observer leur forme, nous avons cependant découvert qu'étant placées à de certaines distances les unes des autres, elles exercent des attractions diverses selon les côtés par lesquels elles se présentent. Ces différences sont surtout devennes sensibles lorsque les corps liquides s'approchaient de l'état solide, et on en voit aussi l'effet dans les cristaux où les molécules s'arrangent et s'adaptent les unes aux autres d'une manière particulière, toujours constante pour chaque substance. Comme nous avions d'ailleurs remarqué que les forces attractives, qui produisent l'affinité, ne sont sensibles qu'à des distances très-petites, circonstance que la théorie des phénomènes capillaires a mise dans l'évidence la plus parfaite, nous avons été conduits, en généralisant ces idées, à considérer les divers états d'un même corps comme des passages successifs, déterminés par les rapports qui existent entre l'intensité du principe répulsif qui écarte ses particules, et celle de l'affinité qui les retient. Si les molécules du corps se trouvent placées à des distances telles que l'affinité réciproque des particules soit insensible, le principe répulsif agit seul sans être contre-balancé. Alors les molécules font effort pour se fuir les unes les autres. Elles se fuient en effet quand elles ne sont pas retenues par des obstacles extérieurs; ou, si elles sont retenues par de pareils obstacles, elles font effort pour les repousser. Dans ce cas, la substance est aériforme. Même, si on

connaissait la manière dont le principe répulsif agit sur les particules, on devrait pouvoir en conclure que la pression exercée par un gaz contre les parois du vase qui le renferme est, à température égale, réciproque au volume qu'on lui fait occuper. Mais si nous ne pouvons nous élever jusqu'à établir théoriquement cette conséquence, du moins nous voyons que quelle que soit la nature du principe répulsif, s'il est vrai que son action soit seule sensible dans les gaz, leur résistance à la compression doit être la même pour tous, quelle que soit la nature de leurs particules; ce qui est conforme à l'observation. Maintenant concevons ces particules placées à des distances beaucoup plus petites les unes des autres, à des distances telles que l'affinité qui les attire soit en équilibre avec le principe répulsif qui les écarte, nous aurons un autre état des corps. Cet état peut être tel que l'affinité des particules s'exerce sans que les modifications de cette affinité, qui dépendent de la figure des particules, soient encore sensibles; car nous avons dit que quelle que soit la loi de l'affinité, l'effet de ces modifications doit s'affaiblir avec la distance beaucoup plus rapidement que la force principale. Alors les molécules s'attireront de la même manière, quelle que soit leur position relative autour de leur centre de gravité. Les caractères permanens de cet état doivent donc être une mobilité parfaite des particules, résultante de leurs attractions toujours semblables, et une grande résistance à la compression produite par l'effort du principe répulsif devenu beaucoup plus considérable que dans les gaz. C'est le cas des corps liquides. Enfin, si l'on conçoit les particules amenées à des distances plus petites encore, non-seulement leur force principale d'affinité, mais encore les modifications de cette force, dépendantes de leur figure, pourront devenir sensibles. Alors, si les molécules sont amenées graduellement à ces distances, en conservant la liberté de se mouvoir, elles se tourneront, et se disposeront de manière à se joindre, ou plutôt à s'approcher les unes des autres par les côtés où elles s'attirent davantage, du moins lorsqu'elles auront de pareils côtés; et par cette disposition générale et régulière, elles formeront un corps solide

cristallisé. Mais ces positions d'équilibre pourront n'être pas les seules qui constitueront la solidité. Car si des circonstances étrangères, par exemple, l'agitation des particules ou un refroidissement rapide, les empêchent de prendre ces dispositions favorables au maximum de leur attraction, elles seront forcées de s'approcher par d'autres côtés, de se présenter les unes aux autres dans d'autres situations où l'influence de leur figure pourra encore être sensible, quoique différente de ce qu'elle était dans le cas d'un arrangement libre et spontané; ce sera donc l'état des substances solides non cristallisées.

Mais par une conséquence de cet arrangement, et par cela même que la disposition des particules qui peut produire un pareil équilibre n'est pas unique, il s'ensuit qu'en soumettant le corps solide à des forces mécaniques telles que des pressions, des chocs brusques, on pourra, du moins dans certaines substances, forcer les particules à se présenter les unes aux autres par des côtés différens, sans détruire pour cela leur état de solidité. On peut même concevoir cette action extérieure tellement irrégulière, qu'elle agisse diversement sur les particules diverses d'un même corps, qu'elle les tourne dans des sens différens, et qu'elle aille enfin jusqu'à séparer tout-à-fait quelques-unes d'entre elles, sans déplacer sensiblement les autres. Tel est le cas des corps solides que l'on frappe, que l'on brise avec un marteau, ou que l'on broie avec un pilon. Mais si les forces qui agissent de cette manière sont conduites avec intelligence, et si la nature de la substance permet à ses particules divers états d'équilibre solide, le corps pourra acquérir ainsi des formes et des propriétés nouvelles; il pourra s'étendre en lames, se tirer en fils, s'arrondir en vase. Il pourra acquérir à sa surface plus de dureté. Tel est le cas de certains métaux qui peuvent s'aplatir au laminoir, s'allonger à la filière, se modeler ou se durcir sous le marteau. Dans ces cas divers, on sent que pour forcer les particules à changer leurs positions d'équilibre, il faut nécessairement une certaine force. Les expériences montrent que cette force, pour produire un effet sensible et permanent, doit excéder pour chaque substance, et pour chaque état de cette

substance, une limite déterminée; en sorte que si la force est moindre que cette limite, la particule sur laquelle elle agit ne change pas sa position d'équilibre. Elle s'en écarte seulement un peu, tandis que la force agit sur elle; mais dès qu'elle est abandonnée à elle-même, elle revient à son premier état d'équilibre et à sa position primitive, par une suite d'oscillations. Cette propriété constitue ce que l'on appelle l'*élasticité des corps*. Elle serait parfaite dans un corps dont les particules résisteraient ainsi au déplacement, quelle que fût la force qui agit sur elles, et reviendraient toujours à leur première position d'équilibre, après en avoir été écartées momentanément. C'est le cas d'une lame de verre qui, après avoir été pliée, revient absolument sur elle-même jusqu'à un certain degré de courbure où elle se rompt. Ainsi, tant qu'on ne va pas jusqu'à lui donner cette courbure, les particules qui la composent ne changent pas leurs points d'adhésion, et l'élasticité est parfaite. Mais l'élasticité sera imparfaite, si les particules, en même temps qu'elles oscillent, ne sont pas ramenées par leurs oscillations, précisément à la même position d'équilibre qu'elles avaient d'abord. C'est le cas d'une lame de fer qui, après avoir été courbée, ne revient pas tout-à-fait à la même direction. Enfin, l'élasticité sera nulle ou insensible, si les molécules, déplacées par la plus petite force, ne montrent aucune tendance pour revenir à leur première position; c'est le cas d'une lame mince de plomb, qui, étant pliée, reste dans la position qu'on lui donne. Dans tous les cas, on voit que l'élasticité doit être absolument distinguée de la cohésion, puisque celle-ci est la force absolue avec laquelle les particules adhèrent les unes aux autres, au lieu que l'élasticité est la tendance qu'elles ont dans certains cas pour revenir à leur position primitive, lorsqu'une impulsion extérieure et passagère les en a momentanément écartées d'une quantité extrêmement petite, et moindre que la distance à laquelle leur figure aurait une influence différente sur le mode ou l'intensité de leur agrégation.

Je vais maintenant prouver ces considérations par l'expérience. Si, contre la coutume que j'ai adoptée dans le reste de

cet ouvrage, j'ai exposé d'abord les idées théoriques, c'est afin que l'on voie d'avance le but auquel les phénomènes vont nous conduire, et qui est assez éloigné pour ne pas être aperçu facilement. On doit d'ailleurs remarquer que toutes les considérations dont je viens de faire usage sont rigoureusement conformes aux lois de la mécanique et aux mouvemens que *peuvent* prendre des particules matérielles sollicitées à la fois par une force attractive dépendante de leur nature et de leur forme, par une force répulsive qui tend à les écarter, et par une impulsion étrangère qui tend à les déranger tant soit peu de leurs positions. Après avoir montré que les particules des corps *peuvent* prendre de tels mouvemens, il me reste à prouver qu'elles les prennent réellement, dans les circonstances que j'ai indiquées. Tel est l'objet des expériences que je vais rapporter.

Selon ce qu'on vient de voir, l'élasticité appartenant aux petites molécules qui composent les corps, il faut, pour l'étudier, que les molécules sur lesquelles on agit particulièrement, soient aussi libres qu'il est possible dans leurs mouvemens, et que ces mouvemens ne soient pas éteints par leur communication à de grandes masses. Il faut donc faire les expériences sur de petites parties des corps telles que des lames minces ou des fils très-fins. En conséquence, je considérerai d'abord l'élasticité avec laquelle les fils de métal, et en général les fibres des corps, reviennent sur eux-mêmes lorsqu'ils ont été tendus par des poids dans le sens de leur longueur, ou lorsqu'ils ont été tordus perpendiculairement à leur diamètre. Je considérerai ensuite la même propriété dans les lames ou dans les tiges formées de ces substances. Enfin j'examinerai ce qui se passe dans la réaction élastique d'un corps de figure quelconque.

Relativement à l'élasticité des fils dans le sens de leur longueur, je m'appuierai sur des expériences faites avec beaucoup de soin par S'gravesande, que l'on sait avoir été un physicien fort exact. L'appareil dont il a fait usage est représenté fig. 99. Le fil ou la lame que l'on veut éprouver est tendu horizontalement entre deux étaux fixes, et dont on ne serre les mâchoires qu'après avoir donné au corps élastique le degré

de tension que l'on veut atteindre; à quoi l'on parvient en le tirant par des poids ou des ressorts. Cela fait, si le fil ou la lame est très tendue et peu pesante, elle se tient sensiblement en ligne droite. Mais si l'on suspend à son milieu différens poids, ces poids la courbent d'autant plus qu'ils sont plus lourds, et lui donnent sensiblement la figure d'une ligne brisée A C B, dont le point le plus bas C, est celui auquel le poids est suspendu. Cette ligne brisée A C B est plus longue que la ligne droite A B; ainsi le fil s'allonge par l'action des poids. Mais on peut calculer la longueur A C B, quand on a observé la longueur de la flèche C *c*, et que l'on connaît aussi la distance des points d'appui A B. En retranchant cette dernière distance de A C B, on connaîtra l'allongement du fil ou de la lame. Nous verrons tout-à-l'heure comment on peut faire ce calcul; ne nous occupons ici que de la disposition de l'appareil. Il s'agit donc d'observer la flèche C *c*; et il faut le faire avec d'autant plus d'exactitude, qu'elle est toujours très-petite dans les expériences, parce qu'il faut d'abord que la tension du fil soit assez considérable pour qu'il revienne toujours à sa position primitive quand on enlève les poids, et ensuite parce que ces poids doivent toujours être fort petits par rapport à la tension, afin que l'état du fil ne soit pas altéré, et que l'élasticité puisse être considérée comme parfaite. S'gravesande mesure cette flèche par un appareil très-ingénieux. Avant d'attacher la lame ou le fil entre ses supports, il y suspend une petite pièce de cuivre O N, fig. 100, percée en O d'une petite ouverture à travers laquelle le fil ou la lame passe; à cette pièce est attaché un plateau de balance fort léger. Le fil ou la lame se courbe sous ce poids; mais pour rétablir l'équilibre, on y attache par le haut une petite chaîne F, semblable à celles que l'on emploie dans les montres. Cette chaîne s'enroule dans la gorge d'une poulie très-mobile R, où elle est attachée par son autre extrémité. La poulie a une autre gorge sur laquelle est enroulé en sens contraire un fil de soie portant à son autre extrémité un poids P, précisément égal au poids de la pièce O N, de son plateau, et de la portion de la chaîne qui est tendue dans l'état d'équilibre. Par cette disposition, la pièce O N ne pèse nul-

lement sur le fil ou la lame dont on veut observer l'élasticité, et par conséquent elle ne contribue point du tout à la flexion. Mais si l'on met différens poids dans le plateau de balance, ces poids n'étant plus équilibrés, fléchissent le corps élastique, tirent la chaîne F, tournent la poulie, et par suite font marcher une aiguille R L qui y est adaptée comme dans les hygromètres. Pour connaître la longueur de la flèche, il ne s'agit plus que de connaître ses rapports avec les divisions du cercle gradué que l'aiguille parcourt; c'est ce que l'on peut faire d'après les longueurs connues de l'aiguille et du rayon de la poulie. Mais pour plus de sûreté, on peut confirmer ces calculs par des observations directes, en ôtant le corps élastique, et élevant successivement le plateau P de diverses épaisseurs connues; à quoi l'on parviendra en le faisant d'abord toucher sur un plan fixe horizontal, et posant ensuite sur ce plan des lames d'une épaisseur connue. Ceci bien entendu, je passe aux expériences.

S'gravesande employa d'abord une corde métallique telle que celle dont on se sert dans les instrumens de musique. La longueur de cette corde, comprise entre les supports, était de trente-quatre pouces et demi, et cette longueur pesait vingt-quatre grains. Il lui donna successivement trois degrés de tension différens, en la fixant d'abord par une de ses extrémités M, et la tirant ensuite par l'autre avec des poids plus ou moins forts avant de serrer la vis V'. Cela fait, il mit dans le plateau de la balance des poids divers, d'abord une dragme, puis deux, puis trois, puis quatre, et à chaque fois il observait la division à laquelle s'arrêtait l'aiguille RL; d'où il concluait les longueurs des flèches, qui furent depuis $\frac{4}{100}$ jusqu'à $\frac{4}{10}$ de pouce.

Avant de rapprocher ces expériences, il faut, d'après les lois de la statique, nous composer des formules qui fassent connaître la tension et l'allongement de la corde ou de la lame, quand nous aurons mesuré la longueur F de la flèche C c, fig. 99, et le poids P suspendu en C. D'abord le point de suspension C pouvant glisser librement sur A C B, il est clair qu'il viendra toujours se placer au milieu de A C B, et que les tensions T des deux portions A C, C B seront égales entre elles, ainsi que leurs

longueurs que nous désignerons par R. De plus, la corde ou la lame est aussi tirée en bas par son propre poids, et quoiqu'ici ce poids soit extrêmement faible, comparativement à ceux qu'on y ajoute, il est clair qu'il augmente un peu le poids P. Pour avoir égard à cette circonstance, au moins par approximation, S'gravesande considère chacune des portions CA, CB comme une ligne droite, pesante, posée sur deux points d'appui A et C, B et C. Si ces droites étaient horizontales, chacun des points d'appui porterait la moitié de son poids, et par conséquent le point C chargé de deux de ces moitiés, supporterait la moitié du poids de la corde ou de la lame entière, c'est-à-dire, douze grains pour la corde dont S'gravesande faisait usage. Mais quoique les lignes CA, CB ne soient pas tout-à-fait horizontales, leur peu d'inclinaison, résultant de l'extrême petitesse de la flèche Cc, permet d'employer encore cette approximation. Alors le poids en C étant P, la force totale qui tend la corde sera $P + 12^{gr.}$ ou $P + 0,2$, en réduisant les douze grains en dragmes, car une dragme vaut 60 grains. Maintenant, quelle est la condition qui limite la flèche Cc, et à quel instant cesse-t-elle d'augmenter par l'action d'un poids donné? C'est lorsque la force tendante $P + 0,2$ est contre-balancée par la tension T des lignes AC, CB, décomposée suivant Cc. Or, pour effectuer cette décomposition par le calcul, il faut, selon les règles de la statique, multiplier la force T qui agit suivant AC ou CB, par le cosinus de l'angle qu'elle forme avec la direction Cc, suivant laquelle on la décompose. Ce cosinus est ici exprimé par $\frac{Cc}{AC}$ ou $\frac{Cc}{CB}$, c'est-à-dire, par $\frac{F}{R}$. En conséquence, $\frac{TF}{R}$ sera la résistance que la tension T de chacune des lignes AC, CB, produit dans la direction Cc; et l'équilibre aura lieu lorsque le poids tendant $P + 0,2$ sera égal à la somme de ces résistances, c'est-à-dire, quand on aura

$$\frac{2TF}{R} = P + 0,2, \quad \text{d'où l'on tire} \quad T = \frac{(P + 0,2)R}{2F}.$$

Il ne nous reste plus qu'à calculer R. Or, en nommant 2L la longueur primitive AB de la corde ou de la lame, ACc et BCc

seront des triangles rectangles, dans lesquels on aura l'hypothénuse R par la formule

$$R^2 = L^2 + F^2, \quad \text{d'où} \quad R = \sqrt{L^2 + F^2}.$$

Comme la flèche F est toujours extrêmement petite, relativement à la longueur L, du moins dans les expériences de S'gravesande, nous pouvons développer la valeur de R en une série extrêmement convergente, ordonnée suivant les puissances ascendantes de $\frac{F^2}{L^2}$; pour cela, il faut d'abord mettre l'expression de R sous la forme

$$R = L\left(1 + \frac{F^2}{L^2}\right)^{\frac{1}{2}};$$

puis, réduisant le radical en série, par la formule du binome, on trouvera

$$R = L + \frac{F^2}{2L} - \frac{F^4}{8L^3}.$$

Dans les expériences de S'gravesande, la longueur totale 2 L en pouces est 34,5, et la plus grande flèche $0^p,4$. Dans ce cas, on a

$$\frac{F^2}{2L} = 0{,}00463768 \qquad \frac{F^4}{8L^3} = 0^p{,}0000006234.$$

Le second terme est tout-à-fait inappréciable par l'observation; on peut donc se borner au premier, et prendre, en général, pour toutes les expériences $R = L + \frac{F^2}{2L}$. L'allongement total de la corde ou de la lame est égal à $2R - 2L$; ce sera donc $\frac{F^2}{L}$. Quand $F = 0{,}4$, sa valeur est 0,00927536.

L'expression précédente de R peut se mettre sous la forme

$$R = L\left(1 + \frac{F^2}{2L^2}\right).$$

En la substituant dans l'équation de l'équilibre entre T et P, il vient

$$T = \frac{(P + 0{,}2)^2 L}{2F}\left(1 + \frac{F^2}{2L^2}\right).$$

Dans le cas de la plus grande valeur de F, nous venons de trouver $\frac{F^2}{2L} = 0^{P},00463768$.

Divisant ce résultat par $L = 17,25$, nous aurons

$$\frac{F^2}{2L^2} = 0,0002688.$$

L'emploi de ce terme ne fera donc qu'augmenter la tension T d'une quantité égale à $\frac{26}{100000}$ de sa valeur calculée avec le seul facteur L ; l'effet sera le même que si l'on s'était trompé d'une fraction semblable sur l'évaluation du poids $P + 0,2$. Or, la plus grande valeur de ce poids dans les expériences, est de 86 dragmes ou 5160 grains, et les $\frac{26}{100000}$ de cette quantité feraient $1^{G},34$, quantité inappréciable dans des observations de ce genre. On voit donc qu'on peut négliger le terme $\frac{F^2}{2L^2}$ dans le calcul de T, et prendre simplement

$$T = \frac{(P + 0,2)L}{2F},$$

ou comme $L = \frac{34,5}{2} = 17,25$,

$$T = \frac{(P + 0,2)\ 8,625}{F}.$$

Maintenant les résultats des diverses expériences sont contenus dans le tableau suivant :

Degrés de tension donnés à la corde.	Poids suspendus, exprimés en dragmes. P + 0,2.	Longueur des flèches, observée en pouces. F.
Première tension.	3 36	0,04 0,40
Tension plus forte.	8 70	0,05 0,40
Tension encore plus forte.	8 86	0,04 0,40

On voit qu'il y a plusieurs séries d'expériences faites avec des tensions diverses. Quand une série était terminée, on desserrait les vis V V′ qui retenaient la corde, et on la tendait plus fortement qu'auparavant, soit en augmentant les poids qui servaient à la tirer, soit en tournant les vis auxquelles les extrémités étaient attachées. S'gravesande ne donne pas la mesure de ces tensions successives, mais nous les tirerons de l'expérience. Il dit seulement qu'elles étaient croissantes, et c'est ce que prouvent également les valeurs croissantes des poids employés pour avoir des flèches égales.

Dans chaque série, le premier poids employé est beaucoup plus petit que le second. Conséquemment la flèche est aussi beaucoup plus petite. S'gravesande remarqua qu'en général, lorsque la longueur de la flèche n'excédait pas 0P,04, les augmentations des flèches étaient proportionnelles aux accroissemens des poids, sans qu'on pût y apercevoir la moindre différence. Pour sentir les conséquences qui résultent de cette observation, mettons l'équation entre T et F, sous la forme suivante,

$$TF = (P + 0,2)\,8,625.$$

Supposons qu'elle s'applique à une flèche comprise entre 0 et 0,04. Pour toute autre flèche F′ comprise entre les mêmes limites, et produite par un poids P′, on aura de même

$$T'F' = (P' + 0,2)\,8,625.$$

Je donne aussi une autre désignation à la tension de la corde, parce qu'il n'est pas sûr qu'elle conserve la même tension T, lorsque la flèche change de longueur. Or, en retranchant ces deux équations l'une de l'autre, on en tire

$$T'F' - TF = (P' - P)\,8,625,$$

ou, ce qui revient au même,

$$T(F' - F) + (T' - T)F' = (P' - P)\,8,625;$$

d'où l'on tire

$$F' - F = \frac{(P' - P)}{T}\,8,625 - \frac{(T' - T)\,F'}{T}.$$

Le premier terme $\frac{(P'-P)}{T}$ 8,625 ne contient de variable que $P'-P$, c'est-à-dire, l'accroissement des poids, et il est proportionnel à cet accroissement. Le second, au contraire, varie avec la longueur F' de la flèche et avec les tensions T'. Or, d'après la proportionnalité observée par S'gravesande, ce second terme variable est absolument insensible dans les limites que nous avons fixées, c'est-à-dire, quand F est compris entre 0 et $0^p,04$. Il faut donc nécessairement qu'entre ces limites, le facteur $T'-T$ soit nul ou insensible, c'est-à-dire, que la tension T soit sensiblement constante, et par conséquent la même que dans le cas où la corde n'est tendue par aucun poids.

D'après cela, nous pouvons calculer les tensions primitives T, d'après les longueurs des flèches observées dans les premières expériences, en nous servant de l'équation

$$T = \frac{(P+0,2).8,625}{F}:$$

Tension initiale en dragmes.

1re série..... $T = \frac{3^d.8,625}{0,04} = 646^d,875$

2e série..... $T = \frac{8^d.8,625}{0,05} = 1380,000$

3e série..... $T = \frac{8^d.8,635}{0,04} = 1725,000.$

Voyons maintenant quelles seront les tensions dans les flèches plus grandes. Nous les connaîtrons par le moyen de la même formule; nous aurons ainsi pour la flèche $0^p,4$,

1re série... $T' = \frac{36.8,625}{0,4} = 776^d,25 = T + 129^d,375$

2e série... $T' = \frac{70.8,625}{0,4} = 1509,375 = T + 129,375$

3e série... $T' = \frac{86.8,625}{0,4} = 1854,375 = T + 129,375.$

On voit donc que, pour cette seconde flèche $0^p,4$, toutes les tensions initiales se sont trouvées augmentées de la même quan-

tité, savoir de $129^d,375$. S'gravesande dit avoir essayé beaucoup d'autres tensions qui lui ont toujours donné le même résultat. Dans tous ces cas, lorsque la flèche est devenue la même et égale à $0^p,4$, l'allongement total de la corde est le même aussi, et il est égal à $0^p,00927536$ pour la corde entière, comme nous l'avons trouvé plus haut. De là résulte cette conséquence importante.

Lorsqu'une corde métallique est tirée dans le sens de sa longueur par une force quelconque T, si on augmente cette force d'une certaine quantité t, le nouvel allongement produit par t sera toujours le même, quelle que soit la tension primitive T, pourvu toutefois que la force t soit assez petite pour qu'en la supprimant, la corde revienne exactement à la première longueur qu'elle avait sous la tension T.

Cette limitation que nous donnons ici au résultat, est nécessaire; car, dans les expériences de S'gravesande, la force t étant supprimée, la corde revenait toujours à sa direction primitive qui était sensiblement rectiligne; ainsi l'action de cette force n'y produisait qu'un allongement passager. Mais on conçoit qu'avec une force plus grande une corde métallique pourrait être allongée d'une manière permanente, en sorte qu'elle ne reviendrait plus à sa longueur primitive par la réaction de son élasticité. Dans ce cas, il s'y produirait un double effet composé de cette réaction et de l'allongement permanent dû au déplacement durable des particules. Nous le considérerons plus tard.

En ce moment, bornons-nous au cas où la réaction de l'élasticité peut être considérée comme parfaite. Alors les expériences que nous venons de calculer nous découvrent la loi suivant laquelle elle agit. En effet, concevons une corde métallique tirée d'abord par une force T quelconque, mais beaucoup plus faible que la limite qui peut altérer la constitution de la corde; puis, supposons qu'on y ajoute successivement une suite de petites forces t égales entre elles, et telles que leur somme jointe à la force primitive T soit encore au-dessous de la même limite, et voyons ce qui arrivera. D'abord la force primitive T agissant seule, donnera à la corde une certaine longueur que

je désignerai par L; ensuite, l'addition de la force t augmentera cette longueur d'une certaine quantité que je nomme l. La tension totale sera donc devenue $T+t$, et la longueur $L+l$. Ajoutant une nouvelle force t, la corde, d'après nos expériences, s'allongera encore d'une même quantité l, ce qui donnera la tension $T+2t$, en même temps que la longueur $L+2l$. En continuant ainsi d'ajouter des forces égales, les augmentations et les longueurs seront égales aussi, et l'on en formera ces deux séries :

Tensions.	Longueurs.
T	L
$T+t$	$L+l$
$T+2t$	$L+2l$
$T+3t$	$L+3l$
$T+4t$	$L+4l$;

d'où il résulte que les accroissemens des longueurs de la corde seront proportionnels aux accroissemens des tensions.

La force primitive T que nous avons prise pour point de départ est tout-à-fait arbitraire. Rien n'empêche de la supposer aussi petite que l'on voudra, de même que la force t. Alors on pourra faire remonter l'origine de la série jusqu'aux premiers accroissemens des longueurs de la corde, et par conséquent jusqu'aux premiers dérangemens des particules. On y trouvera toujours la même loi; c'est-à-dire, qu'ils sont proportionnels aux accroissemens des tensions. Ce résultat n'est point en contradiction avec celui que nous avons trouvé d'abord sur la constance de la tension T, dans les très-petites flèches. Car cette constance n'est point absolue; elle montre seulement qu'au-dessous de la valeur $F'=0{,}04$, le produit $\frac{(T'-T)F'}{T}$ est une fraction insensible à l'observation, et qui par conséquent peut être négligée dans la pratique, sans que pour cela elle soit nulle en toute rigueur.

Maintenant la corde étant tirée par la force $T+nt$, et amenée à la longueur $L+nl$, concevons qu'on supprime tout

à coup la force nt. Alors les molécules qui avaient été tirées de leurs positions primitives y seront ramenées par l'élasticité, puisque, dans cette limite de tension, la corde finit toujours par reprendre sa première longueur. Mais il est aisé de voir que ce mouvement ne peut se faire autrement que par une suite d'oscillations. Car la corde ne peut revenir à la longueur L qu'en passant par toutes les longueurs intermédiaires $L+(n-1)l$ $L+(n-2)l$ jusqu'à $L+(n-n)l$ ou L. Or, pour la ramener d'un de ces états au suivant, il faudra que la force attractive, qui fait revenir les particules sur elles-mêmes, les déplace précisément autant que l'avait fait la force t, c'est-à-dire qu'elle leur imprime successivement un nombre n d'impulsions dont les intensités soient égales entre elles et à t, jusqu'à ce qu'enfin elle réduise toute la corde à la longueur L. Mais alors les molécules sollicitées par les vitesses qu'elles ont acquises, ne pourront pas s'arrêter à ce point de repos; elles devront le dépasser et raccourcir la corde au-dessous de la longueur L. Même si elles n'éprouvaient dans leurs mouvemens aucune résistance, elles devraient la raccourcir ainsi autant qu'elle s'était d'abord allongée, c'est-à-dire, la ramener à la longueur $L-nl$, après quoi leurs vitesses étant épuisées, l'élasticité les ramenerait de nouveau à la longueur L, d'où elles passeraient à la longueur $L+nl$, en vertu de leur vitesse acquise, et ainsi de suite, en exécutant une succession infinie d'oscillations. Si les molécules éprouvent des résistances dans leurs mouvemens, l'étendue de ces excursions ira toujours en diminuant de plus en plus, jusqu'à ce qu'enfin elles soient sensiblement nulles; mais la loi de l'élasticité qui les produit sera toujours la même, c'est-à-dire, que la force de rétraction sera toujours proportionnelle à l'étendue de la traction. Par conséquent les oscillations des particules et de la corde entière seront toutes de même durée, quelle que soit leur étendue, puisque la force qui agit sur chaque particule matérielle sera toujours proportionnelle à l'espace qui lui reste à parcourir pour revenir à la position primitive d'équilibre de laquelle on l'a écartée.

S'gravesande a fait des expériences semblables sur les lames

élastiques, avec le même appareil. Il a employé une lame d'acier telle que celles qui servent à faire les ressorts de montre. La longueur de cette lame, comprise entre les points d'appui, était $34^{p},5$, comme dans l'expérience précédente ; et cette longueur pesait 67 grains, dont la moitié 33,5 doit être ajoutée au poids P que l'on place dans le plateau de la pièce O N. Cette quantité étant extrêmement petite dans les expériences, comparativement au poids P, S'gravesande s'est contenté de prendre $P + 30^{g}$, ou en dragmes $P + 0,5$, parce que 60 grains valent une dragme. Cela posé, voici quels furent les résultats donnés par l'observation :

Degrés de tension.	Valeur des poids en dragmes P + 0,5.	Longueurs des flèches, observées en pouces.
Première tension.	20 144	0,10 0,40
Tension plus forte.	32 192	0,10 0,40
Tension beaucoup plus forte.	64 430	0,07 0,40
Tension plus forte.	64 492	0,06 0,40

Ici, comme dans les fils métalliques, S'gravesande observa que, pour les flèches au-dessous de 0,04, les accroissemens des flèches étaient proportionnels aux accroissemens des poids ; d'où il suit qu'alors la variation de tension était insensible. Ainsi la première expérience de chacune de ces séries donnera la tension initiale de la lame. Cela posé, en calculant les tensions par la formule

$$T = \frac{(P + 0,5)\ 8,625}{F},$$

on trouve les résultats suivans,

	Tension initiale T,	Tension T pour la fleche o'4.	Accroissement de la tension T'—T.
1re série,	1725	3105	1380
2e série,	2760	4140	1380
3e série,	7885,71	9271,87	1386
4e série,	9200	10608,75	1408

Les nombres contenus dans la dernière colonne sont presque tous égaux entre eux, et à 1380; les petites différences qui se trouvent dans les deux dernières expériences ne feraient que des centièmes de dragme sur les poids P employés. Cet accroissement constant de tension répond ici, comme dans les cordes, à un accroissement constant de longueur égal à $0_p,00927536$.

Ainsi tous les résultats auxquels nous sommes parvenus pour les cordes élastiques, auront également lieu pour les lames. Si l'on part d'une tension et d'une longueur quelconque, des accroissemens égaux de tension produiront toujours le même accroissement de longueur, du moins tant que les forces qui tireront la lame n'altéreront point son élasticité. Pour les lames comme pour les cordes, la force de rétraction sera proportionnelle à la traction; et si l'on supprime les forces additionnelles qui sollicitaient la lame, les molécules reviendront à leur état primitif par une suite d'oscillations. En un mot, une lame ainsi tirée dans le sens de sa longueur, peut être assimilée exactement à un système de cordes de même nature et de même longueur, placées à côté les unes des autres parallèlement.

On peut encore étudier l'élasticité des fils métalliques sous un autre point de vue, en les tordant et mesurant l'effort qu'ils font pour revenir à leur situation primitive. En effet, lorsqu'on tord un pareil fil, on écarte nécessairement les particules qui le composent, comme on ferait en le tirant par un poids, excepté que le sens de la tension est différent. Par conséquent, si l'on supprime tout à coup la force qui avait servi à tordre le fil, les molécules, abandonnées à elles-mêmes, tendront à revenir à leur position primitive d'équilibre; et d'après la loi que nous avons reconnue dans les forces qui les y ramènent, elles

devront y revenir par une suite d'oscillations isochrones, qui détordront d'abord le fil, et le retordront ensuite en sens opposé, jusqu'à ce qu'enfin les frottemens intérieurs des molécules, ou plutôt les attractions qu'elles éprouvent en oscillant ainsi les unes parmi les autres, anéantissent le mouvement. Alors le fil entier se trouvera ramené à sa position primitive, du moins si la torsion a été seulement suffisante pour écarter momentanément ses particules, et non pour les déplacer d'une manière durable, en les faisant glisser les unes sur les autres et changeant leurs points d'attraction.

On conçoit combien l'examen de ce genre de phénomènes a d'intérêt pour la théorie de l'élasticité. Coulomb, l'un de nos plus habiles physiciens, a fait sur cet objet une très-belle suite de recherches, et il en a tiré un moyen parfait pour mesurer de très-petites forces, d'après la torsion qu'elles peuvent imprimer à un fil de métal donné. Je vais faire connaître ces résultats importans, et d'abord je rapporterai les expériences que Coulomb a faites pour déterminer la loi de la torsion dans ces fils.

Il en prend une longueur donnée, dont il attache l'extrémité supérieure à un obstacle fixe, et il suspend à l'autre un poids cylindrique, de manière que son axe soit vertical. Tant que le fil de suspension ne sera point tordu, le poids restera en repos; mais si l'on fait tourner le poids autour de son axe, le fil se tordra et fera effort pour se rétablir dans sa situation naturelle. Alors si l'on abandonne le poids, il oscillera plus ou moins de temps, suivant que la réaction élastique de torsion sera plus ou moins parfaite. Supposant que l'on observe avec soin la durée d'un certain nombre de ces oscillations, il sera facile de déterminer, par les formules du mouvement oscillatoire, la force de réaction de torsion qui les produit. Ainsi, en faisant varier le poids suspendu, la longueur des fils de suspension et leur grosseur, on peut espérer de déterminer les lois de la réaction de torsion, relativement à la tension, à la longueur, à la grosseur et à la nature de ces fils.

Si le fil de métal était parfaitement élastique, et que l'on fît

abstraction du frottement de l'air sur sa surface et sur celle du poids suspendu, celui-ci, une fois en mouvement, oscillerait jusqu'à ce qu'on l'arrêtât : la diminution des amplitudes des oscillations ne peut donc être attribuée qu'à la résistance de l'air, et à l'imperfection de l'élasticité de torsion ; ainsi, en observant la diminution successive de l'amplitude de chaque oscillation, et en retranchant la partie de l'altération qu'il faut attribuer à la résistance de l'air, on pourra encore, au moyen des formules du mouvement oscillatoire appliquées à ces expériences, déterminer suivant quelles lois la force élastique de torsion est altérée.

Considérons donc, fig. 101, un corps cylindrique pesant P, suspendu verticalement à un fil métallique S F, de manière que son axe se trouve exactement dans le prolongement du fil ; celui-ci est attaché par son extrémité supérieure S à un obstacle fixe. Attachons sous le cylindre une aiguille légère R L, qui fera partie de son poids et qui parcourra les divisions d'un cercle gradué, placé horizontalement sous le cylindre, et concentrique avec lui. Lorsque tout le système sera parvenu à l'état de repos, si l'on tord le fil d'un certain nombre de degrés, en tournant le cylindre sur lui-même autour de son axe, le déplacement de l'aiguille indiquera la grandeur de l'angle de torsion. Si l'on abandonne le fil à lui-même, l'aiguille mesurera encore par son mouvement l'étendue des oscillations du cylindre. Elle servira aussi à en observer les limites et le nombre avec facilité.

Pour trouver le rapport de ces mouvemens avec la force de torsion du fil, il faut examiner deux choses : 1°. la loi de la force avec laquelle le fil tend à revenir sur lui-même ; 2°. la manière dont cet effort se transmet au cylindre pour le faire tourner.

Commençons par la première question. Soit, fig. 102, A B le fil que nous supposerons cylindrique, suspendu en MB à son extrémité supérieure, et tendu par son propre poids. Avant qu'il soit tordu, marquons sur une de ses arêtes A M un certain nombre de points M M_1 M_2... très-rapprochés les uns des autres. Si l'on fait maintenant tourner la base du fil d'un angle quelconque A C X, les points qui se trouvaient en ligne droite

formeront sur sa surface une ligne courbe M m_1 m_2 m_3... et chacun d'eux fera effort pour revenir dans la verticale du point qui lui est immédiatement supérieure ; car c'est là sa position naturelle d'équilibre vers laquelle il est sollicité par la résultante des forces attractives qui constituent la solidité du fil et son élasticité. Ce que nous disons ici des points extérieurs doit également s'entendre de tous les points intérieurs du fil qui étaient primitivement situés dans une même verticale. Chacun d'eux fait effort pour revenir à sa première position par rapport aux points voisins. Ce qui les empêche de se rejoindre, c'est, d'une part, la fixité de la suspension qui retient la partie supérieure M B du fil, et de l'autre la force employée pour le tordre, laquelle devra être différente, selon la distance de son point d'application à la suspension fixe. Car si l'on voulait, par exemple, arrêter le fil en m_1, par le moyen d'un levier enfoncé à ce point dans sa substance, on n'aurait à vaincre que l'effort des parties du fil supérieures à m_1. Mais si on voulait l'arrêter en m_2, on aurait à vaincre l'effort de m_2 pour revenir à la verticale de m_1, et celui de m_1 pour revenir à la verticale de M ; enfin, si l'on n'agit qu'au point X le plus bas du fil, on devra soutenir l'effort de tous les points m_5 m_4... qui formaient originairement l'arête verticale A M.

A présent, supposons que l'on double l'angle A X, l'écart de chaque point autour de sa position primitive deviendra double, ainsi que sa distance à la verticale du point immédiatement supérieur. Or, d'après ce que nous avons déjà découvert sur la nature de l'élasticité, lorsque les molécules contiguës ont été très-peu écartées les unes des autres, leur tendance pour revenir sur elles-mêmes et reprendre leurs positions d'équilibre est proportionnelle à la quantité dont elles en sont écartées. Ainsi l'effort de chaque point m_1 m_2 m_3 pour se remettre dans la verticale du point immédiatement supérieur sera double de ce qu'il était dans la première expérience ; et en général, la force totale de torsion qui en résultera sera proportionnelle à l'arc total de torsion A X. Pour exprimer clairement cette proportionnalité, décrivons autour du fil une cir-

conférence concentrique ab dont le rayon soit égal à l'unité de longueur, et sur laquelle nous mesurerons les arcs de torsion. Concevons de plus qu'on maintienne le fil tordu, en appliquant une force horizontale perpendiculairement à l'extrémité d'un des rayons de cette circonférence, et représentons cette force par n lorsque l'arc de torsion est lui-même égal à l'unité de longueur; alors pour tout autre arc de torsion X, exprimé en fonction de la même unité, la force qu'il faudra employer pour tenir le fil en équilibre sera nX.

Si l'on voulait exprimer l'arc de torsion en degrés, on pourrait également le faire; car puisque la demi-circonférence, qui se trouve ici représentée par le nombre π, vaut 180°, si l'on représente par X° un nombre de degrés quelconque, l'arc correspondant X sera proportionnellement $\frac{\pi X^\circ}{180^\circ}$, et par conséquent la force nécessaire pour retenir le fil sera exprimée par

$$\frac{\pi n X^\circ}{180^\circ}.$$

Enfin, si l'on voulait que cette force fût appliquée perpendiculairement à l'extrémité d'un levier d'une longueur égale à R au lieu de l'être à l'extrémité du rayon 1, il faudrait la réduire dans le rapport de 1 à R, de sorte qu'elle deviendrait

$$\frac{\pi n X^\circ}{180 . R}.$$

Cette formule nous sera d'une fréquente utilité.

Puisque ce fil, tordu de l'angle X, peut être retenu par une force nX appliquée perpendiculairement à l'extrémité du rayon 1, ou par une force $\frac{n X}{R}$ appliquée de même à l'extrémité du rayon R, il s'ensuit réciproquement que ce sont là les forces totales avec lesquelles le fil, en se détordant, presserait un point matériel placé aux distances 1 ou R de son axe, et lié avec lui par un bras de levier inflexible et sans masse. Ainsi, en supposant ce point abandonné à l'action du fil, et libre de prendre le mouvement de circulation qu'elle lui imprimerait, on voit qu'il serait

sollicité à chaque instant par une force de torsion proportionnelle à X, c'est-à-dire à l'arc qui lui resterait à décrire pour arriver à sa situation naturelle de repos. Partant donc d'abord du plus grand écart où son mouvement commence, sa vitesse ira d'abord en augmentant par les impressions successives de la torsion $\frac{nX}{R}$, jusqu'à ce que l'arc X soit nul. Alors la torsion étant nulle, le mobile dépassera ce point en vertu de sa vitesse précédemment acquise; après quoi la force de torsion renaissant en sens contraire, à mesure qu'il s'en écarte, tendra à l'y ramener, et affaiblira ainsi peu à peu sa vitesse, qui, si la réaction d'élasticité est parfaite, se trouvera enfin tout-à-fait détruite lorsqu'il aura décrit un arc égal à son écart primitif. Alors il se retrouvera exactement dans les mêmes circonstances où il était à l'instant de son départ de l'autre côté de la ligne de repos. Il recommencera donc à revenir vers cette ligne de la même manière, et il exécutera ainsi une succession infinie d'oscillations dont les amplitudes seront égales, abstraction faite de la résistance de l'air. De plus, les forces qui le ramènent vers sa position naturelle d'équilibre, étant toujours proportionnelles au trajet qui lui reste à parcourir pour y arriver, il s'ensuit que ses oscillations seront toutes de même durée, quelle que soit leur amplitude; car c'est un résultat général de mécanique, que tous les mouvemens produits par des forces assujetties à cette loi jouissent de la propriété du tautochronisme. En effet, si l'on nomme M la masse du mobile que nous supposons n'être qu'un point matériel, R sa distance constante à l'axe du fil, et T le temps d'une de ses oscillations, on trouve par les règles de la mécanique

$$T = \pi \left(\frac{R^2 M}{n}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

Quoique ce cas soit purement idéal, sa discussion nous sera pourtant fort utile, parce qu'elle nous conduit au cas réel où la masse à mouvoir est un corps de figure quelconque. Il est en effet évident que la force de torsion du fil répartie entre tous

les points de cette masse, pousse chacun d'eux exactement, comme nous venons de le dire, avec la seule différence de l'affaiblissement produit par sa répartition. Mais de quelque manière que cette répartition se fasse, la somme de toutes les pressions équivaudra toujours à la seule force n X appliquée perpendiculairement à l'extrémité du rayon 1; de sorte qu'en ne supposant point au système de vitesse acquise, on retiendrait encore comme tout-à-l'heure le fil et la masse mobile par le seul emploi de la force n X appliquée perpendiculairement à l'extrémité du rayon 1, ou d'une force $\frac{n\,X}{r}$ appliquée de même à un point quelconque de la masse, dont la distance à l'axe serait r. Passant de là au mouvement, on voit que si tous les points de cette masse étaient libres, chacun d'eux suivrait les lois que nous venons de trouver pour un seul point matériel; seulement la constante n serait différente, parce qu'au lieu d'être sollicitée par toute la force de réaction du fil, il le serait uniquement par la petite portion de cette force qu'il obtient dans sa répartition. Mais comme tous ces points sont liés entre eux d'une manière invariable, en vertu de la solidité du corps suspendu au fil, il arrive que chacun d'eux partage le mouvement de tous les autres comme il leur fait partager le sien; les plus lents retardent les plus rapides, et de là résulte un mouvement commun qui s'opère par compensation. Appelons M la masse totale du corps, et dm celle d'un de ses élémens dont la distance à l'axe du fil soit r; désignons par $S\,r^2\,dm$ la somme de tous les élémens du corps, respectivement multipliés par les carrés de leur distance à l'axe du fil. Cela posé, on trouve par les règles de la mécanique que le mouvement du corps est exactement le même que si toute sa masse était concentrée en un seul point matériel dont le carré de la distance à l'axe du fil serait $\frac{S\,r^2 dm}{M}$; c'est-à-dire pour lequel on aurait

$$R^2 = \frac{S\,r^2 dm}{M}.$$

De sorte qu'en substituant cette valeur à la place de R^2, dans la

formule trouvée tout-à-l'heure, le temps T d'une oscillation entière sera

$$T = \pi \left(\frac{S r^2 d m}{n}\right)^{\frac{1}{2}},$$

et la durée de ces oscillations sera encore indépendante de leur amplitude.

La quantité $S r^2 d m$ s'obtient par les règles du calcul intégral, quand on connaît la forme du corps suspendu. C'est ce que l'on appelle son *moment d'inertie*, relativement à l'axe, d'où l'on compte les distances r.

Si le corps est un cylindre circulaire dont l'axe soit vertical et coïncide avec le prolongement du fil, en nommant M sa masse, et a le rayon de sa circonférence, on trouve

$$S r^2 d m = \frac{M a^2}{2},$$

et par conséquent on a alors

$$T = \pi \left(\frac{M a^2}{2 n}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

C'est le cas des expériences de Coulomb que nous allons discuter.

Quand on n'a pas à sa disposition un pareil cylindre, on peut se servir d'une longue aiguille très-mince, telle qu'un fil de fer, par exemple, que l'on suspend par le milieu de sa longueur. Alors, en nommant M la masse de cette aiguille, et sa longueur $2 l$, on trouve

$$S r^2 d m = \frac{M l^2}{3},$$

et par suite

$$T = \pi \left(\frac{M l^2}{3 n}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

Coulomb s'est fréquemment servi de ce procédé.

De quelque manière qu'on opère, on pourra toujours obtenir ainsi l'expression du temps T par notre formule générale; mais pour réduire cette formule en nombres, il faut connaître la constante n qui convient particulièrement au fil dont on fait usage. On devra donc déterminer cette constante par une pre-

mière expérience, en observant le temps des oscillations d'une masse connue ; car puisqu'on a, par exemple, avec le cylindre vertical

$$T = \pi \left(\frac{M a^2}{2 n}\right)^{\frac{1}{2}},$$

en élevant les deux membres de cette équation au carré, et tirant la valeur de n, on aura aussi

$$n = \frac{M \pi^2 a^2}{2 T^2};$$

expression qui fera connaître n, lorsqu'on se sera donné M, et qu'on aura observé T. Ceci offre même un moyen de vérifier si, comme notre théorie le suppose, la valeur de n est réellement constante pour le même fil, quelle que soit la masse M que l'on y suspende. Car, si cette constance a lieu, en employant successivement des masses cylindriques de longueur différente, mais dont le rayon a soit toujours le même, les carrés des temps des oscillations devront être proportionnels à ces masses pour que le rapport $\frac{M}{T^2}$, qui est le seul élément variable de la formule, ne change pas de valeur. Cette circonstance offrira ainsi une confirmation facile et sûre de la théorie.

Le moyen le plus simple que nous ayons pour comparer des masses, c'est de les peser. Il convient donc d'introduire les poids des corps, au lieu de leurs masses, dans la formule précédente. Pour cela, nommons g la force accélératrice de la gravité mesurée par la vitesse totale qu'elle imprimerait à un point matériel, en agissant sur lui pendant l'unité de temps. Alors gM sera la résultante des actions de cette force sur tous les points de la masse M, c'est-à-dire le poids de cette masse ; en le désignant par P, on aura

$$P = g M.$$

Prenant la valeur de M, et la substituant dans l'expression de n, il vient

$$n = \frac{P \pi^2 a^2}{2 g T^2}.$$

Maintenant cette formule peut être immédiatement réduite

en nombres ; car gT^2 est le double de l'espace décrit par un corps pesant qui tomberait librement pendant le temps T ; et cet espace doit pouvoir se conclure des lois du mouvement des graves. En effet, les observations du pendule à secondes font connaître la valeur de g, et en prenant pour unité de temps la seconde sexagésimale, elles donnent

En mètres....	$g = 9,8088$	$\log. g = 0,9916159$
En pieds.....	$g = 30,1960$	$\log. g = 1,4799494$
En pouces...	$g = 362,3520$	$\log. g = 2,5591308$
En lignes....	$g = 4348,2240$	$\log. g = 3,6383095.$

On emploiera celle de ces valeurs qui répondra à l'unité de longueur que l'on aura choisie pour exprimer le rayon a. Quant à l'unité de temps, elle se trouve déjà déterminée, et ainsi il faudra toujours exprimer le temps T en secondes sexagésimales. Enfin l'unité de poids dans laquelle on exprime P, reste entièrement arbitraire. Lorsqu'on l'aura choisie, la valeur de n indiquera le nombre de parties de cette unité qu'il faudrait faire agir perpendiculairement à l'extrémité d'un bras de levier égal à l'unité de longueur pour faire équilibre à la force de torsion du fil, en supposant que l'arc de torsion mesuré à une distance 1 de l'axe fût aussi égal à l'unité de longueur. On pourrait imaginer, par exemple, le poids n attaché à un fil sans pesanteur, qui, après avoir passé sur une poulie parfaitement mobile, irait rejoindre à angle droit l'extrémité du levier dont la longueur est 1.

n étant connu, si l'on veut connaître la durée des oscillations pour tout autre cas où le poids suspendu serait P, il n'y a qu'à tirer la valeur de T qui sera

$$T = \pi a \sqrt{\frac{P}{2gn}}.$$

En faisant subir la même transformation à la seconde formule qui se rapporte aux aiguilles horizontales suspendues par leur centre, elle deviendra

$$n = \frac{P\pi^2 l^2}{3gT^2}, \quad \text{de là on tire} \quad T = \pi l \sqrt{\frac{P}{3gn}}.$$

Ici l est la demi-longueur de l'aiguille, comme on l'a dit plus haut. On se rappelle d'ailleurs que π est un nombre abstrait qui a pour valeur $\frac{355}{113}$ ou 3,14159.

Ces préparations théoriques étant bien arrêtées, passons aux expériences. Celles de Coulomb, que nous allons rapporter, ont été faites en suspendant des poids cylindriques verticaux et de même diamètre à des fils de laiton ou de fer; c'est donc le cas de notre première formule. On fabrique ces fils en faisant passer par force un cylindre de métal à travers des trous percés dans des plaques d'acier très-dur, et dont les diamètres sont de plus en plus petits; c'est ce qu'on appelle *passer à la filière*, et les fils sont désignés dans le commerce par le numéro de la dernière filière à travers laquelle on les a tirés. Nous leur conserverons cette dénomination.

Voici d'abord les données qui déterminent la nature et les dimensions des fils dont Coulomb s'est servi.

MATIÈRE du fil.	NUMÉRO du fil.	Son poids en grains pour une longueur de six pieds.	Poids qu'il peut supporter avant de se rompre.	
			liv.	onces.
Fer.....	12	5	3	12
	7	14	10	0
	1	56	33	0
Laiton....	12	5	2	3
	7	18,5	14	0
	1	66	22	0

Voici maintenant le tableau des expériences de torsion faites avec ces différens fils. Tous les cylindres que l'on y a suspendus avaient 19 lignes de diamètre.

Matière du fil.	Numéro du fil.	La longueur en pouces.	Poids du cylindre suspendu, en livres.	Limite d'amplitude pour les oscillations parfaitement isochrones.	Temps employé à faire 20 oscillations isochrones.
Fer....	12	9	0,5	180	120
	12	9	2,0	180	242
	7	9	0,5	180	42
	7	9	2,0	180	85
	1	9	2,0	45	23
Laiton.	12	9	0,5	300	220
	12	9	2,0	360	442
	7	9	0,5	360	57
	7	9	2,0	360	110
	7	36	2,0	1080	222
	1	9	2,0	50	32

Ce tableau est limité aux amplitudes d'oscillation qui permettent au fil de revenir à son état primitif d'équilibre. Lorsque l'amplitude de torsion excède pour chaque fil le nombre de degrés contenu dans l'avant-dernière colonne, le centre de réaction se déplace. Pour le moment, tenons-nous au-dessous de cette limite; alors les oscillations étant parfaitement isochrones, c'est le cas de notre formule

$$T = \pi a \sqrt{\frac{P}{2gn}}.$$

La première chose à faire est de vérifier la loi même de la torsion que nous avons employée, en voyant si la quantité n est réellement constante pour chaque fil, quel que soit le poids P. Or, la valeur de n est

$$n = \frac{P \pi^2 a^2}{2g T^2}.$$

Ainsi, pour qu'elle soit constante, il faut que, relativement au même fil, le rapport $\frac{P}{T^2}$ soit constant, et par conséquent que les temps soient doubles, quand les poids sont quadruples. C'est en

effet ce que l'on observe dans toutes les expériences où l'on emploie les poids de $\frac{1}{2}$ livre et de 2 livres, dont le second est quadruple du premier. Par exemple, pour le fil de fer, n° 12, les temps de 20 oscillations ont été 120″ dans la première expérience, et 242 dans l'autre; l'erreur est de 2 secondes sur 20 oscillations. Pour le fil, n° 7, les temps analogues sont 42″ et 85; l'erreur n'est que d'une seconde. Ces résultats ont toute l'exactitude que l'on peut désirer dans des expériences, et l'on peut les regarder comme confirmant parfaitement la loi que nous avons adoptée. On n'a pas pu faire la même épreuve sur les fils de fer et de laiton, n° 1, parce qu'ils étaient trop gros pour être tendus par un poids d'une demi-livre. Ce poids ne suffisait pas pour leur ôter la courbure qu'ils avaient prise sur la bobine où ils étaient enroulés.

La constance de la quantité n, dans un même fil, auquel on suspend successivement différens poids, nous montre que la traction exercée sur les particules dans le sens de la longueur du fil, n'altère pas sensiblement la réaction de torsion avec laquelle elles tendent à revenir à la nouvelle situation d'équilibre vertical que chaque poids tendant leur a donnée. C'est ainsi que dans les expériences de S'gravesande le même fil était toujours allongé de la même quantité par l'addition d'un même poids, quelle que fût d'ailleurs la tension primitive qu'on lui faisait supporter.

Cependant nous avons remarqué que cette loi ne pouvait pas être générale, et qu'il fallait la limiter aux cas où le fil revenait parfaitement à ses dimensions primitives, en supprimant le poids additionnel. La même limitation doit s'appliquer aussi à la réaction de torsion; et même les altérations qu'elle peut éprouver doivent devenir beaucoup plus sensibles à cause de la délicatesse du moyen qui sert à les manifester. En effet, Coulomb a trouvé qu'en augmentant beaucoup le poids du cylindre, on finit par observer un affaiblissement dans la valeur du coefficient n, c'est-à-dire que la réaction du fil s'affaiblit.

En nous bornant aux tensions qui n'altèrent pas cette réaction, nous devons concevoir que sa force, pour faire tourner un

même poids, doit dépendre de la nature du fil, de sa longueur et de sa grosseur. Ainsi le coefficient n, qui est constant pour un même fil, doit, quand on passe d'un fil à un autre, varier avec ces trois élémens. C'est en effet ce qui a lieu, et les expériences rapportées plus haut suffisent pour découvrir la loi de ces variations.

Rappelons-nous la formule

$$n = \frac{P \pi^2 a^2}{2 g T^2}.$$

Toutes les circonstances qui feront varier T, le poids suspendu P restant le même, devront se reporter sur la valeur de n. Examinons donc les variations de T dépendantes de la longueur et de la grosseur des fils.

D'abord, pour les longueurs, nous avons les deux expériences faites sur le fil de laiton, n° 7, avec des longueurs qui étaient entre elles comme 1 et 4. Le poids du cylindre était le même, et égal à 2 livres. Les temps des oscillations ont été comme 110 à 222, c'est-à-dire comme 1 à 2, en raison des racines carrées des longueurs. De là il résulte que les valeurs de n pour le même fil doivent être réciproques à ses longueurs. Plusieurs autres essais que Coulomb a tentés, ont confirmé ce résultat.

Supposant ensuite les longueurs et les tensions égales, mais les grosseurs différentes, on trouve que les temps des oscillations sont réciproques aux poids des fils. En effet, prenons pour exemple les trois expériences faites avec les fils de fer sous une tension de 2 livres. En nommant (P) (P)′ (P)″ leurs poids exprimés en grains, pour une longueur de six pieds, et appelant (T) (T)′ (T)″ les temps des 20 oscillations, on a trouvé

$$\begin{array}{llll} \text{N}^{\circ}\ 12 & (P) = 5^{g}, & (T) = 242'' \\ \text{N}^{\circ}\ 7 & (P)' = 14^{g}, & (T)' = 85'' \\ \text{N}^{\circ}\ 1 & (P)'' = 56^{g}, & (T)'' = 23''. \end{array}$$

Si les temps (T) sont réciproques aux poids (P), le produit (P) (T) doit être constant. En effet, en effectuant ce produit, on trouve

$$N^o\ 12 \quad (P)\ (T) = 1210$$
$$N^o\ \ 7 \quad (P)'\ (T)' = 1190$$
$$N^o\ \ 1 \quad (P)''\ (T)'' = 1288$$

Ces trois nombres approchent beaucoup de l'égalité, et leurs différences, comme on le verra tout-à-l'heure, peuvent sans difficulté être attribuées aux erreurs des observations. Prenons une moyenne arithmétique entre eux, nous aurons pour produit constant 1230, et en divisant ce produit par les temps observés, nous devons, si la loi supposée est exacte, retrouver les poids de chaque fil en grains; nous aurons ainsi

$$N^o\ 12 \quad (P) = \frac{1210}{242} = 5^g,08$$
$$N^o\ \ 7 \quad (P)' = \frac{1190}{81} = 14,47$$
$$N^o\ \ 1 \quad (P)'' = \frac{1210}{23} = 53,49.$$

La plus grande erreur porte sur le fil, n° 1, et elle est de $2^g,5$. Cet écart est assez petit pour que l'on puisse regarder la loi comme exacte dans les limites des expériences.

Ici nous supposons les longueurs des fils égales. Dans ce cas, les poids sont proportionnels aux carrés des diamètres des fils. Les temps des oscillations sont donc réciproques à ces carrés; et comme la constante n est toujours réciproque aux carrés des temps, elle est proportionnelle à la quatrième puissance du diamètre des fils. Ainsi, en nommant D ce diamètre, L la longueur du fil, et μ un coefficient constant qui dépendra de la roideur naturelle de chaque métal, on aura généralement

$$n = \frac{\mu D^4}{L}, \quad \text{d'où l'on tire} \quad \mu = \frac{n L}{D^4}.$$

Quand on aura déterminé n d'après l'expérience pour un fil dont la longueur et la grosseur seront données, on pourra calculer la valeur de μ relativement à l'espèce de métal dont ce fil est fait. On pourra donc ainsi comparer entre elles les intensités de réaction des différens métaux, et même de toutes les substances dont on saura fabriquer des fils.

Appliquons ces calculs à la seconde expérience, où le fil de fer, n° 12, est tendu par un cylindre vertical du poids de deux

livres, dont le rayon est $9^{l}\frac{1}{2}$. Alors les 20 oscillations se font en 242″. C'est le cas de la formule

$$n = \frac{P\pi^2 a^2}{2gT^2},$$

dans laquelle il faut faire

$$a = 9^{l},5\,; \quad P = 2^{liv}, \quad T = 12'',1.$$

Ainsi la livre sera notre unité de poids, et la ligne notre unité de longueur; par conséquent il faudra aussi employer pour g sa valeur en lignes, c'est-à-dire 4348,2; on a de plus $\pi = 3,14159$. Avec ces données on trouve

$$n = \frac{1^{liv}}{714,7}.$$

Ainsi, en supposant que l'arc de torsion de ce fil, mesuré sur un cercle d'un rayon d'une ligne, fût égal à une ligne de longueur, il faudrait, pour le tenir en équilibre, employer un poids de $\frac{1}{715}$ de livre agissant perpendiculairement par le moyen d'une poulie et d'un fil sur l'extrémité d'un bras de levier d'une ligne de longueur.

Donc, si l'on voulait tordre ce même fil de X°, en agissant sur lui par un levier d'une longueur R, il faudrait appliquer perpendiculairement à l'extrémité de R une force

$$\frac{\pi n X^{\circ}}{180\,R}\,; \quad \text{ou} \quad \frac{\pi X^{\circ}}{180.715.R}.$$

Soit, par exemple, $X = 360^{\circ}$ et $R = 12^{l}$, cette force sera

$$\frac{2.3,14159}{715.12}, \quad \text{ou} \quad \frac{1^{liv}}{1366}.$$

Tel est donc le poids qu'il faudrait faire agir perpendiculairement à l'extrémité d'un levier de 12 lignes de longueur pour tordre ce fil d'une circonférence entière. Cela équivaut à peu près à $6\frac{1}{4}$ grains.

n étant connu, il ne reste plus qu'à mesurer le diamètre du fil; car, puisqu'on a déjà sa longueur, on pourra ensuite calculer complètement la valeur de μ par la formule $\mu = n\frac{L.}{D^4}$

Or, on obtiendra facilement et avec exactitude le diamètre du fil d'après son poids, si l'on a le poids d'un volume donné de la matière dont il est fait. Calculons, par exemple, d'après un pied cube, comme l'a fait Coulomb. Soit A ce poids, il répondra à un volume de lignes cubes égal à $(144)^3$. Si l'on nomme F le poids du fil pour une longueur égale à l, et que r soit son rayon, le volume de cette longueur sera $\pi r^2 l$; or, dans les morceaux d'une même matière, les poids sont proportionnels aux volumes. On aura donc

$$\pi r^2 l = \frac{(144)^3 \mathrm{F}}{\mathrm{A}}, \quad \text{d'où} \quad r = \sqrt{\frac{(144)^3 \mathrm{F}}{\pi l \mathrm{A}}}.$$

Prenons toujours pour exemple le fil de fer n° 12, dont 6 pieds de longueur pèsent 5 grains. Puisque nous avons choisi la ligne pour unité de longueur, il faudra réduire ces six pieds en lignes, et l'on aura

$$l = 864^{l} \qquad \mathrm{F} = 5^{g};$$

le pied cube de fer pèse à peu près 540 livres. En exprimant ce poids en grains, il vient

$$\mathrm{A} = 540.16\ 8.72;$$

car la livre ancienne vaut 16 onces, l'once 8 gros, et le gros 72 grains; enfin la valeur de π est 3,14159 ou $\frac{355}{113}$. Avec ces données, on aura

$$r = \sqrt{\frac{5.(144)^3.113}{355.864.540.16.8.72}} = \frac{1^{\text{lig.}}}{30};$$

par conséquent, le diamètre $2r$ de ce fil $= \frac{1}{15}$ de ligne. La longueur employée dans les expériences de torsion est 9 pouces ou 108^{l}; on a donc

$$\mu = \frac{n\mathrm{L}}{\mathrm{D}^4} = \frac{1}{715} \cdot \frac{108}{(\frac{1}{15})^4} = \frac{(15)^4\ 108}{715} = 7646{,}9.$$

Ensuite pour tout autre fil de fer de même nature, mais dont le diamètre sera D et la longueur L, on aura

$$n = 7646{,}9\ \frac{\mathrm{D}^4}{\mathrm{L}}.$$

Calculons de même la valeur de n pour le fil de laiton n° 12 pareillement chargé du poids de 2 livres, et désignons-la par n'. Les nouvelles données seront

$$a = 9{,}5\,; \quad P = 2^{\text{liv.}}; \quad T = 22{,}1.$$

Il n'y aura donc de différence que dans la durée des oscillations qui est plus lente avec le nouveau fil. Substituant ces nombres dans la formule

$$n = \frac{P\pi^2 a^2}{2gT^2}, \quad \text{on trouve} \quad n' = \frac{1}{2384{,}2}.$$

Cette valeur de n' est moindre que celle qui convient au fil de fer, n° 12, dans la proportion de 3,34 à 1; la force nécessaire pour tordre notre fil de laiton de 360°, en agissant sur lui par un levier de 12 lignes, sera donc aussi plus petite dans le même rapport, c'est-à-dire égale à $\frac{6^{g},5}{3{,}34}$, ou environ 2 grains.

Il faut maintenant évaluer le diamètre D. Or, la pesanteur spécifique du laiton est peu différente de celle du fer; et nous avons d'ailleurs trouvé que six pieds de longueur de chacun de ces fils pèsent également 5 grains. On peut donc supposer que les deux fils de fer et de laiton, n° 12, ont exactement, ou à très-peu de chose près, le même diamètre. Alors le rapport $3\frac{1}{3}$ est aussi celui des coëfficiens $\mu\mu'$; ainsi, pour des fils de fer et de laiton de dimensions et de longueurs égales, les roideurs de torsion sont comme $3\frac{1}{3}$ à 1, c'est-à-dire qu'en tordant le fil de fer de 1 cercle, on aura la même réaction de torsion qu'en tordant le fil de cuivre de $3\frac{1}{3}$ cercles.

On peut voir ici que la force de torsion qui dépend de la tendance des particules à revenir sur elles-mêmes, suit des proportions toutes différentes de la traction; car le fil de fer, n° 12, se rompait sous un poids de 60 onces, et celui de cuivre sous un poids de 35. C'est le rapport de 1,71 à 1, tandis que celui des forces de torsion a une valeur double.

Mais il y a plus, on ne doit pas regarder ces résultats comme constans; car on verra tout-à-l'heure que l'on peut à

volonté faire varier dans un même métal, indépendamment l'une de l'autre, la cohésion et l'élasticité.

Je trouve, dans les manuscrits de Coulomb, une expérience sur la torsion d'un fil d'argent, qui nous offrira une application de la formule

$$n = \frac{P \pi^2 l^2}{3 g T^2}.$$

La longueur de ce fil était de 480 millimètres. Coulomb ne donne ni sa grosseur ni son poids. On y suspendit horizontalement un fil de cuivre dont la longueur était 82 millimètres, et le poids 116 grains. Ce cylindre faisait dix oscillations isochrones en 143″. D'après ces données, il faut prendre

$$l = \tfrac{82}{2} = 41, \quad P = 116^{g}; \quad T = 14'',3.$$

Ici l'unité de longueur est le millimètre. Il faut donc employer la valeur de g exprimée de cette manière, c'est-à-dire, $g = 9808,8$. L'unité de poids sera le grain. Avec ces données, on trouve

$$n = 0^{g},32.$$

Ainsi, en supposant que l'arc de torsion de ce fil, mesuré sur un cercle d'un millimètre de rayon, fût aussi égal à un millimètre, il suffisait, pour le tenir en équilibre, d'employer une force de $\frac{1}{3}$ de grain agissant perpendiculairement à l'extrémité d'un levier d'un millimètre de rayon. Ici nous avons pris d'autres unités de poids et de longueur que dans les cas précédens; de sorte que les valeurs de n ne sont plus immédiatement comparables à celles que nous avons alors obtenues.

Jusqu'à présent, nous n'avons considéré qu'une étendue de torsion telle que le fil revint toujours à la même position d'équilibre. Dans ces limites, si on le tord d'un certain angle A compté depuis son point naturel de repos, et qu'on l'abandonne ensuite à lui-même, la réaction de son élasticité le ramène d'abord à ce point, et le fait ensuite passer au-delà d'une quantité sensiblement égale à A; de sorte que les limites de la première oscillation considérée comme parfaite, sont $+A$ et $-A$; et $2A$ est l'amplitude totale.

Cette amplitude va en diminuant toujours dans les oscillations suivantes, jusqu'à ce qu'enfin le fil arrive au repos; et cette diminution n'est pas produite, comme on le pourrait croire, par la résistance de l'air. Pour le prouver, Coulomb a formé, avec du papier très-léger, des cylindres de même diamètre, mais beaucoup plus longs que ceux qui tendaient les fils; il en a enveloppé ces cylindres, et les effets n'en ont pas été changés sensiblement. On voit donc que la diminution progressive des amplitudes semble tenir à la difficulté que les molécules du métal éprouvent pour se déplacer ainsi momentanément les unes parmi les autres, difficulté qui rend leur élasticité imparfaite. Cependant les positions définitives de repos où les particules reviennent, ne sont pas pour cela changées dans ces amplitudes. Car en laissant continuer les oscillations jusqu'à ce que le mouvement du fil soit anéanti, l'aiguille indicatrice portée par le cylindre de métal, se trouve toujours ramenée exactement au même point de la division horizontale qui lui avait servi de point de départ, et par conséquent le centre de réaction de la torsion n'est pas déplacé. Mais quand on est arrivé à ce terme, si l'on tord le fil davantage, on observe, à la fois, une diminution progressive dans les amplitudes, et un déplacement définitif, plus ou moins considérable, du centre de réaction de torsion. Alors donc, non-seulement les particules éprouvent des difficultés pour osciller dans les limites qu'on leur donne, mais encore elles sont forcées de glisser les unes sur les autres, et de changer leurs points de contact d'une manière permanente. Ces résultats importans pour la connaissance de la constitution des corps solides, sont mis en évidence par diverses expériences de Coulomb, que nous allons rapporter.

Il a pris un fil de fer n° 1, de 6 pouces 6 lignes de longueur, et l'a chargé d'un poids cylindrique de deux livres. Pour apprécier d'abord l'effet de sa réaction élastique, dans l'état actuel d'équilibre de ses particules, il a fait tourner le cylindre seulement de 90° autour de son axe, et l'a abandonné à lui-même. Si la réaction de l'élasticité eût été parfaite, l'amplitude totale des oscillations eût été constamment de 180°; mais elle s'est

trouvée bientôt moindre, et elle a continué à décroître avec le temps. Coulomb a observé combien il fallait d'oscillations pour la diminuer de 10°; ensuite, laissant le fil continuer ses oscillations jusqu'à ce que la demi-amplitude fût réduite à 45°, il a observé de nouveau combien il fallait alors d'oscillations pour diminuer de 10° l'amplitude totale, et ainsi de suite, jusqu'à ce que l'étendue des oscillations fût devenue très-petite. Voici le résultat de l'expérience :

Angle de torsion.	Diminution de l'amplitude totale.	Nombre d'oscillations.
90° 00′	10°	3,5
45 00	10	10,5
22 30	10	23
11 15	10	46

On voit que dans les petits arcs, la diminution des amplitudes est à peu près proportionnelle à l'angle de torsion pris pour point de départ. Ainsi quand l'angle de torsion n'est plus que de 11° 15′, la vitesse de décroissement est $\frac{10}{46}$, et quand l'angle de torsion est double, elle est de $\frac{10}{23}$, c'est-à-dire, précisément double aussi. Ce rapport se soutient presque exactement jusqu'à un angle de torsion de 45°; car cet angle étant quadruple de 11° 15′, la vitesse de décroissement calculée, d'après cette loi, devrait être $4 \cdot \frac{10}{46}$ ou $\frac{10}{11,5}$, tandis que, selon l'expérience, elle est $\frac{10}{10,5}$, c'est-à-dire, presque égale au résultat du calcul, quoique cependant un peu plus rapide. Mais l'accélération devient plus sensible dans les grands angles; car pour celui de 90°, par exemple, comme il est égal à huit fois 11° 15′, la loi de la proportionnalité donnerait $\frac{8 \cdot 10}{46}$ ou $\frac{10}{5,8}$, tandis qu'elle est réellement $\frac{10}{3,5}$.

On voit donc que, pour représenter exactement tous ces

résultats, il faudrait altérer un peu la loi supposée de la proportionnalité. Par exemple, on pourrait prendre

$$N = \frac{46}{8\,A} - 2{,}25 \sin^3 A,$$

A étant l'angle de torsion exprimée en fraction de l'angle droit, et N le nombre d'oscillations après lequel l'amplitude est diminuée de 10°. En effet, en comparant cette formule à l'expérience, on aurait

Angle de torsion A.	Valeur de N		Excès du calcul.
	Calculée.	Observée.	
90°.00′	3,50	3,5	0,00
45,00	10,70	10,5	+ 0,20
22,30	22,87	23	— 0,13
11,15	45,98	46	— 0,02

Ce qui suffit pour prendre une idée juste de la véritable loi de décroissement.

Dans ces expériences, les particules métalliques, après avoir terminé leurs oscillations, reviennent à la même position de repos où elles se trouvaient avant que le fil eût été tordu; car l'aiguille portée par le cylindre répond à la même division horizontale. Mais en tordant davantage, ce rétablissement n'a plus lieu, et le centre de torsion est déplacé d'une quantité variable, selon la grandeur de l'angle de torsion que l'on donne au fil. Pour le fil que nous considérons ici, cet effet commençait à se faire sentir quand la torsion primitive excédait 90°. Quand elle a été de 180°, le déplacement a été de 8°, et en laissant le fil parvenir au repos, et le tordant d'un nouveau cercle, il a été de 50°; enfin, à mesure que l'on a ainsi ajouté de nouvelles torsions aux premières, ce déplacement a augmenté, comme le montre le tableau suivant où la lettre C désigne une circonférence entière.

Degrés de torsion successivement donnés au fil.	Mouvement du centre de torsion.	Déplacement total du centre de torsion pour la suite des expériences.	Etendue de réaction du fil.
$\frac{1}{2}^c$	8°	8°	$\frac{1}{2}^c$ — 8°
1^c	50	58	1^c — 50
2^c	310	1^c + 8	1^c + 50
3^c	1^c + 300	2^c + 308	1^c + 60
4^c	2^c + 290	5^c + 238	1^c + 70
5^c	3^c + 280	9^c + 158	1^c + 80
6^c	4^c + 260	14^c + 58	1^c + 100
10^c	8^c + 240	22^c + 298	1^c + 120
14^c	Le fil s'est cassé.		

Quand le fil s'est cassé, il s'était séparé en deux parties dans le sens de sa longueur. Il avait exactement la figure d'une corde formée de deux brins tordus ensemble.

Les deux premières colonnes n'ont pas besoin d'explication ; la troisième est formée par l'addition successive de tous les nombres contenus dans la seconde ; la quatrième est formée en prenant la différence des nombres correspondans des deux premières colonnes. Choisissons pour exemple la première torsion qui a été de $\frac{1}{2}^c$. Si le centre de torsion ne s'était point déplacé, le fil se serait d'abord détordu sensiblement autant qu'il avait été tordu, après quoi il aurait ramené le cylindre en sens contraire de $\frac{1}{2}^c$; mais le centre de torsion s'étant avancé de 8°, dans le sens de la torsion d'abord imprimée au fil, l'aiguille du cylindre n'a été ramenée que de $\frac{1}{2}^c$ — 8° par la première oscillation. Les autres nombres sont calculés de la même manière.

En examinant la succession de ces nombres, on voit que la réaction de torsion va toujours en croissant, à mesure que la torsion augmente et que le centre de torsion a été plus déplacé, comme si l'amplitude des oscillations que les particules peuvent exécuter autour de leur position actuelle croissait à mesure qu'elles ont déjà commencé à glisser davantage les unes

sur les autres ; ce qui semblerait indiquer qu'en glissant ainsi, elles se tournent mutuellement, de manière à se présenter leurs faces de plus grande attraction. Cette augmentation d'abord rapide, devient ensuite plus lente, comme le prouvent les dernières épreuves dans lesquelles l'étendue de la réaction élastique a été presque la même, quoique par l'effet des torsions précédentes, le centre de torsion se trouvât déplacé, dans le dernier essai, de près de 23 cercles.

Coulomb a fait une expérience pareille avec un fil de laiton de même numéro et de même longueur. D'abord, avant que le centre de torsion fût déplacé, il a eu les résultats suivans :

Angle de torsion.	Diminution des amplitudes.	Nombre d'oscillations.
180° 00′	12	2
90 00	10	6
45 00	10	16
22 30	10	40
11 45	10	80

Ici le décroissement des amplitudes est beaucoup plus lent qu'avec le fil de fer, puisqu'il faut un nombre d'oscillations plus considérable pour les diminuer d'un même nombre de degrés. Ce phénomène indique déjà une élasticité plus parfaite. D'ailleurs, la vitesse de décroissement suit une loi à peu près pareille à celle de la précédente expérience. Dans les petites amplitudes, elle est sensiblement proportionnelle à l'angle de torsion, et dans les grandes amplitudes, elle devient plus rapide.

Passons maintenant aux expériences dans lesquelles le centre de torsion a été déplacé. En voici le tableau dressé comme pour la première expérience :

Degrés de torsion successivement donnés au fil.	Mouvement du centre de torsion.	Déplacement total du centre de torsion.	Étendue de réaction du fil.
2c	160°	160°	2c — 160°
4c	2c + 0	2c + 160	2c + 0
6c	3c + 300	6c + 100	2c + 60
10c	7c + 300	14c + 40	2c + 60
20c	17c + 340	32c + 20	2c + 20
28c	Le fil s'est cassé.		

Ici, comme dans l'expérience sur le fil de fer, la réaction du fil augmente à mesure que le centre de réaction se déplace. Mais l'étendue totale de cette réaction est plus grande dans le laiton que dans le fer, comme les premières expériences sur le décroissement progressif des amplitudes devaient nous le faire présumer. De plus, il a fallu ici tordre le fil d'une quantité beaucoup plus considérable pour déplacer le centre de torsion de la même quantité. Par tous ces résultats réunis, on voit que les molécules du fil de laiton peuvent, sans changer leurs points de contact, osciller autour de leur position d'équilibre dans une étendue beaucoup plus grande que les molécules du fil de fer; et par conséquent l'élasticité du premier de ces deux métaux est beaucoup plus parfaite que celle du second. Mais pour un même métal, l'étendue de l'élasticité et la réaction de torsion varient avec diverses circonstances qu'il nous devient nécessaire de considérer.

Lorsque les fils de fer, de laiton ou de cuivre, sortent de la filière, ils sont roides, élastiques, ils se plient difficilement, et quand on les plie, ils font effort pour revenir à leur première direction. Ces propriétés subsistent tant qu'on ne les expose pas au feu; mais si on les y fait rougir, ils les perdent, et on peut ensuite les courber, les fléchir avec une extrême facilité. Cette

opération s'appelle *le recuit*, et il n'est personne qui n'ait eu l'occasion d'en observer les effets. La rapidité ou la lenteur du refroidissement ne paraît pas y apporter de différence sensible, du moins pour les métaux que je viens de citer; mais il n'en est pas ainsi de l'acier qui est une combinaison de charbon et de fer. Si après avoir fait rougir à blanc un petit barreau d'acier fondu, on le laisse refroidir lentement dans l'air, on pourra ensuite, sans qu'il se brise, le plier, le tordre, le passer à la filière, le couper avec la lime, l'étendre sous le marteau. Si l'on fait sur son contour une entaille circulaire, et qu'on le casse, la cassure observée à la loupe présente un aspect lamelleux et inégal. Mais si, après l'avoir de nouveau chauffé fortement, on le plonge tout à coup dans l'eau froide ou dans l'huile, ou dans tout autre liquide dont la température soit fort inférieure à la sienne, opération que l'on appelle *la trempe*, il devient roide, élastique, inattaquable à la lime et cassant sous le marteau. Alors la cassure observée à la loupe est uniforme, et toute composée de grains extrêmement fins. La roideur et la dureté y sont d'autant plus grandes, que le refroidissement est plus rapide, ou en termes d'art, que la *trempe est plus dure*. Quand l'acier a acquis cette propriété, on peut la lui faire perdre en le chauffant de nouveau, et le faisant lentement refroidir; mais ce qui est fort remarquable, il la perd par degrés, c'est-à-dire qu'après avoir été trempé fortement, il devient d'autant moins dur et moins roide à mesure qu'on le chauffe davantage. On se sert de ce moyen pour lui donner précisément le degré de dureté convenable pour les usages auxquels on veut l'employer. La trempe n'est pas le seul moyen que l'on ait d'augmenter l'élasticité de l'acier; on y parvient encore par l'*écrouissage*, opération qui s'applique aussi aux autres métaux, et qui consiste à les battre long-temps à petits coups avec un marteau, ou à les passer à la filière, ou en général à les comprimer fortement de quelque manière que ce soit. Sans savoir comment ces opérations agissent sur le métal, et lui donnent des propriétés nouvelles, nous pouvons les admettre ici comme des faits certains.

Coulomb a cherché à en mesurer l'effet sur l'élasticité. Pour cela, il s'est servi du même fil de laiton, n° 1, employé dans la dernière expérience; il lui a ôté, par le recuit, tout l'écrouissage que lui avait donné la filière, et il a éprouvé de nouveau sa force de torsion. On conçoit qu'elle devait être beaucoup plus faible que dans la précédente expérience. En effet, dans le premier cercle de torsion, ce fil recuit n'avait qu'une réaction de 50 degrés. Mais peu à peu, en le tordant, cette réaction augmentait; de sorte qu'après 90ᶜ de torsion, il avait acquis une réaction d'élasticité de près de 500 degrés. Cet accroissement avait été progressif; d'abord du 2ᵉ au 3ᵉ cercle la réaction s'était accrue de 12°, c'est-à-dire qu'au lieu de 50° elle avait passé à 62; du 40ᵉ au 41ᵉ cercle l'accroissement avait été de 6°, c'est-à-dire moitié moindre. Enfin du 90ᵉ au 91ᵉ cercle il avait été à peu près de 1°; de sorte qu'à cette époque l'étendue de la réaction élastique avait presque atteint son maximum. En voulant tordre ce fil de 50 nouveaux cercles, il fut rompu au 49ᵉ. Sa réaction élastique devait être alors d'environ 520°, et l'on voit qu'avant de se rompre, il pouvait être tordu de 140 cercles. Maintenant si l'on compare ce résultat avec l'expérience faite sur ce même fil avant qu'il fût recuit, on verra que lorsqu'il avait été sur le point de se rompre, la réaction élastique y était devenue aussi à peu près constante, mais un peu plus forte que dans le cas actuel; car lorsqu'il était encore éloigné de sa rupture de 50 cercles, sa réaction élastique était alors de 2ᶜ + 60° ou 780°; tandis qu'après avoir été recuit, il n'avait à la même distance de sa rupture qu'une réaction de 520°. Ainsi la torsion donne de l'élasticité au fil de laiton, de même que l'écrouissage; mais son effet est un peu plus faible. Coulomb avait cru que ces effets étaient égaux; mais il est facile de voir qu'il avait par erreur comparé le fil de laiton au fil de fer, n° 1, au lieu de le comparer à ce même fil de laiton non recuit.

Ces expériences confirment, de la manière la plus évidente, la distinction que nous avons faite entre la cohérence et l'élasticité. Dans le fil de laiton recuit, la cohérence était considérablement affaiblie. Il pouvait à peine supporter un poids de douze

livres, tandis qu'avant d'être recuit il en supportait vingt-deux au moment de la rupture. L'étendue de sa réaction élastique était aussi considérablement diminuée par le recuit, puisque, pour le premier cercle de torsion, elle se trouvait réduite à 50°. Mais dans cette étendue de réaction qui restait à ce fil, la force de torsion était la même qu'auparavant; car en y suspendant le même poids, les oscillations étaient dans les deux cas d'égale durée. D'après la manière dont nous concevons l'élasticité, ces résultats n'ont rien que de très-simple. Dans le fil recuit, l'attraction absolue des particules les unes pour les autres est moindre que dans le fil non recuit, et il est plus facile de les séparer. Mais si vous ne les écartez pas jusqu'à ces limites, si vous les tirez seulement hors de leur position d'équilibre d'une petite quantité, elles y retourneront par une suite d'oscillations qui auront la même force et la même vitesse que dans le fil non recuit, parce que l'attraction qui les produit est la même, et ne dépend pas de la position respective des particules, le corps n'étant pas cristallisé.

Après avoir examiné la manière dont l'élasticité s'exerce, s'altère ou se développe dans les fils métalliques, Coulomb a voulu éprouver s'il en serait de même dans les lames. Pour cela, il a pris une lame d'acier à laquelle il a d'abord donné une trempe très-roide; il a fixé l'une des extrémités dans les mâchoires d'un étau, en lui donnant une direction horizontale, fig. 103, et il a suspendu à l'autre bout différens poids, en observant à chaque fois de combien chacun de ces poids la fléchissait; il a trouvé ainsi

Poids suspendus, en livres.	Abaissement de l'extrémité de la lame, en lignes.
0,5	8
1,0	15,5
1,5	23 +

Les abaissemens sont sensiblement proportionnels aux poids; c'est le résultat de S'gravesande. Ici l'élasticité est encore parfaite, et la lame déchargée des poids qui la tirent, reprend exactement la direction rectiligne qu'elle avait d'abord.

Coulomb a chauffé cette lame jusqu'à ce qu'elle eût acquis la couleur violette ; c'est celle que l'on donne à l'acier pour en faire des ressorts ; ensuite il l'a laissée refroidir lentement dans l'air. Après ce recuit, elle avait perdu une partie de sa trempe et de sa dureté ; elle était venue, comme il le désirait, à la consistance d'un excellent ressort. Il l'a replacée comme la première fois ; et en la chargeant des mêmes poids, il a trouvé

Poids suspendus, en livres.	Abaissement de l'extrémité de la lame, en lignes.
0,5	8
1,0	15,5
1,5	23 +

c'est-à-dire précisément les mêmes résultats que dans l'expérience première. La lame déchargée de ces poids revenait également à sa direction rectiligne.

Enfin il fit chauffer cette lame à blanc pour lui ôter toute sa trempe, et il la laissa refroidir lentement dans l'air. Les résultats furent encore les mêmes qu'auparavant, c'est-à-dire que la lame chargée des mêmes poids s'abaissa précisément des mêmes quantités ; et déchargée de ces poids, elle revint toujours à la direction rectiligne.

Ainsi, malgré tout le recuit que l'on avait donné à cette lame, elle conservait encore une certaine réaction d'élasticité. Ses molécules pouvaient être momentanément écartées les unes des autres, et se rétablir après ; les poids employés dans les expériences précédentes n'étaient pas assez forts pour faire sortir les particules de leur position primitive ; de sorte que relativement à ces poids, l'élasticité de la lame recuite pouvait encore être considérée comme parfaite.

Il s'agissait maintenant d'examiner quelle force de traction il fallait employer dans chaque cas pour que le centre de flexion de la lame commençât à se déplacer ; mais comme on ne pouvait pas faire cette triple expérience avec une seule lame, Coulomb en avait tiré trois autres toutes pareilles dans une même planche d'acier d'Angleterre. Il trempa la première à blanc, donna à

l'autre la consistance d'un ressort; enfin il ôta à la troisième toute sa trempe par le recuit. Voici ce qu'il observa.

La lame trempée très-roide, se rompait sous une traction de six livres; mais sous quelque angle qu'elle fût fléchie, au-dessous de celui de rupture, elle reprenait exactement sa première position. La lame revenue couleur violette, formant un excellent ressort, ne se rompait que sous une traction de dix-huit livres; elle se pliait jusqu'au point de rupture, d'un angle à peu près proportionnel à la force de flexion qui lui était appliquée, et sous quelques angles qu'elle fût fléchie avant celui de rupture; lorsqu'on la lâchait, elle reprenait sa première position. La lame recuite à blanc, et refroidie lentement, se pliait, jusqu'à une traction de cinq à six livres, proportionnellement à cette force de traction, et d'un angle absolument égal, sous la même force, que dans l'état de trempe et de ressort. Mais en tirant ensuite toujours perpendiculairement à la direction de la lame, afin de conserver le même levier, une force de sept livres suffisait pour la plier sous tous les angles; et lorsqu'on la lâchait, elle se relevait seulement de la quantité dont elle avait été primitivement fléchie par une traction de six livres; en sorte que l'angle de réaction de flexion se trouvait changé de tout l'angle dont on l'avait fléchi avec une force plus grande que sept livres.

Ces expériences nous ramènent précisément aux mêmes résultats que celles qui ont précédé. Nous voyons que les particules d'un métal solide ont une certaine amplitude d'élasticité, telle que si on les écarte de leur position naturelle d'une quantité moindre que cette amplitude, elles tendent à y revenir, et y reviennent en effet par une suite d'oscillations, quand elles sont abandonnées à elles-mêmes. C'est dans cette propriété que consiste la force élastique des métaux. Si les forces qui tirent les particules les font sortir de ces limites, elles ne reviennent plus exactement à leur première position d'équilibre, mais elles en prennent une autre à laquelle elles sont encore ramenées par une suite d'oscillations. Enfin, si l'écart de la position primitive est trop considérable, l'attraction réciproque n'est plus assez forte pour retenir les particules, et le corps se rompt.

L'idée que nous nous formons ici de la cohérence est applicable à tous les métaux ductiles et malléables. Car qu'est-ce qu'un pareil métal, sinon une substance dont les molécules peuvent glisser les unes sur les autres, et changer les points par où elles se regardent, sans pour cela perdre leur adhérence, et sans cesser de former un corps solide? Quant à l'élasticité qui ramène les particules à leurs positions primitives, lorsqu'elles en ont été tant soit peu écartées, elle existe non-seulement dans les métaux, mais dans tous les corps de la nature, lorsqu'ils sont réduits en fibres très-minces. Elle existe même dans les fils d'une finesse extrême qui sortent du corps du ver à soie, et on l'y rend sensible en les réunissant en grand nombre. La toile de l'araignée plus fine encore, est encore élastique, puisqu'elle cède à la pression sans se rompre, et qu'elle revient sur elle-même quand la force qui la tire est supprimée.

En voyant que plusieurs propriétés physiques des corps, telles que l'élasticité, la dureté, etc. sont modifiées si puissamment par l'opération de l'écrouissage, du recuit et de la trempe, il est naturel de chercher à découvrir en quoi cette influence consiste, et comment elle agit. D'abord, il paraît que l'écrouissage, en rapprochant par force les particules, donne au métal une augmentation de densité, et que le recuit la lui ôte. Cela suffit pour concevoir ces deux opérations. Quant à celui de la trempe, il est beaucoup moins facile à expliquer. Pour s'en faire une idée, il faut partir d'un fait général; c'est que l'acier, après avoir été trempé, ne revient pas aux mêmes dimensions qu'il avait auparavant. A égalité de température, il occupe toujours un volume plus considérable; de sorte que la trempe le tient en quelque sorte dans un état forcé de dilatation. On en a la preuve dans une foule de procédés des arts. Si des coins cylindriques d'acier sont rodés exactement de manière à entrer justes dans un cylindre creux de même diamètre, et qu'on les trempe sans tremper le cylindre, ils ne peuvent plus y entrer ensuite. Si on les trempe en place, et que la matière du cylindre ne soit pas susceptible de trempe, en sorte qu'après le refroidissement elle revienne seule à ses dimensions primitives, les coins, en se dilatant, la refoulent de tous côtés sur elle-même, comme

si on les eût chassés violemment dans un trou beaucoup moindre que leur diamètre; et ils sont ainsi retenus dans le trou sans autre appareil avec une force inexprimable. M. Fortin a bien voulu, à ma prière, déterminer avec la plus grande exactitude l'étendue précise de cette dilatation. Pour cela, il a construit des plaques et des barreaux d'acier fin non trempés, d'une dimension propre à être placés sur le comparateur. Il a construit aussi des barreaux de fer qu'il a graduellement amenés à avoir une longueur rigoureusement égale; puis il a trempé les morceaux d'acier, et les reportant de nouveau sur le comparateur avec leur type, il a déterminé l'excès de longueur qu'ils avaient acquise. Sa première expérience a été faite sur une plaque carrée, dont l'épaisseur en lignes était $4^l,2335$; les deux côtés que je désignerai par A et B, mesurés avant la trempe à la température de 13° c., avaient pour longueurs

$$A = 30^l,0998; \qquad B = 30^l,6761.$$

La plaque ayant été trempée et ramenée à la même température de 13°, les côtés A et B se sont trouvés plus longs qu'auparavant, et leur accroissement était

$$\delta A = 0^l,0125; \qquad \delta B = 0^l,0130;$$

de là on tire

$$\frac{\delta A}{A} = 0,000415285; \qquad \frac{\delta B}{B} = 0,000423782.$$

Ce sont les dilatations produites par la trempe sur l'unité de longueur. Elles s'écartent si peu l'une de l'autre, que leur différence peut être attribuée aux erreurs inévitables de l'observation. En prenant leur demi-somme, on aura 0,00041953 pour la dilatation moyenne. Au reste, ce résultat n'est point absolu; des pièces de même acier et de dimensions pareilles doivent éprouver des expansions inégales selon la température à laquelle on les porte avant de les refroidir subitement; et quand la température est la même, la seule inégalité de dimension des pièces fait varier très-irrégulièrement l'augmentation de leur volume. M. Fortin a pris un barreau du même acier que la lame précédente, et d'une longueur à peu près pareille, mais dont

les autres dimensions étaient beaucoup moindres ; sa longueur était 31',2080, sa largeur 5',142234, son épaisseur 2',72627, sa dilatation après la trempe a été de 0',007 ; ce qui donne pour l'unité de longueur une dilatation égale à 0,000224301, c'est-à-dire moitié moindre que celle que la plaque avait éprouvée. Toute variable qu'est cette dilatation, le seul fait de son existence jette quelque jour sur le phénomène de la trempe. Il paraît qu'à l'instant où l'acier fortement échauffé est précipité subitement dans une température très-basse, le refroidissement qui saisit les couches extérieures de la masse plus aisément que le centre, les force de se mouler pour ainsi dire sur ce centre échauffé et dilaté ; ce qui leur fait prendre des dimensions plus grandes qu'elles n'auraient eues si elles avaient été abandonnées graduellement à elles-mêmes. Bientôt les molécules placées plus près du centre se refroidissent à leur tour ; mais les couches extérieures, déjà parvenues à un état fixe, les retiennent par leur attraction, déterminent le volume qu'elles doivent remplir, et les empêchent ainsi de se rapprocher autant qu'elles l'auraient pu faire si elles eussent été abandonnées librement à un refroidissement graduel. La dilatation définitive deviendra donc plus grande à mesure que la différence de température entre les couches extérieures et intérieures de la masse métallique sera plus considérable, et pourra se soutenir plus longtemps. Cela explique avec beaucoup de vraisemblance pourquoi la dilatation est moindre dans les petites masses, que le refroidissement pénètre avec plus de promptitude.

D'après cette manière de voir, l'état de trempe de l'acier est un état forcé où les particules sont disposées autrement qu'elles ne le seraient si elles eussent été librement abandonnées au seul effet de leurs attractions mutuelles. Il ne faut donc pas s'étonner si la dureté, l'élasticité, et les autres propriétés physiques qui dépendent de l'arrangement des particules, en sont modifiées si fortement. Mais pourquoi la promptitude du refroidissement produit-elle ces effets sur l'acier, tandis qu'elle n'occasione aucun changement sensible dans l'or, l'étain, le cuivre et les autres métaux simples ? Pourquoi cette même cause produit-elle

des résultats inverses sur l'alliage qui sert à faire les *tamtams* et les cymbales, comme M. Darcet l'a observé, et comme je l'ai vérifié d'après lui? Car cet alliage, composé de 78 parties de cuivre et 22 d'étain, est cassant et non malléable, lorsqu'après l'avoir chauffé jusqu'au rouge, on le laisse refroidir lentement dans l'air; tandis qu'au contraire il est flexible et malléable, quand après l'avoir ainsi chauffé, on le plonge subitement dans l'eau froide. Dans le premier cas, son grain est d'un blanc brillant comme l'étain; dans le second, il est jaune, de la couleur du cuivre. Nous avons vu plns haut que ces opérations déterminent aussi dans le grain de l'acier des différences considérables. Il est difficile de ne pas soupçonner dans ces phénomènes un changement de combinaison entre les particules de nature différente, dont l'acier et l'alliage sont composés. Néanmoins cette composition ne paraît pas être une condition essentielle pour que l'état d'agrégation d'une substance puisse être changé d'une manière durable. Le fer et le cuivre, exposés pendant quelques minutes à un courant de gaz ammoniac, y deviennent cassans et friables, sans rien absorber de sensible à la balance; et en même temps ils décomposent complètement ce gaz, comme M. Thénard l'a le premier observé. Suivant le même chimiste, le phosphore chauffé jusqu'à 60° c., et refroidi lentement dans l'air, est blanc et transparent, tandis que si on le refroidit brusquement, en le jetant dans l'eau froide, il devient noir et opaque comme du charbon; et on peut le faire passer à volonté autant de fois qu'on veut d'un de ces états à l'autre. Tous ces effets si variés, produits par le mode de refroidissement, sont impossibles à prévoir autrement que par l'expérience. Ce sont autant d'états d'équilibres possibles entre toutes les forces dont les particules sont animées; mais ces forces sont trop inconnues et trop nombreuses pour que l'on puisse calculer d'avance le résultat de leur combinaison, d'après les circonstances où on les place.

Le verre trempé se durcit comme l'acier, et devient excessivement fragile. On peut l'éprouver, en laissant tomber dans l'eau froide de petites larmes de verre en fusion. Par l'effet de

ce refroidissement subit, elles prennent un état d'agrégation nouveau, et si on brise la moindre partie de l'espèce de voûte qu'elles forment, toutes les particules se séparent en une fine poussière. C'est ainsi que sont faites ces larmes bataviques dont les enfans s'amusent, et qui peuvent servir également aux méditations des physiciens. Les effets qu'elles produisent, indiquent évidemment un état forcé des particules, et un mode d'agrégation déterminé, dépendant de la cause de refroidissement qui a agi sur elles. Mais ce qui le prouve encore avec plus d'évidence, c'est qu'elles produisent sur la lumière quelques-uns des effets qui sont propres aux corps cristallisés; propriété fort curieuse, qui a été découverte par M. Brewster, et dont nous donnerons plus loin les détails.

De la Balance de torsion.

Après avoir analysé avec tant de soin les effets de la torsion des fils métalliques, Coulomb en a fait une application très-heureuse à la construction d'un instrument qui peut servir à mesurer en général toutes les petites forces. Cet instrument est essentiellement formé d'un fil métallique vertical, dont le bout supérieur est attaché à un point fixe, et dont le bout inférieur, tendu par un petit poids, porte une aiguille horizontale. Quand on veut apprécier de très-petites forces, on les fait agir sur l'extrémité de cette aiguille, et l'on mesure leur intensité par l'angle dont elles l'écartent de son point de repos. En un mot, on *balance* ces forces par la torsion, et c'est pourquoi Coulomb a donné le nom de *balance de torsion* à cet appareil.

Pour que l'agitation de l'air n'altère pas le mouvement de l'aiguille, elle est renfermée dans une cage cylindrique de verre, et le fil est aussi enfermé dans un cylindre de verre creux, au haut duquel on adapte un cadran divisé, qui peut tourner à frottement dur autour du cylindre. La pince qui retient le fil porte une aiguille horizontale qui marche sur ce cadran, et qui sert d'indicateur, quand on veut tordre le fil d'un nombre de degrés déterminé. Enfin une division circulaire appliquée hori-

zontalement autour de la cage de verre, mesure la marche de l'aiguille; tout l'appareil est représenté fig. 104.

On donne au fil et à l'aiguille des longueurs et des grosseurs diverses, selon l'objet que l'on a en vue. Si l'on veut éprouver de très-petites forces, et donner une grande sensibilité à l'appareil, il faut employer des fils longs et fins; car la force de torsion est inversement proportionnelle aux longueurs des fils, et directement proportionnelle aux quatrièmes puissances de leurs épaisseurs, ainsi que nous l'avons démontré. Les longs fils ont encore cet avantage qu'on peut les tordre d'un plus grand nombre de degrés, sans que leur élasticité soit altérée. Il faut en outre employer les matières dont l'élasticité est la moins imparfaite. A cet égard, nous avons vu que le laiton est de beaucoup préférable au fer; aussi Coulomb s'en servait-il ordinairement. Il avait construit une balance de torsion avec des fils de laiton, n°s 12 et 7, d'environ un mètre de longueur. Leur force élastique était si parfaite, qu'en les tenant tordus de huit cercles pendant trente heures, le centre de torsion ne se déplaçait pas d'un degré.

Nous ferons, par la suite, un fréquent usage de cet appareil dans la théorie du magnétisme et de l'électricité. Pour le moment, je me bornerai à indiquer quelques autres applications que l'ordre des matières me permet d'exposer ici.

La balance de torsion peut servir pour rendre sensible l'attraction que tous les corps de la nature exercent les uns sur les autres, proportionnellement à leur masse et réciproquement au carré de leur distance; attraction qui, pour la masse de la terre, produit la pesanteur en vertu de laquelle tous les corps tendent vers son centre. Concevons en effet, que le fil étant au point de repos, on descende verticalement devant les extrémités de l'aiguille et en sens opposés, deux sphères d'une matière quelconque. Si elles exercent réellement une attraction à distance sur les molécules de l'aiguille suspendue, et si elles sont à leur tour attirées par elle, l'aiguille doit se déranger de sa position naturelle et s'avancer vers les sphères qui l'attirent, jusqu'à ce que la force de torsion, augmentée par ce déplacement, fasse

équilibre à l'attraction. Même à cet instant d'équilibre, l'aiguille marchera encore, non pas, à la vérité, en vertu de l'attraction, puisque la force de torsion l'emporte alors sur elle, mais en vertu de sa vitesse précédemment acquise. Elle s'avancera ainsi jusqu'à ce qu'enfin la force de torsion toujours croissante ait détruit cette vitesse et commencé à ramener l'aiguille vers son point de repos; d'où elle recommencera de nouveau à se mouvoir vers les sphères, et ainsi de suite, en faisant une série d'oscillations. On pourra même rendre l'effet plus sensible en portant une plus grande partie de la masse de l'aiguille vers ses extrémités, ce qui se fera en la rendant très-mince, et la terminant à ses bouts par deux sphères. Cela aura encore l'avantage de faciliter le calcul de l'expérience; car dans la loi de l'attraction proportionnelle au carré des distances, on démontre qu'une sphère attire un point extérieur, comme si toute sa masse était réunie à son centre; et quoique la masse de l'aiguille ne puisse jamais être rendue tout-à-fait nulle, on conçoit que si elle est fort petite, comparativement à la masse des sphères, elle n'aura sur les oscillations qu'une influence pareillement très-faible, dont il sera facile de tenir compte par le calcul; on saura donc ainsi quelles masses doivent avoir les deux sphères, pour faire osciller le bras de la balance avec cette vitesse. En comparant la durée de ces oscillations à celle d'un pendule ordinaire de même longueur, mais que la pesanteur terrestre ferait seule mouvoir, on connaîtra le rapport de cette force à celle que les sphères exercent. De là on déduit par le calcul le rapport des masses des sphères à la masse de la terre; et comme les volumes de ces corps sont aussi connus, on en tire les rapports de leurs densités. Cavendish, qui a fait cette belle expérience, a trouvé ainsi que la densité moyenne de la terre est égale à 5,5, celle de l'eau étant 1. Pour connaître le détail de l'opération, il faut recourir à son Mémoire qui se trouve dans les Transactions philosophiques pour l'année 1798. Quant aux principes mécaniques sur lesquels le calcul repose, on les trouve expliqués dans la Mécanique de M. Poisson, tome II, page 34.

Coulomb a aussi employé la balance de torsion pour mesurer

l'adhérence des fluides sur eux-mêmes. Il a donné sur cela quelques essais dans son Mémoire sur la torsion des fils; mais, vers la fin de sa vie, il reprit ses recherches sous un point de vue plus général, avec des appareils tout nouveaux. Malheureusement, la mort l'a enlevé avant qu'il eût terminé ce travail, et même avant qu'il en eût déduit des résultats arrêtés; car on n'en trouve point de tels dans ses manuscrits. Mais du moins, pour aider les personnes qui voudraient réparer cette perte, je puis décrire l'appareil dont il faisait usage; car Coulomb, qui m'honorait d'une amitié particulière, m'avait souvent permis de voir ses expériences. Il employait un fil de cuivre d'environ un mètre de longueur et très-fin, pour avoir de plus petites forces. Il suspendait à ce fil des disques circulaires, de fer blanc ou de cuivre, ou de toute autre matière, fig. 105. Ces disques, presque sans épaisseur, avaient peu de poids et beaucoup de surface, ce qui était favorable au but qu'il s'était proposé. Après avoir observé leurs oscillations dans l'air, il remplissait d'eau ou de tout autre liquide le vase de verre qui les contenait, et il avait soin qu'ils en fussent couverts entièrement. Quand ils étaient en repos, il tordait le fil d'un certain nombre de degrés ou de cercles, au moyen de l'index de suspension, et, abandonnant le disque à lui-même, il observait avec une montre à secondes la durée de ses oscillations. Même comme cette durée était assez longue à cause de la grande étendue de torsion donnée au fil, il pouvait ainsi en observer les diverses parties, et voir, par exemple, combien il fallait de temps pour parcourir les vingt premiers degrés, puis les vingt autres, et ainsi de suite; résultats qu'il comparait ensuite avec les vitesses de circulation que la torsion avait dû produire dans ces points. Or le disque de métal oscillant ainsi sur lui-même n'éprouvait aucune résistance de la part du fluide; si son mouvement était retardé, ce ne pouvait être que par l'adhérence des particules fluides, soit entre elles, soit avec la matière même du disque, et par conséquent l'observation des oscillations devait indiquer si cette adhérence était sensible. Il serait extrêmement curieux de reprendre ces recherches, d'essayer, par exemple,

si l'adhérence est la même pour des disques non susceptibles d'être mouillés par le fluide, et pour d'autres susceptibles d'être mouillés. Dans ce dernier cas, l'adhérence sera-t-elle la même pour tous les disques, comme les expériences faites sur leur adhésion semblent l'indiquer, et comme cela semble devoir être, puisque la même lame fluide demeure toujours attachée à leur surface? le cas devient le même que si un disque fluide tournait dans un fluide de même nature. Enfin, je me rappelle encore que Coulomb avait aussi cherché à déterminer, par la torsion, les lois de la résistance des fluides dans les petites vitesses, en substituant aux disques, des aiguilles horizontales dont il observait aussi les oscillations. Ceux qui voudraient reprendre ces expériences, pourraient les lier avec celles que Newton a faites sur le même sujet, et qui se trouvent rapportées dans le second livre des Principes (scholie du 25e théorème); ils y trouveront les indications des parties les plus importantes auxquelles ils devront s'attacher, et ils y verront aussi des formes de calculs par lesquels ils pourront enchaîner leurs résultats.

Calcul du mouvement de rotation que prennent les corps suspendus à des fils élastiques tordus.

Comme la force de torsion peut être employée dans une infinité d'expériences, je crois utile de démontrer ici la formule qui donne le temps des oscillations, quand on connaît la forme du corps suspendu.

Concevons un corps de figure quelconque, suspendu au fil par un de ses points. Mettons-le en repos, de sorte que la torsion soit nulle; alors son centre de gravité se trouvera placé sur le prolongement de la verticale du fil. Si l'on tord celui-ci d'un certain angle A, le corps tournant aussi de ce même angle, et qu'on l'abandonne ensuite à son élasticité naturelle, il communiquera au corps, en se détordant, un mouvement de rotation autour de l'axe vertical qui passe par son centre de gravité. Nous pouvons donc appliquer ici les formules

du mouvement d'un corps qui tourne autour d'un axe fixe.

Un mouvement varié se compose toujours de la vitesse déjà acquise par le mobile, à l'instant que l'on considère, et des vitesses nouvelles que les forces accélératrices lui impriment à cet instant. Concevons donc qu'à l'époque t le corps ait acquis une vitesse angulaire de rotation, qui, mesurée à une distance 1 de l'axe, soit représentée par ω : cette vitesse sera $r\omega$ pour un point quelconque placé à la distance r de l'axe. Soit ϕ la force accélératrice avec laquelle la torsion du fil pousse alors ce même point perpendiculairement au rayon r. S'il était libre et s'il se mouvait seul, elle lui imprimerait le petit accroissement de vitesse ϕdt, dans le temps dt; et par conséquent à l'époque $t+dt$, la vitesse totale de ce point serait $r\omega+\phi dt$. Mais comme il est lié invariablement avec les autres points du corps, il est obligé de partager leur mouvement, de même qu'il leur fait partager le sien; et de là résulte un mouvement angulaire moyen qui, étant $r\omega$ à l'époque t, devient $r\omega+rd\omega$ à l'époque $t+dt$. Par conséquent, si l'on imprimait alors, au point que nous considérons, cette vitesse de circulation moyenne en sens contraire de son mouvement de rotation réel, et que l'on fît la même chose pour chaque point du corps, il arriverait qu'en vertu de leur liaison et de leur réaction mutuelle, on anéantirait la rotation totale, pendant l'instant dt. Ainsi les vitesses $r\omega+\phi dt$ et $r\omega+rd\omega$ sont telles, qu'appliquées à tous les points du corps en sens contraire l'une de l'autre, elles se feraient mutuellement équilibre; et comme on peut les supposer constantes pour tous les points d'un petit élément solide dm, le même équilibre devra encore avoir lieu entre toutes les quantités de mouvement $(r\omega+\phi dt)dm$ et $(r\omega+rd\omega)dm$. Par conséquent, si l'on forme les momens statiques de ces forces, relativement au centre commun de rotation, en les multipliant par la longueur r du bras de levier au bout duquel elles agissent, ce qui donnera $(r\omega+\phi dt)rdm$, et $(r\omega+rd\omega)rdm$, il faudra que les sommes de ces momens, calculées de l'une ou de l'autre manière pour toute l'étendue du corps, soient égales entre elles; c'est-à-dire, qu'en désignant la sommation par le signe S, on ait

$$S(r\omega+\phi dt)rdm = S(r\omega+rd\omega)rdm.$$

Supprimant de part et d'autre le terme commun $S r^2 \omega d m$, il reste pour condition unique

$$S r \varphi d t d m = S r^2 d \omega d m.$$

On peut même faire sortir les facteurs $d t$ et $d \omega$ de dessous le signe S; car le temps, et la vitesse angulaire ω mesurée à l'unité de distance, sont constans pour tous les points du corps; on aura ainsi

$$d t S r \varphi d m = d \omega S r^2 d m.$$

L'intégrale $S r^2 d m$ ne dépend que de la forme du corps. Il faudra donc connaître cette forme pour l'évaluer. On l'appelle, en mécanique, le *moment d'inertie* du corps relativement à l'axe d'où l'on compte les distances r. L'autre intégrale $S r \varphi d m$ semble dépendre à la fois de la forme du corps et de l'intensité de la force φ; mais cette composition n'est qu'apparente, et l'on peut trouver aisément sa valeur. En effet, le facteur $\varphi d m$ exprime la force avec laquelle la torsion du fil pousse l'élément $d m$ placé à la distance r de l'axe, et $r \varphi d m$ est le moment statique de cet effort; ou, ce qui revient au même, $r \varphi d m$ est une force qui, appliquée perpendiculairement à l'extrémité du rayon 1, produirait le même effort que la force φ sur l'élément $d m$. La somme de toutes ces forces est donc telle, que si on l'appliquait ainsi à la distance 1 de l'axe, en sens contraire de la rotation réelle, et qu'il n'y eût point de vitesse angulaire précédemment acquise, elle tiendrait le corps immobile et détruirait tout l'effort du fil pour le faire tourner. Or, nous avons précédemment désigné par n la force qu'il faudrait ainsi appliquer perpendiculairement à l'extrémité du rayon 1, pour arrêter le fil, en supposant que l'arc de torsion mesuré à cette même distance de l'axe fût égal à l'unité de longueur; et nous en avons conclu que nX serait la force nécessaire pour produire le même équilibre, quand l'arc de torsion serait X. Les deux forces nX et $S r \varphi d m$ sont donc telles, qu'appliquées en sens contraire, à l'extrémité du rayon 1, elles détruiraient également l'effort du fil; par conséquent elles sont égales, et l'on a

$$S r \varphi d m = n X.$$

Ceci étant substitué dans l'équation du mouvement du corps, elle devient

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{n\,X}{S r^2 dm},$$

ou simplement

$$\frac{d\omega}{dt} = \alpha^2 X,$$

en faisant, pour abréger,

$$\frac{n}{S r^2\, dm} = \alpha^2.$$

Représentons par A l'arc de torsion primitivement donné au fil, à partir de son point naturel d'équilibre. A l'époque t, l'écart est exprimé par X; ainsi A — X est l'arc total décrit par le corps depuis l'instant de son départ. Comme cet arc est mesuré à la distance 1 de l'axe, il suffira de prendre sa différentielle et de la diviser par dt, pour avoir l'expression de la vitesse angulaire ω, à l'époque t. On trouve ainsi

$$\omega = -\frac{dX}{dt}.$$

L'opposition qui existe entre les signes de ω et de d X vient de ce que la vitesse augmente quand X diminue, c'est-à-dire, quand le fil se rapproche de son point naturel d'équilibre. Différencions en prenant dt pour constante, nous aurons

$$\frac{d\omega}{dt} = -\frac{d^2 X}{dt^2}.$$

et par suite

$$\frac{d^2 X}{dt^2} = -\alpha^2 X.$$

Cette équation a pour intégrale

$$X = a \sin(\alpha t + b),$$

a et b étant deux constantes arbitraires qui doivent être déterminées par les circonstances initiales du mouvement.

Dans nos expériences, on fait d'abord décrire au corps un angle A autour de l'axe, et on l'abandonne ensuite à l'action du fil, sans lui imprimer aucune vitesse initiale. Ainsi, en appe-

lant X la distance angulaire d'un de ses points quelconque à sa position de repos, on a au commencement du mouvement

$$t = 0; \quad X = A \quad \text{et} \frac{dX}{dt} = 0.$$

La première condition exige qu'on ait

$$A = a \sin b;$$

la seconde

$$0 = a\alpha \cos b.$$

Or, α est donné, et a ne saurait être nul, puisqu'alors X serait toujours nulle, et il n'y aurait pas de mouvement. Il faut donc que $\cos b$ soit nul, ce qui donne $b = 90°$; $\sin b = 1$, et $A = a$, les deux constantes arbitraires se trouvent alors déterminées, et, en substituant leurs valeurs dans l'expression générale de X, elle devient

$$X = A \cos \alpha t;$$

d'où l'on peut tirer toutes les circonstances du mouvement.

Pour fixer les idées, considérons en particulier un des points du corps, par exemple, l'extrémité de l'index qui marque les amplitudes des arcs sur la division circulaire. Au commencement du mouvement où t est nul, l'arc X est égal à A. C'est une de nos premières déterminations. A mesure que t augmente, le facteur $\cos \alpha t$ diminue; par conséquent l'arc X décroît, c'est-à-dire, que l'index se rapproche de son point naturel de repos. Mais, en même temps, la vitesse de circulation augmente; car son expression générale, tirée de la valeur de X, est

$$\frac{dX}{dt} = -A\alpha \sin \alpha t,$$

et le facteur $\sin \alpha t$, d'abord nul quand t est nul, croît avec cette variable. De plus, le signe de cette vitesse indique qu'elle tend à diminuer l'arc X.

L'arc X diminuant toujours, devient nul quand αt est égal au quart de la circonférence; c'est-à-dire, à $\frac{\pi}{2}$, π étant la demi-circonférence dont le rayon égale 1. On a donc alors

$$t = \frac{\pi}{2\alpha},$$

et l'index se trouve revenu à son point naturel de repos. Mais il

ne s'y arrête pas; au contraire, c'est alors que sa vitesse de circulation est la plus grande; car l'expression de $\frac{dX}{dt}$ atteint son maximum quand $\alpha t = \frac{1}{2}\pi$, puisqu'alors le facteur sin αt devient égal à l'unité; au lieu qu'il est une fraction dans tous autres cas. Au-delà de ce terme, t augmentant toujours, αt devient plus grand qu'un angle droit, cos αt est donc négatif ainsi que l'arc X, c'est-à-dire, que l'index passe de l'autre côté du point de repos. Mais l'expression de $\frac{dX}{dt}$ montre que sa vitesse diminue alors graduellement, à mesure que t augmente. Enfin elle devient nulle lorsque αt est égal à une demi-circonférence, ce qui donne

$$t = \frac{\pi}{\alpha},$$

et par suite

$$X = A; \quad \frac{dX}{dt} = 0.$$

L'index se retrouve alors à l'extrémité de son oscillation, et précisément dans les mêmes circonstances de position et de vitesse qu'au commencement du mouvement où t était nul. Il recommence donc les mêmes périodes de mouvement, et cette périodicité est indiquée par la forme révolutive des fonctions sin αt, cos αt. Ainsi chacune de ces périodes ou oscillations s'accomplit dans l'intervalle de temps T, dont la valeur est $\frac{\pi}{\alpha}$, ou en mettant pour α sa valeur

$$T = \pi\left(\frac{S r^2 d m}{n}\right)^{\frac{1}{2}};$$

de sorte que ce temps peut se calculer, quand on connaît la forme du corps et la constante n.

Supposons par exemple que le corps soit un cylindre à base circulaire, dont l'axe soit vertical et coïncide avec la direction du fil. Menons par cet axe deux plans formant entre eux un angle infiniment petit dX, et coupons-les par un troisième, mené horizontalement à la hauteur du point que nous voulons

considérer. Nous isolerons ainsi dans le cylindre un secteur circulaire A C B, fig. 106, terminé à la surface extérieure A B. Prenons sur C A une distance quelconque C M exprimée par r, et une autre infiniment peu différente C M′, qui sera $r + dr$. Puis avec ces deux rayons décrivons les arcs M N, M′ N′. Le quadrilatère M N M′ N′ pourra être considéré comme sensiblement rectiligne à cause de la petitesse de ces arcs, et sa surface sera le produit de M M′ ou dr par M N ou $r dX$, c'est-à-dire $r dr dX$. Cela posé, nous pouvons prendre pour élément solide du cylindre le petit parallélipipède élevé sur cette base, et dont la hauteur serait dz, ce qui donnera

$$dm = r dr dz dX.$$

En substituant cette valeur dans $S r^2 dm$, nous aurons

$$S r^2 dm = S r^3 dr dz dX,$$

expression dans laquelle les intégrations se présentent d'elles-mêmes. D'abord celle qui se rapporte à r, donne le facteur $\frac{1}{4} r^4$. Il faut étendre cette intégrale dans toute l'épaisseur du cylindre, par conséquent depuis $r = 0$ jusqu'à r égal au rayon extérieur que nous désignerons par a; on aura donc d'abord

$$S r^2 dm = \frac{a^4}{4} S dz dX,$$

en supposant que les z commencent à la base inférieure du cylindre, l'intégrale relative à z devra se prendre depuis $z = 0$ jusqu'à $z = h$, h étant la hauteur totale du cylindre. Elle donnera donc le facteur h dans la valeur de $S r^2 dm$. Enfin l'intégrale relative à X doit être prise dans tout le contour de la circonférence, c'est-à-dire depuis $X = 0$ jusqu'à $X = 2\pi$; car nous avons tacitement supposé que l'angle X était mesuré sur un cercle dont le rayon égalait l'unité de longueur. Il viendra donc

$$S r^2 dm = \frac{\pi h a^4}{2}.$$

Or, en nommant M la masse du cylindre, on a

$$M = \pi a^2 h, \qquad \text{par conséquent} \qquad S r^2 dm = \frac{M a^2}{2};$$

et puisque le temps T d'une oscillation est représenté en général par $\pi\left(\frac{S r^2\, dm}{n}\right)^{\frac{1}{2}}$, sa valeur dans le cas actuel, sera

$$T = \pi\left(\frac{M a^2}{2n}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

C'est la formule donnée par Coulomb.

Si le corps suspendu était une aiguille cylindrique, très-mince comparativement à sa longueur, et suspendue horizontalement par son milieu, il faudrait s'y prendre autrement pour obtenir $S r^2\, dm$ d'une manière simple. Dans ce cas, on pourrait décomposer l'aiguille en tranches infiniment minces par des plans perpendiculaires à sa longueur; dr représentant l'épaisseur d'une de ces tranches, et ϱ le rayon du cercle qui leur sert de base, le volume de chacune d'elles serait $\pi \varrho^2\, dr$. Or, l'aiguille étant supposée très-mince, on peut prendre une de ces tranches elles-mêmes pour l'élément solide dm, et en supposer tous les points également éloignés de l'axe de rotation. Alors l'intégrale $S r^2\, dm$ deviendra $S \pi \varrho^2 r^2\, dr$, et comme $\pi \varrho^2$ est constant pour toutes les tranches, elle deviendra $\frac{1}{3} \pi r^3 \varrho^2$. Pour l'étendre à toute la masse de l'aiguille, dont nous supposerons que la longueur soit $2l$, il faudra la prendre depuis $r = 0$ jusqu'à $r = l$, et ensuite la doubler, ce qui la rendra égale à $\frac{2}{3} \pi \varrho^2 l^3$. Or, la masse de l'aiguille est $2 \pi \varrho^2 l$; en la désignant par M, on aura

$$S r^2\, dm = \frac{M l^2}{3},$$

et par suite

$$T = \pi\left(\frac{M l^2}{3n}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

C'est encore la formule que Coulomb a donnée.

Enfin, pour rassembler ici tous les résultats de calcul dont nous avons fait usage précédemment, considérons le cas mathématique où la masse suspendue, toujours désignée par M, serait concentrée en un seul point matériel placé à une distance R de l'axe, et lié au fil par un levier inflexible et immatériel. Alors l'intégrale $S r^2\, dm$ se réduirait à $R^2 M$, puisqu'il n'y

aurait qu'une seule valeur de r, et le temps des oscillations serait

$$T = \pi \left(\frac{R^2 M}{n}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

Or, pour un corps d'une étendue finie, le temps des oscillations est généralement

$$T = \pi \left(\frac{S r^2 dm}{n}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

Ces temps seront donc égaux, si la masse du point matériel et sa distance sont telles qu'on ait

$$R^2 M = S r^2 dm.$$

Prenons par exemple M égal à la masse même du corps, dont $S r^2 dm$ est le moment d'inertie, nous tirerons alors

$$R^2 = \frac{S r^2 dm}{M};$$

c'est-à-dire que lorsqu'un corps de figure quelconque, suspendu à un fil métallique, oscille par la réaction de torsion de ce fil, son mouvement est exactement le même que si toute sa masse était concentrée en un seul point, dont le carré de la distance à l'axe fût égal au moment d'inertie du corps divisé par sa masse totale.

FIN DU TOME PREMIER.

SUPPLÉMENT.

RECUEIL DE TABLES USUELLES.

Rapport des anciennes mesures linéaires françaises au mètre légal.

1 toise française	$= 1^{m},949040$;	log $= 0,2898200$.
1 pied	$= 0^{m},324839$;	log $= \bar{1},5116687$.
1 pouce	$= 27^{mm},069941$;	log $= 1,4324874$.
1 ligne	$= 2^{mm},25583$;	log $= 0,3533062$.
1 mètre légal	$= 443^{l},296$;	log $= 2,6466938$.

Rapport des mesures linéaires de France avec quelques mesures étrangères.

1 toise anglaise	$= 1$ toise franç. $\frac{72}{76,734}$;	log $= \bar{1},9723447$;
	$= 1^{m},828793$;	log $= 0,2621647$;
1 pied anglais	$= 1$ pied franç. $\frac{72}{76,734}$;	log $= \bar{1},9723447$.
	$= 0^{m},304799$;	log $= 0,4840134$.
1 pouce anglais	$= 1$ pouce fran. $\frac{72}{76,734}$;	log $= \bar{1},9723447$.
	$= 25^{mm},3999$;	log $= 1,4048320$.
1 pied de Brandebourg	$= 1$ pied franç. $\frac{139,13}{144}$;	log $= \bar{1},9850583$.
	$= 0^{m},313853$;	log $= \bar{1},4967270$.
1 pied de Vienne	$= 1$ pied franç. $\frac{140,127}{144}$;	log $= \bar{1},9881591$.
1 pied du Rhin	$= 1$ pied franç. $\frac{29}{31+}$;	log $= \bar{1},9852253$.

Rapport des anciens poids français au gramme.

1 livre, poids de marc	$= 489^{gr},505$;	log $= 2,6897573$.
1 once	$= 30^{gr},5941$;	log $= 1,4856379$.
1 gros	$= 3^{gr},82426$;	log $= 0,5825479$.
1 grain	$= 0^{gr},053115$;	log $= \bar{2},7252154$.
1 gramme en grains	$= 18^{g},82715$;	log $= 1,2747846$.

L'ancienne livre française se divisait en 16 onces, l'once en 8 gros, le gros en 72 grains; de sorte que la livre valait 9216 grains.

Rapport du gramme avec le poids de troy anglais.

1 livre troy	= 372gr.,965;	log = 2,5716677.
1 once	= 31gr.,0804;	log = 1,4924865.
1 penny weight	= 1gr.,55402;	log = 0,1914565.
1 grain	= 0gr.,0647508;	log = 2,8112453.

La livre troy se divise en 12 onces, l'once en 20 penny weight, et le penny weight en 24 grains; ainsi la livre troy vaut 5760 grains troy. Il y a une autre livre appelée *avoir du poids*, qui pèse 7004 grains troy : elle n'est usitée que pour les grosses masses.

Rapport du gramme avec la livre de Nuremberg.

La livre médicinale de Nuremberg est usitée dans toute l'Allemagne : elle se divise en 12 onces, l'once en 8 dragmes, la dragme en 3 scrupules, et le scrupule en 20 grains; de sorte que chaque livre contient 5760 grains. Voici les valeurs en grammes :

1 livre de Nuremberg	= 357gr.,95100;	log = 2,5538238.
1 once	= 29gr.,82925;	log = 1,4746426.
1 dragme	= 3gr.,72866;	log = 0,57 5526.
1 scrupule	= 1gr.,24289;	log = 0,0944313.
1 grain	= 0gr.,0621443;	log = $\bar{2}$,7934013.
	= 1 grain franç. $\frac{117}{100}$;	log = 0,0681859.

TABLE D'ÉLASTICITÉ DE LA VAPEUR.

Cette table a été calculée par M. Pouillet, d'après la formule que j'ai déduite des expériences de M. Dalton. On ne l'a pas poussée au-delà de 130°, parce qu'elle aurait pu devenir fautive. En effet, de pareilles formules ne sont jamais que des approximations, dans lesquelles on ne comprend que les termes qui sont sensibles avec les expériences que l'on compare. Il ne faut donc pas les transporter indiscrètement à d'autres limites plus éloignées, que ces observations ne comprendraient pas, puisque les termes négligés pourraient alors acquérir une influence qu'on ne leur avait pas reconnue, et leur absence occasionnerait de grandes erreurs. Ici, par exemple, si l'on voulait pousser la formule jusqu'à 200°, on trouverait que la force élastique cesse d'augmenter, et même finit par décroître. Mais cela signifie seulement qu'en satisfaisant aux premières observations, on a négligé des termes auxquels il faudrait avoir égard pour s'élever à de si hauts degrés. On remédierait à ce défaut, si l'on avait des tensions obser-

ERRATA.

Page 3, ligne 2 de la note : *rayez* ainsi.

4, ligne *dernière :* transmutent, *lisez* transmuent.

17, l. 14 : une, *lisez* de.

37, l. 27 : $\frac{a L^n}{L}$, *lisez* $\frac{a L_n}{L}$.

40, l. 15 : par, *lisez* pour.

Idem. l. 16 : par, *lisez* pour.

51, l. *dernière :* L^n, *lisez* L_n.

54, l. 10 : boule N, *lisez* boule, N.

99, l. 8 *d'en bas :* prenant, *lisez* pressant.

102, l. 4 mêmes, *lisez* même.

107, l. 4 : H, *lisez* H_1.

107, l. 7 : à, *lisez* de.

127, l. 9 *d'en bas :* O, *lisez* B.

153, l. 13 : BB, *lisez* BB'.

181, l. 14, 18 *et* 24 : boulons, *lisez* écrous.

199, l. 14 *d'en bas :* fig. 66, *lisez* fig. 68.

201, l. *dernière :* 1600, *lisez* 16000.

202, l. *première :* centième, *lisez* millième.

204, l. 4 : maximum, *lisez* minimum.

299, l. 4 *d'en bas :* t, *lisez* F.

306, l. 7 *d'en bas :* division, *lisez* divisions.

311, l. 21 : 18°,75, *lisez* 16°,75.

369, l. *dernière :* T', *lisez* T.

389, l. 9 : = 0,012, *lisez* = 0,0012.

402, l. 8 : *au numér.* $(1 + \ '\ )$, *lisez* $(1 + K t')$.

404, l. *dernière, au lieu de* $\frac{4 + a}{1 + K t}$ = ... *lisez*

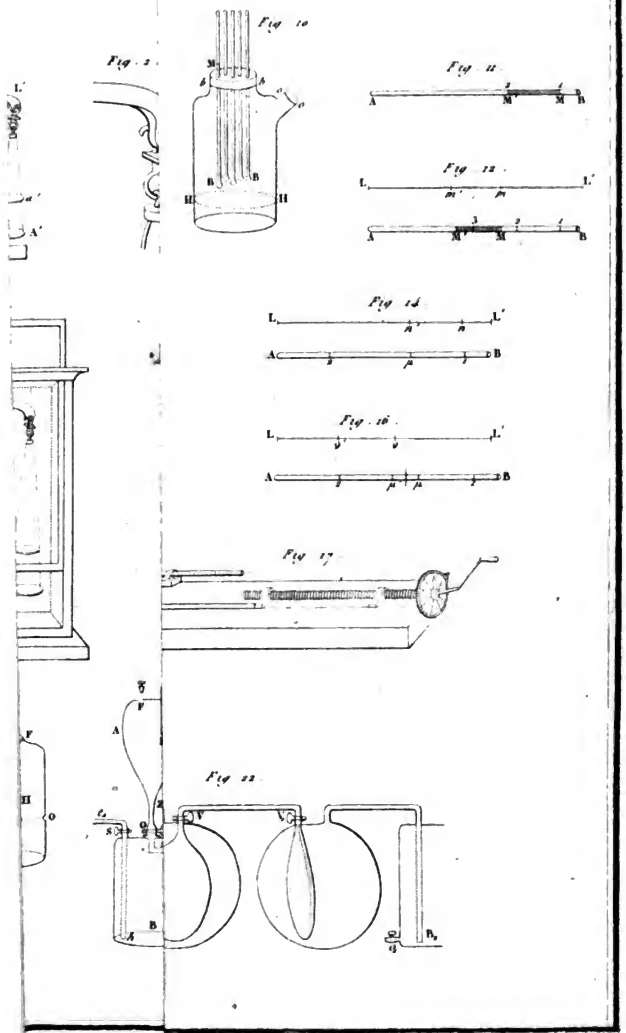
$= 1343^{c},10904 - 0^{c}.440919 = 1342,66812.$

442, l, 19 : efleurer, *lisez* affleurer.

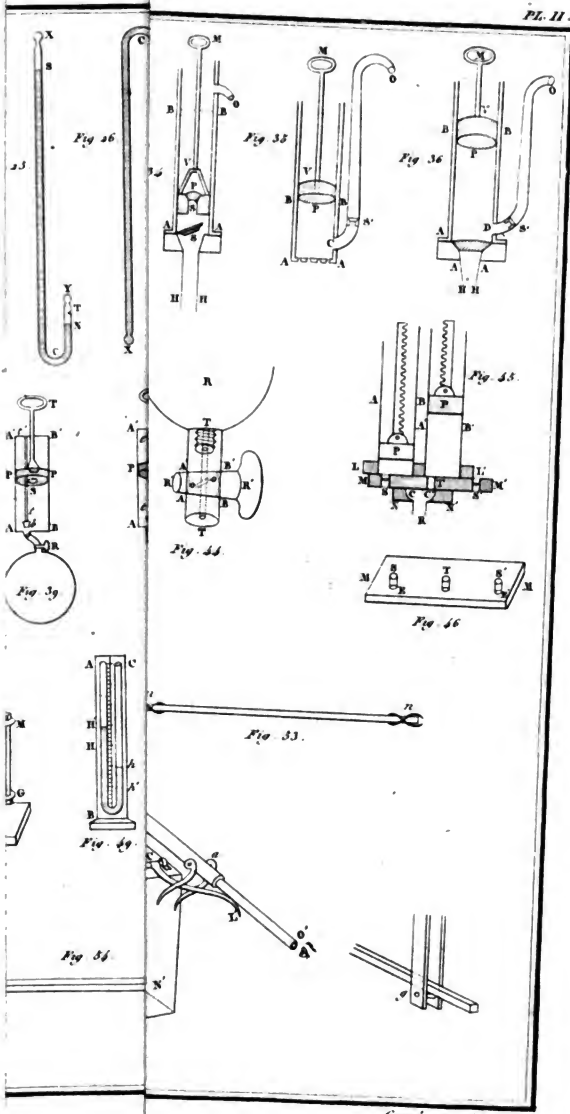
454, l. 5 *d'en bas : au lieu de* 8°,5 sa densité à 16°, *lisez* 16° sa densité à 8°,5.

456, l. 9 : HST, *lisez* TST.

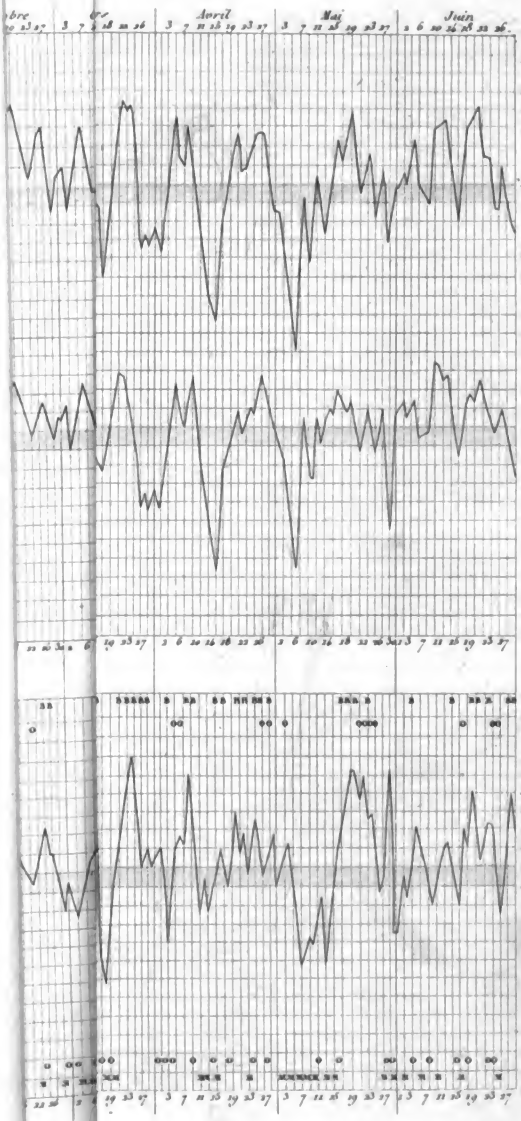
488, l. 7 : au, *lisez* un.

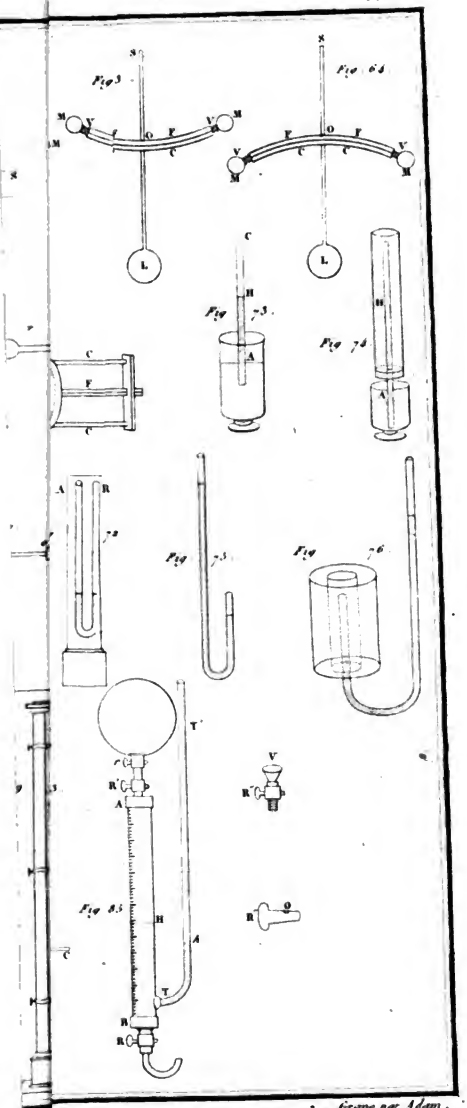


Gravé par Adam

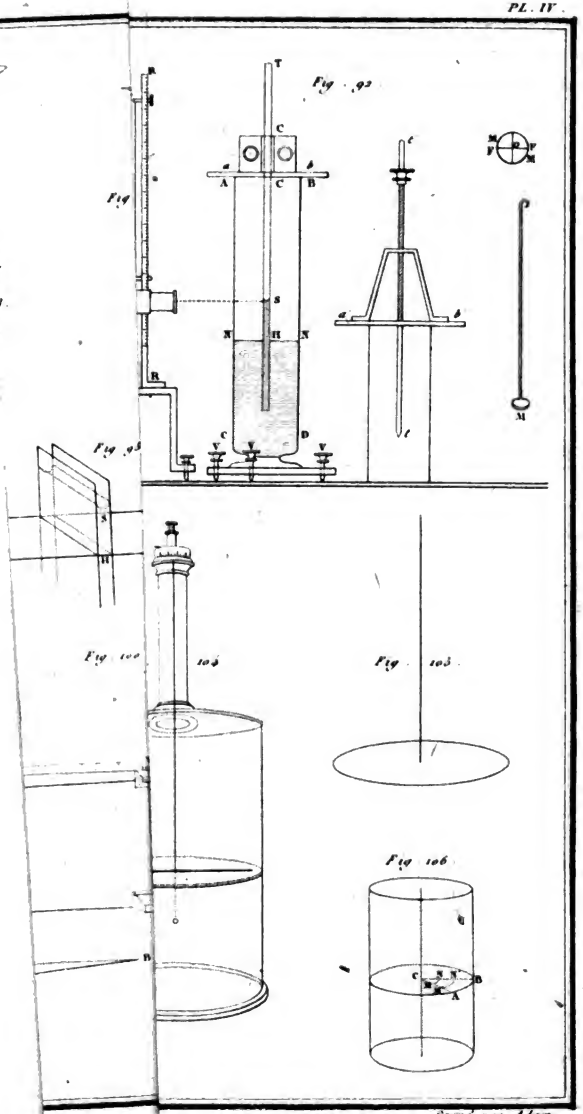


Gravé par Adam.





Gravé par Adam.



Gravé par Adam.