



















P. V. 2

418737

Smith.

2

BULLETINS

DE LA

CLASSE DES SCIENCES

bandes



Q  
2  
1913  
[v. 12  
no. 1-12  
SI

Académie royale des sciences, des lettres  
et des beaux-arts de Belgique, Bruxelles, 1911  
des sciences.

ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE

**BULLETINS**

DE LA

**CLASSE DES SCIENCES**

[ 5<sup>e</sup> série ]

[ t. 1 ]

**1911**



**BRUXELLES**

HAYEZ, IMPRIMEUR DES ACADÉMIES ROYALES DE BELGIQUE

Rue de Louvain, 112

**1911**



W 6-9  
ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE

---

BULLETIN

DE LA

CLASSE DES SCIENCES

---

1911 — N° 1



BRUXELLES

HAYEZ, IMPRIMEUR DES ACADÉMIES ROYALES DE BELGIQUE

Rue de Louvain, 112

---

1911



Discours prononcé le 1<sup>er</sup> janvier 1911 par M. le baron de Borchgrave, président de l'Académie royale des sciences, des lettres et des beaux-arts de Belgique.

SIRE,

Au moment où s'ouvre l'année nouvelle, je suis heureux d'être appelé à déposer au pied du Trône l'hommage respectueux des félicitations les plus vives de l'Académie royale de Belgique et des vœux ardents qu'elle forme pour le bonheur de nos Augustes Souverains.

Si quelque chose manque à notre allégresse, c'est de ne pouvoir saluer en ce jour notre gracieuse et bien-aimée Reine, mais ce regret est tempéré par la douce certitude que Sa Majesté, déjà en pleine convalescence, pourra, dans quelques jours, reprendre sa vie toujours si utilement remplie.

SIRE,

Il y a un an à peine que nous étions admis pour la première fois à offrir à Votre Majesté le tribut de notre plus féal et plus dévoué loyalisme.

C'est avec fierté que nous pouvons constater aujourd'hui

que cet espace de temps si court a été fécond comme un long règne.

L'Académie royale de Belgique, pénétrée de la pensée que rien d'humain ne lui est étranger, a suivi avec une avide émotion le processus historique du pays.

Elle a vu les souverains et les peuples étrangers admirer une exposition merveilleuse dans laquelle toutes les branches de l'activité nationale et universelle ont figuré avec éclat.

Elle a vu les savants y prodiguer les trésors de la science, les beaux-arts y accumuler leurs chefs-d'œuvre, les lettres belges s'y affirmer avec un relief et une autorité qui nous permettent de dire que, dans le domaine littéraire comme dans tous les autres, la Belgique tient un haut rang et que les lettres belges ne sont en retard sur celles d'aucun pays. Nous savons que cette conviction est aussi celle du Roi, Protecteur de l'Académie, comme Ses illustres prédécesseurs, et nous L'en remercions de tout cœur.

Enfin, l'Académie sait qu'une grande prospérité matérielle est le plus sûr moteur d'une plus grande activité intellectuelle, qu'elle alimente les sources du génie, qu'elle développe toutes les manifestations du progrès.

Suivant d'un regard de chaleureuse sympathie le labeur gigantesque qui s'accomplit au sein de la colonie grandiose que nous a donnée Léopold II et que le Roi Albert a voulu visiter et juger par Lui-même, l'Académie royale se persuade que l'impulsion imprimée par le Monarque à cette terre



lointaine réalisera tous les espoirs de la mère patrie, sera pour la Belgique comme pour sa colonie un nouvel accroissement d'honneur et de bien-être et nous permettra, nous l'espérons, d'assurer ce qui manque à notre expansion mondiale, le transport maritime autonome.

SIRE,

Reconnaissante des succès obtenus sous l'égide de Votre Majesté, l'Académie royale fait des vœux pour la longue durée du règne commencé sous d'aussi heureux auspices, et ces vœux que nous formons pour Votre Majesté et Sa Majesté la Reine nous les adressons à la Famille Royale tout entière.

---

### Réponse du Roi.

MESSIEURS,

L'Académie royale est comme la représentation officielle des activités intellectuelles et artistiques de la Nation.

Je suis heureux de pouvoir lui redire tout l'intérêt que J'attache à sa mission.

L'année qui vient de se terminer a vu de grandes manifestations se produire dans le domaine de vos préoccupations.

De nombreux et importants congrès se sont tenus à Bruxelles et ont groupé des représentants illustres de la pensée contemporaine.

A l'exposition même, les sciences, les arts et les lettres occupaient une place importante à côté des galeries qui attestaient notre puissance économique.

Il faut se féliciter, Messieurs, qu'il en soit ainsi.

Toutes les forces nationales doivent être développées harmoniquement; le culte désintéressé des choses de l'esprit aide beaucoup à l'unité morale du pays.

Un peuple qui aime la science, l'art et la littérature restera un peuple capable de grands efforts et fier de sa personnalité.

---

## CLASSE DES SCIENCES.

---

*Séance du 7 janvier 1911.*

M. C. MALAISE, directeur pour 1910, occupe le fauteuil.

M. le chevalier EDMOND MARCHAL, secrétaire perpétuel.

Sont présents : MM. J. Neuberg, directeur pour 1911 ; Ch. Van Bambeke, G. Van der Mensbrugge, W. Spring, M<sup>el</sup> Mourlon, P. Mansion, P. De Heen, C. le Paige, Ch. Lagrange, Léon Fredericq, A. Jorissen, Ch. Francotte, Paul Pelseneer, A. Gravis, A. Lameere, Ch.-J. de la Vallée Poussin, Th. Durand, Max. Lohest, *membres* ; J. Massart, A. Demoulin, A. Rutot, V. Willem, Al. de Hemptinne, Paul Stroobant et J. Verschaffelt, *correspondants*.

---

---

## CORRESPONDANCE.

---

M. le Ministre des Sciences et des Arts envoie une ampliation des arrêtés royaux suivants :

1° Du 2 décembre 1910, nommant président de l'Académie pour 1911 M. Mathieu, directeur de la Classe des beaux-arts pour ladite année ;

2° Du 31 du même mois, approuvant l'élection de MM. Th. Durand et Lohest en qualité de membres titulaires de la Classe des sciences.

— Le même haut fonctionnaire adresse vingt-cinq exemplaires du rapport du jury qui a été chargé de décerner le prix décennal de physique et de chimie expérimentales pour la période de 1899-1908. — Remerciements.

MM. Th. Durand, Max. Lohest, élus membres, Éd. Branly, Émile Picard et Jacques Loeb, élus associés, remercient pour leur élection.

MM. Octave Dony-Hénault, d'Uccle, et Charles Pérez, de Paris, adressent des remerciements pour les prix accordés à leurs mémoires.

MM. Van der Waals et Otto Wallach, associés, expriment leurs sentiments pour les félicitations que l'Académie leur a adressées à l'occasion de leur Prix Nobel.

— Le Comité pour rendre hommage à la mémoire d'Édouard Van Beneden et perpétuer son souvenir de façon matérielle fait parvenir des circulaires de propagande.

— La Classe autorise M. Thalasso, de Bruxelles, à rentrer en possession du billet cacheté dont elle avait accepté le dépôt : *Étude sur les variations d'éclat de l'étoile  $\eta$  des Gémeaux.*

— Hommages d'ouvrages :

Par M. le Ministre des Sciences et des Arts :

*Recueil de mémoires originaux dédiés au professeur J. Teissier pour le XXV<sup>e</sup> anniversaire de son professorat, 1884-1909.*  
(Université de Lyon.)

Par M. A. Rutot :

*Un homme de science peut-il, raisonnablement, admettre l'existence des industries primitives, dites éolithiques?*

Par M. A. Lacroix, associé :

*Les roches alcalines de Tahiti.*

Par M. Louis Frank, de Bruxelles :

*Le théorème de Fermat. Sa solution.*

— Remerciements.

— Travaux manuscrits soumis à l'examen :

*Nouvelles recherches sur la vitesse de saccharification de l'amidon*, troisième mémoire ; par H. Van Laer. — Commissaires : MM. Jorissen et Gilkinet.

*L'aile amphibolique propulsive* ; par Julien Pacotte. — Commissaire : M. Ch. de la Vallée Poussin.

*Moyen de cristalliser le carbone* ; par Henri Wilmotte, de Dampremy. — Commissaire : M. Spring.

---

## ÉLECTIONS.

---

M. Ch. Francotte est élu directeur pour l'année 1912.

M. C. Malaise, en installant son successeur, M. Neuberg, au fauteuil, remercie de l'honneur qui lui a été fait d'avoir eu à diriger les travaux de la Classe.

M. Neuberg propose que des remerciements soient votés au directeur sortant.

M. Ch. Francotte, invité à prendre place au bureau, remercie ses confrères de leurs témoignages de sympathie. (*Applaudissements.*)

---

PRIX PERPÉTUELS.

---

La Classe prend notification des travaux reçus avant le 31 décembre, pour les concours suivants :

PRIX THÉOPHILE GLUGE.

PHYSIOLOGIE.

(Cinquième période : 1909-1910.)

Trois concurrents ont soumis des travaux :

M. J. De Meyer, assistant à l'Institut de physiologie de Bruxelles : neuf travaux ;

M. C. Fleig, chef de laboratoire à la Faculté de médecine de Montpellier : neuf travaux ;

M<sup>lle</sup> J. Joteyko, chef des travaux au laboratoire de psychophysiologie de l'Université de Bruxelles : un ouvrage.

— Commissaires : MM. L. Fredericq, Masius et V. Willem.

---

PRIX ÉMILE LAURENT.

BOTANIQUE.

(Deuxième période : 1909-1910.)

M. J. Massart, correspondant de l'Académie, soumet son : *Esquisse de la géographie botanique de la Belgique.*

— Commissaires : MM. Gilkinet, Gravis et Durand.

---

---

## RAPPORTS.

---

Sur les rapports verbaux de MM. L. Fredericq et Van Bambeke, le travail : *Ons Ontwikkelingsstelsel*; par MM. Jos. Panesi et Vlaeminckx, sera déposé aux archives.

M. Delaey, constructeur à Watermael, sera remis en possession de sa note sur *Un système de signaux qui permettra aux aviateurs de s'orienter sur terre*, celle-ci étant plutôt du ressort d'une revue ou d'un journal qui s'occupe d'aviation.

---

*L'aile amphibolique propulsive*; par JULIEN PACOTTE,  
docteur en sciences physiques et mathématiques.

Rapport de M. de la Vallée Poussin.

« J'ai l'honneur de présenter à la Section un nouveau travail de M. Julien Pacotte, intitulé : *L'aile amphibolique propulsive*, et qui complète la théorie exposée dans les *Bulletins* du mois d'août dernier. Cette nouvelle note est consacrée à l'étude purement mathématique de l'appareil animé d'un mouvement de translation uniforme.

L'auteur parvient à des conclusions simples et intéressantes, et d'ailleurs entièrement nouvelles. Nous sommes heureux de proposer l'insertion de son travail dans le *Bulletin* de la séance. » — Adopté.

---

---

COMMUNICATIONS ET LECTURES

---

CHIMIE. — **Action du carbonate de sodium sur le carbonate de calcium (1),**

par W. OECHSNER DE CONINCK, associé de l'Académie.

Dans une note que j'ai présentée à l'Académie royale en juin 1910, j'ai déjà traité cette question. Mes résultats ayant été contradictoires, j'ai repris l'étude de cette réaction. Mais j'ai évité les causes d'erreur possibles, en employant : 1° une eau distillée neutre; 2° un carbonate de calcium précipité et complètement exempt de sulfate de calcium; 3° un carbonate de sodium exempt de sulfate sodique.

En opérant comme je l'ai indiqué dans la note précitée, j'ai constaté *qu'il n'y avait pas d'action* du carbonate alcalin sur le carbonate alcalino-terreux (2).

Montpellier, 22 décembre 1910.

---

CHIMIE. — **Action de la soude dissoute sur le phosphate tribasique de calcium (3),**

par W. OECHSNER DE CONINCK, associé de l'Académie.

0<sup>gr</sup>750 de phosphate ont été délayés dans 41 grammes d'une lessive de soude très concentrée; le mélange a été chauffé pendant quatre-vingt-sept heures sur un bain-marie réglé à

---

(1) Institut de chimie générale, Montpellier.

(2) Si dans quelques-unes de mes précédentes expériences, j'avais obtenu, après traitement par l'oxalate d'ammonium, un léger précipité d'oxalate de calcium, cela tenait à ce que la craie employée, bien que lavée pendant plusieurs jours, renfermait encore un peu de sulfate de calcium, et à ce que l'eau distillée, possédant une réaction faiblement acide, avait dissous un peu de carbonate de calcium pendant la durée de l'expérience.

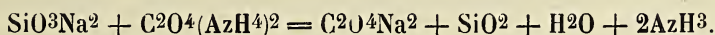
(3) Institut de chimie générale, Montpellier.



97°-98°. On agitait le ballon de temps à autre pour bien assurer les contacts. Au bout de quelques jours, la liqueur a été filtrée chaude; le phosphate de calcium a traversé le filtre. Après refroidissement complet, la filtration s'est faite normalement. Le filtratum limpide a été étendu de son volume d'eau distillée, puis additionné d'un fort excès d'oxalate d'ammonium en solution concentrée.

Au bout de vingt-six heures, il s'était formé un précipité blanc, léger et floconneux; traité par l'acide chlorhydrique, il ne s'est pas dissous, ce qui exclut la présence de l'oxalate de calcium. Il n'y a donc pas eu réaction entre la soude et le phosphate de calcium.

Le précipité renfermait principalement de la silice et quelques cristaux d'oxalate de sodium. Voici ce qui s'était produit: il y avait eu attaque du verre par la soude et formation de silicate de sodium. Celui-ci, réagissant lentement avec l'oxalate d'ammonium, avait donné naissance à la réaction suivante:



De fait, j'ai vérifié la présence de l'oxalate de sodium et de la silice, et j'ai constaté directement que la liqueur renfermait de l'ammoniaque libre.

En terminant, je ferai remarquer que dans ces expériences, comme dans celles faites avec la potasse et le phosphate de calcium (1), ce dernier sel a pris, temporairement, l'état colloïdal.

Montpellier, le 23 décembre 1910.

---

(1) *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* (Classe des sciences), n° 8. 1910.

---

OPTIQUE. — Recherches expérimentales sur la forme de la surface d'onde dans les cristaux biréfringents (troisième communication),

par J. E. VERSCHAFFELT et M<sup>lle</sup> A. SCOUVART.

Nos observations sur un cristal de topaze placé dans l'eau (\*), avaient déjà indiqué clairement une variation de la vitesse de propagation des ondes extraordinaires avec la direction. Nous avons obtenu maintenant des résultats plus concluants encore, c'est-à-dire que nous avons pu étendre encore les limites des directions observées, en prenant comme milieu ambiant la naphthaline monobromée, dont l'indice de réfraction (1,66) est supérieur aux trois indices principaux de la topaze. Nous avons opéré exactement comme avec l'eau; toutes les observations ont été réduites à la température de 15°. Encore une fois, les observations n'ont porté que sur les deux prismes aigus formés par les faces *m*; les déviations étaient négatives et les images extraordinaires étaient plus déviées (en valeur absolue) que les images ordinaires. Pour ces dernières, le minimum de déviation, mesuré hors de la cuvette, était  $\delta' = -2^{\circ}33'$ , d'où  $\delta$  (déviation minima dans le liquide) =  $-1^{\circ}32'$ . Il s'ensuit que  $\frac{\tau}{v} = 1,0261$ , de sorte que si l'on admet  $n_o = 1,6185$ , d'après les mesures faites sur le cristal placé dans l'air (\*\*), il vient pour l'indice N de la naphthaline monobromée, pour la raie D à 15° et par rapport au vide, 1,6607, ce qui est parfaitement d'accord avec les observations très concordantes de Walter, Simon et Brühl (\*\*\*) .

Voici le tableau des observations relatives au rayon ordinaire (les lettres ont la même signification que dans la deuxième communication, page 592) :

---

(\*) Voir la deuxième communication sur le même sujet: *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* (Classe des sciences), n° 7, pp. 590-596, 1910.

(\*\*) Première communication: *Ibid.*, n° 6, p. 524.

(\*\*\*) Voir les tables physico-chimiques de LANDOLT-BÖRNSTEIN-MEYERHOFFER.

*Rayon ordinaire.*

$\delta_1$	$\delta'$	$\delta$	$\varepsilon$	$\frac{r}{v}$	$n_e$
0°46'	- 2°33' (min.)	- 1°32'	0°	1,026 <sup>1</sup>	1,618 <sup>5</sup>
3°36'	- 2°34'	- 1°32'30''	2°55'30''	1,025 <sup>9</sup>	1,618 <sup>7</sup>
8°36'	- 2°37'	- 1°34'30''	8° 4'30''	1,025 <sup>8</sup>	1,618 <sup>9</sup>
13°36'	- 2 43'	- 1°38'	13°13'	1,025 <sup>7</sup>	1,619 <sup>0</sup>
18°36'	- 2°54'	- 1°44'30''	18°21'	1,026 <sup>0</sup>	1,618 <sup>6</sup>
23°36'	- 3°10'	- 1°54'30''	23°29'	1,026 <sup>5</sup>	1,618 <sup>1</sup>
28°36'	- 3°32'	- 2° 7'30''	28°37'	1,025 <sup>8</sup>	1,618 <sup>9</sup>
33°36'	- 4° 5'	- 2°27'30''	33°45'	1,025 <sup>9</sup>	1,618 <sup>7</sup>

Pour la raison qui a été donnée dans la deuxième communication (p. 594), nous n'avons pas déduit directement l'indice  $n_e$  du rayon extraordinaire des déviations observées pour l'image extraordinaire, mais de la différence  $\Delta\delta$  des déviations des images extraordinaire et ordinaire, formées par un même prisme, en faisant usage notamment de la formule (a) de la deuxième communication (p. 595); remarquons en passant que cette formule peut encore s'écrire plus simplement :

$$\Delta n = \frac{\cos(\frac{1}{2} A + \delta_2) \cos(\frac{1}{2} A - \varepsilon)}{\sin A} N \Delta \delta. \quad (1)$$

Le tableau suivant contient le résultat des mesures faites sur l'image extraordinaire.

*Rayon extraordinaire.*

$\delta_1$	$\delta'$	$\delta$	$\Delta\delta$	$\Delta n$	$n_e$
0°54'	- 2°59' (min.)	- 1°48'	- 0°16'	- 0,0071	1,611 <sup>4</sup>
3°36'	- 3° 0'	- 1°48'30''	16'	71	1,611 <sup>4</sup>
8°36'	- 3° 4'	- 1°51'	16'30''	74	1,611 <sup>1</sup>
13°36'	- 3°12'	- 1°55'30''	17'30''	76	1,610 <sup>9</sup>
18°36'	- 3°21'	- 2° 1'	18'30''	76	1,610 <sup>9</sup>
23°36'	- 3°44'	- 2°15'	20'30''	77	1,610 <sup>8</sup>
28°36'	- 4°11'	- 2°31'	23'30''	80	1,610 <sup>5</sup>
33°36'	- 4°51'	- 2°55'30''	28'	84	1,610 <sup>1</sup>

La variation de  $n_e$  avec  $\delta_1$  (qui, pour ce liquide, se confond pratiquement avec  $\epsilon$ ) est évidente.

Nous avons opéré ensuite dans des milieux à indice variable, en ajoutant du xylol ( $n = 1,51$ ) à la monobromonaphtaline. Le mélange se faisait dans la cuvette même de l'appareil, en ajoutant le xylol goutte à goutte et agitant ensuite le liquide par un courant d'air, lancé, à l'aide d'une petite poire en caoutchouc, à travers un tube effilé, plongeant dans le liquide.

A mesure que la proportion de xylol augmente, on voit les images ordinaires et extraordinaires se rapprocher de l'image centrale, non déviée de la fente; l'indice du milieu diminuant, il faut, en effet, que les déviations augmentent, et, comme elles sont négatives, elles doivent diminuer en valeur absolue. Bientôt on peut voir réunies dans le champ de la lunette les images ordinaires ( $og, od$ ) et extraordinaires ( $eg, ed$ ) formées par les prismes de gauche et de droite; les images sont placées du même côté que le prisme qui leur donne naissance, les extraordinaires à l'extérieur, ainsi que le représente la figure 1; au

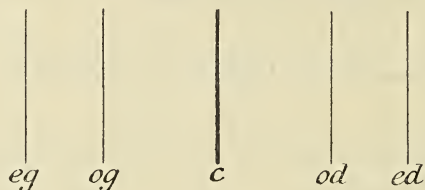


FIG. 1.

milieu se trouve l'image non déviée de la fente ( $c$ ). En faisant tourner le cristal, on voit les quatre images latérales s'éloigner ou s'approcher ensemble de l'image centrale, et passer par un minimum de déviation qui, pratiquement, est atteint au moment où le cristal se trouve placé symétriquement par rapport à l'axe du collimateur ( $\delta_1 = 0$ ).

L'indice du milieu continuant à s'abaisser par addition de xylol, les images continuent à se déplacer vers des déviations croissantes; dans ce mouvement, la différence  $\Delta\delta'$  des déviations

extraordinaire et ordinaire reste d'ailleurs sensiblement constante et égale à  $27'$ . Bientôt il arrive un moment où les images *og* et *od* coïncident avec l'image centrale; on voit alors la figure 2, qui ne se modifie pas par rotation du cristal, mais les images latérales extraordinaires s'écartent encore de l'image centrale, ou s'en rapprochent, jusqu'au minimum de déviation. A ce moment, l'indice du milieu est précisément égal à  $n_o = 1,6185$ .

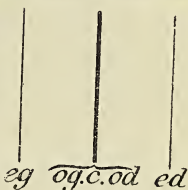


FIG. 2.

Puis les images ordinaires passent de l'autre côté de *c*; leurs déviations deviennent positives (fig. 3) et il arrive un moment où les images ordinaire et extraordinaire, formées par des prismes différents, se confondent (fig. 4). A ce moment, la déviation minima des images extraordinaires, comme des images ordinaires, est  $\delta' = \frac{27'}{2} = 13'30''$  et  $\delta = 8'$ , de sorte que l'indice du milieu, calculé au moyen de la formule (1), en considérant comme connu l'indice ordinaire  $n_o$  du cristal, est  $N = 1,6148$ , c'est-à-dire sensiblement la moyenne entre  $n_o$  et  $n_x$  (indice extraordinaire dans la direction  $\varepsilon = 0$ ; voir deuxième communication, p. 519).



FIG. 3.



FIG. 4.

Cette coïncidence d'une image ordinaire et d'une image extraordinaire ne subsiste toutefois pas si l'on fait tourner le cristal; on voit alors les images se séparer, les images extraordinaires redevenant extérieures. Cela provient évidemment de ce que l'indice de ces dernières va en s'abaissant, ce qui entraîne une diminution plus rapide de leur déviation négative.

Pour  $N$  plus petit que  $1,6148$ , les images *o* et *e* sont de nouveau séparées au minimum de déviation, mais maintenant les images extraordinaires sont intérieures (fig. 5). Lorsque les images sont encore peu séparées (de quelques minutes seule-



FIG. 5.

ment), on constate qu'en faisant tourner le cristal on rencontre deux positions où les images *o* et *e* se croisent; cela provient encore une fois du fait que, par suite de la variation de l'indice  $n_e$ , la variation de la déviation extraordinaire est plus rapide que celle de la déviation ordinaire. Dans les positions où les images *o* et *e* se rencontrent, on a sensiblement  $N = \frac{1}{2}(n_o + n_e)$ ,  $n_e$  étant l'indice extraordinaire correspondant à la direction  $\varepsilon$  du rayon.

Bientôt les images extraordinaires se confondent avec l'image centrale (fig. 6); l'aspect est alors le même que celui de la figure 2, et les distances des images latérales ordinaires à l'image centrale sont sensiblement les mêmes que dans ce cas (27'), mais l'état de polarisation est différent. Alors  $N = n_x = 1,6114$ . Mais encore une fois la coïncidence ne se produit



FIG. 6.

qu'au minimum de déviation et, lorsqu'on fait tourner le cristal, on voit les images extraordinaires se détacher de l'image centrale en présentant de nouveau une déviation négative.

Pour  $N < n_x$ , les images extraordinaires sont passées de l'autre côté de l'image centrale (fig. 7); leurs déviations sont devenues positives. Toutefois, lorsque  $N$  n'est qu'un peu plus bas que  $n_x$ , on constate qu'en faisant tourner le cristal à partir de la position de symétrie dans un sens ou dans l'autre, les images extraordinaires se rappro-

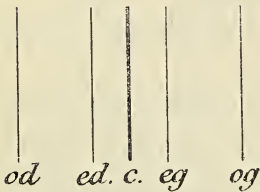


FIG. 7.

chent de l'image centrale, passent par cette image et puis s'en écartent dans le sens des déviations négatives; les images extraordinaires présentent donc un maximum de déviation (\*), où la déviation est positive, et par rotation du cristal la déviation redevient négative en passant par zéro.

(\*) *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique (Classe des sciences)*, n° 2, p 125, 1910.

Lorsque  $N$  s'est suffisamment abaissé, les images extraordinaires, positivement déviées, présentent de nouveau un minimum de déviation. Au moment du passage du maximum au minimum, les images extraordinaires ne changent pas de place lorsqu'on fait tourner le cristal (\*); la déviation reste constante et égale à  $\delta' = 9'$ . A ce moment, les images ordinaires sont déviées au minimum d'un angle  $\delta' = 36'$  ( $\delta = 22'$ ), d'où l'on déduit que l'indice du milieu correspondant est  $N_c = 1,6086$ .

Aussi longtemps que l'indice du milieu est voisin des indices du cristal, les formules servant au calcul des indices peuvent être considérablement simplifiées. En effet, les déviations  $\delta'$  et  $\delta$  étant suffisamment petites, on peut écrire  $\delta' = N'\delta$ ,  $N'$  étant l'indice relatif du milieu par rapport à l'air (\*\*); et, comme  $\varepsilon$  et  $\delta_2$  diffèrent alors très peu de  $\delta_1$ , la formule (1) peut s'écrire :

$$\Delta n = \frac{\cos(\frac{1}{2} A + \delta_1) \cos(\frac{1}{2} A - \delta_1)}{\sin A} \Delta \delta'. \quad (2)$$

D'ailleurs, au minimum de déviation (position symétrique du cristal)  $\delta_1 = 0$  et

$$\Delta n = \frac{1}{2} \cotg \frac{1}{2} A \cdot \Delta \delta'_m; \quad (3)$$

puisque  $A = 55^\circ 47'$ , dans la position du minimum de déviation une différence de déviation de  $1'$  ( $0,000291$  radians) correspond donc à une différence d'indice de  $0,000275$ ; ceci permet de calculer aisément les indices des mélanges, en mesurant les déviations minima qu'ils font subir aux ondes ordinaires ou extraordinaires (\*\*). Nous avons dit tantôt que, pour un indice du milieu voisin des indices du cristal, la différence  $(\delta'_o - \delta'_e)_m$  était de  $27'$ ; on a donc  $n_o - n_x = 0,0074$ , d'où, si  $n_o = 1,6185$ ,  $n_x = 1,6111$ .

(\*) *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* (Classe des sciences), n° 5, p. 380, 1910.

(\*\*) Il est d'ailleurs permis, au degré de précision de ces mesures, de confondre  $N'$  et  $N$ .

(\*\*\*) La température n'ayant qu'une influence négligeable sur les différences de déviation, les observations suivantes ont pu s'effectuer à diverses températures, sans qu'il fût nécessaire de les réduire à une température déterminée.

Le cristal étant placé dans un milieu d'indice  $N = n_o$ , nous avons mesuré les déviations des ondes extraordinaires dans diverses positions du cristal, c'est-à-dire pour diverses valeurs de  $\delta_1$ , et nous en avons déduit, au moyen de la formule (2), les valeurs correspondantes de  $n$ . Nous avons trouvé ainsi :

$\delta_1$	$\delta' (= \Delta\delta')$	$\Delta n$	$n_e$
0°	- 27'	- 0,0074	1,6111
5°	- 27'30''	74	1,6111
10°	- 28'30''	75	1,6110
15°	- 30'	77	1,6108
20°	- 33'	77	1,6108
25°	- 38'	80	1,6105
30°	- 44'	82	1,6103

La variation de  $n_e$  avec  $\delta_1$  peut également être déduite de cette observation, que dans un milieu d'indice  $N = 1,6086$  le  $\delta'$  des ondes extraordinaires reste constant et égal à 9'. Si l'on pose, en effet,  $\Delta\delta' = 9'$  dans la formule (2), on peut trouver  $\Delta n = n_e - N_e$  pour toute une série de valeurs de  $\delta_1$  (bien entendu dans les limites où la constance de  $\delta_1$  a pu être constatée, notamment entre 0° et 50° environ).

$\delta_1$	$\Delta\delta'$	$\Delta n$	$n_e$
0°	9'	0,0025	1,6111
5°	9'	25	1,6111
10°	9'	24	1,6110
15°	9'	23	1,6109
20°	9'	21	1,6108
25°	9'	19	1,6106
30°	9'	17	1,6104
35°	9'	14	1,6101
40°	9'	12	1,6099
45°	9'	09	1,6096
50°	9'	06	1,6093

La mesure précise de cette déviation constante constitue la



méthode de détermination la plus facile de la variation de l'indice extraordinaire avec la direction. D'ailleurs, la constatation de la constance de la déviation des ondes extraordinaires, avec la plus grande précision possible et entre des limites aussi étendues que possible, fournit une des plus belles vérifications expérimentales de la théorie de Huygens-Fresnel; l'existence d'une déviation extraordinaire invariable a pu, en effet, être déduite (\*) de la forme que cette théorie attribue à la surface d'onde des cristaux biréfringents.

Dans le cas où le cristal est très peu biréfringent, de sorte que les déviations à considérer sont très petites (\*\*), la démonstration en peut être faite d'une façon bien simple. Nous savons que la vitesse normale des ondes extraordinaires varie avec la direction de leur propagation suivant la formule

$$r = \sqrt{a^2 \sin^2 \varepsilon + b^2 \cos^2 \varepsilon},$$

qui, si le cristal est très peu biréfringent, peut s'écrire, en négligeant des infiniment petits d'ordre supérieur au premier,

$$r = b \left( 1 + \frac{a-b}{b} \sin^2 \varepsilon \right), \quad (4)$$

ou encore

$$r = b + (a-b) \sin^2 \delta_1. \quad (4')$$

D'autre part, les formules fondamentales de la réfraction extraordinaire dans le prisme (formules 1 de la première communication) donnent, au même degré d'approximation,

$$\varepsilon = \delta_1 - \frac{1}{v} [(v-b) - (a-b) \sin^2 \delta_1] \operatorname{tg} (\delta_1 - \omega)$$

$$\varepsilon = \delta_2 - \frac{1}{v} [(v-b) - (a-b) \sin^2 \delta_1] \operatorname{tg} (\delta_1 + \omega);$$

(\*) *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* (Classe des sciences), n° 5, p. 380, 1910.

(\*\*) Voyez, en effet, la formule qui fait connaître la déviation constante. (*Ibid.*, p 383.).

d'où

$$\delta = \delta_2 - \delta_1 = \frac{1}{v} [(v - b) - (a - b) \sin^2 \delta_1] \frac{\sin 2\omega}{\cos^2 \omega - \sin^2 \delta_1} \left. \vphantom{\frac{1}{v}} \right\} \quad (5)$$

$$= \frac{1}{v} \left[ (a - b) + \frac{(v - b) - (a - b) \cos^2 \omega}{\cos^2 \omega - \sin^2 \delta_1} \right] \sin 2\omega$$

On voit donc que  $\delta$  sera indépendant de  $\delta_1$ , si

$$v = b + (a - b) \cos^2 \omega = v_c, \quad (6)$$

et alors la déviation constante est

$$\delta_c = \frac{1}{v_c} (a - b) \sin 2\omega = \frac{n_x - n_y}{N_c} \sin A. \quad (7)$$

Ces formules sont d'accord avec celles trouvées antérieurement (\*). Quant à l'indice  $N_c$ , d'après la formule (6) il est égal à

$$N_c = \frac{b}{v_c} n_x = n_x \left[ 1 - \frac{a - b}{b} \cos^2 \omega \right] = n_x - (n_x - n_y) \cos^2 \frac{1}{2} A \quad (6')$$

et la déviation  $\delta'$ , observée dans l'air, est

$$\delta'_c = (n_x - n_y) \sin A. \quad (8)$$

Au moyen de  $n_x = 1,6114$  et  $n_y = 1,6079$  (\*\*), on retrouve les résultats de l'observation.

Remarquons encore que les formules (5) et (7) donnent

$$\delta - \delta_c = \frac{(\delta_m - \delta_c) \cos^2 \omega}{\cos^2 \omega - \sin^2 \delta_1}, \quad (9)$$

où  $\delta_m$  représente la déviation minima (correspondant à  $\delta_1 = 0$ ). Il s'ensuit que la déviation extraordinaire, comptée à partir de

(\*) *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* (Classe des sciences), n° 5, p. 383.

(\*\*) *Ibid.*, n° 6, p. 255, 1910.

la déviation constante, varie avec  $\delta_1$  de la même façon que la déviation ordinaire (bien entendu au degré d'approximation considéré); pour les ondes ordinaires, en effet, il suffit de faire  $\delta_c = 0$ . C'est là une généralisation des lois de la réfraction comme l'étude de la biréfringence en a fait connaître plusieurs depuis Huygens.

Dans le cours de nos recherches, nous avons découvert une autre particularité encore de la déviation extraordinaire, qui s'explique également par la théorie de Huygens-Fresnel. Nous avons dit plus haut que, lorsque les images ordinaires et extraordinaires, formées par deux prismes symétriques, se confondent au minimum de déviation (fig. 4), ces images se séparent de nouveau par rotation du cristal, la déviation des ondes extraordinaires variant plus rapidement que celle des ondes ordinaires. Si à partir de ce point on abaisse l'indice du milieu ambiant, on augmente la rapidité avec laquelle varie la déviation des ondes ordinaires, tandis qu'on diminue la vitesse de variation de la déviation extraordinaire; cela est d'accord avec la formule (9), d'après laquelle cette vitesse de variation est proportionnelle à  $\delta'_m - \delta_c$ ; or cette expression va en augmentant pour les ondes ordinaires, tandis qu'elle diminue (en valeur absolue) pour les ondes extraordinaires, et passe par zéro. Bientôt c'est la déviation extraordinaire qui varie le moins rapidement; il faut donc qu'on passe par un point où les vitesses de variation des déviations ordinaire et extraordinaire sont égales, et à ce moment la distance angulaire des images ordinaire et extraordinaire, formées par des prismes différents, doit rester constante. C'est en effet ce que l'expérience a confirmé : la distance constante des images était de  $9'$  et l'indice correspondant du milieu, déduit de la déviation minima des ondes ordinaires ( $\delta'_m = 18'$ ), était  $N = 1,6135$ .

L'existence d'une pareille circonstance et la condition pour qu'elle se présente se déduisent encore des formules que nous venons de développer. Remarquons d'abord que si la distance de deux images formées par des prismes différents reste

constante, c'est que la somme des déviations des images formées par un même prisme ne change pas; on doit donc avoir  $\delta_o + \delta_e = \text{Cte}$ . Or, d'après la formule (9), cette somme est proportionnelle à  $\delta_{om} + \delta_{em} - \delta_e$ , de sorte que la circonstance en question est réalisée si

$$\delta_{om} + \delta_{em} = \delta_e,$$

c'est-à-dire, en vertu de la formule (3), si

$$n_o - N + n_x - N = n_x - N_c,$$

ou

$$N = \frac{1}{2} (n_o + N_c). \quad (10)$$

L'indice  $N$  du milieu correspondant doit donc être égal à la moyenne des indices des milieux dans lesquels les déviations ordinaire et extraordinaire restent constantes, et la somme des deux déviations doit être égale à la déviation extraordinaire constante (ou, si l'on veut, à la somme des deux déviations constantes); cela est conforme à l'expérience. N'oublions pas, toutefois, que cette particularité n'est démontrée ici théoriquement que d'une façon approchée; nous ne sommes pas parvenus à en fournir la preuve exacte.

On déduit de la même façon la possibilité d'une constance de la *différence* des deux déviations  $\delta_e$  et  $\delta_o$ , et par conséquent de la distance des deux images formées par le même prisme. En effet, cette différence est constante si

$$\delta_{em} - \delta_{om} = \delta_e,$$

ce qui exige

$$N_c = n_o,$$

ce que l'on aurait évidemment pu poser d'emblée. Comme  $N_c$  est nécessairement compris entre  $n_x$  et  $n_y$  (voir formule 6'), cette condition ne peut se réaliser que dans la section principale qui contient les axes optiques; encore faut-il que les faces des prismes soient parallèles aux axes optiques des ondes, car nous savons que, pour que la déviation reste constante, il faut que

la vitesse des ondes dans le milieu ambiant soit la même que dans le prisme, parallèlement aux faces (\*). La déviation extraordinaire constante est alors

$$\delta_c = \frac{2}{n_o} \sqrt{(n_x - n_o)(n_o - n_y)}. \quad (11)$$

Nous avons vu tantôt que, pour des valeurs de  $N$  comprises entre  $n_x$  et  $N_c$ , les images extraordinaires peuvent être amenées en coïncidence avec l'image centrale de la fente par rotation du cristal; lorsque la coïncidence est réalisée, les ondes extraordinaires traversent le cristal sans changer de direction et, par conséquent, sans changer de vitesse, de sorte que dans la direction  $\varepsilon$  (ou  $\delta_1$ ) correspondante l'indice  $n_e$  est le même que celui du milieu ambiant, que l'on peut d'ailleurs déduire immédiatement de la déviation minimum des ondes ordinaires ou maximum des ondes extraordinaires. L'observation de cette coïncidence, dans divers milieux dont les indices sont compris entre les limites données, constitue donc encore une méthode commode pour la détermination de la variation de  $n_e$  avec  $\varepsilon$  (ou  $\delta_1$ ). Nous avons fait quelques mesures par cette méthode; voici ce que nous avons trouvé :

$\delta_e'$ (max.)	$N$	$\delta_1$ (position de déviation nulle)
1'	1.6108	15° (détermination fort peu certaine)
2'	1.6105	25° environ.
3'	1.6103	30° »
4'	1.6100	37°30' »
5'	1.6097	42°30' »
6'	1.6094	45° »
7'	1.6092	52°30' »

Ces résultats sont bien d'accord avec ceux qui ont été déduits de la constance de la déviation extraordinaire et qui, comme on le conçoit, s'accordent parfaitement avec les nombres

---

(\*) *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* (Classe des sciences), n° 5, p. 384, 1910.

résultant d'une forme elliptique de la section de la surface d'onde. On retrouve, en effet, les mêmes nombres en appliquant la formule approchée :

$$n_e = n_x - (n_x - n_y) \sin^2 \delta_1, \quad (12)$$

que l'on déduit de la formule (4').

Le cristal étant placé dans des milieux ayant à peu près le même indice que le cristal, nous avons fait aussi quelques observations relatives au prisme obtus *mm*, dont l'angle est de  $124^{\circ}13'$ . A cause de la grande ouverture de ce prisme, il avait été impossible de s'en servir pour faire des mesures dans l'air et même dans l'eau ; d'ailleurs, même dans des liquides à peu près également réfrangibles que le cristal, les observations ne pouvaient s'étendre qu'entre des limites restreintes (une vingtaine de degrés de part et d'autre de la position de symétrie), de sorte que ces observations n'ont pas fourni des renseignements bien importants au sujet de la variation de l'indice extraordinaire avec la direction. Nous mentionnerons cependant les résultats obtenus.

D'abord, nous avons retrouvé pour ce prisme les diverses circonstances que nous avons rencontrées avec le prisme aigu, en faisant varier continûment l'indice du milieu ambiant. Au point de vue qualitatif, tout ce que nous avons dit plus haut s'applique encore ici, à part de légères modifications, que nous indiquerons. La différence des déviations des ondes extraordinaires et ordinaires restait sensiblement  $\Delta\delta' = - 2^{\circ}15'$ , et comme, d'après la formule (3), une différence de déviation de  $1'$  correspond à une différence d'indice de 0,000077, il s'ensuit que  $n_y - n_o = - 0,0104$ , d'où  $n_y = 1,6081$ . Nous vérifions ainsi, dans les limites d'erreur des observations, la valeur d'un indice qui fut déduite antérieurement (\*) de mesures faites dans l'air, sur un prisme formé par les faces d'un brachydôme.

---

(\*) *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* (Classe des sciences), n° 6, p. 255, 1910.

Une différence qualitative consiste en ceci que, si les images extraordinaires se confondent avec l'image centrale au minimum de déviation ( $N = n_y$ ), la rotation du cristal les en détache dans le sens des déviations positives; ceci résulte évidemment du fait que maintenant l'indice extraordinaire va en augmentant. Il en résulte aussi que maintenant le maximum de déviation des ondes extraordinaires est négatif et s'observe dans des milieux dont l'indice est un peu plus grand que  $n_y$ . Il en est de même pour la déviation extraordinaire constante, qui était de  $\delta' = -9'$  et correspondait à  $N_c = 1,6088$ ; la déviation constante était donc la même, au signe près, que pour le prisme aigu, et se présentait pratiquement dans le même milieu. Ceci est d'accord avec les formules (8) et (6'), dans lesquelles il suffit de permuter  $n_x$  et  $n_y$ , et de remplacer A par  $180^\circ - A$ , pour les rendre applicables au prisme obtus; après permutation, la formule 6' redevient identique à elle-même, ce qui était d'ailleurs nécessaire, puisque, comme nous l'avons déjà rappelé, la valeur de  $N_c$  est uniquement déterminée par l'orientation des faces du prisme.

Par abaissement de l'indice du milieu ambiant, on rencontre donc ici la déviation extraordinaire constante *avant* la déviation extraordinaire nulle. Puis, N étant compris entre  $N_c$  et  $n_y$ , on observe de nouveau le passage des images extraordinaires par l'image centrale; quelques observations relatives à ce passage ont fourni :

$\delta_e'$ (max.)	N	$\delta_1$ (position de déviation nulle)
- 1'	1,6082	5° (peu certain)
- 2'	1,6083	10°
- 3'	1,6083	12°30'
- 4'	1,6084	15°
- 5'	1,6085	17°30'
- 6'	1,6086	20°

N étant égal à la moyenne de  $n_o$  et  $n_y$  (1,6133), les images ordinaire et extraordinaire, formées par des prismes symé-

triques, se confondaient encore au minimum de déviation et se séparaient par rotation du cristal; mais maintenant les images extraordinaires devenaient intérieures. Il en résulte que la valeur de  $N$  pour laquelle  $\delta_o + \delta_e = \text{Cte}$  correspond à  $N > 1,6133$ , notamment  $1,6135$ , comme pour le prisme aigu (formule 10).

Le prisme formé par les faces d'un brachydôme, présentées par le cristal (\*), nous a permis de faire des mesures dans la zone  $pg_1$ , où l'indice ordinaire est égal à l'indice  $n_y$  du prisme aigu  $mm$ , et l'indice extraordinaire au minimum de déviation égal à l'indice ordinaire du prisme  $mm$  (\*\*). Le cristal étant plongé dans un milieu de même réfringence à peu près, la différence des déviations minima extraordinaire et ordinaire, mesurée hors de la cuvette, était de  $38'$ ; ceci est d'accord avec les valeurs déjà trouvées pour les indices (voir ci-dessus, p. 24), car l'angle du prisme étant de  $55^{\circ}47'$  (\*\*\*), un  $\Delta\delta'$  de  $1'$  correspond à  $\Delta n = 0,000275$ , comme pour le prisme aigu  $mm$  (voir ci-dessus, p. 17), de sorte que  $n_e - n_o = 0,0105$ , et si l'on admet donc la valeur  $n_e = 1,6185$  (voir ci-dessus), il vient  $n_o = 1,6080$ .

Nous avons observé que pour ce prisme la déviation extraordinaire constante  $\delta'_e$  était de  $21'$ , ce qui est d'accord avec la formule (8), où l'on doit poser  $n_x = 1,6185$  et  $n_y = 1,6111$  (voir p. 17); l'indice correspondant  $N_e$ , déduit de  $\delta'_o = -17'$  ( $21' - 38'$ ), est  $N_e = 1,6127$ , ce qui s'accorde encore avec la formule (6').

Entre  $N = n_o$  et  $N_e$ , et même un peu au delà, nous avons pu déterminer les positions du cristal pour lesquelles l'indice extraordinaire est égal à celui du milieu ambiant; cette détermination était singulièrement facilitée ici par le fait que l'on voyait dans le champ plusieurs images, formées par des faces de pyramide, et que, dans les positions considérées du cristal, la moi-

(\*) *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* (Classe des sciences), n° 6, pp. 521 et 524, 1910.

(\*\*) *Ibid.*, pp. 524 et 525.

(\*\*\*) *Ibid.*, p. 524.



tié de ces images venaient se confondre avec l'image immobile de la fente (\*). Nous avons trouvé ainsi :

$\delta_e'$ (max. ou min.)	N	$\delta_1$ (position de coïncidence)
5'	1,6171	25°
10'	1,6157	38°
15'	1,6144	48°
20'	1,6130	60°
24'	1,6119	71°

Ces observations sont parfaitement d'accord avec la formule (12). D'après ce tableau, l'indice  $N_e$  correspond à  $\delta_1 = 62^\circ$ , ce qui est sensiblement le complément de  $\frac{1}{2} A$ ; cet indice est donc égal à l'indice extraordinaire dans une direction parallèle aux faces du prisme, comme l'exige la théorie, ainsi que nous l'avons déjà plus d'une fois rappelé.

Notre cristal ne présentant pas de faces de macrodôme, il n'a pas été possible de faire des mesures du même genre dans la zone  $ph_1$ . Cependant, le cristal étant orienté comme pour faire de telles mesures, l'observation des images formées par les faces de pyramide a permis de faire quelques constatations intéressantes et de mesurer, en outre, l'angle des axes optiques des ondes, qui, pour un cristal aussi peu biréfringent, se confond sensiblement avec l'angle des axes optiques des rayons.

Le cristal étant placé symétriquement par rapport aux rayons incidents, on ne voit dans le champ, en dehors de l'image immobile de la fente, que quatre images formées par les faces de pyramide, deux à deux dans le prolongement l'une de l'autre et superposées en partie, de sorte qu'elles font tout à fait l'impression d'être formées par des faces de dôme, sauf qu'elles sont plus longues que l'image immobile de la fente et changent de longueur par rotation du cristal. Dès que l'on fait tourner

---

(\*) *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* (Classe des sciences), n° 3, p. 126, 1910.

le cristal, on voit apparaître plusieurs autres images, formées par les prismes résultant de la combinaison des diverses faces du cristal; or, si l'indice du milieu ambiant est suffisamment élevé ( $> 1,6185$ ) ou suffisamment bas ( $< 1,6080$ ), toutes ces images, les nouvelles et les anciennes, se rapprochent de l'image immobile jusqu'à un minimum de déviation, et l'on observe que dans deux positions du cristal les images formées par un même prisme se rapprochent l'une de l'autre presque jusqu'au contact. Cette circonstance se comprend aisément, si l'on songe que les deux nappes de la surface des vitesses normales se touchent en quatre points, situés dans un plan horizontal. Si l'on observait sur des faces de dôme, les deux images correspondantes, ordinaire et extraordinaire, se rapprocheraient jusqu'à se confondre, c'est-à-dire se croiseraient dans deux positions du cristal, distantes d'un angle égal à l'angle (aigu ou obtus) des axes optiques des ondes. Dans les images formées par des faces de pyramide, le croisement ne se produit pas : il n'y a qu'un rapprochement jusqu'à une distance minimum, correspondant à peu près à la direction d'un axe optique; aucune de ces images ne saurait d'ailleurs être qualifiée d'ordinaire.

Si l'on modifie l'indice du milieu ambiant, on constate qu'à mesure qu'on se rapproche de  $N = 1,6111$  les déviations diminuent et que pour  $N = 1,6111$  (la vérification est aisée en orientant le cristal d'autre façon) toutes les images viennent se confondre avec l'image immobile de la fente dans deux positions, qui évidemment donnent les directions des axes optiques; nous avons ainsi trouvé un angle des axes optiques de  $114^\circ$ , ce qui est bien d'accord avec le nombre que la théorie fait prévoir.

Si  $N$  est un peu plus grand ou un peu plus petit que  $1,6111$ , on remarque que l'une ou l'autre des deux images formées par un même prisme franchit deux fois l'image immobile, en passant par un maximum de déviation. Mais le passage du maximum au minimum ne s'effectue plus par une déviation

constante; dans ce voisinage, la déviation de l'image varie d'une façon compliquée. L'observation des positions du cristal lors des passages d'une image par l'image immobile, combinée avec la mesure de l'indice du milieu (par exemple en orientant chaque fois le cristal d'autre façon), aurait évidemment permis d'étudier dans la zone  $ph_1$  la variation de  $n_e$  avec  $\varepsilon$ . Mais nous n'avons pas jugé utile de faire encore cet examen.

Une remarque bibliographique pour finir. L'idée de déterminer la variation de l'indice extraordinaire avec la direction de propagation, par la mesure des déviations d'un prisme sous diverses incidences, n'est pas neuve; elle fut déjà émise, en 1862, par G. G. Stokes (\*) et appliquée par lui, puis par R. T. Glazebrook (\*\*) et S. Hastings (\*\*\*), à la vérification expérimentale de la théorie de Huygens-Fresnel. Glazebrook et Hastings, en particulier, firent des séries entières de mesures sur des prismes, taillés de diverses façons dans du spath d'Islande, employant ainsi non seulement une substance fortement biréfringente, mais faisant aussi leurs mesures avec une précision plus grande que nous. Seulement ces auteurs n'ont opéré que dans l'air, alors que nous avons voulu faire des mesures sur des prismes placés dans des milieux beaucoup plus réfringents, ce qu'à notre connaissance personne n'a fait jusqu'ici. Cette façon de procéder présente l'avantage, qu'elle permet d'embrasser avec un même prisme un domaine de directions bien plus étendu; elle nous a permis d'ailleurs d'observer certaines particularités de la déviation extraordinaire que les observations dans l'air ne pouvaient pas révéler.

---

(\*) G. G. STOKES, *Brit. Assoc. Rep.*, p. 272, 1862; *Comptes rendus*, 77, p. 4150, 1872; *Phil. Mag.*, 44, p. 316, 1872.

(\*\*) R. T. GLAZEBROOK, *Phil. Trans.*, p. 421, 1880.

(\*\*\*) S. HASTINGS, *Americ. Journ. of Science*, (3), 35, p. 60, 1888.

---

ASTRONOMIE. — Note sur le mouvement des étoiles du type d'Orion,

par PAUL STROOBANT, correspondant de l'Académie.

Dans un travail inséré au *Bulletin* de janvier 1910 de la Classe des sciences, nous avons donné une valeur de la vitesse du système solaire dans l'espace, déduite des vitesses radiales de 49 étoiles situées dans la région de l'apex et de 15 étoiles voisines de l'antiapex. La position choisie pour l'apex était celle de Newcomb

$$\alpha = 277^{\circ}5 \quad \delta = + 35^{\circ}$$

et la vitesse conclue pour la translation du Soleil était de 19<sup>kil</sup>4 par seconde.

A la fin de notre travail, nous faisons remarquer que la plupart des étoiles considérées appartenaient au type IIa de Vogel et que pour les étoiles du type d'Orion, qui, comme on le sait, sont caractérisées par la présence de l'hélium, on obtenait une vitesse sensiblement plus considérable : 22<sup>kil</sup>5 par seconde. Nous constatons aussi que les étoiles du type d'Orion situées dans la région de l'apex donnaient une vitesse de 15<sup>kil</sup>9 seulement et celles voisines de l'antiapex une vitesse beaucoup plus grande : 26<sup>kil</sup>9 par seconde. De plus, nous faisons remarquer que les vitesses individuelles des étoiles de ce type sont moins discordantes que les autres, ce qui semble, disions-nous, confirmer ce fait qu'elles constituent un système dans l'univers stellaire.

MM. Frost et Kapteyn, dans un mémoire paru dans le numéro de juillet 1910 de l'*Astrophysical Journal* et intitulé : *On the velocity of the sun's motion through space as derived from the radial*

*velocity of ORION stars*, donnent des résultats qui confirment pleinement ceux auxquels nous étions arrivé.

En adoptant pour coordonnées de l'apex

$$\alpha = 269^{\circ}7 \quad \delta = + 30^{\circ}8,$$

ils obtiennent comme vitesse du Soleil, résultant de la considération des seules étoiles du type d'Orion,  $23^{\text{kil}3}$  par seconde, les étoiles situées dans la région de l'apex donnant  $18^{\text{kil}4}$  et celles de la région opposée  $28^{\text{kil}4}$ .

Nous avons recommencé nos calculs en partant de la position de l'apex adoptée par MM. Frost et Kapteyn, et nous avons obtenu : vitesse du Soleil d'après les vitesses radiales de toutes les étoiles :  $19^{\text{kil}25}$ , étoiles du type  $\text{II}a$  :  $18^{\text{kil}3}$ ; étoiles du type d'Orion :  $21^{\text{kil}8}$ ; région de l'apex  $16^{\text{kil}0}$ , région de l'antiapex  $26^{\text{kil}2}$ . Comme on le voit, la différence est presque exactement la même que celle obtenue par MM. Frost et Kapteyn; aussi l'existence réelle de l'écart que nous avons constaté ne peut être mise en doute.

Il résulterait de cette différence que les étoiles du type d'Orion auraient, relativement à l'ensemble des étoiles du type solaire ( $\text{II}a$ ), une vitesse dont la composante dans le sens du déplacement du système solaire serait de  $2^{\text{kil}3}$  dans la direction du mouvement du Soleil pour les étoiles de la région de l'apex et de  $7^{\text{kil}9}$  dans la direction opposée pour celles de l'antiapex.

Les étoiles du type d'Orion ont de très faibles mouvements propres; aussi il ne nous paraît pas possible, actuellement, d'établir la véritable nature du déplacement de ces étoiles.

MÉCANIQUE. — L'aile amphibolique propulsive,

par JULIEN PACOTTE, docteur en sciences

Nous avons présenté (\*) une *Étude sur l'aile amphibolique* dans laquelle nous nous sommes contenté de l'analyser comme appareil de sustentation. Considérant que la combinaison de l'hélice propulsive et des plans obliques était, en aviation, le mode unique de sustentation, nous étions invité à comparer le rendement de l'aile sustentatrice au rendement de propulsion de l'hélice. Notre conclusion principale indiquait à ce point de vue la supériorité de l'aile.

Nous nous proposons maintenant d'analyser l'aile amphibolique propulsive en portant successivement notre attention sur son effort propulseur, sa vitesse maxima, sa puissance intérieure et son rendement. Nous terminerons ce travail par quelques remarques dont la principale est relative à la définition de l'effort propulseur déduite de la puissance et du rendement intérieurs.

*Effort propulseur.* — Conservons les notations de notre première étude : le plan  $xoy$  est maintenant horizontal. Soit  $v$  la vitesse normale relative  $2\pi n\rho$ ,  $V$  la translation d'entraînement supposée uniforme et parallèle à la droite  $oy$ ,  $V_n$  la composante de cette vitesse, normale à la pale,  $q$  la vitesse normale absolue ; on a

$$q = 2\pi n\rho - V_n = (2\pi nr - V) \cos t.$$

Il faut bien noter la coïncidence qui fait que  $\cos t$  peut être mis en évidence, de sorte que le mouvement propre de l'aile altère de la même façon les vitesses normales maxima  $2\pi nr$  et  $V$ .

---

(\*) Voir *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* (Classe des sciences), n° 8, pp. 689-796, 1910.

Soit  $P$  la pression au point  $r$ ,  $k$  le coefficient de la pression ; on a sensiblement :

$$P = kq^2 = k(2\pi nr - V)^2 \cos^2 t$$

$$= k \left[ 2\pi r \left( n - \frac{V}{2\pi r} \right) \right]^2 \cos^2 t = k \left[ 2\pi n \left( r - \frac{V}{2\pi n} \right) \right]^2 \cos^2 t.$$

On voit que la pression en un point est la même que si le nombre de tours par seconde ou le bras étaient respectivement diminués de  $\frac{V}{2\pi r}$  ou  $\frac{V}{2\pi n}$ , l'appareil étant retenu et  $k$  conservant sa valeur.

Posons

$$P = k(2\pi nr - V)^2 \cos^2 t = 0;$$

on satisfait à cette équation, pour une valeur quelconque de  $t$ , en posant

$$r = \alpha = \frac{V}{2\pi n}.$$

Ainsi, à toute vitesse  $V$  correspond un point de pression nulle et ce point a pour bras  $\frac{V}{2\pi n}$ .

Pour les points de rayon vecteur plus petit que  $\alpha$ , l'aile est frappée par l'air. L'effort de l'aile entre les points  $o$  et  $\alpha$  est donc un effort de pénétration.

Soit  $d\sigma$  l'élément parallélogrammique de surface et  $dF$  la force de cet élément ; on a

$$d\sigma = bdr,$$

$$dF = Pd\sigma = k(2\pi nr - V)^2 b \cos^2 t dr.$$

Il faut bien noter que cette formule n'indique pas pour  $dF$  le changement de sens qui correspond au changement de signe de la vitesse. Il convient donc de calculer séparément les résultantes  $F_1$  et  $F_2$  des forces antagonistes et effectivement propulsives.

Posons

$$2\pi nr - V = u;$$

on a

$$F_1 = \int_{(0)}^{(\alpha)} dF = \frac{kb \cos^2 t}{2\pi n} \int_{(0)}^{(\alpha)} u^2 du,$$

$$F_2 = \int_{(\alpha)}^{(a)} dF = \frac{kb \cos^2 t}{2\pi n} \int_{(\alpha)}^{(a)} u^2 du,$$

d'où

$$F_1 = \frac{kb \cos^2 t}{6\pi n} V^3,$$

$$F_2 = \frac{kb \cos^2 t}{6\pi n} (2\pi na - V)^3,$$

$$F = \frac{kb \cos^2 t}{6\pi n} [(2\pi na - V)^3 - V^3].$$

On tire de la dernière formule la composante utile  $F_u$  et sa moyenne ou l'effort propulseur  $F_m$  :

$$F_u = \frac{kb \cos^3 t}{6\pi n} [(2\pi na - V)^3 - V^3],$$

$$F_m = \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} F_u dt = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{4}{3} F_{u[t=0]}.$$

*Vitesse maxima de translation.* — La vitesse maxima de translation  $V_M$  a lieu lorsque l'effort propulseur est minimum. On peut annuler pour toute valeur de  $t$  l'effort utile

$$F_u = \frac{kb \cos^3 t}{6\pi n} [(2\pi na - V)^3 - V^3]$$

en posant

$$V = V_M = 2\pi n \frac{a}{2}.$$

*Il existe donc une translation uniforme donnant lieu à un effort utile continuellement nul.*



Remarquons que la vitesse  $V_M$  est égale à la vitesse orthogonale maxima du milieu de l'aile. Ce point est donc le point  $\alpha$  d'effort nul. On le vérifie d'ailleurs par les formules

$$\alpha = \frac{V}{2\pi n} = \frac{2\pi n \frac{a}{2}}{2\pi n} = \frac{a}{2}.$$

Ainsi, quand la vitesse  $V$  croît de 0 à  $V_M$ , le bras du point  $\alpha$  croît de 0 à  $\frac{a}{2}$ .

Il faut bien noter que dans le cas de la vitesse maxima, les forces  $F_1$  et  $F_2$  se réduisent en un couple

$$F_1 = F_2 = \frac{1}{6} \pi^2 n^2 a^3 b \cos^3 t = \frac{4}{3} k \pi^2 n^2 \left(\frac{a}{2}\right)^3 b \cos^2 t.$$

On voit ainsi que ces forces correspondent à une aile amphibolique deux fois plus courte, l'appareil étant supposé retenu et  $k$  conservant sa valeur.

*Puissance intérieure.* — Soit  $dH$  la puissance intérieure (c'est-à-dire relative à un système d'axes entraîné avec l'appareil) correspondant à l'élément  $d\tau$ ; on a

$$dH = 2ndT,$$

$$dT = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} dF \cdot \rho dt = \frac{4}{3} kr (2\pi nr - V)^2 b dr.$$

Ainsi

$$dH = 2 \cdot \frac{4}{3} knr (2\pi nr - V)^2 b dr$$

et

$$H = \int_{(\alpha)}^{(\alpha)} - \int_{(0)}^{(\alpha)} dH.$$

On sait que la puissance d'une hélice est représentée par son effort propulseur multiplié par sa vitesse maxima de translation,

laquelle est égale à son pas multiplié par le nombre de tours par seconde.

Nous allons démontrer une proposition analogue pour l'aile amphibolique. Soit  $f$  la réaction du fluide sur une aile élémentaire  $ds$  entraînée dans le mouvement amphibolique,  $f_u$  sa composante utile,  $f_m$  son effort propulseur,  $h$  sa puissance intérieure; on a

$$f = k(2\pi nr - V)^2 \cos^2 t ds,$$

$$f_u = k(2\pi nr - V)^2 \cos^3 t ds,$$

$$f_m = \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} f_u dt = \frac{4k}{3\pi} (2\pi nr - V)^2 ds,$$

$$V_M = 2\pi nr$$

$$h = 2n \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} f \rho dt = \frac{4k}{3} 2nr (2\pi nr - V)^2 ds.$$

On tire de ces formules

$$f_m \cdot V_M = h.$$

Nous arrivons ainsi à cette proposition remarquable par le parallélisme qu'elle établit entre l'aile amphibolique et l'hélice : *La puissance intérieure d'une aile amphibolique élémentaire est égale à l'effort propulseur multiplié par la vitesse maxima de translation.*

*Rendement.* — Nous devons étudier successivement le rendement de propulsion et le rendement intérieur.

La puissance utile  $H_u$  d'un propulseur est définie comme le produit de son effort propulseur  $F_m$  par la vitesse  $V$  de translation, et le rendement de propulsion comme le rapport de la puissance utile  $H_u$  à la puissance intérieure  $H$ .

Considérons une aile élémentaire  $ds$ . Il résulte de la propo-

sition que nous venons d'établir que le rendement peut être représenté par une des expressions suivantes :

$$\frac{h_u}{h} = \frac{f_m \cdot V}{f_m \cdot V_M} = \frac{V}{V_M} = \frac{V}{2\pi nr}.$$

Dans la pratique, on donne  $V$  et  $f_m$ . Le rendement maximum correspond donc au minimum de  $h$ , donc de  $V_m$  ou  $2\pi nr$ , donc de  $nr$ , donc en définitive au maximum de  $kds$ , puisque de la formule

$$f_m = \frac{4k}{3\pi} (2\pi nr - V) 2ds$$

on tire

$$kds = \frac{3\pi f_m}{4(2\pi nr - V)}.$$

Si  $k$  était très grand, le dénominateur de la dernière expression serait presque nul et l'on aurait sensiblement  $V = 2\pi nr$ . Ainsi, *pour un travail utile défini dans ses deux éléments, le rendement de propulsion dépend uniquement de l'efficacité  $k$  et il tend vers l'unité quand cette dernière croît indéfiniment.*

Il est utile de remarquer que, la valeur de l'efficacité découlant des mouvements de l'aile qui l'amènent à s'appuyer à chaque instant sur des couches peu entraînées, *la translation ne fait qu'augmenter la valeur élevée que nous avons attribuée à  $k$ .*

Le rendement de l'aile sustentatrice est le rapport du travail vertical au travail total lorsque l'appareil est fixe. De même, le *rendement intérieur* de l'aile propulsive est le rapport du travail de la composante utile au travail total, ces travaux étant relatifs à un système d'axes entraînés avec l'appareil.

Pour calculer le rendement intérieur de l'aile amphibolique propulsive, examinons les travaux correspondant à un élément  $d\sigma$  de bras déterminé  $r$ . On sait que sa force est la même que la force de l'élément  $d\sigma$  de bras  $r - \frac{V}{2\pi n}$  d'une aile pareille supposée retenue,  $k$  conservant sa valeur. Continuons à com-

parer ces deux éléments correspondants. A un instant  $t$ , pendant un temps  $dt$ , le déplacement élémentaire normal relatif du point  $r$  et le déplacement élémentaire normal du point  $r - \frac{V}{2\pi n}$  sont parallèles et entre eux dans le rapport des bras.

On peut d'ailleurs en dire autant des déplacements dans le sens de la translation. On a donc, pendant un temps  $dt$  compté à partir du temps  $t$ ,

$$\frac{dT}{dT'} = \frac{dT_u}{dT'_u} = \frac{r}{r - \frac{V}{2\pi n}} = \frac{2\pi nr}{2\pi nr - V}.$$

Ces égalités subsistant pour toute valeur de  $t$ , le rendement intérieur de  $d\sigma$  est le même que le rendement de  $d\sigma'$ , lequel est égal à  $\frac{3}{5}$ . Cette fraction étant indépendante de  $r$  et de  $V$ , nous pouvons affirmer cette proposition remarquable : *Le rendement intérieur de l'aile amphibolique est indépendant de la vitesse de translation.*

*Remarques.* — **1.** Déterminons le bras  $\beta$  du point d'application de la réaction  $F_u$ , en exprimant que le moment relatif à l'axe  $oz$  de  $F_u$  est égal au moment résultant relatif au même axe des réactions  $dF_u$ .

On a

$$\begin{aligned} F_u \cdot \beta \cos t &= \int_{(\alpha)}^{(a)} - \int_{(0)}^{(\alpha)} \rho \cos t dF_u \\ &= kb \cos^4 t \left[ \int_{\alpha}^a - \int_0^{\alpha} r(2\pi nr - V)^2 dr \right], \end{aligned}$$

d'où

$$\beta = 6\pi n \frac{\int_{\alpha}^a - \int_0^{\alpha} r(2\pi nr - V)^2 dr}{(2\pi na - V)^3 - V^3}.$$

On voit que le point d'application  $\beta$  de  $F_u$  ne se déplace pas

le long de l'aile pendant le mouvement de celle-ci. On peut donc dire que le point  $\beta$  décrit dans le plan  $xoy$  un cercle de rayon  $\beta$ , de telle sorte que sa course relative dans la direction  $oy$  est  $\beta$  par quart de tour et  $v_\beta = 4n\beta$  par seconde.

2. Nous pouvons donner une définition nouvelle de l'effort propulseur.  $v_\beta$  représentant la vitesse moyenne relative du point d'application de  $F_u$  dans sa direction et  $H_u = \frac{3}{5} H$  représentant la puissance relative utile, il est naturel de définir l'effort propulseur  $F'_m$  par la formule

$$\begin{aligned} F'_m &= \frac{H_u}{v_\beta} = \frac{\frac{3}{5} H}{4n\beta} \\ &= \frac{\frac{3}{5} \cdot 2 \cdot \frac{4}{3} knb \left[ \int_\alpha^a - \int_0^\alpha r(2\pi nr - V)^2 dr \right]}{4n \cdot 6\pi n \frac{\alpha}{(2\pi na - V)^3 - V^3}} \\ &= \frac{3}{10} \frac{4}{3} [(2\pi na - V)^3 - V^3] = \frac{3}{10} \frac{4}{3} F_{u_{[t=0]}} \end{aligned}$$

Nous avons trouvé

$$F_m = \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} dF_u dt = \frac{1}{\pi} \frac{4}{3} F_{u_{[t=0]}}$$

On a donc

$$\frac{F'_m}{F_m} = \frac{3\pi}{10} = \frac{9,4 \dots}{10},$$

rapport qui donne la mesure de la concordance des deux définitions.

**3.** Il est essentiel de remarquer que cette étude, comme la première, suppose le coefficient  $k$  indépendant de  $r$  et  $t$ , ce qui n'a lieu qu'imparfaitement. En tous cas, ce coefficient croît avec la vitesse  $V$  et notre étude ne suppose pas qu'il en soit autrement. D'autre part, le vitesse angulaire  $\frac{d\varphi}{dt}$  ainsi que la vitesse  $V$  ont été supposées uniformes.

Nous croyons, malgré ces imperfections et quoiqu'on puisse imaginer des hypothèses plus satisfaisantes, que notre travail n'est pas dépourvu d'intérêt, puisqu'il fournit à la pratique une première approximation et à la cinématique quelques conclusions curieuses. Cette étude présente d'ailleurs un intérêt plus général, puisqu'elle offre, croyons-nous, le premier exemple d'une théorie de la propulsion par battement d'aile.

La Louvière, le 15 décembre 1910.



BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

*Rutot (A.)*. Un homme de science peut-il, raisonnablement, admettre l'existence des industries primitives, dites éolithiques? Paris, 1910; extr. in-8° (pp. 151-177).

*Collard (Auguste)*. La vie et l'œuvre d'un astronome illustre : Jean-Virginus Schiaparelli. Bruxelles, 1910; extr. in-8° (13 p.).

*Frank (Louis)* (de Bruxelles). Le théorème de Fermat. Sa solution. Bruxelles, 1910; in-4° (8 p.).

*Fraipont (Charles)*. De l'origine des galets de roches houillères du terrain houiller. Liège, 1910; extr. in-8° (9 p.).

— Lamellibranche dans le Revinien (par le professeur C. Malaise). *Modiolopsis?? Malaisii* Ch. Fraip., Lamellibranche nouveau du Revinien belge (Cambrien moyen). Liège, 1910; extr. in-8° (8 p., 1 pl.).

*Duesberg (J.)*. Nouvelles recherches sur l'appareil mitochondrial des cellules séminales. Leipzig, 1910; extr. in-8° (pp. 40-139; 10 fig. et 2 pl.).

BRUXELLES. *Observatoire royal de Belgique*. Annuaire météorologique pour 1911 (J. Vincent); in-16.

*Weinek (Ladislaus)*. Die Reise der deutschen Expedition zur Beobachtung des Venusdurchganges am 9. Dezember 1874 nach der Kerguelen-Insel, und ihr dortiger Aufenthalt. Neuherausgabe eines Manuskriptdruckes des Jahres 1887. Prague, 1911; in-4° (56 p.).

*Herman (Otto)*. Das Artefakt von Oloñec und was dazu gehört. (Mit Nachträgen.) Budapest, 1910; extr. gr. in-8° (13 p., 2 pl.).

*Rovirosa (José N.)*. Pteridografía del sur de México ó sea clasificación y descripción de los helechos de esta región precedida de un bosquejo de la flora general. Mexico, 1910; in-4° (278 p., portr. et 70 planches).

WASHINGTON. Terrestrial magnetism and atmospheric electricity. An international quarterly journal. Volume I, 1896, à vol. XIV, 1909.

— Vol. XV, 1910; n<sup>os</sup> 1, 2, 3.

*Lacroix (A.)*. Les roches alcalines de Tahiti. Paris, 1910; extr. in-8° (pp. 91-124, fig. et pl.).

*Flammarion (Camille)*. Annuaire astronomique et météorologique pour 1911, exposant l'ensemble de tous les phénomènes célestes observables pendant l'année avec revue astronomique et météorologique. Paris, in-16 (332 p., cartes, pl. et fig.).

*Ponroy (M.)*. Influence de l'état hygrométrique sur la végétation du champignon de couche. Paris, 1910; extr. in-8° (9 p., 1 pl.).

*Jonckheere (Robert)*. Sur l'éclipse totale de Lune des 16-17 novembre 1910, à Hem. Paris, 1910; extr. in-4° (2 p.).

LYON. *Université*. Livre jubilaire. Mémoires originaux dédiés à M. J. Teissier, professeur de clinique médicale à l'Université de Lyon, à l'occasion du XXV<sup>e</sup> anniversaire de son professorat (Pathologie interne. — Clinique médicale), 1884-1909. Lyon, 1910; in-4° (664 p., portr., autogr. et fig.).

---

*Lockyer (Sir Norman)*. On the sequence of chemical forms in stellar spectra. Londres, 1910; extr. in-8° (pp. 426-431, fig.).

LONDRES. *Solar Physics Committee*. Researches on the chemical origin of various lines in solar and stellar spectra. (Frank E. Baxandall.) 1910; in-4°.

— Southern Hemisphere surface air-circulation. (William J. S. Lockyer.) 1910; in-4°.

---

*Pasquale (Fortunato)*. Pochi pensieri sulla origine e riproduzione degli esseri viventi. Reggio, 1910; extr. in-8° (7 p.).

*Lerda (Guido) et Quarella (Bruno)*. Sullo strozzamento retrogrado dell'intestino. Studio critico e sperimentale. Milan, 1910; extr. in-8° (39 p.).

---

COPENHAGUE. *Kgl. Danske Videnskabernes Selskab*. Ole Rømers adversaria met Understøttelse af Carlsbergfondet. (Thyra Eibe og Kirstine Meyer.) 1910, gr. in-8°.

---









## TABLE DES MATIÈRES.

Discours au Roi, le 1 <sup>er</sup> janvier 1911, par M. le baron de Borchgrave, président de l'Académie . . . . .	1
Réponse du Roi . . . . .	3

### CLASSE DES SCIENCES. — Séance du 7 janvier 1911.

#### Correspondance.

M. le Ministre des Sciences et des Arts communique les arrêtés royaux nommant M. Mathieu président de l'Académie pour 1911 et approuvant l'élection de MM. Durand et Lohest; il transmet le rapport du jury du prix décennal de physique et de chimie expérimentales. — Remerciements de MM. Durand et Lohest, élus membres; de MM. Branly, Picard et Loeb, élus associés; de MM. Dony-Hénault et Pérez, lauréats; de MM. Van der Waals et Wallach, associés, pour les félicitations de l'Académie à l'occasion de leur Prix Nobel. — Réception de circulaires de propagande du Comité Édouard Van Beneden. — Restitution d'un pli cacheté à M. Thalasso. — Hommages d'ouvrages. — Travaux manuscrits à l'examen . . . . .	5
--	---

#### Élection.

M. Ch. Francotte est élu directeur pour 1912 . . . . .	7
--	---

#### Prix perpétuels.

Travaux reçus pour la cinquième période du <i>Prix Théophile Gluge</i> et la deuxième période du <i>Prix Emile Laurent</i> , et désignation de commissaires. . . . .	8
--	---

#### Rapports.

Rapports verbaux de MM. L. Fredericq et Van Bambeke ( <i>Ons Ontwikkelingsstelsel</i> ; par MM. Panesi et Vlaeminckx). . . . .	9
Avis sur une note de M. Delaey ( <i>Un système de signaux qui permettra aux aviateurs de s'orienter sur terre</i> ) . . . . .	9
Rapport de M. de la Vallée Poussin ( <i>L'aile amphibolique propulsive</i> ; par J. Pacotte) . . . . .	9

#### Communications et lectures.

CHIMIE — <i>Action du carbonate de sodium sur le carbonate de calcium</i> ; par W. Oechsner de Coninck . . . . .	10
CHIMIE. — <i>Action de la soude dissoute sur le phosphate tribasique de calcium</i> ; par W. Oechsner de Coninck . . . . .	10
OPTIQUE. — <i>Recherches expérimentales sur la forme de la surface d'onde dans les cristaux biréfringents</i> (troisième communication) (7 fig.); par J.-E. Verschaffelt et M <sup>lle</sup> A. Scouart . . . . .	12
ASTRONOMIE. — <i>Note sur le mouvement des étoiles du type d'Orion</i> ; par Paul Stroobant . . . . .	30
MÉCANIQUE. — <i>L'aile amphibolique propulsive</i> ; par Julien Pacotte . . . . .	32

Bulletin bibliographique . . . . .	44
------------------------------------	----

---

*Il ne sera donné suite aux demandes de combler les lacunes dans les publications de l'Académie, que pour autant que ces lacunes ne remontent pas au delà de cinq ans.*



6.493  
A16

ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE

---

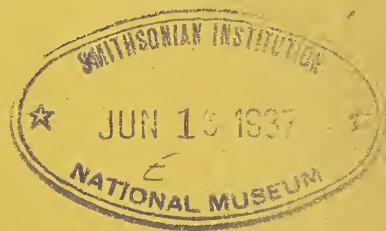
BULLETIN

DE LA

CLASSE DES SCIENCES

---

1911 — N° 2



BRUXELLES

HAYEZ, IMPRIMEUR DES ACADEMIES ROYALES DE BELGIQUE

Rue de Louvain, 112

---

1911



## CLASSE DES SCIENCES.

---

*Séance du 4 février 1911.*

M. J. NEUBERG, directeur.

M. le chevalier EDMOND MARCHAL, secrétaire perpétuel.

Sont présents : MM. C. Malaise, Ch. Van Bambeke, G. Van der Mensbrugge, W. Spring, M<sup>el</sup> Mourlon, P. Mansion, P. De Heen, C. le Paige, Ch. Lagrange, J. Deruyts, Léon Fredericq, A. Jorissen, Paul Pelseneer, Ch.-J. de la Vallée Poussin, Th. Durand, Max. Lohest, *membres* ; Fr. Swarts, A. Demoulin, V. Willem, Al. de Hemptinne, Paul Stroobant et J. Verschaffelt, *correspondants*.

Absence motivée : M. A. Lameere.

---

### CORRESPONDANCE.

---

M. le Ministre des Sciences et des Arts fait parvenir une expédition de l'arrêté royal du 31 décembre qui approuve l'élection de MM. Max. Lohest et Th. Durand en qualité de membres titulaires.

L'Université royale de Christiania invite l'Académie à se faire

représenter aux fêtes jubilaires qui auront lieu les 5-7 septembre 1911 à l'occasion du centième anniversaire de sa fondation. — MM. Mansion et le Paige acceptent cette mission.

— Hommages d'ouvrages :

Par M. le Ministre de la Guerre :

*Carte de service des environs de Bruxelles à l'échelle du 10,000<sup>e</sup>*, en 15 feuilles.

Par M. le Secrétaire perpétuel :

*A la mémoire de Junius Massau*. Publication du Comité Massau. 1910.

Par M. Paul Pelseneer :

*L'enseignement des sciences biologiques*.

Par M. Émile Hublard :

*Le naturaliste hollandais Pierre Lyonet* (présenté par M. Aug. Lamèere, avec une note qui figure ci-après).

Par M. F. Swarts :

*Grundriss der anorganischen Chemie*. (Deutsche Ausgabe von Dr. W. Cronheim.)

Par M. Edgar Zunz :

*Recherches sur l'azote titrable dans le contenu stomacal par la méthode de Sørensen au formol*.

*Recherches sur le rôle de la tension superficielle dans l'adsorption des toxines et des antitoxines*.

Par M. Henry Janne, de Liège :

*Note sur le couple qui produit, dans le gyroscope, la « tendance des axes au parallélisme »*.

Par M. J. De Meyer :

*Étude sur les altérations du courant d'action du cœur de « Scyllium canicula »* (2<sup>e</sup> mémoire).

Par M. A. Cogniaux :

*Orchidaceae Antillanae* (présenté par M. Durand, avec une note qui figure ci-après).

— Remerciements.



— Travaux manuscrits envoyés à l'examen :

*Sur deux des règles de prévision de M. Guilbert*; par J. Vincent, directeur du Service météorologique de l'Observatoire d'Uccle. — Commissaires : MM. Stroobant et Ch. Lagrange.

*Nouvelles recherches sur la vitesse de saccharification de l'amidon* (4<sup>me</sup> mémoire); par Henri Van Laer, de Bruxelles. — Commissaires : MM. Jorissen et Gilkinet.

*Contribution à l'étude de l'action de l'alcool éthylique sur les chlorures d'acides arylsulfoniques*; par Goubau. — Commissaires : MM. Swarts et Spring.

*Recherches expérimentales relatives à l'influence exercée par le mouvement de l'air sur la décharge électrique et le potentiel de décharge*; par Ernest Vanpée, docteur en sciences physiques et mathématiques. — Commissaires : MM. de Hemptinne et De Heen.

---

#### NOTE BIBLIOGRAPHIQUE.

---

J'ai l'honneur de présenter à la Classe le livre de M. Émile Hublard, docteur en sciences naturelles et conservateur de la Bibliothèque publique de Mons, intitulé : *Le naturaliste hollandais Pierre Lyonet, sa vie et ses œuvres (1706-1789), d'après des lettres inédites*. Cet ouvrage a été publié sous les auspices de la Société des sciences, des arts et des lettres du Hainaut.

La Bibliothèque de Mons possède une collection de manuscrits ayant appartenu au naturaliste Drapiez. Parmi ceux-ci se trouvent la plupart de ceux de Pierre Lyonet, notamment le texte définitif du célèbre *Traité anatomique de la Chenille qui ronge le bois du Saule*, des mémoires, des notices et une correspondance comprenant des lettres adressées à Lyonet par les savants avec lesquels il était en relations, Réaumur notamment, et la copie des réponses de l'illustre naturaliste.

M. Hublard a su tirer un excellent parti de ces documents : il nous fait connaître d'une manière instructive et attrayante, mieux qu'on n'a pu le faire jusqu'ici, la vie d'un homme qui, à une époque où la philosophie était surtout à la mode, sut faire œuvre de science véritable en se maintenant sur le terrain des réalités objectives. L'auteur évoque en même temps la curieuse atmosphère scientifique du XVIII<sup>e</sup> siècle, en nous faisant assister aux premiers tâtonnements des naturalistes. Nous devons lui savoir gré d'avoir ainsi ressuscité un passé plein d'intérêt.

A. LAMEERE.

---

ALFR. COGNIAUX, *Orchidaceae Antillanae*, 1 vol. in-8° de 426 pp.,  
1909-1910.

J'ai l'honneur d'offrir à l'Académie, au nom du D<sup>r</sup> Alfr. Cogniaux, un volume consacré à l'étude des Orchidées des Antilles. Cet ouvrage fait partie de la riche série de mémoires publiés par M. le D<sup>r</sup> Ign. Urban sur la flore de cette intéressante région. M. Cogniaux, admirablement préparé par ses études sur les Orchidées de l'Amérique tropicale australe, a de nouveau enrichi la botanique d'un précieux ouvrage : il contient la description détaillée de plus de cinq cents Orchidées, dont un bon nombre nouvelles pour la science et appartenant aux genres *Habenaria*, *Pogonia*, *Spiranthes*, *Pseudocentrum*, *Microstylis*, *Stelis*, *Pleurothallis*, *Lepanthes*, *Brachionidium*, *Isochilus*, *Tetramicra*, *Ellœanthus*, *Maxillaria*, *Ornithidium*, *Ionopsis*, *Oncidium* et *Polyrhiza*.

M. Cogniaux a eu à sa disposition des matériaux considérables anciens et modernes. Il a pu ainsi résoudre un grand nombre de questions phytographiques et synonymiques qui étaient en suspens et fixer avec précision la distribution des espèces dans les Antilles. C'est donc une contribution importante aussi pour la géobotanique américaine.

Quelques notices de M. Alfr. Cogniaux méritent aussi de fixer l'attention. Dans le *Repertorium specierum novarum* de Fedde, il a décrit : tome VI (1909), p. 304, une curieuse Cucurbitacée, le *Hemsleya trifoliolata*; Id., pp. 304-307, cinq Orchidées nouvelles de la Jamaïque et de la Bolivie : *Ponthieva Harrisii*; *Liparis rotundifolia*; *Stelis polystachya*; *Pleurothallis nigroannulata* et *Brachionidium parvum*; tome VII (1909), pp. 121-123 (suite du travail précédent) : *Epidendrum brachyglossum* et repens; *Bulbophyllum jamaicense*. — M. Alfr. Cogniaux donne le nom de *Spiranthes Fawcetti* au S. tenue, *Fawc.* (non *Benth.*); tome VIII (1910), pp. 1-6, trois Mélastomacées nouvelles de la Bolivie : *Pterolepis boliviensis*, *Graffenrieda parviflora* et *Miconia compacta*; tome XXXVI, p. 433, des *Mitt. bot. Mus. Univ. Zürich*, une Cucurbitacée du Transvaal, le *Coccinia parvifolia*; tome VIII (1908) des *Viertelj. Naturf. Ges. in Zürich*, une Cucurbitacée du Cap de Bonne-Espérance, le *Kedrastis velutina*, et dans le tome LV (1910), une espèce de l'Amboland appartenant au même genre, le *K. Rautanenii*.

TH. DURAND.

---

## RAPPORTS.

---

La Classe vote l'impression au *Bulletin* des travaux suivants :  
*Nouvelles recherches sur la vitesse de saccharification de l'amidon* (3<sup>e</sup> mémoire); par H. Van Laer. — Examiné par MM. Jorissen et Gilkinet.

*Recherches sur Caulerpa prolifera*; par Henri Micheels.  
— Examiné par MM. De Heen et Jorissen.

---

*Sur les invariants intégraux relatifs et leurs applications  
à la physique mathématique; par TH. DE DONDER.*

**Rapport de M. Ch.-J. de la Vallée Poussin, premier commissaire.**

« Ce nouveau travail de M. De Donder lui a été inspiré, comme il le dit lui-même, par la lecture de travaux récents sur l'électricité. Parmi les équations rencontrées par les théoriciens, M. De Donder en a aperçues qui se rattachaient naturellement à la théorie des invariants intégraux, et dont la signification s'éclairait à la lumière de cette théorie. M. De Donder en a profité pour approfondir quelques points de la théorie elle-même, et, en particulier, les procédés qui permettent de déduire des invariants d'un système différentiel les invariants intégraux d'un système transformé par un changement de variables. Tels sont l'origine et l'objet du mémoire actuel. C'est donc une nouvelle contribution que M. De Donder apporte dans un sujet difficile, mais que l'auteur a fait sien. Nous proposons volontiers l'impression de son intéressant travail dans le *Bulletin* de la séance. »

M. Demoulin, second commissaire, s'est rallié à cette conclusion, qui a été adoptée.

---

*Note sur l'anaphylaxie; par M. P. NOLF.*

**Rapport de M. Léon Fredericq, premier commissaire.**

« Dans un mémoire récent sur l'anaphylaxie, M. Nolf a émis l'opinion qu'il se produit dans les conditions normales de l'existence, des anticorps pour toutes les espèces de cellules extravasculaires (parenchymateuses) de nos tissus. Ces anti-

corps déversés dans le sang sont utilisés par ces cellules extravasculaires au fur et à mesure de leur production, de sorte qu'ils n'atteignent jamais dans le sang une concentration suffisante pour qu'on puisse y déceler leur présence. S'il en est ainsi, on pouvait prévoir que l'extirpation d'un organe suivie de l'administration parentérale de son extrait, aurait pour effet de permettre l'accumulation dans le sang de l'anticorps spécifique.

» M. Nolf a donc injecté du suc testiculaire de cobaye à des cobayes mâles châtrés ou non châtrés et du suc testiculaire de lapin à des lapins mâles châtrés et non châtrés. Les animaux châtrés ont montré de l'anaphylaxie à l'injection intraveineuse subséquente du suc testiculaire, ce qui confirme l'opinion précédemment émise.

» J'ai l'honneur de proposer l'insertion de l'intéressante note de M. Nolf dans le *Bulletin* de la séance. »

M. Willem, second commissaire, se rallie aux conclusions du premier rapporteur, qui sont adoptées par la Classe.

---

COMMUNICATIONS ET LECTURES

ANALYSE ET PHYSIQUE MATHÉMATIQUES. — **Sur les invariants intégraux relatifs et leurs applications à la physique mathématique,**

par TH. DE DONDER.

INTRODUCTION.

En étudiant les théories modernes de l'électricité, j'ai été amené à écrire ce nouveau travail sur les invariants intégraux relatifs.

Adoptant les notations de M. Goursat, j'établis (n° 1) une relation entre les opérations **D** et **E**, relation dont je déduis (\*) immédiatement l'extension du théorème de M. Hargreaves.

Le but principal de ce mémoire est de trouver des procédés permettant de déduire d'un invariant intégral absolu ou relatif  $J_p$  du système

$$\frac{dx_i}{X_i} = dt \quad i=1, \dots, n$$

un invariant absolu ou relatif  $J'_p$  du système transformé

$$\frac{dz_i}{Z_i} = du,$$

où  $z_1, \dots, z_n$  représentent les nouvelles variables dépendantes et où  $u$  est la nouvelle variable indépendante. La solution de ce problème est complètement donnée dans les nos 2 et 3. Une première application aux équations de l'éther, chargé d'électri-

---

(\*) Une extension un peu moins générale a été donnée dans mon premier mémoire *Sur les invariants intégraux relatifs*. (BULL. DE L'ACAD. ROY. DE BELGIQUE [Classe des sciences], n° 4, pp. 66-83, 1909.) Je désignerai ici ce mémoire par **MI**.

citée, est développée au n° 4. J'ai ajouté (n° 5) quelques indications bibliographiques concernant mes recherches récentes sur les équations canoniques généralisées, au n° 2 du *MI*. Enfin, après avoir indiqué un théorème relatif aux équations différentielles du second ordre (n° 6), j'applique les développements précédents aux équations du mouvement d'un corpuscule dans un champ électromagnétique.

### 1. — Les opérations **D** et **E**.

DÉFINITIONS. — Considérons le système des  $n$  équations différentielles

$$(x) \quad \frac{dz_i}{Z_i} = du \quad i = 1, \dots, n$$

et une forme intégrale  $p$ -uple

$$J_p \equiv \sum_{i_1 \dots i_p} N_{i_1 \dots i_p} \delta z_{i_1} \dots \delta z_{i_p} \quad p \leq n$$

dans laquelle les  $N_{i_1 \dots i_p}$  sont des fonctions de  $z, \dots, z_n$  et de  $u$ .

L'opération **D** appliquée à  $J_p$  consiste à différentier symboliquement  $J_p$  de manière à en déduire une forme intégrale  $(p + 1)$ -uple égale à

$$\begin{aligned} DJ_p &\equiv \sum_{i_1 \dots i_p} \sum_{i_{p+1}} \frac{\partial N_{i_1 \dots i_p}}{\partial z_{i_{p+1}}} \delta z_{i_1} \dots \delta z_{i_p} \delta z_{i_{p+1}} \\ &\equiv \sum_{i_1 \dots i_{p+1}} \left( \frac{\partial N_{i_1 \dots i_p}}{\partial z_{i_{p+1}}} - \frac{\partial N_{i_{p+1} i_2 \dots i_p}}{\partial z_{i_1}} - \dots - \frac{\partial N_{i_1 \dots i_{p-1} i_{p+1}}}{\partial z_{i_p}} \right) \delta z_{i_1} \dots \delta z_{i_{p+1}}. \end{aligned}$$

Nous rappelons que  $\sum_{i_1 \dots i_p}$  indique une sommation étendue à toutes les combinaisons  $p$  à  $p$  de  $1 \dots n$ . Il est bon de remarquer que dans l'opération **D** on pose  $\delta u \equiv 0$ , c'est-à-dire que la variation  $\delta$  de la variable *indépendante* est nulle; afin d'éviter toute confusion à ce sujet, nous écrirons souvent  $D^z J_p$ , au lieu de  $DJ_p$ , l'exposant  $z$  servant à rappeler qu'il s'agit du système (x), c'est-à-dire d'un système à variable indépendante  $u$ .

L'opération E appliquée à  $J_p$  consiste à remplacer dans la dernière ligne de chacun des déterminants qui figurent dans

$$J_p \equiv \underset{i_1 \dots i_p}{S} N_{i_1 \dots i_p} \begin{vmatrix} \delta_1 z_{i_1} & \dots & \delta_1 z_{i_p} \\ \vdots & & \vdots \\ \delta_p z_{i_1} & \dots & \delta_p z_{i_p} \end{vmatrix}$$

les  $\delta_p z_{i_1} \dots \delta_p z_{i_p}$  respectivement par  $Z_{i_1} \dots Z_{i_p}$ ; on obtiendra ainsi une forme intégrale  $(p - 1)$ -uple égale à

$$EJ_p \equiv \underset{i_1 \dots i_{p-1}}{S} \underset{i_p}{S} N_{i_1 \dots i_p} Z_{i_p} \delta z_{i_1} \dots \delta z_{i_{p-1}}.$$

Nous écrirons souvent  $E^\alpha J_p$  au lieu de  $EJ_p$ .

RELATION FONDAMENTALE. — L'opération D appliquée à  $J_p$ , suivie de l'opération E appliquée à  $DJ_p$ , donnera une forme intégrale  $p$ -uple, que nous désignerons par  $EDJ_p$ . Si nous permutons ces deux opérations, nous obtiendrons en général une autre forme intégrale que nous désignerons par  $DEJ_p$ . On vérifiera que si les coefficients de  $J_p$  ne renferment pas  $u$  explicitement, on aura la relation fondamentale

$$EDJ_p + DEJ_p = \frac{d}{du} J_p,$$

dans laquelle

$$\frac{d}{du} \equiv \frac{\partial}{\partial u} + \sum_i^p Z_i \frac{\partial}{\partial z_i} \quad (\text{voir n}^\circ 1 \text{ du Ml}).$$

De cette relation, on peut tirer des conséquences remarquables.

Si  $J_p$  est un invariant absolu de  $(\alpha)$ , on retrouve une relation qu'a rencontrée M. Goursat (\*). Si  $J_p$  est un invariant intégral relatif de  $(\alpha)$ , tel que

$$\frac{d}{du} J_p = DW_{p-1},$$

---

(\*) E. GOURSAT, *Sur les invariants intégraux*. (JOURN. DE MATH. PURES ET APPL., 1908, série 6, t. IV, pp. 331-365, voir spéc. p. 347.)



où  $W_{p-1}$  est une forme intégrale  $(p-1)$ -uple, et si en outre les  $Z_i$  ne renferment pas  $u$  explicitement, on aura

$$D(EJ_p - W_{p-1}) = -EDJ_p;$$

or, la théorie des invariants intégraux de M. H. Poincaré nous apprend que  $DJ_p$ , ainsi que  $EDJ_p$ , sont des invariants absolus de  $(\alpha)$  et que, par conséquent,

$$EJ_p - W_{p-1}$$

est un *invariant intégral relatif*  $(p-1)$ -uple de  $(\alpha)$ . On vérifiera en outre qu'on a, en vertu des équations  $(\alpha)$  :

$$\frac{d}{du}(EJ_p - W_{p-1}) = -DEW_{p-1}.$$

Ce résultat important équivaut à la généralisation du théorème de M. Hargreaves.

EXTENSION DU THÉORÈME DE M. HARGREAVES. — Considérons le système

$$(I) \quad \frac{dx_i}{X_i} = dt, \quad i = 1, \dots, n$$

où  $X_i$  sont des fonctions de  $x_1, \dots, x_n$  et de la variable indépendante  $t$ .

Supposons que

$$J_p^I \equiv \int_{i_1 \dots i_p} N_{i_1 \dots i_p} \delta x_{i_1} \dots \delta x_{i_p} \quad p \leq n$$

soit un invariant relatif de (I) dont les coefficients peuvent renfermer  $t$  explicitement, et supposons qu'on ait, en vertu des équations (I),

$$\frac{d}{dt} J_p^I = \int_{i_1 \dots i_{p-1}} D_{i_1 \dots i_{p-1}} W_{i_1 \dots i_{p-1}} \delta x_{i_1} \dots \delta x_{i_{p-1}}.$$

De ces hypothèses, il résulte que

$$J_{p+1}^II \equiv \int_{i_1 \dots i_p} N_{i_1 \dots i_p} \delta x_{i_1} \dots \delta x_{i_p} \delta t$$

est un invariant relatif  $(p + 1)$  — ule du système

$$(II) \quad \frac{dx_i}{X_i} = \frac{dt}{1} = d\tau,$$

où  $\tau$  est la variable indépendante ( $\partial\tau = 0$ ), et l'on aura, en vertu des équations (II),

$$\frac{d}{d\tau} J_{p+1}^u = - D_{i_1 \dots i_{p-1}}^u S W_{i_1 \dots i_{p-1}} \partial x_{i_1} \dots \partial x_{i_{p-1}} \partial t.$$

Il en résulte que

$$J_p^u \equiv E^u J_{p+1}^u + S_{i_1 \dots i_{p-1}} W_{i_1 \dots i_{p-1}} \partial x_{i_1} \dots \partial x_{i_{p-1}} \partial t$$

est un invariant relatif de (II) et que

$$\frac{d}{d\tau} J_p^u = D_{i_1 \dots i_{p-1}}^u E^u S W_{i_1 \dots i_{p-1}} \partial x_{i_1} \dots \partial x_{i_{p-1}} \partial t.$$

C'est le théorème de M. Hargreaves. On remarquera l'analogie de cette démonstration avec celle du n° 3 du MI, relative aux invariants intégraux absolus.

## 2. — Changement des variables dépendantes.

NOTATIONS. — Dans les équations (I), nous remplaçons les  $n$  variables dépendantes  $x$  par  $n$  nouvelles variables dépendantes  $y$  définies par les équations

$$y_i = y_i(x_1, \dots, x_n, t);$$

ces équations résolues par rapport aux  $x$  donneraient

$$x_i = x_i(y_1, \dots, y_n, t).$$

Le système (I) devient

$$(1)' \quad \frac{dy_i}{Y_i} = dt, \quad i = 1, \dots, n.$$

où

$$Y_i \equiv \left[ \sum_1^n \frac{\partial y_i}{\partial x_k} X_k + \frac{\partial y_i}{\partial t} \right],$$

les *crochets* servant toujours ici à rappeler qu'on a remplacé les  $x$  en fonction des  $y$  et de  $t$ . Ainsi

$$[x_i] \equiv x_i(y_1, \dots, y_n, t),$$

de même

$$[\varphi(x, t)] \equiv \psi(y, t).$$

Rappelons-nous que dans la théorie des invariants intégraux on a (\*)

$$\frac{d}{dt} \delta x_i = \delta \frac{dx_i}{dt}.$$

Nous poserons enfin

$$Xf \equiv \frac{\partial f}{\partial t} + \sum_1^n \frac{\partial f}{\partial x_i} X_i$$

$$Yg \equiv \frac{\partial g}{\partial t} + \sum_1^n \frac{\partial g}{\partial y_i} Y_i.$$

IDENTITÉS. — Quelle que soit la fonction  $\varphi$  des  $x$  et de  $t$ , on aura les identités suivantes :

$$[X\varphi] \equiv Y[\varphi]$$

$$[\delta\varphi] \equiv \delta[\varphi]$$

$$[\delta X\varphi] \equiv \delta Y[\varphi].$$

En particulier, on aura

$$[Xx_i] \equiv Y[x_i]$$

$$[\delta x_i] \equiv \delta[x_i]$$

$$[\delta Xx_i] \equiv \delta Y[x_i]$$

Ces identités peuvent se déduire de la formule du calcul différentiel

$$\sum_1^n \frac{\partial \varphi}{\partial x_i} D x_i + \frac{\partial \varphi}{\partial t} D t = \sum_1^n \frac{\partial [\varphi]}{\partial y_i} D y_i + \frac{\partial [\varphi]}{\partial t} D t,$$

---

(\*) Voir n° 4 de mon *Étude sur les invariants intégraux*. (RENDICONTI CIRCOLO MAT. DI PALERMO, tomo XV, 1901.)

où  $Dx_i, Dt$  sont des accroissements infiniment petits quelconques donnés aux  $x_i$  et à  $t$ .

**THÉORÈME.** — Si  $J_p$  et  $W_p$  sont deux formes intégrales, telles qu'on ait

$$XJ_p = W_p,$$

on aura

$$Y[J_p] = [W_p].$$

Ce théorème résulte immédiatement des identités précédentes.

En particulier, si  $J_p$  est un invariant relatif de (I) tel qu'on ait

$$XJ_p = D^i W_{p-1},$$

on aura

$$Y[J_p] = [D^i W_{p-1}] = D^i [W_{p-1}].$$

**TRANSFORMATION PONCTUELLE ENGENDRÉE PAR LES ÉQUATIONS (I).** — Soient

$$\varphi_i(x, t), \quad (i = 1, \dots, n),$$

les  $n$  invariants distincts de (I); posons

$$\varphi_i(x, t) = \varphi_i(y, u), \quad i = 1, \dots, n$$

le second membre se déduisant du premier en remplaçant  $x$  par  $y$  et  $t$  par  $u$ ; nous en tirons

$$y_i = \psi_i(x, t, u).$$

Nous dirons que cette transformation ponctuelle est engendrée par les équations (I). Si nous considérons  $u$  comme constant, c'est-à-dire si  $\frac{du}{dt} \equiv 0$ , les  $y_i$  sont des *invariants* de (I); en effet, du système

$$\varphi_i(y, u) = \varphi_i$$

nous tirons

$$y_i = \theta_i(\varphi, u). \quad \text{c. q. f. d.}$$

Les équations transformées (I)' deviendront donc

$$\frac{dy_i}{dt} = dt. \quad i = 1, \dots, n$$

Pour fixer les idées, considérons un invariant relatif

$$J_1 = \sum_i N_i \delta x_i,$$

tel que  $XJ_1 = DK$ . On aura, après le changement de variables,  $Y[J_1] = D[K]$ , et si nous posons  $[J_1] = \sum_i N'_i \delta y_i$ , nous trouvons que

$$\frac{\partial N_i}{\partial t} = \frac{\partial [K]}{\partial y_i}.$$

Outre ces relations, on a la relation suivante du calcul des variations :

$$\sum_i N_i(x, t) \delta x_i - \sum_i N_i(y, u) \delta y_i = \delta \int_u^t K(x, t) dt;$$

l'intégrale qui figure au second membre est étendue à une trajectoire de (I); ces trajectoires sont définies par les équations

$$\varphi_i(x, t) = \varphi_i(y, u)$$

résolues par rapport aux  $x$ .

### 3. — **Changement de la variable indépendante.**

SYSTÈMES D'ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES. — Considérons de nouveau le système proposé

$$(I) \quad \frac{dx_i}{X_i} = dt, \quad i = 1, \dots, n$$

La variable indépendante étant  $t$ , on aura  $\delta t = 0$ .

Ce système, après adjonction d'une autre variable  $\tau$ , devient

$$(II) \quad \frac{dx_i}{X_i} = \frac{dt}{1} = d\tau.$$

La variable indépendante est ici  $\tau$ ; on aura  $\delta \tau = 0$ .

Remplaçons les variables  $x$  et  $t$  par de nouvelles variables  $y$  et  $u$ ; le système devient

$$(III) \quad \frac{dy_i}{Y_i} = \frac{du}{U} = d\tau.$$

La variable indépendante est encore  $\tau$ ; on aura encore  $\delta\tau = 0$ .

Divisons tous les membres de (III) par  $U$  et introduisons une nouvelle variable indépendante  $\sigma$ ; on aura

$$(IV) \quad \frac{\frac{dy_i}{Y_i}}{\frac{du}{U}} = \frac{du}{1} = d\sigma.$$

La variable indépendante étant  $\sigma$ , on aura  $\delta\sigma = 0$ .

Enfin, par analogie avec le système (I), considérons le système

$$(V) \quad \frac{\frac{dy_i}{Y_i}}{\frac{du}{U}} = du.$$

La variable indépendante est  $u$ ; on aura  $\delta u = 0$ .

PROBLÈME. — Connaissant un invariant intégral absolu ou relatif  $J_p^I$  du système (I), en déduire des invariants relatifs  $p$ -uples des systèmes (II), (III), (V). Nous avons montré au n° 1 de ce mémoire comment on pouvait déduire de  $J_p^I$  un invariant relatif  $J_p^{II}$  de (II). Nous avons ensuite montré au n° 2 comment on pouvait déduire de  $J_p^{II}$  un invariant relatif  $J_p^{III}$  de (III). Il reste à résoudre la dernière partie du problème proposé. On procédera comme suit : de  $J_p^I$  on déduira  $J_{p+1}^{II}$ , comme cela a été expliqué à la fin du n° 1; puis de  $J_{p+1}^{II}$  on déduira  $J_{p+1}^{III}$ , comme cela a été expliqué au n° 2; supposons qu'on ait, en vertu des équations (III),

$$\frac{d}{du_{III}} J_{p+1}^{III} = D^{III} V_p^{III},$$

où l'indice III de  $du$  sert à rappeler qu'il s'agit ici du système (III)

et où  $V_p^{III}$  représente une forme intégrale  $p$  — uple. On aura alors l'invariant relatif  $J_p^V$  du système (V) en posant

$$J_p^V \equiv (E^{III} J_{p+1}^{III} - V_p^{III})_{\delta u=0};$$

l'indice  $\delta u = 0$  signifie que dans la forme intégrale  $p$  — uple qui figure entre les parenthèses, il faut remplacer  $\delta u$  par zéro. Le lecteur vérifiera en outre que

$$\frac{d}{du^V} J_p^V = -D^V (E^V V_p^{III})_{\delta u=0};$$

dans le premier membre, l'indice V de  $du$  signifie que la dérivation  $\frac{d}{du}$  doit être prise conformément au système (V); dans le second membre, il faudra effectuer l'opération  $D^V$  sur la forme intégrale obtenue en remplaçant  $\delta u$  par zéro dans  $E^V V_p^{III}$ . Le problème posé est donc complètement résolu.

#### 4. — Équations de l'éther chargé d'électricité.

ÉQUATIONS. — En adoptant les notations de M. H.-A. Lorentz (\*), les équations de l'éther chargé d'électricité s'écrivent :

$$\begin{aligned} \text{(A)} \quad & \text{div } \mathbf{d} = \rho \\ \text{(B)} \quad & \text{div } \mathbf{h} = 0 \\ \text{(C)} \quad & \text{rot } \mathbf{h} = \frac{1}{c} (\dot{\mathbf{d}} + \rho \mathbf{v}) \\ \text{(D)} \quad & \text{rot } \mathbf{d} = \frac{1}{c} \mathbf{h}. \end{aligned}$$

Les axes des coordonnées  $x, y, z$  sont rectangulaires et dextrogyres. Le vecteur  $\mathbf{d}$  s'appelle *déplacement électrique*; le vecteur  $\mathbf{h}$  représente la *force magnétique*; la grandeur scalaire  $\rho$  est la *densité électrique de volume*; le vecteur  $\mathbf{v}$  représente la

---

(\*) H.-A. LORENTZ, *The theory of electrons and its applications to the phenomena of light and radiant heat*. Leipzig, 1909. (Voir spéc. pp. 3 et 12.)

vitesse du point  $x, y, z$  à l'instant  $t$ . Ces quatre grandeurs sont des fonctions de  $x, y, z$  et  $t$ . La vitesse de la lumière dans l'éther (non chargé d'électricité) est désignée par  $c$ . Les trois composantes d'un vecteur seront désignées par la lettre représentant le vecteur, cette lettre étant affectée de l'indice  $x, y$  ou  $z$ . Enfin, on a posé

$$\operatorname{div} \mathbf{d} \equiv \frac{\partial \mathbf{d}_x}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{d}_y}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{d}_z}{\partial z},$$

et de même pour  $\operatorname{div} \mathbf{h}$ . Le vecteur  $\operatorname{rot} \mathbf{h}$  a pour composantes

$$\frac{\partial \mathbf{h}_z}{\partial y} - \frac{\partial \mathbf{h}_y}{\partial z}, \quad \frac{\partial \mathbf{h}_x}{\partial z} - \frac{\partial \mathbf{h}_z}{\partial x}, \quad \frac{\partial \mathbf{h}_y}{\partial x} - \frac{\partial \mathbf{h}_x}{\partial y},$$

et de même pour  $\operatorname{rot} \mathbf{d}$ . Enfin  $\dot{\mathbf{d}}$  est un vecteur dont les composantes sont

$$\frac{\partial \mathbf{d}_x}{\partial t}, \quad \frac{\partial \mathbf{d}_y}{\partial t}, \quad \frac{\partial \mathbf{d}_z}{\partial t},$$

et de même pour  $\dot{\mathbf{h}}$ .

LES DEUX FORMES INTÉGRALES DE M. HARGREAVES. — Dans mon *MI*, j'ai attiré l'attention sur deux formes intégrales étudiées d'abord par M. Hargreaves; ces formes s'écriront ici :

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_2 &\equiv \mathbf{S} (\mathbf{d}_x \delta y \delta z + c \mathbf{h}_x \delta t \delta x) \\ \Omega_2 &\equiv \mathbf{S} (\mathbf{h}_x \delta y \delta z - c \mathbf{d}_x \delta t \delta x) \end{aligned}$$

où le symbole  $\mathbf{S}$  sert à rappeler qu'il s'agit de formes intégrales, et indique en outre qu'il faut faire une sommation étendue aux permutations tournantes de  $x, y$  et  $z$ .

Ces formes intégrales jouissent de la propriété suivante :

*Les conditions nécessaires et suffisantes pour que la différentielle symbolique*

$$\mathbf{D}\mathbf{J}_2 = \rho \delta x \delta y \delta z - \mathbf{S} \mathbf{v}_x \delta y \delta z \delta t$$

*ne sont autres que les équations (A) et (C).*



Les conditions nécessaires et suffisantes pour que la différentielle symbolique

$$D\Omega_2 = 0$$

ne sont autres que les équations (B) et (D).

Cette propriété a été utilisée d'une manière heureuse par M. Bateman (\*), pour rechercher les changements des variables  $x, y, z$  et  $t$  qui laissent la forme des équations (A), (B), (C) et (D) invariante. Je me propose de reprendre plus tard la question, en me servant des paramètres différentiels.

CHANGEMENT DES VARIABLES  $x, y, z$  ET  $t$ . — Les équations

$$(I) \quad \frac{dx}{\mathbf{v}_x} = \frac{dy}{\mathbf{v}_y} = \frac{dz}{\mathbf{v}_z} = dt$$

définissent les trajectoires; des équations (A) ... (D), il résulte (\*\*\*) que ces équations (I) possèdent l'invariant intégral absolu  $\mathfrak{I}$  — uple :

$$\mathfrak{I}_3 \equiv S \rho \delta x \delta y \delta z.$$

Le système (II) du n°  $\mathfrak{I}$  devient

$$(II) \quad \frac{dx}{\mathbf{v}_x} = \frac{dy}{\mathbf{v}_y} = \frac{dz}{\mathbf{v}_z} = \frac{dt}{1} = d\tau;$$

ces équations définissent les trajectoires dans l'espace-temps; elles admettent les invariants absolus

$$\mathfrak{I}_4 \equiv S \rho \delta x \delta y \delta z \delta t$$

$$\mathfrak{I}_3 \equiv \mathbf{E} \mathfrak{I}_4 = \rho \delta x \delta y \delta z - S \mathbf{v}_x \delta y \delta z \delta t;$$

elles admettent aussi l'invariant relatif  $\mathbf{J}_2$ , que nous désignerons ici par  $\mathbf{J}_2^{\text{II}}$ . On a vu que  $D^{\text{II}} \mathbf{J}_2^{\text{II}} = \mathfrak{I}_3$ ; il en résulte que  $\mathfrak{I}_3^{\text{II}}$  est

(\*) H. BATEMAN, *The transformation of the electrodynamical equations.* (PROCEEDINGS OF THE LONDON MATH. Soc., series 2, vol. VIII, 1910, pp. 223-264.)

(\*\*) H. A. LORENTZ, *loc cit.*, voir p. 232.

invariant : différentielle exacte, et tel que  $E^{II} I_3^{II} = 0$ . On sait en outre que

$$\frac{dI_2^{II}}{d\tau} = D^{II} S (c \mathbf{h}_x + \mathbf{v}_z d_y - \mathbf{v}_y d_z) (\mathbf{v}_x \delta t - \delta x).$$

Effectuons maintenant un changement des variables  $x, y, z$  et  $t$ ; appelons  $x', y', z', t'$  les nouvelles variables. Le n° 2 de ce mémoire nous apprend à déduire des invariants de (II) les invariants du nouveau système, que nous écrirons comme suit :

$$(III) \quad \frac{dx'}{\mathbf{v}_{x'}} = \frac{dy'}{\mathbf{v}_{y'}} = \frac{dz'}{\mathbf{v}_{z'}} = \frac{dt'}{\mathbf{v}_{t'}} = d\tau.$$

Enfin, si nous voulons faire jouer à  $t'$  un rôle analogue à celui de  $t$ , nous aurons à considérer le système

$$(V) \quad \frac{dx'}{\mathbf{v}_{x'}} = \frac{dy'}{\mathbf{v}_{y'}} = \frac{dz'}{\mathbf{v}_{z'}} = dt'$$

dont l'invariant intégral absolu sera, en vertu du n° 3,

$$I_3^V \equiv S \rho \frac{\partial(xyzt)}{\partial(x'y'z't')} \mathbf{v}_{t'} \delta x' \delta y' \delta z'.$$

Si les  $x', y', z', t'$  sont définis par la transformation (\*) célèbre de Voigt-H.-A. Lorentz :

$$\left\{ \begin{array}{l} x' = kl(x - wt) \\ y' = ly \\ z' = lz \\ t' = kl \left( t - \frac{w}{c^2} x \right) \end{array} \right.$$

on trouve

$$I_3^V = \frac{k}{l^3} S \rho \left( 1 - \frac{w}{c^2} \mathbf{v}_x \right) \delta x' \delta y' \delta z',$$

(\*) VOIGT, *Ueber das Doppler'sche Princip.* (GÖTT. NACHR., 1887.)—H.-A. LORENTZ, *loc. cit.* (Voir pp. 197 et 198.)

ce qui nous amène à poser

$$\rho^v \equiv \rho \left( 1 - \frac{w}{c^2} \mathbf{v} \cdot \mathbf{x} \right) \frac{k}{l^3},$$

résultat qui concorde parfaitement avec celui de M. H. Poincaré (\*). On sait que M. Lorentz pose  $\rho' \equiv \frac{\rho}{kl^3}$  (*loc. cit.*, p. 197); on voit que  $\rho'$  n'est pas un multiplicateur de (V), mais du système (III). D'autres divergences pourraient s'expliquer de la même manière, au moyen des systèmes (I), (II), (III) et (V).

### 5. — Équations canoniques généralisées.

COMPLÉMENTS. — Dans mon mémoire I, j'ai montré qu'en partant d'un invariant intégral relatif de forme donnée, on trouvait immédiatement un système d'équations différentielles qui pouvait être considéré comme une généralisation des équations canoniques de Hamilton. Depuis, j'ai approfondi ces recherches : dans deux notes récentes (\*\*), j'ai étudié spécialement les équations canoniques généralisées

$$\frac{dx_i}{\sum_k \frac{\nu_{ki}}{\nu} \frac{\partial H}{\partial x_k}} = dt \quad i, k = 1, \dots, 2m$$

déduites de l'invariant relatif  $J \equiv \sum_1^{2m} N_i \delta x_i$ , et j'ai montré comment on pouvait déduire d'un *invariant* d'un système d'équations différentielles, d'autres *invariants*, quand on connaît un

(\*) H. POINCARÉ, *Sur la dynamique de l'électron*. (RENDICONTI CIRC. PALERMO, t. XXI, 1906.) (Voir p. 133.)

(\*\*) TH. DE DONDER, *Généralisation du théorème de Poisson*. (COMPTES RENDUS DE L'ACAD. DES SCIENCES DE PARIS, 8 mars 1909.) — *Sur le théorème de Poisson et sur les invariants différentiels*. (COMPTES RENDUS DE L'ACAD. DES SCIENCES DE PARIS, 1<sup>er</sup> août 1910.)

paramètre différentiel attaché à une forme multilinéaire, invariante par rapport à ces équations différentielles; cette généralisation fournit le sens profond du théorème de Poisson; M. Vergne (*Comptes rendus*, 25 avril 1910) l'avait aperçu en partie, grâce à la théorie des transformations de contact (\*).

Dans un autre mémoire (\*\*), j'ai déduit de l'invariant intégral

$$j_\lambda = \sum_i^r N_i^\lambda \delta x_i, \quad \lambda = 1 \dots r \leq n$$

où  $N_i^\lambda$  sont des fonctions des  $r$  variables indépendantes  $t_1 \dots t_r$ , des  $n$  variables dépendantes  $x_1 \dots x_n$  et des dérivées partielles  $x_i^\lambda \equiv \frac{dx_i}{dt_\lambda}$ , les équations canoniques de Hamilton-Volterra et j'ai fait une étude approfondie de ces équations.

Faisons une dernière remarque. On sait que la forme différentielle  $\sum_1^{2m} N_i \delta x_i$  des  $2m$  variables  $x_1 \dots x_{2m}$  peut s'identifier avec une autre forme différentielle  $\sum_1^m y_k \delta z_k$ , qui, en général, comprend au minimum  $m$  termes; les  $y_k$  et  $z_k$  sont alors  $2m$  fonctions distinctes des  $x$ .

Cette réduction porte le nom de *problème de Pfaff*. Un problème analogue se présente pour les *formes intégrales*. On sait que l'invariant relatif  $\sum_1^m y_k \delta z_k$ , ayant donc la forme réduite ou canonique de Pfaff, joue un rôle essentiel dans la théorie des équations canoniques classiques; il en sera de même pour l'invariant relatif  $p$  — uple, mis sous la forme réduite, dans la généralisation des équations canoniques. Ce sera l'objet d'un autre mémoire.

(\*) Un mémoire plus étendu de M. Vergne paraîtra bientôt dans les *Annales de l'École normale supérieure de Paris* et traitera, en outre, de la théorie des invariants intégraux.

(\*\*) *Sur les équations canoniques de Hamilton-Volterra*. (MÉMOIRES IN-4° DE L'ACAD. ROY. DE BELGIQUE [Classe des sciences], t. III.)

6. — Équations différentielles du second ordre.

NOTATIONS. — Les  $n$  équations différentielles du second ordre

$$\frac{d^2x_i}{dt^2} = \xi_i \left( x, \frac{dx}{dt}, t \right) \quad i = 1 \dots n$$

sont équivalentes aux  $2n$  équations du premier ordre

$$(VI) \quad \frac{dx_i}{x'_i} = \frac{dx'_i}{\xi_i(x, x', t)} = dt. \quad i = 1 \dots n$$

Considérons maintenant un système de  $n$  équations du premier ordre

$$(VII) \quad \frac{dx_i}{x'_i(x, t)} = dt,$$

où les  $x'_i(x, t)$  sont des fonctions des  $x$  et de  $t$ , telles qu'on ait, en vertu des équations (VI),

$$\frac{dx'_i(x, t)}{dt} \equiv \xi_i(x, x', t),$$

après avoir remplacé dans le second membre, les  $x'$  par leurs expressions en  $x$  et en  $t$ . Posons enfin

$$\begin{aligned} \xi f &\equiv \sum_1^n \frac{\partial f}{\partial x_i} x'_i + \sum_1^n \frac{\partial f}{\partial x'_i} \xi_i + \frac{\partial f}{\partial t} \\ \eta g &\equiv \sum_1^n \frac{\partial g}{\partial x_i} x'_i(x, t) + \frac{\partial g}{\partial t}, \end{aligned}$$

qui représentent, dans la notation de Lie, les transformations infinitésimales (VI) et (VII).

L'opération consistant à remplacer les  $x'_i$  par des fonctions des  $x$  et de  $t$  satisfaisant aux relations précédentes  $\frac{dx'_i}{dt} = \xi_i$ , sera indiquée par  $\{ \quad \}$ ; ainsi

$$\{ x'_i \} \equiv x'_i(x, t)$$

et

$$\{ \varphi(x, x', t) \} \equiv \varphi(x, x'(x, t), t).$$

IDENTITES. — Quelle que soit la fonction  $\varphi(x, x', t)$ , on aura les identités

$$\begin{aligned} \} \xi \varphi \} &\equiv \eta \} \varphi \} \\ \delta \} \varphi \} &\equiv \} \delta \varphi \} \\ \} \delta \xi \varphi \} &\equiv \delta \eta \} \varphi \} . \end{aligned}$$

Dans la seconde identité, on a explicitement

$$\sum_i \frac{\partial \} \varphi \} \delta x_i \equiv \left\{ \sum_i \frac{\partial \varphi}{\partial x_i} \delta x_i + \sum_i \frac{\partial \varphi}{\partial x'_i} \delta x'_i \right\} ;$$

cette identité subsiste quelles que soient les fonctions  $x'_i(x, t)$ .

THÉORÈME. — Si  $J_p$  est une forme intégrale  $p$  — uple telle que

$$\xi J_p = K_p ,$$

où  $K_p$  est aussi une forme intégrale, on aura

$$\eta \} J_p \} = \} K_p \} .$$

En particulier, si  $J_p$  est un invariant relatif de (VI) tel qu'on ait

$$\xi J_p = D^{v_1} K_{p-1} ,$$

on aura

$$\eta \} J_p \} = D^{v_1} \} K_{p-1} \}$$

Réciproquement, si

$$J^{v_1} = \sum_1^n \frac{\partial \psi(x', t)}{\partial x'_i} \delta x_i$$

est un invariant relatif de

$$(VIII) \quad \frac{dx_i}{x'_i(x, t)} = dt, \quad i = 1, \dots, n$$

où  $x'_i$  sont des fonctions quelconques des  $x$  et de  $t$ , et si on a :

$$\frac{dJ^{v_1}}{dt} = \delta Q(x, t),$$

je dis que

$$J^{ix} = \sum_1^n \frac{\partial \psi(x', t)}{\partial x'_i} \delta x_i$$

est aussi un invariant relatif de

$$(IX) \quad \frac{dx_i}{x'_i} = \frac{dx'_i}{\xi_i(x, x', t)} = dt \quad i = 1, \dots, n$$

dans lesquelles les  $\xi_i(x, x', t)$  sont tirés de :

$$\sum_1^n \frac{\partial^2 \psi(x', t)}{\partial x'_i \partial x'_k} \xi_k(x, x', t) + \frac{\partial^2 \psi(x', t)}{\partial x'_i \partial t} = \frac{\partial S(x, t)}{\partial x_i}$$

où

$$S(x, t) \equiv Q(x, t) - \psi(x', t)$$

et où

$$x'_i \equiv x'_i(x, t)$$

dans cette fonction  $S$  seulement. On aura, en vertu des équations (IX)

$$\frac{dJ^x}{dt} = \delta(S(x, t) + \psi(x', t))$$

En particulier, si

$$\psi \equiv \frac{1}{2} \sum_1^n x_i'^2,$$

on aura

$$J \equiv \sum_i x'_i \delta x_i,$$

invariant intégral qui joue un rôle fondamental dans la théorie des tourbillons. Alors

$$\xi_i = \frac{\partial S(x, t)}{\partial x_i}$$

et

$$\frac{dJ}{dt} = \delta(S(x, t) + \frac{1}{2} \sum_i x_i'^2).$$

### 7. — Application aux champs magnétique et électrique superposés.

PROBLÈME. — Cherchons les équations (VI) qui possèdent l'invariant relatif

$$J^v = \sum_i x'_i \delta x_i - U \delta W,$$

où  $U$  et  $W$  sont deux fonctions de  $x_1 \dots x_n$ , invariant tel qu'on ait, en vertu de ces équations (VI),

$$\frac{dJ_{\xi}^{\eta}}{dt} = \delta K.$$

En introduisant la fonction auxiliaire

$$S \equiv K + U \sum_i \frac{\partial W}{\partial x_i} x_i'$$

au cours des calculs, on trouvera aisément que dans les équations (VI) on aura

$$\xi_i(x, x', t) = -\frac{\partial V(x, t)}{\partial x_i} - \sum_k^n \frac{\partial(U, W)}{\partial(x_i, x_k)} x_k'$$

et que

$$K = \frac{1}{2} \sum_i x_i'^2 - V - \sum_i U \frac{\partial W}{\partial x_i} x_i',$$

où  $V(x, t)$  est une fonction quelconque.

Les équations (VI) sont équivalentes au système

$$(IV)' \quad \frac{d^2 x_i}{dt^2} = -\frac{\partial V(x, t)}{\partial x_i} - \sum_k^n \frac{\partial(U, W)}{\partial(x_i, x_k)} \frac{dx_k}{dt} \quad i = 1, \dots, n$$

ÉQUATIONS DU MOUVEMENT D'UN CORPUSCULE. — Dans un champ électrique et un champ magnétique, le mouvement d'un corpuscule  $(x, y, z)$  de masse  $m$  et de charge  $e$  est régi par l'équation (\*)

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -e \frac{\partial V}{\partial x} + e \left( Y \frac{dz}{dt} - Z \frac{dy}{dt} \right)$$

et deux autres, déduites de celle-ci par permutation tournante. Les composantes de la force magnétique  $(X, Y, Z)$  satisfaisant à la condition

$$\frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z} = 0,$$

---

(\*) P. APPELL, *Traité de mécanique rationnelle*, 3<sup>e</sup> édition, 1909. (Voir p. 368.)



M. C. Störmer (\*) a remarqué qu'on pouvait écrire les équations du mouvement du corpuscule sous la forme (VI)'. Ces équations admettent donc l'invariant relatif

$$J^v = \sum_1^n \left( x'_i - U \frac{\partial W}{\partial x_i} \right) \delta x_i$$

et pourront immédiatement s'écrire sous la forme *canonique* si l'on pose

$$y_i = x'_i - U \frac{\partial W}{\partial x_i},$$

en conservant les  $n$  autres variables dépendantes  $x_i$ . Après ce changement des variables dépendantes (n° 2), le système transformé admettra encore l'invariant relatif  $J = \sum_1^n y_i \delta x_i$ , avec  $\frac{dJ}{dt} = \delta[K]$ . En posant  $H = [\sum_i y_i x'_i - K]$ , les équations du mouvement deviennent

$$\frac{dx_i}{\frac{\partial H}{\partial y_i}} = \frac{dy_i}{-\frac{\partial H}{\partial x_i}} = dt; \quad i = 1 \dots n$$

on voit aisément que

$$H = \frac{1}{2} \sum_i \left( y_i + U \frac{\partial W}{\partial x_i} \right)^2 + V.$$

M. Störmer a obtenu cette réduction dans sa dernière note citée.

Ce résultat se généralise en considérant les équations admettant l'invariant relatif

$$J = \sum_i \frac{\partial \psi(x', t)}{\partial x'_i} \delta x_i - \sum_\lambda U_\lambda \delta W_\lambda.$$

---

(\*) C. STÖRMER, *Comptes rendus de l'Académie des sciences de Paris*, 12 et 26 septembre 1910.

En particulier, si

$$\psi(x', t) = \sum^i \sum^k m_{ik} x'_i x'_k,$$

avec

$$m_{ik} = m_{ki} \quad \text{et} \quad \lambda = 1,$$

on trouvera un système canonique dans lequel la fonction caractéristique

$$H = \frac{1}{2} \sum^i \sum^k \mu_{ik} \left( y_i + U \frac{\partial W}{\partial x'_i} \right) \left( y_k + U \frac{\partial W}{\partial x'_k} \right) + V,$$

où  $\mu_{ik}$  représente le mineur algébrique  $M_{ik}$  dans le déterminant  $m$  des  $m_{ik}$ , ce mineur  $M_{ik}$  étant divisé par  $m$ . M. Störmer (\*) a écrit  $M_{ik}$  dans l'expression de  $H$ , mais il faut  $\mu_{ik}$ .

Le n° 6 de ce mémoire s'applique immédiatement à ce qui précède. Les fonctions  $x'_i(x, t)$  définiront un *champ de vitesses* du corpuscule. Dans l'étude de ce champ, l'invariant  $\{J\}$  jouera le même rôle que l'invariant  $\sum^i x'_i \delta x_i$  en hydrodynamique. Le vecteur-tourbillon aura ici pour composantes la moitié de

$$\frac{\partial x'_i}{\partial x_k} - \frac{\partial x'_k}{\partial x_i} - \frac{\partial(U, W)}{\partial(x_k, x_i)}.$$

Il y a cependant une différence : en hydrodynamique, les particules fluides existent simultanément, tandis que dans le champ des vitesses des corpuscules, ceux-ci ne forment que des lignes, des surfaces ou des volumes dont l'existence est fictive; ce même procédé est employé, comme on sait, dans l'étude du champ électrique, au moyen de la fonction potentielle.

Le 2 décembre 1910.

---

(\*) La signification de  $M_{ik}$  est donnée par M. Störmer dans sa note du 2 mars 1908 (*Comptes rendus de l'Académie des sciences de Paris*).

PHYSIO-PATHOLOGIE. — Contribution à l'étude  
de l'anaphylaxie,

par P. NOLF.

Dans un mémoire publié l'an passé dans les *Archives internationales de physiologie* (1), j'ai exprimé l'opinion que la nutrition azotée des tissus est assurée par un mécanisme qui est de même nature que celui qui règle la production et l'utilisation des substances actives qui interviennent dans les phénomènes d'immunité et d'anaphylaxie.

Le plasma du sang contiendrait des albumines, produites par l'endothélium des vaisseaux sanguins, qui seraient douées d'affinité spécifique pour les différentes catégories de cellules extravasculaires des tissus.

Cette hypothèse soulevait immédiatement l'objection suivante : Il est possible, quand le sang d'un lapin contient des substances douées d'affinité pour les cellules d'un chien, de mettre facilement celles-ci en évidence. Il suffit de mettre au contact les cellules du chien et le plasma ou le sérum du lapin pour observer de façon indubitable les effets d'une réaction entre ces éléments. Or on n'a jamais observé d'action semblable des humeurs d'un animal sur ses propres cellules.

La réponse à cette objection est très simple : Ces réactions entre cellules et plasma sont toujours la conséquence de la fixation massive sur les premières des colloïdes protéiques spécifiques du second. Or, puisque le plasma d'un animal baigne (directement ou indirectement) ses cellules, il ne peut jamais s'accumuler dans ses humeurs suffisamment d'albumines spécifiques pour qu'on puisse les mettre en évidence par les procédés

---

(1) P. NOLF, *La composition protéique du milieu humoral* (troisième mémoire). *De l'anaphylaxie*. (ARCH. INTERN. DE PHYSIOL., 1910, t. X, pp. 37-77.)

de laboratoire. Au fur et à mesure que ces albumines se produisent, elles sont fixées par les tissus pour lesquels elles ont de l'affinité, de sorte que le sang paraît en être toujours exempt.

Mais si le plasma d'un chien ne peut jamais contenir que de faibles quantités d'un anticorps pour les hématies de chien, sous peine de produire l'hémolyse intravasculaire, il peut contenir des quantités fortes d'un anticorps pour les hématies d'une autre espèce animale, parce que, ne rencontrant pas ces éléments dans l'organisme du chien, l'anticorps ne trouve pas son utilisation et s'accumule dans les humeurs.

S'il en est ainsi, on pouvait prévoir que l'administration parentérale faite à un animal de l'extrait d'un organe dont on l'aurait privé, pourrait avoir pour conséquence l'accumulation dans son sang de quantités d'anticorps suffisantes pour être mises en évidence.

Pour vérifier ce postulatum, j'ai entrepris dès le mois d'octobre dernier une série d'expériences sur le lapin et le cobaye.

Des lapins et des cobayes mâles étaient divisés en deux lots. Les animaux d'un des lots étaient châtrés. On injectait aux animaux châtrés et aux non châtrés de l'extrait préparé avec les testicules d'animaux de même espèce.

Si l'opinion précédente était exacte, on devait s'attendre à voir s'accumuler dans les humeurs des animaux châtrés des quantités d'albumines spécifiques plus grandes que dans les humeurs des non châtrés, puisque chez ceux-ci les albumines trouvaient à se fixer, au fur et à mesure de leur production, sur les cellules des testicules laissés en place.

Pour s'assurer de la présence de ces albumines spécifiques chez les mâles châtrés, le moyen le plus simple était de recourir à l'expérience sur l'animal vivant, à l'injection d'extrait testiculaire dans les veines. En cas d'existence d'albumines spécifiques, il se produit, dans ces conditions, des phénomènes très caractéristiques d'anaphylaxie, qui consistent essentielle-

ment en des modifications considérables de la pression artérielle et des qualités du sang circulant.

Seulement ces phénomènes de l'anaphylaxie sont identiques en nature (1), comme je l'ai démontré, à ceux que produit l'injection intraveineuse d'extrait d'organe chez l'animal normal; ils n'en diffèrent que par l'intensité plus ou moins grande. Il fallait donc commencer par étudier l'influence des mêmes doses d'extrait sur l'animal normal.

Les premières expériences furent faites sur le lapin. Trois lapins mâles furent châtrés le 28 octobre. On broya les six testicules, pesant environ 16 grammes, avec un peu de sable marin stérilisé et 32 centimètres cubes de solution à 1 % de chlorure sodique. On injecta l'extrait centrifugé et décanté dans le péritoine de six lapins mâles (dont les trois châtrés) et de trois femelles, à raison de 3 centimètres cubes par animal.

Ces neuf animaux furent éprouvés dans leur résistance à l'injection intraveineuse d'un extrait testiculaire de lapin préparé dans les mêmes conditions : un poids de testicule pour deux poids de solution saline.

Des essais préalables avaient démontré que le lapin mâle supporte sans grand dommage l'injection intraveineuse de 0<sup>cc</sup>5 de cet extrait par kilogramme d'animal (2).

Voici les protocoles des deux premières expériences faites le 10 novembre.

#### Expérience I.

Lapin mâle, non châtré, de 2<sup>kg</sup>4.

A 17 h. 39 m., prise de sang artériel, coagulé à 18 h. 1 m.; 6,800 leucocytes par millimètre cube.

A 17 h. 53 m., la pression carotidienne est de 40<sup>cm</sup>4 de mercure.

---

(1) *Loc. cit.*

(2) Il est indispensable que ces extraits d'organes soient complètement débarassés par une centrifugation énergique de toutes les particules solides qu'ils pourraient contenir.

A 17 h. 53 m., injecté, en dix-sept secondes, 1<sup>cc</sup>2 d'extrait testiculaire dilué dans 8<sup>cc</sup>8 de NaCl 1 ‰.

A 17 h. 55 m., la pression carotidienne est de 8<sup>cm</sup>6.

A 17 h. 56 m., la pression carotidienne est de 8<sup>cm</sup>8.

A 17 h. 58 m., la pression carotidienne est de 9 centimètres.

A 18 h. 2 m., prise de sang, coagulé à 18 h 39 m.; 5,500 leucocytes.

L'animal détaché est bien dispos; il survit.

### Expérience II.

Lapin mâle, châtré, de 2<sup>kg</sup>2.

A 18 h. 30 m., prise de sang, coagulé à 19 h. 5 m.; 7,900 leucocytes.

A 18 h. 45 m., la pression carotidienne est de 12<sup>mm</sup>2.

A 18 h. 45 m., on injecte, dans une jugulaire, en quinze secondes, 1<sup>cc</sup>1 d'extrait testiculaire dilué dans 8<sup>cc</sup>9 d'eau salée isotonique.

A 18 h. 46 m., la pression carotidienne est de 4<sup>cm</sup>3.

A 18 h. 47 m., la pression carotidienne est de 2 centimètres.

L'animal meurt peu après.

A 18 h. 50 m., on recueille, par une canule placée dans la veine cave inférieure, du sang qui est encore fluide à 20 h. 15 m., coagulé le lendemain à 8 heures; 6,300 leucocytes.

Les quatre animaux suivants furent éprouvés le 11 novembre.

### Expérience III.

Lapin mâle, non châtré, de 1<sup>kg</sup>2.

A 16 h. 40 m., prise de sang, coagulé à 17 h. 13 m.; 8,900 leucocytes.

A 16 h. 49 m., la pression carotidienne est de 9 centimètres.

A 16 h. 49 m., injecté, en seize secondes, dans une jugulaire, 0<sup>cc</sup>6 d'extrait testiculaire dilué dans 9<sup>cc</sup>4 d'eau salée isotonique.

A 16 h. 51 m., la pression artérielle est de 8 centimètres.

A 16 h. 55 m., la pression artérielle est de 8 centimètres.

A 16 h. 59 m., prise de sang, coagulé à 17 h. 44 m.; 2,200 leucocytes.

L'animal détaché est dispos; il survit.

#### Expérience IV.

Lapin mâle, non châtré, de 1<sup>kg</sup>7.

A 15 h. 43 m., prise de sang, coagulé à 16 h. 3 m.; 7,200 leucocytes.

A 15 h. 55 m., la pression carotidienne est de 10<sup>cm</sup>4.

A 15 h. 55 m., injecté, en quinze secondes, dans la jugulaire, 0<sup>cc</sup>85 d'extrait testiculaire dilué dans 9<sup>cc</sup>15 d'eau salée isotonique.

A 15 h. 57 m., la pression carotidienne est tombée à 2<sup>cm</sup>2.

L'animal meurt peu de temps après.

A 16 h. 3 m., il est pris du sang à la veine cave inférieure, fluide à 22 heures, coagulé le lendemain à 8 heures; 2,900 leucocytes.

A l'autopsie, on trouve les testicules très petits.

#### Expérience V.

Lapin mâle, châtré, de 1<sup>kg</sup>9.

A 15 h. 7 m., prise de sang, coagulé à 15 h. 20 m.; 5,100 leucocytes.

A 15 h. 17 m., la pression carotidienne est de 8 centimètres.

A 15 h. 17 m., injection dans la jugulaire, en dix-neuf secondes, de 0<sup>cc</sup>95 d'extrait testiculaire dilué dans 9<sup>cc</sup> 05 d'eau salée isotonique.

A 15 h. 18 m., la pression carotidienne est de 4<sup>cm</sup>6.

A 15 h. 22 m., la pression carotidienne est de 5 centimètres.

A 15 h. 25 m., prise de sang, fluide à 17 h. 30 m., coagulé à 18 h. 7 m.; 600 leucocytes.

L'animal, détaché à 15 h. 30 m., est très prostré; il est mort à 21 heures.

#### Expérience VI.

Lapin mâle, châtré, de 2<sup>kg</sup>55.

A 17 h. 14 m., prise de sang, coagulé à 17 h. 14 m.; 11,200 leucocytes.

A 17 h. 30 m., la pression carotidienne est de 12 centimètres.

A 17 h. 30 m., injecté, en dix-huit secondes, 1<sup>cc</sup>2 d'extrait testiculaire dilué dans 8<sup>cc</sup>8 d'eau salée isotonique.

A 17 h. 32 m., la pression carotidienne est de 3<sup>cm</sup>4.

L'animal meurt peu après.

A 17 h. 35 m., prise de sang à la veine cave inférieure, fluide à 22 heures, coagulé le lendemain à 8 heures; 5,700 leucocytes.

Si l'on résume les conséquences de l'injection intraveineuse chez les six mâles, on constate que les trois châtrés et un non châtré succombèrent, tandis que deux des non châtrés résistèrent parfaitement aux suites de l'intervention.

Cette mort immédiate doit être considérée comme étant la conséquence des phénomènes d'anaphylaxie intense que présentèrent ces quatre animaux. Chez tous les animaux qui moururent, la pression artérielle subit une chute profonde, qui est, je crois, la cause indirecte de la mort. Elle eut pour conséquence le reflux dans le système vasculaire d'une quantité assez considérable de la solution saturée de carbonate sodique interposée entre le sang et le mercure du manomètre. Cette injection saline, faite brusquement à un animal déjà intoxiqué, fut très probablement la cause immédiate de la mort. Ce qui permet de le croire, c'est qu'une injection d'extrait testiculaire faite à deux lapins mâles châtrés et anaphylactisés comme les précédents, mais dont on n'enregistrait pas la pression artérielle, ne provoqua pas la mort, mais seulement de la dyspnée passagère et un peu de prostration.

L'injection intraveineuse d'extrait testiculaire chez le lapin mâle châtré et préparé n'est donc probablement pas capable de causer la mort directement, mais elle entraîne une chute profonde de la pression carotidienne et un retard considérable de la coagulation. Les quatre animaux qui moururent présentèrent tous quatre une incoagulabilité partielle qui faisait complètement défaut chez les lapins qui survécurent. Cette coexistence de la chute de pression avec l'incoagulabilité du sang est tout à fait caractéristique du shock anaphylactique. Les modifications du nombre des leucocytes sont moins bien marquées qu'on aurait pu l'espérer, probablement à cause de la mort trop rapide des animaux.

De mes six lapins mâles, dont trois châtrés et trois intacts, les trois châtrés présentèrent tous trois de l'anaphylaxie, qui ne se rencontra au même degré que chez un des non châtrés et manqua chez les deux autres.



Bien que le nombre des animaux éprouvés soit assez faible, il semble cependant que l'on puisse affirmer que l'expérience vient confirmer les prévisions : l'injection intrapéritonéale de suc testiculaire de lapin faite à des lapins a provoqué la formation d'anticorps spécifiques, qui se sont accumulés dans le sang des animaux châtrés, mais qui ont disparu plus ou moins complètement du sang des mâles intacts, par suite de leur utilisation dans les testicules.

Chez les trois femelles soumises au même traitement que les six mâles, je n'ai pas observé le moindre signe réactionnel lors de l'injection d'épreuve faite dans les veines. En raison de la similitude des trois protocoles, je ne reproduirai ici que le premier :

Lapin femelle de 1<sup>kg</sup>4. L'injection intraveineuse est faite le 15 novembre 1910.

A 10 h. 44 m., prise de sang, coagulé à 11 h. 25 m.; 5,700 leucocytes.

A 10 h. 53 m., la pression carotidienne est de 11<sup>cm</sup>5.

A 10 h. 53 m., injecté, en vingt secondes, 0<sup>cc</sup>7 d'extrait testiculaire dans une jugulaire.

A 10 h. 54 m., la pression carotidienne est de 11<sup>cm</sup>5.

A 10 h. 58 m., la pression carotidienne est de 11<sup>cm</sup>2.

A 11 h. 2 m., prise de sang, coagulé à 11 h. 25; 3,400 leucocytes.

L'animal détaché est dispos et survit.

Il est remarquable de constater, à l'encontre de ce que l'on aurait pu supposer *a priori*, que les femelles se comportent de façon plus nettement négative que les mâles intacts. Il y a là l'indication de conditions particulières dont il serait intéressant de faire l'analyse expérimentale.

Les expériences sur le cobaye se firent dans des conditions un peu différentes. On sait que le cobaye est l'animal de choix pour les expériences sur l'anaphylaxie. L'injection d'épreuve, quand elle est faite dans les veines, produit souvent la mort plus ou moins rapide de l'animal. Ce shock anaphylactique mortel étant beaucoup plus facile à produire chez le cobaye que

chez le lapin, je me suis demandé si on pourrait le provoquer par l'injection d'extrait testiculaire.

La préparation de l'expérience fut à peu près la même que pour les lapins. On fit deux lots de quatre cobayes chacun, les premiers châtrés, les autres intacts. On fit le 1<sup>er</sup> décembre 1910 aux huit cobayes, du poids moyen de 500 grammes, une injection intrapéritonéale de 1 centimètre cube d'extrait préparé en broyant des testicules de cobaye dans deux fois leur poids d'eau salée isotonique. Le 14 décembre, ces animaux reçurent chacun, dans une jugulaire, 1 centimètre cube d'extrait testiculaire de cobaye par kilogramme. On ne produisit ainsi la mort d'aucun des animaux, ni même aucun accident grave.

Le 23 décembre, on renouvela l'injection intraveineuse de suc testiculaire, en élevant à 2 centimètres cubes par kilogramme la dose de l'extrait préparé comme précédemment.

Un des quatre cobayes châtrés mourut dans les douze heures qui suivirent l'injection, un autre présenta immédiatement après l'injection des phénomènes d'anaphylaxie aiguë (dyspnée, forte prostration) qui disparurent assez rapidement. Les deux autres cobayes châtrés et les quatre témoins ne présentèrent que des réactions fugaces et peu intenses.

Bien que les quantités d'extrait injectées fussent très fortes, le résultat de l'expérience fut moins net qu'on aurait pu l'espérer. Les cobayes me parurent même être moins sensibles que les lapins à l'administration parentérale de leur propre suc testiculaire. Cependant, dans cette série expérimentale comme dans la précédente, on trouve les réactions les plus intenses chez les animaux châtrés.

Je crois donc pouvoir affirmer, en confirmation de l'opinion émise précédemment, que la suppression d'un organe chez un animal facilite la production chez lui d'une anaphylaxie pour l'extrait de cet organe.

L'intérêt de cette constatation est double :

1<sup>o</sup> Elle est en plein accord avec l'opinion suivant laquelle

les anticorps d'un organe ou d'un tissu sont consommés par cet organe ou ce tissu ;

2° Elle permet de fournir une explication simple d'un certain nombre de faits qui avaient l'air de faire exception à des lois générales.

Je crois utile d'examiner succinctement ce second point. Tandis qu'il est extrêmement facile de provoquer l'apparition dans les humeurs d'un animal d'un anticorps pour les hématies d'une autre espèce (en lui injectant une ou plusieurs fois celles-ci), il est déjà plus difficile d'obtenir que ses humeurs acquièrent ce que l'on a appelé le pouvoir isolytique, c'est-à-dire la faculté de détruire les hématies d'animaux de même espèce, et il est impossible, même en lui injectant de fortes quantités de son propre sang (intact ou laqué), de lui faire produire des autolysines, c'est-à-dire des anticorps pour ses propres globules. D'après ce qui a été dit plus haut, cette différence n'est probablement pas due à ce que, comme on le croit d'habitude, l'organisme réagisse différemment dans ces trois conditions. Il est probable que dans les trois cas (lorsque le sang injecté est laqué), il se produit des anticorps. Mais le sort ultérieur de ces anticorps variera suivant la nature du sang injecté. Ceux dont l'affinité s'adresse aux hématies mêmes de l'animal, trouveront immédiatement leur utilisation. Ils seront fixés sur les hématies au fur et à mesure de leur production et ne s'accumuleront jamais dans le sang, ce qui a fait croire qu'ils n'étaient pas produits. Il ne pourra jamais s'accumuler dans le sang que les anticorps pour éléments étrangers à l'organisme.

On dit d'habitude des anticorps qu'ils sont spécifiques et l'on distingue deux espèces de spécificité : 1° l'anticorps d'une hématie de chien se fixe sur les hématies de chien et non sur celles de lapin ; c'est la spécificité de genre, d'origine ; 2° l'anticorps des hématies de chien n'a pas d'affinité pour d'autres cellules du chien, pour les leucocytes, les spermatozoïdes, etc. ; c'est la spécificité de tissu.

En réalité, cette double spécificité n'est pas aussi absolue qu'on l'a cru au début. C'est ainsi que l'hémolysine obtenue par immunisation avec le sang de bœuf agit aussi sur les hématies de la chèvre et du mouton (Ehrlich et Morgenroth), que l'hémolysine obtenue par l'injection du sang humain agit aussi sur le sang de singe (Marshall).

On a fait des constatations de même genre à propos d'autres anticorps, tels que les agglutinines et les précipitines.

Il est donc très probable que lorsque, par l'injection de sang de bœuf à un lapin, on provoque l'élaboration d'un anticorps pour les hématies, cet anticorps, bien que doué d'une affinité majeure pour les hématies de bœuf, n'est pas complètement dépourvu d'affinité pour les hématies de lapin. S'il en est ainsi, il ne pourra s'accumuler dans les humeurs du lapin que jusqu'à une concentration déterminée, passé laquelle il sera fixé sur les hématies du lapin.

C'est ce que j'ai exprimé dans un mémoire précédent en disant qu'un anticorps pourra atteindre dans le plasma une « concentration d'autant plus forte que l'antigène auquel il correspond est chimiquement plus distant de tous les antigènes que produisent les parenchymes ».

On peut formuler les mêmes restrictions en ce qui concerne la spécificité de tissu. Von Dungern, Metchnikoff, Moxter ont pu obtenir un sérum doué de qualités hémolytiques faibles en injectant du lait, des spermatozoïdes.

Quand donc on obtient par immunisation un anticorps pour les hématies de chien, l'affinité de cet anticorps est majeure pour les hématies de chien, mais elle s'étend aux hématies d'autres espèces animales, en s'atténuant à mesure que ces espèces s'éloignent zoologiquement du chien; elle s'étend aussi aux autres cellules du chien, mais en présentant la même diminution suivant que ces cellules se différencient des hématies par leur composition et leurs fonctions.

S'il en est ainsi, on comprend très bien pourquoi il est

impossible d'obtenir chez un animal un sérum actif contre ses propres cellules. Les essais faits dans cette direction ont été longtemps négatifs, quelle que fût la méthode employée pour mettre en évidence la présence d'anticorps dans le sérum. Quand il s'est agi d'hématies, on a institué des expériences d'hémolyse *in vitro*; quand il s'est agi d'extraits d'organes, on a recherché la présence de précipitines dans les essais *in vitro*, ou l'on a eu recours aux épreuves d'anaphylaxie. Régulièrement les résultats furent négatifs, jusqu'au jour où l'on découvrit une exception très nette à laquelle s'en sont jointes d'autres.

La première exception concernait l'extrait de cristallin.

Un extrait du cristallin injecté à un lapin fournit un sérum précipitant. Or, chose intéressante, la précipitine n'est pas soumise à la règle de la spécificité d'origine. C'est-à-dire que le sérum obtenu en injectant au lapin du cristallin de bœuf précipite aussi l'extrait du cristallin de lapin (Uhlenhuth). Et l'on peut obtenir chez le lapin un sérum précipitant, en lui injectant un extrait de son propre cristallin. Si, au lieu de recourir à l'examen de la propriété précipitante, on se livre à des essais d'anaphylaxie, pour mettre en évidence l'existence d'un anticorps, les résultats sont tout à fait concordants. On a expliqué cette exception à la loi de la spécificité d'origine en affirmant que le cristallin est un tissu très différencié au point de vue de la fonction. Un cristallin, a-t-on dit, vaut un autre cristallin; qu'il soit de bœuf ou de lapin, rien en lui ne rappelle plus son origine; il est cristallin avant tout, il a dépouillé toute personnalité.

Il est clair que cette explication n'en est pas une; elle est une simple paraphrase du résultat expérimental, comme la plupart des explications qui ont cours en ces matières. Il n'y a pas plus de raisons, en dehors du fait qu'il s'agit d'expliquer, pour dire cela du cristallin que de tout autre tissu ou organe.

Depuis, on a découvert par les épreuves d'anaphylaxie qu'on

peut également obtenir chez un animal des anticorps contre les extraits du placenta de même origine (Rosenau et Anderson).

Ici l'explication a été différente. On a insisté sur ce que cet organe et d'autres analogues appartiennent aux fonctions de reproduction, qu'ils sont moins différenciés que les cellules somatiques et que, chez eux, les qualités de race s'effacent devant les qualités de tissu (Dunbar).

On se serait plutôt attendu, d'après les prémisses, à la conclusion opposée.

Je crois que ces faits s'expliquent mieux d'après la règle générale précédemment énoncée, suivant laquelle un anticorps s'accumule dans le plasma, s'il ne trouve pas à se fixer sur les antigènes des tissus.

Qu'on n'oublie pas que le placenta, les annexes et liquides fœtaux sont des formations transitoires qui n'existent pas chez les animaux auxquels on les injecte. Dès lors, les anticorps formés ne trouvent pas leur utilisation et ils s'amassent dans les humeurs. Il serait intéressant de répéter pour ces produits ce que j'ai fait pour l'extrait testiculaire, les injecter à des animaux normaux et à d'autres animaux en gestation. Il est très probable que chez ces derniers il n'apparaîtrait pas d'anticorps.

Le même raisonnement s'applique, avec une petite variante, au cristallin. Certes, le cristallin existe chez tous les animaux, et l'on pourrait s'attendre à ce qu'il fixe les anticorps qui se sont produits à la suite de l'injection d'extrait de cristallin.

Il les fixerait probablement si la possibilité lui en était donnée. Mais le cristallin est dépourvu de tous rapports directs ou indirects avec le milieu sanguin : il ne possède pas de vaisseaux, la lymphe elle-même n'a pas accès jusqu'à lui. Il plonge dans l'humeur aqueuse, produit de sécrétion ou de filtration des procès ciliaires, liquide très spécial qui ne contient pas beaucoup plus d'albumine que l'eau pure. Dans ces conditions, il lui est impossible d'atteindre et de consommer l'anticorps que

peuvent contenir les humeurs et il occupe, de ce chef, une situation vraiment unique dans l'organisme.

L'immunisation contre l'albumine du cristallin se fera donc dans des conditions particulièrement favorables, elle provoquera la production de grandes quantités d'anticorps. J'ai admis plus haut que, lorsqu'on injecte à un lapin des hématies de chien, une partie de l'anticorps produit est fixée sur les hématies du lapin lui-même. Si l'on suppose, ce qui est possible et même probable, que toutes les micelles d'un anticorps ne sont pas rigoureusement identiques, il se fera par ce mécanisme une espèce de sélection qui éliminera les moins spécifiques (au point de vue du genre) et ne laissera subsister que les plus spécifiques. Rien de pareil ne peut se produire quand il s'agit de l'anticorps du cristallin. Ici le moyen d'une sélection est supprimé, ce qui explique et l'abondance de l'anticorps et son manque de spécificité (de genre).

Ces prétendues exceptions sont donc beaucoup plus apparentes que réelles. Elles sont passibles de la règle générale et leur compréhension est éclairée par les quelques faits expérimentaux nouveaux exposés dans cette note.

(Laboratoire de physiologie de Liège.)

---

**CHIMIE. — Nouvelles recherches sur la vitesse  
de saccharification de l'amidon (troisième mémoire);**

par HENRI VAN LAER, directeur de l'Institut Supérieur de Brasserie de Gand,  
professeur à l'École des mines et Faculté polytechnique du Hainaut.

P RÉL I M I N A I R E S.

Ma dernière note a établi que les valeurs de  $K$  trouvées par Henri continuent à osciller autour d'une valeur moyenne, lorsqu'on substitue un chiffre, correspondant à une production de 80 ou de 90 % de maltose, à la limite adoptée par le chimiste français. Cette dernière ne diffère guère de celle à laquelle Kjeldahl était arrivé en 1878, en opérant sur de l'empois (1).

Dans le présent travail, les valeurs de  $K$  sont basées sur une limite de 2.7; elle représente une production de substances réductrices, évaluées en maltose, égale à 90 % de l'amidon mis en œuvre.

Si, pour des solutions à 3 % d'amidon, au lieu de supposer  $a = 2.7$  dans l'expression

$$K = \frac{1}{\theta} \log \frac{1}{1 - \frac{x}{a}},$$

on attribue à  $a$  la valeur de 1.92 (voir série Henri du 17 septembre 1902), les chiffres trouvés pour  $K$  ( $K_{1.92}$ ) sont plus grands que ceux que fournit le calcul en faisant  $a = 2.7$ . Cela se voit très bien dans les tableaux publiés aux pages 711 et 717 de mon mémoire précédent.

---

(1) *Recherches sur les ferments producteurs de sucre.* (MEDDELELSER FRA CARLSBERG LABORATORIET, 1<sup>er</sup> vol., traduction française, pp. 409 et suivantes.) Rappelons que les chiffres fournis à Kjeldahl par la liqueur cupro-potassique ont été traduits en glucose.



Dans le cas où  $K_{2.4}$  (voir séries Brown et Glendinning) augmente au fur et à mesure que la saccharification progresse, les accroissements auraient été plus rapides si l'on avait adopté pour limite  $a=1.92$ . En effet, pour des valeurs de  $x$  croissantes,  $\frac{x}{1.92}$  se rapproche plus vite de l'unité que  $\frac{x}{2.4}$  ; par conséquent, pour des variations identiques de  $\theta$ ,

$$\frac{1}{\theta} \log \frac{1}{1 - \frac{x}{1.92}}$$

augmente plus vite que

$$\frac{1}{\theta} \log \frac{1}{1 - \frac{x}{2.4}},$$

et *a fortiori* que

$$\frac{1}{\theta} \log \frac{1}{1 - \frac{x}{2.7}}.$$

Si nous considérons, par exemple, une transformation théorique s'accomplissant proportionnellement au temps, donnant 0<sup>sr</sup>06 de substances réductrices, évaluées en maltose, pendant les dix premières minutes de l'action, les valeurs de  $K_{1.92} 10^6$  croissent en 60 minutes de 1380 à 1508, tandis que celles de  $K_{2.7} 10^6$  ne varient que de 1020 à 1041; de même, une action proportionnelle au temps qui fournit 0<sup>sr</sup>0316 de maltose pendant les dix premières minutes, donne, au bout de 240 minutes, pour  $K_{1.92} 10^6$ , des nombres croissant de 718 à 909, et pour  $K_{2.7} 10^6$ , des chiffres compris entre 530 et 597.

Brown et Glendinning auraient trouvé pour  $K$ .  $10^6$  des valeurs extrêmes plus éloignées encore, s'ils avaient adopté la limite très basse qui intervient dans les calculs de Henri. L'allure croissante de  $K_{2.4}$  relevée par eux est donc bien établie.

La constance des valeurs déterminées pour  $K_{1.92} 10^6$  par Henri ne l'est pas moins; en admettant, un instant, qu'elle soit absolument fortuite, conséquence d'erreurs expérimentales, la

limite 1.92 aurait signalé plus vite les valeurs croissantes de  $K \cdot 10^6$  que la limite 2.4 et *a fortiori* que la limite 2.7. Ainsi, pour une action proportionnelle au temps qui fournirait  $0^{gr}00327$  de substances réductrices par minute, on aurait :

Temps en minutes. $t$	$K_{1.92} \cdot 10^6$	$K_{2.7} \cdot 10^6$
24	758	533
50	772	538
90	802	552
122	830	566
150	852	574
265	983	627
346	1113	675

La vitesse initiale de cette transformation hypothétique est sensiblement la même que celle observée dans la série de Henri du 17 septembre 1902.

Il résulte de ces considérations préliminaires que tantôt la transformation diastasique est régie par la loi des masses, que tantôt elle paraît suivre une loi différente. La première constatation est importante: elle montre que le phénomène suit les lois de la chimie générale et que lorsqu'il semble obéir à des lois autres, il intervient des influences secondaires qui modifient l'allure de la transformation principale. Ce fait est trop capital pour ne pas mériter un nouvel examen expérimental. C'est ce que je me suis proposé dans ce travail.

RECHERCHES NOUVELLES.

J'ai toujours utilisé 500 centimètres cubes de solution de fécule pure à 3 % anhydre, à laquelle on ajoutait un certain nombre de centimètres cubes de solution diastasique (extraits de malt et diastases sèches), de façon à opérer, dans les saccharifications conduites en même temps, sous le même volume. Celui-ci a, presque toujours, été de 320 centimètres cubes à 15° C. La technique suivie pour effectuer les mélanges et le prélèvement des prises d'essai, a été celle indiquée par les auteurs anglais dans leur mémoire; l'arrêt de la saccharification a été opéré tantôt par introduction de la prise d'essai dans l'eau bouillante, tantôt par ajout de soude.

On s'est assuré que ces deux façons de procéder donnaient des résultats identiques.

Les corrections nécessitées par le pouvoir réducteur des solutions diastasiques ont toujours été effectuées avant de rapporter le poids absolu de maltose, ou plutôt de substances réductrices, calculé comme tel, à 3 grammes d'amidon sec. Les solutions de diastases sèches contenaient 2 % d'agent actif; elles ont été préparées avec les précautions indiquées par Henri.

Voici d'abord, parmi un grand nombre de séries analogues, les résultats de cinq expériences que je reproduis en les classant suivant les valeurs initiales de  $K_{2,7} 10^6$ .

I désigne la réaction obtenue avec la teinture d'iode : B = bleu; V = violet; dans les séries suivantes : R = rouge; J = jaune. Si, dans la série II, on calcule  $K_{1,92} 10^6$ , on trouve 917, 850 et 849; cette saccharification a une vitesse qui se rapproche de celles de Henri exécutées avec la même teneur en amidon; les autres sont plus rapides ou plus lentes.

SÉRIE I. — *Température 25° C. Solution d'amidon + 17.5 centimètres cubes d'eau + 2.5 centimètres cubes de diastase Kahlbaum.*

Temps en minutes. $\theta$	$X_{2.7}$ (1)	$K_{2.7} 10^6$	$\frac{X}{\theta} 20$	I
60	0,0657	495	0,0219	B
420	0,3970	523	0,0189	V
480	0,4425	529	0,0184	V
540	0,4748	518	0,0176	V

SÉRIE II. — *Température 25° C. Solution d'amidon + 17.5 centimètres cubes d'eau + 2.5 centimètres cubes de diastase Grüber.*

Temps en minutes. $\theta$	$X_{2.7}$	$K_{2.7} 10^6$	$\frac{X}{\theta} 20$	I
60	0,085	643	0,0283	B
80	0,1034	661	0,0258	B
140	0,170	578	0,0243	B

(1)  $X = \frac{x}{a}$ .

SÉRIE III. — *Température 50° C. Solution d'amidon + 19 centimètres cubes d'eau + 1 centimètre cube de diastase Kahlbaum.*

Temps en minutes. 0	$X_{2.7}$	$K_{2.7} \cdot 10^6$	$\frac{X}{\theta} \cdot 20$	I
40	0,094	1072	0,047	B
100	0,230	1136	0,046	B
160	0,333	1099	0,041	B

SÉRIE IV. — *Température 25° C. Solution d'amidon + 17.5 centimètres cubes d'eau + 2.5 centimètres cubes de diastase Merck.*

Temps en minutes. 0	$X_{2.7}$	$K_{2.7} \cdot 10^6$	$\frac{X}{\theta} \cdot 20$	I
60	0,144	1126	0,048	B
100	0,226	1113	0,045	B
160	0,337	1115	0,042	B

SÉRIE V. — *Température 25° C. Solution d'amidon + 6 centimètres cubes d'eau + 1 centimètre cube de diastase Merck.*

Temps en minutes.	$X_{2,7}$	$K_{2,7} 10^6$	$\frac{X}{\theta} 20$	I
0				
20	0,121	2800	0,121	B
40	0,2362	2927	0,118	B
60	0,325	2845	0,108	B
120	0,5497	2887	0,0916	B

Remarquons que si dans la colonne de la série V, qui donne les valeurs de  $\frac{X}{\theta} 20$ , nous faisons même abstraction de la troisième décimale, la courbe ne peut, en aucune façon, être confondue avec une droite; dans les autres séries, il n'est pas permis de négliger les chiffres décimaux supérieurs au second, sans commettre une erreur relativement importante.

Ces saccharifications suivent donc bien la loi logarithmique des réactions unimoléculaires.

Cependant, des phénomènes secondaires sont susceptibles de modifier cette courbe et de lui donner, soit l'allure d'une droite, soit celle d'une courbe à croissance moins rapide. Dans les deux cas, les valeurs de  $K_{2,7} 10^6$  vont en augmentant. Prenons, parmi de nombreuses séries effectuées à 25° et à 50° C., avec des extraits de malt et des solutions de diastases sèches, celles qui ont été obtenues avec ces dernières, les chiffres de Brown et Glendinning ayant été fixés avec des extraits de malt.

SÉRIE VI. — *Température 25° C. 15 centimètres cubes d'eau + 5 centimètres cubes d'une solution de diastase précipitée par l'alcool.*

Temps en minutes. 0	$X_{2.7}$	$K_{2.7} 10^6$	$\frac{X}{0} 20$	I
20	0,120	2780	0,120	B
40	0,241	2995	0,120	B
80	0,447	3216	0,141	B
140	0,755	4363	0,108	V
160	0,863	5394	1,108	V

Si l'on avait calculé  $K_{2.4} 10^6$ , ses valeurs auraient varié de 3175 à 9610.

SÉRIE VII. — *Température 25° C. 10 centimètres cubes d'eau + 10 centimètres cubes de diastase Merck.*

Temps en minutes. 0	$X_{2.7}$	$K_{2.7} 10^6$	$\frac{X}{0} 20$	I
20	0,201	4875	0,201	B
40	0,377	5140	0,188	B
60	0,525	5390	0,175	V
80	0,690	6358	0,172	V
100	0,780	6576	0,156	V

Dans cette série, les valeurs de  $K_{2.4} 10^6$  augmentent de 5065 à 9101.

Ces réactions se rapprochent, comme valeur initiale de  $K_{2.4} 10^6$ , de celles de Brown et Glendinning reproduites dans mon mémoire précédent. Les conclusions qu'on peut tirer de ces chiffres sont les mêmes.

La proportionnalité avec le temps, qui s'observe au début de certaines des séries des auteurs anglais et de la série VI de ce mémoire, se maintient plus longtemps dans des saccharifications de vitesse moindre. C'est ce qu'établissent les séries VIII et IX ci-dessous, choisies parmi d'autres analogues.

SÉRIE VIII. — *Température 25° C. 10 centimètres cubes d'eau  
+ 10 centimètres cubes de diastase Kahlbaum.*

Temps en minutes. θ	$X_{2.7}$	$K_{2.7} 10^6$	$\frac{X}{\theta} 20$	l
20	0,069	1555	0,069	B
40	0,143	1677	0,071	B
60	0,223	1826	0,074	B
80	0,291	1862	0,073	B
100	0,355	1905	0,071	B
120	0,417	1953	0,07	V
140	0,483	2047	0,07	V
160	0,575	2223	0,072	V



SÉRIE IX. — *Température 50° C. 19 centimètres cubes d'eau  
+ 1 centimètre cube d'extrait de malt.*

Temps en minutes. θ	$X_{2,7}$	$K_{2,7} 10^6$	$\frac{X}{\theta} 20$	I
40	0,126	1462	0,063	B
80	0,245	1526	0,061	B
120	0,374	1695	0,062	B
160	0,482	1785	0,06	V
200	0,622	2113	0,62	V

Voici maintenant les résultats d'autres séries de saccharifications plus rapides que celles des auteurs anglais.

SÉRIE X. — *Température 25° C. 20 centimètres cubes de diastase  
précipitée par le sulfate ammonique.*

Temps en minutes. θ	$X_{2,7}$	$K_{2,7} 10^6$	$\frac{X}{\theta} 20$	I
20	0,227	5595	0,227	B
40	0,451	6512	0,225	B
60	0,608	6780	0,202	V
80	0,755	7636	0,188	R
100	0,837	7879	0,167	R

SÉRIE XI. — *Température 50° C. 17.5 centimètres cubes d'eau  
+ 2.5 centimètres cubes de diastase Merck.*

Temps en minutes. 0	$X_{2.7}$	$K_{2.7} 10^6$	$\frac{X}{0} 20$	I
20	0,277	7045	0,277	B
40	0,502	7570	0,251	B
60	0,659	7788	0,219	V
80	0,798	8683	0,199	R

SÉRIE XII. — *Température 50° C. 15 centimètres cubes d'eau  
+ 5 centimètres cubes d'extrait de malt.*

Temps en minutes. 0	$X_{2.7}$	$K_{2.7} 10^6$	$\frac{X}{0} 20$	I
20	0,300	7750	0,3	B
40	0,563	8990 ?	0,281	V
60	0,674	8113	0,225	V
80	0,796	8630	0,199	R
100	0,870	8861	0,174	J
120	0,927	—	0,154	J

SÉRIE XIII. — *Température 25° C. 20 centimètres cubes  
d'extrait de malt.*

Temps en minutes. 0	$X_{2,7}$	$K_{2,7} 10^6$	$\frac{X}{\theta} 20$	I
20	0,377	10280	0,377	B
40	0,672	12105	0,336	V
60	0,863	14388	0,288	R

On remarque que les valeurs croissantes de  $K_{2,7} 10^6$  et décroissantes de  $\frac{X}{\theta} 20$  s'observent, en général, dans les saccharifications où la quantité de diastase agissante est élevée ou dans lesquelles son activité est stimulée par la température.

La vitesse même de la réaction paraît donc constituer l'une des influences secondaires qui modifient l'allure logarithmique de la courbe.

Ce n'est cependant pas la seule; voici, en effet, une transformation dans laquelle la valeur initiale de  $K_{2,7} 10^6$  est inférieure à la valeur moyenne observée dans la série V.

SÉRIE XIV. — *Température 25° C. 17.5 centimètres cubes d'eau  
et 2.5 centimètres cubes d'extrait de malt.*

Temps en minutes. $\theta$	$X_{2.7}$	$K_{2.7} 10^6$	$\frac{X}{\theta} 20$	I
30	0,1374	2150	0,137	B
60	0,2609	2190	0,130	B
120	0,4651	2264	0,116	V
300	0 8066	2381	0,080	R
360	0.8637	2406	0,072	R
420	0,9474	3057	0,067	J

On reconnaît, en outre, en comparant les valeurs de  $K_{2.7} 10^6$  que reproduisent les séries VIII et IX, que l'ordre de vitesse des saccharifications dans lesquelles s'observe la proportionnalité avec le temps, classe celles-ci parmi les transformations dont la vitesse initiale se rapproche de celles des réactions logarithmiques les plus rapides.

EXAMEN DE QUELQUES INFLUENCES SECONDAIRES.

Étudions immédiatement deux influences perturbatrices qui paraissent devoir accélérer la réaction.

La première résulte de la présence, à côté de l'amylase, de diastases protéolytiques. Maquenne et Roux ont établi, en 1906 (1), que toutes les fois qu'un extrait de malt est conservé

(1) *Comptes rendus*, t. CXLII, p. 4387.

sans addition d'acide, on voit son activité croître en même temps que son âge. A la vérité, les chiffres des savants français montrent que l'autoexcitation produite par le maintien, pendant trois heures, de l'extrait de malt à la température très favorable de 50°C., est trop faible pour expliquer les accroissements rapides de K dans les expériences précédentes.

Conservons un extrait de malt, pendant huit jours, sous toluène, de façon que les diastases protéolytiques donnent tout ce qu'elles peuvent fournir, puis opérons une saccharification avec cet extrait autoexcité et filtré.

Les valeurs de  $K_{2,7} \cdot 10^6$  continuent à croître rapidement.

SÉRIE XV. — *Température 25° C. 500 centimètres cubes de fécule soluble à 5 % + 10 centimètres cubes d'eau + 10 centimètres cubes d'extrait de malt autoexcité.*

Temps en minutes. θ	$X_{2,7}$	$K_{2,7} \cdot 10^6$	$\frac{X}{\theta} \cdot 20$	I
20	0,262	6500	0,262	B
60	0,690	8478	0,23	V
80	0,863	10791	0,215	R
90	0,895	10876	0,198	R

Une autre action accélératrice paraît résulter de la présence, à côté des 90 % d'amidon aisément saccharifiable, de 10 % de matière amylacée plus réfractaire et ne subissant qu'avec une lenteur extrême l'action de la diastase. Dans les saccharifications prolongées, les corps réducteurs issus de ces granules doivent augmenter la quantité de maltose résultant des 90 %.

d'amidon qui correspondent à la limite. Remarquons cependant que dans les séries de résultats précédents, l'accélération se produit déjà pendant que la réaction avec l'iode est bleue et violette, c'est-à-dire pendant tout le temps qu'il reste de l'amidon non attaqué.

Mais prenons les résultats d'une expérience exécutée avec de l'amidon ultrafiltré sur collodion, d'après le procédé indiqué par Fouard (1). J'ai montré (2) que cette solution amylicée, traitée par de la diastase en quantité suffisante, donne très rapidement le rendement théorique de 105 % de maltose.

SÉRIE XVI. — 500 centimètres cubes d'une solution d'amidon ultrafiltré, contenant 1.20 % de matière amylicée, ont été traités à 25° C. par 1 centimètre cube d'extrait de malt. (Les valeurs de X et de K. 10<sup>6</sup> ont été calculées en supposant  $a = 1.20$ .)

Temps en minutes.	X	K 10 <sup>6</sup>	$\frac{X}{t} \cdot 20$	I
0				
20	0,245	6105	0,245	B
40	0,446	6412	0,223	B
60	0,615	6910	0,205	V
80	0,724	6976	0,181	R
100	0 804	7864	0,161	R

D'autres influences que celle des diastases protéolytiques ou que celle de l'amidon difficilement saccharifiable interviennent

(1) *Comptes rendus*, t. CXLVI, p. 285, 1908.

(2) *Les liquides optiquement vides de Spring et les réactions diastasiques*. Conférence donnée au 1<sup>er</sup> Congrès international de brasserie, le 25 juillet 1910.

done. L'une des plus importantes se trouve dans la vitesse même avec laquelle s'accomplit la réaction; elle sera examinée dans un mémoire ultérieur.

Pour le moment, il est utile de reprendre les chiffres des savants qui ont examiné la saccharification de l'amidon en fonction du temps, soit à titre principal, soit à titre subsidiaire, et de rechercher s'ils confirment les résultats précédents.

La relation entre la durée de saccharification et la grandeur de l'effet produit, exprimé en glucose, a déjà été étudiée en 1878 par Kjeldahl (1). Si l'on reprend les chiffres qui figurent sur ses courbes et si l'on calcule  $K_{64\%} \cdot 10^6$  ou même  $K_{90\%} \cdot 10^6$ , en attribuant au maltose un pouvoir réducteur de 61, on trouve, pour les valeurs initiales, des nombres élevés presque toujours de l'ordre des dizaines de mille; ce sont donc des saccharifications très rapides.

Au bout de cinq minutes d'action, la valeur de  $K_{90\%} \cdot 10^6$  la plus petite obtenue est de 5320, la plus élevée de 67460. L'allure, au cours d'une même saccharification, de  $K_{64\%} \cdot 10^6$  ou de  $K_{90\%} \cdot 10^6$  est en général *décroissante*. On sait que Kjeldahl a opéré sur des *empois* de fécule contenant environ 4% d'amidon anhydre, saccharifiés à 56°C.; son mémoire donne aussi une série de résultats obtenus à 18°C. et d'autres à 70<sup>o</sup>5, 66<sup>o</sup>5, 50<sup>o</sup>-51°C., 60<sup>o</sup>-61°C. L'influence perturbatrice principale qui modifie la loi logarithmique, est ici l'hétérogénéité de l'empois; débutant avec une grande vitesse, les saccharifications portent d'abord sur les particules d'amidon les plus aisément hydrolysables; la diastase rencontre ensuite des particules moins faciles à saccharifier et dont la transformation retarde de plus en plus l'hydrolyse.

Le même ralentissement s'observe dans toutes les saccharifications d'empois qui débutent avec une grande vitesse. Sans devoir faire d'expériences nouvelles, il suffit de reprendre les

---

(1: *Loc. cit.*

anciens chiffres de Brown et Héron (empois à 5 % saccharifiés à 60° C. par extrait de malt), de Pottevin (1) (empois à 3 % faits avec un amidon entier et un résidu de saccharification; T° 60° C.; extraits de malt), de Maquenne et Roux (2) (1 gramme amidon gélifié dans 50 centimètres cubes d'eau distillée à 100°, puis additionné de 5 centimètres cubes d'extrait de malt à 10 % et de huit gouttes de toluène; au début, on ajoutait en outre à certains de ces systèmes une quantité connue d'acide sulfurique, de façon à obtenir des milieux moins alcalins à l'hélianthine ou neutres à cet indicateur; saccharification à 50°).

La valeur initiale de  $K_{90\%} 10^6$ , dans la série de Brown et Héron rappelée par Pottevin, était de 192700 au bout d'une minute; après trente minutes, cette valeur était tombée à 20530.  $K_{90\%} 10^6$  décroît, dans les séries de Pottevin, de 49760 ( $\theta = 5$  minutes) à 11983 ( $\theta = 60$  minutes); dans les séries de Maquenne, la plus petite valeur initiale du même coefficient est 26086 ( $\theta = 30$  minutes) et la valeur la plus grande 138080 ( $\theta = 5$  minutes).

Reproduisons l'une de ces séries de résultats; elle se rapporte à un amidon de pois additionné d'acide sulfurique de façon à réaliser la réaction la plus favorable.

Temps en minutes. $\theta$	$X_{90\%}$	$K_{90\%} 10^6$
5	0,796	138080
15	0,871	59300
30	0,887	31566
120	0,922	9233
300	0,977	5461

(1) *Thèse de doctorat présentée à la Faculté des sciences de l'Université de Paris.* (ANN. DE LA BRASSERIE ET DE LA DISTILLERIE, 1899, pp 217, 241, 265. [Voir chiffres p. 250.]

(2) *Comptes rendus*, t. CXLII, p. 1059.



Une autre influence secondaire qui ralentit la vitesse de la saccharification s'observe dans les chiffres que publient Ling et Davis (1), sur de la diastase précipitée d'après les indications de Lintner, chauffée en solution, au préalable, à 70° ou à 66°-67° C. Citons, par exemple, les chiffres obtenus avec un empois à 10 pour 150, la solution de diastase, chauffée une demi-heure à 66°-67°, ayant été mise ensuite en contact avec l'empois à une température de 55° C.

Temps en minutes. $t$	$X_{90} \%$	$K_{90} \%$ $10^6$
30	0,2408	3656
60	0,3574	3201
120	0,424	1996
1260	0,6204	333
4140	0,7714	154

L'influence de la température superpose ici son action à celle qui résulte de l'hétérogénéité des empois.

Afin de dégager l'influence de la température, j'ai effectué, à 25° C., cinq saccharifications parallèles de 500 centimètres cubes de la solution d'amidon soluble à 3 % par 5 centimètres cubes d'extrait de malt. Des volumes égaux de celui-ci avaient été portés à 30° C., 60° C., 70° C., maintenus à cette température pendant trente minutes, puis rapidement refroidis.

La série XVII donne les valeurs de  $K_{90} \%$   $10^6$ .

---

(1) *Journ. Fed. Inst. Brewing*, 8, p. 475, 1902.

SÉRIE XVII.

Temps en minutes. 0	EXTRAIT DE MALT.			
	Non chauffé.	Porté à 30° C.	Porté à 60° C.	Porté à 70° C.
30	4653	4823	2373	1393
60	5076	5261	2005	860
120	5918	5995	1866	535
180	6103	6302	1879	381

On voit que l'extrait de malt porté à 30° C. est légèrement autoexcité ; les extraits chauffés au préalable à 60° et à 70° sont profondément atteints dans l'intensité et la nature des transformations qu'ils provoquent.

La proportionnalité avec le temps, du moins pendant les cent vingt premières minutes de l'action, se montre dans les chiffres que publie Effront (1), relatifs à un empois à 1 % saccharifié à 50° C. Si l'on calcule  $K_{64\%} 10^6$ , on voit que les nombres vont en augmentant de 2360 à 7517 (240 minutes). Pour pouvoir comparer la vitesse de cette réaction à celles que relatent mes séries VIII et IX, j'ai calculé  $K_{90\%} 10^6$ .

Temps en minutes. 0	X	$X_{90\%}$	$K_{90\%} 10^6$	$\frac{X}{0} 15$
15	0,05	0,0355	1653	0,055
30	0,097	0,1077	1650	0,053
60	0,21	0,2333	1923	0,058
120	0,39	0,4333	2055	0,054
240	0,63	0,7	2178	0,043
480	0,82	0,9111	2189	0,028

(1) *Les enzymes et leurs applications*, p. 131. Paris, Carré et Maud, 1899.

L'ordre de vitesse de cette saccharification se rapproche de celui de mes séries dans lesquelles la proportionnalité avec le temps a été observée.

L'intérêt des recherches qui font l'objet de ce travail se porte sur ces réactions lentes : c'est chez elles que nous avons reconnu la loi logarithmique; c'est chez elles aussi que nous avons rencontré les actions proportionnelles au temps, sans que l'on ait pu reconnaître encore la nature des influences qui troublent, dans le sens d'une loi linéaire, la loi des masses. Certaines actions perturbatrices ressortent pleinement si l'on calcule les différentes valeurs de  $K_{90\%} 10^6$  pour les chiffres donnés, en 1899, par Fernbach dans son important mémoire : *Recherches sur la saccharification de l'amidon par l'amylase du malt* (1). Ce sont toutes transformations lentes. Pour la moins rapide,  $K_{90\%} 10^6 = 808$  au bout d'une heure (p. 412, expérience I). Celle dont la vitesse initiale est la plus grande accusée, pour  $K_{90\%} 10^6$ , au bout d'une heure, la valeur 3088 (page 461, expérience avec extrait de malt, en présence d'acide acétique, à la dose correspondant à l'optimum d'acidité).

Fernbach a opéré sur des empois formés de 6 grammes de fécule, soigneusement lavée, et de 150 centimètres cubes d'eau, saccharifiés à 50° C., tantôt par de l'amylase du malt précipitée par le procédé Lintner et dont la solution avait été filtrée sur une bougie Chamberland, tantôt par de l'extrait de malt.

Le travail est consacré à l'étude de l'action exercée sur la vitesse de saccharification par de petites quantités d'acides libres, les phosphates  $K_2HPO_4$  et  $KH_2PO_4$ , des sels d'acides bibasiques.

Le calcul de  $K_{90\%} 10^6$  sur de l'amidon supposé anhydre, hypothèse qui ne modifie que très peu la valeur des chiffres trouvés, montre que lorsque la *diastase précipitée* agit en présence d'un léger excès d'ions  $H^+$ , la saccharification se ralentit.

---

(1) *Annales de la brasserie et de la distillerie*, 1899, pp. 409-416; pp. 433-438; pp. 457-462.

Les chiffres de la page 414, relatifs à l'acide acétique, font bien ressortir l'influence des ions H<sup>+</sup>.

Quantités d'acide en millionièmes.	0		20	
	X <sub>90</sub> %	K <sub>90</sub> % 10 <sup>6</sup>	X <sub>90</sub> %	K <sub>90</sub> % 10 <sup>6</sup>
0				
60'	0,2588	2168	0,2129	1733
120'	0,450	2164	0,30	1291
Quantités d'acide en millionièmes.	40		100	
	X <sub>90</sub> %	K <sub>90</sub> % 10 <sup>6</sup>	X <sub>90</sub> %	K <sub>90</sub> % 10 <sup>6</sup>
0				
60'	0,1388	1081	0,1016	776
120'	0,1647	651	0,1185	456

Avec zéro d'acide ajouté, la courbe de saccharification est une logarithmique; les ions H<sup>+</sup> ralentissent le phénomène et lui donnent une allure qui rappelle celle d'une transformation exécutée avec de l'extrait de malt chauffé à 60° ou 70° C.

Si l'on prend l'*extrait de malt* additionné de la dose d'acide

sulfurique correspondant à l'optimum (expérience de la page 461), la loi, de logarithmique qu'elle était, devient d'abord linéaire.

*Exemple :*

Quantités d'acide en millionièmes.	0		4,5		9	
	$X_{90} \%$	$K_{90} \%$ $10^6$	$X_{90} \%$	$K_{90} \%$ $10^6$	$X_{90} \%$	$K_{90} \%$ $10^6$
60'	0,2055	1666	0,2148	1751	0,2148	1751
120'	0,3666	1653	0,4072	1892	0,3666	1653

L'expérience suivante avec l'acide acétique donne pour  $K_{90} \%$   $10^6$  :

Quantité d'acide en millionièmes $\theta$	0	10	20	30	40
	60'	2698	2995	3088	2668
120'	2845	3144	3216	2630	2131

Avec 30 millionièmes d'acide acétique, la courbe, qui avait l'allure de celles de Brown et de Glendinning, est redevenue logarithmique.

L'oxalate neutre de potassium ne modifie pas sensiblement

le phénomène; avec l'oxalate acide, la loi, qui était linéaire pendant les cent vingt premières minutes de l'action, tend vers une logarithmique; les tartrates n'ont pas d'influence bien nette.

Le phosphate  $K_2HPO_4$  transforme d'abord la droite en une logarithmique; dans la saccharification plus rapide (expérience II, p. 436), les chiffres, qui en l'absence de tout agent chimique se présentent comme ceux de Brown et de Glendinning, deviennent pour 54 millièmes de  $P_2O_5$ , 1481 et 1437, respectivement au bout de soixante et de cent vingt minutes.

Enfin le  $KH_2PO_4$  transforme, à une certaine dose, la loi linéaire en une logarithmique.

Exemple (expérience I, p. 436) :

P <sub>2</sub> O <sub>5</sub> EN MILLIONIÈMES.	0		66		
	0	X <sub>90</sub> %	K <sub>90</sub> % 10 <sup>6</sup>	X <sub>90</sub> %	K <sub>90</sub> % 10 <sup>6</sup>
60'		0,4573	1240	0,1777	1416
120'		0,3166	1378	0,3388	1497
180'		0,4516	1450	0,4611	1491

Les conditions chimiques du milieu dans lequel agit la diastase, par conséquent les impuretés apportées par l'extrait de malt ou l'amidon, peuvent donc modifier profondément la loi de l'action. C'est d'ailleurs un fait sur lequel insistent une suite de travaux dus à J.-S. Ford (1) et à J.-S. Ford et J.-M. Guthrie (2).

(1) *Journ. Chem. Ind.*, **23**, n° 30, avril 1904; *Trans. of the Chem. Society*, **85**, p. 980, 1904.

(2) *Trans. of the Chem. Society*, **89**, p. 76, 1906.

J.-S. Ford s'occupe principalement de l'exactitude de ce qu'on appelle la loi de proportionnalité de Kjeldahl, par laquelle le poids de sucre produit, toutes choses égales d'ailleurs, par une liqueur diastasique, est, dans certaines limites, proportionnel à la *quantité de diastase* que cette liqueur renferme.

Ford a établi que la loi de Kjeldahl s'appliquait non seulement à des extraits de malts touraillés, mais aussi à des extraits de malts verts. Or, Ling (1), en employant de l'amidon soluble Lintner, avait contesté l'exactitude de cette loi pour les extraits de malts verts; pour ceux-ci, le rapport entre la quantité de maltose produite au bout d'une heure et la quantité de diastase agissante, diminue au fur et à mesure que celle-ci augmente.

L'intérêt du travail de Ford, au point de vue qui nous occupe, consiste à avoir montré que le ralentissement observé par Ling était dû à l'influence secondaire perturbatrice des impuretés contenues dans l'amidon et l'extrait de malt.

C'est probablement la même influence perturbatrice qui intervient dans les chiffres de W. Duncan (2). Ceux-ci ont été fournis par deux saccharifications d'amidon soluble Lintner 3 %, effectuées à 21° C., d'une part avec de l'extrait de malt vert, d'autre part avec de l'extrait de malt touraillé. Pour le malt vert, il y a ralentissement de l'action au fur et à mesure qu'elle se poursuit. Les valeurs de  $K_{2.7} 10^6$  — comme d'ailleurs celles de  $K_{2.4} 10^6$  — vont en diminuant de 3660 à 2422. Pour le malt touraillé, elles restent sensiblement constantes, oscillant autour de 3400.

Enfin signalons, pour finir, les expériences de Chr. Wirth (3), exécutées en mettant en présence d'une solution d'amidon soluble Lintner à 1.6078 % de matière sèche, 3 centimètres

---

(1) *Journ. Fed. Inst. Brewing*, 8, p. 443, 1902.

(2) *Journ. Fed. Inst. Brewing*, 9, p. 383, 1903.

(3) *Untersuchungen über die Bestimmung der diastätischen Kraft der Malzes und von Malzentrakten*. Dissertation de doctorat, Munich, 1908.

cubes d'une solution de diastase Merck à 0.3 %. En une heure, les valeurs de  $K_{90\%}$   $10^6$  diminuent régulièrement de 2313 à 2073 quand la saccharification s'effectue à 20° C., de 6833 à 5121 quand elle s'opère à 40° C., et de 3273 à 1990 lorsqu'elle est exécutée à 55° C.

Remarquons de suite que l'auteur n'a pas vu l'importance des précautions à prendre dans la préparation de la solution de diastase sèche, sur laquelle insiste longuement Henri.

Une précipitation partielle du catalyseur, pendant l'expérience, suffit pour expliquer la décroissance des chiffres calculés sur les données de Wirth. Une impureté électrolytique de l'amidon ou de la solution active peut favoriser cette coagulation. La discussion des expériences de Fernbach a montré l'influence particulièrement active sur les valeurs de  $K$  des ions  $H^+$ .

J'ai reconnu, en outre, au cours de mes expériences, que beaucoup d'extraits de malt chauffés à 50° C. (1) donnent lieu à un coagulum plus ou moins abondant et perdent déjà une partie de leur activité, alors que celle-ci reste intacte dans d'autres extraits traités d'une manière identique. Cette influence retardatrice se reconnaît dans les expériences de Wirth, car la décroissance de  $K$  est d'autant plus accentuée que la température de saccharification est plus élevée.

En résumé, on voit combien est délicat le problème de la recherche des lois de l'action diastasique. Il faut débarrasser le phénomène principal d'un tas d'influences secondaires, capables de lui faire prendre des allures tellement particulières, tellement variées, qu'on désespère parfois d'apercevoir une relation quelconque entre des résultats contradictoires en apparence, en réalité régis par une même loi.

---

(1) A 46° C. pour Brown et Héron.



CONCLUSIONS.

1. L'apparition des corps réducteurs, évalués en maltose, au cours d'une saccharification d'amidon soluble par une quantité limitée d'amylase, suit la loi logarithmique des réactions unimoléculaires.

2. Un grand nombre d'actions secondaires sont susceptibles de modifier la courbe de vitesse de la saccharification; sous certaines influences, la réaction s'accélère et la courbe devient une droite ou une autre courbe à croissance moins rapide; sous d'autres influences, la réaction va en se ralentissant.

3. Parmi les actions secondaires qui masquent le phénomène principal, signalons la vitesse même avec laquelle la saccharification s'accomplit, l'hétérogénéité de l'amidon, l'atténuation de la diastase par la chaleur, le rôle des agents chimiques, les coagulations qui s'accomplissent au cours de la réaction.

30 décembre 1910.

---

PHYSICO-CHIMIE VÉGÉTALE. — Recherches sur CAULERPA  
PROLIFERA,

par HENRI MICHEELS, agrégé à l'Université de Bruxelles.

INTRODUCTION.

L'étude systématique du genre *Caulerpa* a été faite principalement par J. Agardh (1), par M<sup>e</sup> A. Weber-van Bosse (2) et par J. Reinke (3). La zone intertropicale est sa patrie.

L'espèce *Caulerpa prolifera* Lamouroux (4), que l'on rencontre abondamment en certains points de la mer Méditerranée, est celle qui se répand le plus loin vers le nord.

Son nom spécifique lui a été donné à raison d'une particularité curieuse. Séparées de l'algue, certaines de ses parties jouissent de la propriété de produire de nouveaux organes. Et ce phénomène rappelle celui de la régénération chez les animaux inférieurs. D'autre part, J.-H. Wakker (5) a observé une grande analogie entre la formation de ces proliférations et la naissance d'organes adventifs sur les feuilles de phanérogames (*Begonia*, Crassulacées, etc.).

Il me paraît inutile de fournir ici un dessin représentant le thalle de *Caulerpa prolifera*. On peut le trouver dans beaucoup

---

(1) J. AGARDH, Till Algernes Systematik. (*Universitet's Årsskrift*. Lund, 1872.)

(2) M<sup>e</sup> A. WEBER-VAN BOSSE, Monographie des Caulerpes. (*Ann. du Jardin botanique de Buitenzorg*, vol. XV, 1898.) — On y mentionne aussi des Caulerpes fossiles.

(3) J. REINKE, Ueber Caulerpa. Ein Beitrag zur Biologie der Meeres-Organismen. (*Wissenschaftliche Meeresuntersuchungen, herausgegeben von der Kommission zur wissenschaftlichen Untersuchungen der deutschen Meere in Kiel und der Biologischen Anstalt auf Helgoland*. Neue Folge, vol. V [Abtheilung Kiel], 1901.)

(4) LAMOUROUX, Mémoire sur les Caulerpes. (*Journal de botanique*, 1809.)

(5) J.-H. WAKKER, Onderzoekingen over adventive knoppen. (Dissert. inaug., Haarlem, 1885.)

d'ouvrages généraux et autres de botanique. Je me bornerai à rappeler que cette algue a l'aspect d'une plante supérieure qui posséderait, à la fois, un rhizome, des racines et des feuilles. A ces diverses parties du thalle, M<sup>e</sup> A. Weber-van Bosse (1) donne les noms de stolon, de radicules et de frondes, tandis que J. Reinke (2) les appelle rhizome, racines et assimilateurs, en étendant cette dernière dénomination aux pousses feuillées de certaines *Caulerpes* (3). J'emprunterai à cet auteur sa description du rhizome. « Cet organe, dit-il, croît, horizontal et plagiotope, à l'intérieur du sol ou à sa surface. Il se ramifie ensuite de plus en plus dans le plan horizontal. Sa section transversale est circulaire; sa structure, radiaire. Il montre cependant une dorsiventralité, puisque des racines s'échappent de sa partie inférieure et des assimilateurs de sa partie supérieure. » Constatons ici que P. Klemm (4) a signalé l'existence, chez *Caulerpa prolifera*, de feuilles à section circulaire et remarquons, par suite, la difficulté de distinguer, dans certains cas, ces deux portions du thalle. Dans le présent mémoire, je n'ai pas à me prononcer sur la valeur morphologique et physiologique des divers organes de ce thalle. Afin de me faciliter la relation de mes recherches, j'emploierai sans plus les mots : rhizome, rhizoïde et feuille pour les désigner. D'autres botanistes l'ont fait aussi, mais en s'appuyant sur une appréciation de J. Sachs (« ... obgleich die Morphologen durchaus nicht zu sagen wissen, was eigentlich ein Blatt ist ») (5).

---

(1) M<sup>e</sup> A. WEBER-VAN BOSSE, *Loc. cit.*

(2) J. REINKE, *Loc. cit.*

(3) Voici comment s'exprime cet auteur à ce sujet (p. 59) : « Ich habe die Assimilatoren von *Caulerpa* bald Blätter, bald Sprosse genannt. Unter Spross verstehe ich jene morphologische Einheit die sie aus Stengel und Blatt zusammensetzt, wie sie für die Laubmoose, Farne und Phanerogamen typisch ist. »

(4) P. KLEMM, Ueber *Caulerpa prolifera*. Ein Beitrag zur Erforschung der Form- und Richtkräfte in Pflanzen. (*Flora*, 1893.)

(5) J. SACHS, Vorlesungen über Pflanzenphysiologie. (Anmerkung I z. erst. Vorles.)

L'étude morphologique de *Caulerpa prolifera* a été entreprise d'abord par C. von Naegeli (1). Plus tard, E. Strasburger (2), E. Schmitz (3), L. Dippel (4), J.-M. Janse (5), J. Reinke (6), etc., se sont occupés aussi de la structure de cette algue.

Au point de vue physiologique, elle a fait de même l'objet de nombreux travaux. Il convient de citer ceux de J.-M. Janse (7), de F. Noll (8), de J.-H. Wakker (9), de P. Klemm (10), etc. Quelques-uns de ces botanistes ont porté leurs investigations à la fois sur la forme, tant interne qu'externe, et la vie de cette plante, dont on ne connaît aucun mode de reproduction sexuelle ni de propagation par spores.

Comme les autres Siphoniées, *Caulerpa prolifera* ne possède pas de cloisons cellulaires à l'intérieur du thalle, et pendant longtemps on s'est accordé à considérer comme unicellulaire cette plante d'assez grandes dimensions. Il y eut divergence d'opinions lorsque E. Schmitz (11), en 1879, découvrit qu'elle

---

(1) C. VON NÄGELI, *Caulerpa prolifera*. (*Zeitsch. für wiss. Botanik, von Schleiden und Nägeli*, 1814) — Je n'ai pu me procurer ce travail, mais tous les auteurs qui le citent en font le plus vif éloge.

(2) E. STRASBURGER, *Bau und Wachstum der Zellhäute*. Iéna, 1882.

(3) E. SCHMITZ, *Bau der Zelle bei den Siphonocladaceen*. (*Sitzungsber. der niederrheinischen Gesellschaft für Natur- und Heilkunde zu Bonn*, 1879.) — IDEM, *Untersuchungen über die Zellkerne der Thallophyten*. (*Ibid.*)

(4) L. DIPPEL, *Die neuere Theorie über die feinere Struktur der Zellhülle, etc.* (*Abhandl. d. r. Senkenberg. Naturforsch. Gesellschaft in Frankfurt*, vol. X, 1876.)

(5) J.-M. JANSE, *Die Bewegungen des Protoplasma von Caulerpa prolifera*. (*Pringsheim's Jahrbücher für wissenschaftl. Botanik*, vol. XXI, 1889.) — IDEM, *Polarität und Organbildung bei Caulerpa prolifera*. (*Ibid.*, vol. XLII, 1906.) — IDEM, *Ueber Organveränderung bei Caulerpa prolifera*. (*Ibid.*, vol. XLVIII, 1910.)

(6) J. REINKE, *Loc. cit.*

(7) J.-M. JANSE, *Loc. cit.*

(8) F. NOLL, *Ueber die Funktion der Zellstofffasern der Caulerpa prolifera*. (*Arb. d. Bot. Inst., Würzburg*, vol. III, 1888.)

(9) J.-H. WAKKER, *Die Neubildungen an abgeschnittenen Blättern von Caulerpa prolifera*. (*Verstagen en mededeelingen der Koninkl. Akademie van Wetenschappen*. 1886.)

(10) P. KLEMM, *Loc. cit.*

(11) E. SCHMITZ, *Loc. cit.*

présentait de nombreux noyaux. Certains biologistes virent dans cet organisme, ainsi que dans les autres représentants de la classe à laquelle il appartient, le fusionnement d'unités que J. Sachs (1) appelait *énergides*. Ce botaniste regarda même comme des plantes « non cellulaires » les Thallophytes à thalle tubuleux non cloisonné. Mais E. Schmitz (2) s'éleva contre cette manière de voir et il fit remarquer qu'elle attribuait plus d'importance à la membrane qu'au protoplasme, alors que celui-ci constitue la partie principale de la cellule. Ph. van Tieghem (3) s'inspira cependant de l'idée de J. Sachs en établissant une distinction primordiale entre la structure simple et la structure divisée (cellules). Rappelons aussi que O. Hertwig (4) a donné le nom de « Syncytien » ou de « Zellfusionen » à une catégorie d'êtres vivants dans laquelle se range notre algue qui, pour P. Klemm (5), était un symplaste. Comme le thalle des Caulerpes ne provient ni de la fusion ni de l'anastomose de cellules, ces diverses dénominations ne lui sont pas applicables, et différents auteurs persistent à ne voir dans les Siphoniées que des algues unicellulaires. Avec J. Reinke (6), ils font observer que les exemples de cellules à noyaux multiples ne sont pas rares dans le règne végétal. N. Wille (7) et E. Haeckel (8), notamment, admettent aussi que les Caulerpes sont unicellulaires.

A l'intérieur du thalle, des cordons de cellulose s'observent en énorme quantité. Leur présence constitue encore une singularité, qui a suscité des recherches et fait naître diverses hypo-

---

(1) J. SACHS, Beiträge zur Zellentheorie. (*Flora*, 1892.)

(2) E. SCHMITZ, *Loc. cit.*

(3) PH. VAN TIEGHEM, *Traité de botanique*, 1<sup>re</sup> édit., 1884.

(4) O. HERTWIG, *Die Zelle und die Gewebe*.

(5) P. KLEMM, *Loc. cit.*

(6) J. REINKE, *Loc. cit.*

(7) N. WILLE, Die Caulerpaccen, in ENGLER und PRANTL, *Die natürlichen Pflanzenfamilien*, 1889.

(8) E. HAECKEL, *Syst. Phylog. der Protisten und Pflanzen*, 1894.

thèses au sujet du rôle qu'ils remplissent. C. von Naegeli (1) leur avait déjà attribué une fonction mécanique. Leur orientation régulière dans les feuilles, où ils sont presque sans exception perpendiculaires aux deux faces foliaires, paraissait nettement indiquer qu'ils offraient des soutiens aux parois soumises à la pression de l'eau de mer. Cette fonction était même, semblait-il, si bien établie qu'on négligeait de l'examiner de plus près et de recourir à l'expérience. C'est à F. Noll (2) que l'on doit les premiers essais expérimentaux. Cet auteur a été amené à leur dénier grande importance mécanique et il base principalement son opinion sur le fait que les feuilles en état de turgescence sont extrêmement flexibles et qu'elles deviennent collabescents dans l'eau de mer lorsqu'elles ont perdu leur turgescence. D'autre part, le savant allemand a constaté que les solutions salines avancent facilement et très vite dans ces cordons de cellulose et même plus rapidement qu'à travers le plasma qui les entoure. Il en a donc conclu qu'ils servaient surtout à faciliter l'échange et le transport des substances dissoutes, mais cette idée n'a pas été fort favorablement accueillie.

Pour J.-M. Janse (3), les cordons cellulosesques conservent la forme de l'algue en contrebalançant la tension due à sa turgescence. Si, pour certains auteurs, ils représentent des *poutrelles*, nous voyons que l'éminent professeur de Leyde les considère comme des *câbles*. Les raisons qu'il fait valoir sont multiples. Il convient cependant d'exposer les principales d'entre elles.

Les poutrelles ont à supporter une pression, les câbles ont à subir une traction. Pour savoir s'il s'agit de celles-là ou de ceux-ci, J.-M. Janse s'inspire de deux propositions qu'il formule de la manière suivante :

1. Si les cordons cellulosesques sont étirés dans l'organe lorsqu'il est vivant, ils montreront, après la mort, un raccourcissement correspondant ;

---

(1) C. VON NAEGELI, *Loc. cit.*

(2) F. NOLL, *Loc. cit.*

(3) J.-M. JANSE, *Loc. cit.*

2. Si les couches intérieures de ces cordons sont plus étirées que les extérieures, elles auront aussi un raccourcissement plus considérable lorsqu'on les rendra indépendantes.

Voyons comment cet auteur a cherché à solutionner ces questions.

En ce qui regarde la première, il a pris soin de faire remarquer qu'il n'a pu employer, pour la résoudre, que des feuilles de forme anormale, afin de pouvoir observer d'autres cordons que ceux perpendiculaires aux surfaces foliaires. Sur une jeune feuille placée sous un verre couvreur, on prenait les dimensions de la largeur, avant et après l'emploi d'une solution iodée, à l'endroit où se trouvait un cordon. Ce procédé a décelé des raccourcissements de 7 à 18 %.

Pour élucider le second point, l'auteur a opéré sur des sections transversales de feuilles ou de rhizomes ayant séjourné pendant plusieurs semaines dans l'alcool à 40° environ pour être débarrassées de leur turgescence. Après lavage et traitement par la potasse ou l'acide sulfurique concentré, les raccourcissements provoqués varièrent entre 4 et 20 %.

Rappelons aussi que le distingué botaniste hollandais a montré que, dans les feuilles, le nombre des cordons cellulodiques va en augmentant de la base au sommet. Or, d'après certaines observations qu'il a pu effectuer, la turgescence au sommet peut atteindre une valeur deux fois et demie plus considérable qu'à la base. Il y aurait donc là une relation de cause à effet.

Mentionnons enfin le gonflement des régions de la feuille où l'on a coupé les cordons, et nous aurons remémoré les principaux arguments de J.-M. Janse en faveur de son interprétation.

D'après P. Klemm (1), l'élasticité de flexion ainsi que la résistance à la flexion sont, chez *Caulerpa prolifera*, comme chez la plupart des plantes aquatiques submergées, extrêmement faibles comparativement aux plantes vivant dans l'air, et elles

---

(1) P. KLEMM, *Loc. cit.*

sont principalement dues à la turgescence. Ces propriétés n'existent pas à un haut degré, parce que la différence de densité du corps de la plante et du milieu ambiant n'est que minime. Le savant allemand formule dans la phrase suivante ses idées au sujet du rôle des cordons cellulosiques :

« Die Zellstoffbalken werden also in der Weise mechanisch wirken, dass sie zum Theil das Zellgerüst ersetzen, wovon allerdings auch Noll spricht, ohne aber die rechten Konsequenzen daraus zu ziehen; ihre Widerstandsfähigkeit wird im Verein mit den im eigenen Innern des Organismus entwickelten zur Expansion drängenden Kräften — hauptsächlich dem Turgor — zur Erzeugung von Spannung Anlass geben, die mit der Erhaltung der Plastik und Ausbildung einer jeden durch Evolution sich formenden Masse nothwendig verknüpft sind (1). »

J. Reinke (2) admet, avec J.-M. Janse, que les cordons cellulosiques servent à conserver sa forme à l'organisme en empêchant un excès de dilatation sous la poussée de la turgescence, mais il pense aussi qu'ils ne sont pas sans importance comme échafaudage squelettique pour la partie plasmique. Il fait remarquer que *Valonia* ne présente pas un pareil échafaudage, mais qu'on n'y trouve pas non plus de courants plasmiques.

Outre les cordons cellulosiques, l'intérieur du thalle renferme du protoplasme et du suc cellulaire. Le premier présente des noyaux, des chromatophores et des grains d'amidon. Il recouvre les parois et les cordons de cellulose. D'après J.-M. Janse, il se montre sous trois formes distinctes auxquelles sont dévolus des rôles particuliers (*Assimilationsplasma*, *Leitungsplasma* et *Meristemplasma*). Grâce aux remarquables recherches du savant professeur de Leyde, on sait aussi qu'il existe, dans cette algue, un courant plasmique unipolaire, basipète, nettement marqué.

La membrane du thalle a fait l'objet de nombreuses études

---

(1) P. KLEMM, *Loc. cit.*

(2) J. REINKE, *Loc. cit.*



concernant sa formation et sa nature chimique. Il y a eu discussion sur le point de savoir si les lamelles qui la composent doivent leur existence à une croissance par apposition ou par intussusception, et F. Noll (1) a montré qu'il s'agissait là d'un phénomène d'apposition. Quant à sa nature chimique, il y a eu désaccord entre Schacht et C. Correns (2), celui-ci concluant de ses recherches à l'existence d'une cellulose particulière.

On voit, par cet exposé, combien déjà sont nombreuses les recherches entamées sur *Caulerpa prolifera*. Elles n'ont fait cependant qu'augmenter l'intérêt puissant que cette algue suscite. Parmi les problèmes les plus importants qu'elle soulève, il faut — à mon sentiment — citer celui de sa prolifération, dont je me suis occupé pendant les mois de juin, de juillet, d'août et de septembre 1910 à la *Stazione zoologica* de Naples.

Une pareille étude demandait à être effectuée durant la période la plus chaude de l'année. C'est, en effet, pendant les mois de juillet, d'août et de septembre que la croissance de cette plante est le plus vigoureuse, ainsi que l'a dit J.-M. Janse, aux belles observations duquel j'ai emprunté tant de renseignements utiles. Il m'a fallu aussi, pour l'entreprendre, l'inlassable dévouement du personnel de cette merveilleuse institution scientifique comprenant tant d'éminents naturalistes auxquels je me fais un agréable devoir d'exprimer toute ma vive gratitude. C'est grâce à eux que j'ai pu me procurer, non seulement du matériel en énorme quantité, mais encore des appareils, peu répandus ou nouveaux, pour l'utiliser. J'adresse donc mes remerciements sincères à MM. les Prof<sup>rs</sup> R. Dohrn et P. Mayer, directeur et sous-directeur, à MM. le Prof<sup>r</sup> Burian, le D<sup>r</sup> M. Hentze, le D<sup>r</sup> Gross, le Prof<sup>r</sup> Cerruti et Santorelli, attachés à la Station zoologique.

---

(1) F. NOLL, Experimentelle Untersuchungen über das Wachstum der Zellmembran. (*Abhandl. der Senkenb. Naturf. Gesellschaft*, vol. XV, 1887.)

(2) C. CORRENS, Ueber die Membran von *Caulerpa*. (*Ber. der Deutsch. bot. Gesellschaft*, vol. XII, 1894.)

Mon attention s'est plus particulièrement portée sur les « feuilles ». Celles dont je me suis servi étaient coupées sur des plantes fraîches et en bon état. Elles étaient exemptes de toute trace visible de prolifération. Avant d'être utilisées, elles étaient soigneusement nettoyées. En suivant les indications de J.-M. Janse (1), j'ai aussi cultivé l'algue en aquarium, mais je n'ai presque jamais employé les exemplaires ainsi obtenus parce qu'ils me paraissaient plus frêles.

Le présent mémoire est divisé en deux parties. Dans le premier chapitre, j'ai examiné l'action du milieu quant à sa composition et à sa pression osmotique. Le second est consacré à l'étude de l'influence exercée par certains agents physiques.

Pour terminer, je tiens à dire mon regret de n'avoir pu, jusqu'à présent, traiter chacun des points abordés avec l'ampleur désirable. Presque chaque paragraphe demande un complément d'étude que j'espère fournir dans un avenir prochain.

Naples et Liège, 1910.

---

## CHAPITRE PREMIER.

Étudier l'influence du milieu sur la prolifération de *Caulerpa prolifera*, c'est chercher à dégager les actions qu'exercent la composition chimique de l'eau de mer et sa pression osmotique sur ce phénomène. Nous diviserons donc ce chapitre en deux parties.

### I. — Composition chimique.

Nous devons envisager à la fois les substances dissoutes et les corps en suspension. En apportant des modifications dans la composition du milieu, nous essaierons de nous

---

(1) J.-M. JANSE, Die Bewegungen des Protoplasma von *Caulerpa prolifera*. (*Pringsheim's Jahrbücher für wissensch. Botanik*, vol. XXI, 1889.)

rendre compte du rôle joué par ses éléments constituants. Auparavant, renseignons-nous sur l'influence comparative de diverses eaux de mer naturelles et artificielles.

1. L'eau de la mer Méditerranée, d'après Roth (1), contient environ 4 % de matières salines en dissolution. Dans celle de l'océan Atlantique il n'y en a que 3.5 % environ. Pour G. Berthold (2), cette différence ne peut guère influencer sur le caractère de la flore marine. Suivant cet auteur, de plus grandes différences dans la teneur moyenne en sels ne se produisent pas dans le golfe de Naples. Les fleuves qui s'y déversent sont de trop minime importance et il ne semble pas qu'il y ait là des sources sous-marines. Dans le voisinage de la ville de Naples, par contre, les impuretés amenées dans la mer doivent exercer une grande influence sur la dispersion des algues.

L'analyse d'une prise d'essai d'eau de mer entre Naples et la Sardaigne a fourni à Forchhammer (3) les résultats suivants :

NaCl . . . . .	30 <sup>gr</sup> 292 par litre.
KCl . . . . .	0,799
MgCl <sub>2</sub> . . . . .	3,240
MgSO <sub>4</sub> . . . . .	2,638 Teneur en Cl 19 <sup>gr</sup> 999
CaSO <sub>4</sub> . . . . .	1,605
Reste . . . . .	0,080
	38 <sup>gr</sup> 634

La teneur en sels de l'eau de mer dans l'aquarium de la Station zoologique de Naples est encore plus élevée et, d'après H.-M. Vernon (4), elle varie entre 42<sup>gr</sup>986 et 43<sup>gr</sup>939.

(1) ROTH, *Allgemeine und chemische Geologie*, vol. I.

(2) G. BERTHOLD, Ueber die Vertheilung der Algen im Golf von Neapel. (*Mitth. a. d. Zool. Station zu Neapel*, vol. III, 1882.)

(3) D'après M. HENTZE, *Untersuchungen an Seetieren*, in E. ABDERHALDEN, *Handbuch der biochemischen Arbeitsmethoden*. Berlin-Vienne, 1910.

(4) H.-M. VERNON, The respiratory exchange of the lower marine invertebrates. (*The Journal of Physiology*, vol. XIX, 1895-1896.)

J'ai tenu à comparer l'action de cette eau de l'aquarium à celle de l'eau puisée en pleine mer, à plus de 1 kilomètre de la côte.

### EXPÉRIENCE I.

Durée de l'expérience : du 26 août au 6 septembre 1910.

Deux cristallisoirs reçoivent, l'un (A), 1.000 centimètres cubes d'eau provenant du robinet alimentant l'un des bassins de la Station zoologique, l'autre (B), la même quantité d'eau prélevée — comme je viens de le dire — à plus de 1 kilomètre de la côte. Des feuilles de *Caulerpa* sont déposées dans chacun d'eux. Les cristallisoirs sont ensuite recouverts d'un disque de verre et placés dans une serre exposée au nord. Quelques jours après, on pèse les feuilles, puis les proliférations produites : ce qui permet d'établir le pourcentage en poids de ces dernières.

### Résultats.

DÉSIGNATION DES CRISTALLISOIRS :	A	B.
Poids des feuilles (en grammes) . . . . .	1 38	1.725
Poids des proliférations (en grammes) . . . . .	0.37	0.085
Pourcentage en poids des proliférations obtenues .	26	4

Toutes les feuilles ont donné des rhizoïdes près de leur point d'attache. Dans le cristallisoir A, les proliférations sont à la fois du type « feuille » et du type « rhizome » ; dans l'autre, il n'y en a eu que de cette dernière forme et les rhizoïdes sont plus grands.

Nous observons donc une différence très forte en faveur de l'eau de l'aquarium. J'aurai l'occasion de revenir sur cette constatation importante.

Dans cette expérience I, comme dans beaucoup d'autres, je m'étais borné à peser à part les feuilles et les proliférations qui en avaient été détachées (1). Je me suis demandé si cette méthode offrait toutes les garanties désirables. J.-M. Janse (2) avait bien écrit que la feuille ne commençait à proliférer que lorsqu'elle avait cessé de croître et que cet arrêt de la croissance semblait, par suite, donner lieu à la prolifération. Rien ne me prouvait cependant que les feuilles soumises à l'expérimentation n'avaient pas diminué de poids en produisant leurs proliférations et que le poids total avait augmenté.

Afin d'être édifié sur ce point, j'ai effectué l'expérience suivante :

## EXPÉRIENCE II.

Durée de l'expérience : du 20 au 28 juillet 1910.

Un cristallisateur reçoit de l'eau de mer d'une façon continue au moyen d'un siphon de verre. A l'aide d'un autre siphon, double celui-ci, le niveau du liquide est maintenu constant. Dans ce cristallisateur, on dépose dix-neuf feuilles dont le poids total est de 2<sup>gr</sup>915. Les feuilles ont proliféré et, après huit jours, leur poids, proliférations comprises, s'est élevé à 3<sup>gr</sup>515, bien qu'une feuille ait été abimée. Il y avait donc un gain de 0<sup>gr</sup>6, soit de 20.58 %. Pendant le cours de cette expérience, la température de l'eau n'avait oscillé qu'entre 21 et 22° C.

---

(1) Les pesées ont été faites en employant un vase de Berlin taré dans lequel on verse exactement 50 ou 100 centimètres cubes d'eau de mer. Quand les pesées ne sont pas trop espacées, on peut considérer comme assez constant le poids spécifique de l'eau de l'Aquarium de Naples. Il ne s'agit d'ailleurs ici que de simples comparaisons et H.-M. Vernon (\*) a constaté que le poids spécifique de cette eau n'oscille qu'entre 1.02859 et 1.02964.

(2) J.-M. JANSE, Polarität und Organbildung bei *Caulerpa prolifera*. (*Pringsheim's Jahrbücher für wissenschaftliche Botanik*, vol. XLII, 1906.)

(\*) H.-M. VERNON, The respiratory exchange of the lower marine invertebrates. (*The Journal of Physiology*, vol. XIX, 1895-1896.)

On voit par là que le procédé employé n'offre pas d'inconvénient.

2. L'eau de mer n'est pas une simple solution aqueuse des substances salines énumérées dans l'analyse de Forchhammer. Elle contient encore beaucoup d'autres matières en dissolution et en suspension, dont il sera question plus loin. et, notamment, un abondant microplankton.

Il m'a paru néanmoins intéressant de rechercher l'action de l'eau de mer artificielle sur la prolifération des feuilles de *Caulerpa prolifera*. On sait, en effet, combien est fréquent l'usage d'eau de mer artificielle dans certaines études sur la régénération et la parthénogenèse d'animaux marins (1).

J'ai donc comparé l'action de l'eau de mer ordinaire à celle de l'eau de mer artificielle.

Parmi les différents procédés de préparation de celle-ci, rappelons ceux de van 't Hof (2), de C. Herbst (3) et de A. Bethe (4).

Dans la solution dite de van 't Hof, sur cent molécules de NaCl, on compte :

	2.2	molécules de KCl.
	7.8	— MgCl <sub>2</sub>
et	3.8	— MgSO <sub>4</sub> ,

auxquelles j'ai ajouté, à l'exemple de J. Loeb (5), deux molé-

---

(1) Voir, notamment, J. LOEB, *Die chemische Entwicklungserregung des tierischen Eies*. Berlin, 1909.

(2) *Ibidem*.

(3) C. HERBST, Ueber die zur Entwicklung der Scieggelarven notwendigen anorganischen Stoffe, ihre Rolle und ihre Vertretbarkeit. (*Arch. für Entwick. Mechan.*, vol. XVII, 1903-1904.)

(4) A. BETHE, Die Bedeutung der Elektrolyten für die rythmischen Bewegungen der Medusen. I. Theil. (*Pflüger's Arch.*, vol. CXXIV, 1908.)

(5) J. LOEB, On the relative toxicity of distilled water, sugar solutions and solutions of the various constituents of the sea water for marine animals. (*University of California Publications [Physiology]*, vol I, 1906.)

cules de  $\text{CaCl}_2$  ainsi que 1 centimètre cube d'une solution  $\frac{3}{8}$  normale de  $\text{NaHCO}_3$  par 100 centimètres cubes de liquide.

C. Herbst préconise plus spécialement pour les études sur le mécanisme du développement le mélange suivant :

Eau distillée . . . . .	400 c. c.
NaCl . . . . .	3 gr.
KCl . . . . .	0 <sup>gr</sup> 08
MgSO <sub>4</sub> . . . . .	0 <sup>gr</sup> 66
CaCl <sub>2</sub> . . . . .	0 <sup>gr</sup> 43

et ce liquide est additionné de 1 centimètre cube d'une solution à 4.948 ‰ de  $\text{NaHCO}_3$ .

En s'inspirant de diverses considérations, A. Bethe a cherché, plus récemment, à obtenir une eau qui, physiologiquement, aurait la même valeur que l'eau de mer ordinaire. Pour l'obtenir, on prépare les solutions normales des sels dont les noms figurent dans le tableau ci-dessous, que l'on mélange ensuite selon certaines proportions, qui vont être indiquées, en titrant les chlorures et en contrôlant éventuellement les sulfates par un dosage d'acide sulfurique.

Sels.	a.	b.	c.	d.
NaCl . . . . .	30.292	58.5	51.8	100.0
KCl . . . . .	0.779	74.5	1.0	2.0
MgCl <sub>2</sub> . . . . .	3.240	95.3	3.4	6.6
MgSO <sub>4</sub> . . . . .	2.638	120.4	2.2	4.2
CaSO <sub>4</sub> . . . . .	1.605	136.2	1.2	2.3

La colonne *a* contient l'indication, d'après Forchhammer, des poids exprimés en grammes des divers sels qui se rencontrent dans 1 litre d'eau de la Méditerranée; dans la colonne *b*, on trouvera leurs poids moléculaires; dans la colonne *c*, le nombre

de centimètres cubes de solutions normales à diluer au moyen d'eau distillée de manière à avoir 100 centimètres cubes, puis à mélanger, enfin dans la colonne *d*, les proportions des différents sels par rapport à 100 de NaCl.

J'ai mis en comparaison avec l'eau de mer ordinaire les eaux de mer artificielles de van 't Hoff, de C. Herbst et de A. Bethe.

### EXPÉRIENCE III.

Durée de l'expérience : du 19 au 29 août 1910.

Quatre cristallisoirs reçoivent respectivement 500 centimètres cubes du liquide de van 't Hoff, du liquide de C. Herbst, du liquide de A. Bethe et d'eau de mer ordinaire. On place dans chacun d'eux le même nombre de feuilles. Les cristallisoirs sont ensuite recouverts de disques de verre et exposés à la lumière diffuse.

#### Résultats.

DÉSIGNATION DES LIQUIDES.	POIDS (en grammes)		POURCENTAGE en poids des proliférations.	POURCENTAGE de feuilles ayant proliféré.
	des feuilles.	de leurs proliférations.		
Liquide de van 't Hoff .	—	—	—	—
Liquide de C. Herbst .	3.05	0.385	12	86
Liquide de A. Bethe .	—	Insignifiant	—	60
Eau de mer ordinaire	2.425	0.675	27	100

Le liquide de van 't Hoff n'a pas provoqué la formation de proliférations des types « feuille » et « rhizome ». Dans celui de A. Bethe, il y avait une feuille avec deux proliférations cylindriques, une sur chaque face, et 60 % des feuilles présen-



taient des rhizoïdes. Le poids des proliférations était trop faible pour être utilement déterminé.

Si nous comparons le liquide de C. Herbst à l'eau de mer ordinaire, nous constatons donc que celle-ci convient beaucoup mieux que celui-là.

Certains physiologistes s'occupant d'animaux marins ont fait usage du liquide de van 't Hoff mélangé de son volume d'eau distillée. J'ai cru devoir comparer, à l'eau de mer ordinaire, les trois liquides de l'expérience précédente (III) mélangés de leur volume d'eau distillée (dans du verre).

#### EXPÉRIENCE IV.

Durée de l'expérience : du 30 août au 11 septembre 1910.

Les conditions expérimentales sont restées les mêmes.

#### Résultats.

DÉSIGNATION DES LIQUIDES.	POIDS (en grammes)		POURCENTAGE en poids des proliférations.	POURCENTAGE de feuilles ayant proliféré.
	des feuilles.	de leurs proliférations.		
Liquide de van 't Hoff + eau distillée. . .	—	—	—	80
Liquide de C. Herbst + eau distillée. . .	—	—	—	—
Liquide de A. Bethe + eau distillée. . .	—	—	—	—
Eau de mer ordinaire .	2.385	0.650	28.2	80

Dans les liquides de C. Herbst et de A. Bethe ainsi dilués, je n'ai pas observé la moindre prolifération. Celui de van 't Hoff a permis la formation de rhizoïdes sur 80 % des feuilles ainsi que de petites proliférations cylindriques sur 40 %, mais le

poids de ces productions était trop faible pour qu'on en puisse tenir compte.

Les expériences III et IV nous prouvent, sans conteste, qu'avec l'eau de mer ordinaire la prolifération des feuilles de *CAULERPA PROLIFERA* s'effectue mieux qu'avec les liquides de VAN 'T HOFF, de C. HERBST et de A. BETHE.

### 3. L'eau de mer possède une réaction alcaline.

Dans un excellent travail auquel j'ai eu maintes fois l'occasion de recourir, M. Hentze (1) fait remarquer que, dans l'eau de mer, le poids des bases (*Na, K, Ca, Mg*) l'emporte sur celui des acides (*HCl, H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>*). L'excès de bases est combiné à l'acide carbonique, mais tout l'acide carbonique existant dans l'eau de mer ne suffit pas pour transformer cet excès en bicarbonates, bien qu'il soit en quantité trop grande pour faire passer la partie alcaline à l'état de carbonates neutres (2).

Quelques essais, dont je fournirai plus loin la relation, m'ont engagé à étudier l'influence qu'exerce sur la prolifération des feuilles une augmentation ou une diminution de l'alcalinité de l'eau de mer.

L'augmentation de l'alcalinité était obtenue par l'addition d'une solution déci- ou centinormale de NaOH; la diminution, par le mélange avec une solution centinormale de HCl.

Examinons d'abord l'effet d'une augmentation.

#### EXPÉRIENCE V.

Durée de l'expérience : du 19 au 28 août 1910.

Quatre cristallisoirs (*A, B, C et D*) reçoivent : le premier (*A*), 250 centimètres cubes d'eau de mer ordinaire; le deuxième (*B*), la même quantité d'eau de mer ordinaire additionnée de 10 cen-

---

(1) M. HENTZE, *Untersuchungen an Seetieren*, in E. ABDERHALDEN, *Handbuch der biochemischen Arbeitsmethoden*. Berlin-Vienne, 1910.

(2) En certains points de l'Océan, on constaterait cependant, dans certaines circonstances, des dérogations à cette règle.

timètres cubes d'une solution décimormale de NaOH ; le troisième (*C*), la même quantité d'eau de mer ordinaire additionnée de 20 centimètres cubes de cette solution, et enfin le quatrième (*D*), la même quantité d'eau de mer ordinaire additionnée de 25 centimètres cubes de cette solution.

On place dans ces liquides le même nombre de feuilles, puis les cristallisoirs, recouverts d'un disque de verre, sont exposés à la lumière diffuse.

*Résultats.*

DÉSIGNATION des cristallisoirs.	POIDS (en grammes)		POURCENTAGE en poids des proliférations.	POURCENTAGE de feuilles ayant proliféré.
	des feuilles.	de leurs proliférations		
<i>A</i> . . . .	1.845	0.320	17	80
<i>B</i> . . . .	1.975	0.285	14	90
<i>C</i> . . . .	—	Insignifiant	—	20
<i>D</i> . . . .	—	Id.	—	40

Il résulte de cette expérience que 10 centimètres cubes d'une solution décimormale de NaOH exercent déjà une action nuisible au point de vue de la prolifération.

Afin d'avoir des résultats strictement comparables, j'avais opéré en sens contraire pendant le même temps et dans le même lieu. La diminution de l'alcalinité était obtenue par l'addition de HCl en solution centinormale.

EXPÉRIENCE VI.

Durée de l'expérience : du 19 au 28 août 1910.

Quatre cristallisoirs (*A*, *B'*, *C'* et *D'*), reçoivent : le premier (*A*), 250 centimètres cubes d'eau de mer ordinaire ; le deuxième (*B'*), la même quantité d'eau de mer ordinaire, addi-

tionnée de 10 centimètres cubes d'une solution centinormale de HCl; le troisième (*C'*), la même quantité d'eau de mer ordinaire additionnée de 15 centimètres cubes de la même solution, et enfin le quatrième (*D'*), la même quantité d'eau de mer ordinaire additionnée de 20 centimètres cubes de cette solution.

On place dans ces liquides le même nombre de feuilles, puis les cristallisoirs, recouverts d'un disque de verre, sont exposés à la lumière diffuse.

*Résultats.*

DÉSIGNATION des cristallisoirs.	POIDS (en grammes)		POURCENTAGE en poids des proliférations.	POURCENTAGE de feuilles ayant proliféré.
	des feuilles.	de leurs proliférations.		
A . . . .	1.845	0.320	17	80
B' . . . .	1.675	0.295	17	100
C' . . . .	1.955	0.475	24	90
D' . . . .	2.195	0.785	36	100

Avec la solution centinormale de HCl et dans les limites de l'expérience instituée, la prolifération s'effectue donc d'autant mieux que la quantité d'HCl va en augmentant.

Comparons maintenant entre elles des quantités égales de solutions centinormales de NaOH et de HCl.

EXPÉRIENCE VII.

Durée de l'expérience : du 26 août au 4 septembre 1910.

Quatre cristallisoirs (*A*, *B*, *C* et *D*) reçoivent : le premier (*A*), 250 centimètres cubes d'eau de mer ordinaire additionnés de 25 centimètres cubes d'une solution centinormale de NaOH; le deuxième (*B*), la même quantité d'eau de mer ordinaire additionnée de 50 centimètres cubes de cette solution; le troi-

sième (C), la même quantité d'eau de mer ordinaire additionnée de 25 centimètres cubes d'une solution centinormale de HCl, et enfin le quatrième (D), la même quantité d'eau de mer ordinaire additionnée de 50 centimètres cubes de cette solution.

On place dans ces liquides le même nombre de feuilles, puis les cristallisoirs, recouverts d'un disque de verre, sont exposés à la lumière diffuse.

*Résultats.*

DÉSIGNATION des cristallisoirs.	POIDS (en grammes)		POURCENTAGE en poids des proliférations	POURCENTAGE de feuilles ayant proliféré.
	des feuilles.	de leurs proliférations		
A . . . .	1.760	0.340	19	90
B . . . .	1.630	0.385	23	90
C . . . .	1.593	0.485	30	100
D . . . .	1.890	0.459	23	90

Toutes les feuilles, sauf une du cristallisoir D, montrent des rhizoïdes.

De ces diverses expériences (V, VI et VII), il résulte nettement que la prolifération augmente ou diminue selon qu'on diminue ou qu'on augmente l'alcalinité du milieu dans de certaines limites. En réalité, je ne doute pas que la substance alcaline introduite ne puisse venir jouer un rôle favorisant si elle se trouvait en situation telle qu'elle agisse « particulièrement » ou qu'elle provoque un certain « état particulière (1) » dans le liquide, comme c'est le cas après le passage du courant galvanique.

(1) Voir P. DE HEEN, *La matière. Sa naissance, sa vie, sa fin*. Bruxelles, Hayez, 1905. — Id., Sur les propriétés permanentes acquises par la matière après le passage du courant. (*Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* [Classe des sciences], 1910, n° 7.)

Il y a concordance complète entre les résultats de l'expérience I et ceux qui viennent d'être exposés. En effet, nous avons vu, d'une part, que l'eau de la Station zoologique exerçait une action plus favorable sur la prolifération que celle puisée à plus de 1 kilomètre de la côte, et nous venons de constater, d'autre part, que l'addition d'acide à la première augmentait encore la prolifération. Or, H.-M. Vernon (1) a trouvé que l'eau de l'Aquarium, à cause des animaux qui le peuplent, contient plus de  $\text{CO}_2$  que l'autre. Il indique de  $65^{\text{cc}}79$  à  $74^{\text{cc}}29$  de  $\text{CO}_2$  par litre dans l'eau des bassins et de  $46^{\text{cc}}88$  à  $46^{\text{cc}}91$  dans l'eau du golfe. Dans ces conditions, je crois pouvoir attribuer à une alcalinité moindre l'action favorisante de l'eau de l'Aquarium au point de vue de la prolifération.

Comme, dans ce phénomène, il y a formation d'organes nouveaux et, par conséquent, de matières organiques, il était intéressant de noter que cette production est favorisée par l'addition d'acide.

Nous verrons plus tard que l'acidité due au courant galvanique dans les liquides anodiques est, au contraire, singulièrement néfaste.

4. La détermination quantitative des gaz dissous dans l'eau de mer (O, N et  $\text{CO}_2$ ) a été souvent effectuée. Qu'il me suffise de citer ici les travaux de Dittmar (2), de Tornö (3) et de E. Ruppin (4). J'aurai l'occasion, plus loin, de revenir sur ce sujet. Pour le moment, je me bornerai à examiner l'influence que peut exercer la présence de l'air au contact de l'eau dans le phénomène de la prolifération.

Je me suis d'abord posé la question de savoir si les feuilles

---

(1) H.-M. VERNON, *Loc. cit.*

(2) DITTMAR, *Challenger Reports. Phys. and Chem.*, vol. I.

(3) TORNÖ, *Journal für praktische Chemie*, 19.

(4) E. RUPPIN, *Beitrag zur Bestimmung der im Meerwasser gelösten Gase. (Wissenschaftliche Meeresuntersuchungen, herausgegeben von der Kommission zur wissenschaftlichen Untersuchungen der deutschen Meere in Kiel, vol. VII, 1903.)*

de *Caulerpa prolifera*, placées dans l'eau de mer en vase clos et exposées à la lumière diffuse, pouvaient proliférer. Et pour y répondre, j'ai effectué l'expérience suivante :

### EXPÉRIENCE VIII.

Durée de l'expérience : du 18 au 28 juillet 1910

Dans un flacon de verre à bouchon rodé, d'une contenance de 1 litre, exactement rempli d'eau de mer, on place dix feuilles bien nettoyées et absolument vierges de prolifération. Le flacon est ensuite plongé dans l'eau d'un aquarium exposé au nord.

Trois jours après, on observe déjà des proliférations. Toutes les feuilles présentent des rhizoïdes au bout de dix jours. En fait d'autres proliférations, on note les caractéristiques suivantes :

Feuille n° 1. — Une feuille de 6 millimètres.	
— n° 2. — — de 35 —	plus un rhizome de 10 millimètres.
— n° 3. — — de 20 —	— de 6 —
— n° 4. — — de 40 —	(découpée dichotomiquement).
— n° 5. — — de 40 —	
— n° 6. — — de 35 —	
— n° 7. — — de 25 —	
— n° 8. — Un rhizome de 10 —	
— n° 9. — Une feuille de 15 —	sur un rhizome de 20 millimètres.
— n° 10. — — de 15 —	— de 102 —

A la fin de l'expérience, les dix feuilles, dont le poids initial était de 1<sup>gr</sup>075, avaient donné 0<sup>gr</sup>475 de proliférations, soit près de la moitié de leur poids, car dans ces 0<sup>gr</sup>475 n'est pas compris le poids des rhizoïdes. Ceux-ci n'ayant pas été détachés ajoutaient même leur poids à celui des feuilles.

Maintenant que nous savons que les feuilles de *Caulerpa prolifera* peuvent proliférer en vase clos, recherchons si la présence de l'air est favorisante ou non.

EXPÉRIENCE IX.

Durée de l'expérience : du 25 août au 6 septembre 1910.

Deux flacons, d'une contenance de 2 litres, reçoivent chacun quinze feuilles, puis sont exactement remplis d'eau de mer. L'un (A) reste ouvert, l'autre (B) est fermé au moyen d'un bouchon rodé. Tous deux sont plongés jusqu'au col dans l'eau d'un aquarium dont la température n'oscille qu'entre 21° et 23° C. Ils sont donc soumis à la même température et presque au même éclairage.

*Résultats.*

DÉSIGNATION des flacons.	POIDS (en grammes)		POURCENTAGE en poids des proliférations.	POURCENTAGE de feuilles ayant proliféré.
	des feuilles.	de leurs proliférations.		
A . . . .	2.590	0.305	11	—
B . . . .	2.875	Insignifiant	?	—

Dans le flacon fermé (B), il y a eu aussi des proliférations, mais leur quantité en poids est insignifiante par rapport à celles obtenues dans le flacon ouvert. L'expérience précédente avait donné un beaucoup meilleur résultat, mais cela ne nous empêchera pas de conclure que, dans un vase ouvert, la prolifération se fait mieux que dans un vase fermé. D'autres expériences sont d'ailleurs venues à maintes reprises confirmer ce fait.

5. La question du renouvellement de l'eau se relie intimement à celle du contact de l'air et de l'eau.

Pour favoriser la prolifération des feuilles, convient-il de ne



pas renouveler l'eau ou, dans le cas contraire, un renouvellement continu doit-il être rapide ou lent?

L'expérience X tendra à nous renseigner à cet égard (1).

### EXPÉRIENCE X.

Durée de l'expérience : du 30 juillet au 6 août 1910.

Trois cristallisoirs (*A*, *B* et *C*) reçoivent chacun 1,000 centimètres cubes d'eau de mer ainsi que vingt feuilles. Celles du premier cristallisoir (*A*) pèsent 2<sup>gr</sup>96; celles du deuxième (*B*), 2<sup>gr</sup>895, et celles du troisième (*C*), 2<sup>gr</sup>93.

L'eau du cristallisoir *A* n'est pas renouvelée. Dans le cristallisoir *B*, il y a un jet continu au moyen d'un siphon plongé dans un bassin. Le cristallisoir *C* recueille l'eau goutte à goutte. Les deux derniers (*B* et *C*) sont munis d'un double siphon qui maintient le niveau constant. Les trois surfaces libres des liquides se trouvent donc dans un même plan horizontal et les trois vases sont exposés à la lumière diffuse.

Au bout d'une semaine, on pèse les feuilles. Elles ont abondamment proliféré. Dans le cristallisoir *A*, on note 3<sup>gr</sup>43; il y a donc une augmentation de poids s'élevant à 15.87 %. Les feuilles du cristallisoir *B* pèsent maintenant 3<sup>gr</sup>84; celles du cristallisoir *C*, 3<sup>gr</sup>64. Elles ont donc gagné, les premières, 32.62 %; les dernières, 24.23 %.

Il y a donc eu avantage au point de vue de la prolifération à renouveler l'eau par un jet continu.

J'ai pu m'apercevoir, toutefois, que la vitesse du jet ne devait pas dépasser certaines limites.

J.-M. Janse (2) a obtenu de meilleurs résultats dans la culture de notre algue en laissant arriver l'eau de mer goutte à goutte

---

(1) Je n'ai pas examiné le cas d'un renouvellement complet à échéances plus ou moins rapprochées.

(2) J.-M. JANSE, Die Bewegungen des Protoplasma von *Caulerpa prolifera*. (*Pringsheim's Jahrbücher für wissenschaft. Botanik*, vol. XXI, 1889.)

qu'en employant un courant continu, mais il s'agissait de plantes entières placées dans un aquarium qui recevait pendant quelques heures chaque jour l'action directe du soleil.

Avec *Fucus vesiculosus* et d'autres algues, F. Oltmanns (1) a remarqué aussi que le renouvellement continu par rapide courant d'eau fraîche exerce une action moins favorable sur la culture que par l'arrivée goutte à goutte.

F. Tobler (2) a signalé l'importance de cette question du renouvellement de l'eau, dans les termes suivants :

« Die Bedeutung der Wasserbewegung in Algenkulturen als eines noch nicht genügend berücksichtigten und wohl selten nachgeahmten Faktors kann eine vielseitige sein. So wird für zarte Algen einerseits mit der Bewegung ein intensiverer Stoffaustausch (im Wasserwechsel) geboten, andererseits muss aber auch die Konsistenz der Form, ihr Aufbau und Gefüge in engster Abhängigkeit von der Stärke der Wasserbewegung stehen. »

Il serait intéressant d'examiner l'influence de la vitesse du courant liquide, précisément mesurée, à la fois sur la culture et sur la prolifération.

**6.** L'eau de mer — comme on le sait — contient un abondant microplankton, dont on peut, par filtration, se débarrasser plus ou moins complètement.

Même après avoir traversé des filtres de papier, l'eau de mer renferme encore des organismes en grande quantité. H. Lohmann (3) a fourni à ce sujet des détails fort intéressants.

---

(1) F. OLTMANN, Ueber die Cultur- und Lebensbedingungen der Meeresalgen. (*Pringsheim's Jahrbücher für wissensch. Botanik*, vol. XXIII, 1892.)

(2) F. TOBLER, Ueber Regeneration und Polarität sowie verwandte Wachstumsvorgänge bei Polysiphonia und andern Algen. (*Pringsheim's Jahrbücher für wissensch. Botanik*, vol. XLII, 1906.)

(3) H. LOHMANN, Neue Untersuchungen über den Reichthum des Meeres an Plankton und über die Brauchbarkeit der verschiedenen Fangmethoden. Zugleich auch ein Beitrag zur Kenntniss des Mittelmeeraustriebs. (*Wissenschaftliche Meeresuntersuchungen, herausgegeben von der Kommission zur wissenschaftlichen Untersuchungen der deutschen Meere in Kiel*, vol. VII, 1903.)

Après avoir fait passer de l'eau de mer au travers de deux filtres successivement, l'un de ces filtres étant simple et l'autre quadruple, il a pu, en examinant les résidus, déterminer qualitativement et quantitativement les organismes ayant échappé au premier.

Voici un tableau dressé par cet auteur à la suite de cette expérience :

	I. RÉSIDU du filtre simple.	II. RÉSIDU du filtre quadruple.	SOMME.	PERTE lors de la première filtration.
<i>Thalassiothrix nitschioides</i> . . .	186	1	187	0.5 %
Gymnodiniées . . . . .	41	3	44	21.4 %
Chrysomonadines nues (5-6.5 $\mu$ ) . .	17	6	23	26.0 %
<i>Pentosphaera Huxleyi</i> (6.5 $\mu$ ) . .	72	14	86	16.2 %

Il m'a donc paru nécessaire de rechercher la différence qui pourrait éventuellement exister entre l'action de l'eau de mer filtrée et celle de l'eau de mer ordinaire au sujet de la prolifération.

Dans les expériences XI-XIII, j'ai employé, comme eau filtrée, celle ayant traversé deux filtres de papier ordinaires.

#### EXPÉRIENCE XI.

Durée de l'expérience : du 30 juillet au 6 août 1910.

Deux flacons de verre (A et B), d'une contenance de 1 litre, avec bouchon rodé, sont complètement remplis, l'un (A) d'eau de mer ordinaire, l'autre (B) d'eau de mer filtrée. Ils ont reçu au préalable chacun vingt feuilles. Celles du flacon A pesaient 2<sup>gr</sup>312; celles du flacon B, 1<sup>gr</sup>797. Les deux flacons sont

ensuite fermés et plongés dans l'eau d'un bassin dont la température est fort constante et qui est exposée à la lumière diffuse.

Après une semaine, on constate que, de part et d'autre, les feuilles ont proliféré. Elles sont de nouveau pesées. Dans le flacon A, il y a 3<sup>gr</sup>23 de plantes ; dans l'autre, 2<sup>gr</sup>18. L'augmentation s'élève donc à 34.98 % dans le premier et à 21.31 % dans le second.

*La prolifération, par conséquent, s'effectue mieux dans l'eau de mer ordinaire que dans l'eau de mer filtrée.*

En écartant du microplankton par filtration, on diminue la production de CO<sub>2</sub>. L'expérience XI est donc en parfaite concordance avec les expériences I, VI et VII.

Avant d'effectuer l'expérience XI, j'avais pris soin de m'assurer que les feuilles de *Caulerpa prolifera* pouvaient proliférer en vase clos dans de l'eau de mer filtrée, en faisant l'expérience qui va être relatée.

## EXPÉRIENCE XII.

Durée de l'expérience : du 21 juillet au 2 août 1910.

Un flacon de verre, à bouchon rodé, d'une contenance de 1 litre, reçoit 3<sup>gr</sup>775 de feuilles. Il est complètement rempli d'eau filtrée, puis fermé et introduit dans l'eau d'un bassin où il est exposé à la lumière diffuse. La température de cet aquarium n'oscille qu'entre 21° et 22°5 C.

Au bout de douze jours, lorsqu'on ouvre le flacon, on constate, à l'odeur qui s'en dégage, qu'il y a eu un commencement de putréfaction. En pesant de nouveau les feuilles, on note cependant un gain de 0<sup>gr</sup>285, ce qui représente 7.54 % du poids initial.

Les phénomènes putrides se manifestent nécessairement plus rapidement en vase clos, surtout si la température est élevée. Ce fait s'est plus particulièrement manifesté dans l'expérience suivante.

### EXPÉRIENCE XIII.

Durée de l'expérience : du 5 au 17 août 1910.

Deux flacons de verre d'une contenance de 1 litre reçoivent chacun vingt feuilles et sont complètement remplis d'eau de mer. L'un reste ouvert, l'autre est fermé. Après douze jours, on remarque dans le premier une abondante prolifération. Dans le second, il n'y a que des feuilles en putréfaction. Les flacons n'avaient pas été plongés dans l'eau, mais avaient été soumis à la température de l'air du laboratoire qui, durant cette période de temps, s'était élevée à plus de 25° C.

Les essais, en vase clos, avec de l'eau de mer ordinaire ou de l'eau filtrée, ne doivent pas être faits à une température trop élevée si on veut éviter des mécomptes.

#### II. — Pression osmotique.

La vie au sein d'un liquide évoque l'idée d'un antagonisme entre la turgescence de la cellule et la pression osmotique du milieu ambiant. On trouve là, en dernière analyse, deux forces de même direction, agissant en sens contraire l'une de l'autre et dont nous pouvons mesurer les intensités. Cherchons à reconnaître les effets de leur conflit et à analyser les manifestations de leur résultante. L'interprétation se dégagera des faits contingents.

1. M. Hentze (1) fait remarquer que l'on ne connaît pas l'abaissement du point de congélation de l'eau de la Méditerranée prise dans la haute mer. Mais F. Botazzi (2) a obtenu  $\Delta = - 2.269^\circ$  et  $\Delta = - 2.279^\circ$  dans ses recherches (du

---

(1) M. HENTZE, *Untersuchungen an Scetieren*, in E. ABDERHALDEN, *Handbuch der biochemischen Arbeitsmethoden*. Berlin-Vienne, 1910.

(2) F. BOTAZZI, Sulla regolazione della pressione osmotica negli organismi animali. (*Arch. di Fisiol.*, vol. III, 1905.)

2 juin 1905) sur l'eau des bassins de la Station zoologique de Naples (1).

Si l'on ne peut actuellement indiquer les différences qui existent entre les valeurs de  $\Delta$  pour l'eau de haute mer et pour celle de l'aquarium, on est cependant renseigné au sujet de leurs poids spécifiques respectifs. Ceux-ci seraient, suivant H.-M. Vernon (2), de 1.02795 à 1.02890 pour la première et de 1.02859 à 1.02964 pour la seconde. L'excès de l'une sur l'autre correspond, d'après cet auteur, à une pression osmotique mesurée par 180 millimètres de Hg. Il ne faut pas ajouter moins de 10 litres d'eau distillée à 1 mètre cube d'eau de l'Aquarium pour que le poids spécifique de cette dernière soit équivalent à celui de l'eau de mer normale.

Je ne donne ces indications que pour faire ressortir un fait qui a une certaine importance dans la présente étude, c'est que la pression osmotique de l'eau de l'Aquarium, dont je me suis presque toujours servi, est supérieure à celle de l'eau puisée dans le golfe à une certaine distance de la côte.

2. J'ai exposé, dans l'introduction, les hypothèses qui ont cours au sujet du rôle des innombrables cordons de cellulose qui se montrent dans le thalle de notre algue. F. Oltmanns (3) estime avec raison que leur fonction n'est pas encore nettement établie. Il admet que ces productions n'ont pas pour mission de

---

(1) D'après W.-E. Garrey (\*), l'abaissement du point de congélation de l'eau de mer de Woods Hole = 1.818°, celui de l'eau de mer de Pacific Grove = 1.90°, celui d'une solution  $\frac{m}{2}$  NaCl = 1.75°, celui d'une solution 0.54 m NaCl = 1.895°, celui d'une solution  $\frac{m}{2}$  de van 't Hoff = 1.845°.

(2) H.-M. VERNON, The respiratory exchange of the lower marine invertebrates. (*The Journal of Physiology*, vol. XIX, 1895-1896.)

(3) F. OLTMANN, *Morphologie und Biologie der Algen*. Iéna, 1904-1905.

(\*) W.-E. GARREY, *Biolog. Bulletins*, vol. VIII, 1904 (cité par J. Loeb).

servir de soutiens, ceux-ci étant opposés à la pression extérieure. Le fait que l'algue subit une tension due à sa turgescence lui paraît déjà réfuter l'idée de soutiens. D'autre part, si le savant professeur de Fribourg-en-Brisgau s'explique la présence de câbles dans les organes aplatis, il ne comprend pas leur utilité dans des corps sphériques ou cylindriques et il fait remarquer que le thalle des *Valonia* en est dépourvu. Dans ces conditions, il est douteux, dit le savant allemand, que — pour s'exprimer téléologiquement — ces cordons soient formés seulement pour cet usage.

Avec ce botaniste, j'ai trouvé que la question n'était pas élucidée. Elle méritait certes d'être reprise et j'ai cherché des éléments pour la résoudre dans des évaluations de pressions osmotiques par voie cryoscopique.

**3.** Pour dégager l'influence de la pression osmotique du milieu ambiant, il faut faire varier sa valeur et examiner ensuite l'action obtenue.

D'ordinaire, on diminue la pression osmotique de l'eau de mer en la mélangeant d'eau distillée et on l'augmente en la concentrant au moyen d'une source de chaleur.

Ce sont là des procédés qui ne supportent pas l'analyse. Dans l'un et dans l'autre cas, il y aura formation de dissociations nouvelles. En d'autres termes, on se trouvera en présence de solutions qui ne sont plus tout à fait comparables à l'eau de mer ordinaire, surtout après ébullition. Deux facteurs seront donc modifiés en même temps : la composition et la pression osmotique.

Il convenait de faire ces réserves avant de fournir la relation de certaines expériences que j'ai effectuées. Je me suis cependant borné à l'examen de l'action de l'eau de mer, dont la pression osmotique a été affaiblie par l'addition d'eau distillée.

EXPÉRIENCE XIV.

Durée de l'expérience : du 30 juillet au 6 août 1910.

Cinq flacons (*A*, *B*, *C*, *D* et *E*), d'une capacité de  $\frac{1}{2}$  litre, reçoivent respectivement :

50 centimètres cubes d'eau distillée et 450 centimètres cubes d'eau de mer ( <i>A</i> ),					
100 — — — — — 400 — — — — — ( <i>B</i> ),					
150 — — — — — 350 — — — — — ( <i>C</i> ),					
200 — — — — — 300 — — — — — ( <i>D</i> ),					
250 — — — — — 250 — — — — — ( <i>E</i> ).					

On place dans chacun de ces liquides, bien mélangés par secouement, le même nombre de feuilles, celles-ci étant choisies de telle sorte qu'il y en ait un poids à peu près égal dans chacun des flacons. Au bout d'un jour ou deux, une prolifération de plus en plus marquée s'aperçoit déjà dans les flacons *D* et *E*. Après sept jours, le tout ayant été exposé à la lumière diffuse, on obtient les résultats consignés ci-après.

*Résultats.*

DÉSIGNATION des flacons :	A.	B.	C.	D	E.
Poids des feuilles (en grammes) . . . . .	1.41	1.33	—	—	—
Poids des proliférations (en grammes) . . .	0.60	0.20	insignifiant	Absence même de rhizoïdes	Abscencé même de rhizoïdes
Pourcentage en poids des proliférations .	43.28	15.03	—	—	—

A mesure que l'on augmente la proportion d'eau distillée et



que l'on diminue, par conséquent, la pression osmotique, le mélange devient de moins en moins favorable.

Comparons maintenant l'action de l'eau de mer pure à celle du mélange qui a donné le meilleur résultat dans l'expérience XIV (50 centimètres cubes d'eau distillée plus 450 centimètres cubes d'eau de mer).

### EXPÉRIENCE XV.

Durée de l'expérience : du 16 au 28 août 1910.

Deux flacons reçoivent : le premier (A), 500 centimètres cubes d'eau de mer ; le second (B), 450 centimètres cubes d'eau de mer additionnés de 50 centimètres cubes d'eau distillée. Il y a dans chacun d'eux le même nombre de feuilles et le tout est exposé à la lumière diffuse.

#### Résultats.

DÉSIGNATION DES FLACONS :	A.	B.
Poids des feuilles (en grammes) . . . . .	1.955	1.635
Poids des proliférations (en grammes) . . . . .	0.305	0.585
Pourcentage en poids des proliférations . . . . .	15 60	35
Pourcentage de feuilles ayant proliféré . . . . .	60	100

Nous constatons que l'addition d'une petite quantité d'eau distillée (0.1) est venue augmenter la prolifération.

Dans une nouvelle expérience (XVI), on mettra en comparaison de l'eau de mer ordinaire et trois mélanges différents d'eau de mer et d'eau distillée.

EXPÉRIENCE XVI.

Durée de l'expérience : du 19 au 28 août 1910.

Quatre flacons (*A*, *B*, *C* et *D*), d'une contenance de  $\frac{1}{2}$  litre, reçoivent respectivement :

450 centimètres cubes d'eau de mer et 50 centimètres cubes d'eau distillée ( <i>A</i> ),				
400 — — — 100 — — — ( <i>B</i> ),				
250 — — — 250 — — — ( <i>C</i> ),				
500 — — — ( <i>D</i> ).				

On dépose dans chacun de ces liquides le même nombre de feuilles. Le tout est ensuite exposé à la lumière diffuse (1).

Déjà au bout de trois jours, le liquide du flacon *C* dégage une odeur de putréfaction.

Résultats.

DÉSIGNATION DES FLACONS :	A.	B.	C.	D.
Poids des feuilles (en grammes) . . .	1.785	0.865	—	1.545
Poids des proliférations (en grammes)	0.255	0.145	0	0.225
Pourcentage en poids des proliférations	14	16	—	14
Pourcentage de feuilles ayant proliféré	100	90	0	80

C'est avec 100 centimètres cubes d'eau distillée, c'est-à-dire  $\frac{1}{5}$  d'eau distillée, qu'on a obtenu le meilleur résultat. Le maximum de rendement serait probablement atteint avec une quantité d'eau distillée comprise entre  $\frac{1}{10}$  et  $\frac{1}{5}$  du volume d'eau de mer employé.

Je crois devoir attirer l'attention sur la rapide putréfaction qui se manifeste dans les mélanges où l'eau distillée se trouve

(1) L'ouverture du flacon *D* était plus large. L'accès de l'air y était donc plus grand.

en quantité assez grande ( $\frac{3}{5}$ ,  $\frac{1}{2}$  ...). Il conviendrait de rechercher les causes de cette particularité. S'agit-il d'une pullulation de bactéries d'eau de mer ou d'une pullulation de bactéries d'eau douce (1)?

En tout état de cause, l'addition d'un peu d'eau distillée à l'eau de mer a favorisé la prolifération d'une manière évidente. Faut-il voir dans ce phénomène l'effet d'une diminution d'alcalinité, c'est-à-dire d'un changement dans la composition du liquide, ou celui d'un abaissement de la pression osmotique?

Les faits et les expériences que j'ai relatés fournissent des arguments pour la première explication. En faveur de celle-ci, notons, d'abord, le rôle joué par les acides. Puis, rappelons-nous aussi que l'eau puisée dans le golfe a une pression osmotique inférieure à celle des bassins, dont je me suis servi, et, enfin, que la prolifération se fait mieux dans celle-ci que dans celle-là.

4. On est renseigné au sujet de la pression osmotique de l'eau de mer de l'Aquarium de Naples. Le 3 juin 1905, F. Botazzi (2) a obtenu  $\Delta = -2.269^\circ$  et  $\Delta = -2.279^\circ$ , soit, en moyenne,  $-2.274^\circ$ .

Il était intéressant de connaître aussi la valeur de  $\Delta$  dans les mélanges dont je m'étais servi dans l'expérience précédente (XVI). Cette mesure a été faite le 18 août 1910.

Dans le mélange de 450 centimètres cubes d'eau de mer avec 50 centimètres cubes d'eau distillée,  $\Delta = -1.900^\circ$ ; dans celui de 400 centimètres cubes d'eau de mer avec 100 centimètres cubes d'eau distillée,  $\Delta = -1.670^\circ$ , et, enfin, dans celui à parties égales d'eau de mer et d'eau distillée,  $\Delta = -1.040^\circ$ .

---

(1) Je n'ai pas trouvé à me documenter au sujet de la flore des Bactéries à l'embouchure des fleuves.

(2) F. BOTAZZI, Sulla regolazione della pressione osmotica negli organismi animali. (*Arch. di Fisiol.*, vol. III, 1905.) — Voir aussi F. BOTAZZI, *Osmotischer Druck und elektrische Leitfähigkeit der Flüssigkeiten der einzelligen, pflanzlichen und tierischen Organismen*, in L. ASHER und K. SPIRO, *Ergebnisse der Physiologie*, VII. Jahrg., 1908.

Cherchons maintenant la valeur de  $\Delta$  dans le contenu cellulaire de *Caulerpa prolifera*.

5. C'est incontestablement à F. Cavara (1) que l'on doit le travail le plus complet sur la cryoscopie des liquides retirés des plantes, mais l'éminent professeur italien ne s'est pas occupé des algues marines. Certains de ses élèves se sont appliqués aussi avec succès à ce genre de recherches, mais sans aborder non plus l'examen de ces végétaux.

Je n'ai rencontré nulle part l'indication de la pression osmotique chez *Caulerpa prolifera*. En se basant sur le fait que H. de Vries (2) avait trouvé que la turgescence de la plupart des cellules des différents tissus des plantes terrestres atteignait de 4.5 à 6 atmosphères, J.-M. Janse (3) attribuait une valeur de 4 atmosphères environ à la turgescence de cette cryptogame.

Les mesures de turgescence qu'il avait effectuées naguère (4) avec une algue d'eau douce et une algue marine venaient appuyer son opinion. Dans la première, il avait relevé une pression de 4.5 atmosphères; dans l'autre, une pression de 4 atmosphères. Le savant professeur de Leyde n'a pas fait, que je sache, de détermination indirecte par la voie cryoscopique.

La mesure de  $\Delta$ , quand il s'agit de fort petites quantités de liquide, ne peut guère être effectuée au moyen de l'appareil de Beckmann. Aussi divers auteurs ont-ils cherché à permettre

---

(1) F. CAVARA, Ricerche crioscopiche sui vegetali. (*Rendic. del Congr. bot. di Palermo*, maggio 1902. Palermo, 1903.) — *IBID.*, Risultati di una serie di ricerche crioscopiche sui vegetali. (*Contribuzioni alla biologia vegetale*, édite dal Prof. A. BORZI, vol. IV. Palermo, 1905.) Etc.

(2) H. DE VRIES, Eine Methode zur Analyse der Turgorkraft. (*Pringsheim's Jahrbücher für wissenschaftl. Botanik*, vol. XIV, 1884.)

(3) J.-M. JANSE, *Loc. cit.*

(4) J.-M. JANSE, Die Permeabilität des Protoplasma. (*Verslagen en Mededeelingen der Kon. Akademie van Wetenschappen te Amsterdam*, Afd. Natuurkunde, 3<sup>e</sup> reeks, 1888.)

cette opération souvent nécessaire. Citons d'abord Guye et Bogdan (1) qui ont imaginé une méthode permettant déjà de travailler avec 1 centimètre cube à 1<sup>cc</sup>5 de liquide et de lire avec une approximation de 0.01°. Mentionnons aussi celle de Kinoshita (2), pour laquelle il faut 3 ou 4 centimètres cubes, mais qui arrive à un degré bien supérieur de précision ( $\pm 0.004^\circ$ ), et, enfin, celle plus récente de R. Burian et K. Drucker (3), qui ne nécessite que 1<sup>cc</sup>5 et permet d'apprécier de 0.002 à 0.003°.

C'est grâce à cette dernière méthode que j'ai pu obtenir la valeur de  $\Delta$  pour le contenu cellulaire de *Caulerpa prolifera*.

Voici comment j'ai opéré :

Les feuilles, soigneusement nettoyées pour les débarrasser de la vase qui les accompagnait, étaient lavées trois fois dans l'eau distillée, puis desséchées entre des feuilles de papier filtre, avant d'être broyées dans un mortier de porcelaine et pressées dans un fin filtre de soie.

Avec l'appareil de R. Burian et K. Drucker j'ai obtenu, pour valeur moyenne de  $\Delta$ , — 0.555°.

La pression osmotique de ces feuilles est donc de beaucoup inférieure à celle de l'eau de mer, même lorsque celle-ci est mélangée de son volume d'eau distillée.

Il faut remarquer que certaines plantes terrestres ont des sucs dont la pression osmotique n'est pas plus élevée. Dans la tige de *Begonia semperflorens*, par exemple, F. Nicolosi-Roncati (4) a trouvé pour  $\Delta$  des valeurs variant entre — 0.43 et — 0.57 suivant la position des entre-nœuds.

---

(1) GUYE et BOGDAN, *Journ. de chimie physique*, vol. I, 1903.

(2) KINOSHITA, *Biochemische Zeitschrift*, vol. XII, 1908.

(3) R. BURIAN et K. DRUCKER, Gefrierpunktmessungen an kleinen Flüssigkeitsmengen. (*Zentralblatt für Physiologie*, vol. XXIII, 1910.)

(4) F. NICOLOSI-TRONCATI, Ricerche su la conduttività elettrica e la pressione osmotica nei vegetali. Prima comunicazione. (*Bulletino dell' Orto Botanico della R. Università di Napoli*, t. II, 1907.)

Nous connaissons, dans le règne animal, parmi des poissons marins, des valeurs de  $\Delta$  aussi faibles.

En 1904, L. Fredericq (1) a fait remarquer que la concentration moléculaire et la teneur en sels du milieu extérieur (eau de mer plus ou moins salée, eau douce) exerçaient une influence très inégale sur la composition des liquides nourriciers (sang, hémolymphe) qui constituent le milieu intérieur chez les différents animaux aquatiques. D'après le savant physiologiste de Liège, on peut distinguer trois cas. Dans l'un d'eux, le sang présente une concentration moléculaire et une teneur saline très différentes de celles de l'eau extérieure (sang des poissons osseux tant marins que d'eau douce, sang des invertébrés d'eau douce, notamment de l'Écrevisse). Le mémoire de L. Fredericq renseigne sur les valeurs de  $\Delta$  qu'il a obtenues ainsi que sur celles données par F. Botazzi, Rodier, Deckhuyzen et Hamburger. Nous y lisons que Hamburger a trouvé chez *Tinca*  $\Delta = -0.550^{\circ}$ . La pression osmotique de ce poisson serait donc équivalente à celle du *Caulerpa prolifera*.

6. Il n'est guère possible d'admettre que, dans un organisme marin qui a une pression osmotique inférieure à celle du milieu ambiant, les cordons de cellulose, dont on constate l'existence, doivent servir de câbles destinés à conserver sa forme à l'organisme en l'empêchant de se dilater trop fortement. N'oublions pas que les différences de valeurs de  $\Delta$  à l'extérieur et à l'intérieur de notre algue sont assez élevées. Au lieu de voir des câbles dans ces cordons, ne faut-il pas, au contraire, les regarder comme des poutrelles de soutien et revenir à l'ancienne hypothèse?

J'ai rapporté plus haut les diverses opinions émises concernant le rôle de ces cordons et les arguments que J.-M. Janse

---

(1) L. FREDERICQ, Sur la concentration moléculaire du sang et des tissus chez les animaux aquatiques. (*Bull. de l'Acad. roy. de Belgique*, 1901.)

emploi pour motiver son opinion. N'ayant pas eu le loisir de répéter ses expériences, je me garderai de les soumettre à la critique. Elles sont ingénieuses et elles ont été faites avec le plus grand soin, mais avec F. Oltmanns je pense qu'elles ne résolvent pas le problème. J'ajouterai que les indications fournies par J.-M. Janse, tant au sujet de la formation des cordons cellulotiques dans les rhizoïdes que de leur disposition dans ces organes ainsi que dans les rhizomes et les feuilles, ne me paraissent pas devoir écarter *a priori* l'idée qu'ils servent d'organes de soutien. Perpendiculaires à la surface dans les thalles de *Caulerpa prolifera*, leur disposition rappelle à certains égards celle des éléments mécaniques qui, dans les organes foliaires aériens, sont destinés à offrir une résistance à la flexion, mais leurs anastomoses nombreuses près de la surface des « rhizomes » font songer aux anneaux solides périphériques qui se rencontrent dans les organes cylindriques du même nom des plantes supérieures, ayant à supporter une pression.

7. Dès 1899, un de nos compatriotes, Th. Van Rysselberghe (1), avait fait remarquer que les algues se distinguent par un pouvoir d'adaptation très prononcé aux différentes concentrations de milieu. Il s'appuyait pour cela sur diverses observations de J. Massart, de Stange, de Oltmanns et de Rabenhorst.

Assez récemment, dans une très brève note, W.-J.-V. Osterhout (2) a fait voir, de son côté, combien est exagérée l'idée que l'on se fait, en général, de l'importance que possède la

---

(1) TH. VAN RYSSELBERGHE, Réaction osmotique des cellules végétales à la concentration du milieu. (*Recueil in-8° des « Mémoires couronnés et autres Mémoires publiés par l'Académie royale de Belgique », 1899.*)

(2) W.-J.-V. OSTERHOUT, The role of osmotic pressure in marine plants. Preliminary communication. (*University of California Publications (Botany)*, vol. II, 1906.)

pression osmotique pour les algues marines. Certaines expériences lui ont montré, en effet, que ces organismes ne sont pas aussi sensibles qu'on le suppose ordinairement et que la pression osmotique, dans certains cas, ne joue qu'un rôle très secondaire (*very subordinate*) dans leurs phénomènes vitaux. Trois espèces ont particulièrement retenu son attention : *Lyngbya aestuarii*, *Enteromorpha Hopkirkii* et *Ruppia maritima*. Tirées du milieu spécial où on les rencontre, on a pu les conserver en vie pendant des mois entiers au laboratoire dans de l'eau de mer ordinaire. Elles ont de même vécu un mois et plus dans l'eau distillée (dans du verre) et *Ruppia* a pu végéter pendant deux ou trois mois dans ce milieu insolite. D'autres algues marines, regardées communément comme très délicates et très sensibles, soumises au même traitement, ont pu résister presque aussi longtemps que dans l'eau de mer ordinaire. C'est le cas pour *Psilota filicina*, *Pterosiphonia bipinnata*, *Nitophyllum multilobum*, *Porphyra naiadum*, *Plocanium coccineum* et *Ectocarpus confervoides*. Un autre fait intéressant a été signalé par l'auteur américain, c'est que toutes les algues qui viennent d'être mentionnées vivent presque aussi longtemps dans l'eau de mer à laquelle on a ajouté deux ou trois volumes d'eau distillée que dans l'eau de mer ordinaire.

8. En nous inspirant des considérations qui font l'objet des paragraphes précédents, nous pourrions maintenant répondre à la question que nous nous étions posée (p. 143).

L'augmentation de prolifération dans l'eau de mer mélangée d'une certaine quantité d'eau distillée n'est pas due à une diminution de pression osmotique du milieu ambiant, mais à des modifications dans sa composition.

Comme dans le cas d'addition d'acides, il y a formation de combinaisons nouvelles qui exercent, en des limites indéterminées, une action favorisante.



## CHAPITRE II.

L'étude de l'influence exercée par le milieu ambiant sur la prolifération des feuilles de *Caulerpa prolifera* a entraîné l'examen des effets dus à l'intervention des agents physiques.

Mes recherches au sujet de l'action de la gravitation n'ont fait que confirmer des résultats déjà acquis grâce surtout aux remarquables travaux de J.-M. Janse. Je me dispenserai d'en parler davantage. Quant aux autres expériences que j'ai instituées, ce sont celles concernant la lumière qui sont de beaucoup les plus importantes et surtout les plus nombreuses.

1. Avant tout, il convient de savoir si la prolifération est un phénomène de photosynthèse dont l'obscurité empêche la production. Bien que F. Noll (1), P. Klemm (2) et d'autres auteurs se soient déjà occupés de cette question, il m'a semblé utile de la reprendre.

### EXPÉRIENCE XVII.

Durée de l'expérience : du 14 au 23 juillet 1910.

Dans deux cristallisoirs (*A* et *B*), on a déposé dix feuilles à peu près de même grandeur et sans trace de prolifération. Ces deux vases ont reçu, en outre, 500 centimètres cubes d'eau de mer, puis ont été recouverts chacun d'un disque de verre. L'un d'eux (*A*) a été placé ensuite sous un cylindre de carton noir fermé à une de ses extrémités. L'autre (*B*) a été placé à côté du cylindre de carton et il est soumis à l'action de la lumière diffuse.

Après quelques jours déjà, toutes les feuilles, dans ce dernier

---

(1) F. NOLL, Ueber den Einfluss der Lage auf die morphologische Ausbildung einiger Siphoneen. (*Arb. d. Bot. Instit.*, Würzburg, vol. III, 1888.)

(2) P. KLEMM, Ueber *Caulerpa prolifera*. (*Flora*, 1893.)

cristallisoir (*B*), possédaient des rhizoïdes autour de leur cicatrice et toutes présentaient aussi d'autres proliférations. Ces feuilles, auxquelles nous attribuerons des numéros d'ordre pour les distinguer les unes des autres, ont produit les proliférations indiquées ci-dessous :

- Feuille n° 1. — Un rhizome portant une feuille et des rhizoïdes plus une seconde feuille portant elle-même une feuille de troisième ordre.
- n° 2. — Une feuille de 25 millimètres.
  - n° 3. — Quatre rhizomes et trois feuilles.
  - n° 4. — Deux feuilles.
  - n° 5. — Un rhizome et une feuille.
  - n° 6. — Une feuille.
  - n° 7. — Deux feuilles
  - n° 8. — Un rhizome portant une feuille.
  - n° 9. — Un rhizome portant une feuille plus une autre feuille.
  - n° 10. — Une feuille portant une feuille de troisième ordre.

Dans l'autre cristallisoir (*A*), toutes les feuilles ont donné des rhizoïdes près de leur cicatrice. Cinq d'entre elles n'ont produit que ces proliférations, mais les autres ont formé chacune une petite prolifération cylindrique (de 1, 2, 3, 8 et 15 millimètres).

Cette expérience ne me donnait pas mes apaisements. La boîte en carton cachant le cristallisoir *A* n'était peut-être pas assez opaque? D'autre part, la température pouvait avoir été différente dans les deux vases. J'ai donc cru devoir effectuer de nouvelles expériences. Voici le protocole de l'une d'entre elles qui m'a fourni en même temps d'autres indications.

#### EXPÉRIENCE XVIII.

Durée de l'expérience : du 29 juillet au 6 août 1910.

Deux flacons de verre, de la contenance de 1 litre et à bouchon rodé, reçoivent : l'un (*A*), 500 centimètres cubes et l'autre (*B*), 1,000 centimètres cubes d'eau de mer. Dans chacun

d'eux, on a placé dix feuilles, et les deux flacons ont été ensuite introduits sous des cylindres de zinc fermés à l'une de leurs extrémités et noircis intérieurement. Flacons et cylindres sont plongés dans l'eau d'un aquarium, soustrait lui-même à l'action de la lumière au moyen d'une bâche noire. Un courant d'eau continu circule dans ce réservoir qui peut servir de thermostat, tant sa température reste constante (1).

A la fin de l'expérience, c'est-à-dire au bout de neuf jours, il n'y avait aucune trace de prolifération (feuille ou rhizome). Il n'y avait même pas de rhizoïdes sur les feuilles mises en expérimentation. Celles-ci avaient seulement jauni ou pâli.

L'expérience XVIII permettait non seulement de contrôler les résultats fournis par la précédente, mais encore d'être renseigné sur le point de savoir si l'air en contact avec le liquide (dans le flacon A) peut jouer un rôle au sujet de la prolifération éventuelle dans l'obscurité.

On peut donc poser en principe que *la prolifération ne s'effectue pas dans l'obscurité*, que l'eau contenant l'algue soit ou non en contact avec l'air.

J'ai dit plus haut que F. Noll et P. Klemm s'étaient déjà occupés de cette question.

Le premier avait déposé des feuilles dans un aquarium de verre, dont le fond était éclairé par le bas au moyen d'un miroir incliné à 45°, tandis que les parois latérales et supérieure étaient soustraites à l'action de la lumière extérieure. Il a pu ainsi, après quelque temps, constater qu'il y avait des proliférations (196) sur la partie inférieure éclairée des feuilles, alors que la portion supérieure n'en portait aucune. Ces proliférations étaient vraisemblablement des rhizoïdes.

Sans lumière, dit P. Klemm, pas de prolifération foliacée. Cette proposition, ajoute-t-il, est incontestable. Jamais, en effet, il n'a trouvé, sur les feuilles ayant proliféré dans l'obscu-

---

(1) Elle n'a pas varié de plus de 2° C.

rité, que des productions cylindriques; ce qui l'amène à se demander si la lumière ne provoque pas la formation de proliférations foliacées à l'exclusion de toute autre (rhizome et rhizoïde).

Les résultats que j'ai obtenus sont, comme on le voit, en contradiction avec ceux de P. Klemm, qui trouve des proliférations cylindriques sur les feuilles ayant, d'après lui, séjourné dans une obscurité complète.

Fait étrange, qui a d'ailleurs déjà été relevé par J.-M. Janse (1), P. Klemm n'a observé qu'une seule fois la présence de rhizoïdes et fort rarement celle de proliférations rhizomateuses. Par la lecture de mes protocoles d'expériences, on a pu remarquer que ces organes se produisaient souvent en abondance sur les feuilles que j'avais mises en expérimentation. On y voit aussi que des proliférations non foliacées se forment très bien sur les feuilles exposées à l'action de la lumière.

P. Klemm a observé, chez *Caulerpa prolifera*, une prédominance de l'action de la lumière sur celle de la gravitation. Rappelons à ce propos que G. Berthold (2) avait cru reconnaître que les algues étaient peu sensibles à l'action du géotropisme, mais que J. Sachs (3), au contraire, avait signalé chez *Vaucheria* un géotropisme négatif nettement accusé.

## 2. Les recherches de Étard et Bouilhac (4), de Beijerinck (5),

---

(1) Cet auteur l'attribue à la saison pendant laquelle P. Klemm a effectué ses recherches.

(2) G. BERTHOLD, Beiträge zur Morphologie und Physiologie der Meeresalgen. (*Pringsheim's Jahrbücher für wissenschaftl. Botanik*, vol. XIII, 1882.)

(3) J. SACHS, *Lehrbuch der Botanik*.

(4) ÉTARD et BOUILHAC, Sur la présence de la chlorophylle dans un Nostoc cultivé à l'abri de la lumière. (*Comptes rendus de l'Académie des sciences*, t. CXXIV, n° 2, 1898.)

(5) BEIJERINCK, Notiz über Pleurococcus vulgaris. (*Centralblatt für Bakteriologie*, vol. IV, n° 24, 1898.)

de Radais (1) et de Astari (2) ont établi que certaines algues se développent tout en restant vertes dans une atmosphère dépourvue de  $\text{CO}_2$ . Il faut ajouter que, dans le cas particulier étudié par Radais, la substance verte formée dans les cellules de nouvelles générations s'est révélée, à l'analyse spectroscopique, identique à la chlorophylle.

Dans le thalle de *Caulerpa prolifera*, les grains de chlorophylle se montrent en grande abondance. On peut se demander s'ils utilisent le  $\text{CO}_2$  de l'eau dans laquelle l'algue est plongée, tant est minime la quantité de liquide où les feuilles donnent déjà des proliférations.

Revenons donc à la question des gaz ( $\text{O}$  et  $\text{CO}_2$ ) en dissolution dans l'eau de mer. Suivant H.-M. Vernon (3), l'eau du golfe de Naples contient, par litre, de  $5^{\text{cc}}75$  à  $5^{\text{cc}}81$  d' $\text{O}$  et de  $46^{\text{cc}}88$  à  $46^{\text{cc}}91$  de  $\text{CO}_2$ . Quand elle a circulé pendant quelque temps dans les bassins de la Station zoologique, sa teneur en  $\text{O}$  n'est plus que de  $3^{\text{cc}}28$  à  $5^{\text{cc}}74$ , tandis que le volume de  $\text{CO}_2$  s'élève entre  $65^{\text{cc}}79$  et  $74^{\text{cc}}29$ .

Je me servirai de ces derniers chiffres, car l'eau que j'ai employée provenait des bassins de la Station.

En supposant que la teneur moyenne en  $\text{CO}_2$  libre soit de  $70^{\text{cc}}04$ , nous voyons que notre algue aura, par litre d'eau de mer,  $137^{\text{mgr}}63$  de  $\text{CO}_2$  et  $37^{\text{mgr}}53$  de carbone à sa disposition.

Ces chiffres diffèrent beaucoup de ceux renseignés par A. Pütter (4). D'après cet auteur, le poids du carbone existant dans l'eau de mer sous forme de  $\text{CO}_2$  est en moyenne de

---

(1) RADAIS, Sur la culture pure d'une algue verte; formation de chlorophylle à l'obscurité. (*Comptes rendus de l'Académie des sciences*, t. CXXX, n° 12, 1900.)

(2) A. ASTARI, Zur Ernährung's Physiologie der grünen Algen. (*Berichte der Deutsch. bot. Gesellsch.*, n° 19, 1901.)

(3) H.-M. VERNON, The respiratory exchange of the lower marine invertebrates. (*The Journal of Physiology*, vol. XIX, 1895-1896.)

(4) A. PÜTTER, Die Ernährung der Wassertieren. (*Zeitschrift für allgemeine Physiologie*, vol. VII, 1908.)

27 milligrammes par litre, ce qui provient de 99 milligrammes de  $\text{CO}_2$ . Le même physiologiste nous apprend qu'en oxydant toutes les combinaisons de carbone que l'on trouve en 1 litre d'eau de mer, on obtient 340 milligrammes de  $\text{CO}_2$  ou 92 milligrammes de carbone total.

Quoi qu'il en soit de ces chiffres, c'est de  $\text{CO}_2$  que doit provenir le carbone de la substance organique produite dans le phénomène de la prolifération.

Je n'ai trouvé nulle part d'analyse quantitative de feuilles de *Caulerpa prolifera*. En évaluant à 50 % leur teneur en carbone (1), les 0<sup>gr</sup>475 de proliférations de l'expérience VIII représenteraient 237<sup>mgr</sup>5 de carbone *apparus* dans 1 litre d'eau qui ne contiendrait que 37<sup>mgr</sup>53 de carbone sous forme de  $\text{CO}_2$ ! Si nous prenons même une proportion beaucoup inférieure, par exemple 11 % (2), cela nous donne encore 52<sup>mgr</sup>25 de carbone. D'autres expériences ont montré des poids de proliférations plus considérables encore que l'expérience VIII. Dans l'expérience XI, il y a 0<sup>gr</sup>918 de proliférations dans l'eau de mer ordinaire et 0<sup>gr</sup>383 dans l'eau de mer filtrée. C'est vraisemblablement à la production continue de  $\text{CO}_2$  par les organismes de l'eau de mer que l'on doit la matière organique des proliférations.

### 3. En 1891, H. Lovén (3) a trouvé que le quotient respira-

---

(1) E. GAIN, dans son *Prévis de chimie agricole* (Paris, 1895), fait remarquer que « les éléments organiques se trouvent dans les végétaux dans des proportions relativement très fixes ». « Cette constance dans les proportions, dit-il encore, est un fait très remarquable qui se vérifie même dans le détail. » D'après les chiffres qu'il fournit, la moyenne pour le carbone oscillerait autour de 50 %. Ces chiffres ne se rapportent pas à des algues. Ils pourraient d'ailleurs varier d'une algue à l'autre. Je n'ai guère d'autre but ici que de mettre en relief le poids relativement considérable de matières organiques produites.

(2) Dans son *Sommaire du cours de botanique*, LEO ERRERA indique 110 % de carbone dans l'herbe des prairies.

(3) H. LOVÉN, Några Rön om algernas andning. (*Bihang till K. Svenska Vet.-Akad. Handlingar*, vol. XVII, n° 3, 1891.)

toire ( $\frac{\text{CO}_2}{\text{O}_2}$ ), chez les algues marines, est en général égal à 1, mais qu'il y a cependant des périodes pendant lesquelles ces plantes dégagent plus de  $\text{CO}_2$  que ne le comporte la quantité prise d'O. Ce botaniste a montré, en effet, que certaines algues, non seulement enlèvent les dernières traces de l'O en dissolution, mais dégagent encore des quantités notables de  $\text{CO}_2$  malgré une absence complète d'O. Il faut donc leur supposer en ces périodes une respiration intramoléculaire, mais la faculté de respirer de la façon ordinaire ne serait pas abolie chez elles, car l'addition d'O viendrait remettre les choses en l'état normal. Les expériences de ce savant ont porté sur les espèces suivantes : *Ascophyllum nodosum* (L.) Le Jolis, *Laminaria digitata* (L.) Lamour., *Laminaria saccharina* (L.) Lamour., *Sarcophyllum edulis* (Stackh.) J. Ag., *Enteromorpha intestinalis* (L.) Link., *Polysiphonia byssoides* (Good. et Woodw.) Grev., *Ulva lactuca* (L.) Le Jolis, *Ceramium rubrum* (Huds.) Ag. Il avait employé les méthodes de O. Pettersson (1), mais en y apportant des modifications. Concernant *Caulerpa prolifera*, on ne rencontre nulle part d'indications concernant le quotient respiratoire. Je ne sais donc si, chez elle,  $\frac{\text{CO}_2}{\text{O}_2} = 1$ , mais je compte pouvoir quelque jour effectuer cette recherche. J'ai pu, en attendant, étudier l'absorption d'O.

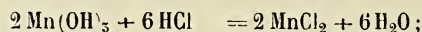
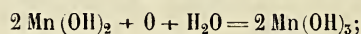
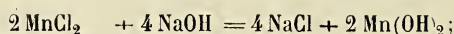
4. En effet, j'ai eu l'occasion de faire un grand nombre de titrages de l'oxygène dissous dans l'eau de mer, en employant la méthode de L.-W. Winckler (2), qui fournit des résultats d'une précision remarquable et qui permet d'apprécier des différences de teneurs qui ne pourraient être décelées par d'autres procédés.

---

(1) O. PETERSSON, Methode zur volumetrischen Bestimmung der im Wasser gelösten Gase. (*Ber. der deutsch. chem. Gesellsch.*, Jahrg. XXII, 1889.) — IDEM, Kohlensäurebestimmungsmethoden. (*Ibid.*, Jahrg. XXIII, 1890.)

(2) Elle est très clairement exposée dans M. HENTZE, *Untersuchungen an Seetieren*. Berlin-Vienne, 1910.

Je me bornerai à indiquer le principe de la méthode. A la quantité mesurée de l'eau à analyser, on fournit un excès de chlorure de manganèse et d'hydroxyde de sodium, de sorte que l'hydrate manganeux formé s'oxyde en hydrate manganique proportionnellement à la quantité d'oxygène en présence. Si on ajoute maintenant au liquide de l'iodure de potassium et de l'acide chlorhydrique, il y a mise en liberté d'une quantité d'iode proportionnelle à l'oxygène en dissolution, que l'on pourra mesurer au moyen du thiosulfate de sodium. Les réactions produites se formulent de la manière suivante :



Nous savons, d'autre part, que, pour 1 centimètre cube de la solution centinormale de thiosulfate, on a 0<sup>mgr</sup>0798 d'O ou 0<sup>cc</sup>055825 de ce gaz à 0° C. et sous la pression de 760 millimètres de mercure.

H. Winterstein (1) a fait quelques recherches au sujet des variations de la teneur en oxygène, qui pouvaient se manifester dans l'eau de mer tenue à l'obscurité. D'après cet auteur, la production importante d'oxygène formée dans les eaux douces par les organismes à chlorophylle pourrait tout au plus, dans la mer, jouer un rôle près de la surface, car la lumière n'y pénètre qu'à une trop faible profondeur.

Il ne peut donc admettre que, dans l'obscurité des profondeurs marines, il y ait, comme sous l'influence de la lumière, des phénomènes d'assimilation amenant une production d'oxygène aux dépens de CO<sub>2</sub>, et il a fait, à ce propos, quelques

---

(1) H. WINTERSTEIN, Bemerkungen über die in Dunkel gehaltenem Seewasser auftretenden Aenderungen des Sauerstoffgehaltes. (*Biochemische Zeitschrift*, vol. XIX, 1909)



analyses probantes (1). C'est A. Pütter (2) qui avait émis cette idée en se basant sur certaines constatations.

Mes observations viennent confirmer celles de H. Winterstein. J'ai effectué diverses déterminations (3). L'expérience XIX, dont on va lire le protocole, a montré d'ailleurs, après six heures déjà, une consommation très légèrement plus grande d'O à l'obscurité qu'à la lumière dans de l'eau de mer *filtrée*.

### EXPÉRIENCE XIX.

Durée de l'expérience : le 16 juillet 1910, de 10 h. 30 m. à 16 h. 30 m.

Deux flacons de verre, d'une contenance de 1 litre, à bouchon rodé, sont exactement remplis d'eau de mer filtrée. Ils sont plongés tous les deux dans l'eau d'un aquarium, dont la température est restée stationnaire (21° C.). Celui-ci, exposé au nord, ne reçoit que de la lumière diffuse. L'un des vases a été soustrait à l'action des rayons lumineux en le recouvrant d'un cylindre de zinc noirci, fermé à sa partie supérieure.

Au bout de six heures, on mesure la teneur en O dans chaque flacon. On voit ainsi que l'eau maintenue à l'obscurité a perdu 0<sup>cc</sup>13 d'O, tandis que, à la lumière, la quantité de ce gaz n'a diminué que de 0<sup>cc</sup>11.

Ce ne sont là que des différences insignifiantes, dues à la respiration du microplankton.

5. Comparons maintenant la teneur en O de l'eau de mer filtrée tenue en vase clos, d'une part au soleil, d'autre part à l'obscurité, avant et après avoir reçu un poids connu de feuilles.

---

(1) Voici les résultats qu'il obtient dans trois séries d'essais : Du 12 au 23 mars, la teneur en O par litre tombe de 5<sup>cc</sup>74 à 4<sup>cc</sup>89 ; du 19 au 26 mars, de 5<sup>cc</sup>73 à 4<sup>cc</sup>44, et du 20 au 26 mars, de 5<sup>cc</sup>70 à 4<sup>cc</sup>78.

(2) A. PÜTTER, Der Stoffhaushalt des Meeres. (*Zeitschrift für allgemeine Physiologie*, vol. VII, 1908.)

(3) Voir aussi, dans l'expérience XXII, la teneur en O des flacons témoins.

### EXPÉRIENCE XX.

Durée de l'expérience : le 20 juillet, de 11 à 14 heures.

Deux flacons de verre, d'une contenance de 1 litre, à bouchon rodé, reçoivent : l'un (A), 5<sup>gr</sup>095 de feuilles; l'autre (B), 4<sup>gr</sup>515; puis ils sont exactement remplis d'eau de mer filtrée et plongés dans un aquarium exposé au soleil. L'un d'eux (A) est ensuite recouvert d'un cylindre de zinc, noirci, fermé à sa partie supérieure.

En titrant l'O après trois heures, on trouve 3<sup>cc</sup>66 dans le flacon (A) tenu à l'obscurité et 7<sup>cc</sup>94 dans celui qui a reçu l'action des radiations lumineuses. Une prise d'essai initiale, à 22° C., indiquait 5<sup>cc</sup>17, mais l'eau avait fini par atteindre une température de 26° C. lorsque les autres titrages ont été effectués.

A l'obscurité, il y a donc eu perte d'O et, par contre, gain au soleil. Par 100 grammes de feuilles (1), la perte aurait été dans le premier cas de 29<sup>cc</sup>64; dans l'autre cas, le gain se serait élevé à 61<sup>cc</sup>13, d'où une différence de 90<sup>cc</sup>77.

On n'obtient pas toujours de semblables résultats, comme on peut en juger par le protocole suivant :

### EXPÉRIENCE XXI.

Durée de l'expérience : le 21 juillet, de 10 h. 30 m. à 11 h. 30 m.

Avec les mêmes feuilles que la veille, je recommence l'expérience, mais j'en diminue la durée.

Dans la prise d'essai, à la température de 22° C., je note 5<sup>cc</sup>26 d'O. Dans les flacons, il y aura, des deux côtés, augmentation d'O. L'eau soustraite à la lumière en contient maintenant 5<sup>cc</sup>38, l'autre 6<sup>cc</sup>56. Pour 100 grammes de feuilles, il y

---

(1) Dans les expériences XX-XXII, je n'ai pas tenu compte pour le calcul du pourcentage de la différence de température.

aurait donc eu des gains de 2<sup>cc</sup>35 et de 28<sup>cc</sup>79, d'où une différence de 26<sup>cc</sup>44.

A la vérité, l'augmentation dans l'obscurité est bien minime, mais il convient cependant de chercher à interpréter ce résultat, car je l'ai rencontré différentes fois.

Boussingault (1) a montré que la décomposition de CO<sub>2</sub> n'est pas un phénomène d'induction, comme c'est le cas pour la formation de la chlorophylle. Dans les plantes qui vivent submergées dans l'eau et dont le corps est creusé de grandes lacunes pleines d'air, il paraissait pourtant y avoir un effet ultérieur, mais Ph. Van Tieghem (2) a reconnu qu'il ne s'agissait là que de la dissipation par osmose, se poursuivant parfois pendant plusieurs heures, du produit d'une décomposition antérieure de CO<sub>2</sub> resté dans la plante.

On peut donc se demander si nous ne sommes pas en présence d'un phénomène du même genre. Dans certaines circonstances, l'O en dissolution dans le suc cellulaire s'échapperait encore durant un certain temps après la suppression des radiations lumineuses. Il faudrait cependant pour cela que la tension de ce gaz à l'intérieur du thalle atteigne une valeur supérieure à celle du milieu ambiant. Remarquons que ce fait n'est pas en contradiction avec celui de l'existence d'une pression osmotique intérieure moindre que celle du milieu extérieur.

**6.** Faisons varier les conditions d'éclairage et déterminons la teneur en O de l'eau de mer filtrée tenue en vase clos, avant et après avoir reçu un poids connu de feuilles.

---

(1) BOUSSINGAULT, *Comptes rendus de l'Académie des sciences*, t. LXXIII, 1869.

(2) PH. VAN TIEGHEM, *Ibid.*, t. LXV, 1867. — IDEM, *Ibid.*, t. LXIX, 1869.

## EXPÉRIENCE XXII.

Durée de l'expérience : le 6 juillet 1910, de 10 h. 30 m. à 15 h. 30 m.

Deux flacons de verre, d'une contenance de 1 litre, à bouchon rodé, reçoivent : l'un (A), 2<sup>gr</sup>8 de feuilles ; l'autre (B), 2<sup>gr</sup>2, puis ils sont exactement remplis d'eau de mer filtrée. Ces deux vases sont plongés ensuite pendant cinq heures, le premier (A), dans l'eau d'un aquarium ne recevant que de la lumière diffuse et dont la température s'est maintenue à 20° C. ; le second (B), dans celle d'un autre bassin exposé au soleil et dont la température s'est élevée jusqu'à 25° C. à la fin de l'expérience. A ce moment, les titrages ont révélé l'existence de 4<sup>cc</sup>56 d'O dans le flacon qui avait subi l'action de la lumière diffuse et de 8<sup>cc</sup>05 dans l'autre. Dans la prise d'essai initiale, on avait trouvé 5<sup>cc</sup>01 à la température de 20° C. Pour 100 grammes de feuilles, il y aurait donc eu perte de 19<sup>cc</sup>64 à la lumière diffuse et gain de 138<sup>cc</sup>18 au soleil (différence = 157<sup>cc</sup>82).

Ajoutons que, dans deux flacons témoins, ne contenant pas d'algues, mais seulement de l'eau filtrée, j'ai noté, après le même laps de temps, 5<sup>cc</sup>01 à la lumière diffuse et 5<sup>cc</sup>06 au soleil, soit une différence de 0<sup>cc</sup>05.

A la lumière diffuse, il y a cependant — ainsi que nous l'avons vu — production de proliférations, mais il faut sans doute un certain temps avant que la quantité d'O dégagée surpasse celle absorbée.

Je n'ai utilisé ici que quelques-uns de mes nombreux protocoles d'expériences. Cette question doit être reprise. Les expressions « à la lumière diffuse » et « au soleil », au surplus, n'ont guère de valeur scientifique. L'intensité lumineuse varie beaucoup dans certaines circonstances d'un moment à l'autre. En effectuant ces dernières expériences, je n'ai désiré que me rendre compte des effets d'une augmentation d'énergie des radiations solaires au point de vue de la quantité d'O en dissolution.

7. Exposées à la lumière solaire, les algues reçoivent ce que l'on a appelé la radiation totale. J'ai cherché à savoir si les feuilles de *Caulerpa prolifera* donneraient encore des proliférations lorsqu'on diminue l'accès de la radiation au moyen d'un diaphragme.

EXPÉRIENCE XXIII.

Durée de l'expérience : du 25 août au 6 septembre 1910.

Deux cristallisoirs (*A* et *B*) reçoivent chacun 250 centimètres cubes d'eau de mer et des feuilles. Ils sont ensuite recouverts d'un disque de verre et placés chacun dans un cylindre de carton noir. Les deux cylindres sont recouverts d'un deuxième disque de verre. Au-dessus de l'un de ces derniers disques, celui du cristallisoir *A*, on a déposé un couvercle de carton noir percé au centre d'une ouverture circulaire de 5 millimètres de diamètre. Le tout est exposé dans une serre à la lumière diffuse.

Résultats.

DÉSIGNATION des cristallisoirs.	POIDS (en grammes)		POURCENTAGE en poids des proliférations.	POURCENTAGE de feuilles ayant proliféré.
	des feuilles.	de leurs proliférations.		
A . . . .	—	0	—	(1)
B . . . .	1.670	0 470	28	80

Il faut remarquer qu'une partie de la faible quantité de lumière introduite n'aura même pas pénétré jusqu'à l'algue et aura été réfléchié.

Néanmoins, on peut supposer, à juste titre, que la radiation

(1) 30 % des feuilles ont produit des rhizoïdes.

totale doit être fournie en quantité très grande pour provoquer la prolifération.

8. *Caulerpa prolifera* vit à de faibles profondeurs. On ne la rencontre, d'après G. Berthold (1), que jusqu'à 15 mètres de la surface. Le matériel dont je me suis servi était recueilli dans le petit golfe de Baia à moins de 3 mètres du niveau de la mer. Or, suivant von Petersen, la lumière, près de Capri, pénètre à 550 mètres (2). On peut donc dire que cette algue, en ses habitats, est toujours découverte par les radiations solaires.

De nombreuses recherches ont été faites au sujet de la profondeur à laquelle pénètrent, dans l'eau de mer, les diverses catégories de radiations lumineuses (3).

H.-W. Vogel (4) prétend que ce sont les radiations les moins réfrangibles qui sont les premières absorbées par l'eau de mer. L'ordre de succession des raies dans le spectre solaire à partir du rouge serait aussi celui de l'absorption. Ayant étudié spectroscopiquement la couleur bleue de l'eau dans la grotte d'azur de l'île de Capri, il a vu que la partie rouge du spectre manquait complètement, que la portion jaune était affaiblie et que les raies *E* et *b* se confondaient en une large bande d'absorption.

Il semble résulter, au contraire, des recherches du physiologiste F. Oltmanns (5) sur l'eau de la mer du Nord et de la Baltique, que l'absorption se fait à peu près simultanément à

---

(1) G. BERTHOLD, Ueber die Vertheilung der Algen im Golf von Neapel. (*Mitth. a. d. zool. Station zu Neapel*, vol. III, 1882.)

(2) D'après F. Oltmanns, qui a établi une distinction entre les algues *eurypathiques* et les *sténopathiques*, on ne rencontrerait plus d'algues au-dessous de 300 mètres.

(3) On trouvera des indications bibliographiques concernant les méthodes employées et les résultats obtenus dans l'ouvrage de O. KRÜMMEL, *Bemerkungen über die Durchsichtigkeit des Meerwassers*. (*Ann. der Hydrographie und marit. Meteorologie*, vol. XVII, 1889.)

(4) H.-W. VOGEL, *Spectroscopische Untersuchung des Lichtes der blauen Grotte auf Capri*. (*Poggendorff's Annalen*, vol. VI, 1875.)

(5) F. OLTMANNS, Ueber die Cultur- und Lebensbedingungen der Meeresalgen. (*Pringsheim's Jahrbücher für wissensch. Botanik.*, vol. XXIII, 1892.)

partir des deux extrémités du spectre et qu'elle s'accroît à mesure que la profondeur augmente. L'eau de mer ne contribuerait pas au triage des radiations, mais ferait simplement de l'obscurité.

Dans l'eau pure, l'absorption est d'autant plus considérable que les longueurs d'ondes sont plus grandes. C'est ainsi que, d'après Hüfner, une couche d'eau pure de 10 mètres laisse passer 2 % du rouge ( $\lambda = 671-658$ ), 8 % de l'orangé ( $\lambda = 611-593$ ), 32 % du jaune ( $\lambda = 582-571$ ) et 75 % de l'indigo ( $\lambda = 452-446$ ). Si l'on adopte les conclusions de H.-W. Vogel et de Hüfner, l'eau de mer et l'eau pure agiraient donc d'une façon analogue au point de vue de l'absorption.

En tout état de cause, à la faible profondeur où se rencontre généralement notre algue dans l'eau fort transparente de cette région de la Méditerranée, l'absorption de la lumière n'a pas dû être très importante. D'autre part, le phénomène de l'élaboration chlorophyllienne est aisément provoqué. La décomposition de  $\text{CO}_2$  dans les chloroplastes verts est produite, en effet, par les radiations qui ont une longueur d'ondes variant entre 390  $\mu\mu$  (ultra-violettes) et 770  $\mu\mu$  (infra-rouges), et dont les nombres de vibrations s'élèvent de 400 à 800 billions par seconde (1).

Notons encore ici que, à l'endroit où se pêchait notre algue, la mer était bleue, tandis qu'elle se montrait verte plus près de la côte. Ce fait remémore ce passage d'un travail devenu classique de W. Spring : « Mes observations, dit l'éminent professeur belge (2), firent voir que l'eau est véritablement bleue par elle-même et que les fines particules qu'elle tient en suspension, tout en contribuant principalement à son *illumination*, n'ont cependant qu'une influence inappréciable, sinon nulle, sur

---

(1) W. PFEFFER, *Pflanzenphysiologie*, vol. I, 1897.

(2) W. SPRING, Sur l'unité d'origine du bleu de l'eau. (*Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* [Classe des sciences], n° 2, 1899.) — Voir aussi d'autres travaux du même auteur.

l'intensité du bleu ; toutefois ces particules peuvent être la cause des tons verts plus ou moins prononcés, observés dans certaines eaux de la nature, parce que la lumière qui traverse un milieu trouble devient plus ou moins *jaune-brun*. Cette coloration associée au bleu de l'eau donne le vert. »

9. La prolifération est une manifestation de la photosynthèse organique. Il m'a paru d'autant plus intéressant de rechercher l'effet des diverses espèces de radiations solaires sur la production de ce phénomène, que la question de cette influence sur divers actes vitaux des plantes est encore l'objet de controverses. Dans certains cas, des auteurs attribuent une action accélératrice à la moitié la moins réfrangible, tandis que d'autres la confèrent à la plus réfrangible (1). J'ajouterai que je ne connais aucun travail s'occupant des algues à cet égard.

Dans ce genre de recherches, on peut employer différents procédés. En fait de filtres de radiations, je n'ai utilisé jusqu'ici que des solutions et des verres colorés.

Au moyen de cloches de verre à double paroi, examinons, en premier lieu, l'action des radiations des deux moitiés du spectre. On sait que, théoriquement, une solution aqueuse, à peu près concentrée, de bichromate de potassium laisse passer les rayons rouges, orangés, jaunes et, partiellement, les verts, tandis qu'une solution d'oxyde de cuivre dans l'ammoniaque absorbe, au contraire, les rayons qui traversent la dissolution de bichromate de potassium, mais n'entrave pas le passage des autres rayons, c'est-à-dire une partie des rayons verts, le bleu, l'indigo et le violet (2).

---

(1) Voir à ce sujet : O. MASULLI, *Influenza delle varie radiazioni luminose sulle piante*. (*Bulletino dell' Orto Botanico della R. Università di Napoli*, t. II, 1909.)

(2) Pour les détails expérimentaux, voir : W. DETMER, *Manuel technique de physiologie végétale*. Traduction de Henri Micheels. Paris, C. Reinwald, 1890.



#### EXPÉRIENCE XXIV.

Durée de l'expérience : du 29 juillet au 6 août 1910.

On prend deux cloches de verre, l'une à simple paroi, l'autre à double paroi. La première a exactement la capacité intérieure de la seconde. Au-dessous de chacune d'elles, on a glissé un vase de verre dans lequel passe, d'une façon continue et uniforme, l'eau de mer provenant d'un aquarium. Dans la cloche à double paroi, on a versé une solution aqueuse de bichromate de potassium, contenant  $2\frac{1}{2}$  % de ce sel. Chaque vase reçoit dix feuilles, et le tout est exposé à la lumière diffuse.

A la fin de l'expérience, les feuilles placées sous la cloche à double paroi n'ont produit que des rhizoïdes. L'une d'entre elles cependant porte une prolifération cylindrique de 10 millimètres. Au contraire, sous la cloche incolore, la prolifération a été abondante, il y a eu formation de feuilles, de rhizomes et de rhizoïdes.

La solution de bichromate a donc exercé une action néfaste.

#### EXPÉRIENCE XXV.

Durée de l'expérience : du 16 au 23 août 1910.

Elle comprend le même dispositif, mais on a remplacé, dans la cloche à double paroi, la solution de bichromate de potassium par une solution ammoniacale d'oxyde de cuivre (10 %).

Après neuf jours aussi, les feuilles placées sous la cloche à double paroi portent toutes des rhizoïdes, mais pas d'autres proliférations. Sous la cloche incolore, on remarque la même abondante prolifération que dans l'expérience précédente.

Sous la cloche à double paroi, soit qu'elle contienne la solution de bichromate de potassium ou la solution ammoniacale d'oxyde de cuivre, le résultat était, par conséquent, le même ou à peu près.

J'ai cru devoir recommencer cette expérience en laissant la lumière agir plus longtemps.

### EXPÉRIENCE XXVI.

Durée de l'expérience : du 25 août au 5 septembre 1910.

J'obtiens encore un résultat analogue. Sous la cloche simple, il y a 70 % de feuilles proliférées, et le poids des proliférations représente 19 % du poids des feuilles employées.

On ne pouvait admettre que les deux moitiés du spectre agissent de la même façon sur les feuilles. La méthode expérimentale employée devait être en défaut. En me basant sur les résultats que j'ai obtenus en me servant d'autres procédés, j'ai constaté, en effet, que la solution d'oxyde de cuivre ammoniacale, ainsi que H. Kniep et F. Minder (1) l'avaient judicieusement fait remarquer, diminue trop considérablement l'intensité lumineuse par rapport à la solution de bichromate de potassium. Seule l'expérience faite avec cette dernière substance pouvait nous renseigner au sujet de l'action des radiations qui la traversent. Elle nous montre que les rayons de la partie la moins réfrangible du spectre exercent une influence défavorable. Ce sont du reste ceux qui sont le plus rapidement absorbés par l'eau de mer.

A l'aide du microspectrophotomètre de Engelmann, j'ai observé d'ailleurs que les solutions de bichromate de potassium et d'oxyde de cuivre ammoniacal que j'ai employées, prises sous 1 centimètre d'épaisseur, absorbent, la première, les radiations depuis celles d'une longueur d'ondes de 515  $\mu\mu$ ; la seconde, les rayons de plus de 590  $\mu\mu$ .

Dans une seconde série de recherches, j'ai fait usage d'un procédé à peu près analogue à celui qui a été employé récem-

---

(1) H. KNI EP et F. MINDER, Ueber den Einfluss verschiedenfarbigen Lichtes auf die Kohlensäure-Assimilation. (*Zeitschrift für Botanik*, I. Jahrg., Heft 10, 1909.)

ment par O. Masulli (1). Ce botaniste a utilisé certains appareils qui ne sont eux-mêmes que des modifications de ceux imaginés par Sachs et par Buscaloni. En principe, ils consistent en deux vases de verre cylindriques, emboîtés l'un dans l'autre, et laissant entre eux un intervalle de 0<sup>m</sup>04 servant à contenir des solutions colorées.

Pour mes expériences, j'ai pris des flacons de mêmes dimensions, fermés au moyen d'un disque opaque. Avec les feuilles de *Caulerpa prolifera*, ils recevaient une quantité d'eau de mer telle que le niveau de la solution colorée où ils étaient plongés atteignait leur goulot revêtu d'un enduit opaque. La solution se trouvait dans un vase de verre cylindrique, et l'espace compris entre celui-ci et le flacon intérieur était aussi de 0<sup>m</sup>04.

Comme solutions colorées, je me suis servi de quelques-unes de celles renseignées par O. Masulli et dont il indique la composition ainsi que le degré d'absorption. Ce sont : la violette qui, sous une épaisseur de 0<sup>m</sup>034, laisse passer les radiations comprises entre les lignes 439 et 417 de Fraunhofer; la bleue qui, sous une épaisseur de 0<sup>m</sup>035, laisse passer les radiations comprises entre 476 et 435; la verte qui, sous une épaisseur de 0<sup>m</sup>033, laisse passer les radiations comprises entre 530 et 510.

A l'action de ces filtres liquides j'ai comparé celle de deux autres, l'un fourni par l'eau ordinaire, l'autre par une solution aqueuse très diluée de bichromate de potassium et de sulfate de cuivre.

#### EXPÉRIENCE XXVII.

Durée de l'expérience : du 1<sup>er</sup> au 11 septembre 1910.

Cinq exemplaires de l'appareil qui vient d'être décrit reçoivent respectivement dans le vase cylindrique, le premier (A) la solution verte, le deuxième (B) la solution bleue, le troisième

---

(1) O. MASULLI, Influenza dell varie radiazioni luminose sulle piante. (*Bulletino dell' Orto Botanico della R. Università di Napoli*, t. II, 1909.)

(C) la solution violette, le quatrième (D) la solution aqueuse de  $K_2Cr_2O_7$  et de  $CuSO_4$ , le cinquième (E) de l'eau ordinaire. A l'intérieur des flacons des feuilles ont été plongées dans l'eau de mer. Tous ces appareils sont exposés dans une serre à la lumière diffuse.

*Résultats.*

DÉSIGNATION des appareils.	POIDS (en grammes)		POURCENTAGE en poids des proliférations.	POURCENTAGE de feuilles ayant proliféré.
	des feuilles.	de leurs proliférations.		
A . . .	—	—	—	50% de rhizomes. 1 rhizome.
B . . .	—	—	—	—
C . . .	—	—	—	—
D . . .	1.505	0.275	18	90
E . . .	1.605	0.090	0.5	90

On ne rencontre guère de proliférations que dans les appareils D et E, c'est-à-dire avec les filtres formés d'une solution aqueuse très diluée de  $K_2Cr_2O_7$  et de  $CuSO_4$  ou d'eau ordinaire. Le premier retient les radiations infrarouges et ultraviolettes, mais laisse passer les autres. Il convient de rappeler ici que F. Oltmanns prétend que l'eau de mer absorbe d'abord les radiations des deux extrémités du spectre. Elles seraient donc sans action sur la prolifération.

Cette expérience laisse apercevoir aussi que l'eau ordinaire agit, au point de vue filtre, autrement que l'eau de mer. Quant aux autres filtres liquides colorés que j'ai employés, il y a lieu de supposer qu'ils diminuent trop l'intensité de la lumière pour permettre la prolifération.

Après avoir fait usage de filtres liquides, prenons des

solides. Ceux que j'ai utilisés n'étaient autre chose que des lames de verre de couleur. Plusieurs séries de recherches ont été effectuées. Dans deux séries, je me suis servi de cylindres de carton noir recouverts d'une lame de verre; dans une troisième, de cages de bois dont la paroi antérieure est formée d'une lame de verre coloré.

### EXPÉRIENCE XXVIII.

Durée de l'expérience : du 3 au 25 août 1910.

Dans deux cylindres de carton noir (*A* et *B*), de mêmes dimensions, on introduit des cristallisoirs contenant 250 centimètres cubes d'eau de mer dans laquelle baignent dix feuilles. Au-dessus du cylindre *A*, on dépose une vitre rouge; au-dessus de l'autre (*B*), une vitre incolore.

Au bout d'une semaine, sous la vitre rouge, la prolifération ne s'est pas encore produite, tandis qu'elle se montre abondante sous la vitre incolore. Plus tard cependant, trois semaines après, on voit dans le cristallisoir *A* des formations bizarres (dont j'ai pris des croquis) sur quatre feuilles et des rhizoïdes sur une autre.

Je me suis demandé ensuite si le séjour dans la lumière rouge faisait perdre aux feuilles leur faculté de prolifération.

### EXPÉRIENCE XXIX.

Durée de l'expérience : du 25 août au 12 septembre 1910.

On emploie le même dispositif expérimental.

Le 5 septembre, six feuilles, sous la vitre rouge, montrent des rhizoïdes, aucune des proliférations. Au contraire, sous la vitre incolore, il y avait des proliférations sur six feuilles et des rhizoïdes sur toutes.

La vitre rouge est alors remplacée par une vitre incolore.

Dès le 12 septembre, on constate que, sur 1<sup>er</sup>645 de feuilles, il y a 0<sup>re</sup>165 de proliférations, ce qui accuse un gain de 10 %.

Dans les expériences XXX et XXX<sup>bis</sup>, j'ai comparé directement l'action des radiations traversant une vitre rouge à celle des rayons passant au travers d'un verre bleu.

#### EXPÉRIENCE XXX.

Durée de l'expérience : du 5 au 16 août 1910.

Deux cristallisoirs *A* et *B* reçoivent chacun 250 centimètres cubes d'eau de mer, où plongent quinze feuilles. Chaque vase est placé ensuite dans une caisse de bois dont la paroi antérieure est formée d'une vitre bleue pour le cristallisoir *A* et d'une vitre rouge pour le cristallisoir *B*. Les deux caisses sont exposées à la lumière diffuse.

A la fin de l'expérience, on remarque que la plupart des feuilles ont donné des proliférations (feuilles, rhizomes et rhizoïdes) dans le cristallisoir *A*, tandis que, dans l'autre, une seule feuille a proliféré et a fourni un rhizome de 35 millimètres ainsi que des rhizoïdes.

On recommence l'expérience.

#### EXPÉRIENCE XXX<sup>bis</sup>.

Durée de l'expérience : du 16 au 23 août 1910.

Même dispositif expérimental.

Dans le cristallisoir *A*, il y a des rhizomes et des rhizoïdes sur la plupart des feuilles. On ne trouve, dans l'autre vase, que trois feuilles ayant donné des rhizoïdes.

Par ces dernières expériences, nous voyons que *les radiations de grande longueur d'ondes sont néfastes pour la prolifération.*

Comparons maintenant entre elles les actions des radiations traversant diverses espèces de vitres (incolore, rouge, bleu foncé, bleu clair et blanche).

L'analyse qualitative de ces filtres, au point de vue de leur transparence pour les couleurs, m'a montré que le verre rouge

employé laissait passer la lumière de  $\lambda = 590 \mu\mu$  jusqu'à l'infra-rouge; le verre bleu foncé, celle de  $\lambda = 495 \mu\mu$  jusqu'à l'ultra-violet; le verre bleu clair, tout le spectre, mais en affaiblissant certaines régions. Quant au blanc, il absorbait des radiations dans les diverses régions du spectre.

EXPÉRIENCE XXXI.

Durée de l'expérience : du 25 août au 6 septembre 1910.

Cinq cristallisoirs contenant chacun 250 centimètres cubes d'eau de mer, où plongent des feuilles, sont recouverts d'un disque de verre ordinaire. On les met ensuite chacun dans un cylindre de carton noir, fermé à sa partie supérieure par une vitre incolore ou colorée. Le tout est exposé dans une serre, à la lumière diffuse.

*Résultats.*

VITRE supérieure.	POIDS (en grammes)		POURCENTAGE en poids des proliférations.	POURCENTAGE de feuilles ayant proliféré.
	des feuilles.	de leurs proliférations.		
Incolore . .	1.670	0.470	28	80
Rouge . .	—	—	—	0
Bleu foncé .	1.750	0.170	9	90
Bleu clair .	2.065	0.275	13	60
Blanche . .	1.870	0.030	1,6	70

Si nous négligeons la vitre incolore; nous remarquons que c'est au-dessous de la vitre bleu clair que la prolifération a été le plus active. Elle a été moins abondante sous la vitre bleu

foncé et surtout sous la blanche. On constate aussi qu'elle est nulle sous la rouge, où 70 % des feuilles se sont cependant garnies de rhizoïdes. Les proliférations sous la vitre bleu clair étaient foliacées; sous la bleu foncé, cylindriques. L'intensité de la lumière semble jouer un rôle au point de vue de la forme des proliférations.

On peut conclure de nos recherches :

1° Que la prolifération (1) ne se produit pas sous l'influence des radiations de la moitié la moins réfrangible du spectre ;

2° Que la prolifération peut se produire sans le concours des radiations de l'infra-rouge et de l'ultra-violet ;

3° Que la prolifération se produit sous l'influence de la moitié la plus réfrangible du spectre visible.

La question de savoir quelles sont exactement les régions de la moitié la plus réfrangible du spectre visible qui favorisent la prolifération, n'est donc pas résolue, mais je compte la reprendre.

10. Il serait intéressant d'examiner l'action de diverses lumières artificielles sur la prolifération. Je n'ai pu jusqu'à présent expérimenter qu'avec une lampe à incandescence.

#### EXPÉRIENCE XXXII.

Durée de l'expérience : du 30 août au 6 septembre 1910.

Dans une grande chambre obscure, on expose un cristalliseur contenant 1000 centimètres cubes d'eau de mer, où plongent des feuilles, à la lumière fournie par une lampe Pintson de 50 bougies.

A la fin de l'expérience, 20 % des feuilles ont produit des rhizoïdes, mais aucune autre trace de prolifération ne se

---

(1) Il s'agit évidemment des proliférations en forme de feuilles ou de rhizomes.



montre sur les matériaux d'étude qui ont jauni et qui présentent alors des taches noires.

On peut se demander d'abord si l'intensité lumineuse était suffisante et, ensuite, si — comme dans la lampe de Nernst — il n'y avait pas surabondance de rayons rouges par rapport aux bleus.

**11.** Il est probable que l'eau de mer absorbe très rapidement les radiations ultra-violettes, mais il convenait néanmoins de soumettre à leur action de l'eau de mer contenant des feuilles de *Caulerpa prolifera*.

On connaît les propriétés physiologiques attribuées à ces radiations. Les travaux écrits à leur sujet composent une littérature déjà énorme. Notons que, d'après P. Cernovodeanu et V. Henri (1), les rayons actifs sont ceux qui ont une longueur d'ondes inférieure à 2.800 unités Angström. Ils seraient absorbés par le protoplasme, mais arrêtés par le verre et par le mica. D'une manière générale, ils agiraient en fixant la cellule; toutefois une action trop prolongée pourrait en amener la désagrégation (2).

Comme source de radiations ultra-violettes, on s'est beaucoup servi des lampes à vapeur de mercure. Certains auteurs ont cependant aussi employé des tubes de Crookes en quartz contenant des gaz raréfiés et parcourus par le courant d'une bobine fonctionnant sous 6 volts avec 2 ampères. A l'aide de ce dernier procédé, on disposerait de la région spectrale comprise entre 1.030 et 1.010 unités Angström, qui, — suivant Billon-Daguerre (3), — serait douée de propriétés bactéricides vingt-

---

(1) P. CERNOVODEANU et V. HENRI, Étude de l'action des rayons ultra-violetts sur les microbes. (*Comptes rendus de l'Académie des sciences*, t. CL, 1910.)

(2) IDEM, Action des rayons ultra-violetts sur les microorganismes et sur différentes cellules. (*Ibid.*, t. CL, 1910.)

(3) BILLON-DAGUERRE, Mode de stérilisation intégral des liquides par les radiations. (*Ibid.*, t. CIL, 1910.) — IDEM, Stérilisation des liquides par les radiations de très petite longueur d'onde. Résultats obtenus. (*Ibidem.*)

cinq fois plus grandes que la précédente. Parmi les lampes à vapeur de mercure les plus utilisées par les biologistes, il faut mentionner celle de Kromayer et la lampe Uviol. La première, en quartz, laisse passer les radiations de 600 à 220  $\mu\mu$  (1). Le verre de la seconde n'arrête l'ultra-violet qu'à partir des radiations de 248  $\mu\mu$ , tandis que le verre ordinaire empêche déjà celles de 297  $\mu\mu$  de passer. La lampe Uviol est en usage pour les affections cutanées. J'ai pu en disposer pour les recherches dont je vais fournir les résultats. Elle demande un courant de 110 volts.

Les travaux de O. Schott, de E. Gottstein, de H. Axmann, de A. Buttersack, de Assfalg, de A. Strauss et de H. Meyer donnent de nombreuses indications concernant les résultats obtenus, principalement en médecine, à l'aide de cette source d'énergie rayonnante. Ajoutons que M. Lombard (2) a pu constater que le pouvoir stérilisant des lampes de quartz à vapeur de mercure est bien dû à une action abiotique, propre aux rayons ultra-violetts qu'elles émettent, sans qu'il soit nécessaire de faire intervenir une action de l'ozone ou de l'eau oxygénée. Il n'y a cependant pas accord sur ce point.

### EXPÉRIENCE XXXIII.

Durée de l'expérience : du 7 au 10 septembre 1910.

Deux cristallisoirs reçoivent 250 centimètres cubes d'eau de mer et cinq feuilles. L'un d'eux est recouvert d'un disque de verre ordinaire. Tous deux sont placés au-dessous d'une lampe

---

(1) D'après K.-A. HASSELBACH, Untersuchungen über die Wirkung des Lichtes auf Blutfarbstoffe und rote Blutkörperchen wie auch über optische Sensibilisation für diese Lichtwirkungen. (*Biochemische Zeitschrift*, vol. XIX, 1909.)

(2) M. LOMBARD, Sur les effets chimiques et biologiques des rayons ultra-violetts. (*Comptes rendus de l'Académie des sciences*, t. CL, 1910.)

Uviol dans une chambre obscure. Les périodes d'éclairément sont indiquées dans le tableau suivant :

7 SEPTEMBRE.	8 SEPTEMBRE.	9 SEPTEMBRE.	10 SEPTEMBRE.
Matinée :			
Montage de la	de 9 <sup>h</sup> 40' à 10 <sup>h</sup> 40'	de 9 <sup>h</sup> 30' à 10 <sup>h</sup> 5'	
lampe.	de 10 <sup>h</sup> 40' à 11 <sup>h</sup> 40'	de 10 <sup>h</sup> 30' à 11 <sup>h</sup>	de 10 <sup>h</sup> 45' à 12 <sup>h</sup> 45'
	de 11 <sup>h</sup> 45' à 12 <sup>h</sup> 45'		
	de 13 <sup>h</sup> à 13 <sup>h</sup> 30'	de 13 <sup>h</sup> à 14 <sup>h</sup>	de 13 <sup>h</sup> 30' à 16 <sup>h</sup> 30'
de 14 <sup>h</sup> 30' à 15 <sup>h</sup>	de 14 <sup>h</sup> à 14 <sup>h</sup> 30'	de 14 <sup>h</sup> 40' à 16 <sup>h</sup> 40'	
de 15 <sup>h</sup> 45' à 15 <sup>h</sup> 45'	de 15 <sup>h</sup> à 15 <sup>h</sup> 30'		
de 16 <sup>h</sup> à 16 <sup>h</sup> 30'	de 16 <sup>h</sup> à 16 <sup>h</sup> 30'		
de 16 <sup>h</sup> 45' à 17 <sup>h</sup> 30'		de 17 <sup>h</sup> 5' à 18 <sup>h</sup> 35'	

Du 8 au 10 septembre inclusivement, deux autres cristallisoirs contenant 500 centimètres cubes d'eau de mer et dix feuilles, dont l'un recouvert d'un disque de verre, sont placés à côté des précédents.

A la fin de l'expérience, toutes les feuilles sont encore vivantes et elles ne paraissent guère avoir souffert. D'autre part, il n'y a que bien peu de différence entre celles des cristallisoirs fermés et les autres. Cette différence peut être attribuée au manque d'air. (Exp. IX.)

Il n'y a pas lieu d'être surpris de ce résultat. Si nous laissons même de côté la question d'absorbabilité des rayons ultra-violetts par l'eau de mer, — bien que celle-ci, dans mes expériences, se présentât sous quelques centimètres d'épaisseur, — rappelons-nous que, dans leurs expériences sur des plantes supérieures vertes, L. Maquenne et Demoussy (1) ont remarqué que l'action

(1) L. MAQUENNE et DEMOUSSY, Influence des rayons ultra-violetts sur la végétation des plantes vertes. (*Comptes rendus de l'Académie des sciences*, 8 novembre 1909.) — IDEM, Sur le noircissement des feuilles vertes. (*Ibid.*, 29 novembre 1909.)

de ces radiations est surtout de surface, parce qu'elles sont peu pénétrantes. Or, la paroi de notre Algue est assez épaisse et ne doit pas se laisser traverser facilement. D'un autre côté, L. Raybaud (1) a montré que ces radiations, alors même qu'elles seraient mortelles à la plante développée, permettent sa germination.

12. Les Caulerpes, dit J. Reinke (2), sont répandues dans les océans depuis la Nouvelle-Zélande jusqu'à la mer Méditerranée, mais le plus grand nombre des espèces se trouvent dans la zone intertropicale. Pour le savant botaniste allemand, ce fait prouve d'autant mieux que leur dispersion dépend de la température de l'eau, qu'elles se développent au voisinage de sa surface. L'expérience n'a pas encore montré, ajoute-t-il, si des températures inférieures amèneraient des formes rabougries, mais, d'après lui, elles provoqueraient, selon toutes probabilités, un ralentissement sinon un arrêt de la croissance. Si les mers tropicales venaient donc à se refroidir à la température de la mer du Nord, les Caulerpes ne pourraient vraisemblablement pas s'adapter à ce changement dans les conditions de vie et elles périraient, car si elles pouvaient s'adapter à l'eau froide, on ne comprendrait pas pourquoi on n'en trouverait pas dans les mers septentrionales, ne fût-ce qu'à l'état d'espèces particulières.

J'ai cru devoir soumettre des feuilles à l'action du froid.

#### EXPÉRIENCE XXXIV.

Durée de l'expérience : du 1<sup>er</sup> au 11 septembre 1910.

Deux cristallisoirs contenant chacun 250 centimètres cubes d'eau de mer et dix feuilles sont recouverts d'un disque de verre. L'un d'eux, placé près d'une glacière, sert de témoin; l'autre

---

(1) L. RAYBAUD, Influence des radiations ultra-violettes sur la germination. (*Comptes rendus de la Société de biologie de Paris*, t. LXVIII, 1910.)

(2) J. REINKE, Ueber Caulerpa. (*Wissenschaftliche Meeresuntersuchungen*, vol. V, 1901.)

est introduit dans une armoire-glacière à porte vitrée, dont la température, si elle tombe parfois à  $+ 2^{\circ}$  C., se maintient cependant généralement aux alentours de  $4^{\circ}$  C., alors que la température de la chambre est toujours supérieure à  $15^{\circ}$  C.

A partir du 7 septembre, on ajoute une seconde série de cristallisoirs avec 250 centimètres cubes d'eau de mer et dix feuilles.

A la fin de l'expérience, il n'y a guère de différence entre les feuilles soumises au froid et les autres. Le refroidissement semble n'avoir que retardé la prolifération.

Si on se reporte aux expériences précédentes, on remarquera d'ailleurs que l'intensité de la lumière l'emporte sur l'intensité de la chaleur au point de vue de l'influence sur la prolifération.

**13.** Dans ce dernier paragraphe, j'exposerai quelques-uns des résultats que j'ai obtenus en faisant agir le courant galvanique sur les thalles de *Caulerpa prolifera*.

Notons d'abord qu'un courant continu de faible intensité, conduit par des électrodes de platine, dans un cristallisoir contenant de l'eau de mer, filtrée ou non filtrée, ne tarde pas à tuer l'algue. Du côté de l'anode, on perçoit une forte odeur de chlore et l'algue blanchit complètement. Le courant galvanique est évidemment néfaste.

Soumettons l'algue ou certains de ses organes à l'action des liquides cathodiques et anodiques que donne l'eau de mer (1).

#### EXPÉRIENCE XXXV.

Durée de l'expérience : du 4<sup>er</sup> au 11 septembre 1910.

Cinq cristallisoirs reçoivent chacun 250 centimètres cubes d'eau de mer ainsi que des feuilles. L'un d'eux sert de témoin,

---

(1) Voir HENRI MICHEELS, Action du courant galvanique continu sur la germination. (*Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* [Classe des sciences], 1910.) — IDEM, Action des liquides anodiques et des liquides cathodiques sur la germination. (*Ibid.*)

*Résultats.*

DÉSIGNATION DES LIQUIDES.	NOMBRE de M. A.	ALCALINITÉ neutralisée par $\frac{m}{100}$ HCl.	POIDS (en grammes)		POURCENTAGE en poids des proliférations.	POURCENTAGE de feuilles ayant proliféré.
			des feuilles.	de leurs proliférations.		
I. { { Liquide cathodique . . . . . { Liquide anodique . . . . .	3.5	5 <sup>cc</sup> .7	1,945	0,305	15	100
Liquide témoin . . . . .	—	—	1,975	0,240	12	80
II. { { Liquide cathodique . . . . . { Liquide anodique . . . . .	3.5	5 <sup>cc</sup> .4	2,250	0,450	20	100

les quatre autres sont couplés en tension, c'est-à-dire réunis deux à deux par un siphon de verre. Le courant, conduit à des électrodes de platine, est fourni par des accumulateurs. Le premier jour, il passe de 11 à 18 heures; le second, de 9 à 18 h. 30 m.

A partir du 2 septembre, on enlève les siphons et les électrodes. Jusqu'au 11 septembre, les feuilles restent dans leurs liquides respectifs.

Les liquides anodiques ont invariablement tué les feuilles. Au contraire, les liquides cathodiques ont augmenté leur faculté de prolifération.

Dans ceux-ci l'alcalinité avait augmenté, et cette augmentation d'alcalinité s'est montrée ici favorisante. Il est vrai qu'elle ne dépassait pas certaines limites.

Comme dans les expériences que j'ai effectuées naguère au moyen de germinations de froment, le liquide anodique est nocif, le cathodique favorisant. Nous avons donc là l'inverse de ce qui se produit avec les liquides non traversés par le courant, puisque nous trouvons une alcalinité plus grande non néfaste. Cela vient confirmer nos vues sur les liquides cathodiques et anodiques, inspirées par la théorie de De Heen.



BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

*Pelseneer (Paul)*. L'enseignement des sciences biologiques. Bruxelles, 1910; extr. in-8° (20 p.).

*Swarts (F.)*. Grundriss der anorganischen Chemie. Autorisierte deutsche Ausgabe von Dr Walter Cronheim. Berlin, 1911; in-8° (viii-578 p., 82 fig.).

*Cogniaux (A.)*. Orchidaceae antillanae. Berlin, 1909-10; extr. in-8° (pp. 293-721).

*De Meyer (J.)*. Étude sur les altérations du courant d'action du cœur de « *Scyllium canicula* », 2<sup>e</sup> mémoire. Liège-Paris, 1910; extr. in-8° (pp. 99-134).

*Hublard (Émile)*. Le naturaliste hollandais Pierre Lyonet, sa vie et ses œuvres (1706-1789), d'après des lettres inédites. Bruxelles, 1910; in-8° (159 p., portrait).

*Janne (Henry)*. Note sur le couple qui produit, dans le gyroscope, la « tendance des axes au parallélisme ». Liège, 1911; extr. in-8° (32 p.).

*Millard (E.)*. Les idées de Brück. 1 feuille à 2 col. (extr. de l'« Indépendance belge »), 1910.

— Toujours les idées de Brück. 1 feuille (extr. de l'« Indépendance belge »), 1910.

*Zunz (Edgar)*. Recherches sur l'azote titrable dans le contenu stomacal par la méthode de Sörensen au formol. Berlin, 1910; extr. in-8° (42 p.).

— Recherches sur le rôle de la tension superficielle dans l'adsorption des toxines et des antitoxines. Bruxelles, 1910; extr. in-8° (28 p.).

BRUXELLES. *Ministère des Colonies*. Annales du Musée du Congo belge. Botanique. Série V : Bas et Moyen-Congo. Tome III, fasc. 2 (pp. 149-316, pl. XXVIII-XLIX). 1910, in-fol.

GAND. *Comité Massau*. A la mémoire de Junius Massau, in-8° (35 p., portr. et planches), 1910.



MUNICH. *K. Akademie der Wissenschaften*. Carl von Voit. Gedächtnisrede (Otto Frank). 1910; in-4°.

STRASBOURG. *Bureau central de l'Association internationale de sismologie*. Katalog der im Jahre 1906 registrierten seismischen Störungen. II. Theil. Die grossen und gut ausgeprägten Störungen. (Siegmund Szirtes.) 1910.

---

Calendario astronómico para la parte austral de la América del Sur (Argentina, Chile, Paraguay, Uruguay). Año 1911. (Dr F. W. Ristenpart.) Buenos-Ayres, 1910.

---


PRETORIA. *Union of South Africa, Mines Department*. Report of the Geological Survey (Transvaal) for the year 1909; in-4°, 1910.

*Henriksen (G.)*. Geological notes. Bergen. Christiania, 1910; in-16 (26 p.).

COPENHAGEN. *Conseil permanent international pour l'exploration de la mer*. Publications de circonstance, nos 52, 54, 55; 1910.

MADRID. *Instituto geográfico y estadístico*. Anuario del Observatorio de Madrid para 1911, in-16.

---







## TABLE DES MATIÈRES.

CLASSE DES SCIENCES. — Séance du 4 février 1911.

### Correspondance.

- M. le Ministre des Sciences et des Arts transmet une expédition de l'arrêté royal approuvant les élections de MM. Max. Lohest et Th. Durand. — Invitation à la célébration du centenaire de l'Université de Christiania — Hommages d'ouvrages. — Travaux à l'examen . . . . . 43

### Bibliographie.

- HUBLARD (ÉMILE). — *Le naturaliste hollandais Pierre Lyonet, sa vie et ses œuvres (1706 1789), d'après des lettres inédites*; note par A. Lameere . . . 45  
COGNIAUX (Alfred). — *Orchidaceae Antillanae*; note par Th. Durand. . . . . 46

### Rapports.

- Avis de MM. Jorissen et Gilkinet (Nouvelles recherches sur la vitesse de saccharification de l'amidon, 3<sup>me</sup> mémoire; par H. Van Laer) . . . . . 47  
Avis de MM. De Heen et Jorissen (Recherches sur *Caulerpa prolifera*; par Henri Micheels) . . . . . 47  
Rapports de MM. Ch.-J. de la Vallée Poussin et Demoulin (Sur les invariants intégraux relatifs et leurs applications à la physique mathématique; par Th. De Donder) . . . . . 48  
Rapports de MM. Léon Fredericq et Willem (Note sur l'anaphylaxie; par P. Nolf). . . . . 48,49

### Communications et lectures.

- ANALYSE ET PHYSIQUE MATHÉMATIQUES. — *Sur les invariants intégraux relatifs et leurs applications à la physique mathématique*; par Th. De Donder . . . 50  
PHYSIO-PATHOLOGIE. — *Contribution à l'étude de l'anaphylaxie*; par P. Nolf. . . 71  
CHIMIE. — *Nouvelles recherches sur la vitesse de saccharification de l'amidon (3<sup>me</sup> mémoire)*; par Henri Van Laer . . . . . 84  
PHYSICO-CHIMIE VÉGÉTALE. — *Recherches sur Caulerpa prolifera*; par Henri Micheels . . . . . 110

- Bulletin bibliographique . . . . . 180

---

*Il ne sera donné suite aux demandes de combler les lacunes dans les publications de l'Académie, que pour autant que ces lacunes ne remontent pas au delà de cinq ans.*

---

5.493  
A16

M

ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE

---

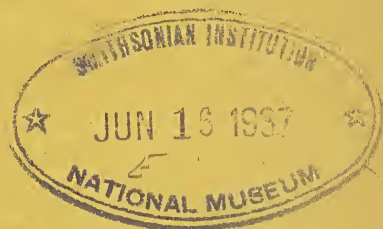
BULLETIN

DE LA

CLASSE DES SCIENCES

---

1911 — N° 3



BRUXELLES

HAYEZ, IMPRIMEUR DES ACADÉMIES ROYALES DE BELGIQUE

Rue de Louvain, 112

---

1911



## CLASSE DES SCIENCES

---

*Séance du 4 mars 1911.*

M. J. NEUBERG, directeur.

M. le chevalier EDMOND MARCHAL, secrétaire perpétuel.

Sont présents : MM. Ch. Francotte, *vice-directeur* ; C. Malaise, A. Gilkinet, W. Spring, M<sup>el</sup> Mourlon, P. Mansion, P. De Heen, C. le Paige, J. Deruyts, Léon Fredericq, A. Jorissen, Paul Pelseneer, A. Lameere, G. Cesàro, Ch.-J. de la Vallée Poussin, Th. Durand, Max Lohest, *membres* ; Fr. Swarts, A. Demoulin, Rutot, V. Willem, Al. de Hemptinne, Paul Stroobant et J. Verschaffelt, *correspondants*.

Absences motivées : MM. Ch. Van Bambeke et G. Van der Mensbrugghe.

---

### CORRESPONDANCE.

---

La Classe prend notification, avec un profond sentiment de regret, de la mort de Jacques-Henri van 't Hoff, décédé à Berlin le 1<sup>er</sup> mars.

Il était né à Rotterdam, le 30 avril 1852, et avait été élu associé de la Section des sciences mathématiques et physiques, le 14 décembre 1894.

Les condoléances de l'Académie seront exprimées à la famille du défunt.

— M. le Ministre des Sciences et des Arts demande l'appréciation de la Classe sur l'ouvrage : *Étude sur les altérations du courant d'action du cœur de SCYLLIUM CANICULA* (2<sup>e</sup> mémoire), résultat des expériences faites par M. J. De Meyer pendant son séjour à la Station zoologique de Naples. — Renvoi à MM. L. Fredericq, Van Bambeke et Francotte.

— M. J. Deruyts remet, pour les archives de l'Académie, un pli cacheté : *Sur la théorie des formes algébriques*. — Adopté.

— L'Université royale de Breslau célébrera les 1<sup>er</sup>-3 août 1911 le centième anniversaire de sa fondation. Elle invite l'Académie à se faire représenter à ces solennités. — Une adresse de félicitations lui sera envoyée.

— L'Académie royale des sciences de Turin décernera le Prix Thomas Vallauri de 20,000 livres au savant italien ou étranger qui, du 1<sup>er</sup> janvier 1915 au 31 décembre 1918, aura publié l'ouvrage le plus considérable et le plus célèbre dans le domaine des sciences physiques, ce mot pris dans sa plus large acception.

— Le Comité d'organisation du Congrès international des applications électriques, à Turin, annonce que cette réunion aura lieu du 9 au 11 septembre 1911.

— La Classe renvoie à l'examen de MM. Jorissen et Gilkinet un 5<sup>e</sup> mémoire de M. Henri Van Laer : *Nouvelles recherches sur la vitesse de saccharification de l'amidon*.

— Hommages d'ouvrages :

Par M. le Ministre des Sciences et des Arts :

*Contribution à l'étude des polypiers du calcaire carbonifère de la Belgique : Le genre Caninia*, par Achille Salée.



Par M. Franz Thonner :

*Du Congo à l'Ubangi. Mon deuxième voyage dans l'Afrique centrale* (présenté par M. Th. Durand, avec une note qui figure ci-après).

Par M. Oechsner de Coninck, associé :

*Leçons sur les fermentations, 2<sup>e</sup> édition.*

Par M. Jacques Loeb, associé :

*Die chemische Entwicklungserregung des tierischen Eies; Ueber das Wesen der formativen Reizung;*

Ainsi qu'une centaine d'extraits de périodiques divers.

Par M. G. Gilson :

*Le chalut à fers déclinants.*

Par M. Louis Vial :

*La machine humaine.*

— Remerciements.

---

M. le Secrétaire perpétuel présente la publication portant pour titre : *Les Prix Nobel en 1908*, faite par ordre des corporations (institutions suédoises et norvégienne) chargées de décerner ces prix.

#### ANNÉE 1908.

*Académie royale des sciences de Suède.*

PHYSIQUE. — Prix à Gabriel Lippmann, de Paris, pour sa méthode de reproduction photographique des couleurs fondée sur le phénomène de l'interférence.

CHIMIE. — Prix à Ernest Rutherford, de Manchester, pour ses recherches sur la désagrégation des éléments et la chimie des matières radio-actives.

*Institut royal Carolin de médecine et de chirurgie.*

PHYSIOLOGIE ET MÉDECINE. — PRIX à Élie Metchnikoff, de Paris, et Paul Ehrlich, de Francfort-sur-Main, pour leurs travaux sur l'immunisation.

*Académie suédoise.*

LITTÉRATURE. — PRIX à Rudolf Eucken, d'Iéna, pour le souci de vérité, le sérieux, la vigueur pénétrante et la largeur de vues, la chaleur et la force de style avec quoi, en de nombreux travaux, il a soutenu et développé une conception du monde idéaliste.

PRIX NOBEL DE LA PAIX, en partage à M. Klas Pontus Arnoldson, publiciste, ancien député suédois, et M. Frederik Bajer, de Copenhague, président d'honneur de la Commission du Bureau international permanent de la Paix.

---

NOTE BIBLIOGRAPHIQUE.

---

FR. THONNER, *Du Congo à l'Ubangi.*

M. Fr. Thonner, de Vienne, parcourut en 1896 la région de la Mongala dans le Haut-Congo et il publia en 1898 une relation fort intéressante de ce voyage, fécond en résultats scientifiques, sous le titre de *Im Afrikanes Urwald* (1). Rappelons que les matériaux botaniques réunis alors fournirent les éléments des *Plantae Thonnerianae Congolenses* (2). Depuis lors, le natu-

---

(1) La traduction française de cet ouvrage parut l'année suivante à Bruxelles sous le titre : *La grande forêt de l'Afrique centrale.*

(2) E. DE WILDEMAN et TH. DURAND, *Plantae Thonnerianae Congolenses*, 1 vol. avec 23 planches et 1 carte. Bruxelles, 1900.

raliste autrichien n'avait qu'un désir : retourner au cœur de l'Afrique pour y continuer ses observations. Ce n'est qu'en 1908 qu'il a pu repartir et aujourd'hui j'ai l'honneur d'offrir en son nom à l'Académie royale un nouveau volume, *Du Congo à l'Ubangi*. Naturellement, cette fois encore, l'étude de la flore et de la population des contrées visitées a été le but principal poursuivi.

L'ouvrage se divise en quatre parties. La première comprend le voyage (pp. 1-35). Elle contient des détails sur l'Itimbiri, les sources de la Mongala, la lisière de la grande forêt, la région de Yakoma et la descente de l'Ubangi, de Yakoma jusqu'à son embouchure.

La deuxième traite du pays et de ses habitants (pp. 36-67). L'auteur y passe rapidement en revue le climat, l'hydrographie, la flore, la faune, la population (ornementation corporelle, vêtements, parure, ustensiles, races, langages).

La troisième est composée de tableaux synoptiques : *a*) équipement de voyage ; *b*) observations météorologiques ; *c*) plantes récoltées ; *d*) tribus indigènes d'après leurs caractères distinctifs les plus importants ; *e*) vocabulaires indigènes.

La quatrième partie est consacrée à l'explication très complète de 114 superbes photographies.

L'ouvrage est aussi accompagné de 20 gravures dans le texte et de 3 cartes hors texte. Il constitue un document des plus intéressants et une précieuse addition à la littérature scientifique congolaise.

TH. DURAND.

---

PROGRAMME DU CONCOURS POUR 1912.

---

SCIENCES MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUES.

PREMIÈRE QUESTION.

*On demande de faire l'exposé de nos connaissances, ainsi que des nouvelles recherches expérimentales, sur les actions pondéromotrices des corps électrisés. — Prix : 1000 francs.*

DEUXIÈME QUESTION.

*On demande de nouvelles recherches sur les propriétés magnétiques des solutions. — Prix : 1000 francs.*

TROISIÈME QUESTION.

*Faire l'historique et la critique des expériences sur l'induction unipolaire de Weber, et élucider, au moyen de nouvelles expériences, les lois et l'interprétation de ce fait physique. — Prix : 1000 francs.*

QUATRIÈME QUESTION.

*Exposer et compléter les recherches faites sur le calcul des variations depuis 1850. — Prix : 1000 francs.*

---

SCIENCES NATURELLES.

PREMIÈRE QUESTION.

*Compléter par de nouvelles observations l'état de nos connaissances concernant la constitution du massif cambrien de Stavelot.*

Les observations nouvelles devront être rapportées sur une carte au  $\frac{1}{20\ 000}$ . — Prix : 1000 francs.

DEUXIÈME QUESTION.

*On demande de nouvelles recherches sur le rôle des matières minérales dans la production et les transformations des composés organiques chez les végétaux.* — Prix : 1000 francs.

TROISIÈME QUESTION.

*On demande de nouvelles recherches sur l'hérédité de caractères acquis entre la naissance et l'état adulte.* — Prix : 1000 francs.

QUATRIÈME QUESTION.

*On demande des recherches sur la tectonique du Brabant et des régions limitrophes.* — Prix : 1000 francs.

CINQUIÈME QUESTION.

*On demande de nouvelles recherches sur le venin d'un animal invertébré.* — Prix : 1000 francs.

SIXIÈME QUESTION.

*On demande de nouvelles recherches sur la chimie physiologique des plantes habitant la mer ou les terrains saumâtres.* — Prix : 1000 francs.

Les mémoires devront être inédits et écrits lisiblement. Ils pourront être rédigés en français ou en flamand et ils devront être adressés, francs de port, à M. le Secrétaire perpétuel, au Palais des Académies, avant le 1<sup>er</sup> août 1912.

**DISPOSITIONS GÉNÉRALES CONCERNANT  
LES CONCOURS ANNUELS.**

L'Académie exige la plus grande exactitude dans les citations ; les auteurs auront soin, par conséquent, d'indiquer les éditions et les pages des ouvrages cités. On n'admettra que des planches manuscrites ou photographiques.

Les auteurs ne mettront point leur nom à leur ouvrage ; ils y inscriront seulement une devise, qu'ils reproduiront sur un pli cacheté renfermant leur nom et leur adresse ; il est défendu de faire usage d'un pseudonyme. Faute de satisfaire à ces formalités, le prix ne pourra être accordé.

Les mémoires remis après le terme prescrit et ceux dont les auteurs se feront connaître, de quelque manière que ce soit, seront exclus du concours.

L'Académie croit devoir rappeler aux concurrents que les mémoires soumis à son jugement sont et restent déposés dans ses archives. Toutefois, les auteurs peuvent en faire prendre copie, à leurs frais, en s'adressant à cet effet au Secrétaire perpétuel.

---

**PRIX PERPÉTUELS.**

---

**PRIX LOUIS MELSENS.**

**CHIMIE OU PHYSIQUE APPLIQUÉES.**

(Troisième période : 1<sup>er</sup> juillet 1908-30 juin 1912.)

Sont seuls admis les travaux imprimés ou manuscrits d'auteurs belges ou naturalisés. Ils peuvent être rédigés en français ou en flamand.

Les travaux imprimés doivent avoir été publiés pendant la période quadriennale que comprend le concours.

Si un ouvrage présenté, imprimé ou manuscrit, fait partie d'un travail dont le commencement a paru antérieurement, l'ensemble est admis au concours.

Toutefois, si une partie a déjà été couronnée, elle ne pourra plus être prise en considération.

Le prix ne pourra être partagé.

L'auteur d'un travail manuscrit peut se faire connaître; sinon, il doit inscrire son nom dans un pli cacheté portant extérieurement une devise reproduite sur le manuscrit.

Le prix attribué à un ouvrage manuscrit ne sera délivré à l'auteur que contre présentation d'un exemplaire imprimé de son travail.

Les ouvrages destinés au concours doivent être adressés, francs de port, à M. le Secrétaire perpétuel de l'Académie, au Palais des Académies, avant le 1<sup>er</sup> juillet 1912.

---

## RIX CHARLES LAGRANGE.

### PHYSIQUE DU GLOBE.

(Troisième période : 1909-1912)

Un prix de *douze cents francs* est offert à l'auteur (belge ou étranger) du meilleur ouvrage, imprimé ou manuscrit, répondant aux vues du fondateur.

Sont admis à concourir les travaux adressés (francs de port) à M. le Secrétaire perpétuel de l'Académie royale de Belgique, au Palais des Académies, à Bruxelles, avant le 1<sup>er</sup> janvier 1913.

Les ouvrages imprimés devront avoir été publiés pendant les dix années qui précèdent la clôture de la période de concours. Les travaux manuscrits pourront être signés. Dans le cas où l'auteur désirerait conserver l'anonyme, il sera tenu d'inscrire une devise sur son mémoire, devise qui sera reproduite sur l'enveloppe d'un billet cacheté faisant connaître son nom et son domicile. Il est défendu de faire usage d'un pseudonyme.

Le prix remporté par un travail manuscrit ne sera délivré que contre la présentation du premier exemplaire imprimé de ce travail.

---

PRIX THÉOPHILE GLUGE.

PHYSIOLOGIE.

(Sixième période : 1910-1911.)

Ce prix biennal de *mille francs* sera décerné à l'auteur (belge ou étranger) du meilleur travail de physiologie, manuscrit ou publié pendant les années 1910-1911.

Les travaux manuscrits pourront être signés ou anonymes. Dans ce dernier cas, ils porteront une devise, qui sera répétée sur un pli cacheté faisant connaître le nom et le domicile de l'auteur.

Les travaux devront être rédigés en français ou en néerlandais, ou être accompagnés d'une traduction dans une de ces langues. Ils seront adressés à M. le Secrétaire perpétuel de l'Académie avant le 31 décembre 1912.

---

PRIX ÉMILE LAURENT.

BOTANIQUE.

(Troisième période : 1908-1911.)

Un prix de *neuf cents francs* sera décerné à l'auteur belge ou aux auteurs belges du meilleur travail relatif à l'étude de la flore ou des productions végétales du Congo belge (y compris les travaux d'anatomie et de physiologie des plantes congolaises).

Les ouvrages présentés peuvent être manuscrits ou imprimés.

Les ouvrages imprimés doivent avoir été publiés pendant les quatre années qui précèdent la clôture de la période du concours.



Les manuscrits seront signés. Le prix remporté par un travail manuscrit ne sera délivré que contre la présentation, dans le délai maximum d'un an à dater du jour de la proclamation des résultats du concours, d'un premier exemplaire imprimé, conforme au manuscrit couronné.

Seuls seront admis à concourir les ouvrages écrits en français (1), portant la mention : « Concours pour le prix Émile Laurent » et adressés (francs de port) à M. le Secrétaire perpétuel de l'Académie royale de Belgique, au Palais des Académies, à Bruxelles, avant le 31 décembre 1912.

---

### PRIX AUGUSTE SACRÉ.

#### MÉCANIQUE.

(Première période : 1<sup>er</sup> août 1910-31 juillet 1912.)

Un prix de *quatre mille francs* sera décerné à l'auteur belge de l'invention apportant un réel et important progrès dans le domaine de la mécanique se rapportant à n'importe quelle industrie. Ce prix pourra également être donné à l'auteur belge de tout ouvrage de mécanique renfermant des théories nouvelles et de réelle valeur relatives à cette science.

Les membres et les correspondants de l'Académie sont exclus.

Sont admis au concours les livres et les manuscrits et plans signés ou non. L'auteur d'un travail manuscrit non signé devra inscrire son nom et son domicile dans un pli cacheté portant extérieurement une devise reproduite sur le manuscrit. L'usage d'un pseudonyme est interdit.

Les auteurs qui désirent soumettre leurs travaux au concours doivent les adresser, francs de port, à M. le Secrétaire perpétuel de l'Académie avant le 31 juillet 1912.

---

(1) L'usage du latin est admis pour les travaux de systématique.

---

## RAPPORTS.

---

La Classe décide l'impression au *Bulletin des Nouvelles recherches sur la vitesse de saccharification de l'amidon* (4<sup>e</sup> mémoire), par Henri Van Laer, examiné par MM. Jorissen et Gilkinet.

— Sur l'avis verbal de M. Spring, la note de Henri Wilmotte, de Dampremy, *Sur la cristallisation du carbone*, sera déposée aux archives.

— Un travail de M. Cesàro, avec figures, sera imprimé dans les *Mémoires in-8°*. Il porte pour titre : *Contribution à l'étude des minéraux du Vésuve et du Mont Somma*.

---

*Sur les transformations birationnelles involutives du plan ;*  
par LUCIEN GODEAUX.

Rapport de M. Neuberg.

« L'auteur s'est proposé d'énumérer les différents types de transformations birationnelles du plan. A cet effet, il considère tout couple de points conjugués comme l'intersection d'une droite  $d$  du plan avec une conique  $C$  d'un réseau ponctuel de coniques sans points de base. Il y a alors lieu de distinguer quatre catégories de transformations :

I. Les droites  $d$  qui joignent deux points homologues, et les coniques  $C$  sont en nombre simplement infini.

II. Les droites  $d$  forment un système simplement infini et les coniques  $C$  forment un réseau.

III. Les droites  $d$  sont quelconques et les coniques  $C$  forment un système simplement infini.

IV. Les droites  $d$  et les coniques  $C$  sont au nombre de  $\infty^2$ .

Les transformations de la première catégorie sont déterminées

par les intersections des droites d'un faisceau et des coniques d'un faisceau ponctuel. Il m'a paru curieux de chercher les formules correspondantes.

Soient

$$(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3), \quad (x_1, x_2, x_3), \quad (y_1, y_2, y_3)$$

les coordonnées trilinéaires du sommet du faisceau de rayons et celles de deux points conjugués. On peut écrire

$$y_1 = mx_1 + n\alpha_1, \quad y_2 = mx_2 + n\alpha_2, \quad y_3 = mx_3 + n\alpha_3.$$

Soit

$$Aa_x^2 + Bb_x^2 = 0$$

l'équation du faisceau de coniques; en supposant les deux points

$$(x_1, x_2, x_3), \quad (y_1, y_2, y_3)$$

situés sur une même courbe de ce faisceau, on obtient les égalités

$$Aa_x^2 + Bb_x^2 = 0,$$

$$2m(Aa_x a_x + Bb_x b_x) + n(Aa_x^2 + Bb_x^2) = 0$$

qui conduisent à poser

$$A = b_x^2, \quad B = -a_x^2, \\ m = a_x^2 b_x^2 - b_x^2 a_x^2, \quad n = -2(a_x a_x b_x^2 - b_x b_x a_x^2).$$

Par suite, les formules de transformation sont ( $i = 1, 2, 3$ )

$$y_i = (a_x^2 b_x^2 - b_x^2 a_x^2) x_i - 2(a_x a_x b_x^2 - b_x b_x a_x^2) \alpha_i.$$

On en conclut qu'une droite  $u_y = 0$  se transforme en la cubique

$$(a_x^2 b_x^2 - b_x^2 a_x^2) u_x - 2(a_x a_x b_x^2 - b_x b_x a_x^2) u_\alpha = 0.$$

Les transformations de la seconde catégorie sont déterminées par l'établissement d'une homographie entre les faisceaux de coniques d'un réseau ayant une conique fixe commune et les groupes d'une involution binaire  $I_1^n$  donnée dans un faisceau de droites.

Les transformations de la troisième catégorie se caractérisent d'une manière analogue.

Celles de la quatrième catégorie présentent un caractère plus compliqué.

La méthode employée par M. Godeaux m'a paru être nouvelle et mériter l'attention des géomètres. Le travail présente des lacunes que le jeune géomètre pourrait combler plus tard.

On regrettera peut-être l'absence de formules et de rapprochements avec les recherches d'autres géomètres, tels que de Jonquières, Hirst, Geiser, Cremona, Bertini, Kantor.

Quoi qu'il en soit, je propose volontiers l'impression de ce petit mémoire dans les *Bulletins*. » — Adopté.

---

*Effort de l'aile amphibolique d'après l'aérodynamique expérimentale; par JULIEN PACOTTE, docteur en sciences.*

Rapport de M. de la Vallée Poussin.

« J'ai l'honneur de présenter à la Classe des sciences une petite note mathématique de M. Pacotte, qui fait suite aux précédentes.

Dans ses notes précédentes, M. Pacotte s'est servi des formules classiques de Newton et d'Euler pour déterminer la pression de l'air. Les expériences récentes conduisent à modifier ces formules, ce qui introduit un facteur correctif dont M. Pacotte s'est proposé de tenir compte, et il est ainsi conduit aux résultats, toujours très simples, exposés dans la présente note. Nous en proposons volontiers l'impression dans le *Bulletin* de la séance. » — Adopté.

---

*Contribution à l'étude de l'action de l'alcool éthylique sur les chlorures d'acides arylsulfoniques*; par R. GOUBAU.

**Rapport de M. F. Swarts, premier commissaire.**

« M. Goubau a étudié l'action des chlorures d'acides arylsulfoniques sur un grand excès d'alcool et à la température de 30°. Il montre que dans ces conditions la réaction se limite à la formation d'acide chlorhydrique et d'un éther composé. L'étude dynamique peut en être faite comme celle d'une réaction monomoléculaire.

Par cette étude, l'auteur est arrivé à la constatation que la réaction subit une autocatalyse positive, dans laquelle l'acide chlorhydrique intervient comme catalyseur.

Il a recherché ensuite l'influence de certains substituants, tels le méthyle et les halogènes, sur la vitesse de la transformation.

Les expériences de l'auteur ont été faites avec soin, la critique en est faite avec rigueur et l'ensemble du travail est intéressant.

J'en propose donc volontiers l'impression dans les *Bulletins*. »

M. Spring, second commissaire, a déclaré se rallier à la proposition formulée par son savant collègue.

— La Classe a adopté ces conclusions.

*Recherches expérimentales relatives à l'influence exercée par le mouvement de l'air sur la décharge électrique et le potentiel de décharge*; par E. VANPÉE.

**Rapport de M. A. de Hemptinne, premier commissaire.**

« Un grand nombre de chercheurs ont déjà étudié les phénomènes qui accompagnent la décharge électrique, mais ceux-ci sont si compliqués que l'on trouve toujours des observations

intéressantes et neuves à faire en variant les conditions de l'opération.

M. Vanpée s'est proposé de rechercher l'influence d'un fort courant d'air sur l'espace où jaillit l'étincelle.

O. Lehman et Wesendonck avaient déjà fait quelques recherches qualitatives sur ce sujet. M. Vanpée s'est efforcé de faire des déterminations quantitatives et a également fait un grand nombre d'observations qualitatives originales.

En principe, les expériences de M. Vanpée consistent à déterminer le potentiel de décharge entre des électrodes de formes diverses et à des distances variables.

Il a cherché si un violent déplacement de l'air entre ces électrodes exerçait une influence sur ce potentiel.

Il a également recherché l'influence de l'intervention d'un condensateur et de la polarité. Enfin, il a étendu ses recherches à l'électricité dynamique et à la décharge obtenue en utilisant le dispositif de Tesla.

Le travail de M. Vanpée se prête mal à un résumé; nous trouvons à la fin de son mémoire les conclusions que l'auteur tire de ses observations; nous en extrayons la plus importante : L'étincelle électrique simple et nettement disruptive, qui n'est précédée ni accompagnée d'aucun autre mode de décharge, ne semble pas influencée par le mouvement de l'air dans lequel elle éclate.

Cette observation nous porte à croire que la préexistence d'ions ne joue pas un rôle prépondérant dans le phénomène de la décharge disruptive, contrairement à ce qui semble admis par certains physiciens.

Le travail de M. Vanpée est une contribution assez importante à l'étude de la décharge électrique et il nous semble contenir un assez grand nombre d'observations intéressantes pour figurer dans les publications de l'Académie. »

M. De Heen, second commissaire, ayant adhéré à ce rapport, la Classe vote l'impression de cette communication au *Bulletin*.

---

---

COMMUNICATIONS ET LECTURES.

ANALYSE. — **Sur les polynomes d'approximation  
à une variable complexe,**

par CH.-J. DE LA VALLÉE POUSSIN, professeur à l'Université de Louvain,  
membre de l'Académie royale de Belgique.

PRÉLIMINAIRE.

Les polynomes d'approximation ont été étudiés dans le cas d'une variable complexe et dans celui de plusieurs variables réelles par M. L. TONELLI (\*).

Dans un travail qui a paru récemment dans les *Bulletins* de l'Académie (\*\*), nous avons étudié les polynomes à une seule variable réelle et montré que, dans ce cas, le polynome d'approximation de degré  $n$  est aussi d'approximation dans un ensemble de  $n + 2$  points seulement. Or, dans un tel ensemble, le polynome d'approximation s'obtient par des formules rationnelles.

Il est aussi facile d'établir, dans le cas de plusieurs variables réelles, qu'un polynome qui est d'approximation dans un

---

(\*) *I polinomi d'approssimazione di Thebychev.* (ANNALI DI MATEMATICA, série III, tome XV.)

(\*\*) *Sur les polynomes d'approximation et la représentation approchée d'un angle* (BULL. DE L'ACAD. ROY. DE BELGIQUE [Classe des sciences], n° 42, pp. 808-844, 1910.)

domaine est aussi d'approximation dans un nombre limité de points de ce domaine. C'est d'ailleurs le seul résultat caractéristique que nous aurions à ajouter à ceux obtenus par M. Tonelli. Nous nous contenterons de l'énoncer, et nous nous occuperons exclusivement dans la présente note des polynômes à une variable complexe.

Ici encore les résultats fondamentaux ont été obtenus par M. Tonelli. Nous les retrouverons en suivant seulement une autre voie. Nous ne rencontrerons qu'un seul théorème vraiment nouveau, c'est que le polynôme d'approximation de degré  $n$  est aussi d'approximation dans un ensemble d'un nombre limité de points, mais dont le nombre peut varier de  $n + 2$  à  $2n + 3$  suivant les cas.

Les formules obtenues pour les polynômes réels ne se généralisent que dans le cas particulier où ce nombre est  $n + 2$ . Dans ce cas encore, l'approximation s'obtient par des formules rationnelles; mais, dans le cas général, le problème est algébrique, la théorie perd beaucoup de sa simplicité et, par suite, de son utilité pratique et de son intérêt.

---



§ 1. — Définitions.

Nous désignerons par  $z$  une variable complexe dans un domaine borné  $D$  et par  $f(z)$  une fonction de  $z$  bornée et continue dans le domaine  $D$ .

Nous aurons en même temps à considérer des polynômes qui seront toujours supposés de degré  $n$ .

**1. Polynôme de Lagrange.** — Le polynôme de Lagrange de  $f(z)$  de degré  $n$  relatif à  $n + 1$  nœuds  $z_0, z_1, \dots, z_n$  se définit et se calcule comme dans le cas des variables réelles. C'est donc une fonction uniformément continue dans  $D$  de  $z$  et de  $z_0, z_1, \dots, z_n$  pour autant que la distance de deux nœuds ne puisse pas tendre vers 0.

**2. Résidu. Approximation. Polynôme d'approximation.** — Les définitions se font comme dans le cas des variables réelles. Soit  $P$  un polynôme. Le *résidu* de  $f$  relativement à  $P$  est la différence

$$r = f - P.$$

Le *résidu absolu* est la valeur absolue du résidu. En un point particulier  $x_k$ , on écrira

$$r_k = f_k - P_k.$$

Soit  $E$  un ensemble de points de  $D$ , en nombre fini ou infini mais  $> n + 1$ . Nous appelons *approximation* (dans  $E$ ) d'un polynôme  $P$  de degré  $n$  la borne supérieure des résidus dus à  $P$  dans  $E$ . Quand  $E$  est fermé, c'est le maximum du résidu absolu dans  $E$ .

Si l'on considère la totalité des polynômes de degré  $n$ , leur approximation dans  $E$  admet une borne inférieure que l'on appelle l'*approximation minimum* de  $f$  dans  $E$ . Nous la désignerons par  $\rho$ .

Un *polynôme d'approximation* dans  $E$  est un polynôme dont l'approximation est égale à l'approximation minimum.

**3. Théorème.** — *Tout ensemble E de points du domaine D admet un polynome d'approximation (\*)*.

Ce théorème se démontre comme dans le cas des variables réelles (voir notre mémoire précédent, n° 6).

§ 2. — **Polynome d'approximation dans un ensemble E d'un nombre limité m de points.**

$$(m > n + 1).$$

**4. Théorème.** — *Le polynome d'approximation P de degré n dans un ensemble E d'un nombre limité de points fournit des résidus absolus égaux à  $\rho$  en  $n + 2$  points au moins de E (\*\*).*

Supposons que P fournisse des résidus  $r_0, r_1, \dots, r_n$  tous de modules  $\leq \rho$  aux  $n + 1$  points  $x_0, x_1, \dots, x_n$ , mais des résidus  $r_{n+1}, \dots$  tous de modules  $< \rho$  aux points suivants. Je dis que  $\rho$  ne sera pas l'approximation minimum.

En effet, les équations

$$f_0 - r_0 = P_0, \quad f_1 - r_1 = P_1, \quad \dots \quad f_n - r_n = P_n$$

définissent le polynome P en fonction de  $r_0, r_1, \dots, r_n$ . Si l'on fait décroître infiniment peu les modules de  $r_0, r_1, \dots, r_n$ , les coefficients de P varient infiniment peu et les résidus  $r_{n+1}, \dots$  restent de modules  $< \rho$ . Donc le polynome P modifié fournit une approximation  $< \rho$ , et  $\rho$  n'est pas l'approximation minimum.

**5. Théorème.** — *Le polynome d'approximation de degré n dans un ensemble E d'un nombre limité de points est unique (\*\*\*)*.

Supposons, par impossible, qu'il y ait deux polynomes d'approximation P' et P'' fournissant respectivement dans E

(\*) TONELLI, *loc. cit.*, p. 109, mais pour un domaine.

(\*\*) IBID., *loc. cit.*, p. 109, pour un domaine.

(\*\*\*) IBID., *loc. cit.*, p. 111, pour un domaine.

des résidus  $r'$  et  $r''$  de modules  $\leq \rho$ . Soit  $\lambda$  un nombre réel compris entre 0 et 1; le polynome

$$\lambda P' + (1 - \lambda) P''$$

fournit des résidus de la forme

$$\lambda r' + (1 - \lambda) r''.$$

Un résidu de cette forme n'est de module égal à  $\rho$  que si  $r'$  et  $r''$  sont égaux et de module  $\rho$ , sinon il est de module moindre que  $\rho$ .

Il s'ensuit d'abord que le polynome  $\lambda P' + (1 - \lambda) P''$  est d'approximation. Il fournit donc des résidus de modules  $\rho$  en  $n + 2$  points au moins. En ceux-ci,  $r' = r''$  et, par conséquent,  $P'$  et  $P''$  (prenant les mêmes valeurs en  $n + 2$  points) sont identiques par la formule de Lagrange.

**6. Théorème.** — *Le polynome d'approximation dans l'ensemble E d'un nombre limité de points est aussi d'approximation dans l'ensemble E' de tous les points de E où le résidu absolu est  $\rho$ .*

En effet, supposons, par impossible, que le polynome  $P'$  d'approximation dans  $E'$  soit autre que  $P$ ; son approximation dans  $E'$  sera  $\rho' < \rho$ . Soit  $\lambda$  un nombre positif infiniment petit; le polynome

$$(1 - \lambda) P + \lambda P'$$

fournit des résidus de la forme

$$(1 - \lambda)r + \lambda r'$$

qui sont de modules  $< \rho$  dans  $E'$  par la raison donnée dans la démonstration précédente. Mais ils le sont encore aux autres points de  $E$ , car ils sont infiniment voisins de ceux de  $P$  qui sont supposés de modules  $< \rho$  en ces points. Donc l'approximation minimum dans  $E$  serait  $< \rho$ . Il s'ensuit que  $P'$  est identique à  $P$ .

**7. Théorème.** — *Si une suite de polynomes  $P_1, P_2, \dots, P_k, \dots$  fournit dans  $E$  les approximations successives  $\varrho_1, \varrho_2, \dots, \varrho_k, \dots$  tendant vers  $\varrho$ ,  $P_k$  tend vers  $P$ . Autrement dit, un polynome qui fournit dans  $E$  une approximation infiniment voisine de  $\varrho$  est lui-même infiniment voisin de  $P$ .*

On observe d'abord en construisant  $P_k$  par la formule de Lagrange que les coefficients des polynomes  $P_k$  sont bornés. Considérons les coefficients du polynome  $P_k$  comme les coordonnées d'un point  $p_k$  dans l'hyperespace. L'ensemble des  $p_k$ , étant borné, admet au moins un point-limite  $p$ . Soit  $P$  le polynome qui a pour coefficients les coordonnées de  $p$ . On peut faire tendre  $k$  vers l'infini de manière que  $P_k$  tende vers  $P$ , donc l'approximation de  $P$  est  $\varrho$  et  $P$  est un polynome d'approximation.

Je dis maintenant que la suite  $P_1, P_2, \dots$  tend nécessairement vers  $P$ , ou, ce qui revient au même, que l'ensemble des points  $p_1, p_2, \dots, p_k, \dots$  ne peut avoir d'autre point-limite que  $p$ . En effet, s'il y en avait un autre  $p'$ , il aurait pour coordonnées les coefficients d'un polynome  $P'$  différent de  $P$ ; ce qui est impossible, car, comme on peut faire tendre  $P_k$  vers  $P'$ ,  $P'$  aurait pour approximation  $\varrho$  et ce serait un second polynome d'approximation.

**COROLLAIRE.** — *Si l'on considère dans l'ensemble  $E$  les polynomes d'approximation  $P$  et  $P'$  de deux fonctions  $f$  et  $f'$  respectivement, les deux polynomes d'approximation sont infiniment voisins en même temps que les deux fonctions.*

Soient  $\varrho$  l'approximation de  $f$  par  $P$ ,  $\varrho'$  celle de  $f'$  par  $P'$ . Si  $|f - f'|$  est  $< \varepsilon$ , l'approximation de  $f'$  par  $P'$  sera  $< \varrho' + \varepsilon$  et celle de  $f'$  par  $P$  sera  $< \varrho + \varepsilon$ ; par conséquent,  $\varrho < \varrho' + \varepsilon$  et  $\varrho' < \varrho + \varepsilon$ . Donc l'approximation de  $f$  par  $P'$  est  $< \varrho + 2\varepsilon$ , ainsi infiniment voisine de  $\varrho$ , et  $P'$  est infiniment voisin de  $P$ .

Ce théorème sera généralisé plus loin (n° 13).

**8. Théorème.** — *Le polynome d'approximation dans un*

ensemble E d'un nombre limité de points est aussi d'approximation dans un ensemble E' compris dans E, et dont le nombre des points ne surpasse pas  $2n + 3$ .

Supposons que le polynôme P d'approximation dans E soit d'approximation dans un ensemble E' de  $\mu$  points de E, le nombre  $\mu$  étant réduit au minimum. Il se peut d'ailleurs que E' se confonde avec E. Nous allons prouver que  $\mu \leq 2n + 3$ .

Soient  $x_1, x_2, \dots, x_\mu$  les points de E' et  $\rho$  l'approximation due à P; les résidus devront être de modules  $\rho$  en tous ces points, sinon P serait d'approximation dans la partie de E' où ces résidus seraient  $\rho$  (n° 6).

En désignant par  $a_0, a_1, \dots, a_n$  les coefficients de P, par  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_\mu$  des facteurs de module 1, nous aurons donc le système d'équations :

$$(1) \quad \dots \dots \dots \left\{ \begin{array}{l} f_1 = \varepsilon_1 \rho + a_0 + a_1 x_1 + \dots + a_n x_1^n \\ \dots \dots \dots \\ f_\mu = \varepsilon_\mu \rho + a_0 + a_1 x_\mu + \dots + a_n x_\mu^n \end{array} \right.$$

Posons, en général, les  $\varphi, \psi, \theta, \alpha, \beta$  étant réels,

$$f_k = \varphi_k + i\psi_k, \quad \varepsilon_k = e^{i\theta_k}, \quad a_s = \alpha_s + i\beta_s.$$

Regardons pour un instant les équations (1) comme définissant  $2\mu$  fonctions  $\varphi_k, \psi_k$  de  $(\mu + 2n + 3)$  variables réelles indépendantes  $\theta, \rho, \alpha, \beta$ , les points  $x$  de E étant supposés donnés. Ces fonctions  $\varphi, \psi$  ne pourront être indépendantes que si l'on a

$$2\mu \leq \mu + 2n + 3, \quad \text{ou} \quad \mu \leq 2n + 3.$$

Si donc  $\mu$  est  $> 2n + 3$ , les fonctions  $\varphi, \psi$  satisfont à certaines relations.

Si nous supposons donc, par impossible, que le nombre  $\mu$  des points de E' soit  $> 2n + 3$ , et que, par conséquent, les équations (1) aient lieu, c'est que les valeurs  $f_1, f_2, \dots$  sont choisies de manière à vérifier ces relations. Remplaçons ces valeurs par d'autres infiniment voisines  $f'_1, f'_2, \dots$  n'y satisfai-

sant plus, et désignons par  $P'$  le nouveau polynome d'approximation dans  $E'$  relativement aux nouvelles valeurs  $f'$ . Ce polynome ne pourra plus fournir de résidus absolus égaux que dans une partie seulement  $E''$  de  $E'$ ; car les équations analogues à (1) sont impossibles, et ce polynome sera d'approximation dans  $E''$ .

Il peut se faire que cet ensemble  $E''$  change quand  $f'$  tend vers  $f$  d'une manière quelconque. Mais, comme il n'y a qu'un nombre limité d'ensembles  $E''$  possibles puisque le nombre des points de  $E'$  est limité, il y a au moins un ensemble  $E''$  qui se reproduit une infinité de fois. Nous conviendrons de ne considérer que les fonctions  $f'$  auxquelles correspond cet ensemble-là. Ainsi l'ensemble  $E''$  sera bien déterminé.

Mais  $P$ , étant infiniment voisin de  $P'$  d'après le corollaire du n° 7, est avec lui (à la limite) d'approximation dans  $E''$  et, par conséquent,  $E'$  n'est pas réduit au nombre minimum de points, contrairement à l'hypothèse.

De là, le théorème suivant :

**9. Théorème.** — *Le polynome d'approximation dans un ensemble  $E$  qui contient un nombre de points limité mais supérieur à  $2n + 3$ , est aussi d'approximation dans un ensemble  $E'$  formé de  $2n + 3$  points de  $E$  au plus, choisis de manière que l'approximation ait la plus grande valeur possible.*

Le nombre des points de  $E'$  peut varier, suivant les cas, de  $n + 2$  à  $2n + 3$ .

### § 3. — Polynome d'approximation dans un ensemble de points en nombre infini.

Nous supposerons maintenant que l'ensemble  $E$  renferme une infinité de points du domaine borné  $D$ . Il pourra d'ailleurs, comme cas particulier, se confondre avec ce domaine lui-même.

**10. Théorème.** — *Si l'ensemble  $E$  est fermé, son polynome*

d'approximation  $P$  est le polynome d'approximation dans un ensemble  $E'$ , formé de  $2n + 3$  points de  $E$  au plus, choisis de manière que l'approximation ait la plus grande valeur possible.

L'ensemble  $E$  étant fermé, on peut choisir  $2n + 3$  points de  $E$  de manière à former un ensemble  $E'$  où la valeur de l'approximation atteint sa borne supérieure pour tous les ensembles de  $2n + 3$  points de  $E$ .

Je dis que  $P$  est d'approximation dans  $E'$ .

En effet, si, par impossible, le polynome  $P'$  d'approximation dans  $E'$  était différent de  $P$ , son approximation dans  $E'$  serait  $\rho' < \rho$ . Il y aurait donc au moins un point  $x$  de  $E$  où le résidu  $r'$  de  $P'$  serait de module  $> \rho'$ . En ajoutant ce point à  $E'$  on formerait un ensemble  $E''$  de  $2n + 4$  points où l'approximation serait  $> \rho'$  et ce serait celle dans un ensemble de  $2n + 3$  points de  $E''$ . Donc l'ensemble  $E'$  ne serait pas celui où l'approximation a la plus grande valeur.

**11. Théorème.** — *Le polynome d'approximation dans un ensemble fermé est unique et ce polynome fournit des résidus absolus égaux à  $\rho$  en  $n + 2$  points au moins de  $E$ .*

Ce polynome est unique puisqu'il coïncide avec le polynome d'approximation dans l'ensemble  $E'$  du théorème précédent et que celui-ci est unique (n° 5). Il fournit au moins  $n + 2$  résidus égaux à  $\rho$  en vertu du théorème du n° 4.

Ce théorème a été établi par M. L. TONELLI dans le cas où  $E$  comprend tous les points d'une aire et de son contour, mais par des procédés très différents.

**12. Théorème.** — *Le polynome d'approximation est unique aussi dans un ensemble non fermé  $E$ .*

Ce cas se ramène immédiatement au précédent.

Soit  $E_1$  l'ensemble obtenu en ajoutant à  $E$  ses points-limites. Un polynome quelconque fournit la même approximation dans  $E_1$  que dans  $E$ , donc le polynome d'approximation dans  $E$  est le même que dans  $E_1$  qui est fermé.

**13. Théorème.** — *Les coefficients du polynôme d'approximation dans un ensemble quelconque, fermé ou non, varient d'une manière continue quand on déforme d'une manière continue la fonction  $f$  (\*).*

D'après l'observation qui précède, il suffit de raisonner sur un ensemble fermé.

Soient  $f$  et  $f'$  deux fonctions qui diffèrent de moins de  $\varepsilon$ ,  $P$  et  $P'$  leurs polynômes d'approximation respectifs. Ceux-ci seront respectivement d'approximation dans deux ensembles  $E$  et  $E'$  de  $2n + 3$  points au plus avec les approximations  $\rho$  et  $\rho'$ .

Dans  $E'$ , l'approximation de  $f$  par  $P$  est  $\leq \rho$ , donc celle de  $f'$  est  $\leq \rho + \varepsilon$ ; et, par suite,  $\rho + \varepsilon > \rho'$ .

Dans  $E$ , l'approximation de  $f'$  par  $P'$  est  $\leq \rho'$  et *a fortiori*  $\leq \rho + \varepsilon$ , donc celle de  $f$  est  $\leq \rho + 2\varepsilon$ . Donc  $P'$  fournit, dans  $E$ , une approximation de  $f$  infiniment voisine de celle fournie par  $P$ , et  $P'$  est infiniment voisin de  $P$  (n° 7).

#### § 4. — Caractères distinctifs du polynôme d'approximation.

**14.** — D'après ce qui précède, un polynôme d'approximation dans un ensemble  $E$  est toujours d'approximation dans un ensemble  $E'$  de  $2n + 3$  points de  $E$  au plus, dans lequel tous les résidus absolus sont égaux à  $\rho$ .

La question est donc ramenée à étudier sous quelles conditions un polynôme, qui fournit des résidus égaux à  $\rho$  en tous les points d'un ensemble  $E$  de  $2n + 3$  points au plus, sera d'approximation.

Les critères suivants conservent un caractère implicite qui les rend peu utilisables en pratique. Nous les indiquons donc, faute d'en connaître de meilleurs.

---

(\*) TONELLI, *loc. cit.*, p. 418, pour un domaine.



Ils reviennent d'ailleurs, sous une forme à peine différente, à celui qui a été indiqué par M. L. Tonelli (\*).

**15. Théorème.** — *La condition nécessaire et suffisante pour qu'un polynôme P soit d'approximation dans un ensemble E' de  $\mu$  points  $x_1, x_2, \dots, x_\mu$  ( $\mu \geq n + 2$ ) où le résidu absolu est  $\rho$  partout, est que, si l'on désigne par  $r_1, r_2, \dots, r_\mu$  les résidus en ces  $\mu$  points, il n'existe aucun polynôme Q (x) de degré n tel que les quotients*

$$\frac{Q(x_1)}{r_1}, \frac{Q(x_2)}{r_2}, \dots, \frac{Q(x_\mu)}{r_\mu}$$

*aient leurs parties réelles positives et non nulles.*

Cette condition est suffisante. En effet, soit P' (différent de P) le polynôme d'approximation dans E', fournissant, dans cet ensemble, les résidus  $r'_1, r'_2, \dots$  de modules  $< \rho$ . Le polynôme  $Q = P' - P$  prendra dans cet ensemble les valeurs  $r_1 - r'_1, r_2 - r'_2, \dots$ . Par conséquent, les quotients

$$\frac{Q_i}{r_i} = 1 - \frac{r'_i}{r_i}$$

auront leur partie réelle  $> 0$ , car la dernière fraction est de module  $< 1$ . Donc, si P n'est pas le polynôme d'approximation, on peut trouver un polynôme Q correspondant satisfaisant à la condition du théorème.

Cette condition est nécessaire, car s'il existe un polynôme Q satisfaisant à la condition du théorème, le polynôme

$$\frac{P + \lambda Q}{1 + \lambda}$$

fournira les résidus

$$\frac{r + \lambda r'}{1 + \lambda} = r \frac{1 + \lambda \frac{r'}{r}}{1 + \lambda},$$

qui seront de modules moindres que  $r$  pour  $\lambda$  positif et suffisamment petit.

---

(\*) *Loc. cit.*, p. 113.

On peut aussi énoncer le théorème de la manière suivante :

**16. Théorème.** — *La condition nécessaire et suffisante pour qu'un polynome P soit d'approximation dans un ensemble E' de  $\mu$  points  $x_1, x_2, \dots, x_\mu$  ( $\mu \geq n + 2$ ) où les résidus sont de modules  $\rho$  et d'arguments*

$$\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_\mu,$$

*est qu'il n'existe aucun polynome Q prenant en ces points des valeurs, dont les arguments*

$$\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_\mu$$

*satisfassent tous à la condition*

$$\left| \varphi_k - \theta_k \right| < \frac{\pi}{2}.$$

**17. Théorème.** — *L'approximation minimum dans un ensemble de  $n + 2$  points est fournie par des formules générales. Soient  $x_0, x_1, x_2, \dots, x_{n+1}$  les points de l'ensemble,  $\varepsilon_i$  des quantités de module 1 à déterminer. L'approximation  $\rho$  et les coefficients  $a$  du polynome d'approximation satisfont aux équations*

$$f_i = \varepsilon_i \rho + a_0 + a_1 x_i + \dots + a_n x_i^n \\ (i = 0, 1, 2, \dots, n + 1).$$

Désignons par  $(-1)^i A_i$  le déterminant obtenu en supprimant la ligne d'indice  $i$  dans le tableau

$$\begin{array}{cccc} 1 & x_0 & x_0^2 & \dots & x_0^n \\ 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^n \\ \dots & & & & \dots \\ 1 & x_{n+1} & x_{n+1}^2 & \dots & x_{n+1}^n \end{array}$$

et par  $D$  celui qu'on obtient en ajoutant au tableau la colonne  $f_0, \dots, f_{n+1}$ ; on tire du système précédent

$$\rho = \frac{A_0 f_0 + A_1 f_1 + \dots + A_{n+1} f_{n+1}}{\varepsilon_0 A_0 + \varepsilon_1 A_1 + \dots + \varepsilon_{n+1} A_{n+1}} = \frac{D}{\sum \varepsilon_i A_i}.$$

Aucun des déterminants  $A$  n'est nul; on obtient donc le minimum de  $\rho$  en posant

$$\varepsilon_i = \frac{D}{A_i} \left| \frac{A_i}{D} \right|, \quad \rho = \frac{|D|}{|A_0| + |A_1| + \dots + |A_{n-1}|}.$$

Dans ce cas particulier, les formules relatives au cas d'une variable réelle se généralisent donc facilement. Mais, lorsque le nombre des points où le résidu atteint son maximum est supérieur à  $n + 2$ , la détermination du résidu maximum connaissant ces points dépend de la résolution d'équations algébriques d'ordre supérieur au premier, et l'on ne peut étendre à une variable complexe les résultats obtenus pour une variable réelle; ainsi la simplicité de la théorie des polynômes d'approximation disparaît quand la variable devient complexe.

---

ERRATUM A LA NOTE PRÉCÉDENTE (\*):

*Sur les polynômes d'approximation et la représentation approchée d'un angle.*

Page 5 (n° 7), les formules du bas de la page doivent être

$$a_0 + a_1 x_i + \dots + a_n x_i^n = f_i$$

$$(i = 0, 1, 2, \dots, n)$$

$$a_n = \frac{K}{A}$$

Page 33 (ligne 14), lire  $t$  est  $\leq k$  au lieu de :  $t$  est  $\geq k$ .

Page 34 (n° 24), les deux exposants dont  $(1 + t)$  est affecté doivent être  $\frac{3\alpha}{2}$  (au lieu de  $\frac{2\alpha}{3}$  et 2).

Page 36 (ligne 8), la valeur  $\frac{k}{n} + \frac{1}{2n}$  attribuée à  $x$  doit être élevée à la puissance  $\alpha$ .

---

(\*) Voir *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* (Classe des sciences), décembre 1910, pp. 838, 839, 841.

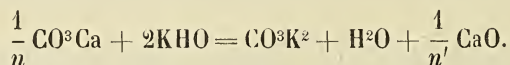
**CHIMIE. — Action de la potasse dissoute sur le carbonate de calcium (1),**

par W. OECHSNER DE CONINCK, associé de l'Académie.

Je me suis servi, dans ces expériences, d'un carbonate de calcium précipité et pur; il était à l'état pulvérulent. Quelques décigrammes de ce sel ont été chauffés à feu nu, au contact d'un grand excès de lessive concentrée de potasse. La potasse a été maintenue à l'ébullition pendant trente-cinq minutes. Durant l'expérience, le ballon a été constamment agité, afin d'assurer les contacts aussi parfaitement que possible.

La liqueur a été abandonnée jusqu'à complet refroidissement; on a filtré sur double filtre; la filtration était limpide. On en a prélevé une partie et on a neutralisé exactement par l'acide azotique pur. A la liqueur, rendue alcaline par l'ammoniaque, on a ajouté un demi-volume d'eau distillée, puis un fort excès d'oxalate d'ammonium en solution saturée. Au bout de vingt-quatre heures environ, il s'était déposé un précipité blanc granuleux; ce précipité était entièrement soluble dans l'acide chlorhydrique; il était constitué par de l'oxalate de calcium.

Il y a donc eu réaction, dans les conditions de l'expérience, entre une partie du carbonate de calcium et la potasse, et l'on peut écrire :



Les deux coefficients  $\frac{1}{n}$  et  $\frac{1}{n'}$  pourront être déterminés par des expériences quantitatives (2).

Montpellier, 11 février 1911.

---

(1) Institut de chimie générale, Montpellier.

(2) Je me réserve cette étude.

---

CHIMIE. — **Action des hydracides, employés en proportions croissantes, sur l'amidon et la dextrine (1),**

par W. OECHSNER DE CONINCK, associé de l'Académie, et RAYNAUD.

L'action des différents acides minéraux sur les principaux hydrates de carbone est connue depuis longtemps, et la transformation de ces composés en glucose est entrée dans la pratique courante des laboratoires d'analyses.

Il nous a cependant paru intéressant d'étudier l'action de deux hydracides, HCl et HBr, *employés en proportions régulièrement croissantes*, sur l'amidon et la dextrine.

TECHNIQUE. — 1 gramme de la substance, préalablement desséchée à l'étuve à 110°, est placé dans une fiole de 100 centimètres cubes. On y ajoute successivement 1 centimètre cube, 2 centimètres cubes, 3 centimètres cubes, etc., de l'acide, dilué dans 50 centimètres cubes d'eau distillée. Après chaque addition, on agite quelques minutes pour bien délayer et on porte au bain-marie bouillant pendant vingt-cinq minutes exactement.

Après refroidissement, le volume est amené à 100 centimètres cubes; on filtre, s'il y a lieu, et on dose le glucose dans la liqueur claire au moyen de la liqueur de Fehling.

Nous nous sommes placés, pour chaque dosage, dans des conditions aussi identiques que possible. L'acide employé était, d'une part, HCl pur du commerce marquant 22° Baumé ( $d_{15} = 1,180$ ), et, d'autre part, HBr en solution à 51° Baumé ( $d_{17} = 1,5355$ ).

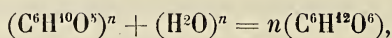
Les tableaux ci-après indiquent nos résultats.

Une première colonne indique le poids de glucose formé pour 1 gramme de substance.

---

(1) Institut de chimie générale, Montpellier.

Dans une deuxième colonne, ce poids est rapporté à la quantité théorique d'après l'équation



qui montre que 100 grammes de matière amylacée peuvent fournir, par hydrolyse, 111 grammes de glucose.

	QUANTITÉ D'ACIDE.	Avec HCl.		Avec HBr.	
		POIDS de glucose formé.	POUR-CENT de saccharification.	POIDS de glucose formé.	POUR-CENT de saccharification.
<b>Amidon.</b>	1 c. c.	0.1527	13.75	0.1424	12.83
	2 c. c.	0.3225	29.05	0.3135	28.15
	3 c. c.	0.5399	48.64	0.4901	44.15
	4 c. c.	0.7350	66.20	0.6579	59.27
	5 c. c.	0.8690	78.30	0.7812	70.38
	6 c. c.	0.9708	87.46	0.9090	81.89
	7 c. c.	1.0754	96.84	0.9434	84.99
	8 c. c.	1.110	100	1.00	90.0
	10 c. c.	Id.	Id.	1.11	100
<b>Dextrine (1)</b>	1 c. c.	0.2393	22.36	0.2347	21.93
	2 c. c.	0.4815	45.00	0.4425	41.35
	3 c. c.	0.6637	62.03	0.5434	50.78
	4 c. c.	1.010	94.39	0.8620	80.56
	5 c. c.	1.07	100	0.9690	90.56

Ces chiffres montrent que le taux de saccharification est sen-

(1) La dextrine employée renfermant 3.70 % de glucose, nous tenons compte de cette quantité dans nos résultats établissant le pourcentage.

siblement proportionnel à la quantité d'hydracide employé; que la dextrine est plus facilement saccharifiable; en effet, l'expérience montre que le poids de glucose formé pour une même quantité d'acide, est constamment plus grand avec la dextrine qu'avec l'amidon.

Enfin, si l'on prend les rapports entre les poids de glucose formés à partir de la dextrine et les poids de glucose formés à partir de l'amidon, pour les 5 premiers centimètres cubes, on obtient les nombres suivants qui ne sont pas sans intérêt :

$$\text{Premier rapport : } \frac{0.2393}{0.1527} = 1.56.$$

$$\text{Deuxième rapport : } \frac{0.4815}{0.3225} = 1.49.$$

$$\text{Troisième rapport : } \frac{0.6637}{0.5399} = 1.23.$$

$$\text{Quatrième rapport : } \frac{1.010}{0.735} = 1.39.$$

$$\text{Cinquième rapport : } \frac{1.070}{0.869} = 1.23.$$

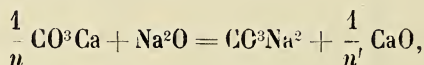
Montpellier, le 14 février 1911.

CHIMIE. — Action de la soude dissoute sur le carbonate de calcium (1),

par W. OECHSNER DE CONINCK, associé de l'Académie.

0<sup>gr</sup>826 de CO<sup>3</sup>Ca précipité et à l'état pulvérulent sont chauffés au contact d'un très grand excès de lessive de soude saturée pendant quarante-cinq minutes. Le ballon est agité durant l'expérience. Après refroidissement, le liquide a été filtré. Le filtratum limpide a été neutralisé par l'acide acétique, puis additionné d'ammoniaque et d'un fort excès d'oxalate d'ammonium en solution concentrée. Au bout de vingt-deux heures, j'ai constaté le dépôt d'un précipité granuleux, mélangé avec un léger précipité en flocons blancs. J'ai traité par HCl; le précipité granuleux s'est dissous; le précipité floconneux est resté insoluble. Celui-ci étant entièrement déposé, j'ai filtré, puis neutralisé la liqueur très acide par la soude. La liqueur s'est troublée peu à peu et a laissé déposer un précipité en poudre fine et microcristalline, que j'ai reconnu être de l'oxalate de calcium.

On voit que la soude dissoute est capable d'attaquer le carbonate de calcium et il paraît légitime d'écrire l'équation



les coefficients  $\frac{1}{n}$  et  $\frac{1}{n'}$  devant être déterminés par des dosages spéciaux.

Montpellier, le 1<sup>er</sup> mars 1911.

---

(1) Institut de chimie, Montpellier.

---



GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE. — Sur les transformations  
birationnelles involutives du plan,

par LUCIEN GODEAUX, candidat en sciences physiques et mathématiques.

Nous nous sommes proposé d'énumérer les différents types de transformations birationnelles involutives du plan qui peuvent se présenter. Nous sommes parvenu à répartir ces transformations en quatre catégories et à déterminer complètement celles qui rentrent dans les trois premières catégories. Relativement aux transformations de la quatrième catégorie, nous avons ramené leur détermination à la solution de deux problèmes particuliers rentrant dans le problème unique suivant : *Étant donné une involution plane et un système doublement infini d'indice supérieur à l'unité de courbes planes de classe donnée, se peut-il qu'une et une seule courbe du système ait aux points d'un groupe de l'involution des points de rebroussement maximum, c'est-à-dire des points par chacun desquels il ne passe qu'une tangente à la courbe?*

Les cas particuliers de ce problème, dont dépend la solution de la question que nous nous sommes posée initialement, sont relatifs aux cas où l'involution plane est d'ordre un (identité) ou d'ordre quatre, et dans ce dernier cas l'involution est engendrée par les intersections des coniques d'un réseau.

M. Bertini (1) et S. Kantor (2) s'étaient déjà occupés des transformations birationnelles involutives du plan, mais à un autre point de vue. Ces géomètres avaient déterminé (indépendamment l'un de l'autre) les types de transformations birationnellement irréductibles, en démontrant qu'étant donné une

---

(1) *Ricerche sulle trasformazioni univoche involutorie nel piano.* (ANNALI DI MATEMATICA, 1877 (2), VIII.)

(2) *Sur une théorie des courbes et des surfaces admettant des correspondances univoques.* (COMPTES RENDUS, 1883, t. C.)

transformation birationnelle involutive quelconque, il existe toujours une transformation crémonienne la ramenant à l'un des types établis, mais qu'il n'existe aucune transformation crémonienne du plan ramenant l'un à l'autre deux types fondamentaux.

Relativement aux transformations dont nous nous occupons ici, transformations qu'on appelle souvent *involutions planes d'ordre deux*, nous adopterons la terminologie de M. Castelnuovo (1).

La *classe* d'une transformation ou involution plane d'ordre deux est le nombre de couples de cette involution situés sur une droite générique du plan.

Il peut exister certains points (en nombre fini) auxquels correspondent  $\infty^1$  points; de tels points seront dits *fondamentaux* et les courbes engendrées par leurs  $\infty^1$  conjugués, *courbes fondamentales*.

Enfin, nous aurons à parler d'involutions binaires données sur des êtres unicursaux simplement infinis; nous leur réserverons la notation habituelle  $I_n^2$ .

1. — Nous partons de la remarque bien simple que tout couple de points du plan peut être considéré comme l'intersection d'une droite du plan et d'une conique d'un réseau ponctuel  $\Omega$ . Il est loisible de choisir ce réseau comme on le veut, mais pour que la règle précédente ne souffre aucune exception, il faut que le réseau  $\Omega$  soit dépourvu de points-base.

Cela étant, soit  $\Phi$  une transformation birationnelle involutive du plan. Nous pouvons considérer chaque couple de points correspondants de  $\Phi$  comme l'intersection d'une droite  $d$  et d'une conique  $C$  appartenant à  $\Omega$ .

La droite  $d$  est évidemment mobile, et son lieu peut être soit simplement infini, soit doublement infini.

---

(1) *Sulla razionalità delle involuzioni piane.* (MATH. ANNALEN, 1893, Bd XLIV.)

De même, le lieu de la conique  $C$  est simplement ou doublement infini.

Nous sommes donc conduit à répartir les transformations  $\Phi$  en quatre catégories définies par les caractères suivants :

I. — Transformations dont les couples de points correspondants sont les intersections de droites et de coniques appartenant respectivement à des systèmes simplement infinis.

II. — Transformations dont les couples de points correspondants sont des intersections de droites d'un système simplement infini et de coniques d'un réseau.

III. — Transformations dont les couples de points correspondants sont des intersections de droites du plan et de coniques d'un système simplement infini.

IV. — Transformations dont les couples de points correspondants sont des intersections de droites du plan et de coniques d'un réseau.

Nous désignerons respectivement par  $\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3, \Phi_4$  les transformations de ces quatre catégories.

**2. Transformations de la première catégorie.** — Soit  $\Gamma_1$  le système simplement infini de droites et  $\Omega_1$  le système simplement infini (compris dans le réseau  $\Omega$ ) de coniques caractérisant les transformations  $\Phi_1$ .

Par un point d'une droite quelconque de  $\Gamma_1$  ne passe qu'une conique de  $\Omega_1$ , et comme cette droite ne peut pas faire partie de  $\Omega_1$ , ce système est un faisceau.

De même, le système  $\Gamma_1$  ne peut être qu'un faisceau de droites.

*Les transformations de la première catégorie sont déterminées par les intersections des droites d'un faisceau et des coniques d'un faisceau.*

Il est évident que les points-base de ces faisceaux sont des points fondamentaux. La courbe fondamentale correspondant au sommet du faisceau de droites est la conique de  $\Omega_1$  passant par ce point, et la courbe fondamentale qui correspond à un point-base du faisceau de conique  $\Omega_1$  est la droite du faisceau  $\Gamma_1$  passant par ce point.

**3. Transformations de la seconde catégorie.** — Soit  $\Phi_2$  une transformation de la seconde catégorie, caractérisée par un système  $\infty^1$  de droites  $\Gamma_1$  et un réseau de coniques  $\Omega$ . Une droite de  $\Gamma_1$  porte un nombre simplement infini de couples de  $\Phi_2$ , donc à une droite de  $\Gamma_1$  correspondent  $\infty^1$  coniques de  $\Omega$ ; inversement, à une conique de  $\Omega$  correspond un nombre fini de droites de  $\Gamma_1$ .

Pour que la transformation  $\Phi_2$  soit birationnelle, le système  $\Gamma_1$  doit être un faisceau. De plus, une droite de ce faisceau ne peut pas faire partie de l'enveloppe du système des coniques de  $\Omega$  qui lui correspondent, car  $\Phi_2$  se réduirait à l'identité; par suite, à une droite de  $\Gamma_1$  correspondent dans  $\Omega$  les coniques d'un faisceau.

On a ainsi dans  $\Omega$  une variété  $\infty^1$  de faisceau  $\omega$  de coniques. On peut supposer qu'un de ces faisceaux  $\omega$  correspond à  $n$  droites du faisceau  $\Gamma_1$ , et alors entre les droites de  $\Omega_1$  et les faisceaux  $\omega$  on a une correspondance  $(n, 1)$ .

Nous allons maintenant démontrer qu'une conique de  $\Omega$  ne peut appartenir qu'à un seul faisceau  $\omega$ . Supposons, si cela est possible, qu'une conique  $E$  de  $\Omega$  appartient à deux faisceaux  $\omega_1, \omega_2$  correspondants à des droites de  $\Gamma_1$ . Si  $d$  est une droite dont l'intersection avec  $E$  donne un couple de  $\Phi_2$ , il en sera évidemment de même des intersections de  $d$  avec les autres coniques de  $\omega_1$  ou de  $\omega_2$ . Alors, si  $\omega_1$  et  $\omega_2$  ne se confondent pas en un seul faisceau, la correspondance  $\Phi_2$  n'est pas birationnelle, ce qui doit être, d'où la propriété annoncée. Tous les faisceaux  $\omega$  ont, par suite, une conique fixe commune.

Les groupes de  $n$  droites du faisceau  $\Gamma_1$ , tels qu'à chacun de ces groupes correspond un seul faisceau  $\omega$ , forment évidemment une involution binaire  $I_1^n$ .

*Les transformations de la seconde catégorie sont déterminées par l'établissement d'une homographie entre les faisceaux de coniques d'un réseau ayant une conique fixe commune et les groupes d'une involution binaire  $I_1^n$  donnée dans un faisceau de droites.*

Il n'est pas besoin de faire remarquer que les transformations des deux premières catégories sont de classe zéro.

Soit maintenant  $P$  le sommet du faisceau  $\Gamma_1$ ; ce point est évidemment un point fondamental pour  $\Phi_2$ . Pour chercher l'ordre de la courbe fondamentale relative à ce point, nous utiliserons le principe de correspondance de Chasles. Soient  $x$  une droite ne passant pas par  $P$ ,  $(X_1)$ ,  $(X_2)$  deux ponctuelles placées sur cette droite. Par un point  $X_1$ , menons la conique de  $\Omega$  passant aussi par  $P$ ; cette conique détermine un faisceau  $\omega$  et à ce faisceau correspondent  $n$  droites de  $\Gamma_1$  marquant sur  $x$   $n$  points  $X_2$ . Inversement, à un point  $X_2$  correspondent deux points  $X_1$ ; par suite, les ponctuelles  $(X_1)$ ,  $(X_2)$  sont liées par une correspondance  $(2, n)$  et il y a  $n + 2$  coïncidences donnant des points de la courbe dont il est question.

Répetons le raisonnement précédent en supposant que  $x$  passe par  $P$ ; on voit alors que deux points de cette droite appartiennent à la courbe en dehors de  $P$ ; donc :

*La courbe fondamentale relative à  $P$  est d'ordre  $n + 2$  et passe  $n$  fois par  $P$ .*

Soit  $E$  la conique de  $\Omega$  commune à tous les faisceaux  $\omega$ . Les bases de ces faisceaux déterminent sur  $E$  une involution  $I_1^4$ . Les droites issues de  $P$  marquent sur  $E$  une involution  $I_1^2$ . D'autre part, les groupes des involutions  $I_1^4$ ,  $I_1^2$  sont liés par une correspondance  $(1, n)$ ; il y a donc  $2n + 4$  points de  $E$  qui font à la fois partie d'un groupe de  $I_1^4$  et d'un groupe correspondant de  $I_1^2$ , et ces points sont évidemment des points fondamentaux pour  $\Phi_2$ . La courbe fondamentale relative à un de ces points est évidemment la droite qui le joint à  $P$ .

*Les correspondances  $\Phi_2$  possèdent  $2n + 4$  points fondamentaux sur la conique commune à tous les faisceaux  $\omega$ ; les courbes fondamentales correspondantes sont les droites de  $\Gamma_1$  passant par ces points.*

**4. Transformations de la troisième catégorie.** — Soit  $\Phi_3$

une pareille transformation caractérisée par un système ( $\infty^1$ )  $\Omega_1$  de coniques. En répétant le raisonnement du paragraphe précédent où l'on intervertit les locutions droite et conique, on arrive aux théorèmes suivants :

*Les transformations de la troisième catégorie sont déterminées par l'établissement d'une homographie entre les faisceaux de droites ayant une droite commune fixe et les groupes d'une involution binaire  $I_1^n$  donnée dans un faisceau de coniques.*

Ces transformations sont évidemment de classe  $n$ . Désignons en effet par  $\gamma$  un faisceau correspondant à une conique du faisceau  $\Omega_1$ . Une droite quelconque détermine un seul faisceau  $\gamma$  qui, à son tour, détermine  $n$  coniques de  $\Omega_1$ , d'où la vérification de la classe.

*Chaque point-base du faisceau  $\Omega_1$  est fondamental et la courbe fondamentale qui lui correspond est d'ordre  $2n + 1$ . Cette courbe passe  $n + 1$  fois par ce point et  $n$  fois par les autres points-bases de  $\Omega_1$ .*

*Il y a  $2n + 1$  points fondamentaux sur la droite commune à tous les faisceaux  $\gamma$ , et les courbes fondamentales qui leur correspondent sont les coniques du faisceau  $\Omega_1$  qu'ils déterminent.*

**5. Transformations de la quatrième catégorie.** — Soit  $\Phi_4$  une transformation dont les couples sont des intersections des droites du plan et des coniques d'un réseau  $\Omega$ . Une droite du plan porte généralement un nombre fini  $n_1$  de couples de  $\Phi_4$  et de même une conique de  $\Omega$  porte un nombre fini  $n_2$  de ces couples. Si l'on considère comme correspondantes une droite du plan et une conique de  $\Omega$  dont l'intersection est un couple de  $\Phi_4$ , le plan réglé et  $\Omega$  sont liés par une correspondance  $(n_2, n_1)$ .

Soit  $P$  un point quelconque du plan (non fondamental pour  $\Phi_4$ ). Aux droites passant par  $P$  correspondent des coniques de  $\Omega$

formant un système simplement infini  $\Sigma$ , et ce système  $\Sigma$  doit être tel que par  $P$  il ne passe qu'une seule de ses coniques. Soit  $\nu$  l'indice de  $\Sigma$ . Une première solution s'aperçoit immédiatement : c'est  $\nu = 1$ ; mais nous allons voir qu'il y en a d'autres.

Pour cela, rapportons projectivement les coniques de  $\Omega$  aux droites d'un plan arbitraire  $\pi$ ; le plan de  $\Omega$  sera représenté sur le plan quadruple  $\pi$ , et  $\Sigma$  sera représenté par un système de droites  $\Sigma'$  dont l'indice est aussi égal à  $\nu$ . Soit  $P'$  le point image de  $P$ ; le système  $\Sigma'$  doit être tel que par  $P'$  ne passe qu'une seule de ses droites. Alors  $P'$  doit faire partie de l'enveloppe  $\sigma'$  de  $\Sigma'$  et nous sommes ramenés au problème suivant :

*Quelles sont les courbes  $\sigma'$ , de classe assignée  $\nu$ , possédant un point  $P'$  où toutes les tangentes sont confondues?*

Une solution sera fournie par une conique passant par  $P'$ , une autre solution sera donnée par une cubique plane possédant un point de rebroussement en  $P'$ .

Supposons que nous connaissions une courbe  $\sigma'$  donnant la solution générale du problème précédent. Retournons au plan du réseau  $\Omega$  et désignons par  $P_1, P_2, P_3$  les points qui, avec  $P$ , ont pour image sur le plan  $\pi$  le point  $P'$ . Les points  $P, P_1, P_2$  et  $P_3$  seront donc les points-bases d'un faisceau de coniques de  $\Omega$ . La courbe  $\sigma'$  aura pour correspondante une courbe  $\sigma$  (enveloppe de  $\Sigma$ ) passant par les points  $P, P_1, P_2$  et  $P_3$ .

Pour que la transformation  $\Phi_4$  soit birationnelle, il faudra encore qu'à la conique de  $\Sigma$  passant par  $P$  ne corresponde qu'une droite passant par  $P$ .

Considérons maintenant toutes les droites du plan qui ont pour correspondantes les coniques de  $\Omega$  passant par  $P$  (et par suite par  $P_1, P_2, P_3$ ); ces droites vont former un certain système  $\infty^1 \Lambda$  dont l'indice sera évidemment égal à l'indice  $\nu$  de  $\Sigma$ . Par le point  $P$  ne peut passer qu'une seule droite de  $\Lambda$ , et il doit en être de même en  $P_2, P_3$  et  $P_4$ . De plus, à une droite passant par  $P, P_1, P_2$  ou  $P_3$  ne peut correspondre qu'une conique de  $\Omega$  passant par ces quatre points. En désignant par  $\lambda$  l'enveloppe

de  $\Lambda$ , nous sommes donc ramenés au problème suivant, analogue à celui qui a été rencontré plus haut :

*Quelles sont les courbes  $\lambda$ , de classe  $\nu$ , possédant quatre points où toutes les tangentes se confondent ?*

**6.** — A l'ensemble des  $\infty^2$  faisceaux de rayons du plan correspondent  $\infty^2$  systèmes  $\Sigma$ , et tous ces systèmes peuvent avoir en commun un certain nombre  $m_1$  de coniques fixes (chaque conique fixe étant comptée avec sa multiplicité par  $\Sigma$ ). Nous avons admis qu'une conique de  $\Omega$  portait  $n_2$  couples de points de  $\Phi_4$ . En désignant par  $m'_1$  le nombre des intersections de deux systèmes  $\Sigma$  absorbés par les éléments-base, on a évidemment

$$n_2 = \nu^2 - m'_1.$$

et les courbes  $\sigma$  forment un système d'indice  $2n_2$ .

De même, si les systèmes  $\Lambda$  possèdent  $m_2$  éléments-base et que dans l'intersection de deux  $\Lambda$  ces éléments-base absorbent  $m'_2$  unités, on a

$$n_1 = \nu^2 - m'_2.$$

et les courbes  $\lambda$  forment un système d'indice  $2n_1$ .

Nous pouvons maintenant poser nettement les problèmes dont dépend la détermination des transformations  $\Phi_4$ .

Appelons *point de rebroussement maximum* un point d'une courbe par lequel ne passe qu'une tangente à cette courbe, et remarquons qu'un point du plan n'est un point de rebroussement maximum que pour une courbe  $\lambda$  et qu'un point du plan  $\pi$  n'est de même qu'un point de rebroussement maximum que pour une seule courbe  $\sigma'$ .

Retournons momentanément au plan  $\pi$  et aux courbes  $\sigma'$ ; le problème qui se pose est le suivant :

A) *Peut-il exister des systèmes doublement infinis de courbes de classe  $\nu$  tels que par deux points passent  $2n_2$  de ces courbes et qu'un point du plan soit un point de rebroussement maximum pour une seule de ces courbes ?*



Occupons-nous maintenant des courbes  $\lambda$ . Remarquons que les groupes de quatre points communs à deux coniques du réseau  $\Omega$  forment une involution plane du quatrième ordre  $H$ . Le problème qui se pose s'énonce :

B) *Peut-il exister des systèmes doublement infinis de courbes de classe  $\nu$  tels que par deux points passent  $2n_1$  de ces courbes et qu'il y ait une seule courbe présentant aux points de chaque groupe d'une involution d'ordre  $H$  des points de rebroussement maximum?*

Ces deux problèmes sont, comme on le voit, des cas particuliers du problème suivant :

C) *Étant donné une involution plane d'ordre  $n$  et un système doublement infini d'indice supérieur à un (1) de courbes de classe assignée, se peut-il qu'il existe une seule courbe de ce système présentant en chaque groupe de l'involution des points de rebroussement maximum?*

On peut enfin dire que :

*La détermination des transformations de la quatrième catégorie dépend de la solution du problème C pour  $n = 1$  et 4.*

Liège, le 16 décembre 1910.

---

(1) Si l'indice était égal à un, il ne pourrait pas exister de points multiples variables, d'après un théorème de M. Bertini. (Voir SEVERI, *Lezioni di geometria algebrica*, Padova, 1908, p. 28.)

MÉCANIQUE. — Effort de l'aile amphibolique d'après l'aérodynamique expérimentale,

par JULIEN PACOTTE, docteur en sciences.

1. *Facteur correctif dépendant de l'angle d'attaque.* — La réaction  $F$  de l'air sur un plan  $s$  entraîné dans une translation  $V$  normale au plan est donnée par la formule

$$F = ksV^2,$$

où  $k$  est un coefficient sensiblement constant. Dans le cas où la translation  $V$  fait avec le plan  $s$  un angle d'attaque  $i$ , les spectres aérodynamiques sont extrêmement complexes, et l'on ne possède que des formules empiriques plus ou moins satisfaisantes. Les premiers mathématiciens qui ont étudié cette question se sont imaginé que la réaction ne dépendait que de la composante  $v$  de la translation  $V$ , dans la direction normale au plan. Newton et Euler ont, conformément à cette pensée, donné la relation

$$F = ksv^2 = ksV^2 \sin^2 i.$$

Cette formule fut jusqu'à ces derniers temps considérée comme la meilleure, et nous l'avons prise comme fondement de notre première théorie de l'aile amphibolique (\*). Or, le résultat le plus certain et le plus essentiel des laboratoires aérodynamiques a été de montrer que cette formule donne toujours pour la réaction une valeur trop faible.

---

(\*) Voir *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* (Classe des sciences), août 1910 et janvier 1911.

L'Institut aérodynamique de Koutchino (\*) propose la formule

$$\Phi = ksV^2 \sin 2i \quad \text{pour } i \leq 45^\circ.$$

Cette relation donne des résultats très rapprochés de la synthèse des conclusions expérimentales, et toutes les formules empiriques que l'on a proposées depuis quelques années s'en rapprochent beaucoup. Nous appellerons *facteur correctif* l'expression

$$\frac{\Phi}{F} = 2 \cot i.$$

L'introduction des variations de l'angle d'attaque dans la théorie de l'aile amphibolique paraît devoir conduire à des calculs et des résultats complexes. Or, l'objet principal de cette étude est justement de donner une expression simple du facteur correctif et de montrer la simplification qui résulte de son introduction dans la théorie. Nous donnerons, pour finir, une définition logique de l'effort sustentateur et nous établirons que, dans le cas de la formule primitive comme dans celui de la formule corrigée, cette définition se confond, par un hasard remarquable, avec la définition assimilant l'effort sustentateur à la moyenne infinitésimale de l'effort vertical.

2. *Mouvement amphibolique proprement dit.* — Soit une aile  $s$  de dimensions assez petites pour que l'on puisse, sans erreur sensible, supposer que tous ses points se meuvent avec la même vitesse  $V$  que son centre de figure  $R$ . On a

$$\Phi = F \cdot 2 \cot i,$$

où

$$F = ksV^2 = ks(2\pi nR)^2 \cos^2 \theta,$$

$R$  désignant le bras du point  $R$  et  $\theta$  l'angle de pente de l'aile.

---

(\*) *Bulletins de l'Institut aérodynamique de Koutchino.* Directeur : D. RIABOUSCHINSKY, Saint-Petersbourg.

Au lieu de déterminer l'angle d'attaque  $i$  par la formule générale qui donne l'angle de deux droites en fonction de leurs cosinus directeurs, ce qui donnerait lieu à de longs développements, nous userons de l'artifice suivant : nous calculerons la vitesse  $v$  et nous en déduirons l'angle de pente par la relation

$$\sin i = \frac{v}{V} = \frac{2\pi n R \cos \theta}{V}.$$

Traçons trois axes rectangulaires issus du centre  $o$  du mouvement amphibolique : l'axe  $oz$  dans la direction et le sens de la propulsion, l'axe  $oy$  dans la direction et le sens de la pesanteur, l'axe  $ox$  perpendiculaire aux deux autres dans un sens quelconque. On a

$$\begin{aligned} x &= R \cos^2 \theta, \\ y &= R \cos \theta \sin \theta, \\ z &= R \sin \theta \end{aligned}$$

et, en dérivant,

$$\begin{aligned} p &= \frac{dx}{d\theta} = -2R \cos \theta \sin \theta, \\ q &= \frac{dy}{d\theta} = R(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta), \\ r &= \frac{dz}{d\theta} = R \cos \theta. \end{aligned}$$

On a donc,  $t$  désignant le temps,

$$V = \sqrt{p^2 + q^2 + r^2} \frac{d\theta}{dt} = 2\pi n R \sqrt{1 + \cos^2 \theta}.$$

Il est maintenant aisé de calculer  $i$ . On a

$$\begin{aligned} \sin i &= \frac{v}{V} = \frac{\cos \theta}{\sqrt{1 + \cos^2 \theta}}, \\ \cos i &= \frac{1}{\sqrt{1 + \cos^2 \theta}}, \\ \operatorname{tg} i &= \cos \theta. \end{aligned}$$

Cette relation remarquable conduit aux formules suivantes :

$$\frac{\Phi}{F} = \frac{2}{\cos \theta}$$

et

$$\Phi = 2k_s (2\pi nR)^2 \cos \theta$$

pour toute valeur de  $\theta$ , puisque le maximum de  $i$  est  $45^\circ$ .

3. *Mouvement amphibolique sustentateur déformé par une propulsion U.* — La valeur de  $r$  est maintenant

$$r = \frac{dz}{d\theta} = R \cos \theta + U \frac{dt}{d\theta},$$

ou, si nous posons

$$u = \frac{U}{2\pi nR},$$

$$r = R (\cos \theta + u).$$

On a donc

$$V = \sqrt{p^2 + q^2 + r^2} \frac{d\theta}{dt} = 2\pi nR \sqrt{1 + (\cos \theta + u)^2},$$

ou, si nous posons

$$\sqrt{1 + (\cos \theta + u)^2} = l,$$

$$V = 2\pi nR l.$$

On aura, comme précédemment,

$$\sin i = \frac{v}{V} = \frac{\cos \theta}{l},$$

$$\cos i = \frac{\sqrt{l^2 - \cos^2 \theta}}{l}$$

$$\operatorname{tg} i = \frac{\cos \theta}{\sqrt{l^2 - \cos^2 \theta}},$$

$$\frac{\Phi}{F} = \frac{2 \sqrt{l^2 - \cos^2 \theta}}{\cos \theta}$$

et

$$\Phi = 2ks(2\pi nR)^2 \cos \theta \sqrt{l^2 - \cos^2 \theta},$$

ou, si l'on développe  $l^2$ ,

$$\Phi = 2ks(2\pi nR)^2 \cos \theta \sqrt{1 + 2u \cos \theta + u^2},$$

pour des combinaisons de valeurs de  $u$  et de  $\theta$  qui donnent pour  $i$  une valeur au plus égale à  $45^\circ$ .

4. *Effort sustentateur*. — Nous nous contenterons de considérer le mouvement amphibolique proprement dit. En posant

$$A = ks(2\pi nR)^2,$$

on a pour les réactions  $F$  et  $\Phi$  :

$$F = A \cos^2 \theta, \quad \Phi = 2A \cos \theta,$$

pour leurs composantes verticales :

$$F_v = A \cos^3 \theta, \quad \Phi_v = 2A \cos^2 \theta$$

et pour leurs moyennes infinitésimales :

$$F_m = \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} F_v d\theta = \frac{4}{3\pi} A,$$

$$\Phi_m = \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \Phi_v d\theta = A.$$

Or, voici la définition logique de l'effort sustentateur : *L'effort sustentateur est une force égale et opposée au poids de la masse que maintient l'aile si, après chaque battement, la masse revient à la même position.*

Pour évaluer ce poids, calculons le déplacement virtuel effectué par  $F_v$  au bout d'un battement. On a pour la force :

$$A \cos^3 \theta;$$

pour la vitesse que cette force communique à son point d'application,  $m$  désignant la masse :

$$\begin{aligned} \frac{A}{m} \int \cos^3 \theta dt &= \frac{A}{m} \frac{1}{2\pi n} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\theta} \cos^3 \theta d\theta \\ &= \frac{A}{m} \frac{1}{2\pi n} \left( \sin \theta - \frac{1}{3} \sin^3 \theta + \frac{2}{3} \right), \end{aligned}$$

et pour le déplacement :

$$\begin{aligned} e = \int v dt &= \frac{A}{m} \frac{1}{4\pi^2 n^2} \left( -\frac{2}{3} \cos \theta - \frac{1}{q} \cos^3 \theta + \frac{2\theta}{3} \right) \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \\ &= \frac{A}{m} \frac{1}{4\pi^2 n^2} \frac{2}{3} \pi = \frac{A}{\mu} \frac{1}{6\pi n^2}. \end{aligned}$$

Faisons le même calcul pour  $\Phi_v$ . On a pour la force :

$$2A \cos^3 \theta;$$

pour la vitesse,  $\mu$  désignant la masse :

$$\begin{aligned} \frac{2A}{\mu} \int \cos^2 \theta dt &= \frac{2A}{\mu} \frac{1}{2\pi n} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\theta} \cos^2 \theta d\theta \\ &= \frac{2A}{\mu} \frac{1}{2\pi n} \left( \frac{\theta}{2} + \frac{1}{4} \sin 2\theta + \frac{\pi}{4} \right), \end{aligned}$$

et pour le déplacement :

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \int v dt = \frac{2A}{\mu} \frac{1}{4\pi^2 n^2} \left( \frac{\theta^2}{4} - \frac{1}{8} \cos 2\theta + \frac{\pi}{4} \theta \right) \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \\ &= \frac{2A}{\mu} \frac{1}{4\pi^2 n^2} \frac{\pi^2}{4} = \frac{A}{m} \frac{1}{8n^2}. \end{aligned}$$

Le déplacement virtuel effectué par la pesanteur au bout d'un battement est

$$\frac{g}{8n^2}.$$

Si, d'une part, on égale ce déplacement à  $e$ , on trouve

$$mg = \frac{4}{3\pi} A = F_m;$$

si, d'autre part, on l'égale à  $\varepsilon$ , on trouve

$$\mu g = A = \Phi_m.$$

On peut exprimer ces faits remarquables en disant que *l'effort sustentateur proprement dit est égal à la moyenne infinitésimale de l'effort vertical, soit qu'on adopte la formule primitive, soit qu'on adopte la formule corrigée.*

La Louvière, le 24 février 1911.

---



**CHIMIE GÉNÉRALE. — Contribution à l'étude de l'action de l'alcool éthylique sur les chlorures d'acides arylsulfoniques,**

par M. R. GOUBAU.

Au cours de recherches dont j'espère avoir l'honneur de communiquer bientôt les résultats, j'ai été amené à transformer quantitativement des mélanges de chlorures d'acides sulfoniques en mélanges d'amides correspondantes.

Cette transformation se faisant en milieu alcoolique, j'examinai d'abord l'action de l'alcool sur les chlorures d'acides. Ce sont les résultats de ces recherches préliminaires que j'ai l'honneur de communiquer.

J'étudiai successivement les divers chlorures suivants : chlorure benzène monosulfonique, chlorures para-, méta- et orthotoluène monosulfoniques, chlorures parachloro-, bromo- et iodobenzène monosulfoniques, en examinant l'influence de la nature et de la position des substituants sur l'importance de la réaction.

**I. — Action de l'alcool éthylique sur les chlorures d'acides arylsulfoniques.**

*1° Considérations préliminaires.*

Suivant la température à laquelle ces substances sont mises en contact, les produits de la réaction sont différents.

A froid, il se fait l'éther-sel et de l'acide chlorhydrique (réaction I); à chaud, il se fait une vraie saponification de l'éther par l'excès d'alcool avec formation d'oxyde d'éthyle et d'acide sulfonique (réaction II).

Lorsqu'on dissout un chlorure d'acide arylsulfonique dans l'alcool éthylique, la solution, neutre au début, devient peu à

peu acide et la marche du phénomène se laisse aisément suivre à l'aide de dosages alcalimétriques.

Avant d'entreprendre l'étude dynamique de cette action, il me fallait établir si, à la température à laquelle je me proposais de faire mes essais, l'importance de la seconde des deux réactions étant négligeable vis-à-vis de l'importance de la réaction I, je pourrais étudier cette dernière comme si elle était isolée.

Déjà les expériences de Kraft et Roos semblaient confirmer cette idée; les essais suivants me paraissent la justifier davantage.

α) Lorsqu'on dissout un poids connu de chlorure d'acide arylsulfonique pur *dans un grand excès d'alcool absolu* maintenu à 30° C., on constate que la solution devient rapidement de plus en plus acide. Au moment où l'acidité correspond à la teneur en HCl due à la production de la réaction I, l'acidité de la solution ne varie plus que fort peu et avec une extrême lenteur.

Il est très facile de saisir le moment où la réaction paraît s'arrêter.

β) Une molécule de  $C^6H^5SO^2Cl$  est mise en solution dans dix molécules d'alcool éthylique absolu.

Le mélange est maintenu à 30° pendant vingt-quatre heures.

Au bout de ce temps, le mélange distillé ne fournit pas trace d'oxyde d'éthyle. A la température de 30° C., la saponification de l'éther-sel par l'alcool éthylique se fait donc avec une très grande lenteur.

Il y a par conséquent toute raison pour espérer qu'à la température de 30° C. et dans des solutions très diluées de chlorures d'acides dans l'alcool anhydre, la marche de la réaction I pourrait s'étudier comme si cette réaction était isolée.

L'action secondaire de HCl formé sur l'excès d'alcool n'était guère à craindre, celle-ci étant, d'après une observation de Berthelot, négligeable dans les conditions de mes expériences.

2° *Précautions opératoires.*

Pour obtenir des résultats concordants au cours des dosages, il est absolument nécessaire de se mettre rigoureusement dans les conditions suivantes :

α) Opérer avec des substances absolument anhydres.

L'alcool employé fut déshydraté par les procédés habituels et préparé au moment de l'emploi.

β) Opérer à température constante.

La variation de température maxima observée au cours de mes essais ne fut guère que de 0°05 C.

γ) La solution alcoolique doit être de dilution telle que l'indicateur alcalimétrique produise un virage net.

Pour réaliser l'ensemble de ces conditions, j'opérai de la manière suivante :

De la solution alcoolique maintenue dans le thermostat on prélève rapidement 10 centimètres cubes que l'on fait couler dans 40 centimètres cubes d'acétone pure et anhydre refroidie à 0°. De la sorte, grâce au refroidissement et à la dilution brusques, la réaction se trouve être considérablement ralentie et il devient facile d'y doser l'acide libre.

Le temps est compté à partir du début de la réaction jusqu'au moment où la pipette est complètement vidée. Les titrages furent faits à l'aide d'une solution aqueuse de NaOH (0.025 N. env.) exempte de CO<sub>2</sub>.

L'indicateur qui m'a donné les meilleurs résultats est la solution d'azolithmine.

### 3° *Considérations théoriques.*

En employant l'un des corps réagissants en grand excès par rapport à l'autre, je pouvais envisager la réaction I comme monomoléculaire et lui appliquer la formule de Wilhelmy :

$$K = \frac{1}{t} \ln \frac{a}{a-x'}$$

ou, plus simplement et en évitant l'erreur due à un défaut dans la fixation du titre de la soude :

$$K = \frac{1}{t} \ln \frac{n'}{n' - n}$$

$n'$  et  $n$  étant le nombre de centimètres cubes employés à la fin de la réaction et au temps  $t$ .

## II. — *Partie expérimentale.*

### § I. — *ÉTUDE DU CHLORURE D'ACIDE BENZÈNE SULFONIQUE.*

Le chlorure fut obtenu par sulfonation du benzène, cristallisation du sulfonate sodique et action du pentachlorure de phosphore sur ce dernier composé.

Le chlorure étudié avait les caractères suivants : Ébullition  $120^\circ$  sous 17 millimètres, fusion  $14^\circ 5$ . Densité à  $20^\circ = 1.388$ . Indice de réfraction à  $20^\circ = 1.5525$ .

#### *Action sur l'alcool.*

0.01 de molécule, soit  $1^{gr}76$ , est dissous dans la quantité d'alcool absolu nécessaire pour faire 100 centimètres cubes de solution.

On agite énergiquement et porte au thermostat.

De temps en temps on prélève 10 centimètres cubes de la

solution et neutralise rapidement par NaOH. 20 centimètres cubes sont maintenus jusqu'au lendemain dans le thermostat pour la fixation du titre total ( $n'$ ).

Voici quelques-uns des résultats obtenus :

TABLEAU I.

Expérience  $\alpha$ . Titre NaOH = 0.0249.  $a = 0.1$  mol.

Temps en minutes.	$n$ centimètres cubes		$2.3025 \frac{1}{t} \log \frac{a}{a-x}$
	I.	II.	
—	—	—	—
39	4.7	4.5	0.00302
90	11	10.9	0.00313
276	25	25	0.00301
350	29.3	29	0.00340
421	32	32.2	0.00345
488	34.5	34.6	0.00355
554	36.4	—	0.00364
557	—	36.5	0.0037
Lendemain matin.	41.8	42	—
— soir.	42	42	—

TABLEAU II.

Expérience  $\beta$ . Titre NaOH = 0.0249.  $a = 0.1$  mol. au litre.

Temps en minutes.	$n$ centimètres cubes.	$2.3025 \frac{1}{t} \log \frac{a}{a-x}$
—	—	—
12	1.5	0.00308
21	2.5	0.00300
71	8.2	0.00313
131	14.3	0.00325
231	21.7	0.00326
372	29	0.00329
440	31.8	0.00339
508	34.5	0.00362
Lendemain.	41-41.2	—

TABLEAU III.

Expérience  $\gamma$ . Titre NaOH = 0.02416 N.  $a = 0.1$  mol. au litre.

Temps en minutes.	$n$ centimètres cubes.	$2.3025 \frac{1}{t} \log \frac{a}{a-x}$
—	—	—
29	3.6	0.00309
71	8.3	0.00310
120	13.2	0.00314
162	17.4	0.00326
372	29.4	0.00323
420	31.3	0.00327
497	34.7	0.00356
531	36.9	0.00438
Lendemain.	42	—

TABLEAU IV.

Expérience  $\delta$ . Titre NaOH = 0.02416.  $a = 0.1$  au litre.

Temps en minutes.	$n$ centimètres cubes.	$2.3025 \frac{1}{t} \log \frac{a}{a-x}$
—	—	—
39	4.8	0.003119
44	5.2	0.00300
116	12.8	0.00314
281	25.2	0.00325
378	30.6	0.00345
400	30.7	0.00329
440	32.6	0.00346
463	33.1	0.00334
491	34.2	0.00343
508	34.9	0.0035
577	37	0.00379
587	37.2	0.00380

Au premier abord, les valeurs trouvées pour  $K$  paraissent assez peu concordantes; mais si, d'une part, on calcule l'énorme influence des erreurs dans l'appréciation du temps et du nombre de centimètres cubes de NaOH nécessaires à la neutralisation, si,

d'autre part, on tient compte des conditions dans lesquelles se font ces titrages et du fait que la sensibilité des indicateurs se trouve beaucoup diminuée en solution acétonique et alcoolique, on est, au contraire, étonné des résultats obtenus.

A l'aide des données fournies par mes expériences, j'ai tracé une courbe moyenne des variations de  $K$  au cours du phénomène.

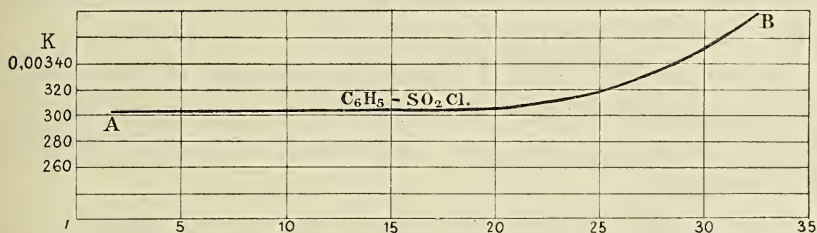


FIG. 1. — Teneur en HCl (en centimètres cubes NaOH titre : 0.025).

*Calcul des erreurs.* — La courbe idéale des valeurs de  $K$  tracée ci-dessus nous permet de comparer les valeurs vraies de  $K$  aux valeurs trouvées aux divers instants d'une des expériences précédentes.

Le tableau V donne une idée de l'influence des erreurs dans la mesure de  $t$  et de  $n$  sur la valeur trouvée de  $K$ .

TABLEAU V.

$t$ .	$n$ .	$k$ trouvé.	$k$ vrai.	Erreur de $n$ si $t$ est supposé exact.	Erreur de $t$ si $n$ est supposé exact.
39	4.8	0.00311	0.00304	— 0 <sup>cc</sup> 1	— 48''
44	5.2	0.00300	0.003045	+ 0 <sup>cc</sup> 05	+ 30''
116	12.8	0 00314	0 00307	— 0 <sup>cc</sup> 22	— 2'
281	25.2	0.00325	0.00320	— 0 <sup>cc</sup> 12	— 5'
400	30.7	0 00329	0.00332	+ 0 <sup>cc</sup> 15	+ 5'
440	32.6	0.00346	0.00338	— 0 <sup>cc</sup> 13	— 4'
463	33.1	0.00334	0 00340	+ 0 <sup>cc</sup> 17	+ 6'
491	34.2	0.00343	0.00347	— 0 <sup>cc</sup> 15	+ 4'
508	34.9	0 00355	0.00355	+ 0 <sup>cc</sup> 0	0'
577	37	0.00379	0.00351	+ 0 <sup>cc</sup> 12	+ 10'
587	37.2	0.00380	0 00383	+ 0 <sup>cc</sup> 3	+ 20'

Le tableau précédent (n° V) montre combien peu les erreurs de temps sont à craindre; en effet, il est probable que dans l'appréciation du temps l'erreur dépasse rarement 10 secondes, et une telle erreur est sans influence sur la valeur de K.

Par contre, les erreurs dans la mesure de  $n$  sont de la plus grande importance; si on songe combien il est difficile de doser un acide en milieu acétonique à l'aide d'une solution 0.025 N de soude à 0°1 près, on sera étonné de la précision obtenue dans les expériences décrites plus haut.

La courbe de la figure 1 représente-t-elle une variation réelle de K, ou son allure spéciale n'est-elle que le résultat du fait que les erreurs d'expérience sont différentes à la fin et au début de l'expérience?

La seconde des deux hypothèses me paraît pouvoir être rejetée, car il semble que si les erreurs d'expérience étaient causes de la variation de K, cette variation devrait se produire d'une manière toute différente de celle qu'indique la courbe.

L'augmentation de K vers la fin de l'essai est donc bien réelle. Cette augmentation pourrait être due au fait que, vers la fin de l'essai, la réaction II devienne assez importante pour influencer la valeur de K. Mais il paraîtrait, dans ces conditions, assez bizarre que l'arrêt apparent de la réaction se produise précisément au moment où la quantité d'acide libre dans la solution corresponde à la quantité d'HCl mis en liberté dans la réaction I se produisant seule.

D'autres circonstances peuvent du reste justifier cette augmentation de la valeur de K.

L'hypothèse la plus simple expliquant cette augmentation à mesure que la réaction progresse, est celle d'une action catalytique de l'un des produits de la réaction.

Cette hypothèse est facile à vérifier: il suffit de dissoudre le chlorure d'acide, non plus dans l'alcool pur, mais dans de l'alcool contenant déjà en dissolution de l'acide chlorhydrique ou de l'éther-sel.

Le tableau suivant résume un essai entrepris avec une solution alcoolique de HCl.



TABLEAU VI.

Expérience A. — Solution renfermant 0.06 mol. HCl au litre.  
Titre NaOH = 0.02416  $a = 0.1$ .

Temps en minutes.	$n$ .	$2.3025 \frac{1}{t} \log \frac{a}{a-x}$
—	—	—
92	16.1	0.00525
188	25.4	0.00530
212	28	0.00517
262	30.3	0.00488
270	32.5	0.00550
381	36.4	0.00587
432	37.2	0.00562
Lendemain.	42	—

Ce tableau fait voir que HCl exerce réellement une action catalytique puissante sur la réaction.

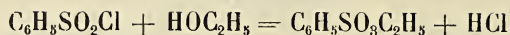
Si l'on augmente encore la teneur en HCl, la réaction s'achève si rapidement qu'il n'y a plus moyen de suivre sa marche à l'aide de dosages alcalimétriques. Ce fait est mis en évidence par le tableau suivant :

TABLEAU VII.

Solution renfermant 0.1 mol. HCl au litre. Titre NaOH = 0.0241.  
 $a = 0.1$  mol.

Temps en minutes.	$n$ .	$2.3025 \frac{1}{t} \log \frac{a}{a-x}$
—	—	—
107	28.4	0.00860
137	29.4	0.00877
183	32.2	0.00805
368	39	0.00717
459	39.4	0.00607
541	40.5	0.00615

La réaction



s'accélère donc d'elle-même; elle constitue un nouvel exemple d'autocatalyse.

De ce fait nous pouvons conclure :

1° Que l'énoncé de la valeur de  $K$  pour divers chlorures d'acides sulfoniques ne suffit à caractériser ces substances que pour autant que l'on indique en même temps la concentration initiale et la concentration de  $\text{HCl}$  libre;

2° Qu'en expliquant l'action catalytique de  $\text{HCl}$  dans l'éthérisation d'un alcool par un acide en disant que  $\text{HCl}$  produit la transformation de l'acide en chlorure d'acide, lequel réagit sur l'alcool, on ne fournit qu'une explication partielle du mécanisme de cette action catalytique.

## § II. — ÉTUDE DE L'ACIDE PARATOLUÈNE MONOSULFONIQUE.

Le chlorure de cet acide, exempt de ses isomères ortho- et méta-, fut préparé selon les indications de Holleman.

Il fut purifié par distillation dans le vide.

Point de fusion, 69°; ébullition, 140° sous 20 millimètres.

Ce composé se prêtant mieux que les autres chlorures d'acides aux pesées exactes, ce fut lui que j'employai à déterminer la température et la concentration les plus convenables à mes expériences.

Les tableaux suivants résument quelques-unes des expériences réalisées.

TABLEAU VIII.

$a = 0.01159$  mol. chlorure d'acide au litre. Température = 50°C.

Temps en minutes.	$n$ .	$2.3025 \frac{1}{t} \log \frac{a}{a-x}$	
—	—	—	
0	0	—	
33	1.24	0.01068	
71	2.55	0.01131	
100	2.91	0.01167	Moyenne.
196	3.85	0.0117	0.01301
255	4.10	0.0142	
278	4.16	0.0156	
Lendemain.	4.2	—	

TABLEAU IX.

$a = 0.02826$  mol. au litre. Température = 50°C.

Temps en minutes.	$n$ .	$2.3025 \frac{1}{t} \log \frac{a}{a-x}$	
—	—	—	
31	3.43	0.0127	
62	5.82	0.0129	
89	7.38	0.0133	Moyenne.
122	8.32	0.01289	0.01315
164	9.36	0.0139	
232	10.08	0.1384	
Lendemain.	10.2	—	

La comparaison des deux tableaux précédents nous montre que  $K$  varie avec la concentration initiale du chlorure d'acide. Ce fait provient de ce que l'acide chlorhydrique catalyse la réaction

TABLEAU X.

$a = 0.025$  mol. de chlorure d'acide au litre. Température =  $0^{\circ}\text{C}$ .

Temps en minutes.	$n$ .	$2.3025 \frac{1}{t} \log \frac{a}{a-x}$
—	—	—
1290	1.05	0.0000957
1838	1.7	0.000116
3113	2.4	0.000097
	9.06 (total)	

TABLEAU XI.

$a = 0.025$  mol. de chlorure d'acide au litre. Température =  $30^{\circ}\text{C}$ .

Temps en minutes.	$n$ .	$2.3025 \frac{1}{t} \log \frac{a}{a-x}$
—	—	—
56	1	0.00172
91	1.9	0.00187
125	2.4	0.00199
153	3.5	0.00255
194	4.4	0.00264
227	5.1	0.00276
296	5.45	0.00234
378	6.5	0.00240
457	7.05	0.00228
491	7.8	0.00256
551	8.1	0.002464
592	8.7	0.00269
Lendemain.	10.9	—

A l'aide des données résumées dans les précédents tableaux, j'ai calculé la variation de  $K$  en fonction de la température.

Comme pour la plupart des réactions étudiées à ce point de vue, le rapport  $\frac{K_{t+10}}{K_t}$  oscille entre 2 et 3. La valeur moyenne trouvée est 2.63 (max. 2.73, min. 2.53).

Dans l'espoir d'atteindre une plus grande précision, je repris

de nouveaux essais à la température de 30°, avec des solutions décinormales de chlorures d'acide.

Voici quelques résultats obtenus :

TABLEAU XII.

$a = 0.1$  mol. au litre. Titre NaOH = 0.02416. Température = 30°C.

Temps en minutes.	$n$ , I. — II.	$2.3025 \frac{1}{t} \log \frac{a}{a-x}$
47	4.4	0.00240
81	7.8	0.00260
100	10.2	0.00286
138	13.1	0.00279
145	13.7	0.00280
317	24.7	0.00290
421	31.9	0.00314
507	33.4	0.00331
557	35	0.00345
665	36	0.08320
Lendemain.	41	—

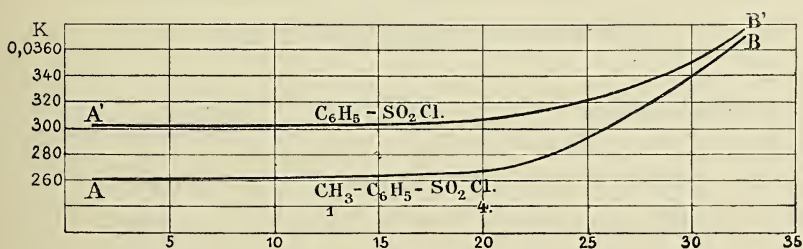


FIG. 2. — Teneur en HCl.

La courbe AB du graphique est une courbe moyenne résumant une série de cinq expériences.

La courbe A'B' est la courbe obtenue dans les essais à l'aide

du chlorure de l'acide benzène monosulfonique. La comparaison des deux courbes nous apprend :

1° Que le groupement  $\text{CH}_3$  occupant la para-position ralentit l'action de l'alcool sur le chlorure d'acide;

2° Que cette réaction est fort influencée par l'action catalytique de  $\text{HCl}$ .

### § III. — ÉTUDE DU CHLORURE O. TOLUÈNE SULFONIQUE.

Pour éviter la présence de composés isomères, ce composé fut préparé, non par sulfonation directe, mais par action successive de  $\text{SO}_2$  et de  $\text{Cl}_2$  sur le produit de diazotation de l'ortho-toluidine pure.

Liquide incolore. Ébullition  $128^{\circ}8$  sous 15 millimètres, indice de réfraction à  $20^{\circ}$  : 1.5572. Traité par  $\text{NH}_3$ , ce composé fournit une amide fusible à  $154^{\circ}$  C.

Les essais furent faits à l'aide de solutions alcooliques décimales de chlorures d'acide et à la température de  $30^{\circ}$  C. Les tableaux suivants résument quelques expériences.

TABLEAU XIII.

$a = 0.1$ . Température =  $30^{\circ}\text{C}$ .

Temps en minutes.	$n$ .	$2.3026 \frac{1}{t} \log \frac{a}{a-x}$
—	—	—
32	3.9	0.00307
71	8	0.00302
124	13.3	0.00316
237	21.2	0.00306
414	29.7	0.00311
550	36.4	0.00340
770	38	0.00338
Lendemain.	41	—

TABLEAU XIV.

$a = 0.1$ . Température = 30°C.

Temps en minutes.	$n$ centimètres cubes.	$2.3025 \frac{1}{t} \log \frac{a}{a-x}$
—	—	—
28	3.6	0.00300
99	11	0.00306
145	14.7	0.00298
178	18.2	0.00320
200	19.7	0.00317
264	24.4	0.00326
434	33.2	0.00359
507	35	0.00353
Lendemain.	42	—

La comparaison des résultats consignés dans ces deux tableaux avec ceux obtenus à l'aide du chlorure benzène monosulfonique, montre que le groupement  $\text{CH}_3$ - occupant l'orthoposition n'a guère d'influence sur la vitesse de la réaction.

#### § IV. — CHLORURE MÉTATOLUÈNE SULFONIQUE.

Ce chlorure d'acide est beaucoup plus difficile à obtenir que ses deux isomères. Après avoir vainement cherché à en obtenir des quantités appréciables par la méthode de Griffin, je le préparai suivant les indications de Müller, par l'action de l'amalgame de sodium sur l'acide ortho-bromo-métatoluène sulfonique.

Le composé ainsi obtenu ne présentant pas toutes les garanties de pureté, les résultats consignés dans les tableaux suivants pourraient n'être qu'approximatifs.

TABLEAU XV.

$a = 0.1$ . Température = 30°C.

Temps en minutes.	$n$ centimètres cubes.	$2.3025 \frac{1}{t} \log \frac{a}{a-x}$
—	—	—
15	2.5	0.00240
63	5.6	0.00235
113	10.3	0.00229
187	15.2	0.00246
207	16.7	0.00253
355	23.3	0.00270
510	32.1	0.00266
Lendemain.	41	0.00300

TABLEAU XVI.

$a = 0.1$ . Température = 30°C.

Temps en minutes.	$n$ centimètres cubes.	$2.3025 \frac{1}{t} \log \frac{a-x}{a}$
—	—	—
53	4.8	0.00230
81	7.2	0.00236
108	9.4	0.00241
165	13.9	0.00247
179	15.2	0.00254
343	24.2	0.00243
404	27	0.00260
520	33	0.00304
Lendemain.	41.3	—

Le groupement  $\text{CH}_3$ - en métaposition paraît donc exercer une influence considérable sur la vitesse de la réaction.

Nous avons encore étudié les chlorures des acides para-chloro, para-bromo et para-iodo-benzène sulfonique.

L'influence de la réaction II était, dans ces cas, beaucoup plus à craindre, étant donné que les éthers de ces acides sont beau-



coup plus aisément saponifiés par l'alcool que les éthers des acides précédemment étudiés.

Toutefois, les résultats obtenus dans mes essais par l'application de la formule de Wilhelmy ont été suffisamment concordants pour qu'on en puisse conclure que l'influence perturbatrice de la réaction II n'est guère considérable.

§ V. — CHLORURE PARA-CHLORO-BENZÈNE MONOSULFONIQUE.

Ce composé fut obtenu par sulfonation du benzène monochloré, cristallisation des sulfonates obtenus et action de  $\text{PCl}_5$ .

Solide blanc, fusion à  $53^\circ$ ; ébullition :  $146^\circ \text{C.}$  sous 25 millimètres.

La dissolution dans l'alcool étant fort lente, j'ajoutai à la dissolution 5 centimètres cubes d'acétone anhydre.

TABLEAU XVII.

$$a = 0.1066. \quad \text{Température} = 30^\circ\text{C.}$$

Temps en minutes.	$n$ centimètres cubes.	$2.3025 \frac{1}{t} \log \frac{a}{a-x}$
—	—	—
37	6.9	0.00453
71	12	0.00447
114	17.7	0.00450
272	31.6	0.00463
344	35.2	0.00465
403	37.9	0.00483
502	41.5	0.00552
Lendemain.	44.6	—

L'examen du tableau précédent suffit à montrer combien le groupe  $\text{Cl-}$  occupant la paraposition accélère la réaction.

§ VI. — CHLORURE DE L'ACIDE P. BROMO-BENZÈNE MONOSULFONIQUE.

Ce composé fut obtenu de la même manière que le chlorure p. chloro-benzène sulfonique, en partant du benzène monobromé.

Solide blanc, cristallisant en grands cristaux isolés, fusion 70°, ne distillant pas sans décomposition au dessus de 10 millimètres.

TABLEAU XVIII.

$a = 0.1052$ . Température = 30°C.

Temps en minutes.	$n$ centimètres cubes		$2.3025 \frac{1}{t} \log \frac{a}{a-x}$
	I.	II.	
—	—	—	—
39	7.1	7.2	0.00435
70	11.9	11.7	0.00447
104	15.7	15.8	0.00472
271	32.5	32.5	0.00497
350	36.2	—	0.00464
371	—	37.1	0.00496
418	39.6	39.5	0.00645
477	41.5	—	0.00725
503	—	41.7	0.00715
Lendemain.	44.2	43.9	—

Le brome occupant la paraproposition a donc une influence analogue à celle du chlore, mais plus accusée.

L'augmentation énorme de  $K$  à la fin de l'essai pourrait être due à la fois à l'action catalytique de  $HCl$  et à l'importance plus grande de la réaction II.

§ VII. — CHLORURE PARA-iodo-BENZÈNE SULFONIQUE.

Même mode de préparation que pour les composés précédents.  
Corps solide fusible à 86°.

TABLEAU XIX.

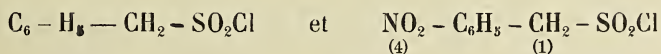
$a = 0.1$ . Température = 30°.

Temps en minutes.	$n$ centimètres cubes.	$2.3025 \frac{1}{t} \log \frac{a}{a-x}$
30	7.5	0.00645
31	7.4	0.00634
58	11.9	0.00575
69	14.9	0.00632
95	16	0.00550
327	34.2	0.00557
399	37.4	0.00556
459	39.3	0.00595
460	39.5	0.00612

Ces résultats, moins concordants que ceux obtenus pour d'autres chlorures d'acides, semblent montrer que l'iode accélère plus la réaction que le chlore ou le brome.

Le moment où la réaction I est finie étant difficile à percevoir dans le cas du chlorure para-iodo-benzène sulfonique, il y a tout lieu de croire que la réaction II acquiert une importance appréciable.

Des recherches analogues entreprises à l'aide des deux chlorures



ne m'ont donné jusqu'ici aucun résultat.

*Résumé et conclusions.*

De l'ensemble des recherches dont l'exposé précède, je crois pouvoir conclure :

1° L'action des chlorures d'acides arylsulfoniques sur l'alcool est suffisamment lente pour pouvoir être suivie à l'aide de dosages alcalimétriques.

2° A la température de 30°C. et dans des solutions alcooliques très diluées, la saponification de l'éther composé, par l'alcool, est négligeable.

3° Si la solution est très diluée, la réaction I peut être considérée comme monomoléculaire.

4° La valeur de K, calculée par la formule de Wilhelmy, croît lentement à mesure que la réaction progresse.

5° Cette augmentation de K s'explique par le fait qu'il y a autocatalyse, l'acide chlorhydrique formé agissant comme catalyseur.

6° La valeur du quotient  $\frac{K_{t+10}}{K_t}$  est de 2.63.

7° Le groupement CH<sub>3</sub>- substitué à l'un des atomes d'hydrogène du noyau diminue la vitesse de la réaction.

Cette action, très accusée pour le chlorure 1,3, l'est moins pour le chlorure 1,4 et paraît négligeable pour le chlorure 1,2.

8° Les éléments électronégatifs Cl, Br, I, substitués à l'un des atomes d'hydrogène, accélèrent la réaction.

Contrairement à ce que la théorie ferait prévoir, cette action est d'autant plus nette que l'élément substituant a un poids atomique plus élevé.

---

**ÉLECTRICITÉ. — Recherches expérimentales relatives à l'influence exercée par le mouvement de l'air sur la décharge électrique et le potentiel de décharge,**

par ERNEST VANPÉE, docteur en sciences physiques et mathématiques.

Wesendonck (\*) a signalé que dans certaines circonstances favorables, circonstances qu'il ne spécifie pas, l'étincelle s'éteint par le soufflage, ou qu'elle ne se produit plus que par intermittence. Dans le cas d'une pointe, il arrive à la conclusion que le potentiel de décharge n'est pas affecté, quoique la décharge change d'aspect.

O. Lehmann (\*\*) a également étudié le même sujet. Ses expériences sont particulièrement remarquables par les conditions exceptionnelles dans lesquelles elles ont été faites : il s'est servi d'une machine à influence à soixante plateaux, ce qui lui procurait un débit d'électricité considérable.

Il éteignait l'étincelle obtenue entre deux sphères métalliques en soufflant sur l'anode ; la décharge s'effectuait alors par aigrette ou effluve. En d'autres lieux de l'espace compris entre les électrodes, et sur la cathode, l'étincelle se montrait insensible au soufflage ; il faut excepter toutefois l'étincelle d'induction qui se divise en plusieurs étincelles.

Lehmann constatait que la décharge par effluve contournait la colonne d'air en mouvement ; il observait également, dans la décharge par lueurs, l'ombre électrique de cette colonne.

En augmentant la capacité du condensateur placé dans le cir-

---

(\*) WESENDONCK, *Wied. Ann.*, 40, 1890, pp. 484-485.

(\*\*) O. LEHMANN. *Entladung der Influenzmaschine*. (WIED. ANN., 44, 1891, pp. 646 et suiv.)

cuit, les phénomènes observés sur l'étincelle devenaient moins nets et finissaient par disparaître pour une capacité suffisante.

Les physiciens dont nous venons de parler ont envisagé le phénomène surtout au point de vue qualitatif; ils ne se sont pas ou très peu occupés des variations du potentiel de décharge : Lehmann n'émet qu'une hypothèse à ce sujet et Wesendonck n'examine qu'un seul cas particulier.

Nous nous sommes proposé d'étudier plus spécialement le phénomène au point de vue de la variation du potentiel de décharge; en même temps, il nous a paru logique de noter tous les détails qualitatifs : de cette façon, il nous a été possible de donner des faits observés une description plus complète.

## CHAPITRE PREMIER.

### Électricité statique.

#### § 1. — DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL.

Le dispositif employé dans la plus grande partie de ces expériences est représenté schématiquement figure 1.

Nous indiquerons plus tard, lorsqu'il y aura lieu, les modifications de détail apportées à ce dispositif.

M représente une machine de Winhurst à quatre plateaux; B, une batterie de trois jarres servant de condensateur; *m*, un micromètre d'expériences à électrodes de formes variables; E, un électromètre à cylindres de Bichat et Blondlot; S, une soufflerie laissant échapper l'air par la sortie *s* placée en face du micromètre *m* de façon à produire un courant d'air perpendiculaire au trajet de l'étincelle; T, le fil relié à la terre.

Les communications entre la machine et les divers appareils sont faites au moyen de fils de laiton enfermés dans des tubes en verre. Dans ceux-ci nous avons coulé de la paraffine; nous les

avons aussi recouverts d'une couche de cette substance. De cette façon les pertes d'électricité ont été rendues très minimes.

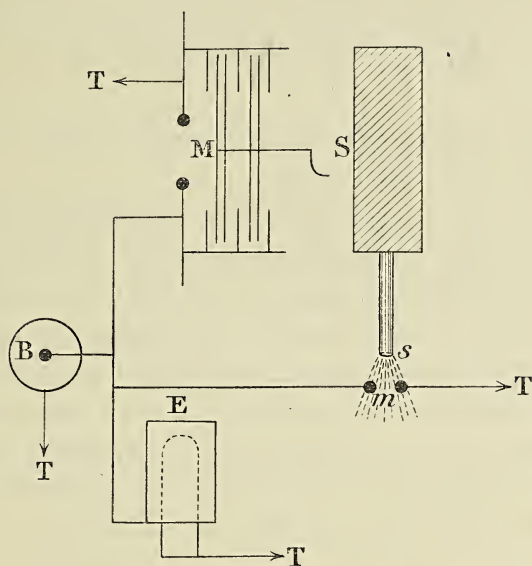


FIG. 1. — Dispositif expérimental.

L'électromètre employé est celui de MM. Bichat et Blondlot (\*), basé sur la théorie de l'attraction électrostatique entre deux cylindres coaxiaux. La force attractive est donnée par la formule

$$F = \frac{V^2}{4 \log \frac{R}{r}}$$

V étant la différence de potentiel existant entre les deux cylindres, R et r respectivement les rayons des cylindres extérieur et intérieur.

F s'exprime en dynes, si V s'exprime en unités électrostatiques et R et r en centimètres.

(\*) BICHAT ET BLONDLOT. *Journal de physique*, 1887, 2<sup>e</sup> sér., t. V, pp. 325 et 457.

On compense l'action électrostatique par des poids, de sorte que le potentiel est donné en unités électrostatiques par la relation

$$\sqrt{4Pg \log \frac{R}{r}} = \sqrt{4g \log \frac{R}{r}} \cdot \sqrt{P}.$$

Le premier facteur est constant; il est égal à 59.38 pour l'appareil que nous avons utilisé.

Un miroir fixé à la partie mobile de l'électromètre réfléchit dans une lunette la graduation d'une règle verticale et permet d'observer le moindre mouvement du balancier. Les déviations constatées sont proportionnelles aux poids. A un poids de 200 milligrammes correspond une déviation de 165 millimètres.

Dans la plupart de nos expériences, nous avons déterminé le poids compensateur nécessaire par la déviation observée au moment de la décharge. Si nous désignons par S cette déviation, le potentiel de décharge est donné par la formule

$$V = 59.38 \sqrt{\frac{0.200 \delta}{165}} = 59.38 \sqrt{\frac{2 \delta}{1650}}.$$

Dans le cas où les limites de la graduation sont dépassées, on place un poids  $\pi$  sur l'électromètre de façon à rentrer dans ces limites; il faut alors appliquer la formule

$$V = 59.38 \sqrt{\pi + \frac{2 \delta}{1650}}.$$

Cette méthode a l'avantage d'être assez rapide. Elle permet de constater de faibles variations de potentiel.

Lorsque la décharge s'opérait d'une façon continue, les variations du potentiel de décharge dans l'air en repos et dans l'air en mouvement ont pu être déterminées avec une approximation et un degré de certitude suffisants.

La valeur absolue des potentiels important peu, nous ne nous sommes pas occupé de celle-ci.



La variation de potentiel peut être considérée comme donnée avec une approximation de 0.3 U. E. S.

Les expériences où la variation est plus petite ou égale à l'approximation ont été répétées un grand nombre de fois.

## § 2. — EXPÉRIENCES PRÉLIMINAIRES.

Dans une première série d'expériences, les électrodes du micromètre étaient des sphères en laiton de 16 millimètres de diamètre. Nous les avons placées dans un tube en verre et avons déterminé la différence de potentiel au moment où l'étincelle éclatait, d'abord dans l'air en repos et ensuite en faisant écouler l'air dans le tube.

La valeur du potentiel de décharge était la même dans les deux cas.

Pour ces expériences, la machine était pourvue du condensateur, une seule étincelle éclatait à la fois. Après chaque étincelle, nous avons attendu trois ou quatre minutes avant de renouveler l'expérience; on sait qu'en ne prenant pas ces précautions, l'existence d'ions produits par la première étincelle diminue notablement le potentiel de décharge de l'étincelle suivante.

Nous avons opéré avec des courants d'air de vitesse plus ou moins grande et atteignant jusqu'à environ 1 mètre par seconde.

Nous avons également opéré avec des distances explosives différentes, environ 1 millimètre, de 5 à 6 millimètres et 10 à 12 millimètres.

Les expériences faites dans ces conditions nous ayant toutes donné un résultat négatif, nous avons encore fait quelques essais en employant un dispositif réalisant entre les électrodes un courant d'air plus énergique.

Les résultats furent encore négatifs.

Mais en employant des électrodes de plus petites dimensions (sphères de 8<sup>mm</sup>2 de diamètre) et lorsque la distance entre les

électrodes devenait suffisamment grande, nous obtenions finalement une augmentation du potentiel de décharge.

De même en employant des électrodes de formes différentes, capables de donner des décharges par aigrette ou effluve, les résultats furent également positifs.

Ces derniers faits constatés, nous nous sommes proposé de les étudier d'une façon plus méthodique.

Remarquons aussi que les travaux de Lehmann semblent prouver que les variations de l'aspect de la décharge par étincelles, sous l'influence d'un courant d'air, deviennent moins marquées lorsqu'on augmente la capacité du condensateur. Ces variations d'aspect peuvent même disparaître complètement pour une capacité suffisante. Ce fait nous a démontré l'utilité de faire aussi des expériences sans condensateur.

Nos dernières observations et la remarque précédente nous ont donc conduit à entreprendre la série d'expériences suivante.

### § 3. — EXPÉRIENCES EN SOUFFLANT PERPENDICULAIREMENT AU TRAJET DE LA DÉCHARGE ÉLECTRIQUE.

Dans ces expériences, nous avons conservé le dispositif expérimental tel qu'il est décrit au § 1.

L'air s'échappait par une ouverture rectangulaire  $s$  de 55 millimètres de longueur sur 6 millimètres de largeur. Les électrodes étaient placées à une distance moyenne de 8 millimètres de cette ouverture ; on pouvait les écarter entre elles dans le sens de la largeur de celle-ci. La figure 2 donne une représentation, à dimensions réduites, de ce dispositif, qui réalisait les conditions suivantes :

1° Il permettait de produire un courant d'air agissant sur toute la distance explosive ;

2° Il rendait plus uniforme l'action produite sur la décharge par le voisinage du diélectrique.

Nous avons, dans la plupart des cas, expérimenté de deux façons : avec et sans condensateur.

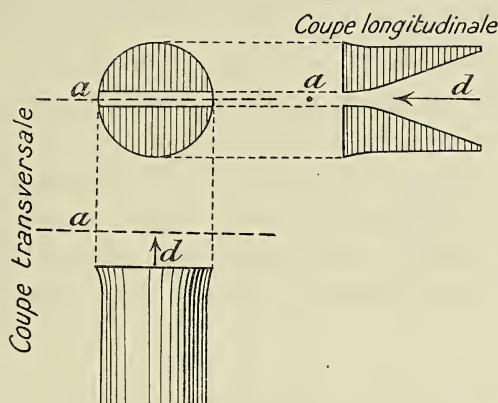


FIG. 2. — Dispositif formant l'échappe d'air.

$a$  = axe moyen des électrodes;  
 $d$  = direction du courant d'air.

Il ne nous a pas été possible de reproduire les expériences avec les mêmes valeurs absolues du potentiel de décharge. Nous attribuons ces différences aux rapprochements plus ou moins grands des électrodes du dispositif décrit ci-dessus ainsi qu'aux modifications des électrodes produites par la décharge ou le nettoyage.

Mais en comparant diverses expériences, on constate que l'allure générale des phénomènes observés reste à peu près la même. Nous concluons donc à l'existence des phénomènes, en donnant comme exemples les résultats d'une expérience pendant laquelle le dispositif est resté invariable.

Nous avons constaté que la polarité de l'électrode reliée à la terre exerçait sur le potentiel, de même que sur la nature de la décharge, une influence assez considérable; voilà pourquoi nous avons scindé ces expériences en deux groupes qui se distinguent par la polarité de l'électrode reliée à la terre. L'électromètre étant construit de façon que le cylindre extérieur doit toujours

être relié à la terre, il ne nous a pas été possible d'expérimenter en supprimant toutes communications à la terre.

Tous les potentiels sont donnés en unités électrostatiques. La vitesse de l'air à la sortie de l'orifice était d'environ 20 mètres à la seconde. Nous l'avons déterminée en mesurant les dimensions du réservoir de la soufflerie, lorsque celui-ci était complètement rempli d'air et en comptant le temps nécessaire pour le vider. La grandeur de l'orifice étant connue, il était facile de connaître la vitesse de l'air à sa sortie. En passant entre les électrodes, cette vitesse était naturellement réduite d'une assez forte quantité par suite de la résistance de l'air extérieur.

Ayant toujours opéré de la même façon, cette vitesse est restée constante pendant toute la durée de nos expériences.

#### A. — Expériences en prenant comme électrodes des cônes en laiton.

Ces cônes sont représentés (grandeur naturelle) figure 4. Leur extrémité n'est pas une pointe parfaite, mais arrondie suivant un rayon de courbure d'environ  $\frac{1}{8}$  de millimètre. La forme de ces électrodes est telle qu'on pouvait obtenir, suivant leur distance, divers modes de décharge.

#### 1° EXPÉRIENCES EN RELIANT LE PÔLE POSITIF A LA TERRE.

##### a) *Sans condensateur.*

Nous donnons au tableau I les résultats quantitatifs. A la suite de ce tableau, nous renseignons les détails qualitatifs. En tête de chaque détail qualitatif, nous indiquons la ou les distances auxquelles ce détail se rapporte.

Dans la suite, nous observerons le même ordre.

TABLEAU I.

<i>d.</i>	<i>v.</i>	<i>v'</i> .	<i>a.</i>	<i>d.</i>	<i>v.</i>	<i>v'</i> .	<i>a.</i>
1	8,8	8,8	—	8	?	24,9	?
2	10,1	10,1	—	8,5	25,2	25,7	0,5
3	12,9	13,2	0,3	9	25,9	26,7	0,8
4	13,9	14,3	0,4	10	27,9	28,7	0,8
4,5	14,6	18,5	3,9	10,5	28,8	29,4	0,6
4,75	15,0	19,3	4,3	11	29,7	30,1	0,4
5	15,3	18,5	3,2	11,5	30,5	30,9	0,4
5,5	15,6	17,3	1,7	12	31,4	32,1	0,7
6	15,6	16,0	0,4	13	33,2	34,1	0,9
6,5	15,6	16,0	0,4	14	35,9	36,5	0,6
7	15,6	16,4	0,8	15	38,6	39,7	1,1
7,5	16,0	24,5	8,5				

*d* = distance entre les électrodes (en millimètres).

*v* = différence de potentiel au moment de la décharge sans souffler.

*v'* = même différence en soufflant.

*a* = *v'* — *v* = variation du potentiel de décharge produite en soufflant.

### *Détails qualitatifs.*

*d* = 1 et 2 millimètres. — La décharge se fait par étincelles ; celles-ci ne semblent pas déviées par le courant d'air.

*d* = 3 à 7 millimètres. — Les étincelles persistent, mais le bruit qu'elles produisent n'est pas un bruit sec, tel qu'elles le produisent ordinairement, ce qui tendrait à nous faire supposer

que la décharge s'effectue encore d'une autre manière. Le courant d'air dévie ces étincelles.

$d = 7^{\text{mm}}\text{S}$ . — Les étincelles disparaissent en soufflant; la décharge s'effectue alors par lueurs aux électrodes.

$d = 7^{\text{mm}}\text{S}$  et 8 millimètres. — Tantôt des lueurs aux électrodes, tantôt des étincelles qui disparaissent en soufflant.

$d = 8^{\text{mm}}\text{S}$  à  $10^{\text{mm}}\text{S}$  inclus. — Décharge par lueurs aux électrodes, aucun changement en soufflant.

$d = 11$  à  $12$  millimètres. — Toujours une lueur négative, mais une aigrette positive bien marquée; de temps en temps l'aigrette s'allonge et atteint la cathode, de façon à affecter la forme d'une décharge par effluve; immédiatement après, l'étincelle éclate.

En soufflant, l'aigrette est déviée, elle atteint la cathode de temps en temps, en présentant la forme d'une effluve déviée, mais l'étincelle n'éclate plus.

Les potentiels ont été assez difficiles à repérer dans cet intervalle.

Pour la distance de 13 millimètres, l'effluve devient continue, mais en soufflant elle se change en lueurs aux électrodes.

Pour les distances supérieures, la décharge s'effectue par lueurs aux électrodes. Nous avons constaté ici, comme du reste dans toutes les expériences où la décharge se faisait par lueurs aux électrodes, que le potentiel de décharge semblait devenir fonction du débit; nous faisons donc nos réserves quant aux résultats donnés dans ce cas. Si nous indiquons une variation de potentiel, c'est qu'en soufflant celui-ci s'est toujours élevé.

Il est établi dans diverses descriptions de décharges électriques que la décharge par lueur n'est souvent qu'un intermédiaire entre deux décharges par aigrettes ou étincelles dont la première n'a pas toujours lieu tandis que la seconde bien, pourvu que le débit d'électricité soit suffisant pour faire apparaître cette dernière. Il est donc naturel que nous trouvions dans la décharge par lueur un potentiel variable. Les remarques

faites après le 2° du littéra A justifie entièrement cette manière de voir.

Le diagramme figure 3 résume ces résultats ; nous portons en abscisses les distances explosives, en ordonnées les potentiels de décharge ; la courbe en traits pleins est relative à l'air en repos, celle en traits interrompus à l'air en mouvement ; les traits

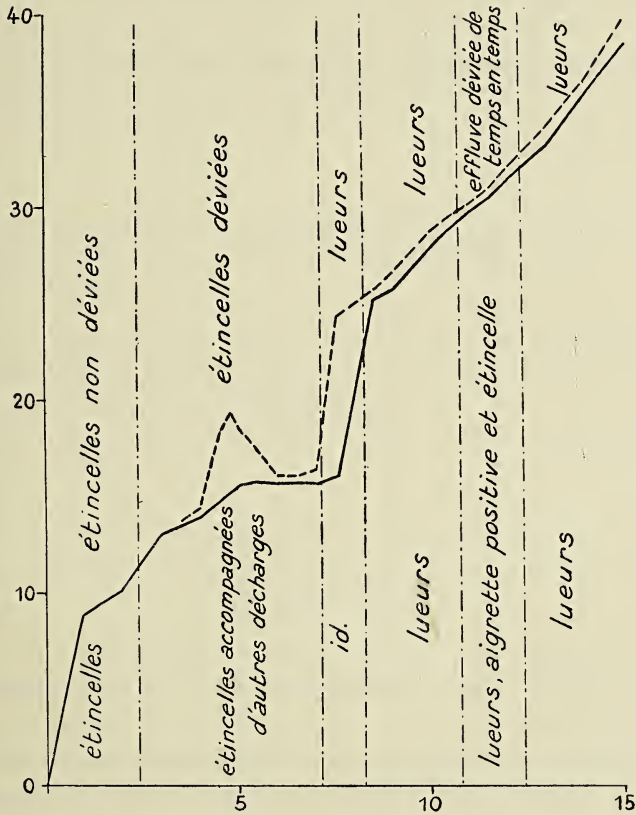


FIG. 3. — Diagramme correspondant aux expériences sans condensateur et avec cônes en laiton, le pôle positif étant relié à la terre.

sécants parallèles à l'axe des ordonnées partagent le plan en régions où les phénomènes observés sont semblables ; les observations faites en dessous des courbes sont relatives à l'air en repos, celles au-dessus, à l'air en mouvement.

b) Avec condensateur.

TABLEAU II.

<i>d.</i>	<i>v.</i>	<i>v'.</i>	<i>a.</i>	<i>d.</i>	<i>v.</i>	<i>v'.</i>	<i>a.</i>
1	13,0	13,0	—	7	22,4	23,8	1,4
2	16,5	16,5	—	7,5	23,3	24,3	1,0
3	17,8	17,8	—	8	24,0	25,0	1,0
3,5	19,3	19,3	—	8,5	24,6	25,8	1,2
4	19,9	21,2	0,3	9	25,2	26,3	1,1
4,5	20,4	21,0	0,6	10	26,7	27,6	0,9
5	21,0	21,0	—	11	28,7	29,4	0,
5,5	21,5	21,5	—	12	30,7	31,1	0,4
6	21,8	22,4	0,6	13, 14, 15	?	?	?
6,5	22,0	22,8	0,8	16	37,4	38,6	1,2

*Détails qualitatifs.*

$d = 1$  à  $3^{\text{mm}}\mathfrak{S}$  inclus. — Étincelle nette et simple que le courant d'air ne dévie pas.

$d = 4$  et  $5^{\text{mm}}\mathfrak{S}$ . — L'étincelle est précédée de temps en temps d'une plus légère (espèce d'effluve); lorsque ce phénomène a lieu, l'étincelle principale est déviée par le courant d'air.

$d = 5$  et  $5^{\text{mm}}\mathfrak{S}$ . — L'étincelle redevient nette et simple, le courant d'air ne la dévie plus.

$d = 6$  à  $7$  millimètres. — L'étincelle est précédée d'une gerbe lumineuse, très violacée, émanant de la cathode et n'atteignant pas l'anode; pour  $d = 7$  millimètres, ces phénomènes sont très



nets; en soufflant, on voit la gerbe se dévier dans le sens du courant d'air, atteindre plusieurs fois l'anode et se dessiner chaque fois comme une étincelle déviée de très faible intensité; augmentant le débit, le potentiel s'élève encore un peu et l'étincelle principale finit par éclater; elle est très nettement déviée.

$d = 7^{\text{mm}}5$  à  $8^{\text{mm}}5$  inclus. — Mêmes phénomènes que ci-dessus dans l'air en repos; le courant d'air établi, la décharge s'effectue par effluve légèrement déviée.

$d = 9$  à  $11$  millimètres inclus. — Effluve continue se courbant dans le courant d'air (fig. 4 et 5).



FIG. 4 et 5. — Expériences avec les cônes en laiton, le pôle positif relié à la terre, avec condensateur; aspect de l'effluve entre 9 millimètres et 11 millimètres : 1° sans souffler (fig. 4); 2° en soufflant (fig. 5).

A la figure 4, dessin des électrodes.

Nous ferons remarquer plus tard les différences entre ces effluves et celles produites quand le pôle négatif est relié à la terre.

$d = 12$  millimètres. — Il se forme des lueurs aux électrodes et de temps en temps une effluve que le courant d'air courbe et rend continue comme à la figure 5.

$d = 13$  à  $15$  millimètres inclus. — Tantôt des lueurs, tantôt des effluves; les potentiels varient d'une façon très irrégulière et ne peuvent être repérés avec certitude.

$d = 16$  millimètres. — Dans l'air en repos comme dans l'air en mouvement, la décharge ne s'opère plus que par lueurs aux électrodes.

Au delà de cette dernière distance, le potentiel devient variable.

Le diagramme figure 6 résume ces résultats.

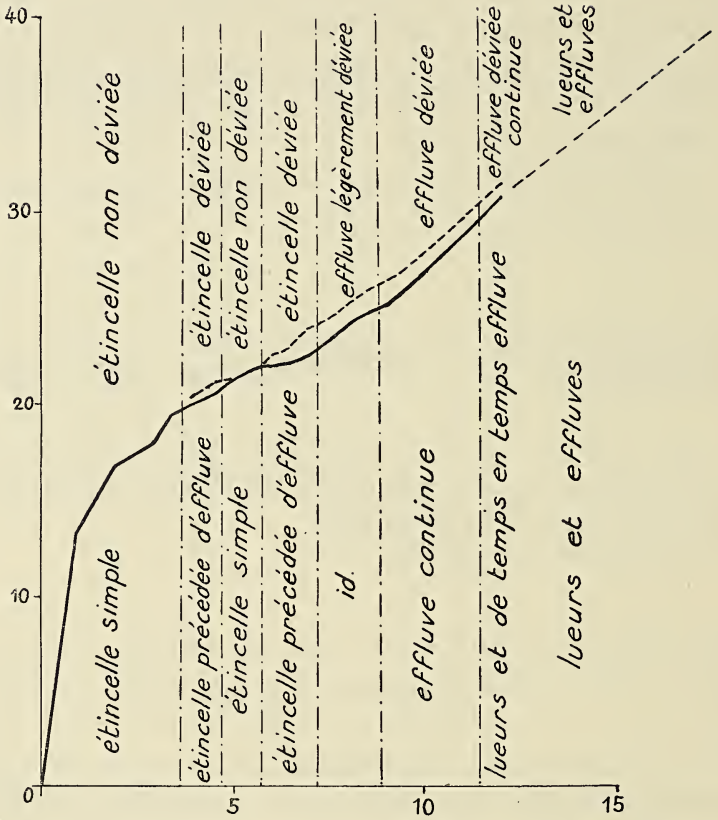


FIG. 6. — Diagramme correspondant aux expériences avec les cônes en laiton, le pôle positif à la terre avec condensateur.

Ce diagramme comme ceux qui vont suivre, sont construits ainsi qu'il a été dit pour celui de la figure 3.

2<sup>o</sup> EXPÉRIENCES EN RELIANT LE PÔLE NÉGATIF A LA TERRE.

a) *Sans condensateur.*

TABLEAU III.

<i>d.</i>	<i>v.</i>	<i>v'.</i>	<i>a.</i>	<i>d.</i>	<i>v.</i>	<i>v'.</i>	<i>a.</i>
1	8,5	8,5	—	8,5	19,5	19,8	0,3
2	12,0	12,0	—	9	19,9	20,2	0,3
2	14,3	14,3	—	9,5	20,2	20,6	0,4
3	15,8	15,8	—	10	20,2	?	?
4,5	16,2	16,2	—	10,5	20,4	30,0	9,6
5	17,0	18,8	1,8	11	21,6	30,9	9,3
5,5	17,5	18,8	1,3	11,5	?	31,8	?
6	18,0	18,6	0,6	12	?	33,0	?
6,5	18,3	19,3	1,0	12,5	33,0	33,8	0,8
7	18,8	19,3	0,5	13	33,7	34,8	1,1
7,5	19,1	19,5	0,4	14	35,3	36,4	1,1
8	19,3	19,6	0,3	15	36,7	42,3	5,6

*Détails qualitatifs.*

*d* = 1 à 3 millimètres inclus. — Les étincelles sont nettes et le courant d'air ne les dévie pas.

*d* = 3<sup>mm</sup>5 et 4 millimètres. — Les étincelles sont parfois déviées.

*d* = 5 à 8 millimètres. — Le courant d'air dévie nettement les étincelles, la déformation se fait surtout sentir aux pôles (fig. 7) : c'est là un indice qui nous fait supposer que la décharge ne s'effectue pas simplement par étincelles, mais qu'elle

est accompagnée d'aigrettes ou de lueurs. L'examen des étincelles dans l'air en repos nous montre que celles-ci sont plus ou moins enflées vers les pôles.

$d = 8^{\text{mm}}5$  à 10 millimètres inclus. — Les déformations sous l'action du courant d'air diminuent d'intensité.

$d = 10^{\text{mm}}5$  et 11 millimètres. — Les étincelles changent en effluve sous l'influence du courant d'air.

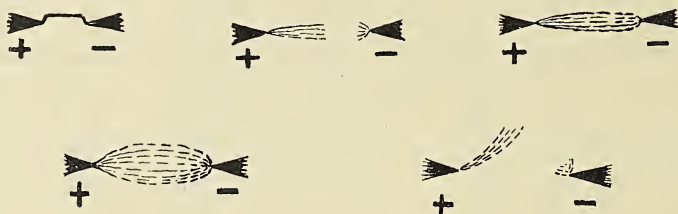


FIG. 7, 8, 9, 10, 11. — Expérience avec les cônes en laiton, le pôle négatif à la terre.

Fig. 7. — Aspect de l'étincelle soufflée pour  $d = 5$  à 8 millimètres dans les expériences sans condensateur, et  $d = 6$  à 10 millimètres dans les expériences avec condensateur.

Fig. 8 et 9. — Aspect de la décharge sans souffler pour  $d = 12^{\text{mm}}5$  à 15 millimètres dans les expériences sans condensateurs, et  $d = 13$  à 15 millimètres dans les expériences avec condensateur.

Fig. 10 et 11. — Aspect de la décharge en soufflant pour les mêmes valeurs de  $d$ . Fig. 11 : Aspect au commencement et à la fin du courant d'air.

$d = 11^{\text{mm}}5$  et 12 millimètres. — La décharge est par effluves entrecoupées d'étincelles qui disparaissent en soufflant.

$d = 12^{\text{mm}}5$  à 13 millimètres inclus. — On aperçoit une aigrette positive très resserrée; à la cathode, un pinceau lumineux (fig. 8); l'aigrette atteint souvent la cathode, de façon à présenter la forme d'une effluve (fig. 9).

On constate une effluve continue, élargie et moins lumineuse pendant la durée du courant d'air (fig. 10), mais au moment où celui-ci s'établit ou cesse, l'aigrette et le pinceau sont nettement déviés (fig. 11).

En comparant les figures 5 et 10, on se rend compte de la différence entre l'effluve produite dans le cas précédent et celle produite quand le pôle positif est relié à la terre.

Au delà de 15 millimètres, l'effluve est instable et finalement il n'y a plus que des lueurs; les différences de potentiels ne peuvent plus alors être déterminées avec une exactitude suffisante.

Le diagramme figure 12 résume ces résultats.

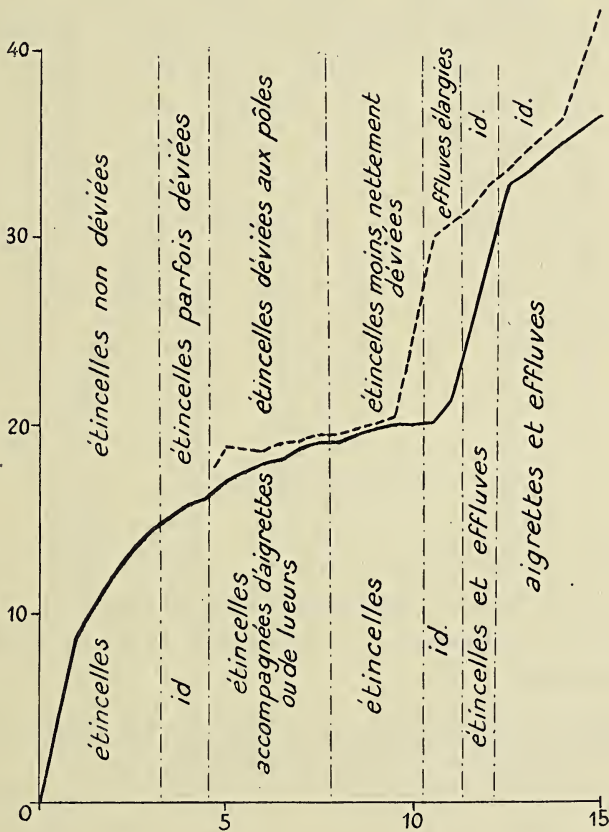


FIG. 12. — Diagramme correspondant aux expériences avec les cônes en laiton, le pôle négatif relié à la terre, sans condensateur.

b) Avec condensateur.

TABLEAU IV.

<i>d.</i>	<i>v.</i>	<i>v'.</i>	<i>a.</i>	<i>d.</i>	<i>v.</i>	<i>v'.</i>	<i>a.</i>
1	12,0	12,0	—	10	30,4	30,4	—
2	17,5	17,5	—	11	30,7	30,7	—
3	21,0	21,0	—	12	31,8	31,8	—
4	21,6	21,6	—	13	32,2	32,7	0,5
5	21,7	21,7	—	14	33,0	33,4	0,4
6	26,3	26,3	—	15	34,2	35,5	1,3
7	27,0	27,0	—	17	43,4	43,4	—
8	28,5	28,5	—	20	48,6	48,6	—
9	29,8	29,8	—				

*Détails qualitatifs.*

$d = 2$  à  $12$  millimètres inclus. — L'étincelle est parfois précédée d'une lueur à l'anode dans l'air en repos.

$d = 2$  à  $5$  millimètres. — Le courant d'air ne semble pas dévier l'étincelle.

$d = 6$  à  $10$  millimètres. — L'étincelle est déviée et affecte la forme déjà représentée dans la figure 7.

$d = 11$  et  $12$  millimètres. — L'étincelle change en effluve soufflant; aussitôt que le courant d'air cesse, elle éclate.

$d = 13$  à  $15$  millimètres inclus. — La décharge se fait par aigrettes ou effluves. Les phénomènes qualitatifs sont les mêmes que ceux observés pour ces mêmes distances dans les expériences sans condensateur (fig. 8, 9, 10, 11).

$d =$  au delà de 15 millimètres. — Décharges par lueurs, parfois encore par aigrettes; les résultats sont toutefois donnés sous réserves.

Le diagramme de la figure 13 résume ces résultats.

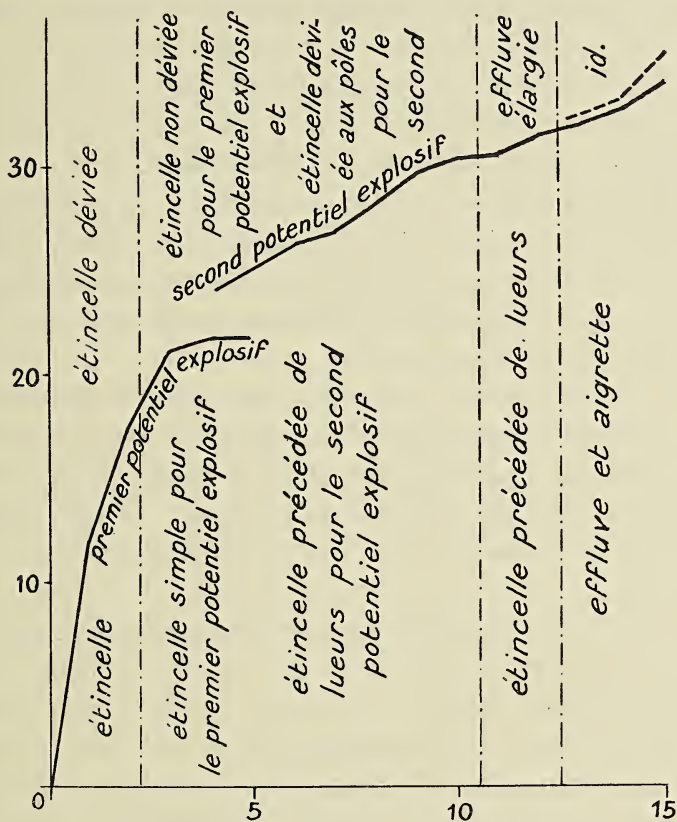


FIG. 13. — Diagramme correspondant aux expériences avec les cônes en laiton, le pôle négatif relié à la terre avec condensateur.

*Remarques.* — L'accroissement subit du potentiel en passant de 5 à 6 millimètres n'est pas une discontinuité relative à cet intervalle seulement. A des distances inférieures, nous pouvons, en prenant certaines précautions et quand ces lueurs

apparaissent aux électrodes, obtenir des étincelles à un potentiel supérieur à ceux indiqués. Par contre, à des distances supérieures, on peut par un débit convenable obtenir des étincelles à un potentiel inférieur.

Wesendonck (\*) a constaté que, suivant la grandeur du débit, l'aigrette positive peut se changer en lueur ; alors le potentiel augmente jusqu'au moment où l'aigrette se reforme : cette aigrette qui se reforme à un potentiel plus élevé est discontinue.

Les phénomènes observés plus haut présentent beaucoup d'analogie avec ceux observés par Wesendonck.

Suivant la grandeur du débit, on obtient à un certain potentiel soit une étincelle, soit une aigrette positive ; l'aigrette positive une fois formée se transforme en lueur par une augmentation de débit, le potentiel de décharge augmente, atteint un maximum, alors l'étincelle éclate.

Nous avons déjà fait remarquer que dans la décharge par lueur le potentiel semblait être en fonction du débit ; cette fonction atteint un maximum qui est le potentiel de la seconde étincelle ; malgré la déformation aux pôles de cette seconde étincelle dans le courant d'air, son potentiel de décharge n'augmente pas.

Une note récente publiée dans les *Comptes rendus* de l'Académie des sciences de Paris par MM. Villard et H. Abraham (séance du 23 mai 1910) confirme l'existence de deux potentiels de décharge explosive ; nous retrouvons dans cette note l'explication d'un bon nombre de phénomènes irréguliers que nous avons observés dans le cours de nos expériences et que nous n'avons pu éliminer qu'au prix de nombreuses précautions dans la manière d'opérer.

---

(\*) WESENDONCK, *Wied. Ann.*, 40, 1890.



B. — Expériences en prenant comme électrodes des sphères en laiton  
d'un diamètre de 8<sup>mm</sup>2.

1° EXPÉRIENCES EN RELIANT LE PÔLE POSITIF A LA TERRE.

a) *Sans condensateur.*

En opérant sans condensateur, les étincelles se succèdent à des intervalles de temps plus ou moins courts suivant que la distance entre les électrodes est plus ou moins petite. Lorsque les étincelles se succèdent très rapidement, ce qui a donc lieu pour les petites distances, l'électromètre garde une position d'équilibre qui nous permet de déterminer le potentiel de décharge. Mais lorsque la succession d'étincelles est moins rapide, ce qui a lieu à partir des distances supérieures à 8 millimètres, l'électromètre oscille de plus en plus irrégulièrement et la détermination du potentiel devient de plus en plus impossible.

Le potentiel de décharge, pour autant que sa détermination était impossible, n'est pas influencé par le soufflage.

*Détails qualitatifs.*

$d = 1$  à 11 millimètres inclus. — On ne constate aucune modification de la forme des étincelles sous l'action du courant d'air.

$d = 12$  millimètres. — On aperçoit une légère déviation à l'anode (fig. 14).

$d = 13$  millimètres. — La déviation constatée à l'anode en soufflant sur l'étincelle s'accroît et il se forme aussi une légère déviation à la cathode (fig. 15).

$d = 14$  et  $15$  millimètres. — Même constatation que pour  $13$  millimètres, mais il arrive aussi fréquemment que l'étincelle se montre indifférente à l'action du courant d'air.

$d = 16, 17$  et  $18$  millimètres. — Les déviations sont très fortes principalement aux pôles et surtout à l'anode (fig. 16).

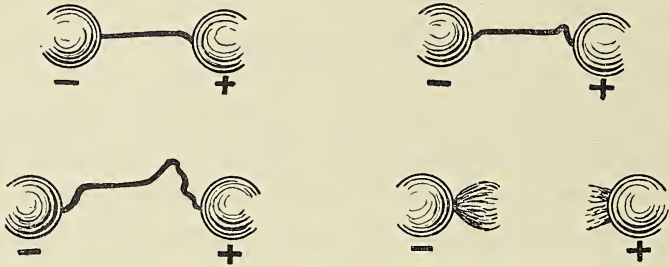


Fig. 14, 15, 16, 17. — Expériences en prenant comme électrodes des sphères en laiton de  $8^{\text{mm}2}$  de diamètre, avec et sans condensateur, pôle positif à la terre.

Fig. 14. — Aspect que prend la décharge pour  $d = 12$  millimètres en soufflant.

Fig. 15. — Id. pour  $d = 13$  id. id.

Fig. 16. — Id. pour  $d = 16, 17, 18$  millim. id.

Fig. 17. — Id. pour  $d = 19, 20$  millimètres id.

$d = 19$  et  $20$  millimètres. — Les étincelles changent en aigrette négative en soufflant ; on constate également une faible couronne positive entourant l'anode (fig. 17).

Au delà de  $20$  millimètres, la décharge se fait toujours, dans l'air en repos comme dans l'air en mouvement, par aigrette négative.

b) Avec condensateur.

TABEAU V.

<i>d.</i>	<i>v.</i>	<i>v'.</i>	<i>a.</i>	<i>d.</i>	<i>v.</i>	<i>v'.</i>	<i>a.</i>
10	76,4	76,4	—	16	85,0	88,0	3,0
11	77,0	77,0	—	17	88,1	90,8	2,7
12	78,4	78,4	—	18	90,1	94,1	4,0
13	79,6	79,6	—	19	92,8	96,2	3,4
14	80,7	81,9	1,2	20	94,8	98,0	3,2
15	83,6	85,6	2,0	21	96,8	100,7	3,9

*Détails qualitatifs.*

Ces détails sont les mêmes que dans les expériences sans condensateur ; toutefois, on parvient encore à faire éclater l'étincelle, même en soufflant, à la distance de 19 millimètres ; mais au delà de cette distance, l'étincelle n'éclate plus, ni dans l'air en mouvement ni dans l'air en repos, et la décharge s'effectue toujours par aigrette négative.

Le diagramme figure 18 résume ces expériences.

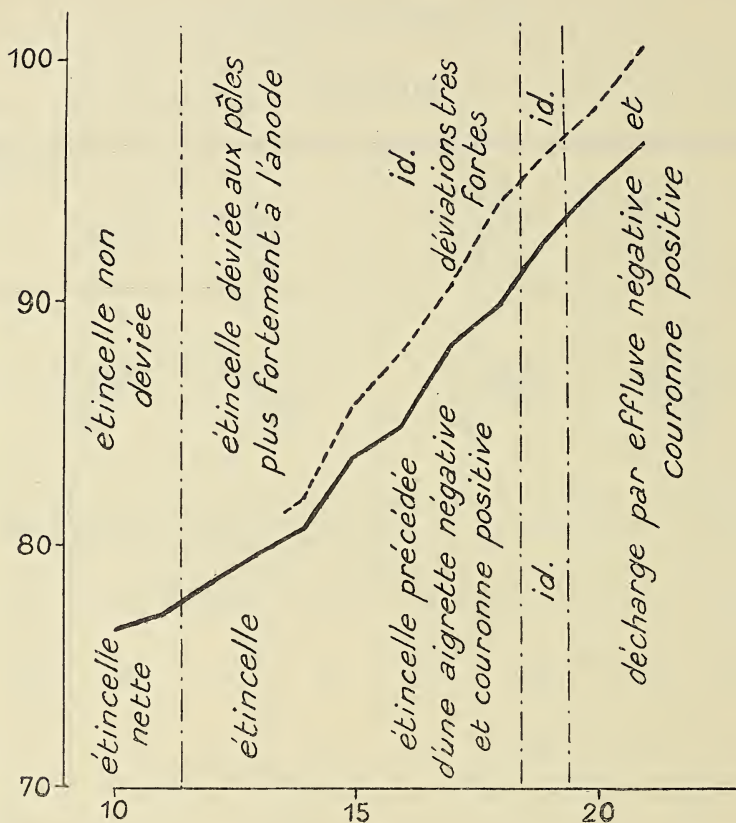


FIG. 18. — Expériences avec les sphères en laiton de 8<sup>mm</sup>2 de diamètre, avec condensateur, le pôle positif étant relié à la terre.

## 2° EXPÉRIENCES EN RELIANT LE PÔLE NÉGATIF A LA TERRE.

### a) Sans condensateur.

Pour les raisons déjà exposées au 1°, les mesures de potentiels n'ont pu être faites pour des distances supérieures à 8 millimètres.

Les valeurs du potentiel de décharge constatées jusqu'à cette distance ne variaient pas en soufflant sur l'étincelle.

Ces valeurs étaient les mêmes que quand le pôle positif était relié à la terre.

*Détails qualitatifs.*

$d = 1$  à 17 millimètres inclus. — Les étincelles ne montrent aucune déformation sensible sous l'action du courant d'air.

Au delà de 17 millimètres, les étincelles sont parfois accompagnées d'effluves et elles sont déviées sous l'action du courant d'air. Ces déviations ne se font plus sentir aux pôles aussi nettement que dans les expériences exposées au 1° ; c'est plutôt le corps de l'étincelle qui est dévié. Nous donnons aux figures 19, 20, 21 quelques exemples de ces phénomènes.

b) *Avec condensateur.*

TABLEAU VI.

$d.$	$v$	$v'$	$a.$	$d.$	$v.$	$v'$	$a.$
10	71,6	71,6	—	18	80,7	83,0	2,3
11	72,9	72,9	—	19	81,9	84,8	2,9
12	74,2	74,2	—	20	83,3	86,0	2,7
13	76,0	76,0	—	21	85,8	89,1	3,3
14	77,0	77,0	—	22	87,6	91,2	3,6
15	78,0	78,0	—	23	90,8	94,7	3,9
16	78,9	78,9	—	24	93,2	96,6	3,4
17	79,8	79,8	—	25	95,8	98,4	2,6

*Détails qualitatifs.*

Ces détails sont les mêmes que dans les expériences sans condensateur.

A partir de 18 millimètres, l'étincelle est précédée d'une aigrette positive (fig. 22). Sous l'action du courant d'air, cette aigrette s'élargit et atteint la cathode (fig. 23).

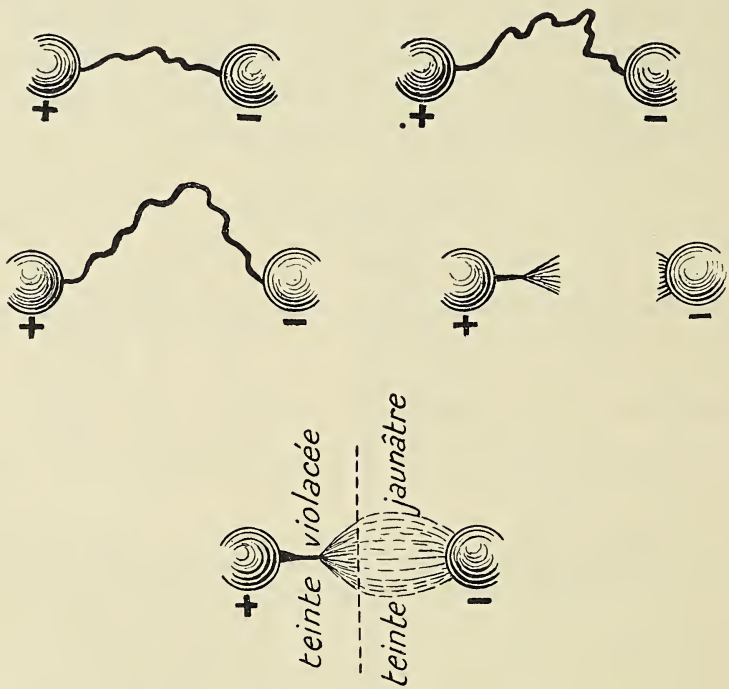


FIG. 19, 20, 21, 22, 23. — Expériences en prenant comme électrodes des sphères en laiton de 8<sup>mm</sup>2 de diamètre, avec et sans condensateur, pôle négatif à la terre, au delà de 17 millimètres.

Fig. 19, 20, 21. — Aspects de l'étincelle soufflée.

Fig. 22. — Aspect de la décharge avant l'étincelle sans souffler.

Fig. 23. — Même aspect en soufflant.

Les étincelles éclatent, dans l'air en repos comme dans le courant d'air, après que la décharge s'est effectuée un certain temps par aigrette. Les étincelles éclatant pendant le soufflage présentent des déformations analogues à celles représentées aux figures 19, 20 et 21.

Le diagramme figure 24 résume les résultats précédents.

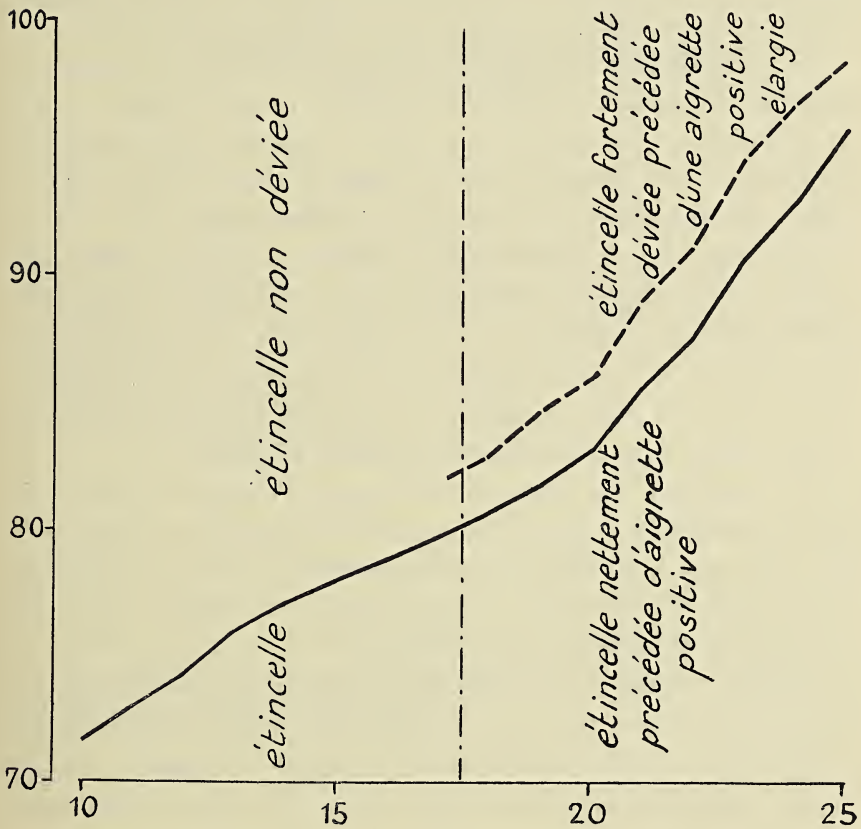


FIG. 24. — Expériences avec les sphères en laiton de  $8^{\text{m}2}$  de diamètre, avec condensateur, le pôle négatif étant relié à la terre.

3° REMARQUES CONCERNANT LES VARIATIONS DU POTENTIEL DE DÉCHARGE  
DUES A LA POLARITÉ DE LA SPHÈRE RELIÉE A LA TERRE.

En comparant les tableaux V et VI, on constate que pour les mêmes valeurs de  $d$  les potentiels de décharge diffèrent de quantités assez considérables ; la différence atteint et dépasse même pour certaines distances explosives le chiffre de 11 U. E. S.

Ces expériences ont été faites d'abord séparément, puis vérifiées en les faisant simultanément pour chaque valeur de  $d$ , c'est-à-dire en renversant les pôles à chacune des distances explosives ; les résultats ont été concordants, il n'y a donc aucun doute quant à l'existence de ces différences.

En éloignant le diélectrique formant l'orifice de sortie de l'air à une distance où son action sur la décharge est nulle, les différences dans le potentiel de décharge dues à la polarité de la sphère reliée à la terre subsistaient, mais elles étaient réduites au  $\frac{1}{4}$  ou au  $\frac{1}{3}$  des précédentes. Il faut remarquer que ces étincelles étaient encore précédées de légères aigrettes.

Le voisinage du diélectrique formant l'orifice de sortie de l'air (paraffine) a pour effet de favoriser la décharge par aigrette, de diminuer le potentiel de décharge dans sa valeur absolue et d'accentuer les différences des potentiels de décharge dues à la polarité de la sphère reliée à la terre.

Afin de vérifier si ces différences ne seraient pas dues à certaines asymétries, nous avons permuté les sphères. Les différences sont restées sensiblement les mêmes et dans le même sens ; les différences dues à l'asymétrie, s'il y en a, sont donc d'ordre inférieur.

Wesendonck (\*) et M. l'abbé Tits (\*\*) ont observé que la

---

(\*) WESENDONCK, *Wied Ann.*, 28, p. 222.

(\*\*) TITS, *Recherches sur les potentiels de décharge dans les gaz et vapeurs*.  
ANN. DE LA SOC. SC. DE BRUXELLES, t. XXXI, 2<sup>e</sup> partie.)



polarité de la sphère reliée à la terre ne fait pas varier le potentiel de décharge de l'étincelle.

De ce qui précède, nous devons conclure que cette loi est vraie lorsque la décharge se fait nettement par étincelles; elle fait défaut lorsque les étincelles sont précédées ou accompagnées d'un autre mode de décharge.

**C. — Expériences en prenant comme électrodes une pointe parfaite et une plaque.**

Nous avons employé comme pointe une aiguille d'acier, bien effilée, que nous avons recouverte de paraffine jusqu'à 2 ou 3 millimètres de la pointe, afin d'éviter les pertes latérales. L'autre électrode était un petit disque métallique. Afin d'éviter les pertes par les bords, nous les avons également recouverts de paraffine.

Cette dernière électrode a été reliée à la terre.

Nous avons opéré sans condensateur.

*1° La pointe électrode négative*

Dans ce cas, la décharge s'opérait par lueur à la pointe.

Le potentiel de décharge semblait être fonction du débit et ne variait pas par suite du soufflage.

2° *La pointe électrode positive.*

TABLEAU VII.

<i>d.</i>	<i>v.</i>	<i>v'.</i>	<i>a.</i>
1	5,5	5,5	—
2	6,5	7,3	0,8
3	11,2	13,0	1,8
4	14,7	19,8	5,1
5	18,3	24,1	5,8
6	23,7	29,5	5,8
7	26,3	32,5	6,2
8	34,5 ?	34,5	— ?

*Détails qualitatifs.*

*d* = 1 millimètre. — Les étincelles ne sont pas déviées en soufflant.

*d* = 2 millimètres. — On constate en soufflant une légère déviation.

*d* = 3 millimètres. — La déviation s'accroît.

*d* = 4 à 7 millimètres inclus. — En soufflant, les étincelles changent en aigrette.

*d* = 8 millimètres et au delà. — La valeur et la variation du potentiel deviennent très irrégulières. Dans l'air en repos, la décharge se fait par lueur à la pointe, mais on parvient parfois

à obtenir encore des étincelles; celles-ci éclatent alors à des potentiels inférieurs en rapport avec ceux observés pour des distances inférieures. Sous l'action d'un courant d'air, ces étincelles ne peuvent plus se produire, il ne persiste plus qu'une lueur à la pointe.

Le diagramme figure 25 résume ces expériences.

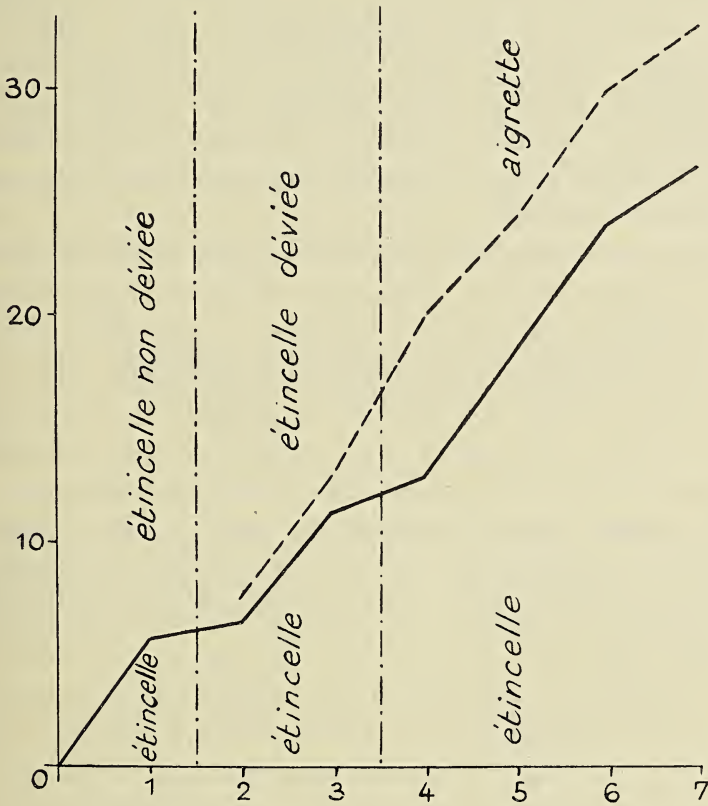


FIG. 25. — Expériences en prenant comme électrodes une pointe et une plaque, la pointe étant anode.

D. — Influence de la vitesse du courant d'air.

On peut opérer en plaçant les électrodes dans le tube à l'intérieur duquel le courant d'air circule.

En faisant varier la grandeur de l'ouverture laissant échapper l'air, on peut produire dans le tube diverses vitesses d'écoulement, le réservoir à air se vidant plus ou moins rapidement suivant que l'orifice de sortie est plus ou moins grand. Comme on peut mesurer chaque fois la grandeur de cet orifice, on peut déterminer la vitesse à la sortie et, par suite, la vitesse dans le tube d'écoulement dont on connaît la section. C'est là un avantage de cette méthode.

Malheureusement, elle présente un grand inconvénient : les parois du tube sont trop voisines des électrodes et elles exercent sur la décharge une influence tellement considérable et irrégulière que toute mesure de précision est impossible. On pourrait remédier à cet inconvénient en prenant un tube de plus grande section, mais alors la vitesse d'écoulement est considérablement réduite et les variations ne sont plus suffisantes.

En prenant comme électrodes les cônes en laiton employés dans les expériences du littéra A, nous sommes néanmoins parvenu à des résultats dont la concordance a été vérifiée plusieurs fois :

Vitesse du courant d'air en m/s.	Potentiel de décharge U. E. S.
0	15,8
6	16,4
24	17,1

Nous avons vérifié, au préalable, que la différence de pressions, très minime d'ailleurs : 7 centimètres cubes d'eau au maximum, n'influe pas sensiblement sur le potentiel de décharge.

Une autre méthode consiste à laisser échapper l'air par des ouvertures latérales, de façon à réduire la vitesse du courant d'air sortant de l'orifice *s*.

En opérant de cette façon et en prenant comme électrodes les sphères employées dans les expériences du littéra B, nous trouvons, par une vitesse nulle d'abord et progressivement croissante ensuite, les chiffres suivants pour les valeurs du potentiel de décharge :

$$86,4 : 88,0 : 89,1 : 90,4.$$

Il résulte de là que l'augmentation de vitesse produit une augmentation du potentiel de décharge, ce qui, du reste, semble très naturel *a priori*, mais la loi exacte échappe à nos constatations à cause de la valeur relativement petite des variations et aussi à cause de la complexité des phénomènes.

E. — Remarques générales, comparaisons et conclusions concernant les expériences détaillées au présent paragraphe.

1° *Remarques générales.*

Qu'il y ait ou non déviation de l'étincelle lorsqu'elle est soufflée, on constate toujours une traînée rouge orangé présentant l'aspect d'une flamme très sombre se perdant dans la direction du courant d'air. C'est ce que Lehmann constatait également en intercalant entre la machine et les électrodes une forte résistance. Nous pensons que cette traînée est due à la luminescence de particules métalliques arrachées des électrodes pendant la décharge et emportées dans le courant d'air.

Il est d'ailleurs évident que le courant d'air entraîne avec lui des particules pulvérisées, arrachées des électrodes. MM. Hemsalech et de Watteville (\*) en ont profité pour étudier les

---

(\*) G.-A. HEMSALECH et C. DE WATTEVILLE, *Compte rendu de l'Académie des sciences de Paris*, 144, 1907, pp. 1238 et 1239.

spectres de différents métaux ; les électrodes étaient constituées de différents métaux, un courant d'air emportait les particules arrachées par l'étincelle dans la flamme d'un brûleur Bunsen.

## 2° Comparaisons.

a) En comparant entre elles les expériences avec et sans condensateur, on remarque que l'augmentation de capacité ne diminue pas toujours l'intensité des phénomènes constatés sous l'action du courant d'air. Elle agit indirectement sur ces phénomènes là où elle transforme la décharge continue (aigrette ou lueur) en décharge discontinue (étincelle disruptive).

Les conditions de nos expériences ne nous permettaient pas d'obtenir un débit bien régulier, devant tourner la machine à la main ; dès lors, la formation d'aigrettes et de lueurs se trouve favorisée. Nous pensons que c'est là une cause qui nous a empêché de constater aussi nettement que Lehmann l'influence perturbatrice de la capacité dans la production des phénomènes étudiés.

Les remarques qui suivent les expériences du littéra A, 2°, tendent à prouver cette influence. En effet, si par suite d'un débit convenable nous empêchons la formation de lueur, la forme de l'étincelle n'est pas modifiée par le courant d'air ; son potentiel de décharge n'augmente pas non plus.

Nous avons aussi constaté des phénomènes semblables dans les expériences du littéra B, lorsque les étincelles éclataient sans formation préalable d'aigrettes.

Nous pensons que la machine employée par Lehmann devait donner un débit assez régulier, celle-ci étant mise en activité par un moteur. Comme ce débit était très considérable, une succession rapide d'étincelles n'était pas suffisante pour le dépenser complètement, et il devait coexister avec celles-ci une décharge par lueur ou aigrette ; l'auteur admet d'ailleurs la même hypothèse. En augmentant le nombre des condensateurs,

le surcroît de débit servait à charger ceux-ci, et ainsi la décharge par lueur ou aigrette devait disparaître peu à peu; dès lors, l'étincelle devenait insensible au courant d'air.

b) Comparons les résultats du tableau IV à ceux du tableau VI.

Dans le tableau IV, pour  $d = 6$  à 10 millimètres, les variations des potentiels de décharge sont nulles. Dans le tableau VI, pour des distances  $d = 18$  millimètres et au delà, ces variations sont assez fortes. Cependant, dans les deux cas, les étincelles sont modifiées sous l'action du courant d'air, mais tandis que dans le premier cas l'étincelle est précédée d'une décharge par lueur et que les déviations apparaissent seulement aux électrodes, dans le second cas l'étincelle est précédée d'une aigrette ou effluve positive et la déviation se montre sur tout son trajet.

c) Comparons aussi les résultats du tableau IV avec ceux du tableau V pour les valeurs de  $d$  dans les deux tableaux où l'étincelle, sous l'influence du courant d'air, présente à peu près le même aspect au point de vue de la déviation aux électrodes, tandis que le corps de l'étincelle n'est pas dévié.

Dans le tableau IV, les variations du potentiel sont nulles; dans le tableau V, elles sont assez grandes.

Il faut remarquer que dans le second cas l'étincelle est précédée d'une aigrette négative et que, de plus, il se forme à l'anode une légère aigrette positive; les étincelles sont aussi plus fortement déviées à l'anode.

### 3° Conclusions.

a) La polarité exerce sur les phénomènes étudiés une influence assez considérable.

b) L'augmentation de capacité ne modifie pas directement les phénomènes, mais plutôt indirectement quand elle change une décharge continue en décharge discontinue.

c) L'aigrette et l'effluve positive sont les modes de décharge

les plus influencés sous l'action d'un courant d'air, au point de vue de l'aspect et de l'accroissement du potentiel.

d) Le courant d'air provoque la transformation de l'étincelle en décharge par effluve ou par lueur.

e) Il ne dévie l'étincelle et n'augmente son potentiel de décharge que quand elle est précédée ou accompagnée d'aigrettes ou d'effluves.

Lorsque l'étincelle est précédée de lueurs, son potentiel de décharge n'augmente pas non plus.

§ 4. — EXPÉRIENCES EN SOUFFLANT PARALLÈLEMENT AU TRAJET DE LA DÉCHARGE ÉLECTRIQUE.

Le dispositif expérimental est le même que celui décrit au paragraphe 1, sauf que le micromètre  $m$  a été disposé comme nous le montrons dans la figure schématique ci-dessous.

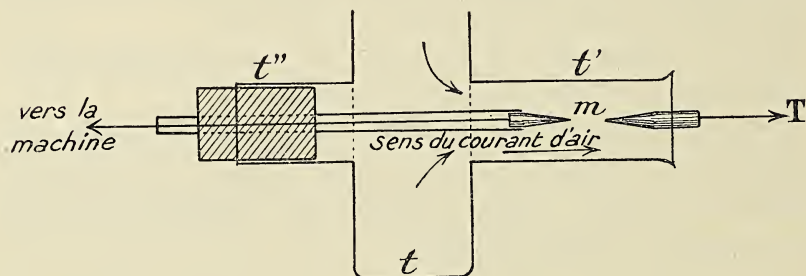


FIG. 26. — Expériences en soufflant parallèlement au trajet de la décharge.

Soit  $t$  un tube de verre, fermé à une de ses extrémités, auquel sont soudés perpendiculairement et en face l'un de l'autre deux tubes  $t'$  et  $t''$ . On fixe dans le tube  $t''$ , au moyen d'un bouchon isolant, le support de l'électrode relié directement à la machine, de façon que cet électrode se place vers le milieu du tube  $t'$ ; l'électrode reliée à la terre est placée en face de la



première, de façon à réaliser une décharge électrique parallèle à l'axe du tube et dans le voisinage de cet axe.

L'air s'écoule dans le tube  $t'$  parallèlement à cette décharge et avec une vitesse d'environ 23 mètres à la seconde.

Les électrodes employées sont les cônes en laiton dont nous nous sommes servi dans les expériences détaillées au littéra A du § 3.

La façon d'opérer est restée la même que dans le paragraphe précédent.

1° EXPÉRIENCES EN RELIANT LE PÔLE POSITIF A LA TERRE.

a) *Sans condensateur.*

TABLEAU VIII.

$d$ .	$v$ .	$v'$ .	$a$ .	$d$	$v$ .	$v'$ .	$a$ .
1	8,6	8,6	—	9,5	17,7	26,3	8,6
2	11,5	11,5	—	10	23,4	27,8	2,4
3	12,8	12,8	—	10,5	26,3	28,6	2,3
4	13,4	13,4	—	11	27,0	29,7	2,7
5	14,4	14,9	0,5	11,5	27,8	30,7	2,9
6	15,8	15,8	—	12	28,8	32,2	3,4
7	16,5	16,5	—	13	31,2	34,5	3,3
8	17,0	23,1	6,1	14	32,8	36,8	4,0
8,5	17,1	24,1	7,0	15	33,3	37,4	4,1
9	17,3	25,0	7,7				

*Détails qualitatifs.*

$d = 1$  à  $3$  millimètres inclus. — Les étincelles n'offrent aucun aspect particulier lorsque le courant d'air est établi.

$d = 4$  à  $7$  millimètres inclus. — Elles présentent sous l'action du courant d'air un aspect ondulé (fig. 27).



Fig. 27, 28 et 29. — Expériences en soufflant parallèlement au trajet de la décharge, avec et sans condensateur.

Fig. 27. — Aspect dans le courant d'air de l'étincelle pour  $d = 4$  à  $7$  millimètres.

Fig. 28. — Aspect de la décharge dans l'air en repos pour  $d = 10$  millim. et plus.

Fig. 29. — Aspect de la décharge dans le courant d'air pour  $d = 10$  millim. et plus.  
Le pôle positif à la terre.

$d = 8$  millimètres à  $9^{\text{mm}}5$  inclus. — Les étincelles sont transformées en effluves sous l'action du courant d'air. Pour la dernière distance, elles ne reparaisent pas toujours lorsque le courant d'air cesse; alors le potentiel de décharge se maintient à  $25$  U. E. S.

$d = 10$  millimètres et au delà. — La décharge se fait par lueur à la cathode et aigrette à l'anode (fig. 28).

En soufflant, cette aigrette disparaît et on ne remarque plus qu'une simple lueur positive (fig. 29).

Le diagramme figure 30 résume ces expériences.

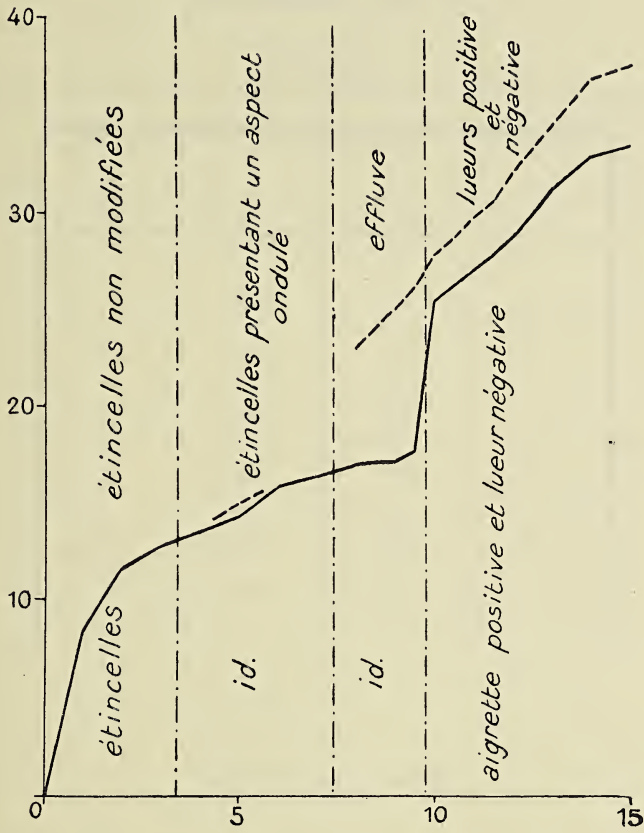


FIG. 30. — Expériences sans condensateur en soufflant parallèlement au trajet de la décharge, pôle positif à la terre.

*b) Avec condensateur.*

TABLEAU IX.

<i>d.</i>	<i>v.</i>	<i>v'.</i>	<i>a.</i>
10	26,5	28,5	2
11	28,1	30,4	2,3
12	30,1	33,6	3,5
13	32,5	37,1	4,6
14	33,4	38,2	4,8
15	34,2	41,0	6,8

*Détails qualitatifs.*

$d = 10$  millimètres et au delà. — On parvient toujours à faire éclater l'étincelle, mais elle est précédée d'une décharge par lueur et aigrette, comme nous l'avons représenté à la figure 28. En soufflant, l'aspect de la décharge change de la même façon que dans les expériences sans condensateur (fig. 29). Pour  $d = 10$  et 11 millimètres, l'étincelle éclate encore en soufflant; pour des distances supérieures, elle n'éclate plus que lorsque le courant d'air a cessé.

2° EXPÉRIENCES EN RELIANT LE PÔLE NÉGATIF A LA TERRE.

a) *Sans condensateur.*

TABLEAU X.

<i>d.</i>	<i>v.</i>	<i>v'.</i>	<i>a.</i>	<i>d.</i>	<i>v.</i>	<i>v'.</i>	<i>a.</i>
1	8,6	8,6	—	9,5	17,7	?	?
2	11,8	11,8	—	10	17,9	28,2	10,3
3	13,4	13,4	—	10,5	26,5	28,5	2,0
4	14,4	14,8	0,4	11	27,3	28,9	1,6
5	15,2	15,6	0,4	11,5	27,8	29,2	1,4
6	16,2	16,2	—	12	29,0	29,7	0,7
7	16,7	16,7	—	13	30,5	30,9	0,4
8	17,0	17,0	—	14	31,4	31,4	—
9	17,5	18,0	0,5	15	33,3	33,3	—

*Détails qualitatifs.*

$d = 1$  à  $3$  millimètres inclus. — Rien de particulier à observer.

$d = 4$  et  $5$  millimètres. — Lorsque le courant d'air est établi, l'étincelle présente une vibration d'ensemble.

$d = 6$  à  $9$  millimètres inclus. — On constate, comme dans les expériences précédentes, des ondulations dans les étincelles.

$d = 9^{\text{mm}5}$  et  $10$  millimètres. — Les étincelles changent en effluve sous l'action du courant d'air.

$d = 10^{\text{mm}5}$  et au delà. — La décharge se fait par aigrette

positive et leur négative (fig. 31). En soufflant, l'aigrette positive s'élargit et atteint la cathode (fig. 32).

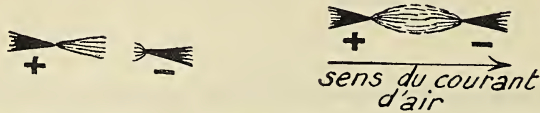


FIG. 31 et 32. — Expériences en soufflant parallèlement au trajet de la décharge, avec et sans condensateur.

Fig. 31. — Aspect de la décharge dans l'air en repos pour  $d=10$  millim. et plus.

Fig. 32. — Aspect de la décharge dans le courant d'air pour  $d=10$  millim. et plus. Le pôle négatif est à la terre.

Le diagramme figure 33 résume ces résultats.

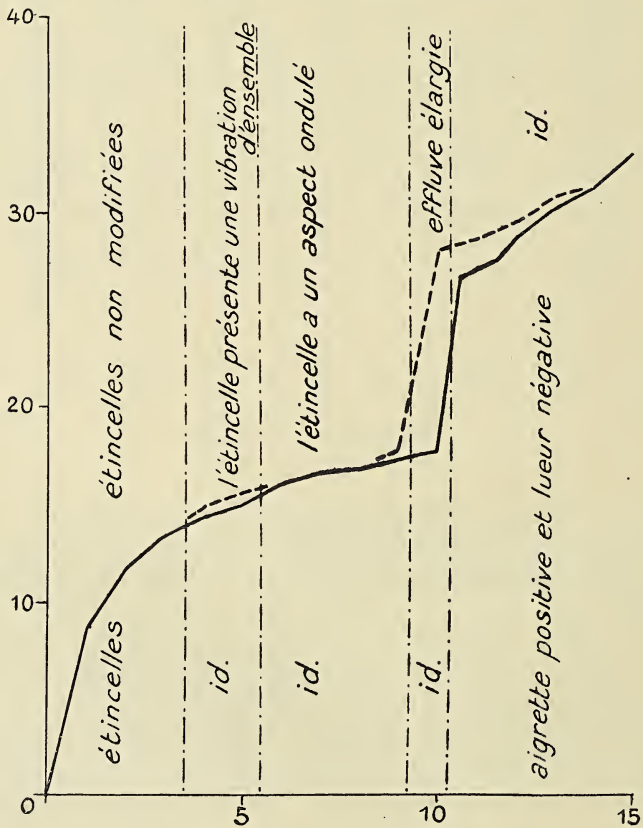


FIG. 33. — Expériences sans condensateur en soufflant parallèlement au trajet de la décharge, pôle négatif à la terre.

*b) Avec condensateur.*

TABLEAU XI.

<i>d.</i>	<i>v.</i>	<i>v'.</i>	<i>a.</i>
10	26,7	28,5	1,8
11	28,2	29,5	1,3
12	30,1	30,4	0,3
13	31,7	31,7	—
14	33,0	33,0	—
15	34,5	34,5	—

*Détails qualitatifs.*

$d = 10$  millimètres et au delà. — Les étincelles sont précédées d'une décharge par aigrette et lueur, comme nous l'avons représenté figure 31. En soufflant, la décharge prend l'aspect représenté figure 32; l'étincelle n'éclate plus que quand le courant d'air a cessé, excepté pour  $d = 10$  millimètres, distance à laquelle on parvient encore à la faire éclater dans le courant d'air.

3° REMARQUES ET COMPARAISONS.

*a) Remarque.* — Les expériences avec condensateur ont été faites, comme on le voit, pour des valeurs de  $d$  où la capacité n'influe plus sur la continuité de la décharge, puisque celle-ci

se fait par aigrettes et lueurs dans les deux cas. Il semblerait qu'ici l'influence du courant d'air sur le potentiel de décharge est plutôt favorisée par la présence du condensateur quand le courant d'air va de la cathode à l'anode, et qu'elle n'est atténuée que quand le courant d'air va de l'anode à la cathode.

*b) Comparaison.* — En comparant les 1<sup>o</sup> et 2<sup>o</sup> du paragraphe ci-dessus, il est intéressant de remarquer que quand le sens du courant d'air contrarie la décharge par la pointe positive, la différence des potentiels augmente graduellement avec la distance des électrodes. L'effet contraire se produit quand l'air circule de la pointe positive à la négative; l'augmentation du potentiel, qui pour les valeurs de  $d$  où l'étincelle se transforme en effluve a une valeur relativement grande, diminue graduellement avec  $d$  et finit par devenir nulle.

## CHAPITRE II.

### Électricité dynamique.

#### § 1. — EXPÉRIENCES SUR L'ÉTINCELLE PROVENANT DE LA DÉCHARGE D'UNE BOBINE DE RUHKORFF.

Ces expériences, comme celles que nous avons faites sur l'étincelle d'un transformateur de Tesla et dont nous parlerons au § 2 de ce chapitre, sont purement qualitatives. L'électromètre ne convient pas pour entreprendre des mesures avec ces appareils. La méthode micrométrique ne peut non plus convenir pour la mesure des potentiels, les variations de ceux-ci étant très petites, comme nous l'avons vu au chapitre I<sup>er</sup>. D'ailleurs, par la forte intensité du débit, les étincelles jaillissent dans les deux micromètres à la fois.

Les électrodes des sphères en laiton avaient été reliées au pôle du secondaire d'une puissante bobine de Ruhmkorff. Le



courant inducteur pouvait varier de 1 à 10 ampères et était interrompu au moyen d'un interrupteur à mercure.

En soufflant sur l'étincelle de rupture, on constate le fait observé par bon nombre de physiciens : la division de l'étincelle en plusieurs autres. Une lueur violacée accompagnant l'étincelle est aussi très fortement déviée et semble présenter des ramifications. Cette lueur constitue, d'après M. Hemsalech (\*), la gaine négative qu'il appelle oscillations de l'étincelle.

Lorsque, par suite de la forte intensité du courant inducteur, l'étincelle est entourée d'une auréole, cette auréole est déviée dans le courant d'air et elle semble se confondre avec les lueurs violacées.

En observant l'étincelle de rupture dans un miroir tournant, on constate qu'elle se compose d'une étincelle initiale assez intense suivie d'une multitude d'étincelles de moindre intensité. Sous l'action d'un courant d'air, l'étincelle initiale n'est pas déviée, mais les suivantes le sont.

M. Hemsalech a donné à ce dernier fait l'explication suivante : « La décharge initiale ionise l'air; cet air ionisé est entraîné par le courant et sert de pont conducteur aux oscillations qui suivent et le maintiennent ionisé (\*\*). »

En intercalant entre les machines et l'électrode une longue spirale de laiton dont les spires sont bien isolées, Lehmann, dans les expériences que nous avons citées dans l'introduction, a également observé un phénomène semblable.

Klingelfuss (\*\*\*) attribue la formation de ces stries dans l'étincelle produite par une bobine aux oscillations du primaire, lesquelles sont occasionnées par le condensateur placé en dérivation sur celui-ci.

Dans le cours de nos expériences, nous avons remarqué

---

(\*) G.-A. HEMSALECH. *Sur une méthode simple pour l'étude des étincelles oscillantes.* (COMPTE RENDU DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE PARIS, 140, 1905, p. 1104.)

(\*\*) *Idem*, p. 1105.

(\*\*\*) KLINGELFUSS. *Wied. Ann.*, 5, 1901, pp. 858 et 859.

cependant que la suppression complète des condensateurs sur le circuit du primaire n'entravait pas la formation des stries. En soufflant sur l'étincelle de rupture, celle-ci présentait encore, dans ce cas, à part quelque diminution d'intensité, le même aspect qu'avec les condensateurs.

M. Caudrelier (\*) avait fait la même remarque. D'une série d'expériences que ce physicien vient d'entreprendre, il résulte que la production des stries n'est pas due à l'existence d'une capacité sur le primaire, mais bien à la capacité résultant du mode d'enroulement du secondaire et à la capacité des électrodes. C'est ainsi qu'en employant un transformateur de Rowland et des électrodes en forme de pointe, dispositif de capacité très réduite, les stries disparaissent dans l'étincelle de rupture.

M. Hemsalech (\*\*) a fait l'analyse spectrale de ces stries et a constaté qu'elles donnaient le spectre de bandes négatif de l'azote.

Dans le cours de ses expériences, M. Caudrelier constate que si on augmente progressivement la force du soufflage, les stries s'écartent d'abord, puis, pour une valeur déterminée qu'il appelle valeur critique du courant d'air on les voit, par un mouvement inverse, se rapprocher de nouveau jusqu'à venir finalement se confondre sur la ligne qui joint les électrodes pour former un trait lumineux unique, émettant un bruit strident.

Nous devons rapprocher cette constatation d'une expérience que nous avons faite et qui semble la confirmer.

Afin de voir comment se comporterait l'étincelle de rupture dans d'autres conditions, nous avons réalisé le dispositif suivant :

M est un moulinet en bois pouvant tourner autour de l'axe *a* et portant les électrodes *e*.

---

(\*) CAUDRELIER, *Compte rendu de l'Académie des sciences de Paris*, 149, 1909, p. 1257; 150, 1909, pp. 919 et 1447; 151, 1910, p. 615.

(\*\*) HEMSALECH. *Idem*, 144, 1905, p. 1229.

Une courroie sans fin passée sur la poulie  $p$  et sur celle d'un moteur électrique communique à ce moulinet une rotation d'environ 2,000 à 2,200 tours à la minute.

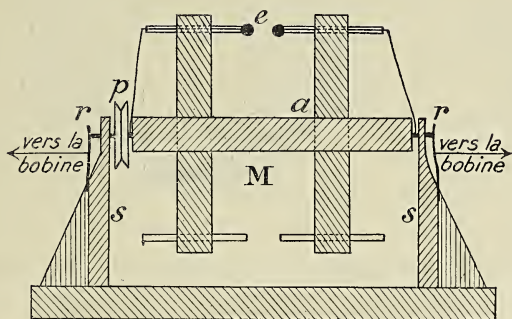


FIG. 34. — Électricité dynamique. Dispositif pour expériences avec électrodes mobiles.

Deux ressorts  $r$  fixés aux supports  $s$  appuient sur les pivots en fer portant le moulinet; des fils métalliques relient ces pivots aux électrodes, et les ressorts communiquent avec les bornes de la bobine. Nous avons calculé que les électrodes pouvaient se déplacer dans l'air avec une vitesse d'environ 16 mètres à la seconde.

Lorsque la distance entre les électrodes est relativement petite (6 millimètres et moins), on remarque encore des étincelles secondaires fortement déviées. L'auréole et la gaine négative sont fortement projetées de part et d'autre des électrodes dans la décharge initiale. Le même phénomène se produit pour les étincelles secondaires, mais avec une intensité relativement moindre.

La figure 35 montre plus ou moins l'aspect de ce phénomène.

Lorsque la distance explosive est plus grande, il ne se produit plus d'étincelles secondaires, seulement une forte projection de part et d'autre des électrodes de la gaine négative et de l'auréole quand celle-ci apparaît (fig. 36). Toutefois, en donnant au cou-

rant du primaire une très grande intensité, on parvient encore à produire une étincelle secondaire qui paraît déviée.

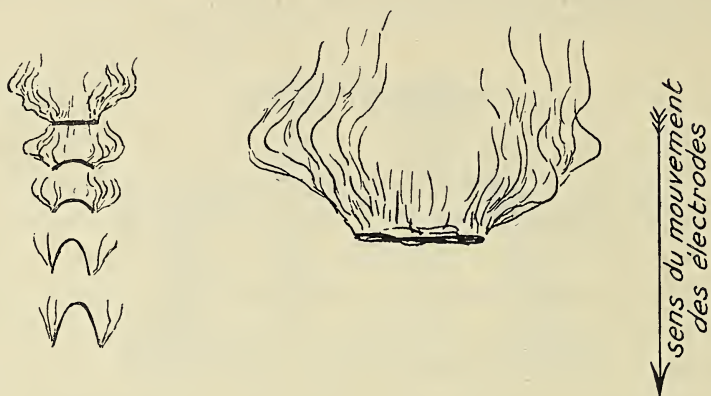


Fig. 35 et 36. — Électricité dynamique. Expériences avec électrodes mobiles.  
Aspect des étincelles.

Fig. 35. — Pour de petites distances entre les électrodes.

Fig. 36. — Pour de grandes distances entre les électrodes.

Il faut donc conclure ou bien que les stries ne se forment plus, ou qu'elles se succèdent à des intervalles de temps beaucoup plus petits et d'ordre inférieur à  $\frac{1}{16\,000}$  de seconde; à cet intervalle de temps, les stries devraient encore être perçues et nous sembler distantes de 1 millimètre entre elles. Cette dernière hypothèse seule cadre avec les observations de M. Caudrelier relatives à la vitesse critique du courant d'air. Il faudrait donc conclure que le courant d'air, en dépassant la vitesse critique, réduit considérablement l'intervalle de temps compris entre la production de deux stries consécutives de l'étincelle d'induction.

Peut-être que les molécules gazeuses, douées d'une énergie cinétique très considérable, produisent en heurtant la décharge initiale une ionisation tellement intense que toutes les étincelles secondaires qui doivent suivre passent à la fois. Cela équivaldrait somme toute à la suppression de la coupure sur la secondaire.

§ 2. — EXPÉRIENCES SUR L'ÉTINCELLE PROVENANT D'UN TRANSFORMATEUR  
DE TESLA.

Pour l'emploi du dispositif de Tesla, nous avons ajouté à nos appareils un micromètre de comparaison, non pas pour repérer des potentiels, ce qui est impossible quand il passe un flux continu d'étincelles, mais afin de constater plus facilement les effets produits.

Les deux micromètres sont d'abord réglés de façon que les étincelles éclatent indifféremment dans les deux à la fois; puis les branches du micromètre de comparaison sont légèrement écartées, de manière que l'étincelle éclate à peu près toujours au micromètre d'expérience.

En soufflant sur les étincelles au micromètre d'expérience, on constate que les étincelles réapparaissent au micromètre de comparaison, mais qu'elles ne s'éteignent pas toujours au premier. Ces faits sont très marqués pour les petites distances explosives, 3 millimètres au plus.

Pour des distances moyennes, ils sont à peine perceptibles et de temps en temps seulement.

Pour une grande distance entre les électrodes, 18 millimètres, le phénomène est plus sensible, mais pas encore très net.

Pour une distance de 28 millimètres, les étincelles éclataient d'une façon plus ou moins continue au micromètre d'expérience; elles étaient accompagnées d'une effluve continue violacée; on constatait au micromètre de comparaison une effluve continue et très rarement des étincelles. En soufflant au premier micromètre, les étincelles disparaissaient, les gerbes de l'effluve s'élargissaient et prenaient une teinte plus jaunâtre; au micromètre de comparaison, les étincelles devenaient plus fréquentes.

Il devait se produire sans doute une augmentation du potentiel de décharge. L'aspect que prenait l'effluve présentait beaucoup d'analogie avec le changement d'aspect de l'aigrette positive pour l'électricité statique.

Il est à supposer que les effets constatés pour de petites distances entre les électrodes sont dus au refroidissement des électrodes par le courant d'air plutôt qu'à l'action directe de ce dernier sur l'étincelle même. Peut-être aussi que l'air en passant entre les électrodes s'y trouve à une pression plus grande, ce qui peut contrarier la formation de l'étincelle.

*Remarques.* — 1° En soufflant sur ces étincelles, on constate le fait dont nous avons déjà parlé à la remarque littéra E, § 3, du chapitre I<sup>er</sup>, c'est-à-dire cette trainée rouge orangé présentant l'aspect d'une flamme de faible intensité.

2° Le courant d'air ne dévie jamais ces étincelles.

### CHAPITRE III.

#### Conclusions.

De tout ce qui précède, nous pouvons tirer les conclusions suivantes :

1° L'étincelle électrique simple et nettement disruptive, qui n'est précédée ni accompagnée d'aucun autre mode de décharge, ne semble pas être influencée par le mouvement de l'air dans lequel elle éclate, ce mouvement fût-il même assez intense.

Le potentiel de décharge ne semble pas être influencé.

2° Lorsque l'étincelle est précédée ou accompagnée d'un autre mode de décharge, le mouvement de l'air agissant de façon à modifier ce mode de décharge, affecte ainsi l'étincelle d'une façon indirecte.

Cette modification est assez sensible lorsque le mouvement de l'air est perpendiculaire au trajet de l'étincelle : le potentiel de décharge augmente généralement, mais cette augmentation est très faible ; la modification est moins sensible quand l'air se meut parallèlement au trajet de l'étincelle : le potentiel de décharge augmente peu ou pas. Le potentiel explosif de l'étincelle précédée de simples lueurs formant un mode de décharge intermédiaire entre deux décharges par étincelles à des potentiels explosifs différents n'augmente pas en soufflant.

3° Lorsque l'étincelle est sur le point de se changer en aigrette, effluve ou lueur, le mouvement de l'air provoque cette transformation ; le potentiel de décharge augmente alors d'une quantité assez considérable.

Ce phénomène se produit soit que l'air se meuve perpendiculairement au trajet de la décharge, soit qu'il se meuve parallèlement à ce trajet, mais il est plus intense dans le premier cas.

4° Les autres modes de décharge se laissent influencer par le courant d'air, mais les modifications sont très complexes et dépendent de la nature des électrodes, de la grandeur et de la régularité du débit, de la présence de diélectriques dans les environs des électrodes, etc.

Le potentiel de décharge augmente toujours, mais en général ces augmentations sont assez faibles.

5° L'aigrette positive est le mode de décharge le plus influencé par suite du mouvement de l'air. En soufflant perpendiculairement au trajet de l'étincelle, ou bien parallèlement, de l'anode vers la cathode, les branches de l'aigrette s'élargissent et atteignent la cathode. Le potentiel de décharge augmente dans les deux cas ; mais, tandis que cette augmentation se maintient lorsque la distance des électrodes augmente, quand l'air se meut perpendiculairement au trajet de la décharge, elle diminue et finit par s'annuler lorsque l'air circule dans le sens de l'anode vers la cathode.

Quand l'air se meut dans le sens de la cathode vers l'anode, l'aigrette disparaît pour faire place à une lueur positive, le potentiel de décharge augmente et cette augmentation s'accroît quand la distance des électrodes augmente.

6° L'intensité des effets produits sur la décharge par un courant d'air varie avec la vitesse du courant. La loi exacte de la variation n'a pu être établie.

7° L'augmentation de capacité agit parfois d'une façon indirecte pour atténuer les effets du mouvement de l'air sur la décharge quand elle peut faire disparaître une décharge par effluve précédant ou accompagnant l'étincelle.

Lorsque, malgré la présence du condensateur, l'aigrette ou l'effluve ne disparaît pas, le potentiel de décharge est modifié dans le même sens que sans condensateur, et les phénomènes qualitatifs sont les mêmes. Ces modifications du potentiel semblent même plus régulières, plus nettes.

8° Lorsque pour l'électricité statique une étincelle est déviée par le courant d'air, c'est que l'air a déjà été ionisé par un autre mode de décharge. L'air ionisé est emporté par le courant d'air, et l'étincelle, trouvant par là un chemin de moindre résistance, est déviée; mais comme ce trajet est toujours un peu plus long que le trajet ordinaire, il est tout naturel que le potentiel de décharge augmente quelque peu.

9° L'électricité dynamique semble se comporter autrement que l'électricité statique. Cette différence est plutôt apparente : en effet, l'étincelle de rupture se compose de plusieurs étincelles : une décharge initiale suivie immédiatement d'un grand nombre d'oscillations ou stries de plus faible intensité; si ces stries sont déviées, ce n'est pas parce qu'elles subissent l'action directe du courant d'air, mais parce que, la décharge initiale ayant ionisé l'air, cet air ionisé emporté un peu plus loin laisse passer la première oscillation qui maintient l'air ionisé, de sorte qu'une seconde oscillation paraîtra encore plus déviée, et ainsi de suite.

Ce travail a été fait au laboratoire de physique de l'Université de Louvain.

Nous nous faisons un devoir de témoigner à notre savant maître, M. le Prof<sup>r</sup> de Hemptinne, l'expression de notre reconnaissance la plus parfaite pour les sages et utiles conseils qu'il n'a cessé de nous donner au cours de nos expériences.

Nous remercions également M. le chanoine De Muynck pour les services qu'il nous a rendus dans nos opérations pratiques.

---



CHIMIE. — **Nouvelles recherches sur la vitesse de saccharification de l'amidon** (quatrième mémoire),

par HENRI VAN LAER, directeur de l'Institut supérieur de Brasserie de Gand, professeur à l'École des mines et Faculté polytechnique du Hainaut.

INFLUENCE DE LA CONCENTRATION EN AMIDON.

L'étude que j'ai faite de la catalyse de l'amidon par les acides étendus a montré qu'il y a proportionnalité entre la vitesse de formation des corps réducteurs et la concentration en amidon, et cela jusqu'à des richesses d'environ 5.5 % d'amidon. Pour des doses plus fortes, la vitesse de l'hydrolyse se ralentit.

En d'autres termes, lorsque la concentration du substrat ne dépasse pas 5.5 %, la quantité  $x$  de corps réducteurs produits par une même dose d'acide, agissant à une même température, pendant un laps de temps identique, est proportionnelle à la concentration et les valeurs de  $K$  restent constantes. Pour des teneurs en amidon plus fortes que 5.5 %, les valeurs de  $x$  continuent à augmenter, mais plus lentement que les concentrations; les valeurs de  $K$  vont en diminuant.

L'influence exercée par la concentration en amidon sur la vitesse de la saccharification diastasique a été examinée par quelques savants.

Il est utile, avant de reprendre la question expérimentalement, de rappeler les faits qui paraissent établis.

Kjeldahl (1) a opéré sur de l'amidon solubilisé à 78°-80° C., par de la diastase chauffée au préalable à 60°-65° C. Après vingt minutes d'action à 78°-80° C., le liquide était porté à l'ébullition, puis filtré.

---

(1) *Loc. cit.*, p. 142.

B. 100 centimètres cubes de cette solution contenant 10 % de matières sèches dont 0.95 % de sucre préformé, ont été soumis à 0<sup>cc</sup>5 d'extrait de malt, pendant vingt minutes, à 57° C.

C. 25 centimètres cubes de la solution d'épreuve ont été dilués jusqu'à 100 centimètres cubes et traités ensuite, par la même quantité d'extrait de malt, dans des conditions identiques.

La concentration initiale en amidon de ces liqueurs était sensiblement de 9 % pour la première, de 2.25 % pour la seconde.

Déduisons des quantités de substances réductrices, évaluées en glucose, données par l'auteur, les valeurs de  $x$  (quantités de substances réductrices évaluées en maltose), celles de  $X_{90\%}$  (proportion de substance hydrolysée lorsque 1 est le total de substance hydrolysable; celle-ci est supposée égale à 90 % du poids de l'amidon employé), celles de  $K_{90\%} 10^6$ .

NUMÉRO.	TENEUR en amidon, grammes %.	$x$	$X_{90\%}$ .	$K_{90\%} 10^6$ . (1).
C . . . . .	2.25	0,5822	0,2875	7365
B . . . . .	9	0,6478	0,0799	1810

Prenant en considération les valeurs de  $x$ , Kjeldahl avait pu conclure avec raison : « Le poids de sucre produit par la même

---

(1) Si l'on calcule  $K_{64\%} 10^6$ , on obtient 11250 pour le n° C et 2590 pour le n° B. La détermination de  $K_{80\%} 10^6$  donne, respectivement, 8485 et 2050. Les conclusions que nous formulerons, au cours de ce travail, sont indépendantes de la limite; nous adopterons toujours les valeurs de  $K_{90\%} 10^6$ , afin de pouvoir comparer l'ordre de vitesse des réactions étudiées ici, à celles mentionnées dans mon mémoire précédent.

quantité de diastase, toutes conditions égales d'ailleurs, décroît un peu lorsque la dissolution où se fait la réaction devient plus faible; mais, dans les limites que nous considérons ici, cette différence est assez insignifiante. » Cela veut dire que l'action de l'amylase paraît indépendante de la quantité d'amidon mise en œuvre. Cette constatation semble complètement inconciliable avec les faits établis dans mon mémoire précédent. Si l'amylase saccharifie l'amidon, sans tenir compte du poids de matière hydrolysable présente dans la liqueur, on ne comprend pas que son action puisse être gouvernée, en aucune façon, par la loi des masses.

Abandonnons provisoirement cette difficulté, qui n'est pas l'une des moindres que l'on rencontre dans l'étude des diastases, et continuons l'examen critique des travaux qui ont abordé la question.

L'indifférence manifestée par la diastase à l'égard de la concentration en amidon semble plus frappante encore, dans les résultats publiés par Dubourg (1) en 1889, pour une diastase de l'urine qui transforme l'empois en glucose.

En la mettant en contact avec de l'empois à 50° C. et en mesurant, après deux heures et après vingt-quatre heures, les quantités de glucose formées, Dubourg a trouvé que des systèmes contenant 1, 2, 3, 4, 5, 8, 10 grammes d'amidon donnaient, au bout du même temps, *sensiblement* le même poids de glucose. Les valeurs de  $K_{90\%} \cdot 10^6$  calculées sur les données de Dubourg sont de 3492 pour l'empois à 1 gramme d'amidon, de 255 pour l'empois à 10 grammes d'amidon. Les saccharifications étudiées sont plus lentes que celles de Kjeldahl, mais les conclusions que permettent de formuler les chiffres sont les mêmes.

L'ouvrage de Victor Henri (2) consacré aux lois générales de l'action des diastases, mentionne aux pages 119, 120 et 121 les

---

(1) *L'amylase de l'urine*. Thèse de Paris, 1889.

(2) Paris, 1903, chez A. Hermann.

quantités de maltose produites, au bout de temps identiques, par des volumes égaux de solutions de suc pancréatique sec, de suc pancréatique frais et d'amylase de malt, dans des solutions d'amidon soluble de diverses concentrations.

Reproduisons les résultats d'une série effectuée avec la diastase du malt, dans laquelle  $K_{90} \%$   $10^6$  atteint ses valeurs les plus élevées.

NUMÉRO.	TENEUR en amidon, grammes %.	$x$ après cent quarante minutes.	$X_{90} \%$ .	$K_{90} \%$ $10^6$ .
11 septembre 1902	0,375	0,082	0,243	3025
	0,75	0,112	0,165	1960
	1,5	0,114	0,084	955
	3	0,130	0,048	535

Les chiffres suivants se rapportent à une série exécutée avec une solution de suc pancréatique sec.

NUMÉRO.	TENEUR en amidon, grammes %.	$x$ après quarante minutes.	$X_{90} \%$ .	$K_{90} \%$ $10^6$ .
7 octobre 1902.	0,5	0,105	0,233	2882
	1	0,219 ?	0,243 ?	3025 ?
	2	0,337	0,187	2250
	3	0,364	0,133	1550
	4	0,370	0,102	1170

Victor Henri conclut de ces recherches qu'une même quantité d'amylase transforme, pendant le même temps, un nombre

identique de grammes d'amidon, lorsque la concentration de la solution dépasse 0<sup>sr</sup>75 d'amidon soluble pour 100 centimètres cubes d'eau dans le cas du malt et 2 grammes dans le cas de l'amylase du suc pancréatique.

Dans des solutions plus faibles, la quantité d'amidon influe sur la vitesse de l'hydrolyse. En réalité, l'examen des chiffres précédents, comme de tous les autres publiés par le savant français, établit qu'au delà des limites qu'il fixe la quantité de maltose produite augmente encore légèrement avec la concentration.

Chr. Wirth, dans sa thèse de doctorat (1), détermine à son tour les quantités de maltose formées au bout du même temps, dans des solutions à 2, 5, 10 % d'amidon soluble Lintner. La solution à 2 % renfermait 1<sup>sr</sup>6078 de matière sèche. Wirth a mis en contact, pendant une heure, 3 centimètres cubes d'un extrait de malt (1 : 20) (2) avec 100 centimètres cubes des solutions amylicées, et rapporté ensuite les quantités de maltose produites à 1 gramme du malt qui avait fourni l'infusion diastasique. L'auteur a effectué trois séries d'essais à 20°, 40° et 50° C.

Calculons, avec les données de l'auteur,  $x$ ,  $X_{90\%}$  et  $K_{90\%} 10^6$ .

TENEUR en amidon, grammes %	20° C.			40° C.			55° C.		
	$x$ .	$X_{90\%}$ .	$K_{90\%} 10^6$	$x$ .	$X_{90\%}$ .	$K_{90\%} 10^6$	$x$ .	$X_{90\%}$ .	$K_{90\%} 10^6$
1,6078	0,616	0,425	4006	1,0	0,691	8501	0,5562	0,384	3508
4,0195	0,7279	0,173	1375	1,241	0,343	3040	0,7303	0,201	1625
8,039	1,013	0,140	1093	1,906	0,263	2210	1,082	0,149	1168

(1) Munich, 1908.

(2) 1 gramme de malt et 20 centimètres cubes d'eau.

Il y a accord, dans tous les résultats précédents, sur les points suivants :

1° Les valeurs de  $K_{90\%} 10^6$  croissent au fur et à mesure que la concentration en amidon est plus faible; en d'autres termes, lorsqu'une même quantité de diastase se trouve en présence de doses d'amidon de plus en plus faibles, la vitesse avec laquelle s'effectue la transformation augmente; il y a concordance entre cette conclusion et les résultats des expériences de Brown et de Glendinning que mon mémoire précédent a confirmés;

2° Dans des liqueurs isodiastiques, c'est-à-dire renfermant la même quantité de diastase par *unité de volume*, les quantités de corps réducteurs, exprimées en maltose, n'augmentent que *très lentement*, quand les concentrations en amidon croissent très rapidement. L'augmentation est parfois si peu sensible, qu'on a pu dire que la vitesse de la saccharification, dans des liqueurs isodiastiques, est indépendante de leur richesse en amidon. (Résultats Dubourg.)

Cependant, cette augmentation, même dans les liqueurs de concentration supérieure à 0.75 %, existe toujours, très faible souvent, mais apparente.

SÉRIE I. — 100 centimètres cubes de solution amyglacée de concentration A ont reçu 9 centimètres cubes d'eau et 1 centimètre cube d'extrait de malt. Après une heure de saccharification à 25° C., on a déterminé x.

A grammes d'amidon % centimètres cubes.	x	X <sub>90%</sub>	K <sub>90%</sub> 10 <sup>6</sup> .
1,5	0,863	0,640	7395
3	0,907	0,336	2965
4,5	1,069	0,2639	2220
6	1,122	0,2077	1688
7,5	1,180	0,174	1385

Contrairement à ce que nous avons vu pour les acides, jamais on n'observe, en liqueur isodiastatique, de proportionnalité réelle entre la concentration en amidon et la quantité de maltose produite au bout du même temps. Cependant, on relève parfois une proportionnalité apparente. Cela se présente lorsqu'on analyse les solutions à un moment où la limite de transformation est presque atteinte.

Prenons d'abord, pour le montrer, des solutions diluées ayant comme limite 90 ‰.

SÉRIE II. — 100 centimètres cubes de solution amyglacée de concentration A ont reçu 5 centimètres cubes d'extrait de malt. T° 50° C. Après quinze et soixante minutes, on a déterminé x.

NUMÉROS.	A grammes d'amidon anhydre pour 100 c. c.	x après quinze minutes.	x après soixante minutes.	a quantité de maltose correspondant à la limite.
1	0,5	0,446	0,450	0,450
2	0,75	0,670	0,675	0,675
3	1,5	1,34	1,38	1,35
4	3	2,20	2,65	2,7

Au bout de quinze minutes, les quantités de maltose produites dans les systèmes n<sup>os</sup> 1, 2 et 3 sont entre elles comme les concentrations, pour la raison qu'étant à la limite, elles ne sont plus susceptibles d'augmenter que d'une façon excessivement lente. Cette proportionnalité apparente, qui ne s'observe pas, après quinze minutes, chez les n<sup>os</sup> 1, 2, 3 et 4, devient nette au bout de soixante minutes, parce que le n<sup>o</sup> 4, à son tour, est arrivé à sa limite.

SÉRIE III. — *Saccharification moins rapide que la précédente. Conditions expérimentales de la série I.*

NUMÉROS.	A grammes d'amidon anhydre pour 100 c. c.	$x$ après cent vingt minutes.	$x$ après cent quatre-vingts minutes.	$a$ quantité de maltose correspondant à la limite.
1	0,5	0,435	0,450	0,450
2	0,75	0,638	0,644	0,675
3	1,5	1,122	1,247	1,35
4	3	1,403	1,871	2,7

La proportionnalité entre A et  $x$  est parfaite au bout de cent vingt minutes pour les n<sup>os</sup> 1 et 2; elle est presque parfaite après cent quatre-vingts minutes pour les n<sup>os</sup> 1, 2, 3; elle le serait, pour les quatre concentrations, dans des saccharifications prolongées.

Si l'on considère des solutions plus concentrées, pour lesquelles les limites varient de 77 à 79 %, on relève, dans le voisinage de celles-ci, une proportionnalité apparente identique.

SÉRIE IV. — *Mêmes conditions expérimentales que pour la série II. On a déterminé  $x$  après quinze et trente minutes. Au bout de soixante minutes, les limites étaient atteintes.*

Numéros.	A grammes d'amidon anhydre pour 100 centimètres cubes.	$x$ après quinze minutes.	$x$ après trente minutes.	$a$ après soixante minutes.	$\frac{x}{A}$ après trente minutes.
1	4,5	2,52	3,47	3,57	0,77
2	6	2,67	4,48	4,69	0,746
3	7	3,06	5,38	5,38	0,77



Après trente minutes, la proportionnalité entre  $x$  et  $A$  paraît déjà établie.

Pour éviter toute interprétation erronée des faits, il est donc indispensable de comparer les valeurs de  $x$  et de  $A$  en des points qui ne se trouvent pas dans le voisinage des limites de saccharification.

SÉRIE V. — Effectuons une série de saccharifications parallèles dans les conditions suivantes :

Des volumes de 500 centimètres cubes de solutions de fécule pure, renfermant respectivement 0.5 — 0.75 — 1.5 — 3 — 4.5 — 6 grammes de matière sèche pour 100 centimètres cubes, sont additionnés de (20 —  $d$ ) centimètres cubes d'eau et  $d$  centimètres cubes de solution diastasiqne (extrait de malt ou diastase Kahlbaum). Les mélanges sont maintenus à 25° C., et, à différents intervalles de temps égaux  $\theta$ , on prélève dans chaque flacon des prises d'essai dont la saccharification est arrêtée par de la soude. Sur ces prises d'essai, on détermine aux différents temps  $\theta$  les poids  $x$  de maltose formés respectivement par 0.5 — 0.75 — 1.5 — 3 — 4.5 — 6 grammes d'amidon sec. On en déduit  $X_{90\%}$  et  $K_{90\%} 10^6$ . Afin d'avoir des chiffres comparables, on a calculé aussi  $X_{90\%}$  et  $K_{90\%} 10^6$  pour les liqueurs à 4 1/2 et 6 % d'amidon, mais on a eu soin d'en interrompre la saccharification bien en deçà de la limite.

Les chiffres suivants se rapportent à 1 centimètre cube d'extrait de malt ( $d = 1$  centimètre cube; 20 —  $d = 19$  centimètres cubes). Les résultats avaient la même signification dans les séries exécutées avec la diastase sèche. Les chiffres en tête de chaque groupe indiquent la quantité d'amidon sec présent pour 104 centimètres cubes de mélange.

0	N° 1 0,5					N° 2 0,75					N° 3 1,5				
	x	X <sub>90°/0</sub>	K <sub>90°/0</sub> ·10 <sup>6</sup>	$\frac{X}{\theta}$ 20	I	x	X <sub>90°/0</sub>	K <sub>90°/0</sub> ·10 <sup>6</sup>	$\frac{X}{\theta}$ 20	I	x	X <sub>90°/0</sub>	K <sub>90°/0</sub> ·10 <sup>6</sup>	$\frac{X}{\theta}$ 20	I
40	0,2268	0,504	7615	0,252	B	0,2332	0,345	4595	0,172	B	0,2554	0,489	2275	0,094	B
60	0,3022	0,6715	8070	0,223	V	0,3402	0,504	5076	0,168	B	0,371	0,2748	2328	0,091	B
120	0,4296	0,9546	11223	0,16	J	0,5442	0,806	5935	0,134	V	0,6804	0,504	2621	0,084	V
180	0,4412	0,978	9208	0,109	J	0,628	0,930	6416	0,103	J	0,9012	0,667	2653	0,074	V
240	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1,061	0,785	2781	0,064	R
300	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1,166	0,863	2877	0,057	J

θ	N° 4 3				N° 5 4,5				N° 6 6						
	x	X <sub>90°</sub> °	K <sub>90°</sub> / 10 <sup>6</sup>	X $\frac{20}{θ}$	I	x	X <sub>90°</sub> / 10 <sup>6</sup>	K <sub>90°</sub> / 10 <sup>6</sup>	X $\frac{20}{θ}$	I	x	X <sub>90°</sub> / 10 <sup>6</sup>	K <sub>90°</sub> / 10 <sup>6</sup>	X $\frac{20}{θ}$	I
40	0,2720	0,4007	4157	0,0503	B	0,2914	0,0719	812	0,0359	B	0,314	0,0581	662	0,029	B
60	0,3888	0,444	4126	0,046	B	0,4536	0,412	860	0,037	B	—	—	—	—	—
120	0,71	0,262	4100	0,043	B	0,7776	0,492	771	0,032	B	0,791	0,446	571	0,024	B
180	0,985	0,364	4094	0,04	V	1,101	0,271	762	0,03	B	—	—	—	—	—
240	1,257	0,465	4132	0,039	V	1,467	0,362	813	0,03	V	—	—	—	—	—
300	1,42	0,5259	4081	0,035	V	1,795	0,443	847	0,029	V	1,864	0,3451	615	0,023	B
360	1,662	0,615	4151	0,034	V	2,010	0,496	827	0,027	V	2,124	0,3933	604	0,021	V
420	1,814	0,672	4152	0,032	V	2,1768	0,532	785	0,025	V	2,2568	0,4179	559	0,019	V
480	1,899	0,7034	4101	0,029	V	2,283	0,563	749	0,023	V	2,402	0,4448	532	0,018	V
540	2,2	0,814	4352	0,03	R	2,610	0,644	730	0,023	V	—	—	—	—	—

On remarque que dans cette série de saccharifications exécutées dans des conditions identiques, chez lesquelles la quantité d'impuretés — d'ailleurs très faible — apportée par l'extrait de malt est partout la même, les réactions les plus rapides n<sup>os</sup> 1 et 2 évoluent comme celles de Brown et de Glendinning; la réaction n<sup>o</sup> 3 suit, pendant sa phase la plus lente, une loi linéaire, puis, quand elle devient plus rapide, le lieu géométrique, qui représente l'action, s'infléchit suivant l'une des courbes de Brown et Glendinning; les réactions les plus lentes n<sup>os</sup> 4, 5, 6 obéissent à la loi logarithmique, à l'exception de la réaction n<sup>o</sup> 4. Celle-ci, entre la 480<sup>e</sup> et la 540<sup>e</sup> minute, tend à devenir linéaire.

On reconnaît très nettement ici l'influence secondaire exercée sur la forme des courbes de saccharification par la vitesse même suivant laquelle s'accomplit la transformation.

Cependant, ces transformations, comparées entre elles, au bout de temps égaux, ne manifestent pas la moindre proportionnalité entre  $x$  et la concentration.

Les valeurs de  $X$  et de  $K$  décroissent comme dans des systèmes isodiastasiques, également riches en amidon, qui évolueraient à des températures de plus en plus basses, ou bien comme des systèmes de même concentration en amidon, mais additionnés de quantités décroissantes de diastase. En d'autres termes, c'est le rapport entre la quantité du substrat et celle de diastase qui gouverne le phénomène, et comme ce rapport varie d'un système à l'autre, des liqueurs isodiastasiques ne sont pas comparables au point de vue de leur concentration.

Pour étudier l'influence de celle-ci, il faut mettre en œuvre, non des « liqueurs isodiastasiques », à teneur variable en amidon, mais des systèmes de concentration différente et de même « charge diastasiqne », c'est-à-dire déterminés par un rapport identique entre la quantité de diastase agissante et celle de substrat ou de matière sèche en solution.

Les séries de résultats suivantes sont très nettes et paraissent décisives.

SÉRIE VI.

θ en minutes.	A = 4,5 d = 4				A = 3 d = 2				A = 4,5 d = 3				A = 6 d = 4			
	X <sub>30</sub> %	K <sub>30</sub> % 10 <sup>6</sup>	$\frac{X}{\theta} 20$	I	X <sub>30</sub> %	K <sub>30</sub> % 10 <sup>6</sup>	$\frac{X}{\theta} 20$	I	X <sub>30</sub> %	K <sub>30</sub> % 10 <sup>6</sup>	$\frac{X}{\theta} 20$	I	X <sub>30</sub> %	K <sub>30</sub> % 10 <sup>6</sup>	$\frac{X}{\theta} 20$	I
20	0,0736	4670	0,0736	B	0,0744	4695	0,0744	B	0,0744	4695	0,0741	B	0,0762	4740	0,0762	B
60	0,207	4680	0,069	B	0,212	4725	0,071	B	0,212	4725	0,071	B	0,222	4818	0,074	B
180	0,474	4550	0,053	V	0,485	4601	0,054	V	0,485	4601	0,054	V	0,510	4936	0,057	V

SÉRIE VII.

θ en minutes.	A = 1,5 d = 2,5			A = 3 d = 5			A = 4,5 d = 7,5			A = 6 d = 10		
	X <sub>90</sub> %	K <sub>90</sub> % 10 <sup>6</sup>	$\frac{X}{\theta} \cdot 20$	X <sub>90</sub> %	K <sub>90</sub> % 10 <sup>6</sup>	$\frac{X}{\theta} \cdot 20$	X <sub>90</sub> %	K <sub>90</sub> % 10 <sup>6</sup>	$\frac{X}{\theta} \cdot 20$	X <sub>90</sub> %	K <sub>90</sub> % 10 <sup>6</sup>	$\frac{X}{\theta} \cdot 20$
	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I
20	0,168	3995	0,168	0,166	3945	0,166	0,168	3995	0,168	4340	0,181	0,181
40	0,320	4187	0,16	0,320	4187	0,16	0,312	4062	0,156	4157	0,318	0,159
60	0,447	4288	0,149	0,447	4288	0,149	0,448	4361	0,149	4528	0,465	0,155
120	0,7271	4700	0,4202	0,718	4582	0,119	0,733	4779	0,122	5090	0,755	0,126

La série VI se rapporte à des saccharifications logarithmiques; la série VII, à des saccharifications évoluant comme celles qui ont été étudiées par Brown et Glendinning. Toutes deux ont été effectuées à la température de 25° C.

Le volume total de chaque solution est de 520 centimètres cubes, formé de 500 centimètres cubes d'une solution d'amidon à A %; les 20 centimètres cubes restants comprennent *d* centimètres cubes d'extrait de malt et (20—*d*) centimètres cubes d'eau.

Tous ces systèmes ont la même « charge diastasique ». On constate que, jusqu'à la concentration de 4.5, les valeurs de  $K_{90\%} 10^6$  oscillent autour d'une valeur moyenne identique dans la série VI et qu'au bout du même temps elles ont sensiblement la même valeur dans la série VII.

$K_{90\%} 10^6$  prend des valeurs un peu plus élevées dans la solution plus concentrée à 6 %.

La série d'essais effectués en 1878 par Kjeldahl et que je rappelle au début de ce mémoire, contenait un troisième système A comparable aux systèmes B et C, constitué de 25 centimètres cubes de la solution d'amidon à 10 % de matière sèche dont 0.95 de sucre. Ces 25 centimètres cubes de la solution amylicée soumis à l'action de 0<sup>cc</sup>5 d'extrait de malt, pendant vingt minutes, à 57° C., avaient fourni 0<sup>gr</sup>390 de sucre évalué en glucose. Calculons, au moyen de ces données, les valeurs de  $X_{90\%}$ ,  $K_{90\%} 10^6$  et rapprochons-les de celles mentionnées plus haut pour le système C.

θ en minutes.	N° A Concentration en amidon = 9 % Volume d'extrait de malt = 2 c. c.		N° C Concentration en amidon = 2.25 % Volume d'extrait de malt = 0 <sup>cc</sup> 5	
	$X_{90\%}$	$K_{90\%} 10^6$	$X_{90\%}$	$K_{90\%} 10^6$
20	0,3158	8245	0,2875	7365

$K_{90\%} 10^6$  accuse aussi une valeur un peu plus élevée dans la solution à 9 ‰.

Laissant de côté le cas des solutions concentrées, on voit que dans les systèmes de même « charge diastasique », la proportionnalité entre la vitesse de la catalyse diastasique et la concentration en amidon, toutes autres choses étant égales, se vérifie jusqu'à des concentrations d'au moins 4.5 ‰.

Les systèmes examinés, en une même série, dans mon mémoire précédent, se trouvent sous la même « charge diastasique », mais ceux qu'ont étudiés les auteurs rappelés dans ce travail n'ont pas la même charge et, dès lors, la loi des masses ne peut leur être appliquée.

Ainsi disparaît la difficulté signalée au début de cette note.

#### CONCLUSION.

Toutes choses étant égales, y compris la charge diastasique, la loi logarithmique des réactions unimoléculaires est applicable à la saccharification de l'amidon par l'amylase jusqu'à une concentration d'au moins 4.5 ‰. Au delà de cette concentration, la vitesse de la transformation augmente légèrement.

29 janvier 1911.





BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

*Rutot (A.)*. Essai sur les origines et sur le développement de l'humanité primitive. Bruxelles, 1911; extr. in-8° (276 p.).

— Discours prononcé à la célébration du cinquantenaire de la Société d'anthropologie de Paris. Paris, s. d.; extr. in-8° (pp. 360-363).

*Stroobant (Paul)*. Les progrès récents de l'astronomie. III. Année 1909. — La comète de Halley à son retour de 1910. Bruxelles, 1911; extr. in-16 (174 p., pl.).

*Gilson (G.)*. Études sur l'outillage de la pêche. Le chalut à fers déclinants. Type nouveau d'armature à gaule. Gand, 1911; extr. in-4° (35 p., fig.).

*Salée (Achille)*. Contribution à l'étude des polypiers du Calcaire carbonifère de la Belgique. Le genre *Caninia*. (Mémoire couronné au concours interuniversitaire des sciences minérales de 1910, publié sous les auspices du Ministère des Sciences et des Arts.) Bruxelles, 1910; in-4° (62 p., 9 pl.).

*De Donder (Th.)*. Sur les équations canoniques de Hamilton-Volterra. Paris, 1911; extr. in-4° (43 p.).

BRUXELLES. *Observatoire royal de Belgique*. Annuaire astronomique pour 1912. In-16

*Lœb (Jacques)*. Die chemische Entwicklungserregung des tierischen Eies (künstliche Parthenogenese). Berlin, 1909; in-8° (xxiv-259 p., 56 fig.).

— Ueber das Wesen der formativen Reizung. Berlin, 1909; in-8° (34 p.).

*Oechsner de Coninck (W.-F.)*. Leçons sur les fermentations. Deuxième édition, revue et augmentée. Paris, 1911; in-16 (133 p.).

*Thonner (Fr.)*. Du Congo à l'Ubangi. Mon deuxième voyage dans

l'Afrique centrale. Bruxelles-Paris, 1910; gr. in-8° (xi-127 p., 20 grav., 114 planches et 3 cartes).

*Brisset (D.)*. Le magnétisme et l'aimant. Paris, 1911; in-16 (41 p.).

*Vial (Louis-Charles-Émile)*. La machine humaine. Paris, 1911; in-16 (57 p.).

PARIS. *Institut de France*. Annuaire pour 1911. In-16.

— *L'Année biologique*. Comptes rendus annuels des travaux de biologie générale. (Yves Delage, 12<sup>e</sup> année.) 1907; gr. in-8°, 1910.

—  
*Celoria (Giovanni)*. Commemorazione del socio nazionale Sen. Prof. Giovanni Schiaparelli. Rome, 1910; extr. gr. in-8° (pp. 528-555).



## TABLE DES MATIÈRES.

CLASSE DES SCIENCES. — *Séance du 4 mars 1911.*

### Correspondance.

Notification du décès de Jacques-Henri van 't Hoff, associé. — M. le Ministre des Sciences et des Arts demande l'appréciation de la Classe sur les travaux de M. De Meyer à la Station zoologique de Naples. — Pli cacheté. — Invitation à la célébration du centenaire de l'Université de Breslau — Prix Thomas Vallauri (sciences physiques). — Annonce du Congrès international des applications électriques, à Turin. — Travail manuscrit à l'examen. — Hommages d'ouvrages . . . . .	183
Liste des Prix Nobel décernés en 1908 . . . . .	185

### Bibliographie.

THONNER (Fr.). — <i>Du Congo à l'Ubangi</i> ; note par Th. Durand . . . . .	186
---	-----

### Concours pour 1912.

Programme . . . . .	188
---------------------	-----

### Prix perpétuels pour 1911 et 1912.

Programmes . . . . .	190
----------------------	-----

### Rapports.

Avis verbal de MM. Jorissen et Gilkinet (Nouvelles recherches sur la vitesse de saccharification de l'amidon, 4 <sup>m</sup> e mémoire; par Henri Van Laer) . . . . .	194
Avis verbal de M. Spring (Sur la cristallisation du carbone; par Henri Wilmotte) . . . . .	194
La Classe décide l'impression dans les <i>Mémoires</i> in-8° d'un travail de M. Cesàro (Contribution à l'étude des minéraux du Vésuve et du Mont Somma). . . . .	194

Rapport de M. Neuberg (Sur les transformations birationnelles involutives du plan; par L. Godeaux) . . . . .	194
Rapport de M. de la Vallée Poussin (Effort de l'aile amphibolique d'après l'aérodynamique expérimentale; par Julien Pacotte) . . . . .	196
Rapports de MM. Swarts et Spring (Contribution à l'étude de l'action de l'alcool éthylique sur les chlorures d'acides arylsulfoniques; par R. Goubau) . . . . .	197
Rapports de MM. De Hemptinne et De Heen (Recherches expérimentales relatives à l'influence exercée par le mouvement de l'air sur la décharge électrique et le potentiel de décharge; par E. Vanpée) . . . . .	197, 198

**Communications et lectures.**

ANALYSE. — <i>Sur les polynomes d'approximation à une variable complexe</i> ; par Ch.-J. de la Vallée Poussin . . . . .	199
ANALYSE. — <i>Sur les polynomes d'approximation et la représentation approchée d'un angle</i> ; par Ch.-J. de la Vallée Poussin. Erratum concernant cette note publiée dans le <i>Bulletin</i> , n° 12 de 1910 . . . . .	241
CHIMIE. — <i>Action de la potasse dissoute sur le carbonate de calcium</i> ; par W. Oechsner de Coninck. . . . .	242
CHIMIE. — <i>Action des hydracides, employés en proportions croissantes, sur l'amidon et la dextrine</i> ; par W. Oechsner de Coninck et Raynaud . . . . .	243
CHIMIE. — <i>Action de la soude dissoute sur le carbonate de calcium</i> ; par W. Oechsner de Coninck. . . . .	246
GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE. — <i>Sur les transformations birationnelles involutives du plan</i> ; par Lucien Godeaux . . . . .	247
MÉCANIQUE. — <i>Effort de l'aile amphibolique d'après l'aérodynamique expérimentale</i> ; par Julien Pacotte. . . . .	226
CHIMIE GÉNÉRALE. — <i>Contribution à l'étude de l'action de l'alcool éthylique sur les chlorures d'acides arylsulfoniques</i> (2 figures); par R. Goubau . . . . .	233
ÉLECTRICITÉ. — <i>Recherches expérimentales relatives à l'influence exercée par le mouvement de l'air sur la décharge électrique et le potentiel de décharge</i> (36 figures); par Ernest Vanpée. . . . .	253
CHIMIE. — <i>Nouvelles recherches sur la vitesse de saccharification de l'amidon</i> (4 <sup>m</sup> e mémoire); par Henri Van Laer . . . . .	305

---

Bulletin bibliographique . . . . .	324
------------------------------------	-----

*Il ne sera donné suite aux demandes de combler les lacunes dans les publications de l'Académie, que pour autant que ces lacunes ne remontent pas au delà de cinq ans.*



6.493  
A16

74

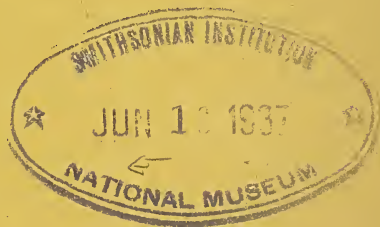
ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE

BULLETIN

DE LA

CLASSE DES SCIENCES

1911 — N° 4



BRUXELLES

HAYEZ, IMPRIMEUR DES ACADEMIES ROYALES DE BELGIQUE

Rue de Louvain, 112

1911



## CLASSE DES SCIENCES.

---

*Séance du 1<sup>er</sup> avril 1911.*

M. J. NEUBERG, directeur.

M. le chevalier EDMOND MARCHAL, secrétaire perpétuel.

Sont présents : MM. Ch. Francotte, *vice-directeur* ; C. Malaise, A. Gilkinet, Ch. Van Bambeke, G. Van der Mensbrugge, W. Spring, M<sup>el</sup> Mourlon, P. Mansion, P. De Heen, C. le Paige, J. Deruyts, V. Masius, C. Vanlair, A. Jorissen, Paul Pelseneer, A. Gravis, A. Lameere, Ch.-J. de la Vallée Poussin, Th. Durand, Max. Lohest, *membres* ; A. Demoulin, V. Willem, Al. de Hemptinne, Paul Stroobant et J. Verschaffelt, *correspondants*.

---

### CORRESPONDANCE.

---

La Classe prend notification, sous l'impression d'un douloureux sentiment de regret, de la perte qu'elle vient de faire :

1<sup>o</sup> De M. Félix Plateau, membre de la Section des sciences naturelles, né à Gand le 16 juin 1841 et décédé dans cette ville le 4 mars 1911.

M. Plateau avait renoncé aux honneurs académiques. Ses funérailles, auxquelles M. le directeur Neuberg a représenté la Classe, ont eu lieu le mercredi 8 mars.

M. Willem écrira la notice nécrologique de M. Plateau.

M. Van der Mensbrugge remercie la Classe autant en son nom personnel qu'au nom de sa belle-sœur M<sup>me</sup> Félix Plateau.

2<sup>o</sup> De M. François-Joseph-Charles Terby, membre de la Section des sciences mathématiques et physiques, né à Louvain le 8 août 1846 et décédé dans cette ville le 20 mars 1911.

M. le directeur Neuberg a représenté la Classe aux funérailles, qui ont eu lieu le jeudi 23 mars; il y a prononcé le discours d'usage qui sera imprimé au *Bulletin*.

M<sup>me</sup> Terby a remercié l'Académie.

M. Lagrange sera prié d'écrire la notice du défunt.

3<sup>o</sup> De M. Édouard Dupont, membre de la Section des sciences naturelles, né à Dinant le 31 janvier 1844 et décédé à Cannes (Alpes-Maritimes) le 31 mars 1911.

M. Franz Dupont fils, en notifiant à la Classe la mort de son père, ajoute : Parmi ses dernières volontés, je trouve la phrase suivante : « Ma volonté est qu'il n'y ait ni notice académique, ni notice biographique. Ma carrière a été trop compliquée pour pouvoir être appréciée dans des écrits de cette nature. Il me suffit d'avoir rempli mes devoirs comme il m'a été possible de le faire, sans qu'on s'occupe davantage de moi. »

Les funérailles de M. Dupont ont eu lieu à Boitsfort.

Une lettre de condoléance sera adressée respectivement à M<sup>me</sup> veuve Félix Plateau, à M<sup>me</sup> veuve François Terby et à M. Franz Dupont.

— Le travail manuscrit : *Sur un état allotropique de l'argent*, par M. Dragomir Palitsch, capitaine de l'armée serbe, est soumis à l'examen de MM. Spring et Swarts.

— Hommages d'ouvrages :

Par M. Ch. Francotte :

*Notice concernant l'enseignement de la chimie à l'Athénée de Bruxelles.*

Par M. A. Lacroix, associé :

*Les minéraux radioactifs de Madagascar.*



Par M. Yves Delage, associé :

*L'année biologique. 12<sup>me</sup> année.*

Par M. Maurice Lecat :

*Leçons sur la théorie des déterminants à n dimensions, avec applications à l'algèbre, à la géométrie, etc.*

Par M. C. De Bruyker :

*De statistische methode in de plantkunde.*

— Remerciements.

---

*Discours prononcé aux funérailles de F. Terby;*  
par J. NEUBERG, membre de l'Académie.

Au nom de l'Académie royale de Belgique, je viens adresser un dernier adieu à François Terby, membre titulaire de la Classe des sciences.

Le 4 mars, l'Académie déplorait la perte de Félix Plateau, fils de l'illustre physicien et lui-même auteur de travaux remarquables de zoologie. Aujourd'hui, elle est cruellement éprouvée par un nouveau deuil qui suscite de profonds regrets.

Il serait impossible d'analyser, dans cette triste circonstance, l'œuvre si étendue de Terby avec tous les développements qu'elle mérite. L'appréciation complète de cette œuvre sera confiée à un confrère plus autorisé et paraîtra dans l'*Annuaire* de l'Académie. Ma tâche se réduira à rappeler succinctement les principaux titres scientifiques du défunt.

François Terby est né à Louvain en 1846. Après avoir pris les grades de candidat en philosophie et lettres et de docteur en sciences naturelles, il a consacré quelques années à l'enseignement en qualité de répétiteur du cours de physique de l'Université de Louvain, de professeur de sciences naturelles et de physique au Collège communal, et de professeur de physique, de chimie et de mécanique à l'École industrielle de la même ville.

C'est de bonne heure qu'il se sentait une vocation pour l'astronomie et la météorologie. Sa première communication à l'Académie relate l'observation d'un bolide à Louvain, le 20 juin 1866; elle fut suivie d'un grand nombre d'autres sur les étoiles filantes, des orages, des aurores boréales, la lumière zodiacale, des halos. Les notes sur les phénomènes qu'il avait observés, avec un soin remarquable, présentent un très grand intérêt.

L'étude de la planète Mars avait fixé son attention dès 1864. Les *Bulletins* de l'Académie renferment près d'une vingtaine d'articles de Terby sur l'aspect de cette planète à différentes époques, sur ses taches, sur ses canaux. On lui doit aussi la publication des *Areographische Fragmente* de l'astronome Schröter, une étude comparative des observations faites sur l'aspect de Mars depuis 1636 jusqu'en 1873, ainsi que l'explication des dessins exécutés en 1666 par Cassini, Campani, Salvator Serra et Hook. Ces travaux ont été appréciés avec éloge par les astronomes et assurent à Terby un souvenir durable dans la science.

Notre confrère a également publié de nombreux articles sur Jupiter et ses satellites, Saturne, Mercure, Vénus et quelques comètes.

Ses rapports sur des notices astronomiques adressées à l'Académie brillent par leur clarté et portent souvent une note personnelle.

Les journaux scientifiques accueillaient avec faveur les communications de Terby. Ainsi, les *Astronomische Nachrichten* en renferment douze; *The Observatory*, quinze; *les Mondes*, de l'abbé Moigno, huit. Les *Comptes rendus* de l'Académie de Paris, le *Bulletin* de l'Observatoire royal de Bruxelles, l'*Astronomie* de M. Flammarion et beaucoup d'autres publications témoignent également du labeur scientifique de notre confrère. Une mention spéciale est due à son active collaboration à la revue belge *Ciel et Terre*.

Des travaux d'une telle importance ne pouvaient manquer de lui ouvrir les portes de l'Académie, d'autant plus que les obser-

vations étaient faites dans un observatoire qu'il avait fait construire et outillé de ses propres moyens. Entré comme correspondant en 1889, il a été élu membre titulaire en 1891.

Le Gouvernement a voulu rendre un hommage public à Terby en le nommant, en 1896, chevalier et, en 1907, officier de l'Ordre de Léopold.

Depuis son institution il était membre de la Commission de l'Observatoire royal de Belgique.

En ces dernières années, sa santé lui imposait de grands ménagements, et ce n'était plus qu'à de rares intervalles qu'il assistait à nos séances. La dernière fois qu'il y est venu, il paraissait avoir triomphé du mal. Hélas! notre espoir a été cruellement déçu.

Terby a bien rempli sa tâche ici-bas. Puissent les regrets qu'il laisse, adoucir le deuil des siens.

L'Académie présente à la famille l'expression de ses condoléances sympathiques.

---

La Classe se forme momentanément en comité secret pour prendre connaissance de la liste des candidats présentés aux places vacantes.

---

---

## RAPPORTS.

---

Il est donné lecture des rapports :

De MM. Fredericq, Van Bambeke et Ch. Francotte sur l'ouvrage : *Étude sur les altérations du courant d'action du cœur de Scyllium canicula* (second mémoire), résultat des expériences faites par J. De Meyer à la Station zoologique de Naples. — Renvoi à M. le Ministre des Sciences et des Arts.

---

Sur la cinquième congruence de cubiques de M. Stuyvaert;  
par LUCIEN GODEAUX.

Rapport de M J. Neuberg.

« L'auteur reprend l'étude de la congruence représentée par les équations

$$\left\| \begin{array}{ccc} \alpha_1 a_x + \alpha_2 b_x + \alpha_3 c_x & \alpha_1 a'_x + \alpha_2 b'_x & \alpha_1 a''_x + \alpha_2 b''_x \\ \alpha_1 d_x + \alpha_2 f_x & \alpha_1 d'_x & \alpha_1 d''_x \end{array} \right\| = 0,$$

où  $a_x, b_x, \dots$  désignent des formes linéaires en  $x_1, x_2, x_3, x_4$  et  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  des paramètres variables. Les cubiques de cette congruence sont assujetties à dix conditions communes dont neuf avaient été établies par M. Stuyvaert. M. Godeaux parvient à déterminer la dixième et indique aussi un mode de génération de la congruence qui facilite l'étude de ses propriétés. Une analyse détaillée de ce travail étant impossible, je me borne à énoncer les résultats :

*La congruence est le lieu des cubiques gauches s'appuyant en cinq points sur une cubique gauche  $C_3$ , en trois points sur une quintique plane  $C_5$  qui a trois points doubles sur  $C_3$ , et en un point sur une bisécante  $C_1$  de  $C_3$  qui s'appuie sur  $C_5$ . Les courbes de la congruence se distribuent par faisceaux sur les quadriques passant par  $C_1$  et  $C_3$ , de telle manière qu'une de ces quadriques contient un seul faisceau de cubiques ayant un point de base sur  $C_1$  et qu'inversement un point de  $C_1$  est le point-base d'un seul faisceau.*

Je propose volontiers l'impression de cette note de M. Godeaux dans le *Bulletin* de la séance. » — Adopté.

*Sur deux des règles de prévision de M. G. Guilbert ;*  
par J. VINCENT.

Rapport de M. P. Stroobant, premier commissaire.

« M. Gabriel Guilbert, qui s'occupe depuis longtemps de prédire l'apparition et la marche des troubles atmosphériques et qui a été lauréat du concours international de Liège en 1905, a publié récemment un ouvrage intitulé : *Nouvelle méthode de prévision du temps*. Ce livre, qui est précédé d'une introduction de Bernard Brunhes, le savant et regretté directeur de l'Observatoire du Puy-de-Dôme, a attiré l'attention et les critiques des météorologistes. M. Ch. Goutereau, chef du service des avertissements au Bureau central météorologique de France, a publié une étude des règles de M. Guilbert pour la prévision des variations barométriques. L'auteur de cet article s'est limité à l'étude des deux règles principales indiquées par M. Guilbert : celle des anomalies du vent et celle des vents divergents, « sans entrer, dit-il, dans la discussion de toutes les règles subsidiaires introduites après coup pour corriger les défaillances des premières ». M. Goutereau conclut de son examen, long et détaillé, que la méthode n'apporte aucune base nouvelle pour la prévision des variations barométriques.

Dans la note qu'il a envoyée à l'Académie, M. Vincent s'est attaché à l'étude d'un principe énoncé par M. Guilbert, et d'une des vingt-cinq règles dont celui-ci donne l'énumération.

Ce principe est le suivant : « Les cirrus viennent du centre de dépression et l'importance du centre est directement proportionnelle à la vitesse des cirrus. Cirrus rapides, forte bourrasque. Cirrus lents, faible dépression. » M. Vincent discute minutieusement les trois exemples cités par M. Guilbert à l'appui de son principe, mais il examine aussi les cas qui, durant une année, ont présenté les conditions indiquées par l'auteur de la nouvelle méthode. M. Vincent se base sur les

observations de cirrus effectuées en 1896-1897, à l'Observatoire de Trappes, par M. Teisserenc de Bort et les compare aux situations atmosphériques correspondantes. J'ai repris ces comparaisons en me servant des cartes publiées par la Deutsche Seewarte de Hambourg et j'en ai conclu que le principe ne se vérifie, d'une manière partielle, que dans un petit nombre de cas ; il est au contraire en défaut onze ou douze fois sur quinze. D'ailleurs, le principe énoncé par M. Guilbert est en contradiction avec ce que nous savons de l'orientation des courants supérieurs de l'atmosphère, d'après la marche même des cirrus. Il faudrait, si le principe était exact, que ces nuages divergent du centre de la dépression ; or, d'après les diagrammes classiques de Clément Ley et d'Hildebrandsson, dans les dépressions, le vent des régions supérieures a bien une composante centrifuge, mais les cirrus s'éloignent, suivant une direction qui fait un angle de  $45^{\circ}$  environ avec le rayon. D'autre part, en se basant sur les observations effectuées à Uccle, de 1892 à 1902, M. Vanderlinden a trouvé que les cirrus ne divergent du centre de la dépression qu'à l'avant de celle-ci, dans le secteur nord-est, la dépression marchant de l'ouest vers l'est.

La dix-septième règle de M. Guilbert, que M. Vincent a cherché à vérifier dans des cas particuliers relevés durant trois semestres pris au hasard (les premiers semestres de 1893, 1894 et 1905), est relative aux dorsales de hautes pressions. Cette règle est énoncée par M. Guilbert de la manière suivante : « Deux dépressions coexistantes, séparées par une zone de hautes pressions *relatives* avec vents divergents les uns par rapport aux autres, devront se réunir vers le sommet de l'anti-cyclone relatif, vers *la dorsale* de hautes pressions, en un cyclone plus important que chacune d'elles. » Sur vingt-neuf cas examinés par M. Vincent, la dorsale ne se trouve détruite d'une manière certaine que six fois (en y comprenant le cas du 5 mars 1894, cité par M. Guilbert), et d'une manière douteuse, deux fois. La plupart du temps, elle persiste en se déplaçant vers l'est, et quelquefois en se renforçant.

Les recherches de M. Vincent montrent qu'on ne peut accepter qu'avec une extrême prudence les règles météorologiques basées sur des cas isolés, et l'étude qu'il a faite de certaines situations atmosphériques est intéressante; aussi, j'ai l'honneur de proposer l'insertion de sa note dans le *Bulletin* de la Classe. »

M. Ch. Lagrange, second commissaire, s'étant rallié à ces conclusions, elles sont mises aux voix et adoptées.

*Nouvelles recherches sur la vitesse de la saccharification de l'amidon* (cinquième mémoire); par H. VAN LAER.

Rapport de M. A. Jorissen, premier commissaire

« Dans la note qu'il adresse à l'Académie, M. Van Laer continue l'exposé de ses recherches sur la saccharification de l'amidon par la diastase, et décrit les expériences qu'il a effectuées dans le but d'étudier le mécanisme de cette transformation.

Il déduit de ses essais que l'action de l'enzyme débute par la formation d'une combinaison d'adsorption entre le ferment et l'amidon. Cette interprétation de l'une des phases de l'action des ferments non organisés a été formulée il y a longtemps déjà (1), et les expériences de M. Van Laer, comme les observations d'O'Sullivan et Tompson, d'E. Fischer et d'autres chimistes, justifient cette hypothèse.

Nous proposons l'impression de la note de M. Van Laer dans le *Bulletin* de la séance. »

M. Gilkinet, second commissaire, s'étant rallié à ces conclusions, elles sont mises aux voix et adoptées.

---

(1) Voir notamment GREEN WINDISCH, *Die Enzyme*, p. 439. Berlin, Parey, 1901.

COMMUNICATIONS ET LECTURES

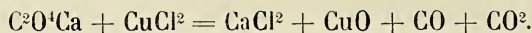
CHIMIE. — Réaction des oxalates métalliques  
avec quelques sels (\*).

par W. OECHSNER DE CONINGK, associé de l'Académie.

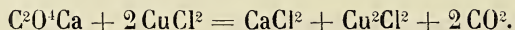
J'ai fait réagir quelques oxalates métalliques avec des chlorures, des bromures, des iodures, des azotates et des bisulfates.

TECHNIQUE. — Les sels sont pulvérisés, desséchés, pesés et mélangés en proportions différentes; on les introduit dans un ballon qui est en communication avec un laveur à potasse et une cuve à eau. On porte le ballon peu à peu au rouge naissant, au rouge sombre, puis au rouge vif, et on maintient cette dernière température jusqu'à ce qu'il ne se dégage plus de gaz. Après refroidissement, le résidu est analysé.

1. ACTION DES CHLORURES. — Dans ces expériences, j'ai fait varier les proportions relatives des deux sels, ce qui conduit à des résultats différents. Ainsi, en mélangeant  $C^2O^4Ca$  (1 mol.) avec  $CaCl^2$  (1 mol.), on a la réaction



Mais avec les deux molécules de  $CuCl^2$ , il n'y a pas de trace de CO, et il se produit du chlorure cuivreux :



$Cu^2Cl^2$  a été caractérisé par dissolution dans  $AzH^3$ ; cette solu-

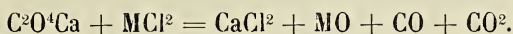
---

(\*) Institut de chimie, Montpellier.



tion a donné immédiatement avec  $C^2H^2$  le précipité caractéristique de l'acétylure de cuivre.

J'ai fait ensuite réagir  $C^2O^4Ca$  avec  $SnCl^2$ ,  $PbCl^2$ ,  $Hg^2Cl^2$ ,  $BaCl^2$ . Ces réactions s'expriment par l'équation générale :

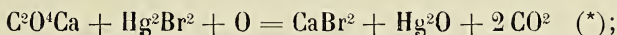


Les dosages ont porté tantôt sur les produits solides, tantôt sur les produits gazeux de la réaction; ils ont été satisfaisants.

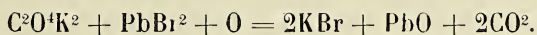
**2. ACTION DES BROMURES.** — J'ai fait réagir  $C^2O^4K^2$  et  $C^2O^4Ca$  avec  $Hg^2Br^2$ ,  $PbBr^2$ ,  $SnBr^2$ ,  $Cu^2Br^2$ ,  $NiBr^2$ . Ces expériences prêtent aux remarques suivantes :

1° Si  $Hg^2Br^2$  est en excès, il se dégage  $CO + CO^2$ ;

2° Si  $C^2O^4Ca$  est en excès, la réaction est oxydante :

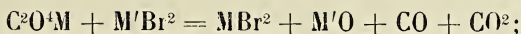


3°  $PbBr^2$  a été employé en diverses proportions; la réaction a toujours été oxydante :



La réaction avec  $CuBr^2$  et  $NiBr^2$  est également oxydante; par contre, les réactions avec  $SnBr^2$  et  $Cu^2Br^2$  ont fourni le mélange  $CO + CO^2$ .

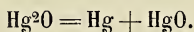
En résumé, avec les bromures on rencontre les deux types de réaction :



et

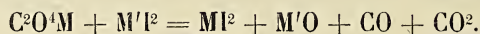


(\*) Sur les parois du ballon, il y a un léger sublimé de mercure, provenant de la réaction secondaire

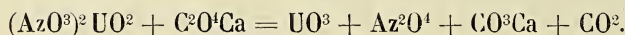


(\*\*) La réaction oxydante (avec dégagement de  $CO^2$  seul) paraît due à une réaction secondaire de Br sur l'eau de cristallisation de l'oxalate. De fait, lorsqu'on chauffe  $CuBr^2$  et  $NiBr^2$ , il y a tout d'abord dégagement de brome. Lorsqu'on fait réagir  $Cu^2Br^2$ , il faut avoir soin de chauffer très progressivement, afin d'éviter la séparation de Br.

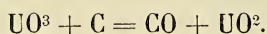
**3. ACTION DES IODURES.** — J'ai fait réagir  $C^2O^4K^2$  et  $C^2O^4Ca$  sur  $PbI^2$ ,  $Cu^2I^2$ ,  $HgI^2$ ; il s'est toujours dégagé le mélange  $CO + CO^2$ ; en général :



**4. ACTION DES AZOTATES.** — Les azotates agissent comme oxydants; aussi ne se dégage-t-il que  $CO^2$ . J'ai employé  $AzO^3AzH^4$ ,  $AzO^3Na$ ,  $AzO^4Bi$  et  $(AzO^3)^2 UO^2$ . Avec ce dernier azotate, je pensais avoir la réaction suivante, en calcinant doucement :



Mais j'ai trouvé dans le résidu  $UO^2$  et non  $UO^3$ ; cela est dû à une réduction partielle produite par le carbone mis en liberté dans la calcination de  $C^2O^4Ca$  :



**5. ACTION DES BISULFATES.** — Je citerai encore, mais pour mémoire seulement, l'action du bisulfate de sodium. Ce sel attaque facilement, et à une température peu élevée, l'oxalate de calcium; les gaz dégagés constituent un mélange de  $CO + CO^2$ .

Le sulfate de sodium et le sulfate de potassium n'attaquent l'oxalate de calcium que plus difficilement, et à une température plus élevée.

Montpellier, le 27 mars 1911.

---

**CHIMIE. — Action des acides formique et acétique employés en proportions croissantes sur l'amidon et la dextrine (1),**

par W. OECHSNER DE CONINCK, associé de l'Académie, et A. RAYNAUD.

Nous avons fait agir l'acide formique à différents degrés de concentration sur l'amidon et la dextrine, afin d'établir l'influence saccharifiante d'un acide organique. Ensuite, nous avons employé l'acide acétique.

**TECHNIQUE.** — Nous traitons 1 gramme d'amidon ou de dextrine par 50 centimètres cubes d'eau pure contenant 1 centimètre cube, puis 2 centimètres cubes, 3 centimètres cubes, etc., d'acide formique cristallisable; nous portons au bain-marie bouillant pendant vingt-cinq minutes. Après refroidissement, le glucose formé était dosé au moyen de la liqueur de Fehling, en opérant toujours dans les mêmes conditions de concentration.

Les résultats de nos expériences sont donnés dans le tableau suivant. Dans la première colonne, nous indiquons le poids de glucose formé pour 1 gramme de la substance employée; dans la deuxième colonne, nous donnons le pour cent de la saccharification, en nous basant sur l'équation théorique, qui montre que 100 grammes de matière amylicée peuvent fournir par hydrolyse totale, 111 grammes de glucose.

---

(1) Institut de chimie, Montpellier.

QUANTITÉ de H.CO <sup>2</sup> H cristallisable.	Amidon.		Dextrine (1).	
	Poids de glucose formé pour 1 gramme.	Pour cent de saccharification.	Poids de glucose formé pour 1 gramme.	Pour cent de saccharification.
1 c. c.	0.098	8.83	0.098	9.43
2 c. c.	0.198	17.87	0.188	17.52
3 c. c.	0.278	25.10	0.284	26.46
4 c. c.	0.394	35.49	0.381	35.50
5 c. c.	0.476	42.88	0.480	44.73

L'examen de ces nombres montre que le taux de saccharification est sensiblement le même pour la dextrine que pour l'amidon.

Ce résultat est intéressant en ce qu'il nous permet d'établir, au point de vue du pouvoir hydrolysant, une différence entre les acides organiques, tels que l'acide formique, et les acides minéraux. Nous avons, en effet, montré dans de précédentes notes que sous l'action des hydracides, HCl, HBr, HI, ou d'un oxacide, AzO<sup>3</sup>H, la dextrine se montrait toujours plus facilement saccharifiable que l'amidon; on voit qu'il n'en est plus de même avec l'acide formique.

*Action de l'acide acétique.* — Nous avons employé l'acide cristallisable, et nous avons suivi, dans nos expériences, la

---

(1) La dextrine utilisée dans ces expériences renfermant déjà 3.7 % de glucose, nous tenons compte de ce chiffre dans nos calculs relatifs au pourcentage.

même technique qu'avec l'acide formique. Les nombres consignés dans le tableau suivant montrent que l'acide acétique agit sensiblement dans le même sens que l'acide formique.

QUANTITÉ D'ACIDE employée (dans 50 c. c. d'eau).	Amidon.		Dextrine.	
	Poids de glucose formé pour 1 gramme.	Pour cent de saccharification.	Poids de glucose formé pour 1 gramme.	Pour cent de saccharification.
1 c. c.	0.066	5.9	0.088	8.3
2 c. c.	0.131	11.8	0.132	12.3
3 c. c.	0.192	17.3	0.196	18.3
4 c. c.	0.248	22.4	0.265	24.7
5 c. c.	0.322	29.0	0.331	30.9

Montpellier, 30 mars 1911.

MÉTÉOROLOGIE. — Sur deux des règles de prévision  
de M. G. Guilbert,

par J. VINCENT.

On sait sur quels fondements repose la méthode moderne de prévision du temps. A la suite de l'enquête faite par Le Verrier sur le désastre éprouvé dans la mer Noire par la flotte alliée, pendant la guerre de Crimée, il fut reconnu que le déplacement des dépressions, des bourrasques, comme on disait, est la cause des vicissitudes du temps dans nos contrées. On se mit alors à publier, dans les principaux pays de l'Europe, les cartes journalières des hauteurs barométriques. Les météorologistes n'ont pas dissimulé combien, malgré ce progrès théorique, l'art de la prévision du temps est encore incertain. Si l'introduction des cartes isobariques a montré clairement comment se pose le problème des changements du temps, il n'en est pas moins vrai que ce problème attend toujours sa solution définitive.

Je n'ai pas à exposer ici en détail cette question de la prévision du temps : elle forme un chapitre important de nos traités modernes de météorologie. Je désirerais seulement présenter quelques remarques sur une méthode de prévision qui constituerait, d'après son auteur, un progrès décisif. Il s'agit de celle de M. G. Guilbert, qui l'a exposée récemment dans un livre intitulé : *Nouvelle méthode de prévision du temps* (Paris, 1909; xxxviii et 343 pages). « Nous avons la prétention, dit l'auteur (p. 77), en nous appuyant sur nos principes, de savoir toujours, ou presque toujours, quand un cyclone aborde l'Irlande, *et ce qu'il fera, et ce qu'il deviendra.* » Il va plus loin, car il se flatte de prévoir l'arrivée de cyclones dont il n'y a aucune trace sur les cartes synoptiques. Parlant de la situation du 24 septembre 1896, il dit, en effet (p. 232) : « Autant il est impossible, au regard de la Carte isobarique, de soupçonner l'imminence

d'un danger quelconque, au point de vue maritime, autant il devient aisé, *sur cette même Carte isobarique*, de prévoir l'arrivée fatale, nécessaire, d'une violente tempête. Loin d'être impossible, la prévision du cyclone devait être faite au matin du 24 septembre *et ne pouvait pas ne pas l'être.* » Il en est de même, du reste, des anticyclones : « Il est possible d'annoncer l'arrivée ou la formation d'un anti-cyclone encore inexistant, d'en signaler l'importance, d'en apprécier la vitesse » (p. 267). Parlant de sa méthode, en général, il n'hésite pas à dire : « En vain, notre méthode pourra-t-elle engendrer des erreurs; en vain nos formules aboutiront-elles quelquefois à des conclusions erronées; en vain même, des tempêtes pourront-elles survenir à l'improviste : il n'en est pas moins vrai que nous aurons, dans chaque cas, une raison à donner, un pourquoi à formuler, une explication rationnelle à fournir. Les erreurs ne resteront pas sans cause connue.

» Inversement, lorsque les prévisions basées sur nos règles auront triomphé de situations inextricables, si complexes qu'à l'heure actuelle on ne peut y voir qu'un indéchiffrable chaos, il sera encore possible de justifier ces succès en invoquant nos principes; on connaîtra nettement *le pourquoi* des prévisions heureusement accomplies.

» La force du vent observé, l'intensité des variations barométriques survenues dans les 24 heures, la rapidité de translation des centres de tempête, leur direction anormale auront enfin des causes précises, des raisons d'exister, les unes et les autres presque toujours mesurables et, par suite, d'ordre mathématique (1). »

Cette assurance, que l'auteur lui-même se plaît à opposer aux réserves habituelles dont s'entourent les météorologistes dès qu'ils traitent cette question de la prévision du temps, appelle une critique du livre de M. G. Guilbert. Malheureusement,

---

(1) Page 261.

pour la présenter dans son entier, il faudrait entrer dans l'examen d'une infinité de détails, suivre le texte de l'auteur page par page, parfois phrasé par phrase, reproduire ses cartes synoptiques de la pression et y joindre un grand nombre d'autres cartes. Ce travail laborieux de critique minutieuse, indispensable dans cette matière, a été commencé en France (1). Nous voudrions nous borner à examiner ici deux des nombreuses règles qu'invoque M. G. Guilbert pour établir ses prévisions ; c'est d'abord celle qui se rapporte aux nuages supérieurs, aux cirrus ; puis celle des *dorsales de haute pression*.

\*  
\* \*

L'auteur de la *Nouvelle méthode* nous apprend (p. 2) qu'il s'est attaché, dès le début de ses recherches, en 1878, à l'étude des nuages. Il nous renvoie, à ce sujet, à des publications qu'il fit en 1887 et en 1890 (2). Dans les premières de ces publications, celles de 1887, l'auteur avait insisté sur l'ordre où se suivent les diverses espèces de nuages, dans le cours des périodes de mauvais temps. Dans la troisième, celle de 1890, il était revenu sur la *succession nuageuse* et il avait formulé cette nouvelle règle, que, si la baisse du baromètre se déclare en même temps que la succession nuageuse apparaît, cette concordance dénote que *le gradient ne se forme pas* et que, par conséquent, les vents resteront faibles ou modérés; que si, au contraire, la concordance en question n'existe pas, la pression augmentant pendant le passage des cirrus et des cirro-cumulus, *le gradient s'accroît* et des vents forts en sont la conséquence; la vitesse du centre

---

(1) Voir dans l'*Annuaire de la Société météorologique de France*, août-septembre 1910, pp. 241-265, l'article de M. GOUTEREAU intitulé : *Sur les règles de M. Guilbert pour la prévision des variations barométriques*.

(2) *De la prévision des nuages et des successions nuageuses*. (ANNUAIRE DE LA SOCIÉTÉ MÉTÉOROLOGIQUE DE FRANCE, t. 35, 1887, p. 162.) — *Note sur l'ouragan des 26-27 décembre 1886*. (IBID., p. 167.) — *Sur la prévision des tempêtes, par l'observation simultanée du baromètre et des courants supérieurs de l'atmosphère*. (COMPTES RENDUS, t. CXI, 1890, p. 127.)



des bourrasques devant, du reste, être d'autant plus grande, que la dépression se présente avec un plus grand retard par rapport à la succession nuageuse.

Actuellement, l'auteur de la *Nouvelle méthode* paraît avoir abandonné, dans la pratique, ces anciennes règles, un peu compliquées et dont il se promettait de tirer grand parti; il formule (p. 41) le nouveau principe que voici : « *Les cirrus viennent du centre de dépression* et l'importance de ce centre est directement proportionnelle à la vitesse des cirrus. Cirrus rapides, forte bourrasque. Cirrus lents, faible dépression. Donc, il faut déterminer tout d'abord la direction et la vitesse des cirrus. Supposons-les Nord-Ouest (direction très fréquente) et rapides (cas plus rare). Nous en déduisons qu'une forte bourrasque existe au large dans la direction du Nord-Ouest et qu'elle s'avance rapidement vers le continent. » La première phrase de ce passage est une règle formelle. On en cherche vainement la démonstration dans la *Nouvelle méthode*. Elle est, du reste, manifestement fautive, comme on peut s'en assurer en consultant les traités de météorologie (1). Je ne crois pas nécessaire d'insister sur ce point. D'après l'application que l'auteur fait de sa règle au cas des cirrus rapides du nord-ouest, on voit qu'il aurait dû compléter son énoncé en ajoutant : *le centre de dépression marche dans la direction et dans le sens des cirrus*. De ceci, du reste, on ne trouve pas davantage de démonstration. Et l'on peut affirmer que cette seconde partie de la règle relative aux

---

(1) Nous citerons trois traités, où l'on trouvera, aux pages que nous indiquons, des figures représentant la marche du vent inférieur et celle des cirrus tant dans les cyclones que dans les anticyclones : A. SPRUNG, *Lehrbuch der Meteorologie*; Hamburg, 1885; pp. 215 et 251; R. ABERCROMBY, *Weather*; London, 1887; p. 93; J. HANN, *Lehrbuch der Meteorologie*; Leipzig, 1901; pp. 513 et 514. On pourra consulter aussi une notice de M. E. VANDERLINDEN insérée dans l'*Annuaire météorologique pour 1905* de l'Observatoire royal de Belgique et intitulée : *Étude sur la marche des cirrus dans les cyclones et les anticyclones d'après les observations faites à Uccle*. Voir, en particulier, la planche qui représente les directions moyennes prépondérantes des cirrus et du vent dans les cyclones.

**Cirrus et cirro-stratus rapides, des directions WNW, NW et NNW, observés à Trappes.**

NUMÉROS d'ordre.	DATES.	HEURES.	ESPÈCES.	DIRECTION.	VITESSE (mètres par seconde).	REMARQUES.
1	28 juillet 1897 . . .	8.27 a	Ci	NNW	63	Maximum 770 golfe de Gascogne; une dépression qui était dans le nord, le 21, disparaît. Le 29, pressions supérieures à 765 sur l'Occident; minimum 754 Cracovie.
2	17 juin 1897.	4.26 p	Ci	NW	58	Minimum 740 côte norvégienne du sud. Le 18, nouveau minimum nord de l'Angleterre, 747; le lendemain, 750 mer du Nord, près du Danemark.
3	11 mai 1897. . . . .	11 17 a	Ci	WNW	52	Minimum 746 Danemark. Le 12, 747 sud Suède.
4	16 juillet 1897	11.20 a	Ci S	NW	48	Plus de 765 îles Britanniques et Norvège. Peu de changement le 17.
5	4 juillet 1897 . . . . .	3 10 p	Ci	NNW	42	Dépression 750. Scandinavie. Le 5, s'est un peu déplacée vers l'est; nouveau minimum 748 nord Écosse; se déplace vers l'est.
6	16 août 1897 . . . . .	11 15 a	Ci	NW	38	Dépression peu importante dans le nord. Le 17, s'est creusée, mais le minimum est au large de l'Écosse et il y a plus de 760 sur le continent. Le 18, le minimum gagne le nord-est.

7	24 mars 1897 . . .	4 35 p	Ci	WNW	38	Minimum 735 nord Ecosse. Le 25, 740 sud Norvège, hausse en France.
8	2 septembre 1896.	3.41 p	Ci	NW	37	Minimum 756 mer du Nord; persiste le 3.
9	29 août 1897 . . .	7 41 a	Ci	WNW	34	Minimum 745 à l'ouest de l'Irlande. Le 30, 740 à l'ouest de l'Ecosse.
10	20 avril 1897 . . .	4.56 p	Ci-S	NW	34	Minimum 750 au large de l'Irlande; un autre 750 Allemagne. Le 21, 750 au sud de l'Irlande; gagne le sud-est.
11	10 mai 1897. . .	5.7 p	Ci	NW	34	Minimum 750 sud Scandinavie. Le 11, 746 Danemark.
12	8 mars 1897. . .	2.20 p	Ci	NNW	31	Minimum un peu inférieur à 760 nord Ecosse. Le 9, faible propagation vers le sud, mais minimum stationnaire. Le 10, minimum 749 Ecosse.
13	3 mars 1897 . . .	4.52 p	Ci-S	WNW	28	Minimum 727 Angleterre; un autre 730 Ecosse; se déplacent vers l'est.
14	16 avril 1897 . . .	10.23 a	Ci S	NW	25	Minimum inférieur à 745 au nord de l'Ecosse. Le 17, gagne le nord.
15	29 mars 1897 . . .	8.36 a	Ci	WNW	24	Minimum 725 sud Norvège. Le 30, 727 sud Suède.

cirrus est aussi fausse que la première. Consultons, en effet, les mesures faites à l'observatoire de météorologie dynamique de M. Teisserenc de Bort, à Trappes (Seine-et-Oise), à 29 kilomètres au sud-ouest de Paris, pendant l'année des nuages (septembre 1896-août 1897) (1). Ces mesures ont fourni à la fois la direction, la hauteur et la vitesse des nuages. Parmi celles qui se rapportent aux cirrus et aux cirro-stratus, nous avons choisi tous les cas qui donnaient les directions d'ouest-nord-ouest, de nord-ouest ou de nord-nord-ouest, et une vitesse supérieure à 20 mètres par seconde. Nous les reproduisons ci-contre, en les classant par vitesse décroissante et en y ajoutant, sur la distribution de la pression atmosphérique, des remarques succinctes, qui permettront de vérifier les assertions de M. G. Guilbert.

Nous nous abstenons de commenter ce tableau, qui est suffisamment clair par lui-même. Un seul cas sur quinze paraît favorable au principe de l'auteur de la *Nouvelle méthode*, c'est celui du 17 juin 1897.

Nous pouvons passer maintenant aux applications. On trouve, parmi les exemples discutés dans la *Nouvelle méthode*, trois cas où l'auteur fait intervenir la direction des cirrus. Ce sont ceux du 5 mars 1894, du 24 septembre 1896 et du 5 avril 1903. Nous croyons devoir les examiner un peu attentivement.

Le 5 mars 1894, l'auteur rédige une prévision pour le lendemain; il l'envoie par carte postale à un professeur de la Faculté des sciences de Caen. Il se trouve lui-même dans cette ville. Il n'a pas sous les yeux la carte des pressions du jour. Il fait les constatations suivantes : le matin, le vent est au nord, le temps est beau, des cirrus apparaissent, venant du nord-nord-ouest, presque du nord, avec une grande vitesse; le baromètre est en hausse, il atteint 773 millimètres, mais, à 11 heures, une baisse barométrique survient; dans l'après-midi, le vent

---

(1) *Travaux scientifiques de l'Observatoire de météorologie dynamique de Trappes*, publiés par L. Teisserenc de Bort, t. I (Paris, 1903).

passé au nord-ouest, puis à l'ouest. C'est en s'appuyant sur ces diverses observations que l'auteur énonce, à 4 heures du soir, la prévision suivante : « La situation redevient encore instable : une nouvelle bourrasque, très forte, vient du Nord et exerce déjà son influence sur nos côtes. Son centre, qui n'approchera pas de nous, se trouvera demain matin au nord de l'Écosse, s'avancant sur la Norvège, où la baisse barométrique pourra demain matin dépasser 20 millimètres (centre vers Christiansund demain soir) (pp. 53 et 54). » Qu'est-ce que cette méthode? C'est celle des météorologistes de profession. Eux aussi examinent la marche du baromètre, l'allure de la girouette, l'état du ciel, avant de formuler une prévision; eux aussi, en possession des indices que l'auteur avait à sa disposition, à Caen, le 5 mars 1894, à 4 heures du soir, auraient annoncé la fin prochaine du beau temps.

Faisons remarquer, en passant, que les observations faites sur la direction des cirrus, le 5 mars 1894, au Parc Saint-Maur, près de Paris, sont loin de concorder avec celles de M. Guilbert. On y a observé, en effet, d'après le *Bulletin international* du 6, à 10 heures du matin, « cirrus immobiles »; et, à 4 heures du soir, « cirrus ouest-nord-ouest en bandes », ce qui mène, dans le système de M. Guilbert, à des conclusions très différentes des siennes.

L'auteur de la *Nouvelle méthode* n'a pas consulté, dans cette occasion, la carte synoptique des pressions. Plus loin, discutant et justifiant les prévisions qu'il a faites à d'autres dates, il scrutera minutieusement les petites particularités qu'offrent le tracé des isobares, la direction et la vitesse du vent; il tirera des conclusions décisives des vents trop forts et des vents trop faibles; il recherchera où se trouve ce qu'il appelle la *région de moindre résistance*. Il n'a pas eu besoin, le 5 mars 1894, de s'entourer de tous ces renseignements. Et non seulement il prévoit l'approche d'une nouvelle dépression venant du nord, mais il annonce aussi que son centre, dont il ne connaît pas la position actuelle, ne s'approchera pas de la France; qu'il se

trouvera, le lendemain matin, au nord de l'Écosse; qu'il changera alors de direction et qu'il s'avancera vers la Norvège, où la baisse pourra dépasser 20 millimètres; qu'il se trouvera, le lendemain soir, vers Christiansund. Comment l'auteur a-t-il pu préciser à ce point? Il ne l'a pas expliqué en formulant sa prévision, mais il nous l'apprend en commentant celle-ci dans son livre. « D'après nos observations, dit-il, nous avons établi en principe que *les cirrus viennent du Centre et que la vitesse est proportionnelle* à l'importance initiale de la dépression. Donc, la vue de cirrus rapides Nord-Nord-Ouest nous permettait d'annoncer, dès le matin du 5 mars, l'arrivée d'un centre de tempête dans la direction des cirrus, c'est-à-dire vers l'Écosse (p. 56). » La conclusion renfermée dans la seconde phrase, où il est question de la marche d'un centre de dépression, entouré de vents tempétueux, ne découle nullement du principe énoncé dans la première phrase, où il est question seulement de l'existence et de l'importance d'une dépression. Le principe devrait plutôt se formuler ainsi : « Les cirrus viennent toujours du centre du cyclone; ils marchent toujours dans la même direction que ce centre, et leur vitesse est en proportion de son importance. » L'auteur est convaincu de la vérité de ce principe, mais il néglige de le démontrer, et nous avons vu ci-dessus que les faits lui sont nettement défavorables. Supposons toutefois ce principe exact. L'auteur observe, le 5 mars 1894, à Caen, des cirrus venant du nord avec une grande vitesse. Cela lui indiquait donc qu'un centre de cyclone venait de cette direction. Mais il ne connaissait pas la position actuelle de ce centre, et, en supposant qu'il en pût calculer la vitesse, ce qu'il ne tente pas, il ne pouvait pas prévoir où il se trouverait, le 6, à 8 heures du matin. Au nord de l'Écosse, dit-il. Pourquoi juste là? Pourquoi pas sur l'Écosse même ou sur l'Angleterre?

L'auteur poursuit ainsi : « En face de cette dépression certaine, et pour s'opposer à sa marche, il eût fallu des vents d'entre Sud-Ouest et Ouest. Or, à Caen, ils soufflaient du Nord et, par conséquent, loin d'opposer une résistance par leur convergence,

ils favorisaient, par une divergence très accentuée, la marche et l'aggravation d'une bourrasque déjà fort importante et rapide par elle-même » (p. 56). Remarquons d'abord que l'auteur ignorait, en faisant sa prévision, quels vents régnaient sur les îles Britanniques, sur la mer du Nord, sur la Norvège. N'y étaient-ils pas convergents et capables d'arrêter la dépression, d'après les principes de l'auteur? Il pourrait nous répondre qu'un seul vent divergent, celui de Caen, suffisait à attirer la dépression, et il y a, dans son livre, des exemples d'un semblable raisonnement (1). Mais nous objecterons alors que, l'après-midi, lorsqu'il fit sa prévision, le vent, ainsi qu'il nous l'apprend lui-même, « de Nord s'inclina vers le Nord-Ouest, même progressivement jusqu'à l'Ouest » (p. 57). Il n'y avait donc plus divergence, et ce que l'auteur nous dit de la marche et de l'aggravation de la bourrasque, par suite de cette divergence, tombe. Mais la dépression devait, selon lui, rencontrer

---

(1) Système éminemment dangereux, car une seule erreur dans les dépêches télégraphiques peut avoir de graves conséquences. L'auteur de la *Nouvelle méthode* n'a pas évité cet écueil. Discutant la situation du 11 novembre 1905 (pp. 126 et 128), il constate que le vent est NW 6 à Carlsruhe. Or cette indication, puisée au *Bulletin international*, était erronée : le bulletin de Hambourg donne, pour le vent de Carlsruhe, à 8 heures du matin, NW 2 et, pour 8 heures du soir, E 1. M. Guilbert déclare (p. 127) qu'« en l'absence de toute autre considération, la seule *divergence* du vent en excès à Carlsruhe suffirait à déterminer la translation rapide du centre de dépression d'Angleterre jusqu'en Bavière. C'est à Carlsruhe même que théoriquement la baisse doit le lendemain être maximum. » Il ajoute plus loin : « La Carte du 12 novembre 1905 est une réalisation frappante de nos principes. La *seule* divergence du vent à Carlsruhe, en un *seul* point, et que *seul* un examen très attentif permettait d'apercevoir, a déterminé, sans contestation possible, la trajectoire de la bourrasque d'Angleterre. La baisse atteint précisément son maximum au point théorique, à Carlsruhe, — 20<sup>mm</sup>2, baisse énorme, en rapport direct avec l'étrangeté de l'anomalie constatée. Toute l'Europe est en baisse, à l'exception toutefois de la Bretagne et l'Irlande, où, la veille, soufflaient des vents en excès : la délimitation des zones de baisse et de hausse est donc parfaitement conforme à nos principes, et ce cas remarquable du 11 novembre est certes l'un de ceux qui montrent le mieux l'utilité de nos remarques dans la prévision quotidienne du temps » (p. 128).

un autre obstacle. « Sachant, ajoute-t-il, que les hautes pressions du Sud nous protégeraient contre l'approche du centre, nous indiquâmes la trajectoire normale Ouest-Est des dépressions, c'est-à-dire, dans le cas présent, de l'Écosse à la Norvège » (p. 57). On n'entre dans aucune explication au sujet de ce maintien et de cette efficacité des fortes pressions du sud. N'insistons pas, mais faisons remarquer qu'il y a quelque contradiction à dire, d'un côté, que les hautes pressions du sud nous protégeraient contre l'approche du centre, et de l'autre côté, que le vent de N de Caen favorisait la marche et l'aggravation d'une bourrasque déjà fort importante et rapide par elle-même.

En résumé, voici la suite des raisonnements de l'auteur : « Il existe dans le nord une dépression qui s'avance vers nous, la direction des cirrus le démontre ; ces nuages marchant rapidement, la dépression est importante et rapide ; le vent divergent de Caen favorise la marche de la dépression vers le sud ; d'autre part, les hautes pressions du sud s'opposent à cette marche ; le centre s'arrêtera donc devant l'Écosse, puis, la marche normale dans ces parages étant vers l'est, le centre se dirigera vers la Norvège. » Trouve-t-on là une application rigoureuse de règles précises ? Invoquant à la fois des principes contraires, l'auteur décide arbitrairement quelle sera la résultante des diverses influences en action, Puis, laissant de côté et les cirrus, et les fortes pressions, et les directions de vent, il ne fait plus entrer en ligne de compte que la trajectoire normale des centres de dépression, abandonnant ainsi tout son système et s'en remettant aveuglément à une marche moyenne, déterminée par ces météorologistes dont il méprise les méthodes (1).

---

(1) Voir pages 262 et 263. « ... la Météorologie ne savait que répondre : elle se taisait ; elle ignorait l'avenir... la Météorologie encore une fois restait muette, avouant ainsi son insuffisance absolue... la science météorologique... n'a jamais pu transformer ses connaissances en une science d'application, de déduction, de prévisions en un mot. »



« Et en tenant compte, nous dit-il encore, de l'amplitude du mouvement horaire du baromètre, de la vitesse des cirrus, nous pûmes fixer à 20<sup>mm</sup> sur les côtes de Norvège la baisse barométrique attendue » (p. 57). Ce n'est pas encore là l'explication que nous attendons. Pourtant l'auteur conclut en ces termes : « On voit donc que, dans notre prévision du 5 mars 1894, aucune appréciation n'est laissée au hasard. C'est un ensemble de déductions logiques, toutes fondées sur des principes éprouvés » (p. 57). Or on a vu qu'admettant trois principes, celui des cirrus, celui du vent divergent et celui de la résistance des hautes pressions, principes dont il n'a pas fourni les preuves et dont le troisième contredit les deux autres, l'auteur adopte une solution intermédiaire, qu'il ne justifie en aucune façon ; qu'ensuite, ne s'inquiétant plus ni des cirrus, ni des vents divergents, ni de la résistance des fortes pressions, ni d'aucune particularité quelconque pouvant exister, le 6, soit en Norvège, soit ailleurs, il se guide uniquement d'après la trajectoire normale, ce qui est d'usage courant, mais ce qui peut tromper.

A toutes les remarques et objections qui précèdent, l'auteur répondrait, sans doute, que sa prévision s'est réalisée. Cela est vrai, ou à peu près. Le 6, au matin, le centre du cyclone se trouvait, non pas au nord de l'Écosse, comme il l'avait annoncé, mais sur la mer du Nord, à l'est de l'Écosse ; le soir, il n'était pas vers Christiansund, mais sur le Danemark, à Vestervig, à 6° plus au sud. La baisse fut bien de 20 millimètres sur la côte de Norvège. Les vents et l'état du ciel furent ceux que l'on avait prédits. C'est un succès, c'est vrai, mais ce n'est pas une démonstration, car, comme nous l'avons établi, les événements n'avaient pas été prévus d'après des principes appliqués rigoureusement, mais par estime ou d'après des règles empiriques, comme celles qui sont employées par tous les météorologistes. On n'établit pas la vérité d'une règle par une prévision réalisée, mais par une démonstration théorique ou, tout au moins, par de nombreux événements pris au hasard. Ici, nous avons un

seul cas, que l'auteur a pu choisir à son gré. Il nous apprend, en effet (p. 2), qu'il a commencé en 1889 à rédiger des prévisions adressées par cartes postales à ses collègues de la commission météorologique du Calvados; et il s'agit ici du 5 mars 1894.

\*  
\* \* \*

Passons maintenant au deuxième des trois cas où, dans la *Nouvelle méthode*, la prévision prétend s'appuyer avant tout sur la direction des cirrus. C'est l'un des trois *exemples typiques* auxquels on a consacré le chapitre VIII du livre (p. 231). Un centre de cyclone, qui s'était avancé de l'Irlande les deux jours précédents, se trouvait, le 24 septembre 1896, au matin, sur le Danemark. Aucun indice de l'approche d'une nouvelle dépression ne se voyait, en ce moment, à l'ouest. L'auteur de la *Nouvelle méthode* se trouvait à Longues-sur-Mer, à 6 kilomètres de Bayeux (Calvados). A midi, il consigna sur une carte postale, qui parvint le jour même à Caen, en passant par Bayeux, la prévision suivante : « La première tempête qui vient de sévir sur la Manche, dans la nuit du 22 au 23, est suivie d'une autre. Cette nouvelle et forte bourrasque abordera demain matin l'Irlande, Belmullet, 745 environ. Son centre s'avancera en se creusant et devra se trouver, samedi 26, vers la mer du Nord : Shields, Skudesness, Fanö, 730 environ. » Le lendemain matin, un cyclone s'était rapidement avancé de l'ouest; son centre se trouvait déjà près de Liverpool (728), d'où il se dirigea vers le sud-est, passant par la Belgique et la France, pour gagner l'Italie, qu'il atteignit le 26. Cette marche est fort différente de celle du cyclone précédent, qui avait suivi la direction de l'ouest vers l'est.

M. Angot dit de cette dépression, qu'elle était absolument impossible à prévoir. M. G. Guilbert triomphe de cet aveu (p. 231). M. Angot aura voulu dire que rien, sur la carte du 24, au matin, ne manifestait l'approche du cyclone. Pourtant, le bulletin quotidien du temps publié, ce jour, par le service

météorologique anglais, fait remarquer qu'un nouveau trouble semble s'approcher des côtes occidentales, sans qu'on puisse encore en assigner la grandeur ni la profondeur, et que l'on doit donc s'attendre à des vents forts. L'après-midi, des indices plus certains, apparition des cirrus, baisse du baromètre, confirmèrent, sans doute, le service anglais dans sa crainte d'un nouveau cyclone, car à 3 1/2 heures, il fit hisser les cônes de tempêtes sur les côtes où les signaux n'étaient pas restés levés, après le passage du cyclone précédent. Les cônes que l'on fit hisser furent ceux de S, c'est-à-dire annonçant des vents compris entre l'E et l'W par le S.

L'auteur de la *Nouvelle méthode* a prévu, comme le service anglais, l'arrivée de ce cyclone. Il l'a prévu trois heures et demie plus tôt. Comme le service anglais, il s'est trompé en croyant que le cyclone commencerait seulement le lendemain matin à se manifester sur la côte occidentale de l'Irlande. Il s'est trompé aussi lorsque, plus hardi que les météorologistes anglais, et en jugeant sans doute d'après l'allure du précédent tourbillon, il a annoncé que le centre de ce cyclone se dirigerait de l'ouest vers l'est. Il a réussi, par contre, dans sa prévision, lorsqu'il a annoncé que la pression, au centre, serait voisine de 730, valeur qu'avait présentée, remarquons-le, le centre du cyclone précédent. Voilà les faits, et on conviendra que, seule, l'annonce de la valeur exacte du minimum barométrique est surprenante. Il faut voir, à présent, ce que tout cela nous apprend au sujet de la méthode de prévision de l'auteur.

Il nous dit que, s'il a rédigé sa prévision telle qu'on l'a lue ci-dessus, c'est parce que, le matin du 24, il observa des cirrus qui s'avançaient du nord-ouest avec une grande vitesse (1)

---

(1) « En effet, au matin du 24 septembre 1896, aussi bien de l'Observatoire du Parc Saint-Maur que des côtes du Calvados, s'apercevaient de splendides cirrus supérieurs, qui s'avançaient du Nord-Ouest avec une grande vitesse. » Nous ferons observer que ce n'est qu'à 1 heure du soir qu'on a vu des cirrus au Parc Saint-Maur et qu'on en a observé la direction; on a, alors, trouvé WNW. A Uccle, à 8 et à 11 heures du matin, on a trouvé W.

(p. 232). Par conséquent, d'après ses principes, ajoute-t-il, « une bourrasque très importante, en rapport direct avec la vitesse des cirrus, se trouvait au large, dans la direction du Nord-Ouest (bien au large, si l'on veut) ». Cela ne nous apprend pas pourquoi, le lendemain, la pression devait être descendue à 745 à Belmullet, sur la côte occidentale de l'Irlande, ni pourquoi le centre du cyclone, dont l'auteur ignorait la position exacte et la vitesse, le 24, devait se trouver, le 26, sur la mer du Nord et non ailleurs ; ni pourquoi il y serait de 730. Cette dernière prévision fut faite deux jours à l'avance, qu'on le remarque bien, sans que l'auteur connût la distribution des pressions du 24, ni encore moins, cela va sans dire, celle du 25 ; ni rien de la direction ou de la force des vents dans les différents pays occidentaux. « En appliquant nos principes sur la vitesse et la direction des cirrus, dit-il, sur l'opposition marquée entre la courbe barométrique, ascendante, et l'arrivée d'une succession nuageuse rapide, nous avons pu annoncer, sans autres renseignements, l'arrivée d'un cyclone avec minimum de 730. Or, précisément, le centre de tempête est descendu le lendemain à 730, exactement » (p. 236). Mais ce n'est pas là une explication, car on ne trouve nulle part dans son livre un exposé de la méthode de calcul qui l'aurait obligé d'assigner au minimum barométrique la valeur de 730 plutôt qu'une autre. La prévision en elle-même ne prouve rien : elle a pu être choisie entre une foule d'autres.

Certain déjà, rien qu'à la vue des cirrus venant du NW, de l'arrivée d'un nouveau cyclone, l'auteur nous fait remarquer que l'examen de la carte des pressions et des vents du 24 permettait de préciser davantage. Cette carte nous montre que, partout, sur les îles Britanniques, la Manche, les Pays-Bas, le vent est au NW. Ces vents sont donc, dit-il, divergents par rapport à la nouvelle dépression et doivent l'entraîner vers l'est (p. 233). « Le vent d'Ouest-Nord-Ouest souffle avec violence sur les Pays-Bas, très fort sur la Manche, du Nord-Ouest, vent plus divergent encore : nous devons en conclure que la pression

va s'abaisser, non pas seulement d'après l'importance de la dépression future, mais proportionnellement à la vitesse de ce courant divergent. La profondeur initiale de la bourrasque du large va être considérablement augmentée par l'action de ces vents... » (pp. 233 et 234). Ici nous avons à présenter trois remarques, qui montreront ce qu'il y a d'arbitraire dans les raisonnements de l'auteur.

En premier lieu, des trente stations anglaises, deux seulement annoncent, le 24, au matin, du vent de force 6 dans l'échelle de 0 à 12. Ce sont Spurn Head, sur la mer du Nord, non loin de Hull, et Pembroke, à la pointe sud-ouest des Galles. A Jersey, il y a 5. Toutes les autres stations anglaises ont des vents plus faibles. Quant aux stations françaises, dont l'échelle est de 0 à 9, il y a WNW 7 à Dunkerque, WNW 6 à Boulogne, W 5 à la Hève, à la pointe du Cotentin, près de Cherbourg, où il y a NW 4. En Hollande, dans l'échelle de 0 à 12, le Helder a WNW 8, Flessingue a WNW 5. On voit que l'auteur choisit deux vents, ceux qui sont les plus forts, et néglige les autres. Or les premiers peuvent être dus à un grain passager, pour ne pas parler des erreurs d'appréciation, car toutes ces observations sont faites par estime. L'auteur admet donc que, le 24, au matin, les vents de Dunkerque et du Helder étaient capables de hâter la marche et d'approfondir le centre d'un cyclone situé sur l'Atlantique, au large des îles Britanniques, et n'entamant pas encore ces îles. Et cette influence se serait fait sentir à distance, malgré les vents plus faibles de l'archipel britannique. Cela est bien incompréhensible.

En second lieu, le 24, au soir, quand le cyclone en question se rapprocha, il fit rétrograder le vent au sud et au sud-ouest, dans toutes les stations anglaises et sur la Manche. Les vents de NW, auxquels l'auteur attribue un rôle si important, n'existaient plus : ils étaient remplacés par des vents que l'auteur aurait appelés *convergens*. L'auteur raisonne toujours sur une situation, comme si elle se maintenait durant vingt-quatre heures, pour amener brusquement, après cet intervalle, la situa-

tion nouvelle que lui montre la carte synoptique suivante; il néglige les situations intermédiaires qui se sont présentées et qui peuvent différer fortement de celles qu'il considère.

En troisième lieu, rédigeant sa prévision le 24, à midi, l'auteur était, comme il nous l'apprend à la page 236, dans « l'ignorance de la vraie force du vent sur le Cotentin et les Pays-Bas, alors que le vent s'était affaibli sur le Calvados ». Cela explique, selon lui, qu'il ait cru à une marche plus lente du cyclone; mais, outre qu'il serait intéressant de savoir jusqu'à quand ce vent du Cotentin a conservé sa direction et sa force, cela nous empêche de plus en plus de comprendre comment, dépourvu d'un renseignement essentiel, il a pu annoncer si exactement que le minimum barométrique serait de 730, cette basse valeur, d'après lui, ayant été, en partie du moins, ainsi qu'on l'a vu par le passage de la page 234 que nous avons reproduit ci-dessus, la conséquence du vent fort du Cotentin, qu'il ignorait.

\*  
\* \* \*

Parlons enfin du troisième exemple de prévision par les nuages, qui est celui du 5 avril 1903 (p. 150). La prévision de l'auteur de la *Nouvelle méthode* fut faite au Bureau central météorologique de Paris, à 2 heures du soir. Il avait donc sous les yeux, cette fois, la carte des pressions du matin; il suivait la marche du baromètre; de plus, il pouvait tirer des conclusions de l'allure des cirrus qui se voyaient au ciel. Sa prévision fut double. Il annonça, en premier lieu, la disparition rapide d'une dépression dont le centre se trouvait à Stockholm; en second lieu, l'arrivée d'un nouveau minimum barométrique par l'ouest. Nous n'avons à nous occuper ici que de ce dernier point. « En ce jour, dit l'auteur dans son livre (p. 152), bien au-dessus des nimbus qui donnent des averses, passent en vue de Paris des cirrus de direction Nord-Nord-Ouest. Ils sont eux-mêmes la suite de cirrus plus légers observés la veille. D'après nos principes, *les cirrus venant du centre*, une bourrasque existe au large

et devra le lendemain aborder l'Europe au nord-nord-ouest de Paris, c'est-à-dire vers l'Écosse orientale. » Or le texte des prévisions de l'auteur, qu'il reproduit (p. 153), porte ceci : « Un minimum existe certainement au large. Venant des Açores, il se rapproche et doit demain s'avancer vers l'Irlande. Par suite, la baisse est à prévoir de l'Écosse au Portugal, Bretagne comprise. » Il n'est pas du tout question, dans ce texte, d'un minimum qui se trouverait au nord-nord-ouest, mais d'un minimum venant des Açores, c'est-à-dire de l'WSW, direction qui est à 90° du NNW. L'événement fut le suivant : le 6, une faible dépression apparut dans le nord ; la courbe de 750 passait sur le nord de l'Écosse et, de là, sur la mer, le long de la côte norvégienne, jusqu'au delà de Bodø ; en France, baromètre supérieur à 765 ; hausse générale dans ce pays, excepté à la pointe de Bretagne et à Biarritz ; « les vents se sont tous affaiblis, momentanément, sur nos côtes » (p. 152). Et pourtant l'auteur avait annoncé pour la Manche et la Bretagne des vents faibles ou modérés, devant fraîchir, et il avait ajouté : « hisser cônes sud ». On sait que ces cônes sont des avertisseurs de tempêtes.

On le voit, cet exemple n'est nullement démonstratif de la supériorité de la nouvelle méthode. Nous ne nous y arrêterions pas davantage, s'il ne suggérait une remarque qui a son importance. La carte du 5 avril 1903 montre de très grandes analogies avec celle du 24 septembre 1896, dont nous nous sommes occupé précédemment (p. 350). Dans les deux cas, un minimum barométrique existe dans les mêmes parages, la première fois sur le Danemark, la seconde fois à Stockholm ; dans les deux cas aussi, les isobares, à l'arrière du centre, avaient une direction qui faisait souffler des vents forts de NW ou de NNW sur les îles Britanniques, la France et la mer du Nord. Par suite, les cirrus venant, dans le premier cas, du NW, dans le second du NNW, le centre de dépression d'où ils émanaient devait, d'après les principes de l'auteur, se précipiter sur les îles Britanniques. Or à ces deux situations si semblables ont succédé

des situations très différentes, car, le 25 septembre 1896, il y avait un centre de cyclone de 730 à Liverpool, provoquant « une des plus terribles tempêtes observées sur ces contrées (p. 234) », tandis que, le 6 avril 1903, la pression n'était descendue sous 750 que sur la pointe septentrionale de l'Écosse, l'air restant faiblement agité aux îles Britanniques et en France. Que prouve cette comparaison? Que, partant des mêmes faits, l'auteur de la *Nouvelle méthode* sait conclure en des sens très divers.

\*  
\* \*

Abordons maintenant un autre point, celui des dorsales. Nous devons reprendre ici l'exemple du 5 mars 1894, que nous avons déjà discuté ci-dessus au point de vue des nuages. On voyait sur la carte du jour, nous fait remarquer l'auteur (p. 58), une dorsale de hautes pressions qui s'étendait en forme de croupe sur la mer du Nord. Elle devait, selon lui, rapidement disparaître, l'air s'en éloignant, d'un côté vers le nord-ouest, de l'autre vers le nord-est, et la pression étant en baisse vers l'un et l'autre côté. « Dans ces conditions, l'anti-cyclone devait fatalement, d'après nos principes, être détruit en quelques heures, et sa dorsale, aux isobares *convexes*, allait être remplacée, comme il arrive presque toujours en pareil cas, par des isobares *concaves*. Cette prévision était d'autant plus assurée que la dépression du large ne trouvait aucun obstacle dans sa marche normale d'Ouest vers Est. Au contraire, la divergence des vents favorisait non seulement sa course, mais encore son aggravation. Plus les courants divergents ont de puissance, et plus le centre de dépression se creuse : le Nord-Ouest, 6, du Helder, opposé au Sud-Ouest, 6, de Belmullet, jouait ce jour un rôle prépondérant, capable, à lui seul, de former un centre de tempête. »

Ce passage, qu'on peut citer comme un modèle du style vague et obscur de l'auteur, appelle une foule de réflexions. Et d'abord, cet anticyclone, qui devait être détruit en quelques



heures, a été précédemment invoqué comme devant nous protéger contre l'approche du centre (p. 57). Ensuite, ce principe, qu'une dorsale flanquée de vents forts doit donner naissance à un centre de tempête, est-il, *a priori*, admissible ? S'il y a excès de pression sur une région et que l'air s'en écoule, comme il est naturel, on conçoit bien un nivellement final, mais non un creusement, car c'est l'excès de pression qui détermine l'écoulement ; une fois cet excès détruit, il y aura équilibre.

Il n'est même pas théoriquement exact qu'une croupe aérienne doive être fatalement détruite du jour au lendemain. L'air s'en écoule, sans doute, mais il peut être remplacé par d'autres masses gazeuses, déversées sur la région où existe l'excès de pression ; cet excès peut alors se maintenir et même augmenter. Tout le monde sait qu'il en est ainsi pour les anti-cyclones, en général, quelle que soit leur forme ; l'auteur de la *Nouvelle méthode* paraît l'ignorer. On peut certes voir, en parcourant une collection de cartes synoptiques journalières, que les croupes de fortes pressions relatives, orientées du sud au nord et intercalées entre deux cyclones, sont quelquefois détruites et remplacées, au bout de vingt-quatre heures, par le cyclone situé à l'ouest, mais, d'autres fois, la croupe se déplace vers l'est ; et il lui arrive aussi de se trouver renforcée sur place, le lendemain. De règle fixe, certaine, il n'y en a pas, pour ce qui concerne cette particularité des cartes synoptiques des pressions, pas plus que pour aucune autre ; on peut parler de probabilités plus ou moins grandes, mais non de fatalité, comme le fait l'auteur de la *Nouvelle méthode*.

On pourra vérifier ce que nous venons d'avancer, en examinant les cartes journalières de la pression et des vents pour les premiers semestres des années 1894, 1893 et 1905. Toutes les journées de ces trois périodes où l'on voit une croupe sur la carte, sont indiquées dans le tableau ci-dessous, où nous avons inscrit aussi la modification éprouvée dans les vingt-quatre heures suivantes et, entre parenthèses, quelques autres particularités qu'il nous a paru utile de mentionner.

**Journées où il y a eu une croupe, dans le cours de trois semestres, d'après le Wetterbericht de la Deutsche Seewarte.**

NUMÉROS d'ordre.	DATES.	MODIFICATIONS DANS LES VINGT-QUATRE HEURES. REMARQUES.
1	12 janvier 1894.	(Orientée SE-NW.) Persiste.
2	19 id. . .	Reculé de la mer du Nord sur le golfe de Bothnie; remplacée sur la mer du Nord par une dépression.
3	20 id. . .	Détruite? Reculée vers l'est?
4	24 id. . .	Reculé de la Scandinavie sur la Finlande.
5	29 id. . .	S'est déplacée des îles Britanniques sur la Finlande.
6	4 février 1894. .	Persiste.
7	6 id. . .	Détruite? Reculée vers l'est?
8	14 id. . .	Reculé des îles Britanniques sur la mer du Nord, en se renforçant. (Le surlendemain, sur la Scandinavie, encore renforcée.)
9	28 id. . .	Transportée vers l'est en se renforçant.
10	3 mars 1894 . .	Idem.
11	5 id. . .	Détruite. (Citée dans la <i>Nouvelle méthode</i> .)
12	13 mai 1894. .	Détruite.
13	8 juin 1894. . .	Se retire vers le sud; sommet remplacé par un nouveau maximum.
14	21 id. . . .	Reculé un peu vers l'est.
15	23 id. . . .	Détruite le lendemain (Très plate.)
16	26 id. . . .	Renforcement sur place. (Vents très forts sur le Danemark.)
17	7 janvier 1893. .	Persiste. (Orientée est-ouest.)
18	1 <sup>er</sup> mars 1893. .	Reculé vers l'est.
19	3 id. . . .	Reculé vers l'est en se développant.

NUMÉROS d'ordre.	DATES.	MODIFICATIONS DANS LES VINGT-QUATRE HEURES. REMARQUES.
20	6 mars 1893	Détruite, minimum barométrique au sommet.
21	9 id. . .	Reculé vers le sud. (Orientée SW-NE.)
22	41 id. . .	Détruite; minimum barométrique au sommet.
23	17 avril 1893 . .	Reculé vers l'est en se développant.
24	30 juin 1893. . .	Reculé de la Grande-Bretagne sur la mer du Nord, en s'allongeant vers le nord et se renforçant un peu.
25	13 janvier 1905. .	Reculé vers l'est en se renforçant.
26	26 id. . .	Pivote; l'orientation sud-nord devient sud-ouest-nord-est.
27	8 mars 1905 . .	Détruite.
28	1 <sup>er</sup> avril 1905 . .	Reculé vers l'est.
29	22 juin 1905 . .	Considérablement renforcée sur place.

Quoique, parlant des croupes de fortes pressions relatives, l'auteur de la *Nouvelle méthode* ne cite aucun auteur, il ne faudrait pas croire que les météorologistes ne les aient point remarquées : les Allemands leur donnent le nom de *Keil* ; R. Abercromby les mentionne, dans un de ses livres (*Weather* ; London, 1887 ; p. 25), comme une des sept formes fondamentales qu'affectent les isobares ; il leur donne le nom de *wedge* ; on trouve, à la page 54 de son ouvrage, une figure où sont inscrits les caractères néphologiques des croupes, à gauche et à droite de la crête ; l'auteur présente les remarques suivantes, que nous croyons utile de reproduire : « We now see the meaning of the halo and cirrus-stripes being marked in the diagram partly in front of the crest of the wedge, viz. that in a wedge the sky shows the approach of a new cyclone before the barometer at a single station has ceased to rise. This is very

interesting, as it is the first opportunity we have had to explaining why the barometer sometimes appears to fail, and rises, as in this case, while bad weather is manifestly approaching. It also shows the great additional power of forecasting which the use of synoptic charts gives to a meteorologist, seated in a central office, with abundant telegraphic communication. Suppose any morning that a forecaster found his isobars were wedge-shaped. He could then telegraph to the eastern districts of his territory that the fine weather would not last, though they with their rising mercury might have thought the contrary. »

Dans le chapitre III, intitulé *Lois, principes et règles*, de son livre, l'auteur de la *Nouvelle méthode* formule vingt-cinq règles de prévision. C'est la dix-septième règle qui s'applique au cas du 3 mars 1894. La voici : « 17°. Deux dépressions coexistantes, séparées par une zone de hautes pressions *relatives* avec vents divergents les uns par rapport aux autres, devront se réunir vers le sommet de l'anti-cyclone relatif, vers *la dorsale* des hautes pressions, en un cyclone plus important que chacune d'elles. » C'est un principe absolu, que n'accompagne aucune réserve ni restriction. Eh bien, on peut dire que, formulé ainsi, il est tout à fait inexact ; il ne se vérifie dans aucun des vingt-neuf cas de notre tableau ci-dessus : même lorsque la dorsale est détruite sans laisser de traces, ce qui est rare, les deux cyclones qu'elle séparait la veille ne se trouvent pas réunis en un seul.

Nous croyons en avoir dit assez sur le principe même de la dorsale invoqué par l'auteur de la *Nouvelle méthode*. La prévision que l'on devait formuler, en s'appuyant sur ce principe, « était, dit-il, d'autant plus assurée que la dépression du large ne trouvait aucun obstacle dans sa marche normale d'Ouest vers Est. Au contraire, la divergence des vents favorisait non seulement sa course, mais encore son aggravation » (p. 58). Quel aurait pu être l'obstacle en question ? Il existait une crête ; il ne pouvait rien exister à sa place. Et quant à la divergence des vents, elle résultait nécessairement de la crête. On ne comprend

pas que la prévision ait pu être, pour cela, plus ou moins assurée. Et puis pourquoi, après avoir signalé, le 5 mars 1894, un centre de cyclone au nord, se dirigeant vers le sud, parle-t-on ici d'une dépression du large, devant marcher normalement de l'ouest vers l'est ? La marche normale rentre dans le système classique, que l'on a la prétention de remplacer par un système nouveau.

\*  
\* \*

Nous ne pouvons nous empêcher de présenter une dernière remarque, qui vient tout naturellement à l'esprit, quand on lit le livre de M. Guilbert. Souvent, et l'on en a vu ci-dessus des exemples, un ou deux vents jouent, selon lui, un rôle capital, décisif; une seule direction déterminée de la girouette, une seule vitesse un peu considérable de l'air, influencent un cyclone situé à des centaines de kilomètres de distance. Cela seul est déjà étrange. Mais si cela est exact, comment se peut-il que les stations figurant sur les cartes suffisent toujours pour tout expliquer parfaitement ? Entre ces stations, le vent souffle aussi, et il y a une direction et une vitesse que M. Guilbert ignore. Est-ce que ces vents n'ont jamais aucune action sur les cyclones ? Est-ce que ceux qui soufflent sur des mers étendues, comme la mer du Nord, la Baltique, la Méditerranée, sont à négliger ? Ici encore, comme lorsqu'il compare entre elles les cartes distantes de vingt-quatre heures, M. Guilbert est comme hypnotisé par les faits qu'il a sous les yeux ; il oublie qu'il y en a mille autres qu'il ignore et qu'il ignorera toujours, car nous en serons toujours réduits à ne juger des grands météores que par la détermination des éléments météorologiques en quelques points.

---

CHIMIE. — **Nouvelles recherches sur la vitesse de la saccharification de l'amidon** (cinquième mémoire);

par HENRI VAN LAER, directeur de l'Institut supérieur de Brasserie de Gand, professeur à l'École des mines et Faculté polytechnique du Hainaut.

SUR L'EXISTENCE DES COMBINAISONS D'ADSORPTION ENTRE  
LA DIASTASE ET L'AMIDON.

La conclusion formulée dans ma note précédente s'explique par l'existence de combinaisons contractées entre la diastase et le substrat, dès que l'enzyme arrive en contact avec l'amidon. Ce sont ces combinaisons et non la matière amylacée même qui se saccharifient ensuite, en suivant toujours, d'une façon apparente ou déguisée, la loi des réactions unimoléculaires.

Des liqueurs isodiastasiques, renfermant des quantités différentes d'amidon par unité de volume, contiennent en réalité des combinaisons d'adsorption, dont les vitesses de saccharification ne sont pas comparables.

Si, en même temps qu'on fait varier la concentration du substrat, dans les limites que j'ai fixées, on maintient constantes les charges diastasiques, l'expérimentateur se trouve devant des solutions renfermant le même complexe colloïdal à des états de dilution différents.

La quantité de diastase qui se fixe sur une partie d'amidon est d'ailleurs essentiellement variable; il ne peut donc être question de combinaisons définies entre le substrat et l'enzyme.

Mon dernier mémoire a apporté une preuve — indirecte, il est vrai, mais très nette — de la formation des complexes colloïdaux, par laquelle débute l'action diastatique. La présente note a pour but de montrer directement l'existence de ces complexes amidon-diastrase dont la naissance précède le processus de saccharification.

Si l'amidon a des propriétés haptophiles à l'égard de

l'amylase contenue dans une solution, celle-ci doit accuser une réduction de pouvoir diastasique, lorsque, après avoir été mise en contact avec la matière amylacée, dans des conditions où la saccharification ne peut s'effectuer, on l'en sépare rapidement.

Les expériences que je vais décrire montrent l'appauvrissement du bain diastasiqne par l'amidon.

SÉRIE I. — On a abandonné à 0°, pendant une heure, les systèmes suivants :

N° 1 : 100 centimètres cubes d'eau et 5 centimètres cubes d'un extrait de malt à 20 %.

N° 2 : 100 centimètres cubes d'eau, 5 centimètres cubes de l'extrait de malt précédent et 3 grammes d'amidon de maïs pur, anhydre.

N° 3 : 100 centimètres cubes d'eau, 5 centimètres cubes du même extrait de malt et 3 grammes d'amidon soluble Lintner.

N° 4 : 100 centimètres cubes d'eau, 5 centimètres cubes du même extrait de malt et 3 grammes d'amidon solubilisé à l'autoclave, desséché ensuite au bain-marie et réduit en poudre.

L'eau, l'extrait de malt et les amidons, dans cette expérience comme dans les suivantes, avaient été refroidis à 0°, au préalable.

Après une heure de contact à cette température, les liqueurs ont été filtrées très rapidement sur des filtres refroidis à 0°. Avec 50 centimètres cubes de chaque filtrat et 500 centimètres cubes de fécule soluble pure à 3 %, on a effectué ensuite, à 50° C., des expériences de vitesse.

Les résultats sont donnés dans le tableau ci-dessous.

La comparaison des chiffres des colonnes nos 2, 3 et 4 avec ceux de la colonne n° 1, montre que l'amidon a enlevé à l'extrait de malt une quantité importante de diastase. L'appauvrissement est surtout frappant dans le n° 3; cet amidon présente le plus de surface de contact avec la liqueur. Le n° 4 accuse une perte moindre, parce que l'évaporation d'un amidon solubilisé à l'autoclave fournit un produit corné, assez difficile à réduire à l'état de poudre impalpable.

θ en minutes.	N° 1 Saccharification par extrait de malt.			N° 2 Saccharification par extrait de malt séparé d'amidon de maïs.			N° 3 Saccharification par extrait de malt séparé d'amidon soluble Lintner.			N° 4 Saccharification par extrait de malt séparé d'amidon solubilisé à l'autoclave.			
	X <sub>90</sub> ‰	K <sub>90</sub> ‰ 10 <sup>6</sup>	$\frac{X}{\theta} - 30$	X <sub>90</sub> ‰	K <sub>90</sub> ‰ 10 <sup>6</sup>	$\frac{X}{\theta} - 30$	X <sub>90</sub> ‰	K <sub>90</sub> ‰ 10 <sup>6</sup>	$\frac{X}{\theta} - 30$	X <sub>90</sub> ‰	K <sub>90</sub> ‰ 10 <sup>6</sup>	$\frac{X}{\theta} - 30$	
	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	
60	0,318	2774	0,159	0,274	2318	0,137	0,215	4753	0,407	0,298	2561	0,149	B
120	0,538	2795	0,454	0,501	2509	0,425	0,420	4974	0,105	0,528	2712	0,132	V
180	0,736	3213	0,423	0,705	2945	0,417	0,661	2610	0,110	0,731	3168	0,122	V
240	0,972	6470	0,422	0,882	3367	0,440	0,777	2715	0,097	0,888	3964	0,141	V
300	—	—	—	—	—	—	0,889	3182	0,0889	—	—	—	J



Dans les systèmes précédents, le développement des surfaces d'adsorption, entre les particules ou granules amylacés et le bain diastasique, est très faible quand on le compare à ce qu'il doit être, dans le système microhétérogène que présente une solution colloïdale d'amidon.

Si l'on considère, en outre, que dans les saccharifications effectuées à 25° C., et surtout à 50° C., l'adsorption préalable est plus rapide qu'à 0°, on doit conclure des chiffres qui précèdent qu'il y a eu néanmoins une concentration très marquée de la diastase dans l'amidon. Le ralentissement constaté dans les n<sup>os</sup> 2, 3, 4 ne peut être attribué à une inhibition de la diastase, par les composés réducteurs mis en présence des 500 centimètres cubes d'amidon soluble, par les 50 centimètres cubes de filtrat.

En effet, un dosage, après le repos à 0°, de ces composés réducteurs a donné, pour 105 centimètres cubes de filtrat :

N<sup>o</sup> 1 — 0<sup>gr</sup>124

N<sup>o</sup> 2 — 0<sup>gr</sup>135

N<sup>o</sup> 3 — 0<sup>gr</sup>138

N<sup>o</sup> 4 — 0<sup>gr</sup>254

Ces chiffres, tout en confirmant que l'action de l'amylase sur l'amidon n'est pas entièrement suspendue à 0° C., établissent que ce sont précisément les filtrats contenant le moins de maltose préformé qui accusent le ralentissement le plus marqué.

Il n'est pas sans intérêt de remarquer aussi, parce que cette constatation confirme les faits établis dans mes mémoires précédents, que les saccharifications n<sup>os</sup> 1, 2 et 4, qui sont les plus rapides, évoluent comme celles de Brown et de Glendinning, tandis que l'extrait de malt le plus appauvri en diastase (le n<sup>o</sup> 3) donne lieu à une réaction linéaire. La courbe serait certainement devenue logarithmique si l'adsorption avait été plus intense.

SÉRIE II. — On a exposé à 0°, pendant une heure, les systèmes suivants :

N° 1 : 100 centimètres cubes d'eau et 10 centimètres cubes d'extrait de malt à 20 %.

N° 2 : 3 grammes d'amidon de maïs pur anhydre + 100 centimètres cubes d'eau + 10 centimètres cubes de l'extrait de malt.

N° 3 : 6 grammes d'amidon de maïs pur anhydre + 100 centimètres cubes d'eau + 10 centimètres cubes de l'extrait de malt.

N° 4 : 3 grammes d'amidon solubilisé à l'autoclave, précipité ensuite par l'alcool et desséché + 100 centimètres cubes d'eau et 10 centimètres cubes de l'extrait de malt.

Après une heure de contact à 0°, les liqueurs ont été filtrées rapidement sur des filtres refroidis à 0°.

Avec 50 centimètres cubes de chaque filtrat et 500 centimètres cubes de fécule soluble pure à 3 %, on a effectué ensuite, à 25° C., des expériences de vitesse dont les résultats sont consignés dans le tableau suivant.

L'appauvrissement des solutions n<sup>os</sup> 2, 3 et 4, par adsorption de la diastase par l'amidon, est ici encore bien net; comme on doit s'y attendre, on constate que 6 grammes d'amidon enlèvent à l'extrait de malt, plus de diastase que 3 grammes.

Les filtrats n<sup>os</sup> 1, 2, 3 et 4 contenaient, avant leur mise en contact avec les 500 centimètres cubes d'amidon soluble, les quantités suivantes de sucres réducteurs préformés, évalués en maltose.

Pour 100 centimètres cubes de filtrat après repos à 0° C. :

N° 1 — 0<sup>gr</sup>198

N° 2 — 0<sup>gr</sup>209

N° 3 — 0<sup>gr</sup>214

N° 4 — 0<sup>gr</sup>498

L'accroissement des sucres réducteurs est insignifiant dans les n<sup>os</sup> 2 et 3; dans le n° 4, cet accroissement, pour 50 centimètres cubes de filtrat, est de 0<sup>gr</sup>150, mais ce poids a été réparti, au moment de la saccharification, sous un volume de 550 centimètres cubes.

0 en minutes.	N° 1 Saccharification par extrait de malt.			N° 2 Saccharification par extrait de malt séparé de 3 grammes d'amidon de maïs.			N° 3 Saccharification par extrait de malt séparé de 6 grammes d'amidon de maïs.			N° 4 Saccharification par extrait de malt séparé de 3 grammes d'amidon soluble précipité par l'alcool.			
	$X_{90} \%$	$K_{90} \%$ 10 <sup>6</sup>	$\frac{X}{\theta} \cdot 30$	$X_{90} \%$	$K_{90} \%$ 10 <sup>6</sup>	$\frac{X}{\theta} \cdot 30$	$X_{90} \%$	$K_{90} \%$ 10 <sup>6</sup>	$\frac{X}{\theta} \cdot 30$	$X_{90} \%$	$K_{90} \%$ 10 <sup>6</sup>	$\frac{X}{\theta} \cdot 30$	I
30	0,253	4223	0,253	0,219	3580	0,219	0,214	3486	0,214	0,200	3233	0,200	B
90	0,664	5263	0,221	0,635	4864	0,212	0,627	4758	0,209	0,594	4350	0,198	V
120	0,845	6747	0,211	0,816	6126	0,204	0,779	5464	0,195	0,720	4607	0,180	V
150	0,961	9293	0,192	0,933	7826	0,187	0,907	6877	0,181	0,882	6188	0,176	R

SÉRIE III. — On a exposé à 0° C., pendant une heure, les systèmes suivants :

N° 1 : 100 centimètres cubes d'eau et 10 centimètres cubes d'un extrait de malt à 20 %.

N° 2 : 3 grammes d'amidon solubilisé à l'autoclave, précipité ensuite par l'alcool et desséché + 100 centimètres cubes d'eau + 10 centimètres cubes du même extrait de malt.

Les liqueurs ont été filtrées ensuite, comme précédemment, et 50 centimètres cubes du filtrat mis en contact de 500 centimètres cubes d'amidon soluble à 3 %.

Les déterminations ont été identiques à celles effectuées au cours des deux séries précédentes. (T = 25° C.)

0 en minutes.	N° 1				N° 2			
	Saccharification par l'extrait de malt.				Saccharification par l'extrait de malt séparé de 3 grammes d'amidon soluble précipité par l'alcool.			
	X <sub>90</sub> %	K <sub>90</sub> % 10 <sup>6</sup>	$\frac{X}{\theta}$ 30	I	X <sub>90</sub> %	K <sub>90</sub> % 10 <sup>6</sup>	$\frac{X}{\theta}$ 30	I
60	0,397	3665	0,198	B	0,362	3253	0,181	B
90	0,570	4073	0,190	V	0,503	3374	0,167	V
120	0,718	4581	0,179	V	0,630	3598	0,157	V
150	0,822	4997	0,164	V	0,712	3604	0,142	V
180	0,933	6522	0,122	J	0,823	4178	0,137	V
210	—	—	—	—	0,909	4957	0,130	I

Les sucres réducteurs préformés, dans 110 centimètres cubes de filtrat, étaient :

N° 1 — 0<sup>gr</sup>310

N° 2 — 0<sup>gr</sup>590

L'accroissement pour 50 centimètres cubes de filtrat n'était donc que de 0<sup>gr</sup>125.

SÉRIE IV. — On a refroidi séparément, par un séjour prolongé à 0° : a) un empois de fécule pur, formé de 3 grammes d'amidon pur anhydre et de 100 centimètres cubes d'eau ; b) 600 centimètres cubes d'eau, additionnés de 125 centimètres cubes d'extrait de malt à 20 % (liqueur diastatique). L'empois a été ensuite mélangé à 200 centimètres cubes de la liqueur diastatique. Après deux à trois minutes, la masse a été filtrée très rapidement, sur un filtre refroidi. 200 centimètres cubes de la liqueur diastatique ont ensuite reçu 100 centimètres cubes d'eau, c'est-à-dire le volume d'eau qui avait servi à empeser l'amidon. Il est bien évident que le volume de liqueur diastatique, ajouté à l'empois, ne s'est pas trouvé entièrement dilué par les 100 centimètres cubes d'eau qui sont entrés dans la fabrication de ce dernier. En d'autres termes, la liqueur diastatique fraîche a été trop diluée. Malgré cela, on constate que le filtrat, séparé de l'empois, après deux ou trois minutes seulement de contact, et cela à la température de 0°, s'est considérablement appauvri en diastase.

Les chiffres suivants sont très nets à cet égard. Ils se rapportent à deux expériences de vitesse, exécutées parallèlement, l'une avec 500 centimètres cubes d'amidon soluble à 3 % de fécule pure anhydre et 50 centimètres cubes de la liqueur diastatique fraîche, diluée comme il a été dit, l'autre avec 50 centimètres cubes du même amidon et 50 centimètres cubes du filtrat abandonné par l'empois.

L'accroissement des sucres réducteurs préformés, pour 50 centimètres cubes du filtrat séparé après quelques minutes de contact avec l'empois à 0°, était de 0<sup>gr</sup>142.

0 en minutes.	N° 1 Saccharification par l'extrait de malt.				N° 2 Saccharification par l'extrait de malt séparé, au bout de quelques minutes de contact, de 3 grammes d'amidon pur empesé.			
	X <sub>90</sub> %	K <sub>90</sub> % 10 <sup>6</sup>	$\frac{X}{\theta}$ 30	I	X <sub>90</sub> %	K <sub>90</sub> % 10 <sup>6</sup>	$\frac{X}{\theta}$ 30	I
30	0,2401	3976	0,2401	B	0,1852	2966	0,1852	B
90	0,6591	5193	0,2197	V	0,4778	3135	0,1593	B
120	0,7761	5416	0,1940	V	0,5634	3000	0,1408	V
180	0,9311	6454	0,155	J	0,717	3046	0,1195	V
210	—	—	—	—	0,8088	3421	0,1155	V

Remarquons que la réaction n° 1 pourrait être représentée par l'une des courbes de Brown et de Glendinning, tandis que la réaction n° 2, exécutée avec la solution diastasique appauvrie, possède, pendant les cent quatre-vingts premières minutes de l'action, une allure sensiblement logarithmique.

Le phénomène par lequel débute la saccharification diastasique de l'amidon rappelle celui qui se passe lorsqu'on plonge dans une solution étendue de certaines matières colorantes, telles que le rouge-congo, un morceau de papier à filtrer. On sait que, dans ces conditions, la substance colorante se concentre dans le papier, tandis que la liqueur se décolore.

#### CONCLUSION.

Lorsqu'une solution de diastase arrive au contact d'une solution d'amidon, l'action débute par la formation rapide d'une combinaison d'adsorption entre l'enzyme et son substrat.

20 février 1911.

GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE. — Sur la cinquième congruence de cubiques gauches de M. Stuyvaert,

par LUCIEN GODEAUX, candidat en sciences physiques et mathématiques.

Dans un mémoire couronné par l'Académie (\*), M. Stuyvaert a étudié les congruences linéaires de cubiques gauches dont la courbe générique est représentée par l'évanouissement d'une matrice à deux lignes et trois colonnes, chaque élément de cette matrice étant au plus linéaire par rapport aux paramètres qui fixent la courbe dans la congruence. Il existe six types fondamentaux de pareilles congruences; nous nous occuperons ici du cinquième de la classification de M. Stuyvaert.

Désignons, suivant l'usage, par  $(x_1 x_2 x_3 x_4)$  les coordonnées courantes d'un point de l'espace et par  $a_x, b_x, \dots$  des formes linéaires par rapport à ces variables. Les équations de la cinquième congruence de M. Stuyvaert, congruence que nous désignerons par  $\Gamma$ , sont :

$$\left\| \begin{array}{ccc} \alpha_1 a_x + \alpha_2 b_x + \alpha_3 c_x & \alpha_1 a'_x + \alpha_2 b'_x & \alpha_1 a''_x + \alpha_2 b''_x \\ \alpha_1 d_x + \alpha_2 f_x & \alpha_1 d'_x & \alpha_1 d''_x \end{array} \right\| = 0. \quad (\Gamma)$$

M. Stuyvaert a établi que les courbes de cette congruence s'appuient sur un ensemble de courbes singulières composé d'une cubique gauche, d'une bisécante de cette cubique et d'une quintique plane. Les points d'appui sont tous variables et sont au nombre de neuf; il reste donc à fixer la dixième condition à laquelle obéissent les courbes de  $\Gamma$ : c'est l'objet de cette note. En même temps, nous établirons un mode de génération de la congruence qui permettra d'en étudier immédiatement la plupart des propriétés.

---

(\*) *Cinq études de géométrie analytique* (Prix François Deruyts, 1906). Gand. librairie Van Goethem, 1907 (pp. 104, 113-114).

1. — Considérons la quadrique

$$\begin{vmatrix} \alpha_1 a'_x + \alpha_2 b'_x & \alpha_1 a''_x + \alpha_2 b''_x \\ \alpha_1 d'_x & \alpha_1 d''_x \end{vmatrix} = 0, \quad (1)$$

et la surface cubique

$$\begin{vmatrix} \alpha_1 a_x + \alpha_2 b_x + \alpha_3 c_x & 0 & \alpha_1 d_x + \alpha_2 f_x \\ a'_x & b'_x & d'_x \\ a''_x & b''_x & d''_x \end{vmatrix} = 0. \quad (2)$$

Ces surfaces ont en commun une courbe du sixième ordre se composant de la cubique gauche  $C_3$  d'équations

$$\left\| \begin{array}{ccc} a'_x & b'_x & d'_x \\ a''_x & b''_x & d''_x \end{array} \right\| = 0, \quad (c_3)$$

et d'une seconde cubique gauche  $\gamma$ , s'appuyant en cinq points sur la première, et dont les équations dépendent évidemment des paramètres  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ . Cherchons à mettre les équations de cette courbe  $\gamma$  sous forme d'une matrice à deux lignes et trois colonnes égalée à zéro.

La quadrique (1) est le lieu des intersections des plans homologues des faisceaux

$$\left. \begin{array}{l} \lambda_1 (\alpha_1 a'_x + \alpha_2 b'_x) + \lambda_2 d'_x = 0, \\ \lambda_1 (\alpha_1 a''_x + \alpha_2 b''_x) + \lambda_2 d''_x = 0. \end{array} \right\} \quad (3)$$

Des équations précédentes, on déduit

$$\frac{\lambda_1 \alpha_1}{\begin{vmatrix} b'_x & d'_x \\ b''_x & d''_x \end{vmatrix}} = \frac{\lambda_1 \alpha_2}{\begin{vmatrix} d'_x & a'_x \\ d''_x & a''_x \end{vmatrix}} = \frac{\lambda_2}{\begin{vmatrix} a'_x & b'_x \\ a''_x & b''_x \end{vmatrix}}.$$

En tenant compte de ces dernières, l'équation (2) peut s'écrire

$$\lambda_1 \alpha_1^2 a_x + \lambda_1 \alpha_1 \alpha_2 b_x + \lambda_1 \alpha_1 \alpha_3 c_x + \lambda_2 \alpha_1 d_x + \lambda_2 \alpha_2 f_x = 0. \quad (4)$$

On voit ainsi que la courbe  $\gamma$  est le lieu des intersections des éléments homologues de trois faisceaux de plans (3), (4) deux



à deux projectifs. Par suite, les équations de  $\gamma$  peuvent s'écrire

$$\left\| \begin{array}{ccc} \alpha_1 a_x + \alpha_2 b_x + \alpha_3 c_x & \alpha_1 a'_x + \alpha_2 b'_x & \alpha_1 a''_x + \alpha_2 b''_x \\ \alpha_1 d_x + \alpha_2 f_x & \alpha_1 d'_x & \alpha_1 d''_x \end{array} \right\| = 0.$$

Ces équations sont aussi celles d'une cubique gauche générique de la congruence  $\Gamma$  de M. Stuyvaert; donc, lorsque  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  varient, le lieu de la cubique  $\gamma$  est cette congruence  $\Gamma$ . Observons immédiatement que la cubique  $C_3$  est singulière d'indice cinq pour  $\Gamma$ , c'est-à-dire qu'une courbe de cette congruence s'appuie généralement en cinq points sur  $C_3$ .

2. — Lorsque les paramètres  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  varient, les quadriques (1) engendrent un faisceau  $\Phi$  dont la base est constituée par la cubique  $C_3$  et une de ses bisécantes  $C_1$  d'équations

$$d'_x = d''_x = 0. \tag{c_1}$$

Les surfaces cubiques (2) engendrent un réseau  $\Sigma$  et passent par la courbe  $C_3$ , par une de ses bisécantes

$$b'_x = b''_x = 0$$

et par cinq points situés dans le plan  $\pi$  dont l'équation est

$$c_x = 0. \tag{\pi}$$

Fixons une quadrique de  $\Phi$ , c'est-à-dire dans l'équation (1) fixons les valeurs de  $\alpha_1, \alpha_2$  (par leur rapport). Ces valeurs de  $\alpha_1, \alpha_2$ , portées dans l'équation (2), définissent un faisceau de surfaces de  $\Sigma$ . Les surfaces de ce faisceau marquent, sur la quadrique du faisceau  $\Phi$  envisagée, un faisceau de courbes  $\gamma$  de  $\Gamma$ , ayant quatre points-base. Ces points, qui sont évidemment singuliers pour la congruence  $\Gamma$ , sont les intersections, en dehors de  $C_3$ , des trois surfaces (1)

$$\left| \begin{array}{ccc} \alpha_1 a_x + \alpha_2 b_x & 0 & \alpha_1 d_x + \alpha_2 f_x \\ a'_x & b'_x & d'_x \\ a''_x & b''_x & d''_x \end{array} \right| = 0, \tag{3}$$

$$c_x (b'_x d''_x - b''_x d'_x) = 0,$$

$\alpha_1$  et  $\alpha_2$  étant fixes.

Un calcul simple montre que l'un des points en question est l'intersection de la droite  $C_1$  et du plan

$$\alpha_1 d_x + \alpha_2 f_x = 0.$$

Appelons ce point  $P_1$ . Les autres points  $P_2, P_3, P_4$  sont les intersections, en dehors de  $C_3$ , des trois surfaces  $\pi, (I)$  et  $(S)$ .

Faisons maintenant varier  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$ ; le point  $P_1$  décrit la droite  $C_1$ , et c'est le seul point d'appui de la courbe  $\gamma$  sur cette droite, car autrement toutes les courbes  $\gamma$  ayant cinq points et une bisécante en commun avec  $C_3$  coïncideraient toutes avec cette courbe.

Le lieu des points  $P_2, P_3, P_4$  est une courbe plane  $C_5$ , du cinquième ordre, intersection du plan  $\pi$  et de la surface

$$a_x(b'_x d''_x)^2 + d_x(b'_x d''_x)(a'_x b''_x) + b_x(b''_x d'_x)(a'_x d''_x) + f_x(a'_x d'_x)(a'_x b''_x) = 0 (*),$$

les déterminants étant dénotés par leur diagonale principale.

La courbe  $C_5$  passe évidemment par le point commun à  $C_1$  et au plan  $\pi$  et a de plus trois points doubles sur  $C_3$ .

Nous venons de voir que les courbes de  $\Gamma$  situées sur une quadrique de  $\Phi$  passent toutes par un point  $P_1$  de la droite  $C_1$ . Inversement, les courbes  $\gamma$  passant par un point de  $C_3$  sont situées sur une quadrique de  $\Phi$ ; donc :

*La cinquième congruence de cubiques gauches de M. Stuyvaert est le lieu des courbes s'appuyant en cinq points sur une cubique gauche  $C_3$ , en trois points sur une quintique plane  $C_5$  ayant trois points doubles sur  $C_3$ , et en un point sur une bisécante  $C_1$  de  $C_3$  s'appuyant sur  $C_5$ . Les courbes de la congruence se distribuent par faisceaux sur les quadriques passant par  $C_1$  et  $C_3$  de telle manière qu'une de ces quadriques contient un seul faisceau*

---

(\*) Cette équation ne coïncide pas avec celle qui a été donnée par M. Stuyvaert (*loc cit.*), mais le lecteur verra aisément que cela tient à une erreur typographique qui s'est glissée dans le mémoire de ce géomètre.

ayant un point de base sur  $C_1$  et qu'inversement un point de  $C_1$  est le point-base d'un seul faisceau.

Cette génération de la congruence  $\Gamma$  permet d'arriver rapidement aux principales propriétés projectives de cette congruence, par exemple à l'évaluation de l'ordre d'une surface engendrée par les courbes  $\gamma$  satisfaisant à une certaine condition.

Morlanwelz, décembre 1910.

---

## BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

---

*Francotte (Charles)*. Notice concernant l'enseignement de la chimie à l'Athénée royal de Bruxelles. Laboratoire, auditoire, cours de manipulations, participation à l'Exposition de Bruxelles (1910). Deuxième édition. Bruxelles, 1911; in-8° (28 p., 4 pl.).

*Monier (Marcel)*. Recherches expérimentales sur le sort dans le lait des corps gras ingérés par les vaches laitières. Anvers, 1911; extr. in-8° (4 p.).

*De Bruyker (C.)*. De statistische methode in de plantkunde en hare toepassing op de studie van den invloed der levensvoorwaarden. Gand, 1910; in-8° (227 p.).

*Lecat (Maurice)*. Leçons sur la théorie des déterminants à  $n$  dimensions, avec applications à l'algèbre, à la géométrie, etc. Gand, 1910; in-4° (xix-223 p.).

*Ministère des Colonies*. Annales du Musée du Congo belge. Ethnographie, anthropologie. Série III: Documents, tome II, fasc. 1. Notes ethnographiques sur les peuples communément appelés Bakuba, ainsi que sur les peuplades apparentées. Les Bashongo. (E. Torday et T. A. Joyce.) 1911; in-fol.

*Observatoire royal de Belgique*. Catalogue alphabétique des livres, brochures et cartes de la bibliothèque. (A. Collard.) Fasc. I, 1910.

LOUVAIN. *Université catholique*. Annuaire, 1911.

---

VIENNE. *K. Akademie der Wissenschaften*. Almanach, 1910, in-16.

*Bauer (L.-A.)*. Department of Terrestrial magnetism of the Carnegie Institution of Washington. Annual report, 1910. Washington, 1910; extr. in-8° (pp. 193-204, 1 pl.).

— *The Broader Aspects of research in Terrestrial magnetism*. Lancaster, 1911; extr. in-8° (29 p.).

WASHINGTON. *Surgeon-general Office U. S. Army*. Index-catalogue of the library. Authors and subjects. Second series, XV, S.-Skin-Grafting, 1910, gr. in-8°.

*Lacroix (Albert)*. Les minéraux radioactifs de Madagascar. Paris, 1911; extr. in-4° (7 p.).

*Jonckheere (Robert)*. Sur la découverte d'étoiles doubles nouvelles, à l'Observatoire de Ham. Paris, 1911; extr. in-4° (2 p.).

PARIS. *Université*. Fondation R. Bischoffsheim. Annales de l'Observatoire de Nice, XII, 1910; in-4°.

— *Bureau international des poids et mesures*. Travaux et mémoires, tome XIV, 1910, in-4°.

*Butler (Charles P.)*. The spectrum of Halley's Comet. Londres, 1910; extr. in 8° (pp. 523-526, 1 pl.).

*Yntema (L.)*. On the brightness of the sky and the total amount of starlicht. An experimental study. Groningen, 1909; in-4° (62 p.).

TOKYO. *Imperial University*. Calendar, 1909-1910, in-16.









## TABLE DES MATIÈRES.

CLASSE DES SCIENCES. — *Séance du 1<sup>er</sup> avril 1911.*

### Correspondance.

Notification du décès de MM. Félix Plateau, François Terby et Édouard Dupont. — Travail manuscrit à l'examen. — Hommages d'ouvrages . . . . .	323
<i>Discours prononcé aux funérailles de F. Terby</i> ; par J. Neuberg . . . . .	325

### Comité secret.

Présentation de candidats aux places vacantes . . . . .	327
---	-----

### Rapports.

Lecture des rapports de MM. Fredericq, Van Bambeke et Francotte sur le résultat des expériences de M. De Meyer à la Station zoologique de Naples . . . . .	327
Rapport de M. J. Neuberg (Sur la cinquième congruence de cubiques de M. Stuyvaert; par L. Godeaux) . . . . .	328
Rapports de MM. Stroobant et Lagrange (Sur deux des règles de prévision de M. G. Guilbert; par J. Vincent) . . . . .	329, 331
Rapports de MM. Jorissen et Gilkinet (Nouvelles recherches sur la vitesse de saccharification de l'amidon; cinquième mémoire; par Henri Van Laer). . . . .	331

### Communications et lectures.

CHIMIE. — <i>Réaction des oxalates métalliques avec quelques sels</i> ; par W. Oechsner de Coninck . . . . .	332
CHIMIE. — <i>Action des acides formique et acétique employés en proportion croissante sur l'amidon et la dextrine</i> ; par W. Oechsner de Coninck et A. Raynaud. . . . .	335
MÉTÉOROLOGIE. — <i>Sur deux des règles de prévision de M. G. Guilbert</i> ; par J. Vincent . . . . .	338
CHIMIE. — <i>Nouvelles recherches sur la vitesse de saccharification de l'amidon</i> (cinquième mémoire); par Henri Van Laer . . . . .	362
GÉOMÉTRIE. — <i>Sur la cinquième congruence de cubiques de M. Stuyvaert</i> ; par Lucien Godeaux . . . . .	371

Bulletin bibliographique . . . . .	375
------------------------------------	-----

---

*Il ne sera donné suite aux demandes de combler les lacunes dans les publications de l'Académie, que pour autant que ces lacunes ne remontent pas au delà de cinq ans*

---



6.473  
216

211

ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE

---

BULLETIN

DE LA

CLASSE DES SCIENCES

---

1911 — N° 5



BRUXELLES

HAYEZ, IMPRIMEUR DES ACADÉMIES ROYALES DE BELGIQUE

Rue de Louvain, 112

---

1911



## CLASSE DES SCIENCES.

---

*Séance du 2 mai 1911.*

M. CH. FRANCOTTE, vice-directeur, occupe le fauteuil.

M. le chevalier EDMOND MARCHAL, secrétaire perpétuel.

Sont présents : MM. C. Malaise, Ch. Van Bambeke, G. Van der Mensbrugge, W. Spring, M<sup>e</sup>l Mourlon, P. Mansion, P. De Heen, C. le Paige, Ch. Lagrange, J. Deruyts, A. Jorissen, Paul Pelseneer, A. Gravis, A. Lameere, Ch.-J. de la Vallée Poussin, Th. Durand, Max. Lohest, *membres*; F. Swarts, J. Massart, A. Demoulin, A. Rutot, Paul Stroobant et J. Verschaffelt, *correspondants*.

Absences motivées : MM. J. Neuberg, directeur, L. Frédéricq, membre.

---

## CORRESPONDANCE.

---

M. Jacques Deruyts remet, pour les archives, un pli cacheté *Sur les transformations linéaires*. — Adopté.

— Le Comité constitué pour la célébration du cinquantième

anniversaire de M. Giovanni Capellini, professeur à l'Université de Bologne, demande l'adhésion de la Classe à la manifestation qui aura lieu le 12 juin.

Une adresse de félicitations sera envoyée.

— Un travail manuscrit de M. F. Schwers, *Sur la densité du sucre liquide et de ses solutions aqueuses*, est renvoyé à l'examen de MM. Spring et Swarts.

— Hommages d'ouvrages :

Par M. le Ministre des Sciences et des Arts :

*Archives de biologie*, t. XXV, 9<sup>e</sup> fascicule.

Par M. de la Vallée Poussin :

*Sur les valeurs moyennes de certaines fonctions arithmétiques*.

Par MM. Caullery et P. Pelseneer :

*Sur la ponte et le développement du vignot* (Littorina littorea).

Par M. Émile Schwoerer :

*Les phénomènes thermiques de l'atmosphère. — Rapport sur ce travail*; par E. Bouty (présentés par M. Ch. Lagrange).

Par M. Alfred Vialay :

*Les circulations atmosphériques, l'électricité atmosphérique et le magnétisme terrestre*.

Par M. A.-J.-J. Vandevelde :

*Répertoire... des travaux publiés... sur les falsifications des denrées alimentaires*.

*Recherches sur la précipitation des protéines*.

— Remerciements.

---

---

PRIX DE SELYS LONGCHAMPS (2,500 FRANCS).

*Pour la faune belge.*

Seconde période : mai 1906-mai 1911.

Un travail manuscrit a été reçu :

*Les fourmis des bassins de la Meuse et de l'Escaut et leurs hôtes*; par Bondroit. Quatre parties avec 3 planches.

— Commissaires : MM. P. Pelseneer, Aug. Lameere et Victor Willem.

Aux termes du règlement, sont aussi admis à concourir : les ouvrages imprimés publiés pendant les dix années qui précèdent la clôture de la période du concours.

---

---

ÉLECTIONS.

---

M. Mourlon est réélu, pour l'année 1911-1912, délégué de la Classe auprès de la Commission administrative.

— La Classe se forme en comité secret pour discuter les titres des candidats aux places vacantes; elle donne son approbation à l'inscription d'une candidature nouvelle.

---

---

## RAPPORTS.

---

*Sur un état allotropique de l'argent*; par DRAGOMIR PALITSCH.

Rapport de M. W. Spring, premier commissaire.

« La chimie physique a assimilé la dissolution d'un solide dans un liquide à une volatilisation de celui-ci dans son *solvant*; d'autre part, elle a assimilé les états d'agrégation de la matière à des *états allotropiques*, c'est-à-dire qu'elle a admis que les molécules physiques des corps se trouvent dans des états plus simples dans les gaz que dans les liquides et, *a fortiori*, dans les solides.

Si l'on admet cette manière de voir, on pourra regarder aussi la dissolution d'un métal dans un autre comme étant la volatilisation du premier dans le second. Alors, si l'on peut arriver à éliminer le second métal en le dissolvant, à froid, dans un liquide qui serait sans action chimique sur le premier, il est possible que l'on recueille le premier métal sous forme d'une poudre jouissant de propriétés spéciales, par exemple possédant une énergie chimique plus grande. L'intérêt théorique qui s'attache à cette question a déterminé M. Palitsch à la soumettre à l'épreuve de l'expérience.

Il a opéré sur des alliages de *zinc* et d'*argent* et il a éliminé le zinc par l'acide chlorhydrique dilué pour examiner ensuite le résidu pulvérulent. Celui-ci était presque exclusivement de l'*argent*. Les observations de M. Palitsch peuvent être résumées comme il suit :

Quand la dissolution du zinc de l'alliage Zn-Ag a lieu à une température égale ou supérieure à la température moyenne du laboratoire, on recueille une poudre grise dont les propriétés sont si voisines de celles de l'argent ordinaire, qu'il faut regarder la question de l'*allotropie* comme non résolue; mais si l'on

opère la dissolution du zinc à une température voisine de zéro, le résultat est différent : on obtient alors une poudre plus foncée, moins dense que la précédente, à valeur thermo-chimique plus élevée et qui développe une force électromotrice quand on la met en circuit avec la première dans une solution de nitrate d'argent. Si l'on chauffe cette poudre au-dessus de la température ordinaire, elle perd ses propriétés spéciales.

Ces faits montrent que l'argent peut exister, à basse température, sous un état allotropique particulier dont le point de transformation est très peu élevé; on peut donc regarder l'argent dissous dans le zinc comme différent de l'argent en masse.

J'ai l'honneur de proposer l'insertion du travail de M. Palitsch dans le *Bulletin* de la séance. »

M. Swarts, second commissaire, se rallie à cette proposition, qui est mise aux voix et adoptée.

---

---

## COMMUNICATIONS ET LECTURES.

---

### PHYSIOLOGIE. — La respiration branchiale des Céphalopodes est un phénomène de diffusion gazeuse,

par LÉON FREDERICQ, membre de l'Académie.

Pflüger et ses élèves ont établi, en 1872, que la *diffusion* suffit à expliquer les échanges gazeux de la respiration pulmonaire.  $\text{CO}^2$  diffuse du sang veineux vers l'air des alvéoles jusqu'à égalisation de la tension, c'est-à-dire que l'air qui revient du poumon présente exactement la même tension de  $\text{CO}^2$  que le sang artériel qui en revient.

Pour l'oxygène, cet équilibre n'est pas entièrement atteint.

J'ai montré que la tension de l'oxygène dans le sang artériel ne dépasse pas 12 à 14 % d'une atmosphère : elle est donc inférieure de plusieurs unités à la tension de l'oxygène dans l'air des alvéoles pulmonaires (1).

Ch. Bohr, puis Haldane, ont contesté ces valeurs et ont proposé de substituer à la théorie de la *diffusion* celle de la *sécrétion*, qui fait jouer un rôle actif, spécifique à l'épithélium pulmonaire dans les échanges gazeux de la respiration.

Jusqu'à présent, la discussion a été limitée au mécanisme chimico-physique de la *respiration pulmonaire*. Il m'a semblé intéressant d'étudier au même point de vue les échanges gazeux de la *respiration branchiale* chez les Mollusques Céphalopodes. Deux séries d'expériences, l'une exécutée à la *Station biologique* de Roscoff, en août-septembre 1910, l'autre au laboratoire de physiologie de la *Stazione zoologica* de Naples, en avril-mai 1911, m'ont conduit à la conclusion que chez le Poulpe, l'Éle-done et la Seiche, les lois de la diffusion suffisent à expliquer les échanges gazeux de la respiration. Comme pour le poumon des mammifères, la branchie des Céphalopodes réalise un équilibre parfait de diffusion de  $\text{CO}^2$  entre l'eau extérieure et le sang. La tension de ce gaz est nulle ou presque nulle, tant dans l'eau extérieure que dans le sang. Comme pour le poumon des mammifères, la branchie est loin de réaliser l'égalité de tension en ce qui concerne l'oxygène. La tension de ce gaz ne dépasse guère 10 à 11 % d'une atmosphère dans le sang artériel du Poulpe, alors que l'eau de mer dans laquelle il vit en est presque saturée (tension de 18 à 19 % d'une atmosphère).

---

(1) Ces chiffres ont été récemment confirmés par Krogh

---



PHYSIQUE MOLÉCULAIRE. — Sur la mesure de la tension superficielle par la méthode des ascensions capillaires,

par J.-E. VERSCHAFFELT et M<sup>lle</sup> L. VAN DER NOOT.

La hauteur  $h$  à laquelle un liquide monte dans un tube capillaire, qu'il mouille, est liée, comme on sait, à la tension superficielle  $\alpha$  de ce liquide, par la formule

$$h = \frac{2\alpha}{\mu g r}, \quad (1)$$

où  $r$  est le rayon du tube, supposé à section circulaire,  $\mu$  la densité du liquide,  $g$  l'intensité du champ de la pesanteur. La hauteur d'ascension  $h$  est la distance verticale du ménisque dans le tube capillaire à la surface libre, horizontale et indéfinie, du liquide hors du tube; la formule suppose donc que les dimensions elles-mêmes du ménisque sont négligeables, c'est-à-dire que le rayon du tube est excessivement petit. On suppose, en outre, qu'au-dessus du liquide il y a le vide; si le liquide était surmonté d'un second milieu de densité  $\mu'$ ,  $\alpha$  serait la tension superficielle au contact des deux milieux et  $\mu$  devrait être remplacé par  $\mu - \mu'$ .

La formule (1) résulte immédiatement de l'équation générale de la surface capillaire :

$$\alpha \left( \frac{1}{R} + \frac{1}{R'} \right) + \mu g z = 0; \quad (2)$$

$z$  est la hauteur d'un point de la surface capillaire, où les rayons de courbure principaux sont  $R$  et  $R'$ , à la surface libre plane du liquide. Au sommet du ménisque  $R = R' = R_s$ , de sorte que, si  $h$  est l'ordonnée du sommet,

$$\alpha = -\frac{1}{2} \mu g h R_s; \quad (3)$$

si le tube est très étroit, la pesanteur ne déforme pas sensiblement le ménisque, que l'on peut alors considérer comme sphérique :  $R_s = -r$  (le ménisque étant concave, la courbure doit être considérée comme négative) et

$$\alpha = \frac{1}{2} \mu g h r. \quad (1')$$

D'autre part, si l'on applique la formule (2) en un point de la ligne de contact du ménisque et de la paroi, le rayon de courbure de la section équatoriale est  $-r$ ; celui de la section méridienne est sensiblement égal à  $r$  si le ménisque est très petit, et comme  $z = h + r$ ,

$$\alpha = \frac{1}{2} \mu g (h + r) r. \quad (4)$$

Le désaccord entre les deux formules (1') et (4) provient de ce que toutes deux ne sont qu'approchées : l'une donne pour  $\alpha$  une valeur trop grande, l'autre une valeur trop petite. En effet, par suite de l'aplatissement du ménisque, dû à la pesanteur, le rayon de courbure au sommet est plus grand que  $r$ , donc la valeur de  $\alpha$  tirée de (1') est trop petite. Quant au rayon de la section méridienne le long de la ligne de contact, il est plus petit que  $r$ , par suite de cet aplatissement, de sorte qu'en un point de cette ligne  $-\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right) > \frac{2}{r}$  et la formule (4) donne pour  $\alpha$  une valeur trop grande. Il s'ensuit que les formules (1') et (4) donnent pour  $\alpha$  deux valeurs limites, qui comprennent la vraie valeur. Plus  $r$  devient petit, plus ces limites se resserrent, et plus est grande la précision avec laquelle  $\alpha$  est déterminé. La vraie valeur de  $\alpha$  devra donc s'écrire :

$$\alpha = \frac{1}{2} \mu g r (h + m r), \quad (5)$$

où  $m$  est une fraction, dont la valeur dépend d'ailleurs de  $r$  même.

En exprimant que la tension superficielle, agissant le long de

la ligne de contact du ménisque et de la paroi, fait équilibre au poids de la colonne liquide soulevée, on trouve, comme on sait,

$$\alpha = \frac{1}{2} \mu g r \left( h + \frac{1}{3} r \right); \quad (6)$$

il semblerait donc résulter de là que  $m = \frac{1}{3}$  (pour  $r$  très petit); mais ce raisonnement aussi suppose que le ménisque a une forme sphérique, et il serait sans doute difficile de décider, sans calculs précis, si la formule (6) donne pour  $\alpha$  une valeur trop grande ou trop petite. Mieux vaudrait peut-être supposer, comme quelques auteurs l'ont déjà fait (\*), que le ménisque a une forme ellipsoïdale; représentant par  $e$  la flèche du ménisque, on aurait alors, suivant qu'on applique la formule (2) au sommet ou à la ligne de contact,

$$\alpha = \frac{1}{2} \mu g h \frac{r^2}{e} \quad \text{ou} \quad \alpha = \frac{\mu g (h + e)}{\frac{1}{r} + \frac{r}{e^2}} = \frac{\mu g r e^2 (h + e)}{r^2 + e^2}. \quad (7)$$

Évidemment, cette hypothèse de la forme ellipsoïdale du ménisque ne peut tout au plus satisfaire qu'en première approximation, mais il semble que l'élimination de  $e$  entre les deux formules (7) doit donner une valeur plus approchée de  $\alpha$  et qu'en égalant les deux expressions de  $\alpha$  on arrive à exprimer en première approximation l'écart entre la flèche du ménisque et le rayon du tube. On trouve ainsi :

$$\alpha = \frac{1}{2} \mu g r h \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{r}{h} \right)$$

et

$$e = r \left( 1 - \frac{1}{2} \frac{r}{h} \right).$$

---

(\*) Voyez par exemple MATHIEU, *Capillarité*. Paris, 1884, p. 49.

Il viendrait donc  $m = \frac{1}{2}$  comme limite pour  $r = 0$ . Mais d'autre part, si l'on exprime encore une fois que la tension superficielle le long de la ligne de contact fait équilibre à la pression hydrostatique, on obtient

$$\alpha = \frac{1}{2} \mu g r \left( h + \frac{1}{3} e \right),$$

ce qui en première approximation ramène à (6), donc à  $m = \frac{1}{3}$ . Par ces considérations on n'arrive donc à rien de certain.

Une autre difficulté dans la mesure de la tension superficielle par ascension capillaire réside dans le fait qu'il n'est pas toujours possible de mesurer la hauteur du ménisque au-dessus de la surface libre plane. Lorsqu'on ne dispose que de faibles quantités de liquide, ou qu'on opère sur des liquides volatils, ou à des températures élevées, ou encore sous pression, on doit se servir d'appareils de dimensions restreintes, et déterminer la différence de niveau du liquide dans deux tubes, soit que l'on place le tube capillaire dans l'axe d'un tube plus large, soit que l'on prenne deux tubes communicants à axes parallèles. Dans ces conditions, on doit tenir compte de la hauteur d'ascension dans le tube large, qui, bien que beaucoup plus faible que dans le tube capillaire, ne sera cependant pas négligeable en général. Or, il est très difficile de tenir compte de cette ascension avec un degré de certitude suffisant; l'un de nous (\*) l'a déjà fait en admettant que la section méridienne du ménisque est une ellipse; mais encore une fois des calculs basés sur cette hypothèse ne peuvent donner que des résultats plus ou moins approchés, et il est certain que, si  $r$  est très grand, l'écart doit être relativement très grand, bien qu'en valeur absolue il puisse être très faible.

Pour la mesure précise de la tension superficielle par la

---

(\*) VERSCHAFFELT, *Comm. Phys. Lab. Leiden*, n° 1.

méthode des ascensions capillaires, la connaissance de la forme du ménisque dans un tube à section circulaire paraît donc indispensable. Dédire cette forme de l'équation générale (2) est une chose impraticable; même dans ce cas simple, les ressources de l'analyse sont insuffisantes. Les séries par lesquelles certains auteurs (\*) ont tâché de représenter la courbe méridienne ne s'étendent pas jusqu'à la ligne de contact, et ne permettent donc pas de trouver les relations entre  $h$  et  $r$  ou entre  $e$  et  $r$ . La construction graphique de la courbe méridienne, suivant la méthode de Thomson (\*\*), se prêtera difficilement, pensons-nous, à des mesures précises. Voilà pourquoi il serait utile de faire expérimentalement l'étude de la forme de la courbe méridienne, et en premier lieu de chercher par l'observation les relations  $h = f(r)$  et  $e = \varphi(r)$ .

Les courbes qui représentent ces relations sont différentes pour des liquides différents, mais il existe entre les courbes fournies par divers liquides une relation bien simple, qui permet de les déduire les unes des autres; ces courbes sont notamment semblables, l'origine étant le centre de similitude, de sorte qu'on peut les déduire les unes des autres en réduisant dans un même rapport les abscisses et les ordonnées. En effet, supposons que nous construisions la surface (2) à une échelle  $n$  fois plus grande; toutes les dimensions linéaires augmentent dans ce même rapport et, si nous représentons par  $R_1$  et  $R'_1$  les nouveaux rayons de courbure en un point dont l'ordonnée est  $z_1$ , nous aurons

$$n\alpha \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R'_1} \right) + \mu g \frac{z_1}{n} = 0.$$

ou

$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R'_1} + \frac{\mu g}{n^2 \alpha} z_1 = 0.$$

---

(\*) Voyez par exemple LOHNSTEIN, Diss. inaug. Berlin, 1891.

(\*\*) W. THOMSON, *Capillary attraction*. (PROC. ROY. INST., 14, 1886.)

On voit donc que si l'on prend

$$n = \sqrt{\frac{\mu g}{\alpha}},$$

l'équation devient

$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_1'} + z_1 = 0 \quad (8)$$

et ne contient plus rien de spécifique, ce qui veut dire que la surface qu'elle représente est la même, quel que soit le liquide, ou bien que les surfaces capillaires d'où la surface (8) est issue par dilatation uniforme sont semblables, le rapport de similitude étant déterminé par celui des  $n$ . Pour deux liquides différents, des surfaces semblables correspondent à des rayons  $r_1$  et  $r_2$  tels que  $\frac{r_1}{r_2} = \frac{n_2}{n_1}$ , et en même temps les flèches des ménisques sont telles que  $\frac{e_1}{e_2} = \frac{n_2}{n_1}$ ; d'ailleurs  $\frac{h_1}{h_2} = \frac{n_2}{n_1}$ , de sorte que

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{r_1}{r_2} \quad \text{et} \quad \frac{e_1}{e_2} = \frac{r_1}{r_2},$$

ce qui exprime la similitude des courbes  $f(r)$  et des courbes  $\varphi(r)$ . Quant au paramètre  $n$ , spécifique de la substance, il est égal à  $\frac{1}{a} \sqrt{2}$ ,  $a^2$  étant ce qu'on appelle ordinairement la constante capillaire de la substance.

On voit, d'après ce qui précède, que si l'on a tracé pour diverses substances les courbes  $h = f(r)$ , il suffit de reproduire chacune de ces courbes à une échelle  $\frac{1}{a}$  fois plus grande, c'est-à-dire de diviser les abscisses et les ordonnées, ou simplement les rayons vecteurs, menés à partir de l'origine, par la racine carrée de la constante capillaire, pour trouver une courbe unique  $r_1 = F(\rho)$ . C'est ce que nous avons vérifié en mesurant l'ascension capillaire, dans des tubes de divers rayons, des quatre liquides : eau, benzène, éther et sulfure de carbone. Nous avons

pris sept tubes dont les rayons, dans l'ordre croissant, sont :

$$r_I = 0,094, \quad r_{II} = 0,195, \quad r_{III} = 0,289, \quad r_{IV} = 0,399, \quad r_V = 0,594,$$

$$r_{VI} = 0,956, \quad r_{VII} = 1,56.$$

Nous avons déterminé chaque fois la différence d'ascension avec le tube II et finalement nous avons déterminé, dans le cas de l'eau, l'ascension absolue dans un tube placé dans une large cuvette, et la différence d'ascension entre ce tube et le tube II faisait connaître l'ascension absolue dans le tube II. Pour les autres liquides, nous avons évalué l'ascension absolue dans le tube II en partant des données pour l'eau et en appliquant les principes que nous venons d'exposer. Nous avons obtenu ainsi à 10° :

		EAU.	BENZÈNE.	ÉTHER.	CS <sub>2</sub> .
$r_I = 0,094$	$h_I =$	1,564	0,702	0,511	0,512
$r_{II} = 0,195$	$h_{II} =$	0,729	0,319	0,210	0,211
$r_{III} = 0,289$	$h_{III} =$	0,467	0,190	0,122	0,107
$r_{IV} = 0,399$	$h_{IV} =$	0,294	0,105	0,059	0,061
$r_V = 0,594$	$h_V =$	0,144	0,053	0,037	0,036
$r_{VI} = 0,956$	$h_{VI} =$	0,066	0,022	0,015	0,013
$r_{VII} = 1,56$	$h_{VII} =$	0,032	0,012	0,007	0,007

La figure 1 ci-après représente les courbes  $h = f(r)$  pour ces quatre liquides. La similitude des courbes saute aux yeux et se reconnaît plus exactement si l'on cherche le rapport des rayons vecteurs. La coïncidence presque complète des courbes pour l'éther et le sulfure de carbone s'accorde avec l'égalité approchée de leurs constantes capillaires. A 10°, les valeurs des constantes capillaires sont notamment :

	EAU.	BENZÈNE.	ÉTHER.	CS <sub>2</sub> .
$a^2 =$	0,1510	0,0693	0,0500	0,0509

Nous déduisons de là les points suivants de la courbe  $\eta = F(\rho)$  :

EAU.		BENZÈNE.		ÉTHER.		CS <sub>2</sub> .	
$\rho = 0,24$	$\eta = 4,02$	$\rho = 0,36$	$\eta = 2,67$	$\rho = 0,42$	$\eta = 2,26$	$\rho = 0,42$	$\eta = 2,29$
0,50	1,87	0,74	1,21	0,86	0,93	0,87	0,94
0,74	1,20	1,10	0,72	1,28	0,54	1,29	0,48
1,03	0,76	1,52	0,40	1,77	0,26	1,78	0,27
1,53	0,37	2,25	0,20	2,63	0,16	2,66	0,16
2,46	0,17	3,63	0,08	4,24	0,07	4,27	0,06
4,01	0,08	5,92	0,05	6,91	0,03	6,97	0,03

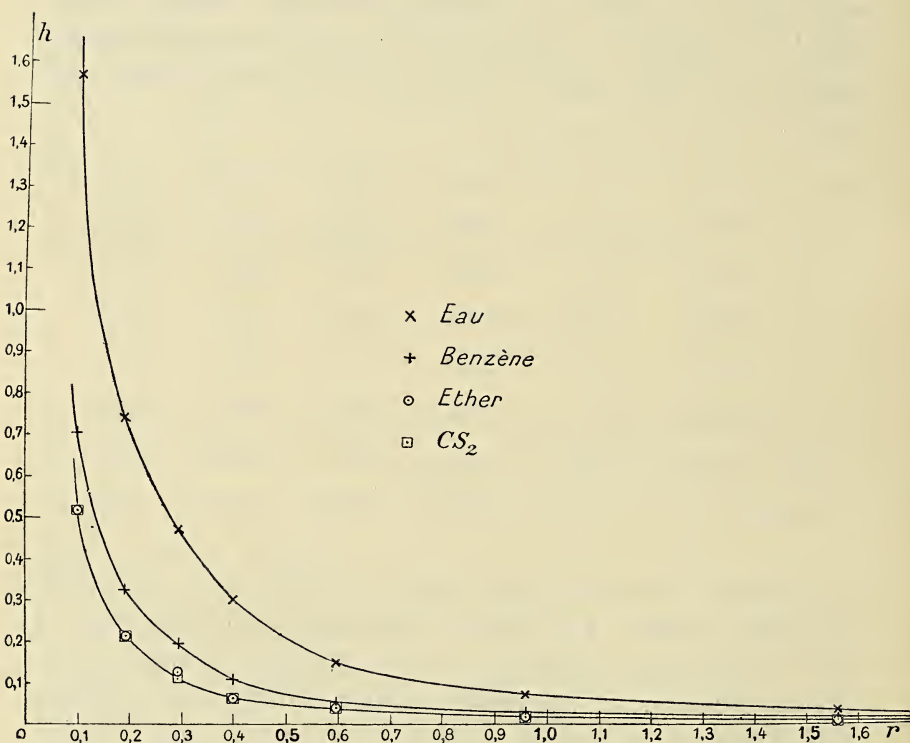


FIG. 1.

La figure 3 prouve que les points qui sont indiqués de la même façon que les points correspondants sur la figure 1, sont



situés sensiblement sur une même courbe I; les écarts qui se présentent doivent être attribués sans aucun doute à des erreurs d'observation. Du côté des petites valeurs de  $\rho$ , la courbe F ( $\rho$ ) tend à se confondre avec l'hyperbole équilatère  $\eta = \frac{1}{\rho}$ , conformément à la formule (1); mais la courbe F ( $\rho$ ) reste toujours en dessous de cette hyperbole, qui est tracée en pointillé sur la figure; l'écart relatif devient même de plus en plus grand à mesure que  $\rho$  augmente: le produit  $\eta\rho$ , au lieu de rester constant, tend vers 0; c'est ce que montre la courbe III de la figure 3, qui représente l'allure du produit  $\eta\rho$ , ainsi qu'elle résulte du tableau suivant:

EAU.		BENZÈNE.		ÉTHER.		CS <sub>2</sub> .	
$\rho = 0,24$	$\eta\rho = 0,98$	$\rho = 0,36$	$\eta\rho = 0,95$	$\rho = 0,42$	$\eta\rho = 0,94$	$\rho = 0,42$	$\eta\rho = 0,96$
0,50	0,94	0,74	0,90	0,86	0,80	0,87	0,82
0,74	0,89	1,10	0,79	1,28	0,68	1,29	0,62
1,03	0,78	1,52	0,60	1,77	0,46	1,78	0,49
1,53	0,57	2,26	0,45	2,63	0,43	2,66	0,43
2,46	0,41	3,63	0,30	4,24	0,28	4,27	0,25
4,01	0,33	5,92	0,27	6,91	0,21	6,97	0,22

En opérant de même sur les flèches des ménisques, nous avons pu constater que les diverses courbes  $e = \varphi(r)$ , représentées

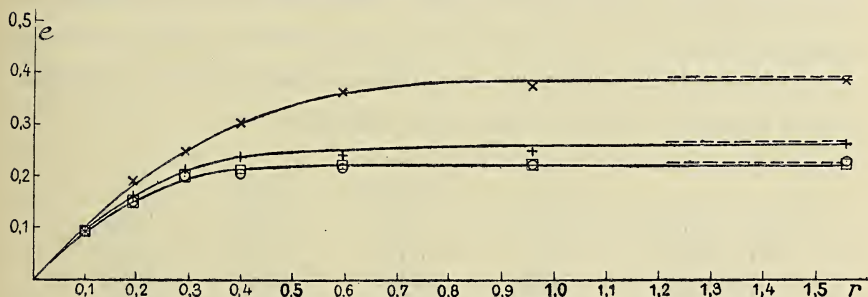


FIG. 2.

dans la figure 2, se ramènent sensiblement à une courbe unique  $= \Phi(\rho)$ , qui commence par s'élever à  $45^\circ$  pour tendre

asymptotiquement vers  $\varepsilon = 1$  (voir la courbe II de la figure 3).

Nous avons mesuré ces flèches au cathétomètre, comme les hauteurs d'ascension. Cette mesure présente quelque difficulté, parce que, si le contour apparent du ménisque se dessine nette-

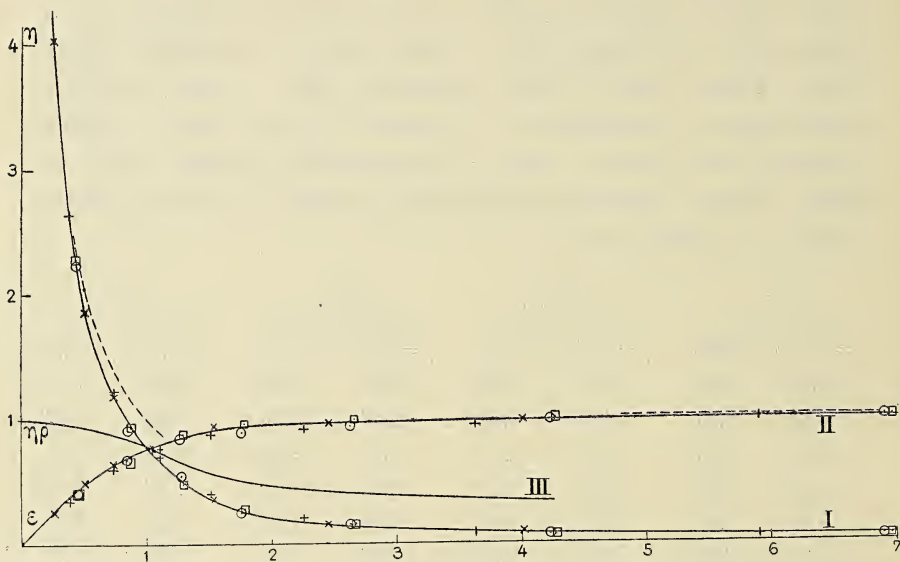


FIG. 3.

ment sur un fond uniformément éclairé, il n'en est pas de même de la ligne de contact avec la paroi. Mais nous avons pu observer assez nettement cette ligne en plaçant derrière le tube un écran portant des traits obliques; ces traits semblent brisés au niveau de la ligne de contact. Nous avons obtenu ainsi :

	EAU.	BENZÈNE.	ÉTHER.	CS <sub>2</sub> .
$r_I = 0,094$	$e = 0,095$	0,091	0,094	0,092
$r_{II} = 0,195$	0,186	0,162	0,154	0,154
$r_{III} = 0,289$	0,246	0,206	0,196	0,196
$r_{IV} = 0,399$	0,302	0,234	0,204	0,213
$r_V = 0,594$	0,364	0,241	0,215	0,220
$r_{VI} = 0,956$	0,374	0,250	0,223	0,222
$r_{VII} = 1,56$	0,383	0,262	0,226	0,222
$r = \infty$	0,389	0,263	0,226	0,224

Dans un tube très large, la flèche du ménisque doit évidemment tendre à devenir égale à la hauteur à laquelle le liquide monte le long d'une paroi plane et verticale ; or, on sait que cette hauteur d'ascension est égale à  $a$ , la racine carrée de la constante capillaire. Ce sont les valeurs de  $a$  pour les divers liquides qui sont indiquées dans la dernière ligne du tableau précédent.

Voici maintenant les valeurs de  $\varepsilon = \frac{e}{a}$  :

EAU.		BENZÈNE.		ÉTHER.		CS <sub>2</sub> .	
$\rho = 0,24$	$\varepsilon = 0,24$	$\rho = 0,36$	$\varepsilon = 0,34$	$\rho = 0,42$	$\varepsilon = 0,42$	$\rho = 0,42$	$\varepsilon = 0,41$
0,50	0,48	0,74	0,62	0,86	0,68	0,87	0,62
0,74	0,63	1,10	0,78	1,28	0,87	1,29	0,88
1,03	0,78	1,52	0,89	1,77	0,90	1,78	0,95
1,53	0,94	2,26	0,92	2,63	0,95	2,66	0,98
2,46	0,96	3,63	0,95	4,24	0,99	4,27	0,99
4,01	0,99	5,92	1,00	6,91	1,00	6,97	0,99

Ces mesures sont encore trop peu précises et trop peu nombreuses dans le voisinage de  $\rho = 0$  pour permettre d'en déduire la valeur de  $m$  dans la formule (5).

Une fois que la courbe  $\tau = F(\rho)$  est connue par des mesures sur un liquide, par exemple sur l'eau, on peut s'en servir pour déterminer la constante capillaire, et par conséquent la tension superficielle, pour n'importe quel autre liquide. Il suffit pour cela, ayant mesuré les hauteurs d'ascension de ce liquide dans divers tubes, et ayant tracé la courbe  $h = f(r)$ , de chercher dans quel rapport on doit agrandir la seconde figure pour la rendre superposable à la première ; ce rapport est égal à l'inverse de la racine carrée de la constante capillaire. Pour trouver ce rapport, on peut tracer des rayons vecteurs à partir de l'origine et chercher le rapport de ces rayons vecteurs ; mais on pourra aussi appliquer avantageusement le procédé des diagrammes

logarithmiques bien connu, imaginé par Raveau et employé depuis par divers auteurs, pour déterminer les éléments du point critique d'une substance dont on a construit le réseau des isothermes. Nous avons l'intention de déterminer de cette façon la tension superficielle au contact de deux couches liquides.

---

Après la lecture de M. Verschaffelt, M. Van der Mensbrugge fait la remarque suivante :

« J'ai écouté avec la plus grande attention la communication qui vient d'être faite à l'Académie; les expériences et les calculs annoncés par l'auteur m'ont paru offrir d'autant plus d'intérêt que j'ai reçu récemment un mémoire de M. le professeur Palladino, de Gênes, intitulé : *Di alcuni inessacti descrizioni sperimentali dei fenomeni capillari*. Je pense que mon jeune confrère pourra trouver facilement la cause des singuliers phénomènes observés par le physicien italien; je ne manquerai pas de lui fournir les renseignements bibliographiques nécessaires. »

---

## CHIMIE. — Sur un état allotropique de l'argent,

par DRAGOMIR PALITSCH, capitaine de l'armée serbe.

Lorsqu'un corps solide entre en solution, il peut arriver que ses molécules conservent leur grandeur ou qu'elles ne la conservent pas. Dans le premier cas, le dissolvant désagrège le corps et pénètre entre les molécules sans les diviser en groupements plus simples. Dans le second cas, le dissolvant désagrège le corps, pénètre dans les molécules du corps solide et simplifie celles-ci en molécules comptant un nombre d'atomes plus petit.

Ce corps apparaît alors sous un état allotropique différent et est doué d'une énergie spéciale.

J'ai cherché à savoir si la grandeur moléculaire de l'argent ordinaire change lorsqu'on le dissout dans le zinc et qu'on le retire de l'alliage Zn-Ag, en dissolvant le zinc dans l'acide chlorhydrique.

Il arrive en effet souvent qu'un élément ou un corps composé, entré dans un mélange ou dans une combinaison sous un certain état, en sort sous un état différent.

### A. — Alliage d'argent et de zinc à 10 % d'argent.

#### Première préparation.

Après m'être assuré de la pureté de l'Ag et du Zn, j'ai opéré la fusion du Zn et de l'Ag dans un creuset en porcelaine dans un four à moufle. Pour empêcher l'oxydation du Zn à haute température, j'ai fondu les métaux sous du borax en y ajoutant un peu de charbon pulvérisé.

Poids d'Ag. . . . .	1 <sup>gr</sup> 313
Poids de Zn. . . . .	13 <sup>gr</sup> 13
Poids d'alliage obtenu . . . . .	14 <sup>gr</sup> 143
Poids de Zn brûlé. . . . .	0 <sup>gr</sup> 3 ou 2.2 %

a) DISSOLUTION.

J'ai attaqué l'alliage par de l'acide chlorhydrique dilué de deux volumes d'eau. A froid, l'attaque a été très lente. Après quatre jours, la dissolution du Zn était loin d'être achevée.

A l'ébullition, la réaction est devenue très vive et le dégagement de l'H violent; il s'est terminé après quatre heures.

L'alliage s'est couvert au début d'une couche de poudre noire. La couleur noire a persisté un certain temps, puis elle a pris un aspect gris foncé, puis gris, et, à la fin de la réaction, la poudre était blanc grisâtre. J'expliquerai plus loin la nature de la poudre noire.

Malgré la dissolution de Zn, l'Ag obtenu conserve d'abord la forme extérieure que l'alliage possédait au moment de sa solidification; mais il a une consistance spongieuse et les bulles d'H qu'il renferme le font même flotter à la surface du liquide. Par lavage à l'eau distillée, la masse spongieuse s'émiette, puis se rassemble en petits grains : ceux-ci sont d'un blanc légèrement grisâtre et conservent cette teinte. Sous l'action d'une pression ou d'un frottement, la poudre prend l'éclat métallique de l'Ag vierge fondu.

b) ANALYSE DE LA POUDRE.

*Première prise d'essai.*

Après dessiccation, j'ai pesé, dans le pèse-filtre, 0<sup>gr</sup>1193 de poudre. J'ai transformé la poudre en nitrate, puis en chlorure d'Ag. J'ai obtenu 0<sup>gr</sup>1559 de AgCl.

Dans 0<sup>gr</sup>1559 d'AgCl, il y a 0<sup>gr</sup>1173 d'Ag.

Donc, dans la poudre, il y a 0<sup>gr</sup>002 ou 1.7 % de Zn.

*Deuxième prise d'essai.*

Poids de poudre . . . . .	0 <sup>gr</sup> 2605
Poids de AgCl . . . . .	0 <sup>gr</sup> 3393
Poids correspondant d'Ag . . . . .	0 <sup>gr</sup> 255

Dans la poudre, il y a 0<sup>gr</sup>0055 ou 2.1 % de Zn.

*Troisième prise d'essai.*

Poids de poudre . . . . .	0 <sup>gr</sup> 2803
Poids de AgCl . . . . .	0 <sup>gr</sup> 3662
Poids correspondant d'Ag . . . . .	0 <sup>gr</sup> 2734

Dans la poudre, il y a 0<sup>gr</sup>0048 ou 1.72 % de Zn.

*Deuxième préparation.*

Un second essai a été fait dans les mêmes conditions que le premier, en employant 0<sup>gr</sup>4626 d'Ag et 4<sup>gr</sup>62 de Zn.

Préparation et dissolution comme dans le premier essai.

*Analyse de la poudre.*

Poids de la poudre . . . . .	0 <sup>gr</sup> 452
Poids de poudre calcinée. . . . .	0 <sup>gr</sup> 4465
Poids de AgCl . . . . .	0 <sup>gr</sup> 59
Poids correspondant d'Ag . . . . .	0 <sup>gr</sup> 4444

Dans la poudre, il y a 0<sup>gr</sup>0076 ou 1.68 % de Zn par rapport à la poudre calcinée. Dans la poudre calcinée, il y a 0<sup>gr</sup>0021 de Zn (ou 0.43 % de Zn).

L'Ag a été calciné préalablement à l'analyse et son poids est descendu de 0<sup>gr</sup>4520 à 0<sup>gr</sup>4465 par suite de la volatilisation d'une partie du Zn. Mais on n'arrive pas à se débarrasser de la totalité du Zn. En outre, l'Ag s'est transformé en une masse blanche agglomérée en petits grains très durs.

*Troisième préparation.*

Un troisième essai, analogue aux deux précédents, a été fait avec 1<sup>gr</sup>876 d'Ag et 18<sup>gr</sup>76 de Zn.

Préparation et dissolution comme aux essais précédents.

*Analyse de la poudre.*

Poids de poudre calcinée . . . . .	1 <sup>gr</sup> 3995
Poids de AgCl . . . . .	1 <sup>gr</sup> 8525
Poids correspondant d'Ag . . . . .	1 <sup>gr</sup> 3924

Dans la poudre, il y a 0<sup>gr</sup>0074 ou 0.53 % de Zn.

L'élévation de la température favorise la dissolution du Zn (sans la rendre absolument complète), mais transforme l'Ag en une variété qui diffère de celle qui se produit tout d'abord : le changement d'aspect et de couleur de la poudre d'Ag permet déjà de constater cette transformation.

Pour éviter de devoir chauffer le dissolvant et l'alliage, tout en ayant une attaque de Zn aussi complète que possible, j'ai diminué la proportion de l'Ag, parce que c'est lui qui englobe une partie du Zn et s'oppose à l'attaque de l'acide. Ensuite je me suis servi, au début de l'attaque, d'HCl dilué, afin d'empêcher l'élévation de température locale qui se produit lorsque le Zn réagit avec de l'acide concentré. Pour terminer, j'ai attaqué l'alliage par l'HCl concentré, dans l'espoir d'enlever les dernières parties de Zn sans provoquer d'élévation de la température et d'éviter la transformation de l'Ag qui en est la conséquence.

Plus tard, j'ai constaté que même à la fin de la réaction, l'attaque par HCl concentré transforme partiellement la variété allotropique de l'Ag. Du reste, le contact prolongé d'un acide suffit à lui seul pour provoquer une telle transformation. Il n'y a pas jusqu'à l'eau qui ne donne lieu, à la longue, à un effet analogue, bien que beaucoup moins accentué.

Voici du reste ce que j'ai pu constater.



B. — Alliage d'argent et de zinc à 7 % d'argent.

a) *Préparation.*

Poids d'Ag . . . . .	28 gr.
Poids de Zn . . . . .	379 gr.

J'ai fait la fusion sous borax dans le four Perrot.

La coulée de l'alliage a eu lieu dans l'eau.

b) *Dissolution.*

J'ai attaqué l'alliage le premier jour par l'HCl dilué de deux fois son volume d'eau. Après vingt-quatre heures, j'ai remplacé la solution de  $ZnCl^2$  par l'HCl de même concentration; de même après quarante-huit heures. Le quatrième jour, l'HCl ne provoquait plus guère de dégagement d'H. L'alliage était devenu friable et se laissait diviser facilement en morceaux par une baguette de verre.

La couleur de l'alliage était d'un gris sombre.

Durant toute l'attaque, le liquide ne s'est guère échauffé au-dessus de la température ambiante.

L'action de l'HCl concentré sur la poudre provoque un dégagement d'H assez vif, mais qui se termine bientôt. Une nouvelle addition d'acide concentré, faite le lendemain, n'a plus donné lieu à la moindre réaction : la solution acide ne renferme plus, du reste, de trace de Zn.

J'ai donc considéré la réaction comme achevée.

La partie de l'alliage non attaquée par l'HCl avait l'aspect d'une poudre blanc grisâtre conservant la même forme et le même volume que l'alliage primitif.

Seulement, le Zn ayant été enlevé par l'HCl, la densité de la poudre a beaucoup diminué et quelques flocons ont surnagé sur le liquide. Lavés à l'eau, ces flocons s'aggloméraient en grains et changeaient quelque peu de couleur; celle-ci devenait plus blanche. L'élévation de température produisait le même effet. Sous la pression, la poudre devenait brillante.

c) *Analyse de la poudre.*

J'ai lavé la poudre à froid ; je l'ai desséchée dans le vide dans l'exsiccateur ; après cinq jours, le poids de la poudre était devenu constant. Je l'ai alors analysée.

Poids de la poudre . . . . .	4 <sup>gr</sup> 72
Poids de AgCl . . . . .	6 <sup>gr</sup> 199
Poids correspondant d'Ag . . . . .	4 <sup>gr</sup> 669
Poids de l'AgCl qui se trouvait dans la poudre . . . . .	0 <sup>gr</sup> 005
Poids de Zn . . . . .	0 <sup>gr</sup> 046 ou 1.07 %

La poudre ne s'est pas dissoute complètement dans l'HNO<sup>3</sup>. J'ai pesé la poudre non dissoute, et son poids a été de 0<sup>gr</sup>005, c'est-à-dire 0.1 % du poids de la poudre. La poudre non dissoute dans HNO<sup>3</sup> est devenue violette à la lumière et s'est dissoute dans H<sup>3</sup>N. C'est donc AgCl provenant de ce que HCl concentré attaque l'Ag en poudre.

J'ai fait encore une analyse sur 2<sup>gr</sup>321 de poudre et j'ai trouvé qu'elle contient 1<sup>gr</sup>02 % de Zn.

Donc la dissolution du Zn est favorisée lorsqu'on attaque l'alliage moins riche en Ag par de l'acide concentré. Elle n'est pas complète, mais la proportion de Zn qui reste, 1 %, mélangé avec 99 % d'Ag, n'empêche pas de déterminer les propriétés de cet Ag.

Plus tard, j'ai lu dans les travaux de Mylius et Fromm (étude faite sur la préparation de l'alliage Zn-Ag par voie humide) (1) que l'eau oxygénée légèrement acide dissout le Zn et laisse l'Ag cristalliser.

**Vérification de l'état allotropique de l'argent en poudre.**

On admet qu'un corps existe sous plusieurs états allotropiques quand on peut l'obtenir sous diverses formes qui possèdent des propriétés différentes.

---

(1) *Berl. chem. Gesell.*, 27, 1894, 630.

Parmi les propriétés qui peuvent entrer en considération : *énergie chimique, poids spécifique, chaleur spécifique, solubilité, conductibilité électrique, couleur, forme cristalline, etc.*, il n'est guère possible d'en citer une dont l'influence soit prédominante et qui constituerait une sorte de critérium de l'allotropie : il faut se baser sur un *ensemble de propriétés*, sans pourtant attribuer une importance trop grande à des propriétés secondaires (couleur, etc.), ni rejeter l'existence de l'allotropie lorsque ces différences ne se manifestent pas dans *toutes* les propriétés.

J'ai déterminé d'abord la densité de l'argent en poudre, puis sa conductibilité électrique et ensuite sa chaleur de transformation.

#### Densité de l'argent en poudre.

La densité de l'Ag en poudre a été déterminée par la méthode de la balance hydrostatique.

J'ai apporté des soins particuliers et j'ai pris toutes les précautions recommandées (voir Stas) pour chasser complètement tous les gaz que la poudre pouvait retenir.

Quand le poids de la poudre immergée fut devenu constant (après sept à huit jours) (1), j'ai enlevé tout le système de la balance, j'ai chauffé de nouveau le pèse-filtre avec la poudre à la température de 30°, et je les ai portés sous la trompe pour provoquer l'ébullition et le départ éventuel des gaz.

#### DÉTERMINATION DE LA DENSITÉ.

Alliage 7 % Ag et 93 % Zn.

Traitement : attaque par l'HCl dilué, puis concentré, à froid et à la lumière.

Conservation de la poudre : dans l'acide exposé à la lumière.

---

(1) Voir SPRING, *Remarques sur la détermination de la densité des corps en poudre fine*. (BULL. DE L'ACAD. ROY. DE BELGIQUE [Classe des sciences], 1907, p. 684.)

*Premier essai.*

G (poids de la poudre dans l'air) . . . . .	<b>1 5028</b>
V (volume). . . . .	<b>0.1426</b>
D (densité). . . . .	<b>10.5385</b>

*Deuxième essai.*

G (poids de la poudre dans l'air) . . . . .	<b>2.8374</b>
V (volume). . . . .	<b>0.2884</b>
D (densité). . . . .	<b>10.5715</b>

*Troisième essai.*

G (poids de la poudre dans l'air) . . . . .	<b>3.1115</b>
V (volume). . . . .	<b>0.2955</b>
D (densité). . . . .	<b>10.5291</b>

Les conditions de température étaient à peu près les mêmes dans les trois essais; l'influence de la pression barométrique était négligeable : je n'en ai pas tenu compte.

La moyenne obtenue pour la densité de l'Ag à la température d'eau de 10° est de **10.5464**.

Une seconde série d'essais a été faite en prenant encore de plus grandes précautions. J'ai veillé notamment à ne pas chauffer au delà de 25° l'eau dans laquelle se trouvait la poudre, quitte à la laisser plus longtemps sous le vide afin d'expulser tous les gaz de l'eau et de l'Ag.

Les résultats obtenus sont les suivants :

*Premier essai.*

G (poids de la poudre dans l'air) . . . . .	<b>3.1450</b>
V (volume). . . . .	<b>0.3016</b>
D (densité). . . . .	<b>10.4262</b>

*Deuxième essai.*

G (poids de la poudre dans l'air) . . . . .	3.150
V (volume) . . . . .	0.3113
D (densité) . . . . .	10.438
Pression barométrique . . . . .	755 mm.
Température de l'eau . . . . .	10°

*Troisième essai.*

G (poids de la poudre dans l'air) . . . . .	3.3589
V (volume) . . . . .	0.3211
D (densité) . . . . .	10.4510
Pression barométrique . . . . .	742 <sup>mm</sup> 6
Température de l'eau . . . . .	9°

La densité moyenne de ces essais est de **10.437**.

Pour comparer cette valeur à la densité de l'Ag qui a été fondu, j'ai déterminé la densité de celui-ci en me servant des mêmes appareils et en procédant de la même manière que pour la détermination de la densité de l'Ag en poudre.

*Premier essai.*

G (poids de l'Ag dans l'air) . . . . .	10.4312
V (volume) . . . . .	0.9886
D (densité) . . . . .	10.5510

*Deuxième essai.*

G (poids de l'Ag dans l'air) . . . . .	10.4312
V (volume) . . . . .	0.9912
D (densité) . . . . .	10.5233

*Troisième essai.*

G (poids de l'Ag dans l'air) . . . . .	9.8230
V (volume) . . . . .	0.9318
D (densité) . . . . .	10.542

Les deux séries d'essais effectuées avec la poudre d'Ag donnent respectivement les densités **10.5464** et **10.437**. Ces nombres diffèrent trop peu de celui que j'ai obtenu pour l'Ag ordinaire, soit **10.5338**, pour pouvoir conclure à une variété différente, les écarts observés étant de l'ordre de grandeur des erreurs d'expérience.

J'ai pensé alors à écarter toutes les causes qui sont capables d'altérer l'Ag en poudre. La chaleur en étant la principale, j'ai dissous l'alliage à 0° dans l'HCl dilué de *cinq fois son volume d'eau*. La vitesse de dissolution est fonction de la concentration de l'acide et de la forme de l'alliage; ce sont surtout les élévations locales de température qui accélèrent la réaction et, par suite, altèrent l'Ag (expériences de Spring).

Pour avoir une poudre bien homogène, je suis parti d'un alliage homogène Ag-Zn. L'étude de la courbe de fusion des alliages Ag-Zn faite par Haykok et Neville (1) et par Petrenko (2) montre que l'Ag et le Zn forment une solution homogène (alliage eutectique, d'après certains auteurs) à leur température de fusion, lorsque la teneur en Ag, ne dépasse pas 3.25 %. Il se forme aussi une autre solution homogène lorsque l'alliage renferme 26 % de Zn. Seulement le point de fusion de cet alliage est très élevé et son attaque par HCl n'est pas aussi aisée, à cause de la prédominance de l'Ag. Aussi me suis-je tenu à un alliage renfermant 3.25 % d'Ag dont l'attaque par l'HCl est très facile.

PRÉPARATION DE L'ALLIAGE. — Composition de l'alliage : 98 % du poids atomique de Zn et 2 % du poids atomique d'Ag, ce qui correspond à 3.25 % d'Ag et 96.75 % de Zn ( $248^{sr}6 \text{ Zn} + 8^{sr}3 \text{ Ag}$ ). J'ai opéré avec un peu moins d'Ag de façon à avoir un léger excès de Zn (9.1).

---

(1) *Journal of the Chemical Society*, 71, p. 383.

(2) *Zeitschrift für anorg. Chemie*, 48, 1906, p. 347.

J'ai obtenu de la sorte 253<sup>gr</sup>42 d'alliage; il y a donc eu perte de 248<sup>gr</sup>6 + 8<sup>gr</sup>045 — 253<sup>gr</sup>42), ou 1<sup>gr</sup>223 de Zn.

J'ai opéré avec un peu plus de Zn pour être certain de rester dans la phase qui forme une solution homogène à la température de fusion.

J'ai fondu les métaux sous le borax. J'ai coulé l'alliage dans l'eau.

DISSOLUTION DE L'ALLIAGE. — J'ai attaqué l'alliage par l'HCl dilué de cinq fois son volume d'eau à la température de 0°. Après un jour, l'alliage s'est recouvert d'une couche de poudre noire. J'ai remplacé deux fois par jour la solution d'acide chlorhydrique dont la température était préalablement ramenée à 0°. Au fur et à mesure de l'attaque, la quantité d'Ag en poudre augmentait, en même temps que sa couleur changeait légèrement, de façon à devenir grise le septième jour.

La poudre noire qui se sépare en premier lieu n'est autre chose que l'alliage Ag-Zn. Après deux jours d'attaque, j'ai enlevé une certaine quantité de la poudre pour l'analyser. Après lavage et dessiccation, je l'ai dissoute dans HCl concentré et à chaud; après filtration, j'ai dosé l'Ag dans la poudre restée sur le filtre et le Zn dans le filtrat.

Poids de poudre noire (alliage Ag-Zn) . . . .	0 <sup>gr</sup> 4444
Poids d'Ag dans la poudre . . . . .	0 <sup>gr</sup> 1623
Poids de Zn . . . . .	0 <sup>gr</sup> 2821

Donc il se sépare d'abord un alliage ayant pour composition 36.5 % d'Ag et 63.5 % de Zn. Mais son existence est éphémère : HCl attaque bientôt le Zn qu'il renferme et ne laisse que l'Ag gris.

DÉTERMINATION DE LA DENSITÉ. — J'ai procédé comme je l'ai dit plus haut pour l'alliage à 7 % d'Ag et 93 % de Zn avec la

seule différence que je n'ai pas du tout chauffé l'eau dans le vase contenant la poudre. Je l'ai tout simplement soumis au vide et je l'ai laissé sur la balance jusqu'à constance du poids.

*Premier essai.*

G (poids de la poudre dans l'air) . . . . .	<b>2.2053</b>
V (volume) . . . . .	<b>0.2269</b>
D (densité) . . . . .	<b>9.719</b>
Pression barométrique. . . . .	754 <sup>mm</sup> 3
Température. . . . .	13°
Température de l'eau et de la salle des balances .	15°

*Deuxième essai.*

G (poids de la poudre dans l'air) . . . . .	<b>2.1939</b>
V (volume). . . . .	<b>0.218</b>
D (densité) . . . . .	<b>9.958</b>
Pression barométrique. . . . .	768 mm.
Température. . . . .	18°
Température de l'eau et de la salle des balances .	13°

Le nombre un peu plus élevé que m'a donné ce deuxième essai est dû, je pense, à un contact plus prolongé de l'acide et de l'eau ainsi qu'à l'influence de la lumière. Ces différents agents, ainsi que la durée de l'expérience, ont pu avoir une action assez sensible pour transformer partiellement la variété d'Ag gris en Ag ordinaire.

J'ai alors préparé un deuxième alliage semblable (261 grammes Zn + 8<sup>gr</sup>666 Ag), en ayant soin de sécher dans le vide la poudre d'Ag obtenue et de la conserver dans l'obscurité.



DÉTERMINATION DE LA DENSITÉ. — Une légère variante a été introduite ici pour faciliter le départ des bulles d'air de la poudre d'Ag.

Au-dessus du vase contenant la poudre d'argent, j'ai posé un entonnoir dans lequel j'ai placé un petit cristalliseur contenant de l'eau bouillie préalablement et refroidie. Lorsque j'ai fait le vide sous la cloche, quelques faibles secousses ont suffi pour faire déborder de l'eau du cristalliseur et la faire passer dans l'entonnoir et dans le vase, de façon à remplir ce dernier jusqu'au trois quarts de sa hauteur. Aussitôt la poudre immergée, le départ des gaz s'est produit brusquement et a donné l'apparence d'une vive ébullition.

On comprend du reste sans peine que l'eau s'introduise plus facilement dans les pores de la poudre privée d'air.

*Premier essai.*

G (poids de la poudre dans l'air) . . . . .	<b>2.1939</b>
V (volume) . . . . .	<b>0.2303</b>
D (densité) . . . . .	<b>9.958</b>
Pression barométrique. . . . .	749 mm.
Température. . . . .	14°
Température de l'eau et de la salle . . . . .	13°

*Deuxième essai.*

G (poids de la poudre dans l'air) . . . . .	<b>2.1463</b>
V (volume). . . . .	<b>0.2164</b>
D (densité). . . . .	<b>9.918</b>
Pression barométrique. . . . .	755 mm.
Température. . . . .	17°
Température de l'eau et de la salle . . . . .	16°

*Troisième essai.*

G (poids de la poudre dans l'air) . . . . .	<b>2.2530</b>
V (volume) . . . . .	<b>0.2256</b>
D (densité). . . . .	<b>9.987</b>
Pression barométrique. . . . .	763 mm.
Température. . . . .	17°
Température de l'eau et de la salle . . . . .	18°

*Quatrième essai.*

G (poids de la poudre dans l'air) . . . . .	<b>2.5727</b>
V (volume) . . . . .	<b>0.2522</b>
D (densité). . . . .	<b>10.019</b>
Pression barométrique. . . . .	761 <sup>mm</sup> 8
Température. . . . .	15°
Température de l'eau et de la salle . . . . .	15°

La densité moyenne de ces quatre essais est de **9.9705**. Les corrections dues à la pression atmosphérique, température de l'eau et de la salle des balances sont si faibles qu'on peut les négliger. La correction importante est celle qui est due à la présence de Zn dans la poudre. J'ai fait plusieurs analyses et j'ai trouvé comme moyenne 2% de Zn.

En se basant sur une densité de 7 pour le Zn j'ai apporté une formule de correction à la valeur observée pour la densité de l'Ag.

La moyenne de la densité de la poudre après la correction est égale à **10.0862**. Ce nombre est bien différent de la densité de l'Ag fondu, qui est égale à **10.5338**, et *ce fait seul permet déjà de conclure que l'Ag en poudre est une nouvelle variété allotropique.*

Les molécules d'Ag ordinaire sont divisées dans l'alliage

Zn-Ag en groupements plus simples et les molécules de la nouvelle variété (Ag en poudre) contiennent un nombre d'atomes plus petit.

**Détermination de la force électromotrice entre l'argent en poudre et l'argent compact.**

Les deux variétés de l'Ag m'ont servi comme électrodes que j'ai immergées dans une solution de  $\text{AgNO}_3$  au  $\frac{1}{10}$ . Les électrodes ont été mises en circuit avec un galvanomètre d'Arsonval à l'aide de deux fils d'Ag.

Il s'est produit un courant dont la différence de potentiel a été de 0.12 volt. L'Ag en poudre a joué le rôle de pôle positif.

Il est important de noter que le courant, après avoir atteint une certaine valeur (0.12 volt), faiblit et qu'après un certain temps il devient nul.

Ce fait est dû à l'effet du courant électrique sur la poudre ; celle-ci se transforme en variété allotropique, identique à celle de l'Ag fondu.

Pour être sûr que la force électromotrice est due au contact des différentes variétés allotropiques de l'Ag et non pas à une autre cause, j'ai refait la même expérience dans les mêmes conditions, en prenant pour les deux électrodes de l'Ag fondu. En fermant le circuit, je n'ai observé aucun courant.

**Détermination de la chaleur de transformation.**

J'ai vérifié si cet *argent allotropique* brûle dans la bombe calorimétrique de Berthelot. Sous un courant de deux ampères et dix volts et sous une pression d'O de 40 atmosphères, je n'ai pu obtenir aucun résultat.

Je n'ai pas été plus heureux en me servant de la voie humide en vue de comparer la chaleur de dissolution dans  $\text{HNO}_3$  de l'Ag en poudre et de l'Ag métallique.

En effet, la première variété se dissout instantanément, tandis que l'Ag métallique, même en feuilles très fines, demande un temps bien plus considérable. De plus, les quantités de substance que l'on est obligé d'employer (2 grammes environ) ne donnent lieu qu'à une élévation de température très faible ( $0^{\circ}3$ ), ce qui rend la comparaison d'autant plus difficile.

MÉTHODE EMPLOYÉE PAR BERTHELOT. — Elle consiste à mesurer la chaleur dégagée pendant la dissolution du métal très divisé dans un poids toujours identique de mercure employé comme liquide calorimétrique à la température ordinaire.

Si l'on admet, avec Berthelot, que l'état final de l'amalgame est toujours le même, quelle que soit la variété allotropique employée, on pourra regarder la différence observée entre les quantités de chaleur dégagées comme égale à la chaleur de transformation des états allotropiques expérimentés. Cette méthode est simple et rapide.

Il convient surtout de placer dans le calorimètre un poids de mercure assez grand pour que la dissémination du métal solide soit prompte et complète, la constance de la température suffisamment assurée et l'écart thermométrique susceptible d'une mesure convenable.

Le mercure est contenu dans un calorimètre en verre ; on l'agite vivement en tous sens, en employant le thermomètre même comme agitateur. Au début, l'Ag surnage un peu, mais l'amalgamation s'accomplit très rapidement et le système devient homogène par suite d'une dissémination uniforme de l'Ag.

J'ai admis, avec Berthelot (1), que l'état final de l'amalgame est le même, quelle que soit la variété d'Ag mise en œuvre ; mais je ferai pourtant remarquer que Berthelot n'a pas prouvé sa proposition. On ne pourra la considérer comme certaine que lorsqu'elle se basera sur une vérification expérimentale, qui est encore à faire.

---

(1) *Annales de chimie et de physique*, 7<sup>e</sup> série, t. XXII, p. 320.

EXPÉRIENCES. — Le poids de mercure employé comme dissolvant a été de 1,313 grammes; il occupait un volume un peu inférieur à 100 centimètres cubes.

Poids d'Ag : 2 grammes.

La température initiale a été comprise entre 18°46 et 22°37 (expériences de Berthelot : 9° à 14°). Les variations par l'effet de la réaction ont atteint au maximum 0°92 (expériences de Berthelot : maximum, 0°75). Les expériences ont duré de dix secondes à huit minutes (expériences de Berthelot : de dix à quinze minutes). Chaque mesure a été répétée au moins trois fois (expérience de Berthelot : deux fois). Dans tous les cas, le dégagement de la chaleur a été mesuré au moyen du thermomètre Beckmann.

#### 1° Argent en poudre.

Provenance : alliage Ag-Zn; 2.25 % Ag, 96.75 % Zn.

Trois essais. Variations thermométriques : + 0°91, + 0°92 et 0°89.

Corrigées : + 0°91, + 0°92 et 0°89.

Variation moyenne : + 0°906.

Températures initiales : 22°37, 20°78, 22°36.

La dissolution de l'Ag dans le mercure est presque instantanée; le thermomètre monte brusquement et commence à descendre après dix secondes.

#### 2° Argent en feuilles battues.

Trois essais. Variations thermométriques corrigées : + 0°40, + 0°396, + 0°418.

Variation moyenne : 0°4046.

Températures initiales : 18°46, 19°04, 21°34.

Durée de la dissolution de l'Ag : environ huit minutes.

Il ressort de ces expériences et de celles faites par Berthelot et M<sup>lle</sup> Romm sur d'autres variétés allotropiques d'Ag (1) que la chaleur d'amalgamation diffère notablement suivant la variété de l'Ag employée; elle dépasse en tout cas de beaucoup les erreurs d'expérience. La conclusion qui s'en dégage est la même que celle que j'ai déduite des déterminations de la densité : *L'argent présente des états allotropiques.*

En effet, si l'état final de l'amalgame est le même quelle que soit la variété de l'Ag (Berthelot), il est bien certain que les différences observées dans les changements de la température proviennent des différences d'énergie. On pouvait du reste s'attendre à ce que l'Ag divisé à moindre densité, dont les molécules contiennent un nombre d'atomes plus petit, possède une énergie plus considérable (0°906) que l'argent battu à densité plus forte (0°405).

Si l'on admet que l'état final de l'amalgame est différent, les expériences ne perdent rien de leur valeur : elles prouveraient également que les variétés employées sont des états allotropiques; sinon on ne pourrait comprendre la formation d'états finaux différents.

Quoi qu'il en soit, du reste, des idées admises à présent sur la nature des alliages et des amalgames, il paraît bien que les conclusions de Cohen sur l'inexistence des états allotropiques de l'Ag sont trop radicales.

Ce chimiste estime que les essais de Berthelot sur les variétés de l'Ag (ainsi que ceux de Thomson sur les variétés de l'Au) accusent des différences trop faibles pour permettre une conclusion certaine. Ses propres essais, consistant dans la détermination de la force électromotrice, n'ont pas relevé non plus des différences sensibles suivant les variétés de l'Ag employées. Tout au plus Cohen fait-il des réserves au sujet de la variété obtenue par Carey Lea, qui nécessite encore un examen plus approfondi.

---

(1) Travail qui paraîtra bientôt.

Nous nous trouvons maintenant en présence de résultats de mesures thermiques et électriques plus accentués et de nature à permettre de conclure avec plus de certitude.

Les observations que j'ai pu faire sur l'aspect extérieur des amalgames produits dans les deux cas semblent devoir conduire à des différences de l'état final : l'amalgame obtenu avec la poudre est plus ou moins plastique, tenant un excès de mercure en suspension, que l'on peut éliminer plus ou moins par pression. L'amalgame obtenu en partant de l'Ag préparé autrement est de consistance plus ferme et ne contient pas de mercure en excès. Mais cette différence extérieure pourrait être due uniquement à ce que, dans le premier cas, l'Ag est introduit dans le mercure sous une forme pulvérulente, et, dans le second cas, en morceaux plus compacts.

Il serait du plus haut intérêt de faire une étude complète des amalgames en général au point de vue des états d'équilibre qu'ils présentent, en tenant compte de la loi des phases de Gibbs. Il est en effet curieux de constater le nombre considérable de travaux effectués dans ces dernières années ainsi que les beaux résultats auxquels ils ont conduit, grâce à cette conception, sur les états d'équilibre des corps en mélange. Ces études, entreprises d'abord sur les liquides, ont également donné d'excellents résultats avec des mélanges.

Une étude de l'espèce n'a pas été faite, à ma connaissance, en ce qui concerne les amalgames; elle n'irait peut-être pas sans difficultés, mais elle vaut la peine d'être entreprise et je me propose de la tenter à l'occasion.

#### Vérification des mesures calorimétriques.

J'ai chauffé la poudre d'Ag vers 200° pour changer son état allotropique. J'ai dissous alors 2 grammes de poudre dans 1,313 grammes de mercure et j'ai obtenu le résultat suivant :

Variation thermométrique corrigée + 0°62. La durée de la dissolution était de quatorze minutes.

Il suffit de comparer ce résultat avec ceux de la page 411 pour conclure à un état allotropique qui se transforme en Ag ordinaire sous l'effet de la chaleur.

#### Conclusions.

Il résulte de cette étude que plusieurs propriétés (densité, chaleur d'amalgamation, force électromotrice, couleur, solubilité) établissent une différence évidente entre l'argent brillant et la poudre grise obtenue en partant des alliages Ag-Zn; s'il est vrai que d'autres corps montrent des différences plus grandes dans les propriétés de leurs états allotropiques, on reconnaîtra que ce n'est là qu'une question de quantité sans influence sur le fait en lui-même. Qu'il me suffise du reste de rappeler que bien d'autres corps, pour lesquels l'existence d'une allotropie est reconnue, ne donnent lieu qu'à de faibles différences entre certaines de leurs propriétés. Un seul exemple nous suffira à cet égard : la densité du S rhomboédrique est comprise entre 2.06 et 2.07; celle du S monoclinique est de 1.96.

Liège. Institut de chimie générale

---

Le travail de M. E. Landau, de Göttingen, dont la Classe a voté l'impression, sera inséré dans le prochain Bulletin : *Sur les valeurs moyennes de certaines fonctions arithmétiques.*





*Séance générale des trois Classes du 2 mai 1911.*

M. ÉMILE MATHIEU, directeur de la Classe des beaux-arts et président de l'Académie.

M. le chevalier EDMOND MARCHAL, secrétaire perpétuel.

Sont présents :

CLASSE DES SCIENCES. — MM. Ch. Francotte, *vice-directeur*; C. Malaise, Ch. Van Bambeke, G. Van der Mensbrugge, W. Spring, M<sup>el</sup> Mourlon, P. Mansion, P. De Heen, C. le Paige, Ch. Lagrange, J. Deruyts, A. Jorissen, P. Pelseneer, A. Gravis, A. Lameere, Ch. de la Vallée Poussin, Th. Durand, Max. Lohest, *membres*; A. Demoulin, A. de Hemptinne, P. Stroobant, *correspondants*.

CLASSE DES LETTRES ET DES SCIENCES MORALES ET POLITIQUES. — MM. J. Leclercq, *directeur*; Maurice Wilmotte, *vice-directeur*; le baron de Borchgrave, S. Bormans, le comte Goblet d'Alviella, P. Fredericq, H. Denis, P. Thomas, Ern. Discailles, V. Brants, A. Beernaert, H. Pirenne, Ern. Gossart, J. Lameere, A. Rolin, M<sup>ce</sup> Vauthier, Fr. Cumont, J. Vercoullie, *membres*; W. Bang, *associé*; Eugène Hubert, *correspondant*.

CLASSE DES BEAUX-ARTS. — MM. G. De Groot, Max. Rooses, J. Winders, E. Janlet, Edg. Tinel, L. Lenain, L. Frédéric, J. Brunfaut, *membres*.

---

**Rapport sur les travaux de la Commission  
de la « Biographie nationale » pendant l'année 1910-1911,**

par M<sup>r</sup> FERD. VANDER HAEGHEN, secrétaire-trésorier.

MESSIEURS,

Pendant l'année académique 1910-1911, la Commission de la *Biographie nationale* a été cruellement éprouvée par la mort de deux de ses membres et de cinq de ses collaborateurs.

Qu'il me soit permis de rendre hommage à leur mémoire et d'évoquer d'abord le souvenir de nos deux collègues, tous deux délégués de la Classe des beaux-arts : MM<sup>rs</sup> Florimond van Duyse, décédé à Gand, le 18 mai 1910, et Jean Robie, décédé à Bruxelles, le 8 décembre 1910.

M<sup>r</sup> Robie faisait partie depuis le 10 mai 1893 de la Commission; il y avait remplacé M<sup>r</sup> Rousseau. L'artiste de talent se doublait en lui d'un écrivain exquis et d'un confrère aimable par l'aménité de son caractère et le charme de sa conversation.

M<sup>r</sup> van Duyse était également assidu à nos réunions. Il avait été élu membre de la Commission le 1<sup>er</sup> décembre 1908, en remplacement de M<sup>r</sup> Adolphe Samuel, et sa mort prématurée nous prive trop tôt de son précieux appui. Musicologue éminent, bien connu par ses recherches sur la chanson flamande, il nous prêtait le concours de sa compétence autorisée et il rédigea de nombreuses biographies de musiciens anciens et modernes. Les 37 articles qu'il a écrits, et parmi lesquels je me bornerai à citer ceux consacrés à Ockegem et à Pevernage, demeureront d'utiles contributions à l'histoire de la musique en Belgique (1).

---

(1) En voici la liste : J. van Ockegem, G. de Orto, A. de Peellaert, A. Pevernage, M. Pipelare, N.-J. Platel, P.-J. Plouvier, M. Pottier, J. Prioris, S. de Quereu, Ph. Quinns, J.-J. et J.-T. Radoux, P. de Raedt, D. de Raick, A. Ramoux,

Parmi les autres collaborateurs qui nous ont été enlevés, se trouvent encore deux de nos confrères : M<sup>r</sup> Félix Plateau (1), professeur émérite de l'Université de Gand, membre de la Classe des sciences, décédé à Gand, le 4 mars 1911, et le R. P. Charles De Smedt (2), président de la Société des bollandistes, membre de la Classe des lettres, décédé à Bruxelles, le même jour. Savants de premier ordre dans leur sphère d'activité respective, ils voulaient bien consacrer une partie de leur temps à notre recueil.

Mentionnons ensuite l'érudit archiviste, M<sup>r</sup> Léopold Devil-  
lers, membre de la Commission royale d'histoire, décédé à  
Mons, le 22 mai 1910, d'une activité inlassable, admira-  
blement documenté sur l'histoire du Hainaut et à qui nous ne  
devons pas moins de 187 notices (3); — le comte de Limburg

---

L.-A. Raoux, A.-G. Ravets, J.-Fr. Redin, J. Regis, Ch., Fr., J. et P. Regnard, N. Renekin, H. Renotte, J. Richafort, Fr. Riga, Robert de Flandre, P. de Rocour, Rogier Pathie, Ph. Rogier, A. de Ronghe, C. de Rore, J.-B. Roucourt, J. de Ruyter, L.-J. Sacré.

(1) Nous lui devons la biographie de J.-Ch. Puls.

(2) Il a retracé dans notre recueil la vie du P. Ch. de Noyelle ainsi que des saints et saintes suivants : Norbert, Plechelm, Ragenulfe, Reinelde, Rembert, Rictrude, Rolende, Rombaut et Rotrude.

(3) En voici la liste : H.-J. de Gorge, S. Guillemot, M. de Haize, J. de Harcourt, N. Hardenpont, J. Haynin, Heidilon, P. Henne, H. Henri, H. de Hertain. R. de Houdeng, P. van Humbeek, J. Huwellin, J.-B. Laisné, Ph. Laitat, Ch., G., L. et Ph de Lalaing, Lambert I et II, évêques, J.-B. Lambiez, P. de Lampenaire, Ch. Lamy, Ch. et N. de Landas, Fr. de Laoust, S. de Laroche, Ph. de Lattre, H. Le Bèghe, H., J., P., Pierre, P.-J. et S. Le Boucq, J.-B. Le Carpentier, A. de Le Cauchie, H. et J. Le Clercq, N. Lecreux, A. et L. Le Doulx, Ph. et P. Le Duc, Gasp., Guill. et J. Le Febvre, M. Le Fort, J. Le Groux. L. Le Louchier, J. Leloup, I. Le Maistre, A. Le Mayeur, J. Lengherand, J. Le Noir, J. de Lens, P. Le Poivre, J. Le Prévost, B., H. et Th. Le Roy, J. L'Espessier, Ch. et M. Le Tellier, de Leuze, J. Le Vaillant, J. de Leye, G. L'Heureux, P. Liébart, Lindulphe, D., Jacq. et J. Longhehaye, R. Macquereau, Fr. Magnée, N. Mahieu, J. de Maleingreau, J. Mansel, E. Manteau, Margot de Hainaut, Marguerite de Bourgogne, A. Marocquin, J. Martin, P. Melsnyder, A. de Melun, Ch. Michel, G. Migeot, J. Mondez, A. Monjot, J. Monoyer, G. Moreau, J. Morel, J. et U. Narez, G. Nemius, G. Nettelet, Ph. Neute, J. Neutre, G. et J. Nicolaï, J. et S. Nockart, Fl. Nollet, F. Noteau, A. Obert, Ode, J. O'Dwyer, J. et Th. d'Offignies,

Stirum (1), sénateur, président du Conseil héraldique et de la Commission pour la publication des anciennes lois et ordonnances, décédé à Bruxelles, le 6 mars 1914 ; — M<sup>r</sup> Alphonse Diegerick (2), archiviste de l'État, décédé à Gand, le 6 avril 1911.

Nous ressentons vivement la perte de ces dévoués collaborateurs et nous tenons à consigner ici l'expression de nos sincères et profonds regrets.

A la clôture du dernier exercice, une place de délégué de la Classe des sciences restait vacante dans la Commission, par suite du décès de M<sup>r</sup> Fraipont ; le 5 novembre 1910, la Classe a appelé M<sup>r</sup> Charles Francotte à l'occuper. De son côté, la Classe des beaux-arts a fait choix, le 10 novembre 1910, de M<sup>r</sup> Émile Mathieu, son directeur actuel, pour remplacer M<sup>r</sup> van Duyse. Il lui restait encore à pourvoir au remplacement de M<sup>r</sup> Robie : M<sup>r</sup> Louis Lenain vient d'être élu.

Vous avez reçu au mois d'août 1910 le troisième fascicule du tome XX, contenant la table générale des articles fournis aux vingt premiers volumes de la *Biographie nationale* par les divers collaborateurs. On a apprécié l'utilité pratique de ce répertoire, qui ne comprend pas moins de 440 colonnes d'impression.

---

E. et Th. Olivier, Onulphe, Ordin, Ch. Ouvertus, J. d'Oge, H. Paquié, N. Parent, F. Paridaens, Ph. Parmentier I et II, G. de Patoul, Patralie, L. Paulet, N. Payen, R. Payez, P. Pennequin, C. et Ch. Périn, S. Pœuet, L., L.-M., Ph. et P. Petit, Philippe de Harvengt, Philippine de Luxembourg, Fr. Picqueri, Ch. Picquet, Piérard, Ad. Piérart, J. Pilavaine, E. de Pomreux, L. Pot, C. et N. Pottier, A. Preudhomme, H. et P. Prévost, P. de Puydt, A. Quenon, J. et L. Quinet, G. Quinqué, B., G. et J. Raingo, Rainier, M. de Rains, A. de Raisse, Ph. Raparlier, J. Rasoir, G. de Rebreuilles, Fr. Recq, G. Reingot, H. Remy, A. de Reulx B. et F. Richard, L. Rivius, Robert de Douai, Fr. Robert, A. Roger, André et Ant. de Rombise, J. Rosier, J. Rougenon, J. Roulez, P. Rousseau, H. Rousseau, Ch. et H. Rousselle, Ad. Rouvez, A. et B. Ruteau, Ch. Sacqueleu, et quelques notices en manuscrit.

(1) Il est l'auteur des biographies de Chr. Butkens, de Jacques et de J.-Fr. de Neufforge.

(2) Il a écrit les notices suivantes : Alph. Vanden Peereboom, J.-F. Petit, R. Pironon, R. Reynier, Fr. de Robles et J.-B. Roens.

Le Sous-Comité ayant mené à bonne fin le travail long et fatigant de l'attribution des notices de la lettre S, les auteurs ont été avisés du résultat, et on a pu commencer à imprimer les premières feuilles du tome XXI dès la fin de l'année 1910. Aussi serons-nous à même de distribuer dans quelques mois le premier fascicule de ce volume.

Je saisis cette occasion pour adresser aux auteurs un pressant appel et les engager à nous envoyer, dans les délais fixés, les articles dont la rédaction leur a été confiée. Je suis heureux de constater que la plupart de nos collaborateurs sont remplis de zèle et d'activité, mais quelques-uns tardent à remplir leurs promesses, oubliant que, dans un dictionnaire, les nécessités impérieuses de l'ordre alphabétique exigent que chaque notice arrive à point nommé.

---

*Liste des travaux publiés par l'Académie royale des sciences, des lettres et des beaux-arts de Belgique, de mai 1910 à mai 1911, dressée par le Secrétaire perpétuel.*

#### BULLETINS.

Classe des sciences : 1910, nos 5 à 12; 1911, nos 1 à 4

Classe des lettres et des sciences morales et politiques et Classe des beaux-arts : 1910, nos 5 à 12; 1911, nos 1 à 4.

Depuis janvier 1899, les *Bulletins* sont publiés par numéros mensuels formant deux volumes par année, dont l'un renferme les travaux de la *Classe des sciences*, et l'autre les travaux de la *Classe des lettres et des sciences morales et politiques* et de la *Classe des beaux-arts*. Chacun de ces volumes, avec planches et figures, se termine par une Table des auteurs et une Table des matières.

*Tables générales du Recueil des Bulletins*, 3<sup>e</sup> série, tomes XXXI à XXXVI (1896-1898) (88 pages).

#### ANNUAIRE.

L'*Annuaire* de 1911 contient 204 pages in-18, comprenant, outre les renseignements ordinaires, les notices biographiques de Gustave Dewalque, par Max Lohest (50 pages, avec portrait); Charles Duvivier, par Maurice Vauthier (19 pages, avec portrait); le baron de Chestret de Haneffe, par S. Bormans (39 pages, avec portrait); Jules Van Ysendyck, par J. Brunfaut (11 pages, avec portrait), et Jean Robie, par le chevalier Edmond Marchal (14 pages, avec portrait).

#### MÉMOIRES.

Dans sa séance générale du 10 mai 1904, l'Académie a pris la résolution (approuvée par arrêté royal du 3 juin 1904) de publier une deuxième série de ses mémoires en deux parties distinctes, savoir :

A. — *Mémoires de la Classe des sciences* (collections in-4<sup>o</sup> et in-8<sup>o</sup>).

B. — *Mémoires de la Classe des lettres et des sciences morales et politiques et de la Classe des beaux-arts* (collections in-4<sup>o</sup> et in-8<sup>o</sup>).

Il a été publié cette année :

#### *Classe des sciences.*

Collection in-4<sup>o</sup> :

- TOME II.** 5<sup>e</sup> fascicule. Recherches sur les néphridies (68 pages, 9 figures et 4 planches); par **Victor Willem**.
- TOME III.** 1<sup>er</sup> fascicule. Sur la fonction  $\zeta(s, w)$  et la fonction  $\zeta(s)$  de Riemann (42 pages); par **J. Beupain**.
- 2<sup>e</sup> fascicule. Sur la valeur de la somme des *mièmes* puissances des N premiers nombres entiers (9 pages); par **J. Wasteels**.

3<sup>e</sup> fascicule. Sur la marche des minima barométriques dans la région polaire arctique du mois de septembre 1882 au mois d'août 1883 (20 pages et 9 planches); par **Édouard Vincent**.

4<sup>e</sup> fascicule. Sur les équations canoniques de Hamilton-Volterra (43 pages); par **Th. De Donder**.

Collection in-8° :

- TOME II.** 7<sup>e</sup> fascicule. Recherches expérimentales sur les fleurs entomophiles peu visitées par les insectes rendues attractives au moyen de liquides sucrés odorants (55 pages); par **Félix Plateau**.
- 8<sup>e</sup> fascicule. La relation du mycélium avec le carpophore chez *Ityphallus impudicus* (L.) Sacc. et *Mutinus caninus* (Huds.) Fries. (26 pages, 3 figures et 4 planches); par **Ch. Van Bambeke**.

*Classe des lettres et des sciences morales et politiques  
et Classe des beaux-arts.*

Collection in-4° :

- TOME IV.** 2<sup>e</sup> fascicule. Les « index numbers » (nombres indices) des phénomènes moraux (20 pages et 5 planches); par **Hector Denis**.
- TOME V.** Histoire numismatique du comté puis duché de Luxembourg et de ses fiefs (abbaye d'Echternach, comté de Chiny, seigneuries de Moiry, de Schönecken et de Saint-Vith, comté de Salm en Ardenne, seigneurie d'Orchimont, Terre franche de Cugnon) (802 pages et 30 planches), par **Édouard Bernays** et **Jules Vannérus**.

Collection in-8° :

- TOME VII.** 2<sup>e</sup> fascicule. Étude critique sur Jean d'Outremeuse (107 pages); par **Godefroid Kurth**.
- 3<sup>e</sup> fascicule. Le baron d'Hartemberg, promoteur de l'Union hollando-belge (1766-1846) (231 pages); par **Paul Verhaegen**.
- 4<sup>e</sup> fascicule. Étude sur Gongora et le Gongorisme considérés dans leurs rapports avec le Marinisme (184 pages, 1 portrait); par **Lucien-Paul Thomas** (Mémoire couronné).

### TRAVAUX SOUS PRESSE.

Sur la théorie générale des congruences; par **É.-J. Wilczynski** (Mémoire couronné).

Magellan. La question des Moluques et la première circumnavigation du globe; par **Jean Denucé**.

Recherches sur l'embryologie des Gastropodes; par **Paul Pelseneer**.

Contribution à l'étude des minéraux du Vésuve et du Monte-Somma; par **G. Cesàro**.

Sur la conversion des formes algébriques binaires en formes à plus de deux variables; par **J. Fairon**.

Recueil des termes techniques relatifs aux Institutions politiques et administratives de l'Égypte romaine; par **Nicolas Hohlwein** (Mémoire couronné).

### TRAVAUX A IMPRIMER.

Contribution à la théorie des droites du troisième ordre; par **Umberto Perazzo** (Mémoire couronné).

La densité et l'indice de réfraction des solutions nouvelles. Contributions à l'étude des solutions; par **F. Schwers**.

Les relations du pouhon duc de Wellington avec les agents atmosphériques; par **A. Poskin**.

Du rôle des sels manganeux dans l'assimilation de l'azote nitrique et l'élaboration de la matière albuminoïde par les plantes vertes; par **Octave Dony-Hénault** (Mémoire couronné).

Observations sur l'histolyse et l'histogénèse dans la métamorphose des Vespides; par **Charles Pérez** (Mémoire couronné).





BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

---

*de la Vallée Poussin (Ch.-J.)*. Sur les valeurs moyennes de certaines fonctions arithmétiques. Bruxelles, 1898; extr. in 8° (6 p.).

*Caulley (M.) et Pelseener (P.)*. Sur la ponte et le développement du vignot (*Littorina littorea*). Paris, 1911; extr. in-8° (pp. 357-360, 1 pl.).

*De Donder (Th.)*. Sur le multiplicateur de Jacobi. Paris, 1911; extr. in-4° (3 p.).

*Laureys (S.)*. Nouvelle théorie physique. Bruxelles, s. d., extr. in-8° (12 p., fig.).

*Legend (Enrique)*. Sommutations par une formule d'Euler; de l'usage qu'on peut en faire pour résoudre de nombreux problèmes. Buenos-Ayres, 1911; gr. in-8° (46 p.).

*Vandevelde (A.-J.-J.)*. Répertoire international des travaux publiés sur la composition, l'analyse et les falsifications des denrées alimentaires pendant l'année 1908. Paris, 1910; extr. in-8° (80 p.).

— Unification des méthodes d'analyse du lait. Lierre, 1910; extr. in-8° (8 p.).

— Over gefractionneerde neerslagting van melkproteïnen. Gand, 1910; extr. in-8° (5 p.).

— Recherches sur la précipitation des protéines. Bruxelles, 1911; extr. in-8° (pp. 166-173).

*Exposition universelle de Bruxelles, 1910*. Catalogue officiel de la Section allemande, publié par le Commissaire impérial. Berlin, 1910; (390-51 p., plans).

---

*Schwærer (Émile)*. Les phénomènes thermiques de l'atmosphère. Paris, 1910; gr. in-8° (45 p.).

*Bouty (E.)*. Rapport sur un mémoire de M. Émile Schwærer intitulé : « Les phénomènes thermiques de l'atmosphère. » Paris, 1910; extr. in-4° (7., p.).

*Vialej (Alfred)*. Contribution à l'étude des relations existant entre les circulations atmosphériques, l'électricité atmosphérique et le magnétisme terrestre. Paris, 1911; in-8° (viii-203 p.).

Détermination de l'altitude du Mont Huascarán (Andes du Pérou),

exécutée en 1909, sur la demande de M<sup>me</sup> F. Bullock-Workman, par la Société générale d'études et de travaux topographiques. Compte rendu de la mission. Paris, 1911; in-fol. (48 p., tableaux, 11 planches, 1 carte).

*Garcia Romero (Julio)*. Las mareas, la corriente del golfo y la evolución del globo. Séville, 1911; in-8° (16 p.).

*Gautier (R.)* Résumé météorologique de l'année 1909 pour Genève et le Grand-Saint-Bernard. Genève, 1910; extr. in-8° (104 p.).

*Gautier (R.) et Duaimé (H.)*. Observations météorologiques faites aux fortifications de Saint-Maurice pendant l'année 1909. Résumé. Genève, 1911; extr. in-8° (54 p.).

*Loukaschewitsch (Joseph)*. Sur le mécanisme de l'écorce terrestre et l'origine des continents. Saint-Pétersbourg, 1911; extr. in-8° (61 p., fig.).

*Cabreira (Antonio)*. Sur les propriétés des nombres en diagonale. Lisbonne, 1910; extr. in-8° (5 p.).

*Izzo (Rocco)*. Nuova astronomia. Scoperta del vero sistema planetario. Rome, 1911; in-8° (131-vi p., 14 pl.).

*Conseil permanent international pour l'exploration de la mer*. Publications de circonstance, n<sup>os</sup> 53, 56, 1911.

— Rapports et procès-verbaux des réunions. Volume XIII, juillet 1909-juillet 1910, in-4°, 1911.





## TABLE DES MATIÈRES.

CLASSE DES SCIENCES. — *Séance du 2 mai 1911.*

### Correspondance.

- Pli cacheté. — Invitation au jubilé de M. Giovanni Capellini. — Travail soumis à l'examen. — Hommages d'ouvrages. . . . . 377

### Prix de Selys Longchamps.

- Travaux soumis pour la seconde période. . . . . 379

### Élections.

- M. Mourlon est réélu délégué auprès de la Commission administrative. 379  
Discussion des titres des candidats aux places vacantes et inscription d'une candidature nouvelle. . . . . 379

### Rapports.

- Rapports de MM. Spring et Swarts (Sur un état allotropique de l'argent; par Dragomir Palitsch) . . . . . 380, 381

### Communications et lectures.

- PHYSIOLOGIE. — *La respiration branchiale des Céphalopodes est un phénomène de diffusion gazeuse*; par Léon Fredericq. . . . . 381  
PHYSIQUE MOLÉCULAIRE. — *Sur la mesure de la tension superficielle par la méthode des ascensions capillaires*; par J.-E. Verschaffelt et M<sup>lle</sup> L. Van der Noot (3 fig.). . . . . 383  
Remarque sur cette communication par M. Van der Mensbrugge . . . 394  
CHIMIE. — *Sur un état allotropique de l'argent*; par Dragomir Palitsch. . . 395

## SEANCE GÉNÉRALE DES TROIS CLASSES.

*2 mai 1911.*

- Rapport sur les travaux de la Commission de la *Biographie nationale* pendant l'année 1910-1911; par Ferd. vander Haeghen, secrétaire-trésorier . . . 416  
Liste des travaux publiés par l'Académie, de mai 1910 à mai 1911. . . . 419

- Bulletin bibliographique . . . . . 423

---

*Il ne sera donné suite aux demandes de combler les lacunes dans les publications de l'Académie, que pour autant que ces lacunes ne remontent pas au delà de cinq ans*

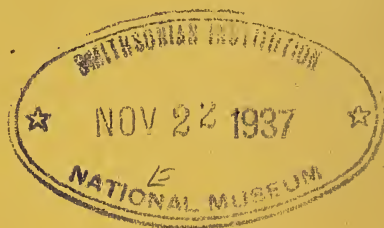
---

06.493  
A16

ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE

---

BULLETIN



DE LA

CLASSE DES SCIENCES

---

1911 — N° 6



BRUXELLES

HAYEZ, IMPRIMEUR DES ACADEMIES ROYALES DE BELGIQUE

Rue de Louvain, 112

---

1911



## CLASSE DES SCIENCES

---

*Séance du 10 juin 1911.*

M. J. NEUBERG, directeur.

M. le chevalier EDMOND MARCHAL, secrétaire perpétuel.

Sont présents : MM. Ch. Francotte, *vice-directeur* ; C. Malaise, Ch. Van Bambeke, A. Gilkinet, W. Spring, M<sup>el</sup> Mourlon, P. Mansion, P. De Heen, C. le Paige, Ch. Lagrange, J. Deruyts, L. Fredericq, V. Masius, C. Vanlair, A. Jorissen, Paul Pelseneer, A. Gravis, A. Lameere, G. Cesàro, Ch.-J. de la Vallée Poussin, Th. Durand, Max Lohest, *membres* ; A. Rutot, V. Willem, Paul Stroobant et J. Verschaffelt, *correspondants*.

Absences motivées : MM. Van der Mensbrugge et A. Demoulin.

M. le Directeur exprime à M. Mourlon les condoléances de la Classe à l'occasion de la mort inopinée de son gendre. — M. Mourlon remercie ses confrères.

---

### CORRESPONDANCE.

---

M. le Secrétaire perpétuel fait savoir qu'il a adressé à Vienne, par télégramme, des félicitations à M. Ed. Suess, à l'occasion de son quatre-vingtième anniversaire de naissance. L'illustre associé de l'Académie a envoyé ses remerciements.

— M. le Ministre des Sciences et des Arts annonce que le VIII<sup>e</sup> Congrès de chimie appliquée se tiendra à Washington et à New-York en septembre 1912. — Pris pour notification.

— M. Dony-Hénault, professeur à l'École des mines du Hainaut, prie l'Académie d'accepter dans ses archives un pli cacheté, daté du 26 mai 1911. — Adopté.

— La Classe s'associe à la manifestation, en voie d'organisation à Paris, en l'honneur de M. Darboux, associé, secrétaire perpétuel de l'Académie des sciences, à l'occasion de ses noces d'or universitaires et de ses noces d'argent académiques. — M. A. Demoulin représentera l'Académie à cette manifestation.

— Hommages d'ouvrages :

Par M. le Ministre de l'Industrie et du Travail :

*Texte explicatif du levé géologique des planchettes de Ter-  
vueren, La Hulpe, Nivelles, Gembloux, Chastre, Genappe,  
Wavre, Chaumont-Gistoux*, par Michel Mourlon, avec le  
concours de C. Malaise pour le Primaire et le Cambrien.

Par M. Rutot :

Mise au point, pour 1911, du mémoire intitulé : *Le préhis-  
torique dans l'Europe centrale*.

Par M. Henri Micheels :

*Action des liquides anodiques et cathodiques sur certains  
organismes marins* (présenté par M. De Heen).

Par M. Stuyvaert :

*Un théorème sur la collinéation dans l'espace à  $r$  dimensions*.

M. Spring remet quelques exemplaires de la brochure provi-  
soire que les délégués français au Comité international créé  
pour la publication des *Tables annuelles de constantes physiques*  
viennent de faire éditer.

— Remerciements.

---

---



## ÉLECTIONS.

---

La Classe se forme en comité secret pour les élections aux places vacantes.

Ont été élus :

Pour la Section des sciences mathématiques et physiques :

*Membre titulaire*, sauf approbation royale : M. Frédéric Swarts, correspondant, professeur à l'Université de Gand.

*Associé* : M. Émile Fischer, professeur à l'Université de Berlin.

Pour la Section des sciences naturelles :

*Membre titulaire*, sauf approbation royale : M. Jean Massart, correspondant, directeur de l'Institut botanique Léo Errera.

*Correspondants* : M. Louis Dollo, conservateur au Musée royal d'histoire naturelle de Bruxelles.

M. Charles Julin, professeur à l'Université de Liège.

*Associés* : M. J. Pawlow, professeur à l'Université de Saint-Petersbourg.

M. Simon Schwenderer, directeur de l'Institut de botanique à Berlin.

---

---

## RAPPORTS.

*Sur la densité du sucre liquide et de ses solutions aqueuses,*  
par F. SCHWERS.

Rapport de M. W. Spring, premier commissaire.

« M. Schwers poursuit, avec persévérance, l'examen de la contraction de volume qui se produit pendant la dissolution des corps hydroxylés dans l'eau. Dans ses travaux précédents, il a non seulement complété largement nos connaissances sur la densité des solutions d'alcools monobasiques, mais il a exploré aussi un champ encore nouveau alors : celui du glycol et de la glycérine. L'auteur a pu s'assurer que la dissolution de ces substances est aussi accompagnée d'une diminution de volume, mais moins grande, toutefois, que celle qui s'observe avec l'alcool éthylique. Cette constatation faisait naître une question nouvelle : celle de savoir si elle est vraiment en relation avec le nombre de groupes oxhydryles contenus dans la molécule du corps examiné.

Pour répondre à cette question, M. Schwers a opéré sur le *sucre*, dont la molécule renferme huit groupes oxhydryles. Une difficulté se présentait, cependant, à l'exécution de ce travail ou, pour mieux dire, à la comparaison des résultats nouveaux avec les précédents. Le sucre étant solide et non liquide, comme la glycérine, le glycol, etc., il s'introduisait un facteur de plus; il fallait le supprimer.

M. Schwers y est parvenu en préparant, par un procédé spécial, du sucre *sec*, mais *liquide par fusion* jusque 15 degrés sous zéro. Il en a déterminé la densité, avec grand soin, à dix températures différentes comprises entre 14°55 et 114°70. Ceci fait, M. Schwers a déterminé la densité des solutions de ce sucre, également à diverses températures, et il a constaté que les changements de volume se rapprochent beaucoup de ceux qu'il a

notés à l'aide de la glycérine et de l'eau; mais qu'en somme la contraction ne s'accuse bien que dans les solutions très concentrées; ainsi elle est de plus de 3 % dans une solution à 70 % de sucre.

Il n'est pas possible de pointer, dans un résumé succinct tel que doit l'être un rapport, toutes les relations signalées par M. Schwerts entre les diverses solutions qu'il a examinées. Je me bornerai à dire que M. Schwerts a fait un travail très consciencieux et qu'ayant eu la bonne fortune d'user des ressources du laboratoire de recherches de Davy-Faraday, à Londres, il a pu lui donner un haut degré de précision.

Je propose bien volontiers l'insertion de ce travail dans le *Bulletin* de la séance. »

M. Swarts s'étant rallié à l'opinion de son savant Confrère, les conclusions ont été adoptées

---

## PRIX GLUGE.

### PHYSIOLOGIE.

(Cinquième période : 1909-1910.)

**Rapport de M. Léon Fredericq, premier commissaire.**

Trois concurrents ont pris part au concours du prix Gluge : M. Fleig, M<sup>lle</sup> Joteyko et M. De Meyer.

I. — M. le D<sup>r</sup> Fleig a envoyé neuf travaux imprimés rentrant dans les conditions de délai du concours et trois extraits ajoutés à titre documentaire.

Le travail n° 1 [*Sur les sérums artificiels achlorurés diurétiques réalisés par les solutions isotoniques ou para-isotoniques de sucre (glucose, lactose, saccharose, mannite)*] contient une réclamation de priorité et un rappel d'un travail antérieur, paru en 1907. Le titre en indique suffisamment le contenu. L'auteur

préconise ces sérums comme moyen thérapeutique. Ils sont à employer surtout dans le cas où l'on cherche un lavage du sang, sans viser spécialement à une soustraction d'eau aux tissus eux-mêmes.

Les solutions hypertoniques [N° 2. *Diurèse par injections intraveineuses hypertoniques de sucres chez l'homme et chez l'animal (glucose, lactose, mannite)*] doivent être employées dans les cas où il y a indication urgente à rétablir rapidement la diurèse et à soumettre les tissus à une déshydratation importante.

Dans le n° 3 [*Sur les injections de solutions isotoniques de chlorure de calcium ou de sérums fortement calciques, de solutions isotoniques ou hypertoniques de sucres et sur l'ingestion ou les lavements d'eau abondants, avant et après l'anesthésie chirurgicale*], l'auteur se loue des bons effets de ces injections — avant l'anesthésie — pour faire une hémostase préventive, diminuer l'abaissement de la pression sanguine dû à l'anesthésie et pour renforcer l'activité du myocarde — et après l'anesthésie — pour atténuer les manifestations toxiques de l'anesthésie et donner lieu à un réveil plus rapide.

Dans le n° 4 [*Diurèse par ingestion ou lavements de grandes quantités d'eau ou de solutions salées ou sucrées hypotoniques*], l'auteur montre que l'action diurétique de l'eau pure ou des solutions hypotoniques dépasse celle des solutions isotoniques et précise les indications de leur administration.

N° 5 [*Action des précipitines sur divers liquides organiques. Application au diagnostic médico-légal de l'« espèce » des taches de liquides organiques autres que le sang*].

L'auteur montre que la réaction spécifique de précipitation des albuminoïdes qui permet de reconnaître si une tache de sang provient d'une espèce animale déterminée, est applicable également au lait, au sperme, à la macération de muscles, à la salive, au liquide céphalo-rachidien, aux liquides pathologiques, etc.

N° 6. *Les eaux minérales, milieux vitaux. Sérothérapie arti-*

*ficielle et balnéothérapie tissulaire par leur injection dans l'organisme.* Un fort volume de 513 pages avec figures.

Hayem disait, il y a quelques années : « La pratique des eaux minérales est uniquement basée sur l'empirisme et pendant longtemps l'observation clinique, le résultat thérapeutique obtenu, seront les meilleurs guides dans l'emploi de ces puissants moyens. »

L'auteur a cherché à combler la lacune signalée par Hayem, en menant de front l'étude de l'action physiologique et thérapeutique des eaux minérales. Ce travail intéresse plutôt le médecin que le physiologiste. En effet, les eaux minérales sont des mélanges hétérogènes dans lesquels se trouvent dissoutes les substances variées que l'eau minérale a rencontrées en route, au hasard de ses pérégrinations souterraines. Leur étude peut être intéressante pour le médecin qui a foi dans leur action. Mais au point de vue purement scientifique, c'est comme si on faisait l'étude de l'action physiologique de l'eau dans laquelle auraient été rincés globalement tout un rayon de bocal de pharmacie pris au hasard. Une étude scientifique doit aller du simple au composé et s'attacher à établir l'action physiologique de chaque corps pris isolément avant d'aborder celle de mélanges réalisés au hasard. Mais puisque les eaux minérales naturelles jouissent d'une vogue empirique, il n'est pas mauvais que les physiologistes essaient de vérifier si cette vogue est justifiée, par exemple, en comparant l'action des eaux minérales naturelles avec celle de mélanges artificiels présentant une composition analogue.

Aussi la copieuse étude de M. Fleig a-t-elle été favorablement accueillie par les médecins.

Les n<sup>os</sup> 7, 8 et 9 [*Sutures vasculaires elliptiques avec ou sans lambeaux, sutures stomatoïdes. — Recherches sur les anastomoses vasculaires termino-terminales et quelques-unes de leurs applications. — Transfusion directe du sang par anastomose d'un ou de plusieurs segments de vaisseaux hétérogènes*] sont consacrés aux procédés de suture vasculaire et d'anastomoses vasculaires,

pratiquées de manière à ne présenter au contact du sang que des surfaces recouvertes d'endothélium normal. L'auteur a appliqué cette méthode à la transfusion directe du sang; il se réserve de l'appliquer à l'étude de plusieurs autres problèmes de physiologie. Il a réalisé des vases à revêtement interne d'endothélium vasculaire, dans lesquels le sang se maintient indéfiniment liquide.

II. — M<sup>l</sup>e Joteyko ne nous envoie qu'un seul ouvrage [*La fonction musculaire*, volume paru dans la bibliothèque de physiologie, faisant partie de l'encyclopédie scientifique publiée sous la direction du D<sup>r</sup> Toudouze]. *Non multa sed multum*. C'est un exposé magistral, très documenté, très complet et très original de la fonction musculaire. L'auteur a traité un sujet de prédilection, dans lequel il a fait depuis de longues années œuvre de chercheur heureux. On sait qu'il a pris une part active à l'élaboration de plusieurs des théories qu'il expose avec détails. Rappelons ses importants travaux sur la dualité fonctionnelle du muscle, sur les lois de l'ergographie et la fatigue musculaire, sur la contracture des muscles striés, sur l'influence des poisons et des anesthésiques, sur la fonction musculaire et nerveuse, etc.

III. — Le troisième concurrent, M. De Meyer, s'occupe depuis des années de la question du diabète pancréatique et du rôle antidiabétique du pancréas.

Comme on le sait, von Mering et Minkowski ont montré que l'ablation totale du pancréas provoquait fatalement le diabète, par suite de la suppression de la sécrétion interne du pancréas. A l'état normal, le pancréas produit par sécrétion interne — dans les îlots de Langerhaus — des substances, les *hormones* de Starling, qui sont versées dans le sang et dont la présence est indispensable pour empêcher le diabète. Comment agissent ces hormones? C'est un problème des plus compliqués et pour lequel on a proposé les solutions les plus opposées.

Les études de De Meyer montrent toute la complexité du mode d'action de ces hormones.

Les travaux I (*Glycosurie et diabète rénal*), III (*Action de la sécrétion interne du pancréas sur différents organes et en particulier sur la sécrétion rénale*), V (*Contribution à l'étude de la pathogénie du diabète pancréatique. Variations de la perméabilité rénale pour la glucose. Relations entre le pancréas et le rein, quatrième mémoire*) établissent les relations existant entre l'action des hormones pancréatiques et l'imperméabilité du rein pour la glucose. L'auteur a montré que l'imperméabilité relative que le rein montre vis-à-vis de la glucose chez l'animal normal (avec 1 ‰ de sucre dans le sang) est entretenue par la sécrétion interne du pancréas et est due aux hormones pancréatiques circulant dans le sang.

Le rein soustrait à cette influence et alimenté par du sang d'animal dépancréaté ou par du sérum physiologique contenant 1 ‰ au moins de sucre, fournit une urine sucrée. Le taux du sucre baisse, si l'on additionne le liquide de circulation artificielle au moyen d'extraits pancréatiques (contenant les hormones).

Le rein physiologique, abandonné à ses seules forces, laisse passer le sucre dans l'urine, même si le sucre du sang n'atteint pas ou ne dépasse pas le taux normal de 1 ‰. L'imperméabilité lui est conférée par une hormone pancréatique que l'auteur appelle *insuline*. C'est l'absence d'insuline, l'insuffisance pancréatique, qui peut nous expliquer les cas de glycosurie sans hyperglycémie.

L'auteur a préparé un sérum qui atténue ou paralyse l'insuline. Injecté au chien, il peut donner lieu à de l'hyperglycémie, mais il donne surtout lieu à une insuffisance rénale avec passage du sucre dans les urines. Cette glycosurie rénale persiste même après que l'hyperglycémie a disparu.

Un autre sérum, préparé par l'auteur, a pour propriété d'atténuer ou de paralyser l'action du ferment glycolytique contenu dans le sang. Ce sérum, injecté à l'animal, augmente

immédiatement la proportion du sucre du sang; il détermine le diabète, c'est-à-dire l'hyperglycémie et la glycosurie. Pour De Meyer, l'insuline, pas plus que l'extrait pancréatique, n'a d'action glycolytique directe par elle-même. Mais elle renforce l'action du ferment glycolytique du sang vis-à-vis duquel elle joue le rôle d'*activateur*, d'*ambocepteur*.

Le travail n° VIII (*Remarques au sujet de l'action physiologique d'un sérum antipancréatique*) défend l'existence du sérum antipancréatique contre les attaques de Rinderspacher.

Les travaux VI et VII (*Nouvelle méthode de circulation artificielle à travers le foie, appliquée à l'étude de la glycémie hépatique. — Sur les relations entre la sécrétion interne du pancréas et la fonction glycogénique du foie*) établissent, au moyen de procédés expérimentaux fort ingénieux et nouveaux, le rôle important joué par les hormones pancréatiques dans la formation du glycogène hépatique aux dépens du sucre du sang.

L'auteur termine le mémoire VII par un résumé de l'ensemble de ses travaux sur *Le rôle antidiabétique du pancréas*.

Ses travaux ont établi que les hormones de la sécrétion interne du pancréas ont une action triple :

1° Elles s'opposent à l'accumulation de la glycose dans le sang, en favorisant la glycolyse. Le ferment glycolytique du sang a besoin d'un activateur fourni par le pancréas (*travaux antérieurs à la période actuelle du concours du prix Gluge*);

2° Elles favorisent dans les cellules hépatiques la transformation du sucre amené par le sang de la veine porte en glycogène, et s'opposent ainsi au gaspillage des hydrocarbonés;

3° Elles empêchent la glycose normale du sang de se perdre par la voie rénale, en créant une imperméabilité relative du filtre rénal.

J'ai signalé précédemment la découverte des sérums antipancréatiques qui est également antérieure à la période actuelle du concours.

M. De Meyer nous présente encore une *Étude sur les*



*altérations du courant d'action du cœur de Scyllium canicula* (Travail n° IX), qui fait suite à un travail précédent sur les phénomènes électriques de la systole cardiaque de la grenouille.

L'auteur a retrouvé dans le cœur de *Scyllium* la particularité physiologique qu'il avait découverte chez la grenouille, c'est-à-dire l'existence de deux couches musculaires ventriculaires, une externe, une interne. Les fibres externes se contractent avant les fibres internes, d'où un courant d'action double (électrodes respectivement à la face interne et à la face externe du cœur).

Parmi les particularités intéressantes découvertes par l'auteur sur l'électrocardiogramme du cœur de *Scyllium*, il faut citer principalement l'indépendance relative qui existe entre les phénomènes mécaniques ou moteurs et les phénomènes électriques de la systole ventriculaire.

Comme on l'a vu par l'exposé des travaux des trois concurrents, chacun d'eux nous a soumis des recherches de grande valeur. Chacun d'eux, s'il avait été seul, aurait pu prétendre à l'obtention du prix.

Le premier commissaire n'est cependant pas d'avis de partager le prix. Il estime qu'en ne tenant compte que des travaux rentrant dans les délais du concours, il y a lieu de placer en première ligne les recherches de M. De Meyer et il propose de leur attribuer le prix Gluge.

M. Masius, deuxième commissaire, se rallie aux conclusions de M. Léon Fredericq.

M. Victor Willem, troisième commissaire, d'accord avec ses collègues, propose d'attribuer le prix Gluge aux travaux présentés par M. J. De Meyer.

---

---

COMMUNICATIONS ET LECTURES.

---

La Classe vote l'impression, dans la série in-8°, de la seconde partie du mémoire de M. Cesàro : *Contribution à l'étude des minéraux du Vésuve et du Monte-Somma*.

— M. J. Deruyts lit un travail intitulé : *Étude des éléments définis d'une manière abstraite comme subissant des transformations induites par la transformation linéaire des variables*.

Ce travail paraîtra au *Bulletin* du mois de juillet.

---

CRISTALLOGRAPHIE. — **Sur un cas de cristallisation par détente.**

par G. CESÀRO, membre de l'Académie.

Mon savant collègue et ami W. Spring m'avait fait don, il y a une dizaine d'années, de deux cylindres, obtenus par compression, l'un de sulfure de bismuth, l'autre de soufre. En les examinant dernièrement à la loupe, j'ai été étonné de voir leur surface constellée de petits grains brillants, qui, au microscope, se montrent être des cristaux parfaitement formés et à faces miroitantes.

*Sulfure de bismuth.* — Les cristaux, dont quelques-uns atteignent  $\frac{1}{10}$  de millimètre, n'ont pas la forme allongée des cristaux naturels; ils sont à peu près également développés dans tous les sens et sont chargés de nombreuses et magnifiques facettes miroitantes; leur éclat est plutôt adamantin que métallique. Ils se sont surtout produits sur la surface latérale du cylindre, mais dans la cassure, qui est nettement cristalline, on aperçoit aussi des cristaux isolés, de plus petite taille.

*Soufre.* — Cristaux aussi nets que ceux de sulfure de bismuth, mais plus petits : de deux à trois centièmes de millimètre. Les facettes sont bien miroitantes et plus nombreuses que dans les cristaux naturels. Il m'a été impossible d'en saisir la forme; cependant, par places, j'ai cru voir le rhomboctaèdre habituel  $b^{1/2}$  portant le prisme  $e^1$  en tronçatures sur ses arêtes culminantes aiguës.

\*  
\* \*

Il semble impossible d'attribuer cette cristallisation à autre chose qu'à la lente détente qui a suivi la compression subie par ces substances. En ce qui me concerne, je ne vois là rien d'étonnant : une fois qu'il est admis que les cristaux se produisent lorsque les particules sont dans un état de mobilité qui leur permet de s'orienter réciproquement, que cette mobilité soit due à l'action de la chaleur ou à toute autre cause, la cristallisation se produira. Ici, le mouvement particulière propice à la cristallisation est dû à la détente; la netteté, la richesse en faces des cristaux produits, paraissent prouver que c'est peut-être là un moyen qui pourrait réussir là où les autres échouent. Le fait que les cristaux se sont surtout développés à la surface est dû sans doute à une cause analogue à celle qui produit les phénomènes capillaires.

\*  
\* \*

Beaucoup de géologues nient que la cristallisation puisse se produire par compression ou détente sans que la chaleur intervienne. Le fait que je communique aujourd'hui à la Classe me semble trancher la question d'une manière définitive.

---

CHIMIE. — **Action des acides oxalique et malonique sur l'amidon et la dextrine (1),**

par MM. OECHSNER DE CONINCK, associé de l'Académie, et RAYNAUD.

Après avoir étudié deux acides monobasiques, les acides formique et acétique, nous avons étudié deux acides dibasiques, les acides oxalique et malonique, en les faisant agir, dans des conditions identiques, sur l'amidon et la dextrine.

Nous avons préparé des solutions aqueuses, saturées à la température ordinaire, de ces deux acides organiques. 1 centimètre cube de la solution est délayé dans 49 centimètres cubes d'eau distillée; ensuite, nous traitons 1 gramme d'amidon ou de dextrine par cette liqueur. Nous agitons et nous portons sur le bain-marie à 100° pendant vingt-cinq minutes. Nous filtrons et nous dosons le glucose par la liqueur de Fehling.

Les tableaux qui suivent indiquent nos résultats : une première colonne donne le poids de glucose formé pour 1 gramme de substance; la seconde colonne indique le pourcentage de la saccharification.

I. — AMIDON ET ACIDE OXALIQUE.

	Poids de glucose.	Pour cent de saccharification.
1 c. c. . . . .	0.0416	3.65
2 c. c. . . . .	0.050	4.50
3 c. c. . . . .	0.0581	5.23
5 c. c. . . . .	0.0769	6.92
10 c. c. . . . .	0.0859	7.73
15 c. c. . . . .	0.1231	11.09
20 c. c. . . . .	0.1344	12.10
25 c. c. . . . .	0.1436	12.90
30 c. c. . . . .	0.1760	15.80
40 c. c. . . . .	0.2080	18.70
50 c. c. . . . .	0.2576	23.22

---

(1) Institut de chimie, Montpellier.

II. — DEXTRINE ET ACIDE OXALIQUE.

	Poids de glucose.	Pour cent de saccharification.
1 c. c. . . . .	0.0683	6.38
2 c. c. . . . .	0.0723	6.75
3 c. c. . . . .	0.0833	7.78
5 c. c. . . . .	0.1136	10.60
10 c. c. . . . .	0.1160	10.80
15 c. c. . . . .	0.1366	12.76
20 c. c. . . . .	0.1582	14.70
25 c. c. . . . .	0.1611	15.04
30 c. c. . . . .	0.1750	16.40
40 c. c. . . . .	0.2150	20.11
50 c. c. . . . .	0.2748	25.62

Dans le tableau suivant, nous indiquerons seulement le pourcentage de la saccharification due à l'action de l'acide malonique sur l'amidon et la dextrine :

	Amidon.	Dextrine.
1 c. c. . . . .	4.1 %	5.7 %
2 c. c. . . . .	5.0	6.9
3 c. c. . . . .	6.5	9.1
5 c. c. . . . .	9.3	12.9
10 c. c. . . . .	14.5	18.3
15 c. c. . . . .	20.6	25.0
20 c. c. . . . .	26.8	32.9
25 c. c. . . . .	33.7	41.0

Ces différents résultats montrent que les acides oxalique et malonique agissent plus fortement sur la molécule de dextrine que sur la molécule d'amidon. Sous ce rapport donc, ils se rapprochent nettement des acides minéraux que nous avons récemment étudiés; par contre, ils s'éloignent des acides organiques monobasiques tels que l'acide formique et l'acide acétique, dont nous avons récemment entretenu la Classe des sciences.

Ces conclusions nous paraissent dignes d'être présentées à l'Académie royale.

Montpellier, le 4 mai 1911.

**CHIMIE. — Action de quelques acides organiques  
sur le formiate de sodium (\*),**

par W. OECHSNER DE CONINCK, associé de l'Académie.

J'ai recherché si l'acide formique était déplacé par les acides malonique, succinique et tartrique. J'ai employé un formiate de sodium pur et cristallisé, de formule  $[\text{CHNaO}^2 + \text{H}^2\text{O}]$ . Ce sel, abandonné pendant quelques jours dans une atmosphère sèche, a été mélangé avec différentes proportions de l'acide mis en expérience.

**TECHNIQUE.** — Le mélange, aussi homogène que possible, a été placé dans un ballon qui communiquait avec un laveur, en relation lui-même avec une petite cuve à eau; il a été chauffé *d'une manière très lente et très progressive*. Le liquide, qui distillait peu à peu dans le flacon laveur, a été mis à part, après qu'on se fût assuré qu'il était franchement acide et qu'il possédait des propriétés réductrices. Lorsqu'on en eut réuni une quantité suffisante, on l'a neutralisé par la soude, on a ajouté  $1 \frac{1}{2}$  volume d'alcool à 0.90, et on a chauffé doucement, après avoir versé peu à peu de l'acide sulfurique étendu de  $\frac{1}{2}$  volume d'eau. Le liquide passant dans le récipient de l'appareil distillatoire renfermait du formiate d'éthyle. Dans une autre série d'expériences, j'ai neutralisé le liquide acide par la chaux, et j'ai traité par un léger excès d'alcool saturé de gaz chlorhydrique : il s'est aussi produit du formiate d'éthyle.

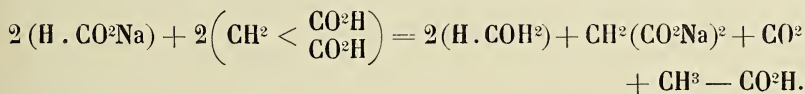
---

(\*) Institut de chimie générale, Montpellier.

L'acide formique, qui avait été déplacé, a donc été caractérisé : 1° par sa propriété de réduire, à chaud, les solutions de nitrate d'argent et d'azotate mercureux ; 2° par sa transformation en son éther éthylique, lequel a été facilement caractérisé à son tour.

*Action de l'acide malonique.* — On mélange 2 molécules  $[\text{CHNaO}^2 + \text{H}^2\text{O}]$  et 2 molécules  $[\text{CH}^2(\text{CO}^2\text{H})^2]$ . On chauffe très doucement ; le mélange subit peu à peu la fusion aqueuse. Dans le laveur, il distille environ 3 centimètres cubes d'un liquide brun, très acide, à odeur franche d'empyreume. Vers la fin de l'expérience, il se dégage un peu de  $\text{CO}^2$ , qui a été caractérisé. L'opération est arrêtée à ce moment ; le ballon est ouvert : il répand une odeur très accentuée d'acide acétique, lequel provient du dédoublement partiel de l'acide malonique en  $\text{CO}^2$  et  $\text{CH}^3 - \text{CO}^2\text{H}$ .

D'après l'examen des produits formés dans la réaction, celle-ci me paraît devoir être ainsi représentée :



*Action de l'acide succinique.* — J'ai employé un mélange de 2 molécules  $(\text{CHNaO}^2 + \text{H}^2\text{O})$  avec 1 molécule  $\text{C}^2\text{H}^4(\text{CO}^2\text{H})^2$ . Sous l'influence de la chaleur, ce mélange a fondu, puis un liquide jaune pâle, d'odeur empyreumatique, a passé dans le flacon laveur ; étendu d'eau, il est devenu incolore ; à l'ébullition, il réduisait nettement l'azotate d'argent et le nitrate mercureux. Il ne s'est dégagé aucun gaz durant l'expérience. Le contenu du ballon a été examiné, et la réaction peut s'exprimer comme il suit :



*Action de l'acide tartrique ordinaire.* — On a mélangé 2 molécules  $[\text{CHNaO}^2 + \text{H}^2\text{O}]$  et 1 molécule  $[(\text{CH.OH})^2 = \text{CO}^2\text{H}]^2$ . La masse solide a été chauffée très doucement pendant vingt-cinq minutes; l'acide tartrique a bruni très légèrement sur les bords; il ne s'est pas dégagé de gaz. Dans le flacon laveur s'est condensé un liquide jaunâtre limpide, à odeur de caramel. Lorsqu'il a été étendu d'eau, la coloration a disparu; il réduisait nettement les solutions de nitrate d'argent et d'azotate mercurieux. En résumé, il y a eu déplacement d'acide formique, mais ce déplacement a été un peu plus faible qu'avec les deux acides précédents.

Les trois acides expérimentés sont donc capables de déplacer l'acide formique du formiate de sodium, avec l'aide d'une chaleur modérée.

Dans une prochaine note, je ferai connaître l'action de quelques acides aromatiques sur le formiate de sodium.

Montpellier, le 24 mai 1911.

---



ANALYSE MATHÉMATIQUE. — **Sur les valeurs moyennes de certaines fonctions arithmétiques,**

par E. LANDAU, à Göttingen.

§ 1.

Dans un mémoire très intéressant publié sous ce titre, en 1898, dans les *Annales de la Société scientifique de Bruxelles* (\*), M. de la Vallée Poussin avait démontré les faits suivants.

Désignons par  $[y]$  le plus grand entier  $\leq y$  et posons

$$\rho(y) = y - [y]$$

(partie fractionnaire de  $y$ ). Alors un résultat classique de Dirichlet (\*\*) peut s'énoncer ainsi (\*\*\*) :

THÉORÈME I.

$$\sum_{n=1}^x \rho\left(\frac{x}{n}\right) \sim (1 - C)x,$$

où  $C$  est la constante d'Euler.

En d'autres termes (iv) :

Si l'on divise  $x$  par tous les nombres entiers positifs  $n \leq x$ , la moyenne arithmétique des parties fractionnaires de ces quotients tend, pour  $x = \infty$ , vers une limite, et cette limite est  $1 - C$ .

(\*) T. XXII, première partie, pp. 84-90.

(\*\*) *Über die Bestimmung der mittleren Werthe in der Zahlentheorie* (ABHANDLUNGEN DER KÖNIGLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN ZU BERLIN, Jahrgang 1849, Mathematische Abhandlungen, pp. 69-83; WERKE, t. II, pp. 49-66), pp. 75 et 57.

(\*\*\*) Quant au sens des signes  $\sum_{n=u}^v$  pour  $u$  et  $v$  non entiers,  $\sim$ ,  $0$  et  $o$ , voir le § 42 (pp. 59-65) de mon *Handbuch der Lehre von der Verteilung der Primzahlen* (Leipzig et Berlin, Teubner, 1909).

(iv) En effet, le nombre des  $n \leq x$  est  $[x] = x + o(1) \sim x$ .

Dans son mémoire cité, M. de la Vallée Poussin a ajouté à ce théorème connu les deux propositions suivantes (II et III), dont il a démontré la première par une voie relativement élémentaire, la seconde au moyen de la théorie analytique moderne des nombres premiers, dans laquelle il avait, pendant les années précédentes, fait lui-même de si brillantes découvertes :

**THÉORÈME II.** — Soient  $k$  et  $l$  deux entiers positifs. Alors,  $n$  parcourant les nombres positifs  $ky + l \leq x$ , où  $y$  est entier,

$$\sum_{\substack{n \leq x \\ n \equiv l \pmod{k}}} \rho\left(\frac{x}{n}\right) \sim (1 - C) \frac{x}{k}.$$

En d'autres termes (\*) :

Si l'on divise  $x$  par tous ces nombres  $ky + l \leq x$ , la moyenne arithmétique des parties fractionnaires de ces quotients tend, pour  $x = \infty$ , vers une limite, et cette limite est  $1 - C$ .

L'intérêt de cette proposition consiste en ce que la limite trouvée est indépendante de  $k$  et de  $l$ .

**THÉORÈME III.** — Si  $p$  parcourt les nombres premiers  $\leq x$ , on a

$$\sum_{p \leq x} \rho\left(\frac{x}{p}\right) \sim (1 - C) \frac{x}{\log x}.$$

En d'autres termes, ayant égard au théorème principal (dû à MM. Hadamard et de la Vallée Poussin) de la théorie des nombres premiers (\*\*)

$$(1) \quad \pi(x) \sim \frac{x}{\log x},$$

le théorème III dit :

Si l'on divise  $x$  par tous les nombres premiers  $\leq x$ , la moyenne

(\*) En effet, le nombre de ces nombres  $ky + l \leq x$  est  $\frac{x}{k} + O(1) \sim \frac{x}{k}$ .

(\*\*)  $\pi(x)$  désigne le nombre des nombres premiers  $\leq x$ . Naturellement, (1) est utilisé par M. de la Vallée Poussin dans sa démonstration de III. On verra plus loin que ce n'est pas la seule proposition de la théorie des nombres premiers qu'il applique.

arithmétique des parties fractionnaires de ces quotients tend, pour  $x = \infty$ , vers une limite, et cette limite est  $1 - C$ .

Ici encore, la limite est la même que pour le cas où tous les entiers  $\leq x$  figurent comme diviseurs.

§ 2.

Je me permets de reproduire d'abord, traduite dans mes désignations habituelles, la démonstration que M. de la Vallée Poussin a donnée de III, pour y ajouter quelques remarques et expliquer ensuite le point de départ du travail actuel.

M. de la Vallée Poussin part de l'identité fondamentale (due à Tchébychef et de Polignac) de la théorie des nombres premiers, savoir

$$\sum_{p \leq x} \log p \left( \left[ \frac{x}{p} \right] + \left[ \frac{x}{p^2} \right] + \left[ \frac{x}{p^3} \right] + \dots \right) = \sum_{n=1}^x \log n,$$

qui donne

$$(2) \sum_{p \leq x} \log p \left[ \frac{x}{p} \right] + \sum_{p \leq x} \log p \left( \left[ \frac{x}{p^2} \right] + \left[ \frac{x}{p^3} \right] + \dots \right) = x \log x - x + o(x).$$

Dans

$$\sum_{p \leq x} \log p \left( \left[ \frac{x}{p^2} \right] + \left[ \frac{x}{p^3} \right] + \dots \right) = \sum_{\substack{p^m \leq x \\ m \geq 2}} \log p \left[ \frac{x}{p^m} \right],$$

le nombre des crochets égale le nombre des puissances  $2^e, 3^e, \dots$  non supérieures à  $x$  de tous les nombres premiers; ce nombre est certainement (\*)  $o\left(\frac{x}{\log x}\right)$ . Donc

$$\sum_{p \leq x} \log p \left( \left[ \frac{x}{p^2} \right] + \left[ \frac{x}{p^3} \right] + \dots \right) = x \sum_{\substack{p^m \leq x \\ m \geq 2}} \frac{\log p}{p^m} + o(x);$$

(\*) Car le plus grand  $m$  possible étant  $\left[ \frac{\log x}{\log 2} \right] = z$ , le nombre des crochets est

$$\begin{aligned} \pi(\sqrt{x}) + \pi(\sqrt[3]{x}) + \dots + \pi(\sqrt[z]{x}) &\leq \sqrt{x} + \sqrt[3]{x} + \dots + \sqrt[z]{x} \leq \sqrt{x} + \sqrt{x} + \dots + \sqrt{x} \\ &= z\sqrt{x} = O(\sqrt{x} \log x) = o\left(\frac{x}{\log x}\right). \end{aligned}$$

or, la série

$$\sum_{\substack{p, m \\ m \geq 2}} \frac{\log p}{p^m}$$

est convergente et d'une part

$$= \sum_{\substack{p^m \leq x \\ m \geq 2}} \frac{\log p}{p^m} + o(1),$$

d'autre part

$$\begin{aligned} &= \sum_{\substack{p \leq x \\ m \geq 2}} \frac{\log p}{p^m} + o(1) \\ &= \sum_{p \leq x} \log p \left( \frac{1}{p^2} + \frac{1}{p^3} + \dots \text{ ad inf.} \right) + o(1) \\ &= \sum_{p \leq x} \frac{\log p}{p(p-1)} + o(1). \end{aligned}$$

Donc

$$(3) \quad \sum_{p \leq x} \log p \left( \left[ \frac{x}{p^2} \right] + \left[ \frac{x}{p^3} \right] + \dots \right) = x \sum_{p \leq x} \frac{\log p}{p(p-1)} + o(x).$$

En substituant (3) dans (2), on trouve

$$(4) \quad \sum_{p \leq x} \log p \left[ \frac{x}{p} \right] = x \log x - x \left( 1 + \sum_{p \leq x} \frac{\log p}{p(p-1)} \right) + o(x).$$

D'ailleurs,

$$\begin{aligned} \sum_{p \leq x} \log p \left[ \frac{x}{p} \right] &= \sum_{p \leq x} \log p \left( \frac{x}{p} - \rho \left( \frac{x}{p} \right) \right) \\ (5) \quad &= x \sum_{p \leq x} \frac{\log p}{p} - \sum_{p \leq x} \log p \rho \left( \frac{x}{p} \right). \end{aligned}$$

De (4) et (5), il résulte :

$$\begin{aligned} \sum_{p \leq x} \log p \rho \left( \frac{x}{p} \right) &= -x \log x + x \left( 1 + \sum_{p \leq x} \log p \left( \frac{1}{p} + \frac{1}{p(p-1)} \right) \right) + o(x) \\ (6) \quad &= x \left( 1 + \sum_{p \leq x} \frac{\log p}{p-1} - \log x \right) + o(x). \end{aligned}$$

Maintenant M. de la Vallée Poussin applique le théorème suivant, qu'il avait démontré en même temps (\*) que le théorème (1) sur  $\pi(x)$ , en 1896 :

$$(7) \quad \sum_{p \leq x} \frac{\log p}{p-1} = \log x - C + o(1).$$

(6) et (7) donnent

$$(8) \quad \sum_{p \leq x} \log p \rho\left(\frac{x}{p}\right) = (1 - C)x + o(x).$$

Or, d'après

$$(1) \quad \pi(x) \sim \frac{x}{\log x}$$

(\*) Ce n'est que tout récemment qu'on a découvert que les deux propositions (1) et (7) sont équivalentes. C'est au moyen d'un théorème important démontré par M. Axer dans son mémoire *Beitrag zur Kenntnis der zahlentheoretischen Funktionen  $\mu(n)$  und  $\lambda(n)$*  (PRACE MATEMATYCZNO-FIZYCZNE, t. XXI, pp. 65-95; 1910), pp. 68-72 et 87-90, que j'ai pu établir l'équivalence de (1) et de (7), en ce sens que non seulement (1) est une conséquence élémentaire de (7), ce qui était clair, mais que inversement, pour passer de (1) à (7), on n'a pas besoin de remonter aux sources transcendantes. Ceci se trouve développé aux pages 102-103 et 137-139 de mon mémoire *Über die Bedeutung einiger neuen Grenzwertsätze der Herren Hardy und Axer* (PRACE MATEMATYCZNO-FIZYCZNE, t. XXI, pp. 97-177; 1910). Toutefois pour passer de (1) à (7), il faut encore avoir recours à certaines propriétés (facilement accessibles) des nombres premiers. Plus précisément, il existe des classes de nombres entiers positifs telles que (1) soit valable sans que (7) soit juste, même sans que la limite

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \sum_{q \leq x} \frac{\log q}{q-1} - \log x \right)$$

(où  $q$  parcourt les nombres de la classe) existe ou, ce qui revient au même, sans que la limite

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \sum_{q \leq x} \frac{\log q}{q} - \log x \right)$$

existe. On peut même faire en sorte que l'expression entre parenthèses tende vers l'infini; exemple :  $q_n = [n \log n]$  pour  $n \geq 3$ .

et la relation

$$(9) \quad \sum_{p \leq x} \log p \sim x,$$

équivalente à (1) et démontrée aussi pour la première fois, en 1896, par les auteurs cités,

$$\begin{aligned} \sum_{p \leq x} (\log x - \log p) &= \log x \pi(x) - \sum_{p \leq x} \log p \\ &= \log x \left( \frac{x}{\log x} + o\left(\frac{x}{\log x}\right) \right) - x + o(x) \\ &= x + o(x) - x + o(x) \\ (10) \quad &= o(x); \end{aligned}$$

donc

$$\begin{aligned} \left| \sum_{p \leq x} \log x \varphi\left(\frac{x}{p}\right) - \sum_{p \leq x} \log p \varphi\left(\frac{x}{p}\right) \right| &= \left| \sum_{p \leq x} (\log x - \log p) \varphi\left(\frac{x}{p}\right) \right| \\ &\leq \sum_{p \leq x} (\log x - \log p) \\ &= o(x), \\ \log x \sum_{p \leq x} \varphi\left(\frac{x}{p}\right) &= \sum_{p \leq x} \log x \varphi\left(\frac{x}{p}\right) \\ (11) \quad &= \sum_{p \leq x} \log p \varphi\left(\frac{x}{p}\right) + o(x). \end{aligned}$$

(8) et (11) donnent

$$\begin{aligned} \log x \sum_{p \leq x} \varphi\left(\frac{x}{p}\right) &= (1 - C)x + o(x), \\ \sum_{p \leq x} \varphi\left(\frac{x}{p}\right) &= (1 - C) \frac{x}{\log x} + o\left(\frac{x}{\log x}\right) \\ &\sim (1 - C) \frac{x}{\log x}, \end{aligned}$$

ce qu'il fallait démontrer.

Dans cette démonstration reproduite d'après M. de la Vallée Poussin, on peut d'abord introduire une petite simplification. Pour déduire (10), on n'a pas besoin d'appliquer (1) ni (9), résultats principaux de la théorie moderne; mais (10) est très facile à établir directement (\*); on peut même, du théorème de Tchébychef

$$(12) \quad \pi(x) = O\left(\frac{x}{\log x}\right),$$

déduire non seulement (10), mais aussi le résultat (\*\*) plus précis

$$(13) \quad \sum_{p \leq x} (\log x - \log p) = O\left(\frac{x}{\log x}\right);$$

en effet, (12) donne

$$\begin{aligned} \frac{\pi(y)}{y} &= O\left(\frac{1}{\log y}\right), \\ \int_1^x \frac{\pi(y)}{y} dy &= O \int_2^x \frac{dy}{\log y} \\ &= O\left(\frac{x}{\log x}\right); \end{aligned}$$

or,

$$\begin{aligned} \int_1^x \frac{\pi(y)}{y} dy &= \int_1^x \frac{1}{y} \sum_{p \leq y} 1 dy \\ &= \sum_{p \leq x} \int_p^x \frac{dy}{y} \\ &= \sum_{p \leq x} (\log x - \log p); \end{aligned}$$

(13) est donc établi.

(\*) Pour l'histoire, voir la page 884 de mon *Handbuch*. On savait avant l'année 1896 que les propositions (1) et (9), alors simplement présumées, sont équivalentes.

(\*\*) Voir par exemple le § 19 (pp. 83-85) de mon *Handbuch*. Pour n'arriver que jusqu'à (10),  $\pi(x) = o(x)$  suffirait comme point de départ, au lieu de (12).

Mais la réflexion principale que suggère l'étude du mémoire de M. de la Vallée Poussin, c'est que le fait de voir réapparaître  $1 - C$  dans le cas des diviseurs premiers paraît être intimement lié au hasard que la constante  $C$  figure dans la relation (7).

Je fus donc fort étonné quand je réussis tout dernièrement à démontrer le théorème suivant (IV), qui forme le premier résultat du mémoire actuel.

### § 3.

**THÉORÈME IV.** — Soit  $q$  une classe quelconque de nombres entiers positifs tels que le nombre  $\varkappa(x)$  des  $q \leq x$  satisfasse à la relation

$$(14) \quad \varkappa(x) \sim \frac{x}{\log x}.$$

On a alors

$$\begin{aligned} \sum_{q \leq x} \rho \left( \frac{x}{q} \right) &\sim (1 - C) \frac{x}{\log x} \\ &\sim (1 - C) \varkappa(x). \end{aligned}$$

En d'autres termes :

Si l'on divise  $x$  par tous les  $q \leq x$ , la moyenne arithmétique des parties fractionnaires de ces quotients tend, pour  $x = \infty$ , vers une limite, et cette limite est  $1 - C$ .

Avant de démontrer IV, je rappelle le théorème de M. Axer (\*) :

**THÉORÈME V.** — Soit  $f(n)$  une fonction numérique telle que

$$\sum_{n=1}^{\infty} f(n) = o(x)$$

et

$$\sum_{n=1}^x |f(n)| = O(x).$$

---

(\*) AXER (*loc. cit.*), LANDAU (*loc. cit.*, pp. 130-136). D'ailleurs le lecteur n'a pas besoin de consulter ces mémoires pour connaître les démonstrations de V; car j'établirai plus bas un théorème nouveau (VIII), qui comprend V comme cas particulier.



Alors

$$\sum_{n=1}^x f(n) \rho\left(\frac{x}{n}\right) = o(x).$$

De là résulte la  
démonstration du théorème IV : Posons

$$\begin{aligned} f(n) &= \log n - 1 \text{ pour } n = q, \\ f(n) &= \quad \quad - 1 \text{ pour les autres } n. \end{aligned}$$

Les hypothèses de V seront remplies. Car il résulte de (14), même sous la forme moins précise

$$\varkappa(x) = o(x),$$

mot à mot comme pour les  $p$ ,

$$\begin{aligned} \log x \varkappa(x) - \sum_{q \leq x} \log q &= \sum_{q \leq x} \log \frac{x}{q} \\ &= \sum_{q \leq x} \int_q^x \frac{dy}{y} \\ &= \int_1^x \frac{\varkappa(y)}{y} dy \\ &= o(x), \end{aligned}$$

$$(15) \quad \sum_{q \leq x} \log q = \log x \varkappa(x) + o(x);$$

(14) donne donc

$$\sum_{q \leq x} \log q = x + o(x),$$

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^x f(n) &= \sum_{q \leq x} \log q - [x] \\ &= o(x), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^x |f(n)| &\leq \sum_{q \leq x} \log q + [x] \\ &= O(x). \end{aligned}$$

Le théorème V est donc applicable et fournit

$$\begin{aligned} o(x) &= \sum_{n=1}^{\infty} f(n) \rho\left(\frac{x}{n}\right) \\ &= \sum_{q \leq x} \log q \rho\left(\frac{x}{q}\right) - \sum_{n=1}^{\infty} \rho\left(\frac{x}{n}\right), \\ \sum_{q \leq x} \log q \rho\left(\frac{x}{q}\right) &= \sum_{n=1}^{\infty} \rho\left(\frac{x}{n}\right) + o(x) \\ &= (1 - C)x + o(x). \end{aligned}$$

D'autre part, d'après (15),

$$\begin{aligned} \left| \log x \sum_{q \leq x} \rho\left(\frac{x}{q}\right) - \sum_{q \leq x} \log q \rho\left(\frac{x}{q}\right) \right| &= \left| \sum_{q \leq x} (\log x - \log q) \rho\left(\frac{x}{q}\right) \right| \\ &\leq \sum_{q \leq x} (\log x - \log q) \\ &= o(x); \end{aligned}$$

donc

$$\begin{aligned} \log x \sum_{q \leq x} \rho\left(\frac{x}{q}\right) &= \sum_{q \leq x} \log q \rho\left(\frac{x}{q}\right) + o(x) \\ &= (1 - C)x + o(x), \\ \sum_{q \leq x} \rho\left(\frac{x}{q}\right) &\sim (1 - C) \frac{x}{\log x} \\ &\sim (1 - C) x(x). \end{aligned}$$

De même le théorème II, dans lequel la différence constante des nombres consécutifs  $ky + l$  pourrait paraître essentielle d'après la voie par laquelle M. de la Vallée Poussin l'a démontré, se généralise, contre toute attente, dans l'énoncé suivant, qui tient compte seulement du fait que le nombre des nombres  $ky + l \leq x$  est  $\sim \frac{x}{k}$ :

**THÉORÈME VI.** — Soit  $q$  une classe d'entiers positifs, telle que le nombre des  $q \leq x$

$$x(x) \sim qx,$$

où  $g > 0$ . On a alors

$$\begin{aligned} \sum_{q \leq x} \rho\left(\frac{x}{q}\right) &\sim (1 - C) gx \\ &\sim (1 - C) \varkappa(x). \end{aligned}$$

DÉMONSTRATION. — Posons

$$\begin{aligned} f(n) &= \frac{1}{g} - 1 \quad \text{pour } n = q, \\ f(n) &= -1 \quad \text{pour les autres } n. \end{aligned}$$

Les hypothèses de V seront remplies ; car

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} f(n) &= \frac{1}{g} \varkappa(x) - [x] \\ &= o(x) \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} |f(n)| &\leq \frac{1}{g} \varkappa(x) + [x] \\ &= O(x). \end{aligned}$$

Donc, en vertu de V,

$$\begin{aligned} o(x) &= \sum_{n=1}^{\infty} f(n) \rho\left(\frac{x}{n}\right) \\ &= \frac{1}{g} \sum_{q \leq x} \rho\left(\frac{x}{q}\right) - \sum_{n=1}^{\infty} \rho\left(\frac{x}{n}\right), \\ \frac{1}{g} \sum_{q \leq x} \rho\left(\frac{x}{q}\right) &= o(x) + (1 - C)x + o(x), \\ \sum_{q \leq x} \rho\left(\frac{x}{q}\right) &\sim (1 - C)gx. \end{aligned}$$

Je démontrerai, dans la suite, un énoncé qui renferme IV et VI (donc aussi I, II et III) comme cas particuliers, savoir le

**THÉORÈME VII.** — Soit  $q$  une classe infinie de nombres positifs (pas même nécessairement entiers et pouvant se répéter) sans

point limite fini. Le nombre  $\varkappa(x)$  des  $q \leq x$  est donc fini. Supposons que

$$\varkappa(x) \sim \frac{x}{w(x)},$$

où  $w(x)$  est une fonction positive et non décroissante (\*) à partir d'un certain  $x$  et telle que

$$(16) \quad \lim_{x=\infty} \frac{w(2x)}{w(x)} = 1.$$

Alors on a

$$\sum_{q \leq x} \rho\left(\frac{x}{q}\right) \sim (1 - C) \varkappa(x).$$

En d'autres termes :

Si l'on divise  $x$  par tous les  $q \leq x$ , la moyenne arithmétique des parties fractionnaires de ces quotients tend, pour  $x = \infty$ , vers une limite, et cette limite est  $1 - C$ .

Exemples :  $w(x) = \log x$  (théorème IV) ;  $w(x) = \frac{1}{g}$  (théorème VI).

Pour éviter des répétitions, je ne démontrerai (au § 5) qu'un théorème (IX) encore plus général, à plusieurs égards, que VII. Mais avant d'y procéder, il faut développer une généralisation (VIII) du théorème V de M. Axer et un autre lemme ; tel est l'objet du § 4.

(\*) J'entends par cela qu'il existe un  $\xi$  tel que, pour

$$\xi \leq x_1 < x_2,$$

l'on ait

$$0 < w(x_1) \leq w(x_2).$$

§ 4.

THÉORÈME VIII. — Soit  $q$  une classe infinie de nombres positifs sans point limite fini; on peut les ranger par ordre croissant :

$$0 < q_1 \leq q_2 \leq \dots \leq q_n \leq \dots.$$

Supposons que le nombre  $\varkappa(x)$  des  $q_n \leq x$  satisfasse, quand  $\varepsilon$  diminue jusqu'à 0, à la condition

$$(17) \quad \lim_{\varepsilon = 0} \limsup_{x = \infty} \frac{\varkappa(\varepsilon x)}{\varkappa(x)} = 0.$$

Alors, pour toute fonction numérique  $f(n)$  satisfaisant aux relations

$$F(x) = \sum_{q_n \leq x} f(n) = \sum_{n=1}^{\varkappa(x)} f(n) = o(\varkappa(x))$$

et

$$G(x) = \sum_{q_n \leq x} |f(n)| = \sum_{n=1}^{\varkappa(x)} |f(n)| = O(\varkappa(x)),$$

on a

$$\sum_{q_n \leq x} f(n) \rho\left(\frac{x}{q_n}\right) = \sum_{n=1}^{\varkappa(x)} f(n) \rho\left(\frac{x}{q_n}\right) = o(\varkappa(x)).$$

REMARQUES PRÉLIMINAIRES. — Avant d'aborder la démonstration, commençons par discuter ce que signifie (17). Pour cela, nous tiendrons compte du seul fait que  $\varkappa(x)$  est une fonction non négative, non décroissante et tendant vers l'infini. (Nous laissons de côté qu'elle égale toujours un nombre entier.) Ces propriétés de  $\varkappa(x)$  — sans encore introduire (17) — prouvent que la quantité

$$(18) \quad \limsup_{x = \infty} \frac{\varkappa(\varepsilon x)}{\varkappa(x)},$$

où  $\varepsilon > 0$ , n'augmente pas quand  $\varepsilon$  décroît; en effet, pour  $0 < \varepsilon_1 < \varepsilon_2$ ,  $x \geq q_1$ , on a

$$\frac{z(\varepsilon_1 x)}{z(x)} \leq \frac{z(\varepsilon_2 x)}{z(x)},$$

d'où

$$\limsup_{x = \infty} \frac{z(\varepsilon_1 x)}{z(x)} \leq \limsup_{x = \infty} \frac{z(\varepsilon_2 x)}{z(x)}.$$

D'ailleurs, pour  $0 < \varepsilon \leq 1$ , l'expression (18) est évidemment  $\geq 0$  et  $\leq 1$ . Le premier membre de (17) existe donc certainement, et il est  $\geq 0$  et  $\leq 1$ ; or (17) suppose qu'il est précisément 0. Cela veut dire :  $\delta$  étant donné, il existe un  $\eta$  ( $\delta$ ) positif tel que

$$\limsup_{x = \infty} \frac{z(\eta x)}{z(x)} < \delta;$$

done, pour  $x \geq \xi = \xi(\delta)$ ,

$$(19) \quad \frac{z(\eta x)}{z(x)} \leq \delta.$$

Il en résulte évidemment : Pour toute fonction  $z$  de  $x$ , positive à partir d'un certain point, et telle que

$$(20) \quad z = o(x),$$

on a

$$(21) \quad z(z) = o(z(x)).$$

En effet,  $\delta > 0$  étant donné, choisissons  $\eta = \eta(\delta) > 0$  et  $\xi = \xi(\delta)$ , de façon que, pour  $x \geq \xi$ , l'inégalité (19) soit remplie. Choisissons maintenant, en vertu de (20),  $\xi' = \xi'(\delta) \geq \xi$ , tel que, pour  $x \geq \xi'$ ,

$$0 < z \leq \eta x.$$

Alors, pour  $x \geq \xi'$ ,

$$\begin{aligned} \frac{z(z)}{z(x)} &\leq \frac{z(\eta x)}{z(x)} \\ &\leq \delta, \end{aligned}$$

ce qui prouve (21).

Plus brièvement (sans la lettre  $z$ ) : (17) exige qu'on ait identiquement

$$(22) \quad x(o(x)) = o(x(x)).$$

D'ailleurs, (22) est entièrement équivalent à (17), c'est-à-dire : de (22) résulte (17). En effet, si (17) n'est pas rempli, il existe un  $\delta_0$  positif tel que, pour tout  $\eta > 0$ ,

$$\limsup_{x = \infty} \frac{x(\eta x)}{x(x)} \geq \delta_0;$$

donc, pour tout  $\eta > 0$  et tout  $\xi$ , il existe un  $x > \xi$  tel que

$$\frac{x(\eta x)}{x(x)} > \frac{\delta_0}{2}.$$

Choisissons d'abord un  $x_1 > 0$  tel que

$$\frac{x\left(\frac{1}{2} x_1\right)}{x(x_1)} > \frac{\delta_0}{2},$$

ensuite un  $x_2 > x_1 + 1$  tel que

$$\frac{x\left(\frac{1}{3} x_2\right)}{x(x_2)} > \frac{\delta_0}{2},$$

.....,

un  $x_n > x_{n-1} + 1$  tel que

$$\frac{x\left(\frac{1}{n+1} x_n\right)}{x(x_n)} > \frac{\delta_0}{2},$$

.....,

de sorte que les  $x_n$  tendent, en croissant, vers l'infini; posons ensuite

$$z = \frac{1}{2} x \quad \text{pour } 0 < x \leq x_1,$$

$$z = \frac{1}{3} x \quad \text{pour } x_1 < x \leq x_2,$$

.....

$$z = \frac{1}{n+1} x \quad \text{pour } x_{n-1} < x \leq x_n,$$

.....

$z$  est ainsi défini et positif pour tous les  $x > 0$  et satisfait à

$$(20) \quad z = o(x).$$

D'autre part, pour  $x = x_n$ , on a

$$\frac{x(z(x_n))}{x(x_n)} > \frac{\delta_0}{2},$$

de sorte que (22) ne serait pas rempli.

*Exemples* qui satisfont à (17) :

1. Soit

$$x(x) \sim gx,$$

où  $g > 0$ ; dans ce cas, l'expression (18) est  $\varepsilon$ .

2. Soit

$$x(x) \sim \frac{x}{\log x};$$

ici, l'expression (18) est  $\varepsilon$ .

3. Soit

$$x(x) \sim \frac{x}{w(x)},$$

où  $w(x)$  satisfait aux conditions du théorème VII : à partir d'un



certain  $x$ ,  $w(x)$  est positif, ne décroît pas, et  $w(x)$  satisfait à l'équation

$$(16) \quad \lim_{x = \infty} \frac{w(2x)}{w(x)} = 1.$$

En effet, il en résulte pour tout  $n$  entier et  $\geq 0$ ,

$$\lim_{x = \infty} \frac{w(2^n x)}{w(x)} = 1;$$

d'où, pour tout  $\gamma > 1$ ,

$$(23) \quad \lim_{x = \infty} \frac{w(\gamma x)}{w(x)} = 1,$$

puisque, si  $2^n < \gamma < 2^{n+1}$ ,  $w(\gamma x)$  est, à partir d'un certain  $x$ , compris entre  $w(2^n x)$  et  $w(2^{n+1} x)$ . (23) est donc aussi valable pour  $0 < \gamma < 1$ , comme on le voit en remplaçant  $x$  par  $\frac{x}{\gamma}$ . Donc, pour  $\varepsilon > 0$ ,

$$\lim_{x = \infty} \frac{w(x)}{w(\varepsilon x)} = 1,$$

$$\limsup_{x = \infty} \frac{\varkappa(\varepsilon x)}{\varkappa(x)} = \varepsilon.$$

4. Soit

$$\varkappa(x) \sim x^r,$$

où  $r > 0$ ; dans ce cas, (18) égale  $\varepsilon^r$ .

Dans ces quatre exemples, le quotient  $\frac{\varkappa(\varepsilon x)}{\varkappa(x)}$  a même une limite ( $\varepsilon, \varepsilon, \varepsilon, \varepsilon^r$ ); elle tend vers 0 avec  $\varepsilon$ , comme (17) l'exige.

Le théorème VIII comprend donc évidemment le théorème V de M. Axer comme cas particulier, pour

$$q_n = n, \quad \varkappa(x) = [x] \sim x.$$

Il comprend, pour

$$q_n = \sqrt[r]{n} \quad (r > 0),$$

où

$$\varkappa(x) = [x^r] \sim x^r,$$

comme cas particulier, un théorème plus général de M. Axer (\*), dont j'avais d'ailleurs donné une autre démonstration (\*\*).

*Première démonstration du théorème VIII* (d'après la marche que j'ai suivie dans le cas particulier cité) : Posons, pour  $x \geq q_1^2$ ,

$$\eta(x) = \text{Max.}_{y \geq \sqrt{x}} \frac{|F(y)|}{x(y)}.$$

et

$$\delta(x) = \text{Max.} \left( \frac{1}{\sqrt{x}}, \eta(x) \right),$$

de sorte que

$$\delta(x) > 0$$

et

$$\delta(x) = o(1).$$

Il résulte de la définition de  $\delta(x)$  que, pour  $y \geq \delta(x) \cdot x$  (cet  $y$  étant certainement  $\geq \sqrt{x}$ ),

$$\frac{|F(y)|}{x(y)} \leq \eta(x),$$

$$\begin{aligned} |F(y)| &\leq \eta(x) x(y) \\ &\leq \delta(x) x(y). \end{aligned}$$

(\*) *Loc. cit.*, pp. 87-90. Voici donc ce théorème : De

$$\sum_{n=1}^{x^r} f(n) = o(x^r), \quad \text{c'est-à-dire} \quad \sum_{n=1}^x f(n) = o(x)$$

et

$$\sum_{n=1}^{x^r} |f(n)| = o(x^r), \quad \text{c'est-à-dire} \quad \sum_{n=1}^x |f(n)| = o(x),$$

il résulte

$$\sum_{n=1}^{x^r} f(n) \rho \left( \frac{x}{r \sqrt[n]{n}} \right) = o(x^r), \quad \text{c'est-à-dire} \quad \sum_{n=1}^x f(n) \rho \left( \sqrt[r]{\frac{x}{n}} \right) = o(x).$$

(\*\*) *Loc. cit.*, pp. 142-147.

Or, pour  $x \geq q_1^2$ ,

$$\begin{aligned}
 \sum_{q_n \leq x} f(n) \left[ \frac{x}{q_n} \right] &= \sum_{q_n m \leq x} f(n) \cdot 1 \\
 &= \sum_{q_n \leq \delta x} f(n) \sum_{m=1}^{\frac{x}{q_n}} 1 + \sum_{m=1}^{\frac{1}{\delta}} \sum_{q_n \leq \frac{x}{m}} f(n) - \sum_{q_n \leq \delta x} f(n) \cdot \sum_{m=1}^{\frac{1}{\delta}} 1 \\
 (24) \quad &= \sum_{q_n \leq \delta x} f(n) \left[ \frac{x}{q_n} \right] + \sum_{m=1}^{\frac{1}{\delta}} F\left(\frac{x}{m}\right) - F(\delta x) \left[ \frac{1}{\delta} \right].
 \end{aligned}$$

Ici,

$$\begin{aligned}
 \left| \sum_{m=1}^{\frac{1}{\delta}} F\left(\frac{x}{m}\right) \right| &\leq \delta \sum_{m=1}^{\frac{1}{\delta}} x \left(\frac{x}{m}\right) \\
 &= \delta \sum_{m=1}^{\frac{1}{\sqrt{\delta}}} x \left(\frac{x}{m}\right) + \delta \sum_{m=\frac{1}{\sqrt{\delta}}+1}^{\frac{1}{\delta}} x \left(\frac{x}{m}\right) \\
 &\leq \delta \sum_{m=1}^{\frac{1}{\sqrt{\delta}}} x(x) + \delta \sum_{m=\frac{1}{\sqrt{\delta}}+1}^{\frac{1}{\delta}} x(\sqrt{\delta} x) \\
 &\leq \delta \frac{1}{\sqrt{\delta}} x(x) + \delta \cdot \frac{1}{\delta} x(\sqrt{\delta} x) \\
 &= \sqrt{\delta} x(x) + x(o(x)) \\
 &= o(x(x)) + o(x(x)) \\
 (25) \quad &= o(x(x))
 \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned}
 \left| F(\delta x) \left[ \frac{1}{\delta} \right] \right| &\leq \delta x(\delta x) \frac{1}{\delta} \\
 &= x(\delta x) \\
 (26) \quad &= o(x(x)).
 \end{aligned}$$

En substituant (25) et (26) dans (24), on obtient

$$(27) \quad \sum_{q_n \leq x} f(n) \left[ \frac{x}{q_n} \right] = \sum_{q_n \leq \delta x} f(n) \left[ \frac{x}{q_n} \right] + o(x(x)).$$

Or,

$$\begin{aligned} \left| x \sum_{q_n \leq \delta x} \frac{f(n)}{q_n} - \sum_{q_n \leq \delta x} f(n) \left[ \frac{x}{q_n} \right] \right| &= \left| \sum_{q_n \leq \delta x} f(n) \left( \frac{x}{q_n} - \left[ \frac{x}{q_n} \right] \right) \right| \\ &\leq \sum_{q_n \leq \delta x} |f(n)| \\ &= G(\delta x) \\ &= O(x(\delta x)) \\ &= o(x(x)); \end{aligned}$$

donc, d'après (27),

$$\begin{aligned} \sum_{q_n \leq x} f(n) \left[ \frac{x}{q_n} \right] &= x \sum_{q_n \leq \delta x} \frac{f(n)}{q_n} + o(x(x)), \\ \sum_{q_n \leq x} f(n) \rho \left( \frac{x}{q_n} \right) &= x \sum_{q_n \leq x} \frac{f(n)}{q_n} - \sum_{q_n \leq x} f(n) \left[ \frac{x}{q_n} \right] \\ (28) \quad &= x \sum_{\delta x < q_n \leq x} \frac{f(n)}{q_n} + o(x(x)). \end{aligned}$$

La somme qui reste dans (28) s'estime de la façon suivante :

$$\left| \sum_{\delta x < q_n \leq x} \frac{f(n)}{q_n} \right| = \left| \sum_{n=\nu(\delta x)+1}^{\nu(x)} \frac{F(q_n) - F(q_{n-1})}{q_n} \right| \quad (*)$$

(\*) Puisque j'ai admis des  $q$  multiples, je n'ai pas le droit d'énoncer

$$f(n) = F(q_n) - F(q_{n-1});$$

mais l'identité du texte se justifie par le fait que, un même  $q$  correspondant aux indices consécutifs

$$n = N, N + 1, \dots, M,$$

on a

$$f(N) + f(N + 1) + \dots + f(M) = F(q_M) - F(q_{N-1}) = \sum_{n=N}^M (F(q_n) - F(q_{n-1})).$$

Il va sans dire que  $F(q_0)$  doit signifier 0.

$$\begin{aligned}
 &= \left| \sum_{n=\kappa(\delta x)+1}^{\kappa(x)} \mathbf{F}(q_n) \left( \frac{1}{q_n} - \frac{1}{q_{n+1}} \right) - \frac{\mathbf{F}(q_{\kappa(\delta x)})}{q_{\kappa(\delta x)+1}} + \frac{\mathbf{F}(q_{\kappa(x)})}{q_{\kappa(x)+1}} \right| \\
 &\leq \delta \sum_{\delta x < q_n \leq x} \kappa(q_n) \left( \frac{1}{q_n} - \frac{1}{q_{n+1}} \right) + \frac{\delta \kappa(\delta x)}{\delta x} + \frac{\delta \kappa(x)}{x} \\
 &\leq \delta \sum_{\delta x < q_n \leq \sqrt{\delta} \cdot x} \kappa(\sqrt{\delta} \cdot x) \left( \frac{1}{q_n} - \frac{1}{q_{n+1}} \right) \\
 &\quad + \delta \sum_{\sqrt{\delta} \cdot x < q_n \leq x} \kappa(x) \left( \frac{1}{q_n} - \frac{1}{q_{n+1}} \right) + \frac{\kappa(\delta x)}{x} + \frac{\delta \kappa(x)}{x} \\
 &\leq \delta \kappa(\sqrt{\delta} \cdot x) \sum_{\delta x < q_n < \infty} \left( \frac{1}{q_n} - \frac{1}{q_{n+1}} \right) + \delta \kappa(x) \sum_{\sqrt{\delta} \cdot x < q_n < \infty} \left( \frac{1}{q_n} - \frac{1}{q_{n+1}} \right) \\
 &\quad + \frac{\kappa(\delta x)}{x} + \frac{\delta \kappa(x)}{x} \\
 &\leq \frac{\delta \kappa(\sqrt{\delta} \cdot x)}{\delta x} + \frac{\delta \kappa(x)}{\sqrt{\delta} \cdot x} + \frac{\kappa(\delta x)}{x} + \frac{\delta \kappa(x)}{x} \\
 &= \frac{\kappa(\sqrt{\delta} \cdot x)}{x} + \frac{\sqrt{\delta} \cdot \kappa(x)}{x} + \frac{\kappa(\delta x)}{x} + \frac{\delta \kappa(x)}{x} \\
 (29) &= o\left(\frac{\kappa(x)}{x}\right).
 \end{aligned}$$

En introduisant (29) dans (28), on trouve

$$\sum_{q_n \leq x} f(n) \rho\left(\frac{x}{q_n}\right) = o(\kappa(x)),$$

ce qu'il fallait démontrer.

*Deuxième démonstration du théorème VIII* (d'après la méthode suivie par M. Axer dans le cas particulier) : Soit  $\delta$  un

nombre positif et inférieur à 1. On a

$$\begin{aligned} \sum_{q_n \leq x} f(n) \rho\left(\frac{x}{q_n}\right) &= \sum_{q_n \leq \delta x} f(n) \rho\left(\frac{x}{q_n}\right) + \sum_{\delta x < q_n \leq x} f(n) \rho\left(\frac{x}{q_n}\right) \\ (30) \qquad \qquad \qquad &= \Sigma_1 + \Sigma_2. \end{aligned}$$

D'après une des hypothèses faites, savoir

$$G(x) = O(x(x)),$$

il existe une constante A telle qu'on ait toujours

$$G(x) \leq Ax(x).$$

Donc

$$\begin{aligned} |\Sigma_1| &\leq \sum_{q_n \leq \delta x} |f(n)| \\ &= G(\delta x) \\ (31) \qquad \qquad \qquad &\leq Ax(\delta x); \end{aligned}$$

A ne dépend ni de  $x$  ni de  $\delta$ .

$\Sigma_2$  se transforme (\*) d'abord en

$$\begin{aligned} \Sigma_2 &= \sum_{n=\kappa(\delta x)+1}^{\kappa(x)} (F(q_n) - F(q_{n-1})) \rho\left(\frac{x}{q_n}\right) \\ &= \sum_{n=\kappa(\delta x)+1}^{\kappa(x)} F(q_n) \left( \rho\left(\frac{x}{q_n}\right) - \rho\left(\frac{x}{q_{n+1}}\right) \right) - F(\delta x) \rho\left(\frac{x}{q_{\kappa(\delta x)+1}}\right) + F(x) \rho\left(\frac{x}{q_{\kappa(x)+1}}\right). \end{aligned}$$

Pour  $x \geq \Omega = \Omega(\delta)$ , on a

$$|F(x)| \leq \delta^2 x(x);$$

---

(\*) Voir la note précédente.

done, pour  $x \geq \frac{\Omega}{\delta}$ ,

$$\begin{aligned} \left| \Sigma_2 \right| &\leq \delta^2 \sum_{\delta x < q_n \leq x} \kappa(q_n) \left| \rho\left(\frac{x}{q_n}\right) - \rho\left(\frac{x}{q_{n+1}}\right) \right| + \delta^2 \kappa(\delta x) + \delta^2 \kappa(x) \\ &\leq \delta^2 \kappa(x) \sum_{\delta x < q_n \leq x} \left| \rho\left(\frac{x}{q_n}\right) - \rho\left(\frac{x}{q_{n+1}}\right) \right| + \delta^2 \kappa(x) + \delta^2 \kappa(x). \end{aligned}$$

Or,

$$\begin{aligned} \left| \rho\left(\frac{x}{q_n}\right) - \rho\left(\frac{x}{q_{n+1}}\right) \right| &= \left| \frac{x}{q_n} - \frac{x}{q_{n+1}} - \left( \left[ \frac{x}{q_n} \right] - \left[ \frac{x}{q_{n+1}} \right] \right) \right| \\ &\leq \left( \frac{x}{q_n} - \frac{x}{q_{n+1}} \right) + \left( \left[ \frac{x}{q_n} \right] - \left[ \frac{x}{q_{n+1}} \right] \right), \end{aligned}$$

d'où

$$\begin{aligned} \sum_{\delta x < q_n \leq x} \left| \rho\left(\frac{x}{q_n}\right) - \rho\left(\frac{x}{q_{n+1}}\right) \right| &< \sum_{\delta x < q_n < \infty} \left( \frac{x}{q_n} - \frac{x}{q_{n+1}} \right) + \sum_{\delta x < q_n < \infty} \left( \left[ \frac{x}{q_n} \right] - \left[ \frac{x}{q_{n+1}} \right] \right) \\ &= \frac{x}{q_{\kappa(\delta x)+1}} + \left[ \frac{x}{q_{\kappa(\delta x)+1}} \right] \\ &< \frac{x}{\delta x} + \left[ \frac{x}{\delta x} \right] \\ &\leq \frac{2}{\delta}. \end{aligned}$$

On obtient donc, pour  $x \geq \frac{\Omega}{\delta}$ ,

$$|\Sigma_2| \leq 2\delta\kappa(x) + 2\delta^2\kappa(x)$$

$$(32) \qquad \leq 4\delta\kappa(x).$$

En substituant (31) et (32) dans (30), on trouve, pour  $x \geq \frac{\Omega}{\delta}$ ,

$$\left| \sum_{q_n \leq x} f(n) \rho \left( \frac{x}{q_n} \right) \right| \leq A\alpha(\delta x) + 4\delta\alpha(x);$$

il en résulte

$$(33) \quad \limsup_{x = \infty} \frac{\left| \sum_{q_n \leq x} f(n) \rho \left( \frac{x}{q_n} \right) \right|}{\alpha(x)} \leq A \limsup_{x = \infty} \frac{\alpha(\delta x)}{\alpha(x)} + 4\delta.$$

Ceci est prouvé pour tous les  $\delta$  positifs et inférieurs à 1. Le second membre de (33) ayant, par hypothèse, la limite 0 pour  $\delta = 0$ , on obtient

$$\limsup_{x = \infty} \frac{\left| \sum_{q_n \leq x} f(n) \rho \left( \frac{x}{q_n} \right) \right|}{\alpha(x)} = 0,$$

$$\lim_{x = \infty} \frac{\sum_{q_n \leq x} f(n) \rho \left( \frac{x}{q_n} \right)}{\alpha(x)} = 0,$$

ce qu'il fallait démontrer.

LEMME. — Soit  $q$  une classe de nombres satisfaisant aux conditions du théorème VIII. Soit  $w(x)$  une fonction positive et non décroissante à partir d'un certain  $x$ . Soit

$$(16) \quad \lim_{x = \infty} \frac{w(2x)}{w(x)} = 1.$$

Alors,  $w(x)$  étant défini pour tous les  $q$ ,

$$\sum_{q \leq x} w(q) \sim w(x) \alpha(x).$$



DÉMONSTRATION. — Sans restreindre la généralité, on peut supposer, pour la démonstration,  $w(x)$  défini, positif et non décroissant pour  $x > 0$ .

On a, en premier lieu,

$$\begin{aligned} \sum_{q \leq x} w(q) &\leq \sum_{q \leq x} w(x) \\ &= w(x) \varkappa(x), \end{aligned}$$

$$\limsup_{x = \infty} \frac{\sum_{q \leq x} w(q)}{w(x) \varkappa(x)} \leq 1.$$

Il ne reste donc à démontrer que

$$\liminf_{x = \infty} \frac{\sum_{q \leq x} w(q)}{w(x) \varkappa(x)} \geq 1.$$

Soit  $\varepsilon$  un nombre positif et  $< 1$ . On a

$$\sum_{q \leq x} w(q) \geq \sum_{\varepsilon x < q \leq x} w(q),$$

donc

$$\sum_{q \leq x} w(q) \geq w(\varepsilon x) (\varkappa(x) - \varkappa(\varepsilon x)),$$

d'où, pour  $x \geq q_1$ ,

$$\frac{\sum_{q \leq x} w(q)}{w(x) \varkappa(x)} \geq \frac{w(\varepsilon x)}{w(x)} \left( 1 - \frac{\varkappa(\varepsilon x)}{\varkappa(x)} \right);$$

puisque, d'après (16),

$$\lim_{x = \infty} \frac{w(\varepsilon x)}{w(x)} = 1,$$

on obtient

$$\liminf_{x = \infty} \frac{\sum_{q \leq x} w(q)}{w(x) \varkappa(x)} \geq 1 - \limsup_{x = \infty} \frac{\varkappa(\varepsilon x)}{\varkappa(x)}.$$

Ceci étant établi pour tout  $\varepsilon$  positif et  $< 1$ , on en déduit, en tenant compte de (17),

$$\liminf_{x = \infty} \frac{\sum_{q \leq x} w(q)}{w(x) z(x)} \geq 1 - \lim_{\varepsilon = 0} \limsup_{x = \infty} \frac{z(\varepsilon x)}{z(x)} = 1.$$

Le lemme est donc démontré.

### § 5.

**THÉORÈME IX.** — Soit  $q'$  une classe satisfaisant aux conditions du théorème VIII : nombres positifs sans point limite fini, tels que le nombre  $z_1(x)$  des  $q' \leq x$  satisfasse à

$$(34) \quad \lim_{\varepsilon = 0} \limsup_{x = \infty} \frac{z_1(\varepsilon x)}{z_1(x)} = 0.$$

Soit  $q''$  une seconde classe avec les mêmes propriétés : nombres positifs sans point limite fini, tels que le nombre  $z_2(x)$  des  $q'' \leq x$  satisfasse à

$$(35) \quad \lim_{\varepsilon = 0} \limsup_{x = \infty} \frac{z_2(\varepsilon x)}{z_2(x)} = 0.$$

Soit en outre

$$(36) \quad z_1(x) \sim \frac{z_2(x)}{w(x)},$$

où  $w(x)$  est une fonction positive et non décroissante à partir d'un certain  $x$  et telle que

$$(16) \quad \lim_{x = \infty} \frac{w(2x)}{w(x)} = 1.$$

[Je tiens à faire remarquer tout de suite que les hypothèses faites ne sont pas indépendantes, parce que (34) est évidem-

ment (\*) une conséquence de (35), (36) et (16), et que de même (35) est une conséquence de (34), (36) et (16).]

Alors

$$\lim_{x = \infty} \left( \frac{\sum_{q' \leq x} \rho \left( \frac{x}{q'} \right)}{\varkappa_1(x)} - \frac{\sum_{q'' \leq x} \rho \left( \frac{x}{q''} \right)}{\varkappa_2(x)} \right) = 0.$$

De ce théorème IX découle en particulier ce qui suit : Si — dans les hypothèses faites —

$$\lim_{x = \infty} \frac{\sum_{q' \leq x} \rho \left( \frac{x}{q'} \right)}{\varkappa_1(x)}$$

existe, alors

$$\lim_{x = \infty} \frac{\sum_{q'' \leq x} \rho \left( \frac{x}{q''} \right)}{\varkappa_2(x)}$$

existe aussi et égale l'autre limite, et réciproquement. Cela renferme VII comme cas particulier, pour  $q''_n = n$ .

DÉMONSTRATION. — Sans restreindre la généralité, on peut supposer  $w(x)$  défini, positif et non décroissant pour  $x > 0$ .

Désignons les  $q'$  et les  $q''$  indifféremment par  $q_n (n = 1, 2, \dots)$ , rangés par ordre croissant et chaque élément multiple avec sa multiplicité; d'ailleurs, un nombre pouvait figurer plusieurs fois déjà dans chacun des ensembles  $q'$  et  $q''$ . Si  $\varkappa(x)$  est le nombre des  $q \leq x$ , on aura

$$\varkappa(x) = \varkappa_1(x) + \varkappa_2(x).$$

Posons maintenant

$$\begin{aligned} f(n) &= w(q_n), & \text{si } q_n \text{ est un } q', \\ f(n) &= -1, & \text{si } q_n \text{ est un } q''. \end{aligned}$$

---

(\*) En effet, de (36) et (16) résulte :

$$\limsup_{x = \infty} \frac{\varkappa_1(\varepsilon x)}{\varkappa_1(x)} = \limsup_{x = \infty} \frac{\varkappa_2(\varepsilon x)}{\varkappa_2(x)}.$$

Je dis que les hypothèses du théorème VIII sont satisfaites par nos nombres  $q$  avec leur fonction correspondante  $z(x)$ . En effet : premièrement, en vertu de (36), on a — que  $w(x)$  tende vers une limite finie ou vers l'infini — pour tous les  $x$

$$\begin{aligned} z_1(x) &\leq \mathbf{A}z_2(x), \\ z(x) &\leq (1 + \mathbf{A})z_2(x); \end{aligned}$$

par conséquent,  $\varepsilon$  étant  $> 0$  et  $x \geq q_1''$ ,

$$\frac{z(\varepsilon x)}{z(x)} \leq \frac{(1 + \mathbf{A})z_2(\varepsilon x)}{z_2(x)};$$

done

$$\limsup_{x = \infty} \frac{z(\varepsilon x)}{z(x)} \leq (1 + \mathbf{A}) \limsup_{x = \infty} \frac{z_2(\varepsilon x)}{z_2(x)},$$

d'où, en vertu de (35),

$$\lim_{\varepsilon = 0} \limsup_{x = \infty} \frac{z(\varepsilon x)}{z(x)} = 0.$$

Deuxièmement, d'après le lemme appliqué aux  $q'$  et à notre fonction  $w(x)$ ,

$$(37) \quad \sum_{q' \leq x} w(q') \sim w(x) z_1(x);$$

(36) donne donc

$$\sum_{q' \leq x} w(q') \sim z_2(x),$$

et l'on a

$$\begin{aligned} \mathbf{F}(x) &= \sum_{q_n \leq x} f(n) \\ &= \sum_{q' \leq x} w(q') - \sum_{q'' \leq x} 1 \\ &= z_2(x) + o(z_2(x)) - z_2(x) \\ &= o(z_2(x)) \\ &= o(z(x)). \end{aligned}$$

Troisièmement,

$$\begin{aligned} G(x) &= \sum_{q_n \leq x} |f(n)| \\ &= \sum_{q' \leq x} w(q') + \sum_{q'' \leq x} 1 \\ &= O(z_2(x)) + z_2(x) \\ &= O(z(x)). \end{aligned}$$

Le théorème VIII donne donc

$$\begin{aligned} \sum_{q_n \leq x} f(n) \rho\left(\frac{x}{q_n}\right) &= o(z(x)), \\ \sum_{q' \leq x} w(q') \rho\left(\frac{x}{q'}\right) - \sum_{q'' \leq x} \rho\left(\frac{x}{q''}\right) &= o(z(x)). \end{aligned}$$

Or, d'après (37),

$$\begin{aligned} \sum_{q' \leq x} (w(x) - w(q')) &= w(x) z_1(x) - \sum_{q' \leq x} w(q') \\ &= o(z_2(x)) \\ &= o(z(x)), \end{aligned}$$

d'où

$$\begin{aligned} \sum_{q' \leq x} (w(x) - w(q')) \rho\left(\frac{x}{q'}\right) &= o(z(x)), \\ w(x) \sum_{q' \leq x} \rho\left(\frac{x}{q'}\right) &= \sum_{q' \leq x} w(q') \rho\left(\frac{x}{q'}\right) + o(z(x)) \\ &= \sum_{q'' \leq x} \rho\left(\frac{x}{q''}\right) + o(z(x)), \\ \frac{\sum_{q' \leq x} \rho\left(\frac{x}{q'}\right)}{z_1(x)} - \frac{\sum_{q'' \leq x} \rho\left(\frac{x}{q''}\right)}{w(x) z_1(x)} &= o\left(\frac{z(x)}{w(x) z_1(x)}\right) \\ &= o\left(\frac{z(x)}{z_2(x)}\right) \\ (38) \qquad \qquad \qquad &= o(1). \end{aligned}$$

Or,

$$\begin{aligned}
 \frac{\sum_{q'' \leq x} \rho\left(\frac{x}{q''}\right)}{w(x) \kappa_1(x)} &= \frac{\sum_{q'' \leq x} \rho\left(\frac{x}{q''}\right)}{\kappa_2(x)} (1 + o(1)) \\
 &= \frac{\sum_{q'' \leq x} \rho\left(\frac{x}{q''}\right)}{\kappa_2(x)} + \frac{O \sum_{q'' \leq x} 1}{\kappa_2(x)} o(1) \\
 &= \frac{\sum_{q'' \leq x} \rho\left(\frac{x}{q''}\right)}{\kappa_2(x)} + \frac{O(\kappa_2(x))}{\kappa_2(x)} o(1) \\
 (39) \qquad &= \frac{\sum_{q'' \leq x} \rho\left(\frac{x}{q''}\right)}{\kappa_2(x)} + o(1).
 \end{aligned}$$

De (38) et (39) résulte :

$$\frac{\sum_{q' \leq x} \rho\left(\frac{x}{q'}\right)}{\kappa_1(x)} - \frac{\sum_{q'' \leq x} \rho\left(\frac{x}{q''}\right)}{\kappa_2(x)} = o(1),$$

et le théorème IX est démontré.



OPTIQUE. — **Recherches expérimentales sur la forme de la surface d'onde dans les cristaux biréfringents** (quatrième communication).

par M<sup>lle</sup> A. SCOUVART.

*Mesures sur des cristaux de barytine.*

J'ai poursuivi sur des cristaux de barytine l'étude de la déviation des ondes lumineuses par des prismes biréfringents (\*).

Les cristaux qui m'ont servi ont été enlevés à un agrégat cristallin provenant de Przibram (Bohême). Je n'ai pu employer que les plus petits (1 à 2 millimètres), les grands n'étant ni assez réguliers ni assez limpides.

Tous étaient complètement développés dans la zone formée par la face de base  $p$  (001) et du macrodome  $a^2$  (012), mais ne présentaient les faces du protoprisme  $m$  (110) que d'un seul côté (arête  $g$ , angle aigu).

J'ai choisi parmi les cristaux ceux qui en apparence avaient les faces les plus unies, et néanmoins un petit nombre de faces seulement donnaient par réflexion une image nette de la fente du collimateur; aussi les angles du cristal n'ont-ils pu être déterminés exactement qu'à quelques minutes près.

J'ai fait des mesures sur trois cristaux différents que je désignerai par les lettres A, B et C.

La mesure des angles m'a donné :

Pour le prisme aigu  $a^2a^2$  :  $78^{\circ}0'$  (cristaux A et C);

Pour le prisme obtus  $pa^2$  :  $141^{\circ}0'$  (cristaux A et C);

Pour le prisme aigu  $mm$  :  $78^{\circ}15'$  (cristal A);  $78^{\circ}24'$  (cristal B).

---

(\*) Voir les trois premières communications sur ce sujet dans *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique*, juin et juillet 1910, et janvier 1911.

Pour la mesure des déviations, le cristal a été placé d'abord dans l'eau, puis dans la naphthaline monobromée, laquelle, additionnée de xylol, a fourni des mélanges d'indice variable.

Les angles des prismes étaient trop grands pour fournir des déviations observables dans l'air.

Le prisme *mm* est le seul qui m'ait permis de déterminer avec assez de précision les déviations dans l'eau : elles étaient positives, l'image extraordinaire étant la plus déviée.

Pour le cristal A, la déviation minimum ordinaire mesurée hors de la cuvette était

$$\delta'_0 = 31^{\circ}44' \quad \text{à} \quad 15^{\circ},5;$$

l'indice relatif de l'eau à  $15^{\circ},5$  étant 1,3334,

$$\delta_0 = 23^{\circ}14'.$$

Il s'ensuit que

$$\frac{r}{v} = 0,8149 \quad \text{et} \quad n_0 = 1,6366.$$

Pour l'image extraordinaire à  $15^{\circ},5$

$$\delta'_e = 31^{\circ}55' \quad \text{d'où} \quad \delta = 23^{\circ}22'$$

$$\frac{r}{v} = 0,8141 \quad \text{et} \quad n_e = 1,6381.$$

Bien que l'angle du prisme *mm*, cristal B, fût différent de celui du cristal A, ce prisme m'a donné les mêmes indices que dans le cas de A ; les déviations observées étaient évidemment différentes :

Dans l'eau à  $15^{\circ},5$  :

$$\delta'_0 = 31^{\circ}51',5 \quad \delta_0 = 23^{\circ}19' \quad \frac{r}{v} = 0,8149 \quad n_0 = 1,6366$$

$$\delta'_e = 32^{\circ}2' \quad \delta_e = 23^{\circ}26',5 \quad \frac{r}{v} = 0,8142 \quad n_e = 1,6381.$$

Au cours de mes recherches, je me suis servie de deux échan-



tillons de naphthaline monobromée : l'un, échantillon  $\alpha$ , était le même que celui qui a servi pour la topaze (indice absolu à  $18^\circ = 1,6609$  pour la raie D); l'autre, échantillon  $\beta$ , avait sensiblement le même indice.

J'ai calculé ce dernier indice en observant dans la naphthaline monobromée la déviation minimum ordinaire du prisme  $mm$  (cristal A) et j'ai admis pour l'indice ordinaire la valeur  $1,6366$ .

Dans ce liquide ( $\beta$ ) à  $17^\circ$ ,

$$\delta'_0 = -2^{\circ}16' \quad \delta_0 = -1^{\circ}22' \quad \frac{r}{v} = 1,0150.$$

Il s'ensuit que l'indice absolu N de la naphthaline monobromée à  $17^\circ$  pour la raie D  $= 1,6610$ . Pour réduire cet indice à d'autres températures, j'ai pris

$$\Delta n_1 = -0,00048 \quad (\text{Walter}).$$

Mes observations ont porté :

- I. Sur les prismes  $a^2a^2$  aigus ( $78^{\circ}0'$ ) et obtus ( $102^{\circ}0'$ ) qui sont symétriques par rapport aux axes d'élasticité du cristal;
- II. Sur les prismes  $pa^2$  aigus ( $39^{\circ}0'$ ) et obtus ( $141^{\circ}0'$ );
- III. Sur le prisme aigu  $mm$  ( $78^{\circ}15'$ , cristal A;  $78^{\circ}24'$ , cristal B).

#### § 1. — Prismes symétriques $a^2a^2$ .

##### 1. — DANS LA NAPHTHALINE MONOBROMÉE.

Le cristal A a été d'abord placé dans la naphthaline monobromée, et l'observation des minima de déviation des ondes ordinaires et extraordinaires, donnés par les prismes  $a^2a^2$  aigus et obtus, a directement fourni les indices principaux suivant les normales aux faces  $p$  et  $h_1$ .

Les déviations sont toutes négatives, les images ordinaires sont les plus déviées (en valeur absolue) pour les prismes aigus, les moins déviées pour les prismes obtus.

Les résultats obtenus à  $14^{\circ},5$  sont les suivants, l'indice

absolu de la naphtaline monobromée (éch.  $\beta$ ) à  $14^{\circ},5$  étant  $= 1,6621$  :

		$\delta'$	$\delta$	$\frac{r}{v}$	$n$
Images ordinaires.	{ Prisme aigu	$-2^{\circ}13'$	$-1^{\circ}20'$	1,0146	1,6381
	{ Prisme obtus	$-3^{\circ}20',5$	$-2^{\circ} 1'$	1,0146	1,6381
Images extraordinaires.	{ Prisme aigu	$-1^{\circ}16'$	$-0^{\circ}46'$	1,0083	1,6483
	{ Prisme obtus	$-3^{\circ}32'$	$-2^{\circ} 8'$	1,0155	1,6368

On voit immédiatement que l'indice ordinaire est compris entre les deux indices extraordinaires principaux ; le plan dans lequel nous observons est donc celui des axes optiques, ce qui présente un intérêt particulier.

On observe en effet que d'un côté de leur minimum de déviation les images ordinaire et extraordinaire données par un même prisme obtus se rapprochent de plus en plus jusqu'à se confondre ; la direction commune de propagation des ondes à l'intérieur du cristal à ce moment est la direction de l'axe optique des ondes, lequel correspond, pour un cristal peu biréfringent et au degré d'approximation des mesures faites, avec l'axe optique des rayons.

C'est dans un liquide d'indice égal à l'indice ordinaire que cette direction a pu être déterminée avec le plus de précision.

Comme dans le cas de la topaze, j'ai calculé les indices ordinaires et extraordinaires pour différentes directions de propagation dans le cristal (cristal C), prisme aigu.

L'indice extraordinaire a été déduit comme précédemment de  $\Delta\delta$  (\*).

Aux minima de déviation dans la naphtaline monobromée (éch.  $\alpha$ ) à  $19^{\circ},25$  (indice absolu  $= 1,6603$ ), le cristal a donné :

$$\begin{array}{llll} \delta'_o = -2^{\circ}2' & \delta_o = -1^{\circ}14' & \frac{r}{v} = 1,0135 & n_o = 1,6382 \\ \delta'_e = -1^{\circ}5' & \delta_e = -0^{\circ}39'15'' & \frac{r}{v} = 1,0072 & n_e = 1,6485. \end{array}$$

(\*) Voir la formule (4) de la troisième communication, p. 43.

Le tableau suivant indique les résultats obtenus :

*Rayon ordinaire.*

Température = 19°,25			N absolu de la naphthaline monobromée ( $\alpha$ ) = 1,6603			
$\delta_1$	$\delta'_0$	$\delta_0$	$\delta_2$	$\varepsilon_0$	$\frac{r}{v}$	$n_0$
+ 36°28'	- 4°28'	- 2°41'	+ 33°47'	+ 36°26'	1,0133	1,6386
+ 34°28'	- 4° 3'	- 2°26'	+ 32° 2'	+ 34°24'	1,0133	1,6385
+ 29°28'	- 3°16',5	- 1°58'	+ 27°30'	+ 29°20'	1,0134	1,6384
+ 24°28'	- 2°45',5	- 1°40'	+ 22°48'	+ 24°16'	1,0134	1,6383
+ 19°28'	- 2°25'	- 1°27'	+ 18° 4'	+ 19°12'	1,0131	1,6388
+ 14°28'	- 2°13',5	- 1°20'	+ 13° 8'	+ 14° 7'	1,0133	1,6386
+ 9°28'	- 2° 5',5	- 1°16'	+ 8°12'	+ 9° 2'	1,0133	1,6385
+ 4°28'	- 2° 1',5	- 1°13'	+ 3°15'	+ 3°56',5	1,0132	1,6386
- 0°32'	- 2° 0'	- 1°12'	- 1°44'	- 1° 9',5	1,0131	1,6388

Température = 17°,5                      N absolu de la naphthaline monobromée  
( $\alpha$ ) = 1,6611

$\delta_1$	$\delta'_0$	$\delta_0$	$\delta_2$	$\varepsilon_0$	$\frac{r}{v}$	$n_0$
- 5°32'	- 2° 7'	- 1°16'	- 6°48'	- 6°18',5	1,0136	1,6388
- 10°32'	- 2°13'	- 1°20'	- 11°52'	- 11°28'	1,0137	1,6387
- 15°32'	- 2°23'	- 1°26'	- 16°58'	- 16°39'	1,0137	1,6387
- 20°32'	- 2°42'	- 1°38'	- 22°10'	- 21°55',5	1,0140	1,6383
- 25°32'	- 3° 8'	- 1°53'	- 27°25'	- 27°15'	1,0138	1,6385
- 30°22'	- 3°53'	- 2°20'	- 32°52'	- 32°47'	1,0139	1,6384
- 34°32'	- 4°55'	- 2°58'	- 37°30'	- 37°29'	1,0139	1,6384

*Rayon extraordinaire.*

Température = 19°,25		$n_0 = 1,6382$		
$\varepsilon_0$	$\Delta\delta'$	$\Delta\delta$	$\Delta n$	$n_e$
+ 36°26'	1° 7'	40',5	0,0059	1,6444
+ 34°24'	1° 5'	39'	0,0062	1,6444
+ 29°20'	1° 3'	38'	0,0074	1,6456
+ 24°16'	1° 1'	37'	0,0084	1,6466
+ 19°12'	0°59'	35',5	0,0090	1,6472
+ 14° 7'	0°58',5	35'	0,0096	1,6478
+ 9° 2'	0°58'	34',5	0,0100	1,6482
+ 3°56',5	0°56'	33',5	0,0100	1,6482
- 1° 9',5	0°55'	33',5	0,0101	1,6483

*Rayon extraordinaire* (suite).

Température = 17°,5

$\varepsilon_0$	$\Delta\delta'$	$\Delta\delta$	$\Delta n$	$n_e$
- 6°18',5	0°57'	34'	0,0100	1,6482
- 11°28'	0°58'	35'	0,0098	1,6480
- 16°39'	0°59'	35',5	0,0092	1,6474
- 21°55',5	1° 3'	38'	0,0087	1,6469
- 27°45'	1° 7'	40',5	0,0079	1,6461
- 32°47'	1°15'	45'	0,0069	1,6451
- 37°29'	1°26',5	52'	0,0060	1,6442

Les observations sur le prisme obtus  $a^2a^2$  n'ont pu se faire que dans des limites trop restreintes pour pouvoir donner des résultats intéressants au sujet de la variation de l'indice extraordinaire.

2. — DANS DES MÉLANGES DE NAPHTALINE MONOBROMÉE  
ET DE XYLOL.

Avec le cristal A j'ai continué des observations dans des mélanges de naphthaline monobromée et de xylol d'indices graduellement décroissants.

Au fur et à mesure que la proportion de xylol augmente, on voit les images se rapprocher de plus en plus de l'image centrale non déviée de la fente ; les déviations diminuent en valeur absolue, mais, comme elles sont négatives, elles augmentent en réalité.

a) *Prismes aigus.*

Les images ordinaires sont les moins déviées et commencent par conséquent par être extérieures. Au minimum de déviation dans des liquides d'indices voisins de ceux du cristal, l'écart des deux images données par un même prisme reste sensiblement constant et égal à 57',5.

Une différence de déviation de  $1'$  dans la position du minimum de déviation correspond à une différence d'indice de  $0,000180$  (\*); la différence  $n_o - n_e$  est donc égale à

$$-0,000180 \times 57,5 = -0,0103,$$

ce qui est d'accord avec les observations dans la naphthaline monobromée.

Bientôt les deux images extraordinaires sont confondues avec l'image centrale au minimum de déviation, mais elles s'en détachent pour présenter des déviations négatives, si l'on fait tourner le cristal. Alors le  $N$  du liquide  $= n_e = 1,6485$ .

Pour  $N < n_e$ , les images extraordinaires passent de l'autre côté de la fente et sont déviées positivement en présentant un maximum de déviation (positive).

Il arrive un moment où les images extraordinaires formées par chaque prisme se confondent avec les images ordinaires formées par l'autre; alors

$$\delta'_e = -\delta'_o = 57',5 : 2 = 29'$$

et

$$N - n_o = 0,000180 \times 29 = 0,0052.$$

Donc  $N = 1,6433$ , c'est-à-dire la moyenne entre  $n_o$  et  $n_e$ .

Si  $N$  devient  $< 1,6433$ , les images extraordinaires deviennent extérieures, passent toujours par un maximum, mais se déplacent de moins en moins lorsque l'on fait tourner le cristal. Bientôt leur déviation reste constante et égale à  $39'$  pour toutes les positions du cristal.

A ce moment les images ordinaires sont déviées d'un angle  $\delta' = -18',5$ , si bien que

$$N_e - n_o = 0,000180 \times 18,5 = 0,0033$$

et

$$N_e = 1,6414.$$

---

(\*) Voir la formule (3) de la troisième communication, p. 47.

Cette valeur trouvée vérifie précisément l'égalité établie dans la troisième communication (\*) :

$$N_c = n_x - (n_x - n_y) \cos^2 \frac{1}{2} A,$$

si l'on fait

$$n_x = 1,6483$$

et

$$n_y = 1,6368.$$

b) *Prismes obtus.*

Ici les images ordinaires sont les plus déviées. Dans les liquides à indice voisin de ceux du cristal, la différence de déviation des images ordinaire et extraordinaire formée par un même prisme obtus est de  $11',5$  au minimum de déviation.

Une différence de  $1'$  correspond à une différence d'indice de  $0,000118$ , donc

$$n_o - n_e = 0,000118 \times 11,5 = 0,0014,$$

en bon accord avec les mesures précédentes.

En abaissant suffisamment l'indice  $N$  du milieu, on atteint d'abord le point où la déviation extraordinaire reste constante et égale à  $-39'$ ; à ce moment,

$$\delta'_o = -27',5$$

et

$$N_c - n_o = 0,000118 \times 27,5 = 0,0032,$$

d'où

$$N_c = 1,6413.$$

L'indice s'abaissant encore, la déviation extraordinaire, toujours négative, passe par un maximum en valeur absolue, tandis que la déviation ordinaire présente un minimum; donc, passé la

---

(\*) Voir la formule (6') de la troisième communication, p. 20.

position de déviation constante, les images ordinaire et extraordinaire vont l'une vers l'autre par rotation du cristal, pour se croiser au moment où les ondes se propagent suivant un axe optique.

c) *Déviation extraordinaire constante.*

Je viens d'indiquer que la déviation extraordinaire constante  $\delta'_c = \pm 39'$ ; la mesure de cette déviation n'a pu être effectuée par une simple lecture; les limites entre lesquelles les images formées par un même prisme restaient visibles étaient trop restreintes pour pouvoir juger exactement de la constance de la déviation. Mais d'après la formule

$$\delta'_c = (n_{ex} - n_y) \sin A \quad (*),$$

la déviation extraordinaire constante doit être égale au signe près pour les prismes aigus et obtus symétriques et se produire pratiquement dans un même milieu. J'ai donc modifié l'indice du liquide ambiant jusqu'à amener les images extraordinaires, données par les deux séries de prismes symétriques, à être déviées également en valeur absolue.

La connaissance de  $\delta'_c = \pm 39'$  et de  $N_c = 1,6414$  m'a permis de calculer  $n_z$  pour une série de valeurs de  $\varepsilon$  ou  $\delta_1$  (\*\*), et cela pour des valeurs de  $\delta_1$  comprises entre les limites où la constance de la déviation a pu être observée, c'est-à-dire  $\pm 20^\circ$  pour les prismes aigus et  $\pm 10^\circ$  pour les prismes obtus.

Voici ce que mes observations ont donné :

<i>Prisme aigu</i>	$\delta_1$	$\Delta\delta'$	$\Delta n$	$n_z$
	0°	+39'	0,0070	1,6484
	± 5°	+39'	0,0069	1,6483
	± 10°	+39'	0,0067	1,6481
	± 15°	+39'	0,0062	1,6476
	± 20°	+39'	0,0057	1,6471

(\*) Voir la formule (8) de la troisième communication, p. 20.

(\*\*) Voir troisième communication, p. 18.

<i>Prisme obtus</i>	$\delta_1$	$\Delta\delta'$	$\Delta n$	$n_e$
	0°	- 39'	- 0,0046	1,6368
	± 5°	- 39'	- 0,0045	1,6369
	± 10°	- 39'	- 0,0042	1,6372

d) *Déviatiou moyenne constante.*

Lorsque l'indice  $N$  du liquide s'abaisse en dessous de  $N_e = 1,6414$ , les déviations des ondes ordinaires, toujours négatives, diminuent en valeur absolue et varient de plus en plus lentement par rotation du cristal, tandis que les déviations extraordinaires des prismes aigus présentent maintenant un minimum, et leur vitesse de variation, nulle dans le liquide  $N_e$ , croit lentement. On obtient nécessairement un liquide où les déviations ordinaire et extraordinaire varient avec la même vitesse; dans ce liquide, la distance des deux images formées par des prismes différents reste constante et l'on a

$$\delta_0 + \delta_e = \text{constante.}$$

Nous avons démontré précédemment à l'aide des formules approchées (\*) que cette circonstance est réalisée si

$$\delta_{om} + \delta_{em} = \text{constante.}$$

Ce fait m'a permis de réaliser facilement le liquide dans lequel la distance des images était constante, tant pour les prismes aigus que pour les prismes obtus.

A ce moment les images formées par un même prisme obtus sont encore du même côté de l'image centrale de la fente, et la moyenne distance entre ces deux images reste constante, seulement la figure observée dans le champ était trop peu nette pour pouvoir vérifier exactement cette circonstance.

---

(\*) Voir troisième communication, p. 22.



Les mesures faites donnent les résultats suivants :

	$\delta_{om}$	$\delta_{em}$	$\delta_{om} + \delta_{em}$	$\Delta n = n_0 - N$	N
<i>Prismes aigus</i>	- 9'45''	+ 49'	+ 39'15''	- 0,0018	1,6399
<i>Prismes obtus</i>	- 14'15''	- 25'	- 39'15''	- 0,0017	1,6398

Au degré d'approximation des mesures faites, les valeurs trouvées pour N égalent celle que donnerait

$$N = \frac{1}{2}(n_0 + N_c) \quad (*)$$

où

$$n_0 = 1,6381, \quad N_c = 1,6414.$$

e) *Angle des axes optiques.*

Si l'indice du liquide s'abaisse plus encore, il se rapproche de plus en plus de l'indice ordinaire du cristal, et, quand il a atteint cette valeur (1,6381), toutes les images ordinaires coïncident avec l'image centrale; de plus, pour deux positions du cristal, qui sont symétriques par rapport à l'axe bissecteur des prismes aigus, toutes les images extraordinaires formées par tous les prismes qui résultent de la combinaison des faces du cristal passent en même temps par l'image centrale. Le cristal a donc deux directions suivant lesquelles toutes les ondes extraordinaires le traversent sans subir de déviation, ce sont les axes optiques des ondes, qui font entre eux un angle que j'ai pu déterminer par une série de lectures, faites à moins d'un demi-degré près. Cet angle est égal à 41°,5, ce qui s'accorde bien avec les valeurs trouvées pour les indices.

Si l'indice du liquide s'abaisse davantage, les images fournies par les prismes aigus sont toutes déviées positivement et le sont de plus en plus. Pour  $N = 1,6368$ , les images extraordinaires

---

(\*) Voir la formule (10) de la troisième communication, p. 22.

que donnent les prismes obtus coïncident au minimum de déviation avec l'image centrale, mais elles s'en détachent par rotation du cristal pour présenter des déviations positives.

L'indice du liquide s'abaissant encore, il est devenu plus petit que tous les indices du cristal, toutes les images sont donc déviées positivement.

## § 2. — Prismes asymétriques $pa^2$ .

Lorsque le cristal est dans la naphthaline monobromée pure et qu'on le fait tourner dans l'un ou l'autre sens à partir de sa position de symétrie, où la face  $p$  est tournée vers l'observateur, on voit passer à leur minimum de déviation d'abord les images données par les prismes symétriques aigus de  $78^\circ$  ( $a^2a^2$ ), puis, moins déviées en valeur absolue, deux séries d'images des prismes asymétriques de  $39^\circ$  ( $pa^2$ ). Enfin, le cristal ayant tourné d'environ  $90^\circ$ , les images des prismes symétriques obtus passent au minimum de déviation et avant et après celles-là deux séries d'images fortement déviées provenant des prismes asymétriques obtus. Ces dernières présentent ceci de particulier, que l'image extraordinaire croise l'image ordinaire en apparence au moment même où elles atteignent leur minimum de déviation.

Les images formées par les prismes asymétriques ne présentaient pas suffisamment de netteté pour permettre d'autres mesures que celles de leur minima de déviation dans la naphthaline monobromée.

De plus, certaines d'entre elles se montraient dédoublées; je n'ai pu attribuer ce fait qu'à un accident de structure des cristaux, qui tous présentaient le même phénomène. Chaque fois qu'il y avait dédoublement, je faisais une lecture pour chaque image, et c'est leur moyenne qui m'a servi dans les calculs.

Pour calculer  $\frac{\gamma}{\nu}$  dans le cas d'ondes réfractées à travers des

prismes non symétriques par rapport aux axes d'élasticité du cristal, j'ai dû employer des formules plus générales que celles qui ont servi pour les prismes symétriques.

Ces formules, déjà établies antérieurement (\*), sont

$$\sin(\delta_1 - \omega_1) = \frac{v}{r} \sin(\varepsilon - \omega_1)$$

$$\sin(\delta_2 - \omega_2) = \frac{v}{r} \sin(\varepsilon - \omega_2),$$

où  $\omega_1$  et  $\omega_2$  représentent les angles de direction des faces du prisme avec l'axe des  $x$ .

Dans le cas actuel, ces formules se simplifient, puisqu'une des faces ( $p$ ) du prisme est perpendiculaire à un axe d'élasticité du cristal. Suivant que cette face sera ou non celle qui reçoit la lumière incidente,  $\omega_1$  ou  $\omega_2$  sera égal à zéro.

Les ondes ordinaires présentent encore leur minimum de déviation quand leur direction de propagation à l'intérieur du cristal est perpendiculaire au plan bissecteur du prisme, donc quand  $\varepsilon = \pm \frac{\omega}{2}$ ,  $\omega$  étant l'angle du prisme.

En introduisant ces valeurs dans les formules précédentes, on voit qu'au minimum de déviation des ondes ordinaires

$$\delta_2 + \delta_1 = \pm \omega.$$

D'autre part,

$$\delta_2 - \delta_1 = \delta.$$

Donc

$$\delta_1 = \frac{\pm \omega - \delta}{2},$$

$$\delta_2 = \frac{\pm \omega + \delta}{2},$$

---

(\*) J.-E. VERSCHAFFELT, *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* (Classe des sciences), n° 5, p. 385, 1910.

le signe + se rapportant au cas où la face qui reçoit la lumière incidente est la face non perpendiculaire à un axe d'élasticité, le signe — au cas contraire.

Quant aux ondes extraordinaires, leur direction de propagation  $\epsilon$  ne sera connue que si l'on a mesuré directement  $\delta$  et  $\delta_1$ .

Les images se déplaçant très peu au voisinage du minimum de déviation,  $\delta_1$  n'a pu être déterminé qu'avec une approximation de 1° en prenant une moyenne de plusieurs mesures faites.

Ayant mesuré  $\delta$  et  $\delta_1$ , j'ai pu calculer  $\delta_2$ , puis, par approximations successives,  $\epsilon$ , déduit selon le cas d'une des deux formules

$$\frac{\sin \delta_2}{\sin (\delta_1 - \omega_1)} = \frac{\sin \epsilon}{\sin (\epsilon - \omega_1)},$$

$$\frac{\sin \delta_1}{\sin (\delta_2 - \omega_2)} = \frac{\sin \epsilon}{\sin (\epsilon - \omega_2)}.$$

Les valeurs que j'indiquerai pour  $\delta$  sont chacune une moyenne de quatre lectures faites pour les quatre prismes asymétriques qui, si le cristal est tout à fait régulier, doivent dévier également les ondes de même nature (il y avait de petits écarts).

Les observations faites dans la naphthaline monobromée (échantillon  $\beta$ ) ont été réduites à une température de 14°,5 (indice absolu de la naphthaline monobromée = 1,6621) et les calculs rapportés à un prisme pour lequel

$$\omega_1 = + 39^\circ, \quad \omega_2 = 0.$$

a) *Prismes aigus.*

Les prismes asymétriques aigus de 39° dévient les ondes ordinaires d'un angle qui au minimum =  $\delta_0 = - 0^\circ 35'$  ( $\delta_0'$  hors de la cuvette =  $0^\circ 58',5$ ).

Donc

$$\delta_1 = \frac{39^{\circ}35'}{2} = 19^{\circ}47',5,$$

$$\delta_2 = \frac{38^{\circ}25'}{2} = 19^{\circ}12',5,$$

$$\varepsilon = \frac{39^{\circ}}{2} = 19^{\circ}30',$$

$$\frac{r}{v} = 1,0146$$

et  $n_0 = 1,6381$  (en bon accord avec les mesures sur les prismes symétriques).

Les ondes extraordinaires ne sont déviées que de

$$\delta_e = -0^{\circ}20' \quad (\delta'_e = -0^{\circ}33',5)$$

quand elles passent au minimum de déviation. Alors  $\delta_1 = 14^{\circ}$ , donc

$$\delta_2 = 13^{\circ}40' \quad \text{et} \quad \varepsilon = 13^{\circ}47',$$

d'où

$$n_e = 1,6485.$$

Ce résultat est trop fort; d'après le tableau de la page 481 on devrait avoir pour  $\varepsilon = \pm 15^{\circ}$ ,  $n_e = 1,6476$ ; l'écart peut s'expliquer: il tient à ce que pour les prismes de faible ouverture une petite erreur de lecture sur la déviation a une grande influence sur la valeur de l'indice.

#### b) *Prismes obtus.*

J'ai déjà dit que les prismes asymétriques obtus ( $\omega_1 = 141^{\circ}$ ,  $\omega_2 = 0$ ) donnent en apparence le même minimum de déviation pour les deux espèces d'ondes.

Le calcul fait pour les ondes ordinaires (température =  $14^{\circ},5$ ) a donné :

$$\delta'_0 = -7^{\circ}20',5 \qquad \delta_0 = -4^{\circ}25'$$

$$\delta_1 = 72^{\circ}42',5$$

$$\delta_2 = 68^{\circ}17',5$$

$$\varepsilon = 70^{\circ}36'$$

$$\frac{r}{v} = 1,0146$$

et

$$n_0 = 1,6381.$$

Si les images ordinaires et extraordinaires passent en même temps au minimum de déviation, 1,6381 est aussi l'indice de réfraction des ondes extraordinaires pour une direction  $\varepsilon = 19^{\circ}30'$  comptée à partir de l'axe perpendiculaire à la face  $h_1$ .

Cette valeur est parfaitement conforme aux prévisions, car elle est d'accord avec la formule

$$n_{\varepsilon} = 1,6366 + (1,6483 - 1,6366) \sin^2 \delta_1$$

qui exprime d'après la théorie la variation de  $n_{\varepsilon}$  avec  $\delta_1$  (\*).

Quant à l'angle des axes optiques, déduit de ces mesures, il serait égal à  $39^{\circ}$  en supposant que la superposition des images se faisait exactement au minimum de déviation.

La valeur  $41^{\circ},5$  trouvée précédemment est plus certaine; l'erreur ici provient de ce que la largeur propre des images, combinée avec leur déplacement peu prononcé au voisinage du minimum de déviation, empêchait de saisir avec grande précision le moment du croisement.

D'ailleurs, si dans la formule ci-dessus on pose  $n_{\varepsilon} = 1,6381$ , on trouve  $\delta_1 = 20^{\circ}$  environ, d'où un angle des axes optiques de  $40^{\circ}$ , à quelques degrés près.

---

(\*) Voir la formule (12) de la troisième communication, p. 24.

§ 3. — **Prisme aigu** *mm*.

L'observation des images fournies par le prisme aigu *mm* (voir page 474) a donné comme indices suivant l'axe  $h_1$  :

$$n_0 = 1,6366$$

$$n_e = 1,6381.$$

Dans des milieux d'indices variables, j'ai fait une série de mesures sur le prisme *mm* du cristal B, qui était plus grand que A et donnait des images plus lumineuses.

Dans la naphthaline monobromée (échantillon  $\beta$ ) à  $16^{\circ},5$  (indice absolu = 1,6612),

$$\delta'_0 = -2^{\circ}18' \quad \delta_0 = -1^{\circ}23' \quad \frac{r}{v} = 1,0151 \quad n_0 = 1,6365$$

$$\delta'_e = -2^{\circ}9',5 \quad \delta_e = -1^{\circ}18' \quad \frac{r}{v} = 1,0142 \quad n_e = 1,6380$$

Si l'on abaisse l'indice du liquide ambiant, les déviations toujours négatives augmentent de plus en plus, c'est-à-dire qu'elles diminuent en valeur absolue, l'image ordinaire étant la plus déviée.

La disposition des images est donc analogue à celle des images fournies par un prisme aigu ( $a^2a^2$ ), mais les images sont plus rapprochées, et l'image extraordinaire présente une déviation constante négative. Celle-ci s'observe, en effet, avant que l'image extraordinaire n'ait atteint l'image centrale non déviée, donc quand l'indice du liquide est supérieur à l'indice extraordinaire :

$$N_e > n_e.$$

Dans des liquides d'indice voisin de ceux du cristal,  $\Delta\delta' = 8'$ , et comme une différence de  $1'$  correspond à une variation d'indice de 0,000178, on a

$$n_e - n_0 = 0,0014.$$

a) *Déviatiun extraordinaire constante.*

Cette circonstance a lieu lorsque  $\delta'_e = -35'$ ; alors au minimum de déviation  $\delta'_o = -43'$ , et

$$N_e = n_o + 0,000178 \times 43 = 1,6366 + 0,0077 = 1,6443.$$

L'observation de la déviation constante m'a permis de calculer la variation de l'indice extraordinaire entre  $\delta_1 = 0^\circ$  et  $\delta_1 = \pm 32^\circ$ ,  $n_e$  étant égal à  $N_e + \Delta n$ .

$\delta_1$	$\Delta\delta'$	$\Delta n$	$n_e$
$0^\circ$	$-35'$	$-0,0062$	1,6381
$\pm 5^\circ$	$-35'$	$-0,0062$	1,6381
$\pm 10^\circ$	$-35'$	$-0,0059$	1,6384
$\pm 15^\circ$	$-35'$	$-0,0055$	1,6388
$\pm 20^\circ$	$-35'$	$-0,0050$	1,6393
$\pm 25^\circ$	$-35'$	$-0,0044$	1,6399
$\pm 30^\circ$	$-35'$	$-0,0036$	1,6407
$\pm 32^\circ$	$-35'$	$-0,0033$	1,6410

Le cristal ne présentant pas les faces du prisme obtus  $mm$ , il n'était pas possible de mesurer directement  $n_e$  dans la direction de l'axe  $g_1$ , mais j'ai pu déduire la valeur probable de cet indice de la connaissance de la déviation extraordinaire constante.

En effet,

$$\delta'_c = (n_x - n_y) \sin 2\omega \quad (*),$$

d'où se déduit

$$n_x - n_y = -0,0104$$

et

$$n_y = 1,6485.$$

Je devais évidemment retrouver ici un des indices principaux fournis par les prismes ( $a^2a^2$ ), notamment celui de l'image extraordinaire du prisme aigu ( $a^2a^2$ ); on voit que tel est en effet le cas.

---

(\*) Voir la formule (8) de la troisième communication, p. 20.



b) *Maximum de déviation extraordinaire.*

Lorsque l'indice du liquide s'abaisse un peu en dessous de  $N_e$ , par rotation du cristal à partir de la position de symétrie, l'image extraordinaire se déplace dans le sens des déviations décroissantes en valeur absolue; elle présente donc en valeur absolue un maximum de déviation, et pour deux positions du cristal elle coïncide avec l'image centrale. Ces positions donnent deux directions de propagation suivant lesquelles l'indice extraordinaire est égal à l'indice du milieu extérieur. En prenant la moyenne d'une série de mesures, j'ai pu déterminer ces directions ( $\delta_1$ ) à moins de  $1^\circ$  près, et l'indice du liquide m'a été donné chaque fois par la mesure du minimum de déviation  $\delta'_0$  des ondes ordinaires.

Ces calculs ont fourni le tableau suivant :

$\delta_1$	$\delta'_0$	$\Delta n$	$N = n_e$
$\pm 38^\circ$	- 29'	0,0052	1,6418
$\pm 35^\circ,5$	- 27'	0,0048	1,6414
$\pm 33^\circ$	- 24'	0,0043	1,6409
$\pm 27^\circ,5$	- 19',5	0,0035	1,6401
$\pm 21^\circ$	- 14'	0,0025	1,6391
$\pm 16^\circ$	- 12'	0,0021	1,6387
$\pm 13^\circ$	- 10'	0,0018	1,6384

Une autre série de mesures m'avait donné :

$\delta_1$	$\delta'_0$	$\Delta n$	$N = n_e$
$\pm 20^\circ$	- 14'	0,0025	1,6391
$\pm 13^\circ$	- 11'	0,0020	1,6386

Il suffit d'abaisser encore un peu l'indice du liquide pour qu'au minimum de déviation l'image extraordinaire coïncide avec l'image centrale, alors  $N = n_e = 1,6381$ ; puis lorsque  $N$  est devenu plus petit que 1,6381 et que l'image extraordinaire a passé de l'autre côté de l'image centrale, cette image passe

par une position pour laquelle la déviation moyenne  $\frac{1}{2}(\delta_o + \delta_e)$  reste constante; mais, comme le cristal n'avait qu'un prisme *mm*, je n'ai pas cherché ici l'indice du liquide pour lequel cette circonstance était réalisée.

Quand  $N = n_o = 1,6366$ , c'est l'image ordinaire qui présente une déviation nulle, et cela quelle que soit la position du cristal. Dans ce liquide, j'ai fait quelques mesures de déviations sous différentes incidences, et les valeurs trouvées pour l'indice extraordinaire concordent au degré d'approximation des mesures faites avec celles des tableaux précédents.

Les résultats obtenus, donnés par le tableau suivant, ont été calculés comme précédemment (\*).

$\delta_1 = \delta_2 = \varepsilon$	$\Delta\delta'$	$\Delta n$	$n_e$
- 42°11'	2° 4',5	0,0055	1,6421
- 37°11'	1°11',5	0,0050	1,6416
- 32°11'	0°45',5	0,0043	1,6409
- 27°11'	0°30',5	0,0036	1,6402
- 22°11'	0°21',5	0,0029	1,6395
- 17°11'	0°15',5	0,0024	1,6390
- 12°11'	0°11',5	0,0019	1,6385
- 7°11'	0° 9'	0,0016	1,6382
- 2°11'	0° 7',5	0,0013	1,6379
+ 2°49'	0° 8'	0,0014	1,6380
+ 7°49'	0° 9'	0,0016	1,6382
+ 12°49'	0°11',5	0,0019	1,6385
+ 17°49'	0° 16'	0,0024	1,6390
+ 22°49'	0°22'	0,0029	1,6395
+ 27°49'	0°32'	0,0036	1,6402
+ 32°49'	0°49'	0,0045	1,6411
+ 37°49'	1°21'	0,0054	1,6420
+ 38°49'	1°32',5	0,0057	1,6423

Finalement, lorsque  $N < n_o$ , toutes les déviations sont positives et passent par un minimum; il ne se présente plus rien de remarquable.

---

(\*) Voir la formule (2) de la troisième communication, p. 17.

PHYSIQUE MOLÉCULAIRE. — **Recherches expérimentales  
sur la tension superficielle au contact de deux liquides,**

par M<sup>lle</sup> L. VAN DER NOOT.

1. — *Exposé de la méthode employée.*

Diverses méthodes ont déjà été appliquées à la détermination de la tension superficielle  $\alpha_{12}$  au contact de deux liquides :

1° La méthode des tubes capillaires [G. Quincke (\*) et V. Lerch (\*\*)];

2° La méthode de l'arrachement des disques [M<sup>me</sup> A. Pockels (\*\*\*)];

3° La méthode de la pesée des gouttes [G. N. Antonow (iv)];

4° La méthode des gouttes plates [G. Quincke (v)];

5° La méthode des ondes superficielles [F. R. Watson (vi)].

Dans une note récente, M. Verschaffelt (vii) a indiqué une méthode qui pourrait, pensait-il, être appliquée aisément à la détermination de  $\alpha_{12}$ .

C'est, en principe, la méthode par mesure d'ascensions ou de dépressions capillaires, mais modifiée en ce sens, qu'au lieu de déduire directement  $\alpha_{12}$  de la mesure d'une dénivellation

---

(\*) *Pogg. Ann.*, 139, 1870, p. 1.

(\*\*) *Ann. d. Physik*, (4), 9, 1902, p. 434.

(\*\*\*) *Wied. Ann.*, 67, 1899, p. 668.

(iv) *Journ. chim. phys.*, 5, 1907, p. 372.

(v) *Loc. cit.*; *Ann. d. Physik*, (4), 9, 1902, p. 1.

(vi) *Phys. Rev.*, 12, 1901, p. 257.

(vii) *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* (Classe des sciences), n° 5, 1911, pp. 383-394.

capillaire, on compare la dénivellation avec celle que présente un liquide dont la constante capillaire est connue. Il suffit pour cela de mesurer la hauteur d'ascension (ou la dépression) dans des tubes de divers rayons, et de tracer la courbe qui représente  $h$  en fonction de  $r$ . Cette courbe, comme le fait prévoir la théorie, et comme quelques mesures que j'avais effectuées en ce sens (\*) l'ont prouvé, est semblable pour tous les liquides; on conçoit qu'elle doit l'être encore pour tout système de deux liquides superposés. Cela peut se traduire ainsi :  $nh$  est une fonction universelle de  $nr$ ,  $n$  étant l'inverse de la racine carrée de la constante capillaire, c'est-à-dire de la grandeur

$$a^2 = \frac{2\alpha_{12}}{(\mu_1 - \mu_2)g},$$

où  $\mu_1$  et  $\mu_2$  sont les densités des deux milieux en contact, et  $\alpha_{12}$  la tension à la surface de séparation.

Tout ceci suppose, bien entendu, que l'angle de raccordement avec la paroi soit nul (ou  $180^\circ$ ).

Dès lors, voici comment on peut mesurer  $n$  et par conséquent  $\alpha_{12}$ . Ayant mesuré  $h$  dans une série de tubes pour un liquide dont le  $n$  est connu, on trace la courbe  $nh = F(nr)$ ; puis, ayant fait des mesures analogues pour deux milieux superposés, on trace, dans le même système d'axes, la courbe  $h = f(r)$  pour ce système; le rapport des rayons vecteurs de même direction est égal à  $\frac{1}{a}$ .

Mais, comme M. Verschaffelt l'a fait remarquer dans la note précitée, on peut aussi se servir de diagrammes logarithmiques, c'est-à-dire représenter  $\log h$  en fonction de  $\log r$ . La courbe ainsi obtenue doit être identique à la courbe étalon tracée dans le même diagramme, et doit pouvoir se superposer à cette

---

(\*) Voir la note précitée, p. 389.

dernière par un simple déplacement parallèle, suivant une direction à  $45^\circ$ . Le déplacement parallèle suivant l'un ou l'autre des deux axes est alors égal à  $\log n$ . On peut aisément effectuer cette opération en traçant la courbe étalon sur une feuille fixe et la courbe de mesure sur une feuille mobile transparente; une droite commune aux deux dessins, inclinée à  $45^\circ$ , servira de guide dans le déplacement.

Mais ceci suppose que l'on connaisse les ascensions ou dépressions absolues dans les divers tubes, alors qu'en général on ne connaîtra que des différences d'ascension ou de dépression entre deux tubes de rayons différents; il faudra donc déterminer, au moins pour l'un des tubes, la dénivellation absolue. Or cette détermination peut se faire par approximations successives : supposant d'abord la dénivellation nulle pour le tube le plus large, on pourra, au moyen du diagramme  $r, h$ , déterminer  $n$  d'une façon approchée et déduire de là, par comparaison avec la courbe étalon, une première valeur approchée de la dénivellation dans le tube large; on trouvera ensuite, par la même opération, une valeur plus exacte de  $n$  et ainsi de suite. Plus le tube de repère sera large, plus l'approximation sera rapide.

Pour donner une idée de l'application de la méthode, je vais communiquer mes mesures relatives au nitrobenzol, en contact avec l'air. Les tubes étaient les mêmes que ceux qui servirent à mes mesures antérieures.

N <sup>o</sup> du tube.	$r$ .	$h_B - h_A$	$h$ .
—	—	—	—
B <sub>1</sub>	1,56	— 0,008	0,019
A	0,956	—	0,027
B <sub>2</sub>	0,594	+ 0,028	0,054
B <sub>3</sub>	0,399	0,086	0,113
B <sub>4</sub>	0,289	0,174	0,201
B <sub>5</sub>	0,195	0,313	0,340

Détails du calcul :

Pour trouver d'abord une valeur approchée de  $n$ , je prends le point de la courbe  $h = f(r)$  correspondant à  $B_5$ , et je mesure le rayon vecteur de ce point, soit 0,377, ainsi que le rayon vecteur de même direction de la courbe  $nh = F(nr)$ , déduite de mes observations sur l'eau (\*), soit 1,430; il vient  $n = 3,79$ .

Avec cette valeur je cherche la hauteur d'ascension dans le tube A. (La correction pour  $B_1$  serait plus petite, mais conduirait ici à une extrapolation trop incertaine, parce que le point correspondant sur la courbe étalon tombe en dehors de la partie observée.) L'ordonnée qui correspond à

$$nr_A = 3,79 \times 0,956 = 3,63$$

est

$$nh_A = 0,098; \quad \text{d'où} \quad h_A = \frac{0,098}{3,79} = 0,026.$$

En faisant cette première correction à la hauteur d'ascension dans  $B_5$  et en refaisant les mêmes calculs au moyen du nouveau point ainsi obtenu, on trouve successivement :

$$n = 3,74 \quad \text{et} \quad h_A = 0,027.$$

On peut s'arrêter à cette seconde approximation, car le calcul, répété avec les nouveaux résultats, conduit à  $n = 3,69$ , mais donne pour  $h_A$  la même valeur 0,027. Nous trouvons finalement les hauteurs absolues de la colonne 4 du précédent tableau.

Procédons avec ces données comme il a été indiqué plus haut pour trouver une valeur moyenne de  $n$ .

La figure 1 représente le diagramme logarithmique; on y voit en trait plein la courbe étalon, tracée au moyen des mesures

---

(\*) *Loc. cit.*

faites sur l'eau, et en pointillé la courbe pour le nitrobenzol ;  
en trait interrompu une droite à 45°.

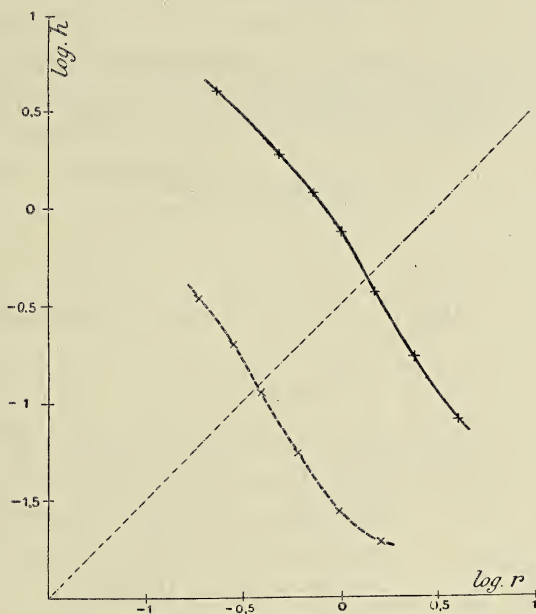


FIG. 1.

Par déplacement parallèle de la courbe du nitrobenzol le long de cette droite, j'ai trouvé les valeurs suivantes de  $\log n$  pour les points fournis par les divers tubes.

N° du tube.	$\log n$ .
B <sub>1</sub>	—
A	0,560
B <sub>2</sub>	0,570
B <sub>3</sub>	0,564
B <sub>4</sub>	0,564
B <sub>5</sub>	0,568

Le point fourni par le tube B<sub>1</sub> n'est pas considéré, parce qu'il tombe en dehors de la partie observée de la courbe étalon.

La valeur moyenne de  $\log n$  est  $0,56^5$  d'où  $n = 3,6^7$  et par conséquent

$$a^2 = \frac{1}{n^2} = 0,074^2 \text{ cmq.}$$

La densité du nitrobenzol étant  $1,212$  et celle de l'air étant négligeable au degré de précision de ces mesures, j'obtiens :

$$\alpha = \frac{1}{2} \mu g a^2 = 44,1 \frac{\text{dynes}^{(*)}}{\text{cm.}}$$

## 2. — Mesures sur des liquides superposés.

Pour la mesure de la dénivellation qui se produit entre les surfaces de séparation de deux liquides dans les tubes communicants de diamètres différents, il faut que les deux couches liquides soient en communication les unes avec les autres, et que l'équilibre puisse s'établir librement.

C'est pourquoi je me suis d'abord servi d'un système en O, où les deux tubes parallèles communiquaient par le bas et par le haut, et où les deux couches pouvaient être introduites soit par le haut, soit par le bas.

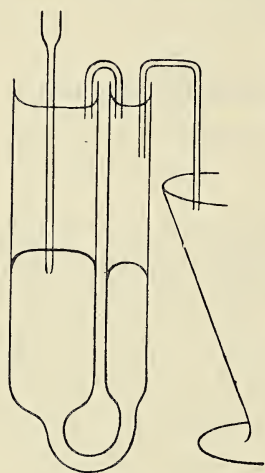


FIG. 2.

Mais ce système présentait quelques inconvénients et finalement j'ai trouvé plus commode d'utiliser tout simplement les tubes qui avaient servi dans les déterminations précédentes, et d'établir

la communication par le haut au moyen d'un petit siphon de diamètre assez étroit, pour qu'il puisse s'amorcer par capilla-

(\*) RAMSAY et SCHIELDS (*Zeitschr. für physik. Chem.*, 12, 1894, p. 433) donnent pour le nitrobenzol en contact avec sa vapeur, à  $13^{\circ}6$ ,  $a^2 = 7^{\text{mmq}}34$  et  $\alpha = 42,75 \frac{\text{dynes}}{\text{cm.}}$ .



rité, et dont les branches étaient suffisamment courtes pour ne plonger que dans le liquide supérieur (fig. 2).

Des mesures préliminaires avaient montré que même pour des liquides aussi peu miscibles que l'eau et le benzol, par exemple, la diffusion des deux liquides l'un dans l'autre occasionnait des variations dans la différence de niveau. Il fallait donc, avant tout, être certain d'avoir des couches en équilibre. J'ai donc mis les liquides préalablement en contact l'un avec l'autre dans de petits flacons d'Erlenmeyer, placés dans un thermostat : une cuve à glaces parallèles, où se trouvait également le tube en U servant aux mesures ; et j'ai introduit dans les tubes des portions prélevées à l'une et à l'autre couche, lorsque l'équilibre était établi pour la température à laquelle j'expérimentais : 12° environ.

J'ai fait des observations sur les couples suivants : eau-benzol, eau-éther, eau-sulfure de carbone, eau-nitrobenzol.

J'avais eu l'intention d'examiner aussi le système eau-aniline ; mais j'ai reconnu que dans ce système il se formait un angle de raccordement d'environ 90° : le ménisque était très plat et se terminait nettement contre la paroi de verre.

Dans les quatre systèmes examinés, c'est la couche aqueuse qui mouille le mieux le verre et se termine donc par un ménisque concave. Il s'ensuit que dans les deux premiers cas, où la couche aqueuse est la couche inférieure, il y a ascension, tandis qu'il y a dépression dans les deux autres, où la couche aqueuse est au-dessus.

Il fallait prendre un soin particulier pour empêcher l'autre couche liquide d'adhérer à la paroi. A cet effet, avant chaque usage, les tubes furent rincés au moyen d'une solution bouillante de bichromate de potasse et d'acide sulfurique dans l'eau, puis nettoyés longuement à l'eau distillée et rincés finalement avec la couche aqueuse.

Pour les couples de liquides : eau-éther, eau-nitrobenzol, où la seconde couche avait moins de tendance à adhérer à la paroi, il n'y avait pas de précautions spéciales à prendre pour le rem-

plissage ; mais dans les cas : eau-benzol, eau-sulfure de carbone, il était assez difficile d'empêcher la seconde couche de mouiller la paroi, et j'ai dû procéder comme suit :

Dans le cas du nitrobenzol, le second liquide étant plus dense que l'eau, je remplissais d'abord les tubes avec le liquide prélevé à la couche aqueuse, et j'introduisais ensuite le liquide plus dense au fond au moyen d'une fine pipette (fig. 2). Toutefois, il faut que la communication par le petit siphon soit établie depuis le début, et que l'écoulement du liquide plus dense s'effectue très lentement, de manière que l'équilibre soit établi à chaque instant, sans quoi on court le risque qu'une dénivellation trop forte se produise, et que, en rétablissant l'équilibre, la couche aqueuse ne mouille plus suffisamment. Le trop-plein de la couche supérieure s'écoulait par un petit siphon.

Dans le cas du benzol, les tubes étaient aussi remplis préalablement de la couche aqueuse ; l'autre couche était introduite par petites portions, et j'établissais immédiatement la communication entre les deux branches, pour cette couche. L'eau s'évacuait par un petit siphon, dont la courte branche plongeait assez profondément dans l'un des tubes.

Voici les dénivellations observées pour les divers couples, le niveau A étant pris pour zéro ; elles sont toujours comptées positivement dans le sens de la couche aqueuse.

	Eau-benzol.	Eau-éther.	Eau-sulfure de carbone.	Eau-nitrobenzol.
B <sub>1</sub>	— 0,134	— 0,016	— 0,084	— 0,052
A	—	—	—	—
B <sub>2</sub>	+ 0,352	+ 0,050	+ 0,228	+ 0,134
B <sub>3</sub>	0,744	0,094	0,496	0,367
B <sub>4</sub>	1,098	0,184	0,744	0,600
B <sub>5</sub>	1,494	0,386	1,296	0,985

Faisant, comme précédemment, la correction due à la déni-  
vellation absolue dans A, j'ai obtenu le tableau suivant :

	Eau-benzol.	Eau-éther	Eau-sulfure de carbone.	Eau-nitrobenzol.
B <sub>1</sub>	0,095	0,013	0,065	0,050
A	0,229	0,029	0,149	0,102
B <sub>2</sub>	0,581	0,079	0,377	0,236
B <sub>5</sub>	0,973	0,123	0,633	0,469
B <sub>1</sub>	1,327	0,213	0,891	0,702
B <sub>5</sub>	1,723	0,365	1,443	1,087

Nous en déduisons pour la constante de capillarité :

	$a^2$ .
Eau-benzol . . . . .	0,389
Eau-éther . . . . .	0,0840
Eau-sulfure de carbone . . . . .	0,287
Eau-nitrobenzol . . . . .	0,220

Pour calculer la tension superficielle, il fallait connaître les différences de densité des deux couches en présence. Or, au degré de précision de ces mesures, ce n'est que pour le système eau-éther que la solubilité mutuelle des deux liquides modifie notablement la densité des deux couches; j'ai pris leurs densités au pycnomètre.

Le tableau suivant contient les densités des deux couches et les valeurs de  $\alpha_{12}$ , telles qu'elles résultent de ces données et des valeurs de  $a^2$  communiquées ci-dessus.

Système.	$\mu_1$ .	$\mu_2$ .	$\alpha_{12}$ .
Eau-benzol . . . . .	0,999	0,889	21,0 (*)
Eau-éther . . . . .	0,986	0,743	10,0 (**)
Eau-CS <sub>2</sub> . . . . .	1,272	0,999	38,4 (***)
Eau-nitrobenzol . . . . .	1,212	0,999	23,0

(\*) M<sup>me</sup> POCKELS donne  $\alpha_{12} = 34,5$  à 20°, LERCH 32,3 à 15°, ANTONOW 29,0 — 32,7 à 20°. J'obtiens donc pour ce couple une valeur bien plus petite que celle trouvée par les autres auteurs.

(\*\*) QUINCKE donne  $\alpha_{12} = 8,4$  à 14°, M<sup>me</sup> POCKELS 6,6 — 12,2 à 20°, ANTONOW 9,12 à 14°.

(\*\*\*) QUINCKE donne  $\alpha_{12} = 42,7$  — 43,5 à 20°.

Si nous comparons ces valeurs de  $\alpha_{12}$  avec les valeurs de  $\alpha$  pour les liquides en contact avec l'air :

Eau.	Benzol.	Éther.	CS <sub>2</sub> .	Nitrobenzol.
$\alpha = 75,3$	29,9	17,9	31,0	44,1

nous voyons que pour tous ces couples la tension superficielle de l'eau est plus grande que la somme des deux autres tensions.

D'après M. Antonow, la faible solubilité mutuelle des liquides suffirait à modifier les valeurs de  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  au point que la différence  $\alpha_1 - \alpha_2$  deviendrait égale à  $\alpha_{12}$ . C'est un point que je me propose encore d'examiner, mais il me paraît douteux, car j'ai constaté que pour l'éther et le benzol une goutte de la couche supérieure s'étale immédiatement sur la couche aqueuse, ce qui prouverait que même dans l'état d'équilibre  $\alpha_1 - \alpha_2 > \alpha_{12}$ . Pour le sulfure de carbone et le nitrobenzol, l'étalement ne se produit pas, de sorte qu'il semble que là la relation  $\alpha_1 - \alpha_2 = \alpha_{12}$  soit sensiblement vérifiée, ou même que l'on ait  $\alpha_1 - \alpha_2 < \alpha_{12}$ ; mais aussi là la différence  $\alpha_1 - \alpha_2$  pour les liquides purs est déjà voisine de  $\alpha_{12}$ .

Je me propose d'appliquer la même méthode à des couples de liquides solubles l'un dans l'autre, en opérant à des températures différentes, jusqu'au voisinage de la température critique de dissolution.

CHIMIE. — Sur la densité du sucre liquide et de ses solutions aqueuses,

par F. SCHWERS, docteur en sciences.

La densité des solutions aqueuses de sucre a été déterminée avec soin par Gerlach (\*) à sept titres différents et entre 0° et 100°. Afin de continuer mes recherches précédentes sur les mélanges binaires (\*\*) et d'étudier comment varie avec la température la contraction de volume subie par chaque mélange, il était nécessaire d'avoir des données sur la densité du sucre à l'état liquide et surfondu. C'est avec le sucre liquéfié par sa mise en solution que l'eau forme des agrégats, et non avec le sucre solide; il en est du reste de même pour tous les corps solides, et, en ce qui concerne le cas particulier du sucre, Wulff (\*\*\*) avait déjà attiré l'attention sur ce point. Mais je n'ai trouvé aucune donnée expérimentale à ce sujet, ce qui, vu le grand nombre de chimistes qui s'occupent du sucre, ne s'explique que par la difficulté des expériences.

Une foule d'auteurs se sont contentés de déterminer cette grandeur par extrapolation de la courbe de densité des solutions aqueuses. Non seulement les nombres obtenus de la sorte varient entre 1,5549 et 1,56165 (IV), mais aucun de ces nombres ne peut être accepté sans réserve, vu que — comme le fait

---

(\*) *Dingl. Polyt. Journ.*, t. XXXV, 1864, p. 172.

(\*\*) *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique*, 1908, p. 814; *Rec. trav. chim. Pays-Bas*, 1909, p. 261; *Journ. chim. phys.*, 1911, p. 15.

(\*\*\*) *Zeit. für die ges. Rübenzuckerindustrie*, t. XXXVII, p. 918.

(IV) Voir les données complètes à ce sujet dans *Die Chemie der Zuckerarten*, par E. VON LIPPMANN, 3<sup>e</sup> édit., Braunschweig, 1904.

observer Plato (\*) — il est impossible d'obtenir des solutions de sucre au delà de 76 %, et qu'une extrapolation qui s'étend sur près de 25 % ne peut prétendre qu'à une approximation très grossière. J'ajouterai que l'on ne peut obtenir de la sorte aucun renseignement précis au sujet du coefficient de dilatation du sucre liquide.

La principale difficulté consistait à fondre le sucre sans qu'il ne brunisse ni ne se décompose, et puis à le maintenir tel à l'état de surfusion pendant un temps suffisamment long.

D'après Braconnet (\*\*), le sucre, chauffé avec précaution, de façon à ne pas dépasser outre mesure le point de fusion, fond en un liquide clair, restant aisément en surfusion. Malgré les précautions que j'ai prises pour purifier le sucre par précipitation fractionnée de sa solution aqueuse au moyen d'alcool éthylique, et malgré une chauffe progressive dans un bain d'huile, je ne suis pas parvenu à éviter sa décomposition pendant la fusion à l'air libre.

Après une longue série d'essais infructueux, qu'il est inutile de faire connaître, je suis parvenu à mes fins en fondant le sucre, finement pulvérisé, sous un liquide. Ce procédé évite la caramélisation en empêchant des surchauffes locales, diminue l'oxydation en évitant le contact de l'air et enfin favorise le maintien en surfusion par suite de l'impossibilité d'un ensemencement.

Le liquide à employer doit évidemment être sans la moindre action physique — ni surtout chimique — sur le sucre, être non oxydant et non oxydable aux températures où l'on travaille et posséder un point d'ébullition supérieur au point de fusion du saccharose.

C'est la paraffine liquide, bouillant aux environs de 190°, qui, de tous les liquides essayés, m'a donné les meilleurs résultats.

---

(\*) *Zeit. für die ges. Rübenzuckerindustrie*, t. L.

(\*\*) *Ann. chim. phys.*, (II), t. XVI, p. 427.

Comme pycnomètre, je me suis servi d'un petit ballon en verre d'Iéna, d'une contenance de 50 centimètres cubes environ, dont j'avais étiré le col et pourvu la partie amincie d'un trait de jauge (voir diagramme IV).

On introduit d'abord le sucre en poudre, et, après la pesée, on remplit aux trois quarts de paraffine et l'on chauffe avec précaution jusqu'à fusion. On laisse l'appareil pendant quelques heures dans un thermostat rigoureusement constant, on amène la paraffine au trait de jauge et l'on pèse de nouveau après refroidissement. Un simple calcul par différence donne la densité du sucre. La densité de la paraffine avait été déterminée précédemment dans le même appareil, dont le volume était connu par une série d'essais avec l'eau. Ces différentes expériences pouvant se faire aisément aux mêmes températures, on n'a pas à craindre d'erreurs dues à des imperfections éventuelles de la méthode. Inutile de dire que toutes les pesées ont été ramenées au vide, correction très importante quand on pèse des quantités aussi considérables.

J'ai pu poursuivre de la sorte la densité du sucre jusqu'à  $-15^{\circ}$ , sans que la cristallisation se fit; le sucre acquiert seulement une viscosité très grande et présente alors certaines analogies physiques avec le verre, qui doit également être considéré comme un liquide surfondu.

Les densités, ramenées à l'eau à  $4^{\circ} = 1$ , sont consignées dans la table suivante :

<i>t</i> °.	<i>d</i> <i>t</i> °/4°.	<i>t</i> °.	<i>d</i> <i>t</i> °/4°.
—	—	—	—
-14°55	1,51966	45°85	1,50605
0,00	1,51915	59,00	1,49812
14,00	1,51756	77,85	1,48493
20,55	1,51663	101,55	1,46790
33,75	1,51245	114,70	1,45846

En posant le volume à  $0^{\circ} = 1$ , le volume aux autres températures est consigné dans le tableau suivant :

$t^{\circ}$ .	V $t^{\circ}/0^{\circ}$ .	Variation pour $1^{\circ}$ .	$t^{\circ}$ .	V $t^{\circ}/0^{\circ}$ .	Variation pour $1^{\circ}$ .
		0,000			353
- 14,55	0,99966	23	45,85	1,00870	406
0,00	1,00000	75	59,00	1,01404	478
14,00	1,00105	93	77,85	1,02305	500
20,55	1,00166	210	101,55	1,03490	510
33,75	1,00445	353	114,70	1,04161	

La dilatation du sucre liquide est environ quatre fois plus grande entre  $40^{\circ}$  et  $115^{\circ}$  que celle du sucre solide, celle-ci étant, d'après Joule et Playfair (\*), de 0,0001116 entre  $0^{\circ}$  et  $100^{\circ}$ . Mais ce coefficient subit à des températures inférieures à  $35^{\circ}$  une décroissance telle que, entre  $15^{\circ}$  et  $20^{\circ}$ , il atteint à peu près la valeur du sucre solide et que, entre  $0^{\circ}$  et  $-15^{\circ}$ , il lui est nettement inférieur.

Cette inclinaison rapide et prononcée de la courbe  $V_t$  (voir diagramme II) permettait de supposer l'existence d'un réel maximum de densité, comme dans le cas de l'eau; mais des recherches répétées avec le plus grand soin m'ont montré que si un tel maximum existe, il n'est pas encore atteint à la température de  $-15^{\circ}$ . Malheureusement, la méthode que j'ai employée ne permet guère de pousser l'investigation à des températures plus basses avec le même degré d'approximation; en effet, la pesée devant se faire à la température ordinaire, il faudrait augmenter la capacité du réservoir supérieur du pycnomètre et des pertes de liquide par volatilisation seraient à craindre. Mais il y a surtout une impossibilité pratique due à la solidification de la paraffine.

---

(\*) *Journ. Chem. Soc.*, 1, p. 121.



Il y aurait peut-être lieu de mettre en équation la courbe  $V_t$  du sucre ; mais vu la nature assez compliquée de cette courbe, la chose nécessiterait des calculs très longs. On n'en serait d'ailleurs pas plus avancé au point de vue de l'explication du phénomène, et le tracé graphique est suffisamment suggestif pour se rendre compte des variations de volume.

Les expériences n'ont pas été continuées au delà de  $115^\circ$ , parce qu'il est difficile d'atteindre la même précision et surtout parce que le maintien prolongé à une température trop voisine du point de fusion risque de produire un brunissement du sucre et un commencement de décomposition. Il est certain, du reste, que le volume continue à augmenter suivant une courbe très voisine de la droite. Il me suffisait de connaître la courbe jusque  $100^\circ$  pour le calcul de la contraction subie par les solutions aqueuses.

C'est entre  $35^\circ$  et  $40^\circ$  que le changement dans la dilatation se fait nettement sentir. Il n'est pas sans intérêt de rapprocher ce fait de l'observation, faite pour la première fois par Dumas, que le sucre surfondu conserve jusque  $38^\circ$  une fluidité relative, qu'on peut encore à cette température l'étirer en fils, ce qui, soit dit en passant, provoque la recristallisation du sucre. En dessous de cette température, la viscosité est telle que la substance paraît solide.

Les variations du volume d'un liquide avec la température ne sont représentées par une droite que pour les corps à molécules simples, non associées. Pour tous les liquides dont les molécules ont la propriété de former des agrégats physiques entre elles (cas général), la courbe  $V_t$  s'aplatit toujours plus ou moins sensiblement le long de l'axe des abscisses à partir d'une température suffisamment basse et différente pour chaque liquide. J'ai montré précédemment (\*) que l'hypothèse de De Heen,

---

(\*) *Journ. chim. phys.*, 1911, p. 74.

reprise par Van Laar, était celle qui, à mon avis, rendait le mieux compte, à l'heure actuelle, des phénomènes observés. Cette hypothèse consiste à considérer le changement de volume qu'un liquide subit par chauffe, comme la résultante de deux actions inverses : de l'élévation de température, qui accroît la force vive et provoque une expansion du volume, et d'une dépolymérisation — ou dissociation physique — partielle des complexes moléculaires, due également à l'élévation de température, mais qui a pour effet de diminuer le volume. L'eau est jusqu'à présent le seul liquide connu pour lequel la seconde de ces actions l'emporte sur la première (entre 0° et 4°); comme on vient de le voir, le sucre liquide se rapproche beaucoup de l'eau à cet égard et peut-être trouvera-t-on qu'il lui est tout à fait analogue si l'on parvient à poursuivre le phénomène à des températures plus basses. Mais, comme je l'avais déjà fait observer dans le mémoire précité, la présence d'un maximum réel (cas de l'eau) n'est pas suffisante pour ranger un liquide dans une classe à part : c'est seulement la manifestation, à un degré plus élevé, d'une propriété commune à tous les liquides associants. Il résulte des observations faites sur une foule de liquides que l'existence de groupes OH dans la molécule est particulièrement favorable à l'association physique ; rien d'étonnant donc que le sucre, avec ses nombreux groupements oxhydryles, possède cette propriété à un degré supérieur à celui des alcools.

Pour autant que la similitude des courbes  $V_t$  permet de conclure à une similitude dans l'état de polymérisation, il résulte de cette étude que l'eau doit posséder un état de polymérisation plus élevé qu'on ne le lui assigne d'ordinaire, supérieur à celui du sucre dont les molécules les plus simples renferment une dizaine de groupements oxhydryles.

*Solutions aqueuses de sucre.*

Comme je le disais plus haut, il était intéressant de rechercher les changements de densité survenus par mélange du sucre et de l'eau par rapport à la densité théorique calculée par la formule connue :

$$d_v = \frac{p_1 + p_2}{\frac{p_1}{d_1} + \frac{p_2}{d_2}} \quad \text{ou} \quad d_v = \frac{p_1 + p_2}{v_1 + v_2}.$$

Si l'on fait ce calcul en partant de la densité du sucre solide (qui est de 1,59 environ), on trouve que, à la température ordinaire, il y a une légère contraction pour les solutions de 0 % à 63 % de sucre et dilatation pour les solutions plus concentrées. Plato (\*) reconnut que la contraction doit se calculer en partant de la densité du sucre supposé liquide, le seul existant en solution. En faisant les calculs à l'aide du nombre qu'il a déterminé par extrapolation des solutions de sucre (soit 1,55626 à 17°5), il trouve que toutes les solutions donnent lieu à une contraction et qu'elle est maximum (1,37 %) pour une concentration d'environ 60 %. Mais cette méthode ne permet de faire le calcul qu'à une seule température et manque complètement de la précision requise quand il s'agit de calculer les variations de la contraction avec la température pour une même concentration. D'autre part, on vient de voir que la détermination expérimentale de la densité du sucre liquide a donné un nombre tout à fait différent (inférieur à 1,52) de celui que l'on obtenait par extrapolation (1,55 à 1,56); on voit donc combien une vérification directe s'imposait. Il en résulte que la contraction est

---

(\*) *Zeit. für die ges. Rübenzuckerindustrie*, 1898, p. 50.

nettement plus grande que celle que donnent les calculs de Plato.

Je reproduis ici le résultat des calculs que j'ai faits au moyen des déterminations expérimentales de Gerlach (\*). On remarquera que je me suis servi des données directement observées par cet auteur et non pas des nombres qu'il a obtenus par interpolation, et qui ont évidemment subi de légères modifications; que j'ai transcrit ces nombres tels quels, avec leurs six décimales, bien que j'estime que la dernière décimale est de trop, l'approximation des mesures de ce genre ne dépassant pas une à deux unités de la cinquième décimale (ce qui suffit du reste parfaitement); que c'est le même désir de reproduire intégralement les nombres de Gerlach qui m'a porté à laisser des données rapportées à l'eau à 17°5 comme unité, alors que la coutume est de prendre comme unité l'eau à 4° (ce qui ne modifie en rien les résultats). Comme dans les tables publiées précédemment,  $d$  est la densité observée,  $d_v$  la densité théorique; le rapport  $\frac{d_v}{d}$  donne aisément la contraction de volume  $C_v$  par la formule  $\frac{d-d_v}{d}$ .

Les diagrammes annexés montrent — mieux encore que les données numériques — les variations de  $C_v$  pour les mélanges de sucre et d'eau. L'allure générale de ces courbes, qui est sensiblement la même pour toutes les concentrations, indique une diminution de la contraction jusque vers 50°; puis il se produit un relèvement bien marqué dont le maximum se trouve vers 80°, après quoi la courbe redescend de nouveau vers l'axe des abscisses.

---

(\*) *Loc. cit.*

10 % sucre + 90 % eau.

<u>t°.</u>	<u>d t°/17°5</u>	<u>d<sub>v</sub>.</u>	<u>d<sub>v</sub> : d.</u>	<u>C<sub>v</sub>.</u>
0,9	1,041792	1,036112	0,99455	0,545
9,2	1,041356	1,036176	0,99502	0,498
12,4	1,040948	1,035955	0,99520	0,480
15,3	1,040521	1,035571	0,99524	0,476
17,5	1,040104	1,035366	0,99544	0,456
25,5	1,038037	1,033772	0,99589	0,411
32,4	1,035961	1,031895	0,99607	0,393
43,3	1,031848	1,028091	0,99636	0,364
52,6	1,027764	1,024150	0,99658	0,342
60,9	1,023710	1,020136	0,99651	0,349
68,7	1,019686	1,015822	0,99621	0,379
75,9	1,015691	1,011682	0,99605	0,395
82,4	1,011723	1,007666	0,99599	0,401
88,5	1,007758	1,003833	0,99607	0,393
94,3	1,003880	1,000224	0,99637	0,363
99,9	1 000000	0,996650	0,99665	0,335

20 % sucre + 80 % eau.

<u>t°.</u>	<u>d t°/17°5.</u>	<u>d<sub>v</sub>.</u>	<u>d<sub>v</sub> : d.</u>	<u>C<sub>v</sub>.</u>
5,9	1,085477	1,074283	0,98969	1,031
17,5	1,083234	1,073324	0,99085	0,915
31,6	1,078779	1,070028	0,99188	0,812
42,6	1,074356	1,065889	0,99212	0,788
52,0	1,069965	1,062065	0,99262	0,738
60,8	1,065606	1,057635	0,99252	0,748
68,9	1,061278	1,053153	0,99234	0,766
76,3	1,056982	1,048619	0,99209	0,791
89,4	1,048482	1,040460	0,99235	0,765
95,6	1,044278	1,036499	0,99255	0,745

30 % sucre + 70 % eau.

$t^{\circ}$ .	$d$ $t^{\circ}/17^{\circ}5$ .	$d_v$ .	$d_v : d$ .	$C_v$ .
9,2	1,131996	1,115026	0,98501	1,499
17,5	1,129586	1,114169	0,98635	1,365
31,2	1,124800	1,110986	0,98772	1,228
42,4	1,120048	1,106745	0,98812	1,188
52,0	1,115330	1,102421	0,98842	1,158
61,0	1,110646	1,097835	0,98847	1,153
69,3	1,105995	1,092933	0,98819	1,181
77,2	1,101377	1,088311	0,98813	1,187
84,5	1,096792	1,083684	0,98805	1,195
91,3	1,092240	1,079389	0,98823	1,177
97,9	1,087721	1,075070	0,98837	1,163

40 % sucre + 60 % eau.

$t^{\circ}$ .	$d$ $t^{\circ}/17^{\circ}5$ .	$d_v$ .	$d_v : d$ .	$C_v$ .
-0,18	1,184531	1,159245	0,97865	2,135
9,8	1,181945	1,159102	0,98067	1,933
17,5	1,179358	1,158252	0,98210	1,790
30,9	1,174222	1,155094	0,98371	1,629
42,0	1,169121	1,150642	0,98420	1,580
52,0	1,164056	1,146050	0,98453	1,547
61,0	1,159026	1,144318	0,98472	1,528
69,6	1,154032	1,136145	0,98450	1,550
78,0	1,149073	1,131149	0,98440	1,560
85,9	1,144150	1,126074	0,98420	1,580
93,3	1,139261	1,121392	0,98432	1,568

50 % sucre + 50 % eau.

$t^{\circ}$ .	$d\ t^{\circ}/17^{\circ}5$ .	$d_v$ .	$d_v : d$ .	$C_v$ .
1,96	1,238293	1,207088	0,97489	2,511
17,5	1,232748	1,206054	0,97834	2,166
30,4	1,227241	1,202935	0,98019	1,981
41,9	1,221771	1,198184	0,98069	1,931
52,2	1,216339	1,193172	0,98095	1,905
61,8	1,210945	1,187974	0,98103	1,897
70,9	1,205589	1,182117	0,98053	1,947
79,5	1,200269	1,177134	0,98072	1,928
87,6	1,194986	1,171829	0,98062	1,938
95,3	1,189740	1,166975	0,98087	1,913

60 % sucre + 40 % eau.

$t^{\circ}$ .	$d\ t^{\circ}/17^{\circ}5$ .	$d_v$ .	$d_v : d$ .	$C_v$ .
3,01	1,295890	1,259105	0,97161	2,839
17,5	1,289952	1,257773	0,97505	2,495
30,7	1,284054	1,254806	0,97722	2,278
42,4	1,278197	1,249386	0,97741	2,259
52,9	1,272379	1,244075	0,97768	2,232
62,9	1,266600	1,238467	0,97779	2,221
72,5	1,260861	1,232593	0,97758	2,242
81,5	1,255161	1,226804	0,97741	2,259
90,1	1,249500	1,221396	0,97751	2,249
98,4	1,243877	1,215669	0,97732	2,268

70 % sucre + 30 % eau.

$t^{\circ}$ .	$d_{17^{\circ}5}$ .	$d_v$	$d_v : d.$	$C_v.$
3,3	1,357518	1,315594	0,96912	3,088
17,5	1,351168	1,314240	0,97267	2,733
31,0	1,344860	1,310629	0,97455	2,545
43,8	1,338594	1,304781	0,97474	2,526
55,1	1,332370	1,298765	0,97478	2,522
65,5	1,326188	1,292790	0,97482	2,518
75,0	1,320046	1,286652	0,97470	2,530
84,4	1,313946	1,280357	0,97444	2,556
93,4	1,307887	1,274543	0,97450	2,550

C'est en somme la même allure générale que pour les systèmes binaires examinés précédemment et particulièrement pour les mélanges d'eau avec des alcools de différentes catégories. En comparant les mélanges d'alcool, de glycol et de glycérine dans l'eau, j'avais fait remarquer que les arcs dans les courbes de contraction sont d'autant plus prononcés que la substance renferme plus de groupements hydroxyles, et que, d'autre part, le maximum du relèvement se trouvait à une température d'autant plus haute que le point d'ébullition de l'alcool considéré est lui-même plus élevé. Bien que dans le cas des mélanges de sucre et d'eau l'incurvation soit très nettement prononcée et que le maximum se trouve assez haut (vers 80°), on ne peut pourtant pas dire que la même proportionnalité continue en raison du nombre de groupements OH.

Il en est du reste de même pour d'autres propriétés du sucre et de ses solutions. Ainsi :

1) Si pour les liquides purs nous considérons la partie sensiblement rectiligne des courbes  $V_t$ , les changements de volume



pour une élévation de température de 1° (le volume à 0° étant égal à 1) est approximativement :

0,0013 pour l'alcool éthylique.

0,00085 pour le glycol.

0,0006 pour la glycérine.

Pour le sucre, on a vu que le changement est de 0,0005 par degré, soit un nombre voisin de celui de la glycérine et non beaucoup plus petit, comme on aurait pu s'y attendre. Mais on peut à ce sujet rappeler une remarque d'ordre général, à savoir que ce sont les termes organiques à petit nombre d'atomes de carbone qui présentent toujours les différences les mieux marquées dans toutes leurs propriétés physiques et que ces différences s'atténuent à mesure que le chaînon carboné augmente (\*).

2) Si nous considérons à une même température la contraction de volume des mélanges aqueux, on voit que cette grandeur, très forte pour les monols, décroît avec la polyvalence de l'alcool considéré. Ainsi, le maximum de contraction est à la température ordinaire :

4 % pour l'alcool éthylique + eau.

1,55 % pour le glycol + eau.

1,38 % pour la glycérine + eau.

Si l'on passe aux solutions aqueuses de sucre, on constate une contraction très forte, atteignant plus de 3 % pour une solution à 70 % de sucre; en prolongeant la courbe (voir diagramme III), on arriverait à une contraction plus grande encore pour des concentrations supérieures, que l'on ne peut étudier aisément à cause de la solubilité limitée du sucre dans l'eau à température ordinaire.

---

(\*) J'aurai prochainement à développer quelques considérations nouvelles à ce sujet.

D'une façon générale, le maximum de contraction d'un mélange binaire aqueux se porte vers le corps qui possède la plus grosse molécule; rien d'étonnant donc à ce que ce maximum ne soit atteint que pour des solutions renfermant plus de 70 % de sucre. Si l'on transforme les % en poids en % moléculaires, ce maximum se déplacera évidemment vers la gauche; mais ce serait se ranger *a priori* à la théorie admettant des combinaisons en proportions moléculaires pour des concentrations déterminées, et j'ai développé précédemment (\*) les raisons pour lesquelles j'estime que rien jusqu'à présent ne prouve leur existence. L'on constate souvent que l'effet de contraction est maximum lorsque le nombre de molécules des deux corps en présence est sensiblement le même ou bien se trouve dans des rapports simples: mais ceci n'offre rien que de très naturel, les changements — de quelque nature qu'ils soient — produits à la suite du mélange étant évidemment d'autant plus prononcés que les masses actives des deux corps en présence sont plus grandes l'une par rapport à l'autre.

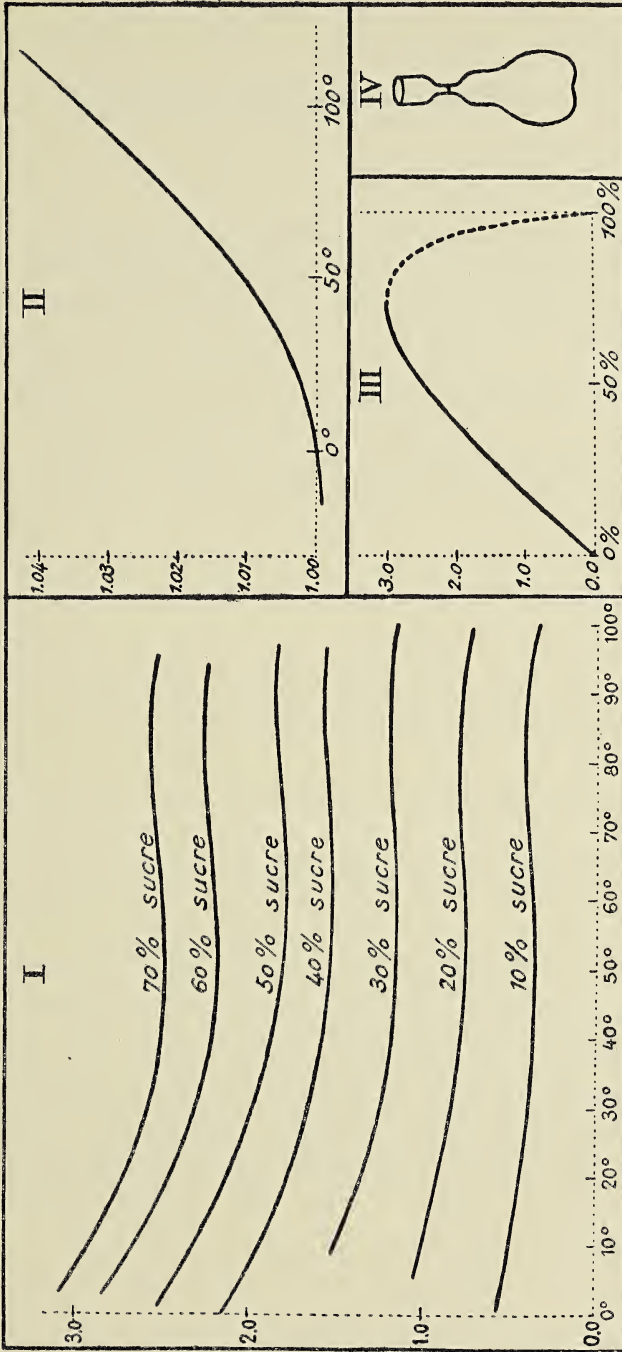
Cette étude serait à compléter par l'examen d'autres sucres (ainsi que de leurs solutions aqueuses); leur qualité de liquides fortement associants promet des résultats intéressants.

Londres, avril 1911.

Davy Faraday Research Laboratory.

---

(\*) *Journ. chim. phys.*, 1911, pp. 57 à 73.





BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

---

*Rutot (A.)*. Mise au point, pour 1911, du mémoire intitulé : « Le Pré-historique dans l'Europe centrale », paru dans le compte rendu du Congrès de Dinant, en 1903. Malines, 1911 ; extr. in-8° (114 p., fig.).

*Stuyvaert (M.)*. Un théorème sur la collinéation dans l'espace à  $r$  dimensions. Milan, 1911 ; extr. in-8° (pp. 314-320).

*Demoor (Jean)*. Sur de nouvelles expériences relatives au mécanisme des émotions. Bruxelles, 1910 ; extr. in-8° (10 p.).

— Action du sérum sanguin au point de vue de la sécrétion salivaire. (Action des substances spécifiques.) Liège-Paris, 1911 ; extr. in-8° (pp. 377-390).

— A propos du mécanisme de la sécrétion salivaire. Influence de la pression osmotique et action du sérum sanguin. Bruxelles, 1911 ; extr. in-8° (27 p.).

*Zunz (Edgard)*. Une canule à fistule intestinale. Une pince pour la préparation des ultrafiltres. Bruxelles, 1910 ; extr. in-8° (7 p., 4 fig.).

— Recherches sur la digestion des protéines du pain chez le chien. Berlin, 1910 ; extr. in-8° (11 p.).

— Nouvelles recherches sur la digestion des protéines chez le chien. Berlin, 1910 ; extr. in-8° (10 p.).

— Contamination des denrées alimentaires exposées en vente soit sur la voie publique, soit aux étalages des magasins et bazars. Remèdes. Bruxelles, 1910 ; extr. in-8° (13 p.).

— Contribution à l'étude de l'action des protéoses sur le cœur isolé de tortue. Liège-Paris, 1911 ; extr. in-8° (pp. 290-310, fig.).

BRUXELLES. *Ministère de l'Industrie et du Travail. Service géologique*. Texte explicatif du levé géologique des planchettes de Tervueren, La Hulpe (Michel Mourlon), Nivelles, Gembloux, Chastre, Genappe (Michel Mourlon avec le concours de C. Malaise). Annexe sur l'évolution de l'échelle stratigraphique du Siluro-Cambrien de Belgique (C. Malaise). 6 brochures, 1910-1911.

---

VIENNE. *Kommission für die internationale Erdmessung*. Protokolle über die am 4. December 1909 und am 7. Juni 1910 abgehaltenen Sitzungen. 1911.

---

Pickering (*Edward C.*). Associate members of American societies. S. l., 1910, extr. in-8° (pp. 286-291).

BERKELEY. *University of California*. Mémoires, II. The silva of California. (Willis Linn Jepson.) 1910; in-4°.

---

Meslin (*Georges*). Sur la double réfraction circulaire du chlorate de sodium. Paris, 1911; extr. in-4° (2 p.).

— Sur le pouvoir dispersif des combinaisons de prismes. Application aux spectroscopes. Tours, 1911; extr. in-8° (24 p.).

Notice sur les travaux scientifiques de M. Meslin, professeur de physique à la Faculté des sciences de Montpellier. Montpellier, 1908; in-8° (19 p.).

---

Habibur Rahman Khan. Water wireless telegraphy. Allahabad, 1911; in-8° (31 p. fig.).

Gerth van Wijk (*H.-L.*). A Dictionary of plantnames. Harlem, 1909-1910; 2 vol. in-4° (ensemble xxiv-1444 p.).

Bjelovučić (*M.-S.*). Le secret de l'aile d'oiseau et sa supériorité propulsive comparée à la palette hélicoïdale. Capodistria, 1911; in-8° (15 p., pl.).

GENÈVE. *Université*. Actes du jubilé de 1909. In-4°.

UPSAL. *Université*. Bref och skrivelser af och till Carl von Linné. Afd. I, Del. 5, 1911.

---



## TABLE DES MATIÈRES.

CLASSE DES SCIENCES. — *Séance du 10 juin 1911.*

Condoléances à M. Mourlon . . . . .	425
<b>Correspondance.</b>	
Félicitations à M. Ed. Suess, associé (80 <sup>e</sup> anniversaire de naissance).— Invitation au VIII <sup>e</sup> Congrès international de chimie appliquée à Washington.— Pli cacheté. — M. Demoulin, délégué à la manifestation en l'honneur de M. G. Darboux, associé. — Hommages d'ouvrages . . . . .	425
<b>Élections.</b>	
MM Frédéric Swarts et Jean Massart, élus membres titulaires; MM. Louis Dollo et Charles Julin, correspondants; MM. Émile Fischer, Pawlow et Schwendener, associés . . . . .	427
<b>Rapports.</b>	
Rapports de MM. Spring et Swarts (Sur la densité du sucre liquide et de ses solutions aqueuses; par F. Schwvers) . . . . .	428
<b>Prix Gluge.</b>	
Rapports de MM. L. Fredericq, Masius et V. Willem sur les travaux soumis pour la cinquième période (Prix décerné au Dr De Meyer) . . . . .	429, 435
<b>Communications et lectures.</b>	
<i>Contribution à l'étude des minéraux du Vésuve et du Monte-Somma</i> (seconde communication); par G. Cesàro. (Impression votée dans les <i>Mémoires</i> in-8°.)	436
<i>Étude des éléments définis d'une manière abstraite comme subissant des transformations induites par la transformation linéaire des variables</i> ; par Jacques Deruyts (impression dans le <i>Bulletin</i> de juillet) . . . . .	436
CRISTALLOGRAPHIE. — <i>Sur un cas de cristallisation par détente</i> ; par G. Cesàro.	436
CHIMIE. — <i>Action des acides oxalique et malonique sur l'amidon et la dextrine</i> ; par Oechsner de Coninck et Raynaud. . . . .	438
CHIMIE. — <i>Action de quelques acides organiques sur le formiate de sodium</i> ; par W. Oechsner de Coninck . . . . .	440
ANALYSE MATHÉMATIQUE. — <i>Sur les valeurs moyennes de certaines fonctions arithmétiques</i> ; par E. Landau . . . . .	443
OPTIQUE. — <i>Recherches expérimentales sur la forme de la surface d'onde dans les cristaux biréfringents</i> (4 <sup>e</sup> communication); par M <sup>lle</sup> A. Scouvert . . . . .	473
PHYSIQUE MOLÉCULAIRE. — <i>Recherches expérimentales sur la tension superficielle au contact de deux liquides</i> (2 fig.); par M <sup>lle</sup> L. Van der Noot . . . . .	493
CHIMIE. — <i>Sur la densité du sucre liquide et de ses solutions aqueuses</i> ; par F. Schwvers (1 planche) . . . . .	503
Bulletin bibliographique . . . . .	519

---

*Il ne sera donné suite aux demandes de combler les lacunes dans les publications de l'Académie, que pour autant que ces lacunes ne remontent pas au delà de cinq ans*





26.493  
A16

ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE

---

BULLETIN

DE LA

CLASSE DES SCIENCES

---

1911 — N° 7



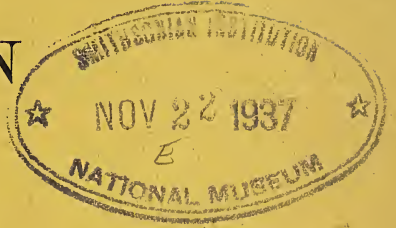
BRUXELLES

HAYEZ, IMPRIMEUR DES ACADEMIES ROYALES DE BELGIQUE

Rue de Louvain, 112

---

1911





## CLASSE DES SCIENCES.

---

*Séance du 1<sup>er</sup> juillet 1911.*

M. J. NEUBERG, directeur.

M. le chevalier EDMOND MARCHAL, secrétaire perpétuel.

Sont présents : MM. Ch. Francotte, *vice-directeur* ; C. Malaise, W. Spring, M<sup>el</sup> Mourlon, P. Mansion, P. De Heen, C. le Paige, J. Deruyts, L. Fredericq, A. Jorissen, Paul Pelse-  
neer, A. Gravis, A. Lameere, Ch.-J. de la Vallée Poussin, Th. Durand, Max. Lohest, F. Swarts, J. Massart, *membres* ; A. Rutot, V. Willem, A. de Hemptinne, Paul Stroobant, J. Verschaffelt, L. Dollo et Ch. Julin, *correspondants*.

Absences motivées : MM. Ch. Van Bambeke et G. Van der Mensbrugge.

M. le Directeur souhaite la bienvenue à MM. Swarts et Massart, en leur nouvelle qualité de membres titulaires, ainsi qu'à MM. Dollo et Julin, qui ont été nommés correspondants.

— M. Swarts remercie au nom de chacun.

---

---

CORRESPONDANCE.

Une manifestation s'organise à Liège en l'honneur de M. J. Neuberg, professeur à l'Université, à l'occasion de sa promotion à l'éméritat après plus d'un demi-siècle d'enseignement.

— L'Académie royale des sciences de Turin annonce que l'inauguration du monument Amedeo Avogadro, chimiste et physicien, aura lieu à Turin, le 24 septembre 1911; elle invite l'Académie à s'y faire représenter. — Pris pour notification.

— Le centième anniversaire de la naissance de Carlo Matteucci, physicien, né à Forli, a été célébré dans cette ville le 20 juin. — L'Académie a exprimé sa sympathie par l'organe de son Secrétaire perpétuel.

— La Classe accepte le dépôt d'un pli cacheté, se rapportant à la microscopie, envoyé par M. F.-A. Janssens, professeur à l'Université de Louvain.

— L'Académie a reçu des lettres de remerciements de MM. Swarts et Massart, élus membres; Dollo et Julin, élus correspondants; Émile Fischer, de Berlin; J. Pawlow, de Saint-Pétersbourg; Simon Schwendener, de Berlin, élus associés.

— Les travaux manuscrits suivants sont renvoyés à l'examen :

*Émancipation de la théorie des parallèles ou accomplissement final de la géométrie euclidienne*; par Charles Michaux. — Commissaire : M. Mansion.

*Sur la solution des équations cubiques* (texte allemand) ; par M. Claren, de Lage (Lippe). — Même commissaire.

— M. Godeaux demande à rentrer en possession de sa note présentée à la séance du 5 mars 1910. *Sur les séries de groupes appartenant à une courbe ou à une surface algébrique.*

— Hommages d'ouvrages :

Par l'Université de Genève :

*Actes du jubilé de 1909, 1559-1909.*

Par M. Aug. Lameere :

*Sommaire du cours d'éléments de zoologie pour la candidature en sciences naturelles.*

Par M. Henri Micheels :

*Note sur la forme du thalle chez Dictyota dichotoma* (Présenté par M. De Heen.)

Par M. J. De Meyer :

*Observations et expériences relatives à l'action exercée par des extraits d'œufs et d'autres substances sur les spermatozoïdes.*

— Remerciements.

---

PRIX CHARLES LEMAIRE.

(*Questions relatives aux travaux publics.*)

X<sup>e</sup> période (1<sup>er</sup> juillet 1909-30 juin 1911).

Ouvrages remis :

1<sup>o</sup> *De l'humidité dans les constructions et procédés nouveaux pour y remédier*; par M. Knapen, architecte-expert-ingénieur conseil de la Compagnie française d'assèchement rationnel et d'assainissement (système Knapen).

Ce travail avec planches figure pages 530-555 au *Bulletin* d'avril 1911 des *Mémoires et comptes rendus des travaux de la Société des ingénieurs civils de France*. In-8°, Paris.

2° *Le réglage automatique du niveau des biefs*. 1909.

*La destruction des maçonneries par le fer inclus. (Sommiers de ponts. Garde-corps sur bornes. Scellements. Sidéro-ciment.) Batardeau sans terre construit à Bruxelles.*

Extraits des *Annales des Travaux publics de Belgique*; par M. G. Denil, ingénieur principal des Ponts et Chaussées.

Jury : MM. Van der Mensbrugge, De Heen, Lagasse-de Locht, Lambin et Dufourny.

---

PRIX THÉOPHILE GLUGE.

(PHYSIOLOGIE.)

V<sup>e</sup> période (1909-1910).

Conformément aux conclusions du rapport du jury, composé de MM. L. Fredericq, Masius et V. Willem, la Classe décerne ce prix, d'une valeur de *mille francs*, au docteur J. De Meyer, assistant à l'Institut de physiologie de Bruxelles.

---

---

COMMUNICATIONS ET LECTURES.

ANALYSE. — **Étude des éléments définis d'une manière abstraite comme subissant des transformations induites par la transformation linéaire des variables (\*)**;

par JACQUES DERUYTS, membre de l'Académie.

§ 1.

La théorie des formes algébriques se rattache essentiellement à l'étude des transformations linéaires homogènes simultanées. Il y a lieu de considérer comme fondamentales les transformations linéaires à coefficients ou paramètres  $\alpha$  quelconques effectuées sur une ou plusieurs séries de variables  $x$ , d'espèces différentes et tout à fait indépendantes. Les autres transformations sont *induites*, en ce sens que leur rythme est fixé par les transformations fondamentales ou inductrices des  $x$  (\*\*).

Nous appellerons *système d'éléments associés aux variables  $x$* , un système d'éléments  $(p)$  qui subissent des transformations induites définies par les conditions suivantes :

1° Sauf des puissances entières des modules de transformations des  $(x)$ , les paramètres des transformations induites sur les éléments associés  $(p)$  sont des fonctions rationnelles entières

---

(\*) Nos résultats ont été consignés en plis cachetés déposés à l'Académie aux séances de mars et mai 1911. Le travail actuel a été communiqué à la séance de juin.

(\*\*) La dénomination de transformations induites a été introduite par Sylvester (*Journal de Crelle*, t. LXXXV); peu de temps après, elle a été employée par M. le Paige pour l'énoncé d'élégants théorèmes sur les formes préparées (*Math. Annalen*, Bd 15).

0) ( $\alpha$ ) des paramètres  $\alpha$  des transformations fondamentales des ( $x$ );

2° La transformation des éléments associés ( $p$ ) devient la transformation identique, si la transformation des ( $x$ ) est elle-même identique;

3° Deux transformations superposées, effectuées sur les ( $x$ ), donnent lieu pour les éléments ( $p$ ) à la transformation résultant de la superposition des deux transformations induites.

Nous rappellerons qu'au début même de la théorie des formes algébriques, les coefficients  $a$  d'une forme  $f$  aux variables ( $x$ ) apparaissent comme des éléments associés. Quand on transforme linéairement les variables ( $x$ ) en d'autres ( $X$ ), la nouvelle expression de  $f$  est une forme aux variables ( $X$ ) dont les coefficients  $A$  sont des fonctions linéaires des  $a$ , appelées transformées des coefficients primitifs  $a$ . Les coefficients, en passant de l'état  $a$  à l'état  $A$ , subissent une transformation induite qui résulte de l'invariance absolue des formes algébriques admise à titre de définition.

D'autre part, les différents procédés de transmutation ou de construction des fonctions invariantes dépendent de l'emploi de systèmes linéairement transformables. Tout système linéairement transformable se présente à l'occasion d'une fonction quelconque  $g_1(a, x)$  rationnelle entière, homogène et isobarique des quantités  $a, x$ . Il s'associe à  $g_1(a, x)$  des fonctions analogues  $g_2(a, x) \dots g_r(a, x)$  telles que  $G_1 = g_1(A, X) \dots G_r = g_r(A, X)$  sont des combinaisons linéaires de  $g_1(a, x) \dots g_r(a, x)$ . Le fait de l'induction qui se produit pour le système transformable  $g_1 \dots g_r$ , est fixé par le choix de la fonction  $g_1(a, x)$ .

Soit encore  $g$  une fonction des ( $a$ ) et des ( $x$ ), les dérivées partielles de  $g$  relatives aux ( $a$ ), ( $x$ ) s'expriment linéairement au moyen des dérivées analogues de la fonction  $g$  relativement aux ( $A$ ), ( $X$ ); l'induction est ici déterminée par les règles du calcul des dérivées et non par une définition fonctionnelle proprement dite.



On voit que pour les éléments  $(p)$  associés aux variables  $(x)$  dans la théorie des formes, les transformations induites sont provoquées par une définition particulière, analytique ou fonctionnelle des éléments  $(p)$  considérés. Si on se place à un point de vue général, il paraît intéressant de *déterminer les divers modes d'induction possibles et la manière de les réaliser*. La solution de cette question est l'objet du travail actuel.

Nous introduirons *a priori*, par une libre définition, un système d'éléments  $(p)$  comme devant subir une transformation induite par la transformation fondamentale des variables  $(x)$ . Ainsi, les éléments  $p$  se trouvent associés aux variables  $(x)$ , sans qu'on ait à se les représenter comme fonctions de quantités préalablement connues. Cette abstraction paraîtra naturelle, si on observe que les éléments  $p$  interviennent seulement pour supporter *passivement* l'induction et qu'en réalité nous avons à étudier les paramètres  $\theta(x)$  des transformations induites, par la considération des trois lois de l'induction ci-dessus indiquées.

Pour éviter des réductions immédiates et sans importance, nous regarderons les éléments  $p$  comme linéairement indépendants. Nous supposerons aussi que les variables fondamentales ou inductrices  $(x)$  constituent une seule série  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , afin de ne pas avoir à combiner des résultats tout à fait analogues et sans influence mutuelle, relatifs à des séries de variables d'espèces différentes se transformant suivant des modules absolument distincts. Nous aurons cependant à employer  $n$  séries de variables de même espèce  $(x_1) (x_2) \dots (x_n)$  exactement cogrédientes aux variables inductrices  $(x)$ .

Nous ramènerons les systèmes quelconques d'éléments  $(p)$  à des systèmes spéciaux pour lesquels les fonctions  $\theta(x)$  comprises dans le module des transformations induites ont certains caractères d'homogénéité et d'indépendance linéaire. La considération des fonctions  $\theta(x)$  intervenant pour ces systèmes spéciaux montrera ensuite que *les éléments  $(p)$  définis d'une manière abstraite comme subissant l'induction des variables  $(x)$ , peuvent être regardés comme des sommes de puissances entières du covariant*

identique ( $\pm x_1, x_2, \dots, x_n$ ) multipliées par des fonctions linéaires des coefficients d'une ou plusieurs formes primaires.

Comme nous l'avons fait dans nos travaux antérieurs, nous appelons *primaires* les formes et les fonctions invariantes qui contiennent au plus  $n - 1$  séries de variables cogrédientes ( $x_1, \dots, x_{n-1}, \dots, (x_n - 1_1 \dots x_n - 1_n)$ ) et qui satisfont aux équations

$$x_1 \frac{d}{dx_1} = 0 \dots \dots x_{n-2} \frac{d}{dx_{n-1}} = 0.$$

Nous avons montré en 1889 (\*) que toutes les fonctions invariantes sont des sommes de covariants identiques multipliés par des polaires de covariants primaires. Le résultat du travail actuel apparaît en relation avec le fait que la réduction aux covariants primaires est la réduction la plus complète des fonctions invariantes (\*\*). Notre sujet fournit pour l'étude des opérations différentielles invariantes des applications que nous nous réservons de traiter ultérieurement.

## § 2.

La transformation linéaire des variables fondamentales ou inductrices  $x_1 \dots x_n$ , en d'autres  $X_1 \dots X_n$ , est donnée par des équations

$$x_j = \alpha_{j1}X_1 + \alpha_{j2}X_2 + \dots + \alpha_{jn}X_n \quad \left. \vphantom{x_j} \right\}, \quad (1)$$

$j = 1, 2, \dots, n$

de module

$$\delta = \begin{vmatrix} \alpha_{11} & \dots & \alpha_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ \alpha_{n1} & \dots & \alpha_{nn} \end{vmatrix}.$$

(\*) *Sur les transformations linéaires et la théorie des covariants.* (MÉM. COURONNÉS ET MÉM. DES SAV. ÉTR. PUBLIÉS PAR L'ACAD. ROY. DE BELGIQUE, t. LI, in-4<sup>e</sup>, 1889.) — *Essai d'une théorie générale des formes algébriques.* (MÉM. DE LA SOC. ROY. DES SCIENCES DE LIÈGE, 2<sup>e</sup> série, XVII.)

(\*\*) *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique*, 3<sup>e</sup> sér., t. XXIV, nos 9-10, 1892.

Soit  $p_1 \dots p_r$  un système abstrait d'éléments associés, linéairement indépendants. Quand les variables  $(x)$  s'expriment au moyen des variables  $(X)$  suivant les équations (1), les éléments  $p_1 \dots p_r$  s'expriment linéairement au moyen d'autres  $P_1 \dots P_r$  (qui sont leurs transformées), suivant une loi imposée *a priori*, réalisant les conditions générales de l'induction énoncée au paragraphe 1. La transformation induite sur les éléments  $(p)$  sera donnée par

$$\left. \begin{aligned} \delta^\varepsilon P_1 &= \theta_{11}(\alpha) p_1 + \dots + \theta_{1r}(\alpha) p_r \\ \dots &\dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ \delta^\varepsilon P_r &= \theta_{r1}(\alpha) p_1 + \dots + \theta_{rr}(\alpha) p_r \end{aligned} \right\}, \quad (2)$$

de manière que  $\varepsilon$  est un nombre entier positif et que les paramètres  $\theta(\alpha)$  sont des fonctions rationnelles entières des paramètres  $(\alpha)$ . On a

$$(\pm \theta_{11}(\alpha) \dots \theta_{rr}(\alpha)) \neq 0, \quad (2')$$

puisque  $p_1 \dots p_r$  sont linéairement indépendants.

La considération de la transformation identique des variables  $(x)$  montre que pour cette transformation identique,  $\theta_{ih}$  est nul ou égal à l'unité, suivant que  $i$  est différent de  $h$  ou égal à  $h$ .

Si pour les variables  $(x)$  on superpose deux transformations linéaires, la première de module  $\delta = (\pm \alpha_{11} \dots \alpha_{nn})$ , la seconde de module  $\delta_1 = (\pm \beta_{11} \dots \beta_{nn})$ , la transformation résultante a pour module  $\delta_2 = (\pm \rho_{11} \dots \rho_{nn})$ , quand on prend

$$\left. \begin{aligned} \rho_{uv} &= \alpha_{ui} \beta_{iv} + \dots + \alpha_{un} \beta_{nv} \\ u, v &= 1, 2 \dots n \end{aligned} \right\}; \quad (3)$$

on a du reste  $\delta_2 = \delta \cdot \delta_1$ . Les transformations  $(\delta)$   $(\delta_1)$   $(\delta_2)$  induisent sur le système  $(p)$  des transformations correspondant aux déterminants

$$(\pm \theta_{11}(\alpha) \dots \theta_{rr}(\alpha)), \quad (\pm \theta_{11}(\beta) \dots \theta_{rr}(\beta)), \quad (\pm \theta_{11}(\rho) \dots \theta_{rr}(\rho))$$

et la troisième doit être la résultante des deux premières.

Moyennant les formules (3), on obtient les relations

$$\left. \begin{aligned} \theta_{ih}(\rho) = \theta_{i1}(\beta) \theta_{1h}(\alpha) + \dots + \theta_{ir}(\beta) \theta_{rh}(\alpha) \\ i, h = 1, 2 \dots r \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

que nous avons établies précédemment pour les systèmes de fonctions linéairement transformables (\*).

Les équations (4), la condition (2<sup>1</sup>) et la condition relative à la transformation identique des variables, caractérisent les  $r^2$  fonctions rationnelles entières  $\theta(\alpha)$  comme paramètres d'une transformation induite (2).

A cause de l'indépendance linéaire de  $p_1 \dots p_r$ , la formule (4) peut, d'après les relations (2), être remplacée par

$$\left. \begin{aligned} p_1 \theta_{i1}(\rho) + \dots + p_h \theta_{ih}(\rho) + \dots + p_r \theta_{ir}(\rho) \\ = \delta^i [P_1 \theta_{i1}(\beta) + \dots + P_r \theta_{ir}(\beta)] \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Les équations (4) se présentent encore sous divers aspects intéressants.

Considérons  $n$  séries de  $n$  variables  $(x_1), \dots (x_n)$  cogrédientes se transformant en  $(X_1) \dots (X_n)$  suivant les formules (1); soient  $(a_1 \dots a_n), \dots (a_n \dots a_n)$ ,  $n$  autres séries de variables se transformant en  $(A_1), \dots (A_n)$  par la substitution contragrédiente de (1),

$$A_i = \alpha_{i1} a_1 + \dots + \alpha_{ni} a_n;$$

les  $a$  sont ainsi les coefficients de formes linéaires  $a_{1x}, \dots a_{nx}$ . Écrivons encore d'une manière explicite

$$\theta_{ih}(\alpha) = \theta_{ih}(\alpha_{uv}).$$

Si l'on remplace les lettres  $\alpha_{uv}$  par  $au_v$  et si l'on change ensuite les lettres  $\beta$  en  $\alpha$ , les quantités  $\rho_{uv}$  deviennent d'après (3)

$$au_1 \alpha_{1v} + \dots + au_n \alpha_{nv},$$

---

(\*) Bull. de l'Acad. roy. de Belgique 3<sup>e</sup> sér., t. XXXII, p. 437 (1896).

c'est-à-dire  $Au_v$ , et on a par (4) :

$$\theta_{in}(Au_v) = \theta_{i1}(\alpha_{uv})\theta_{1n}(au_v) + \dots + \theta_{ir}(\alpha_{uv})\theta_{rn}(au_v). \quad (6)$$

D'autre part, si dans les formules (3) on remplace les lettres  $\beta_{uv}$  par  $Xv_u$ , les quantités  $\rho_{uv}$  deviennent  $xv_u$  et on a par (4) :

$$\theta_{in}(xv_u) = \theta_{i1}(Xv_u)\theta_{1n}(\alpha_{uv}) + \dots + \theta_{ir}(Xv_u)\theta_{rn}(\alpha_{uv}), \quad (7)$$

et de même par (5),

$$\delta^2. [P_1\theta_{i1}(Xv_u) + \dots + P_r\theta_{ir}(Xv_u)] = p_1\theta_{i1}(xv_u) + \dots + p_r\theta_{ir}(xv_u).$$

On obtient encore comme conséquence de (6) et (7) les formules d'invariance :

$$\left. \begin{aligned} \sum_{n=1}^r \theta_{in}(xv_u) \theta_{nt}(au_v) &= \sum_n \theta_{in}(Xv_u) \theta_{nt}(Au_v) \\ i, t &= 1, 2 \dots r \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

### § 3.

Nous dirons que deux systèmes d'éléments  $(p_1, \dots, p_r)$  et  $(p'_1, \dots, p'_r)$  associés aux variables  $x$  sont *équivalents par modification linéaire*, quand les deux séries  $(p)$   $(p')$  se ramènent l'une à l'autre par des équations linéaires homogènes à coefficients constants.

*D'un système d'éléments  $(p)$  associés aux variables  $x$ , on déduit un système équivalent  $(p')$ , en prenant pour  $p'_1 \dots p'_r$  des fonctions linéaires de  $p_1 \dots p_r$  à coefficients constants, assujetties à la seule condition d'être distinctes entre elles (\*).*

En effet, posons

$$\begin{aligned} p'_1 &= k_{11}p_1 + \dots + k_{1r}p_r, \\ &\dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ p'_r &= k_{r1}p_1 + \dots + k_{rr}p_r, \end{aligned}$$

---

(\*) L'énoncé est évident quand les éléments  $p$  sont fonctions des variables  $(x)$  et des coefficients de formes algébriques; mais une vérification est ici nécessaire, puisque les éléments  $p$  sont introduits à priori, sans indication relative à leur signification analytique.

les  $k$  étant des constantes de déterminant

$$k_0 = (\pm k_{11} \dots k_{rr}) \neq 0.$$

Appelons  $k_0 k'_{ii}$  le sous-déterminant mineur de  $k_{ii}$  dans  $k_0$ . On déduit de (2)

$$\delta^\varepsilon P' = \theta'_{i1} p'_1 + \dots + \theta'_{ir} p'_r,$$

en posant

$$\theta'_{in} = \sum_{i,m=1}^r k_{ii} k'_{im} \theta_{im}.$$

On peut ensuite vérifier la relation

$$\theta'_{in}(\rho) = \theta'_{i1}(\alpha) \theta'_{in}(\beta) + \dots + \theta'_{ir}(\alpha) \theta'_{in}(\beta),$$

analogue à (4); il suffit d'employer les relations existant, d'après le théorème de Laplace, entre les constantes  $k$ ,  $k'$ . De plus, les fonctions  $\theta'$  satisfont de la même manière que les paramètres  $\theta$  à la condition relative à la transformation identique des variables.

REMARQUE. — Nous avons supposé les fonctions  $\theta(\alpha)$  rationnelles entières; cependant, les considérations précédentes sont encore applicables quand les fonctions  $\theta(\alpha)$  sont quelconques, auquel cas on peut supposer  $\varepsilon$  nul dans les équations (2). Nous reviendrons prochainement sur ce sujet, notamment en ce qui concerne l'équation (8).

#### § 4.

L'emploi des systèmes équivalents par modification linéaire nous permettra de subdiviser tout système ( $p$ ) en systèmes partiels et isolés, dont les paramètres  $\theta(\alpha)$  satisfont à plusieurs conditions d'homogénéité.

Reprenons la formule (5) :

$$p_1 \theta_{i1}(\rho) + \dots + p_r \theta_{ir}(\rho) = \delta^r [P_1 \theta_{i1}(\beta) + \dots + P_r \theta_{ir}(\beta)] \quad (9)$$

et désignons par  $w(\beta)$  les produits de quantités  $\beta$  qui interviennent dans les fonctions  $\theta(\beta)$ ; chacun de ces produits  $w(\beta)$  a certains degrés  $\pi_1 \dots \pi_n$  pour les quantités comprises dans les séries

$$\left. \begin{array}{l} (\beta_{11}, \beta_{12} \dots \beta_{1n}) \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ (\beta_{n1}, \beta_{n2} \dots \beta_{nn}) \end{array} \right\} . \quad (10)$$

Le système numérique  $\pi_1 \dots \pi_n$ , que nous représenterons en abrégé par  $(\pi)$ , aura diverses déterminations  $(\pi')$ ,  $(\pi'')$ , ...

D'après la relation (3), on a

$$\rho_{uv} = \alpha_{u1}\beta_{1v} + \dots + \alpha_{un}\beta_{nv} ,$$

et ainsi, dans l'expression d'une quantité  $\rho$ , tout terme de l'une des séries (10) est multiplié par un terme de la série correspondante dans la suite

$$\left. \begin{array}{l} C_1(\alpha) \equiv (\alpha_{11}, \alpha_{21} \dots \alpha_{n1}) \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ C_n(\alpha) \equiv (\alpha_{1n}, \alpha_{2n} \dots \alpha_{nn}) \end{array} \right\} . \quad (11)$$

Cela étant, le coefficient de  $w(\beta)$  dans le premier membre de (9) est linéaire par rapport aux quantités  $(p)$  et est homogène de degrés  $\pi_1 \dots \pi_n$  pour les séries de quantités (11). L'identification des coefficients de  $w(\beta)$  dans les deux membres de l'équation (9) fournira des relations

$$\delta \cdot \mathfrak{L}_\pi(P) = \lambda_\pi(p), \quad (12)$$

dans lesquelles  $\mathfrak{L}(P)$  désigne des fonctions linéaires homogènes à coefficients constants, tandis que  $\lambda_\pi(p)$  est une fonction linéaire des  $p$ , homogène des degrés  $\pi_1 \dots \pi_n$  pour les séries de quantités  $C_1(\alpha) \dots C_n(\alpha)$ .

Les relations qui peuvent exister entre les fonctions  $\lambda_\pi(p)$  se décomposent en relations homogènes par rapport à  $C_1(\alpha) \dots C_n(\alpha)$ .

Comme conséquence de la formule (12), toute relation linéaire à coefficients constants entre les diverses fonctions  $\mathcal{L}_\pi(\mathbf{P})$ , quand le système numérique  $\pi \equiv (\pi_1 \dots \pi_n)$  varie, se ramène à des relations linéaires entre les fonctions  $\mathcal{L}_\pi(\mathbf{P})$  correspondant à une même détermination de  $(\pi) \equiv (\pi_1 \dots \pi_n)$ .

Soient

$$\mathcal{L}_{\pi_1}(\mathbf{P}) \dots \mathcal{L}_{\pi, \sigma}(\mathbf{P}) \tag{13}$$

les fonctions linéairement indépendantes comprises sous la notation  $\mathcal{L}_\pi(\mathbf{P})$ , quand dans la formule (9) on donne à  $i$  toutes les valeurs 1, 2 ...  $r$ ; le système numérique  $(\pi)$  aura séparément les déterminations  $(\pi')$ ,  $(\pi'')$  ... et le nombre  $\sigma$  pourra varier avec  $(\pi)$ .

Par la manière dont elles sont introduites, les fonctions  $\mathcal{L}_\pi(\mathbf{P})$  sont les coefficients des produits  $w(\beta)$  de degrés  $\pi_1 \dots \pi_n$  pour les séries de quantités (10), dans le développement des expressions

$$P_1 \theta_{i1}(\beta) + \dots + P_r \theta_{ir}(\beta).$$

En employant seulement les termes (13) linéairement indépendants, nous écrirons

$$P_1 \theta_{i1}(\beta) + \dots + P_r \theta_{ir}(\beta) = \sum_{\pi} \left\{ \mu_1(\beta) \mathcal{L}_{\pi_1}(\mathbf{P}) + \dots + \mu_{\sigma}(\beta) \mathcal{L}_{\pi, \sigma}(\beta) \right\}; \tag{14}$$

la sommation s'étend à  $(\pi) = (\pi')$ ,  $(\pi'')$ , ... et la notation  $\mu(\beta)$  désigne des polynômes homogènes d'ordres  $\pi_1 \dots \pi_n$  par rapport aux séries de quantités (10), qui peuvent dépendre de la valeur donnée à  $i$  dans la suite 1, 2 ...  $r$ .

Changeons maintenant les lettres  $\mathbf{P}$  et  $\beta$  en  $p$  et  $\alpha$ , et tenons compte des équations (2), à savoir

$$p_1 \theta_{i1}(\alpha) + \dots + p_r \theta_{ir}(\alpha) = \delta^i P_i;$$

nous déduisons de l'identité (14) :

$$\delta^i P_i = \sum_{\pi} \left\{ \mu_1(\alpha) \mathcal{L}_{\pi_1}(p) + \dots + \mu_{\sigma}(\alpha) \mathcal{L}_{\pi, \sigma}(p) \right\} \tag{15}$$

$i = 1, 2 \dots r.$



Il n'existe aucune relation linéaire entre les diverses quantités (13), quand on donne au système  $(\pi)$  toutes les déterminations  $(\pi')$ ,  $(\pi'')$ , ...; cela résulte du fait que les fonctions  $\mathcal{L}$  sont supposées n'avoir aucune relation du premier degré quand  $(\pi)$  est fixé, et qu'elles ne peuvent pas en avoir davantage quand  $(\pi)$  varie [d'après une remarque précédente sur les formules (12)]. Par suite, le nombre total des fonctions  $\mathcal{L}$  intervenant dans les équations (15) ne peut pas être supérieur à  $r$ ; il ne peut pas non plus être inférieur à  $r$ , puisque  $P_1 \dots P_r$  sont linéairement indépendants. Les diverses fonctions  $\mathcal{L}_{\pi_1} \dots \mathcal{L}_{\pi_\sigma}$  intervenant pour  $(\pi) = (\pi')$ ,  $(\pi'')$  ... dans les formules (15) constituent ainsi, d'après l'énoncé du paragraphe III, un système

$$p'_1 \dots p'_r$$

équivalent à  $p_1 \dots p_r$ .

Par application de la formule (12), nous avons des équations

$$\left. \begin{aligned} \delta^z \mathcal{L}_{\pi_1}(P) &= \lambda_{\pi_1}(p) \\ \cdot &\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \\ \delta^z \mathcal{L}_{\pi_\sigma}(P) &= \lambda_{\pi_\sigma}(p) \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

pour  $(\pi) = (\pi')$ ,  $(\pi'')$  ...

Les premiers membres, à part le facteur  $\delta^z$ , sont les transformées  $P'$  des  $p'$  par la substitution fondamentale (1); les seconds membres sont homogènes pour les séries de termes (11) et sont, de plus, linéaires par rapport aux quantités  $p$ , ou encore par rapport aux quantités  $p'$ . On a donc par (16) des équations

$$\delta^z P'_h = \gamma_{h1} p'_1 + \dots + \gamma_{hr} p'_r,$$

$(h = 1, 2 \dots r),$

où  $\gamma_{h1} \dots \gamma_{hr}$  sont homogènes des mêmes degrés, séparément par rapport aux séries de termes  $C_1(x) \dots C_r(x)$ ; les degrés dont il s'agit seront désignés par  $\pi_1^h \dots \pi_r^h$  (\*), parce qu'ils

---

(\*) Nous écrivons  $\pi_1^h \dots$  au lieu de  $\pi_1^{(h)} \dots$ , afin de simplifier l'écriture.



Dans les formules (17), les fonctions  $\theta_{1h}(\alpha) \dots \theta_{rh}(\alpha)$  sont respectivement des degrés  $\pi_1^1, \pi_1^2, \dots, \pi_1^r$  pour les paramètres  $(\alpha_{11}, \dots, \alpha_{n1})$  de la première colonne du module  $\delta$  qui est actuellement

$$\begin{vmatrix} \alpha_{11} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{vmatrix}.$$

Donc, par le choix particulier (18) des quantités  $\alpha$ , les fonctions  $\theta_{1h}(\alpha) \dots \theta_{rh}(\alpha)$  intervenant dans l'équation (20) sont les puissances d'ordres  $\pi_1^1 \dots \pi_1^r$  de  $\alpha_{11}$ , sauf des facteurs numériques éventuellement nuls. Ces facteurs numériques se déterminent en observant que pour  $\alpha_{11} = 1$  notre transformation particulière des variables ( $x$ ) devient la transformation identique et fournit  $\theta_{ih} = 0$  pour  $i$  différent de  $h$  et  $\theta_{hh} = 1$ . Donc, moyennant la supposition (18), on a

$$\theta_{ih}(\alpha) = 0, \quad \theta_{hh}(\alpha) = (\alpha_{11})^{\pi_1^h};$$

d'après (20) et (19), on a

$$\theta_{ih}(\rho) = \theta_{ih}(\beta) \times (\alpha_{11})^{\pi_1^h},$$

quand les quantités  $(\rho)$  sont définies par

$$\rho_{uv} = \beta_{uv} \quad \text{pour } u > 1 \quad \text{et} \quad \rho_{1v} = \alpha_{11} \beta_{1v}.$$

On déduit de là que dans le cas de paramètres *quelconques*  $\alpha$ , la fonction  $\theta_{ih}(\alpha)$  est homogène de degré  $\pi_1^h$  par rapport aux termes  $\alpha_{11} \dots \alpha_{1n}$  de la première rangée du déterminant  $\delta$ . On trouverait une propriété analogue relativement aux termes  $\alpha$  compris dans les diverses rangées de  $\delta$ .

Donc, dans les conditions de l'énoncé du paragraphe 4, le système (17) a la propriété que les fonctions  $\theta_{1h}(\alpha) \dots \theta_{rh}(\alpha)$  sont homogènes des mêmes degrés  $\pi_1^1 \dots \pi_n^1$  pour les séries de termes

$$\begin{aligned} R_1(\alpha) &\equiv (\alpha_{11}, \dots, \alpha_{1n}), \\ \dots &\dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ R_n(\alpha) &\equiv (\alpha_{n1}, \dots, \alpha_{nn}), \end{aligned}$$

comprises dans les rangées du module  $\delta$ .

Pour la facilité du langage, nous appellerons *système à paramètres doublement homogènes* un système  $p_1 \dots p_r$ , tel que dans les formules de transformation (17), et séparément pour  $i = 1, 2 \dots r$ , les fonctions  $\theta_{i1} \dots \theta_{ir}$  sont homogènes des mêmes degrés  $\pi_1^i \dots \pi_n^i$  par rapport aux séries  $C_1(x) \dots C_n(x)$ ; d'après ce qui précède,  $\theta_{1i} \dots \theta_{ri}$  sont aussi homogènes de degrés  $\pi_1^i \dots \pi_n^i$ , par rapport aux séries  $R_1(x) \dots R_n(x)$ . Ainsi (§ 4), *tout système d'éléments subissant l'induction des variables (x) est équivalent à un système  $p_1 \dots p_r$  dont les paramètres  $\theta(x)$  sont doublement homogènes (\*)*.

Nous conviendrons encore de dire qu'une fonction  $g(p)$  est *isobarique et de poids  $\pi_1 - \varepsilon, \dots, \pi_n - \varepsilon$*  pour les indices  $1, 2, \dots, n$ , quand  $\delta^\varepsilon g(P)$  est homogène des degrés  $\pi_1 \dots \pi_n$  relativement aux séries de quantités  $C_1(x), \dots, C_n(x)$ . Cette définition abstraite s'accorde avec la définition qui s'applique aux fonctions rationnelles entières des variables et des coefficients de formes algébriques (\*\*).

(\*) Voir pour comparaison notre travail *Sur quelques propriétés du déterminant d'un système transformable*. (BULL. DE L'ACAD. ROY. DE BELGIQUE, 1896, p. 438.)

(\*\*) Soit

$$\prod a_{\gamma_1 \dots \gamma_n} \prod x_1^{\gamma_1} \dots x_n^{\gamma_n}$$

un produit de coefficients de formes algébriques et de variables de diverses séries cogrédientes aux  $(x)$ . Pour un pareil produit, les poids relatifs aux indices  $1, \dots, n$  sont les nombres

$$\sum \gamma_1 - \sum \gamma_1', \dots, \sum \gamma_n - \sum \gamma_n'$$

Une somme de pareils produits ayant les mêmes poids séparément pour les indices  $1, 2 \dots n$  est une fonction isobarique. (Pour ces définitions, voir *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique*, 1888, n° 6, et notre *Essai d'une théorie générale...*, p. 32.)

§ 6.

Considérons un système  $p_1 \dots p_r$ , à paramètres doublement homogènes, donnant lieu aux formules (17), que nous écrirons en abrégé :

$$\delta^i P_i = \theta_{i1}(\alpha) p_1 + \dots + \theta_{ir}(\alpha) p_r \quad \left. \vphantom{\delta^i P_i} \right\}; \quad (21)$$

$i = 1, 2 \dots r$

chacun des éléments  $p_i$  sera isobarique de poids  $\pi_1^i - \varepsilon, \dots, \pi_n^i - \varepsilon$ .

Soit  $p'_1$  un agrégat linéaire et isobarique des éléments  $p$ . Nous désignerons ses poids par  $\pi_1 - \varepsilon, \dots, \pi_n - \varepsilon$  et nous écrirons :

$$\delta^s P'_1 = \theta'_{11} p'_1 + \dots + \theta'_{1s} p'_s, \quad (22)$$

de telle manière que (\*) :

1°  $\theta'_{11} \dots \theta'_{1s}$  sont homogènes des degrés  $\pi_1 \dots \pi_n$  pour les séries de quantités  $(C_1) \dots, (C_n)$ ;

2° Les  $(p')$  sont fonctions linéaires des  $(p)$ ;

3°  $p'_1, \dots, p'_s$  et de même  $\theta'_{11}, \dots, \theta'_{1s}$  n'ont pas de relation du premier degré.

Dans ces conditions, le nombre  $s$  des termes de la formule (22) ne dépasse pas  $r$  et il se trouve être le plus petit possible quand  $p'_1$  est fixé.

Donnons maintenant à  $p'_1$  une détermination telle qu'il n'existe aucune fonction linéaire analogue des  $(p)$ , correspondant à une valeur moindre du nombre  $s$ . D'autre part, comme  $p'_1 \dots p'_s$  sont linéairement indépendants, on peut y adjoindre d'autres combinaisons du premier degré  $p'_{s+1} \dots p'_r$  de  $p_1 \dots p_r$ , de manière à constituer un système équivalent à  $p_1 \dots p_r$ . Le

(\*) Les considérations actuelles sont analogues à celles que nous avons employées dans notre mémoire déjà cité *Sur les transformations linéaires et la théorie des covariants* (1889). — On peut toujours faire intervenir le terme  $p'_1$  dans le second membre de (22), parce que  $\delta^s P'_1$  se réduit à  $p'_1$  pour la transformation identique.

tableau de la transformation induite sur le système  $(p')$ , équivalent à  $(p)$ , se présentera sous l'aspect suivant :

$$\left. \begin{aligned}
 \delta^s P'_1 &= \theta'_{11} p'_1 + \dots + \theta'_{1s} p'_s & \star & \quad \star \dots \star \\
 \dots & \dots & \star & \quad \star \dots \star \\
 \delta^s P'_s &= \theta'_{s1} p'_1 + \dots + \theta'_{ss} p'_s & \star & \quad \star \dots \star \\
 \delta^s P'_{s+1} &= \theta'_{s+1,1} p'_1 + \dots + \theta'_{s+1,s+1} p'_{s+1} + \dots + \theta'_{s+1,r} p'_r \\
 \dots & \dots & & \\
 \delta^s P'_r &= \theta'_{r1} p'_1 + \dots + \theta'_{rr} p'_r
 \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

de manière que les  $r - s$  derniers paramètres des  $s$  premières rangées sont nuls. En effet, on a par l'équation (22)

$$\theta'_{1s+1} = \dots = \theta'_{1r} = 0,$$

puis par (4)

$$\theta'_{1s+1}(\rho) = \theta'_{11}(\beta) \theta'_{1s+1}(\alpha) + \dots + \theta'_{1s}(\beta) \theta'_{ss+1}(\alpha) = 0,$$

$$\theta'_{1r}(\rho) = \theta'_{11}(\beta) \theta'_{1r}(\alpha) + \dots + \theta'_{1s}(\beta) \theta'_{sr}(\alpha) = 0;$$

on en déduit

$$\theta'_{1s+1} = \theta'_{2s+1} = \dots = \theta'_{s,s+1} = 0, \dots \theta'_{1r} = \dots = \theta'_{sr} = 0,$$

comme conséquences de l'indépendance linéaire de  $\theta'_{11} \dots \theta'_{1s}$ .

### § 7.

D'après le paragraphe 5, le système partiel  $p'_1 \dots p'_s$  intervenant dans les équations (23) peut toujours, par modification équivalente, être ramené à un système doublement homogène; il sera lui-même doublement homogène par changement de notation, s'il est nécessaire. Ainsi, *les éléments  $p'_1 \dots p'_s$  sont isobariques.*

Soit  $g(p'_1 \dots p'_s)$  une fonction du premier degré des  $p'_1 \dots p'_s$  et supposons pour un instant qu'il soit possible d'exprimer  $\delta^s G = g(\delta^s P'_1 \dots \delta^s P'_s)$  au moyen de combinaisons linéaires de  $p' \dots p'_s$  en nombre  $s - s'$  inférieur à  $s$ .

En considérant dans  $\delta^s G$  les termes homogènes des mêmes degrés relatifs à  $C_1(\alpha) \dots C_n(\alpha)$ , on trouverait qu'une fonction  $\delta^s G'$ , correspondant à un agrégat isobarique  $g'(p'_1 \dots p'_s)$ , serait exprimable au moyen de  $s - s'$  combinaisons linéaires de  $p'_1 \dots p'_s$  ou encore des  $(p)$ . Ce résultat serait contradictoire à la supposition que  $s$  est le nombre minimum de termes nécessaires pour exprimer, par une formule analogue à (22), la transformée d'une fonction linéaire isobarique des éléments  $(p)$ .

Donc, toute combinaison linéaire de  $\delta^s P'_1 \dots \delta^s P'_s$  exprimée au moyen de  $p'_1 \dots p'_s$  contient nécessairement chacune des quantités  $p'_1 \dots p'_s$ , ou encore il n'existe aucune relation du premier degré entre les paramètres de l'une ou l'autre des séries

$$(\theta'_{11} \dots \theta'_{s1}), \dots (\theta'_{1s}, \dots \theta'_{ss}).$$

Jusqu'ici, les éléments  $p'_{s+1} \dots p'_r$  interviennent seulement dans les formules (23) pour constituer avec  $p'_1 \dots p'_s$  un système équivalent à  $p_1 \dots p_r$ . Écrivons

$$p_i = g'_i(p'_1 \dots p'_s) + g_i(p') \quad \left\{ \begin{array}{l} i = 1, 2 \dots r \end{array} \right. \quad (24)$$

en réunissant dans  $g'_i$  les termes de la suite  $p'_1 \dots p'_s$  pour lesquels les poids sont égaux aux poids de  $p_i$ ; le reste  $g_i$  comprendra les autres éléments du système  $p'_1 \dots p'_r$ . Chacun des restes  $g_i$  est isobarique, comme différence  $p - g'$  de deux expressions qui ont les mêmes poids.

Soient  $g^1, g^2 \dots g^t$ , des fonctions choisies parmi les  $r$  restes  $g_1(p') \dots g_r(p')$ , de manière que

$$p'_1 \dots p'_s, g^1, g^2, \dots g^t \quad (25)$$

soient linéairement indépendants et que  $g_1(p') \dots g_r(p')$  soient fonctions du premier degré des quantités (25). D'après la relation (24), les  $r$  éléments linéairement indépendants  $p_1 \dots p_r$  sont aussi fonctions du premier degré des  $s + t$  quantités (25). Il en résulte

$$t = r - s.$$

Profitons maintenant du fait que  $p'_{s+1} \dots p'_r$  n'ont pas encore été spécialement déterminés. Par modification linéaire, nous introduisons au lieu de  $p'_{s+1} \dots p'_r$ , les  $r - s$  fonctions  $g(p')$  particulières désignées par  $g1, g2 \dots$ . Ces  $r - s$  fonctions  $g(p')$  que nous pouvons regarder comme égales à  $p'_{s+1} \dots p'_r$  sont isobariques;  $p'_1 \dots p'_s$  ont la même propriété. Ainsi, dans les équations (23), tous les éléments  $p'_1 \dots p'_r$  sont isobariques. Dans ces conditions, *les éléments  $p'_1 \dots p'_r$  donnant lieu à la transformation (23), constituent un système à paramètres doublement homogènes.*

§ 8.

Soit  $l$  un des nombres  $1, 2 \dots s$  que nous fixerons une fois pour toutes. Comme nous l'avons vu (§ 7), il n'existe aucune relation linéaire entre  $\theta'_{1l} \dots \theta'_{sl}$ . Supposons une relation linéaire

$$\omega_1 \theta'_{1l} + \dots + \omega_s \theta'_{sl} + \omega_{s+1} \theta'_{s+1,l} + \dots + \omega_r \theta'_{rl} = 0 \quad (26)$$

entre les paramètres  $\theta'$  de la  $l^{\text{ième}}$  colonne du tableau (23); il suffit de considérer le cas où les fonctions  $\theta'(x)$ , intervenant effectivement dans la formule (26), sont toutes des mêmes degrés  $\pi''_1 \dots \pi''_n$  pour les séries de quantités  $C_1(x) \dots C_n(x)$ .

Les constantes  $\omega_{s+1} \dots \omega_r$  ne sont pas toutes nulles et on a nécessairement  $\omega_l = 0$ , car pour la substitution identique des variables  $(x)$  on a  $\theta'_{ll} = 1$  et  $\theta'_{il} = 0$  quand  $i$  est différent de  $l$ .

La fonction

$$p''_{s+1} = \omega_1 p'_1 + \dots + \omega_{l-1} p'_{l-1} + \omega_{l+1} p'_{l+1} + \dots + \omega_r p'_r$$

n'est pas réductible à  $p'_1 \dots p'_s$  et sa transformée  $P''_{s+1}$  ne dépend pas de  $p'_l$ , comme on le voit par les formules (23) et (26); on a directement

$$\delta^s P''_{s+1} = \omega_1 \delta^s P'_1 + \dots + \omega_r \delta^s P'_r. \quad (27)$$

Le système (23) a ses paramètres  $\theta'$  doublement homogènes; les termes  $\omega_i \theta'_{il}$  différents de zéro et les termes correspondants





$p''_{s+t+1} \dots p''_r$  qui avec  $p'_1 \dots p'_s, p''_{s+1} \dots p''_{s+t}$  constituent un système équivalent à  $p'_1 \dots p'_r$  (\*).

Le tableau de transformation de ce nouveau système à paramètres doublement homogènes aura la particularité que certains paramètres sont nuls, d'après les premières équations (23) et les formules (29). On peut donc employer les formules (23) en y adjoignant les conditions

$$\left. \begin{array}{l} \theta'_{hi} = 0 \quad \text{pour} \quad \begin{array}{l} h = s + 1 \dots s + t \\ i = 1, 2 \dots s \end{array} \\ \text{et} \quad \theta'_{hi} = 0 \quad \text{pour} \quad \begin{array}{l} h = s + 1 \dots s + t \\ i = s + t + 1 \dots r \end{array} \end{array} \right\} \quad (30)$$

### § 9.

Le nombre  $t$  étant fixé comme ci-dessus parmi  $1, 2 \dots s$ , supposons que la constitution actuelle du tableau (23) permet d'obtenir entre les termes  $\theta'_{1l} \dots \theta'_{rl}$  de la colonne de rang  $l$ , une relation linéaire non réductible à (30). Par le mode de raisonnement ci-dessus indiqué, on est ramené à supposer dans le tableau des formules (23) non seulement les relations (30), mais encore d'autres relations analogues

$$\left. \begin{array}{l} \theta'_{hi} = 0 \quad \text{pour} \quad \begin{array}{l} h = s + t + 1, \dots s + t + t' \\ i = 1, 2, \dots s \end{array} \\ \text{et} \quad \theta'_{hi} = 0 \quad \text{pour} \quad \begin{array}{l} h = s + t + 1, \dots s + t + t' \\ i = s + t + t' + 1, \dots r \end{array} \end{array} \right\} \quad (31)$$

De même, on continuera éventuellement à introduire des modifications linéaires fournissant pour le nouveau tableau (23)

---

(\*) On emploiera ici le mode de raisonnement qui a été indiqué au sujet des formules (24). Les fonctions  $g'$  qui étaient relatives à  $p'_1 \dots p'_s$  dans la formule (24) devront être ici rapportées à  $p'_1 \dots p'_s, p''_{s+1} \dots p''_{s+t}$ .

des relations analogues à (30), (31)... Les changements successifs laissent inaltérés les premiers éléments  $p'_1 \dots p'_s$  du système (23), qui conservent les propriétés spéciales indiquées au paragraphe 7. Remplaçons les notations  $p'$  et  $\theta'$  par  $p$  et  $\theta$ ; nous voyons que : *Par modification linéaire, tout système d'éléments associés aux variables (x) se ramène à un système  $p_1 \dots p_r$  correspondant à un tableau de la forme*

$$\left( \begin{array}{cccccc} \theta_{11} \dots \theta_{1s} & 0 & \dots & 0 & 0 \dots 0 \\ \theta_{s1} \dots \theta_{ss} & 0 & \dots & 0 & 0 \dots 0 \\ 0 & \dots & 0 & \theta_{s+1, s+1} \dots \theta_{s+1, \sigma} & 0 \dots 0 \\ 0 & \dots & 0 & \theta_{\sigma, s+1} & \dots & \theta_{\sigma\sigma} & 0 \dots 0 \\ \theta_{\sigma+1, 1} & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \theta_{\sigma+1, r} \\ \theta_{r1} & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \theta_{rr} \end{array} \right) \quad (32)$$

dans les conditions suivantes :

- 1° Les paramètres  $\theta$  sont doublement homogènes;
- 2° Les paramètres

$$\theta_{1l} \dots \theta_{sl}, \quad \theta_{\sigma+1, l} \dots \theta_{rl} \quad (33)$$

sont linéairement indépendants, quand  $l$  a été choisi dans la suite 1, 2 ... s;

3° Il n'existe aucune fonction du premier degré de  $\delta^s P_1 \dots \delta^s P_s$ , qui puisse être exprimée au moyen de combinaisons linéaires de  $p_1 \dots p_s$  en nombre  $s - s'$  inférieur à  $s$ .

Le nombre  $\sigma$  est du reste compris entre  $s$  et  $r$  inclus.

### § 10.

Considérons un système  $p_1 \dots p_r$ , correspondant au tableau (32) du dernier énoncé, et introduisons, comme au paragraphe 2, les formes linéaires  $a1_x \dots an_x$  et les séries de variables  $(x1) \dots (xn)$  exactement cogrédientes à  $(x_1 \dots x_n)$ . Si nous reprenons

la formule (6), en supposant  $h$  égal au nombre  $l$  que nous avons fixé dans la suite 1, 2 ...  $s$ , nous avons

$$\left. \begin{aligned} \theta_{ii}(Au_v) &= \theta_{i1} \theta_{1i}(au_v) + \dots + \theta_{is} \theta_{si}(au_v) \\ &+ \theta_{i, \sigma+1} \theta_{\sigma+1, i}(au_v) + \dots + \theta_{ir} \theta_{ri}(au_v) \end{aligned} \right\}, \quad (34)$$

pour  $i = 1, 2, \dots, s, \quad \sigma + 1, \quad \sigma + 2 \dots r$  (\*)

et plus particulièrement

$$\left. \begin{aligned} \theta_{ii}(A_{uv}) &= \theta_{i1} \theta_{1i}(au_v) + \dots + \theta_{is} \theta_{si}(au_v) \end{aligned} \right\}. \quad (35)$$

pour  $i = 1, 2 \dots s$

Les expressions

$$\left. \begin{aligned} \theta_{ii}(au_r) \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

pour  $i = 1, 2, \dots, s, \quad \sigma + 1, \dots, r$

sont linéairement indépendantes en même temps que les termes de la suite (33). D'après la définition des systèmes à paramètres doublement homogènes (§ 5), chacun des paramètres

$$\left. \begin{aligned} \theta_{ii}(\alpha_{uv}) \end{aligned} \right\} \quad (36')$$

pour  $i = 1, 2 \dots s, \quad \sigma + 1, \dots, r$

est homogène par rapport aux suites de quantités que nous avons désignées par  $C_1(x) \dots C_n(x)$ ; donc, chacune des fonctions (36) est isobarique (\*\*) comme étant homogène pour les séries de quantités  $(a1_1, \dots, an_1), \dots, (a1_n \dots an_n)$ .

Semblablement, les expressions (36') ont les mêmes degrés d'homogénéité relativement aux séries de quantités qui ont été indiquées (§ 5) par les caractéristiques  $R_1(x) \dots R_n(x)$ ; les fonctions (36) sont homogènes des mêmes degrés relativement aux coefficients  $(a1_1 \dots a1_n) \dots (an_1 \dots an_n)$  des formes  $a1_x \dots an_x$ .

(\*) De même que précédemment (§ 2), les lettres A, X1, X2 ... représentent les transformées des coefficients  $a$  et des diverses variables  $x1, x2 \dots$  après la transformation fondamentale des variables  $x$ .

(\*\*) Voir la note du paragraphe 5.

D'après les équations (35), le système

$$\theta_{1t}(au_v) \dots \theta_{st}(au_v)$$

est linéairement transformable; il se compose de fonctions distinctes homogènes et isobariques dépendant seulement des coefficients de formes  $a1_x \dots an_x$ .

Par un résultat de nos recherches antérieures sur les systèmes linéairement transformables (\*), les fonctions  $\theta_{1t}(a) \dots \theta_{st}(a)$  sont des agrégats linéaires des coefficients de covariants primaires  $\chi^1, \chi^2 \dots \chi^t$  eux-mêmes linéairement indépendants et relatifs aux formes  $a1_x \dots an_x$ . Réciproquement, tous les coefficients de  $\chi^1 \dots \chi^t$  sont des fonctions du premier degré de  $\theta_{1t}(a) \dots \theta_{st}(a)$ .

Le rythme de la transformation (35) diffère du rythme de la transformation

$$\left. \begin{aligned} \delta^\varepsilon P_1 &= \theta_{11}p_1 + \dots + \theta_{1s}p_s \\ \dots & \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ \delta^\varepsilon P_s &= \theta_{s1}p_1 + \dots + \theta_{ss}p_s \end{aligned} \right\}, \quad (37)$$

seulement par la présence du facteur  $\delta^\varepsilon$  dans les premiers membres des équations (37). D'ailleurs, le covariant identique  $(\pm x^1_1 x^2_2 \dots x^n_n)$  se reproduit divisé par le module  $\delta$  après la transformation inductrice des variables  $(x)$ . Ainsi, les éléments abstraits  $p_1 \dots p_s$  donnant lieu aux formules (37) se transforment exactement comme des fonctions linéaires et distinctes

$$q_1 \dots q_s$$

des coefficients de  $\chi^1 \dots \chi^t$ , multipliés par  $(\pm x^1_1 \dots x^n_n)^\varepsilon$ .

Les propriétés des covariants primaires  $\chi$  permettent d'exprimer d'une manière plus précise le dernier résultat (\*\*).

(\*) Bull. de l'Acad. roy. de Belgique, 3<sup>e</sup> sér., t. XXXII, 1896, p. 85.

(\*\*) Nous indiquons spécialement les propriétés des covariants primaires dont nous faisons usage; ces propriétés sont démontrées au chapitre V de notre *Essai sur la théorie générale des formes algébriques*.

En effet, les coefficients linéairement indépendants (\*) d'un covariant primaire constituent un système transformable et il n'existe aucune relation du premier degré entre les coefficients de plusieurs covariants primaires linéairement indépendants. Le système  $q_1 \dots q_s$  relatif à  $\chi_1 \dots \chi_t$  se ramène par modification linéaire à un assemblage de systèmes isolés  $\Lambda_1 \dots \Lambda_t$  correspondant séparément à  $\chi_1, \dots, \chi_t$ .

Si l'on avait  $t > 1$ , il existerait au moins une fonction linéaire de  $q_1 \dots q_s$  dont la transformée s'exprimerait par  $s - s'$  termes. Or,  $p_1 \dots p_s$  et  $q_1 \dots q_s$  sont tout à fait semblables au point de vue de leurs transformations et de leur indépendance linéaire. Si l'on avait  $t > 1$ , il existerait une fonction linéaire de  $p_1 \dots p_s$  dont la transformée s'exprimerait par  $s - s'$  termes, contrairement à l'énoncé du paragraphe 9. On a donc  $t = 1$ , ou encore : *les éléments du système abstrait  $p_1 \dots p_s$  se transforment comme les coefficients linéairement indépendants d'un covariant primaire  $\chi$  multipliés par  $(\pm x_1 \dots x_n)^\varepsilon$ .*

### § 11.

On peut traiter les relations (34) par le procédé employé au sujet des formules (35). Appelons

$$q_1 \dots q_s, \quad q_{\sigma+1} \dots q_r, \quad (38)$$

les fonctions

$$\theta_{11}(a) \dots \theta_{st}(a), \quad \theta_{\sigma+1, 1}(a) \dots \theta_{r1}(a),$$

---

(\*) Les coefficients d'un covariant primaire  $\chi$ , ou d'une forme primaire  $f$ , ont des relations du premier degré, à cause des équations aux dérivées partielles  $x_1 \frac{d}{dx_1} = 0 \dots x_n \frac{d}{dx_n} = 0$ , auxquelles  $\chi$  et  $f$  satisfont. Un cas particulier, quel qu'il soit, ne peut pas fournir des relations linéaires qui ne résulteraient pas des équations précédentes.

Il suffit pour la suite de considérer un système quelconque de coefficients linéairement indépendants de  $\chi$  ou de  $f$ . Le nombre de termes d'un pareil système a été déterminé au moyen des degrés de  $f$  par rapport aux variables. (*Bull. de l'Acad. roy. de Belgique*, 1891, n° 4.)



Reprenons maintenant le système abstrait  $p_1 \dots p_r$  correspondant au tableau de transformation (32). Par analogie avec les formules (40), posons :

$$\left. \begin{aligned} p'_{\sigma+1} &= p_{\sigma+1} + \lambda_{\sigma+1}(p_1 \dots p_s) \\ \dots & \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ p'_r &= p_r + \lambda_r(p_1 \dots p_s) \end{aligned} \right\}, \quad (42)$$

ce qui revient à introduire pour les éléments  $p$  une modification linéaire équivalente, en conservant aux paramètres leur caractère de double homogénéité. Les formules exprimant

$$\delta^\varepsilon p_1 \dots \delta^\varepsilon p_\sigma, \quad \delta^\varepsilon p'_{\sigma+1} \dots \delta^\varepsilon p'_r,$$

en fonctions linéaires de

$$p_1 \dots p_\sigma, \quad p'_{\sigma+1}, \dots p'_r,$$

correspondent à un certain module

$$\left| \begin{array}{cccccccc} \theta_{11} \dots \theta_{1s} & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \theta_{s1} \dots \theta_{ss} & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \theta_{s+1, s+1} & \dots & \theta_{s+1, \sigma} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \theta_{\sigma, s+1} & \dots & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \theta''_{\sigma+1, 1} & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \theta''_{\sigma+1, r} \\ \theta''_{r1} & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \theta''_{rr} \end{array} \right| \quad (43)$$

qui diffère seulement du tableau (32) par les  $r - \sigma$  dernières rangées.

D'après les tableaux (32), (39), les quantités

$$q_1 \dots q_s \quad 0 \dots 0 \quad q_{\sigma+1} \dots q_r \quad (44)$$

sont semblables à

$$p_1 \dots p_s \quad p_{s+1} \dots p_\sigma \dots p_r, \quad (45)$$

au point de vue de leurs transformations linéaires (\*).

(\*) En d'autres termes, les formules de transformation des éléments (45) s'appliquent exactement aux éléments (44).



A cause des formules analogues (40) et (42), les quantités

$$q_1 \dots q_s \quad 0 \dots 0 \quad q'_{\sigma+1} \dots q'_r$$

sont également semblables à

$$p_1 \dots p_s \quad p_{s+1} \dots p_\sigma, \quad p_{\sigma+1} \dots p'_r,$$

au point de vue de leurs transformations linéaires. On a donc l'équation

$$\delta^\varepsilon Q'_{\sigma+1} = \left. \begin{aligned} &\theta''_{\sigma+1,1} q_1 + \dots + \theta''_{\sigma+1,s} q_s \\ &+ \theta''_{\sigma+1,\sigma+1} q'_{\sigma+1} + \dots + \theta''_{\sigma+1,r} q'_r \end{aligned} \right\}, \quad (46)$$

où interviennent les paramètres  $\theta''$  correspondant à  $\delta^\varepsilon P'_{\sigma+1}$  dans le tableau (43). On a directement par (41) :

$$\delta^\varepsilon Q'_{\sigma+1} = \theta'_{\sigma+1,\sigma+1} q'_{\sigma+1} + \dots + \theta'_{\sigma+1,r} q'_r. \quad (47)$$

Or, les fonctions (38) sont linéairement indépendantes et il en est de même de

$$q_1 \dots q_s, \quad q'_{\sigma+1} \dots q'_r,$$

à cause des relations (40); les seconds membres des formules (46), (47) devant être identiques, on a

$$\theta''_{\sigma+1,1} = 0 \dots \theta''_{\sigma+1,s} = 0.$$

On trouve de même

$$\begin{aligned} \theta''_{\sigma+2,1} &= 0 \dots \theta''_{\sigma+2,s} = 0, \\ \theta''_{r,1} &= 0 \dots \theta''_{r,s} = 0. \end{aligned}$$

Par ces relations, le tableau (43) s'écrit :

$$\left( \begin{array}{cc} \theta_{11} \dots \theta_{1s} & 0 \cdot 0 \dots 0 \\ \dots \dots & 0 \dots \dots 0 \\ \theta_{s1} \dots \theta_{ss} & 0 \cdot 0 \dots 0 \\ 0 \dots 0 & \theta''_{s+1,s+1} \dots \\ 0 \dots 0 & \dots \dots \dots \\ 0 \dots 0 & \theta''_{s+1,r} \dots \end{array} \right)$$

et se partage en deux tableaux complètement isolés (opposés par un sommet). Ainsi, dans le cas de  $s < r$ , le système d'éléments  $(p_1 \dots p_r)$  correspondant au tableau (32) se ramène par une modification linéaire (42) à un assemblage de deux systèmes partiels et isolés

$$(p_1 \dots p_s) \quad \text{et} \quad (p_{s+1} \dots p_r, p'_{s+1} \dots p'_r).$$

On peut répéter pour le deuxième système partiel toutes les considérations précédentes. En tenant compte de l'énoncé du paragraphe 10, on a ce théorème :

*Tout système d'éléments abstraits, subissant l'induction des variables  $(x)$ , est équivalent à un assemblage de systèmes isolés, tels que pour chacun d'eux  $(p_1 \dots p_s)$  par exemple, les éléments  $p_1 \dots p_s$  se transforment comme les coefficients linéairement indépendants d'un covariant primaire  $\chi$  multipliés par  $(\pm x_1^{p_1} \dots x_n^{p_n})^\varepsilon$ .*

## § 12.

Soit encore  $f$  une forme primaire, contenant les séries de variables  $(x_1) \dots (x_n - 1)$  aux mêmes degrés que le covariant primaire  $\chi$ . Désignons par  $\pi$  le poids de  $\chi$  et par  $a_x, b_x, \dots k_x$  des formes comprises dans la suite  $a_1 \dots a_n$ . Le covariant primaire  $\chi$  de  $a_1 \dots a_n$  est un agrégat de facteurs analogues à

$$a_{x_1}, (\pm b_{x_1} c_{x_2}), \dots (\pm a_{x_1} b_{x_2} \dots k_{x_{n-1}}),$$

multiplié par  $(\pm a_1 a_2 \dots a_n)^\pi$ . La forme primaire  $f$  est exprimable en notation symbolique par un produit de puissances de

$$a_{x_1}, (\pm a_{x_1} a_{x_2}^2), \dots (\pm a_{x_1} a_{x_2}^2 \dots a_{x_{n-1}}).$$

Les coefficients analogues de  $\chi$  et de  $f$  ont des relations linéaires tout à fait semblables et ils se transforment de la même manière, sauf la puissance  $\delta^\pi$  du module  $\delta$ , qui intervient pour  $\chi$  à l'occasion du facteur  $(\pm a_1 \dots a_n)^\pi$ . Ainsi, les éléments du système partiel  $p_1 \dots p_s$  se transforment exactement comme les agrégats linéaires des coefficients de  $f$  multipliés par  $(\pm x_1 \dots x_n)^{\varepsilon - \pi}$ , l'exposant  $\varepsilon - \pi$  pouvant être négatif. Les résultats obtenus conduisent à la conclusion suivante :

*Tout système d'éléments (p) définis d'une manière abstraite comme subissant des transformations induites, peut être regardé comme constitué par des fonctions linéaires des coefficients de formes primaires  $f$  multipliés par des puissances entières du covariant identique  $(\pm x_1 \dots x_n)$ .*

On peut du reste remplacer les puissances entières négatives de  $(\pm x_1 \dots x_n)$  par les puissances entières positives correspondantes de l'invariant  $(\pm a_1 \dots a_n)$  des  $n$  formes linéaires  $a_1 \dots a_n$ .

REMARQUE. — D'après le paragraphe 9, un système  $p$  relatif à une forme primaire est irréductible, en ce sens qu'il ne peut pas contenir un système d'étendue moindre.

ANALYSE. — **Sur les transformations linéaires induites  
à paramètres rationnels;**

par JACQUES DERUYTS, membre de l'Académie.

§ 1.

Soit

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= \alpha_{11} X_1 + \dots + \alpha_{1n} X_n \\ \cdot &\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \\ x_n &= \alpha_{n1} X_1 + \dots + \alpha_{nn} X_n \end{aligned} \right\} \text{(S)}$$

la transformation linéaire homogène, à paramètres  $\alpha$  quelconques, relative à  $n$  variables ( $x$ ).

Introduisons *a priori* des éléments linéairement indépendants  $p_1 \dots p_r$ , de manière qu'à la transformation (S) des variables  $x$ , il corresponde une transformation linéaire homogène des éléments ( $p$ ) en (P), suivant des formules

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= \theta_{11}(\alpha) p_1 + \dots + \theta_{1r}(\alpha) p_r \\ \cdot &\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \\ P_r &= \theta_{r1}(\alpha) p_1 + \dots + \theta_{rr}(\alpha) p_r \end{aligned} \right\} \text{(T)}.$$

Nous dirons que les éléments  $p$  subissent une *transformation (T) à paramètres rationnels, induite par la transformation fondamentale (S)*, quand les conditions suivantes sont réalisées :

I. — Les paramètres  $\theta(\alpha)$  des équations (T) sont des fonctions rationnelles, entières ou non entières, des paramètres  $\alpha$  de la transformation (S).

II. — La transformation T devient la substitution identique, si la transformation (S) des variables  $x$  est la substitution identique.

III. — Deux transformations (S) (S') superposées pour les variables  $x$  donnent lieu, pour les éléments  $p$ , à la transformation résultante des deux transformations (T) (T') conjuguées à (S) (S').



sous l'influence de la transformation (S), les coefficients  $au_v$  ont pour transformées

$$Au_v = \alpha_{1v}au_1 + \dots + \alpha_{nv}au_n. \quad (2)$$

Quand il sera utile de mettre en évidence les deux indices  $u, v$  des lettres  $\alpha$ , nous écrirons

$$\theta_{ij}(\alpha) = \theta_{ij}(\alpha_{uv}),$$

$$i, j = 1, 2 \dots r; \quad u, v = 1, 2 \dots n.$$

La condition II, indiquée au paragraphe précédent relativement à la substitution identique des variables  $x$ , exprime que l'hypothèse de

$$\left. \begin{array}{l} \alpha_{uv} = 1, \quad \alpha_{uv} = 0 \quad (u \neq v) \\ u, v = 1, 2 \dots n \end{array} \right\} \quad (3)$$

a pour conséquence

$$\left. \begin{array}{l} \theta_{jj}(\alpha) = 1 \quad \theta_{hj}(\alpha) = 0 \quad (h \neq j) \\ h, j = 1, 2 \dots r \end{array} \right\}. \quad (3')$$

La condition III relative à la superposition de deux transformations induites (T) (T'), conduit à l'équation

$$\sum_{h=1}^r \theta_{ih}(xv_u) \cdot \theta_{hj}(au_v) = \sum_{h=1}^r \theta_{ih}(Xv_u) \cdot \theta_{hj}(Au_v), \quad (4)$$

$i, j$  ayant toutes les valeurs  $1, 2 \dots r$ . Cette équation a été établie dans notre travail cité plus haut (\*).

Les fonctions  $\theta$  étant rationnelles, on peut écrire en expression irréductible

$$\sum_{h=1}^r \theta_{ih}(xv_u) \cdot \theta_{hj}(au_v) = \frac{W(a, x)}{U(a) \cdot V(x)}, \quad (5)$$

de manière que  $W, U, V$  sont des fonctions rationnelles entières et que  $W, U \cdot V$  ne sont pas divisibles par un même polynôme dépendant effectivement de quelques-unes des quantités  $a, x$ .

---

(\*) *Loc. cit.*, p. 534.

D'après les équations (4), (5), la fonction

$$\frac{W(a, x)}{U(a) \cdot V(x)}$$

se reproduit sans aucun changement après la transformation inductrice (S), c'est-à-dire quand on effectue sur les éléments  $x, a$  les transformations correspondantes (1) et (2). Dans le cas particulier de

$$au_u = 1, \quad au_v = 0 \quad (v \neq u),$$

nous avons par les formules similaires (3), (3') :

$$\theta_{jj}(a) = 1, \quad \theta_{jh}(a) = 0 \quad (j \neq h),$$

et le premier membre de l'équation (5) devient  $\theta_{ij}(xv_u)$ . Donc :

*La fonction  $\theta_{ij}(xv_u)$  s'obtient en remplaçant les quantités  $au_u$  par l'unité et les quantités  $au_v$  par zéro ( $u \neq v$ ) dans une fraction irréductible*

$$\frac{W(a, x)}{U(a) \cdot V(x)}, \tag{6}$$

*qui n'est pas altérée par la transformation (S).*

### § 3.

Dans les conditions de l'énoncé précédent, le numérateur  $W(a, x)$  et le dénominateur  $U(a) V(x)$  de la fraction irréductible (6) sont des sommes  $\Sigma\varphi$ , homogènes ou non, de fonctions invariantes  $\varphi$  de même poids  $\pi$ , dépendant seulement des séries de variables  $(x_1) \dots (x_n)$  et des coefficients des formes linéaires  $a_1 x_1, \dots, a_n x_n$ . Toute pareille somme  $\Sigma\varphi$  est une somme de produits, telle que

$$\sum \sum (\pm a_1 \dots a_n)^k \cdot (\pm x_1 \dots x_n)^{k'} \prod au_{xv},$$

les exposants  $k, k'$  (entiers positifs ou nuls) ayant la relation  $k - k' = \pi$ .

D'autre part, le produit

$$(\pm a_1 \dots a_n) \cdot (\pm x_1 \dots x_n)$$

étant égal à  $(\pm a_{x_1} \dots a_{x_n})$ , est un agrégat de termes  $au_{xv}$ ; la dernière expression s'écrit par suite :

$$\left. \begin{aligned} (\pm a_1 \dots a_n)^\pi \cdot Q(au_{xv}), & \text{ pour } \pi \geq 0 \\ (\pm x_1 \dots x_n)^{-\pi} Q(au_{xv}), & \text{ pour } \pi < 0 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$Q(au_{xv})$  étant une somme, homogène ou non, de produits de quantités  $au_{xv}$  où l'on a  $u, v = 1, 2 \dots n$ .

Les fonctions  $W$  et  $U \cdot V$  ont des expressions analogues à (7) pour une même valeur de  $\pi$ . Si  $\pi$  n'était pas nul,  $W$  et  $U \cdot V$  auraient un diviseur commun, à savoir :

$$\left. \begin{aligned} (\pm a_1 \dots a_n)^\pi & \text{ pour } \pi > 0 \\ (\pm x_1 \dots x_n)^{-\pi} & \text{ pour } \pi < 0 \end{aligned} \right\}$$

ce qui est contraire aux conditions précédentes. On a donc  $\pi = 0$ , puis :

$$W(a, x) = Q(au_{xv}), \quad (8)$$

$$U(a) \cdot V(x) = Q_1(au_{xv}). \quad (9)$$

On peut de plus déterminer séparément  $U(a)$  et  $V(x)$ . En effet, le second membre de l'équation (9) n'est pas modifié après la transformation (S); on a ainsi, moyennant les formules (1), (2) :

$$U(A) \cdot V(X) = U(a) V(x), \quad (10)$$

c'est-à-dire

$$\frac{U(A)}{U(a)} = \frac{V(x)}{V(X)}$$

Les deux quotients se rapportent à des quantités distinctes  $a, x$ ; donc, leur valeur commune dépend seulement des éléments  $\alpha$  de la transformation (S) et on a

$$\begin{aligned} U(A) &= \mu(\alpha) U(a), \\ V(X) &= \frac{1}{\mu(\alpha)} V(x). \end{aligned}$$



On déduit de là que  $U(a)$  et  $V(x)$  sont des sommes de fonctions invariantes de poids constants; ces poids constants sont égaux et de signes contraires pour  $U$  et  $V$ , à cause de la formule (10) : nous les désignerons par  $m$  et  $-m$ .

Les seules fonctions invariantes des quantités  $(a_1) \dots (a_n)$  ou des quantités  $(x_1) \dots (x_n)$  sont les puissances entières et positives du déterminant  $(\pm a_1 \dots a_n)^m$  ou du déterminant  $(\pm x_1 \dots x_n)^m$ , sauf des facteurs constants.

Donc  $U(a)$  et  $V(x)$  s'écrivent

$$U(a) = C \cdot (\pm a_1 \dots a_n)^m,$$

$$V(x) = C_1 (\pm x_1 \dots x_n)^m,$$

$m$  étant un nombre entier, positif ou nul, et  $C, C_1$  étant des constantes. De là :

$$U(a)V(x) = CC_1 (\pm a_1 \dots a_n \dots x_1 \dots x_n)^m. \quad (11)$$

En remplaçant la notation  $Q$  par  $CC_1 Q$ , on voit d'après les équations (8) et (11) que si la transformation linéaire (S) des variables  $(x)$  laisse inaltérée la fraction irréductible (6), on a :

$$\frac{W(a, x)}{U(a) \cdot V(x)} = \frac{Q(au_{xv})}{(\pm a_1 \dots a_n \dots x_1 \dots x_n)^m},$$

$Q(au_{xv})$  étant un polynôme en produits et puissances des  $n^2$  quantités  $au_{xv}$  ( $u, v = 1, 2 \dots n$ ). Le polynôme  $Q$  est du reste homogène ou non, par rapport aux séries de quantités  $(a_1) \dots (a_n), (x_1) \dots (x_n)$ .

*Remarque.* — A l'occasion de la détermination des facteurs  $U$  et  $V$  dans le produit  $UV$ , nous signalerons la propriété suivante qui ne semble pas avoir été énoncée :

Si deux polynômes  $g, g'$ , dépendant simultanément des coefficients de formes algébriques et de variables, sont premiers entre eux et si leur produit  $gg'$  se retrouve multiplié par un facteur  $\lambda(x)$  après la transformation (S), ces deux polynômes sont des sommes de fonctions invariantes de poids constants  $\pi, \pi'$ ; on a alors  $\lambda(x) = \delta^{\pi+\pi'}$ .



CAPILLARITÉ. — **Simplees remarques sur quelques expériences de M. Palladino,**

par G. VAN DER MENSBRUGGHE, membre de l'Académie.

Dans des travaux récents que M. Dufour rappelle dans le journal *Cosmos*, numéro du 25 février 1911, M. le professeur Palladino, de Gènes, a publié quelques expériences relatives à la capillarité et tout à fait contraires, en apparence, aux idées généralement admises.

Je vais en rappeler deux que le professeur italien décrit dans un mémoire intitulé : *Di alcuni inessacte descrizioni sperimentali dei fenomeni capillari* (1).

I. — Dans un tube capillaire en U et en verre, de diamètre constant et suffisamment capillaire, des liquides peu volatils s'élèvent au même niveau dans les deux bras s'ils sont égaux ; mais, si l'on taille l'un des bras un peu au-dessus du niveau des liquides, celui-ci se déplace et reste plus élevé dans le bras le plus long (fig. 1).

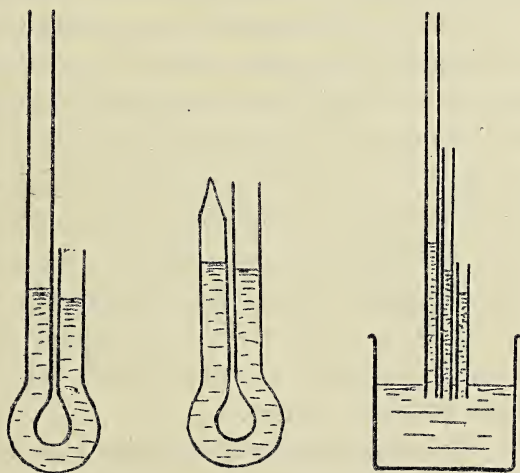


FIG. 1, 2 et 3.

(1) *Rivista di fisica, matematica e scienze naturali*. Pavie, numéro de septembre 1910.

II. — De même le niveau demeure plus haut dans l'un des bras, si celui-ci est étiré en pointe fine (fig. 2).

Le physicien italien ne donne pas une explication claire et nette de ces singuliers phénomènes ; toutefois, ils m'ont immédiatement rappelé les faits nombreux que j'ai décrits depuis longtemps pour démontrer l'existence d'une force d'extension à la surface de séparation du verre et de l'eau. Je suis donc porté à croire que la hauteur capillaire dans chacune des branches d'un tube en U ne pourra jamais être la même que si ces branches se trouvent absolument dans les mêmes conditions physiques. Par conséquent, si l'on coupe l'une des branches dans le voisinage du sommet concave du liquide, l'équilibre est rompu, puisque la force d'extension, grâce à laquelle le liquide s'élève dans un tube capillaire, s'exerce alors sur une moindre étendue.

A propos de l'expérience II, rappelée plus haut, je ferai remarquer que l'eau s'étale mieux et plus rapidement sur une surface non encore exposée à l'air que sur une autre recouverte d'une couche gazeuse. A cette occasion, je rappellerai un fait tout à fait caractéristique : on se procure un morceau de verre très épais et, par un coup de marteau, on produit une forte cassure, puis, sur l'une des faces mises ainsi à nu, on laisse tomber une gouttelette d'eau distillée; celle-ci disparaît aussitôt en s'étalant sur toute l'étendue de la surface fraîche. J'attribue cette disparition si rapide à la compression soudaine de l'eau sur une surface non encore recouverte par une couche gazeuse.

Toutefois, en chauffant le verre ordinaire, on parvient à en chasser en grande partie la couche de matières adhérentes, surtout lorsqu'on étire le verre. Voilà pourquoi, si je ne me trompe, la hauteur capillaire est plus grande dans la branche effilée en pointe que dans l'autre.

La figure 3, tirée également du mémoire cité de M. Palladino, montre aussi que l'étendue sur laquelle peut agir la force d'extension doit parfois exercer une influence remarquable.

---

CHIMIE. — Sur quelques dérivés fluobromés en  $C_2$   
(cinquième communication),

par FRÉD. SWARTS, membre de l'Académie.

J'ai décrit il y a quelques années une série de dérivés fluobromés en  $C_2$  (\*) obtenus aux dépens du tétrabrométhane symétrique. J'ai préparé récemment une série de composés isomères, dérivés du tétrabrométhane dissymétrique  $CBr_3 - CH_2Br$ , que je décris dans la présente communication.

Le point de départ de la préparation du tétrabrométhane dissymétrique est le tribrométhane. J'ai modifié quelque peu le procédé de préparation de ce dernier, tel que je l'avais décrit dans un mémoire publié en 1901 (\*\*).

*Préparation de  $CBr_2H - CH_2Br$ .* — Je mets en œuvre 10 molécules-grammes de bromure d'éthylène qui sont introduites en une fois dans une quantité *exactement* équivalente de potasse alcoolique quatre fois normale.

La mise en œuvre de telles masses de substance demande une surveillance assez rigoureuse de l'opération : il faut éventuellement pouvoir refroidir rapidement l'appareil si l'on ne veut risquer de voir la réaction s'emballer.

On chauffe doucement le ballon au bain-marie jusqu'à ce que le dégagement de bromure de vinyle devienne abondant; on arrête alors la chauffe pour ne la reprendre qu'à la fin de l'opération.

---

(\*) *Sur quelques dérivés fluobromés en  $C_2$*  première, deuxième et troisième communications). (BULL. DE L'ACAD. ROY. DE BELGIQUE, 1897, t. XXXIII, p. 439, 1897, t. XXXIV, p. 307, et 1899, p. 357.)

(\*\*) *Sur quelques dérivés fluobromés en  $C_2$*  (quatrième communication). (BULL. DE L'ACAD. ROY. DE BELGIQUE, 1901, p. 383.)

La vapeur d'alcool est ramenée dans le ballon à l'aide d'un réfrigérant à reflux maintenu entre 25° et 30°; celle qui échappe à la condensation est absorbée par lavage de l'éthylène bromé dans de l'eau à + 25°. Au lieu d'absorber directement le bromure de vinyle dans le brome, je le condense à l'aide d'un serpentín refroidi à — 10° : le liquide est recueilli dans un ballon taré. Même lorsque le dégagement est très rapide, on obtient une liquéfaction totale.

Quand l'opération est terminée, on pèse rapidement le ballon pour connaître le poids d'éthylène bromé obtenu, puis on l'immerge dans un bain d'eau à + 25° - 30°, de manière à réaliser une distillation régulière. Les vapeurs sont dirigées dans le poids de brome calculé pour obtenir une transformation intégrale en tribrométhane. L'appareil à absorption est constitué par un grand flacon de Drechsel, placé dans de la glace. Il est nécessaire de recouvrir le brome d'une couche d'eau de 2-3 centimètres. L'absorption du bromure de vinyle est intégrale.

Lorsque la préparation de ce dernier a été convenablement conduite, le produit liquéfié est à peu près pur; il ne reste guère que 4 à 5 centimètres cubes de résidu non distillable à 30°.

Le procédé que je viens de décrire a l'avantage de permettre la mise en œuvre de la quantité exacte de brome à employer; il évite en outre de diriger dans ce brome des vapeurs d'alcool qui, par sa bromuration, donne naissance à des produits qu'il faut ultérieurement séparer du tribrométhane, tandis qu'en utilisant la méthode que je viens de décrire, on obtient d'emblée du tribrométhane très pur et l'opération n'est pas beaucoup plus longue : en quatre heures on se prépare de la sorte 2<sup>kg</sup>5 de tribrométhane brut. Un lavage au sulfite, puis au carbonate de sodium, suivi de dessiccation et d'une rectification sous pression réduite, fournit le produit pur avec un rendement presque théorique.

*Préparation du tétrabrométhane dissymétrique.* — On

transforme le tribrométhane  $\text{CHBr}_2 - \text{CH}_2\text{Br}$  en dibrométhylène  $\text{CH}_2 = \text{CBr}_2$ .

Dix molécules de tribrométhane sont dissoutes dans 3,500 centimètres cubes d'alcool à  $80^\circ$  et chauffés à reflux pendant trente-six heures avec 4,800 grammes d'acétate de potassium sec et 800 grammes, soit un excès, de carbonate de potassium. Il est avantageux de terminer l'appareil par une fermeture à mercure empêchant la rentrée de l'air qui oxyde très facilement le dibrométhylène.

On précipite ensuite par 10 litres d'eau et l'on sépare à l'entonnoir à robinet l'éthylène bromé que l'on recueille dans un flacon rempli de  $\text{CO}_2$ . En distillant le liquide aqueux et en traitant les 500 premiers centimètres cubes par une fois leur volume de saumure, on obtient encore 200 grammes de produit.

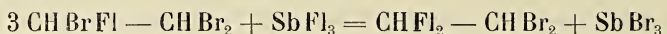
Le dibrométhylène brut est entraîné à la vapeur d'eau, séché et distillé dans un courant d'anhydride carbonique. Dans toutes les opérations effectuées avec ce corps et surtout dans la distillation, il faut éviter le contact de l'air qui provoque rapidement une polymérisation importante. En observant cette précaution, on obtient le dibrométhylène avec un rendement de 87 %.

On le transforme en tétrabrométhane en y ajoutant peu à peu le brome : il faut avoir soin de refroidir et d'opérer dans une atmosphère inerte. On enlève au sulfite le léger excès de brome employé (1 à 2 %), on sèche et on rectifie dans le vide.

Le tétrabrométhane dissymétrique bout à  $112.5$  sous 18 millimètres.

*Fluoruration du tétrabrométhane dissymétrique.* — L'action du fluorure d'antimoine et du brome sur le tétrabrométhane dissymétrique est sensiblement différente de celle que j'ai observée jadis sur le dérivé symétrique. Alors que dans ce dernier, de même que dans le tribrométhane  $\text{CHBr}_2 - \text{CH}_2\text{Br}$ , l'introduction d'un atome de fluor facilite singulièrement la

substitution fluorée de l'atome de brome voisin, au point que la réaction



est beaucoup plus rapide que la formation du dérivé mono-fluoré, il en est tout autrement pour la substitution fluorée dans le chaînon -  $\text{CBr}_3$ .

J'ai observé que le tétrabrométhane dissymétrique se comporte comme le bromoforme (\*). Ce n'est que lorsque la substitution du premier atome de brome par le fluor est terminée que la substitution du second atome de brome prend une importance sensible, le remplacement du second atome de brome étant d'ailleurs moins facile que celui du premier. Ainsi, lorsqu'on fait agir une molécule de fluorure d'antimoine sur trois molécules de tétrabrométhane 1.1.1. 2, on n'obtient qu'une proportion minime de difluordibrométhane, tandis que dans les mêmes conditions, la formation du dérivé bifluoré prédomine pour le tétrabrométhane  $\text{CHBr}_2 - \text{CHBr}_2$  et le tribrométhane  $\text{CHBr}_2 - \text{CH}_2\text{Br}$ . En outre, la réaction se complique d'une bromuration du chaînon  $\text{CH}_2\text{Br}$ ; il en résulte la production d'acide bromhydrique, lequel réagit sur le fluorure d'antimoine pour donner de l'acide fluorhydrique.

Le rendement en dérivés de substitution fluorée devient ainsi sensiblement inférieur au rendement théorique. De plus, les composés pentahalogénés subissent à leur tour une substitution fluorée.

Ces réactions simultanées de substitution bromée et fluorée rendent le produit brut de la transformation très complexe. J'ajouterai que le brome disparaissant, il est nécessaire d'introduire de temps à autre dans l'appareil une nouvelle quantité de ce catalyseur.

Lorsqu'on emploie  $\frac{1}{3}$  de molécule-gramme de fluorure d'antimoine pour une molécule-gramme de tétrabrométhane, la

---

(\*) Voir F. SWARTS, *Sur quelques dérivés fluorés du méthane*. (BULL. DE L'ACAD. ROY. DE BELGIQUE [Classe des sciences], n° 2, p. 113, 1910.)



réaction, à 135°, est terminée après douze heures. Le produit principal est le tribromfluoréthane, mais au début de mes recherches je me suis heurté à une difficulté dans la séparation de ce corps.

Pour isoler les divers composants du mélange, je soumetts le produit brut à la distillation. Au-dessous de 120° passe une faible quantité de difluordibrométhane, puis le thermomètre monte assez rapidement vers 150°. Seulement vers cette température commence une décomposition du produit, avec dégagement de brome et d'acide bromhydrique qui oblige à poursuivre la distillation sous pression réduite. Sous 30 millimètres, je recueille ainsi comme produit principal un liquide bouillant de 70 à 75°. Le thermomètre monte ensuite progressivement jusque 160°, se fixant quelque temps à 135°.

La rectification des têtes fournit du difluordibrométhane à point d'ébullition 92°-93°, et une petite quantité d'un produit distillant à 143°.

Le liquide distillant à 70°-75° est rectifiable sous la pression atmosphérique sans décomposition et fournit ainsi un produit bouillant de 164°8 à 165°5, mais dont l'analyse ne fournit aucun résultat en concordance avec une formule admissible.

Tous les essais de purification ultérieure par distillation échouèrent; seulement je reconnus que ce liquide s'altérait lentement au contact de l'air, prenant l'odeur des bromures d'acides et émettant des fumées d'HBr. Il renfermait donc probablement un éthylène polyhalogéné. Et, en effet, en le traitant par le brome, j'observai une absorption immédiate de ce dernier. Après avoir ajouté du brome à refus, j'ai distillé sous pression réduite au bain-marie; j'obtins ainsi, d'une part un liquide bouillant à 64°5 sous 18 millimètres de pression, d'autre part, un résidu non distillable, se prenant en une masse cristalline par refroidissement.

Le produit bouillant à 64°5 fut redistillé sous la pression atmosphérique; il bout de 161°9 à 163°2. Rectifié au déphlegmateur de Sydney Young, il donne un produit à point d'ébulli-

tion absolument constant de  $162^{\circ}7$  sous 757 millimètres (température et baromètre corrigés) et constitué de tribromfluoréthane pur.

0<sup>g</sup>7275 de substance ont donné 1<sup>g</sup>578 de AgBr, soit 0<sup>g</sup>6714 Br ou 84.51 %.

Calculé pour  $C_2H_2Br_3Fl$  : 84.50 %

L'éthylène halogéné qui l'accompagnait pouvait être, soit le tribrométhylène, soit le tribromfluoréthylène, lesquels ont tous deux des points d'ébullition très voisins de  $163^{\circ}$ .

Son composé d'addition au brome fut dissous dans l'alcool, dans lequel il est fort soluble à chaud, peu soluble à froid.

Je l'ai soumis à une série de cristallisations fractionnées; les produits successifs de cristallisation que j'en ai retirés avaient tous le même point de fusion  $+ 54^{\circ}$  et renfermaient uniformément 94.1 % de brome; la recherche du fluor donna pour tous un résultat négatif.

Ces cristaux sont donc du pentabrométhane et l'éthylène dont ils dérivait le tribrométhylène.

La proportion de tribrométhylène qui se fait est considérable, comme le prouvent ces données, relatives à une opération faite sur 1,044 grammes (3 molécules-grammes) de tétrabrométhane, fluorés par 180 grammes de fluorure d'antimoine.

J'ai obtenu 845 grammes de produit brut, fournissant par rectification :

47 grammes de dibromdifluoréthane bouillant à  $92-93^{\circ}$

12 grammes d'un produit bouillant de  $135^{\circ}$  à  $150^{\circ}$

680 grammes de produit bouillant de  $161^{\circ}$  à  $166^{\circ}$

71 grammes de produit à point d'ébullition plus élevé

---

810

35 grammes (pertes) à la distillation.

Les 680 grammes de produit bouillant de  $161^{\circ}$  à  $166^{\circ}$  absorbent 132 grammes de brome, ce qui correspond à 217 grammes de tribrométhylène; ils renferment par conséquent

463 grammes de tribromfluoréthane, soit 54 % du rendement théorique.

Les 71 grammes distillant au-dessus de 75° sous 30 millimètres ont été rectifiés sous 30 millimètres de pression et passent à la distillation entre 125° et 135°; la condensation de leurs vapeurs donne lieu, à la fin de la distillation, à la production d'un corps solide cristallin, distillable sans décomposition à 218°, sous la pression atmosphérique, que j'ai purifié par cristallisation dans l'alcool. J'ai obtenu ainsi un produit fusible à 56°, ne renfermant pas de fluor et que l'ensemble de ses propriétés ainsi qu'un dosage de brome ont démontré être du tétrabrométhylène.

0<sup>gr</sup>9622 de substance ont donné 2<sup>gr</sup>1017 AgBr, soit 0<sup>gr</sup>8944 Br ou 92.95 %.

Calculé pour C<sub>2</sub>Br<sub>4</sub> 93.02 %.

Quant au composé liquide, qui passe essentiellement à la distillation entre 125° et 135°, il peut être rectifié avec décomposition légère à la pression atmosphérique; j'ai isolé ainsi un produit bouillant de 206° à 209°. Pour obtenir un échantillon pur, j'ai rectifié plusieurs fois sous pression réduite.

Je ne suis pas parvenu à obtenir un produit absolument pur, l'élimination complète du tétrabrométhylène, tant par distillation que par cristallisation fractionnée, n'ayant pas été possible; cependant le point d'ébullition et le dosage du brome semblent indiquer que ce corps est du tétrabromfluoréthane C<sub>2</sub>HBr<sub>4</sub>Fl. Le dosage du brome a donné 88.49 %, alors que le calcul indique 87.91 % pour le tétrabrométhane.

Le liquide distillant de 135° à 150°, sous la pression atmosphérique fournit par rectification un produit bouillant vers 143°, que j'ai obtenu en quantité plus importante en faisant réagir deux équivalents-grammes de fluorure d'antimoine sur le tétrabrométhane.

L'action de  $\frac{2}{3}$  de molécule de trifluorure d'antimoine sur le tétrabrométhane 1.1.1.2 conduit à l'obtention de difluor 1.1. dibrom 1.2 éthane comme produit principal. Elle demande

pour s'achever un temps sensiblement plus long que la substitution du premier atome de fluor, la production du dérivé bifluoré ne se faisant d'une manière importante que lorsque la transformation du tétrabrométhane en tribromfluoréthane est presque totale. Elle s'accompagne aussi de phénomènes secondaires de substitution, avec production d'acide bromhydrique, qui amène une disparition rapide du brome et une perte sensible en fluorure d'antimoine.

La réaction donne également naissance à un produit très volatil, qui se dégage en petite quantité et que j'ai pu recueillir dans un gazomètre à eau, après avoir retenu les acides fluorhydrique et bromhydrique dans un tube à chaux. Ce gaz, dirigé dans un petit tube en U condenseur refroidi à  $-30^{\circ}$ , fut liquéfié en un liquide bouillant à  $+24^{\circ}5$  après rectification. J'ai retrouvé le même produit dans les têtes de distillation du dibromdifluoréthane brut; lorsqu'on rectifie ce dernier, on obtient quelques centimètres cubes de têtes passant de  $+30^{\circ}$  à  $80^{\circ}$ . En réunissant les têtes de distillation provenant de trois opérations exécutées sur 8 molécules-grammes de tétrabrométhane et en les rectifiant dans un local froid ( $+5^{\circ}$ ), j'ai isolé, en assurant la condensation par un mélange réfrigérant, environ 9 grammes de produit bouillant de  $24^{\circ}$  à  $25^{\circ}$ .

Ce corps est du trifluorbrométhane; je l'ai préparé avec un rendement bien meilleur, en chauffant en tubes scellés pendant quarante-huit heures à  $120^{\circ}$  une molécule de difluordibrométhane avec une molécule de fluorure d'argent. 70 grammes de  $\text{CBrFl}_2\text{-CH}_2\text{Br}$  m'ont donné 37 grammes de  $\text{C}_2\text{BrFl}_3\text{H}$  pur, bouillant de  $24^{\circ}8$  à  $25^{\circ}$ , après dessiccation sur l'anhydride phosphorique.

#### *Analyse :*

1<sup>gr</sup>3636 de substance ont donné 0<sup>gr</sup>7241  $\text{CO}_2$  ou 0<sup>gr</sup>1975 C, soit 44.62 %,  
et 0<sup>gr</sup>1632  $\text{H}_2\text{O}$ , soit 0<sup>gr</sup>01813 H ou 1.34 %.

0<sup>gr</sup>9249 de substance ont donné 1<sup>gr</sup>0602  $\text{AgBr}$ , soit 0<sup>gr</sup>4553 Br ou 49.23 %,  
et 0<sup>gr</sup>6505  $\text{CaFl}_2$  ou 0<sup>gr</sup>3167 Fl ou 34.25 %.

	Calculé pour $C_2BrFl_3H_2$ .	Trouvé.
C	14.72	14.62
H	1.32	1.34
Br	49.07	49.23
Fl	34.96	34.25

A côté du trifluorbrométhane, j'ai pu isoler comme produits secondaires aux dépens des portions bouillant au-dessus de 100° :

1° Un corps bouillant à 143°, qui se forme en proportions assez importantes. Pour le séparer du tribrométhylène, qui se trouve également dans les portions les moins volatiles, après avoir rectifié à la pression atmosphérique jusque 120°, le résidu est distillé sous pression réduite et fractionné en trois portions bouillant de 45° à 65°, de 65° à 80° et de 80° à 140° sous 30 millimètres.

Les deux premières portions sont ensuite distillées plusieurs fois sous la pression atmosphérique. La fraction principale passe de 135° à 150°. En la traitant par le brome, je transforme en pentabrométhane une petite proportion de tribrométhylène, puis je sépare par rectification sous pression réduite ; le pentabrométhane reste comme résidu. Il est alors facile de séparer par distillation fractionnée le tribromfluoréthane du produit bouillant à 143°. Celui-ci est du tribromdifluoréthane identique au produit que je décrirai plus loin et que j'ai obtenu aux dépens du difluorbrométhylène  $CFI = CHBr$  et du brome.

2° Du tribrométhylène.

3° Du tétrabromfluoréthane.

4° Du tétrabrométhylène.

Les proportions relatives des divers produits de la réaction ressortent des données suivantes, concernant le rendement total de deux opérations, faites chacune sur 870 grammes (2.5 molécules-grammes) de substance traités par 300 grammes de  $SbFl_3$  et 60 grammes de brome.

Après douze heures de chauffe, j'ai ajouté, à trois heures

d'intervalle, deux fois 30 grammes de brome : 120 grammes de brome ont donc été mis en œuvre.

J'ai obtenu :

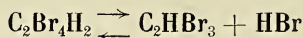
- 5 grammes de trifluorbrométhane.
- 16 grammes de produit bouillant de 30° à 90°.
- 650 grammes, soit 3 molécules-grammes des difluordibrométhane  $\text{CBr}_2\text{Fl}_2 - \text{CH}_2\text{Br}$ .
- 41 grammes bouillant de 94° à 140°.
- 183 grammes de tribromdifluoréthane  $\text{CBrFl}_2 - \text{CHBr}_2$ , soit  $\frac{3}{5}$  de molécule-gramme.
- 68<sup>gr</sup>5 de pentabrométhane correspondant à 43 grammes de tribrométhylène.
- 142 grammes de tétrabromfluoréthane  $\text{CBr}_2\text{Fl} - \text{CHBr}_2$ , soit 0.4 de molécule-gramme.
- 8 grammes de tétrabrométhylène.
- 35 grammes de résidu.

La fluoruration en présence de  $\frac{2}{3}$  de molécule-gramme de fluorure d'antimoine augmente donc notablement le rendement en composés pentahalogénés fluorés et particulièrement en trifluordibrométhane.

L'action du fluorure d'antimoine et du brome sur le tétrabrométhane dissymétrique est, par conséquent, une réaction fort complexe, donnant naissance aux produits suivants :

$\text{C}_2\text{Br}_3\text{FlH}_2$ ,  $\text{C}_2\text{Br}_2\text{Fl}_2\text{H}_2$ ,  $\text{C}_2\text{BrFl}_3\text{H}_2$ ,  $\text{C}_2\text{HBr}_4\text{Fl}$ ,  $\text{C}_2\text{HBr}_3\text{Fl}_2$ ,  $\text{C}_2\text{Br}_3\text{H}$ , et  $\text{C}_2\text{Br}_4$ ; les produits pentasubstitués proviennent d'une substitution bromée dans le chaînon  $-\text{CH}_2\text{Br}$ , laquelle peut être suivie, soit d'une substitution fluorée, donnant naissance à  $\text{C}_2\text{Br}_4\text{FlH}$  et  $\text{C}_2\text{Br}_3\text{Fl}_2\text{H}$ , soit d'un départ de  $\text{HBr}$  engendrant  $\text{C}_2\text{Br}_4$ .

Les faits les plus intéressants à signaler dans cet ensemble de réactions sont d'abord la formation importante de tribrométhylène, à une température à laquelle le tétrabrométhane ne se dissocie pas d'une façon sensible. Elle ne peut s'expliquer que par la rupture continue de l'équilibre :



par la fixation de l'acide bromhydrique qui réagit sur le fluorure d'antimoine pour former du bromure et de l'acide fluorhydrique.

Ensuite, ce fait curieux que je n'ai pas retrouvé de tribrom-

fluoréthylène ni de dibromfluoréthylène dans le produit de la réaction. L'absence de ce dernier peut s'expliquer par le fait que, se combinant plus aisément au brome et formant avec lui des combinaisons plus stables que le tribromfluoréthylène et le tribrométhylène, il a passé à l'état de tétrabromfluor- et secondairement de tribromdifluoréthane.

Mais il est plus curieux de ne pas avoir isolé de tribromfluoréthylène ou son produit d'addition au brome, le pentabromfluoréthane. Le tétrabrométhylène qui se forme dans la réaction, certainement aux dépens de pentabrométhane, ne semble donc subir que très difficilement la substitution fluorée.

*Description et réactions des produits obtenus.*

Le tribromfluoréthane  $\text{CBr}_2\text{Fl} - \text{CH}_2\text{Br}$  dissymétrique a été obtenu d'abord par l'union du brome au dibromfluoréthylène dissymétrique (\*).

C'est un liquide incolore, d'une densité de 2.6054 à 17°5, bouillant à 162°7. Son indice de réfraction est de 1.50215 à 17°5.

Il réagit vivement sur la potasse alcoolique; il se fait un précipité immédiat de bromure de potassium.

Pour éviter l'oxydation de l'éthylène formé, j'ai opéré dans une atmosphère d'hydrogène. En précipitant ensuite par l'eau bouillie, j'ai séparé l'éthylène formé, qui, lavé plusieurs fois, fut séché et distillé dans un courant d'anhydride carbonique sec. La rectification fournit un liquide bouillant à 88°8, d'une densité de 2.2890 à 17°5, dans lequel un dosage de brome a fourni les résultats suivants :

0<sup>gr</sup>7748 de substance ont donné 1<sup>gr</sup>4194 AgBr, soit 0<sup>gr</sup>6068 Br ou 78.23 %.

0<sup>gr</sup>8234 de substance ont donné 1<sup>gr</sup>5407 AgBr, soit 0<sup>gr</sup>6553 Br ou 78.72 %.

Calculé pour $\text{C}_2\text{HBr}_2\text{Fl}$ .	Trouvé.
78.39	78.23 %
	78.72 %

---

(\*) Voir *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* (Classe des sciences), p. 743, 1910.

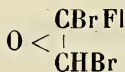
Le *dibromfluoréthylène* ainsi obtenu a nécessairement pour formule  $\text{CBrFl} = \text{CHBr}$ ; il est isomère de l'éthylène  $\text{CBr}_2 = \text{CHFl}$ , que j'ai obtenu jadis aux dépens du tribromfluoréthane  $\text{CBrFlH}-\text{CHBr}_2$ , et s'en distingue par la nature de son produit d'oxydation. Soumis à l'action de l'oxygène, il donne naissance à du fluorure de dibromacétyle.

J'ai amené l'oxygène dans 42 grammes de dibromfluoréthylène, placés dans un ballon muni d'un réfrigérant ascendant. Au début, l'élévation de température que provoque la combinaison de l'oxygène est très notable et amène l'ébullition du liquide; mais plus tard, la réaction se ralentit, et, pour achever l'oxydation de l'éthylène, il est nécessaire de chauffer au reflux. L'oxygène n'est plus absorbé que d'une manière fort incomplète et le passage de ce courant de gaz dans un appareil rempli de vapeurs d'éthylène fluobromé entraîne des pertes notables.

Le produit de la réaction fume fortement à l'air en dégageant de l'acide fluorhydrique; l'alcool le décompose violemment en donnant de l'acide fluorhydrique et un éther qui, précipité par l'eau et séché sur  $\text{CaCl}_2$ , distille intégralement de  $190^\circ$  à  $197^\circ$  et fournit par rectification un produit qui bout à  $195^\circ$ .

Traité avec six fois son volume d'ammoniaque aqueuse à 20%, cet éther donne presque immédiatement une amide peu soluble dans l'eau, que j'ai recristallisée de l'éther et qui fond à  $155^\circ 2$ . Tous ces caractères démontrent que le produit d'oxydation du dibromfluoréthylène  $\text{CBrFl} = \text{CHBr}$  est le fluorure de dibromacétyle.

Je rappellerai que l'éthylène isomère  $\text{CBr}_2 = \text{CHFl}$  donne par oxydation du bromure de difluorbromacétyle (\*). La formation du fluorure de dibromacétyle aux dépens de  $\text{CBrFl} = \text{CHBr}$  est d'ailleurs la réaction probable: si l'on admet qu'il se fait d'abord un oxyde éthylénique




---

(\*) *Contribution à l'étude de l'oxydation des éthylènes halogénés.* (BULL. DE L'ACAD. ROY. DE BELGIQUE, p. 592, 1898.)



la production du bromure de bromfluoracétyle eût exigé l'échange de l'oxygène contre de l'hydrogène, réaction très difficile dans cet ordre de phénomènes.

J'ai obtenu il y a quelque temps, pour la première fois, le tribromfluoréthane  $\text{CBr}_2\text{FI} - \text{CH}_2\text{Br}$  par l'union du brome au fluorbrométhylène  $\text{CBrFI} = \text{CHBr}$  (\*); mais les difficultés qui accompagnent la séparation de ce dernier et de son isomère symétrique  $\text{CHBr} = \text{CHF1}$ , lorsqu'on le prépare aux dépens du dibromfluoréthane  $\text{CHBrFI} - \text{CH}_2\text{Br}$  et de la potasse, permettent le doute quant à la pureté absolue de l'échantillon de bromfluoréthylène dissymétrique que j'avais eu entre les mains. C'est pourquoi j'ai voulu reproduire ce composé aux dépens du tribromfluoréthane pur, par réduction à l'aide de la poussière de zinc. J'ai opéré au réfrigérant ascendant, en amenant goutte à goutte 100 grammes de tribromfluoréthane dans un ballon à deux tubulures renfermant 150 grammes d'alcool et 70 grammes de poussière de zinc.

Le bromfluoréthylène gazeux qui s'échappait devait traverser d'abord un flacon laveur à eau, puis deux tubes à  $\text{CaCl}_2$ ; il était ensuite condensé dans un ballon distillatoire de Claissen, refroidi à  $-25^\circ$ ; un tube à chlorure de calcium, puis un tube à sulfite de soude, suivi d'un tube à brome, terminaient l'appareil.

Avant de commencer l'opération, j'ai balayé complètement l'air de l'appareil par  $\text{CO}_2$ ; un courant lent de ce gaz fut d'ailleurs maintenu pendant toute la durée de l'opération, et j'ai veillé avec le plus grand soin que, à aucun moment, le bromfluoréthylène ne vint au contact avec l'air. J'ai en effet signalé, dans mon premier travail relatif à ce corps, combien il s'oxydait et se polymérisait facilement en présence de l'oxygène.

L'introduction du tribromfluoréthane se fit en une heure; la réduction, qui donne lieu à une élévation de température suffisante pour porter l'alcool à l'ébullition, se fait d'une manière très régulière.

La condensation du bromfluoréthylène se fit intégralement.

---

(\*) Voir *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* (Classe des sciences), p. 709, 1909.

Le produit a été distillé dans une atmosphère de  $\text{CO}_2$ ; il bout intégralement et sans résidu à  $6^\circ\text{S}$ . Je l'ai recueilli dans un flacon à longue tubulure, que j'ai scellé en empêchant toute entrée d'air.

Le rendement fut presque théorique : il atteignit 96 %.

L'échantillon de bromfluoréthylène que j'ai préparé ainsi s'est conservé depuis dix-huit mois, sans la moindre altération.

Il semble donc que, lorsque cet éthylène est pur et complètement soustrait à l'action de l'eau et de l'oxygène, la polymérisation ne se produit pas.

Je ferai observer que le point d'ébullition de ce produit pur est inférieur de  $5^\circ\text{S}$  à celui que j'ai noté pour le produit obtenu aux dépens du dibromfluoréthane, lequel renfermait probablement encore une certaine proportion de dibromfluoréthylène symétrique.

Le *dibromdifluoréthane*  $\text{CBrFl}_2 - \text{CH}_2\text{Br}$  est un liquide incolore, d'une densité de 2.2423 à  $17^\circ\text{S}$ ; son indice de réfraction à  $17^\circ\text{S}$   $n_D = 1.44815$ , ce qui lui assigne une réfraction moléculaire de 26.898. La réfraction moléculaire de son isomère  $\text{CHBr}_2 - \text{CHFl}_2$  est de 26.76 (\*).

Il est plus altérable par l'eau que le composé symétrique et au contact de l'air humide il se décompose à la longue en dégageant de l'acide fluorhydrique et de l'acide bromhydrique.

Lorsqu'on le traite par l'alcoolate de sodium, il ne se fait guère d'éthylène halogéné; on obtient presque exclusivement de l'éther difluorbromé  $\text{C}_2\text{H}_5 - \text{OC}_2\text{H}_2\text{BrFl}_2$ , sur la préparation duquel je reviendrai plus loin.

*Difluorbrométhylène.* — L'enlèvement d'hydracide ne réussit pas mieux avec la potasse alcoolique, qui provoque également une substitution au brome par l'oxéthyle; on obtient au con-

---

(\*) J'ai donné antérieurement pour valeur de cette constante 26.898 (voir *Contribution à l'étude des combinaisons organiques du fluor*. MÉM. COURONN. 1N-8°, 1901, p. 84), mais cette grandeur avait été calculée en prenant pour poids atomique du brome 79.77, alors que les recherches plus récentes assignent à cet élément le poids atomique 79.34.

traire le difluorbrométhylène  $\text{CFI}_2 = \text{CHBr}$  avec un excellent rendement en faisant bouillir au reflux une solution alcoolique de dibromdifluoréthane avec une molécule-gramme d'acétate de potassium et 1.5 molécule de carbonate de potassium. L'emploi d'un excès de carbonate de potassium est nécessaire ; on prescrit dans la recette pour la préparation des éthylènes halogénés d'employer une demi-molécule-gramme de carbonate de potasse, mais j'ai observé, au moins en ce qui concerne la préparation du difluorbrométhylène, que le carbonate acide qui se produit fatalement n'agit guère sur l'éthane difluorodibromé ; il faut donc théoriquement une molécule-gramme de potasse par molécule d'éthane.

Le difluorbrométhylène étant gazeux à la température ordinaire, j'ai opéré dans un ballon muni d'un réfrigérant à reflux ; le gaz s'échappant était lavé dans un barboteur renfermant de l'eau à  $20^\circ$ , puis liquéfié dans un ballon refroidi à  $-25^\circ$  ; le gaz non condensé était absorbé par le brome.

La réaction ne se fait pas à froid ; elle commence à devenir sensible vers  $40^\circ$  et se poursuit très régulièrement à la température d'ébullition du liquide. Elle dure environ trois heures.

Aux dépens de 223 grammes (1 molécule-gramme) de dibromdifluoréthane, j'ai recueilli 110 grammes de produit brut.

Ce dernier fut rectifié, la température extérieure étant de  $-1^\circ$  et le ballon étant chauffé au bain d'eau.

Les vapeurs étaient desséchées par un passage sur  $\text{P}_2\text{O}_5$ . La distillation se fit entre  $+6^\circ$  et  $7^\circ$  ; j'obtins un léger résidu de dibromdifluoréthane inaltéré.

En rectifiant une seconde fois, j'ai isolé un corps à point d'ébullition absolument constant de  $+6^\circ 2$ , dont l'analyse a donné les résultats suivants :

1<sup>g</sup>8147 de substance ont donné 0<sup>g</sup>1309  $\text{H}_2\text{O}$ , soit 0<sup>g</sup>01454 H ou 0.81 %, et 1<sup>g</sup>13804  $\text{CO}_2$  ou 17.10 % C.

1<sup>g</sup>4652 de substance ont donné 1<sup>g</sup>9214 AgBr ou 0<sup>g</sup>8176 Br ou 55.81 %.

	Calculé pour $\text{C}_2\text{HBrFl}_2$ .	Trouvé.
C	16.79 %	17.10 %
H	0.7 %	0.81 %
Br	55.92 %	55.81 %

Le difluorbrométhylène à l'état liquide est incolore; sa densité à 0° est de 1.82.

Il possède une odeur éthérée et ne s'altère pas au contact de l'air d'une manière sensible.

Il se combine très facilement au brome pour former du tribromdifluoréthane  $\text{CF}_2\text{Br} - \text{CHBr}_2$ .

L'éther difluobromé  $\text{C}_2\text{F}_2\text{BrH}_2 - \text{OC}_2\text{H}_5$  se prépare le mieux par l'action de l'alcoolate de sodium sur le difluorbrométhane 1.1.1.2.

La réaction est vive et immédiate; il se fait un précipité abondant de bromure et l'élévation de température est suffisante pour porter le liquide à l'ébullition. Il ne se fait aucun dégagement de gaz; il n'y a donc pas production de difluorbrométhylène.

En précipitant par l'eau et en entraînant par un courant de vapeur d'eau, on sépare l'éther difluobromé. Le rendement est de 80 %.

Le produit est séché sur  $\text{CaCl}_2$  et rectifié. La distillation a lieu entre 109° et 118°. Le résidu est insignifiant (4 % du produit brut).

Par deux rectifications, j'ai isolé un produit pur bouillant de 114° à 115° d'une odeur piquante.

Un dosage de brome a donné les résultats suivants :

0<sup>g</sup>652 de substance ont donné 0<sup>g</sup>6534 AgBr, soit 0<sup>g</sup>27806 Br ou 42.64 %.

Calculé pour  $\text{C}_2\text{F}_2\text{BrH}_2 - \text{OC}_2\text{H}_5$  : 42.34 %.

La densité de vapeur prise à 100° est de 6.60. La densité calculée est 6.54.

J'ai établi la constitution de cet éther par une méthode applicable à tous les éthers simples halogénés dissymétriques que j'ai obtenus et qui portent au moins un atome d'halogène sur l'atome de carbone lié à l'oxygène. Elle consiste à attaquer l'éther par l'acide nitrique fumant. Le radical OAlk est remplacé par OH, l'alkyle passant en grande partie à l'état

d'éther nitrique. Mais l'instabilité d'un chaînon — CX Hal (OH) (X = H ou Hal) formé provoque sa transformation en carboxyle, l'halogène devenant libre ou passant, dans le cas du fluor, à l'état d'acide fluorhydrique.

On obtient ainsi un acide acétique substitué ou non.

L'attaque par  $\text{HNO}_3$  fumant se fait au reflux; on chauffe au bain-marie pendant trente minutes à une heure. On distille ensuite au bain-marie dans un ballon distillatoire à dôme rodé. Les premières portions renferment du nitrate de méthyle ou d'éthyle, tandis que l'acide acétique halogéné se retrouve dans les portions bouillant au-dessus de  $100^\circ$ ; lorsqu'il y a production d'un acide acétique bromé, son point d'ébullition élevé permet assez facilement de l'isoler à l'état pur. On peut d'ailleurs identifier l'acide en neutralisant le liquide distillant au-dessus de  $100^\circ$  par  $\text{K}_2\text{CO}_3$  et en extrayant par l'alcool le sel de potassium de l'acide acétique halogéné. L'identification se fait le mieux sous forme d'amide ou d'hydrazide, obtenues elles-mêmes aux dépens de l'éther éthylique de l'acide.

Lorsque l'oxéthyle est voisin d'un ou plusieurs atomes de fluor, ce dernier passe à l'état d'HFl et l'on peut avec une approximation très suffisante déterminer le nombre d'atomes de fluor enfermés dans le chaînon - CHalX -  $\text{OC}_2\text{H}_5$  - en attaquant l'éther par  $\text{HNO}_3$  en présence d'un poids connu de silice amorphe. Lorsque la réaction est terminée, on pèse la silice restante : de la perte de poids on déduit le nombre de molécules d'HFl formées. En présence de silice amorphe, le verre est à peine attaqué par l'acide fluorhydrique.

Voici comme exemple de réaction de ce type, l'attaque de l'éther méthyl-trifluorbromméthylique  $\text{C}_2\text{BrFl}_3\text{H-OCH}_3$  que j'ai décrit il y a quelques années, mais dont je n'avais pu établir la constitution.

19<sup>gr</sup>3 ( $\frac{1}{10}$  molécule-gramme) de cet éther ont été chauffés avec 40 centimètres cubes d'acide nitrique fumant et 5 grammes de silice amorphe. La silice restante, filtrée sur un filtre de Gooch, pesait 2<sup>gr</sup>12; il avait donc disparu 2<sup>gr</sup>9 de  $\text{SiO}_2$ , soit

environ  $\frac{1}{20}$  molécule-gramme, ce qui correspond à la formation de  $\frac{2}{10}$  molécule-gramme d'HF1.

La formule de l'éther est par conséquent  $\text{CH}_3 - \text{O} - \text{CFI}_2 - \text{CHBrFI}$ . Ce fait est confirmé par l'obtention d'acide bromfluoracétique, extrait par distillation de la solution nitrique, et qui fut identifié par son point d'ébullition ( $+ 183^\circ$ ) et son point de fusion  $+ 49^\circ$ . Transformé en éther, puis en amide, il m'a donné de la fluorbromacétamide (p. d. f.  $+ 54^\circ$ ).

C'est de la même manière que j'ai établi la formule de l'éther difluobromé obtenu aux dépens du dibromdifluoréthane  $\text{CBrFI}_2 - \text{CH}_2\text{Br}$ .

Traité par l'acide nitrique, il donne lieu à la formation de deux molécules d'acide fluorhydrique et fournit de l'acide bromacétique solide, fusible à  $51^\circ$  et bouillant à  $205^\circ$ . Cet acide a été transformé en éther aisément reconnaissable à son odeur et son action sur la conjonctive, puis en bromacétamide p. d.  $91^\circ$ .

*Tétrabromfluoréthane*  $\text{CBr}_2\text{FI} - \text{CH} \cdot \text{Br}_2$ . — Le dibromfluoréthylène s'unit au brome et donne du *tétrabromfluoréthane*  $\text{CBr}_2\text{FI} - \text{CHBr}_2$ ; la combinaison est moins facile que celle de l'isomère  $\text{CHF1} = \text{CBr}_2$  et elle exige l'insolation directe pour prendre une allure rapide. Le produit obtenu est incolore et peut être distillé sous la pression atmosphérique; il bout à  $211^\circ$ ; la décomposition, avec dégagement d'acide bromhydrique, est insignifiante. Cependant il faut opérer dans un courant de gaz inerte; lorsqu'on emploie un réfrigérant de calibre un peu fort, on voit les vapeurs, incolores dans le déphlegmateur, se colorer au contact de l'air, et il y a décomposition assez importante, avec production de brome. Sous 24 millimètres de pression, le tétrabromfluoréthane 1.1.2.2.1 bout à  $106^\circ 4$ .

#### *Analyse :*

0gr5727 de substance ont donné 1gr1808 AgBr, soit 87.65 % de brome.

Calculé pour  $\text{C}_2\text{HBr}_4\text{FI}$  : 87.88 %.

La densité de ce corps est de 2.9094 à  $17^\circ 5$ .

J'ai obtenu jadis un autre tétrabromfluoréthane  $\text{CBr}_3\text{-CHBrFl}$  moins stable, car il n'est pas distillable sous la pression atmosphérique, la moindre stabilité résultant de la présence du chaînon  $\text{-CBr}_3$ , beaucoup moins résistant que  $\text{-CBr}_2\text{Fl}$ .

Le tétrabromfluoréthane, qui se forme dans la fluoruration du tétrabrométhane 1.1.1.2, est probablement identique au tétrabromfluoréthane 1.1.2.21, mais je n'ai pu l'obtenir à un degré de pureté suffisant pour pouvoir démontrer expérimentalement ce fait.

*Disfluorotribrométhane.* — Le difluorbrométhylène est immédiatement absorbé par le brome avec formation de *disfluorotribrométhane* 1.1.1.2 2.  $\text{CFI}_2\text{Br - CHBr}_2$ . Le produit que l'on obtient est remarquablement pur; à la première rectification, il distille intégralement de  $143^\circ\text{-}144^\circ$ , et une deuxième rectification permet d'isoler, avec un rendement de 95 %, un produit tout à fait pur distillant de  $143^\circ 4\text{-}143^\circ 5$  sous 754 millimètres.

Le difluorotribrométhane est un liquide incolore, d'une densité de 2.60769 à  $17^\circ 5$ . Son indice de réfraction  $n_D$  est de 1.50215 à la même température.

#### Analyse :

0gr7255 de substance ont donné 1gr3521 AgBr, soit 0gr5754 Br ou 79.22 %.

Calculé pour  $\text{C}_2\text{HBr}_3\text{Fl}_2$  : 79.20 %.

Ce corps est identique au tribromdifluoréthane que j'ai extrait du produit de la réaction du fluorure d'antimoine et du brome sur le tétrabrométhane  $\text{CBr}_3\text{-CH}_2\text{Br}$ , comme il ressort de leur action sur la potasse alcoolique.

*Éther difluodibromé*  $\text{C}_2\text{H}_5\text{-O-CFl}_2\text{-CHBr}_2$ . — Lorsqu'on traite par la potasse alcoolique le difluorotribrométhane dans un appareil à reflux où circule un courant d'azote, on obtient un précipité immédiat de bromure de potassium et il s'établit une réaction très vive, amenant le liquide à l'ébullition. La

réaction terminée, l'addition d'eau précipite le produit obtenu qui, après dessiccation, est distillé.

Le thermomètre s'élève d'abord à 70°; il passe entre 70° et 80° à la distillation une petite quantité de produit ayant l'odeur désagréable des éthylènes halogénés oxydables et qui d'ailleurs s'oxyde rapidement à l'air, puis la température d'ébullition monte rapidement à 155° et se fixe entre 155° et 159°; mais la distillation s'accompagne d'une décomposition partielle avec dégagement d'acide fluorhydrique.

J'avais obtenu trop peu du dérivé éthylénique pour le purifier convenablement; quant au corps bouillant à 155°, il fut rectifié dans le vide; dans ces conditions, la décomposition ne se produit plus. J'ai obtenu ainsi un produit bouillant intégralement à 67°2 sous 25 millimètres de pression. Ce corps est de l'éther difluodibromé, ce qu'a établi l'analyse suivante :

0<sup>gr</sup>8288 de substance ont fourni 1<sup>gr</sup>1550 de AgBr, soit 0<sup>gr</sup>4915 Br ou 59.55 %.

Calculé pour C<sub>2</sub>Br<sub>2</sub>Fl<sub>2</sub>H — OC<sub>2</sub>H<sub>5</sub> : 59.60 %.

Cet éther est un liquide mobile, d'odeur agréable, mais provoquant le larmoïement. Sa densité à 17°5 est de 1.9158.

Il s'altère très rapidement à l'air humide, avec production d'acide fluorhydrique. Oxydé par l'acide nitrique fumant, il donne de l'acide dibromacétique, identifié sous forme d'éther bouillant à 194° et d'amide, fusible à 155°5. L'attaque par l'acide nitrique est exceptionnellement facile et la destruction, très violente, est presque instantanée.

La formule de cet éther est donc CBr<sub>2</sub>H - CFl<sub>2</sub> - OC<sub>2</sub>H<sub>5</sub>.

Son instabilité à haute température, son altérabilité par l'eau et la rapidité avec laquelle il est attaqué par l'acide nitrique, démontrent que le chaînon C<sub>2</sub>H<sub>5</sub>O - CFl<sub>2</sub> - est beaucoup moins stable lorsqu'il est fixé au groupement CHBr<sub>2</sub> que lorsqu'il est uni aux chaînons - CH<sub>2</sub>Br ou - CHBrFl.

N'ayant obtenu qu'une quantité insignifiante d'éthylène tétra-substitué, j'ai essayé de préparer ce corps par l'action d'un



mélange d'acétate et de carbonate de potassium sur le tribromdifluoréthane.

Cette réaction est classique pour la préparation des éthylènes halogénés, qu'elle fournit régulièrement avec un rendement presque théorique.

Or, fait remarquable, je n'ai obtenu que de petites quantités de dibromdifluoréthylène à côté d'une proportion importante d'éther difluodibromé  $C_2H_5O - CFl_2 - CHBr_2$ , atteignant 70 % du rendement théorique, même en présence d'alcool à 70°. C'est donc l'alcool qui joue le rôle prépondérant dans cette réaction.

La réaction est insensible à froid; lorsqu'on chauffe au bain-marie, elle commence vers 40°; à 70°, elle est terminée après quatre heures.

En précipitant par l'eau, on sépare le produit de la réaction, que l'on sèche et rectifie ensuite.

J'ai, dans une expérience, mis en œuvre 315 grammes (1 molécule-gramme) de tribromdifluoréthane, 300 centimètres cubes d'alcool à 94°, 50 centimètres cubes d'eau, 170 grammes d'acétate de potassium et 120 grammes de carbonate de potassium.

J'ai obtenu 23 grammes de produit bouillant de 70° à 75°, 4 grammes de 75° à 85°, 14 grammes de 85° à 159° et 180 grammes d'éther difluotribromé.

*Éthylène difluodibromé*  $CFl_2 : CBr_2$ , *difluortétabrométhane*  $CFl_2Br - CBr_3$ . — L'éthylène selais se difficilement purifier; je l'ai uni au brome et j'ai obtenu ainsi un produit solide, à odeur camphrée, irritant très fortement la conjonctive.

La composition ressort d'un dosage de brome.

0gr9801 de substance ont donné 4gr9276 BrAg, soit 0gr82037 de brome ou 83.70 %.

Calculé pour  $C_2Br_4Fl_2$  : 83.76 %.

Ce *difluortétabrométhane* a, sans doute possible, la formule  $CBr_3 - CBrFl_2$ , ce qui ressort d'abord de son mode de formation, ensuite de ce fait qu'il n'y a que deux formules possibles pour un tel corps et que le composé symétrique, que

j'ai décrit antérieurement fond à 62°, tandis que le produit nouveau fond à 99°.

Le tétrabromdifluoréthane  $\text{CBr}_3\text{-CBrFl}_2$  bout à 185°, mais il est déjà très volatil à la température ordinaire. Il possède, comme ses congénères, une odeur camphrée très forte et ses vapeurs irritent vivement la conjonctive.

J'ai soumis le tribromdifluoréthane à l'action fluorurante de  $\text{SbFl}_3 + \text{Br}_2$ . J'ai chauffé pendant six jours à 130°, 250 grammes d'éthane fluobromé avec 102 grammes de fluorure d'antimoine et 7<sup>gr</sup>3 de brome. Il ne se fit pas de réaction : j'ai distillé le produit et recueilli séparément les portions bouillant au-dessous de 130°, et qui devaient renfermer éventuellement les dérivés trifluorés. Ce liquide ne renfermait guère que du brome; traité par une solution de  $\text{Na}_2\text{SO}_3$ , il ne donne que 7 grammes de liquide, qui, distillé à son tour, ne fournit que  $\frac{1}{2}$  gramme de produit bouillant au-dessous de 120°, le reste étant du tribromdifluoréthane.

J'ai d'ailleurs pu récupérer la totalité du fluorure d'antimoine mis en œuvre, ainsi que 243 grammes de tribromdifluoréthane. La perte, soit 6 grammes, est due aux opérations de séparation.

La fluoruration du tribromdifluoréthane par  $\text{SbFl}_3 + \text{Br}_2$  est donc irréalisable dans les conditions expérimentales dans lesquelles j'opère.

Il me reste, pour terminer l'exposé de ces recherches, à ajouter quelques mots sur le trifluorbrométhane, obtenu par l'action du fluorure d'argent sur le difluordibrométhane, et qui se forme en très petite quantité dans la fluoruration du tétrabrométhane.

J'avais pensé que ce corps avait pour formule  $\text{CFl}_3\text{-CH}_2\text{Br}$ , n'ayant jamais observé la substitution d'un atome de brome isolé par le fluor sous l'action du fluorure d'antimoine, et j'avais fondé sur l'obtention de ce corps l'espoir d'arriver à l'alcool trifluoré et à l'acide trifluoracétique.

J'ai, dans ce but, chauffé le trifluorbrométhane avec de l'oxyde de mercure et de l'eau, méthode qui m'avait permis d'obtenir l'alcool bifluoré.

Après trois jours de chauffe à 130°, l'oxyde de mercure n'avait subi aucune altération; j'ai porté alors la température à 180° et poursuivi l'expérience pendant quinze jours, sans plus de résultat. J'ai retrouvé intacts l'oxyde de mercure et les 28 grammes de trifluorbrométhane que j'avais mis en œuvre.

Cette résistance de l'action du brome à la substitution hydroxylique, alors que dans le bromure de difluoréthyle il se laisse si aisément remplacer par OH, faisait prévoir que la formule de ce bromure n'était pas celle que j'avais présumée.

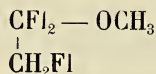
Le trifluorbrométhane présente aussi une stabilité exceptionnelle vis-à-vis de la potasse alcoolique. Je l'ai traité par ce réactif trois fois normal, sans observer la production d'un précipité de bromure de potassium. La réaction fut faite au reflux, la potasse étant amenée dans une solution alcoolique de trifluorbrométhane. Aucune transformation ne se manifestant à froid, j'ai chauffé à 40°, assurant le retour de l'éthane trifluorbromé à l'aide d'un serpentin refroidi à — 40°.

Après deux heures de chauffe, il ne s'était pas fait trace de cristaux de bromure de potassium, et, en rectifiant le produit, j'ai pu récupérer la totalité du trifluorbrométhane mis en œuvre.

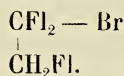
Pour attaquer l'angle bromé de la molécule, j'ai dû chauffer à 150° avec du méthylate de sodium. Après sept heures de chauffe, j'ai obtenu, en précipitant par l'eau le contenu des tubes, un éther trifluoré. Malheureusement, une explosion de tube scellé m'a fait perdre les deux tiers de ce produit précieux et je n'ai pu réunir que 3 grammes de cet éther, qui bout vers 45°; cette minime quantité de substance ne m'a pas permis d'effectuer les opérations de purification nécessaires à l'obtention d'un produit analysable.

J'ai cependant pu établir la constitution de cet éther en l'oxydant par l'acide nitrique fumant. J'ai constaté dans cette réac-

tion une production importante d'acide fluorhydrique, ce qui démontre que le chaînon  $\text{OCH}_3$  est adjacent au fluor. De plus, en neutralisant le produit par  $\text{Na}_2\text{CO}_3$  et en épuisant par l'alcool absolu bouillant le mélange de sels obtenu, je suis parvenu à isoler une petite quantité de fluoracétate de sodium. L'éther trifluoré a donc pour formule



et le trifluorbrométhane dont il dérive doit s'écrire



En préparant la série de composés fluorés dérivés du tétra-brométhane dissymétrique, j'avais espéré trouver une voie facile d'obtention de composés trifluorés portant trois atomes de fluor au même atome de carbone et qui m'eussent permis d'arriver soit à l'alcool trifluoré, soit à l'acide trifluoracétique, dont je poursuis l'isolement depuis plusieurs années.

Cet espoir ne s'est pas réalisé; je n'en estime pas moins que les résultats acquis au cours de ce travail présentent quelque intérêt, surtout lorsqu'on compare les allures des composés que j'ai obtenus à ceux que j'ai décrits antérieurement.

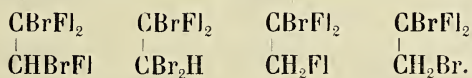
Le fait le plus saillant que j'ai rencontré, c'est la résistance remarquable à la substitution fluorée du brome dans le chaînon  $\text{CBrFI}_2$ , et que j'ai retrouvée d'ailleurs dans le difluorbrométhane  $\text{HCB rFI}_2$  et dans le trifluordibrométhane  $\text{CFI}_2\text{Br-CHBrFI}$ .

J'ai montré jadis que la substitution d'un atome de brome par le fluor dans le chaînon  $\text{CHBr}_2$  rend la substitution du deuxième atome bien plus facile. On se serait attendu à voir le voisinage de deux atomes de fluor rendre l'atome de brome encore plus mobile vis-à-vis du mélange fluorurant que j'emploie. Et, fait curieux, cette inertie que communique au brome le groupement  $\text{C} = \text{FI}_2$  se manifeste même lorsque l'atome de

brome est porté par le carbone voisin. Alors que le tribromdifluoréthane  $\text{CBr}_2\text{Fl} - \text{CHBrFl}$  se laisse fluorer, difficilement il est vrai, avec formation de trifluordibrométhane  $\text{CBrFl}_2 - \text{CHBrFl}$ , je ne suis pas parvenu à obtenir un dérivé fluoré aux dépens de l'isomère  $\text{CBrFl}_2 - \text{CHBr}_2$ . Il en est de même pour le tétrabrométhane symétrique. Il est d'ailleurs remarquable que dans ce composé, la substitution bifluorée se fasse si facilement dans l'un des deux chaînons  $-\text{CHBr}_2$  et que, une fois réalisée, elle paralyse complètement la mobilité du brome dans le second vis-à-vis de  $\text{SbFl}_3 + \text{Br}_2$ .

La moindre mobilité du brome dans le chaînon  $\text{CBrFl}_2$  se manifeste également vis-à-vis de la potasse alcoolique et de l'éthylate de sodium : dans le trifluorbrométhane, le brome ne se laisse pas entamer par la potasse alcoolique.

En outre, lorsque l'atome de brome est attaqué, il y a essentiellement substitution par l'oxéthyle; la formation d'un éthylène halogéné est secondaire. Ce fait se retrouve dans les quatre dérivés portant ce chaînon que j'ai étudiés :



Si le groupement  $\text{CFI}_2$  augmente la stabilité des liaisons dans l'atome de brome voisin, il paraît aussi, dans les éthylènes, plus résistant à l'oxydation que les autres groupements halogénés similaires.

Le difluoréthylène  $\text{CFI}_2 = \text{CH}_2$  et le bromdifluoréthylène  $\text{CFI}_2 = \text{CHBr}$  ne s'oxydent pas à l'air, tandis que le  $\text{CBr}_2 = \text{CH}_2$  et le  $\text{CBrFl} = \text{CHFl}$  s'oxydent aisément.

Par contre, le chaînon  $= \text{CBrFl}$  paraît le plus sensible de tous les groupements similaires à l'action de l'oxygène. Je rappellerai l'oxydation exceptionnellement facile de  $\text{CBrFl} = \text{CH}_2$ , de  $\text{CBrFl} = \text{CHBr}$  et surtout de  $\text{CFI}_2 = \text{CBrFl}$ . Dans ce dernier, la présence du chaînon  $\text{CFI}_2$  ne paralyse pas l'activité vis-à-vis de l'oxygène du groupement  $\text{CBrFl}$ ; elle semble plutôt l'exalter.

Tous ces faits ne peuvent guère s'expliquer que par la théorie des valences résiduelles ou, plus exactement, par la théorie de la saturation partielle des atomes, non pas seulement par ceux auxquels ils sont liés dans nos formules de structure, telles qu'on les emploie encore aujourd'hui, mais encore par les atomes adjacents ou vicinaux.

Je tâcherai, dans une communication prochaine, de donner une interprétation des allures des composés halogénés mixtes que j'ai décrits. J'ai cependant cherché si la détermination de la réfraction moléculaire ne permettrait pas de déceler des différences dans le mode de liaison des atomes chez quelques isomères que j'ai obtenus en quantité suffisante pour effectuer les purifications nécessaires à l'obtention de corps offrant toutes les garanties de pureté qu'exigent les recherches de l'espèce.

Voici les valeurs de cette constante pour les six isomères comparés deux à deux :

$\begin{array}{c} \text{CHBr}_2 \\   \\ \text{CHBrFl} \end{array}$	34.36	$\begin{array}{c} \text{CHBr}_2 \\   \\ \text{CHFl}_2 \end{array}$	26.898	$\begin{array}{c} \text{CHBrFl} \\   \\ \text{CBr}_2\text{Fl} \end{array}$	34.36 (*)
$\begin{array}{c} \text{CH}_2\text{Br} \\   \\ \text{CBr}_2\text{Fl} \end{array}$	34.22	$\begin{array}{c} \text{CH}_2\text{Br} \\   \\ \text{CBrFl}_2 \end{array}$	26.76	$\begin{array}{c} \text{CHBr}_2 \\   \\ \text{CBrFl}_2 \end{array}$	34.21.

Les réfractions moléculaires des deux isomères ne diffèrent entre elles que de valeurs insignifiantes, de l'ordre des erreurs que comportent leurs mesures. Ce fait était à prévoir : on sait que la réfraction moléculaire n'est pas l'une de ces constantes physiques sensibles à de délicates différences de structure.

Quoique les variations de cette constante pour divers isomères ne nous renseignent pas sur la constitution de ceux-ci, il peut être intéressant de comparer entre elles les densités de quelques-uns des produits isomères que j'ai obtenus.

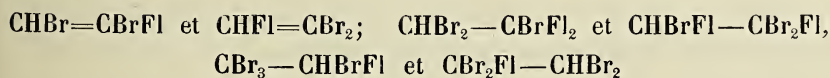
---

(\*) Les données relatives aux trois isomères de la série supérieure diffèrent légèrement de celles que j'ai publiées jadis : l'origine de cette différence est due à ce que je les ai calculées à nouveau. (Voir note de la page 576.)

Le tableau ci-dessous permet la comparaison des densités et des points d'ébullition ;

		Température d'ébullition.				Température d'ébullition.	
$\begin{array}{c} \text{CBr}_2\text{Fl} \\   \\ \text{CH}_2\text{Br} \end{array}$	$D_{17.5}$	2.60545	162°7	$\begin{array}{c} \text{CHBrFl} \\   \\ \text{CHBr}_2 \end{array}$	$D_{17.5}$	2.66734	174°
$\begin{array}{c} \text{CB}_2\text{Fl}_2 \\   \\ \text{CH}_2\text{Br} \end{array}$	$D_{17.5}$	2.2423	92°8	$\begin{array}{c} \text{CHF}_2 \\   \\ \text{CHBr}_2 \end{array}$	$D_{17.5}$	2.32586	107°5
$\begin{array}{c} \text{CBrFl}_2 \\   \\ \text{CHBr}_2 \end{array}$	$D_{17.5}$	2.61300	143°	$\begin{array}{c} \text{CBr}_2\text{Fl} \\   \\ \text{CHBrFl} \end{array}$	$D_{17.5}$	2.6077	146°
$\begin{array}{c} \text{CBr}_2\text{Fl} \\   \\ \text{CHBr}_2 \end{array}$	$D_{17.5}$	2.90945	106 4 s <sup>s</sup> 24 <sup>mm</sup>	$\begin{array}{c} \text{CHBrFl} \\   \\ \text{CBr}_3 \end{array}$	$D_{17.5}$	2.9360	106°8 s <sup>s</sup> 24 <sup>mm</sup>
$\begin{array}{c} \text{CBrFl} \\    \\ \text{CHBr} \end{array}$	$D_{17.5}$	2.2898	88°8	$\begin{array}{c} \text{CHF} \\    \\ \text{CBr}_2 \end{array}$	$D_{17.5}$	2.2908	90°3

On constate que pour les deux premiers groupes d'isomères la différence de densité est assez sensible ; elle atteint environ 0.06, 0.08, tandis que pour les autres les différences sont beaucoup moins importantes. Dans les trois derniers groupes, l'architecture moléculaire est la même ; il paraît donc que si la configuration de la molécule reste semblable, l'interversion des positions du brome et du fluor n'influence pas d'une manière sensible la densité de la combinaison. Le même fait se retrouve pour le point d'ébullition :



ont des points d'ébullition presque identiques, tandis que pour les deux premiers groupes d'isomères, le plus asymétrique a, conformément au fait connu depuis longtemps, le point d'ébullition le plus bas.

Gand, Laboratoire de chimie générale de l'Université.  
Le 1<sup>er</sup> juillet 1911.

CHIMIE. — **Action de quelques acides organiques sur le formiate de sodium** (2<sup>e</sup> note) (1),

par M. W. OECHSNER DE CONINCK, associé de l'Académie.

Les résultats que j'ai obtenus en faisant agir l'acide tartrique sur le formiate de sodium m'ont engagé à essayer l'action de l'acide malique; je me suis placé dans les mêmes conditions, et j'ai constaté que l'acide malique déplace partiellement l'acide formique.

J'ai ensuite fait agir différents acides aromatiques sur le formiate de sodium, en suivant toujours la même technique.

*Acide benzoïque.* — Il déplace nettement l'acide formique avec l'aide d'une chaleur modérée.

*Acides oxy benzoïques.* — Les trois acides isomériques déplacent faiblement l'acide formique.

Pendant l'expérience avec les acides *ortho* et *méta*, on observe que ces deux isomères se subliment partiellement en aiguilles fines et déliées.

*Acide tannique.* — Cet acide déplace nettement une certaine proportion d'acide formique.

*Acide gallique.* — Cet acide déplace l'acide formique, mais un peu plus faiblement que l'acide précédent.

*Acide para-nitro-benzoïque.* — Avec cet acide, il faut chauffer très doucement; autrement, il y a brusque inflammation et vive déflagration de la masse; lorsqu'on prend les précautions voulues, on constate qu'il y a déplacement d'une petite quantité

---

(1) Institut de chimie générale, Montpellier.



d'acide formique; en outre, durant l'expérience, l'acide employé se sublime peu à peu en jolies et fines aiguilles jaunes.

*Acide cinnamique.* — Cet acide déplace faiblement l'acide formique; pendant l'expérience, il se sublime sur les parois du ballon.

*Expériences sur l'acide cinnamique.*

I. — J'ai desséché à part, à  $+ 400^{\circ}$ , pendant une heure et demie, quelques grammes d'acide cinnamique; j'en ai placé une partie dans un ballon à long col, bien lavé et desséché lui-même, et je l'ai chauffé très lentement: l'acide cinnamique émet déjà quelques vapeurs vers  $55^{\circ}$ - $56^{\circ}$ , et commence à se sublimer à  $75^{\circ}$ - $76^{\circ}$ , sous forme de cristaux punctiformes d'un blanc mat, qui se déposent à la manière d'un enduit sur les parois du ballon. Ces cristaux, insolubles dans l'eau froide, se dissolvent un peu dans l'eau tiède (entre  $75^{\circ}$ - $80^{\circ}$ ). La solubilité augmente très rapidement si l'on va jusqu'à  $100^{\circ}$ .

II. — De l'acide cinnamique, en masse fondue et agglomérée, est traité par un excès d'eau distillée. On amène peu à peu la liqueur à l'ébullition. Le point d'ébullition est situé à  $105^{\circ}$ - $106^{\circ}$ . La désagrégation de la masse solide se fait lentement; et, lorsque la température atteint  $80^{\circ}$  environ, l'acide cinnamique entre en dissolution; à  $100^{\circ}$ , il s'en dissout notablement. En prolongeant suffisamment l'ébullition ( $105^{\circ}$ - $106^{\circ}$ ), tout se dissout. Vient-on à laisser refroidir, on observe que c'est vers  $82^{\circ}$  que des cristaux (lacs de fines aiguilles) commencent à se déposer. A partir de ce moment, la cristallisation continue.

III. — J'ai constaté enfin que l'alcool méthylique très pur constitue un excellent dissolvant de l'acide cinnamique. Les deux dissolvants de choix de cet acide sont l'alcool éthylique absolu, ou très concentré, et le méthanol pur.

**CHIMIE. — Action des acides lactique et tartrique sur l'amidon et la dextrine (1),**

par MM. W. OECHSNER DE CONINCK, associé de l'Académie. et A. RAYNAUD.

Après avoir étudié l'action des acides formique et acétique, oxalique et malonique, nous avons étudié celle de deux acides-alcools, les acides lactique et tartrique, sur l'amidon et la dextrine.

Nous avons suivi la même technique, nous avons employé les mêmes proportions des corps réagissants que dans nos précédentes expériences.

Voici nos résultats :

**ACIDE LACTIQUE.**

<i>1° Amidon.</i>	Poids de glucose formé.	% de saccharification.
+ 1 c. c. d'acide	0.061	5.50
+ 2 c. c. —	0.130	14.70
+ 3 c. c. —	0.1875	16.85
+ 4 c. c. —	0.2475	22.30
+ 5 c. c. --	0.300	27 00

<i>2° Dextrine.</i>	Poids de glucose formé.	% de saccharification.
+ 1 c. c. d'acide	0.060	5.60
+ 2 c. c. —	0.125	14.65
+ 3 c. c. —	0.1915	17.85
+ 4 c. c. --	0.2380	22.20
+ 5 c. c. —	0.2775	26.00

On voit que, comme cela est arrivé pour les acides formique

---

(1) Institut de chimie générale, Montpellier.

et acétique (1), le taux de saccharification, dû à l'acide lactique, est sensiblement le même pour l'amidon que pour la dextrine.

Le résultat est analogue pour l'acide tartrique, quoique les différences soient un peu plus marquées.

#### ACIDE TARTRIQUE.

1 <sup>o</sup> Amidon.	Poids de glucose formé.	% de saccharification.
+ 1 c. c. d'acide	0.0519	4.7
+ 2 c. c. —	0.095	8.5
+ 3 c. c. —	0.132	11.9
+ 4 c. c. —	0.163	14.7
+ 5 c. c. —	0.194	17.5

2 <sup>o</sup> Dextrine.	Poids de glucose formé.	% de saccharification.
+ 1 c. c. d'acide	0.0625	5.8
+ 2 c. c. —	0.100	9.3
+ 3 c. c. —	0.155	14.5
+ 4 c. c. —	0.186	17.4
+ 5 c. c. —	0.212	20.0

Les recherches que nous avons entreprises, en étudiant l'action hydrolysante d'acides minéraux et d'acides organiques appartenant à diverses catégories, établissent, en somme, que le taux de saccharification, rapporté à la molécule des acides, est trois à quatre fois plus élevé avec les acides minéraux qu'avec les acides organiques. Dans une dernière communication, nous reviendrons sur cette conclusion, et nous discuterons d'une manière plus complète les résultats de nos expériences.

Montpellier, le 17 juin 1911.

---

(1) *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* (Classe des sciences), n<sup>o</sup> 4, avril 1911.

PHYSIQUE. — **Sur l'absence de l'influence de la lumière sur la conductibilité des solutions fluorescentes,**

par S. PIENKOWSKI, docteur en sciences physiques et mathématiques.

§ 1.

Les premières recherches expérimentales sur la variation de la conductibilité des solutions fluorescentes sont dues à J. Burke (1), lesquelles n'ont donné aucun résultat positif. La question fut reprise par A. Cunningham (2), qui a été guidé par l'analogie ; dans les gaz, la lumière produit l'ionisation et, par suite, augmente sa conductibilité ; c'est l'effet analogue qui a été recherché par Cunningham dans les solutions fluorescentes. Les variations de conductibilité observées par cet auteur ont été inférieures à 1 % et ont été entachées des erreurs provenant de la variation de température de la solution, de sorte qu'aucun résultat certain n'a pu être tiré. Pour trancher la question, des recherches très soignées ont été effectuées par Regner (3), qui, pour empêcher la variation de la température, a fait couler constamment la solution entre les électrodes ; l'épaisseur de la couche fluorescente a été rendue très petite  $e = 0^{\text{mm}}13$ , pour qu'elle puisse fluoriser dans toute son épaisseur. La lumière d'une lampe à arc a été concentrée au moyen de lentilles en quartz dans le but de faire agir les radiations ultraviolettes. Quoique la variation de 0.1 % était sûrement mesurable, jamais aucune trace de changement n'a été constatée.

---

(1) J. BURKE, *Phil. Trans.*, 191 (A.), 1898, pp. 87-105.

(2) S. CUNNINGHAM, *Proc. Camb. Phil. Soc.*, 1902, t. XI. pp. 431-433.

(3) K. REGNER, *Inaug. Dissert.* Greifswald, 1903.

Au contraire, Nichols et Meritt (1), en employant les couches des solutions fluorescentes d'éosine, de fluorescéine, de rhodamine, etc., d'épaisseur de 0<sup>mm</sup>1 et éclairées par les régions bien limitées de la lumière de l'arc électrique décomposée spectralement, ont trouvé que la conductibilité augmente par le fait d'éclairement par la lumière de longueur d'onde qui excite le plus la fluorescence. L'augmentation la plus grande a été observée pour la solution alcoolique de l'éosine, où elle atteignait 1.1 %. Le courant continu ou alternatif a donné des résultats analogues. Camichel s'est élevé contre les conclusions de Nichols et Meritt (2); pour lui, l'influence de l'augmentation de la température de la solution par la lumière n'était pas tout à fait écartée. Pour montrer l'importance de ce facteur, Camichel a déterminé la résistance des solutions alcooliques de fluorescéine et de l'éosine avec et sans éclairage à différentes températures. Comme le montrent ses chiffres, la résistance de la couche fluorescente paraît être un peu plus faible lorsqu'elle est éclairée, mais l'augmentation de la température produit une diminution beaucoup plus marquée, et, lorsque la couche expérimentée est très mince, cet échauffement peut être sensible, puisque cette cause d'erreur agit dans le même sens que la lumière. Camichel conclut que ladite variation de la conductibilité peut se ramener à l'influence de la chaleur. Remarquons toutefois que Nichols et Meritt ont travaillé avec la lumière décomposée spectralement, et, par suite, l'action calorifique ne pourrait pas être considérable.

Ces recherches ont été reprises par Goldman (3), lequel a travaillé avec les solutions alcooliques d'éosine, qui donnait les effets les plus marqués dans les expériences de Nichols et

---

(1) E.-L. NICHOLS et E. MERITT, *Phys. Rev.*, 1904, t. XVIII, pp. 447-449; t. IX, p. 396.

(2) C. CAMICHEL, *Journ. de phys.*, 1905, t. IV, pp. 873-884.

(3) A. GOLDMAN, *Inaug. Dissert.* Leipzig, 1908. — *Ann. de phys.*, 1908, t. XXVII, pp. 449-536.

Meritt. Dans ses recherches, la lumière d'une lampe à arc a été décomposée par un prisme, et ainsi la couche fluorescente, dont l'épaisseur a été réduite à  $0^{\text{mm}}03$ , a pu être éclairée par les régions limitées du spectre. Ayant soin de préserver parfaitement les électrodes de la lumière incidente, cet auteur n'a pu constater aucune variation appréciable de la résistance, quoique dans certains dispositifs le changement de  $0.001\%$  a été décelable.

En 1909, M. A. Rassenfosse (1) publie un travail sur le même sujet où il donne les résultats de ses expériences montrant la variation énorme de la conductibilité des solutions d'éosine et de fluorescéine sous l'action de la lumière. Ainsi, par exemple, la solution  $2\frac{1}{2}\%$  de fluorescéine a donné la conductibilité 2.4 fois plus grande pendant l'éclairement que dans l'obscurité.

## § 2.

Vu cette divergence de résultats, j'ai repris l'étude de la question. Les solutions étudiées étaient celles d'éosine et de fluorescéine dissoutes dans l'alcool ou dans l'eau. La méthode du galvanomètre différentiel employée au début a été abandonnée à cause de sa trop faible précision. De bons résultats ont été obtenus avec le pont de Wheatstone dans les conditions employées par Nichols et Meritt (2). Cet arrangement donnant une sensibilité élevée, mon attention s'est portée surtout sur les dimensions des couches fluorescentes et sur son éclairement intense.

Les solutions étudiées ont été placées dans une petite cuve parallépipédique en paraffine, dont un des côtés a été formé par une plaque en quartz de  $0^{\text{mm}}5$  d'épaisseur. Contre cette

---

(1) A. RASSENFOSSE, *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* (Classe des sciences), 1909, pp. 993-1007.

(2) *Loc. cit.*

plaque ont été pressées par une plaque en verre deux électrodes en platine laissant entre elles une fente d'une largeur de 2 à 5 millimètres, remplie avec de la solution fluorescente; l'épaisseur des électrodes et, par suite, de la couche de solution a varié de 3 millimètres à 0<sup>mm</sup>03. Pour des couches plus minces, j'ai déposé sur une plaque de verre deux bandes d'argent dont l'épaisseur diminuait jusqu'à ce que la couche métallique fût transparente, de couleur bleu sombre.

L'éclairement a été produit par une lampe à arc (12 ampères) dont la lumière a été concentrée par un condenseur et par une lentille cylindrique dont la ligne focale se trouvait exactement à l'intérieur de la couche de solution entre deux électrodes. Pour préserver les électrodes de la lumière incidente contre la plaque de quartz, il a été placé un écran métallique muni d'une fente dont la largeur a été réglée à volonté. Pour l'emploi de la lumière monochromatique, la lumière de l'arc a été décomposée par un prisme et la couche fluorescente a été placée dans les différentes parties du spectre ainsi obtenues. Vu que l'éclairement n'a duré que cinq secondes environ, l'effet de l'augmentation de la température a été négligeable, comme j'ai pu m'en assurer en recevant le même faisceau lumineux sur une pile thermo-électrique dont le courant a permis d'évaluer la quantité de chaleur reçue par la couche fluorescente.

Les multiples mesures dont la sensibilité était de 0.001 n'ont montré aucune variation sensible de la conductibilité. L'éclairement avec la lumière ultraviolette de l'arc s'est montré également inactif.

La polarisation des électrodes complique la mesure et, dans la suite, j'ai employé les électrodes impolarisables. D'abord, j'ai repris le système qui a été employé par Nichols et Meritt et ensuite par Goldman (1).

Un tube en verre *ab* (fig. 1), de diamètre intérieur  $d = 1$  mil-

---

(1) *Loc. cit.*, p. 466.

limètre, est relié à ses deux extrémités à deux tubes en *u* de diamètre beaucoup plus grand. Dans les parties inférieures *c*

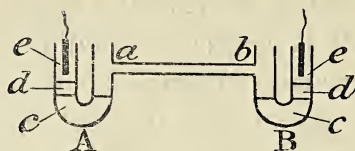


FIG. 1.

de ces deux tubes on verse la solution d'éosine ou de fluorescéine dans la gélatine qui, après refroidissement, donne un gel compact. La solution étudiée remplit le tube *ab* et les branches voisines des tubes A et B ; dans les branches extérieures de ces tubes, on superpose à la couche *c* une couche *d* de solution gélifiée de sulfate de sodium, et le volume restant *e* est rempli d'une solution de sulfate de zinc où plongent les électrodes en zinc amalgamé. Ce tube a été renfermé dans une boîte munie d'une fente devant laquelle a été placée la partie *ab* du tube.

L'éclairage avec les différentes lumières simples ainsi qu'avec la lumière blanche n'a produit aucune variation sensible de la conductibilité.

La résistance apparente d'un tel tube étant considérable, allant dans mes expériences jusqu'à 3,700,000 ohms, j'ai construit un autre dispositif à faible résistance en conservant les avantages du tube ci-dessus. Il s'agissait de donner à la couche de solution étudiée une section assez grande en maintenant une faible épaisseur, tout en réduisant de plus, autant que possible, la résistance de circuit au delà de la couche fluorescente.

Une petite cuve parallépipédique ABCD en paraffine est fermée d'un côté par une plaque en verre *ab*. L'espace intérieur est divisé en deux parties par un diaphragme K en diélectrique de 5 millimètres d'épaisseur, laissant entre son bord et la plaque *ab* un espace libre de 0<sup>mm</sup>6 d'épaisseur. Cet espace, limité de deux côtés par la solution de l'éosine gélifiée M, a été rempli par la solution alcoolique de l'éosine ; aux couches M on superpose les couches N de solution gélifiée de sulfate de sodium, et le

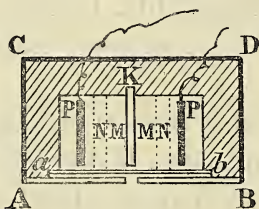


FIG. 2.

aux couches M on superpose les couches N de solution gélifiée de sulfate de sodium, et le



volume restant est rempli de la solution aqueuse de sulfate de zinc où plongent les électrodes en zinc amalgamé P. Ainsi jusqu'à la couche fluorescente la section du conducteur électrolytique était de 21 centimètres carrés, de sorte que presque toute la résistance a été concentrée dans la partie fluorescente, les électrodes étant impolarisables.

L'éclairement a été produit soit au moyen de la lumière blanche, soit par les différentes régions du spectre prismatique.

1) Une couche de la solution alcoolique d'éosine dont la résistance totale était de 393.5 ohms, mise dans le circuit d'un pont où la variation de 0.00026 de la résistance était sûrement appréciable, n'a donné aucune trace de variation.

2) Une autre couche de la solution alcoolique d'éosine dont la résistance totale était de 277.4 ohms, la variation de laquelle de 0.0002 était appréciable, n'a donné aucune trace de changement.

3) Une couche de la solution alcoolique d'éosine de résistance totale 277.0 ohms, a été éclairée par la lumière solaire concentrée au moyen d'un miroir concave. Dans l'arrangement du pont employé ici, l'introduction de 1 ohm dans la branche contenant la solution de l'éosine a produit une déviation de 20 divisions de l'échelle du galvanomètre, et puisque le déplacement de  $\frac{1}{2}$  division était sûrement appréciable, la sensibilité atteignait 0.0008. Malgré cette sensibilité élevée et l'éclairement par la lumière solaire, aucune trace de la variation de la conductibilité n'a pu être décelée.

Ces résultats, concordant avec ceux de la plupart des autres chercheurs qui ont étudié la même question, étaient en désaccord avec les mesures de M. Rassenfosse. J'ai repris alors la même méthode et les mêmes instruments, mais l'étude bien attentive n'a montré aucune variation sensible de la conductibilité. On pourrait se demander si dans les expériences de M. Rassenfosse la lumière ne se réfléchissait pas sur le fond du vase et ne tombait pas sur les électrodes : alors le changement apparent de la conductibilité serait dû à un courant photoélectrique dont l'étude

complète a été faite par Goldman (1). Mais le maximum de courant photoélectrique correspond à l'éclairement par les rayons bleus pour la fluorescence et verts pour l'éosine, tandis que M. Rassenfosse a trouvé le maximum de variation de la résistance sous l'action des rayons verts pour la fluorescence et jaunes pour l'éosine.

### § 3.

Les belles recherches de Wiedemann sur la fluorescence ont montré que beaucoup des substances fluorescentes, et en particulier l'éosine et la fluorescéine (2), se dissolvent dans le mélange d'eau et de gélatine et possèdent alors la fluorescence beaucoup plus forte que dans la solution aqueuse pure. Ces solutions solidifiées par l'abaissement de la température conservent leur fluorescence intense et même phosphorisent faiblement.

J'ai cherché si la lumière n'influe pas d'une façon sensible sur la conductibilité de telles solutions gélatineuses fluorescentes. Dans ce but, j'ai déposé sur une plaque en verre, entre deux électrodes en platine, des couches minces de ces solutions d'éosine. L'épaisseur des couches a varié de 0<sup>mm</sup>1 à 0<sup>mm</sup>5. La conductibilité varie considérablement à mesure que la gélatine se solidifie et se dessèche, et, pour la maintenir plus constante, la couche fluorescente a été placée dans un thermostat contenant un peu d'eau : cette dernière en s'évaporant fixe un état hygrométrique bien déterminé à chaque température, et par suite l'influence de la variation de l'humidité de la gélatine est diminuée. La couche fluorescente était mise dans une branche de pont de Wheatstone et était éclairée soit par la lumière blanche, soit par les différentes régions séparées du spectre.

La résistance, aussitôt après la préparation de la couche étudiée, assez faible, augmente considérablement avec le temps et, après une ou deux heures, atteint, dans mes expériences, les valeurs de l'ordre de 15,000,000 d'ohms. Deux ou trois jours

---

(1) *Loc. cit.*

(2) E. WIEDEMANN, *Ueber Fluorescenz*, I. Abt. (WIEDEMAN'S ANNALES, 1888, t. XXXIV, pp. 446-463.)

après la préparation, ces couches fluorescentes deviennent bien dures et leur résistance est alors trop grande pour être mesurée dans un pont. Dans ce cas, je les ai placées dans le circuit de charge d'un condensateur dont la charge acquise a été mesurée au moyen d'un galvanomètre balistique.

Les multiples mesures avec les couches différentes n'ont montré aucune variation sensible de la conductibilité sous l'action de la lumière, même avec l'emploi de la lumière solaire.

§ 4.

Ces résultats sont d'accord avec les théories modernes de la fluorescence. Les premières théories basées sur le phénomène de la résonance ne résistent pas à l'épreuve de l'expérience. La nouvelle phase est marquée par la théorie de Wiedemann et Schmidt (1), qui introduisent l'idée profonde de l'existence de deux états dans les substances fluorescentes, lesquels états, pendant l'état stationnaire de la fluorescence, sont dans un équilibre dynamique. Le changement de ces deux états peut consister soit en une décomposition et recombinaison chimiques, soit dans un changement interne des molécules, soit enfin en l'ionisation et la recombinaison des molécules neutres (2). C'est également ce point de vue qui est développé dans la théorie de W. Voigt (3), qui prend bien en considération le fait, établi par les expériences de E. Buckingham (4) et O. Knoblauch (5), que toutes les con-

---

(1) WIEDEMANN und G. C. SCHMIDT, *Ueber Luminescenz*. (WIEDEMANN'S ANNALEN, 1895, t. LIV, pp. 604-625.) — *Ueber Luminescenz von festen Körpern und festen Lösungen*. (WIEDEMANN'S ANNALEN, 1895, t. LVI, pp. 201-254.)

(2) H. KONNEN, *Fluorescenz*, dans H. KAYSER, *Handb. d. Spectroscopie*, Bd IV, p. 1090.

(3) W. VOIGT, *Zur Theorie der Fluorescenzerscheinungen*. (ARCH. NÉERL. (2), 1901, t. VI, pp. 352-366. — Livre jubilaire de Boicha.)

(4) E. BUCKINGHAM, *Zeitschrift für physikalische Chemie*, 1894, vol. XIV, pp. 129-148.

(5) O. KNOBLAUCH, *Wiedemann's Annalen*, 1895, t. LIV, pp. 193-220.

ditions qui augmentent ou diminuent le nombre d'ions libres renforcent ou affaiblissent la fluorescence. Toutefois la relation entre la fluorescence et l'ionisation ne semble pas être simple, comme l'ont montré les recherches de G.-C. Schmidt (1). Dans la théorie de W. Voigt, l'état d'ionisation ne fait que créer les conditions (2) pour l'émission de la lumière fluorescente, et l'émission elle-même est engendrée par des électrons qui entrent en vibration lors du changement des deux états. Dans les corps fluorescents, ce changement n'aurait lieu que pendant l'éclairement.

M. De Heen, qui admet que le mécanisme de la conductibilité électrolytique ne consiste pas dans le transport des ions, mais que celle-ci implique une vibration de systèmes appelés chaînes ioniques, a supposé que la lumière excite peut-être ces vibrations des éléments formant ces chaînes et, par suite, change la conductibilité (3). Or, les expériences montrent que la conductibilité n'est pas influencée par la lumière. Comme suite à ces résultats expérimentaux, il suppose que le mécanisme de la fluorescence est le même que dans la théorie de W. Voigt; toutefois, il admet que les éléments émettant la lumière sont bipolaires.

Les recherches sur la conductibilité des solutions fluorescentes montrent que, étant donné les conditions d'ionisation, l'excitation de la fluorescence ne change pas cet état d'une façon appréciable. Les excitateurs de la lumière fluorescente sont les éléments intra-ioniques.

C'est également à ce résultat que sont arrivés J. Starck et W. Steubing (4), par l'étude des phénomènes photo-électriques.

Institut de physique de l'Université de Liège.

---

(1) G. C. SCHMIDT, *Wiedemann's Annalen*, 1898, t. LXIV, pp. 708-724.

(2) W. VOIGT, *Loc. cit.*, p. 356.

(3) P. DE HEEN, *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* (Classe des sciences), 1909, pp. 985-994.

(4) J. STARK und W. STEUBING, *Phys. Zeitschrift* (9), 1903, pp. 481-495.

PHYSIQUE. — Sur l'influence de la lumière sur la conductibilité des couches minces d'or et d'argent,

par S. PIENKOWSKI, docteur en sciences physiques et mathématiques.

L'étude de la variation de la conductibilité des métaux sous l'action de la lumière a été entreprise en premier lieu par R. Börnstein (1), d'après lequel la conductibilité de couches métalliques minces subit une petite augmentation sous l'action de la lumière incidente. Il faut toutefois remarquer que l'augmentation observée était de l'ordre des erreurs expérimentales. Les travaux sur ce sujet ont été poursuivis ensuite par Hansemann (2), Weber (3) et Bostwick (4) : leurs résultats ont montré l'inexactitude des conclusions de Börnstein. D'autre part, Anzel (5) trouve une très faible variation de conductibilité. Les recherches très soignées de Baedeker (6), dont la précision atteignait  $\frac{1}{2000}$  ‰, ont donné des résultats négatifs. Les résultats nettement positifs obtenus par Wilson (7) et Waterhouse (8) sur les couches d'argent granulaire se rapportent au changement de la résistance de contact de deux conducteurs et non pas à la résistance métallique de ceux-ci. Ainsi donc les recherches, même de haute précision, ont montré que s'il existe une variation de la conductibilité des couches métalliques minces sous l'influence de la lumière, elle est plus faible que  $\frac{1}{2000}$  ‰.

En 1908, M. Bronislawski (9) publie un travail sur la même

---

(1) R. BÖRNSTEIN, *Einfluss des Lichtes auf den elektrischen Leitungswiderstand von Metallen Habilitationsschrift*. Heidelberg, 1877.

(2) HANSEMANN, *Wiedeman's Annalen*, 1877, t. II, p. 550; 1877, t. II, p. 561.

(3) F. WEBER, *Züricher Vierteljahrschr.*, 1878, 22, p. 335.

(4) E. BOSTWICK, *Sill. Journ.*, 1884, 28, p. 133; *Beiblatt*, 1885, 9, p. 43.

(5) L. ANZEL, *Zeitschr. für Elektr.*, 1903, 9, p. 695.

(6) K. BAEDCKER, *Leipzig Ber.*, 1903, 55, p. 198.

(7) W. WILSON, *Dissert. Leipzig*, 1907. *Ann. d. Phys.*, 1907, 23, p. 101.

(8) J. WATERHOUSE, *Journ. Asiatic Soc. Bengal.*, 1893, 62, p. 21; *Beiblatt*, 1893, 17, p. 943.

(9) B. BRONISLAWSKI, *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* (Classe des sciences), 1908, pp. 708-732.

question où il donne les résultats expérimentaux des mesures faites sur une couche d'or transparente en l'éclairant par la lumière de différentes couleurs. D'après les chiffres donnés, la conductibilité de la couche d'or est *doublée* par le fait de l'éclairage de la couche par la lumière blanche; la couleur bleue produit l'augmentation dans le rapport 1 : 1.75; les couleurs rouge et verte sont inactives.

Ce désaccord entre le résultat de M. Bronislawski et ceux de chercheurs antérieurs m'a fait reprendre la question. J'ai opéré sur des couches d'or et d'argent transparentes, déposées sur des plaques en verre. Ces couches ont été intercalées dans les différentes combinaisons de pont telles que la variation de 0.0005 de résistance aurait été sûrement appréciable. L'éclairage a été produit par la lumière de l'arc électrique, soit blanche, soit décomposée spectralement. Malgré tous les soins, je n'ai pas pu constater de traces de variation de la conductibilité.

L'éclairage par la lumière solaire concentrée au moyen de miroirs concaves a donné également un résultat négatif.

J'ai repris alors *la même* couche d'or dont s'est servi M. Bronislawski et j'ai constaté l'absence de variation de la résistance. Supposant que le fait réside peut-être dans l'emploi de la méthode balistique, j'ai repris *le même* dispositif expérimental, en plaçant verticalement l'axe du cadre tournant donnant le courant induit. (Dans le dispositif de M. Bronislawski, on devrait avoir deux inductions dans deux sens contraires pendant une demi-révolution.) Le résultat fut encore négatif.

Mes expériences concordent avec celles de Hansemann, Weber, Bostwick et Baedeker, qui démontrent que l'éclairage d'une couche métallique compacte et unie n'a pas d'influence sensible sur sa conductibilité.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

---

*Lameere (Auguste)*. Sommaire du cours d'éléments de zoologie pour la candidature en sciences naturelles. Bruxelles, 1911; extr. in-8° (357 p.).

*De Meyer (J.)*. Observations et expériences relatives à l'action exercée par des extraits d'œufs et d'autres substances sur les spermatozoïdes. Liège, 1911; extr. in-8° (pp. 65-101, pl.).

*Micheels (Henri)*. Note sur la forme du thalle chez « Dictyota dichotoma ». Bruxelles, 1911; extr. in-8° (pp. 379-383, 2 fig.).

*Godeaux (Lucien)*. Sur le lieu des points de contact double des surfaces de deux systèmes linéaires. Coïmbre, 1911; extr. in-8° (5 p.).

— Sur les congruences linéaires de coniques dotées de deux lignes singulières, ou d'un point principal et d'une ligne singulière. Paris, 1911; extr. in-4° (3 p.).

*Zunz (Edgard)*. A propos de l'anaphylaxie. Bruxelles, 1911; extr. in-8° (37 p.).

---

*Delcorde (Alexis)*. Recherches sur la digestion de la viande chez le chien soumis à l'influence de la teinture d'opium, soit complète, soit privée de morphine. Berlin, 1911; extr. in-8° (30 p., tableau).

*Rudolph (Dr H.)*. Die Stellung der Physik und Naturphilosophie zur Weltätherfrage. Berlin, 1911; in-8° (41 p.).

---

*Rivière (Émile)*. Histoire de la médecine. L'opération de la taille au commencement du XVII<sup>e</sup> siècle. Paris, 1910; extr. in-8° (10 p.).

— Tératologie. De quelques monstres humains nés aux XVI<sup>e</sup> et XVII<sup>e</sup> siècles. Paris, 1910; extr. in-8° (8 p.).

---

*Ranucci (D. N.)*. Risoluzione dell' equazione  $x^n - Ay^n = \pm 1$  con una nuova dimostrazione dell' ultimo teorema di Fermat. Rome, 1911; in-8° (23 p.).

*Stiattesi (R.)*. Il preavvisatore sismico « Stiattesi ». S. l., 1911; extr. in-4° (3 p., fig.).

*Pasquale (Fortunato)*. Del fulcro germinale nelle pianticelle in germinazione e della sua funzione biologica. Naples, 1911; extr. in-8° (7 p., fig.).

— Ancora del fulcro germinale e sua funzione biologica. Naples, 1911; extr. in-8° (4 p., fig.).

*Brouwer (H. A.)*. Oorsprong en samenstelling der Transvaalsche Nepheliensyenieten. La Haye, 1910; in-8° (x-180 p., pl.).

*Leyst (Ernst)*. Ueber erdmagnetische Ablenkungsbeobachtungen. Moscou, 1910; extr. in-8° (pp. 79-212, fig.).

— Die Variationen des Erdmagnetismus. Moscou, 1910; extr. in-8° (pp. 142-389, 4 pl.).

*Athias (M.)*. Sôbre as divisões de maturação do óvulo dos mamíferos. Lisbonne, 1910; in-8° (192 p., 4 pl.).

*Association internationale de sismologie*. Publications. Série B. Catalogue régional des tremblements de terre ressentis pendant l'année 1906. (Erwinschen.) 1911.

— Catalogue général des tremblements de terre ressentis par l'homme et enregistrés par des instruments pendant l'année 1906. (Erwinschen.) 1911.

*Conseil permanent international pour l'exploration de la mer*. Publications de circonstance, nos 57, 58-59, 60; 1911.

— Bulletin statistique des pêches maritimes des pays du nord de l'Europe. (Harry M. Kyle.) V, 1908, in-4°, 1911.

## ERRATA.

TH. DE DONDER, Sur les invariants intégraux relatifs et leurs applications à la physique mathématique (*Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* [Classe des sciences], février 1911, p. 50).

Au n° 4, page 60, ligne 25, et page 61, ligne 21, au lieu de :  $\rho \delta x \delta y \delta z - S \nabla_{\alpha} \delta y \delta z \delta t$ , lire :  $\rho \delta x \delta y \delta z - S \rho \nabla_{\alpha} \delta y \delta z \delta t$ .

Au n° 7, page 70, ligne 10, au lieu de : mais il faut  $\mu_{ik}$ , lire : mais ce symbole vaut notre  $\mu_{ik}$ ; il en résulte que la fonction caractéristique H que nous venons de calculer est *identique* à celle trouvée par M. Störmer.









## TABLE DES MATIÈRES.

CLASSE DES SCIENCES. — Séance du 1<sup>er</sup> juillet 1911.

### Correspondance.

Manifestation en l'honneur de M. J. Neuberg. — Invitation par l'Académie royale des sciences de Turin à l'inauguration du monument Amedeo Avogadro. — Centième anniversaire de la naissance de Carlo Matteucci. — Pli cacheté. — Remerciements des membres correspondants et associés récemment élus. — Travaux manuscrits à l'examen. — Restitution d'une note à M. L. Godeaux. — Hommages d'ouvrages . . . . .	522
--	-----

### Prix Charles Lemaire.

Liste des ouvrages reçus pour la dixième période (1909-1911) et nomination du jury . . . . .	523
--	-----

### Prix Théophile Gluge.

Prix, pour la cinquième période (1909-1910), décerné au Dr J. De Meyer . . . . .	524
--	-----

### Communications et lectures.

ANALYSE. — <i>Étude des éléments définis d'une manière abstraite comme subissant des transformations induites par la transformation linéaire des variables</i> ; par Jacques Deruyts . . . . .	525
ANALYSE. — <i>Sur les transformations linéaires induites à paramètres rationnels</i> ; par Jacques Deruyts . . . . .	554
CAPILLARITÉ. — <i>Simple remarques sur quelques expériences de M. Palladino (3 fig.)</i> ; par G. Van der Mensbrughe . . . . .	561
CHIMIE. — <i>Sur quelques dérivés fluobromés en C<sub>2</sub></i> (cinquième communication); par Fréd. Swarts . . . . .	563
CHIMIE. — <i>Action de quelques acides organiques sur le formiate de sodium (2<sup>e</sup> note)</i> ; par W. Oechsner de Coninck . . . . .	590
CHIMIE. — <i>Action des acides lactique et tartrique sur l'amidon et la dextrine</i> ; par Oechsner de Coninck et Raynaud . . . . .	592
PHYSIQUE. — <i>Sur l'absence de l'influence de la lumière sur la conductibilité des solutions fluorescentes (2 fig.)</i> ; par S. Pienkowski . . . . .	594
PHYSIQUE. — <i>Sur l'influence de la lumière sur la conductibilité des couches minces d'or et d'argent</i> ; par S. Pienkowski . . . . .	603

Bulletin bibliographique . . . . .	605
Errata. . . . .	606

---

*Il ne sera donné suite aux demandes de combler les lacunes dans les publications de l'Académie, que pour autant que ces lacunes ne remontent pas au delà de cinq ans*

ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE

BULLETIN

DE LA

CLASSE DES SCIENCES

1911 — N° 8



BRUXELLES

HAYEZ, IMPRIMEUR DES ACADEMIES ROYALES DE BELGIQUE

Rue de Louvain, 112

1911





## CLASSE DES SCIENCES

---

*Séance du 5 août 1911.*

M. J. NEUBERG, directeur.

M. le chevalier EDMOND MARCHAL, secrétaire perpétuel.

Sont présents: MM. C. Malaise, M<sup>el</sup> Mourlon, P. Mansion, P. De Heen, C. le Paige, J. Deruyts, L. Fredericq, A. Jorissen, Paul Pelseneer, A. Gravis, A. Lameere, Ch.-J. de la Vallée Poussin, Th. Durand, Max. Lohest, F. Swarts, *membres*; V. Willem, J. Verschaffelt, L. Dollo et Ch. Julin, *correspondants*.

Absences motivées: MM. Ch. Francotte, vice-directeur; Ch. Van Bambeke, G. Van der Mensbrugge et Paul Stroobant.

En annonçant officiellement le décès de M. Walthère Spring, M. le Directeur s'exprime dans les termes suivants :

« La Classe des sciences vient de nouveau d'être cruellement éprouvée; après Plateau, Terby, Dupont, nous voyons disparaître Walthère Spring, qui avait encore assisté à notre dernière séance.

» Spring a succombé le 17 juillet.

» D'après ses dispositions, remontant à 1895, il avait refusé les honneurs académiques et même exprimé le désir d'être enterré dans la plus stricte intimité. Votre Directeur, dans ces circonstances, a dû se borner à exprimer à la famille les sincères condoléances de l'Académie.

» Spring a été à la fois physicien, chimiste, mathématicien, ingénieur, architecte ; on peut dire que dès son jeune âge il s'est appliqué à acquérir dans tous les domaines des connaissances sûres et étendues.

» Les titres scientifiques de notre confrère sont très considérables. Ses études sur les mouvements internes de la matière lui avaient assuré un renom scientifique dès la première heure. La chimie colloïdale lui doit une orientation nouvelle. Les recherches sur la coloration naturelle des eaux sont une œuvre de première importance. Nombreux sont les rapports qu'il a rédigés sur les travaux adressés à l'Académie ; ils sont très consciencieux et d'une grande clarté.

» Je croirais contrevenir aux désirs du défunt en m'étendant plus longuement sur son œuvre. Qu'il me soit cependant permis de répéter ici ces mots de l'un de ses biographes : C'est un grand homme qui disparaît, c'est un grand nom qui reste.

» La Classe des sciences gardera toujours à Spring un pieux souvenir. » (*Assentiment unanime.*)

M. Léon Fredericq, beau-frère du défunt, remercie pour le tribut qui vient d'être payé à la mémoire de son parent, ainsi que pour la lettre de condoléance qu'il a reçue au nom de sa belle-sœur, écrite par le Secrétaire perpétuel.

M. Swarts accepte de rédiger la notice biographique de M. Spring.

---

---

## CORRESPONDANCE.

---

M. le Ministre des Sciences et des Arts fait parvenir une expédition de l'arrêté royal du 27 juin qui approuve l'élection de MM. Frédéric Swarts et Jean Massart en qualité de membres titulaires.



— Le comité d'exécution qui s'est formé à Dôle (Jura) pour l'achat de la maison natale de Pasteur adresse une liste de souscription.

— Hommages d'ouvrages :

Par M. Jean Massart :

*Nos arbres.*

Par Sir George Howard Darwin, associé :

*Scientific papers*, vol. IV.

Par le duc d'Orléans :

*Campagne arctique de 1907* (six ouvrages).

Par M. Charles Murlon :

*La nouvelle industrie des lampes électriques à filaments métalliques.*

Par M. Ernest Lebon :

*Savants du jour : Gabriel Lippmann.* (Présenté par M. Neuberger, avec une note qui figure ci-après.)

— Remerciements.

— Les travaux manuscrits dont les titres suivent seront renvoyés à l'examen :

*Bio-bibliographie de Gemma Frisius, fondateur de l'École flamande de géographie, de son fils Corneille et de ses neveux les Arsenius*; par Fernand Van Ortroy, professeur à l'Université de Gand.

*Sur le plan réglé et les invariants intégraux*; par Th. De Donder. — Commissaires : MM. de la Vallée Poussin et Demoulin.

*Quelques remarques sur le multiplicateur de Jacobi et le multiplicateur généralisé*; par le même. — Mêmes commissaires.

*La nature véritable de l'électricité, du magnétisme des métaux et terrestre*; par Henri Wilmotte. — Commissaire : M. De Heen.

M. Servaas Van Rooyen, conservateur du Musée de La Haye, attire l'attention de la Classe sur une pendule à cinq cadrans,

œuvre de Sarton, de Liège, qui appartient au Musée précité. Il en soumet une photographie. — Renvoi à l'examen de M. le Paige.

---

### NOTES BIBLIOGRAPHIQUES.

---

J'ai l'honneur de présenter à la Classe le 5<sup>e</sup> volume de la collection : *Savants du jour*, publiée par M. Ernest Lebon, lauréat de l'Académie française. Cette nouvelle notice est consacrée à Gabriel Lippmann, l'illustre physicien français; comme les précédentes, elle donne la biographie et la bibliographie analytique des écrits.

Je propose d'adresser à M. E. Lebon des remerciements.

J. NEUBERG.

---

*Les phénomènes thermiques de l'atmosphère (1),*  
par ÉMILE SCHWOERER.

Note par le chevalier EDM. MARCHAL, secrétaire perpétuel de l'Académie.

Comme on le sait, les déplacements, les mouvements de tous genres, provoqués au sein de notre atmosphère par l'action plus ou moins directe de la chaleur solaire agissant comme force motrice, donnent lieu à des phénomènes variés que la thermodynamique explique très nettement et dont l'étude est des plus intéressantes à poursuivre.

Tel est l'objet d'un ouvrage que M. Lagrange a présenté en juin dernier au nom de M. l'ingénieur Émile Schwoerer, de

---

(1) Paris, Gauthier-Villars, 1910; gr. in-8°.

Colmar, ancien préparateur, secrétaire et ami préféré de l'illustre associé Hirn, dont la Classe a eu l'honneur de voir figurer le nom dans ses rangs.

M. Schwoerer avait soumis son travail à l'Académie des sciences de Paris, ce qui lui valut, dans la séance du 1<sup>er</sup> août 1910, un excellent rapport de M. Bouty, lequel a fait ressortir combien les recherches du savant alsacien intéressent surtout au point de vue de l'équilibre adiabatique de l'atmosphère, c'est-à-dire sur le rôle essentiel joué par la vapeur d'eau dans l'élément aérien.

Je n'ai pu résister, Messieurs, au désir d'appeler votre attention sur cet écrit de celui qui, par ses fonctions de préparateur de Hirn, était devenu le bras agissant de ce cerveau si bien organisé, et uniquement en raison de la communion la plus intime à la vie de l'illustre Alsacien. Hirn faisait le plus grand cas de cette jeune et belle intelligence, qui s'était dévouée à ses recherches devenues immortelles.

« Qu'il me soit permis, — dit Hirn dans la préface de ses *Recherches expérimentales sur les lois de l'écoulement et du choc des gaz*, qui figurent si magistralement dans les *Mémoires* de notre Académie (1), — qu'il me soit permis de payer tout d'abord une dette de reconnaissance en remerciant ici publiquement mon jeune secrétaire et préparateur, M. E. Schwoerer, pour son infatigable dévouement et pour le zèle intelligent avec lequel il a concouru à l'achèvement d'une œuvre à la fois pénible et délicate. Plus d'une fois l'aide a relevé des causes de déféctuosité et d'incertitude qui avaient échappé à la vieille expérience du maître! »

D'autre part, Hirn dans sa *Cinétique moderne et le dynamisme de l'avenir*, est encore plus explicite. Parlant des expériences délicates nécessitées par ce travail de réfutation, le savant écrivait : « Elles ont été faites par mon jeune prépara-

---

(1) Coll. in-4<sup>o</sup>, t. LXVI, 1884-1886, 217 pp., 7 fig., 3 planches.

teur, E. Schwoerer, que je remercie ici publiquement. Bien que je n'aie pu y assister, je puis en garantir l'entière exactitude. »

Je crois pouvoir ajouter que les *surchauffeurs Schwoerer*, résultant de ses calculs, ont été dernièrement honorés de la grande médaille d'or de la Société française d'encouragement pour l'industrie nationale. Cette haute récompense est réservée, d'après les statuts, aux auteurs français et étrangers dont les travaux ont exercé la plus grande influence sur les progrès de l'industrie française au cours des six précédentes années.

On voit que l'élève s'est déjà rendu digne du maître qui l'honorait de ses conseils et de son amitié.

---

### CONCOURS ANNUEL.

---

Deux mémoires ont été reçus avant le 1<sup>er</sup> août.

Le premier répond à la première question du programme de la Section des sciences mathématiques et physiques :

*Exposer et coordonner nos connaissances relatives à la constitution physique du Soleil.* — Commissaires : MM. le Paige, Lagrange et P. Stroobant.

L'autre mémoire répond à la quatrième question :

*On demande de nouvelles recherches sur les développements des fonctions (réelles ou analytiques) en séries de polynomes.*

Il a pour titre : *Sur l'ordre de la meilleure approximation des fonctions continues par des polynomes de degré donné.* — Commissaires : MM. de la Vallée Poussin et Demoulin.

---

---

PRIX DE SÉLYS LONGCHAMPS.

(Deuxième période : 1906-1911.)

*La faune belge.*

Rapport collectif des trois commissaires, MM. Pelseneer, Lameere et Willem.

« Un seul mémoire a été adressé à l'Académie en vue du concours ouvert pour le prix de Sélys : c'est un travail inédit de M. Bondroit, intitulé : *Les Fourmis des bassins de la Meuse et de l'Escaut et leurs hôtes.*

Un ouvrage manuscrit mérite naturellement d'attirer d'une façon toute particulière l'attention du jury, car la fondation du prix a peut-être suscité les recherches dont il expose les résultats.

Le travail en question est honorable et bien fait ; il mentionne des découvertes intéressantes pour notre faune, tant parmi les Fourmis que parmi leurs hôtes ; mais son importance n'est pas en rapport avec le prix à décerner.

L'Académie doit, en effet, à la mémoire du vénéré fondateur du prix de Sélys, de n'accorder celui-ci qu'à des travaux fauniques qui soient, à la fois par leur étendue et leur caractère approfondi, réellement dignes d'une récompense aussi considérable. Le jury se trouve donc obligé d'écarter les ouvrages de moindre importance, le prix ne pouvant pas être divisé.

C'est pourquoi, tout en rendant hommage aux mérites du travail qui nous a été soumis, nous le considérons comme insuffisant pour recevoir le prix en vue duquel il a été envoyé.

Le jury a dû, dès lors, s'enquérir des publications parues sur la faune belge pendant la période en cours (c'est-à-dire pendant les dix années précédentes), et que leurs auteurs — par oubli ou par modestie — n'ont pas adressées à l'Académie.

Mais il n'a pas rencontré de travaux de l'ampleur voulue

parmi ceux qui traitent de la faune actuelle. Aussi, se conformant à l'avis interprétatif de la Classe (d'après laquelle « les mots « faune belge » ne doivent pas nécessairement être entendus dans le sens de faune actuelle »), a-t-il examiné également ceux qui portent sur les faunes antérieures.

Ici son attention a été arrêtée par les mémoires de M. Maurice Leriche sur les Poissons tertiaires de Belgique, dont trois parties (correspondant respectivement aux Poissons paléocènes, éocènes et oligocènes) ont déjà paru, publiées en 1902, 1905 et 1908, donc pendant la période écoulée.

Auparavant, les Poissons fossiles de notre pays n'avaient pas été l'objet de monographies véritables; et à part l'étude entreprise par R. Storms et interrompue par sa mort, on ne possédait guère, à leur sujet, que de simples listes dressées par les géologues stratigraphes.

L'œuvre de M. Leriche est un travail de longue haleine, formant déjà trois grands mémoires dont chacun constitue un tout distinct, et dont la publication a demandé huit années. Elle passe en revue des matériaux considérables qui sont décrits et figurés méthodiquement et soigneusement; elle fait connaître, pour les trois périodes géologiques envisagées, environ 150 espèces, dont un cinquième ont été découvertes et nommées par l'auteur, et qui ont nécessité la création de trois nouveaux groupements génériques et subgénérique.

Enfin, dans ce travail, la partie purement descriptive est accompagnée de considérations générales intéressantes, dont les ouvrages fauniques sont trop souvent dépourvus, et qui se rapportent notamment au genre de vie des organismes, aux relations des faunes successives entre elles et à leur descendance.

Le jury, d'un avis unanime, demande à la Classe d'attribuer le prix de Sélvs Longchamps pour la seconde période aux trois mémoires sur les Poissons tertiaires de Belgique par M. M. Leriche, professeur à l'Université libre de Bruxelles.

Il propose, en même temps, que le manuscrit de M. Bondroit soit remis à son auteur, afin qu'il puisse le faire paraître dans un recueil mieux approprié que les publications de l'Académie, aux travaux spéciaux d'entomologie. »

— Ces conclusions sont adoptées.

---

---

## RAPPORTS.

---

*Neueste Methode zur Lösung von cubische Gleichungen,*  
VON J. CLAREN.

**Rapport de M. P. Mansion.**

« L'auteur résout quelques équations du troisième degré ayant trois racines réelles dont une au moins est entière ou fractionnaire, par le procédé indirect suivant : il remplace l'inconnue par une expression de la forme  $a + \sqrt{b + cz}$ ,  $z$  étant une nouvelle inconnue; ensuite, il résout l'équation en  $z$  en rendant le radical rationnel ou en égalant à zéro un facteur rationnel  $z - d$  qui se rencontre dans le premier membre de l'équation en  $z$ .

Il est évidemment beaucoup plus simple de résoudre ces équations par la méthode élémentaire connue au moins depuis la *Géométrie* de Descartes (1637).

Le travail de M. Claren est sans aucune valeur scientifique et nous en proposons le dépôt aux archives. »

— Adopté.

---

— Sur l'avis verbal de M. Mansion, le travail : *Émancipation de la théorie des parallèles ou accomplissement final de la géométrie euclidienne*, par Charles Michaux, sera déposé aux archives.

---

*Nouvelles recherches sur les protéoses*, par Edgard Zunz.

**Rapport de M. Léon Fredericq, premier commissaire.**

« Le travail que nous soumet le D<sup>r</sup> Zunz est une étude expérimentale et critique très documentée sur le mode de préparation et les propriétés physiques, chimiques et physiologiques des différentes *protéoses*. L'auteur arrive à la conclusion assez décourageante que les fractions les mieux caractérisées des produits de désintégration des albuminoïdes, notamment l'*hétéroalbumose*, la *protalbumose*, la *thioalbuminose* et la *synalbumose* de Pick, représentent, non des individus chimiques, mais des mélanges complexes dont la classification chimique et biologique est encore impossible. Le mémoire de M. Zunz est riche en documents nouveaux et intéressants. Il est fait avec la méthode et la conscience qui caractérisent les travaux de ce chercheur.

Je propose à la Classe d'adresser des remerciements à l'auteur et d'insérer son intéressant travail dans le *Bulletin* de la séance. »

M. V. Willem, second commissaire, déclare se rallier aux conclusions du premier rapporteur, qui sont adoptées par la Classe.

---

---

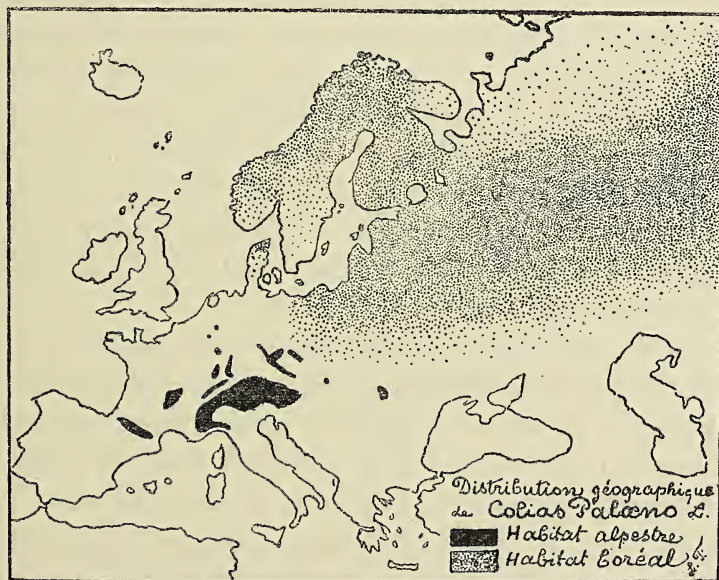


## Vœu pour la création d'une réserve nationale au plateau de la Baraque-Michel,

par M. LÉON FREDERICQ, membre de l'Académie.

Dans un discours prononcé dans la séance publique de la Classe des sciences, le 16 décembre 1904, j'ai eu l'honneur d'appeler l'attention sur l'existence, au plateau de la Baraque-Michel, d'une colonie d'animaux et de plantes franchement glaciaires, dont les analogues ne se retrouvent que dans le Nord ou sur les montagnes du centre de l'Europe.

Parmi les exemples d'espèces arctiques-alpines citées, je me borne à rappeler celui du *Colias Palaeno*, ce papillon jaune soufré dont la distribution géographique est si curieuse. Il suffit de jeter un coup d'œil sur la carte ci-jointe pour constater



(Voir *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* [Classe des sciences], n° 12, 1904, p. 1274, fig. 2.)

que la Baraque-Michel constitue pour cette belle espèce comme un poste avancé, distant de plusieurs centaines de kilomètres de ses stations les plus rapprochées du côté du Nord ou de l'Est. Un voyageur quittant Herbesthal, gare frontière voisine du Plateau de la Baraque-Michel, devrait traverser toute l'Allemagne et rouler au moins pendant quinze heures en train rapide avant d'atteindre vers l'Est les premiers points de la Prusse orientale où le papillon retrouve ses conditions d'habitat. Le *Vaccinium uliginosum*, l'Airelle des fanges, plante sur laquelle vit la chenille du *Palaeno*, présente une distribution analogue, quoique un peu moins spécialisée.

Comme vous le savez, la faune et la flore arctiques-alpines, spéciales à la Haute-Ardenne, doivent être considérées comme des restes de l'ancienne population animale et végétale qui vivait ici à l'époque glaciaire et qui s'est maintenue au point culminant de notre territoire, grâce aux conditions exceptionnelles du climat.

Or cette flore et cette faune glaciaires si caractéristiques, l'un des joyaux scientifiques de notre pays, sont menacées d'une extinction prochaine, si l'on pousse à l'extrême les travaux d'assèchement et de plantation poursuivis depuis quelques années avec activité par l'État et par les communes. Partout les plantations d'*Epicea* avec leur sous-bois absolument nu remplaceront bientôt la végétation de la fagne tourbeuse; les « coupe-feux » seuls nous conserveront peut-être quelques échantillons échappés au massacre.

La région est d'ailleurs également intéressante au point de vue géologique et anthropologique. Le grand Bongard est le seul point du territoire belge où le granit arrive au jour; et c'est sous la tourbe voisine du Noir Flohay et de la Baraque que M. de Munck a recueilli ses fameux éolithes tertiaires.

J'ajoute que les fagnes du Plateau de la Baraque-Michel constituent l'une des rares régions de notre territoire où s'est maintenu intact le caractère primitif et original du paysage,

l'homme n'y ayant commencé à contrarier la nature que tout récemment. C'est là qu'on peut encore goûter le charme si poétique et si sauvage de la Haute-Ardenne.

Depuis quelques années, un mouvement vigoureux d'opinion s'est dessiné tant dans notre pays qu'à l'étranger en faveur de mesures destinées à protéger contre le vandalisme utilitaire les régions intéressantes au point de vue pittoresque et scientifique (les monuments naturels — Naturdenkmalpflege — comme disent les Allemands). Dans cet ordre d'idées, le Gouvernement prussien a créé plusieurs réserves nationales. La plus récente de ces réserves, celle qui nous intéresse particulièrement, comprendra la région du *Hohes Venn* ou de la Haute-Fagne allemande, limitrophe de notre frontière, sur la rive droite de la Helle, en continuité avec le Domaine de l'État belge situé sur la rive gauche de la même rivière.

Le Gouvernement belge (1) et la commune de Jalhay paraissent disposés à entrer dans la même voie. Je demande à la Classe des sciences de l'Académie, au nom de mes collègues s'occupant de sciences naturelles, de donner à ce mouvement l'encouragement de sa haute autorité, en recommandant à l'État et aux communes la création au plateau de la Baraque-Michel d'une ou de plusieurs réserves, suffisamment étendues, où tout travail d'assèchement ou de boisement, où toute intervention humaine seraient interdits. La Classe des sciences a d'ailleurs déjà manifesté ses sympathies pour cette idée. En 1905, elle décidait de transmettre à M. le Ministre de l'Agriculture un rapport de notre regretté collègue Léo Errera, sur le Congrès international de botanique de Vienne, dans lequel l'auteur préconisait la création de réserves nationales dans les régions les plus caractéristiques de notre pays.

---

(1) Voir : Conseil supérieur des forêts. Conservation du caractère naturel de parcelles boisées ou incultes. Rapport de la Commission spéciale, par C. BOMMER. Bruxelles, 1902.

Je vous propose de faire vôtre ce vœu de Léo Errera, en l'appliquant spécialement à la région la plus menacée de notre pays, celle des Hautes-Fagnes.

— A la suite de cette communication, la proposition suivante est mise aux voix et adoptée à l'unanimité pour être transmise à M. le Ministre de l'Agriculture et des Travaux publics :

« *La Classe des sciences de l'Académie royale de Belgique recommande à l'État et aux communes la création de réserves au Plateau de la Baraque-Michel, de manière à y conserver sur une étendue suffisante l'aspect si caractéristique et si pittoresque des Hautes-Fagnes et d'y préserver la flore et la faune glaciaires, menacées d'une destruction prochaine par les travaux d'assèchement et de boisement.* »

---

PHYSIQUE MOLÉCULAIRE. — **Recherches sur la viscosité de mélanges liquides binaires au voisinage de la température critique de dissolution,**

par PAUL DRAPIER.

1. — INTRODUCTION.

Si les recherches relatives au frottement intérieur des mélanges liquides binaires sont nombreuses, la littérature se rapportant aux mesures de ce frottement, dans le voisinage immédiat de la température critique de dissolution, au-dessus et en dessous de cette température, est des plus restreintes.

En dehors d'une courte note de Scarpa (1) sur la viscosité des mélanges d'eau et de phénol, où le frottement intérieur des mélanges de ces deux liquides a été étudié à la température critique de dissolution et au-dessus, je ne connais qu'un seul travail de quelque étendue, celui de J. Friedländer (2).

Les recherches de ce dernier auteur ont porté sur des mélanges de phénol et d'eau, d'acide isobutyrique et d'eau, de benzol, d'eau et d'acide acétique, et ont été poursuivies jusqu'au-dessous de la température critique de dissolution.

Des recherches sur la viscosité dans le voisinage de la région de démixtion me semblent pourtant présenter un intérêt particulier au point de vue de la théorie cinétique des mélanges liquides, et plus en particulier au point de vue de savoir si les lois d'additivité, qui paraissent assez bien vérifiées aux températures plus élevées (3), subsistent encore dans le voisinage de la région de démixtion.

---

(1) SCARPA, *Journ. de chim. phys.*, t. II, p. 447, 1904.

(2) FRIEDLÄNDER, *Zeitschr. f. physik. Chem.*, t. XXXVIII, p. 399, 1901.

(3) Voir, par exemple : DRUCKER u. KASSEL, *Zeitschr. f. physik. Chem.*, t. LXXVI, p. 367, 1911.

Les travaux de Scarpa et de Friedländer ont prouvé que dans le voisinage de cette région il se manifeste des écarts notables à la loi d'additivité; mais comme ces auteurs ont opéré sur des substances anormales, c'est-à-dire associées, il se pourrait que ces écarts doivent être attribués à cette anomalie. Voilà pourquoi j'ai cru qu'il serait utile de reprendre ces recherches sur des mélanges de liquides considérés comme normaux.

Les substances que j'ai choisies sont : l'hexaméthylène, le nitrobenzol, l'aniline et l'hexane normal, et j'ai opéré sur des mélanges d'hexaméthylène et d'aniline, et de nitrobenzol et d'hexane. J'ai choisi ces systèmes parce que la température critique de dissolution est facile à atteindre : 13°,3 pour le premier système, 19°,2 pour le second.

## 2. — DISPOSITIFS EXPÉRIMENTAUX ET MÉTHODE OPÉRATOIRE.

Comme tous les auteurs qui se sont occupés de la détermination de la viscosité des mélanges liquides, c'est de la méthode par écoulement par des tubes capillaires que je me suis servi. Le procédé employé est celui d'Ostwald, c'est-à-dire que la viscosité était mesurée à l'aide d'un viscosimètre, par application de la formule

$$\frac{\eta}{t\delta} = k,$$

où  $\eta$  est le coefficient de viscosité,  $t$  la durée d'écoulement d'un volume déterminé de liquide,  $\delta$  la densité;  $k$  est une constante caractéristique de l'appareil, que l'on détermine une fois pour toutes en opérant sur un liquide dont la viscosité a été déterminée en mesure absolue, par exemple de l'eau, dont la viscosité a été déterminée avec grande exactitude par Thorpe et Rodger (1).

---

(1) THORPE a. RODGER, *Phil. Trans.*, t. CLXXXV, II, A, p. 397, 1895.

*Viscosimètre.* — Le viscosimètre dont je me suis servi est en principe celui qui est décrit dans le *Lehrbuch der praktischen Physik* de Kohlrausch (édition 1910, p. 258). Il se compose (fig. 1) d'un long capillaire de (30 centimètres) surmonté d'une ampoule K portant deux traits de repère  $r_1$  et  $r_2$ , entre lesquels on détermine le temps de passage du liquide. K est surmonté d'un tube assez large  $ab$  (1). Sous le capillaire, en  $e$ , se trouve un tube  $ef$  de même largeur que  $ab$ , qui plonge dans un flacon à col étroit renfermant la solution à étudier.

Dans une seconde série de recherches, où nous plongeons l'appareil entièrement dans l'eau, nous ne pouvions plus laisser subsister l'ouverture entre  $e$  et le flacon. Aussi avons-nous soudé en  $e$  un réservoir R qui porte latéralement un long tube vertical  $t$  terminé par un entonnoir cylindrique E.

Un trait de repère  $r_3$  est gravé sur R. On amène toujours le liquide à hauteur de  $r_3$  avant de commencer les mesures.

L'écoulement se fait ainsi toujours dans les mêmes conditions dans toutes les expériences.

L'appareil ainsi disposé est fragile : on en a augmenté la solidité à l'aide d'une cale  $c$  reliant  $t$  au capillaire.

Nous nous sommes servi dans le cours de nos recherches de plusieurs viscosimètres de calibres différents. On trouvera dans

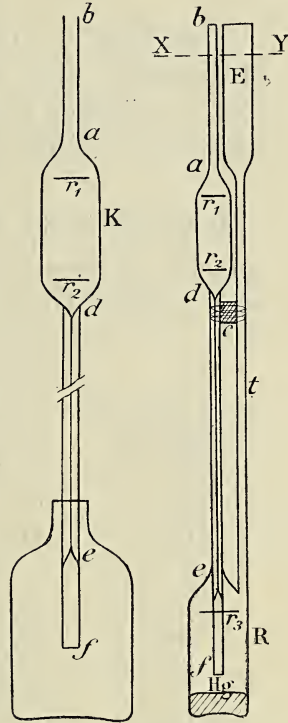


FIG. 1 et 2.

(1) J'avais d'abord prolongé  $ab$  par un capillaire pour éviter l'évaporation. Mais celle-ci n'est pas sensible et le capillaire gêne la rentrée de l'air; aussi l'ai-je supprimé.

nos tableaux, pour chaque appareil, la constante  $k$  avec, en indice, l'unité de temps — en secondes — à laquelle elle est rapportée.

*Thermostat.* — La viscosité d'un liquide donné varie considérablement avec la température; aussi fallait-il maintenir celle-ci constante pendant toute la durée des expériences. Je me suis servi à cet effet de deux thermostats dont voici les principes :

*Dispositif A* (fig. 3). — Le viscosimètre se trouve dans un premier manchon de verre  $m$ , fermé en haut par le bouchon  $a$  et, à environ 10 centimètres du fond, par le bouchon  $b$ . On divise ainsi  $m$  en deux parties : A où se trouve de l'eau dont la température, qui est celle du viscosimètre, est donnée par le thermomètre  $t$ , et B, où s'introduit le flacon à mélange, qui est à une température voisine de celle de A. On introduit le flacon, renfermant la solution préparée à un titre connu par pesée, dans B après l'avoir porté à une température supérieure à celle de A. Le flacon est toujours rempli au même niveau et est soutenu par le bouchon  $c$ , muni d'une rainure  $r$  pour l'échappement de l'air lors de l'écoulement du mélange.

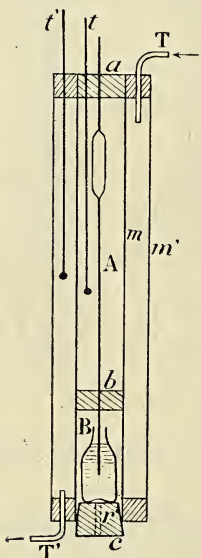


FIG. 3.

Le manchon  $m$  est entouré d'un second manchon  $m'$ , fermé haut et bas de bouchons percés de trous pour le passage des tubes T et T' et du thermomètre  $t'$ . De l'eau entre par T et sort par T', après avoir passé par un serpentin placé dans un thermostat ordinaire, où elle prend la température voulue notée en  $t'$  et qu'on règle par la vitesse du courant d'eau. Cette vitesse est constante, pendant une mesure parce qu'on fait s'écouler l'eau sous niveau constant grâce à un système à trop-plein.



*Dispositif B* (fig. 4). — Le thermostat est une cuve parallélépipédique en cuivre, d'une capacité de 70 litres environ, dont deux faces opposées sont de verre. J'ai eu quelques difficultés à rendre étanches les joints de ces faces de verre avec le cuivre de l'appareil. Pour y arriver, j'ai fait usage d'un mastic renfermant une très forte proportion de cire à cacheter dont on usait comme d'un mastic ordinaire, mais qu'on faisait fondre, après mise en place, en le chauffant à une température convenable, pas trop élevée cependant, pour ne pas mettre la paroi de verre en danger.

Le régulateur du thermostat était un petit régulateur ordinaire d'Ostwald, dont le mercure avait été partiellement remplacé par du toluol afin de le rendre plus sensible.

L'agitation de l'eau du thermostat se faisait par une espèce d'hélice mue par un petit moteur électrique à axe vertical, supporté directement par le thermostat par une traverse en bois, munie d'une console. On évitait ainsi toute transmission par courroie. On réglait la vitesse du moteur par une lampe mise en série.

Le viscosimètre est soutenu par un support en bois, dans lequel il est serré par deux vis de serrage et placé dans le thermostat. Il y plonge jusqu'au niveau XY (fig. 2).

Comme on le voit sur la photographie (fig. 4), l'appareil permet l'emploi simultané de deux viscosimètres.

On lit la température — fixe à  $0^{\circ},01$  — sur un grand thermomètre au dixième de degré fixé sur le bord du thermostat.

*Manipulation.* — Dans le cas du dispositif A, le mélange préparé par pesées dans le flacon était rendu homogène par élévation de température, introduit dans l'espace B (fig. 3) et soutenu par *c* après que la température eût été amenée à être supérieure à la température de démixtion. On aspirait alors par un tube en caoutchouc, de façon à amener le liquide au-dessus du trait de repère  $r_1$  (fig. 1), et puis on le laissait s'écouler librement.

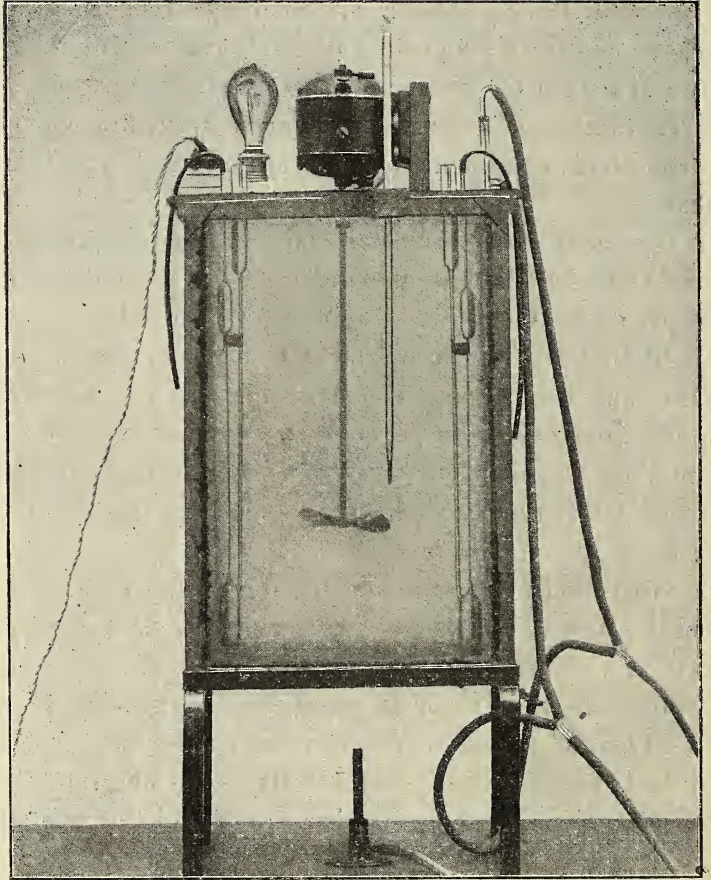


FIG. 4.

Dans le cas du dispositif B, l'appareil était introduit dans le thermostat réglé pour une température supérieure à la température de démixtion du mélange. On l'y laissait un certain temps pour qu'il pût prendre cette température. Le mélange, préparé par pesée dans un récipient séparé et rendu homogène par chauffage, était versé en E, d'où il tombait en R sans cesser d'être homogène. Pour l'amener à avoir son niveau en  $r_3$ , on versait par E une quantité convenable de mercure bien distillé. Ce mercure pouvait en outre servir à rétablir l'homogénéité, au cas où la température était devenue trop basse; il permettait encore de conserver le mélange sans évaporation, en versant le contenu du viscosimètre dans un petit flacon, que l'on bouchait et retournait : on avait ainsi un joint à mercure. Le reste de la manipulation se faisait comme pour le dispositif A.

Pour faire les mesures, j'observais le passage du liquide aux repères  $r_1$  et  $r_2$ , à travers la lunette d'un cathétomètre, et je mesurais les temps d'écoulement au moyen d'un chronomètre au  $\frac{1}{5}$  de seconde.

*Nettoyage du viscosimètre.* — Après chaque série de mesures, le viscosimètre était nettoyé soigneusement, trois fois à l'alcool absolu et ensuite deux fois à l'éther anhydre, rectifié sur du sodium métallique. Cette précaution était indispensable, car la moindre impureté dans le tube amène des troubles considérables dans l'écoulement. En outre, l'éther ordinaire, qui n'a pas été lavé à l'acide sulfurique et séché sur le sodium, renferme toujours quelques traces d'impuretés (matières organiques), qu'il dépose en s'évaporant, ce qui souillerait le tube.

### 3. — CORPS ET SYSTÈMES ÉTUDIÉS.

J'ai déjà indiqué dans l'introduction quels sont les substances et les systèmes sur lesquels j'ai opéré.

On sait que les moindres traces d'impuretés ont sur toutes les propriétés physiques des corps des effets considérables :

aussi ai-je été heureux de profiter de l'obligeance de M. Timmermans, qui a bien voulu mettre à ma disposition les produits qu'il avait purifiés et rectifiés par les méthodes suivantes.

1. *Hexaméthylène* :  $C_6H_{12}$ . — A été préparé en partant du benzène pur, exempt de thiophène, fourni par la maison Kahlbaum, de Berlin. On a hydrogéné ce benzène sur le nickel réduit (méthode de Sabatier).

Le produit ainsi obtenu a été purifié de son contenu en benzène par une série de traitements par un mélange d'acide sulfurique concentré et d'acide nitrique fumant, jusqu'à ce que dans ce traitement il ne se colorât plus en jaune par formation de composés nitrés. Les dernières traces de benzène ont été enlevées par congélation fractionnée.

On a alors desséché le produit sur de l'anhydride phosphorique, puis on l'a fractionné au bain-marie avec un déphlegmateur à huit sections de Thomas et Young.

Les constantes physiques ont alors été mesurées et sont les suivantes :

Température d'ébullition . . . . .	68°,95
Point de congélation . . . . .	5°,50

2. *Aniline* :  $C_6H_5NH_2$ . — A été purifiée en partant d' « Anilin aus Sulfat » de la maison Kahlbaum. On a d'abord desséché le produit par un contact prolongé avec de la potasse. On l'a ensuite décanté, puis fractionné avec un déphlegmateur à trois sections de Thomas et Young. Les constantes physiques mesurées sont :

Point de congélation . . . . .	6°,48
Densité (0.4). . . . .	1,03875

3. *Hexane* :  $C_6H_{14}$ . — A été purifié en partant d' « Hexan aus Propyliodid » de la maison Kahlbaum. On a d'abord traité

le produit par un mélange d'acides sulfurique concentré et nitrique fumant. On l'a ensuite desséché sur l'acide sulfurique et distillé avec un déphlegmateur de Thomas et Young à huit sections.

Température d'ébullition : 68°,85.

4. *Nitrobenzol* :  $C_6H_5NO_2$ . — A été purifié en partant d'un produit Kahlbaum préparé à l'aide de benzol cristallisable. On s'est contenté de fractionner le produit avec un déphlegmateur à trois sections.

Température d'ébullition : 209°.

#### 4. — EXPOSÉ DES RÉSULTATS NUMÉRIQUES.

J'ai indiqué dans les tableaux suivants et pour chaque corps étudié les résultats de mes expériences, ainsi que les données utiles au calcul :  $t$  indique le temps d'écoulement entre les repères,  $\delta$  la densité,  $\tau$  la viscosité et  $\varphi = \frac{1}{\eta}$  la fluidité.

Les densités pour les corps purs ont été empruntées à des tables de constantes physiques (Landolt-Börnstein).

Pour les mélanges, les densités ont été calculées par la règle des mélanges :

$$\frac{m_1 + m_2}{\delta} = \frac{m_1}{\delta_1} + \frac{m_2}{\delta_2},$$

$m_1$  et  $m_2$  étant les masses des deux constituants entrant dans le mélange,  $\delta_1$  et  $\delta_2$  leurs densités;  $\delta$  est la densité du mélange. Je me suis, en effet, rendu compte par l'expérience que l'erreur ainsi faite était inférieure à celle résultant de la mesure des temps d'écoulement. Tel est d'ailleurs aussi le cas dans les recherches de Friedländer.

Les chiffres donnés sont tous la moyenne de trois mesures suffisamment concordantes. L'erreur est de l'ordre du  $1/2$  pour cent.

A. — CORPS PURS.

Température.	$t$ en $1/8$ sec.	$\delta$	$\tau_1$	$\varphi$
<i>Hexaméthylène</i> $k_{1/8} = 429 \times 10^{-7}$				
17°	306	0,7808	0,0103	97,1
22	281	0,7761	0,0093	107,5
27	260	0,7717	0,0086	116,3
32	240	0,7666	0,0079	126,6
35	231	0,7639	0,0075	133,3
<i>Aniline</i> : $k_{1/8} = 429 \times 10^{-7}$				
19	1020	1,020	0,0446	22,4
23	888	1,015	0,0387	25,8
26	810	1,012	0,0352	28,4
29	740	1,010	0,0321	31,2
32	678	1,009	0,0293	34,1
35,5	615	1,008	0,0266	37,6
<i>Nitrobenzol</i> : $k_{1/8} = 429 \times 10^{-7}$				
13,5	439	1,2085	0,0227	44,1
18	401	1,204	0,0207	48,3
23	368	1,199	0,0189	52,9
28	338	1,195	0,0173	57,8
32	318	1,191	0,0163	61,3
35	304	1,188	0,0155	64,5

CORPS PURS (suite).

Température.	<i>t</i> en sec.	$\delta$	$\eta$	$\varphi$
<i>Hexane</i> : $k_1 = 600 \times 10^{-7}$				
16,35	81,3	0,663	0,00328	310
18,55	80,7	0,661	0 00320	313
20,00	80,4	0,660	0,00318	314
21,40	79,2	0,659	0,00313	319
23,22	78,7	0,657	0,00310	323

**B. — MÉLANGES.**

*a)* Nitrobenzol et hexane. — Les concentrations *c* sont indiquées en % de nitrobenzol.

J'ai employé les abréviations suivantes : (*o*) opalescence, (*b. c.*) brouillard critique, (*t. c.*) trouble critique.

Comme on le voit, je n'ai pas fait usage de ces abréviations dans le cas des mélanges d'aniline et d'hexaméthylène. C'est qu'en opérant sur ces derniers mélanges je ne pensais pas encore tracer la courbe des viscosités de démixtion en fonction de la température.

*b)* Aniline et hexaméthylène. — Les concentrations *c* sont indiquées en % d'aniline.

*Mélanges de nitrobenzol et d'hexane.*

Température.	<i>t</i> en sec.	$\delta$	$\eta$	$\varphi$
<i>c</i> = 24,2 % <i>k</i> <sub>1</sub> = 600.10 <sup>-7</sup>				Fig. 4 et 6
16,90	94,4	0,745	0,00422	237
18,45	93,0	0,743	0,00415	244
20,02	91,6	0,742	0,00408	245
21,42	90,0	0,740	0,00400	250
23,15	89,0	0,739	0,00395	253
<i>c</i> = 36,5 % <i>k</i> <sub>1</sub> = 600.10 <sup>-7</sup>				Fig. 4 et 6
25,10	98,0	0,786	0,00462	216
22,85	100,8	0,788	0,00477	210
20,50	103,8	0,790	0,00492	203
18,55	107,2	0,791	0,00509	196
17,70	108,0	0,792	0,00513	195
17,50	108,0	0,792	0,00513	195
17,42 ( <i>b. c.</i> )	115,8	0,792	0,00550	182
<i>c</i> = 44,6 % <i>k</i> <sub>1</sub> = 600.10 <sup>-7</sup>				Fig. 4 et 6
25,00	104,7	0,822	0,00516	194
23,42	107	0,824	0,00529	189
22,02	109,1	0,825	0,00540	185
20,62	111,3	0,826	0,00552	187
19,08	116,1	0,828	0,00577	173
18,87 ( <i>o</i> )	122,1	0,828	0,00607	165



*Mélanges de nitrobenzol et d'hexane (suite).*

Température.	<i>t</i> en sec.	$\delta$	$\eta$	$\varphi$
<i>c</i> = 50,7 % <i>k</i> <sub>1</sub> = 600.10 <sup>-7</sup> Fig. 4 et 6				
25,20	118,5	0,851	0,00605	165
23,70	121,4	0,852	0,00621	161
21,60	127,1	0,854	0,00651	154
20,50	135,9	0,855	0,00697	143
19,40 ( <i>t. c.</i> )	146,2	0,856	0,00751	133
<i>c</i> = 54,2 % <i>k</i> <sub>1</sub> = 600.10 <sup>-5</sup> Fig. 4 et 6				
25,40	123,7	0,869	0,00645	155
23,25	127,3	0,871	0,00665	150
21,70	132,3	0,872	0,00692	145
20,125 ( <i>o</i> )	145,1	0,874	0,00761	131
19,92 ( <i>t. c.</i> )	151,8	0,874	0,00796	126
<i>c</i> = 64,4 % <i>k</i> <sub>1</sub> = 600.10 <sup>-7</sup> Fig. 4 et 6				
24,92	134,5	0,921	0,00747	134
22,90	139,1	0,928	0,00775	129
20,95	143,4	0,929	0,00799	125
18,75	148,8	0,932	0,00832	120
18,30 ( <i>t. c.</i> )	153,9	0,932	0,00861	116

Mélanges de nitrobenzol et d'hexane (suite).

Température.	$t$ en sec.	$\delta$	$\eta$	$\varphi$
$c = 70,8 \%$ $k_1 = 600 \cdot 10^{-7}$ Fig. 4 et 6				
25,1	144,4	0,965	0,00836	120
23,3	148,5	0,966	0,00861	116
21,6	151,7	0,968	0,00881	114
19,9	154,3	0,969	0,00897	111
18,5	158,1	0,971	0,00921	109
15,8	164,9	0,973	0,00963	104
14,8 (t. c.)	171,2	0,974	0,0100	100
$c = 79,6 \%$ $k_1 = 600 \cdot 10^{-7}$ Fig. 4 et 6				
24,30	167,5	1,025	0,0103	97,1
22,73	171,1	1,026	0,0105	95,2
20,51	176,7	1,029	0,0109	91,7
18,44	180,9	1,031	0,0112	89,3
16,67	186,4	1,033	0,0115	87,0
15,09	189,7	1,035	0,0118	84,7

*Mélanges d'hexaméthylène et d'aniline.*

Température.	$t$ en $\frac{1}{3}$ sec.	$\delta$	$\eta$	$\varphi$
$c = 72,78 \%$ $k_{1/3} = 429 \cdot 10^{-7}$ Fig. 8 et 10				
27,9	475	0,933	0,0190	52,6
30,0	449	0,931	0,0179	55,9
33,0	417	0,929	0,0165	60,6
36,0	386	0,927	0,0153	65,4
$c = 58,75 \%$ $k_{1/3} = 429 \cdot 10^{-7}$ Fig. 8 et 10				
31,6	394	0,894	0,0151	66,2
31,9	385	0,894	0,0148	67,6
32,4	377	0,893	0,0144	69,4
33,6	363	0,892	0,0139	71,9
36,5	335	0,890	0,0127	78,7
$c = 52,1 \%$ $k_{1/3} = 429 \cdot 10^{-7}$ Fig. 8 et 10				
29,6	440	0,879	0,0166	60,2
31,0	390	0,878	0,0147	68,0
32,0	373	0,877	0,0140	71,4
35,0	340	0,875	0,0127	78,7
37,0	325	0,873	0,0122	82,0

*Mélanges d'hexaméthylène et d'aniline (suite).*

Température.	$t$ en $\frac{1}{8}$ sec.	$\delta$	$\eta$	$\varphi$
$c = 45,63 \%$ $k_{1/8} = 429.10^{-7}$ Fig. 8 et 10				
31,5	385	0,862	0,0142	70,4
32,5	353	0,861	0,0130	76,9
36,0	311	0,858	0,0114	87,7
37,0	302	0,857	0,0111	90,1
$c = 42,85 \%$ $k_{1/8} = 429.10^{-7}$ Fig. 8 et 10				
31,0	413	0,856	0,0152	65,8
32,5	350	0,855	0,0128	78,1
34,0	316	0,853	0,0115	87,0
36,0	290	0,852	0,0106	94,3
37,0	284	0,851	0,0104	96,2
$c = 28,45 \%$ $k_{1/8} = 429.10^{-7}$ Fig. 8 et 10				
30,6	304	0,824	0,0107	93,5
31,0	292	0,824	0,0103	97,1
33,0	277	0,822	0,0098	102,0
35,0	264	0,820	0,0093	107,5
37,0	254	0,819	0,0089	112,4

5. — REPRÉSENTATION GRAPHIQUE DES RÉSULTATS.

J'ai construit divers diagrammes pour représenter graphiquement les résultats numériques du chapitre précédent. Ces diagrammes sont de deux espèces : les uns se rapportent aux viscosités, les autres aux fluidités. Chacun de ces diagrammes est d'ailleurs double : à gauche les températures sont portées en abscisses (courbes d'égale composition), à droite les concentrations en poids (isothermes).

Les figures 5 à 8 représentent les résultats de mes propres observations : 5 et 6 se rapportent aux mélanges de nitrobenzol et d'hexane, 7 et 8 aux mélanges d'hexaméthylène (ou cyclohexane) et d'aniline. Dans les figures 9 et 10, je donne un aperçu des résultats de M. Friedländer relatifs aux mélanges d'acide isobutyrique et d'eau, et de phénol et d'eau ; j'ai déduit de ses résultats numériques les valeurs des fluidités et je les ai représentées en courbes de concentration et en isothermes.

Ce sont les diagrammes de fluidité qui sont les plus commodes à interpréter : c'est surtout eux que j'envisagerai.

*Courbes d'égale concentration.* — Comme on le voit sur les diagrammes 6 et 8, la fluidité des corps purs normaux est sensiblement représentée par une ligne droite en fonction de la température, du moins dans les limites assez étroites de température considérées. La viscosité serait par conséquent représentée par une hyperbole équilatère.

Les équations en sont, au degré d'exactitude de nos mesures :

$$\text{Aniline : } \varphi = 23,5 + 0,87 (t-20), \eta = \frac{1,15}{t+7}$$

$$\text{Nitrobenzol : } \varphi = 50,0 + 0,95 (t-20), \eta = \frac{1,05}{t+33}$$

$$\text{Hexaméthylène : } \varphi = 103 + 1,48 (t-20), \eta = \frac{0,68}{t+50}$$

$$\text{Hexane : } \varphi = 310 + 3,5 (t-20), \eta = \frac{0,287}{t+69}$$

D'autre part, Friedländer donne comme résultats de ses mesures :

$$\text{Eau : } \eta = \frac{0,00895}{0,47339 + 0,019044 t + 0,00008082 t^2}$$

$$\text{Acide isobutyrique : } \eta = \frac{0,00895}{0,4411 + 0,01186 t}$$

$$\text{Phénol à 99,28 \% : } \eta = \frac{0,00895}{-0,2090 + 0,0009336 t}$$

Il en résulte, sauf pour l'eau, des formules linéaires pour la fluidité.

Il semble donc que dans un intervalle assez étendu de variation de température on puisse considérer la fluidité comme une fonction linéaire de la température, sauf pour les corps très associés comme l'eau, où cependant le coefficient de  $t^2$  dans la viscosité est très petit.

Ce résultat s'accorde très bien avec les idées de M. Bingham (1).

Pour les mélanges, loin de la température critique la variation de la fluidité est encore linéaire. Mais plus on approche de la région critique, moins les formules linéaires sont exactes. Elles ne peuvent même plus prétendre à un semblant d'exactitude, ainsi que le montrent bien les lignes de fluidité des mélanges à concentrations voisines de la concentration critique : elles sont tout à fait courbes et concaves vers l'axe des températures. D'ailleurs, déjà pour des concentrations éloignées de la concentration critique, au voisinage de la température de démixtion le coefficient de fluidité varie très fort. Mais le changement est plus graduel près de la concentration critique.

*Isothermes.* — Si l'on examine l'allure des isothermes de fluidité, on voit que pour les mélanges de corps normaux la loi d'additivité :

$$\varphi = c_1\varphi_1 + c_2\varphi_2$$

---

(1) *Zeitschr. f. physik. Chem.*, 1909, LXVI.

est assez bien satisfaite à des températures supérieures à la température critique de dissolution. J'ai porté en abscisses les concentrations en poids, mais en prenant les concentrations en volume la loi d'additivité n'est pas mieux vérifiée. Ce n'est que dans le voisinage de la température critique qu'il se présente des écarts singuliers, résultant de la courbure des lignes d'égale concentration et se traduisant par une double inflexion des isothermes, qui prennent ainsi une allure analogue à celle des isothermes de pression dans le voisinage du point critique liquide-gaz d'une substance simple.

#### 6. — INTERPRÉTATION DES RÉSULTATS.

L'interprétation de ces résultats est difficile. Nous ne pouvons que faire des hypothèses :

1) La viscosité des mélanges serait caractéristique de ces mélanges, qui devraient être considérés comme des espèces définies, à propriétés caractéristiques nouvelles. Ceci serait conforme aux idées de van der Waals et l'on pourrait se figurer la possibilité de relier, en dessous de la température critique, les deux portions des isothermes de fluidité (ou de viscosité) par une portion intermédiaire, analogue aux courbes de Thomson dans le diagramme des isothermes de pression. C'est ce qui a été fait en pointillé sur certains diagrammes.

2) Ou bien : au voisinage de la température de démixtion il se présenterait des circonstances accessoires qui, troublant l'homogénéité apparente du mélange, influeraient considérablement sur la viscosité, sans modifier notablement les autres propriétés mécaniques, optiques et autres.

L'existence de pareilles circonstances semble prouvée par le phénomène de l'opalescence critique. On sait que pour expliquer celle-ci deux théories ont été présentées :

a) Celle de Donnan (1), d'après laquelle une partie du

---

(1) DONNAN, *Chemical News*, vol. XC, p. 439, 1904.

mélange formerait des sphérules, flottant au sein du liquide de même composition ;

b) Celle de v. Smoluchowski (1), basée sur les théories cinétiques : il se produirait au sein du liquide des écarts locaux à l'homogénéité, amenant des variations de densité.

Les expériences de Kamerlingh Onnes et Keesom (2) paraissent favorables aux idées de v. Smoluchowski.

Il est probable que de pareilles hétérogénéités produiraient une augmentation de la viscosité et pourraient donc expliquer la courbure, toujours de même sens, des courbes d'égale concentration et par conséquent les écarts à la loi d'additivité.

Et si réellement de pareilles circonstances accessoires existaient, c'est-à-dire si l'homogénéité n'était qu'apparente au voisinage des points de démixtion, il n'est pas impossible que, si les mélanges restaient vraiment homogènes, les lignes de fluidité pour des mélanges à concentration constante resteraient des droites jusqu'au point de démixtion, et alors les courbes pointillées dans la région hétérogène n'auraient plus de sens.

Il est difficile de trancher entre ces hypothèses.

Quoique la théorie de Donnan se conçoive assez difficilement, sa vraisemblance pourrait être vérifiée, je pense, par des mesures sur des suspensions de grains de grosseur connue.

Quant à l'explication par la théorie de Smoluchowski, il faudrait voir jusqu'à quel point la probabilité de la production d'écarts locaux à l'homogénéité pourrait encore être considérée jusqu'à des températures assez éloignées de celles de démixtion.

Je crois plutôt que c'est dans le sens des idées de van der Waals qu'il faut chercher la solution de la question.

---

(1) v. SMOLUCHOWSKI, *Ann. der Physik*, **25**, p. 205, 1908.

(2) *Comm. fr. the physic. Lab. of Leiden*, n° 104. Voir aussi *Ann. der Physik* (4), t. XXXV, p. 591, 1911.

---



# MÉLANGES D'HEXANE ET DE NITROBENZOL

## VISCOSITÉS

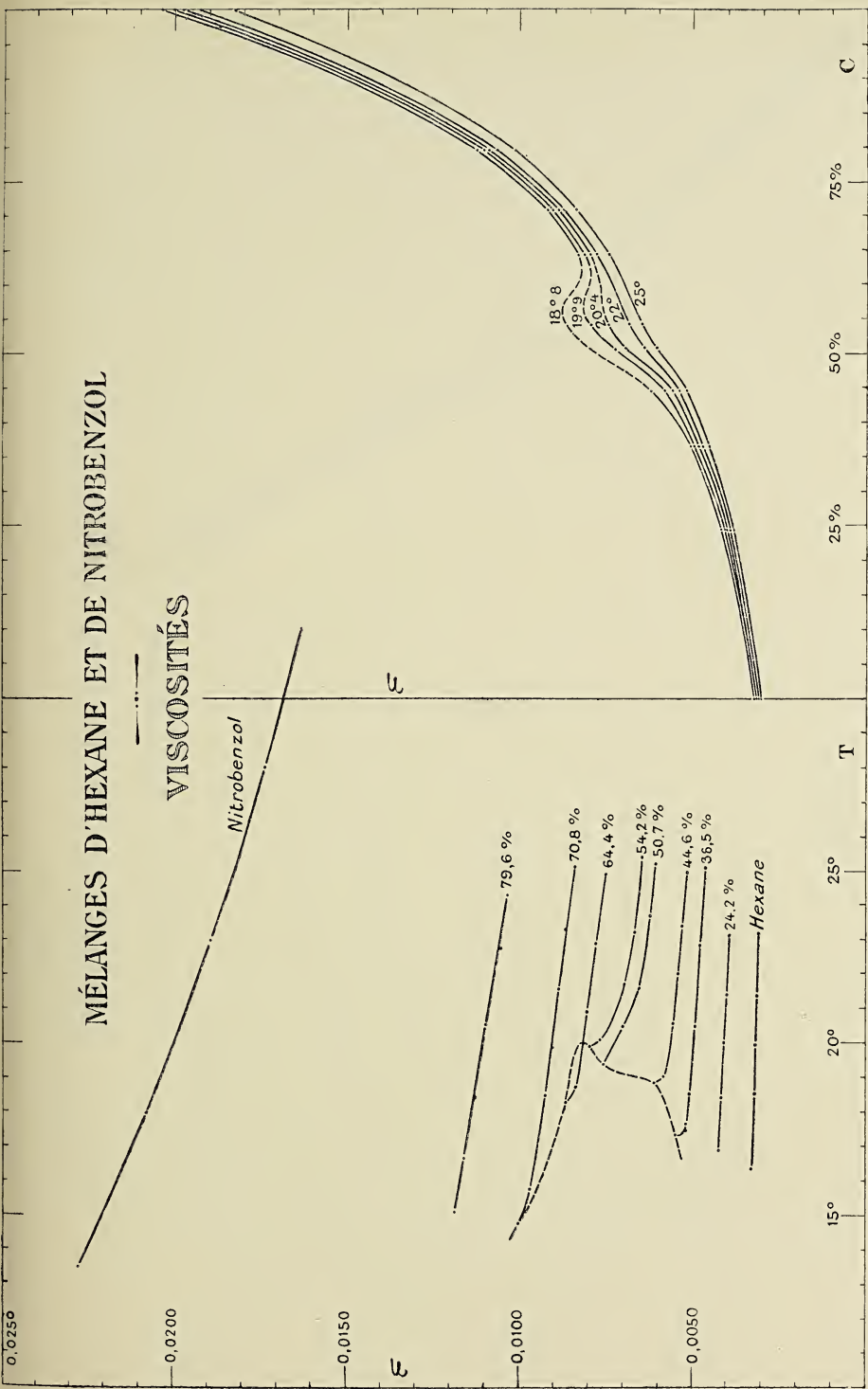


Fig. 5.



Hexane 310 313 319 323  
**MÉLANGES D'HEXANE ET DE NITROBENZOL**

**FLUIDITÉS**

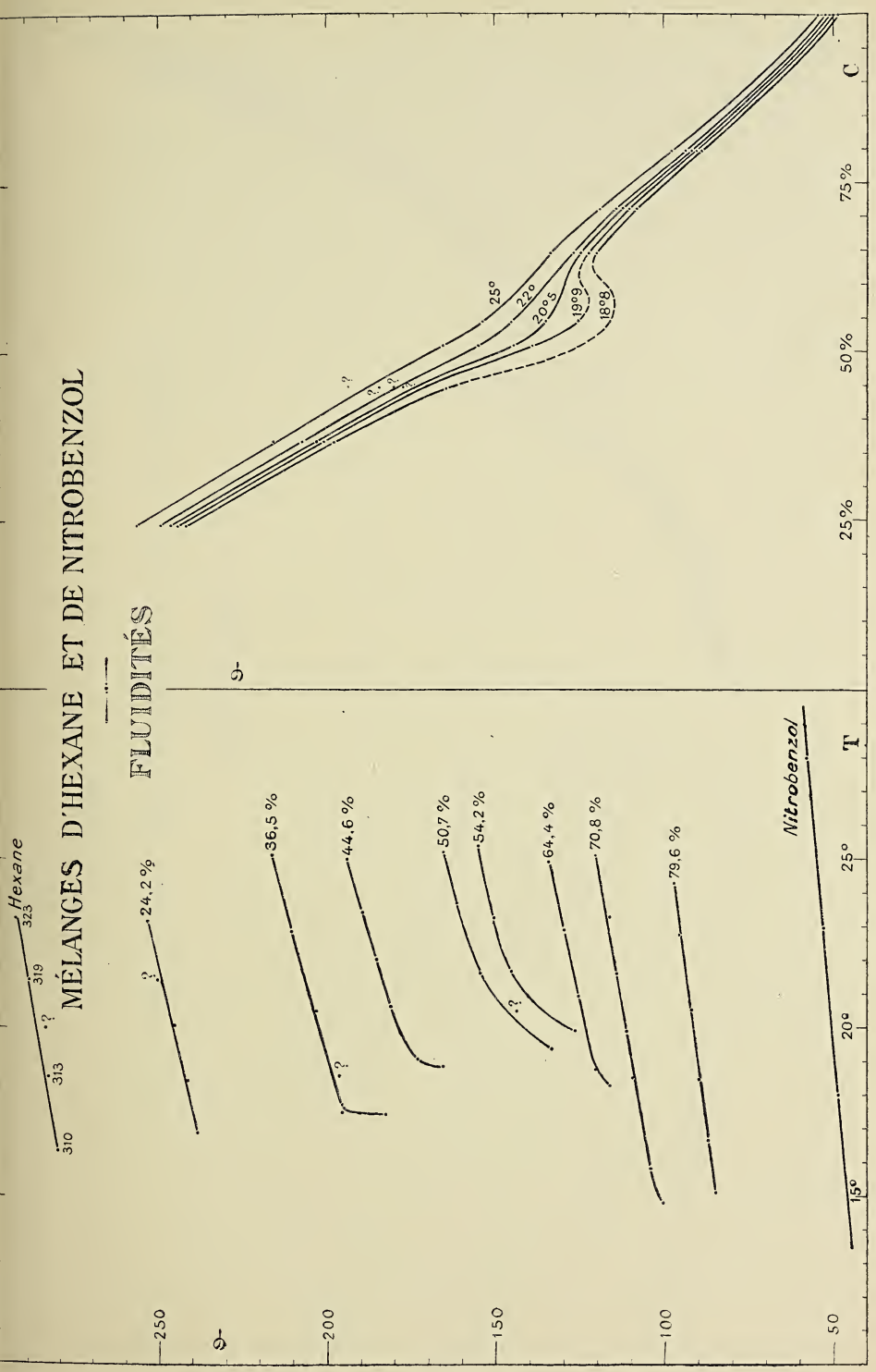


Fig. 6.



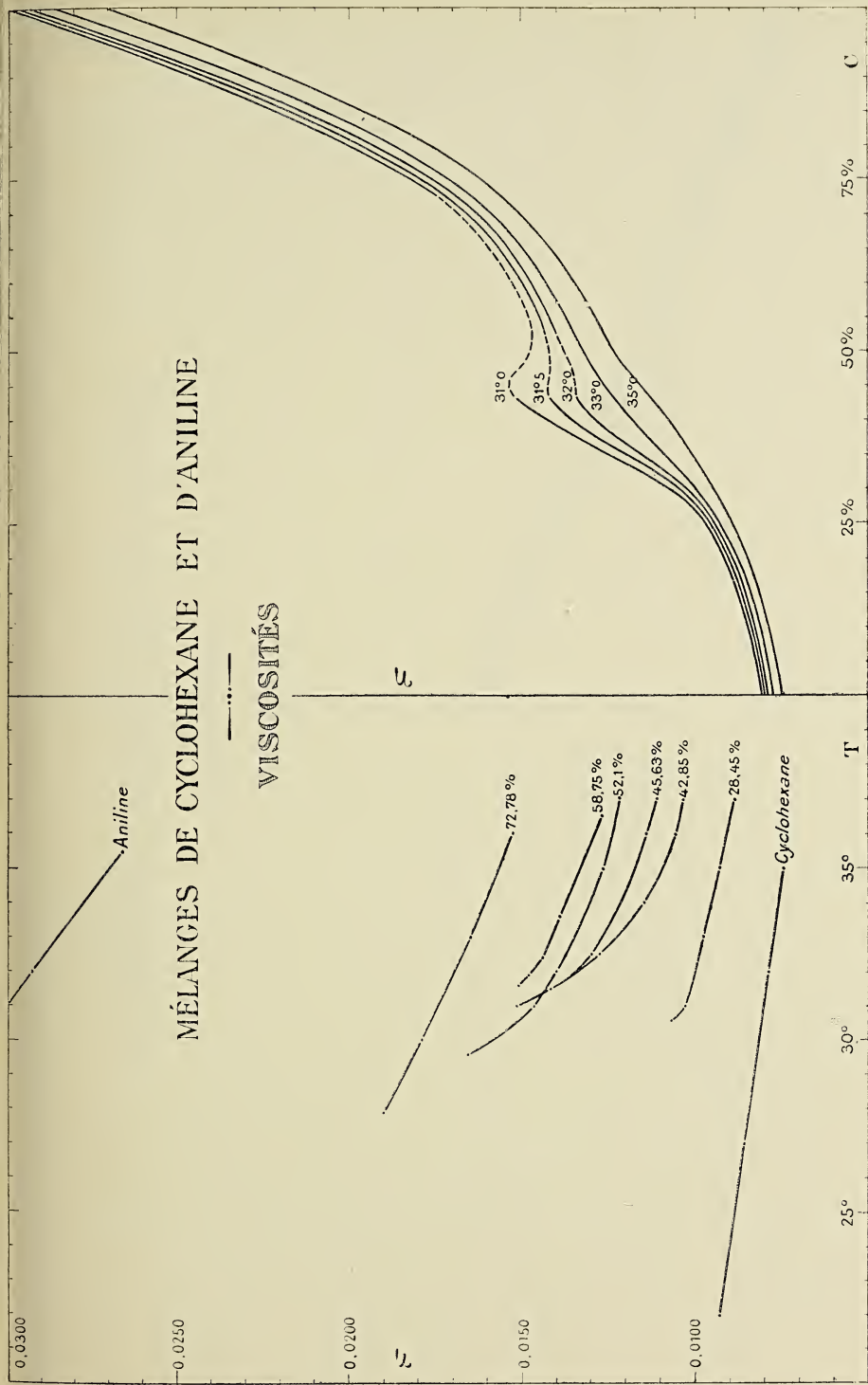


Fig. 7.



# MÉLANGES DE CYCLOHEXANE ET D'ANILINE

## FLUIDITÉS

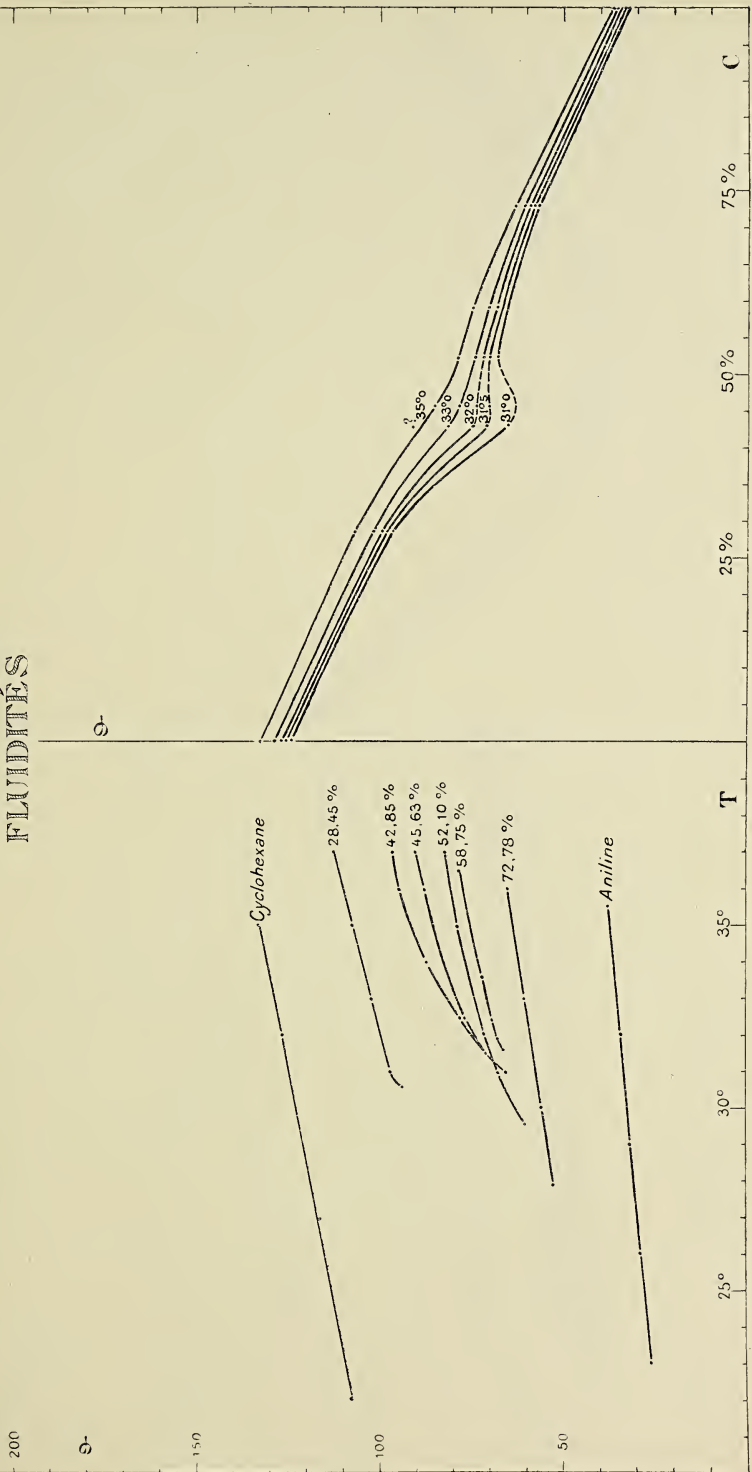


FIG. 8.





# MÉLANGES D'ACIDE ISOBUTYRIQUE ET D'EAU

## FLUIDITÉS

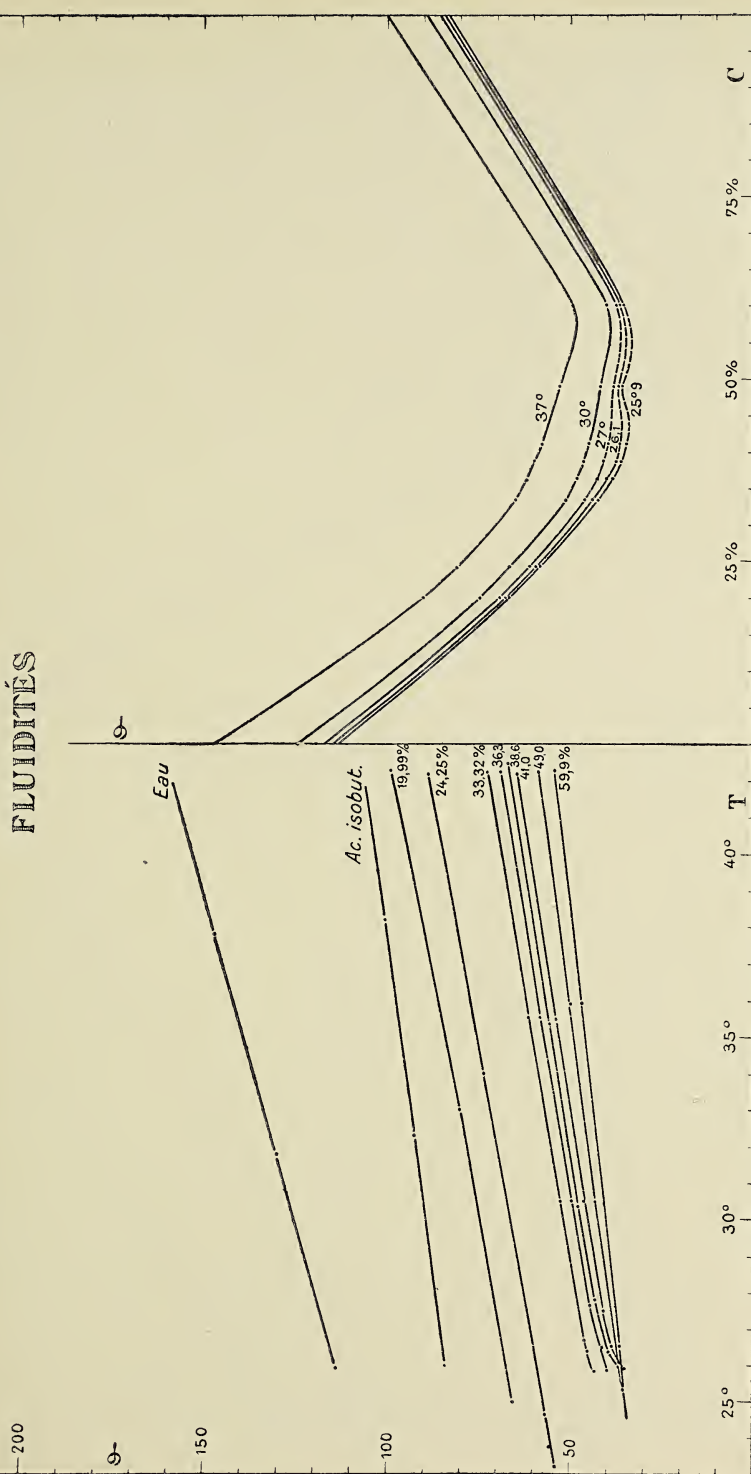


FIG. 9.



# MÉLANGES DE PHÉNOL ET D'EAU

## FLUIDITÉS

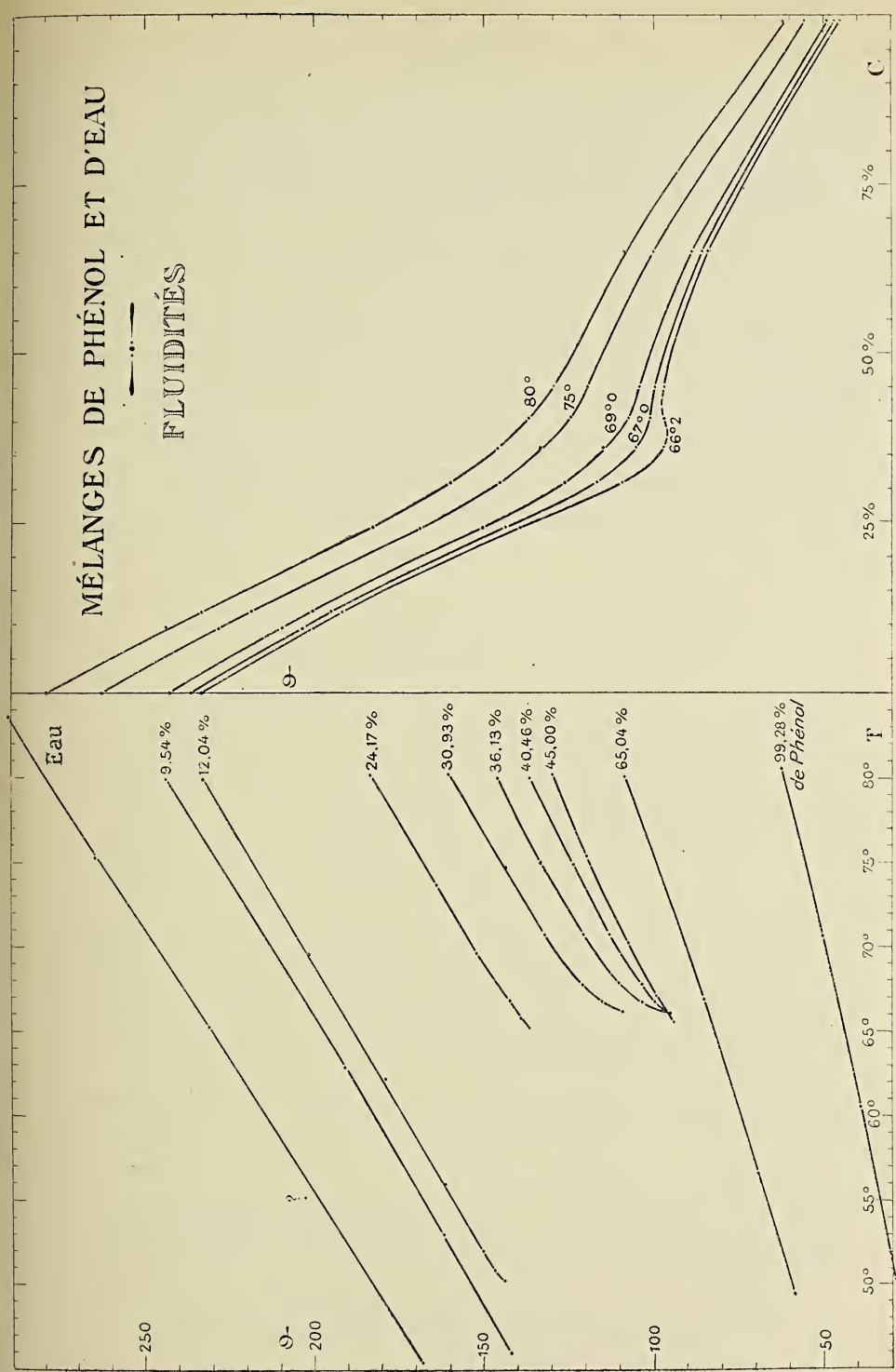


Fig. 10.



CHIMIE. — La densité et la réfraction du système  
furfurol + eau,

par F. SCHWERS, docteur en sciences.

Le furfurol et l'eau ne sont miscibles en toutes proportions qu'au delà de 120°; la courbe de solubilité, qui a été étudiée par Rothmund (\*), montre qu'à température ordinaire environ 9 % de furfurol se dissolvent dans l'eau et 4 % d'eau dans le furfurol. Ces solutions sont suffisamment concentrées pour permettre une étude de la densité et de la réfraction, intéressante à plusieurs égards.

DENSITÉ DES MÉLANGES FURFUROL + EAU.

Le furfurol dont je me suis servi possédait après rectification les densités suivantes : 1,15663 à 22°6 (\*\*), 1,12032 à 56°3 et 1,09966 à 75°2. A la température de 20°, on aurait le nombre 1,15933, ce qui concorde très bien avec le nombre de Bruehl qui est 1,1594 à la même température (\*\*\*) .

Trois solutions diluées et une solution concentrée ont été préparées et leur densité déterminée à diverses températures dans un thermostat décrit précédemment (iv); j'ai comparé les nombres obtenus avec ceux calculés par la formule théorique  $d_v = \frac{p_1 + p_2}{v_1 + v_2}$  et j'ai pu suivre les variations de la contraction de la densité  $\frac{d - d_v}{d}$  ou  $C_v$  avec la température, comme je l'ai fait

---

(\*) *Zeit. für phys. Chemie*, 26 (1899), 454.

(\*\*) Les densités sont naturellement rapportées à l'eau à 4° = 1 et corrigées au vide.

(\*\*\*) *Lieb. Annalen*, 235 (1886), 7.

(iv) *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* (Classe des sciences), 1908, p. 816.

précédemment pour un grand nombre d'autres systèmes binaires (\*).

Consignons d'abord le détail des données expérimentales.

4,6217 % furfurol + 95,3783 % eau.

$t^{\circ}$	$d \text{ } t^{\circ}/4^{\circ}$	$d_v$	$d_v : d$	$C_v$
23°4	1,00547	1,00382	0,99836	0,164
34°8	1,00159	1,00017	0,99858	0,142
54°95	0,99233	0,99131	0,99897	0,103
62°8	0,98792	0,98717	0,99924	0,076
74°1	0,98102	0,98059	0,99956	0,044

5,6935 % furfurol + 94,3065 % eau.

$t^{\circ}$	$d \text{ } t^{\circ}/4^{\circ}$	$d_v$	$d_v : d$	$C_v$
22°2	1,00765	1,00563	0,99800	0,200
34°55	1,00340	1,00167	0,99828	0,172
55°5	0,99360	0,99233	0,99872	0,128
62°7	0,98750	0,98848	0,99892	0,108
74°75	0,98214	0,98130	0,99915	0,085

6,5624 % furfurol + 93,4376 % eau.

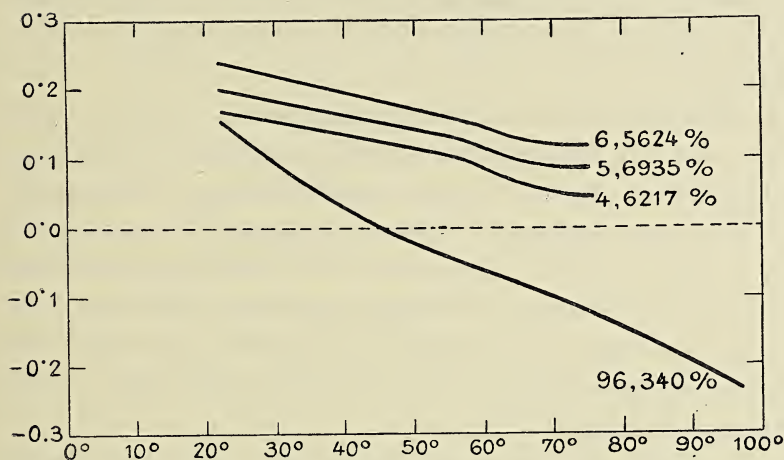
$t^{\circ}$	$d \text{ } t^{\circ}/4^{\circ}$	$d_v$	$d_v : d$	$C_v$
22°75	1,00908	1,00670	0,99764	0,236
34°75	1,00478	1,00274	0,99797	0,203
55°45	0,99495	0,99340	0,99844	0,156
63°2	0,99047	0,98913	0,99865	0,135
74°45	0,98360	0,98249	0,99887	0,113

---

(\*) *Journ. chim. phys.*, t. IX (1911), pp. 24 et suiv.

96,340 % *furfurol* + 3,660 % *eau*.

$t^{\circ}$	$d \text{ à } 4^{\circ}$	$d_v$	$d_v : d$	$C_v$
22°75	1,15149	1,14977	0,99850	0,150
34°95	1,13773	1,13708	0,99943	0,057
55°1	1,11541	1,11597	1,00050	-0,050
62°7	1,10711	1,10790	1,00072	-0,072
75°0	1,09340	1,09474	1,00123	-0,123
97°6	1,06787	1,07033	1,00230	-0,230



Si l'on porte ces nombres sur un tracé graphique, on constate que les courbes de contraction obtenues pour les trois solutions diluées offrent plusieurs points de ressemblance :

1) Pour ces trois solutions, il se produit une légère contraction de volume pour toutes les températures examinées ;

2) L'allure générale de chaque courbe correspond à une diminution de la contraction avec l'élévation de température ;

3) Chaque courbe présente vers 55° un maximum suivi d'une incurvation assez prononcée au delà de laquelle elle tend à devenir parallèle à l'axe des abscisses. Il eût été intéressant de poursuivre le phénomène à plus haute température ; mais dans le cas de ces solutions riches en eau, le maintien durant plu-

sieurs heures à une température trop voisine du point d'ébullition rend inévitable la formation de bulles gazeuses dans le pycnomètre, ce qui rend impossible toute détermination.

Si maintenant nous examinons la courbe  $C_v$  qui se rapporte à la solution riche en furfurol, nous constatons qu'elle se comporte différemment. La courbe est beaucoup plus escarpée sur l'axe des abscisses, atteint cet axe déjà vers  $45^\circ$ , devient négative (dilatation), donne naissance à une incurvation régulière dont le maximum se trouve vers  $70^\circ$  et au delà redevient normale; le phénomène a pu être poursuivi jusque  $95^\circ$ . Ceci est en somme l'allure ordinaire que présente maint système binaire examiné auparavant.

Le fait que pour les solutions concentrées la courbe est plus escarpée sur l'axe des abscisses et devient négative à plus basse température, a déjà été observé antérieurement, notamment pour des corps cycliques, tels les mélanges de m-crésol et d'eau (\*). Mais ce qui est plus intéressant, c'est que les solutions diluées offrent des courbes de contraction d'une allure spéciale, telle que j'ai déjà eu l'occasion de l'observer dans deux cas : pour les mélanges de l'eau avec la diacétine éthylénique et avec l'éther acétylacétique (\*\*).

Le rapprochement s'impose d'autant plus que ces solutions possèdent une odeur âcre, très désagréable, qui vient s'ajouter à l'odeur propre du furfurol et qui est identique à celle que l'on perçoit pour les solutions diluées des deux autres substances citées. Comme pour ces dernières, le maintien dans le thermostat à une température modérée (vers  $50^\circ$ - $60^\circ$ ) suffit pour faire disparaître presque complètement cette odeur, qui ne réapparaît plus après refroidissement. L'analogie se poursuit en ce sens que les solutions concentrées de furfurol et de diacétine ne révèlent que l'odeur des produits purs.

L'hypothèse de la formation d'un troisième corps ne peut

---

(\*) *Journ. chim. phys.*, t. IX (1911), p. 50.

(\*\*) *Ibid.*, pp. 30 à 34.



guère se maintenir, non seulement parce qu'il est impossible de séparer par distillation autre chose que du furfurool et de l'eau, mais encore parce qu'il serait pour le moins étrange que ce composé disparût en totalité à une température aussi basse que 55°, sans provoquer la formation de bulles gazeuses dans le pycnomètre et sans altérer grandement la densité (il ne faut pas oublier que les variations mesurées sont très faibles). Resterait encore à expliquer pourquoi cette particularité est propre aux solutions diluées.

Quant à faire intervenir la dissociation électrolytique, on ne peut guère dire *a priori* ce qu'il faut en penser, vu qu'on ne possède, à ma connaissance, aucune détermination de la conductibilité des solutions aqueuses de furfurool, pas plus du reste que de celles de diacétine et d'éther acétylacétique.

Cette étude mériterait d'être faite et devrait naturellement s'étendre jusqu'à la température de 75°, parallèlement aux déterminations de la densité.

Il y a un autre point de rapprochement entre les solutions de diacétine et de furfurool : il concerne la vitesse de dissolution. Quand on introduit un peu d'eau dans le furfurool sans dépasser la saturation, le mélange devient immédiatement homogène par une simple agitation ; quand il s'agit, au contraire, des solutions riches en eau, la dissolution complète demande plusieurs heures, même quand on soumet le mélange à une agitation continue ; et ceci est aussi vrai pour le furfurool que pour la diacétine éthylique ou l'éther acétylacétique. Ce n'est du reste qu'un simple rapprochement qui ne peut être pour le moment d'aucun secours direct pour l'explication de l'allure curieuse des courbes de contraction ; car il existe un « temps de dissolution » très appréciable — et non encore soumis à une expérimentation suivie — pour de nombreux autres systèmes binaires aqueux, tels l'éther éthylique, les éthers composés et des corps cycliques tels que l'aniline, le crésol et la quinoléine.

Au point de vue de la constitution chimique, il y a tellement peu de ressemblance entre le furfurool, qui est une aldéhyde

cyclique, et les deux éthers composés aliphatiques dont il a été question, qu'il serait téméraire pour l'instant de vouloir émettre une explication d'ordre général, qui tienne compte de la constitution chimique, sur la base d'un matériel aussi restreint et aussi disparate. Parmi les corps qu'il conviendrait d'examiner en premier lieu, je citerai, d'une part, l'acétylacétone et, d'autre part, des dérivés furyliques plus solubles dans l'eau, tels que l'alcool furylique; il y aurait lieu également d'étudier quelques dérivés de la série pyrrolique.

Les propriétés olfactives que j'ai observées chez certaines solutions aqueuses diluées ne peuvent être mesurées, comme je l'ai fait remarquer dans le travail précédent; elles sont du reste plus ou moins bien perçues, selon la finesse de l'odorat de l'observateur. Néanmoins, il est intéressant de les consigner, surtout quand elles viennent corroborer d'autres propriétés caractéristiques, comme l'allure spéciale que présentent les courbes de contraction.

#### INDICE DE RÉFRACTION DES MÉLANGES FURFUROL + EAU.

Concurremment avec les essais de densité, j'ai fait des déterminations de l'indice de réfraction du furfurole et de ses solutions aqueuses. L'appareil qui m'a servi à cet effet est un grand spectromètre de Hildebrandt, qui permet une lecture à moins de  $5''$ , ce qui correspond à une exactitude d'environ 1 unité de la cinquième décimale. La source lumineuse était fournie par un tube de Geissler renfermant un mélange d'hydrogène et d'hélium. La raie jaune caractéristique du He a pour  $\lambda$   $587.6 \mu\mu$ , qui diffère de moins de  $2 \mu\mu$  de la raie D du sodium; ceci ne donne de différence appréciable dans la grandeur de l'indice que pour les corps à pouvoir dispersif intense. Comme dans la plupart des expériences de réfraction on se sert du  $\lambda$  du sodium, cette disposition permettait de connaître l'indice pour la raie D, sans avoir besoin de déplacer la source lumineuse, ce qui évite

une perte de temps et un réglage délicat (\*). L'indice a été déterminé en outre pour la raie rouge de l'hydrogène  $H_\alpha$  ( $\lambda = 656.3 \mu\mu$ ) et pour la raie verte  $H_\beta$  ( $\lambda = 486.1 \mu\mu$ ). La raie violette  $H_\gamma$  étant assez difficile à collimer exactement, je me suis abstenu de la déterminer, vu qu'il s'agissait de faire des mesures très exactes pour calculer la « contraction de l'indice de réfraction » des mélanges, qui est très faible. Pour le furfurol pur, j'ai trouvé les nombres suivants :

$t^\circ$	$H_\alpha$	He	$H_\beta$
22.1	1,51753	1,52497	1,54468
32.3	1,51243	1,51978	1,53932
46.5	1,50526	1,51255	1,53286
75.0	1,49088	1,49788	1,51761

D'après Bruehl (\*\*), on a à  $20^\circ$  :

$$H_\alpha = 1,51862, D = 1,52608 \text{ et } H_\beta = 1,54566;$$

mes essais donnent à  $20^\circ$  :

$$H_\alpha = 1,51858, H = 1,52602 \text{ et } H_\beta = 1,54578$$

Comme on le voit, la concordance est excellente, comme du reste pour la densité. Pour l'eau, les résultats concordent parfaitement avec ceux de Ketteler (\*\*\*) notamment, qui a fait des déterminations très exactes jusque  $100^\circ$ .

Dans les tables qui vont suivre, on trouvera l'indice observé, l'indice calculé d'après la formule

$$n_\nu = \frac{p_1 + p_2 \text{ (iv)}}{\frac{p_1}{n_1} + \frac{p_2}{n_2}}$$

(\*) Si le pouvoir dispersif est très grand, une formule d'interpolation (Cauchy) permet — si besoin en est — de calculer la différence avec une exactitude équivalente à une lecture directe.

(\*\*) *Loc. cit.*

(\*\*\*) *Pogg. Annalen*, 193 (1888).

(iv) *Journ. chim. phys.*, 1910, 644.

le rapport  $n_v/n$  et la contraction de l'indice, soit  $\frac{n - n_v}{n}$  ou  $C_n$ . La colonne suivante donne la contraction de volume à la température correspondante, ce qui permet de calculer le rapport  $\frac{C_v}{C_n}$ , soit la « constante de réfraction » A.

$\%$ furfurol	$\%$ eau	$t^\circ$	$n_{H_x}$	$n_v$	$n_v : n$	$C_n$	$C_v$	A
96,3400	3,6600	23°7	1,50963	1,50898 <sub>5</sub>	0,99957 <sub>5</sub>	0,042 <sub>7</sub>	0,143	3,55
6,5624	93,4376	21°75	1,34272	1,34180 <sub>7</sub>	0,99932	0,068	0,237	3,48
5,6935	94,3065	23°8	1,34091	1,34013 <sub>2</sub>	0,99942	0,058	0,196	3,58
4,6217	95,3783	24°05	1,33894	1,33833 <sub>7</sub>	0,99953 <sub>5</sub>	0,046 <sub>5</sub>	0,162	3,48

$\%$ furfurol	$\%$ eau	$t^\circ$	$n_{He}$	$n_v$	$n_v : n$	$C_n$	$C_v$	A
96,3400	3,6600	23°7	1,51682	1,51613 <sub>3</sub>	0,99954 <sub>8</sub>	0,045 <sub>2</sub>	0,143	3,16
6,5624	93,4376	21°75	1,34496	1,34396 <sub>3</sub>	0,99925 <sub>9</sub>	0,074 <sub>1</sub>	0,237	3,20
5,6935	94,3065	23°8	1,34310	1,34225	0,99936 <sub>7</sub>	0,063 <sub>5</sub>	0,196	3,10
4,6217	95,3783	24°05	1,34107	1,34040 <sub>7</sub>	0,99950 <sub>5</sub>	0,049 <sub>5</sub>	0,162	3,27

$\%$ furfurol	$\%$ eau	$t^\circ$	$n_{H_2}$	$n_v$	$n_v : n$	$C_n$	$C_v$	A
96,3400	3,6600	23°7	1,53594	1,53513	0,99947 <sub>5</sub>	0,052 <sub>7</sub>	0,143	2,71
6,5624	93,4376	21°75	1,34998	1,34872	0,99906 <sub>6</sub>	0,093 <sub>4</sub>	0,237	2,54
5,6935	94,3065	23°8	1,34806	1,34702 <sub>6</sub>	0,99923 <sub>4</sub>	0,076 <sub>7</sub>	0,196	2,55
4,6217	95,3783	24°05	1,34587	1,34505 <sub>6</sub>	0,99939 <sub>5</sub>	0,060 <sub>5</sub>	0,162	2,68

Une autre série d'essais a été faite à une température plus élevée.

$\%$ furfurol	$\%$ eau	$t^\circ$	$n_{H_x}$	$n_v$	$n_v : n$	$C_n$	$C_v$	A
96,3400	3,6600	30°3	1,50622	1,50562 <sub>2</sub>	0,99970 <sub>9</sub>	0,0291	0,091	3,15
6,5624	93,4376	31°85	1,34127	1,34019 <sub>1</sub>	0,98941 <sub>9</sub>	0,0581	0,211	3,63
5,6935	94,3065	35°4	1,33924	1,33857 <sub>5</sub>	0,99950 <sub>2</sub>	0,049 <sub>8</sub>	0,170	3,41
4,6217	95,3783	37°85	1,33690	1,33637 <sub>8</sub>	0,99960 <sub>9</sub>	0,039 <sub>1</sub>	0,136	3,47

<u>°/o furfurol</u>	<u>°/o eau</u>	<u>t°</u>	<u>n He</u>	<u>n<sub>v</sub></u>	<u>n<sub>v</sub> : n</u>	<u>C<sub>n</sub></u>	<u>C<sub>v</sub></u>	<u>A</u>
96,3400	3,6600	30°3	1,51336	1,51287 <sub>7</sub>	0,99968 <sub>1</sub>	0,031 <sub>9</sub>	0,091	2,86
6,5624	93,4376	31°85	1,34351	1,34264 <sub>3</sub>	0,99935 <sub>6</sub>	0,064 <sub>4</sub>	0,211	3,28
5,6935	94,3065	35°4	1,34443	1,34070	0,99945 <sub>4</sub>	0,054 <sub>5</sub>	0,170	3,12
4,6217	95,3783	37°85	1,33902	1,33844 <sub>4</sub>	0,99957	0,043	0,136	3,16

<u>°/o furfurol</u>	<u>°/o eau</u>	<u>t°</u>	<u>n H<sub>2</sub></u>	<u>n<sub>v</sub></u>	<u>n<sub>v</sub> : n</u>	<u>C<sub>n</sub></u>	<u>C<sub>v</sub></u>	<u>A</u>
6,5624	93,4376	31°85	1,34854	1,34752 <sub>2</sub>	0,99924 <sub>3</sub>	0,075 <sub>3</sub>	0,211	2,79
5,6935	94,3065	35°4	1,34639	1,34546 <sub>7</sub>	0,99931 <sub>3</sub>	0,068 <sub>3</sub>	0,170	2,48
4,6217	95,3783	37°85	1,34376	1,34307 <sub>9</sub>	0,99949 <sub>4</sub>	0,050 <sub>6</sub>	0,136	2,69

Comme on le voit en examinant le détail des tables ci-dessus, tous les mélanges ont un indice de réfraction plus grand que celui qui est calculé au moyen de la formule, de même qu'on a constaté auparavant que leur densité est plus grande. Mais la « contraction » de l'indice de réfraction est tellement faible, que la constante de réfraction A — rapport entre C<sub>v</sub> et C<sub>n</sub> — se ressent beaucoup de la moindre erreur d'expérience. Il faut déjà apporter des soins minutieux au travail et répéter les essais pour obtenir une constance de l'ordre de celle que l'on constate.

Vu que le système furfurol + eau est le seul de la série furylique étudié jusqu'à présent, je dois me borner à constater que la constante de réfraction A (qui est supérieure ou inférieure à 3 suivant le λ considéré) est du même ordre de grandeur que pour beaucoup d'autres systèmes étudiés jusqu'à présent. Il s'agirait de compléter le travail sur ce point par l'examen des solutions aqueuses d'autres dérivés de la série du furane. Mais cette étude du système furfurol + eau permet déjà de faire plusieurs remarques intéressantes :

1) A une même température et pour une même longueur d'onde, la grandeur A est sensiblement constante, les diffé-

rences n'excédant pas l'ordre des erreurs totales qui peuvent se produire dans ces expériences.

2) A une même température, la moyenne de A varie sensiblement suivant la longueur d'onde; alors que A est légèrement supérieur à 3.4 pour  $H_{\alpha}$ , sa valeur tombe à 3.2 pour He et à 2.6 pour  $H_{\beta}$ . Cette diminution de A résulte de l'augmentation de  $C_n$  et se trouve assez sensiblement en rapport avec l'augmentation de l'indice selon le  $\lambda$ : la différence d'indice des corps purs est également environ deux fois et demie plus grande entre  $H_{\beta}$  et He qu'entre He et  $H_{\alpha}$ . Ce fait de la diminution de A avec la diminution du  $\lambda$  a une portée générale; mais les seuls systèmes binaires au sujet desquels je possédais jusqu'à présent des renseignements concernant la dispersion étaient des mélanges à pouvoir dispersif peu fort et pour lesquels ces différences étaient trop peu marquées pour me permettre de conclure avec certitude. Ainsi pour les mélanges alcool + eau, on a vu (\*) que A est égal à 3,382 pour la raie du Li ( $\lambda = 670 \mu\mu$ ), à 3,365 pour celle du Na ( $\lambda = 589 \mu\mu$ ) et à 3,360 pour celle du Tha ( $\lambda = 535 \mu\mu$ ).

Dans d'autres systèmes binaires, au sujet desquels je publierai prochainement, la chose se marque avec plus de netteté, et d'autant mieux que l'un des composants au moins possède un pouvoir dispersif plus grand. Une autre remarque intéressante, dans le même ordre d'idées, ressort de l'examen du système furfurool + eau: c'est que la différence entre A pour les différents  $\lambda$  est indépendante de la concentration, est aussi grande pour une solution à 4 % de furfurool que pour une solution à 96 %, alors que c'est le furfurool seul qui possède un grand pouvoir dispersif et que celui de l'eau est très faible. C'est donc le corps à grande dispersion qui a imposé son caractère à la grandeur A. Ce fait ne sera pas à négliger quand il s'agira d'établir la théorie générale des phénomènes observés, théorie

---

(\*) *Journ. chim. phys.*, 1910, 644 (erratum, 1911, 197); *Mém. de l'Acad. roy. de Belgique*, 1911, p. 17.

qui manque encore, faute d'un matériel expérimental suffisant. En attendant, on peut faire remarquer que c'est un corollaire de ce que, pour une longueur d'onde donnée,  $A$  est constant quelle que soit la concentration; on voit donc que cette proposition reste vraie quand on passe à des  $\lambda$  différents, même lorsque l'un des corps en mélange possède un pouvoir dispersif très intense.

3) Si l'on considère les expériences faites à température un peu plus élevée, on constate peu de changements dans la valeur de  $A$ ; les moyennes sont sensiblement les mêmes dans les deux cas. Je ferai abstraction de la solution à 96.34 ‰, pour laquelle il y a diminution sensible tant pour  $H_x$  que pour  $H_e$  ( $H_\beta$  n'a pu être déterminé avec une exactitude suffisante). Sans vouloir nier que  $A$  diminue avec l'élévation de température, je crois pourtant que la plus grande partie de cette différence est à mettre sur le compte d'erreurs d'observation: l'incertitude de  $A$  est forcément très grande, vu que  $C_v$  (et  $C_n$ ) diminuent très rapidement lorsque la température s'élève. Ce n'est pas à dire que la température soit sans influence sur  $A$ ; il est même probable qu'il existe une légère diminution, ce qui rapprocherait ce système de celui de la pyridine + eau (\*), alors que les corps aliphatiques en solution aqueuse donnent lieu à une faible augmentation de  $A$  avec la température.

Il est regrettable que l'on ne puisse poursuivre jusque 76° les variations de  $C_n$ , comme on a pu le faire avec celles de  $C_v$ ; car même si  $A$  change quelque peu avec l'élévation de température, il est vraisemblable que ce changement est faible et régulier; en d'autres termes, que les courbes  $C_n$  ont la même allure générale que les courbes  $C_v$ , comme je l'ai démontré dans un cas très favorable à l'étude, celui des mélanges acétone + eau (\*\*). Il est donc à prévoir que les courbes exprimant

---

(\*) *Journ. chim. phys.*, 1910, 694.

(\*\*) *Ibid.*, 1910, 666, et 1911, 66 et fig. 26-27.

les variations de  $C_{\lambda}$  en fonction de la température montreront également l'incurvation caractéristique observée sur les courbes  $C_{\lambda}$ . J'espère trouver un mélange de ce genre pour lequel la vérification puisse se faire.

En résumé, la seule variation de  $A$  bien marquée est son changement selon le  $\lambda$ ; celle-ci seule est nettement accusée, alors que les légères variations avec la concentration ou avec la température se confondent, pour autant qu'elles existent, avec les erreurs d'expérience; il est vrai que l'étude du système furfurol + eau est particulièrement difficile, comme je l'ai déjà fait observer.

La question pourrait être complétée par l'étude d'autres dérivés de la série du furane, plus solubles dans l'eau, comme l'alcool furylique. C'est ce que je me propose de faire prochainement.

Je termine en remerciant vivement M. le Prof<sup>r</sup> R. Nasini pour l'accueil bienveillant qu'il m'a réservé dans son laboratoire et pour l'intérêt qu'il a pris à mes recherches.

Pise, juin 1914.

Institut de chimie générale de l'Université.

---



CHIMIE BIOLOGIQUE. — **Nouvelles recherches sur les protéoses,**

par le Dr EDGARD ZUNZ, agrégé à l'Université de Bruxelles.

I. — INTRODUCTION.

Nos connaissances concernant les protéoses sont encore bien imparfaites. On doit comprendre sous cette dénomination les substances appelées albumoses par Kühne et propeptones par Schmidt-Mülheim. Ce sont des produits de désintégration des protéines, qui donnent, comme les peptones, la réaction du biuret et certaines des réactions générales des matières protéiques. Protéoses et peptones ne subissent pas de coagulation lorsqu'on porte leurs solutions à l'ébullition. Ceci les distingue nettement des protéines. Les protéoses sont précipitées par les sulfates d'ammoniaque et de zinc, l'acétate de potasse, le sulfate de soude, les peptones, par contre, pas.

De nombreux essais ont été faits en ces dernières années pour tâcher d'isoler des substances chimiques bien définies dans les mélanges de protéoses formés lors de la digestion des protéines. E. P. Pick (1), Friedmann (2), Haslam (3), Hart (4), Levene (5),

---

(1) E.-P. PICK, Zur Kenntnis der peptischen Spaltungsprodukte des Fibrins. (*Zeitschr. für physiol. Chem.*, 1899, t. XXVIII, pp. 249-288.) — *Id.*, II. Teil : Die sogenannten Deuteroalbumosen. (*Hofmeister's Beitr.*, 1902, t. II, pp. 481-513.)

(2) E. FRIEDMANN, Ueber die Bindungsweise des Stickstoffs in primären Albumosen. (*Zeitschr. für physiol. Chem.*, 1900, t. XXIX, pp. 51-58.)

(3) H.-C. HASLAM, Quantitative Bestimmung der Hexonbasen in Heteroalbumose und Pepton. (*Zeitschr. für physiol. Chem.*, 1901, t. XXXII, pp. 54-58.) — The separation of proteids. (*Journ. of Phys.*, 1905, t. XXXII, pp. 267-298; 1907, t. XX XVI, pp. 164-176.)

(4) E. HART, Ueber die quantitative Bestimmung der Spaltungsprodukte von Eiweisskörpern. (*Zeitschr. für physiol. Chem.*, 1901, t. XXXIII, pp. 347-362.)

(5) P. A. LEVENE, The cleavage products of proteoses. (*Journ. of biol. Chem.*, 1905, t. I, pp. 45-50.) — P. A. LEVENE, D. D. VAN SLYKE and F. J. BIRCHARD, On Fibrin-Heteroalbumose. (*Ibid.*, 1910, t. VIII, pp. 269-284.)

Adler (1), Birchard (2) se sont, entre autres, attachés à l'étude des protéoses. Je m'en suis, pour ma part (3), occupé à plusieurs reprises.

Malgré tous ces efforts, rien ne nous permet d'affirmer qu'on ait réussi jusqu'à présent à isoler une seule protéose à l'état pur.

Adler et Pick sont, il est vrai, parvenus à obtenir, par des méthodes différentes, des hétéroalbumoses et des protoalbumoses à propriétés chimiques essentielles identiques. Mais Birchard a depuis montré que la protoalbumose d'Adler est un mélange d'au moins trois protéoses. De plus, Haslam conteste absolument la classification des protéoses élaborée par Pick.

Jusqu'en ces dernières années, on attribuait aux protéoses une grandeur moléculaire plus considérable qu'aux peptones, et, surtout, qu'aux composés abiurétiques formés lors du scindage des protéines. Abderhalden (4) observe, avec raison, que rien ne prouve qu'il en soit toujours ainsi.

A l'heure actuelle, tout tend à nous faire considérer les protéoses et les peptones comme des polypeptides biurétiques, c'est-à-dire comme des chaînes d'acides aminés, ne se dis-

---

(1) R. ADLER, Die Heteroalbumose und Protoalbumose des Fibrins; ein Beitrag zur Kenntnis der primären Produkte des Eiweissabbaues. (*Inaug. Dissert.*, Leipzig, 1907, 69 pages.)

(2) F.-J. BIRCHARD, Ein Beitrag zur Kenntnis der Protoalbumose des Fibrins. (*Inaug. Dissert.*, Leipzig, 1909, 62 pages.)

(3) E. ZUNZ, De l'emploi de l'or colloïdal pour caractériser les albumoses primaires. (*Arch. int. de physiol.*, 1904, t. I, pp. 427-439.) — Contribution à l'étude des protéoses. (*Ibid.*, 1907, t. V, pp. 245-256.) — Recherches sur la digestion pepsique et gastrique des albumoses primaires. (*Ann. de la Soc. roy. des sc. méd. et nat. de Bruxelles*, 1904, t. XIII, fasc. 3.) — Action des albumoses secondaires et des peptones sur l'or colloïdal. (*Bull. de la Soc. roy. des sc. méd. et nat. de Bruxelles*, 1906, t. LXIV, pp. 174-186.) — Recherches stalagmométriques sur les albumoses et les peptones. (*Ibid.*, 1906, t. LXIV, pp. 187-203.)

(4) E. ABDERHALDEN, *Lehrbuch der physiologischen Chemie*, 2<sup>e</sup> édition, Berlin et Vienne, 1909, pp. 222 et suiv.

tinguant en rien d'essentiel des polypeptides synthétiques d'Émile Fischer.

La réaction du biuret, la précipitation par telle ou telle dose de sulfate d'ammoniaque ou de zinc traduisent la présence d'un groupement atomique particulier (acide aminé ou chaîne d'acides aminés) dans la molécule, mais rien de plus.

On conçoit donc fort bien qu'Abderhalden ait proposé de réunir protéoses et peptones en un seul groupe. L'éminent physiologiste berlinois ne concède qu'une valeur physiologique au terme de peptones. Il propose de le réserver à tous les corps biurétiques auxquels la dislocation des protéines donne naissance. Pour lui, les protéoses sont donc des peptones précipitées par les sulfates d'ammoniaque et de zinc.

Sans méconnaître en aucune façon le bien fondé des idées si originales d'Abderhalden, il ne me semble pas qu'il y ait lieu d'abandonner pour le moment la distinction établie par Kühne entre protéoses et peptones. L'avenir abolira sans doute ces noms et les remplacera par d'autres, plus appropriés à la constitution chimique réelle des composés rangés à l'heure actuelle dans ces groupes de polypeptides spéciaux. En attendant qu'on ait réussi à démêler ce véritable chaos, certains arguments viennent à l'appui du maintien provisoire de deux classes de dérivés biurétiques des protéines. Je n'en rappellerai qu'un : Les protéoses présentent le phénomène de Tyndall et participent donc à la nature colloïdale des protéines. Tel n'est, par contre, pas le cas pour les peptones.

Les résultats contradictoires des travaux de Pick et d'Adler, d'une part, d'Haslam, d'autre part, m'ont engagé à rechercher si l'on parvenait à isoler, parmi les protéoses formées lors de la digestion pepsique de la fibrine, des mélanges, complexes ou combinaisons présentant quelque constance dans leur constitution ou si les albumoses les plus pures préparées par les procédés d'Adler, d'Haslam et de Pick différaient complètement les unes des autres selon la méthode employée.

J'ai été ainsi amené à envisager les points suivants :

1° Les hétéroalbumoses et les protoalbumoses d'Adler et de Pick constituent-elles des produits identiques?

2° La classification des protéoses proposée par Haslam est-elle exacte? A quelles protéoses isolées par la méthode de Pick correspondent l'hétéroalbumose, les protoalbumoses  $\alpha$  et  $\beta$ , les deutéroalbumoses  $\alpha$  et  $\beta$  d'Haslam?

3° Parvient-on à séparer l'hétéroalbumose, la protoalbumose, la synalbumose et la thioalbumose de Pick en deux fractions par l'alcool à 50 %, le mastic et le kaolin?

Je décrirai d'abord, en indiquant les propriétés des divers produits ainsi isolés, la façon dont j'ai préparé 1° l'hétéroalbumose, la protoalbumose, la synalbumose et la thioalbumose de Pick; 2° l'hétéroalbumose et la protoalbumose d'Adler; 3° l'hétéroalbumose, les protoalbumoses  $\alpha$  et  $\beta$  et les deutéroalbumoses  $\alpha$  et  $\beta$  d'Haslam. J'exposerai ensuite les essais de séparation de l'hétéroalbumose, de la protoalbumose, de la synalbumose et de la thioalbumose de Pick au moyen de l'alcool à 50 %, du mastic et du kaolin. Je comparerai alors les propriétés des protéoses ou groupes de protéoses semblables obtenus par ces divers procédés.

D'après Bechhold (1), l'ultrafiltration permet de séparer des groupes de protéoses analogues à ceux isolés par Pick grâce à la précipitation fractionnée au moyen du sulfate d'ammoniaque. Or, il n'est pas absolument certain que l'emploi de ce sel n'entraîne pas de modifications des protéoses précipitées (2). Le passage à travers un ultrafiltre dépend avant tout de la grandeur moléculaire ou micellaire et semble devoir être, par conséquent, préféré à la précipitation fractionnée au moyen du sulfate d'ammoniaque, pourvu qu'il présente une précision suffisante. C'est le dernier point que j'ai abordé.

---

(1) H. BECHHOLD, Ultrafiltration. (*Biochem. Zeitschr.*, 1907, t. VI, pp. 379-408.)

(2) TH. B. OSBORNE and J. F. HARRIS. The precipitation limits with ammonium sulphate of some vegetable proteins. (*Journ. of the Amer. Chem. Soc.*, 1903, t. XXV, pp. 837-842; *Amer. Journ. of Physiol.*, 1905, t. XIII, pp. 436-447.)

II. — PRÉPARATION ET PROPRIÉTÉS DE L'HÉTÉROALBUMOSE, DE LA PROTOALBUMOSE, DE LA SYNALBUMOSE ET DE LA THIOALBUMOSE DE PICK.

Dix portions de 200 grammes de peptone de Witte sont dissoutes chacune dans 4 litres d'eau distillée. Après vingt-quatre heures de séjour à la glacière, on filtre. On neutralise soigneusement les filtrats au moyen d'acide sulfurique dilué, puis on les refiltre. Filtrations et refiltrations ont lieu à la glacière. On réunit alors les divers filtrats. On partage la solution à 5 % de peptone de Witte ainsi obtenue en trois portions, traitées respectivement par les méthodes d'Adler, d'Haslam et de Pick.

La portion destinée à isoler l'hétéroalbumose, la protoalbumose, la thioalbumose et la synalbumose de Pick est additionnée d'un volume de solution saturée de sulfate d'ammoniaque. Après quarante-huit heures de repos à la glacière, on filtre. On sépare ainsi la peptone de Witte en un précipité *a* comprenant l'hétéroalbumose et la protoalbumose et en un filtrat *d* renfermant les trois autres groupes de protéoses.

Le précipité *a* est lavé soigneusement au moyen d'un mélange à parties égales d'eau distillée et de solution saturée de sulfate d'ammoniaque. On le redissout dans l'eau et l'on y ajoute un volume de solution saturée de sulfate d'ammoniaque. Après avoir précipité à trois reprises, par le sulfate d'ammoniaque, le liquide contenant à la fois l'hétéroalbumose et la protoalbumose, on dissout le précipité dans l'eau distillée, de manière à obtenir une solution à 5 % environ. On ajoute à ce liquide deux volumes d'alcool à 95° et on le laisse reposer à la glacière jusqu'à ce qu'il soit devenu parfaitement clair. On sépare alors par décantation le précipité *b* qui sert à préparer l'hétéroalbumose et la solution alcoolique *c* qui sert à préparer la protoalbumose.

Le précipité *b* est dissous dans l'eau distillée, de manière à obtenir une solution à 10 % environ, qu'on neutralise exactement au moyen d'acide sulfurique dilué, puis qu'on additionne d'un volume de solution saturée de sulfate d'ammoniaque. L'hé-

téroalbumose se sépare sous forme d'un gâteau à la surface du liquide. On place ce gâteau sur une assiette en argile qui absorbe la plus grande partie du liquide retenu par l'hétéroalbumose. On redissout alors celle-ci dans de l'eau et on la reprécipite par le sulfate d'ammoniaque. Après avoir précipité à trois reprises, par ce sel, l'hétéroalbumose, on en prépare une solution aqueuse neutre à 10 %, qu'on additionne d'un demi-volume d'alcool à 95 %. L'hétéroalbumose est redissoute dans de l'eau chaude, filtrée et reprécipitée par addition d'un demi-volume d'alcool à 95 %. Après avoir précipité, à trois reprises, l'hétéroalbumose par l'alcool, on lave le précipité recueilli sur un filtre successivement par de l'alcool à 32 %, par de l'alcool à 95 %, puis par de l'éther. On sèche ensuite, jusqu'à poids constant, l'hétéroalbumose, d'abord dans le vide au-dessus de l'acide sulfurique, puis dans une étuve remplie d'eau bouillante, dont la température intérieure correspond à 93°-95°. Au cours de la purification de l'hétéroalbumose, une partie de celle-ci devient insoluble dans l'eau et doit être rejetée. Elle correspond sans doute à la dysalbumose de Kühne.

On évapore le liquide *c* dans le vide à 35°. On dissout le résidu dans l'eau, de manière à réaliser une solution à 10 % environ, qu'on neutralise au moyen d'acide sulfurique, puis qu'on additionne d'un volume de solution saturée de sulfate d'ammoniaque. Le précipité formé est filtré, redissous dans l'eau (1) et reprécipité par le sulfate d'ammoniaque. Après avoir précipité la protoalbumose à trois reprises par ce sel, on la dissout dans de l'eau et on traite cette liqueur d'abord par une solution saturée d'acétate de baryte, puis par une solution aqueuse de carbonate d'ammoniaque (2) pour la débarrasser du

---

(1) L'acide acétique dilué n'a donné ni trouble ni précipité dans la solution aqueuse de protoalbumose, ainsi que cela se rencontre parfois lors de la préparation de la protoalbumose d'après la méthode de Pick en partant de peptone de Witte.

(2) E. ZUNZ, Methoden zur Untersuchung der Verdauungsprodukte. (*E. Abderhalden's Handbuch der biochemischen Arbeitsmethoden*, t. III, p. 240, Berlin et Vienne, 1910.)

sulfate d'ammoniaque retenu par la protéose lors de sa précipitation. Après filtration, on réduit prudemment le liquide, au bain-marie, à la moitié de son volume initial, puis on le laisse refroidir et on le prive, par filtration, des traces de carbonate de baryum qui se sont précipitées. On concentre le nouveau filtrat jusqu'à consistance sirupeuse à l'étuve de Buxton et Beebe au moyen d'un courant d'air sec chauffé à 35°. On dissout ce résidu sirupeux dans de l'alcool à 60 %, puis on le filtre. On verse la solution alcoolique de protoalbumose peu à peu dans quarante volumes d'alcool à 95 %. La protoalbumose précipitée est filtrée, lavée à l'alcool absolu, redissoute dans de l'alcool à 60 %, puis précipitée par l'alcool à 95 %. Après trois précipitations par l'alcool à 95 %, la protoalbumose est lavée à l'alcool absolu, à l'éther, puis amenée à poids constant de la même manière que l'hétéroalbumose.

On ajoute au filtrat *d* un demi-volume de solution saturée de sulfate d'ammoniaque. On précipite ainsi la deutéroalbumose A de Pick (précipité *e*); les deutéroalbumoses B et C restent dans le filtrat *h*.

Le précipité *e* est lavé au moyen d'un mélange d'un volume d'eau distillée et de deux volumes de solution saturée de sulfate d'ammoniaque. On le redissout ensuite dans l'eau, on neutralise la liqueur et l'on y ajoute deux volumes d'alcool à 95 %. Il se forme un précipité *f* qui sert à préparer la thioalbumose et un filtrat *g* qui contient l'albumose A<sup>II</sup> de Pick.

On prépare une solution aqueuse neutre à 5 % environ du précipité *f*. On y ajoute un volume de solution saturée de sulfate d'ammoniaque, on filtre pour se débarrasser de l'hétéroalbumose, entraînée lors de la précipitation de la deutéroalbumose A. Le filtrat est additionné d'un demi-volume de solution saturée de sulfate d'ammoniaque. La thioalbumose précipitée est redissoute dans l'eau. Le liquide ainsi obtenu est successivement additionné d'un volume de solution saturée de sulfate d'ammoniaque, filtré, puis additionné d'un demi-volume de liqueur saline. Après huit précipitations de la thioalbumose

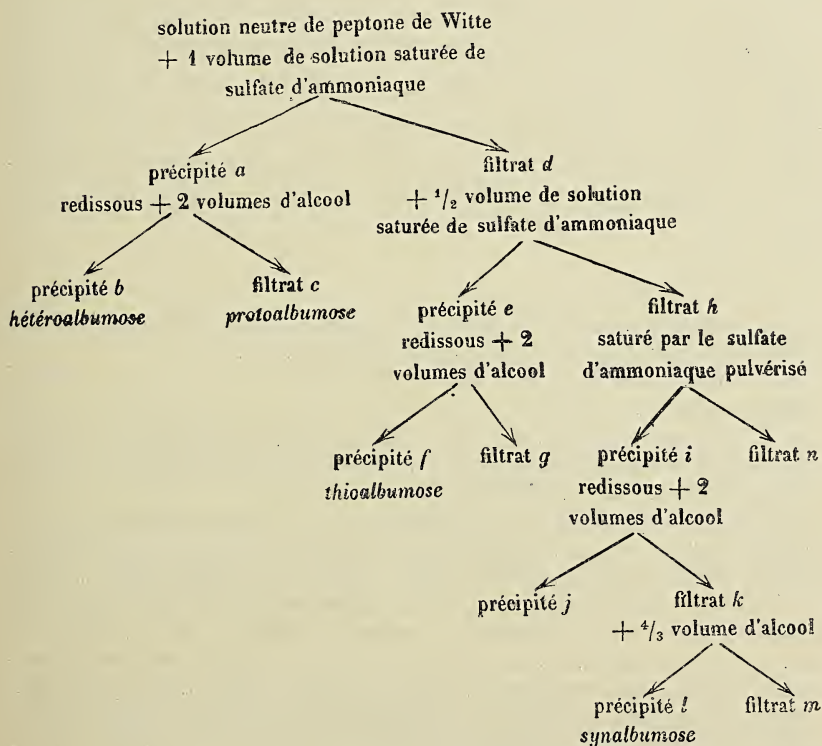
par le sulfate d'ammoniaque, elle semble être complètement exempte de traces des autres groupes de protéoses. Après dix précipitations par le sel ammoniac, on débarrasse la solution du sulfate d'ammoniaque en la traitant par de l'acétate de baryum, filtrant, ajoutant du carbonate d'ammoniaque, concentrant au bain-marie, séparant par filtration des restes de carbonate de baryte. On précipite alors la thioalbumose au moyen de deux volumes d'alcool à 95 %, on recueille le précipité sur un filtre, on le redissout dans l'eau, on le reprécipite par l'alcool. Après avoir répété ces diverses opérations à trois reprises, on lave la thioalbumose au moyen d'alcool absolu, puis d'éther, et on l'amène à poids constant.

Le filtrat *h* est saturé au moyen de sulfate d'ammoniaque finement pulvérisé. On le sépare ainsi en un précipité *i* contenant la deutéroalbumose B de Pick et en un filtrat *n* renfermant la deutéroalbumose C de Pick et d'autres produits de désintégration de la fibrine.

Le précipité *i* est recueilli sur un filtre et lavé au moyen d'une solution saturée de sulfate d'ammoniaque, puis dissous dans de l'eau distillée, de manière à réaliser une solution à 5 % environ de deutéroalbumose B. Celle-ci est additionnée de deux volumes de solution saturée de sulfate d'ammoniaque, débarrassée par filtration du léger précipité formé, saturée au moyen de sulfate d'ammoniaque pulvérisé, lavée au moyen de solution saturée de sulfate d'ammoniaque. Ces diverses manipulations ont pour but de priver la deutéroalbumose B de toutes traces des groupes voisins de protéoses. On les répète à dix reprises, puis on ajoute deux volumes d'alcool à 95 % à la solution aqueuse neutre à 10 % environ de deutéroalbumose B. Le liquide devient trouble, puis un précipité *j* apparaît peu à peu. Après quarante-huit heures de repos, on se débarrasse, par filtration, de ce précipité, qui correspond à l'albumose B<sup>1</sup> de Pick. Le filtrat *k* est additionné de  $\frac{4}{3}$  de volume d'alcool à 95 %, de manière à obtenir un liquide renfermant environ 80 % d'alcool. On précipite ainsi la synalbumose.



Ce précipité *l* est séparé, par filtration, du filtrat *m* renfermant l'albumose B<sup>III</sup> de Pick. La synalbumose est dissoute dans l'eau, de manière à obtenir une solution aqueuse neutre à 10 % environ. Cette solution est additionnée de deux volumes d'alcool à 95 %, débarrassée par filtration du léger précipité formé, amenée, par addition d'alcool à 95 %, à une teneur totale de 65 à 70 % d'alcool; le précipité de synalbumose est lavé au moyen d'alcool à 70 %. On répète à trois reprises ces diverses manipulations. La solution aqueuse de synalbumose est alors privée du sulfate d'ammoniaque qu'elle contient encore, de la même manière que les autres protéoses, c'est-à-dire au moyen de l'acétate de baryum et du carbonate d'ammoniaque, concentrée, précipitée par un grand excès d'alcool. La synalbumose est enfin lavée à l'alcool absolu, puis à l'éther, et séchée jusqu'à poids constant.



Le schéma ci-contre permet de se rendre facilement compte de la marche générale des opérations nécessaires pour isoler l'hétéroalbumose, la protoalbumose, la synalbumose et la thioalbumose hors de la peptone de Witte.

J'ai examiné les propriétés et la constitution chimique de ces quatre substances. Les dosages de carbone et d'hydrogène ont été faits par la méthode habituelle de Liebig, la combustion ayant lieu en présence d'oxyde de cuivre, d'une spirale de cuivre réduit et de chromate de plomb. Les dosages d'azote ont été effectués par la méthode de Kjeldahl. Le soufre total a été déterminé par la méthode de Hoehnel-Glaser-von Asboth, modifiée par Neumann et Meinertz (1). La répartition approximative de l'azote des protéoses en azote amidé, humique, diaminé et monoaminé a été étudiée par le procédé d'Hausmann modifié par Osborne et Harris (2). Cette méthode n'est pas à l'abri de toute critique, et il aurait certes été préférable, pour augmenter l'exactitude des résultats, d'opérer de la façon préconisée par Siegfried (3). J'ai recherché la teneur en azote peptidique par la méthode d'Henriques et Gjaldbak (4), basée sur le titrage au formol selon le procédé de Sørensen (5). L'azote des groupements aminés aliphatiques a été déterminé par la méthode de Van Slyke (6).

---

(1) H. THIERFELDER, *Félix Hoppe Seyler's Handbuch der physiologisch- und pathologisch-chemischen Analyse*, 8<sup>e</sup> édition, Berlin, 1909, p. 552.

(2) H. THIERFELDER, *loc. cit.*, p. 520.

(3) BIRCHARD, *loc. cit.*, p. 55.

(4) V. HENRIQUES und J.-K. GJALDBAK, Ueber quantitative Bestimmung der im Proteine oder in dessen Abbauprodukten vorhandenen Peptidbindungen. (*Zeitschr. für physiol. Chem.*, 1910, t. LXVII, pp. 827.)

(5) S.-P.-L. SÖRENSEN, Etudes enzymatiques. (*Compt. rend. des trav. du lab. de Carlsberg*, 1907, t. VII, fasc. 1; 1909, t. VIII, fasc. 1.) — Enzymstudien. (*Biochem. Zeitschr.*, 1907, t. VII, pp. 45-101; 1909, t. XXI, pp. 131-304; 1909, t. XXIII, pp. 352-356.) — Sulla determinazione e sul significato della concentrazione degli idrossilioni nei processi enzimatici. (*Pathologica*, 1910, t. II, pp. 79-82.) — S.-P.-L. SÖRENSEN und H. JESSEN-HANSEN Ueber die Ausführung der Formoltitrierung in stark farbigen Flüssigkeiten. (*Biochem. Zeitschr.*, 1908, t. VII, pp. 407-420.)

(6) D. D. VAN SLYKE, A method for quantitative determination of aliphatic amino groups; applications to the study of proteolysis and proteolytic products. (*Journ. of biol. Chem.*, 1911, t. IX, pp. 185-204.)

Il y a lieu d'indiquer comment j'ai calculé l'azote peptidique en partant des chiffres obtenus par la méthode d'Henriques et Gjaldbäk. L'ammoniaque formée lors de la décomposition primaire des protéines provient probablement déjà du scindage d'un groupe peptidique — CO — NH —. Cette ammoniaque prend très vraisemblablement naissance aux dépens d'azote amidé (et non aminé), par exemple aux dépens de l'azote amidé de l'asparagine. Si toute l'ammoniaque provenait de la décomposition primaire des protéines, l'azote peptidique correspondrait à la différence entre les teneurs en azote aminé et ammoniacal avant et après traitement par l'acide chlorhydrique. Mais il se produit toujours secondairement une plus ou moins grande quantité d'ammoniaque aux dépens de groupes aminés, tels que ceux du tryptophane ou de la cystine (1). Aussi peut-on obtenir, de la façon qui vient d'être mentionnée, un chiffre d'azote peptidique trop élevé. C'est pourquoi il convient de procéder aux calculs de la manière préconisée par Sørensen (2). On considère comme azote peptidique proprement dit la différence entre les teneurs réelles en azote aminé (donc moins l'azote ammoniacal) avant et après traitement par l'acide chlorhydrique, comme azote amidé la différence entre les teneurs en azote ammoniacal avant et après ce traitement, comme azote peptidique total la somme de l'azote peptidique proprement dit et de l'azote amidé. Dans tous les cas, le scindage des groupes peptidiques a eu lieu par dix-huit heures d'ébullition avec de l'acide chlorhydrique 5-normal dans un flacon d'Erlenmeyer muni d'un réfrigérant de Liebig à courant descendant. On parvient à séparer de cette manière la plupart des groupes peptidiques, mais nullement tous, en radicaux amines et carboxyles.

La déviation de la lumière polarisée a été mesurée à 20° en tube long de 20 centimètres.

---

(1) V. HENRIQUES und J.-K. GJALDBÄK, *loc. cit.*, p. 25.

(2) Je tiens à remercier M. le Prof<sup>r</sup> Sørensen des renseignements qu'il a bien voulu me donner à ce sujet avec son habituelle obligeance.

L'indice de réfraction a été déterminé par la méthode stalagmométrique de Traube (1) en utilisant deux stalagmomètres donnant à 15° respectivement 55.6 et 60.8 gouttes d'eau distillée et en ramenant les résultats aux chiffres qu'on aurait obtenus avec un appareil donnant, à 15°, 100 gouttes d'eau distillée. On obtient ainsi ce que j'ai appelé l'indice stalagmométrique (2). Si F et F' représentent respectivement la tension superficielle de l'eau et du liquide examiné, D' la densité de ce dernier à 15° prise au moyen de la balance de Westphal, N' son index stalagmométrique (3), on a  $F' = FD' \frac{100}{N'}$ . La constante capillaire de l'eau à 15° correspond à 746, ce qui donne, d'après Landolt-Börnstein (4), 73.26 dynes comme tension superficielle de l'eau à 15°, à la limite du contact entre l'eau et l'air. En se basant sur ce chiffre, la densité et l'index stalagmométrique, on peut calculer la tension superficielle en dynes.

L'action des protéoses sur l'or colloïdal a été étudiée de la manière décrite par Zsigmondy (5).

Les diverses réactions générales des protéines ont été recherchées de la façon habituelle (6). J'ai, en outre, examiné : 1° si, à la dilution de 1 pour 7500, les protéoses étaient précipitées ou non par addition d'acide sulfochondroïtique et d'acide

---

(1) J. TRAUBE, *Physikalisch-chemische Methoden*, Hambourg et Leipzig, 1893, p. 42. — *Grundriss der physikalischen Chemie*, Stuttgart, 1904, p. 146.

(2) Plus le nombre de gouttes au stalagmomètre est considérable, plus la tension superficielle est abaissée.

(3) A. MOREL, *Précis de technique chimique à l'usage des laboratoires médicaux*, Paris, 1909, p. 75.

(4) LANDOLT-BÖRNSTEIN, *Physikalisch-chemische Tabellen*, 3<sup>e</sup> édition, Berlin 1905, p. 102.

(5) R. ZSIGMONDY, Die hochrote Goldlösung als Reagens auf Kolloide. (*Zeitschr. für analyt. Chem.*, 1901, t. XL, pp. 697-719.)

(6) H. THIERFELDER, *loc. cit.*, pp. 391-393. Je ne mentionnerai ni la réaction du biuret ni la réaction xanthoprotéique, positives pour toutes les protéoses examinées. Je me bornerai à indiquer les résultats obtenus avec les réactions de Millon, de Molisch, d'Adamkiewicz, du soufre labile et diazoïque de Pauly.

acétique (réaction de Pons) (1); 2° si une solution ammoniacale à 1 % de sulfate de clupéine (2) les précipitait (réaction de Hunter) (3).

Arrivons-en maintenant aux données relatives à chacune des quatre protéoses isolées par la méthode de Pick.

1° *Hétéroalbumose.*

0<sup>sr</sup>1832 donnent 0<sup>sr</sup>1055 H<sup>2</sup>O = 6.46 % H et 0<sup>sr</sup>3264 CO<sup>2</sup> = 48.59 % C.

0<sup>sr</sup>2091 donnent 0<sup>sr</sup>1219 H<sup>2</sup>O = 6.54 % H et 0<sup>sr</sup>3697 CO<sup>2</sup> = 48.25 % C.

0<sup>sr</sup>1680 nécessitent l'emploi de 19<sup>cc</sup>3 de  $n_{10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup> = 16.08 % N.

0<sup>sr</sup>1807 nécessitent l'emploi de 21<sup>cc</sup>6 de  $n_{10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup> = 16.18 % N.

0<sup>sr</sup>4387 donnent 0<sup>sr</sup>0532 BaSO<sup>4</sup> = 1.67 % S.

Composition moyenne : 48.42 % C, 6.50 % H, 16,18 % N, 1.67 % S.

La méthode de répartition de l'azote d'Hausmann, modifiée par Osborne et Harris, donne pour 0<sup>sr</sup>1442 d'azote : azote amidé = 0<sup>sr</sup>01062, soit 7.36 % de l'azote total; azote humique = 0<sup>sr</sup>00196, soit 1.36 %; azote diaminé ou plus exactement azote précipité par l'acide phosphotungstique = 0<sup>sr</sup>04648, soit 32.23 %; azote monoaminé ou plus exactement azote non précipité par l'acide phosphotungstique = 0<sup>sr</sup>08778, soit 60.89 %.

---

(1) CH. PONS, Quantitative Untersuchungen über die Ausscheidung der Chondroitinschwefelsäure. (*Hofmeister's Beitr.*, 1907, t. IX, pp. 393-400.) — Sur l'acide sulfochondroitique et sa présence dans l'urine normale. (*Ann. de la Soc. de méd. de Gand*, 1906, t. LXXXVI, pp. 288-292.) — J'ai employé une solution de sulfochondroïtate de sodium, que je dois à l'extrême amabilité de M. le Dr Pons.

(2) Le sulfate de clupéine m'a été obligeamment envoyé par M. le Prof<sup>r</sup> Kossel, à qui j'adresse mes plus vifs remerciements.

(3) A. HUNTER, The reaction with protamine as a means of distinguishing primary from secondary proteoses. (*Journ. of Physiol.*, 1908, t. XXXVII, pp. v-vi des *Proc. of the Physiol. Soc.*)

Avant traitement par l'acide chlorhydrique, l'hétéroalbumose ne contient pas d'azote titrable par le formol. Après ce traitement, de 0<sup>gr</sup>0308 d'azote, 0<sup>gr</sup>02072 sont titrables par la méthode de Sörensen; de cet azote titrable par le formol, 0<sup>gr</sup>00112 représentent de l'ammoniaque. Il existe donc 64.02 % d'azote peptidique proprement dit, 3.64 % d'azote amidé, 67.66 % d'azote peptidique total.

6 centimètres cubes de solution d'hétéroalbumose contenant 27<sup>mgr</sup>72 d'azote donnent, par la méthode de Van Slyke, 1<sup>cc</sup>6 d'azote aminé, à la pression barométrique de 751.2 et à la température de 19°5, ce qui correspond à 1<sup>mgr</sup>82 d'azote aminé aliphatique, soit 6.53 % de l'azote total.

8 centimètres cubes de solution d'hétéroalbumose contenant 40<sup>mgr</sup>66 d'azote donnent, par ce même procédé, 2<sup>cc</sup>25 d'azote aminé, à la pression de 750.7 et à la température de 19°, ce qui correspond à 2<sup>mgr</sup>55 d'azote aminé aliphatique ou 6.25 % de l'azote total. Si l'on prend la moyenne de ces deux résultats, on obtient 6.39 %, c'est-à-dire le même chiffre que Van Slyke (6.38 %).

Déviation de la lumière polarisée : — 1.95 pour 0<sup>gr</sup>0138, ce qui donne  $[\alpha]_{D20} = -70.7$ .

Indice de réfraction : 1.33509 pour une solution à 1 %.

Indice stalagmométrique : 123.4 pour une solution ayant 1006 comme densité. Tension superficielle calculée en dynes par centimètre à la surface limite avec l'air = 59.89.

Indice d'or : compris entre 0.01 et 0.075.

Réaction de Millon : faiblement positive.

Réaction de Molisch : négative.

Réaction d'Adamkiewicz : nettement positive.

Réaction du soufre labile : faiblement positive.

Diazoréaction de Pauly : nettement positive.

Réaction de Pons : positive à la dilution de 1 pour 7500.

Réaction de Hunter : positive.

2° Protoalbumose.

0<sup>gr</sup>1944 donnent 0<sup>gr</sup>1167H<sup>2</sup>O = 6.73 % H et 0<sup>gr</sup>3722 CO<sup>2</sup> = 52.22 % C.

0<sup>gr</sup>2127 donnent 0<sup>gr</sup>1264 H<sup>2</sup>O = 6.66 % H et 0<sup>gr</sup>4106 CO<sup>2</sup> = 52.69 % C.

0<sup>gr</sup>1728 nécessitent l'emploi de 21<sup>cc</sup>20 de  $n_{/10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup> = 17.18 % N.

0<sup>gr</sup>1914 nécessitent l'emploi de 23<sup>cc</sup>5 de  $n_{/10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup> = 17.08 % N.

0<sup>gr</sup>3365 donnent 0<sup>gr</sup>0282 BaSO<sup>4</sup> = 1.15 % S.

0<sup>gr</sup>4123 donnent 0<sup>gr</sup>0354 BaSO<sup>4</sup> = 1.18 % S.

Composition moyenne : 52.45 % C; 6.69 % H; 17.13 % N; 1.16 % S.

La méthode de répartition de l'azote d'Hausmann, modifiée par Osborne et Harris, donne pour 0<sup>gr</sup>1709 d'azote : azote amidé = 0<sup>gr</sup>01084, soit 6.34 % de l'azote total; pas d'azote humique; azote diaminé ou plus exactement azote précipité par l'acide phosphotungstique = 0<sup>gr</sup>05680, soit 33.24 % de l'azote total; azote monoaminé ou plus exactement azote non précipité par l'acide phosphotungstique = 0<sup>gr</sup>10843, soit 63.39 %.

Avant traitement par l'acide chlorhydrique, la protoalbumose ne contient pas d'azote titrable par le formol. Après ce traitement, de 0<sup>gr</sup>0721 d'azote, 0<sup>gr</sup>0201 sont titrables par la méthode de Sørensen; de cet azote titrable par le formol, 0<sup>gr</sup>0049 représentent de l'ammoniaque. On obtient donc 21.08 % d'azote peptidique proprement dit, 6.80 % d'azote amidé, 27.88 % d'azote peptidique total. Dans une seconde expérience, de 0<sup>gr</sup>0721, 0<sup>gr</sup>0245 sont devenus, après traitement par l'acide chlorhydrique, titrables par la méthode de Sørensen; de ces 0<sup>gr</sup>0245, 0<sup>gr</sup>0063 représentent de l'ammoniaque. On a par conséquent, dans ce cas, 25.24 % d'azote peptidique proprement dit, 8.74 % d'azote amidé, 33.98 % d'azote peptidique total.

6<sup>cc</sup>3 de solution de protoalbumose contenant 22<sup>mgr</sup>17 d'azote donnent, par la méthode de Van Slyke, 1<sup>cc</sup>4 d'azote aminé, à la pression barométrique de 750.2 et à la température de 19°5, ce

qui correspond à 1<sup>mgr</sup>57 d'azote aminé aliphatique, soit 7.08 % de l'azote total.

7<sup>cc</sup>85 de solution de protoalbumose contenant 35<sup>mgr</sup>17 d'azote donnent, par ce même procédé, 2<sup>cc</sup>3 d'azote aminé, à la pression barométrique de 746.2 et à la température de 20°5, ce qui correspond à 2<sup>mgr</sup>58 d'azote aminé aliphatique, soit 7.34 % de l'azote total. La moyenne des deux résultats donne 7.24 % au lieu de 6.30 %, chiffre trouvé par Van Slyke.

Déviatiion de la lumière polarisée : — 2.41 pour 0<sup>gr</sup>0159, ce qui donne  $[\alpha]_{D20} = -75.2$ .

Indice de réfraction : 1.33575 pour une solution à 1 %.

Indice stalagmométrique : 121.7 pour une solution ayant 1010 comme densité. Tension superficielle calculée en dynes par centimètre à la surface limite avec l'air = 60.80.

Indice d'or : compris entre 1.60 et 3.36.

Réaction de Millon : positive.

Réaction de Molisch : négative.

Réaction d'Adamkiewicz : nettement positive.

Réaction du soufre labile : faiblement positive.

Diazoréaction de Pauly : négative.

Réaction de Pons : positive à la dilution de 1 pour 7500.

Réaction de Hunter : positive.

### 3° Synalbumose.

0<sup>gr</sup>1944 donnent 0<sup>gr</sup>1167 H<sup>2</sup>O = 7.05 % H et 0<sup>gr</sup>3798 CO<sup>2</sup> = 47.81 % C.

0<sup>gr</sup>1978 donnent 0<sup>gr</sup>1223 H<sup>2</sup>O = 6.93 % H et 0<sup>gr</sup>3493 CO<sup>2</sup> = 47.30 % C.

0<sup>gr</sup>1541 nécessitent l'emploi de 15<sup>cc</sup>5 de  $n_{/10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup> = 14.05 % N.

0<sup>gr</sup>1651 nécessitent l'emploi de 16<sup>cc</sup>6 de  $n_{/10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup> = 14.08 % N.

0<sup>gr</sup>3927 donnent 0<sup>gr</sup>0416 BaSO<sup>4</sup> = 1.45 % S.

Composition moyenne : 47.55 % C; 6.99 % H; 14.06 % N; 1.45 % S.



La méthode de répartition de l'azote d'Hausmann, modifiée par Osborne et Harris, donne pour 0<sup>gr</sup>1576 d'azote : azote amidé = 0<sup>gr</sup>02247, soit 14.26 % de l'azote total ; azote humique = 0<sup>gr</sup>00735, soit 4.64 % ; azote diaminé ou plus exactement azote précipité par l'acide phosphotungstique = 0<sup>gr</sup>04389, soit 27.85 % ; azote monoaminé ou plus exactement azote non précipité par l'acide phosphotungstique = 0<sup>gr</sup>08593, soit 54.46 %.

Avant traitement par l'acide chlorhydrique, de 0<sup>gr</sup>0280 d'azote, 0<sup>gr</sup>00252 ou 9.00 % sont titrables par le formol. Après ce traitement, 0<sup>gr</sup>01036 sont titrables par le formol, soit 37.00 %. De ces 0<sup>gr</sup>01036, 0<sup>gr</sup>00084 représentent de l'ammoniaque. On obtient donc 23.00 % d'azote peptidique proprement dit, 3.00 % d'azote amidé, 31.00 % d'azote peptidique total.

Déviations de la lumière polarisée = — 0.58 pour 0<sup>gr</sup>01127, ce qui donne  $[\alpha]_{D20} = -25.7$ .

Indice de réfraction : 1.33458 pour une solution à 1 %.

Indice stalagmométrique : 121.7 pour une solution ayant 1012 comme densité. Tension superficielle calculée en dynes par centimètre à la surface limite avec l'air = 60.92.

L'addition de 0<sup>mgr</sup>64 à 2<sup>mgr</sup>24 de synalbumose à 10 centimètres cubes de la solution rouge vif d'or colloïdal la fait virer au violet ou au bleu.

Réaction de Millon : positive.

Réaction de Molisch : fortement positive.

Réaction d'Adamkiewicz : négative.

Réaction du soufre labile : faiblement positive.

Diazoréaction de Pauly : positive.

Réaction de Pons : positive à la dilution de 1 pour 7500.

Réaction de Hunter : négative.

#### 4° Thioalbumose.

0<sup>gr</sup>1949 donnent 0<sup>gr</sup>1237 H<sup>2</sup>O = 6.73 % H et 0<sup>gr</sup>3037 CO<sup>2</sup> = 45.78 % C.

0<sup>gr</sup>2107 donnent 0<sup>gr</sup>1269 H<sup>2</sup>O = 6.75 % H et 0<sup>gr</sup>3565 CO<sup>2</sup> = 46.15 % C.

0<sup>gr</sup>1714 nécessitent l'emploi de 20<sup>cc</sup>1 de  $n/_{10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup> = 16.42 % N.

0<sup>gr</sup>1726 nécessitent l'emploi de 20<sup>cc</sup>4 de  $n/_{10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup> = 16.55 % N.

0<sup>gr</sup>4271 donnent 0<sup>gr</sup>0678 BaSO<sup>4</sup> = 2.12 % S.

0<sup>gr</sup>4374 donnent 0<sup>gr</sup>0684 BaSO<sup>4</sup> = 2.18 % S.

Composition moyenne : 46.91 % C; 6.74 % H; 16.48 % N; 2.15 % S.

La méthode de répartition de l'azote d'Hausmann, modifiée par Osborne et Harris, donne pour 0<sup>gr</sup>1645 d'azote : azote amidé = 0<sup>gr</sup>00980, soit 5.96 % de l'azote total; azote humique = 0<sup>gr</sup>00162, soit 0.98 %; azote diaminé ou plus exactement azote précipité par l'acide phosphotungstique = 0<sup>gr</sup>04521, soit 27.48 %; azote monoaminé ou plus exactement azote non précipité par l'acide phosphotungstique = 0<sup>gr</sup>11697, soit 71.11 %.

De 0<sup>gr</sup>02324 d'azote, 0<sup>gr</sup>00119 ou 5.14 % sont, avant le traitement par l'acide chlorhydrique, titrables par le formol. Après ce traitement, 0<sup>gr</sup>00462, soit 19.79 %, sont titrables par le formol. De ces 0<sup>gr</sup>00462, 0<sup>gr</sup>00154 représentent de l'ammoniaque. On obtient donc 8.15 % d'azote peptidique proprement dit, 6.50 % d'azote amidé, 14.63 % d'azote peptidique total.

Déviations de la lumière polarisée : — 1.8 pour 0<sup>gr</sup>0103, ce qui donne  $[\alpha]_{D20}$  = — 87.4.

Indice de réfraction : 1.33470 pour une solution à 1 %.

Indice stalagmométrique : 138.2 pour une solution ayant 1011 comme densité. Tension superficielle calculée en dynes par centimètre à la surface limite avec l'air = 52.87.

2<sup>mgr</sup>60 à 4<sup>mgr</sup>00 suffisent pour faire virer au violet, en l'absence de chlorure de sodium, 10 centimètres cubes de solution d'or colloïdal.

Réaction de Millon : positive.

Réaction de Molisch : faiblement positive.

Réaction d'Adamkiewicz : positive.

Réaction du soufre labile : fortement positive.

Diazoréaction de Pauly : positive.

Réaction de Pons : négative à la dilution de 1 pour 7500.

Réaction de Hunter : négative.

### III. — PRÉPARATION ET PROPRIÉTÉS DE L'HÉTÉROALBUMOSE ET DE LA PROTOALBUMOSE D'ADLER.

On ajoute un volume de solution saturée de sulfate d'ammoniaque à la portion de solution neutre à 5 % de peptone de Witte destinée à préparer l'hétéroalbumose et la protoalbumose de la façon préconisée par Adler. Après quarante-huit heures de repos à la glacière, on filtre. On obtient ainsi un précipité *a* et un filtrat *b*.

Le précipité *a* est lavé soigneusement d'abord au moyen d'un mélange à parties égales d'eau distillée et de solution saturée de sulfate d'ammoniaque, puis au moyen de cette dernière solution telle quelle. On ne cesse ce traitement que lorsque l'eau de lavage ne donne plus la réaction du biuret. On prépare alors une solution aqueuse à 1 % du précipité *a*. On l'additionne de sulfate d'ammoniaque finement pulvérisé, de manière à obtenir un liquide renfermant 5 % de ce sel.

A cette solution on ajoute peu à peu, et en évitant tout excès, une solution pas trop concentrée d'alun ammoniacal ferrique. Il se produit un précipité jaune clair *c*, qui ne se dépose que lentement. Au bout de huit jours, on sépare par filtration le précipité *c* du filtrat *d*.

Le précipité *c* est lavé au moyen de solution aqueuse à 5 % de sulfate d'ammoniaque amenée à la température de 40°. On suspend ensuite le précipité *c* dans de l'eau distillée et l'on y ajoute de l'ammoniaque. Il se forme un précipité d'hydrate ferrique, dont on se débarrasse par filtration et qu'on lave au moyen d'eau chaude. On ajoute l'eau de lavage au filtrat de manière à obtenir un volume total de liquide correspondant à peu près au volume de la solution initiale à 1 % du précipité *a*.

On neutralise ce liquide au moyen d'acide sulfurique, on l'amène à une teneur de 5 % en sulfate d'ammoniaque et on le précipite une seconde fois par l'alun ammoniacal ferrique. Le précipité *c* est de nouveau lavé au moyen de solution aqueuse à 5 % de sulfate d'ammoniaque portée à 40°, puis traité par l'ammoniaque. Après avoir procédé à six reprises à la précipitation du précipité *c* par l'alun ferrique et à son traitement consécutif par l'ammoniaque, on traite la solution aqueuse ammoniacale du précipité *c* par de l'eau de baryte pour la débarrasser du sulfate d'ammoniaque. On filtre, puis on enlève l'excès de baryte en ajoutant au filtrat de la solution aqueuse de carbonate d'ammoniaque. On concentre au bain-marie, on laisse refroidir, on se débarrasse, par filtration, des traces de carbonate de baryte encore contenues dans le liquide. On réduit celui-ci à un petit volume dans le vide à 35°. On dissout le résidu dans peu d'eau; on acidifie au moyen de quelques gouttes d'acide acétique glacial. On verse cette solution dans 20 volumes d'alcool absolu en agitant constamment. Après vingt-quatre heures, on décante le liquide clair. Le précipité *c* est lavé à l'alcool absolu, puis à l'éther. On le sèche dans le vide au-dessus de l'acide sulfurique, puis on l'amène à poids constant en ne dépassant pas la température de 95°. Il correspond, d'après Adler, à la protoalbumose de Kühne et de Pick.

On verse goutte à goutte de la solution aqueuse d'ammoniaque contenant 5 % de sulfate d'ammoniaque dans le filtrat *d* tant qu'il se forme un précipité *e*. On se débarrasse de celui-ci par filtration. On sature le nouveau filtrat *f* au moyen d'alun ammoniacal ferrique finement pulvérisé, puis on y ajoute de l'ammoniaque concentrée jusqu'au moment où la réaction du liquide n'est plus que très faiblement acide. Il s'est formé un précipité *g* qu'on filtre et qu'on lave au moyen de solution aqueuse à 5 % de sulfate d'ammoniaque amenée à 40°. On suspend le précipité *g* dans de l'eau distillée, puis on y ajoute de l'ammoniaque concentrée, ce qui précipite de l'hydrate ferrique. On filtre et on lave l'hydrate ferrique au moyen d'eau chaude. On

ajoute l'eau de lavage au filtrat et l'on ramène ainsi le liquide à un volume total correspondant à peu près à celui du filtrat *f*. On neutralise la liqueur par de l'acide sulfurique ; on l'amène à une teneur de 5 % en sulfate d'ammoniaque. On procède ensuite à six reprises à la précipitation du précipité *g* par l'alun ferrique et à son traitement consécutif par l'ammoniaque. On débarrasse la solution aqueuse ammoniacale du précipité *g* des restes de sulfate d'ammoniaque de la même manière que la solution du précipité *c*. On réduit à un petit volume dans le vide à 45°. On dissout le résidu dans de l'eau additionnée de quelques gouttes d'acide acétique glacial. On verse cette solution dans 20 volumes d'alcool absolu en agitant constamment. Après vingt-quatre heures, on décante le liquide clair. Le précipité *g* est lavé à l'alcool absolu, puis à l'éther. On le sèche dans le vide au-dessus de l'acide sulfurique et on l'amène à poids constant de la même façon que le précipité *c*. D'après Adler, le précipité *g* représente l'hétéroalbumose de Kühne et de Pick.

Birchard n'est pas arrivé aux mêmes conclusions qu'Adler. Selon Birchard, le précipité *c* est constitué, d'ordinaire, par un mélange d'hétéroalbumose et de protoalbumose, le précipité *g* par de la protoalbumose. La méthode d'Adler ne conviendrait donc nullement pour séparer l'hétéroalbumose de la protoalbumose.

Ainsi qu'on le verra plus loin, mes constatations se rapprochent plutôt de celles d'Adler. On doit considérer le précipité *c* comme de l'hétéroalbumose, le précipité *g* comme de la protoalbumose, moins pures, il est vrai, que les protéoses analogues isolées selon le procédé de Pick.

Je dois toutefois mentionner que dans un premier essai fait en partant d'une solution à 5 % d'albumoses primaires de Kühne provenant de la peptone de Witte, je ne suis pas parvenu à séparer la protoalbumose de l'hétéroalbumose par la méthode d'Adler. Les précipités *c* et *g* renfermaient à la fois ces deux protéoses. Ces résultats et ceux de Birchard tendent à montrer qu'il ne faut pas opérer avec des solutions trop con-

centrées dans la méthode d'Adler. Quoi qu'il en soit, il n'y a aucun motif de préférer la méthode si incertaine d'Adler à celle, plus précise, de Pick.

Voici les données relatives aux propriétés et à la composition chimique des précipités *c* et *g*, qui représentent le premier de l'hétéroalbumose, le second de la protoalbumose.

1° *Précipité c (Hétéroalbumose)* :

0<sup>gr</sup>1985 donnent 0<sup>gr</sup>1167 H<sup>2</sup>O = 6.59 % H et 0<sup>gr</sup>3573 CO<sup>2</sup> = 49.09 % C.

0<sup>gr</sup>2006 donnent 0<sup>gr</sup>1193 H<sup>2</sup>O = 6.66 % H et 0<sup>gr</sup>3618 CO<sup>2</sup> = 48.73 % C.

0<sup>gr</sup>1499 nécessitent l'emploi de 17<sup>cc</sup>6 de  $n_{/10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup> = 16.45 % N.

0<sup>gr</sup>1784 nécessitent l'emploi de 20<sup>cc</sup>9 de  $n_{/10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup> = 16.40 % N.

Composition moyenne : 48.91 % C; 6.62 % H; 16.42 % N.

La méthode de répartition de l'azote d'Hausmann, modifiée par Osborne et Harris, donne pour 0<sup>gr</sup>1692 d'azote : azote amidé = 0<sup>gr</sup>01719, soit 10.16 % de l'azote total; azote humique = 0<sup>gr</sup>00154, soit 0.91 %; azote diaminé ou plus exactement azote précipité par l'acide phosphotungstique = 0<sup>gr</sup>0588, soit 34.88 %; azote monoaminé ou plus exactement azote non précipité par l'acide phosphotungstique = 0<sup>gr</sup>09532, soit 56.34 %.

De 0<sup>gr</sup>0357 d'azote, 0<sup>gr</sup>0203, soit 56.82 %, ne sont pas précipités par le mastic.

Indice de réfraction : 1.33439 pour une solution à 1 %.

Indice stalagmométrique : 125.8 pour une solution ayant 1005 comme densité. Tension superficielle calculée en dynes par centimètre à la surface limite avec l'air = 61.15.

Indice d'or compris entre 0.05 et 0.11.

Réaction de Millon : faiblement positive.

Réaction de Molisch : négative.

Réaction d'Adamkiewicz : positive.

Réaction du soufre labile : faiblement positive.

Diazoréaction de Pauly : positive.

Réaction de Pons : positive à la dilution de 1 pour 7500.

Réaction de Hunter : positive.

2° Précipité g (*Protoalbumose*) :

0<sup>gr</sup>1990 donnent 0<sup>gr</sup>1186 H<sup>2</sup>O = 6.68 % H et 0<sup>gr</sup>3730 CO<sup>2</sup>  
= 51.12 % C.

0<sup>gr</sup>2054 donnent 0<sup>gr</sup>1218 H<sup>2</sup>O = 6.68 % H et 0<sup>gr</sup>3843 CO<sup>2</sup>  
= 51.03 % C.

0<sup>gr</sup>1563 nécessitent l'emploi de 18<sup>cc</sup>7 de  $n_{/10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup> =  
16.75 % N.

0<sup>gr</sup>1702 nécessitent l'emploi de 19<sup>cc</sup>9 de  $n_{/10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup> =  
16.77 % N.

Composition moyenne : 51.03 % C; 6.68 % H; 16.76 % N.

La méthode de répartition de l'azote d'Hausmann, modifiée par Osborne et Harris, donne pour 0<sup>gr</sup>1624 d'azote : azote amidé = 0<sup>gr</sup>01196, soit 7.36 % de l'azote total; azote humique = 0<sup>gr</sup>00324, soit 2 %; azote diaminé ou plus exactement azote précipité par l'acide phosphotungstique = 0<sup>gr</sup>03910, soit 24.08 %; azote monoaminé ou plus exactement azote non précipité par l'acide phosphotungstique = 0<sup>gr</sup>1099, soit 67.67 %.

De 0<sup>gr</sup>04872 d'azote, 0<sup>gr</sup>03276, soit 67.24 %, ne sont pas précipités par le mastic.

Indice de réfraction : 1.33445 pour une solution à 1 %.

Indice stalagmométrique : 116.4 pour une solution ayant 1004.5 comme densité. Tension superficielle calculée en dynes par centimètre à la surface limite avec l'air = 65.76.

Indice d'or compris entre 0.8 et 1.4.

Réaction de Millon : positive.

Réaction de Molisch : négative.

Réaction d'Adamkiewicz : positive.

Réaction du soufre labile : faiblement positive.

Diazoréaction de Pauly : positive.

Réaction de Pons : positive à la dilution de 1 pour 7500.

Réaction de Hunter positive.

IV. — PRÉPARATION ET PROPRIÉTÉS DE L'HÉTÉROALBUMOSE, DES PROTOALBUMOSES  $\alpha$  ET  $\beta$ , DES DEUTÉROALBUMOSES  $\alpha$  ET  $\beta$  D'HASLAM.

La portion de la solution neutre à 5 % de peptone de Witte, destinée à isoler les protéoses d'après la méthode d'Haslam, est additionnée d'un volume et demi d'eau distillée, de manière à en réduire la concentration à 2 %. On ajoute à ce liquide un volume d'alcool absolu. On obtient ainsi un précipité *a* qui renferme l'hétéroalbumose, la protoalbumose  $\alpha$  et la deutéroalbumose  $\alpha$ . On sépare par filtration ce précipité du liquide clair *b* qui contient la protoalbumose  $\beta$  et la deutéroalbumose  $\beta$ .

Le précipité *a* est lavé au moyen d'alcool à 50 %, puis mis en suspension dans un volume d'eau distillée correspondant au volume initial de la solution à 2 % de peptone de Witte. Dans ces conditions, la protoalbumose  $\alpha$  et la deutéroalbumose  $\alpha$  se dissolvent; l'hétéroalbumose reste insoluble. On sépare par filtration le précipité *c* d'hétéroalbumose du filtrat *d*.

On ajoute un volume d'alcool absolu au filtrat *d*. On obtient ainsi un précipité *e*, qu'on sépare par filtration du liquide *f*, puis qu'on lave au moyen d'alcool à 50 %. Le précipité *e* est redissous dans le même volume d'eau que le précipité *a*. Une nouvelle portion d'hétéroalbumose *g* ne se dissout pas. On en débarrasse par filtration la solution *h* de protoalbumose  $\alpha$  et de deutéroalbumose  $\alpha$ .

On précipite la solution *h* par un volume d'alcool absolu. On la sépare ainsi en un précipité *i* correspondant aux précipités *a* et *e* et en un filtrat *j*. Le précipité *i*, traité de la même manière que les précipités *a* et *e*, ne donne plus qu'une très faible quantité de protéose insoluble dans l'eau.

On réunit les précipités *c* et *g* d'hétéroalbumose. On les lave à l'eau chaude. On ajoute les eaux de lavage à la solution du précipité *i*.

On lave l'hétéroalbumose successivement à l'alcool absolu et



à l'éther, puis on la sèche dans le vide au-dessus de l'acide sulfurique et on l'amène enfin à poids constant à 93°-95°.

On procède à six nouvelles précipitations par l'alcool, puis redissolutions dans l'eau du précipité *i*. Après la seconde précipitation, on n'obtient plus de protéose insoluble dans l'eau. Après la cinquième et la sixième, l'addition d'acide sulfurique à une petite portion du filtrat restant après séparation de la protoalbumose et de la deutéroalbumose précipitées par l'alcool donne la même coloration brune dans les deux cas.

On additionne alors la solution aqueuse du précipité *i* d'un volume de solution saturée de sulfate d'ammoniaque. On sépare par filtration le précipité *k* de protoalbumose  $\alpha$  du filtrat *l* renfermant la deutéroalbumose  $\alpha$ .

On purifie la protoalbumose  $\alpha$  en lavant le précipité *k* au moyen d'un mélange à parties égales d'eau et de solution saturée de sulfate d'ammoniaque, en le redissolvant dans l'eau et en le reprécipitant par un volume de solution saturée de sulfate d'ammoniaque. On précipite la protoalbumose  $\alpha$  par le sulfate d'ammoniaque jusqu'au moment où la teneur en azote du filtrat ne varie plus. Ceci est atteint au bout de sept précipitations. On dissout alors la protoalbumose  $\alpha$  dans un petit volume d'eau et on verse cette solution en agitant constamment dans un volume d'alcool absolu. Le précipité de protoalbumose  $\alpha$  est recueilli sur un filtre, redissous dans l'eau, débarrassé des restes de sulfate d'ammoniaque grâce à l'emploi successif d'acétate de baryte et de carbonate d'ammoniaque. On réduit la solution de protoalbumose  $\alpha$  de moitié au bain-marie. Après refroidissement, on la filtre pour éliminer les traces de carbonate de baryte encore présentes. On réduit dans le vide à 35° à un petit volume, on filtre la solution et on la verse, en agitant constamment, dans un volume d'alcool absolu. On recueille le précipité de protoalbumose  $\alpha$  sur un filtre. On le lave à l'alcool absolu, puis à l'éther; on le sèche dans le vide au-dessus de l'acide sulfurique, puis on l'amène à poids constant à 95°.

Le filtrat *l* est saturé au moyen de sulfate d'ammoniaque finement pulvérisé. Le précipité *m* de deutéroalbumose  $\alpha$  est séparé par filtration du filtrat *n* qu'on rejette. Ce précipité est lavé au moyen de solution saturée de sulfate d'ammoniaque, puis redissous dans l'eau. On l'additionne d'un volume de solution saturée de sulfate d'ammoniaque. On filtre. On sature le filtrat au moyen de sel ammoniac finement pulvérisé. On recueille le précipité sur un filtre et on le lave au moyen de solution saturée de sulfate d'ammoniaque. On répète ces diverses manipulations à neuf reprises. Il ne se produit plus de précipité lors de l'addition d'un volume de solution saturée de sulfate d'ammoniaque à partir de la quatrième reprécipitation de la deutéroalbumose  $\alpha$  par le sulfate d'ammoniaque. La teneur en azote du filtrat restant après la précipitation de cette protéose n'a plus subi de modifications à partir de la huitième précipitation. La deutéroalbumose  $\alpha$ , précipitée neuf fois par le sulfate d'ammoniaque, est lavée au moyen de solution saturée de sulfate d'ammoniaque, puis débarrassée, de la même manière que la protoalbumose  $\alpha$ , du sel entraîné par l'acétate de baryte et le carbonate d'ammoniaque. Le liquide privé de sulfate d'ammoniaque et de carbonate de baryte est réduit à un petit volume dans le vide à 35°, filtré, puis versé, en agitant constamment, dans un volume d'alcool absolu. Le précipité ainsi obtenu est dissous dans un petit volume d'eau. On verse cette solution dans un volume d'alcool absolu. Le précipité de deutéroalbumose  $\alpha$  est recueilli sur un filtre, lavé à l'alcool absolu, puis à l'éther, séché dans le vide au-dessus de l'acide sulfurique et enfin amené à poids constant à 95°.

On réduit le liquide *b*, contenant la protoalbumose  $\beta$  et la deutéroalbumose  $\beta$ , à un petit volume dans l'étuve de Buxton et Beebe traversée par un courant d'air sec chauffé à 33°. On l'amène par addition d'eau distillée au volume de la solution initiale à 2 % de peptone de Witte. On y ajoute un volume d'alcool absolu; il se produit un précipité *a'* d'hétéroalbumose,

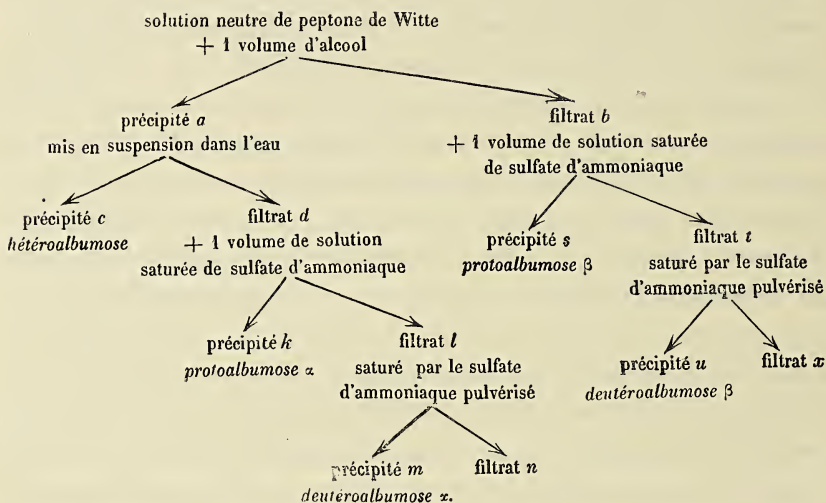
de protoalbumose  $\alpha$  et de deutéroalbumose  $\alpha$ , qu'on traite de la même façon que le précipité  $a$ , et un filtrat  $p$ , qu'on réduit à un petit volume, puis qu'on additionne d'abord d'eau distillée, ensuite d'un volume d'alcool absolu. On obtient un nouveau précipité  $a'$  d'hétéroalbumose, de protoalbumose  $\alpha$  et de deutéroalbumose  $\alpha$  qu'on traite comme le précipité  $a$  et un filtrat  $r$ . Un quatrième et un cinquième traitement par un volume d'alcool amènent encore la formation de légers précipités. Ce n'est qu'au sixième traitement, par un volume d'alcool, que le liquide reste clair. On le réduit de nouveau de volume à l'étuve de Buxton et Beebe à  $35^{\circ}$ . On l'amène par addition d'eau distillée au volume de la solution initiale à 2 %, de peptone de Witte et on y ajoute un volume de solution saturée de sulfate d'ammoniaque. On obtient ainsi un précipité  $s$  de protoalbumose  $\beta$  et un filtrat  $t$  renfermant la deutéroalbumose  $\beta$ . On sature celui-ci au moyen de sulfate d'ammoniaque finement pulvérisé et on le sépare de cette manière en un précipité  $u$  de deutéroalbumose  $\beta$  et en un filtrat  $x$  qu'on rejette.

La purification des précipités  $s$  de protoalbumose  $\beta$  et  $u$  de deutéroalbumose  $\beta$  a lieu exactement de la même façon que celle des précipités  $k$  de protoalbumose  $\alpha$  et  $m$  de deutéroalbumose  $\alpha$ . On précipite la protoalbumose  $\beta$  à neuf reprises par la solution de sulfate d'ammoniaque, la deutéroalbumose  $\beta$  à dix reprises par le sulfate ammonique pulvérisé. Après avoir débarrassé les solutions de protoalbumose  $\beta$  et de deutéroalbumose  $\beta$  du sulfate d'ammoniaque qu'elles contiennent et les avoir réduites de volume, on les précipite en les versant dans 20 volumes d'alcool absolu au lieu d'un seul pour la protoalbumose  $\alpha$  et la deutéroalbumose  $\alpha$ .

Les filtrats  $f$  et  $j$ , provenant des reprécipitations successives du filtrat  $d$  au moyen d'un volume d'alcool absolu, sont traités comme le liquide  $b$  et séparés en protoalbumose  $\beta$  et deutéroalbumose  $\beta$ .

Abstraction faite des manipulations assez longues nécessitées

par la purification des diverses protéoses, le principe du procédé de séparation d'Haslam peut se résumer de la façon schématique suivante :



J'ai examiné séparément :

- 1° L'hétéroalbumose (précipités *c* et *g* réunis) provenant du précipité *a* ;
- 2° L'hétéroalbumose provenant du précipité *a'* ;
- 3° L'hétéroalbumose provenant du précipité *a''* ;
- 4° La protoalbumose  $\alpha$  (précipité *k*) provenant du précipité *a* ;
- 5° La deutéroalbumose  $\alpha$  (précipité *m*) provenant du précipité *a* ;
- 6° La deutéroalbumose  $\alpha$  provenant du précipité *a'* ;
- 7° La deutéroalbumose  $\alpha$  provenant du précipité *a''* ;
- 8° La protoalbumose  $\beta$  (précipité *s*) provenant du liquide *b* ;
- 9° La protoalbumose  $\beta$  provenant du filtrat *f* ;
- 10° La protoalbumose  $\beta$  provenant du filtrat *j* ;
- 11° La protoalbumose  $\beta$  provenant de la première addition d'un volume de solution saturée de sulfate d'ammoniaque à la solution de deutéroalbumose  $\beta$  (précipité *u*) ;

12° La deutéroalbumose  $\beta$  (précipité *u*) provenant du liquide *b*;

13° La deutéroalbumose  $\beta$  provenant du liquide *f*;

14° La deutéroalbumose  $\beta$  provenant du liquide *j*;

15° La deutéroalbumose  $\beta$  provenant de la première reprécipitation par le sulfate d'ammoniaque de la protoalbumose  $\beta$  (précipité *s*);

16° La deutéroalbumose  $\beta$  provenant de la seconde reprécipitation par le sulfate d'ammoniaque de la protoalbumose  $\beta$  (précipité *s*);

17° La deutéroalbumose  $\beta$  provenant de la troisième reprécipitation par le sulfate d'ammoniaque de la protoalbumose  $\beta$  (précipité *s*);

18° La deutéroalbumose  $\beta$  provenant de la première précipitation par le sulfate d'ammoniaque de la protoalbumose  $\beta$ , provenant elle-même du filtrat *f*;

19° La deutéroalbumose  $\beta$  provenant de la deuxième précipitation par le sulfate d'ammoniaque de la protoalbumose  $\beta$ , provenant elle-même du filtrat *f*;

20° La deutéroalbumose  $\beta$  provenant de la première précipitation par le sulfate d'ammoniaque de la protoalbumose  $\beta$ , provenant elle-même du filtrat *j*.

1° *Hétéroalbumose* (précipités *c* et *g* réunis).

0<sup>gr</sup>1678 donnent 0<sup>gr</sup>0920 H<sup>2</sup>O = 6.69 % H et 0<sup>gr</sup>3093 CO<sup>2</sup> = 50.27 % C.

0<sup>gr</sup>1954 donnent 0<sup>gr</sup>1152 H<sup>2</sup>O = 6.61 % H et 0<sup>gr</sup>3592 CO<sup>2</sup> = 50.14 % C.

0<sup>gr</sup>1436 nécessitent l'emploi de 16<sup>cc</sup>5 de  $n_{10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup> = 16.09 % N.

0<sup>gr</sup>1493 nécessitent l'emploi de 17<sup>cc</sup>3 de  $n_{10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup> = 16.22 % N.

0<sup>gr</sup>4505 donnent 0<sup>gr</sup>0510 BaSO<sup>4</sup> = 1.56 % S.

Composition moyenne : 50.20 % C; 6.65 % H; 16.15 % N; 1.56 % S.

La méthode de répartition de l'azote d'Hausmann, modifiée par Osborne et Harris, donne pour 0<sup>gr</sup>1680 d'azote : azote amidé = 0<sup>gr</sup>01693, soit 10.08 % de l'azote total ; azote humique = 0<sup>gr</sup>00112, soit 0.67 % ; azote diaminé ou mieux azote précipité par l'acide phosphotungstique = 0<sup>gr</sup>06075, soit 36.16 % ; azote monoaminé ou mieux azote non précipité par l'acide phosphotungstique = 0<sup>gr</sup>0945, soit 56.25 %.

Avant traitement par l'acide chlorhydrique, 0<sup>gr</sup>00364 ou 12.5 % d'azote sur 0<sup>gr</sup>2912 sont titrables par la méthode de Sørensen. Après ce traitement, de 0<sup>gr</sup>2912 d'azote, 0<sup>gr</sup>01772 sont titrables par le formol. De cet azote, 0<sup>gr</sup>00224 représentent de l'ammoniaque. Il existe donc 37.23 % d'azote peptidique proprement dit, 7.69 % d'azote amidé, 44.92 % d'azote peptidique total.

Indice de réfraction : 1.33419 pour une solution à 1 %.

Indice stalagmométrique : 119.3 pour une solution ayant 1004.5 comme densité. Tension superficielle calculée en dynes par centimètre à la surface limite avec l'air = 61.68.

Indice d'or compris entre 0.05 et 0.15.

Réaction de Millon : faiblement positive.

Réaction de Molisch : négative.

Réaction d'Adamkiewicz : positive.

Réaction du soufre labile : faiblement positive.

Diazoréaction de Pauly : positive.

Réaction de Pons : positive à la dilution de 1 pour 7500.

Réaction de Hunter : positive.

2° *Hétéroalbumose* (provenant du précipité a').

0<sup>gr</sup>1651 nécessitent l'emploi de 18<sup>cc</sup>3  $n_{/10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup> = 15.52 % N.

0<sup>gr</sup>1796 nécessitent l'emploi de 19<sup>cc</sup>3  $n_{/10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup> = 15.45 % N. Moyenne : 15.48 % N.

La méthode de répartition de l'azote d'Hausmann, modifiée par Osborne et Harris, donne pour 0<sup>gr</sup>1232 d'azote : azote amidé = 0<sup>gr</sup>0116, soit 9.42 % de l'azote total ; azote humique

= 0<sup>gr</sup>00096, soit 0.78 %; azote diaminé ou mieux azote précipité par l'acide phosphotungstique = 0<sup>gr</sup>0364, soit 29.55 %; azote monoaminé ou mieux azote non précipité par l'acide phosphotungstique = 0<sup>gr</sup>07068, soit 57.37 %.

De 0<sup>gr</sup>1134 d'azote, 0<sup>gr</sup>0826, soit 63.18 %, ne sont pas précipités par le mastic.

Indice de réfraction : 1.33408 pour une solution à 1 %.

Indice stalagmométrique : 117.9 pour une solution ayant 1004 comme densité. Tension superficielle calculée en dynes par centimètre à la surface limite avec l'air = 62.39.

Mêmes réactions que la première portion d'hétéroalbumose.

3° *Hétéroalbumose* (provenant du précipité a'').

0<sup>gr</sup>1439 nécessitent l'emploi de 16<sup>cc</sup>3 de  $n/_{10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup> = 15.86 % N.

0<sup>gr</sup>1585 nécessitent l'emploi de 17<sup>cc</sup>8 de  $n/_{10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup> = 15.72 % N. Moyenne : 15.79 % N.

Indice de réfraction : 1.33412 pour une solution à 1 %.

Indice stalagmométrique : 118.5 pour une solution ayant 1004 comme densité. Tension superficielle calculée en dynes par centimètre à la surface limite avec l'air = 62.15.

Mêmes réactions que les deux autres portions d'hétéroalbumose.

4° *Protoalbumose* α.

0<sup>gr</sup>1907 donnent 0<sup>gr</sup>1143 H<sup>2</sup>O = 6.72 % H et 0<sup>gr</sup>3381 CO<sup>2</sup> = 48.35 % C.

0<sup>gr</sup>1385 nécessitent l'emploi de 16<sup>cc</sup>1 de  $n/_{10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup> = 16.28 % N.

0<sup>gr</sup>1968 nécessitent l'emploi de 22<sup>cc</sup>8 de  $n/_{10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup> = 16.22 % N. Moyenne : 16.25 % N.

0<sup>gr</sup>4365 donnent 0<sup>gr</sup>0503 BaSO<sup>4</sup> = 1.58 % S.

De 0<sup>gr</sup>3696 d'azote, 0<sup>gr</sup>3388, soit 91.13 %, ne sont pas précipités par le mastic.

Indice de réfraction : 1.33478 pour une solution à 1 %.

Indice stalagmométrique : 118.0 pour une solution ayant 1003.5 comme densité. Tension superficielle calculée en dynes par centimètre à la surface limite avec l'air = 62.30.

Indice d'or compris entre 0.16 et 0.48.

Réaction de Millon : positive.

Réaction de Molisch : négative.

Réaction d'Adamkiewicz : positive.

Réaction du soufre labile : faiblement positive.

Diazoréaction de Pauly : positive.

Réaction de Pons : positive à la dilution de 1 pour 7500.

Réaction de Hunter : positive.

5° *Deutéroalbumose*  $\alpha$  (précipité *m*).

0<sup>gr</sup>1473 nécessitent l'emploi de 16<sup>cc</sup>0 de  $n_{/10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup> = 15.21 % N.

0<sup>gr</sup>1690 nécessitent l'emploi de 18<sup>cc</sup>3 de  $n_{/10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup> = 15.16 % N. Moyenne : 15.18 % N.

La méthode de répartition de l'azote d'Hausmann, modifiée par Osborne et Harris, donne pour 0<sup>gr</sup>1652 d'azote : azote amidé = 0<sup>gr</sup>0149, soit 9.02 % de l'azote total; azote humique = 0<sup>gr</sup>00261, soit 1.58 %; azote diaminé ou mieux azote précipité par l'acide phosphotungstique = 0<sup>gr</sup>05466, soit 33.09 %; azote monoaminé ou mieux azote non précipité par l'acide phosphotungstique = 0<sup>gr</sup>09802, soit 59.27 %.

De 0<sup>gr</sup>04578 d'azote, 0<sup>gr</sup>03836, soit 83.79 %, ne sont pas précipités par le mastic.

Indice de réfraction : 1.33466 pour une solution à 1 %.

Indice stalagmométrique : 130.2 pour une solution ayant 1004 comme densité. Tension superficielle calculée en dynes par centimètre à la surface limite avec l'air = 56.49.

0<sup>mgr</sup>9 à 1<sup>mgr</sup>7 suffisent pour faire virer au violet, en l'absence de chlorure de sodium, 10 centimètres cubes de solution d'or colloïdal.

Réaction de Millon : positive.

Réaction de Molisch : négative.



Réaction d'Adamkiewicz : positive.

Réaction du soufre labile : positive.

Diazoréaction de Pauly : positive.

Réaction de Pons : négative à la dilution de 1 pour 7500.

Réaction de Hunter : négative.

6° *Deutéroalbumose*  $\alpha$  (provenant du précipité *a'*).

0<sup>gr</sup>1529 nécessitent l'emploi de 16<sup>cc</sup>2 de  $n/_{10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup> = 14.83 % N.

0<sup>gr</sup>1747 nécessitent l'emploi de 18<sup>cc</sup>7 de  $n/_{10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup> = 14.93 % N. Moyenne : 14.88 % N.

De 0<sup>gr</sup>0378 d'azote, 0<sup>gr</sup>0247, soit 65.34 %, ne sont pas précipités par le mastic.

Indice de réfraction : 1.33478 pour une solution à 1 %.

Indice stalagmométrique : 115.9 pour une solution ayant 1006 comme densité. Tension superficielle calculée en dynes par centimètre à la surface limite avec l'air = 63.59.

0<sup>mgr</sup>8 à 1<sup>mgr</sup>6 suffisent pour faire virer au violet, en l'absence de chlorure de sodium, 10 centimètres cubes de solution d'or colloïdal.

Mêmes réactions que la première portion de deutéroalbumose  $\alpha$ .

7° *Deutéroalbumose*  $\alpha$  (provenant du précipité *a''*).

0<sup>gr</sup>1729 nécessitent l'emploi de 19<sup>cc</sup>3 de  $n/_{10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup> = 15.68 % N.

Indice de réfraction : 1.33505 pour une solution à 1 %.

Indice stalagmométrique : 106.3 pour une solution ayant 1003 comme densité. Tension superficielle calculée en dynes par centimètre à la surface limite avec l'air = 68.57.

0<sup>mgr</sup>7 à 1<sup>mgr</sup>7 suffisent pour faire virer au violet, en l'absence de chlorure de sodium, 10 centimètres cubes de solution d'or colloïdal.

Mêmes réactions que la première portion de deutéroalbumose  $\alpha$ .

8° *Protoalbumose*  $\beta$  (précipité s).

0<sup>gr</sup>1911 donnent 0<sup>gr</sup>1098 H<sup>2</sup>O = 6.44 % H et 0<sup>gr</sup>3605 CO<sup>2</sup> = 51.45 % C.

0<sup>gr</sup>1975 donnent 0<sup>gr</sup>1121 H<sup>2</sup>O = 6.33 % H et 0<sup>gr</sup>3704 CO<sup>2</sup> = 51.15 % C.

0<sup>gr</sup>1665 nécessitent l'emploi de 18<sup>cc</sup>7 de  $n_{10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup> = 15.71 % N.

0<sup>gr</sup>1913 nécessitent l'emploi de 21<sup>cc</sup>7 de  $n_{10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup> = 15.88 % N.

Composition moyenne : 51.30 % C; 6.38 % H; 15.79 % N.

La méthode de répartition de l'azote d'Hausmann, modifiée par Osborne et Harris, donne pour 0<sup>gr</sup>1664 d'azote : azote amidé = 0<sup>gr</sup>01232, soit 7.41 % de l'azote total; azote humique = 0<sup>gr</sup>00792, soit 4.76 %; azote diaminé ou mieux azote précipité par l'acide phosphotungstique = 0<sup>gr</sup>03679, soit 22.11 %; azote monoaminé ou mieux azote non précipité par l'acide phosphotungstique = 0<sup>gr</sup>10719, soit 64.60 %.

De 0<sup>gr</sup>04992 d'azote, 0<sup>gr</sup>03388, soit 69.77 %, ne sont pas précipités par le mastic.

Indice de réfraction : 1.33478 pour une solution à 1 %.

Indice stalagmométrique : 133.8 pour une solution ayant 1005 comme densité. Tension superficielle calculée en dynes par centimètre à la surface limite avec l'air = 55.03.

1<sup>mgr</sup>76 à 2<sup>mgr</sup>72 suffisent pour faire virer au violet, en l'absence de chlorure de sodium, 10 centimètres cubes de solution d'or colloïdal.

Réaction de Millon : positive.

Réaction de Molisch : négative.

Réaction d'Adamkiewicz : positive.

Réaction du soufre labile : faiblement positive.

Diazoréaction de Pauly : négative.

Réaction de Pons : positive à la dilution de 1 pour 7500.

Réaction de Hunter : positive.

9° *Protoalbumose*  $\beta$  (provenant du filtrat *f*).

0<sup>sr</sup>1582 nécessitent l'emploi de 19<sup>cc</sup>2 de  $n_{/10}$   $H^2SO^4$  = 16.99 % N.

0<sup>sr</sup>1814 nécessitent l'emploi de 22<sup>cc</sup>3 de  $n_{/10}$   $H^2SO^4$  = 17.21 % N. Moyenne : 17.10 % N.

Indice de réfraction : 1.33486 pour une solution à 1 %.

Indice stalagmométrique : 127.3 pour une solution ayant 1003 comme densité. Tension superficielle calculée en dynes par centimètre à la surface limite avec l'air = 57.72.

Mêmes réactions que la première portion de protoalbumose  $\beta$ .

10° *Protoalbumose*  $\beta$  (provenant du filtrat *j*).

0<sup>sr</sup>1312 nécessitent l'emploi de 14<sup>cc</sup>9 de  $n_{/10}$   $H^2SO^4$  = 15.90 % N.

0<sup>sr</sup>1530 nécessitent l'emploi de 17<sup>cc</sup>4 de  $n_{/10}$   $H^2SO^4$  = 15.86 % N. Moyenne : 15.88 % N.

Indice de réfraction : 1.33466 pour une solution à 1 %.

Indice stalagmométrique : 135.9 pour une solution ayant 1005.5 comme densité. Tension superficielle calculée en dynes par centimètre à la surface limite avec l'air = 54.20.

Mêmes réactions que la première portion de protoalbumose  $\beta$ .

11° *Protoalbumose*  $\beta$  (provenant du précipité *u*).

0<sup>sr</sup>1560 nécessitent l'emploi de 18<sup>cc</sup>3 de  $n_{/10}$   $H^2SO^4$  = 16.42 % N.

De 0<sup>sr</sup>0259 d'azote, 0<sup>sr</sup>0164, soit 63.32 %, ne sont pas précipités par le mastic.

Indice de réfraction : 1.33466 pour une solution à 1 %.

Indice stalagmométrique : 132.2 pour une solution ayant 1005 comme densité. Tension superficielle calculée en dynes par centimètre à la surface limite avec l'air = 55.69.

Mêmes réactions que la première portion de protoalbumose  $\beta$ .

12° *Deutéroalbumose*  $\beta$  (précipité *u*).

0<sup>gr</sup>1901 donnent 0<sup>gr</sup>1123 H<sup>2</sup>O = 6.75 % H et 0<sup>gr</sup>3439 CO<sup>2</sup> = 49.34 % C.

0<sup>gr</sup>2094 donnent 0<sup>gr</sup>1217 H<sup>2</sup>O = 6.78 % H et 0<sup>gr</sup>3772 CO<sup>2</sup> = 49.13 % C.

0<sup>gr</sup>1325 nécessitent l'emploi de 15<sup>cc</sup>3 de  $n/_{10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup> = 16.17 % N.

0<sup>gr</sup>1925 nécessitent l'emploi de 22<sup>cc</sup>3 de  $n/_{10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup> = 16.22 % N.

0<sup>gr</sup>4426 donnent 0<sup>gr</sup>0464 BaSO<sup>4</sup> = 1.44 % S.

Composition moyenne : 49.23 % C; 6.76 % H; 16.19 % N; 1.44 % S.

La méthode de répartition de l'azote d'Hausmann, modifiée par Osborne et Harris, donne pour 0<sup>gr</sup>1978 d'azote : azote amidé = 0<sup>gr</sup>00875, soit 4.44 % de l'azote total; azote humique = 0<sup>gr</sup>00322, soit 1.62 %; azote diaminé ou plus exactement azote précipité par l'acide phosphotungstique = 0<sup>gr</sup>05028, soit 25.93 %; azote monoaminé ou plus exactement azote non précipité par l'acide phosphotungstique = 0<sup>gr</sup>1369, soit 69.20 %.

Avant traitement par l'acide chlorhydrique, on ne constate pas d'azote titrable par le formol. Après ce traitement, de 0<sup>gr</sup>0742 d'azote, 0<sup>gr</sup>0199 sont titrables par la méthode de Sørensen. De cet azote titrable par le formol, 0<sup>gr</sup>0093 représentent de l'ammoniaque. Il existe donc 14.29 % d'azote peptidique proprement dit, 12.53 % d'azote amidé, 26.82 % d'azote peptidique total.

De 0<sup>gr</sup>0594 d'azote, 0<sup>gr</sup>0474, soit 79.80 %, ne sont pas précipités par le mastic.

Déviations de la lumière polarisée : — 0.45 pour 0<sup>gr</sup>0108, ce qui donne  $[\alpha]_{D20} = -20.8$ .

Indice de réfraction : 1.33482 pour une solution à 1 %.

Indice stalagmométrique : 121.3 pour une solution ayant 1006 comme densité. Tension superficielle calculée en dynes par centimètre à la surface limite avec l'air = 60.76.

1<sup>mgr</sup>56 à 2<sup>mgr</sup>88 suffisent pour faire virer au violet, en l'absence de chlorure de sodium, 10 centimètres cubes de solution d'or colloïdal.

Réaction de Millon : positive.

Réaction de Molisch : positive.

Réaction d'Adamkiewicz : positive.

Réaction du soufre labile : positive.

Diazoréaction de Pauly : positive.

Réaction de Pons : négative à la dilution de 1 pour 7500.

Réaction de Hunter : négative.

13° *Deutéroalbumose*  $\beta$  (provenant du liquide *f*).

0<sup>gr</sup>1548 nécessitent l'emploi de 17<sup>cc</sup>3 de  $n_{10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup> = 15.65 % N.

0<sup>gr</sup>1756 nécessitent l'emploi de 19<sup>cc</sup>6 de  $n_{10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup> = 15.67 % N. Moyenne : 15.66 % N.

De 0<sup>gr</sup>09475 d'azote, 0<sup>gr</sup>05155, soit 53.35 %, ne sont pas précipités par le mastic.

Indice de réfraction : 1.33617 pour une solution à 1 %.

Indice stalagmométrique : 137.6 pour une solution ayant 1008 comme densité. Tension superficielle calculée en dynes par centimètre à la surface limite avec l'air = 53.67.

2<sup>mgr</sup>4 à 3<sup>mgr</sup>2 suffisent pour faire virer au violet, en l'absence de chlorure de sodium, 10 centimètres cubes d'or colloïdal.

Mêmes réactions que la première portion de deutéroalbumose  $\beta$ .

14° *Deutéroalbumose*  $\beta$  (provenant du liquide *j*).

0<sup>gr</sup>1482 nécessitent l'emploi de 15<sup>cc</sup>9 de  $n_{10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup> = 15.02 % N.

0<sup>gr</sup>1730 nécessitent l'emploi de 18<sup>cc</sup>3 de  $n_{10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup> = 14.81 % N. Moyenne : 14.91 %.

La méthode de répartition de l'azote d'Hausmann, modifiée par Osborne et Harris, donne pour 0<sup>gr</sup>1470 d'azote : azote amidé = 0<sup>gr</sup>0078, soit 5.31 % de l'azote total ; azote humique = 0<sup>gr</sup>0021,

soit 1.50 %; azote diaminé ou plus exactement azote précipité par l'acide phosphotungstique = 0<sup>gr</sup>0488, soit 33.20 %; azote monoaminé ou plus exactement azote non précipité par l'acide phosphotungstique = 0<sup>gr</sup>0872, soit 59.63 %.

De 0<sup>gr</sup>0441 d'azote, 0<sup>gr</sup>0265, soit 60.09 %, sont précipités par le mastic.

Indice de réfraction : 1.33435 pour une solution à 1 %.

Indice stalagmométrique : 120.4 pour une solution ayant 1004 comme densité. Tension superficielle calculée en dynes par centimètre à la surface limite avec l'air = 61.23.

1<sup>mgr</sup>6 à 4<sup>mgr</sup>2 suffisent pour faire virer au violet, en l'absence de chlorure de sodium, 10 centimètres cubes d'or colloïdal.

Mêmes réactions que la première portion de deutéroalbumose  $\beta$ .

15° *Deutéroalbumose*  $\beta$  (provenant de la première précipitation par le sulfate d'ammoniaque du précipité s).

0<sup>gr</sup>1851 donnent 0<sup>gr</sup>1165 H<sup>2</sup>O = 7.12 % H et 0<sup>gr</sup>3525 CO<sup>2</sup> = 51.94 % C.

0<sup>gr</sup>1927 nécessitent l'emploi de 22<sup>cc</sup>3 de  $n_{/10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup> = 16.68 % N.

0<sup>gr</sup>1964 nécessitent l'emploi de 23<sup>cc</sup>7 de  $n_{/10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup> = 16.84 % N. Moyenne : 16.76 % N.

0<sup>gr</sup>4214 donnent 0<sup>gr</sup>0388 BaSO<sup>4</sup> = 1.22 % S.

La méthode de répartition de l'azote d'Hausmann, modifiée par Osborne et Harris, donne pour 0<sup>gr</sup>1650 d'azote : azote amidé = 0.0126, soit 7.64 % de l'azote total; azote humique = 0<sup>gr</sup>0031, soit 1.88 %; azote diaminé ou plus exactement azote précipité par l'acide phosphotungstique = 0<sup>gr</sup>0485, soit 29.39 %; azote monoaminé ou plus exactement azote non précipité par l'acide phosphotungstique = 0<sup>gr</sup>1018, soit 61.70 %.

Avant traitement par l'acide chlorhydrique, on ne constate pas d'azote titrable par le formol. Après ce traitement, de 0<sup>gr</sup>03528 d'azote, 0<sup>gr</sup>0154 sont titrables par la méthode de Sørensen. De cet azote titrable par le formol, 0<sup>gr</sup>00094 repré-

sentent de l'ammoniaque. Il existe donc 40.69 % d'azote peptidique proprement dit, 2.66 % d'azote amidé, 43.35 % d'azote peptidique total.

De 0<sup>gr</sup>0495 d'azote, 0<sup>gr</sup>04648, soit 93.90 %, ne sont pas précipités par le mastic.

Déviations de la lumière polarisée = — 1.06 pour 0<sup>gr</sup>01092, ce qui donne  $[\alpha]_{D 20} = -48.5$ .

Indice de réfraction : 1.33478 pour une solution à 1 %.

Indice stalagmométrique : 122.8 pour une solution ayant 1005 comme densité. Tension superficielle calculée en dynes par centimètre à la surface limite avec l'air = 59 96.

Mêmes réactions que la première portion de deutéroalbumose  $\beta$ .

16° Deutéroalbumose  $\beta$  (provenant de la seconde reprecipitation par le sulfate d'ammoniaque du précipité s).

0<sup>gr</sup>1858 donnent 0<sup>gr</sup>1189 H<sup>2</sup>O = 7.16 % H et 0<sup>gr</sup>3626 CO<sup>2</sup> = 53.22 % C.

0<sup>gr</sup>1452 nécessitent l'emploi de 17<sup>cc</sup>3 de  $n_{10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup> = 16.68 % N.

0<sup>gr</sup>1483 nécessitent l'emploi de 17<sup>cc</sup>5 de  $n_{10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup> = 16.52 % N. Moyenne : 16.60 % N.

La méthode de répartition de l'azote d'Hausmann, modifiée par Osborne et Harris, donne pour 0<sup>gr</sup>1690 d'azote : azote amidé = 0<sup>gr</sup>01147, soit 6.73 % de l'azote total; azote humique = 0<sup>gr</sup>00255, soit 1.51 %; azote diaminé ou plus exactement azote précipité par l'acide phosphotungstique = 0<sup>gr</sup>05905, soit 34.94 %; azote monoaminé ou plus exactement azote non précipité par l'acide phosphotungstique = 0<sup>gr</sup>10723, soit 63.43 %.

Indice de réfraction : 1.33482 pour une solution à 1 %.

Indice stalagmométrique : 123.7 pour une solution ayant 1004 comme densité. Tension superficielle calculée en dynes par centimètre à la surface limite avec l'air = 59.10.

Mêmes réactions que la première portion de deutéroalbumose  $\beta$ .

17° *Deutéroalbumose*  $\beta$  (provenant de la troisième reprécipitation par le sulfate d'ammoniaque du précipité s).

0<sup>sr</sup>1417 nécessitent l'emploi de 16<sup>cc</sup>75 de  $n/_{10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup> = 16.55 % N.

0<sup>sr</sup>1437 nécessitent l'emploi de 17<sup>cc</sup>1 de  $n/_{10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup> = 16.66 % N. Moyenne : 16.61 % N.

Indice de réfraction : 1.33482 pour une solution à 1 %.

Indice stalagmométrique : 140.1 pour une solution ayant 1004 comme densité. Tension superficielle calculée en dynes par centimètre à la surface limite avec l'air = 52.50.

1<sup>mgr</sup>20 à 1<sup>mgr</sup>68 suffisent pour faire virer au violet, en l'absence de chlorure de sodium, 10 centimètres cubes de solution d'or colloïdal.

Mêmes réactions que la première portion de deutéroalbumose  $\beta$ .

18° *Deutéroalbumose*  $\beta$  (provenant de la première reprécipitation par le sulfate d'ammoniaque de la protoalbumose  $\beta$  provenant elle-même du filtrat f).

0<sup>sr</sup>1614 nécessitent l'emploi de 16<sup>cc</sup>8 de  $n/_{10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup> = 14.57 % N.

0<sup>sr</sup>1748 nécessitent l'emploi de 18<sup>cc</sup>1 de  $n/_{10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup> = 14.50 % N. Moyenne : 14.53 % N.

De 0<sup>sr</sup>0703 d'azote, 0<sup>sr</sup>04746, soit 67.42 %, ne sont pas précipités par le mastic.

Déviations de la lumière polarisée = — 0.63 pour 0<sup>sr</sup>01484, ce qui donne  $[\alpha]_{D 20^\circ}$  = — 21.9.

Indice de réfraction : 1.33470 pour une solution à 1 %.

Indice stalagmométrique : 127.15 pour une solution ayant 1004.5 comme densité. Tension superficielle calculée en dynes par centimètre à la surface limite avec l'air = 57.88.

1<sup>mgr</sup>6 à 3<sup>mgr</sup>4 suffisent pour faire virer au violet, en l'absence



de chlorure de sodium, 10 centimètres cubes de solution d'or colloïdal.

Mêmes réactions que la première portion de deutéroalbumose  $\beta$ .

19° *Deutéroalbumose*  $\beta$  (provenant de la seconde reprecipitation par le sulfate d'ammoniaque de la protoalbumose  $\beta$  provenant elle-même du filtrat *f*).

0<sup>gr</sup>1819 donnent 0<sup>gr</sup>1075 H<sup>2</sup>O = 6.56 % H et 0.3247 CO<sup>2</sup> = 48.69 % C.

0<sup>gr</sup>156½ nécessitent l'emploi de 19<sup>cc</sup>7 de  $n_{/10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup> = 17.57 % N.

0<sup>gr</sup>3982 donnent 0<sup>gr</sup>0357 BaSO<sup>4</sup> = 1.23 % S.

Indice de réfraction : 1.33474 pour une solution à 1 %.

Indice stalagmométrique : 129.2 pour une solution ayant 1005 comme densité. Tension superficielle calculée en dynes par centimètre à la surface limite avec l'air = 56.98.

Mêmes réactions que la première portion de deutéroalbumose  $\beta$ .

20° *Deutéroalbumose*  $\beta$  (provenant de la première reprecipitation par le sulfate d'ammoniaque de la protoalbumose  $\beta$  provenant elle-même du filtrat *j*).

0<sup>gr</sup>1327 nécessitent l'emploi de 17<sup>cc</sup>85 de  $n_{/10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup> = 17.89 % N.

0<sup>gr</sup>1690 nécessitent l'emploi de 21<sup>cc</sup>6 de  $n_{/10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup> = 18.03 % N. Moyenne : 17.96 % N.

Indice de réfraction : 1.33478 pour une solution à 1 %.

Indice stalagmométrique : 128.4 pour une solution ayant 1004.5 comme densité. Tension superficielle calculée en dynes par centimètre à la surface limite avec l'air = 57.31.

Mêmes réactions que la première portion de deutéroalbumose  $\beta$ .

V. — TRAITEMENT DE L'HÉTÉROALBUMOSE, DE LA PROTOALBUMOSE, DE LA SYNALBUMOSE ET DE LA THIOALBUMOSE DE PICK PAR L'ALCOOL A 50 %.

J'ai préparé 400 centimètres cubes de solution aqueuse à 2 % de protoalbumose, de synalbumose et de thioalbumose de Pick, 800 centimètres cubes de solution aqueuse à 2 % d'hétéroalbumose de Pick. On ajoute à ces diverses solutions un volume d'alcool absolu. Après vingt-quatre heures, on sépare par filtration les précipités obtenus et on les lave à l'alcool à 50 %.

On ne parvient pas de cette manière à séparer l'hétéroalbumose et la synalbumose en deux fractions. Toute l'hétéroalbumose est précipitée par l'alcool à 50 %. La synalbumose reste au contraire entièrement dissoute dans ces conditions. L'addition de 2 nouveaux volumes d'alcool absolu (c'est-à-dire de 3 en tout) la précipite complètement.

Par contre, on sépare la protoalbumose et la thioalbumose en une partie précipitée par l'alcool à 50 % et une partie soluble dans cet alcool. Les portions de protoalbumose et de thioalbumose insolubles dans l'alcool à 50 % sont relativement bien moindres que celles solubles dans cet alcool.

On purifie le précipité de protoalbumose, qui correspond à la protoalbumose  $\alpha$  d'Haslam insoluble dans l'alcool à 50 %, en le redissolvant dans l'eau, le filtrant, puis le reprécipitant par un volume d'alcool absolu et en répétant ces manipulations jusqu'au moment où une portion du filtrat restant après précipitation de cette partie de la protoalbumose ne donne plus de précipité par addition de 9 volumes d'alcool absolu, ce qu'on constate dès la quatrième reprécipitation. On procède donc en tout à quatre reprécipitations par l'alcool à 50 %. Après la dernière, on lave le précipité à l'alcool absolu, puis à l'éther;

on le sèche dans le vide au-dessus de l'acide sulfurique, puis on l'amène à poids constant à 95°.

La partie de la protoalbumose soluble dans l'alcool à 50 % correspond à la protoalbumose  $\beta$  d'Haslam. On la réduit à un petit volume dans le vide à 35°, puis on la ramène, par addition d'eau distillée, à son volume primitif. On y ajoute alors un volume d'alcool absolu; il se précipite une nouvelle portion de protéose insoluble dans l'alcool à 50 %, qu'on ajoute à la première. Le filtrat est réduit de nouveau de volume dans le vide à 35° et soumis au traitement déjà décrit. On sépare ainsi en tout quatre portions de protéose insoluble dans l'alcool à 50 %. La cinquième addition d'un volume d'alcool absolu à la solution aqueuse de protoalbumose n'amène plus aucune formation de trouble ou de précipité. On réduit alors le liquide à un petit volume dans le vide à 35°. On verse cette solution dans 20 volumes d'alcool absolu en agitant constamment. Le précipité est filtré, lavé avec de l'alcool absolu, puis de l'éther, séché dans le vide au-dessus de l'acide sulfurique et amené à poids constant à 95°.

On purifie la portion de thioalbumose insoluble dans l'alcool à 50 % en la redissolvant dans l'eau, la filtrant, puis la reprécipitant par un volume d'alcool absolu et en répétant ces manipulations jusqu'au moment où une portion du filtrat restant après précipitation de cette partie de la thioalbumose ne donne plus de précipité par addition de 2 volumes d'alcool absolu, ce qui exige en tout six reprécipitations par l'alcool à 50 %. Après la dernière, on lave le précipité à l'alcool absolu, puis à l'éther; on le sèche dans le vide au-dessus de l'acide sulfurique, puis on l'amène à poids constant à 95°.

La portion de thioalbumose soluble dans l'alcool à 50 % doit être traitée à quatre reprises par 1 volume d'alcool absolu pour être entièrement débarrassée des traces de la portion de thioalbumose insoluble dans cet alcool, qu'elle renfermait encore. On précipite alors par 3 volumes d'alcool absolu la portion de thioalbumose soluble dans l'alcool à 50 %, réduite au préalable dans le vide à 35° à un petit volume. Le précipité

ainsi obtenu est filtré, lavé à l'alcool absolu, puis à l'éther, séché dans le vide au-dessus de l'acide sulfurique, puis amené à poids constant à 95°.

Voici les propriétés et la composition chimique des deux portions de protoalbumose et de thioalbumose séparées par l'alcool à 50 %.

1° *Protoalbumose insoluble dans l'alcool à 50 % (Protoalbumose  $\alpha$ ).*

0<sup>gr</sup>2023 donnent 0<sup>gr</sup>1211 H<sup>2</sup>O = 6.71 % H et 0<sup>gr</sup>3621 CO<sup>2</sup> = 48.82 % C.

0<sup>gr</sup>1448 nécessitent l'emploi de 16<sup>cc</sup>6 de  $n_{/10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup> = 16.05 % N.

0<sup>gr</sup>1876 nécessitent l'emploi de 20<sup>cc</sup>3 de  $n_{/10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup> = 16.09 % N. Moyenne : 16.07 % N.

0<sup>gr</sup>3645 donnent 0<sup>gr</sup>0435 BaSO<sup>4</sup> = 1.64 % S.

La méthode de répartition de l'azote d'Hausmann, modifiée par Osborne et Harris, donne pour 0<sup>gr</sup>1680 d'azote : azote amidé = 0<sup>gr</sup>0106, soit 6.31 % de l'azote total; azote humique = 0<sup>gr</sup>0025, soit 1.49 %; azote diaminé ou plus exactement azote précipité par l'acide phosphotungstique = 0<sup>gr</sup>0576, soit 34.29 %; azote monoaminé ou plus exactement azote non précipité par l'acide phosphotungstique = 0<sup>gr</sup>0996, soit 59.29 %.

De 0<sup>gr</sup>0840 d'azote, 0<sup>gr</sup>0469, soit 55.83 %, ne sont pas précipités par le mastic.

Déviations de la lumière polarisée : — 2.13 pour 0<sup>gr</sup>01733, ce qui donne  $[\alpha]_{D20}$  = — 61.3.

Indice de réfraction : 1.33478 pour une solution à 1 %.

Indice stalagmométrique : 118.4 pour une solution ayant 1004 comme densité. Tension superficielle calculée en dynes par centimètre à la surface limite avec l'air = 62.12.

Indice d'or compris entre 0.14 et 0.36.

Réaction de Millon : positive.

Réaction de Molisch : négative.

Réaction d'Adamkiewicz : positive.

Réaction du soufre labile : faiblement positive.

Diazoréaction de Pauly : positive.

Réaction de Pons : positive à la dilution de 1 pour 7500.

Réaction de Hunter : positive.

2° *Protoalbumose soluble dans l'alcool à 50 %* (*Protoalbumose β*).

0<sup>gr</sup>1921 donnent 0<sup>gr</sup>1198 H<sup>2</sup>O = 6.99 % H et 0<sup>gr</sup>3610 CO<sup>2</sup> = 51.21 % C.

0<sup>gr</sup>1978 donnent 0<sup>gr</sup>1203 H<sup>2</sup>O = 6.82 % H et 0<sup>gr</sup>3693 CO<sup>2</sup> = 50.90 % C.

0<sup>gr</sup>1651 nécessitent l'emploi de 20<sup>cc</sup>9 de *n*/<sub>10</sub> H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup> = 17.72 % N.

0<sup>gr</sup>1766 nécessitent l'emploi de 22<sup>cc</sup>3 de *n*/<sub>10</sub> H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup> = 17.68 % N.

0<sup>gr</sup>3980 donnent 0<sup>gr</sup>0342 BaSO<sup>4</sup> = 1.17 % S.

0<sup>gr</sup>4226 donnent 0<sup>gr</sup>0351 BaSO<sup>4</sup> = 1.14 % S.

Composition moyenne : 51.10 % C, 6.90 % H, 17.70 % N, 1.15 % S.

La méthode de répartition de l'azote d'Hausmann, modifiée par Osborne et Harris, donne pour 0<sup>gr</sup>1582 d'azote : azote amidé = 0<sup>gr</sup>01134, soit 7.17 % de l'azote total; azote humique = 0<sup>gr</sup>00441, soit 2.79 %; azote diaminé ou plus exactement azote précipité par l'acide phosphotungstique = 0<sup>gr</sup>04901, soit 30.97 %; azote monoaminé ou plus exactement azote non précipité par l'acide phosphotungstique = 0<sup>gr</sup>09562, soit 60.44 %.

Avant traitement par l'acide chlorhydrique, 0<sup>gr</sup>00112 ou 4.55 % sur 0<sup>gr</sup>02464 d'azote sont titrables par la méthode de Sørensen. Après ce traitement, de 0<sup>gr</sup>02464 d'azote, 0<sup>gr</sup>01120 sont titrables par le formol. De cet azote, 0<sup>gr</sup>00224 représentent de l'ammoniaque. Il existe donc 32.80 % d'azote peptidique proprement dit, 9.09 % d'azote amidé, 41.89 % d'azote peptidique total.

De 0<sup>gr</sup>04992 d'azote, 0<sup>gr</sup>03388, soit 69.97 %, ne sont pas précipités par le mastic.

Déviations de la lumière polarisée : — 2.29 pour 0<sup>gr</sup>01442, ce qui donne  $[\alpha]_{D 20} = -79.1$ .

Indice de réfraction : 1.33458 pour une solution à 1 %.

Indice stalagmométrique : 132.6 pour une solution ayant 1004 comme densité. Tension superficielle calculée en dynes par centimètre à la surface limite avec l'air = 55.47.

Indice d'or compris entre 0.88 et 2.56.

Réaction de Millon : positive.

Réaction de Molisch : négative.

Réaction d'Adamkiewicz : positive.

Réaction du soufre labile : faiblement positive.

Diazoréaction de Pauly : positive.

Réaction de Pons : positive à la dilution de 1 pour 7500.

Réaction de Hunter : positive.

3<sup>o</sup> *Thioalbumose insoluble dans l'alcool à 50 % :*

0<sup>gr</sup>1661 nécessitent l'emploi de 19<sup>cc</sup>1 de  $n_{10} \text{H}^2\text{SO}^4 = 16.10 \% \text{ N}$ .

0<sup>gr</sup>1969 nécessitent l'emploi de 22<sup>cc</sup>7 de  $n_{10} \text{H}^2\text{SO}^4 = 16.14 \% \text{ N}$ . Moyenne : 16.12 % N.

0<sup>gr</sup>3264 donnent 0<sup>gr</sup>0430  $\text{BaSO}^4 = 1.81 \% \text{ S}$ .

0<sup>gr</sup>4714 donnent 0<sup>gr</sup>0605  $\text{BaSO}^4 = 1.75 \% \text{ S}$ . Moyenne : 1.78 % N.

Indice de réfraction : 1.33443 pour une solution à 1 %.

Indice stalagmométrique : 120.5 pour une solution ayant 1003 comme densité. Tension superficielle calculée en dynes par centimètre à la surface limite avec l'air = 60.98.

2<sup>mgr</sup>4 à 4<sup>mgr</sup>8 suffisent pour faire virer au violet, en l'absence de chlorure de sodium, 10 centimètres cubes d'or colloïdal.

Réaction de Millon : positive.

Réaction de Molisch : faiblement positive.

Réaction d'Adamkiewicz : positive.

Réaction du soufre labile : fortement positive.

Diazoréaction de Pauly : positive.

Réaction de Pons : positive à la dilution de 1 pour 7500.

Réaction de Hunter : positive.

4° *Thioalbumose soluble dans l'alcool à 50 %.*

0<sup>sr</sup>1840 donnent 0<sup>sr</sup>1129 H<sup>2</sup>O = 6.88 % H et 0<sup>sr</sup>3027 CO<sup>2</sup>  
= 44.92 % C.

0<sup>sr</sup>1442 nécessitent l'emploi de 15<sup>cc</sup>7 de  $n_{/10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup>  
= 15.14 % N.

0<sup>sr</sup>1618 nécessitent l'emploi de 17<sup>cc</sup>4 de  $n_{/10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup>  
= 15.06 % N. Moyenne : 15.10 % N.

0<sup>sr</sup>3228 donnent 0<sup>sr</sup>0528 BaSO<sup>4</sup> = 2.25 % S.

La méthode de répartition de l'azote d'Hausmann, modifiée par Osborne et Harris, donne pour 0<sup>sr</sup>1508 d'azote : azote amidé = 0<sup>sr</sup>01401, soit 9.29 % de l'azote total; azote humique = 0<sup>sr</sup>00439, soit 2.91 %; azote diaminé ou plus exactement azote précipité par l'acide phosphotungstique = 0<sup>sr</sup>03828, soit 25.38 %; azote monoaminé ou plus exactement azote non précipité par l'acide phosphotungstique = 0<sup>sr</sup>10062, soit 66.72 %.

Avant traitement par l'acide chlorhydrique, on ne constate pas d'azote titrable par le formol. Après ce traitement, de 0<sup>sr</sup>0308 d'azote, 0<sup>sr</sup>00812 sont titrables par le formol. De cet azote, 0<sup>sr</sup>00224 représentent de l'ammoniaque. Il existe donc 19.09 % d'azote peptidique proprement dit, 7.27 % d'azote amidé, 26.36 % d'azote peptidique total.

De 0<sup>sr</sup>04524 d'azote, 0<sup>sr</sup>03752, soit 82.94 %, ne sont pas précipités par le mastic.

Déviations de la lumière polarisée : — 1.96 pour 0<sup>sr</sup>01094, ce qui donne  $[\alpha]_{D20} = -89.4$ .

Indice de réfraction : 1.33478 pour une solution à 1 %.

Indice stalagmométrique : 132.9 pour une solution ayant 1004 comme densité. Tension superficielle calculée en dynes par centimètre à la surface limite avec l'air = 55.34.

0<sup>mgr</sup>96 à 1<sup>mgr</sup>44 suffisent pour faire virer au violet, en

l'absence de chlorure de sodium, 10 centimètres cubes d'or colloïdal.

Réaction de Millon : positive.

Réaction de Molisch : positive.

Réaction d'Adamkiewicz : positive.

Réaction du soufre labile : fortement positive.

Diazoréaction de Pauly : positive.

Réaction de Pons : négative à la dilution de 1 pour 7500.

Réaction de Hunter : négative.

VI. — TRAITEMENT DE L'HÉTÉROALBUMOSE, DE LA PROTOALBUMOSE, DE LA SYNALBUMOSE ET DE LA THIOALBUMOSE DE PICK PAR LE MASTIC ET PAR LE KAOLIN.

Ainsi que je l'ai montré, une partie seulement de l'hétéroalbumose, de la protoalbumose, de la synalbumose et de la thioalbumose, préparées selon la méthode de Pick, est entraînée lors de la floculation du mastic sous l'influence d'un électrolyte. Il y avait lieu de rechercher si les deux fractions ainsi obtenues aux dépens de chacune de ces protéoses traitées selon la méthode de Rona et Michaelis (1) ont une composition et des propriétés différentes. On pouvait espérer se rendre compte de cette façon si l'on se trouvait en présence de substances chimiquement pures ou de mélanges, combinaisons ou complexes de protéoses.

J'ai aussi examiné si la méthode de désalbuminisation au kaolin, proposée par Rona et Michaelis (2), permet de séparer

---

(1) P. RONA und L. MICHAELIS, Beitrag zur Frage nach der kolloïdalen Natur von Albumosenlösungen. (*Biochem. Zeitschr.*, 1907, t. III, pp. 109-115.) — Ueber die Löslichkeitsverhältnisse von Albumosen und Fermenten mit Hinblick auf ihre Beziehungen zu Lecithin und Mastix. (*Ibid.*, 1907, t. IV, pp. 11-20.)

(2) P. RONA und L. MICHAELIS, Weitere Beiträge zur Methodik der Enteiweissung. (*Biochem. Zeitschr.*, 1907, t. V, pp. 365-367.)



chacune des quatre protéoses dont il vient d'être question en deux fractions, et si celles-ci correspondent aux fractions réalisées par l'emploi du mastic. D'après ces auteurs, les protéoses sont en grande partie adsorbées par le kaolin.

Voici comment j'ai procédé à ces expériences : J'ai préparé 620 centimètres cubes de solution de chacune des quatre protéoses de Pick et j'en ai déterminé la teneur en azote par la méthode de Kjeldahl. J'ai ensuite partagé la solution en deux moitiés, dont une a été diluée d'un égal volume d'eau distillée. Chacune de ces deux parties a été subdivisée en trois portions de 100 centimètres cubes (*a*, *b*, *c*) pour la première moitié, de 200 centimètres cubes (*d*, *e*, *f*) pour l'autre.

Aux portions *a*, *b*, *d* et *e*, on ajoute, en agitant énergiquement, 1 litre d'émulsion de mastic préparée en versant dans 1 litre d'eau distillée 400 centimètres cubes de solution à 10 % de résine mastic dans l'alcool absolu, puis 20 centimètres cubes de solution à 10 % d'acide acétique. Après une demi-heure de repos, on ajoute de nouveau 1 litre d'émulsion de mastic et 20 centimètres cubes d'acide acétique à 10 %, puis peu à peu 30 centimètres cubes de solution de sulfate de magnésium à 10 %. Après vingt-quatre heures de repos, on filtre.

Les portions *c* et *f* sont additionnées peu à peu, la première de 20 grammes, la seconde de 40 grammes de poudre de kaolin de la manière indiquée par Rona et Michaelis, puis filtrées.

On détermine par la méthode de Kjeldahl la teneur en azote des divers filtrats provenant des portions *a*, *b*, *c*, *d*, *e* et *f*. Le tableau I indique ces chiffres ainsi que l'azote retenu par le mastic ou le kaolin, calculé par soustraction de l'azote de la solution initiale. On y trouve aussi les proportions centésimales d'azote contenues, pour chacune des portions *a*, *b*, *c*, *d*, *e* et *f*, dans le filtrat et dans le précipité. J'y ai enfin renseigné les résultats de mes recherches antérieures pour permettre la comparaison avec les autres données consignées dans ce tableau.

**TABEAU**

SUBSTANCE EXAMINÉE.	AZOTE cont-nu dans 100 centimètres cubes de solution initiale e. grammes.	PORTION examinée.	ABSORBANT.
Hétéroalbumose . . . . .	0.1302	<i>a</i>	mastic.
	0.1302	<i>b</i>	mastic.
	0.1302	<i>c</i>	kaolin.
	0.0651	<i>d</i>	mastic.
	0.0651	<i>e</i>	mastic.
	0.0651	<i>f</i>	kaolin.
	0.1294	—	mastic.
Protoalbumose . . . . .	0.1996	<i>a</i>	mastic.
	0.1996	<i>b</i>	mastic.
	0.1996	<i>c</i>	kaolin.
	0.0998	<i>d</i>	mastic.
	0.0998	<i>e</i>	mastic.
	0.0998	<i>f</i>	kaolin.
	0.1759	—	mastic.
Synalbumose . . . . .	0.1730	<i>a</i>	mastic.
	0.1730	<i>b</i>	mastic.
	0.1730	<i>c</i>	kaolin.
	0.0865	<i>d</i>	mastic.
	0.0865	<i>e</i>	mastic.
	0.0865	<i>f</i>	kaolin.
	0.1680	—	mastic.
Thioalbumose . . . . .	0.1680	<i>a</i>	mastic.
	0.1680	<i>b</i>	mastic.
	0.1680	<i>c</i>	kaolin.
	0.0840	<i>d</i>	mastic.
	0.0840	<i>e</i>	mastic.
	0.0840	<i>f</i>	kaolin.
	0.1358	—	mastic.

I.

AZOTE RETROUVÉ DANS LE FILTRAT :		AZOTE NON RETROUVÉ DANS LE FILTRAT :	
en grammes.	en pour cent de l'azote initial.	en grammes.	en pour cent de l'azote initial.
0.1006	77.26	0.0296	22.74
0.1019	78.42	0.0281	21.58
0.0364	58.68	0.0538	41.32
0.0987	75.81	0.0315	24.19
0.1002	76.96	0.0300	23.04
0.0613	47.08	0.0689	52.92
—	78.19 à 78.85	—	21.15 à 21.81
0.1810	90.68	0.0186	9.32
0.1792	89.78	0.0204	10.22
0.0585	29.31	0.1441	70.69
0.1826	91.48	0.0170	8.52
0.1842	90.78	0.0184	9.22
0.0311	15.59	0.1685	84.44
—	81.24 à 81.38	—	18.62 à 18.76
0.1135	65.61	0.0595	34.39
0.1120	64.74	0.0610	35.26
0.0743	42.95	0.0987	57.05
0.1147	66.30	0.0583	33.70
0.1109	64.10	0.0621	35.90
0.0418	24.16	0.1312	75.84
—	65.92 à 66.31	—	33.69 à 34.08
0.1196	71.21	0.0484	38.79
0.1212	71.14	0.0468	37.86
0.1576	93.83	0.0104	6.17
0.1236	73.55	0.0444	26.45
0.1203	71.63	0.0477	27.37
0.1396	83.08	0.0284	16.92
—	66.64 à 67.53	—	32.47 à 33.36

Les proportions d'azote entraînées et non entraînées lors de la floculation du mastic sont à peu près les mêmes que dans mes recherches antérieures pour l'hétéroalbumose et la synalbumose. Par contre, le mastic a précipité une bien moindre proportion de protoalbumose (8.52 à 10.22 %) que précédemment (18.62 à 18.76 %). Pour ce qui concerne la thioalbumose, le mastic en a précipité une proportion d'autant plus considérable que la solution était plus concentrée. L'influence de la concentration ne s'est pas fait sentir pour les trois autres protéoses. Dans certaines conditions, le mastic peut entraîner 30.03, 30.23, 32.76 et même 36.68 % du complexe de protéoses dénommé protoalbumose (Tableau II). D'autre part, 8.87, 36.82, 43.18, 44.17 % de l'hétéroalbumose peuvent être entraînés par le mastic (Tableau II).

Le kaolin précipite davantage d'hétéroalbumose, de protoalbumose et de synalbumose que le mastic, mais moins de thioalbumose. Pour toutes ces protéoses, la quantité entraînée avec le kaolin s'accroît avec la dilution de la solution.

Les filtrats provenant des portions *a*, *b*, *d* et *e* d'hétéroalbumose, de protoalbumose, de thioalbumose ou de synalbumose, traitées par le mastic, sont réunis. On précipite l'hétéroalbumose au moyen d'un volume d'alcool absolu, la thioalbumose ou la synalbumose au moyen de trois, la protoalbumose au moyen de vingt. On filtre le précipité ainsi obtenu, on le lave à l'alcool absolu, on le redissout dans l'eau et on le précipite par un, trois ou vingt volumes d'alcool absolu selon le cas. Après plusieurs précipitations et redissolutions, le précipité de la portion *a* de protéose non entraînée par le mastic est lavé à l'alcool absolu, puis à l'éther, séché dans le vide au-dessus de l'acide sulfurique et amené à poids constant à 95°.

Pour obtenir les portions de protéoses entraînées lors de la floculation du mastic, on épuise par l'éther à froid, puis à chaud, dans l'appareil de Soxhlet, les précipités provenant des

portions *a*, *b*, *d* et *e*. On se débarrasse par filtration de la solution étherée de mastic. On lave le résidu resté sur le filtre à plusieurs reprises par de l'éther, puis on le redissout dans l'eau. Cette solution aqueuse est additionnée d'un, de trois ou de vingt volumes d'alcool absolu pour précipiter la protéose examinée. On procède à la purification de la portion de protéose *b* entraînée par le mastic de la même façon que pour la portion *a* non entraînée par cet adsorbant.

Les filtrats provenant des portions *c* et *f* d'hétéroalbumose, de protoalbumose, de thioalbumose ou de synalbumose, traitées par le kaolin, sont réunis et réduits dans le vide à 35° à un petit volume. On précipite alors l'hétéroalbumose par un, la thioalbumose ou la synalbumose par trois, la protoalbumose par vingt volumes d'alcool absolu. On purifie les portions de protéose *c* non entraînées par le kaolin en les dissolvant et les reprécipitant à plusieurs reprises de la même manière que les portions des mêmes protéoses entraînées ou non entraînées par le mastic.

Je ne suis pas parvenu à récupérer les portions de protéoses entraînées par le kaolin.

Les faibles quantités d'hétéroalbumose et de synalbumose recueillies après traitement par le mastic ou par le kaolin m'ont seulement permis de déterminer leurs teneurs en azote. L'étude des deux fractions séparées par le mastic dans la protoalbumose et la thioalbumose de Pick et des portions de ces protéoses non précipitées par le kaolin, a pu être poussée un peu plus loin. Examinons rapidement les données ainsi recueillies.

1° *Hétéroalbumose a* (non entraînée lors de la floculation du mastic).

0<sup>gr</sup>1468 nécessitent l'emploi de 16<sup>cc</sup>7 de  $n_{/10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup> = 15.93 % N.

0<sup>gr</sup>1656 nécessitent l'emploi de 18<sup>cc</sup>9 de  $n_{/10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup> = 15.98 % N. Moyenne : 15.95 % N.

2° *Hétéroalbumose b* (entraînée lors de la floculation du mastic).

0<sup>gr</sup>1649 nécessitent l'emploi de 19<sup>cc</sup>2 de  $n/_{10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup> = 16.33 % N.

0<sup>gr</sup>1742 nécessitent l'emploi de 20<sup>cc</sup>3 de  $n/_{10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup> = 16.26 % N. Moyenne 16.28 % N.

3° *Hétéroalbumose c* (non entraînée par le kaolin).

0<sup>gr</sup>1510 nécessitent l'emploi de 17<sup>cc</sup>3 de  $n/_{10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup> = 16.04 % N.

0<sup>gr</sup>1844 nécessitent l'emploi de 21<sup>cc</sup>1 de  $n/_{10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup> = 16.02 % N. Moyenne : 16.03 % N.

Les réactions des trois hétéroalbumoses *a*, *b* et *c* sont les mêmes que celles de l'hétéroalbumose de Pick initiale.

4° *Protoalbumose a* (non entraînée lors de la floculation du mastic).

0<sup>gr</sup>1835 donnent 0<sup>gr</sup>1093 H<sup>2</sup>O = 6.72 % H et 0<sup>gr</sup>3162 CO<sup>2</sup> = 46.93 % C.

0<sup>gr</sup>2172 donnent 0<sup>gr</sup>1286 H<sup>2</sup>O = 6.63 % H et 0<sup>gr</sup>3593 CO<sup>2</sup> = 47.09 % C.

0<sup>gr</sup>1694 nécessitent l'emploi de 20<sup>cc</sup>2 de  $n/_{10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup> = 16.69 % N.

0<sup>gr</sup>1782 nécessitent l'emploi de 21<sup>cc</sup>1 de  $n/_{10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup> = 16.58 % N.

0<sup>gr</sup>4504 donnent 0<sup>gr</sup>0412 BaSO<sup>4</sup> = 1.26 % S.

Composition moyenne : 47.01 % C; 6.67 % H; 16.63 % N; 1.26 % S.

La méthode de répartition de l'azote d'Hausmann, modifiée par Osborne et Harris, donne pour 0<sup>gr</sup>1692 d'azote : azote amidé = 0.01246, soit 7.36 % de l'azote total; azote humique = 0<sup>gr</sup>0678, soit 4.01 %; azote diaminé ou plus exactement azote précipité par l'acide phosphotungstique = 0<sup>gr</sup>04693, soit 27.74 %; azote monoaminé ou plus exactement azote non précipité par l'acide phosphotungstique = 0<sup>gr</sup>10083, soit 59.59 %.

Déviatiou de la lumière polarisée : — 1.53 pour 0<sup>gr</sup>01008, ce qui donne  $[\alpha]_D^{20} = -75.9$ .

Indice de réfraction : 1.33458 pour une solution à 1 %.

Indice stalagmométrique : 137.4 pour une solution ayant 1006 comme densité. Tension superficielle calculée en dynes par centimètre à la surface limite avec l'air = 53.64.

Indice d'or compris entre 0.56 et 1.04.

Réaction de Millon : positive.

Réaction de Molisch : négative.

Réaction d'Adamkiewicz : positive.

Réaction du soufre labile : faiblement positive.

Diazoréaction de Pauly : négative.

Réaction de Pons : positive à la dilution de 1 pour 7500.

Réaction de Hunter : positive.

5° *Protoalbumose b* (entraînée lors de la floculation du mastic).

0<sup>gr</sup>1495 nécessitent l'emploi de 18<sup>cc</sup>3 de  $n_{/10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup> = 17.14 % N.

0<sup>gr</sup>1754 nécessitent l'emploi de 21<sup>cc</sup>4 de  $n_{/10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup> = 17.20 % N. Moyenne : 17.17 % N.

Indice de réfraction : 1.33466 pour une solution à 1 %.

Indice stalagmométrique : 118.7 pour une solution ayant 1004 comme densité. Tension superficielle calculée en dynes par centimètre à la surface limite avec l'air = 61.97.

Indice d'or compris entre 1.44 et 1.76.

Réaction de Millon : positive.

Réaction de Molisch : négative.

Réaction d'Adamkiewicz : faiblement positive.

Réaction du soufre labile : faiblement positive.

Diazoréaction de Pauly : positive.

Réaction de Pons : positive à la dilution de 1 pour 7500.

Réaction de Hunter : positive.

6° *Protoalbumose c* (non entraînée par le kaolin).

0<sup>gr</sup>1438 nécessitent l'emploi de 16<sup>cc</sup>5 de  $n_{/10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup> = 16.06 % N.

0<sup>gr</sup>1675 nécessitent l'emploi de 19<sup>cc</sup>2 de  $n_{/10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup> = 16.09 % N. Moyenne : 16.07 % N.

Indice de réfraction : 1.33439 pour une solution à 1 %.

Indice stalagmométrique : 131.8 pour une solution ayant 1005 comme densité. Tension superficielle calculée en dynes par centimètre à la surface limite avec l'air = 55.86.

Indice d'or compris entre 1.6 et 2.6.

Réaction de Millon : positive.

Réaction de Molisch : négative.

Réaction d'Adamkiewicz : positive.

Réaction du soufre labile : faiblement positive.

Diazoréaction de Pauly : négative.

Réaction de Pons : positive à la dilution de 1 pour 7500.

Réaction de Hunter : positive.

La protoalbumose *c* n'est pas du tout entraînée lors de la floculation du mastic. La portion de la protoalbumose non précipitée par le kaolin fait donc partie de la portion de cette protéose non entraînée par le mastic lors de sa floculation.

7° *Thioalbumose a* (non entraînée lors de la floculation du mastic).

0<sup>gr</sup>1715 nécessitent l'emploi de 19<sup>cc</sup>7 de  $n_{/10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup> = 16.08 % N.

0<sup>gr</sup>1798 nécessitent l'emploi de 20<sup>cc</sup>5 de  $n_{/10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup> = 15.96 % N. Moyenne : 16.02 % N.

Indice de réfraction : 1.33443 pour une solution à 1 %.

Indice stalagmométrique : 138.8 pour une solution ayant 1006 comme densité. Tension superficielle calculée en dynes par centimètre à la surface limite avec l'air = 53.10.

0<sup>mgr</sup>64 à 1<sup>mgr</sup>72 suffisent pour faire virer au violet, en l'absence de chlorure de sodium, 10 centimètres cubes de solution d'or colloïdal.

Réaction de Millon : positive.



Réaction de Molisch : faiblement positive.

Réaction d'Adamkiewicz : positive.

Réaction du soufre labile : fortement positive.

Diazoréaction de Pauly : positive.

Réaction de Pons : négative à la dilution de 1 pour 7500.

Réaction de Hunter : négative.

8° *Thioalbumose b* (entraînée lors de la floculation du mastic).

0<sup>gr</sup>1647 nécessitent l'emploi de 19<sup>cc</sup>5 de  $n/_{10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup>  
= 16.57 % N.

0<sup>gr</sup>1699 nécessitent l'emploi de 20<sup>cc</sup>2 de  $n/_{10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup>  
= 16.65 % N. Moyenne : 16.61 % N.

Indice de réfraction : 1.33567 pour une solution à 1 %.

Indice stalagmométrique : 116.0 pour une solution ayant 1008 comme densité. Tension superficielle calculée en dynes par centimètre à la surface limite avec l'air = 63.66.

2<sup>mgr</sup>4 à 4<sup>mgr</sup>0 suffisent pour faire virer au violet, en l'absence de chlorure de sodium, 10 centimètres cubes de solution d'or colloïdal.

Réaction de Millon : positive.

Réaction de Molisch : positive.

Réaction d'Adamkiewicz : positive.

Réaction du soufre labile : positive.

Diazoréaction de Pauly : négative.

Réaction de Pons : négative à la dilution de 1 pour 7500.

Réaction de Hunter : négative.

9° *Thioalbumose c* (non entraînée par le kaolin).

0<sup>gr</sup>1524 nécessitent l'emploi de 17<sup>cc</sup>8 de  $n/_{10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup>  
= 16.42 % N.

0<sup>gr</sup>1655 nécessitent l'emploi de 19<sup>cc</sup>3 de  $n/_{10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup>  
= 16.33 % N. Moyenne : 16.37 % N.

Indice de réfraction : 1.33454 pour une solution à 1 %.

Indice stalagmométrique : 113.3 pour une solution ayant 1005 comme densité. Tension superficielle calculée en dynes par centimètre à la surface limite avec l'air = 64.98.

0<sup>mg</sup>96 à 1<sup>mg</sup>72 suffisent pour faire virer au violet, en l'absence de chlorure de sodium, 10 centimètres cubes d'or colloïdal.

Réaction de Millon : positive.

Réaction de Molisch : positive.

Réaction d'Adamkiewicz : positive.

Réaction du soufre labile : fortement positive.

Diazoréaction de Pauly : négative.

Réaction de Pons : négative à la dilution de 1 pour 7500.

Réaction de Hunter : négative.

De 0<sup>gr</sup>0414 d'azote, 0<sup>gr</sup>0266, soit 62.74 %, ne sont pas précipités par le mastic.

La thioalbumose *c*, non précipitée par le kaolin, comprend donc une partie de la thioalbumose *a*, non entraînée par le mastic, et de la thioalbumose *b*, entraînée par le mastic lors de sa floculation.

10° *Synalbumose a* (non entraînée lors de la floculation du mastic).

0<sup>gr</sup>1612 nécessitent l'emploi de 14<sup>cc</sup>4 de  $n/_{10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup>  
= 12.51 % N.

0<sup>gr</sup>1705 nécessitent l'emploi de 15<sup>cc</sup>3 de  $n/_{10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup>  
= 12.56 % N. Moyenne : 12.53 % N.

11° *Synalbumose b* (entraînée lors de la floculation du mastic).

0<sup>gr</sup>1598 nécessitent l'emploi de 19<sup>cc</sup>0 de  $n/_{10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup>  
= 16.67 % N.

0<sup>gr</sup>1710 nécessitent l'emploi de 20<sup>cc</sup>3 de  $n/_{10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup>  
= 16.62 % N. Moyenne : 16.64 % N.

12° *Synalbumose c*.

0<sup>gr</sup>1547 nécessitent l'emploi de 15<sup>cc</sup>7 de  $n/_{10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup>  
= 14.17 % N.

0<sup>gr</sup>1613 nécessitent l'emploi de 16<sup>cc</sup>5 de  $n/_{10}$  H<sup>2</sup>SO<sup>4</sup>  
= 14.26 % N. Moyenne : 14.21 % N.

Les réactions des trois synalbumoses *a*, *b* et *c* sont les mêmes que celles de la synalbumose de Pick initiale.

VII. — COMPARAISON DES PROPRIÉTÉS DES DIVERSES PROTÉOSES ISOLÉES  
PAR LES PROCÉDÉS D'ADLER, D'HASLAM ET DE PICK, ET DES FRACTIONS  
SÉPARÉES PAR L'EMPLOI DE L'ALCOOL A 50 %, DU MASTIC ET DU KAOLIN.

J'ai réuni dans le tableau II les principales données relatives à la composition et aux propriétés chimiques des diverses protéoses isolées par les procédés d'Adler, d'Haslam et de Pick, et des fractions séparées par l'emploi de l'alcool à 50 %, du mastic et du kaolin. J'y ai joint des chiffres empruntés aux travaux de Pick, de Friedmann, de Hart, de Levene, d'Adler et de Birchard.

Ce tableau met bien en lumière les grandes difficultés présentées par l'isolement de protéoses chimiquement définies. Rien ne nous permet d'affirmer que les méthodes proposées jusqu'à présent soient à conseiller à cet effet, abstraction faite peut-être du procédé de purification de la protoalbumose, préconisé récemment par Birchard. Les méthodes d'Adler et d'Haslam ne paraissent présenter aucun avantage réel sur celle de Pick. La méthode d'Adler ne donne pas de résultats constants, ainsi que Birchard l'a prouvé. Il en est de même de celle d'Haslam. Ceci ressort nettement de l'examen comparatif des divers échantillons de protoalbumose  $\beta$ , de deutéroalbumose  $\alpha$  et surtout de deutéroalbumose  $\beta$ , dont la composition et les propriétés sont rassemblées dans le tableau II. La teneur en azote et le degré de déviation de la lumière polarisée varient notamment dans de larges limites d'un échantillon de deutéroalbumose  $\beta$  à l'autre. Ceci se comprend aisément. La deutéroalbumose  $\beta$  d'Haslam représente, en effet, un mélange de protéoses dont certaines (synalbumose de Pick) ont une teneur en azote relativement faible et dévient beaucoup moins la lumière polarisée que d'autres (thioalbumose de Pick) à teneur azotée plus considérable.

PRODUIT EXAMINÉ.	AUTEUR.	Composition centés male.				Pour cent d'azote sous forme d'azote				Pour cent d'azote sous forme de	
		C.	H.	N.	S.	amidé.	humique.	diaminé ou plus exactement d'azote précipité par l'acide phosphotungstique.	monaminé ou plus exactement d'azote non précipité par l'acide phosphotungstique.	peptidique proprement dit.	amidé.
Hétéroalbumose de Pick . . . . .	Pick.	55.42	6.64	17.98	1.22	6.45	—	38.93	57.40	—	—
	Friedmann	—	—	—	—	6.03	—	37.44	59.44	—	—
	Adler.	48.48	6.63	16.00	1.27	10.78	—	29.29	60.86	—	—
	Zunz.	48.42	6.50	16.48	1.67	7.36	1.36	32.23	60.89	64.02	3.64
Hétéroalbumose a (non entraînée par le mastic) . . . . .	Id.	—	—	15.95	—	—	—	—	—	—	—
Hétéroalbumose b (entraînée par le mastic). . . . .	Id.	—	—	16.28	—	—	—	—	—	—	—
Hétéroalbumose c (non entraînée par le kaolin). . . . .	Id.	—	—	16.03	—	—	—	—	—	—	—
Hétéroalbumose d'Adler . . . . .	Adler	49.78	6.37	15.97	1.45	—	—	—	—	—	—
	Zunz.	48.91	6.62	16.42	—	10.16	0.91	34.88	56.34	—	—
Hétéroalbumose d'Haslam . . . . .	Id.	50.20	6.65	16.45	1.56	10.08	0.67	36.16	56.25	37.23	7.66
	Id.	—	—	15.48	—	9.42	0.78	29.55	57.37	—	—
	Id.	—	—	15.79	—	—	—	—	—	—	—
Protoalbumose α d'Haslam . . . . .	Id.	48.35	6.72	16.25	1.58	—	—	—	—	—	—
	Id.	48.82	6.71	16.07	1.64	6.34	1.49	34.29	59.29	—	—
Protoalbumose de Pick . . . . .	Pick.	55.64	6.80	17.66	1.24	7.44	—	25.42	68.47	—	—
	Friedmann.	—	—	—	—	9.85	—	31.42	66.85	—	—
	Hart.	—	—	—	—	—	—	32.00	68.00	—	—
	Adler.	48.48	6.69	15.67	—	—	—	—	—	—	—
	Levene.	—	—	—	—	—	—	38.05	63.28	—	—
	Birchard.	52.54	6.54	—	—	6.26	—	35.19	62.49	—	—
	Zunz	52.45	6.69	17.13	1.46	6.34	—	33.24	63.39	25.24	8.74

Déviation de la lumière polarisée [α] <sub>D20</sub> =	Indice de réfraction.	Tension superficielle en dynes par centimètre à la surface limite avec l'air.	Or colloïdal.	Réactions						
				de Millon.	de Molisch.	d'Adamkewicz.	du soufre labile.	diazoïque de Pauly.	de Pons à la dilution de 4 pour 7300.	de Hunter.
—	—	—	—	faibl. pos.	négative.	négative.	faibl. pos.	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
-70.69	—	—	—	faibl. pos.	négative.	nettem. pos.	faibl. pos.	—	—	—
-70.7	1.333503	59.89	0.01-0.075 empêchent le virage.	id.	id.	id.	id.	positive	positive.	positive.
—	—	—	—	id.	id.	positive.	id.	id.	id.	id.
—	—	—	—	id.	id.	id.	id.	id.	id.	id.
—	—	—	—	id.	id.	id.	id.	id.	id.	id.
-67.36	—	—	—	id.	id.	nettem. pos.	—	—	—	—
—	1.33439	61.45	0.05-0.11 empêchent le virage.	id.	id.	positive.	faibl. pos.	positive	positive	positive.
—	1.33419	61.68	0.05-0.15 empêchent le virage.	id.	id.	id.	id.	id.	id.	id.
—	1.33408	62.39	—	id.	id.	id.	id.	id.	id.	id.
—	1.33412	62.45	—	id.	id.	id.	id.	id.	id.	id.
—	1.33478	62.30	0.16-0.48 empêchent le virage.	positive.	id.	id.	id.	id.	id.	id.
-61.3	1.33478	62.42	0.14-0.36 empêchent le virage.	id.	id.	id.	id.	id.	id.	id.
—	—	—	—	faibl. pos.	id.	négative.	id.	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
-73.85	—	—	—	positive.	négative.	positive.	faibl. pos.	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
-76.1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
-75.2	1.33375	60.80	1.6-3.36 empêchent le virage.	positive.	négative.	positive.	faibl. pos.	négative.	positive.	positive.



TABLEAU II.

PRODUIT EXAMINÉ.	AUTEUR.	Composition centés male.				Pour cent d'azote sous forme d'azote				Pour cent d'azote sous forme d'azote			Or colloïdal.	Réactions											
		C.	H.	N.	S.	amidé.	humique.	diaminé ou plus exactement d'azote précipité par l'acide phosphotungstique.	monaminé ou plus exactement d'azote non précipité par l'acide phosphotungstique.	peptidique proprement dit.	amidé.	peptidique total.		Pour cent d'azote précipités par le mastic.	Déviations de la lumière polarisée [α] D20° =	Indice de réfraction.	Tension superficielle en dynes par centimètre à la surface limite avec l'air.	de Millon.	de Molisch.	d'Adamkiewicz.	du soufre labile.	diazoïque de Pauly.	de Pons à la dilution de 1 pour 7500.	de Hunter.	
Hétéroalbumose de Pick . . . . .	Pick.	35.42	6.64	17.98	4.22	6.45	—	38.93	57.40	—	—	—	—	—	—	—	—	faibl. pos.	négative.	négative.	faibl. pos.	—	—	—	
	Friedmann	—	—	—	—	6.03	—	37.44	59.41	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
	Adler.	48.48	6.63	16.00	4.27	10.78	—	29.29	60.86	—	—	—	—	-70.69	—	—	—	faibl. pos.	négative.	nettem. pos.	faibl. pos.	—	—	—	
	Zunz.	48.42	6.50	16.48	4.67	7.36	1.36	32.23	60.89	64.02	3.64	67.66	24.49	-70.7	1.33503	59.89	0.01-0.075 empêchent le virage.	id.	id.	id.	id.	positive	positive.	positive.	
Hétéroalbumose a (non entraînée par le mastic) . . . . .	Id.	—	—	15.95	—	—	—	—	—	—	—	—	0.00	—	—	—	—	id.	id.	positive.	id.	id.	id.	id.	
Hétéroalbumose b (entraînée par le mastic) . . . . .	Id.	—	—	16.28	—	—	—	—	—	—	—	—	100.00	—	—	—	—	id.	id.	id.	id.	id.	id.	id.	
Hétéroalbumose c (non entraînée par le kaolin) . . . . .	Id.	—	—	16.03	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	id.	id.	id.	id.	id.	id.	id.	
Hétéroalbumose d'Adler . . . . .	Adler	49.78	6.37	15.97	4.45	—	—	—	—	—	—	—	—	-67.36	—	—	—	id.	id.	nettem. pos.	—	—	—	—	
	Zunz.	48.91	6.62	16.42	—	10.46	0.94	34.88	56.34	—	—	—	33.18	—	1.33439	61.15	0.05-0.11 empêchent le virage.	id.	id.	positive.	faibl. pos.	positive	positive	positive.	
	Id.	50.20	6.65	16.45	4.56	10.08	0.67	36.46	56.25	37.23	7.69	44.92	—	—	1.33419	61.68	0.05-0.15 empêchent le virage.	id.	id.	id.	id.	id.	id.	id.	
Hétéroalbumose d'Haslam . . . . .	Id.	—	—	15.48	—	9.42	0.78	29.55	57.37	—	—	—	36.82	—	1.33408	62.39	—	id.	id.	id.	id.	id.	id.	id.	
	Id.	—	—	15.79	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1.33412	62.45	—	id.	id.	id.	id.	id.	id.	id.	
	Id.	48.35	6.72	16.25	1.58	—	—	—	—	—	—	—	8.87	—	1.33478	62.30	0.16-0.48 empêchent le virage.	positive.	id.	id.	id.	id.	id.	id.	
Protoalbumose α d'Haslam . . . . .	Id.	48.82	6.71	16.07	4.64	6.34	4.49	34.29	59.29	—	—	—	44.47	-61.3	1.33478	62.12	0.14-0.36 empêchent le virage.	id.	id.	id.	id.	id.	id.	id.	
	Id.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
Protoalbumose de Pick . . . . .	Pick.	55.64	6.80	17.66	1.24	7.44	—	25.42	68.47	—	—	—	—	—	—	—	—	faibl. pos.	id.	négative.	id.	—	—	—	
	Friedmann.	—	—	—	—	9.85	—	31.42	66.85	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
	Hart.	—	—	—	—	—	—	—	32.00	68.00	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
	Adler.	48.48	6.69	15.67	—	—	—	—	—	—	—	—	—	-73.85	—	—	—	—	positive.	négative.	positive.	faibl. pos.	—	—	—
	Levene.	—	—	—	—	—	—	—	38.05	63.28	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	Birchard.	52.54	6.54	—	—	6.26	—	35.49	62.49	—	—	—	—	-76.1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	Zunz	52.45	6.69	17.13	1.16	6.34	—	33.24	63.39	25.24	8.74	33.98	40.22	-75.2	1.33575	60.80	1.6-3.36 empêchent le virage.	positive.	négative.	positive.	faibl. pos.	uégative.	positive.	positive.	





1 (suite).

par le masic.	Déviation de la lumière polarisée $[\alpha]_{D_{20}} =$	Indice de réfraction.	Tension superficielle en dynes par centimètre à la surface limite avec l'air.	Or colloïdal.	Réactions						
					de Millon.	de Molisch.	d'Adamkiewicz.	du soufre labile.	diazotique de Pauly.	de Pons à la dilution de 1 pour 1500.	de Hunter.
00	-75.9	1.33448	53.64	0.56-1.04 empêchent le virage.	positive.	négative.	positive.	faibl. pos.	négative.	positive.	positive.
00	—	1.33466	61.97	1.44-1.76 empêchent le virage.	id.	id.	faibl. pos	id.	positive.	id.	id.
00	—	1.33439	55.86	1.6-2.6 empêchent le virage.	id.	id.	positive.	id.	négative.	id.	id.
—	-77.0	—	—	—	id.	id.	id.	id.	—	—	—
—	-71.73	1.33495	—	—	id.	id.	id.	id.	—	—	—
.76	—	1.33445	63.76	0.8-1.4 empêchent le virage.	id.	id.	id.	id.	négative	positive	positive
.23	—	1.33478	55.03	1.76-2.72 empêchent le virage.	id	id.	id.	id.	id.	id.	id.
—	—	1.33486	57.72	—	id.	id.	id.	id.	id.	id.	id.
—	—	1.33466	54.20	—	id.	id.	id.	id.	id.	id.	id.
.68	—	1.33466	55.69	—	id.	id.	id.	id.	id.	id.	id.
.03	-79.4	1.33458	55.47	0.88-2.56 empêchent le virage	id.	id.	id.	id.	positive.	id.	id.
—	—	—	—	—	id.	faibl. pos	—	fort. posit.	—	—	—
.79	-87.4	1.33470	52.87	2.6 à 4.0 font virer.	id.	id.	positive.	id.	positive.	négative.	négative.
—	—	1.33443	60.98	2.4-4.8 font virer.	id.	id.	id.	id.	id.	id.	id.
.06	-89.4	1.33478	55.34	0.96-1.44 font virer.	id.	positive.	id.	id	id.	id.	id.
.00	—	1.33443	53.10	0.64-1.72 font virer.	id.	faibl. pos.	id.	id.	id.	id.	id.
.00	—	1.33567	63.66	2.4-4.0 font virer.	id.	positive.	id.	positive.	négative.	id.	id.
.76	—	1.33484	64.98	0.96-1.72 font virer.	id.	id.	id.	fort. posit.	id.	id.	id.



TABLEAU II (suite).

PRODUIT EXAMINÉ.	AUTEUR.	Composition centésimale.				Pour cent d'azote sous forme d'azote				Pour cent d'azote sous forme d'azote			pour cent d'azote précipités par le mastic.	Déviation de la lumière polarisée [α] <sub>D</sub> 20° =	Indice de réfraction.	Tension superficielle en dynes par centimètre à la surface limite avec l'air.	Or colloïdal.	Réactions							
		C.	H.	N.	S.	amidé.	humique.	liant ou plus exactement d'azote précipité par l'acide plus homogène	monomère ou plus exactement d'azote non précipité par l'acide phosphotungstique.	peptidique proprement dit.	amidé.	peptidique total.						de Millon.	de Molisch.	d'Adamkiewicz.	du soufre labile.	diazotique de Pauly.	de Pons à la dilution de 1 pour 7500.	de Hunter.	
Protoalbumose <i>a</i> (non entraînée par le mastic)	Zunz.	47.01	6.67	16.63	1.26	7.36	4.01	27.74	59.59	—	—	—	0.00	-75.9	1.33438	53.64	0.56-1.04 empêchent le virage.	positive.	négative.	positive.	faibl. pos.	négative.	positive.	positive.	
Protoalbumose <i>b</i> (entraînée par le mastic).	Id.	—	—	47.17	—	—	—	—	—	—	—	100.00	—	1.33466	61.97	4.44-4.76 empêchent le virage.	id.	id.	faibl. pos.	id.	positive.	id.	id.		
Protoalbumose <i>c</i> (non entraînée par le kaolin)	Id.	—	—	16.07	—	—	—	—	—	—	—	0.00	—	1.33439	55.86	1.6-2.6 empêchent le virage.	id.	id.	positive.	id.	négative.	id.	id.		
Protoalbumose de Birehard	Birehard.	51.88	6.60	16.76	—	—	—	—	—	—	—	—	-77.0	—	—	—	—	id.	id.	id.	id.	—	—	—	
Protoalbumose d'Adler	Adler.	50.48	6.64	16.85	—	7.44	—	6.12	52.60	—	—	—	-71.73	1.33495	—	—	—	id.	id.	id.	id.	—	—	—	
	Zunz.	51.03	6.68	16.76	—	7.36	2.04	21.08	67.67	—	—	—	32.76	—	1.33445	65.76	0.8-1.4 empêchent le virage.	id.	id.	id.	id.	négative	positive	positive	
Protoalbumose β d'Haslam	Id.	51.30	6.38	15.79	—	7.41	4.7	22.41	64.60	—	—	—	50.23	—	1.33478	55.03	1.76-2.72 empêchent le virage.	id.	id.	id.	id.	id.	id.	id.	
	Id.	—	—	17.10	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1.33486	57.72	—	—	id.	id.	id.	id.	id.	id.	id.	
	Id.	—	—	15.88	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1.33466	54.20	—	—	id.	id.	id.	id.	id.	id.	id.	
	Id.	—	—	16.42	—	—	—	—	—	—	—	—	36.68	—	1.33460	55.69	—	—	id.	id.	id.	id.	id.	id.	id.
Thioalbumose de Pick.	Pick.	48.96	6.90	16.02	2.97	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	id.	faibl. pos	—	fort. posit.	—	—	—	
	Zunz.	46.91	6.74	16.48	2.15	5.96	0.98	27.48	76.41	8.45	6.50	14.65	38.79	-87.4	1.33470	52.87	2.6 à 4.0 font virer.	id.	id.	positive.	id.	positive.	négative.	négative.	
Thioalbumose	insoluble dans l'alcool à 50 %.	Id.	—	—	46.42	4.78	—	—	—	—	—	—	—	—	1.33443	60.98	2.4-4.8 font virer.	id.	id.	id.	id.	id.	id.	id.	
	soluble dans l'alcool à 50 %.	Id.	14.92	6.88	15.10	2.25	9.29	2.91	5.38	66.72	19.09	7.27	26.36	17.06	-89.4	1.33478	55.34	0.96-1.44 font virer.	id.	positive.	id.	id.	id.	id.	id.
	<i>a</i> (non entraînée par le mastic).	Id.	—	—	16.02	—	—	—	—	—	—	—	0.00	—	1.33443	53.10	0.61-1.72 font virer.	id.	faibl. pos.	id.	id.	id.	id.	id.	
	<i>b</i> (entraînée par le mastic).	Id.	—	—	46.64	—	—	—	—	—	—	—	100.00	—	1.33567	63.66	2.4-4.0 font virer.	id.	positive.	id.	positive.	négative.	id.	id.	
	<i>c</i> (non entraînée par le kaolin).	Id.	—	—	16.37	—	—	—	—	—	—	—	32.76	—	1.33484	64.98	0.96-1.72 font virer.	id.	id.	id.	fort. posit.	id.	id.	id.	









On parvient, il est vrai, par la méthode de Pick, et jusqu'à un certain point par celles d'Adler et d'Haslam, à isoler des complexes ou combinaisons de protéoses, à composition et propriétés caractéristiques. Si l'on fait abstraction des résultats assez inconstants donnés par l'étude de la répartition de l'azote, les légères divergences relevées d'un échantillon à l'autre de la même protéose ou du même groupe de protéoses tiennent sans doute à la plus ou moins grande quantité d'impuretés encore renfermées dans ces produits.

La teneur en carbone et en soufre, la déviation de la lumière polarisée, la tension superficielle, la diazoréaction de Pauly rapprochent la protoalbumose  $\alpha$  d'Haslam et l'hétéroalbumose d'une part, la protoalbumose  $\beta$  d'Haslam et la protoalbumose de Pick d'autre part.

L'hétéroalbumose a une teneur en carbone inférieure et une teneur en soufre supérieure à celles de la protoalbumose de Pick.

L'hétéroalbumose et la protoalbumose  $\alpha$  d'Haslam dévient davantage la lumière polarisée que la protoalbumose de Pick et la protoalbumose  $\beta$  d'Haslam.

La protoalbumose  $\beta$  d'Haslam abaisse davantage la tension superficielle de l'eau que l'hétéroalbumose et la protoalbumose  $\alpha$ .

L'hétéroalbumose donne la diazoréaction de Pauly. La protoalbumose proprement dite ne paraît pas la présenter : si on la constate néanmoins parfois, cela dépend probablement de l'existence dans la protoalbumose d'une certaine quantité d'hétéroalbumose ou d'une autre protéose offrant cette réaction.

L'hétéroalbumose et la protoalbumose empêchent le virage de l'or colloïdal au violet sous l'influence du chlorure de sodium, mais la quantité d'hétéroalbumose nécessaire à cet effet est beaucoup moindre que celle de protoalbumose. La protoalbumose  $\alpha$  d'Haslam jouit d'un pouvoir protecteur pour l'or colloïdal presque aussi considérable que l'hétéroalbumose et de loin supérieur à celui de la protoalbumose  $\beta$  d'Haslam, qui



rentre dans les mêmes limites que celui de la protoalbumose de Pick. Les diverses protéoses, qui font partie de l'ancienne deutéroalbumose de Kühne (thioalbumose, synalbumose, etc.), provoquent au contraire le bleuissement de la solution d'or colloïdal en l'absence de toute addition de chlorure de sodium.

L'hétéroalbumose et la protoalbumose sont précipitées par une solution ammoniacale de sulfate de clupéine. Les protéoses dérivées de la deutéroalbumose ne le sont pas.

L'acide sulfochondroïtique en milieu acétique précipite encore à la dilution de 1 pour 7500 l'hétéroalbumose, la protoalbumose et la synalbumose, mais pas la thioalbumose. Ce réactif ne précipite ni la deutéroalbumose  $\alpha$ , qui ne renferme pas de synalbumose, ni la deutéroalbumose  $\beta$ , dont la teneur en synalbumose n'atteint pas un degré suffisant pour permettre la réaction à cette dilution.

La thioalbumose a une teneur en soufre supérieure à celle des autres protéoses. Traitée par la soude caustique et l'acétate de plomb, elle se colore en noir intense, tandis que les autres protéoses ne prennent, dans ces conditions, qu'une teinte plus ou moins brunâtre. La thioalbumose renferme donc une proportion relativement élevée de soufre labile. Elle dévie davantage la lumière polarisée que les autres protéoses.

La synalbumose a une teneur en azote inférieure à celles de la thioalbumose, de l'hétéroalbumose et de la protoalbumose. Sa teneur en hydrogène dépasse légèrement celle des trois autres protéoses ou groupes de protéoses isolés par la méthode de Pick. Elle dévie dans une bien moindre mesure la lumière polarisée que l'hétéroalbumose, la protoalbumose et surtout la thioalbumose. La synalbumose présente une intense réaction de Molisch. Ni l'hétéroalbumose ni la protoalbumose ne donnent cette réaction.

Les diverses protéoses possèdent un pouvoir réfractométrique plus élevé que celui de l'eau. Les différences constatées à ce propos entre ces protéoses ne sont ni bien considérables ni bien nettes.

Les essais de séparation de l'hétéroalbumose, de la protoalbumose, de la thioalbumose et de la synalbumose au moyen des méthodes d'Haslam et de Rona et Michaelis doivent nous faire admettre que la protoalbumose, la thioalbumose et la synalbumose sont constituées par l'union, sous forme de complexe ou de véritable combinaison, de plusieurs protéoses. Il n'est pas absolument certain qu'il en soit de même de l'hétéroalbumose. Celle-ci représente peut-être une protéose isolée et simplement contaminée encore par des traces d'autres protéoses. Il convient néanmoins d'être pour le moment fort réservé à cet égard.

Les protéoses dérivées de la protoalbumose, de la thioalbumose ou de la synalbumose de Pick se comportent vis-à-vis de la solution ammoniacale de sulfate de clupéine, de l'acide sulfochondroïtique et des autres réactifs, à l'exception de la liqueur de Pauly, comme les complexes ou combinaisons de protéoses dont elles proviennent. Elles se différencient entre elles et de la protéose mère par la teneur en azote, la valeur de la déviation de la lumière polarisée, les quantités d'albumose nécessaires pour empêcher ou provoquer le virage de l'or colloïdal, la diazoreaction de Pauly. C'est ainsi que la synalbumose *b* (entraînée par le mastic) présente une teneur en azote beaucoup plus considérable que la synalbumose *a* (non entraînée par le mastic) et la synalbumose totale de Pick. La protoalbumose *b* donne la diazoreaction de Pauly, non présentée par la protoalbumose *a* et la protoalbumose totale de Pick. Inversement la thioalbumose *b* se distingue par l'absence de cette réaction de la thioalbumose *a* et de l'ensemble des deux portions de thioalbumose.

VIII. — ESSAIS DE SÉPARATION DES PROTÉOSES PAR L'ULTRAFILTRATION.

Les résultats, rappelés plus haut, des belles recherches de Bechhold permettaient d'espérer qu'on parviendrait à séparer les protéoses provenant de la peptone de Witte par l'ultrafiltration et à isoler ainsi, par un procédé purement physique, des substances bien définies.

J'ai préparé, dans ce but, six séries d'ultrafiltres au moyen de papier n° 566 de Schleicher et Schüll et de collodion dissous dans l'acide acétique glacial. Je désigne ces six séries de filtres sous les noms de filtres 3, 4, 5, 6, 7 et 8, selon la teneur centésimale en collodion de l'acide acétique qui a servi à les préparer.

Les filtres 3 ne laissent déjà plus passer une solution à 1 % d'hémoglobine.

J'ai essayé de me rendre compte de la grandeur des pores de ces ultrafiltres par une des méthodes employées pour cela par Bechhold (1). On place le support de l'ultrafiltre de telle façon que le filtre, recouvert d'une légère couche d'eau, reçoive de bas en haut un courant d'air comprimé de pression connue. Le nombre de bulles d'air passant par un ultrafiltre est malheureusement assez difficile à apprécier. On constate bien de cette manière que la grandeur des pores va en diminuant du filtre 3 au filtre 8, sans qu'on puisse évaluer néanmoins ce facteur d'une manière précise. La grandeur des pores varie, du reste, dans l'étendue d'un même filtre, malgré toutes les précautions prises lors de la préparation des ultrafiltres.

Les nombreux essais que j'ai consacrés à ce point ne me semblent guère autoriser l'espoir d'arriver à préparer, par la méthode de Bechhold, des ultrafiltres ayant dans toute leur

---

(1) H. BECHHOLD, Durchlässigkeit von Ultrafiltern. (*Zeitschr. für physik. Chem.*, 1908, t. LXIV, pp. 328-342.)

étendue des pores de même grandeur. Peut-être les ultra-filtres au collodion préparés par les procédés de Malfitano et de Duclaux le permettraient-ils? Je dois avouer que je ne le pense pas, car on part toujours d'une dissolution dont la composition varie forcément au cours même de la préparation des ultrafiltres. Il est, par conséquent, presque impossible d'obtenir des ultrafiltres à texture identique dans toutes leurs parties. Ceci explique les différences, parfois assez notables, obtenues par divers observateurs dans les expériences d'ultrafiltration.

Quoi qu'il en soit, voici comment j'ai procédé dans mes expériences. J'ai dissous 250 grammes de peptone de Witte dans 5 litres d'eau thymolée. J'ai déterminé la teneur en azote total de la solution ainsi obtenue. J'ai établi ensuite, par la méthode que j'ai proposée (1), la répartition de l'azote entre les divers groupes de protéoses établis par Pick et les autres produits de scindage des protéines, précipités ou non par l'acide phosphotungstique. J'ai enfin recherché l'azote titrable par la méthode de Sørensen (2) au formol et l'azote peptidique (3).

Le restant de la solution de peptone de Witte a été partagé en deux moitiés, dont l'une a été filtrée successivement par les filtres 3, 4, 5, 6, 7 et 8. 200 centimètres cubes de chaque filtrat ont servi aux mêmes déterminations (azote total, azote des divers groupes de protéoses, azote titrable par le formol, azote peptidique) que la solution initiale de peptone de Witte et à la recherche de diverses réactions. Les précipités recueillis sur les divers ultrafiltres ont été dissous dans l'eau, puis filtrés; les réactions de ces solutions ont été ensuite comparées à celles de la peptone de Witte initiale.

---

(1) E. ZUNZ, Methoden zur Untersuchung der Verdauungsprodukte. (*E. Abderhalden's Handb. der biochemischen Arbeitsmethoden*. Berlin et Vienne, 1910, t. IV, pp. 230-237.)

(2) S.-P.-L. SÖRENSEN, *loc. cit.*

(3) V. HENRIQUES und J.-K. GJALDÄK, *loc. cit.*

La seconde moitié de la peptone de Witte a été partagée en six portions égales qui ont été filtrées respectivement sur les filtres 3, 4, 5, 6, 7 et 8. Les filtrats et les précipités restés sur les ultrafiltres ont été examinés de la même manière que ceux provenant de la première moitié de la peptone de Witte.

Les résultats de cette série d'expériences sont rassemblés dans le tableau III. Le tableau IV indique combien de pour cent de l'azote de la solution initiale de peptone de Witte se trouvent dans les divers filtrats et la répartition de cet azote.

Les résultats obtenus avec la portion de peptone de Witte soumise directement à la filtration à travers les ultrafiltres 3, 4, 5, 6, 7 ou 8 montrent que 4 % environ de l'azote ont été retenus par l'ultrafiltre 4, 20 % par l'ultrafiltre 6, 30 % par l'ultrafiltre 8, soit 55 % en tout. Le groupe des albumoses « primaires » de Kühne (hétéroalbumose et protoalbumose) et la deutéroalbumose A de Pick ont subi une notable diminution après passage sur les ultrafiltres 6 et 8. La deutéroalbumose B de Pick ne semble être retenue par aucun des ultrafiltres employés. La moitié de la deutéroalbumose C environ reste sur l'ultrafiltre 8; les autres ultrafiltres laissent passer complètement ce groupe de protéoses. Les substances azotées, autres que les protéoses, contenues dans la peptone de Witte diminuent légèrement en quantité déjà après passage de la solution de peptone de Witte sur l'ultrafiltre 3; les ultrafiltres 4, 5, 6 et 7 retiennent aussi chacun une certaine quantité de ces produits. Mais c'est l'ultrafiltre 8 qui en retient le plus. Le liquide restant après passage sur ce dernier ultrafiltre ne renferme plus guère que la moitié de l'azote des produits non précipités par les sulfates d'ammoniaque et de zinc. Cette diminution porte à peu près en égale proportion sur les composés précipités par l'acide phosphotungstique et sur ceux non précipités par ce réactif. L'ultrafiltre 8 retient environ un tiers de l'azote peptidique. La réaction du soufre labile est très faible dans les filtrats provenant du passage de la solution de peptone de Witte sur les ultrafiltres 6, 7 et 8, et dans la solution du précipité resté

**TABEAU III.**

TENEUR EN AZOTE de 20 centimètres cubes de liquide, en grammes.	Solution de peptone de Witte										
	telle quelle (liquide initial).	APRÈS PASSAGE DIRECT SUR LE FILTRE					APRÈS PASSAGE SUCCESSIF SUR LES FILTRES				
		3	4	5	6	7	8	3 et 4	3, 4 et 5 et 6	3, 4, 5, 6 et 7	3, 4, 5, 6, 7 et 8
Azote total . . . . .	0.1389	0.1329	0.1320	0.1039	0.1026	0.0816	0.1332	0.1333	0.1224	0.1212	0.0650
Azote total moins l'azote des protéoses « primaires » de Kühne (héteroalbumose et protoalbumose) . . . . .	0.0991	0.0980	0.0988	0.0889	0.0873	0.0579	0.0964	0.0992	0.0865	0.0870	0.0605
Azote total moins l'azote des protéoses « primaires » de Kühne et de la deutéroalbumose A de Prick . . . . .	0.0772	0.0789	0.0780	0.0786	0.0747	0.0506	0.0758	0.0762	0.0672	0.0690	0.0328
Azote total moins l'azote des protéoses « primaires » de Kühne et des deutéroalbumoses A et B de Prick . . . . .	0.0568	0.0547	0.0544	0.0533	0.0505	0.0284	0.0527	0.0516	0.0465	0.0432	0.0319
Azote total moins l'azote de toutes les protéoses . . . . .	0.0262	0.0253	0.0245	0.0216	0.0202	0.0129	0.0245	0.0224	0.0187	0.0164	0.0146
Azote total moins l'azote des produits, autres que les protéoses, précipités par l'acide phosphotungstique . . . . .	0.0451	0.0447	0.0439	0.0432	0.0424	0.0415	0.0441	0.0436	0.0409	0.0398	0.0082







TABLEAU III.

TENEUR EN AZOTE de 20 centimètres cubes de liquide, en grammes.		Solution de peptone de Witte												
		telle quelle (liquide initial).	APRÈS PASSAGE DIRECT SUR LE FILTRE						APRÈS PASSAGE SUCCESSIF SUR LES FILTRES					
			3	4	5	6	7	8	3 et 4	3, 4 et 5	3, 4, 5 et 6	3, 4, 5, 6 et 7	3, 4, 5, 6, 7 et 8	
Azote total . . . . .	0.1389	0.1387	0.1329	0.1320	0.1039	0.1026	0.0616	0.1332	0.1333	0.1224	0.1212	0.0650		
Azote total moins l'azote des protéoses « primaires » de Kühne (hétéroalbumose et protoalbumose) . . . . .	0.0991	0.1006	0.0980	0.0988	0.0889	0.0873	0.0579	0.0964	0.0992	0.0865	0.0870	0.0605		
Azote total moins l'azote des protéoses « primaires » de Kühne et de la deutéroalbumose A de Pick . . . . .	0.0772	0.0789	0.0780	0.0786	0.0747	0.0728	0.0506	0.0758	0.0762	0.0672	0.0690	0.0528		
Azote total moins l'azote des protéoses « primaires » de Kühne et des deutéroalbumoses A et B de Pick . . . . .	0.0568	0.0547	0.0544	0.0533	0.0505	0.0481	0.0284	0.0327	0.0316	0.0465	0.0432	0.0319		
Azote total moins l'azote de toutes les protéoses . . . . .	0.0262	0.0256	0.0253	0.0245	0.0216	0.0202	0.0129	0.0245	0.0224	0.0187	0.0164	0.0146		
Azote total moins l'azote des produits, autres que les protéoses, précipités par l'acide phosphotungstique . . . . .	0.0151	0.0147	0.0139	0.0132	0.0124	0.0115	0.0076	0.0141	0.0136	0.0109	0.0098	0.0082		
Azote	des protéoses	hétéroalbumose et protoalbumose . .	0.0398	0.0381	0.0349	0.0332	0.0150	0.0153	0.0037	0.0368	0.0341	0.0359	0.0342	0.0045
		deutéroalbumose A . .	0.0219	0.0217	0.0200	0.0202	0.0142	0.0145	0.0073	0.0206	0.0230	0.0193	0.0180	0.0077
		deutéroalbumose B . .	0.0204	0.0242	0.0239	0.0253	0.0242	0.0217	0.0222	0.0231	0.0246	0.0207	0.0258	0.0209
		deutéroalbumose C . .	0.0306	0.0291	0.0288	0.0288	0.0289	0.0279	0.0155	0.0282	0.0292	0.0278	0.0268	0.0173
		total . . . . .	0.1127	0.1131	0.1076	0.1075	0.0823	0.0824	0.0487	0.1087	0.1109	0.1037	0.1048	0.0504
	des autres produits	précipités par l'acide phosphotungstique . .	0.0111	0.0109	0.0114	0.0113	0.0092	0.0087	0.0053	0.0104	0.0088	0.0078	0.0066	0.0063
		non précipités par l'acide phosphotungstique . .	0.0151	0.0147	0.0139	0.0132	0.0124	0.0115	0.0076	0.0141	0.0136	0.0109	0.0098	0.0082
		total . . . . .	0.0262	0.0256	0.0253	0.0245	0.0216	0.0202	0.0129	0.0245	0.0224	0.0187	0.0164	0.0146
	Azote total disparu . . . . .	—	0.0002	0.0060	0.0069	0.0350	0.0363	0.0773	0.0057	0.0056	0.0065	0.0177	0.0739	
	Azote titrable par le formol	avant traitement par l'acide chlorhydrique	ammoniacal . . . . .	0.0056	0.0054	0.0051	0.0049	0.0053	0.0051	0.0043	0.0049	0.0047	0.0054	0.0056
autre . . . . .			0.0074	0.0068	0.0072	0.0070	0.0048	0.0036	0.0028	0.0076	0.0062	0.0050	0.0038	0.0032
après traitement par l'acide chlorhydrique		ammoniacal . . . . .	0.0082	0.0086	0.0082	0.0084	0.0080	0.0078	0.0076	0.0084	0.0080	0.0076	0.0072	0.0064
		autre . . . . .	0.0806	0.0800	0.0822	0.0810	0.0794	0.0740	0.0520	0.0817	0.0814	0.0826	0.0834	0.0556
Azote peptidique . . . . .	proprement dit . . . . .	0.0732	0.0732	0.0750	0.0740	0.0746	0.0704	0.0492	0.0741	0.0752	0.0776	0.0796	0.0524	
	amidé . . . . .	0.0026	0.0032	0.0031	0.0035	0.0027	0.0027	0.0033	0.0035	0.0033	0.0022	0.0016	0.0014	
	total . . . . .	0.0758	0.0764	0.0781	0.0775	0.0773	0.0731	0.0525	0.0776	0.0785	0.0798	0.0812	0.0535	

— 721 —

— 725 —



sur le filtre 8. Elle est particulièrement intense dans la solution du précipité resté sur le filtre 6. On ne constate pas de différences bien nettes entre les divers filtrats et précipités concernant les autres réactions examinées (Millon, Molisch, Adamkiewicz, Pauly, Pons, Hunter), qui sont positives dans tous les cas.

Comparons maintenant à ces résultats ceux donnés par la portion de peptone de Witte filtrée successivement sur les ultrafiltres 3, 4, 5, 6, 7 et 8. Ils sont tout à fait analogues, sauf en un point. L'ultrafiltre 6 ne retient que 8 % de l'azote de la solution de peptone de Witte au lieu de 20, et l'ultrafiltre 8 en retient par contre 41 % au lieu de 30. La plus grande partie des deux premiers groupés de protéoses (protoalbumose et hétéroalbumose, deutéroalbumose A) n'est retenue, comme la deutéroalbumose C aussi, que par l'ultrafiltre 8.

Malgré les différences présentées par la composition des filtrats obtenus dans les deux cas après passage sur les ultrafiltres 6 et 7, la composition du liquide restant après filtration sur l'ultrafiltre 8 est presque identique. Il ne renferme plus guère que  $\frac{1}{9}$  du groupe de l'hétéroalbumose et de la protoalbumose,  $\frac{1}{3}$  de la deutéroalbumose A,  $\frac{1}{2}$  de la deutéroalbumose C et des produits azotés autres que les protéoses, mais contient encore toute la deutéroalbumose B;  $\frac{1}{3}$  de l'azote peptidique a disparu dans les deux cas.

Il résulte des expériences résumées dans les tableaux III et IV que les protéoses et les autres produits de scindage de la fibrine renfermés dans la peptone de Witte ont des molécules plus petites que celles de l'hémoglobine, déjà entièrement retenues par l'ultrafiltre 3. Toutes les protéoses n'ont pas la même grandeur moléculaire, puisqu'elles sont retenues en partie seulement par les ultrafiltres 4, 6 et surtout 8, et qu'on retrouve encore près de la moitié de l'azote des protéoses dans le filtrat restant après passage de la solution de peptone de Witte sur l'ultrafiltre 8.

La grandeur moléculaire de certains des produits de désinté-

gration de la fibrine, non précipités par les sulfates d'ammoniaque et de zinc (peptones, polypeptides), ne le cède en rien à celle de certaines protéoses, du moins dans l'état sous lequel se trouvent les composés de l'une et de l'autre catégorie dans la solution de peptone de Witte, c'est-à-dire probablement sous forme de complexes ou de combinaisons.

J'ai recherché si l'hétéroalbumose, la protoalbumose, la thioalbumose et la synalbumose de Pick étaient retenues en partie ou totalement sur les ultrafiltres 3, 4 et 5.

Une solution d'hétéroalbumose renfermant 0<sup>gr</sup>04620 d'azote par 10 centimètres cubes en contient 0<sup>gr</sup>04606 après passage sur l'ultrafiltre 3, 0<sup>gr</sup>02268 après passage sur l'ultrafiltre 4, 0<sup>gr</sup>02254 après passage sur l'ultrafiltre 5. Les ultrafiltres 3 et 5 n'ont donc rien retenu de l'hétéroalbumose, tandis que 50.82 % de cette protéose (0<sup>gr</sup>02352) sont restés sur l'ultrafiltre 4.

Une solution de protoalbumose renfermant 0<sup>gr</sup>02240 d'azote par 10 centimètres cubes en contient 0<sup>gr</sup>0140 après passage sur l'ultrafiltre 3, 0<sup>gr</sup>0007 après passage sur l'ultrafiltre 4. 37.50 % de la protoalbumose ont été retenus sur l'ultrafiltre 3, 59.375 % sur l'ultrafiltre 4. Le liquide restant après passage sur l'ultrafiltre 4, concentré dans le vide à 35°, donne encore les réactions de Millon, de Pons, d'Hunter, du biuret et xanthoprotéique. Je n'ai, par contre, pas obtenu avec ce liquide les réactions de Molisch, d'Adamkiewicz et du soufre labile. Une autre solution de protoalbumose renfermant 0<sup>gr</sup>02744 d'azote par 10 centimètres cubes a été filtrée directement à travers l'ultrafiltre 5; 10 centimètres cubes de filtrat ne renfermaient plus que 0<sup>gr</sup>00112 d'azote. 3.125 % de la protoalbumose seulement dans le premier cas, 4.08 % dans le second, existent dans le liquide qui a passé respectivement par l'ultrafiltre 4 ou 5.

Une solution de thioalbumose renfermant 0<sup>gr</sup>02996 d'azote par 10 centimètres cubes en contient 0<sup>gr</sup>02352 après passage sur l'ultrafiltre 3, 0<sup>gr</sup>02338 après passage sur l'ultrafiltre 4, 0<sup>gr</sup>02317 après passage sur l'ultrafiltre 5. 0<sup>gr</sup>00644, soit

21.50 % de la thioalbumose, ont été retenus sur l'ultrafiltre 3, tandis que les ultrafiltres 4 et 5 n'ont rien retenu en réalité de cette protéose ou groupe de protéoses. Après passage sur l'ultrafiltre 3, la solution de thioalbumose ne donne plus qu'une très faible réaction de Millon et qu'une faible réaction du soufre labile. Le précipité recueilli sur cet ultrafiltre présente, au contraire, une réaction de Millon très nette et une réaction du soufre labile des plus intenses. L'ultrafiltration a donc séparé dans le complexe ou la combinaison de protéoses, dénommé thioalbumose, deux protéoses à constitution chimique bien distincte.

La synalbumose n'a pas été retenue par les ultrafiltres 3, 4 et 5.

Si l'on se base sur les résultats de la série d'expériences, malheureusement incomplète, poursuivies avec les protéoses isolées par la méthode de Pick, on est amené à conclure que l'hétéroalbumose, la protoalbumose et la thioalbumose constituent des complexes ou des combinaisons d'au moins deux protéoses différentes. Il s'agit probablement même de trois protéoses pour ce qui concerne la protoalbumose.

Alors que l'ultrafiltre 3 n'a pas retenu une quantité bien appréciable de protéoses dans les expériences effectuées avec la solution de peptone de Witte, il est parvenu à séparer une partie de la thioalbumose et de la protoalbumose du reste de ces complexes ou combinaisons de protéoses.

Plus de la moitié de l'hétéroalbumose et de la protoalbumose isolées hors de la peptone de Witte, ont été retenues par l'ultrafiltre 4, tandis que lorsqu'on est parti de la peptone de Witte totale, cet ultrafiltre n'a enlevé au liquide que très peu d'hétéroalbumose et de protoalbumose et probablement pas de thioalbumose.

Avant d'essayer d'expliquer de tels faits, il convient de réunir un matériel expérimental plus considérable. Ils montrent toutefois dès à présent que l'emploi du sulfate d'ammoniaque et de l'alcool à la séparation des protéoses entraîne probablement des

modifications dans la structure moléculaire des albumoses ainsi précipitées. Les critiques adressées à ce propos par Osborne et Harris (1) à la précipitation fractionnée au moyen du sulfate d'ammoniaque ne sont donc pas sans fondement.

#### IX. — CONSIDÉRATIONS GÉNÉRALES.

Des méthodes proposées jusqu'à présent pour isoler les unes des autres les protéoses formées lors de la digestion pepsique de la fibrine, seule celle de Pick (2) permet d'obtenir des mélanges, complexes ou combinaisons présentant quelque constance dans leur constitution. Ce sont l'hétéroalbumose, la protoalbumose, la thioalbumose et la synalbumose. On peut rattacher la protoalbumose  $\alpha$  d'Haslam à l'hétéroalbumose, la protoalbumose  $\beta$  à la protoalbumose de Pick. Rien ne nous permet cependant d'affirmer que ces mélanges, complexes ou combinaisons de protéoses existent réellement tels quels dans les solutions de produits de désintégration des protéines soumises à l'action de la pepsine. Peut-être prennent-ils naissance par réunion de diverses protéoses ou groupements d'albumoses, au cours des précipitations par le sulfate d'ammoniaque et par l'alcool. On comprendrait ainsi aisément que les protéoses isolées par la méthode de Pick paraissent avoir, en partie tout au moins, une grandeur moléculaire plus considérable que les albumoses renfermées dans la solution de peptone de Witte.

La méthode d'Adler conduit aux mêmes protéoses (hétéroalbumose et protoalbumose) que celle de Pick, mais est d'une application assez aléatoire et donne des produits d'une pureté pas très grande. Je suis d'accord avec Birchard pour la rejeter.

La classification des protéoses proposée par Haslam ne doit pas être considérée comme exacte. Les deutéroalbumoses  $\alpha$  et  $\beta$

---

(1) TH. B. OSBORNE and J. F. HARRIS, *loc. cit.*

(2) Avec les améliorations qu'y ont apportées Haslam et Birchard, entre autres.

obtenues par ce procédé sont des mélanges de protéoses, à constitution et propriétés fort variables d'un échantillon à l'autre. D'autre part, il y a lieu d'appliquer à la méthode de Pick certains perfectionnements très utiles introduits par Haslam dans la technique de la précipitation fractionnée au moyen du sulfate d'ammoniaque. L'emploi de la réaction carbamique de Siegfried peut aussi être très utile, ainsi que Birchard l'a constaté, pour la purification de la protoalbumose et sa séparation des autres protéoses entraînées lors de sa précipitation par le sulfate d'ammoniaque et par l'alcool.

L'hétéroalbumose, la protoalbumose, la thioalbumose et la synalbumose de Pick ne se distinguent pas seulement entre elles par leurs propriétés physiques et chimiques, par leur composition chimique, par les transformations qu'elles subissent sous l'influence de la pepsine ou de la trypsine. Ces groupes, complexes ou combinaisons de protéoses présentent, en outre, des différences biologiques qui paraissent être en relation étroite avec l'absence ou la présence de tel ou tel des groupements atomiques ou des acides aminés qui entrent dans la constitution de l'albumine initiale.

L'hétéroalbumose, la protoalbumose, la synalbumose apparaissent dès le début de la digestion pepsique de la fibrine, soit directement aux dépens de la molécule initiale de protéine, soit par dislocation de l'acidalbumine qui en provient. Ces trois protéoses « primaires » sont encore précipitées à la dilution de 1 pour 7500 par l'acide sulfochondroïtique en milieu acide. Tout en n'intervenant pas d'une façon absolument identique sur l'activité cardiaque, elles n'ont pas d'action nuisible sur le cœur de tortue et possèdent même parfois un léger effet favorable. La protoalbumose et la synalbumose jouissent d'un certain pouvoir reconstituteur pour le cœur de tortue en état d'épuisement (1).

---

(1) E. ZUNZ, Contribution à l'étude de l'action des protéoses sur le cœur isolé de tortue. (*Arch. int. de physiol.*, 1911, t. X, pp. 290-310.)

Les trois protéoses « primaires » sont les seuls produits de désintégration de la fibrine qui sensibilisent le cobaye et le lapin et amènent l'état anaphylactique chez ces animaux (1).

L'hétéroalbumose et la protoalbumose peuvent déchaîner le choc anaphylactique chez les animaux préparés au moyen d'une quelconque des trois protéoses « primaires ». Par contre, la synalbumose est préparante, mais pas déchainante. Or, l'hétéroalbumose et la protoalbumose empêchent, comme les protéines, le virage de l'or colloïdal au violet sous l'influence du chlorure de sodium. Au contraire, la synalbumose provoque, comme les protéoses « secondaires » (thioalbumose, etc.) et les peptones, le virage de l'or colloïdal en l'absence de toute addition de chlorure de sodium.

La thioalbumose a un effet nettement nocif sur le cœur de tortue. Elle est aussi très toxique pour le chien, le cobaye et le lapin (2). Chez le chien, l'injection intraveineuse de thioalbumose amène tous les symptômes observés lors de l'injection déchainante chez le cobaye ou le lapin sensibilisé au moyen d'une injection antérieure de protoalbumose, d'hétéroalbumose ou de synalbumose.

L'hétéroalbumose, la protoalbumose et la thioalbumose n'ont pas une action identique sur la pression sanguine et la respiration.

La distinction établie par Pick entre l'hétéroalbumose, la protoalbumose, la thioalbumose et la synalbumose se justifie donc non seulement au point de vue chimique, mais surtout au point de vue biologique.

On peut conserver provisoirement ces dénominations et se servir, dans les recherches biologiques, des protéoses isolées par la méthode de Pick. Il ne faut néanmoins pas perdre de

---

(1) E. ZUNZ, A propos de l'anaphylaxie. (*Bull. de l'Acad. roy. de médecine de Belgique*, 1911, 4<sup>e</sup> sér., t. XXV, pp. 425-461.)

(2) E. ZUNZ, Contribution à l'étude de l'action des protéoses sur la pression sanguine et la respiration. (*Arch. int. de physiol.*, 1911, t. XI, pp. 73-110.)



vue qu'il s'agit là non de substances chimiquement définies, mais uniquement de groupes, complexes ou combinaisons de protéoses, qu'on peut séparer en leurs éléments par l'emploi des méthodes au mastic et au kaolin de Michaelis et Rona, de l'ultrafiltration et d'autres procédés.

Les propriétés chimiques et biologiques des diverses fractions ainsi séparées dans l'hétéroalbumose, la protoalbumose, la thioalbumose et la synalbumose, ne sont pas toujours les mêmes pour la substance mère et les protéoses qui en dérivent. La thioalbumose *b*, par exemple, c'est-à-dire la partie de la thioalbumose de Piek précipitée par le mastic, n'offre pas la grande nocivité de la protéose mère pour la tortue, le chien et le lapin.

L'étude chimique et biologique des différentes protéoses et de leurs complexes ou combinaisons, à peine entamée, présente certes un grand intérêt.

Les protéoses représentent sans doute de vrais polypeptides, constitués par des chaînes plus ou moins longues d'acides aminés. Certaines albumoses proviennent assurément de la soudure d'un grand nombre de molécules d'acides aminés. Il n'en est toutefois pas toujours ainsi, puisque la l-leucyl-triglycyl-tyrosine, due à la réunion de cinq molécules d'acides aminés seulement, est précipitée par le sulfate d'ammoniaque et peut, par conséquent, être rangée en quelque sorte dans le groupe des protéoses.

Des essais de séparation des protéoses au moyen de l'ultrafiltration, il ressort nettement que certains composés abiurétiques, formés lors de la dislocation de la molécule de fibrine sous l'influence de la pepsine, ont une grandeur moléculaire plus considérable que certaines protéoses.

Les grandes difficultés présentées par la séparation des protéoses contenues dans les mélanges de produits de la désintégration des protéines par les ferments digestifs, et notamment la formation de complexes ou de combinaisons entre les diverses albumoses, ainsi que les modifications de leur structure molé-

culaire au cours de la précipitation fractionnée par le sulfate d'ammoniaque et par l'alcool, ne permettent guère l'espoir d'arriver de cette manière à des substances chimiquement définies, dont la classification chimique et biologique puisse être entreprise avec profit. On doit plutôt s'attacher à partir des polypeptides les plus simples donnant la réaction du biuret et précipités par les sulfates d'ammoniaque et de zinc. L'étude systématique de cette classe de polypeptides biurétiques, poursuivie en remontant la série de ces composés depuis les derniers échelons jusqu'aux premiers, fort compliqués, dérivés directement des molécules de protéine ou par l'intermédiaire de l'acidalbumine, permettra seule de donner une base solide à la classification biochimique des protéoses.

Institut de thérapeutique. Université de Bruxelles.









## TABLE DES MATIÈRES.

CLASSE DES SCIENCES. — *Séance du 5 août 1911.*

Mort de W. Spring et paroles prononcées à ce sujet par M. le directeur Neuberg. — Remerciements de M. Léon Fredericq pour les condoléances de l'Académie. — M. Swarts accepte de rédiger la notice biographique de Walthère Spring. . . . .	607
<b>Correspondance.</b>	
M. le Ministre des Sciences et des Arts transmet l'arrêté royal approuvant l'élection de MM. Swarts et Massart comme membres titulaires. — Le comité pour l'achat de la maison natale de Pasteur adresse une liste de souscription. — Hommages d'ouvrages. — Travaux à l'examen . . . . .	608
<b>Bibliographie.</b>	
LEBON (ERNEST). — <i>Savants du jour : Gabriel Lippmann</i> ; note par J. Neuberg. . . . .	610
SCHWOERER (ÉMILE). — <i>Les phénomènes thermiques de l'atmosphère</i> ; note par le chevalier Edmond Marchal . . . . .	610
<b>Concours annuel de 1911.</b>	
Mémoires reçus et désignation de commissaires . . . . .	612
<b>Prix de Sélys Longchamps.</b> (II <sup>e</sup> période : 1906-1911.)	
Rapport du jury (Prix décerné à M. Maurice Leriche). . . . .	613
<b>Rapports.</b>	
Rapport de M. Mansion (Sur la solution des équations cubiques; par J. Claren) . . . . .	615
Rapport-verbal de M. Mansion (Émancipation de la théorie des parallèles ou accomplissement final de la géométrie euclidienne; par Ch. Michaux) . . . . .	616
Rapports de MM. Léon Fredericq et V. Willem (Nouvelles recherches sur les protéoses; par Edgard Zunz) . . . . .	616
<b>Communications et lectures.</b>	
<i>Vœu pour la création d'une réserve nationale au plateau de la Baraque Michel</i> ; par Léon Fredericq (1 fig.) . . . . .	617
PHYSIQUE MOLÉCULAIRE. — <i>Recherches sur la viscosité de mélanges liquides des binaires au voisinage de la température critique de dissolution</i> ; par Paul Drapier (10 fig.) . . . . .	621
CHIMIE. — <i>La densité et la réfraction du système furfurol + eau</i> ; par F. Schwes . . . . .	641
CHIMIE BIOLOGIQUE. — <i>Nouvelles recherches sur les protéoses</i> ; par Edgard Zunz. . . . .	653
—	
Bulletin bibliographique . . . . .	735

---

*Il ne sera donné suite aux demandes de combler les lacunes dans les publications de l'Académie, que pour autant que ces lacunes ne remontent pas au delà de cinq ans*



115  
A16

ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE

BULLETIN



DE LA

CLASSE DES SCIENCES

1911 — Nos 9-10



*No 11*

BRUXELLES

HAYEZ, IMPRIMEUR DES ACADEMIES ROYALES DE BELGIQUE

Rue de Louvain, 112

1911





## CLASSE DES SCIENCES

---

*Séance du 14 octobre 1911.*

M. J. NEUBERG, directeur.

M. le chevalier EDMOND MARCHAL, secrétaire perpétuel.

Sont présents : MM. Ch. Francotte, *vice-directeur*; C. Malaise, Ch. Van Bambeke, Alf. Gilkinet, P. Mansion, P. De Heen, C. le Paige, Ch. Lagrange, J. Deruyts, L. Fredericq, C. Vanlair, A. Jorissen, Paul Pelseneer, A. Gravis, A. Lameere, Th. Durand, Max. Lohest, F. Swarts, J. Massart, *membres*; A. Demoulin, A. Rutot, V. Willem, A. de Hemptinne, P. Stroobant, L. Dollo et Ch. Julin, *correspondants*.

Absences motivées : MM. Michel Mourlon et Ch. de la Vallée Poussin.

---

---

### CORRESPONDANCE.

---

La Classe prend notification, avec un profond sentiment de regret, de la mort de M. Michel-Auguste Levy, associé de la Section des sciences naturelles depuis le 15 décembre 1903, décédé à Paris le 25 septembre, à l'âge de 67 ans.

M. le Ministre des Sciences et des Arts fait parvenir un rapport de M. Henri Micheels, agrégé à l'Université libre de Bruxelles, sur les résultats de ses recherches à la Station zoolo-

gique de Naples, en 1910. — Renvoi à l'examen de MM. Léon Fredericq, Van Bambeke et Gravis.

— M. Leriche, professeur à l'Université libre de Bruxelles, remercie pour le prix de Selys Longchamps qui lui a été décerné.

— Hommages d'ouvrages :

Par M. Gilkinet :

*Le mouvement scientifique en Belgique : la chimie pharmaceutique.*

*Quelques plantes fossiles des terres magellaniques.* (Rapport sur les résultats du voyage du *S. Y. Belgica.*)

Par M. C. Vanlair :

*L'enfance de l'art.*

Par M. Jorissen :

*Quelques observations sur l'identification de l'acide diéthylbarbiturique.*

*Sur une réaction de la spartéine.*

Par M. A. Lacroix, associé :

*Les syénites néphéliniques de l'archipel de Los et leurs minéraux.*

Par M. M<sup>ce</sup> Leriche :

*Les poissons paléocènes, éocènes et oligocènes de la Belgique.*

Par M. H. de Dorlodot :

Trente-neuf extraits se rapportant à la géologie et à la paléontologie.

— Remerciements.

— Les travaux manuscrits dont les titres suivent sont renvoyés à l'examen :

*Nouvelles recherches sur la vitesse de saccharification de l'amidon* (6<sup>e</sup> mémoire); par M. H. Van Laer. — Commissaires : MM. Jorissen et Gilkinet.

*Sur deux des règles de prévision de M. G. Guilbert, par*

*M. J. Vincent. Réponse à M. Vincent*; par M. G. Guilbert. — Commissaires : MM. Stroobant et Lagrange.

*Sur les probabilités de la formation des mondes et sur la nature de l'électricité et sa provenance* (avec 26 fig.); par M. Aug. Meuris. — Commissaire : M. De Heen.

*Aposporie et sexualité chez les Mousses*, III; par MM. Élie et Émile Marchal. — Commissaires : MM. Massart et Gilkinet.

---

## ÉLECTIONS.

---

La Classe prend notification, en comité secret, de la liste des candidats présentés par les sections pour les places vacantes.

---

## RAPPORTS.

---

Sur un avis favorable de MM. Massart et Gilkinet, l'impression de la 3<sup>e</sup> partie du travail sur l'*Aposporie et sexualité chez les Mousses*, de MM. Élie et Émile Marchal, est votée dans le *Bulletin*.

*Quelques remarques sur le multiplicateur de Jacobi et le multiplicateur généralisé*, par TH. DE DONDER.

**Rapport de M. de la Vallée Poussin, premier commissaire.**

« Cette note se rattache au mémoire important que M. De Donder a publié sur le multiplicateur généralisé dans les *Bulletins* de l'Académie de 1908. L'auteur rencontre succes-

sivement quelques points de contact de ses recherches avec les travaux de Sophus Lie et des résultats obtenus tout récemment par M. Chella et par M. C. Russyan. M. De Donder complète ou rectifie sur quelques points les conclusions de ces géomètres. Nous proposons volontiers l'impression dans les *Bulletins*. »

M. Demoulin a déclaré se rallier aux conclusions du rapport du premier commissaire. — Adopté.

---

## COMMUNICATIONS ET LECTURES.

---

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — Quelques remarques sur le multiplicateur de Jacobi et le multiplicateur généralisé,

par TH. DE DONDER.

1. Considérons le système complet de  $r$  équations

$$(1) \quad A_{\rho} f \equiv \sum_1^n x_k \frac{\partial f}{\partial x_k} X_k^{\rho} = 0 \quad \rho = 1, \dots, r \leq n$$

telles qu'on ait

$$A_{\rho} A_{\rho'} f - A_{\rho'} A_{\rho} f \equiv \sum_1^r \alpha_{\rho\rho'}^{\rho'} A_{\sigma} f \quad \rho' = 1, \dots, r$$

et supposons, comme dans nos travaux antérieurs sur le même sujet (\*), que ces équations soient distinctes.

---

(\*) TH. DE DONDER, Sur les invariants intégraux. (*Atti IV. Congresso dei matematici*, Roma, 6-11 aprile 1908; publiés en 1909.) — Sur le multiplicateur de Jacobi généralisé. (*Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* [Classe des sciences], sept.-oct. 1908.)

Nous appellerons multiplicateur *de Jacobi* du système (1) toute solution M des équations

$$(2) \quad \sum_1^n \kappa \frac{\partial (MX_k^{\rho})}{\partial x_k} = 0,$$

et multiplicateur *généralisé* du système (1) toute solution N des équations

$$(3) \quad \sum_1^n \kappa \frac{\partial (NX_k^{\rho})}{\partial x_k} = -N \sum_1^r \alpha_{\sigma}^{\rho\sigma},$$

où l'on suppose que tous les  $\Sigma \tau \alpha_{\sigma}^{\rho\sigma}$  ( $\rho = 1, \dots, r$ ) ne sont pas identiquement nuls. D'après cela, un multiplicateur de Jacobi ne sera jamais un multiplicateur généralisé, et vice versa; on verra bientôt pour quelle raison nous établissons cette barrière infranchissable entre ces deux multiplicateurs.

**2.** Les systèmes complets peuvent, de même, se diviser en deux classes : ceux pour lesquels tous les  $\Sigma \tau \alpha_{\sigma}^{\rho\sigma}$  sont nuls et ceux pour lesquels il n'en est pas ainsi. Les systèmes complets de la *première classe* admettent toujours et n'admettent que des multiplicateurs de Jacobi; elle comprend deux sous-classes : la *première sous-classe* est formée par les systèmes pour lesquels tous les  $\alpha_{\sigma}^{\rho\sigma}$  sont nuls; la *seconde sous-classe* comprend ceux pour lesquels il n'en est pas ainsi. Les systèmes de la première sous-classe sont des systèmes *jacobiens*.

Passons à la seconde classe; les systèmes de celle-ci admettent des multiplicateurs généralisés. Cette classe comprend aussi deux sous-classes que nous appellerons respectivement *troisième sous-classe* et *quatrième sous-classe*. Dans la troisième sous-classe nous plaçons les systèmes qui n'admettent que des multiplicateurs généralisés et dans la quatrième sous-classe les systèmes qui admettent à la fois des multiplicateurs de Jacobi et des multiplicateurs généralisés. La plupart des systèmes complets appartiennent à la troisième sous-classe. Formons un

système qui soit de la quatrième sous-classe : mettons le système complet (1) sous la forme résolue :

$$(4) \quad \frac{\partial f}{\partial x_p} + \sum_{r+1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i} Y_i^r = 0$$

et supposons  $r > 1$ . On voit immédiatement que ce système (4) appartient à la première sous-classe (système jacobien); soit  $\mathbf{J}$  un multiplicateur de Jacobi de ce système (4). Considérons maintenant le système

$$(5) \quad \Theta \frac{\partial f}{\partial x_p} + \sum_{r+1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i} \Theta Y_i^r = 0,$$

où  $\Theta$  est une fonction de  $x_1 \dots x_n$  ne satisfaisant pas au système (4); ce système admet le multiplicateur de Jacobi  $\frac{\mathbf{J}}{\Theta}$ ; en effet, les équations (2) peuvent s'écrire

$$(6) \quad \frac{\partial \left( \frac{\mathbf{J}}{\Theta} \Theta \right)}{\partial x_p} + \sum_{r+1}^n \frac{\partial \left( \frac{\mathbf{J}}{\Theta} \Theta Y_i^r \right)}{\partial x_i} = 0$$

et sont satisfaites, puisque, par hypothèse,  $\mathbf{J}$  est un multiplicateur de Jacobi de (4). Mais nous avons vu (\*) que le système (5) admet le multiplicateur généralisé  $\mathbf{J}\Theta^{-r}$ ; pour se convaincre que cette dernière expression n'est pas un multiplicateur de Jacobi, il suffit de remarquer que le rapport de ce multiplicateur et de  $\mathbf{J}\Theta^{-1}$  devrait être une solution ou invariant de (5) et par conséquent de (4); or, par hypothèse,  $\Theta$  n'est pas une solution de (4). Le système (5) appartient donc à la quatrième sous-classe. C'est dans ce sens précis qu'il faut comprendre le théorème (Satz, 14) énoncé par S. Lie à la page 505 de son mémoire cité antérieurement (\*\*).

(\*) TH. DE DONDER, Sur le multiplicateur généralisé. (*Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* [Classe des sciences], 1910. Voir n° 2 de ce mémoire.)

(\*\*) S. LIE, Allgemeine Theorie der partiellen Differentialgleichungen erster Ordnung. (Zweite Abhandlung.) (*Math. Annalen*, pp. 464-557, Bd XI, 1877.)

3. Lie a fait en outre (page 504 du même mémoire) une remarque qui mérite aussi d'être précisée : Si la fonction  $\Theta$  considérée dans les équations (5) est identique à

$$\begin{vmatrix} X_1^1 & \dots & X_1^r \\ \vdots & & \vdots \\ X_r^1 & \dots & X_r^r \end{vmatrix},$$

le multiplicateur de Jacobi  $\frac{J}{\theta}$  du système (5) sera ou un multiplicateur de Jacobi ou un multiplicateur généralisé du système (1); en effet, tout multiplicateur de Jacobi du système (4) peut s'écrire, en conservant les notations du n° 4 de notre mémoire déjà cité *Sur le multiplicateur généralisé* :

$$\frac{\partial (f_1 \dots f_{n-r})}{\partial (x_{r+1} \dots x_n)} \psi (f_1 \dots f_{n-r});$$

il en résulte que tout multiplicateur de Jacobi du système (5) pourra s'écrire

$$\frac{\frac{\partial (f_1 \dots f_{n-r})}{\partial (x_{r+1} \dots x_n)} \psi (f_1 \dots f_{n-r})}{\begin{vmatrix} X_1^1 & \dots & X_1^r \\ \vdots & & \vdots \\ X_r^1 & \dots & X_r^r \end{vmatrix}};$$

or, on a vu antérieurement que cette expression comprend tous les multiplicateurs de Jacobi ou tous les multiplicateurs généralisés du système (1), suivant que ce système est de la première classe ou de la deuxième classe.

Les équations (6) représentent donc les conditions nécessaires pour que  $\frac{J}{\theta}$  soit ou bien un multiplicateur de Jacobi, ou bien un multiplicateur généralisé du système (1); ces conditions (6) sont aussi suffisantes. Si nous posons  $J\theta^{-1} \equiv P$ , les équations (6) deviennent :

$$(7) \quad \frac{\partial (P\Theta)}{\partial x_\rho} + \sum_{r+1}^n \frac{\partial (P\Theta Y_i^?)}{\partial x_i} = 0, \quad \rho = 1 \dots r$$

où  $\theta$  représente le déterminant

$$\begin{vmatrix} X_1^1 & \dots & X_1^r \\ \vdots & & \vdots \\ X_r^1 & \dots & X_r^r \end{vmatrix}$$

et où les  $Y_i^c$  ont la signification indiquée par le système (4), déduit du système (1). Si, tous calculs faits, les équations (7) s'identifient avec les équations (2), P sera un multiplicateur *de Jacobi* du système (1); si, au contraire, les équations (7) s'identifient avec les équations (3), P sera un multiplicateur *généralisé* du système (1).

Lie n'a guère utilisé les équations (7); dans ses travaux, il suppose que les systèmes complets considérés sont tels *que les équations (7) se réduisent aux équations (2)*; les systèmes considérés sont donc de la première classe; nous avons vu que ces systèmes n'admettent que des multiplicateurs *de Jacobi*.

4. En partant des équations (7), M. Chella (\*) est parvenu, après maintes transformations (pp. 14 à 17 de son mémoire), à mettre ces équations sous la forme simple et pratique de nos équations (3).

Le mémoire de M. Chella débute par quelques lemmes intéressants au point de vue du multiplicateur généralisé. C'est ainsi, par exemple, que du lemme III : « Si la transformation infinitésimale

$$Af \equiv \sum_1^n \frac{\partial f}{\partial x_i} X_i$$

devient

$$Bf \equiv \sum_1^n \frac{\partial f}{\partial y_i} Y_i$$

---

(\*) TITO CHELLA, Vantaggi che si possono trarre da noti invarianti integrali e differenziali in alcuni problemi di integrazione. (*Annali della R. Scuola normale superiore di Pisa. Sc. Fisiche, matematiche e naturali*, Pisa, 1910, vol. XI, pp. 1-137.)



après le changement de variables

$$y_i = y_i(x_1 \dots x_n), \quad i = 1 \dots n$$

on aura la relation

$$\sum_1^n \frac{\partial Y_i}{\partial y_i} = \sum_1^n \frac{\partial X_i}{\partial x_i} + A \log \frac{\partial(y_1 \dots y_n)}{\partial(x_1 \dots x_n)}, \quad "$$

on pourra déduire immédiatement la propriété d'invariance (algébrique) du multiplicateur *généralisé*; et vice versa.

M. Chella montre ensuite le parti que l'on peut tirer de la connaissance d'un certain nombre d'invariants intégraux, d'invariants différentiels et de transformations infinitésimales pour l'intégration du système

$$\frac{dx_1}{\xi_1} = \dots = \frac{dx_n}{\xi_n} = \frac{dz}{\zeta};$$

dès le § 5 (p. 73), et ainsi jusqu'à la fin de son beau mémoire, M. Chella utilise le multiplicateur généralisé et *tout spécialement les équations* (3).

5. Au n° 5 de mon travail *Sur le multiplicateur généralisé*, j'ai appliqué la théorie générale du multiplicateur à l'intégration du système *en involution*

$$(8) \quad H_\rho(z, x_1 \dots x_n, p_1 \dots p_n) = 0, \quad \rho = 1, \dots, r \leq n$$

où la fonction inconnue  $z$  des  $n$  variables indépendantes  $x_1 \dots x_n$  figure explicitement dans un des  $H_\rho$  au moins et où  $p_i \equiv \frac{\partial z}{\partial x_i}$  ( $i = 1, \dots, n$ ); on a, par hypothèse, les identités en  $z, x, p$ :

$$[H_\rho, H_{\rho'}]$$

$$\equiv \sum_1^n \left\{ \frac{\partial H_\rho}{\partial p_i} \left( \frac{\partial H_{\rho'}}{\partial x_i} + \frac{\partial H_{\rho'}}{\partial z} p_i \right) - \frac{\partial H_{\rho'}}{\partial p_i} \left( \frac{\partial H_\rho}{\partial x_i} + \frac{\partial H_\rho}{\partial z} p_i \right) \right\} \equiv 0.$$

Nous avons vu qu'il en résulte que les équations

$$(9) \quad [H_\rho f] = 0 \quad \rho = 1, \dots, r$$

forment un système complet, dont les multiplicateurs généralisés  $N$  sont définis par les équations

$$(10) \quad [H_\rho N] = N \frac{\partial H_\rho}{\partial z}$$

En étendant la *transformation de Pfaff* au système en involution (8), M. C. Russyan (\*) a obtenu le même système (10) pour définir la même fonction  $N$  qu'il appelle le *multiplicateur de Pfaff*. M. Russyan a étendu aux équations (8) la théorie des systèmes en involution où  $z$  ne figure pas explicitement; il a remarqué que si  $\varphi$  et  $\psi$  sont deux solutions ou invariants du système (9), on pourra en déduire le multiplicateur généralisé  $[\varphi\psi]$  du même système; ce qui est une généralisation du théorème de Poisson. D'autre part, si  $\varphi$  est une solution et  $N$  un multiplicateur généralisé de (9), on en déduira l'invariant ou la solution

$$\left[ \frac{1}{N} \varphi \right] - \frac{1}{N} \frac{\partial \varphi}{\partial z}$$

du même système (9). Enfin, M. Russyan a montré brièvement comment la méthode de Lie (basée sur les groupes de fonctions) devait être modifiée pour s'appliquer au système en involution (8). Les résultats énoncés dans cette note avaient besoin d'être rectifiés; c'est ce que nous avons fait en partie (\*\*).

Remarquons que tout multiplicateur généralisé  $N$  des équations

(\*) G. RUSSYAN, Le système d'équations différentielles ordinaires canoniques généralisées et le problème généralisé de S. Lie. (*Comptes rendus de l'Académie des sciences*. Paris, 23 janvier 1911.)

(\*\*) TH. DE DONDER, Sur le multiplicateur de Jacobi. (*Comptes rendus de l'Acad. des sciences*. Paris, 3 avril 1911.)

tions (9) est *réductible*, c'est-à-dire exprimable en fonction d'un multiplicateur de Jacobi du même système; on a  $M = N^n$ ; le système (9) appartient à la quatrième sous-classe.

6. Quel parti pourra-t-on tirer, pour l'intégration du système en involution (8), de la connaissance de quelques invariants  $\varphi_1 \dots \varphi_\alpha$  et d'un multiplicateur généralisé  $N$  des équations (9)? (Problème de Lie, généralisé par M. Russyan.) Parmi ces invariants figurent  $H_1, \dots, H_r$ ; supposons  $\alpha > r$ .

a) Grâce aux deux théorèmes énoncés au numéro précédent, on pourra déduire de ces invariants et de ce multiplicateur généralisé d'autres invariants :

$$\frac{[\varphi_k \varphi_l]}{N} - \frac{1}{N} \frac{\partial \varphi_k}{\partial z} \varphi_l; \quad k, l = 1, \dots, \alpha$$

on appliquera ce même procédé jusqu'à ce qu'il ne fournisse plus d'invariants distincts de ceux obtenus antérieurement; soient  $\varphi_1 \dots \varphi_\beta$  les invariants distincts connus du système (9); on aura  $\beta \geq \alpha$ . Nous dirons, d'après Lie, que ces  $\beta$  fonctions forment un *groupe* (de fonctions) et que  $\beta$  est l'*ordre* de ce groupe. Par hypothèse, on aura donc

$$\frac{[\varphi_i \varphi_j]}{N} = F_{ij}(\varphi_1 \dots \varphi_\beta)$$

$$\left[ \frac{1}{N} \varphi_i \right] - \frac{1}{N} \frac{\partial \varphi_i}{\partial z} = F_i(\varphi_1 \dots \varphi_\beta) \quad i, j = 1 \dots \beta$$

b) Considérons le système linéaire de  $(\beta + 1)$  équations

$$(11) \quad \begin{cases} A_i f \equiv [\varphi_i f] = 0 & i = 1, \dots, \beta \\ B f \equiv \left[ \frac{1}{N} f \right] - \frac{1}{N} \frac{\partial f}{\partial z} = 0, \end{cases}$$

où  $f$  est la fonction inconnue. Au moyen de l'identité de Mayer,

on vérifiera aisément que ce système est *complet*. Les solutions distinctes de ce système (11) qui appartiennent en même temps au groupe  $\varphi_1 \dots \varphi_\beta$  s'appellent fonctions *distinguées* de ce groupe; on peut dire, avant toute intégration, combien il y en aura; en effet, toute fonction distinguée  $\Phi$  doit satisfaire aux équations (11) et s'exprimer en fonction de  $\varphi_1 \dots \varphi_\beta$ ; donc, il faut et il suffit qu'on ait

$$\left\{ \begin{array}{l} A_i \Phi \equiv \sum_1^\beta \lambda \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi_\lambda} A_i \varphi_\lambda = 0 \\ B \Phi \equiv \sum_1^\beta \lambda \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi_\lambda} B \varphi_\lambda = 0, \end{array} \right. \quad i = 1, \dots \beta.$$

ou

$$(12) \quad \left\{ \begin{array}{l} \sum_1^\beta \lambda \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi_\lambda} [\varphi_i \varphi_\lambda] = 0 \\ \sum_1^\beta \lambda \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi_\lambda} \left( \left[ \frac{1}{N} \varphi_\lambda \right] - \frac{1}{N} \frac{\partial \varphi_\lambda}{\partial z} \right) = 0, \end{array} \right.$$

ou

$$(12)' \quad \left\{ \begin{array}{l} \sum_1^\beta \lambda \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi_\lambda} F_{i\lambda}(\varphi_1 \dots \varphi_\beta) = 0 \\ \sum_1^\beta \lambda \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi_\lambda} F_\lambda(\varphi_1 \dots \varphi_\beta) = 0. \end{array} \right.$$

Ce système (12) ou (12)' peut être considéré comme un système linéaire dont les variables indépendantes sont  $\varphi_1 \dots \varphi_\beta$ ; il est *complet*, puisqu'il en est ainsi du système (11); on pourrait aussi le vérifier sur les calculs qui ont servi à montrer que le système (11) est complet. Le nombre des fonctions distinguées du groupe  $\varphi_1 \dots \varphi_\beta$  est donc  $\beta$  moins le nombre d'équations *distinctes* contenues dans le système (12) ou (12)'. Or, ce nombre d'équations distinctes est égal à l'ordre le plus élevé  $q$  d'un déterminant *non nul* qu'on peut prendre dans la matrice formée avec les coefficients des  $\frac{\partial \Phi}{\partial \varphi_\lambda}$  ( $\lambda = 1 \dots \beta$ ) qui figurent dans les  $(\beta + 1)$  équations (12) ou (12)'. Il y aura donc  $\beta - q \equiv \gamma$

fonctions distinguées; représentons les fonctions distinguées, autres que  $H_1 \dots H_r$ , par  $\Phi_{r+1} \dots \Phi_\gamma$ . M. Russyan affirme qu'il y a  $\beta - q + 1$  fonctions distinguées; nous venons de voir que cela n'est pas.

c) Considérons enfin le système en *involution*

$$(13) \quad \left\{ \begin{array}{l} H_1 = 0 \\ \dot{H}_r = 0 \\ \Phi_{r+1} = 0 \\ \vdots \\ \dot{\Phi}_\gamma = 0. \end{array} \right.$$

La considération des fonctions distinguées n'aura été profitable que si  $\gamma > r$ . Le cas le plus favorable serait celui où  $\gamma = n + 1$  et où l'on pourrait, des équations (13), tirer  $z$  en fonction de  $x_1 \dots x_n$ ; on aurait ainsi la solution du système proposé (8); si  $\gamma = n$ , une quadrature fournirait la fonction  $z$  cherchée; si  $\gamma < n$ , on appliquerait une des méthodes classiques de Cauchy, de Jacobi-Mayer ou de Lie.

Juillet 1911.



PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — Aposporie et sexualité chez  
les Mousses,

par EL. et ÉM. MARCHAL.

III.

Le présent mémoire, qui fait suite aux notices publiées sur le même sujet en 1907 (9) et en 1909 (10), comportera les subdivisions suivantes :

I. — *Observations complémentaires relatives aux cas d'aposporie antérieurement étudiés;*

II. — *Cas nouveaux d'aposporie;*

III. — *Recherches cytologiques;*

IV. — *Considérations générales.*

I. — **Observations complémentaires relatives aux cas  
d'aposporie antérieurement étudiés.**

Les formes aposporiques dont l'étude a fait l'objet des deux mémoires précédents, ont été maintenues, depuis, en culture et observées périodiquement.

L'examen des dérivés d'espèces dioïques n'a révélé aucun fait nouveau à signaler : la synécie s'est maintenue avec ses caractères originels et la stérilité est restée absolue.

Quant aux espèces monoïques, il semble que nous ayons atteint la limite de la répétition possible des phénomènes d'aposporie.

La race tétraploïdique de *Amblystegium serpens*, dont nous avons déjà signalé la faible vitalité, est restée, depuis plus de trois ans de culture en conditions variées, tout à fait stérile.

Les gazonnements, très faibles, n'ont pris aucun développe-

ment; ils se laissent, avec la plus grande aisance, envahir, dans les cultures à l'air libre, par des espèces banales qui les étouffent; en Petri, souvent elles ne résistent pas aux attaques d'un *Verticillium* blanc, parasite redoutable des mousses développées sous verre.

Cette race n'est décidément pas viable.

D'autre part, les sporophytes tétraploïdiques dont nous avons annoncé la production en abondance dans les cultures de *Barbula muralis bivalens*, ayant été mis à régénérer, nous ont donné une faible proportion de développements aposporiques.

Toutefois, les manifestations de l'aposporie au deuxième degré se sont arrêtées jusqu'ici à la production d'un protonéma très peu vigoureux, qui meurt sans engendrer de gonophytes.

*Funaria hygrometrica*, que nous avons classé parmi les espèces susceptibles de développement aposporique, nous a fourni une forme  $2n$  qui, languissante au début, est devenue vigoureuse après quelques mois de culture et dont la sexualité est normale.

La sexualité de *Funaria hygrometrica* a fait l'objet de controverses. Grâce à la méthode expérimentale, nous avons pu la fixer comme suit :

La germination des spores produit un protonéma qui donne d'abord des gonophytes se terminant par une fleur mâle. Ceux-ci, par voie d'innovation, produisent ensuite un rameau femelle.

Par la mort de la partie supérieure de l'axe mâle qui les a engendrés, ces rameaux peuvent paraître individualisés au point d'être pris pour des individus distincts. Par la suite, des ramifications de l'un et de l'autre sexe peuvent être produites.

*Funaria hygrometrica* est donc nettement monoïque. Aussi avons-nous été peu surpris en voyant, dès la deuxième année de culture, se produire des sporophytes dans les gazonnements de la race aposporique. Ils étaient toutefois toujours très peu

nombreux. Leur mise en régénération a donné, dans un cas, un protonéma tétraploïdique.

Il apparaît ainsi nettement que, des espèces de mousses étudiées, c'est *Amblystegium serpens* chez lequel l'aptitude à la répétition de l'aposporie est le plus développée : seul, jusqu'ici, il a produit des gonophytes  $4n$  susceptibles d'un certain développement.

Au cours de l'étude comparative des formes  $1n$ ,  $2n$ ,  $4n$ , nous avons vu se confirmer pleinement l'existence, antérieurement signalée, d'une proportionnalité directe entre le nombre de chromosomes, le volume du noyau et celui de la cellule.

Nous reviendrons, dans les considérations générales qui terminent ce mémoire, sur ces faits et sur leur portée.

## II. — Cas nouveaux d'aposporie.

Depuis la publication (9, page 770) d'une première liste de mousses chez lesquelles la régénération du sporophyte est possible par la méthode expérimentale, nous avons encore obtenu des résultats positifs avec les espèces suivantes :

*Phascum cuspidatum* Schreb.

*Pottia minutula* B. S.

*Encalypta vulgaris* Hedw.

*Amblystegium confervoides* Sch.

*Hypnum cupressiforme* L.

Seuls, jusqu'ici, les protonémas aposporiques de *Phascum cuspidatum* et *Amblystegium confervoides* ont donné naissance à une race diploïdique viable. Chez les autres espèces ci-dessus, la production des gonophytes n'a pas été observée.

Chez *Amblystegium confervoides*, les manifestations de l'aposporie sont identiques à celles que nous avons décrites chez *A. serpens*.

Quant au *Phascum cuspidatum*  $2n$ , il mérite de nous arrêter plus longuement.



APOSPORIE CHEZ *Phascum cuspidatum*.

Plusieurs séries d'essais de régénération du sporophyte ont été effectuées avec succès.

Voici le protocole de l'une de ces expériences :

*Régénération n° 1305.*

Le 7 décembre 1909, des capsules jeunes sont mises en régénération en solution minérale.

Le 26 du même mois, une d'entre elles a produit, aux dépens des cellules du tissu chlorophyllien, un protonéma assez vigoureux qui, le 16 mars suivant, est transféré sur terre en cristalliseur de Petri.

Le protonéma s'étend lentement et se couvre progressivement de gonophytes.

L'étude approfondie de cette culture et de neuf autres, dérivées de régénérations réussies, a révélé des faits très curieux que nous allons analyser.

Dans les cas les plus typiques, les tiges aposporiques très courtes, grêles, portent des feuilles, dont les supérieures surtout, de formes irrégulières, arquées, parfois plus ou moins flexueuses, ont un limbe réduit, souvent asymétrique, à bords plus ou moins révolutés, à cellules marginales souvent fortement papilleuses.

Les nervures, toujours hypertrophiées, se prolongent en une masse celluleuse, cylindrique, de dimensions très variables, parfois coudée, vert pâle devenant dans la suite brun rougeâtre.

Parfois, le limbe foliaire est presque nul et se transforme intégralement en un corps cylindrique qui peut atteindre 7 millimètres de long sur 150  $\mu$  de large; l'extrémité de ces productions, tantôt est indivise et légèrement renflée, tantôt donne

insertion à un à trois corps ellipsoïdes analogues à ceux dont il va être question ci-dessous.

A l'aisselle des feuilles supérieures et au sommet de la tige se développent des corps plus ou moins longuement pédicellés, parfois cependant sessiles, claviformes, ovoïdes ou elliptiques, arrondis ou apiculés à l'extrémité, formés d'un tissu homogène dont les éléments peu chlorophylleux deviennent rapidement rougeâtres. Les dimensions, très variables, sont généralement comprises entre 260 à 840  $\mu$  de long sur 60 à 380  $\mu$  de large.

Les organes sexuels font défaut. Exceptionnellement nous avons trouvé, au sommet de la tige, parmi les corps en massue décrits ci-dessus, une ou deux productions anthéridiformes.

Parfois l'altération des caractères spécifiques est moins profonde.

Les feuilles présentent alors un limbe plus large, à peu près symétrique; la nervure, toujours plus accentuée, se termine par un appendice court mais toujours cylindracé.

Chose curieuse, il existe, au point de vue du degré de modification, des différences individuelles entre les cultures issues de capsules différentes. D'autre part, par un fait de récapitulation ontogénique sans doute, les premières feuilles ne présentent généralement que des déformations presque nulles, et, n'étaient les dimensions plus considérables des cellules, elles se confondraient avec les organes correspondants du type.

Pour éclairer la question de la signification de ces productions cellulaires anormales, on en a immergé un certain nombre dans la solution nutritive : elles ont développé un protonéma qui a, dans la suite, reproduit des gonophytes présentant les mêmes particularités que la plante mère.

On semble autorisé à admettre que les productions cellulaires dont il vient d'être question fonctionnent comme propagules.

Elles font d'ailleurs songer aux propagules que l'on trouve

normalement chez *Tetraphis pellucida*, chez *Aulacomnium androgynum*, etc.

On comprend dès lors qu'à la faveur de l'antagonisme existant souvent entre la reproduction sexuelle et la reproduction asexuelle, le *Phascum cuspidatum*  $2n$  propagulifère soit stérile.

Les caractères du *Phascum* aposporique sont tellement tranchés que celui qui n'en connaîtrait pas l'origine ne songerait certes pas à l'attribuer à son ascendant haploïdique.

C'est la première fois que nous avons à constater, comme conséquence de l'état diploïdique, l'apparition de caractères nouveaux.

Cette véritable mutation expérimentale étant d'un très grand intérêt théorique, il eût été désirable de pouvoir en faire l'étude cytologique. Mais l'absence de fleurs rend très précaire la chance de trouver les cinèses propres à déterminer le nombre de chromosomes.

Nous n'avons, du reste, aucune raison de douter de la nature réellement aposporique de la forme propagulifère du *Phascum*, la continuité du protonéma avec les cellules de la capsule ayant été rigoureusement constatée au moment de la régénération.

Indépendamment de ces cas d'aposporie expérimentale, nous croyons avoir en observation une forme diploïdique d'origine naturelle.

Au printemps 1910, nous remarquons sur le mur nord-est d'une serre de l'Institut agricole, à Gembloux, à côté de gazonnements de *Bryum atropurpureum* type abondamment pourvu de capsules, d'autres gazonnements tout à fait stériles d'un *Bryum*.

Ce *Bryum* présente dans son appareil végétatif les caractères de *Bryum atropurpureum*, mais au lieu d'être strictement dioïque comme ce dernier, il produit, à côté de fleurs mâles et de fleurs femelles séparées sur des individus différents, une forte proportion de fleurs synoïques. Cette particularité, jointe

à la stérilité, rappelant rigoureusement les caractéristiques reproductrices des races aposporiques issues de mousses dioïques, nous avons mis cette forme à l'étude.

D'une façon générale, les noyaux, les cellules et les organes reproducteurs, dans leur ensemble, sont plus grands que dans le type.

Il y a donc de très fortes présomptions pour que notre forme de *Bryum atropurpureum* synoïque soit un produit d'aposporie spontanée, d'autant plus que, comme nous l'avons démontré antérieurement, la régénération du sporophyte par traumatisme est possible dans la nature (10, p. 1282).

Toutefois, le contrôle cytologique nécessaire pour acquérir une certitude à cet égard n'a pu, malgré plusieurs tentatives, être effectué.

Nous espérons que de nouveaux matériaux nous permettront d'observer des figures de caryocinèse propres à nous fixer définitivement sur la nature diploïdique de cette intéressante production.

### III. — Recherches cytologiques.

On ne possède, à l'heure actuelle, que très peu de données sur la cytologie des Mousses.

Tandis que les observations de nombreux auteurs nous ont fait connaître les phénomènes intimes de la sporogénèse et de la spermatogénèse de plusieurs Hépatiques, les Mousses n'ont été que très peu étudiées.

Arens (1) a décrit les principales étapes de la formation des spermatozoïdes dans les genres *Polytrichum* et *Mnium*.

Von Leeuwen-Reynvaan (16) ont, de leur côté, étudié les mêmes espèces et ont cru voir s'y produire des actions nucléaires tout à fait inattendues : réduction du nombre des chromosomes au cours de la dernière cinèse dans le tissu anthéridial et au moment de la formation de l'oosphère et phénomènes compensateurs : fusion des noyaux de l'oosphère et de la cellule de canal de ventre, fécondation par deux spermatozoïdes.

C'est à Wilson (18 et 19) que l'on doit les recherches les plus complètes sur la matière. Ce savant a étudié avec soin la sporogénèse et la spermatogénèse chez *Mnium hornum*.

La réelle pauvreté de la littérature cytologique relative aux Mousses est due certainement à ce fait que beaucoup de chercheurs ont été rebutés par l'ingratitude du sujet : notamment par la petitesse des chromosomes, dans bien des cas par l'obscurité des figures et leur rareté résultant de la rapidité d'accomplissement des cinèses.

Nous ne nous proposons nullement de rendre compte en détail, ici, des très nombreuses observations que nous avons été amenés à faire sur la cytologie des Mousses, les réservant pour un exposé spécial.

Nous ne ferons connaître que les données indispensables pour l'interprétation des phénomènes de l'aposporie.

Nous nous attacherons surtout à la détermination du nombre des chromosomes dans les produits directs et indirects de la régénération du sporophyte.

Les cinèses propres à fournir des renseignements précis à ce sujet ne sont guère à trouver dans l'appareil végétatif des Mousses.

Le protonéma et les rhizoïdes ne conviennent pas.

De Wildeman (17), dans ses recherches sur la formation de la membrane cellulaire, a pu y entrevoir, sur le vivant, l'accomplissement de la division du noyau ; mais la fixation et la coloration des éléments filamenteux sont si difficiles que l'étude des détails de la caryocinèse y est impossible.

Les points végétatifs présentent une masse méristématique trop faible pour que les chances d'y observer des cinèses soient suffisantes.

Seuls, deux stades de l'ontogénie fournissent un bon matériel. Ce sont, dans la phase sexifère, la succession des mitoses qui conduisent à la formation des spermatozoïdes et, dans la phase diploïdique, les cinèses de maturation.

Nos recherches ont ainsi porté sur la sporogénèse de *Mnium*

*hornum bivalens*, de *Bryum capillare* type et de *B. capillare bivalens*, d'une part; sur la sporogénèse d'*Amblystegium serpens* type et d'*A. serpens bivalens*, d'autre part.

#### TECHNIQUE.

Grâce à un séjour effectué par l'un de nous à l'Institut botanique de Bonn-Poppelsdorf; notre initiation à la technique cytologique a pu être très heureusement complétée.

Nous tenons à exprimer ici notre vive gratitude à l'éminent Professeur Éd. Strasburger, qui, non seulement a bien voulu nous ouvrir les portes de son Institut, centre actuellement incontesté de l'étude de la cytologie végétale, mais, de plus, nous a prodigué ses inestimables conseils.

Voici, en résumé, la technique à laquelle nous nous sommes arrêtés.

Le matériel est fixé à l'aide de la liqueur de Flemming (formule de Bonn). Cet agent donne les fixations les plus fines, exemptes de déformations. Il noircit fortement les tissus des Mousses, à cause de la richesse en matières grasses de ceux-ci; cette coloration offre, d'ailleurs, l'avantage de rendre les petits objets plus visibles durant les manipulations.

Après un séjour de quarante-huit heures dans le fixateur, les objets, déshydratés par la série des alcools, sont, par l'intermédiaire du chloroforme, amenés dans la paraffine à 52° C. de point de fusion, dans laquelle ils séjournent un minimum de cinq jours.

Les coupes de 3 à 6  $\mu$ , suivant la nature du matériel, après enlèvement de la paraffine et hydratation, sont décolorées par un séjour de huit à douze heures dans l'eau oxygénée pharmaceutique.

La coloration presque exclusivement utilisée a été celle à l'hématoxyline ferrique d'après Heidenhain.

La triple coloration de Flemming nous a également donné, dans certains cas, de bons résultats.

Indépendamment du matériel fixé au Flemming, nous avons aussi utilisé des objets fixés à l'aide d'autres agents : formol picrique de Bouin, alcool acétique (trois parties d'alcool absolu, une partie d'acide acétique glacial).

Ce dernier mélange, laissé en contact vingt-quatre heures, nous a donné de bonnes fixations d'anthéridies et de capsules. Toutefois, les structures chromosomiques sont parfois légèrement contractées; en revanche, le fond est très clair.

#### OBSERVATIONS SUR *Mnium hornum bivalens*.

Les recherches de Wilson ont fixé le nombre de chromosomes de *Mnium hornum* type au chiffre de  $2n = 12$ .

Nous avons observé nous-mêmes, d'ailleurs, des stades de sporogénèse, notamment des diakinèses qui ne laissent aucun doute sur l'exactitude de cette évaluation.

Nous ne nous occuperons donc ici que de la forme aposporique.

Les diverses phases de la spermatogénèse s'y succèdent comme Wilson l'a décrit pour le type. Le nombre des divisions qui conduisent à la formation du massif de spermatides est généralement le même, mais comme les cellules anthéridiales et les spermatozoïdes sont plus volumineux, ainsi que nous l'avons précédemment établi (10, p. 1273), les dimensions de l'organe dépassent notablement celles des éléments correspondants du type.

Cette augmentation de volume des cellules est la conséquence de l'existence de noyaux à nombre de chromosomes double.

A toutes les phases de la caryocinèse ce nombre est, en effet, rigoureusement de 12 au lieu de 6.

La figure 1 montre un début de métaphase dans une des dernières cinèses anthéridiales; les douze chromosomes ont la forme d'anses assez épaisses, souvent encore rapprochées bout à bout.

Dans la figure 2, on voit une métaphase plus avancée.

On n'y observe ni différences de longueur bien constantes, ni rapprochement par paires des chromosomes.

L'examen des figures de Wilson donne cette impression que, dans les cinèses somatiques sporophytaires du type qui mettent en œuvre un contingent chromosomique identique, ces particularités ne se manifestent guère non plus.

Nous verrons qu'il n'en est pas de même chez d'autres espèces.

Enfin, la figure 3 représente une anaphase en vue latérale montrant les deux groupes de chromosomes filles recourbés en anses. La coupe envisagée en comporte dix à l'un des pôles et onze au pôle opposé; le reliquat se retrouvait dans la section voisine.

Nous avons fixé notre attention sur les phénomènes de la dernière division anthéridiale: elle s'accomplit identiquement comme les précédentes; on n'y observe aucune conjugaison chromosomique, aucune réduction à rapprocher des aspects décrits et figurés par von Leeuwen-Reynvaan (16).

Il semble cependant que si une telle conjugaison était possible, elle aurait plus de raison d'être et, par conséquent, plus de chances de se manifester chez les formes diploïdiques où elle pourrait être amenée par l'affinité existant entre les chromosomes homologues.

Ajoutons que Wilson n'a d'ailleurs chez *Mnium hornum* type rien trouvé qui puisse confirmer les faits avancés par les observateurs hollandais.

#### OBSERVATIONS SUR *Bryum capillare* TYPE ET *Br. capillare bivalens*.

Nous avons tout d'abord eu à fixer l'équation chromosomique de *Bryum capillare* type.

Celle-ci est  $2n = 20$ , comme en témoignent les figures 4, 5, 6.



La figure 4 représente une plaque équatoriale de métaphase dans une cinèse anthéridiale : on y compte 10 chromosomes. Dans les cinèses somatiques du tissu archésporial (fig. 5), on voit 20 chromosomes. Enfin, à la métaphase hétérotypique, 10 gemini sont présents (fig. 6).

Soit dit en passant, nous avons trouvé le même nombre de chromosomes chez *Bryum caespiticium* et chez *Brachythecium velutinum*.

L'étude comparative des cinèses anthéridiales chez *Bryum capillare bivalens* montre à toutes les phases un nombre de chromosomes double.

À la figure 7 nous voyons une métaphase qui compte manifestement le double de chromosomes de celui de la figure 4.

On constate ici une tendance au rapprochement par paires des chromosomes, tendance qui se manifeste aussi dans les cinèses somatiques du sporophyte du type.

OBSERVATIONS SUR *Amblystegium serpens* TYPE  
ET SUR *A. serpens bivalens*.

Nous avons antérieurement (10, p. 1264) déjà annoncé le résultat, essentiel au point de vue de l'interprétation des faits d'aposporie, qui se dégage de notre étude cytologique comparative de la sporogénèse chez *Amblystegium serpens* type et chez son dérivé bivalent, à savoir, qu'à toutes les phases on trouve, chez ce dernier, un nombre de chromosomes double de celui du premier.

Toutefois, un certain nombre de points importants demandaient à être encore élucidés, notamment en ce qui concerne le nombre de chromosomes et les particularités du mécanisme des cinèses de maturation.

Nous donnons ici les résultats plus complets de notre nouvelle étude.

Envisageons tout d'abord le cours des phénomènes chez le type 1n.

Les cinèses somatiques du tissu archésporial que nous décrivons ailleurs ne fournissent pas de bons éléments pour le comptage des chromosomes. Leur nombre relativement élevé, leur forme en bâtonnets longs et sinueux, rendent les figures très peu lisibles.

Le stade de diakinèse avec ses éléments tassés est généralement peu clair.

Toutefois, dans les cas les plus favorables, tels que celui que représente la figure 8, on peut, à la fin de la prophase hétérotypique, compter 12 gemini.

Certes, nous avons observé des figures où ce nombre semblait être de 11 ou même de 10; mais, de l'ensemble des comptages effectués aux diverses phases de la sporogénèse, il se dégage cette impression que c'est au chiffre 12 qu'il faut s'arrêter.

À l'approche de la métaphase, les gemini, jusqu'alors assez irréguliers de forme, prennent un aspect caractéristique : les deux chromosomes les composant se mettent bout à bout, souvent même se séparent déjà visiblement.

Il en résulte que les figures de métaphases (fig. 9, 10, 11) montrent, à côté d'éléments manifestement bivalents, des chromosomes unitaires individualisés, mais encore étroitement rapprochés par couples.

À l'anaphase, 12 chromosomes unitaires se portent vers chaque pôle; ils subissent, au cours de ce trajet, une division longitudinale dont les effets ne sont apparents que dans les cas les plus favorables d'observation.

On trouve à la métaphase homéotypique 24 chromosomes filles (fig. 12).

Les vues polaires de télophases (fig. 13) montrent 12 chromosomes qui constitueront le contingent nucléaire de la jeune spore.

Chez *Amblystegium serpens bivalens*, les cinèses arché-

sporiales montrent nettement la présence d'un nombre de chromosomes beaucoup plus considérable que chez le type; toutefois, une évaluation quelque peu rapprochée est, *a fortiori*, impossible.

Mais les métaphases hétérotypiques sont très caractéristiques.

Leurs vues polaires équatoriales montrent, dans un plan sensiblement unique, trois sortes de corps chromatiques : des éléments gros et courts, souvent nettement tétradiques, des chromosomes allongés, étranglés vers le milieu, ressemblant tout à fait aux gemini du type, et enfin, des éléments petits, souvent rapprochés par deux ou par quatre.

L'étude de très nombreuses figures de ce genre nous conduit à admettre que, chez *Amblystegium serpens bivalens*, il se dégage du spirème synaptique des groupements de quatre chromosomes unitaires.

Les diakinèses, malheureusement peu claires en général, révèlent en effet l'existence, à ce stade, d'une douzaine d'éléments chromosomiques manifestement plus gros que les gemini du type.

La figure 14 montre une telle fin de prophase.

Au moment de leur arrivée à l'équateur, ces corps chromatiques se résolvent progressivement, soit transitoirement en deux gemini ou en un geminus accompagné de deux chromosomes unitaires, soit en quatre chromosomes unitaires dont le rapprochement traduit souvent encore l'origine commune.

Les figures 15, 16, 17 montrent quelques exemples des combinaisons qui peuvent ainsi prendre naissance.

Notons qu'il est souvent malaisé, à cause de l'aspect variable que prennent ces éléments suivant leur position, de les classer exactement dans la catégorie à laquelle ils appartiennent : c'est ce qui rend difficile une évaluation rigoureuse, à ce stade, du nombre des chromosomes unitaires; on constatera cependant que ce nombre est toujours rapproché de 48.

Signalons, d'autre part, ce fait curieux, sur lequel nous reviendrons ailleurs, que chez *Amblystegium riparium*, où

$2n = 48$  et qui, par conséquent, possède un contingent de chromosomes quantitativement identique à celui de *A. serpens bivalens*, on compte à la métaphase hétérotypique 24 gemini plus ou moins complètement dissociés et de forme identique à ceux d'*A. serpens* 4n. Jamais on n'y trouve de groupements tétradiques.

La production de ces derniers dans notre Mousse aposporique est vraisemblablement la conséquence de la mise en présence, au synapsis, de quatre séries de chromosomes homologues qui, au lieu de conjuguer par deux pour constituer des gemini, se rapprochent par quatre.

Nous proposons pour ces groupements tétradiques la dénomination de *bi-gemini*, qui traduit leur nature probable.

Ce terme permet d'éviter l'emploi de celui de « tétrades », qui correspond, suivant les auteurs, à des choses fort différentes.

Les bi-gemini de nos sporophytes tétraploïdiques constitueraient d'ailleurs le premier exemple de tétrades véritables observées dans la sporogénèse végétale.

Comme l'a montré Grégoire dans ses remarquables études critiques sur les cinèses de maturation (5 et 6), tout ce qui y a été décrit, jusqu'ici, comme tétrades, ne correspond, en effet, nullement au groupement de quatre chromosomes somatiques unitaires.

La figure 18 représente une métaphase homéotypique; on y compte 43 chromosomes bien visibles; le surplus a été enlevé par le rasoir.

Les vues polaires de télophase homéotypique accusent la présence, dans la future spore, de 24 chromosomes (fig. 19).

En résumé, nos constatations cytologiques peuvent s'énoncer comme suit :

1° Les gonophytes issus de la régénération du sporophyte, auxquels les considérations théoriques assignaient une nature diploïdique, présentent bien, en réalité, un nombre de chromosomes exactement double de celui du type, soit 12 chez *Mnium hornum bivalens* et 20 chez *Bryum capillare bivalens*;

2° Les sporophytes que produisent les formes aposporiques dérivées d'espèces monoïques sont bien cytologiquement tétraploïdiques. La formule chromosomique étant chez *Amblystegium serpens* type,  $2n = 24$ , chez *Amblystegium serpens bivalens*, au cours du synapsis, les chromosomes homologues des quatre séries se réunissent pour constituer des groupes tétradiques, des bi-gemini.

Pendant la métaphase, les 12 bi-gemini de la diakinèse se résolvent progressivement en 48 chromosomes unitaires, qui se séparent en deux groupes de 24 à chaque pôle.

Par la division homéotypique subséquente, 24 chromosomes filles sont répartis dans les spores, qui se trouvent être ainsi, comme leurs dimensions le faisaient prévoir, diploïdiques.

#### IV. — Considérations générales.

L'ensemble des faits physiologiques et des constatations cytologiques exposés dans ce travail et dans les deux précédents, concernant l'aposporie chez les Mousses, nous paraît maintenant suffisamment complet pour que l'on puisse en dégager une synthèse et en discuter la portée au point de vue biologique.

Ce sera l'objet des pages suivantes.

##### A. — RAPPORTS ENTRE L'AOSPORIE ET LA SEXUALITÉ.

On peut résumer comme suit les particularités de la sexualité des produits du développement aposporique chez les Mousses.

1° Chez les espèces dioïques :

La régénération du sporophyte donne naissance à des gonophytes cytologiquement diploïdiques et physiologiquement bisexués, stériles, mais susceptibles d'une large extension par voie végétative.

2° Chez les espèces monoïques :

La régénération du sporophyte donne naissance à des gonophytes diploïdiques, à sexualité normale et fertiles.

Les sporophytes dérivés de ces gonophytes asporiques sont cytologiquement tétraploïdiques; ils produisent des spores diploïdiques, qui fixent la race bivalente.

Le développement aposporique des sporophytes tétraploïdiques donne naissance à des gonophytes tétraploïdiques à vitalité très affaiblie et stériles.

Par exception, une Mousse cependant monoïque, *Phascum cuspidatum*, engendre une forme aposporique tout à fait aberrante, ne produisant pas d'organes reproducteurs et par conséquent stérile.

Nous avons déjà insisté antérieurement sur la différence existant, au point de vue de la sexualité et de la fertilité, entre les productions aposporiques des Mousses dioïques et monoïques.

Nous devons y revenir encore.

Ed. Strasburger, dans une œuvre toute récente intitulée : *Ueber geschlechtsbestimmende Ursachen* (12), ouvrage extrêmement documenté et du plus haut intérêt, examine longuement la question des rapports existant entre la sexualisation des organes reproducteurs et la réduction chromatique.

Strasburger admet que, chez les Phanérogames dioïques, la sexualité de l'embryon dépend du résultat du conflit entre les potentialités des gamètes unis lors de la fécondation.

La production d'un embryon femelle résulterait du fait que la tendance femelle de l'oosphère l'emporterait sur la tendance mâle du spermatozoïde. La production d'un embryon mâle serait la conséquence de la *prépotence*, de l'*action opprimante*, suivant la terminologie proposée par Strasburger, de la potentialité mâle sur la tendance femelle de l'oosphère.

Dans cette hypothèse, la réduction chromatique n'intervient que pour *ségréger* des différences d'intensité de ces potentialités et n'influencerait qu'indirectement le sexe du sporophyte.

Même dans le cas des Mousses dioïques, chez lesquelles la

sexualisation des spores semble être la conséquence directe de la réduction chromatique, les deux potentialités se trouveraient néanmoins représentées dans chaque spore. Les cinèses de maturation distribueraient les déterminants du sexe non pas de telle façon que, des quatre éléments de la tétrade, deux reçoivent exclusivement le caractère mâle et les deux autres le caractère femelle, mais de telle sorte que deux spores aient la polarité mâle à un état de prépotence tel qu'elle s'impose aux gonophytes qui en proviendront, tandis que, dans les deux autres, le caractère femelle serait opprimant.

Strasburger apporte à l'appui de sa manière de voir quelques exemples de Bryophytes dioïques chez lesquels on aurait observé l'apparition accidentelle, sur les individus d'un sexe, des manifestations de la polarité opposée.

Nous ne pensons pas qu'il faille cependant accorder une valeur argumentaire réelle aux quelques cas d'aberrations sexuelles décrits chez les Muscinées dioïques.

C'est que la notion de diécie est restée jusqu'ici, chez les bryologues, une notion purement morphologique qui a conduit à de nombreuses erreurs d'interprétation.

Il existe certaines Mousses monoïques chez lesquelles les organes mâles et les organes femelles naissent sur des gonophytes différents, mais issus du même protonéma, et que les systématiciens ont parfois décrites comme dioïques.

Tel est le cas de *Funaria hygrometrica*.

Ne s'agirait-il pas de ces faux dioïques dans les exemples de transmutation du sexe signalés ?

Il faut ajouter que des cas d'aposporie naturelle étant possibles, ce phénomène peut, de son côté, rendre compte de troubles sexuels chez des formes réellement dioïques.

Le cas de notre *Bryum atropurpureum* synoïque est frappant sous ce rapport.

D'autre part, diverses autres considérations militent en faveur de l'idée d'une disjonction absolue des caractères sexuels au cours de la sporogénèse chez les Mousses dioïques.

Tout d'abord, la constance de la sexualité chez les espèces dioïques, au nombre de huit, que depuis sept ans nous cultivons à l'état pur, dans des conditions variées, sans la moindre modification dans la sexualité. Ensuite, et surtout, les caractères sexuels des produits aposporiques.

Si l'on songe à ce fait qu'une Mousse rigoureusement dioïque étant donnée, il suffit, par l'artifice expérimental de la régénération du sporophyte, de réunir les deux séries chromosomiques dans les gonophytes pour faire apparaître la bisexualité, on ne peut se défendre de cette impression que le déterminisme sexuel y est la conséquence de la présence ou de l'absence de l'un ou l'autre élément représentatif, plutôt que le résultat de la réaction de deux potentialités coexistantes.

Enfin, la stérilité des formes aposporiques issues de Mousses dioïques opposée à la fertilité des dérivés des espèces monoïques peut être invoquée.

Chez les formes aposporiques de Mousses dioïques, ce n'est évidemment pas la nature diploïdique des cellules sexuelles qui exclut la possibilité de la fécondation, car, s'il en était ainsi, les produits aposporiques des espèces monoïques devraient, eux aussi, être stériles.

C'est l'impossibilité de polariser les cellules sexuelles qui rend compte du phénomène.

Tandis que les Mousses monoïques entraînées à produire, au cours de leur ontogénie normale, aux dépens de tissus bisexués, ici des cellules mâles, là des cellules femelles, continuent à le faire à l'état diploïdique, les Mousses dioïques, chez lesquelles le développement aposporique réunit anormalement les deux déterminants sexuels, se trouvent devant un problème insoluble : il se forme des cellules morphologiquement sexuelles, mais physiologiquement neutres, ne présentant entre elles aucune des affinités qui conduisent à l'amphimixie.

Si, chez les Mousses dioïques, les deux déterminants coexistaient normalement, l'une des polarités à l'état potentiel,



l'autre à l'état manifesté, il semble que la sexualisation des gamètes dans le cas des produits aposporiques ne se heurterait pas aux mêmes difficultés théoriques.

Il résulte de ces diverses considérations qu'il y a tout lieu de penser que l'unisexualité des Mousses dioïques dans la phase haploïdique est absolue et due à la présence, à l'exclusion de l'autre, d'un seul déterminant sexuel. Le processus maturatif serait la cause directe de la ségrégation à l'état de pureté des caractères sexuels dans les spores.

B. — CONSÉQUENCES DU DOUBLEMENT DU NOMBRE DES CHROMOSOMES  
DANS LES PRODUITS AOSPORIQUES.

L'aposporie des Mousses fournit des éléments nouveaux et précieux d'interprétation et de discussion des questions relatives au rôle biologique des éléments nucléaires.

Le doublement des chromosomes dans les gonophytes, leur quadruplement dans les sporophytes aposporiques se produisant avec une rigueur mathématique, ne constituent-ils pas des arguments décisifs en faveur de la théorie de l'individualité et de la continuité de ces éléments ?

D'autre part, l'association par quatre des chromosomes au synapsis dans les sporophytes tétraploïdiques, témoigne de la persistance de quatre séries chromosomiques bien distinctes, en même temps qu'elle appuie fortement l'hypothèse d'un rapprochement, à cette phase de la maturation, des éléments paternels et maternels homologues.

Mais le rôle des éléments nucléaires se traduit surtout par la répercussion que produit, sur la cellule et sur l'individu tout entier, l'augmentation du nombre des chromosomes.

Nous avons montré dans notre précédent mémoire (10, p. 1270) que l'augmentation de la masse chromosomique résultant de l'évolution aposporique a pour conséquence une

augmentation proportionnelle du volume du noyau et de la cellule.

En même temps, Gates (3), dans une remarquable étude des conditions nucléaires chez *Oenothera gigas*, l'un des produits obtenus par de Vries de la mutation de *O. Lamarckiana*, a établi qu'à toutes les phases du développement ontogénique, la première de ces espèces possède un nombre de chromosomes double de celui du type. De plus, des mensurations nombreuses montrent que dans la plupart de ses organes, *O. gigas* présente des cellules plus volumineuses que celles de *O. Lamarckiana*. Dans les cellules mères polliniques envisagées au moment du synapsis, il y a proportionnalité entre le nombre de chromosomes, le volume du noyau et celui de la cellule.

Tischler (15), dans une très intéressante étude cytologique de la microsporogénèse chez les variétés de Bananier, dont il en est d'haplo-, de diplo- et de triploïdiques, arrive au même résultat.

Il semble résulter de tout cela qu'il y a lieu, dans le domaine botanique, de reviser en partie l'énoncé de la loi de Boveri relative à la « Kernplasmarelation ».

Boveri admet, en effet, une proportionnalité directe entre le nombre de chromosomes d'une part, la *surface* du noyau et le volume de la cellule d'autre part.

Il résulte de la plupart des faits observés jusqu'ici dans le règne végétal que, chez les plantes, il y a plutôt proportionnalité directe entre le nombre des chromosomes et les *volumes* du noyau et de la cellule.

Cette différence peut tenir à ce fait signalé par Tischler que chez les Échinides, qui ont servi à Boveri pour l'établissement de ses lois, la matière chromatique se trouve répartie d'une façon prépondérante vers la périphérie du noyau, ce qui n'est pas le cas des cellules végétales.

Il convient de rappeler au surplus que la loi de proportionnalité qui vient d'être énoncée, n'est applicable, pour ce qui concerne le volume du noyau dans ses rapports avec celui de la

cellule, qu'aux méristèmes, qu'aux tissus dans lesquels il ne se manifeste pas de dégénérescence nucléaire véritable.

La proportionnalité entre le nombre de chromosomes et les dimensions de la cellule semble être plus générale, mais, ici encore, l'action des facteurs internes peut être plus ou moins neutralisée par celle d'autres agents antagonistes.

Quelle est la répercussion de l'augmentation du nombre des chromosomes sur les dimensions des organes ?

Rappelons tout d'abord le cas des organes sexuels de nos Mousses aposporiques.

Ces organes ont une constitution anatomique relativement simple; ils résultent de la division, répétée un nombre de fois à peu près constant et d'ailleurs très limité, d'une cellule primordiale. C'est ainsi que, dans l'archégone, non seulement l'oosphère et la cellule de canal du ventre sont toujours uniques, mais le nombre des cellules de canal du col et celui des cellules constitutives du col sont à peu près constants.

Il n'y a vraiment que les cellules constitutives de la partie ventrale et de la base de l'archégone dont le nombre varie, et encore dans des limites peu étendues.

De même pour l'anthéridie; Wilson (19, p. 424) a montré que chez *Mnium hornum*, le nombre des divisions qui conduisent à la formation des spermatides est presque toujours constant, ce qui amène la production d'un nombre relativement très peu variable de spermatozoïdes.

Cette fixité dans la constitution des organes sexuels s'explique, spécialement pour l'archégone, par le fait que leur fonctionnement normal est lié à une architecture bien déterminée que l'hérédité tend à maintenir dans toute son intégrité.

Il en résulte que, lors de la formation des organes sexuels dans la plante diploïdique, les éléments cellulaires, les briques constitutives de leur édifice anatomique, étant plus volumineux, il se produit des archégonies, des anthéridies dont les dimensions sont manifestement plus grandes.

Il en est tout autrement des organes pour la formation desquels l'accomplissement d'un nombre plus considérable de cinèses successives est nécessaire et dont le fonctionnement physiologique est plus ou moins indépendant du nombre de cellules constitutives.

Ici, un conflit s'établit entre la tendance à l'accroissement du volume des cellules provoquée par l'augmentation de la masse chromatique et les influences conservatrices qui tendent à maintenir l'organe dans ses dimensions héréditaires par une diminution du nombre des divisions cellulaires.

La résultante en est variable. Dans la plupart des cas cependant, chez les Mousses aposporiques, les dimensions des organes purement végétatifs sont peu altérées.

Il semble donc qu'à l'inverse des organes sexuels, chez lesquels, le nombre de cellules constitutives étant constant, la taille augmente, chez les organes végétatifs, la diminution du nombre des cellules combat la tendance au gigantisme des organes, ce qui rend la taille de ces derniers plus ou moins constante.

On peut se demander enfin quelle est l'influence de l'augmentation du nombre des chromosomes sur le développement de la plante dans son ensemble et sur sa vitalité.

Nous avons antérieurement exprimé cette opinion que les Mousses aposporiques ne le cèdent en rien, au point de vue de la luxuriance de végétation, aux types haploïdiques dont elles dérivent.

Les observations faites depuis tendent à modifier en partie cette opinion.

Certes, *Bryum caespiticium*, *B. capillare*, *B. argenteum*, *Mnium hornum* aposporiques se montrent vigoureux, produisent avec une profusion remarquable leurs fleurs bisexuées.

Ces formes, dérivées d'espèces dioïques, étant stériles, leur développement végétatif bénéficie sans doute, par voie de balancement organique, de la non-production de sporophytes.

Mais si l'on examine les *Amblystegium serpens*, *Barbula muralis*, *Funaria hygrometrica* diploïdiques, comparativement à leurs ascendants aploïdiques, on constate que la taille et la vigueur de ces derniers surpassent notablement celles des premiers.

Le cas de *Phascum cuspidatum* est, sous ce rapport, tout à fait remarquable : la forme diploïdique naine est extrêmement délicate.

Mais la diminution de vitalité s'accroît brusquement quand on passe des types diploïdiques aux tétraploïdiques.

Notre *Amblystegium serpens* *4n* est, comme nous l'avons décrit, extrêmement chétif et sa stérilité est peut-être aussi bien due à cette particularité physiologique qu'à sa constitution cytologique intime.

Il semble donc que chez les Mousses, l'état tétraploïdique constitue le terme supérieur de l'accumulation possible des chromosomes dans la cellule.

Cette limite n'a évidemment rien d'absolu.

L'adaptation à la polyploïdie, conséquence de l'aposporie, existe chez les Mousses à des degrés très variables.

Beaucoup d'espèces ne semblent pas aptes à régénérer de la capsule.

Si l'on envisage, par exemple, le genre *Amblystegium*, on constate que, tandis que *A. serpens*, *A. subtile*, *A. confervoides* fournissent assez facilement des produits aposporiques, *A. riparium* est resté jusqu'ici réfractaire à toute tentative de doublement du nombre de chromosomes.

Il est vrai que cette espèce, ainsi que nous l'avons signalé, est déjà naturellement diploïdique, comparativement aux autres espèces du genre, telles que *A. serpens*.

Ailleurs, la régénération du sporophyte donne un protonéma qui est incapable de produire des gonophytes et qui disparaît rapidement.

Dans le cas où il y a production de gonophytes points de

départ d'un sporophyte tétraploïdique, la répétition de l'aposporie est loin d'être toujours possible; nous ne l'avons observée que chez *Amblystegium serpens*, tandis que chez *Barbula muralis* on n'obtient qu'un protonéma non viable.

Quoi qu'il en soit, il apparaît nettement qu'au delà d'une certaine limite, variable suivant les espèces, l'accumulation du nombre de chromosomes constitue un facteur de dégénérescence.

Gerassimoff (4) a déjà observé il y a longtemps que l'augmentation de volume des cellules fait fléchir leur aptitude à la division.

Les cellules à noyaux syndiploïdes, si soigneusement étudiées par Nemeč (11) dans les méristèmes de racines soumises à l'action des anesthésiques, paraissent, surtout d'après les observations récentes de Kemp (8) et de Strasburger (14), frappées d'une dégénérescence rapide.

Au surplus, il semble que certains groupes de plantes supportent beaucoup mieux que d'autres la polyploïdie, et tout fait même supposer qu'au cours de l'évolution du règne végétal, l'adaptation à cet état cytologique s'est affirmée.

Tandis que chez les Siphonées, le doublement du nombre de chromosomes s'accomplit, comme Yamanouchi (20) l'a montré, de telle façon qu'il est impossible de reconnaître morphologiquement le gamétophyte du sporophyte, chez les Bryophytes, ce dernier s'individualise, sans cependant être encore capable d'existence indépendante réelle.

La prédominance de la phase sexifère chez les Mousses se traduit très nettement par ce fait que les produits du développement aposporique du sporogone, au lieu de présenter des caractères sporophytiques, empruntent, malgré leur nature diploïdique, l'organisation complète du gamétophyte.

Chez les Fougères, l'adaptation à l'état diploïdique s'affirme : la phase sporifère est prédominante.

Enfin, chez beaucoup de Phanérogames, une étape nouvelle peut être franchie.

Strasburger, dans son ouvrage intitulé *Chromosomenzahl* (13), analyse toute une série d'exemples récemment étudiés d'espèces présentant un nombre de chromosomes double de celui des types les plus étroitement apparentés.

Depuis, Tischler (15) a fait connaître le cas si curieux des variétés de *Musa* chez lesquelles le nombre de chromosomes varie du simple au triple.

Enfin, une étude toute récente d'Ishikawa (7) montre que dans le genre *Dahlia*, le nombre de chromosomes peut subir des variations du simple au double.

Il est à noter que c'est chez cette famille des Compositacées, qui occupe le sommet de l'échelle végétale, que les cas de polyploïdie sont les plus nombreux et que cet état cytologique particulier semble y coïncider avec une tendance marquée vers l'apogamie et avec l'existence, dans les limites de l'espèce, d'une grande richesse de formes.

Dans tous ces cas où la multiplication du nombre des chromosomes a été acquise au cours de la phylogénie, elle correspond à l'apparition de caractères nouveaux.

Ici, à une variation, en apparence quantitative, du nombre de chromosomes, correspond une variation qualitative de l'espèce.

Parmi les divers cas de développement aposporique étudiés par nous chez les Mousses, il n'y a que celui de *Phascum cuspidatum* chez lequel une altération profonde des caractères spécifiques, une véritable mutation, est le corollaire du doublement du nombre de chromosomes.

Ailleurs la polyploïdie expérimentale n'amène que des modifications dans les dimensions des cellules et des organes, ou bien la réunion, en une fleur synoïque, d'organes normalement séparés sur des individus différents, mais ne coïncide jamais avec la production de caractères qualitativement nouveaux.

Comme on le voit, l'augmentation du contingent chromosomique retentit de façon variable, suivant les cas, sur les caractères spécifiques.

Toutefois ces divergences peuvent être plus apparentes que réelles.

Comme les travaux de Gates (2) sur la cytologie et le mendelisme des *Oenothera* le font pressentir, des différences qualitatives peuvent être le résultat de la transmission, en quantité variable, de certains principes déterminants.

Dès lors, la multiplication du nombre des éléments représentatifs peut, indépendamment de ses répercussions connues sur les dimensions des cellules et des organes, amener l'apparition de caractères virtuellement nouveaux.

Au surplus, l'étude de la polyploïdie, que celle-ci soit d'origine phylogénique ou d'origine expérimentale comme dans nos Mousses aposporiques, est de nature à jeter une vive lumière sur le rôle du noyau dans les manifestations de l'hérédité.

Il y a là, pour les recherches cytologico-physiologiques, un domaine nouveau des plus intéressants à explorer.

Gembloux, septembre 1911.

---



INDEX BIBLIOGRAPHIQUE.

1. — P. ARENS, Zur Spermatogenese der Laubmoose. (Inaug. Diss. Bonn, 1907.)
2. — R. GATES, The material Basis of Mendelian phenomena. (*American Naturalist*, 1910.)
3. — R. GATES, The Stature and Chromosomes of *Oenothera gigas* De Vries. (*Archiv für Zellforschung*, 3. Band, 4. Heft.)
4. — J. GERASSIMOFF, Divers travaux; conf. *Flora*, Bd 94, 1903, p. 79.
5. — V. GRÉGOIRE, Les résultats acquis sur les cinèses de maturation dans les deux règnes. (*La Cellule*, t. XXII, 2<sup>d</sup> fascicule, 1905.)
6. — V. GRÉGOIRE, Les cinèses de maturation dans les deux règnes. (*La Cellule*, t. XXVI, 2<sup>d</sup> fascicule, 1910.)
7. — M. ISHIKAWA, Cytologische Studien von Dahlia. (*Botanical Magazine*, Tokyo, Bd XXV, n° 288.)
8. — H. P. KEMP, Heterotypical reduction in somatic cells. (*Annals of Botany*, vol. XXIV, n° XCVI, octobre 1910.)
9. — ÉL. et ÉM. MARCHAL, Aposporie et sexualité chez les Mousses. (*Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* [Classe des sciences], n° 7, 1907.)
10. — ÉL. et ÉM. MARCHAL, Aposporie et sexualité chez les Mousses, II. (*Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* [Classe des sciences], n° 12, p. 1249, 1909.)
11. — B. NEMEC, Ueber die Einwirkung des Chloralhydrats auf die Kern- und Zellteilung. (*Jahrb. für wiss. Bot.*, 1904, Bd XXXIX, p. 645.)
12. — ED. STRASBURGER, Ueber geschlechtsbestimmende Ursachen. (*Jahrbücher für wissenschaftliche Botanik*, Bd XLVIII, 1910.)
13. — ED. STRASBURGER, Chromosomenzahl. Léna, 1911.
14. — ED. STRASBURGER, Kernteilungsbilder bei der Erbse. (*Flora*, Bd 102, Heft I.)
15. — G. TISCHLER, Untersuchungen über die Entwicklung der Bananen-Pollens, I. (*Archiv für Zellforschung*, 5. Band, 4. Heft.)
16. — J. et W. VON LEEUWEN-REYNVAAN, Recueil des travaux botaniques néerlandais, vol. IV, 1907.
17. — E. DE WILDEMAN, Études sur l'attache des cloisons cellulaires. (*Mémoires couronnés et Mémoires des savants étrangers de l'Acad. roy. de Belgique*, tome LIII, 1893.)
18. — M. WILSON, Spore formation and nuclear division in *Mnium hornum*. (*Annals of Botany*, vol. XXIII, n° LXXXIX, January, 1909.)
19. — M. WILSON, Spermatogenesis in Bryophyta. (*Annals of Botany*, vol. XXV, n° XCVIII, April, 1911.)
20. — G. YAMANOUCHI, The Life history of *Polysiphonia violacea*. (*Bot. Gazette*, 42, pp. 401-449.)

EXPLICATION DE LA PLANCHE.

Les dessins ont été faits à la chambre claire d'Abbe, à l'aide de l'objectif apochromatique de Zeiss de 2 mm. (1.40 ouv. num.) et de l'oculaire compensateur 18. Le grossissement ainsi obtenu est de 2250.

*Mnium hornum bivalens.*

FIG. 1. — Début de métaphase dans le tissu anthéridial montrant 12 chromosomes encore en partie rapprochés bout à bout.

FIG. 2. — Métaphase plus avancée en vue polaire.

FIG. 3. — Anaphase en vue latérale. On compte 10 anses chromosomiques à l'un des pôles et 11 au pôle opposé; le complément se retrouvait dans la coupe voisine.

*Bryum capillare.*

FIG. 4. — Vue polaire d'une métaphase dans le tissu anthéridial avec 10 chromosomes.

FIG. 5. — Vue polaire de métaphase d'une division somatique dans le tissu archésporial.

FIG. 6. — Plaque équatoriale d'une métaphase hétérotypique, avec 10 gemini.

*Bryum capillare bivalens.*

FIG. 7. — Métaphase, en vue polaire, d'une cinèse anthéridiale: 20 chromosomes (comparer avec la figure 4, montrant une phase correspondante du type).

*Amblystegium serpens.*

FIG. 8. — Fin de prophase hétérotypique avec 12 gemini.

FIG. 9, 10, 11. — Vues polaires de métaphases hétérotypiques; on y voit la dissociation progressive des 12 gemini.

FIG. 12. — Métaphase homéotypique, en vue polaire, montrant 24 chromosomes filles.

FIG. 13. — Couronne polaire télophasique dans une division homéotypique; on y compte 12 chromosomes.

*Amblystegium serpens bivalens.*

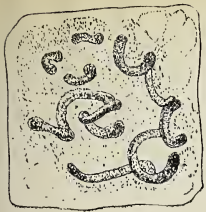
FIG. 14. — Fin de prophase hétérotypique avec 12 bi-gemini.

FIG. 15, 16, 17. — Vues polaires de métaphases hétérotypiques. On y voit, en même temps, à l'équateur des bi-gemini tétradiques, des gemini identiques à ceux du type (comparer avec les figures 9, 10, 11) et des chromosomes unitaires souvent encore unis par deux ou quatre.

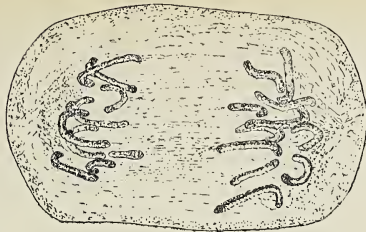
FIG. 18. — Vue polaire d'une métaphase homéotypique, avec 43 chromosomes: le surplus a été enlevé par le rasoir.

FIG. 19. — Téléphase de la division homéotypique montrant 24 chromosomes.





1



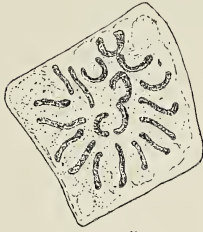
3



2



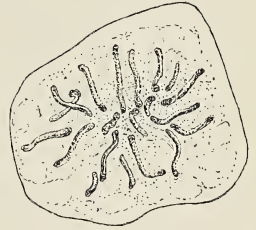
4



5



6



7



8



9



10



11



12



13



14



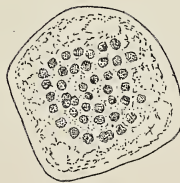
15



16



17



18



19



BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

- Gilkinet (Alfred)*. La chimie pharmaceutique. Bruxelles, 1907 ; extr. in-4° (7 p., grav. et 1 portr.).
- Géologie de quelques plantes fossiles des terres magellaniques. Anvers, 1909 ; extr. in-4° (6 p.).
- Jorissen (A.)*. Quelques observations sur l'identification de l'acide diéthylbarbiturique (véronal). Paris, 1911 ; extr. in-8° (4 p.).
- Sur une réaction de la spartéine. Paris, 1911 ; extr. in-8° (2 p.).
- Vanlair (C.)*. L'enfance de l'art. Bruxelles, 1911 ; extr. in-8° (41 p.).
- Leriche (Maurice)*. Les poissons paléocènes de la Belgique. Bruxelles, 1902 ; extr. in-4° (47 p. et pl.).
- Les poissons éocènes de la Belgique. Bruxelles, 1905 ; extr. in-4° (pp. 47-228, pl.).
- Les poissons oligocènes de la Belgique. Bruxelles, 1910 ; extr. in-4° (pp. 231-363, pl.).
- Bayez et Malvoz*. La prophylaxie sociale de la syphilis devant les récents progrès de la syphiligraphie. Bruxelles, 1911 ; in-8° (20 p.).
- Arctowski (H.)*. La dynamique des anomalies climatiques. Contribution à l'étude des changements de la répartition de la pression atmosphérique aux États-Unis. Varsovie, 1910 ; extr. in-8° (48 p., fig.).
- Dorlodot (H. de)*. Note sur la classification du Frasnien et le synchronisme de ses quatre bandes. Liège, 1892 ; extr. in-8° (14 p.).
- La coupe de la Chapelle à Hastière (Ch. de la Vallée Poussin). — Résultats d'une excursion à la Chapelle (Hastière) et aux Fossés (Anseremme). Liège, 1892 ; extr. in-8° (14 p., fig.).
- Découverte du Waulsortien dans le bassin de Namur. Liège, 1893 ; extr. in-8° (6 p.).
- Quelques réflexions à propos de la faune de Paire. Liège, 1893 ; extr. in-8° (6 p.).
- Note sur l'opportunité des légendes spéciales. Liège, 1893 ; extr. in-8° (12 p.).
- Résumé d'un essai de classification du Calcaire carbonifère de Belgique. Liège, 1893 ; extr. in-8° (16 p.).
- Un dernier mot sur la coupe de Pierre-Pétru. Liège, 1894 ; extr. in-8° (14 p., fig.).
- Note sur l'origine orientale de la faille d'Ormont. Liège, 1894 ; extr. in-8° (7 p.).
- A propos de la faille d'Ormont. Liège, 1894 ; extr. in-8° (2 p.).
- Sur le niveau stratigraphique des *Cardiola retrostriata* de Claminforge. Liège, 1894 ; extr. in-8° (11 p.).

*Dorlodot (H. de)*. Nouvelles observations relatives à la discordance du poudingue d'Ombret sur le Silurien (en collaboration avec C. Malaise). Liège, 1894 ; extr. in-8° (5 p.).

— Sur un *Spirifer* nouveau pour le Viséen. Liège, 1894 ; extr. in-8° (5 p.).

— Application à la planchette de Dinant de mon essai de classification du Calcaire carbonifère de Belgique. Liège, 1894 ; extr. in-8° (4 p.).

— Sur l'âge du poudingue de Naninne et sur la présence du Couvien dans le bassin de Namur. Liège, 1895 ; extr. in-8° (39 p.).

— Le Calcaire carbonifère de la Belgique et ses relations stratigraphiques avec celui du Hainaut français. Lille, 1895 ; extr. in-8° (pp. 201-313).

— Observations présentées à la séance du 15 juillet 1894 de la Société géologique de Belgique, à la suite des communications de M. Lohest et de MM. Lohest et Velge relatives au Calcaire carbonifère. Liège, 1895 ; extr. in-8° (8 p.).

— Recherches sur le prolongement occidental du Silurien de Sambre-et-Meuse et sur la terminaison orientale de la faille du Midi. Liège, 1895 ; extr. in-8° (141 p., fig et 2 cartes).

— Résultat de quelques excursions faites dans le Calcaire carbonifère des environs d'Arquennes et des Écaussines, en compagnie de M. Malaise. Liège, 1897 ; extr. in-8° (pp. 73-75).

— Études géogéniques. Genèse de la crête du Condroz et de la Grande Faille. Bruxelles, 1898 ; extr. in-8° (89 p., 6 pl.).

— Note sur le compte rendu de la session extraordinaire de la Société géologique de Belgique, tenue à Hastière, à Beauraing et à Houyet, le 31 août et les 1<sup>er</sup>, 2 et 3 septembre 1895. Liège, 1900 ; extr. in-8° (19 p.).

— Sur la signification des allures horizontales du Calcaire carbonifère de la colline de Rospèche (Falisolle). Bruxelles, 1900 ; extr. in-8° (pp. 155-160).

— Le Calcaire carbonifère des Fonds-de-Tahaux et de la vallée de la Lesse. Liège, 1900 ; extr. in-8° (117 p., fig. et pl.).

— Genèse de la faille de Theux. Liège, 1901 ; extr. in-8° (12 p.).

— Compte rendu des excursions sur les deux flancs de la crête du Condroz faites par la Société belge de géologie, de paléontologie et d'hydrologie, le 19 mars et les 8 et 9 avril 1899. Bruxelles, 1901 ; extr. in-8° (192 p., 3 pl.).

— Les poudingues d'Alvaux, de Naninne, de Tailfer et du Caillou-qui-bique. Lettre de M. de Dorlodot à M. Gosselet, Lille, 1903 ; extr. in-8° (10 p.).

*Dorlodot (H. de)*. Age des couches dites « burnotiennes » du bassin de l'OEsling. Lille, 1904; extr. in-8° (31 p.).

— Age des couches dites « burnotiennes » des bassins de Dinant et d'Aix-la-Chapelle. Lille, 1904; extr. in-8° (20 p.).

— La faille de Maulenne. Bruxelles, 1907; extr. in-8° (pp. 265-302, 1 carte).

— La faille de Maulenne. Bruxelles, 1907; extr. in-8° (3 p.).

— Sur l'origine de la grande brèche viséenne et sa signification tectonique. — Sur la présence de blocs « impressionnés » dans la grande brèche viséenne. Bruxelles, 1908; extr. in-8° (pp. 29-121).

— Sur la prétendue coïncidence entre certaines éruptions du Brabant et les dislocations observées dans les îles Britanniques. Bruxelles, 1908; extr. in-8° (pp. 239-246).

— Discours prononcé à l'assemblée générale annuelle de clôture de l'exercice 1907 de la Société belge de géologie. Bruxelles, 1908; extr. in-8° (pp. 291-313).

— Discours prononcé à l'assemblée générale annuelle de clôture de l'exercice 1908 de la Société belge de géologie. Bruxelles, 1909; extr. in-8° (pp. 385-446).

— Les faunes du Dinantien et leur signification stratigraphique. Description succincte des assises du Calcaire carbonifère de la Belgique et de leurs principaux facies lithologiques. Bruxelles, 1909; extr. in-8° (19 p.).

— A propos du rapport présidentiel pour 1908 et de la limite entre le Tournaisien et le Viséen. Bruxelles, 1909; extr. in-8° (pp. 220-223).

— Relations entre l'échelle stratigraphique du Calcaire carbonifère de la Belgique et les zones paléontologiques d'Arthur Vaughan, d'après les recherches les plus récentes. Bruxelles, 1910; extr. in-8° (pp. 247-290).

— Véritable nature des prétendus stromatoporoïdes du Waulsortien. — Sur les conditions de dépôt des marbres noirs dinantiens et des sapropélites marines en général. Bruxelles, 1911; extr. in-8° (pp. 119-155).

— A propos de la présence de restes de Mammifères terrestres dans l'argile de Boom. Bruxelles, 1911; extr. in-8° (2 p.).

— Syllabus des leçons de géologie générale professées à l'Université de Louvain, fasc. I. Louvain, 1910-1911, in-8° (176 p.).

*Brachet (A.)*. Étude sur les localisations germinales et leur potentialité réelle dans l'œuf parthénogénétique de *Rana fusca*. Liège, 1911; extr. in-8° (pp. 337-361, 2 pl.).

*Fraipont (Charles)*. De l'exploitation des ardoises et du coticule au comté de Salm, antérieurement à l'an 1625. Liège, 1911; extr. in-8° (5 p.).

*Fraipont (Charles)*. Les industries paléolithiques et néolithiques des environs de Lincé (Sprimont). Malines, 1911 ; extr. in-8° (29 p. et pl.).

*Godeaux (Lucien)*. Recherches sur les systèmes de coniques de l'espace. Bruxelles, 1911 ; extr. in-8° (80 p.).

*Monier (Marcel)*. Le rôle de la biologie dans l'expertise des denrées alimentaires. Anvers, 1911 ; extr. in-8° (14 p.).

— La tuberculose est vaincue. Réflexions sur un article scientifique, publié à Paris, relativement à la lutte contre la tuberculose humaine. Anvers, 1911 ; extr. in-8° (4 p.).

BERLIN. *Kön. Friedrich-Wilhelm Universität*. Jahrhundertfeier 10-12 Oktober 1910. 4 vol. in-8°, 1911.

SAO PAULO. *Comissão geographica e geologica*. Exploração do Rio Juqueryquerê. In-fol., 1911.

*See (T.-J.-J.)*. Researches on the evolution of the stellar systems. Vol. II. The capture theory of cosmical evolution. Lynn (Mass. U. S. A.), 1910 ; in-4° (vii-734 p. et pl.).

*Raspail (Xavier)*. Les années à hannetons (cycle uranien) en décroissance depuis le commencement du siècle. Paris, 1911 ; extr. in-8° (pp. 158-169).

*Lacroix (A.)*. Les Syénites néphéliniques de l'archipel de Los et leurs minéraux. Paris, 1911 ; extr. in-4° (132 p., grav. et pl.).

LONDRES. *British Museum*. A handbook of the Tse tse-Flies (*genus Glossina*). (Ernest Edward Austen.) 1911.

OXFORD. *Université*. Astrographic Catalogue 1900'0. Oxford Section, Dec. + 24° to + 32°. Vol. VII, 1911, in-4°.

*Fisher (J.)*. The «impatience theory» of interest. A study of the causes. Determining the rate of interest. Bologne, 1911 ; extr. in-8° (24 p.).

*Cerrolaza (Angel)*. El materialismo triunfante ! (Astronomia, historia natural, fisica, química y psicología.) Madrid, 1911 ; in-8° (xi-99 p.).

*Perrin (René)*. Contribution à la connaissance du groupe de l'acide diphénylacétique. (Thèse.) Fribourg, 1911 ; in-8° (85 p., fig.).

*Przemyski (Stanislas)*. Recherches sur la vaporisation sous l'influence d'un courant gazeux. (Thèse.) Neuchatel, 1911 ; in-8° (87 p., fig.).











## TABLE DES MATIÈRES.

CLASSE DES SCIENCES. — *Séance du 14 octobre 1911.*

### Correspondance.

- Notification du décès de Michel-Auguste Levy, associé. — M. le Ministre des Sciences et des Arts soumet, pour appréciation, le rapport de M. Micheels sur ses recherches à la Station zoologique de Naples. — Remerciements de M. Leriche, lauréat du concours de Selys-Longchamps. — Hommages d'ouvrages. — Travaux à l'examen . . . . . 737

### Élections.

- Présentation des candidats aux places vacantes . . . . . 739

### Rapports.

- Avis de MM. Massart et Gilkinet (Aposporie et sexualité chez les Mousses, III; par MM. Élie et Émile Marchal) . . . . . 739  
Rapports de MM. de la Vallée Poussin et Demoulin (Quelques remarques sur le multiplicateur de Jacobi et le multiplicateur généralisé; par Th. De Donder) . . . . . 739, 740

### Communications et lectures.

- ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Quelques remarques sur le multiplicateur de Jacobi et le multiplicateur généralisé*; par Th. De Donder. . . . . 740  
PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Aposporie et sexualité chez les Mousses, III* (1 planche); par Élie et Émile Marchal. . . . . 750

- Bulletin bibliographique . . . . . 779

---

*Il ne sera donné suite aux demandes de combler les lacunes dans les publications de l'Académie, que pour autant que ces lacunes ne remontent pas au delà de cinq ans.*



493  
b

ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE

BULLETIN



DE LA

CLASSE DES SCIENCES

1911 — N° 11



BRUXELLES

HAYEZ, IMPRIMEUR DES ACADEMIES ROYALES DE BELGIQUE

Rue de Louvain, 112

1911



## CLASSE DES SCIENCES

---

*Séance du 4 novembre 1911.*

M. J. NEUBERG, directeur.

M. le chevalier EDMOND MARCHAL, secrétaire perpétuel.

Sont présents : MM. Ch. Francotte, *vice-directeur*; C. Maisie, Ch. Van Bambeke, Alf. Gilkinet, M<sup>el</sup> Mourlon, P. Mansion, P. De Heen, C. le Paige, J. Deruyts, L. Fredericq, V. Masius, C. Vanlair, A. Jorissen, Paul Pelseneer, A. Lameere, Th. Durand, Max. Lohest, F. Swarts, J. Massart, *membres*; A. Demoulin, A. Rutot, A. de Hemptinne, P. Stroobant et Ch. Julin, *correspondants*.

Absences motivées : MM. Ch. Lagrange, A. Gravis, Ch.-J. de la Vallée Poussin et L. Dollo.

---

---

### CORRESPONDANCE.

---

M. le Secrétaire perpétuel donne lecture de la lettre de M. A. Van der Mensbrugghe fils, suppléant de l'auditeur militaire de la Flandre orientale, annonçant, au nom de sa famille, la mort de leur père, Gustave Van der Mensbrugghe, membre de la Classe depuis 1883, décédé à Melle, le 20 octobre de l'année actuelle. Il fait savoir, en même temps, que les funé-

railles auront lieu à Gand, à la suite de la solennité académique à l'Université.

M. le Secrétaire perpétuel fait savoir que, se conformant à l'usage, il a adressé les condoléances de la Classe à la famille du regretté défunt.

M. Neuberg prononce les paroles suivantes :

« Pour la cinquième fois dans l'espace de huit mois, la Classe des sciences de l'Académie de Belgique a été cruellement éprouvée par la perte de l'un de ses membres : Gustave Van der Mensbrugghe est mort le 20 octobre à Gand.

Les funérailles, auxquelles votre Directeur a eu la douloureuse mission de représenter la Classe et d'adresser un dernier adieu au défunt, ont été très imposantes et témoignent des sympathies générales que notre bien estimé confrère s'était acquises pendant sa longue et laborieuse carrière.

Van der Mensbrugghe a occupé parmi nous une place très importante ; il a été appelé au fauteuil de directeur en 1895. Nombreux sont les articles qu'il a fait paraître dans nos publications : mémoires de géométrie ou de physique, rapports sur des travaux de physique, de mécanique ou d'astronomie, notices biographiques sur les académiciens décédés. Il a été plusieurs fois membre du jury chargé de décerner le prix quinquennal des sciences physiques et mathématiques ou commissaire pour les prix dont dispose la Classe. Dans votre séance du 9 avril 1910, vous avez tenu à vous associer à l'hommage public rendu à ce savant confrère qui venait d'obtenir le prix décennal de physique et de chimie expérimentales.

L'Académie gardera toujours un souvenir sympathique et reconnaissant à Van der Mensbrugghe, qui a jeté un vif éclat sur notre Classe par ses recherches : la dignité de sa vie et son culte désintéressé de la science, l'aménité de son caractère, sa bienveillance encourageante envers les jeunes adeptes de la science lui avaient assuré l'amitié sincère de tous ceux qui ont été en contact avec lui. »



— M. le Ministre des Sciences et des Arts demande que la Classe lui soumette une liste double de candidats pour la formation du jury chargé de juger la deuxième période du concours décennal des sciences zoologiques.

— M. le Dr De Meyer adresse ses remerciements pour le prix Théophile Gluge qui lui a été décerné.

— L'administration communale de Jalhay remercie pour la communication qui lui a été faite du vœu adressé par la Classe au Gouvernement, au sujet de la création de réserves au plateau de la Baraque-Michel.

— Les travaux manuscrits suivants sont renvoyés à l'examen :  
*La migration des oiseaux au printemps*; par Édouard Demachy. — Commissaire : M. Lameere.

*Étude sur la machine d'Atwood*; par Charles François, de Liège. — Commissaire : M. De Heen.

— Hommages d'ouvrages :

Par M. le Ministre des Sciences et des Arts :

*Flora Batava*, aflevering 359-363.

Par M. A.-J.-J. Vandavelde :

*Répertoire international des travaux publiés sur la composition, l'analyse et les falsifications des denrées alimentaires, 1909.*

Par M. A. Slosse :

*Étude sur la glycolyse aseptique dans le sang.* — Remerciements.

*Discours prononcé aux funérailles de Gustave Van der Mensbrugghe, par M. NEUBERG, directeur de la Classe.*

La Classe des sciences de l'Académie royale de Belgique a été cruellement éprouvée en ces derniers temps. Après avoir vu disparaître Fraipont, Éd. Van Beneden, Félix Plateau, Terby, Édouard Dupont et Spring, elle déplore aujourd'hui la perte de Gustave Van der Mensbrugghe. Comme Directeur de la Classe, je viens saluer une dernière fois la dépouille de l'un de ses membres les plus distingués et les plus aimés, et payer un juste tribut à sa mémoire.

Né à Gand en 1833, le défunt a fait de brillantes études à l'Athénée de cette ville, où il a eu pour professeur l'illustre mathématicien Schaar, qui a exercé une grande influence sur le choix de ses études supérieures et dont il avait toujours gardé un souvenir affectueux et reconnaissant. Après avoir obtenu le grade de docteur en sciences physiques et mathématiques, il fut chargé aux Écoles spéciales des répétitions du cours de physique expérimentale et mathématique, d'un cours de compléments de mathématiques élémentaires pour certaines catégories d'élèves et d'un cours d'exercices mathématiques pour les élèves de l'École normale des sciences. Élève de cette dernière école à cette époque, j'ai eu le bonheur d'être en contact avec cet excellent maître, et j'ai pu apprécier de bonne heure la valeur de son enseignement et l'aménité de son caractère.

La belle carrière professorale et scientifique de Van der Mensbrugghe vient d'être retracée par les autorités universitaires. Je puis donc limiter ma tâche à un exposé succinct de ce qu'il a été pour l'Académie. Les publications académiques renferment près de cent soixante mémoires ou articles dus à ce laborieux confrère, et il serait impossible d'analyser ici ces travaux avec toute l'ampleur qu'ils méritent; la tâche d'apprécier une œuvre

si importante sera confiée à un académicien mieux qualifié par ses études spéciales.

Le premier mémoire adressé par Van der Mensbrugghe à l'Académie, en 1863, est une note sur la *Théorie mathématique des courbes d'intersection de deux lignes tournant dans le même plan autour de deux points fixes* ; il fut suivi, en 1864 et en 1865, de deux autres notes de géométrie. Je cite encore immédiatement la note intitulée : *Discussion et réalisation expérimentale d'une surface particulière à courbure moyenne nulle* ; ce travail se rattache à un célèbre mémoire de Joseph Plateau.

Secondant dans ses recherches cet illustre confrère atteint de cécité à la suite d'expériences mémorables, Van der Mensbrugghe ne tarda pas à prendre lui-même un rang distingué parmi les physiciens. Un grand nombre de ses notes se rapportent aux propriétés physiques des liquides. En opposition avec la théorie de Laplace, il soutenait que la surface des liquides est soumise à une tension ; plusieurs expériences ingénieuses, dont il est l'auteur, semblent confirmer cette nouvelle manière d'envisager une partie de la physique. Il a appliqué ses vues à l'explication d'un grand nombre de phénomènes.

Dès ses premiers travaux, il avait conquis l'estime du grand chimiste Stas, qui devint pour lui un protecteur éclairé.

Élu correspondant de l'Académie en 1875 et membre titulaire en 1883, Van der Mensbrugghe fut souvent chargé de faire rapport sur les mémoires de physique et même de mécanique ou d'astronomie. Ces rapports témoignent de connaissances solides et étendues. Il fut plusieurs fois membre du jury chargé de décerner le prix quinquennal de sciences physiques et mathématiques. En 1910, il remporta lui-même le prix décennal de physique et de chimie expérimentales. Durant de longues années, il se consacra, comme délégué de la Classe des sciences, aux travaux de la Commission de la *Biographie nationale*, dont il a été élu vice-président en 1906.

Mentionnons encore ses notices biographiques sur quelques académiciens décédés : Joseph Plateau, son beau-père, Duprez,

Montigny, Ernest Quetelet et Richard Van Rees. Ces notices passent à juste titre pour des modèles du genre.

Je crois traduire le sentiment commun en exprimant ici les profonds et sympathiques regrets que laisse la mort de Van der Mensbrugghe. Ce fut un savant aussi sagace que laborieux. Il a noblement servi la science; il l'a honorée en même temps par la dignité de sa vie et par le culte absolu de la science.

Adieu, cher et excellent confrère, adieu. L'Académie te gardera toujours un souvenir affectueux.

---

PRIX ÉMILE LAURENT.

(2<sup>e</sup> période : 1909-1910.)

Rapport de M. Gilkinet, premier commissaire.

« Un seul ouvrage est présenté pour le prix Laurent : *l'Esquisse de la géographie botanique de la Belgique*, par Jean Massart.

Dans cet important ouvrage, l'auteur cherche à déterminer, dans la mesure du possible, tous les facteurs qui interviennent dans la distribution des plantes belges : conditions climatiques, géologiques, hydrologiques, dépendantes de la composition chimique du sol, etc. De plus, dans une même région géologique, quelles sont les adaptations qui se manifestent chez les végétaux habitant les rochers nus, exposés au soleil, quelles raisons motivent l'association de certaines espèces, pourquoi telle plante ne se rencontre-t-elle que dans des stations très limitées, alors que d'autres, au contraire, s'adaptent à des milieux très différents les uns des autres? Enfin d'où proviennent nos espèces botaniques; sont-elles les descendantes d'ancêtres ayant vécu dans les périodes géologiques antérieures, sont-elles nées sur place, ont-elles immigré sous certaines influences, telles, par exemple, que la période glaciaire?

On voit combien est complexe le problème à résoudre et l'intérêt que sa solution présente.

M. Massart donne d'abord une esquisse géologique de la Belgique aux différents âges et à la période actuelle; de petites cartes géologiques permettent de suivre les transformations diverses par lesquelles notre sol a passé. Il entre ensuite au cœur de son sujet en examinant successivement le climat des différentes régions, la nature et la composition du sol, l'influence de l'interdépendance des organismes, c'est-à-dire les effets produits par la lutte pour l'existence.

Il étudie ensuite les types d'associations végétales : endroits incultes (avec végétation éparse ou serrée), les cultures (forêts, prairies, champs labourés) et leurs abords immédiats, il décrit enfin les différents districts botaniques : dunes, alluvions marines, polders, etc., etc., jusqu'aux districts subalpin et jurassique.

Tel est le programme suivi par M. Massart. On conçoit qu'il soit impossible dans un rapport tel que celui-ci de donner une analyse détaillée de ce travail, soumis à notre appréciation; il renferme de nombreux tableaux, de nombreuses analyses, de nombreuses énumérations de plantes; disons toutefois qu'il a coûté à son auteur une somme considérable de recherches et qu'il présente, d'un bout à l'autre, un puissant intérêt.

Un volume entier de planches renfermant 216 phototypies simples et 246 phototypies stéréoscopiques, représentant l'aspect de nos différentes régions botaniques, est joint à l'œuvre de M. Massart et illustre parfaitement son texte.

Au point de vue scientifique, l'*Esquisse de la géographie botanique de la Belgique* mérite entièrement le prix Laurent.

Le règlement du concours pour ce prix est ainsi rédigé :

Un prix biennal de 500 francs est décerné, *alternativement* :

1° A l'auteur belge ou aux auteurs belges du meilleur travail relatif à l'étude de la flore ou des productions végétales de l'État indépendant du Congo (y compris les travaux d'anatomie et de physiologie des plantes congolaises) ;

2° A l'auteur belge ou aux auteurs belges du meilleur travail relatif à la botanique, y compris ses applications agricoles et horticoles (à l'exclusion des travaux visés par le 1°).

A l'expiration de la première période (1907-1908), le prix a été décerné à notre collègue M. Durand et à M<sup>me</sup> Hél. Durand pour leur *Flore du Congo*. Pour la deuxième période, le prix doit être décerné à un mémoire répondant au paragraphe 2°.

Le travail de M. Massart se trouve exactement dans les conditions exigées par ce paragraphe. De plus, il a été publié pendant les quatre années qui précèdent la clôture du concours, enfin il est écrit en français comme l'exige le règlement; je propose donc d'attribuer le prix Laurent à l'*Esquisse de la géographie botanique de la Belgique* de M. Jean Massart. »

---

**Rapport de M. Gravis, deuxième commissaire.**

« Le deuxième commissaire partage entièrement l'opinion du premier commissaire concernant la valeur du remarquable travail de M. Jean Massart. Il déclare se rallier aux conclusions du rapport si complet, dit-il, de M. le Prof<sup>r</sup> A. Gilkinet. »

---

**Rapport de M. Th. Durand, troisième commissaire.**

« Le troisième commissaire souscrit aussi entièrement aux conclusions du rapport proposant d'accorder le prix Émile Laurent, pour la période 1909-1910, à M. le Prof<sup>r</sup> J. Massart, pour son *Esquisse de la géographie botanique de la Belgique*. »

— Le jugement sera prononcé à la prochaine séance.

---

---

RAPPORTS.

Sur l'avis verbal de M. De Heen, la Classe décide le dépôt aux archives des travaux suivants :

*La nature véritable de l'électricité*; par M. H. Wilmotte.

*Sur les probabilités de la formation des mondes et sur la nature de l'électricité et sa provenance*; par M. Augustin Meuris.

— La Classe entend la lecture des rapports de MM. L. Fredericq, Ch. Van Bambeke et A. Gravis sur les recherches biologiques de M. Henri Micheels, au laboratoire de la Station zoologique de Naples. — Renvoi à M. le Ministre des Sciences et des Arts.

*Nouvelles recherches sur la vitesse de saccharification de l'amidon* (sixième mémoire); par H. VAN LAER.

Rapport de M. A. Jorissen, premier commissaire.

« Poursuivant ses recherches sur la vitesse de saccharification de l'amidon par la diastase, M. Van Laer expose minutieusement, dans le sixième mémoire qu'il adresse à l'Académie, les conditions dans lesquelles s'effectue ce phénomène complexe et formule les lois qui, à son avis, régissent la transformation.

Il n'est pas possible de résumer ce travail qui complète les communications précédentes de l'auteur et dont nous proposons l'impression dans le *Bulletin* de la séance. »

M. Gilkinet, second commissaire, s'étant rallié à ces conclusions, elles sont mises aux voix et adoptées.

---

---

## ÉLECTIONS.

---

Il est procédé à la formation d'une liste de dix noms pour le choix, par le Gouvernement, du jury chargé de juger la deuxième période (1902-1911) du concours décennal des sciences zoologiques. Cette liste sera transmise à M. le Ministre des Sciences et des Arts.

La Classe se constitue en comité secret pour l'adoption d'une candidature nouvelle pour la place d'associé. La liste a été close ensuite.

La discussion des titres des candidats présentés aura lieu dans la séance du 2 décembre.

---

## COMMUNICATIONS ET LECTURES.

---

**ASTRONOMIE. — Note sur l'hypothèse de M. Kr. Birkeland relative à la nature des anneaux de Saturne;**

par P. STROOBANT, correspondant de l'Académie.

M. Birkeland (1) critique l'hypothèse de Maxwell, déjà énoncée par Cassini II dans ses *Eléments d'astronomie* (1715), d'après laquelle les anneaux de Saturne seraient constitués par une multitude de corpuscules circulant autour de la planète suivant les lois de Képler.

---

(1) *Comptes rendus de l'Académie des sciences de Paris*, 7 août 1911.



Selon l'auteur de la note insérée dans les *Comptes rendus*, les anneaux seraient produits par une radiation électrique de la planète.

Disons d'abord que les photographies d'anneaux obtenus artificiellement par M. Birkeland ne sont pas, suivant nous, de nature à faire naître chez les astronomes la conviction que le phénomène décrit entre réellement en jeu dans l'existence des anneaux de Saturne.

Les recherches de Maxwell, Hirn, etc., ont montré que l'hypothèse des corpuscules indépendants permet d'expliquer l'existence presque indéfinie des anneaux de Saturne, qui, s'ils étaient formés d'une matière continue, solide ou fluide, seraient dans un état d'équilibre instable ou devraient se rapprocher constamment de la planète.

Contrairement à ce que semble penser M. Birkeland, la faible épaisseur des anneaux n'est pas un obstacle à leur permanence ; même en adoptant la valeur de 21 kilomètres, qu'il donne d'après Russell, il suffit d'admettre que l'inclinaison des orbites des corpuscules sur le plan de l'équateur de Saturne ne dépasse pas 20'' ou 30'', ce qui n'a rien d'anormal étant donné que, suivant H. Struve, ces inclinaisons sont respectivement 1',4 et 4',0 pour Encelade et Dioné, le deuxième et le quatrième satellite de Saturne.

La faible masse de l'anneau ne constitue certes pas une objection à la théorie de Maxwell : la petitesse de la masse de l'anneau par rapport à celle de la planète est au contraire une condition de stabilité (1).

On sait, du reste, que la valeur trouvée pour la masse est

---

(1) J. C. MAXWELL, *On the stability of the motion of Saturn's rings*, p. 25. — TISSERAND, *Méc. cél.*, t. II, p. 183.

assez incertaine : elle résulte de la combinaison du déplacement de la ligne des nœuds ou de la ligne des apsides de certains satellites, déterminations d'ailleurs très délicates.

Ensuite les recherches de Seeliger, basées sur les observations photométriques effectuées par Müller, à Potsdam, ont confirmé l'hypothèse de Maxwell.

D'autre part, la nature du spectre et le déplacement des raies, mesuré par Keeler, Deslandres, Belopolsky, etc., semblent devoir soulever une objection des plus graves à la théorie hardie de M. Birkeland.

Enfin, nous ne voyons pas comment on pourrait expliquer dans cette hypothèse la disparition périodique des anneaux quand leur plan passe entre le Soleil et la Terre, et surtout les ombres si nettes et *absolument noires* projetées par la planète sur les anneaux et par ceux-ci sur le globe de Saturne.

Pour ces diverses raisons, mécaniques et physiques, nous croyons que c'est à juste titre que l'hypothèse de Maxwell continuera à être généralement admise par les astronomes.

---

**CHIMIE. — Nouvelles recherches sur la vitesse  
de saccharification de l'amidon (sixième mémoire) ;**

par HENRI VAN LAER, directeur de l'Institut supérieur de brasserie de Gand,  
professeur à l'École des mines et Faculté polytechnique du Hainaut.

**LA LOI DE PROPORTIONNALITÉ DE KJELDAHL ET L'ACTION RALENTISSANTE  
DES PRODUITS DE LA RÉACTION.**

Nous avons vu que lorsqu'une solution de diastase arrive au contact d'une solution d'amidon, l'action débute par la formation rapide d'une combinaison d'adsorption entre l'enzyme et son substrat. Celui-ci fixe une certaine quantité de diastase grâce à laquelle la saccharification procède ensuite plus ou moins rapidement, mais en suivant toujours, d'une façon apparente ou déguisée, la loi des réactions unimoléculaires.

Si l'on suppose, à température invariable, des solutions d'amidon identiques, mais renfermant, sous le même volume, des quantités de diastase croissant comme 1 : 2 : 3 : 4 : 5... , les poids des corps réducteurs formés pendant  $\theta$  minutes quelconques de la réaction dépendent directement de la concentration et de la nature de la combinaison ou des combinaisons d'adsorption présentes pendant ces  $\theta$  minutes, indirectement des concentrations de l'amidon et de la diastase. En comptant les temps à partir du début et en procédant aux dosages, par la liqueur de Fehling, après une période assez courte pour que l'on puisse supposer, à chaque instant, les solutions considérées comme ayant même concentration en amidon, les *poids des corps réducteurs* trouvés ne dépendront plus que des *quantités de diastase employées*.

Kjeldahl (\*) a formulé, dès 1878, entre ces deux grandeurs

---

(\*) *Meddelelser fra Carlsberg Laboratoriet*. Traduction française, pp. 409 et suiv., 1878.

la relation suivante, connue sous le nom de « loi de proportionnalité » :

« On peut dire avec une grande approximation que le rapport entre la teneur en diastase (pouvoir fermentatif) de deux dissolutions d'extrait de malt peut être exprimé par le pouvoir réducteur (\*) qu'elles produisent, lorsqu'elles agissent toutes les deux sur un même poids d'amidon, à la même température et pendant le même temps, le pouvoir réducteur ne dépassant pas 25'' à 30''. »

Comme on le voit, d'après Kjeldahl lui-même, cette relation, toujours approximative, n'est vraie que dans certaines limites. Lorsque le pouvoir réducteur de l'un des systèmes dépasse 30 (45 % de maltose environ), on remarque que la production du sucre augmente toujours dans une plus faible proportion. En réalité, le rapport entre la quantité de sucre formé et celle de la diastase mise en œuvre tend à diminuer au fur et à mesure que l'on utilise plus de ferment.

La loi de proportionnalité, à cause de l'intérêt pratique qu'elle présente au point de vue de la détermination de la capacité diastasique des malts, a fait l'objet d'un grand nombre de travaux. Certains chimistes en ont contesté l'exactitude, d'autres l'ont confirmée en insistant surtout sur l'action ralentissante des produits de la réaction. Sans celle-ci, la loi continuerait à se vérifier bien au delà des limites fixées par le savant danois.

Celui-ci décrit une expérience dans laquelle on voit des quantités identiques de diastase, toutes conditions étant les mêmes d'ailleurs, produire, à très peu de chose près, des quantités égales de maltose dans des milieux dont les pouvoirs réducteurs étaient respectivement de 44 et de 11.5.

Brown et Héron (\*\*) ont contesté que les produits de dédoublement de l'amidon puissent devenir gênants pour la diastase.

---

(\*) Kjeldahl a exprimé ses pouvoirs réducteurs en glucose.

(\*\*) *Liebig's Ann.*, t. XCIX, p. 227; 1879.

Ces résultats sont en opposition avec ceux que l'on trouve dans un travail récent de Wohl et Glimm (\*). Ces savants ont vu le maltose, à la concentration de 5 %, réduire de 25 % le sucre formé, au bout d'une heure, dans un empois de 3 %. L'action gênante du maltose augmente avec sa concentration : lorsque celle-ci est de 40 %, la diastase peut être complètement inhibée. Le produit principal de la réaction gêne donc le ferment, mais le ralentissement ne se manifeste, dans ces expériences, que lorsque la concentration du sucre ajouté dès le début de la réaction est considérable, relativement à celle qui peut résulter de l'hydrolyse de l'amidon mis en œuvre.

Demandons-nous d'abord quelle est l'importance de cette action retardatrice quand la diastase, opérant dans des solutions d'amidon peu concentrées, n'aura jamais devant elle que des quantités de maltose forcément réduites.

Les séries de saccharifications suivantes, exécutées toutes à 25° C., précisent ce point.

SÉRIE I. — Systèmes mis en œuvre :

a) 520 centimètres cubes de solution renfermant 15 grammes d'amidon sec et 5 centimètres cubes d'une solution de diastase Merck à 2 %;

b) 520 centimètres cubes de solution renfermant 15 grammes d'amidon sec, 7<sup>gr</sup>5 de maltose anhydre et 5 centimètres cubes de diastase Merck à 2 %;

c) 520 centimètres cubes de solution renfermant 15 grammes d'amidon sec, 15 grammes de maltose anhydre et 5 centimètres cubes de diastase Merck à 2 %.

Les tableaux donnent, pour diverses valeurs de  $\theta$ , les quantités  $x$  de corps réducteurs produits, toujours au détriment de 3 grammes d'amidon. Les valeurs de  $K_{2,7} \cdot 10^6$  ont été calculées en même temps.

---

(\*) *Bioch. Zeit.*, t. XXVII, p. 349; 1910.

θ en minutes.	a		b		c	
	<i>x</i>	$K_{2.7} \cdot 10^6$	<i>x</i>	$K_{2.7} \cdot 10^6$	<i>x</i>	$K_{2.7} \cdot 10^6$
60	0,9328	3068	0,9328	3068	0,9280	3040
120	1,6328	3359	1,6304	3350	1,5910	3220
180	2,124	3727	2,105	3648	2,094	3604

SÉRIE II. — Systèmes mis en œuvre :

a) 500 centimètres cubes d'amidon soluble à 3 % d'amidon sec + 10 centimètres cubes d'eau + 5 centimètres cubes d'extrait de malt à 10 %;

b) 500 centimètres cubes d'amidon soluble à 3 % d'amidon sec + 5 centimètres cubes d'eau + 5 centimètres cubes d'une solution de maltose à 30 % + 5 centimètres cubes d'extrait de malt à 10 %.

Le système *b* ne diffère donc du système *a* que par la présence, sous le même volume (515 centimètres cubes), de 1<sup>gr</sup>5 de maltose, c'est-à-dire le  $\frac{1}{10}$  du poids d'amidon mis en œuvre.

Les valeurs trouvées pour *x* et  $K_{2.7} \cdot 10^6$  sont les mêmes dans les deux cas.

θ en minutes.	<i>x</i>	$K_{2.7} \cdot 10^6$	θ en minutes.	<i>x</i>	$K_{2.7} \cdot 10^6$
30	0,6280	3833	120	1,9208	4495
60	1,166	4086	180	2,425	5510

SÉRIE III. — Même expérience que la précédente, mais le système *b* contient un poids de maltose égal au  $\frac{1}{5}$  du poids de l'amidon employé.

θ en minutes.	<i>a</i>		<i>b</i>	
	<i>x</i>	$K_{2.7} \cdot 10^6$	<i>x</i>	$K_{2.7} \cdot 10^6$
30	1,001	6706	0,9713	6456
60	1,9014	8818	1,8383	8266
120	2,532	10040	2,484	9144

Sous une faible concentration, le maltose exerce donc encore une action inhibante sur la diastase, mais cette influence, presque négligeable, est incapable, dans tous les cas, de s'opposer à des accroissements sensibles de *K*.

La combinaison *maltose* + *diastase* paraît résulter de l'union de très petites quantités de ferment avec un grand excès de sucre.

LA LOI DE PROPORTIONNALITÉ DE KJELDAHL ET LA LIMITE  
DE LA SACCHARIFICATION.

Il n'est pas inutile d'insister, avant tout, sur une précaution qui ne doit pas être perdue de vue lorsqu'on étudie l'influence exercée par la concentration diastasique sur la vitesse de formation du maltose. On ne procédera à la comparaison des pouvoirs réducteurs qu'aux moments où les solutions se trouvent encore assez éloignées de la limite de transformation, telle qu'elle a été comprise dans cette série de mémoires.

En effet, si dans le système dont la marche est la plus rapide, la limite de saccharification est atteinte avant que la période de

temps considérée soit révolue, son pouvoir réducteur restera très sensiblement stationnaire pendant que celui des autres continuera à s'accroître. De plus, en admettant le cas de deux solutions arrivées à leur limite à l'instant où l'expérience est interrompue, la quantité de substances réductrices produites pourra paraître indépendante de la concentration du ferment.

Ces deux éventualités sont réalisées dans l'expérience suivante :

SÉRIE IV. — 100 centimètres cubes d'une solution de fécule pure à 3 % ont été traités, d'une part par 10 centimètres cubes d'extrait de malt, d'autre part par 5 centimètres cubes d'eau et 5 centimètres cubes du même extrait. Après cent soixante et cent quatre-vingts minutes de saccharification à 25° C., on a trouvé pour  $x$  :

θ en minutes.	10 centimètres cubes d'extrait.	5 centimètres cubes d'extrait.
160	2,70	2,51
180	2,70	2,70

La première réaction (10 centimètres cubes d'extrait) est pratiquement terminée lorsque la seconde est encore capable de progresser. Après cent quatre-vingts minutes, la vitesse de formation du maltose est, en apparence, indépendante de la quantité de diastase employée. En fait, les deux transformations sont achevées parce que nous n'envisageons comme saccharifiable avec une égale facilité qu'un poids d'amidon équivalent à 90 % de maltose. Malgré la coloration jaunée donnée par l'iode, au moment où la limite est atteinte, il y a encore, dans



la liqueur, des dextrines transformables en maltose, avec une lenteur extrême.

On ne considérera donc les courbes de saccharification que dans les régions éloignées du point correspondant à la limite.

LES LIMITES DE LA LOI DE PROPORTIONNALITÉ. — QUELQUES CAUSES DE DÉROGATION.

Lorsque, tenant compte de la précaution précédente, on compare les valeurs de  $X$ , c'est-à-dire de la fraction du travail total produit, à partir desquelles la loi de proportionnalité cesse de se vérifier, on trouve des chiffres assez différents de ceux de Kjeldahl.

En reprenant les travaux des principaux auteurs qui se sont occupés, directement ou indirectement, de la question et en calculant avec leurs données les valeurs de  $X_{90\%}$ , j'ai obtenu parfois des nombres aussi faibles que 0,248 (\*). Dans l'une des expériences de Kjeldahl, on voit la loi de proportionnalité se vérifier encore pour  $X = 0,4267$  (\*\*), tandis que dans une autre (\*\*\*), la proportionnalité se manifeste à peine pour  $X = 0,3294$ .

En réalité, si l'on représente, dans un système d'axes coordonnés rectangulaires, les résultats par des courbes dont les ordonnées sont les pouvoirs réducteurs accusés après  $\theta$  minutes, et les abscisses, les volumes en centimètres cubes de l'extrait de malt, ces courbes ne se rapprochent qu'exceptionnellement de lignes droites. Presque toujours elles s'infléchissent de plus en plus vers l'axe des abscisses, et cela souvent à partir d'un point très voisin de l'origine. Dans le cas où le phénomène conserve une allure sensiblement linéaire, celle-ci se poursuit parfois sur un parcours bien plus long que celui qui a été fixé par Kjeldahl.

---

(\*) EFFRONT, *Mon. scientifique*, août 1904.

(\*\*) *Loc. cit.*, chiffres du dessus de la page 134.

(\*\*\*) *Loc. cit.*, p. 117.

Dans la série VI, reproduite plus bas, la droite ne subit pas d'inflexion avant  $X = 0,637$ . C'est parce que, à côté de l'influence paralysante du maltose, presque négligeable quand on opère avec des systèmes amylicés peu concentrés, il y a une série d'actions, les unes accélératrices, les autres retardatrices, capables de modifier, de la façon la plus inattendue, les limites de la loi de proportionnalité. La valeur accusée par  $x$  au bout du temps  $\theta$  d'une saccharification est au fond la résultante d'effets compliqués, comme nous le comprendrons bientôt.

J'ai signalé antérieurement comme actions retardatrices l'hétérogénéité de l'amidon, surtout lorsqu'il est employé sous forme d'empois, l'atténuation de la diastase par la chaleur. Ce fut le grand mérite de J.-S. Ford d'avoir montré l'influence secondaire perturbatrice exercée sur la loi de Kjeldahl par les impuretés contenues dans l'amidon et dans l'extrait de malt. J'ai fait allusion à ces recherches dans un mémoire antérieur<sup>(\*)</sup>; il est utile d'y revenir ici plus longuement.

A la suite d'un travail dans lequel Ling contestait l'exactitude de la loi de proportionnalité pour les extraits de malt vert, J.-S. Ford reprit l'étude de la question. Il opéra sur un amidon soluble Lintner, neutre à l'acide rosolique, et des extraits de malt vert et d'orge obtenus par agitation, pendant une heure, de 20 à 25 grammes de mouture avec 500 centimètres cubes d'eau. Les saccharifications furent conduites, à diverses températures, de 15 à 56° C., pendant une heure. A cet effet, 70 centimètres cubes des solutions d'amidon mises en œuvre reçurent des volumes différents de l'extrait actif; le volume total des mélanges appartenant à une même série était respectivement de 70,5 — 71 — 72 ... 80 — 81 centimètres cubes. La concentration en amidon variait, suivant les essais, de 4<sup>gr</sup>5 à 2<sup>gr</sup>55 pour 70 centimètres cubes. L'auteur conclut des dosages du maltose, effectués par la liqueur de Fehling, que la loi de

---

(\*) Mon troisième mémoire, p. 153.

proportionnalité se maintient aussi longtemps que le pouvoir réducteur de la liqueur la plus riche en diastase ne dépasse pas 30 à 40. L'examen des rapports des poids de sucre produit au volume d'extrait diastasique employé montre cependant, dans presque toutes les séries du savant anglais, une tendance à la décroissance.

Il est curieux, en présence de l'action incontestable exercée sur la production du sucre par les conditions chimiques du milieu dans lequel l'enzyme agit, de rappeler que Kjeldahl a établi sa loi sans tenir compte des précautions méticuleuses de Ford. De plus, dans toutes mes expériences, le volume de la solution du ferment par rapport au volume total du système, généralement supérieur à 500 centimètres cubes, a toujours été trop faible pour que les matériaux apportés en même temps que la diastase aient pu amener une perturbation sérieuse dans le phénomène.

Il y a donc d'autres causes qui ont déterminé la quantité de corps réducteurs trouvée après 9 minutes, lorsque la réaction est interrompue.

Si l'on calcule, pour les diverses séries de Ford, les valeurs de  $K_{90\%} \cdot 10^6$ , on trouve les nombres ci-après :

TABLE I (malt vert).

*Essai à 16° C.*  $K_{90\%} \cdot 10^6$  croit de 145 à 3628 quand le volume d'extrait de malt croit de 0.5 à 11 c. c.

*Essai à 20° C.*  $K_{90\%} \cdot 10^6$  croit de 556 à 3513 quand le volume d'extrait de malt croit de 0.5 à 3 c. c.

*Essai à 40° C.*  $K_{90\%} \cdot 10^6$  croit de 160 à 5031 quand le volume d'extrait de malt croit de 0.25 à 6 c. c.

*Essai à 56° C.*  $K_{90\%} \cdot 10^6$  croit de 690 à 5441 quand le volume d'extrait de malt croit de 0.5 à 3 c. c.

TABLE II (orge).

*Essai à 15° C.*  $K_{90\%} \cdot 10^6$  croît de 578 à 6574 quand le volume d'extrait croît de 1 à 10 c. c.

*Essai à 16° C.*  $K_{90\%} \cdot 10^6$  croît de 105 à 1088 quand le volume d'extrait croît de 1 à 10 c. c.

*Essai à 20° C.*  $K_{90\%} \cdot 10^6$  croît de 1016 à 2305 quand le volume d'extrait croît de 0.5 à 10 c. c.

*Essai à 40° C.*  $K_{90\%} \cdot 10^6$  croît de 338 à 4181 quand le volume d'extrait croît de 1 à 10 c. c.

*Essai à 56° C.*  $K_{90\%} \cdot 10^6$  croît de 261 à 3056 quand le volume d'extrait croît de 0.5 à 5 c. c.

Ce sont toutes saccharifications à faible vitesse; les premiers termes de chaque série sont donc probablement des réactions logarithmiques.

Or, si l'on considère deux transformations unimoléculaires chez lesquelles la proportionnalité entre  $x$  et les quantités de diastase employées se vérifie rigoureusement après les  $\theta$  premières minutes de la transformation, cette proportionnalité cessera d'exister mathématiquement après  $\theta$  minutes, parce que la concentration en amidon décroît plus rapidement dans la solution la plus diastasique. C'est ce que montrent les réactions hypothétiques suivantes, supposées exécutées avec des solutions d'amidon à 3% :

$\theta$ en minutes.	$x$	X	$K_{2.7} \cdot 10^6$	$x'$	X	$K_{2.7} \cdot 10^6$	$\frac{x'}{x}$
20	0.405	0,150	2353	0,810	0,300	5166	2
60	0,74925	0,2737	2315	1,377	0,510	5165	1,85
90	1,04186	0,3858	2352	1,7739	0,6370	5164	1,72
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
180	1,6817	0,6228	2348	2,3823	0,8823	5162	1,41

Le rapport  $\frac{x'}{x}$  va en décroissant parce que, après trente minutes, la concentration en amidon, ou plutôt la quantité de corps réducteurs encore susceptibles d'être produits, est moindre dans la deuxième réaction que dans la première. Un observateur qui aurait procédé à ses déterminations après trente minutes, aurait conclu à l'exactitude de la loi de proportionnalité; celui qui aurait effectué ses dosages après une heure, l'aurait trouvée en défaut et, dans la manière de voir actuelle, aurait attribué les écarts à l'action retardatrice du maltose formé.

Les écarts sont d'autant plus importants que les réactions sont plus avancées. D'autre part, la dérogation à la loi de Kjeldahl est plus manifeste dans les transformations rapides.

Soit, par exemple, une saccharification logarithmique dans laquelle la quantité de maltose produite, au bout de soixante minutes, serait égale à 40 % du poids de maltose correspondant à la limite de 2.7. On aurait  $x = 1.08$  et  $K_{2.7} \cdot 10^6 = 3698$ . Si on calcule  $x$  pour  $\theta = 180$ , on obtient 2,11707. Pour la transformation logarithmique dans laquelle  $x$  serait, après une heure, égal à 0,54 ( $K_{2.7} \cdot 10^6 = 1616$ ), on obtiendrait, après cent quatre-vingts minutes,  $x = 1,31787$ . La loi de Kjeldahl exigerait au moment  $\theta = 180$ , pour la transformation la plus rapide, 2,63574 au lieu de 2,11707.

Prenons maintenant deux réactions plus lentes dans lesquelles les valeurs  $x = 0,54$  et  $x = 1,08$ , au lieu d'être atteintes après soixante minutes, ne le seraient qu'après cent vingt minutes. Le calcul donnerait  $K_{2.7} \cdot 10^6 = 808$  et  $K_{2.7} \cdot 10^6 = 1849$ ; pour  $\theta = 180$ , on aurait  $x = 0,76842$  pour la première de ces deux réactions plus lentes et  $x = 1,44531$  au lieu de  $x = 1,53684$  pour la seconde.

Ces dérogations théoriques à la loi de Kjeldahl sont conformes à ce qu'indique généralement l'expérience, mais leur cause est très différente de celles qu'on leur attribue; elles résultent simplement de ce que, au bout d'un certain temps, les effets des différences de concentration en amidon deviennent prépondérants.

L'essai suivant a la portée de l'exemple hypothétique qui fait l'objet du dernier tableau.

SÉRIE V. — On a opéré à 25° C., sous un volume constant de 520 centimètres cubes, la saccharification de 500 centimètres cubes d'amidon soluble à 3 %, d'une part avec 4 centimètres cubes d'une solution de diastase Merck à 2 %, d'autre part avec 6 centimètres cubes.

Les dosages après soixante et cent vingt minutes ont donné :

t en minutes.	E=4 centimètres cubes de diastase.				E=6 centimètres cubes de diastase.			
	x	X	$\frac{x}{E}$	$K_{2.7} \cdot 10^6$	x	X	$\frac{x}{E}$	$K_{2.7} \cdot 10^6$
60	0,6744	0,2486	0,4678	2070	0,9604	0,3557	0,460	3183
120	1,1575	0,4287	0,2894	2026	1,5875	0,5879	0,2646	3208

Dans l'exemple hypothétique, si l'une des saccharifications reste unimoléculaire, la proportionnalité après soixante minutes exige, en même temps, que

$$x = 0,749 \quad x' = 1,458 \quad (1)$$

ou en même temps que

$$x' = 1,377 \quad x = 0,688. \quad (2)$$

Dans le cas (1),  $K_{2.7} \cdot 10^6$  ira en croissant dans l'une des transformations; dans le cas (2), le coefficient de vitesse de la réaction la plus lente affectera une allure décroissante.

Lorsque la loi de proportionnalité se vérifie donc, à un moment quelconque, de deux saccharifications dont l'une suit la loi loga-

rithmique, l'autre éprouve une accélération positive ou négative de vitesse qui rend croissantes ou décroissantes les valeurs de K.

Exemples :

SÉRIE VI. — Saccharification à 25° C. 500 centimètres cubes de solution d'amidon à 3 %. Volume total = 520 centimètres cubes dont 5 centimètres cubes de diastase Merck dans un cas et 2<sup>cc</sup>5 dans l'autre.

θ en minutes.	E = 2 5 centimètres cubes.				E = 5 centimètres cubes.			
	x	X	$\frac{x}{E}$	$K_{2.7} \cdot 10^6$	x	X	$\frac{x}{E}$	$K_{2.7} \cdot 10^6$
60	0,390	0,144	0,156	1126	0,765	0,283	0 151	2408
80	0,510	0,188	0,204	1131	1,065	0,394	0,213	2720
160	0,910	0,337	0,364	1115	1,720	0,637	0,344	2750

SÉRIE VII. — Saccharification à 25° C. 500 centimètres cubes de solution d'amidon à 3 %. Volume total = 510 centimètres cubes dont 10 centimètres cubes d'extrait de malt dans un cas et 5 centimètres cubes dans l'autre.

θ en minutes.	E = 5 centimètres cubes.				E = 10 centimètres cubes.			
	x	X	$\frac{x}{E}$	$K_{2.7} \cdot 10^6$	x	X	$\frac{x}{E}$	$K_{2.7} \cdot 10^6$
20	0,159	0,058	0,0318	1300	0,325	0,1203	0 0325	2785
70	0,504	0,186	0,1008	1277	0,978	0,3622	0,0978	2791
130	0,779	0,288	0,156	1135	1,52	0,5629	0 152	2765
140	0,799	0,295	0,1598	1085	1,61	0,5962	0,161	2812

Il résulte de là que si Ford avait procédé à de nouveaux dosages de maltose après deux heures, trois heures ... , il aurait trouvé, dans toutes les réactions unimoléculaires, des valeurs décroissantes pour  $\frac{x}{t}$ , par le simple fait de la diminution des concentrations en amidon, et sans que l'action inhibante du maltose intervienne d'une façon sensible.

Les accélérations positives ou négatives de vitesse agissent toujours dans les réactions telles que celles de Brown et de Glendinning qui paraissent s'écarter de la loi des masses, mais encore faut-il, pour que la loi de Kjeldahl se vérifie, que ces accélérations aient des valeurs bien déterminées.

Ce sont donc ces accélérations qui dominent le phénomène, et dès lors la loi de proportionnalité est intimement liée aux causes qui font croître ou décroître les valeurs de  $K$ . J'ai cité quelques-unes de ces causes dans un mémoire précédent; parmi elles, j'ai signalé la vitesse même avec laquelle la saccharification s'accomplit. Nous avons à examiner cette influence de plus près.

#### LE COEFFICIENT DE VITESSE ET LA CONCENTRATION DIASTASIQUE.

Dans les systèmes amylicés en voie de saccharification, ne différant que par les concentrations en diastase, les valeurs de  $x$  ne dépendent uniquement des quantités de ferment mis en œuvre qu'au début de la réaction. Il n'en est plus ainsi dès qu'une fraction importante de l'amidon aisément saccharifiable a disparu; les valeurs de  $x$  se ressentent alors de l'inégale concentration des systèmes étudiés en matière amylicée, et seul, l'examen des variations de  $K$  permet de suivre l'influence exercée par la quantité d'enzyme sur la vitesse de saccharification.

C'est ce que nous allons faire en reprenant d'abord les travaux anciens.

Dans les tableaux suivants, pour ne pas multiplier les



colonnes de chiffres, nous nous bornerons à inscrire à côté des valeurs de  $X_{90\%}$ , celles des coefficients de vitesse spécifique. Nous désignons sous cette dénomination les valeurs de  $K_{90\%} \cdot 10^6$  divisées par le nombre de centimètres cubes de solution active, mis en contact, sous le même volume, du même poids d'amidon. La comparaison des valeurs de X permettra de voir si la loi de proportionnalité se vérifie; en multipliant celles des coefficients de vitesse spécifique par le nombre de centimètres cubes de solution diastatique, on aura l'ordre de grandeur de la vitesse réactionnelle au temps  $\theta$ . E représentant le nombre de centimètres cubes de solution diastatique mis en œuvre, le quotient  $\frac{K_{90\%} \cdot 10^6}{E}$  sera représenté dorénavant par  $K_{sp}$ .

Kjeldahl a énoncé sa loi après avoir exécuté, dans les mêmes conditions, deux séries d'essais. Plusieurs portions d'*empois*, contenant chacune 10 grammes d'amidon, ont été traitées par différentes quantités d'extrait de malt; la diastase a exercé son action pendant dix minutes. La température de la première série d'essais était de 57° C.; celle de la seconde, de 55° C. Si l'on calcule, d'après les chiffres de Kjeldahl, les valeurs de  $X_{90\%}$  et de  $K_{sp}$ , on a :

SÉRIE 57° C.			SÉRIE 55° C.		
E	$X_{90\%}$	$K_{sp}$	E	$X_{90\%}$	$K_{sp}$
2	0,1728	4120	2	0,1926	4650
4	0,3294	4340	4	0,3510	4695
6	0,4716	4618	6	0,4950	4946
8	0,5760	4660	10	0,6876	5053
10	0,6480	4535	12	0,7848	5551
12	0,7020	4381	20	0,8064	3565
—	—	—	30	0,8226	2503

La loi de proportionnalité ne se vérifie qu'avec peine dans ces essais.

Elle ressort beaucoup mieux des expériences décrites aux pages 131 et suivantes du mémoire de Kjeldahl (\*) : sur une partie importante de leur trajet, les courbes qui représentent le phénomène se confondent presque complètement avec des droites. L'auteur a opéré cette fois sur de l'amidon solubilisé pendant vingt minutes à 78°-80° C., par de l'extrait de malt chauffé au préalable à 60°-65° C. Après liquéfaction de la masse et destruction de la diastase par la chaleur, le liquide presque clair était étendu de façon à ramener la concentration à 3.30 % de matières sèches, y compris le sucre préformé. La dose de celui-ci oscillait entre 0.294 et 0.31 %. La concentration en amidon de la liqueur était donc voisine de 3 %. Kjeldahl a utilisé ce milieu pour déterminer trois courbes dont les points ont pour abscisse le nombre de centimètres cubes d'extrait de malt et pour ordonnée le nombre de grammes de corps réducteurs (\*\*) produits à 57° C., au bout de vingt minutes, dans 200 centimètres cubes du liquide d'épreuve (\*\*\*), soit aux dépens de 6 grammes d'amidon.

Les valeurs de  $X_{90\%}$  et  $K_{sp}$  correspondant aux chiffres trouvés par le savant danois se trouvent renseignées dans le tableau ci-après :

---

(\*) La limite de saccharification, dans les expériences de Kjeldahl, ne dépasse guère 64 % du poids de l'amidon. Il serait donc plus correct de calculer  $X_{64\%}$  et  $\frac{K_{64\%} \cdot 10^6}{E}$ . On obtiendrait ainsi pour X et  $K_{sp}$  des valeurs plus élevées, plus rapidement croissantes même pour K. Cependant, considérés dans leur ensemble, ces chiffres permettent les mêmes conclusions que celles que l'on déduit des tableaux reproduits dans ce travail.

(\*\*) Évalués en glucose.

(\*\*\*) 100 centimètres cubes dans une expérience.

E	X <sub>30</sub> %	K <sub>sp.</sub>	E	X <sub>60</sub> %	K <sub>sp.</sub>	E	X <sub>90</sub> %	K <sub>sp.</sub>
0,5	0,1062	4880	0,5	0,1123	5130	0,25	0,1093	10060
1	0,2112	5155	1	0,2201	5400	0,5	0,2125	10380
1,5	0,314	5456	1,5	0,328	5753	0,75	0,3067	10608
2	0,413	5785	2	0,4267	6042	1,00	0,4191	11795
2,5	0,5011	6040	2,5	0,5118	6230	1,25	0,490	11691
3	0,5762	6215	3	0,5770	6223	1,50	0,5648	12046
3,5	0,6286	6146	—	—	—	2,00	0,6317	10845
4	0,6529	5745	—	—	—	—	—	—

Ces saccharifications, comme les précédentes, évoluent avec une très grande vitesse. Les coefficients de vitesse croissent, en général, plus rapidement que les quantités de diastases agissantes; les choses se passent comme dans les empois très riches en amidon saccharifiés par des doses croissantes du même acide.

Le mémoire de Kjeldahl donne, à la page 127, les résultats de saccharifications effectuées, en même temps, à 56° C. et dans lesquelles l'influence exercée sur la production du sucre, par la quantité de diastase employée, a été poursuivie pendant des temps variables. Sauf une recrudescence de vitesse, qui s'observe après vingt minutes, ces réactions sont à vitesse décroissantes ainsi que c'est généralement le cas avec un empois dont la saccharification débute avec une grande vitesse. Leur intérêt réside dans le fait que la proportionnalité entre les valeurs de X et celles de E se vérifie pour diverses valeurs de  $\theta$ .

θ en minutes.	E = 1		E = 2		E = 3		E = 6		E = 40	
	X <sub>90</sub> %	K <sub>sp.</sub>	X <sub>90</sub> %	K <sub>sp.</sub>	X <sub>90</sub> %	K <sub>sp.</sub>	X <sub>90</sub> %	K <sub>sp.</sub>	X <sub>90</sub> %	K <sub>sp.</sub>
5	0,0594	5320	0,1224	5650	0,1710	5433	0,324	5670	0,540	6746
10	0 0846	3840	0,1620	3840	0,261	4380	0,504	5076	0,738	5817
20	0,1692	4030	0,330	4392	0,486	4818	0,7632	5214	0,810	5606
60	0,2124	1728	0,414	1935	0,594	2175	0,810	2003	0,8424	153

A tous les stades de la transformation, le coefficient de vitesse augmente plus vite que la quantité de diastase agissante; la décroissance observée quand X devient égal à 0,81 et 0,8424 doit résulter de ce que la diastase se trouve devant les particules d'amidon les plus difficilement saccharifiables.

Wirth (\*) examine aussi les relations entre  $x$  et les quantités de diastase employées.

Les nombres ci-dessous, déduits de ceux que donne l'auteur, se rapportent à une série de solutions de 100 centimètres cubes renfermant 1,6078 grammes d'amidon soluble Lintner. La saccharification opérée à 20° C. a duré trente minutes.

E	X <sub>90</sub> %	K <sub>sp.</sub>
2	0,1953	1573
4	0,3913	1796
6	0 5409	1878
7	0,5410	1610

(\*) *Loc. cit.*



La saccharification (Table II, essai à 15° C., E = 10) est la plus rapide de toutes celles étudiées par J.-S. Ford.  $K_{10}^6$  est, après une heure, égal à 6571; on observe également, dans ce dernier cas, un léger fléchissement du coefficient de vitesse spécifique.

Dans les séries suivantes, les coefficients de vitesse ont été comparés à différents moments de la saccharification. On a toujours opéré sur 500 centimètres cubes de solution d'amidon à 3 %, à laquelle on ajoutait E centimètres cubes de liqueur diastatique et un volume d'eau tel que tous les systèmes appartenant à une même série conservent un volume invariable (\*).

SÉRIE VIII. — *Température = 35° C. — Extrait de malt 10 %.*

θ en minutes.	E = 15		E = 20		E = 25	
	X <sub>2.7</sub>	K <sub>sp.</sub>	X <sub>2.7</sub>	K <sub>sp.</sub>	X <sub>2.7</sub>	K <sub>sp.</sub>
60	0,2588	131	0,5322	146	0,4089	151
180	0,6385	162	0,7129	150	0,8592	189

(\*) On remarquera que les savants cités dans ce travail n'ont jamais maintenu invariable le volume des solutions appartenant à une même série. A la vérité, le volume de E étant toujours très petit par rapport au volume V de la solution d'amidon, l'erreur commise, en tant qu'il dût y avoir erreur, devant être très faible et appréciable seulement dans les termes élevés de chaque série d'expériences. En fait, la vitesse de transformation d'une même solution d'amidon par des quantités différentes de diastase dépend avant tout du rapport entre la masse du substrat et celle de l'enzyme adsorbée, tandis qu'avec les acides elle dépend du nombre d'ions par unité de volume.

SÉRIE IX. — *Température = 35° C. — Extrait de malt 10 %.*

t en minutes.	E = 15		E = 25	
	X <sub>2.7</sub>	K <sub>sp.</sub>	X <sub>2.7</sub>	K <sub>sp.</sub>
60	0,2681	150	0,4388	167
120	0,4837	159	0,7055	161
180	0,6375	161	0,8718	198

SÉRIE X. — *Température = 45° C. — Extrait de malt 10 %.*

t en minutes.	E = 15		E = 20		E = 25	
	X <sub>2.7</sub>	K <sub>sp.</sub>	X <sub>2.7</sub>	K <sub>sp.</sub>	X <sub>2.7</sub>	K <sub>sp.</sub>
60	0,5025	172	0,4031	187	0,4835	191
180	0,7088	186	0,8444	224	0,9037	225

SÉRIE XI. — *Température = 25° C. — Diastase Grüber 2 %.*

t en minutes.	E = 2.5		E = 5	
	X <sub>2.7</sub>	K <sub>sp.</sub>	X <sub>2.7</sub>	K <sub>sp.</sub>
60	0,085	260	0,167	264
100	0,1408	260	0,288	295

SÉRIE XII. — *Température = 25° C. — Diastase Merck 2 ‰.*

0 en minutes.	E = 4		E = 6	
	X <sub>2.7</sub>	K <sub>SP.</sub>	X <sub>2.7</sub>	K <sub>SP.</sub>
60	0,2486	517	0,5557	530
120	0,4287	507	0,5879	534
180	0,6041	559	0,7562	567
240	0,7297	591	0,9081	719

SÉRIE XIII. — *Température = 25° C. — Extrait de malt 10 ‰.*

0 en minutes.	E = 1		E = 1.5		E = 2		E = 2.5	
	X <sub>2.7</sub>	K <sub>SP.</sub>	X <sub>2.7</sub>	K <sub>SP.</sub>	X <sub>2.7</sub>	K <sub>2.7</sub>	X <sub>2.7</sub>	K <sub>SP.</sub>
60	0,0826	625	0,1227	632	0,1759	700	0,217	708
120	0,1678	665	0,2422	667	0,3412	755	0,4107	765

SÉRIE XIV. — *Température = 50° C. — Extrait de malt 10 ‰.*

0 en minutes.	E = 5		E = 10	
	X <sub>2.7</sub>	K <sub>SP.</sub>	X <sub>2.7</sub>	K <sub>SP.</sub>
20	0,166	789	0,515	822
40	0,514	818	0,605	1008



SÉRIE XV. — *Température = 52° C. — Extrait de malt 10 ‰.*

0 en minutes.	E = 5		E = 10	
	<i>X<sub>2.7</sub></i>	K <sub>sp.</sub>	<i>X<sub>2.7</sub></i>	K <sub>sp.</sub>
10	<i>0,144</i>	1350	<i>0,292</i>	1512
40	<i>0,477</i>	1407	<i>0,833</i>	1943

SÉRIE XVI. — *Température = 50° C. — Diastase Merck 2 ‰.*

0 en minutes.	E = 5		E = 10	
	<i>X<sub>2.7</sub></i>	K <sub>sp.</sub>	<i>X<sub>2.7</sub></i>	K <sub>sp.</sub>
20	<i>0,342</i>	1818	<i>0,687</i>	2522
40	<i>0,657</i>	2324	<i>0,975</i>	4005

Dans les séries précédentes, les valeurs de X sensiblement proportionnelles aux valeurs de E sont reproduites en italiques.

La série XI contient une saccharification logarithmique ; les autres sont caractérisées par les valeurs croissantes de K.

La formule générale  $K = n F^m$  s'applique donc à la diastase saccharifiante de l'amidon. On sait que F représente la concen-

tration en enzyme,  $m$  une quantité plus grande que l'unité mais très voisine de celle-ci,  $n$  une constante.

Dans les réactions à faible vitesse de Ford et qui suivent probablement la loi des masses,  $m = 1$ . Certaines des séries de ce savant, reproduites ici, montrent nettement l'égalité des coefficients de vitesse spécifique des premiers termes de plusieurs séries. Le même fait s'observe, après soixante minutes, dans la série XI; il est également très net, après vingt minutes, dans la série VII; il le serait davantage dans la série VI si le premier échantillon avait été prélevé avant que la première heure fût révolue.

Cette proportionnalité entre  $K$  et la concentration en enzyme, quand  $F$  ne varie pas entre des limites très écartées, ressort encore dans les séries suivantes :

SÉRIE XVII. — Saccharification à 25° C. 500 centimètres cubes de solution d'amidon à 3 %. Volume total = 520 centimètres cubes dont 1 et 2 centimètres cubes d'extrait de malt. La première réaction est logarithmique; la seconde a cette allure pendant cent quatre-vingts minutes.

t en minutes.	E = 1		E = 2	
	X <sub>2.7</sub>	K <sub>sp.</sub>	X <sub>2.7</sub>	K <sub>sp.</sub>
120	0,1862	749	0,335	738
180	0,2629	736	0,4669	758
240	0,3557	795	0,6047	835

SÉRIE XVIII. — Saccharification à 25° C. 500 centimètres cubes de solution d'amidon à 3 %. Volume total = 510 centimètres cubes dont 5 centimètres cubes de diastase Kahlbaum

dans un cas et 2<sup>cc</sup>5 dans l'autre. Réactions toutes deux logarithmiques. Dans les déterminations effectuées d'heure en heure, de deux cent quarante à cinq cent quarante minutes, on obtient :

E = 2,5		E = 5	
X <sub>2.7</sub> après 540 minutes.	K <sub>sp.</sub>	X après 540 minutes.	K <sub>sp.</sub>
0,4748	222	0,740	223

SÉRIE XIX. — Saccharification à 15° C. 500 centimètres cubes de solution d'amidon à 3 %. Volume total = 525 centimètres cubes dont 5, 10, 15, 20, 25 centimètres cubes d'extrait de malt à 10 %. Réactions toutes logarithmiques.

Les déterminations effectuées d'heure en heure de zéro à cent quatre-vingts minutes donnent les chiffres suivants; les valeurs de X<sub>2.7</sub> sont celles correspondant à  $\theta = 180$ .

E = 5		E = 10		E = 15		E = 20		E = 25	
X <sub>2.7</sub>	K <sub>sp.</sub>	X <sub>2.7</sub>	K <sub>sp.</sub>	X <sub>2.7</sub>	K <sub>sp.</sub>	X <sub>2.7</sub>	K <sub>sp.</sub>	X <sub>2.7</sub>	K <sub>sp.</sub>
0,2625	150	0,4799	160	0,6301	162	0,7207	153	0,8148	158

SÉRIE XX. — Saccharification à 25° C. 500 centimètres cubes de solution d'amidon à 3 %. Volume total = 525 centimètres cubes dont 5, 10, 20, 25 centimètres cubes d'extrait de malt à

10 ‰. Les trois premières réactions sont logarithmiques ; les déterminations effectuées d'heure en heure de zéro à cent quatre-vingts minutes donnent les chiffres ci-dessous :

θ en minutes.	E = 5		E = 10		E = 20		E = 25	
	X <sub>2.7</sub>	K <sub>SP.</sub>	X <sub>2.7</sub>	K <sub>SP.</sub>	X <sub>2.7</sub>	K <sub>SP.</sub>	X <sub>2.7</sub>	K <sub>SP.</sub>
60	—	85	—	81,5	—	85,5	0,252	84
120	—	85	—	81,5	—	85,5	0,4651	90,6
180	0,1622	85	0,2681	81,5	0,522	85,5	0,6259	95

Aucune action accélératrice n'est intervenue pendant la première heure de la transformation E = 25.

SÉRIE XXI. — Saccharification à 25° C. 500 centimètres cubes de solution d'amidon à 3 ‰. Volume total = 525 centimètres cubes dont 10, 15, 25 centimètres cubes d'extrait de malt à 10 ‰. Les deux premières réactions sont logarithmiques. Les déterminations effectuées d'heure en heure de zéro à cent quatre-vingts minutes donnent les chiffres ci-dessous :

θ en minutes.	E = 10		E = 15		E = 25	
	X <sub>2.7</sub>	K <sub>SP.</sub>	X <sub>2.7</sub>	K <sub>SP.</sub>	X <sub>2.7</sub>	K <sub>SP.</sub>
60	—	78,2	—	78	0,2374	78,5
120	—	78,2	—	78	0,4163	78
180	0,2672	78,2	0,3488	78	0,5914	86

Aucune action accélératrice n'est intervenue pendant les deux premières heures de la transformation  $E = 25$ .

Nous voyons que toutes les réactions chez lesquelles s'observe la proportionnalité entre  $K$  et la concentration en ferment sont logarithmiques; or, c'est précisément le cas des premiers termes des séries de Ford. Si l'une des saccharifications appartenant à une même série s'écarte de la loi des masses, la proportionnalité entre  $K$  et  $F$  se poursuit pendant un certain temps, à partir du début, lorsque la loi de formation du maltose peut encore être considérée comme logarithmique.

L'augmentation sensible de la valeur du coefficient de vitesse spécifique que l'on constate quand on compare les derniers termes d'une même série d'expériences avec les premiers, peut tenir à ce que la quantité de diastase adsorbée par un même poids d'amidon croît plus vite que les concentrations en diastase. Dans ce cas, il faut admettre que lorsque des quantités différentes de ferment  $F$ ,  $2 F$ ,  $3 F$ ,  $4 F$  ... se trouvent sous le même volume, en présence du même poids d'amidon, celui-ci adsorbe une partie seulement  $f$ ,  $f'$ ,  $f''$ ,  $f'''$  ... de la quantité de diastase présente. Les doses d'enzyme agissantes seraient donc  $f < F$ ;  $f' < 2 F$ ;  $f'' < 3 F$  ...,  $f'$ ,  $f''$ ,  $f'''$  restant proportionnels à  $F$ ,  $2 F$ ,  $3 F$  ... dans les réactions logarithmiques, croissant au contraire plus vite que les concentrations diastasiques dans les saccharifications qui évoluent comme celles de Brown et Glendinning.

A priori, cette hypothèse est invraisemblable; si la quantité de diastase adsorbée dépend de celle qui se trouve sous l'unité de volume, l'adsorption ne peut être assujettie à des lois différentes. Mais j'ai déjà fait remarquer que les savants aux travaux desquels j'ai fait allusion n'ont pas opéré sous un volume invariable; ils n'ont pris en considération que le rapport entre la masse du substrat et celle du ferment.

Nous pouvons d'ailleurs démontrer que, dans tous les cas où la première est en excès, la quantité de diastase mise en contact

avec la matière amylacée est entièrement adsorbée. Il nous suffit de reprendre les chiffres de la série V de mon quatrième mémoire, relatifs à des liqueurs amylacées inégalement riches en amidon mais isodiasiasiques. On y trouve les valeurs de  $K_{90\%} \cdot 10^6$  pour six transformations exécutées sur 500 centimètres cubes de solution de fécule pure, renfermant respectivement n° 1 : 0,5; n° 2 : 0,75; n° 3 : 1,5; n° 4 : 3; n° 5 : 4,5; n° 6 : 6 grammes de matière sèche pour 100 centimètres cubes. Le volume d'extrait de malt mis en œuvre dans toutes ces réactions était de 1 centimètre cube.

Les réactions les plus rapides, n°s 1 et 2, évoluent comme celles de Brown et de Glendinning; la réaction n° 3 suit, pendant la phase la plus lente, une loi linéaire, puis, quand elle devient plus rapide, le lieu géométrique qui représente l'action s'infléchit suivant l'une des courbes de Brown et de Glendinning; les réactions les plus lentes, n°s 4, 5, 6, obéissent à la loi logarithmique, le n° 4 pendant presque toute la durée de l'action.

La quantité de diastase « employée » est égale à 1; si par-tout la quantité de diastase « employée » est adsorbée, les quantités d'enzyme « agissantes » sont par unité de poids d'amidon :

$$\text{N}^{\circ} 1 \frac{1}{0.5}; \quad \text{N}^{\circ} 2 \frac{1}{0.75}; \quad \text{N}^{\circ} 3 \frac{1}{1.5}; \quad \text{N}^{\circ} 4 \frac{1}{3}; \quad \text{N}^{\circ} 5 \frac{1}{4.5}; \quad \text{N}^{\circ} 6 \frac{1}{6}.$$

Nous avons pour  $K_{90\%} \cdot 10^6$  :

N° 1, après quarante minutes :	7615.
N° 2 — — —	: 4595.
N° 3 — — —	: 2275.
N° 4 (valeur moyenne) :	4144.6.
N° 5 — — —	: 795,6.
N° 6 — — —	: 590.

De ces chiffres, nous déduisons les coefficients de vitesse spécifique suivants :

$$\text{N}^{\circ} 1 : 7615 \times 0,5 = 3807,5.$$

$$\text{N}^{\circ} 2 : 4595 \times 0,75 = 3446,2.$$

$$\text{N}^{\circ} 3 : 2275 \times 1,5 = 3412,5.$$

$$\text{N}^{\circ} 4 : 1144,6 \times 3 = 3433,8.$$

$$\text{N}^{\circ} 5 : 795,6 \times 4,5 = 3577.$$

$$\text{N}^{\circ} 6 : 590 \times 6 = 3540.$$

Les coefficients de vitesse spécifique peuvent être considérés comme égaux chez les n<sup>os</sup> 2, 3, 4, 5, 6; il est plus élevé chez le n<sup>o</sup> 1, non pas parce que, dans le système n<sup>o</sup> 1, il y a eu proportionnellement plus de ferment adsorbé, puisque nous avons supposé partout la quantité de diastase employée entièrement adsorbée, mais parce que le stade logarithmique de début de cette réaction n'existe plus après quarante minutes.

Nous voyons donc que les coefficients de vitesse spécifique sont égaux aussi longtemps que les saccharifications étudiées suivent la loi des masses, qu'ils accusent un léger accroissement dès que les transformations deviennent plus rapides. Cet accroissement n'est pas dû à une adsorption de diastase proportionnellement plus importante, parce qu'avec un excès de substrat toute la dose d'enzyme employée est adsorbée; il est provoqué aussi par la cause essentielle qui rend croissantes les valeurs de K.

Naturellement, si la quantité de diastase mise en œuvre est en grand excès par rapport au substrat, une partie du ferment pourra rester non adsorbée. Le ralentissement observé dans les réactions ultrarapides du Kjeldahl, quand la saccharification est encore éloignée de sa limite, provient de ce que chaque micelle amylacée ayant adsorbé la quantité maxima d'enzyme, toute nouvelle ajoutée d'agent actif ne produit plus d'effet.

### LE MÉCANISME DE L'ACTION DIASTASIQUE.

Nous sommes à même maintenant de nous expliquer pourquoi le coefficient de vitesse d'une saccharification est en général croissant comme l'ont trouvé Brown et Glendinning, et cela malgré l'action retardatrice, faible il est vrai, mais incontestable, du maltose formé.

L'amidon non saccharifié au bout de 0 minutes et les dextrines adsorbent une partie de la diastase remise en liberté par suite de la séparation du maltose : l'augmentation de vitesse, qui en est une conséquence, pourra compenser exactement le ralentissement provoqué par la diminution de la concentration en amidon et l'action inhibante du maltose de façon que la courbe de vitesse se confonde, au moins sur une partie de son parcours, avec une droite.

Si la quantité de diastase agissante est faible, celle qui devient libre, par suite de la séparation du maltose, reste fixée sur le sucre, de sorte que l'amidon non transformé et les dextrines conservent, par unité de poids, la même proportion de ferment, c'est-à-dire la même charge.

On comprend même que des influences étrangères agissant au cours de la réaction détachent de l'amidon ou des dextrines une partie de la diastase adsorbée au début et entraînent un ralentissement de la saccharification, ainsi que nous l'avons observé dans les expériences de Ling. Les extraits de malt atténués par la chaleur ont subi un commencement de coagulation : la diastase adsorbée par l'amidon se trouve à l'état de particules plus grosses, moins solidement retenues par l'amidon et qui s'en séparent partiellement au fur et à mesure que la quantité de substrat diminue.

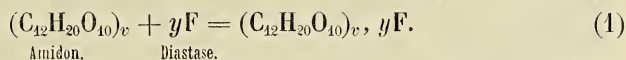
En résumé, la vitesse de formation du maltose sous l'action de la diastase saccharifiante du malt dépend, à chaque instant, du rapport entre le poids de diastase adsorbée et celui du mal-



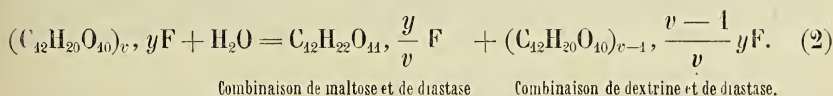
tose qui reste à produire, de ce que nous pouvons appeler la charge diastasique par unité de poids de substrat (amidon + dextrines) encore transformable.

On pourra objecter qu'au fur et à mesure qu'une saccharification progresse, la charge ainsi définie augmente par suite de la séparation du maltose et qu'il est inutile, pour expliquer la croissance des valeurs de K, de recourir à l'hypothèse de combinaisons de maltose et d'enzyme; mais l'existence de celles-ci est seule capable d'expliquer l'allure logarithmique gardée au cours de toute la réaction par certaines saccharifications.

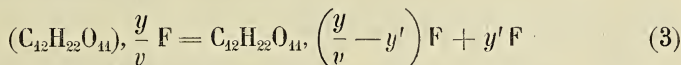
En prenant, pour simplifier, le cas où la molécule d'amidon  $(C_{12}H_{20}O_{10})_v$  sépare une molécule de maltose à la fois, les choses se passeraient comme suit :



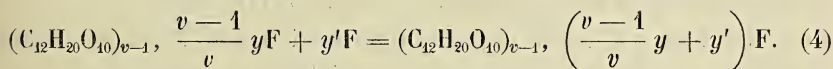
La combinaison d'adsorption  $(C_{12}H_{20}O_{10})_v$ ,  $yF$  fixant les éléments d'une molécule d'eau, donne une molécule de maltose sur laquelle une quantité proportionnelle de diastase est fixée, le reste demeurant attaché à la dextrine.



Si  $y$  est suffisamment élevé, une certaine quantité de diastase  $y'F$  se sépare du maltosé :



$y'F$  sert à augmenter la charge de l'amidon ou des dextrines précédemment formées :



La réaction est alors caractérisée par une allure croissante de K.

Si  $y$  est assez faible pour que la diastase puisse rester entièrement combinée au maltose formé, les réactions (3) et (4) n'ont pas lieu et la diastase  $(C_{12}H_{20}O_{10})_{v-1}$  passe à l'état de dextrine  $(C_{12}H_{20}O_{10})_{v-2}$  suivant une équation analogue à l'équation (2).

Enfin, si la combinaison d'adsorption

$$(C_{12}H_{20}O_{10})_{v-1}, \frac{v-1}{v} yF,$$

au lieu de subir un accroissement de charge  $y'F$ , éprouve une perte de charge  $y''F$ , sous l'action de certaines influences d'ordre chimique ou physique, la saccharification ira en se ralentissant.

Les équations précédentes se compliquent beaucoup si le nombre de molécules de maltose détachées à chaque étape est supérieur à 1.

Cette théorie réunit en un faisceau tous les faits rencontrés au cours de cette étude cinétique de la saccharification diastatique de l'amidon.

Elle montre que le système microhétérogène amidon + diastase peut être envisagé en lui appliquant les lois de la dynamique chimique dont sont tributaires les systèmes homogènes.

#### LA PORTÉE EXACTE DE LA LOI DE KJELDAHL.

La proportionnalité relevée, dans certains cas, entre les valeurs de  $K$  et celle des quantités de diastase employées, entraîne une conséquence assez inattendue.

Elle exclut, en effet, toute proportionnalité mathématique entre les valeurs de  $x$  et les quantités de diastase mises en œuvre. Je ne l'ai observée nettement à aucun des stades des transformations étudiées dans les séries XVII à XXI.

Calculons, par exemple, ce que doivent être au bout de trente, soixante, nonante et cent vingt minutes, les valeurs de  $x$  et de  $X$  dans deux réactions logarithmiques caractérisées par  $K_{2.7} \cdot 10^6 = 600$  et  $K_{2.7} \cdot 10^6 = 2400$ .

Nous obtiendrons les chiffres suivants :

θ en minutes.	$K_{2.7} \cdot 10^6 = 600$		$K_{2.7} \cdot 10^6 = 2400$	
	$x$	X	$x$	X
30	0,10908	0,0404	0,41229	0,1527
60	0,21465	0,0795	0,76194	0,2822
90	0,31563	0,1169	1,05786	0,3918
120	0,41229	0,1527	1,30869	0,4847

Les valeurs de  $x$ , même après trente minutes, ne sont pas et ne peuvent être rigoureusement entre elles comme 1 : 4.  $\frac{0,41229}{4}$  est plus petit que 0,10908. Pratiquement, ces deux derniers nombres sont considérés comme identiques parce que les différences tombent dans les limites d'erreur expérimentale possible. C'est le cas des expériences qui font l'objet de la série V ; c'est aussi celui de plusieurs de mes séries d'expériences que résume très bien la série XXII ci-dessous.

SÉRIE XXII. — Mêmes conditions que dans la série V, avec cette différence qu'on a mis en œuvre 15 et 20 centimètres cubes d'extrait de malt.

θ en minutes.	E = 15			E = 20		
	$\frac{x}{E}$	$X_{2.7}$	$K_{Sp.}$	$\frac{x}{E}$	$X_{2.7}$	$K_{Sp.}$
60	0,0236	0,1314	66,7	0,0229	0,17	67,5
120	0,042	0,2325	66,7	0,0429	0,3184	66,9
180	0,0623	0,3462	66,7	0,0622	0,4611	74,5

La courbe  $E = 15$  est une logarithmique ; la courbe  $E = 20$  a cette forme pendant les cent vingt premières minutes de l'action ; quelque exacte qu'elle paraisse, la proportionnalité entre les valeurs de  $x$  n'est qu'approchée, et lorsqu'une certaine fraction du travail total est effectuée, elle ne se poursuit que parce que la réaction  $E = 20$  subit l'influence d'un accroissement de charge entre la cent vingtième et la cent quatre-vingtième minute.

Si celui-ci ne se produisait pas et si la réaction restait continuellement logarithmique, les valeurs de  $\frac{x}{E}$  iraient en décroissant bien davantage. Ce sont précisément les augmentations de charge que subit la matière amyliacée au cours de la transformation, dans les systèmes les plus riches en diastase, qui relèvent le rapport  $\frac{x}{E}$  de façon que la loi de Kjeldahl se vérifie encore au moins approximativement. Il en est de même des diminutions de charge dont la substance encore saccharifiable peut être le siège. Quand on songe à l'extrême sensibilité présentée par les phénomènes d'adsorption aux conditions chimiques du milieu, on arrive à la conclusion que le moment précis à partir duquel la loi de Kjeldahl cesse d'être exacte, dans le cas des réactions rapides, dépend, avant tout, des cas particuliers et qu'il est difficile de tracer à ce sujet des règles fixes.

#### CONCLUSIONS.

1. Sous une faible concentration, le maltose exerce encore une action inhibante sur la diastase, mais cette influence, presque négligeable, est incapable de s'opposer à des accroissements sensibles du coefficient de vitesse d'une saccharification.

La combinaison « maltose + diastase » paraît résulter de l'union de très petites quantités de ferment avec un grand excès de sucre.

2. Il faut s'abstenir de comparer les pouvoirs réducteurs de

transformations appartenant à une même série dans les voisinages des limites de saccharification.

3. La loi de proportionnalité de Kjeldahl peut se maintenir bien en deçà et au delà de la limite de 45 % de maltose.

A côté de l'influence paralysante du maltose, presque négligeable quand on opère avec des systèmes amylicés peu concentrés, il y a une série d'actions, les unes accélératrices, les autres retardatrices, capables de modifier les limites de la loi de proportionnalité. Parmi celles dont l'influence est le plus sensible dans les réactions logarithmiques, il faut citer la décroissance plus rapide de la concentration en amidon dans les solutions les plus diastasiques.

Lorsque la loi de Kjeldahl se vérifie à *un moment quelconque* de deux saccharifications dont l'une est logarithmique, l'autre éprouve une accélération positive ou négative de vitesse qui rend croissantes ou décroissantes les valeurs du coefficient de vitesse. La loi de proportionnalité est intimement liée aux causes qui font croître ou décroître  $K$ .

4. L'influence exercée par la quantité de diastase mise en œuvre sur la vitesse de la saccharification est exprimée par la relation classique  $K = n F^m$ .

Tant que les réactions étudiées suivent la loi logarithmique des transformations unimoléculaires,  $m = 1$ ; si l'une de ces réactions s'écarte, à un moment donné, de la loi des masses,  $m$  est plus grand que 1 tout en restant très voisin de l'unité.

Cet accroissement de  $m$  ne tient pas à une adsorption d'enzyme plus importante dans les systèmes riches en diastase; avec un excès de substrat, toute la quantité de ferment employée est en effet fixée par l'amidon.

Si  $m$  devient plus grand que 1, cela provient de ce que le stade logarithmique du début de la saccharification n'existe plus au moment où elle est interrompue.

5. Tandis que chez les acides, la vitesse de la saccharification dépend du nombre d'ions par unité de volume, dans le cas de la

diastase saccharifiante du malt, elle dépend, à chaque instant, du rapport entre la masse de l'enzyme adsorbée et celle du maltose qui reste à produire (charge diastasique par unité de poids de substrat).

6. Toutes les particularités que présente le coefficient de vitesse d'une saccharification s'expliquent par les combinaisons d'adsorption que l'enzyme contracte, d'une part, avec le substrat, d'autre part, avec les produits de la réaction : le maltose et les dextrines. C'est ainsi que l'accroissement de vitesse positif ou négatif que subit la production du maltose résulte de l'apport ou de l'enlèvement aux matières restant à saccharifier de nouvelles quantités de ferment. Si l'enzyme reste entièrement fixée sur le maltose au moment où celui-ci se sépare, la réaction demeure logarithmique.

7. La loi de Kjeldahl appliquée aux réactions logarithmiques est une loi approchée.

Septembre 1911.



BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

*Lecat (Maurice)*. Sur la multiplication des déterminants-permanents. Louvain 1911; extr. in-8° (16 p.).

*Slosse (A.)*. Étude sur la glycolyse aseptique dans le sang. Liège, 1911; extr. in-8° (pp. 153-190, fig.).

— Étude sur la glycolyse minérale. Communication préliminaire. Bruxelles, 1911; extr. in-8° (4 p.).

*Vandevelde (Dr A.-J.-J.)*. Répertoire international des travaux publiés sur la composition, l'analyse et les falsifications des denrées alimentaires pendant l'année 1909. 10<sup>e</sup> année. Paris, 1911; extr. in-8° (104 p.).

BRUXELLES. *Office central des Institutions internationales*. Publication n° 2. Congrès mondial des associations internationales. Premier volume : Documents préliminaires. Rapports gr. in-8°, 1911.

*Chacón (Aníbal)*. La molécule cyclique. Une nouvelle hypothèse sur le benzène. Allotropie et polymérie. Montevideo, 1911; in-16 (43 p.).

*Schlesinger (Frank)*. Photographic determinations of Stellar Parallax made with the Yerkes Refractor. Washington, 1911; extr. in-8° (130 p. et pl.).

*Sand (René) et Mayer (Léopold)*. Transformation de la vésicule biliaire tout entière en un kyste papillifère. Paris, 1911; extr. in-8° (pp. 523-528).

SYDNEY. *Commonwealth of Australia*. Onchocerca Gibsoni : The cause of Worm nodules in Australian Cattle. (Gilruth and G. Sweet). 1911.

LONDRES. *Royal Society*. Catalogue of a collection of early printed books. In-4°, 1911.

*Polladino (Pietro)*. Les composés chimiques dans l'espace. Mémoire présenté au V<sup>e</sup> Congrès de la Società italiana per li progresso delle scienze. Pavie, 1911; extr. in-8° (49 p., fig.).

MESSINE. *R. Accademia Peloritana*. Atti, vol. XXIV, fasc. 1 (1909-1910).

*Flora Batava*, afbeelding en beschrijving van Nederlandsche Gewassen. 359-363<sup>e</sup> aflevering 1910; in-4°.

LA HAYE. *Fondation pour l'internationalisme* L'internationalisme scientifique (sciences pures et lettres) (P. H. Eijkman). 1911.

*Jagerskiöld (L.-A.)*. Results of the Swedish zoological Expedition to Egypt and the White Nile. 1901. Part. IV. Upsal, 1911, in-8° (210 p. et pl.).







## TABLE DES MATIÈRES.

CLASSE DES SCIENCES. — Séance du 4 novembre 1911.

### Correspondance.

Notification du décès de G. Van der Mensbrugge. Son éloge par M. Neuberg. — M. le Ministre des Sciences et des Arts demande une liste double de candidats pour la formation du jury du concours décennal des sciences zoologiques. — Remerciements de M. le Dr De Meyer, lauréat du Prix Gluge. — Remerciements de la commune de Jalhay pour le vœu en faveur de la création d'une réserve nationale. — Travaux à l'examen. — Hommages d'ouvrages . . . . .	783
<i>Discours prononcé aux funérailles de Gustave Van der Mensbrugge; par</i> M. J. Neuberg . . . . .	786

### Prix Émile Laurent.

Rapports de MM. Gilkinet, Gravis et Durand sur l'ouvrage soumis pour la seconde période . . . . .	788, 790
--	----------

### Rapports.

Avis verbal de M. De Heen (La nature véritable de l'électricité, par H. Wil- motte. — Sur les probabilités de la formation des mondes et sur la nature de l'électricité et sa provenance, par M. A. Meuris). . . . .	791
Lecture des rapports de MM. L. Fredericq, Ch. Van Bambeke et A. Gravis sur les recherches de M. H. Micheels à la Station zoologique de Naples. . .	791
Rapports de MM. Jorissen et Gilkinet (Nouvelles recherches sur la vitesse de saccharification de l'amidon, 6 <sup>e</sup> mémoire; par H. Van Laer) . . . . .	791

### Élections.

Élection des candidats pour la formation du jury du second concours décen- nal des sciences zoologiques . . . . .	792
COMITÉ SECRET : Adoption d'une candidature nouvelle pour la place d'associé vacante. . . . .	792

### Communications et lectures.

ASTRONOMIE. — <i>Note sur l'hypothèse de M. Kr. Birkeland relative à la nature</i> <i>des anneaux de Saturne; par P. Stroobant</i> . . . . .	792
CHIMIE. — <i>Nouvelles recherches sur la vitesse de saccharification de l'amidon</i> (6 <sup>e</sup> mémoire); par H. Van Laer. . . . .	795

Bulletin bibliographique . . . . .	831
------------------------------------	-----

---

Il ne sera donné suite aux demandes de combler les lacunes dans les publications de l'Académie, que pour autant que ces lacunes ne remontent pas au delà de cinq ans.



493  
16

M

ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE

---

BULLETIN

DE LA

CLASSE DES SCIENCES

---

1911 — N° 12



BRUXELLES

HAYEZ, IMPRIMEUR DES ACADEMIES ROYALES DE BELGIQUE

Rue de Louvain, 42

---

1911



## CLASSE DES SCIENCES

---

*Séance du 2 décembre 1911.*

M. J. NEUBERG, directeur.

M. le chevalier EDMOND MARCHAL, secrétaire perpétuel.

Sont présents : MM. Ch. Francotte, *vice-directeur*; C. Malaise, Ch. Van Bambeke, Alf. Gilkinet, M<sup>el</sup> Mourlon, P. Mansion, P. De Heen, C. le Paige, Ch. Lagrange, J. Deruyts, L. Fredericq, V. Masius, A. Jorissen, Paul Pelseneer, A. Gravis, A. Lameere, Ch.-J. de la Vallée Poussin, Th. Durand, Max. Lohest, F. Swarts, J. Massart, *membres*; A. Demoulin, A. Rutot, V. Willem, A. de Hemptinne, P. Stroobant, J. Verschaffelt et Ch. Julin, *correspondants*.

M. le Directeur adresse les félicitations de la Classe à M. Demoulin, au sujet du prix Bordin (3,000 francs) que l'Académie des sciences de Paris lui a décerné. Question posée : *Perfectionner en un point important la théorie des systèmes triples de surfaces orthogonales*. — M. Demoulin remercie.

---

---

### CORRESPONDANCE.

---

M. le Ministre des Sciences et des Arts fait parvenir deux requêtes de M. Victor Willem, correspondant de la Classe, chargé de cours à l'Université de Gand, et de M. Duesberg,

chargé de cours à l'Université de Liège, qui sollicitent l'attribution, pour 1912, d'une des tables d'études mises à la disposition du Gouvernement belge à la Station zoologique de Naples. — Renvoi à l'examen de MM. Van Bambeke, Léon Fredericq et Ch. Francotte.

— Les Universités de Christiania et de Breslau remercient pour les félicitations de l'Académie au sujet de leurs jubilés.

— Travaux soumis à l'examen :

*Note sur le processus de formation des neutres chez les abeilles*; par M. Ed. Demachy. — Commissaires : MM. Lameere et Willem.

*Mémoire sur les alliages et dépôts électrolytiques de radium*; par MM. Frédéric de Mare et Ch. Jacobs. — Commissaires : MM. Swarts et De Heen.

*Contribution à l'étude des dérivés triméthyléniques*; par M. Louis Michiels. — Commissaires : MM. Swarts et Jorissen.

— Hommages d'ouvrages :

Par M. Rutot :

*Qu'est-ce que l'Aurignacien ? Sur les traces de l'existence d'un culte de la Hache pendant le Paléolithique inférieur. Sur l'âge des couches rencontrées par le Prince Poutiatine. A propos de l'enquête sur la dispersion du Grand Pressigny.*

Par M. Yves Delage, associé :

*L'Année biologique, 13<sup>e</sup> année, 1908* (présenté par M. Ch. Francotte, avec une note qui figure ci-après).

Par M. Jean Demoor :

*Ce qu'est la vie*, discours.

Par M. Edgard Zunz :

*Contributions à l'étude de l'action des protéoses sur la pression sanguine et la respiration.*

— Remerciements.

---

## NOTE BIBLIOGRAPHIQUE.

---

*Année biologique* (1908), par Delage, associé de la Classe, professeur à la Sorbonne. Présenté par M. CH. FRANCOIS, qui lit à ce sujet la note suivante :

Au nom de notre savant Confrère M. Delage, nous avons l'honneur de présenter à la Classe le treizième volume de l'*Année biologique*. Ce recueil bibliographique publie annuellement le compte rendu des travaux rangés sous les rubriques suivantes :

I. La cellule. — II. Les produits sexuels et la fécondation. — III. La parthénogenèse. — IV. La reproduction asexuelle. — V. L'ontogenèse. — VI. La tératogenèse. — VII. La régénération. — VIII. La greffe. — IX. Le sexe et les caractères sexuels secondaires; le polymorphisme ergatogénétique. — X. Le polymorphisme métagénétique, la métamorphose et l'alternance des générations. — XI. La corrélation. — XII. La mort. — XIII. Morphologie générale et chimie biologique. — XIV. Physiologie générale. — XV. L'hérédité. — XVI. La variation. — XVII. L'origine des espèces et de leurs caractères. — XVIII. La distribution géographique des êtres. — XIX. Le système nerveux et les fonctions mentales. — Théories générales. — Généralités.

Pour exécuter le vaste programme que nous venons de faire connaître, M. Delage s'est entouré de collaborateurs de renom, parmi lesquels nous voyons figurer Metchnikoff, Hennegy, Prenant, Bataillon, Cuénot, Lecaillon, Robert et Goldsmith. Citer ces noms, c'est montrer la haute valeur scientifique du recueil dont il s'agit ici.

Dans chacun des volumes publiés jusqu'à ce jour, on trouve un résumé concernant un point important de la biologie ayant un intérêt d'actualité plus particulier. Dans le présent volume, c'est Metchnikoff qui a été chargé de rédiger cet article. Il est

intitulé : *Aperçu des progrès réalisés dans l'étude de l'immunité pendant les dix premières années du XX<sup>e</sup> siècle.*

Toutes les personnes s'intéressant aux études de la biologie générale liront avec une vive satisfaction cet article écrit avec la grande clarté et avec la grande précision que met dans tout ce qu'il fait l'illustre chef de l'Institut Pasteur.

Convaincu que nous sommes que l'*Année biologique* rend aux chercheurs de réels services, nous souhaitons de grand cœur à ce périodique le succès qu'il mérite.

---

### ÉLECTIONS.

---

M. Léon Fredericq est élu délégué de la Classe auprès de la Commission de la *Biographie nationale*, en remplacement de Gustave Van der Mensbrugge, décédé.

— MM. J. Deruyts et P. De Heen sont nommés membres de la Commission spéciale des finances, en remplacement de W. Spring et G. Van der Mensbrugge, décédés. MM. Lagrange, Malaise et Murlon sont réélus par acclamation.

— La Classe se constitue en comité secret pour la discussion des titres des candidats aux places vacantes.

---



PRIX ÉMILE LAURENT.

BOTANIQUE.

(2<sup>e</sup> période, 1909-1910.)

La Classe décerne ce prix, d'une valeur de 900 francs, à M. Jean Massart, membre de l'Académie, pour son ouvrage : *Esquisse de la géographie botanique de la Belgique.*

PRIX FRANÇOIS DERUYTS.

GÉOMÉTRIE SUPÉRIEURE SYNTHÉTIQUE OU ANALYTIQUE.

(2<sup>e</sup> période : mai 1906 à mai 1910)

Sur les conclusions du rapport du jury (MM. Neuberg, le Paige et Demoulin), ce prix de 1,200 francs est décerné à M. J. Fairon, répétiteur à l'Université de Liège.

PRIX CHARLES LEMAIRE.

Le jury chargé de juger la dernière période (1909-1911) du prix Charles Lemaire, fondé en vue de récompenser l'auteur du meilleur mémoire publié sur des questions relatives aux travaux publics, s'est réuni le 30 novembre pour arrêter ses conclusions. Assuré d'abord de l'avis du regretté président, M. Van der Mensbrugghe, sur les mérites des mémoires des deux concurrents, M. Denil et M. Knapen, à l'unanimité il a décerné à celui-ci le prix de 1,400 francs.

Les résultats auxquels a abouti M. Knapen, après quatorze années de recherches, sont d'une importance capitale, non seulement pour les grands édifices publics, palais, églises, rongés

par l'humidité depuis des années, même des siècles, mais aussi pour les constructions de tous genres où la brique domine à l'égal de la pierre.

Ses résultats assurent dorénavant la perpétuité des constructions, en enlevant par un système de drainage *ad hoc* toute l'humidité, cette lèpre qu'engendre notre humide climat. Il se sert de l'air comme agent curatif ou dissolvant; il appelle sa méthode : faire transpirer, aérer la pierre.

---

### CONCOURS ANNUEL.

---

La Classe entend la lecture des rapports de MM. de la Vallée Poussin et Demoulin sur le mémoire de concours intitulé : *Sur l'ordre de la meilleure approximation des fonctions continues par des polynomes de degré donné.* — Le jugement sera prononcé à la séance du 15 décembre.

---

### RAPPORTS.

---

Les travaux dont les titres suivent seront déposés aux archives :

*La migration des oiseaux au printemps*, par Éd. Demachy.  
(Rapporteur : M. Laméere.)

*Renovation de la théorie des parallèles*, par Charles Michaux, à North-Battleford (Canada).

---

## COMMUNICATIONS ET LECTURES.

### CHIMIE. — Quelques considérations relatives à l'action des acides sur l'amidon et la dextrine (1),

par W. OETSNER DE CONINCK et A. RAYNAUD.

Dans une série de communications que nous avons présentées à l'Académie royale, nous avons fait connaître l'action spéciale de différentes catégories d'acides sur l'amidon et la dextrine.

Nos résultats peuvent être résumés dans le tableau ci-contre, qui a été dressé de la manière suivante :

Nous prenons la moyenne des chiffres indiquant le poids de glucose formé dans les séries d'expériences effectuées avec des quantités progressivement croissantes des diverses solutions acides employées.

En divisant le nombre ainsi obtenu par le poids réel de l'acide contenu dans la solution (déterminé par une opération acidimétrique préalable), on obtient le poids de glucose formé pour 1 gramme de cet acide dans les conditions de l'expérience.

En multipliant, enfin, les nombres ainsi obtenus par les poids moléculaires respectifs de ces différents acides, on a la quantité de glucose formé par molécule-gramme.

Nous avons opéré d'une part avec l'amidon, d'autre part avec la dextrine.

Toutes les expériences qui ont permis d'établir ces chiffres ont été faites dans des conditions identiques, suivant la technique décrite dans nos notes antérieures, la comparaison entre les résultats obtenus devient possible.

---

(1) Institut de chimie générale. Montpellier.

ACIDES.	FORMULE et poids moléculaire.	POIDS de glucose formé pour 1 centimètre cube de la solution acide (moyenne).		ACIDITÉ de la solution (poids d'acide dans 1 centi- mètre cube)	POIDS de glucose par molécule-gramme.	
		Amidon.	Dextrine.		Amidon.	Dextrine.
Minéraux . . . . .	chlorhydrique .	HCl = 36,5	0,463	0,233	$\frac{0,163 \times 36,5}{0,401} = 14,8$	$\frac{0,233 \times 36,5}{0,401} = 21,2$
	bromhydrique .	HBr = 81	0,449	0,209	$\frac{0,163 \times 36,5}{0,401} = 14,5$	$\frac{0,233 \times 36,5}{0,401} = 20,3$
	iodhydrique .	HI = 128	0,479	0,236	$\frac{0,163 \times 36,5}{0,401} = 17,7$	$\frac{0,233 \times 36,5}{0,401} = 23,3$
	azotique . . . . .	AzO <sup>3</sup> H = 63	0,217	0,237	$\frac{0,163 \times 36,5}{0,401} = 18,4$	$\frac{0,233 \times 36,5}{0,401} = 19,7$
Organiques	formique . . . . .	H . COOH = 46	0,096	0,095	$\frac{0,163 \times 36,5}{0,401} = 3,8$	$\frac{0,233 \times 36,5}{0,401} = 3,8$
	acétique . . . . .	CH <sup>3</sup> - COOH = 60	0,064	0,070	$\frac{0,163 \times 36,5}{0,401} = 3,6$	$\frac{0,233 \times 36,5}{0,401} = 3,9$
	lactique . . . . .	CH <sup>3</sup> - CHOH . COOH = 90	0,062	0,060	$\frac{0,163 \times 36,5}{0,401} = 6,2$	$\frac{0,233 \times 36,5}{0,401} = 6,0$
Dibasiques . . . . .	oxalique . . . . .	COOH + 2H <sup>2</sup> O = 126 COOH = 2 = 63	0,007	0,008	$\frac{0,163 \times 36,5}{0,401} = 5,9$	$\frac{0,233 \times 36,5}{0,401} = 7,0$
	malonique . . . . .	CH <sup>2</sup> < COOH = 104 COOH = 2 = 52	0,016	0,017	$\frac{0,163 \times 36,5}{0,401} = 3,4$	$\frac{0,233 \times 36,5}{0,401} = 3,4$
	tartrique . . . . .	CHOH . COOH = 150 CHOH . COOH = 2 = 75	0,045	0,050	$\frac{0,163 \times 36,5}{0,401} = 5,9$	$\frac{0,233 \times 36,5}{0,401} = 6,7$

Les nombres qu'on obtient ainsi, et qu'on peut appeler *coefficients de saccharification*, permettent alors quelques remarques intéressantes :

1° Ces nombres sont sensiblement constants, d'une part pour les acides minéraux, d'autre part pour les acides organiques. Pour les premiers, ils varient de 15 à 18 avec l'amidon, de 20 à 23 avec la dextrine. Pour les seconds (le poids moléculaire des acides dibasiques étant divisé par 2), on obtient des nombres qui varient de 3 à 6 pour l'amidon, de 4 à 7 avec la dextrine. Le taux de saccharification par molécule est donc trois à quatre fois plus élevé avec les acides minéraux qu'avec les acides organiques;

2° La dextrine paraît d'autant plus saccharifiable par les acides que le *coefficient* de ces acides est plus élevé. Ainsi on voit que, avec les acides organiques, on obtient à peu près la même quantité de glucose avec la dextrine qu'avec l'amidon, tandis que cette quantité est sensiblement plus élevée avec les acides minéraux qui sont plus forts.

Montpellier, le 30 novembre 1911.

---

PHYSICO CHIMIE. — Étude sur l'action chimique  
de l'effluve électrique,

par ALEXANDRE DE HEMPTINNE, correspondant de l'Académie.

Depuis l'époque où nous avons publié nos premières recherches sur la synthèse de l'acide stéarique par l'effluve électrique, nous avons étudié cette réaction d'une façon approfondie.

Nous avons pu déterminer les lois essentielles relatives à l'action simultanée de l'effluve sur un liquide et sur un gaz; l'exposé de ces lois fera l'objet d'une communication ultérieure. Le travail actuel a principalement pour objet l'étude de la persistance de l'activité communiquée à l'hydrogène par l'action de l'effluve et l'influence de la polarité.

*Sur la persistance de l'activité communiquée à l'hydrogène  
par l'action de l'effluve électrique.*

Le dispositif utilisé pour ces recherches est représenté figure 1.

Il se compose d'un tube à effluve recourbé à sa partie inférieure. Celle-ci contient environ 2<sup>cc</sup>5 d'acide oléique.

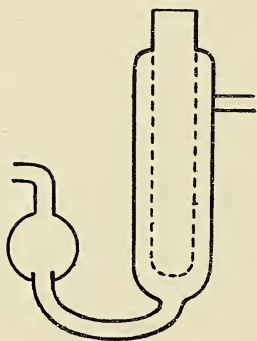


FIG. 1.

L'hydrogène, provenant d'un gazomètre, circule dans le tube avec une vitesse que l'on peut déduire des dimensions du tube et du nombre de litres qui s'écoulent par heure.

Le gaz qui a été soumis à l'action de l'effluve barbote dans l'acide oléique et sa vitesse de déplacement étant connue ainsi que la distance qu'il parcourt depuis le moment où il n'est plus soumis à l'action de l'effluve jusqu'au moment où

il atteint le liquide, on en déduit le temps qui s'écoule pendant cette période : il a été en moyenne d'une demi-seconde environ.

L'expérience était prolongée pendant cinq heures, après lesquelles on déterminait l'indice d'iode de l'acide oléique. Avant de pénétrer dans le tube à effluve, le gaz était lavé par des solutions de permanganate de potasse, d'acide pyrogallique, d'acide sulfurique concentré, et séché par de l'anhydride phosphorique. Dans ces conditions, nous avons constaté une diminution d'environ 6% de l'indice d'iode; pourtant, avant de conclure à la persistance de l'activité de l'hydrogène, nous avons examiné minutieusement les conditions de l'expérience et la pureté du gaz : nous avons constaté que malgré les précautions prises, il contenait encore des traces d'oxygène et que sous l'influence de l'effluve il y avait formation d'eau oxygénée; ce composé agissait sur l'acide oléique en diminuant son indice d'iode.

Afin d'éviter ces causes d'erreurs, nous avons préparé de l'hydrogène chimiquement par l'action de l'eau de sodium sur l'eau. Le gaz était renfermé dans une bouteille d'une contenance de 10 litres environ. Celle-ci communiquait avec une seconde bouteille remplie d'eau, dont nous avons éliminé au préalable l'oxygène par une ébullition prolongée. Les deux bouteilles étaient reliées par des courbes souples au tube à effluve et à une combinaison de siphons et de robinets à plus ou moins fines.

En plaçant l'une des bouteilles tour à tour sur le sol en contre-bas de l'appareil ou sur un support à une certaine hauteur, on réalisait dans l'appareil une circulation continue du gaz toujours dans le même sens. La vitesse du gaz était réglée par la différence de niveau des bouteilles.

Nous croyons inutile de reproduire ici ce dispositif un peu compliqué, mais facile à imaginer. Avant de pénétrer dans le tube à effluve, l'hydrogène passait toujours par un dispositif de dessiccation.

Après avoir fait circuler le gaz pendant cinq heures, nous avons analysé l'acide oléique : l'indice d'iode n'avait pas varié.

Tenant compte des conditions de l'expérience, nous pouvons conclure que si l'effluve communiqué à l'hydrogène une activité plus ou moins durable, celle-ci disparaît déjà après une demi-seconde environ.

On peut se demander si en accélérant la vitesse du courant gazeux, on n'obtiendrait pas un effet appréciable. Cela nous semble douteux; nous croyons plutôt que l'action simultanée de l'effluve sur le liquide et sur le gaz est nécessaire.

### *Influence de la polarité.*

L'effluve électrique est caractérisée par des lueurs plus ou moins intenses, et l'apparition de celles-ci coïncide avec un accroissement subit et considérable de la conductivité électrique.

L'activité chimique est toujours en rapport avec l'intensité de la luminescence et la conductivité. Dans le gaz, on admet la présence de particules électrisées positivement et négativement; il y a lieu de se demander lesquelles sont actives au point de vue chimique.

L'action simultanée de l'effluve sur un liquide et sur un gaz se prête bien à l'étude de cette question.

La figure 2 représente le dispositif qui a été employé. Il se compose de deux tubes  $T_1$ ,  $T_2$ , de 20 centimètres de long environ sur 3 de dia-

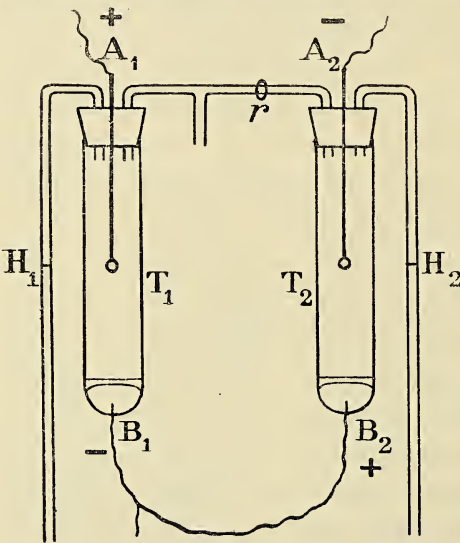


FIG. 2.

mètre. Ces tubes sont fermés hermétiquement à leur partie supérieure par des bouchons en caoutchouc traversés par les



tubes barométriques  $H_1$ ,  $H_2$ , les électrodes  $A_1$ ,  $A_2$  et un tube qui sert à établir une communication entre les parties  $T_1$  et  $T_2$ . La fermeture du robinet  $r$  permet d'interrompre cette communication. Le robinet  $d$  sert à faire le vide dans les appareils et à y introduire l'hydrogène. La mesure cathétométrique de la hauteur de mercure en  $H_1$  et  $H_2$  donne des indications sur l'absorption du gaz. Les électrodes  $A_1$  et  $A_2$  sont reliées respectivement aux pôles positif et négatif d'une machine statique.

Les fils de platine  $B_1$ ,  $B_2$ , soudés à la partie inférieure des tubes, sont reliés entre eux. On introduit dans les tubes assez de mercure pour réaliser une électrode plane d'une certaine grandeur. Chaque tube contient environ 1<sup>cc</sup>5 d'acide oléique, quantité suffisante pour recouvrir la surface du mercure d'une couche mince de ce liquide.

De l'hydrogène pur est introduit dans les deux appareils. Si l'on opérait à la pression atmosphérique, il n'y aurait pas d'effluve, mais une étincelle allant d'une électrode à l'autre. En réduisant suffisamment la pression, on obtient à chaque électrode une effluve dont l'aspect dépend du signe du pôle de la machine à laquelle elle se trouve reliée.

En général, nous avons opéré à une pression très réduite : 12 millimètres environ. Le robinet  $r$ , ouvert pendant un temps assez long, permet de réaliser avec certitude la même pression dans les deux appareils; ce robinet est fermé pendant toute la durée de l'expérience. Celle-ci a été prolongée pendant trente heures. Après dix heures et en tenant compte des variations de la pression atmosphérique et de la température, le niveau  $H_2$  du mercure accusait une ascension de 0<sup>mm</sup>9; le niveau  $H_1$ , une chute de 0<sup>mm</sup>6; après vingt-deux heures, le niveau  $H_2$  accusait une ascension supplémentaire de 1<sup>mm</sup>2 et le niveau  $H_1$  une chute de 0<sup>mm</sup>4. L'expérience prolongée pendant huit heures n'a plus donné de variation en  $H_2$  et accusait en  $H_1$  un accroissement de pression de 0<sup>mm</sup>3. L'expérience terminée, l'étanchéité complète des appareils a été vérifiée par l'observation de la constance des niveaux  $H_1$  et  $H_2$ . L'accroissement de pression est évidemment

la conséquence d'une décomposition partielle de quelques molécules d'acide oléique; cette décomposition peut également avoir lieu dans le tube  $T_2$ , mais l'effet d'absorption du gaz surpasse en tout cas l'effet de décomposition.

L'analyse au point de vue de la diminution de l'indice d'iode a donné les résultats suivants :

Indice d'iode d'une petite quantité d'acide oléique témoin, conservé sur mercure . . . . .	94,40
Indice d'iode du liquide du tube $T_2$ . . . . .	92,60
Indice d'iode du liquide du tube $T_1$ . . . . .	91,72

Le résultat de l'analyse concorde avec les phénomènes d'absorption de l'hydrogène; il semble que dans le tube  $T_1$ , où l'acide oléique est plus particulièrement soumis à l'action des particules électrisées positivement, il n'y a pas eu de transformation, tandis qu'au contraire elle est appréciable dans le tube  $T_2$ , où le liquide reçoit l'afflux des particules négatives.

Connaissant le volume des appareils, l'ascension du mercure et la densité de l'hydrogène, on peut calculer le poids du gaz absorbé.

Il est approximativement de  $0^{\text{mgr}}04$ . D'autre part, si la diminution de l'indice d'iode correspond complètement à la formation d'acide stéarique, on calcule que le poids d'hydrogène nécessaire à cette synthèse est de  $0^{\text{mgr}}18$ .

Le chiffre trouvé est environ quatre fois plus faible que le chiffre calculé; c'est la conséquence d'une décomposition partielle, très minime sans doute, de l'acide oléique.

En effet, la décomposition d'une seule molécule sous l'influence de l'effluve fournit une quantité notable d'hydrogène et suffisante pour saturer un grand nombre d'autres molécules; en outre, il peut y avoir formation d'oxyde de carbone et d'anhydride carbonique; l'apparition de ces gaz a pour effet d'abaisser le niveau du mercure.

Enfin, sous l'influence de l'effluve, il y a une polymérisation partielle de l'acide oléique et, par suite, diminution de l'indice

d'iode. Étant donné la complexité des phénomènes, il n'y a pas lieu de s'étonner des écarts entre les chiffres observés et calculés si l'on tient compte de toutes les circonstances; ces écarts peuvent même être considérés comme relativement faibles.

Cette expérience a été répétée dans des conditions un peu différentes; les électrodes  $A_1$ ,  $A_2$  étaient reliées entre elles et les électrodes  $B_1$ ,  $B_2$  respectivement aux pôles négatif et positif de la machine statique. La durée de l'expérience a été de trente-deux heures. Corrections faites, il a été constaté que le niveau du mercure est descendu de  $0^{\text{mm}}3$  en  $H_1$  et qu'il est monté de  $3^{\text{mm}}9$  en  $H_2$ .

L'analyse a donné :

Indice d'iode du liquide témoin . . . . .	94,4
Indice d'iode du liquide $T_2$ . . . . .	91,8
Indice d'iode du liquide $T_1$ . . . . .	92,8

En ce qui concerne l'absorption du gaz, cette expérience concorde complètement avec la précédente.

La variation de l'indice d'io le n'est pas nulle mais faible dans le tube où l'acide oléique est exposé à l'afflux des particules positives; elle est supérieure dans le tube où l'acide oléique est soumis à l'action de l'afflux des particules négatives.

L'influence de la polarité a encore été confirmée par d'autres expériences pour lesquelles nous avons utilisé le dispositif représenté figure 3.

Il se compose d'une cloche en verre A dans laquelle on peut faire le vide et introduire l'hydrogène à la pression voulue. La cloche renferme deux coupes en verre mince et celles-ci contiennent chacune environ  $0^{\circ}1$  d'acide oléique.

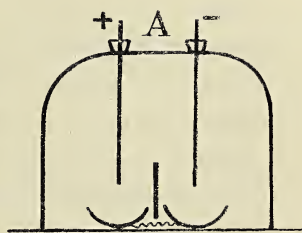


FIG. 3.

Une partie de la face inférieure des coupes est recouverte d'une feuille d'étain. Ces feuilles, appelées à jouer le rôle d'électrodes, sont reliées par un fil conducteur. Une pointe métallique très fine est fixée à une certaine hauteur au-dessus

de chaque coupe ; ces pointes sont reliées aux pôles de la machine statique.

Le liquide subit dans ces conditions l'afflux de particules électrisées ; on constate qu'il se creuse et se déplace comme sous l'action d'un souffle.

Une expérience faite à la pression atmosphérique a donné un résultat peu concluant ; il y a du reste lieu de remarquer qu'à cette pression les conditions de formation de l'effluve sont défectueuses.

L'expérience a été répétée à la pression réduite de 360 millimètres et prolongée pendant vingt-six heures. La quantité de liquide contenue dans les coupes était trop petite pour être analysée, mais il nous a pourtant été possible de constater des différences très apparentes au point de vue de la vitesse de solidification des liquides refroidis lentement dans les mêmes conditions.

Le liquide soumis à l'action de la pointe négative se solidifie nettement avant l'acide oléique primitif. Cette différence existe, mais est très faible pour l'acide oléique exposé à l'action de la pointe positive. Nous avons répété l'expérience, mais en substituant à la pointe unique un faisceau de nombreuses pointes et en opérant à la pression de 33 millimètres. L'expérience a été prolongée pendant trente heures, après lesquelles nous avons constaté que l'acide oléique soumis à l'action des pointes négatives se solidifie sensiblement plus vite que celui soumis à l'action des pointes positives, et il en est de même pour ce dernier comparé au liquide primitif.

Faut-il conclure de ces expériences que les particules négatives interviennent seules ou plus activement dans la combinaison de l'hydrogène et de l'acide oléique ?

La première hypothèse semble devoir être rejetée.

En effet, il y a lieu de remarquer qu'en général l'effet n'est pas nul du côté de l'électrode positive, sauf dans le cas de la première expérience où nous avons constaté une variation de l'indice d'iode de 1.8 du côté négatif et un accroissement de 0.3

du côté positif. C'est là un fait anormal, et des écarts aussi faibles sont de l'ordre de grandeur des erreurs d'analyse. Les différences peuvent résulter non pas d'une activité spécifique plus grande des particules électrisées négativement, mais des différences qui ont déjà été signalées entre la décharge positive et négative au point de vue de l'énergie cinétique des particules, de l'intensité du courant et de l'aspect de la décharge et par suite de son étendue.

Nous savons que les particules négatives sont projetées avec une vitesse plus grande; de plus, qu'à différence de potentiel égale, l'intensité du courant entre une pointe et une plaque est environ deux fois plus grande lorsque la pointe est négative (1).

Enfin, nous avons déjà signalé la relation intime qui existe entre les effets chimiques de l'effluve électrique et l'aspect de la luminescence; celle-ci varie sensiblement suivant le signe de l'électrode plane (2).

Si les particules négatives étaient seules actives, dans aucun cas on n'aurait dû constater d'effet du côté de l'électrode plane négative; or, tel n'est pas le cas. Les effets sont sans doute sensiblement plus faibles du côté de l'électrode plane négative, mais les différences peuvent s'expliquer par les causes que nous venons de signaler. Il est donc prématuré de formuler une conclusion absolue en ce qui concerne l'activité chimique plus grande des particules négatives.

Gand, le 4<sup>er</sup> décembre 1911.

---

(1) *Ann. de phys.*, p. 259, 1901.

(2) *Influence de la décharge électrique par la pointe.* (ZEITSCHR. FÜR PHYS. CHEMIE, 1903.)



## CLASSE DES SCIENCES.

---

*Séance du 15 décembre 1911.*

M. J. NEUBERG, directeur.

M. le chevalier EDMOND MARCHAL, secrétaire perpétuel.

Sont présents : MM. Ch. Francotte, *vice-directeur* ; C. Malaise, Ch. Van Bambeke, Alf. Gilkinet, M<sup>el</sup> Mourlon, P. Mansion, P. De Heen, C. le Paige, Ch. Lagrange, J. Deruyts, L. Fredericq, V. Masius, C. Vanlair, A. Jorissen, Paul Pelseneer, A. Lameere, G. Cesàro, Ch.-J. de la Vallée Poussin, Max. Lohest, F. Swarts, J. Massart, *membres* ; A. Rutot, V. Willem, A. de Hemptinne, P. Stroobant. J. Verschaffelt, L. Dollo et Ch. Julin, *correspondants*.

Absences motivées : MM. Gravis et Durand.

---

### CORRESPONDANCE.

---

Par une lettre du Palais, le Roi fait exprimer ses regrets de ne pouvoir assister à la séance publique.

M. le Ministre des Sciences et des Arts remercie pour l'invitation à cette cérémonie et regrette qu'un engagement antérieur l'empêche de s'y rendre.

— La Classe apprend, avec un profond sentiment de regret, la mort de Sir Joseph Dalton Hooker, associé de la Section des sciences naturelles depuis le 16 décembre 1872.

Né à Halesworth (Suffolk) en 1817, il est décédé à Sunningdale (Angleterre), le 10 décembre.

— M. le Ministre des Sciences et des Arts envoie une ampliation de l'arrêté royal du 26 novembre nommant M. Ch. Francotte, directeur de la Classe des sciences pour 1912, président de l'Académie pour ladite année.

— Le Comité organisateur du deuxième Congrès de chimie et de physique pures et appliquées annonce que ces assises auront lieu du 21 au 28 décembre 1911 (ancien style), à l'Université de Saint-Petersbourg.

— M. Fairon remercie pour le Prix François Deruyts qui lui a été décerné.

— Les travaux manuscrits suivants, de M. Godeaux, sont soumis à l'examen de MM. A. Demoulin et J. Neuberg :

*Sur les plans qui rencontrent des couples de droites en des couples de points conjugués par rapport à une même conique;*

*Sur les systèmes linéaires quintuplement infinis de quadratiques.*

— Hommages d'ouvrages :

Par M. le Secrétaire perpétuel, au nom de M. Schwoerer, de Colmar :

*Gustav-Adolf Hirn, sein Leben und seine Werke*, par le professeur von Keller, de Munich (avec une note pour le *Bulletin*).

M. le Secrétaire perpétuel présente aussi les brochures relatives aux prix Nobel décernés en 1909 et 1910.

Par M. Ch. Van Bambeke :

*Félix Plateau, 1841-1911. Notice nécrologique.*

Par M. A. Rutot :

*La Conférence du Paléolithique de Tübingen.*

— Remerciements.



NOTE BIBLIOGRAPHIQUE.

M. E. Schwoerer, de Colmar, qui nous est déjà bien connu comme ami et collaborateur de notre illustre confrère Hirn par le célèbre livre de celui-ci : *Constitution de l'espace céleste*, publié dans les *Mémoires* in-4° de l'Académie en 1889, me demande de vous offrir un exemplaire du tirage à part de la notice du D<sup>r</sup> Keller, de Munich, jadis professeur à Carlsruhe, consacrée à Gustave-Adolphe Hirn, sa vie et ses travaux. La notice a paru en allemand dans les *Contributions à l'histoire de la technologie et de l'industrie*, de l'*Annuaire* pour 1914 des sociétés allemandes d'ingénieurs de Conrad Matchoss, publié par Julien Springer, à Berlin. (Pas dans le commerce.)

Cette brochure constitue la notice la plus complète sur Adolphe Hirn, ses recherches, ses travaux. Elle renferme un médaillon photographié représentant Hirn dans la force de l'âge (p. 21) et la médaille (par Roty), face et revers, que des compatriotes, des amis et des admirateurs lui ont offerte le 21 août 1889, et également offrant l'effigie de Hirn à l'âge de 74 ans. Bien des Belges sont cités dans ce travail, à ne compter que le Prof<sup>r</sup> Dwelshauwers-Dery, de Liège.

Les musiciens qui s'occupent de la théorie de la musique prendront autant d'intérêt à lire ce travail, que les astronomes et, en général, tous ceux qui s'occupent de haute philosophie de la matière. Saint-Saëns entre autres fut un des correspondants de l'illustre Alsacien.

Chev. EDM. MARCHAL.

---

M. le Secrétaire perpétuel présente la publication portant pour titre : *Les Prix Nobel en 1909 et en 1910*, faite par ordre des corporations (institutions suédoises et norvégienne) chargées de décerner ces prix.

**ANNÉE 1909.**

*Académie royale des sciences de Suède.*

PHYSIQUE. — Prix à Guglielmo Marconi, de Bologne, et Ferdinand Braun, de Strasbourg, *en reconnaissance de leurs mérites pour le développement de la télégraphie sans fil.*

CHIMIE. — Prix à Wilhelm Ostwald, de Leipzig, *en reconnaissance de ses travaux sur la catalyse ainsi que de ses travaux préparatoires sur les conditions d'équilibre chimique et de vitesse de réactions.*

*Institut royal Carolin de médecine et de chirurgie.*

PHYSIOLOGIE ET MÉDECINE. — Prix à Theodor Kocher, de Berne, *pour ses travaux sur la physiologie, la pathologie et la chirurgie du corps thyroïde.*

*Académie suédoise.*

LITTÉRATURE. — Prix à M<sup>lle</sup> Selma Lagerlöf, *pour le noble idéalisme, la richesse d'imagination, la générosité et la beauté de la forme qui caractérisent son œuvre.*

PRIX NOBEL DE LA PAIX, en partage à M. Auguste Beernaert, ministre d'État belge, président du Conseil interparlementaire, membre de la Cour internationale d'arbitrage, et le baron Paul-Henri-Benjamin Balluet d'Estournelles de Constant de Rebecque, sénateur français, président du Groupe parlementaire français, membre de la Cour internationale d'arbitrage.

ANNÉE 1910.

*Académie royale des sciences de Suède.*

PHYSIQUE. — PRIX à Johan Didrik van der Waals, d'Amsterdam, pour ses travaux concernant l'équation de l'état d'agrégation des gaz et des liquides.

CHIMIE. — PRIX à Otto Wallach, de Göttingen, en reconnaissance de l'essor qu'il a donné au développement de la chimie organique et de l'industrie chimique par ses travaux initiateurs dans le domaine des substances alicycliques.

*Institut royal Carolin de médecine et de chirurgie.*

PHYSIOLOGIE ET MÉDECINE. — PRIX à Albrecht Kossel, d'Heidelberg, en reconnaissance de l'apport que ses travaux sur les substances albuminoïdes, y compris les nucléïnes, ont fourni à la connaissance de la chimie des cellules.

*Académie suédoise.*

LITTÉRATURE. — PRIX à Paul Heyse, de Berlin, en hommage à cet art accompli et empreint d'idéalisme dont il a donné des preuves au cours d'une longue et importante activité comme poète lyrique et dramatique, comme romancier et auteur de nouvelles célèbres.

PRIX NOBEL DE LA PAIX, au Bureau international de la Paix, à Berne.

---

RAPPORTS.

La Classe entend la lecture des rapports de MM. Van Bambeke, Fredericq et Francotte, sur deux demandes de M. Victor Willem, chargé de cours à l'Université de Gand, et de M. Duesberg, chargé de cours à l'Université de Liège, relatives à l'occupation des tables d'études de la Station zoologique et physiologique de Naples. — Renvoi à M. le Ministre des Sciences et des Arts.

*Sur deux des règles de prévision de M. G. Guilbert.*  
*Réponse à M. Vincent; par G. GUILBERT.*

**Rapport de M. P. Stroobant, premier commissaire.**

« M. Guilbert a adressé à l'Académie une réponse aux critiques que M. Vincent a formulées dans une étude publiée dans le numéro d'avril 1911 de nos *Bulletins* et intitulée : *Sur deux des règles de prévision de M. G. Guilbert.*

L'auteur de la réponse fait d'abord remarquer que le premier principe discuté par M. Vincent et relatif aux cirrus n'est pas une de ses vingt-cinq règles de prévision, mais une simple indication subordonnée à la direction et à l'intensité des courants de surface. M. Guilbert examine ensuite les trois exemples considérés par M. Vincent dans sa critique.

Celui-ci a étudié aussi la règle 17 relative aux dorsales de haute pression et a trouvé 29 cas, pris dans trois semestres au hasard, et il a constaté qu'en général cette règle ne se vérifie pas. M. Guilbert a repris les mêmes semestres et trouve 148 cas au lieu de 29. Cet écart considérable peut s'expliquer en remarquant : 1° que M. Vincent a fait usage du Bulletin de la *Deutsche See-*

*warte* qui comprend, notamment au nord et à l'est, une partie moins étendue de l'Europe que le Bulletin français, mais qui a d'autre part l'avantage de renfermer deux cartes complémentaires donnant le tracé des isobares à 2 heures et à 8 heures du soir; 2° qu'il n'a pas été donné une définition précise des dorsales et que de simples inflexions dans une ou deux isobares sont considérées comme des dorsales dans le tableau de M. Guilbert, que j'ai comparé aux cartes de la *Deutsche Seewarte* pour les trois premiers mois de 1894; 3° qu'il existe entre les deux auteurs une différence essentielle d'interprétation et qui obscurcit le débat : pour M. Guilbert, la dorsale est détruite quand elle a disparu le lendemain de la région où elle se trouvait; pour M. Vincent, elle n'est pas détruite, elle n'est que déplacée si on constate un mouvement d'ensemble des isobares dans une même direction. Ainsi le 24 janvier 1894, une dorsale existe sur la Scandinavie; le lendemain elle a disparu, mais on en retrouve une sur la Finlande. Suivant M. Guilbert, ces deux dorsales sont distinctes et ont été détruites l'une et l'autre, sa règle se trouve confirmée; tandis que d'après M. Vincent, c'est la même dorsale qui s'est déplacée, et la règle est en défaut. Si l'on examine les cartes complémentaires donnant la distribution des pressions à 2 heures et à 8 heures du soir, on peut suivre aisément le déplacement progressif des isobares de l'ouest vers l'est. Enfin le 26, M. Guilbert note une dorsale sur la Laponie, région qui se trouve hors du cadre des cartes de la *Deutsche Seewarte*, mais n'est-ce pas encore la même croupe de hautes pressions qui s'est déplacée vers le nord-est ?

On voit qu'il n'est pas étonnant que dans ces conditions les deux auteurs ne soient pas d'accord.

Moyennant quelques réserves, je propose d'insérer au *Bulletin* la réponse de M. Guilbert. »

Rapport de M. Ch. Lagrange, second commissaire.

« Il est de stricte justice que la réponse de M. Guilbert paraisse dans le *Bulletin*, et j'ai l'honneur d'en proposer l'impression. »

Ces propositions ont été adoptées par la Classe.

---

## CONCOURS ANNUEL DE 1911.

---

Section des sciences physiques et mathématiques.

PREMIÈRE QUESTION.

*Exposer et coordonner nos connaissances relatives à la constitution physique du Soleil.*

Rapport de M. Paul Stroobant, premier commissaire.

« Le travail envoyé comme réponse à la question : *Exposer et coordonner nos connaissances relatives à la constitution physique du Soleil* comprend un résumé des faits tirés de l'observation, accompagné souvent d'indications historiques, et un exposé succinct de certaines théories solaires. Cette notice, rédigée en partie à l'aide d'ouvrages de vulgarisation, manque de cohésion et elle est beaucoup moins scientifique que le livre récent de Bosler : *Les théories modernes du Soleil*, que l'auteur cite du reste à plusieurs reprises.

Il eût été intéressant, après avoir exposé les données bien établies, de faire une critique des diverses théories et de les confronter avec l'observation, et même de chercher à dégager certains faits généraux, de nos connaissances, qui se sont multipliées durant ces dernières années, grâce à la méthode photographique et à l'usage du spectrohéliographe.

Mais l'auteur estime que l'on doit se montrer extrêmement réservé en ce qui concerne les hypothèses émises sur la consti-

tution physique du Soleil et que la même réserve s'impose relativement aux nouvelles hypothèses qui pourraient se faire jour.

L'auteur a renoncé aussi aux considérations d'ordre mathématique, parce que, dit-il, leurs bases ne sont pas suffisamment bien établies.

En résumé, le travail qui nous a été adressé ne renferme pas d'idées nouvelles et n'a aucun caractère original; il ne constitue pas, selon nous, une tentative de coordination de nos connaissances relatives à la constitution physique du Soleil et en conséquence ne semble pas mériter le prix de l'Académie. »

Ces conclusions, auxquelles ont souscrit MM. le Paige et Lagrange, ont été adoptées.

En conséquence, le prix n'est pas décerné.

---

QUATRIÈME QUESTION.

*On demande de nouvelles recherches sur les développements des fonctions (réelles ou analytiques) en séries de polynomes. —*

Prix : 800 francs.

**Rapport de M. de la Vallée Poussin, premier commissaire.**

« Mémoire adressé en réponse à la quatrième question précitée.

Devise :

La vie est brève...  
Un peu de rêve,  
Un peu d'espoir,  
Et puis bonsoir.

Ce mémoire a pour titre : *Sur l'ordre de la meilleure approximation des fonctions continues par des polynomes de degré donné*, et c'est des fonctions réelles qu'il s'agit presque exclusivement.

Le but principal de ce travail, dit l'auteur dans son introduction, est de résoudre la question suivante posée par M. de la Vallée Poussin (\*) : Est-il possible ou non de représenter l'ordonnée d'une ligne polygonale, ou (ce qui revient au même)  $|x|$  dans l'intervalle  $(-1, +1)$ , par un polynome de degré  $n$  avec une approximation d'ordre supérieur à  $1 : n$ . La possibilité d'atteindre cette approximation était d'ailleurs démontrée dans le mémoire cité.

La même question élargie a été reprise à l'Université de Göttingen comme question de concours (\*\*), et la Faculté de cette Université vient de couronner un important mémoire de M. DUNHAM JACKSON, présenté en réponse à cette question et publié comme dissertation inaugurale (\*\*\*). Ce travail a paru trop tard pour venir à la connaissance de l'auteur du mémoire que j'ai à examiner avant la remise de son manuscrit. Aussi, étant donné l'identité des sujets, les deux auteurs devaient nécessairement se rencontrer sur quelques points. Ils se ren-

---

(\*) *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique (sciences)*, 1908, p. 403.

(\*\*) Voici l'énoncé de cette question :

Bekanntlich hat Weierstrass vor 25 Jahren zuerst bewiesen, dass jede in einem Intervall stetige Funktion mit beliebiger Genauigkeit durch eine ganze rationale Funktion approximiert werden kann. Ueber die Abhängigkeit des hierzu erforderlichen kleinstmöglichen Grades dieses Polynoms von der vorgeschriebenen Genauigkeitsgrenze sind die ersten Untersuchungen in neuerer Zeit gemacht worden, von de la Vallée Poussin (*Bull. de l'Acad. roy. de Belgique*, 1908) und Lebesgue (*Rendiconti del Circolo matematico di Palermo*, Bd 26, und *Annales de la Faculté de Toulouse*, sér. 3, Bd 4). Ob die hierbei erzielten Abschätzungen des Grades als Funktion der Genauigkeitsgrenze noch übertroffen werden können, ist ein offener Fragenkomplex.

Die Fakultät wünscht, dass in dieser Richtung ein wesentlicher Fortschritt gemacht werde; ein solcher würde z. B. in der Beantwortung der folgenden von de la Vallée Poussin gestellten Frage liegen : konvergirt im Falle eines festen gegebenen Linienzuges das Produkt von Genauigkeitsgrenze und zugehörigen Minimalgrade mit ersterer gegen Null ?

(\*\*\*) *Ueber die Genauigkeit der Annäherung stetigen Funktionen durch ganze rationale Funktionen gegebener Grades und trigonometrische Summe gegebener Ordnung*. Göttingen, 1911.



contrent effectivement dans la recherche des relations qui existent entre l'ordre de la meilleure approximation et les propriétés différentielles de la fonction, question fondamentale qui occupe toute la première partie du mémoire qui nous est présenté. Mais cette rencontre n'est pas à regretter, parce que les deux auteurs se placent à des points de vue inverses, l'un, qui nous intéresse, partant de la meilleure approximation pour arriver aux propriétés différentielles, l'autre, M. Jackson, partant des propriétés différentielles pour en conclure l'ordre de la meilleure approximation. Or chacun d'eux va plus loin que l'autre à son point de vue.

Par contre, si nous revenons au problème que j'ai posé quant à l'approximation de  $|x|$ , M. Jackson apporte peut-être quelques nouvelles contributions à sa solution, mais, pas plus que ses devanciers, il n'arrive à trancher la question. C'est ce que fait l'auteur du mémoire envoyé à l'Académie royale de Belgique. Il fournit même, pour obtenir une borne inférieure satisfaisante de l'approximation de  $|x|$  dans l'intervalle  $(-1, +1)$ , deux méthodes essentiellement différentes. Toutes deux supposent toutefois une certaine extension de la définition du polynôme d'approximation, introduite par l'auteur (26) et que voici :

L'auteur appelle *polynôme généralisé* relatif à une suite d'exposants positifs donnés  $\alpha_0 < \alpha_1 < \dots < \alpha_n$  une expression de la forme

$$A_0x^{\alpha_0} + A_1x^{\alpha_1} + \dots + A_nx^{\alpha_n}.$$

Le polynôme d'approximation de  $f(x)$  relativement à cette suite d'exposants est alors celui,  $R_n$ , des polynômes de la forme précédente pour lequel le maximum de  $|f - R_n|$  atteint son minimum. L'auteur étend aux polynômes généralisés presque toutes les propriétés connues jusqu'ici des polynômes d'approximation ordinaires.

Grâce à cela, l'auteur parvient à son but principal et démontre que l'ordre de la meilleure approximation de  $|x|$  et, par suite,

de l'ordonnée d'une ligne polygonale par un polynome de degré  $n$ , est celui de  $1 : n$  exactement.

C'est à la solution de cette question qu'est consacrée la majorité de la seconde partie du mémoire, et celle-ci, à mon avis, mériterait déjà le prix à elle seule.

Je ne fais cependant pas moins de cas de la première partie dont j'ai parlé tout à l'heure et j'ai encore beaucoup d'estime pour la troisième et dernière, consacrée aux développements en série de *polynomes trigonométriques*, c'est-à-dire de la forme

$$T_n = \cos n \text{ arc } \cos x.$$

Mais ces parties seraient trop longues à analyser, il faudrait reprendre tout au long les énoncés des nombreux théorèmes enchainés par l'auteur et entre lesquels il est difficile de choisir sans mutiler sa pensée. Voici seulement ma conclusion :

Par le nombre et la valeur des résultats nouveaux qu'il contient, le mémoire présenté à l'Académie est le plus important qui ait été fait jusqu'ici *sur le développement des fonctions réelles en séries de polynomes*. J'ai l'honneur de proposer à la Classe de lui décerner le prix et je fais des vœux pour que son impression puisse se faire le plus tôt possible. »

M. Demoulin, second commissaire, s'est rallié à ces conclusions; elles sont adoptées par la Classe.

L'ouverture du pli cacheté fait connaître comme auteur : M. Serge Bernstein, à Charkow (Russie).

---

## PRIX FRANÇOIS DERUYTS

GÉOMÉTRIE SUPÉRIEURE SYNTHÉTIQUE OU ANALYTIQUE.

(Deuxième période : 1906-1910.)

### CONCLUSION.

En résumé, les deux concurrents ont présenté des travaux sur des sujets intéressants.

M. Fairon a donné, dans un grand nombre de cas, une interprétation géométrique des invariants et des covariants d'une forme binaire ou d'un système de telles formes; il a apporté des contributions importantes à la théorie des involutions et développé une méthode d'interpréter les formes binaires dans l'hyperespace.

M. Godeaux a abordé des questions très variées : extensions des théorèmes de Maclaurin et Braikenridge ou de Grassmann, certaines transformations géométriques, les systèmes de coniques dans l'espace, les congruences de cubiques gauches, etc. Ses publications, assez nombreuses pour son âge, témoignent d'une grande facilité d'assimilation, d'une certaine initiative et aussi d'une vive imagination qui l'entraîne quelquefois trop loin.

Les travaux de M. Fairon offrant une grande unité et un caractère achevé, nous proposons de décerner à ce géomètre le Prix François Deruyts pour la période mai 1906-mai 1910.

J. NEUBERG.

Je me rallie volontiers aux conclusions du savant premier commissaire.

A. DEMOULIN.

Je me rallie également aux conclusions de notre savant confrère.

C. LE PAIGE.

En conséquence, la Classe décerne ce prix de *douze cents francs* à M. J. Fairon, répétiteur à l'Université de Liège,

(Le rapport sera publié ultérieurement.)

## PRIX CHARLES LEMAIRE

EN FAVEUR DES QUESTIONS RELATIVES AUX TRAVAUX PUBLICS.

Dixième période : juillet 1909-1911.

*Rapport des Commissaires délégués à MM. les Directeur, Secrétaire perpétuel et Membres de la Classe des sciences de l'Académie royale de Belgique (1).*

MESSIEURS,

La Classe des sciences de l'Académie royale de Belgique a reçu, au cours de la période biennale de 1909 à 1911, divers mémoires émanant de deux auteurs, dont l'un, M. Denil, ingénieur principal des Ponts et Chaussées, a obtenu le Prix Charles Lemaire en 1909, pour son mémoire sur : *Les échelles à poisons et leur application aux barrages de Meuse et d'Ourthe*, et dont l'autre, M. A. Knapen, architecte, est l'inventeur d'un procédé nouveau pour remédier à l'humidité dans les constructions.

Les trois mémoires présentés par M. Denil, dont la science curieuse aborde les objets les plus divers de l'art de l'ingénieur, sont les suivants, rangés par ordre d'ancienneté :

*Le réglage automatique du niveau des biefs, 1909 ;*

*La destruction des maçonneries par le fer inclus, 1910 ;*

*Batardeau sans terre construit à Bruxelles, 1911.*

---

(1) Le jury était composé de MM. Van der Mensbrugge, *président* ; Dufourny, inspecteur général des Ponts et Chaussées ; Lambin, ingénieur en chef directeur des Ponts et Chaussées, Chef du Cabinet de M. Van de Vyvere, Ministre de l'Agriculture et des Travaux publics ; De Heen ; Lagasse-de Locht, directeur général des Ponts et Chaussées, président de la Commission royale des monuments, *rapporteur*.

M. Van der Mensbrugge est décédé au cours des travaux du jury.

Le second et le troisième constituent des études d'érudition, fort intéressantes sans doute, mais qu'il ne nous paraît pas possible de classer dans la catégorie des travaux entrevus par Charles Lemaire ; elles ne sont qu'une contribution indirecte à des idées et à des réalisations nouvelles dans l'art et dans la science de l'ingénieur. On n'y trouve pas une invention comparable à celle qui a valu à l'auteur d'être couronné en 1909.

Le premier de ces mémoires renferme, à côté de descriptions de dispositifs connus pour l'alimentation des canaux, un projet simple d'alimentation-siphon automatique, qui paraît à M. Denil une bonne solution du problème dans le cas des canaux ordinaires. Si intéressante soit-elle, elle a semblé au jury ne s'appliquer qu'à un coin assez retiré et même assez clos du champ où s'exécutent les recherches et les conceptions de l'ingénieur aux prises avec les exigences de sa besogne journalière.

L'invention, aussi simple que géniale, de M. l'architecte Knapen présente une tout autre ampleur.

Nous ne nous arrêterons pas aux développements, plus ou moins précis, que l'inventeur a produits dans de nombreuses communications faites en Belgique et à l'étranger, et soumises à la Classe des sciences sous les titres énoncés ci-après, d'après l'ordre d'ancienneté de la publication :

*Conférence sur l'hygrométrie du bâtiment*, faite à la Société centrale des architectes français, 1909 ;

*L'humidité dans les constructions et procédés nouveaux pour y remédier*. Paris, 1911.

Il importe de considérer l'invention principale en elle-même et de vérifier si l'expérience en a démontré la valeur réelle.

Par invention principale, nous entendons celle qui se trouve à l'origine des travaux de l'auteur ayant pour but d'assécher et d'assainir les constructions anciennes ou nouvelles ; de conserver les monuments eux-mêmes avec les décorations picturales qui les ornent.

Depuis que l'homme établit des constructions en matériaux solides et maçonnés, il a lutté contre l'humidité des terres montant dans les murs et les salpêtrant. Que de procédés ont été inventés et mis en œuvre pour préserver les bâtiments contre les ravages de l'humidité ! Nous n'en finirions pas s'il les fallait énumérer ; même, si l'on se bornait à n'en donner qu'une classification.

Personne n'avait songé à faire « respirer » (1) les murs. C'est à quoi M. l'architecte Knapen est arrivé après quinze années d'expériences et de tâtonnements successifs.

Il pratique dans le mur, s'il existe, et il y ménage à l'aide de briques spécialement creuses, s'il s'agit de le construire, des drains d'un diamètre d'environ 0<sup>m</sup>03, plus ou moins inclinés suivant la valeur de la différence entre les degrés hygrométriques des milieux que borde chacune des parois du mur et n'atteignant, en longueur, qu'environ la moitié de l'épaisseur du mur.

Si le drain était horizontal au lieu d'être incliné, le résultat ne serait plus atteint.

S'il traversait le mur de part en part, il ne produirait aucun effet.

Si le diamètre était inférieur à 0<sup>m</sup>026 ou supérieur à 0<sup>m</sup>036, le drain ne fonctionnerait plus.

D'ordinaire ces drains sont disposés, de 0<sup>m</sup>30 à 0<sup>m</sup>35 les uns des autres, par lignes horizontales distantes elles-mêmes d'environ 0<sup>m</sup>80 à 1 mètre. Dans une place, ces drains, terminés chacun par une sorte de virole en cuivre de forme triangulaire, avec ouvertures constantes ou fermetures mobiles, peuvent se dissimuler facilement dans des motifs d'architecture, tels que les plinthes, les cimaises, etc.

L'aérage de la place est facilité par des clapets mobiles en cuivre ornémenté ou non, ménagés dans les parties inférieures ou supérieures des portes ou en d'autres endroits propices.

---

(1) Cette expression appartient au rapporteur.

Tout étant prêt, que se produit-il? L'air relativement plus chaud de la pièce généralement habitée, s'élève dans les drains par filets qui se chargent d'humidité et se refroidissent à mesure qu'ils lèchent les parois du drain et s'enfoncent plus avant dans la profondeur du trou. Les filets, refroidis et plus pesants désormais, retombent du fond du trou jusqu'à l'extérieur en se chargeant encore d'humidité froide; ils sont remplacés par des filets d'air plus léger et plus sec venant de l'appartement, lesquels continuent l'œuvre des précédents, savoir l'assèchement du drain, par cette circulation continue d'air à l'intérieur du mur. On peut le dire sans métaphore : c'est la *respiration* du mur que l'auteur a instaurée.

Les drains, s'asséchant et puisant tout autour d'eux l'humidité restante, le mur lui-même, en respirant ainsi, se guérit totalement et se débarrasse à jamais de toute trace d'humidité.

Que de cuisines-caves ont été asséchées! Nous n'en citerons qu'une : celle de la conciergerie de la Direction générale des Ponts et Chaussées, devenue inhabitable à force d'être humide et transformée, depuis l'application du système Knapen, en une des plus agréables places de la maison. Coût : 400 francs.

Parmi les églises, celle de Vyve Capelle, près de Bruges, mérite une mention toute spéciale. Bâtie sur un marais par maître Jean Béthune, l'auteur de la renaissance gothique en notre pays, le fondateur de l'école des peintres verriers belges qui compte aujourd'hui des maîtres et probablement le plus grand de tous sur le continent, l'église de Vyve Capelle, un bijou, était dévorée par l'humidité et le salpêtre.

En deux mois, le système Knapen y a été appliqué. Coût : 5,000 francs.

La Commission royale des monuments a pu constater, sur les lieux mêmes, le 10 janvier 1911, que les résultats dépassaient toute attente. Les murs, les colonnes, avec leurs bases et leurs chapiteaux, ne pleuraient plus sous l'effet de suintements sales, affreux. Ils avaient pris la coloration, la vigueur, la

vie d'organismes architecturaux en pleine santé, en joyeux épanouissement.

Au bas d'un grand jardin en pente se trouve établie la véranda d'une importante maison. L'un des murs de cette véranda portait, depuis plus de cinquante ans, de larges taches d'humidité. Rien n'y avait porté remède. Le phénomène, bien et longuement étudié, provenait d'une nappe d'eau souterraine descendant du bout du jardin et baignant la fondation du mur de la véranda. Ce mur limite aussi un couloir facilitant les services du grand jardin.

Quarante et un drains Knapen, distants de 0<sup>m</sup>30 à 0<sup>m</sup>35 l'un de l'autre, furent établis, du côté du couloir, sur deux lignes distantes de 0<sup>m</sup>80, les appareils s'y trouvant rangés en quinconce. Les deux portes du couloir furent munies chacune de deux petits clapets d'aérage.

Quarante-huit heures après l'exécution de ces travaux, le mur de la véranda était si bien asséché, qu'on enleva le vieux crépi, le remplaça par du nouveau devenu bien vite tout à fait sec; on put le recouvrir aussitôt d'un papier de tapisserie, dans lequel, depuis lors, n'apparaît plus la moindre tache d'humidité. Le mur est guéri; la véranda est sauvée. Il n'y faut plus toucher. Coût : 200 francs.

C'est une faiblesse de l'invention, que son rapport en argent. Là où elle a été rationnellement appliquée, il n'y a plus à faire ni restauration, ni entretien d'importance, à condition, bien entendu, que l'application de la découverte se fasse rationnellement, nous répétons le mot.

Cette observation mérite que nous nous y arrêtions un instant.

Un architecte distingué, en son vivant membre de l'Académie royale de Belgique, fut l'un des premiers à signaler l'importance de la découverte de son collègue Knapen. Il en était enthousiasmé. Un jour, il vint trouver votre rapporteur pour lui démontrer que cet enthousiasme n'avait plus de raison d'être.



Or, il s'était simplement trompé dans l'application du système. Un pignon d'un château, bâti sur les hauts plateaux de l'est de la Belgique, était exposé en plein ouest. Il n'était protégé contre les vents impétueux et les pluies battantes par aucun revêtement : ni ardoises, ni ciment, ni cérésite. L'académicien susdit s'était borné à appliquer à ce mur, du côté de l'intérieur du château, les drains Knapen. Il fut facile de lui démontrer que ces drains ne sont pas des tuyaux d'évacuation d'eau, mais de simples moyens de respiration. Il fallait tout d'abord recouvrir le mur à l'extérieur pour qu'il ne devint pas un réservoir d'eau, puis le soumettre, à l'intérieur, au régime Knapen, afin de le protéger contre toute humidité.

De même, votre rapporteur n'ayant pas été consulté, l'on s'est trompé dans une autre application du système Knapen au nouveau pont de Selzaete sur le canal de Terneuzen.

Ce pont a un tablier métallique du système Schwetzer, dont la culasse, lorsque le pont est élevé verticalement pour dégager la passe navigable, se cache à l'intérieur de l'une des culées.

Celle-ci se trouve sous 9 mètres de pression d'eau. On a cru sauvegarder les fers de la culasse contre l'humidité des murs retenant une colonne d'eau de cette importance en usant de drains de Knapen seulement. Il faut revêtir les parois sous eau de la culée d'un revêtement extérieur en asphalte, en cérésite, ou en toute autre matière de ce genre capable de s'opposer à ce que le mur ne soit transformé, nous le répétons, en une sorte de réservoir. Cela fait, les drains Knapen, posés à l'intérieur, asséchant définitivement les murs, la culasse se trouvera en lieu tout à fait sec.

Une fois bien pénétré de cette vérité, résultant de l'étude attentive des faits, savoir que le système Knapen assèche les parois humides, par voie de respiration, mais ne les vide point des masses d'eau qui y seraient incorporées, par exemple sous une pression importante, d'une façon continue ou discontinue, pour la bonne raison que les dits drains ne sont pas des moyens de

vidange et ne sauraient l'être, on doit le reconnaître : l'invention a une portée capitale.

Ainsi, elle permet, en chassant définitivement l'humidité, soit de sauver les fresques rongées par le temps ou par le climat, soit de multiplier, même dans les pays brumeux, le procédé de la peinture *a fresco*, réservé jusqu'à ce jour surtout aux pays ensoleillés.

Les peintures de la bibliothèque de l'Université de Gand ont été sauvées par ce moyen; d'autres encore, si bien que la Commission royale des monuments n'a pas hésité à recommander ce procédé, par la voie diplomatique, au Gouvernement italien, afin d'empêcher que la *Cène* de Milan, ce chef-d'œuvre de Léonard de Vinci, ne disparaisse à jamais sous l'influence des attaques du temps et de l'humidité.

Nous pourrions encore mentionner les procédés Knapen de l'aération différentielle, recommandée notamment dans l'ouvrage des D<sup>rs</sup> A. Depage, Paul Vandervelde et Victor Cheval sur la construction des hôpitaux.

Ce ne serait pas sortir de l'objet de ce rapport, mais nous l'allongerions ainsi au delà de la mesure.

#### CONCLUSION.

Ce qui précède établit à suffisance que les mémoires de M. Knapen et surtout son invention capitale destinée à l'assèchement des murs rentrent dans la catégorie des travaux méritant de recevoir le Prix Charles Lemaire.

A la suite d'une entrevue à laquelle la Classe des sciences a bien voulu convier votre rapporteur, le programme de ce prix a été définitivement libellé comme suit :

« La Classe des sciences, interprétant largement les termes de la donation, considérera comme questions relatives aux travaux publics :

» a) Tout d'abord et de préférence, les expériences et les

œuvres pratiques se rattachant directement à l'art et à la science de l'ingénieur ;

» b) Puis, et subsidiairement, les recherches théoriques sur la résistance des matériaux, sur la stabilité de construction, sur l'hydraulique.

» La Classe admettra comme concurrents non seulement ceux qui feront parvenir à M. le Secrétaire perpétuel, dans le délai déterminé, des mémoires publiés pendant la période fixée, sur les objets précités, mais encore ceux qui signaleront leurs études, leurs expériences, leur pratique concernant les mêmes objets, par un simple rapport, bref et précis, adressé également au Secrétaire perpétuel de l'Académie (1). »

Les travaux de M. Knapen répondent, au plus haut point, au littéra *a* du programme ci-dessus.

Aussi ont-ils rallié les suffrages de tout le jury, y compris celui si précieux de son éminent et très regretté Président, M. Van der Mensbrugghe. Quoique éloigné de nos travaux par la maladie qui devait l'emporter à 76 ans et demi, il écrivait, le 13 juillet 1914, de Melle, au chevalier Marchal, Secrétaire perpétuel de l'Académie royale de Belgique, ces mots : « J'ai lu avec grand intérêt les travaux de M. Knapen et je partage absolument l'opinion si favorable de mon ancien élève et ami, notre rapporteur. »

Disciple et gendre de l'illustre physicien Plateau, ancien répétiteur des cours de physique à l'École du génie civil annexée à l'Université de Gand, professeur de physique à cette Université, notre Président n'a pas cessé, durant sa longue et belle carrière, de rechercher, par de patientes et ingénieuses investigations, les moyens d'éclairer, à la lumière des déductions de la science théorique, les obscurités de maints problèmes posés journalièrement dans la pratique de l'art de l'ingénieur.

Ses travaux de vulgarisation scientifique poursuivaient ce

---

(1) *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* (Classe des sciences), n° 4, pp. 202-203, 1910.

but principalement, il est facile de s'en assurer (1). Van der Mensbrugge y unissait à une grande clarté, à une précision consciencieuse, un style dont la fine simplicité, le rythme paisible et jovial s'ornaient d'images parfois brillantes, toujours élégantes et distinguées.

En nous excusant auprès de la Classe des sciences d'avoir, par devoir de reconnaissance, ajouté quelques notes au concert des louanges qui se sont déjà élevées et qui vont se continuer à la mémoire de notre maître vénéré, nous avons l'honneur de proposer, à l'unanimité, à la Classe, d'attribuer le prix Charles Lemaire (période biennale de 1909 à 1911) à M. A. Knapen, pour ses travaux, originaux et féconds, d'assèchement et d'assainissement.

*Le ff. de Président,*  
CHEV. EDM. MARCHAL.

*Le Rapporteur,*  
CH. LAGASSE-DE LOCHT.

A. DUFOURNY.      A.-H. LAMBIN.

La Classe ratifie ces conclusions; en conséquence, le prix de *quatorze cents francs* est décerné à M. A. Knapen, ingénieur, à Bruxelles.

Elle vote des remerciements à MM. Lagasse-de Locht, Dufourny et Lambin, du corps des Ponts et Chaussées, qui ont jugé, avec M. Marchal remplaçant les délégués de l'Académie, la dixième période du Prix Charles Lemaire.

---

(1) G. VAN DER MENSBRUGGE, *De l'énergie potentielle des surfaces liquides*. (ANNALES DE L'ASSOCIATION DES INGÉNIEURS SORTIS DES ÉCOLES SPÉCIALES DE GAND, t. VII, 1<sup>re</sup> livraison, pp. 159-160, 1883-1884.) — *Revue des questions scientifiques*.

*Revue des questions scientifiques*, 3<sup>e</sup> sér., t. XVII, 1910, pp. 514-533.

*Ce qu'on peut apprendre en voyant couler l'eau*. (ANNALES DE LA SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE DE BRUXELLES, t. XXXIV, 1909-1910, 1<sup>re</sup> partie, pp. 234-237.)

*Cause probable d'un accident singulier sur l'Escaut, à Anvers*.

---

---

COMMUNICATIONS ET LECTURES.

PHYSIOLOGIE. — **Dissociation par compression graduée des voies motrices et arrestatrices contenues dans le faisceau de His,**

par LÉON FREDERICQ, membre de l'Académie.

§ 1. — *Le faisceau de His renferme la voie centrifuge par laquelle les pneumogastriques exercent leur action arrestatrice sur les ventricules.*

Comme on le sait, le faisceau de His renferme la voie motrice par laquelle la contraction passe de l'étage auriculaire du cœur à l'étage ventriculaire. L'intégrité de ce faisceau est donc nécessaire pour assurer la communauté de rythme entre oreillettes et ventricules. Sa section produit l'allorhythmie. [His JUN. (1893), LÉON FREDERICQ (avril 1904 et mai 1905), HUMBLET (juillet 1904), ERLANGER et HIRSCHFELDER (avril 1905), H. E. HERING (mai 1905)].

Mais le faisceau de His renferme également la voie nerveuse par laquelle l'action arrestatrice du pneumogastrique se transmet aux ventricules.

J'ouvre la poitrine sur la ligne sternale médiane chez un chien morphiné (1 centigramme chlorh. morph. par kilogramme d'animal) et chloroformé, soumis à la respiration artificielle d'air chauffé. Après division et fixation du péricarde, j'enregistre les pulsations de l'oreillette droite et du ventricule droit par des fils attachés respectivement à la pointe de l'auricule droite et à la paroi antérieure du ventricule droit, et allant à des tambours à air récepteurs reliés eux-mêmes à des tambours à levier inscripteurs. Les pulsations s'inscrivent sur le grand enregistreur de Hering.

Je vérifie l'action arrestatrice habituelle du pneumogastrique en tétanisant au niveau du cou le bout périphérique soit du nerf pneumogastrique droit, soit du nerf gauche : arrêt ou ralentissement des pulsations auriculaires et ventriculaires. Je détermine le *seuil* de l'excitation.

J'introduis une pince de Péan dans l'oreillette droite, en entrant par une boutonnière faite à la pointe de l'auricule, et je saisis entre les mors de la pince la base de la valve interne de la valvule tricuspide, de manière à écraser et à déchirer le faisceau de His, puis je retire la pince et je referme la boutonnière (1). Aussitôt l'*allorythmie* se manifeste : les oreillettes continuent à battre d'un rythme relativement accéléré, tandis que les ventricules, après un arrêt de courte durée, se remettent à battre d'un rythme lent, indépendant de celui des oreillettes.

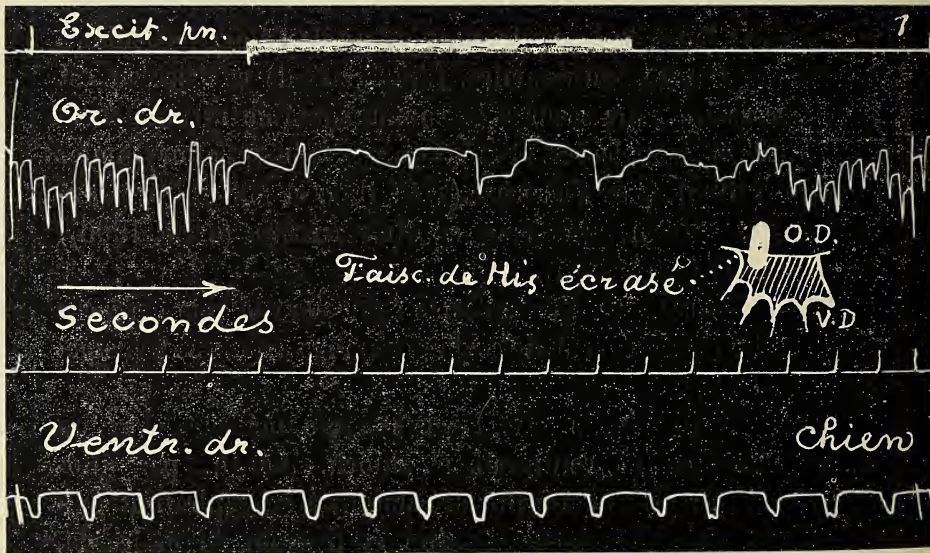


FIG. 1. — Graphiques de pulsations de l'oreillette droite (*Or. dr.*) et du ventricule droit (*Ventr. dr.*) recueillis chez un chien après pincement du faisceau de His, réalisé par une pince de Péan introduite par l'auricule droite. La pince a écrasé les tissus au voisinage du bord adhérent de la valve interne de la tricuspide (voir le croquis). Allorythmie. L'excitation du pneumogastrique arrête les oreillettes, mais a perdu toute action sur les ventricules.

(1) Voir pour les procédés d'écrasement du faisceau de His : *Arch. intern. physiol.*, mai 1905, II, 282, et juillet 1906, IV, 66.

Après section du faisceau de His, constatée par l'allorhythmie et vérifiée ultérieurement à l'autopsie, l'excitation des pneumogastriques, même fort intense, n'arrête plus que les oreillettes, les ventricules continuant à battre d'un rythme égal ou presque égal à celui qui se montrait avant l'excitation. On note souvent

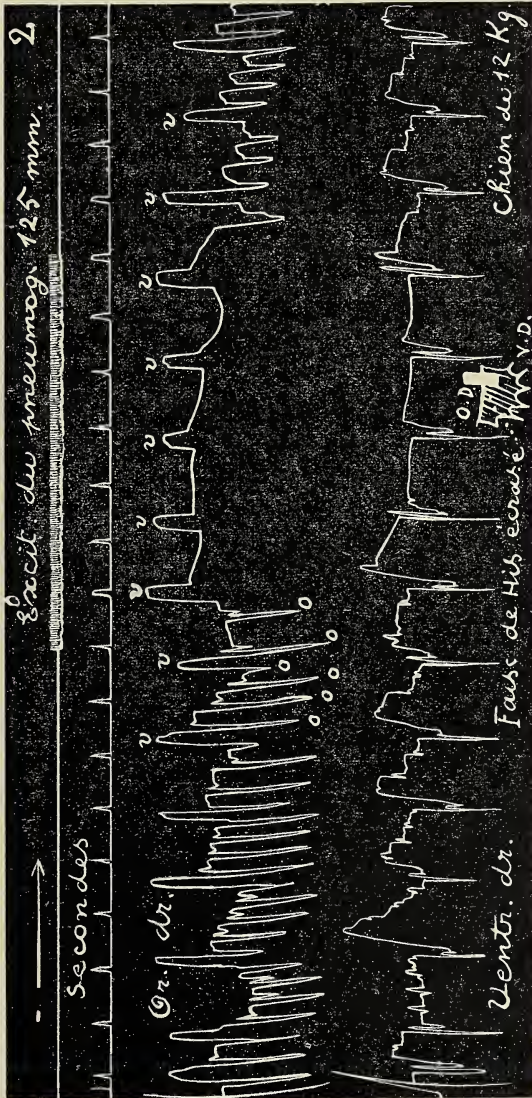


FIG. 2. — Pulsations de l'oreillette et du ventricule droits chez le chien après écrasement du faisceau de His (voir le croquis). Allorhythmie. L'excitation du pneumogastrique n'arrête que les oreillettes. o, o, o, puls. auric., v, v, r, puls. ventric. transmises passivement à l'oreillette.

une légère tendance au ralentissement, qui peut être due aux effets purement mécaniques de la suspension des pulsations auriculaires (voir fig. 1, 2 et 9).

Ces expériences établissent donc que l'inhibition exercée par le pneumogastrique sur les ventricules suit la voie du faisceau de His.

Il est facile d'ailleurs de démontrer que cette inhibition ne s'exerce pas par l'intermédiaire des filets nerveux qui courent à la surface de l'aorte et de l'artère pulmonaire. Sur un chien à poitrine ouverte, à cœur mis à nu et sur lequel on recueille des tracés du cœur, on coupe en travers l'aorte et l'artère pulmonaire à leur origine, d'un trait de ciseaux, ce qui est un moyen radical et certain de sectionner tous les filets nerveux qui courent à leur surface. Après cette opération, on peut encore recueillir pendant plusieurs minutes des graphiques de pulsation ventriculaire. Il peut arriver qu'au début, par suite d'une espèce d'effet de choc, l'inhibition du pneumogastrique ne soit pas très marquée ; mais au bout de peu d'instants elle devient manifeste. La figure 3 en montre un exemple.

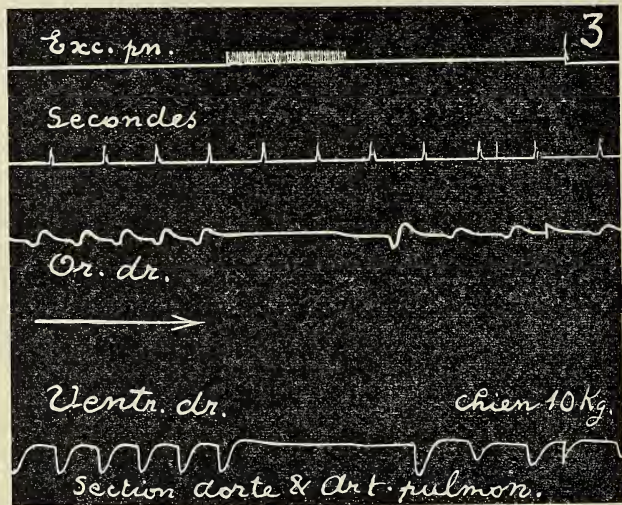


FIG. 3. — Pulsations de l'oreillette droite (*Or. dr.*) et du ventricule droit (*Ventr. dr.*) chez un chien après section de l'aorte et de l'artère pulmonaire. L'excitation du pneumogastrique exerce son effet d'inhibition habituel sur les oreillettes et sur les ventricules.



§ 2. — Une compression modérée du faisceau de His supprime la voie motrice qui le parcourt et produit l'allorhythmie, mais ne supprime pas le fonctionnement de la voie nerveuse arrestatrice.

La suppression de l'action inhibitrice exercée par le pneumogastrique sur les ventricules après la section du faisceau de His, avait été signalée avant moi par ERLANGER et HIRSCHFELDER (1), et confirmée par KAHN (contestée par HERING et RIHL). J'ai utilisé ce fait en 1907 dans mes études sur le pouls veineux pour supprimer dans le tracé du pouls jugulaire l'action de la systole auriculaire (2).

ERLANGER admettait que le pneumogastrique n'a d'action directe que sur les oreillettes et que c'est l'interruption de la voie purement motrice contenue dans le faisceau de His qui doit expliquer la suppression de l'action inhibitrice du pneumogastrique sur les ventricules.

---

(1) J. ERLANGER, Ueber die Physiologie des Herzblockes in Säugetieren. (*Zentralbl. f. Physiol.*, 1905, XIX, 5.)

— Ueber den Grad der Vaguswirkung auf die Kammern des Hundeherzens. (*Arch. f. d. ges. Physiol.*, 1909, CXXVII, 77.)

J. ERLANGER et A.-D. HIRSCHFELDER, Eine vorläufige Mitteilung über weitere Studien in Bezug auf den Herzblock in Säugetieren. (*Zentralbl. f. Physiol.*, 1905, XIX, 273.)

— Further Studies in the physiology of the heartblock in mammals. (*Amer. Journ. of Physiol.*, 1906, XIV, 153.)

KAHN, *Arch. f. d. ges. Physiol.*, 1911, CXL, 634.

Voir aussi ROTHBERGER et WINTERBERG, Ueber scheinbare Vaguslähmung. (*Arch. f. d. ges. Physiol.*, 1910, CXXXII, 233.)

H.-E. HERING, Ueber die unmittelbare Wirkung des Accelerans und Vagus auf automatisch schlagende Abschnitte des Säugetierherzens. (*Arch. f. d. ges. Physiol.*, 1905, CVIII, 281.)

J. RIHL, Ueber Vaguswirkung auf die automatisch schlagenden Kammern des Säugetierherzens. (*Arch. f. d. ges. Physiol.*, 1906, CXIV, 545.)

(2) Voir *Arch. intern. physiol.*, juin 1907, V, p. 46, fig. 17.

Selon lui, le faisceau de His ne contient pas de fibres *nerveuses* arrestatrices. ERLANGER a réussi à conserver en vie pendant longtemps des chiens sur lesquels le faisceau de His avait été interrompu par écrasement. L'action inhibitrice du pneumogastrique sur les ventricules ne reparut pas, même après un temps fort long, qui aurait dû suffire, dit-il, à la régénération des fibres nerveuses d'arrêt, si le faisceau de His en avait contenu (1).

Je ne saurais me rallier à cette interprétation. J'ai réussi, en exerçant sur la région du faisceau de His une compression graduée, agissant à travers le sillon auriculo-ventriculaire, à écraser les voies motrices, ce qui produit l'*allorythmie*, tout en conservant intactes les voies nerveuses d'inhibition. Dans ce cas, l'excitation du pneumogastrique cervical produit l'arrêt total du cœur, y compris les ventricules, malgré l'existence de l'*allo-rythmie*.

Voici comment j'opère pour réaliser cette dissociation fonctionnelle. Sur un chien à poitrine ouverte, chez lequel on pratique l'enregistrement des pulsations de l'oreillette droite et du ventricule droit, et sur lequel on a vérifié l'action arrestatrice du pneumogastrique sur le cœur, on réalise au moyen d'une pince robuste à longs mors plats, analogue à la pince de Doyen (fig. 4), l'écrasement du cœur entre oreillettes et ventricules, au

---

(1) WOOLDRIDGE (*Arch. f. Physiol.*, 1883, 522) avait constaté que les pneumogastriques cessent d'agir sur les ventricules quand on sépare ceux-ci anatomiquement des oreillettes par écrasement, et TIGERSTEDT (*Arch. f. Physiol.*, 1884, 497) a confirmé le fait. WOOLDRIDGE admettait, comme ERLANGER, que les pneumogastriques n'ont probablement pas d'action immédiate sur les ventricules et qu'ils n'influencent le fonctionnement de ces derniers qu'en modifiant le rythme des oreillettes. WOOLDRIDGE considérait les nerfs qui gagnent les ventricules à la surface de l'aorte et de l'artère pulmonaire comme de nature centripète. E.-H. HERING admet au contraire que l'action modératrice du pneumogastrique peut s'exercer directement sur les ventricules, par l'intermédiaire des filets nerveux qui courent à la surface des gros vaisseaux artériels du cœur. (Voir *Arch. f. d. ges. Physiol.*, 1905, CVIII, 288.)

niveau du sillon auriculo-ventriculaire, l'aorte et l'artère pulmonaire restant en dehors de l'écrasement. Pour appliquer la pince, on glisse l'indicateur de la main gauche de droite à gauche (du

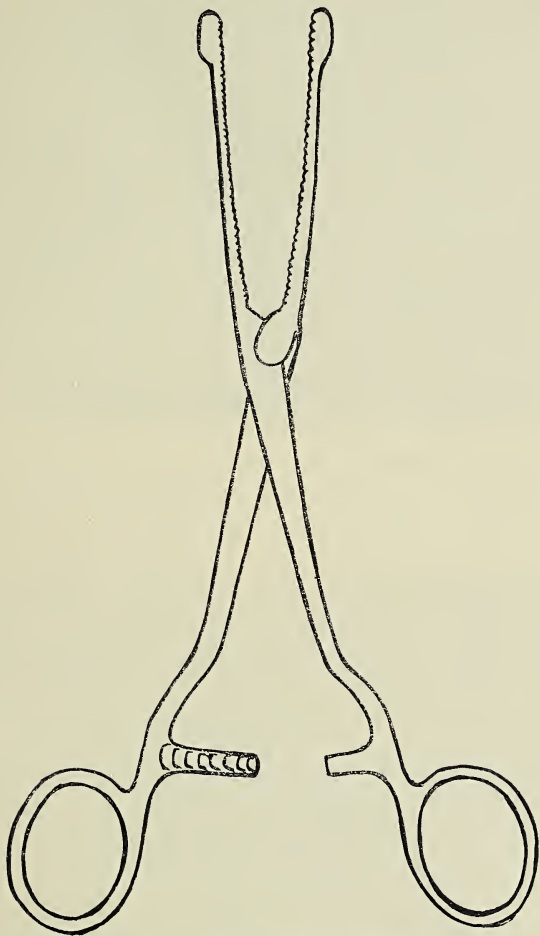


FIG. 4. — Pince spéciale pour l'écrasement du cœur du chien au niveau du sillon auriculo-ventriculaire. Les extrémités des mors sont arrondies et mousses, afin d'éviter de blesser le cœur au moment du placement de la pince. (Réduction aux deux tiers.)

chien) dans l'espace situé entre l'aorte et l'artère pulmonaire, d'une part, et l'ensemble des oreillettes, d'autre part. La pince

est poussée de la main droite, de gauche à droite (du chien). L'un des mors de la pince est guidé le long de l'indicateur de la main gauche, de manière à s'appliquer sur la face ventrale du sillon auriculo-ventriculaire, mais en suivant la face dorsale de l'origine de l'aorte et de l'artère pulmonaire. L'autre mors de la pince est glissé sur la face dorsale du cœur entier, également au niveau du sillon auriculo-ventriculaire.

On referme la pince qu'on serre vigoureusement de manière à produire un écrasement notable suivant tout le pourtour du sillon auriculo-ventriculaire, l'aorte et l'artère pulmonaire étant, comme il a été dit, laissées en dehors de l'écrasement.

Parfois l'allorhythmie se manifeste immédiatement. On desserre les mors de la pince et on la retire. Il peut arriver que l'allorhythmie ne soit que passagère, les effets de la compression se dissipant rapidement. Dans ce cas, il faut réappliquer la pince et serrer davantage. On réussit, en général, assez facilement à produire ainsi une allorhythmie permanente à la première, seconde, troisième ou quatrième application de la pince (1).

La communication motrice est donc supprimée de cette façon entre l'étage auriculaire et l'étage ventriculaire du cœur. Mais la communication nerveuse par laquelle s'exerce l'inhibition du pneumogastrique n'est pas nécessairement abolie en même temps. En général, malgré l'allorhythmie, le pneumogastrique conserve entière son action arrestatrice sur les ventricules. Les figures 5, 6, 7, 8 en montrent des exemples.

---

(1) Parfois ce *block* est incomplet : les pulsations ventriculaires succèdent aux pulsations auriculaires, mais il n'y a qu'une systole ventriculaire pour deux systoles auriculaires.

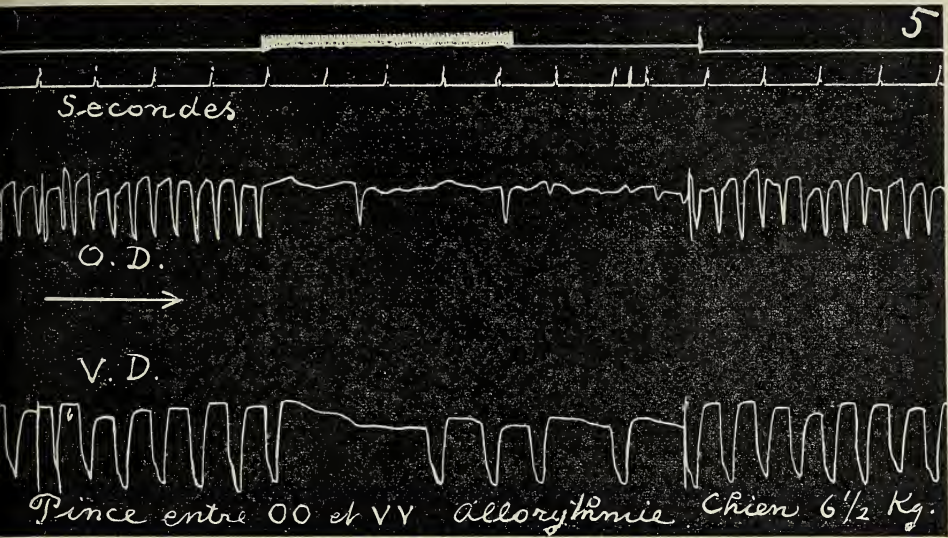


FIG. 5. — Pulsations de l'oreillette droite (O. D.) et du ventricule droit (V. D.) après application d'une pince au niveau du sillon auriculo-ventriculaire. Allorhythmie. L'action modératrice du pneumogastrique sur le ventricule est conservée.

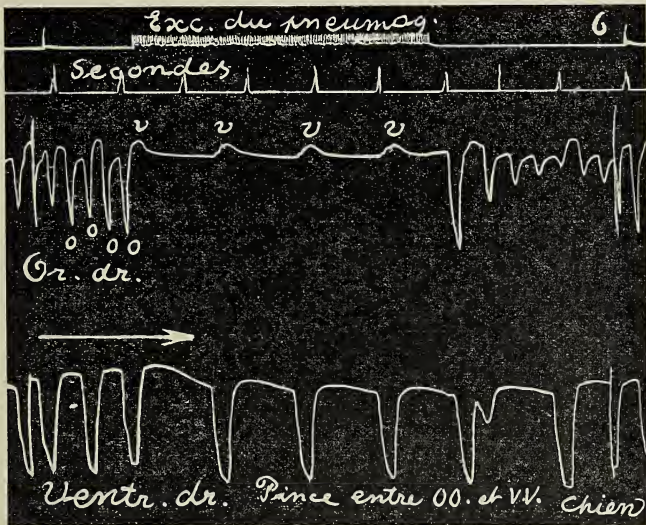


FIG. 6. — Pulsation de l'oreillette droite (Or. dr.) et du ventricule droit (Ventr. dr.) après application d'une pince au niveau du sillon auriculo-ventriculaire. Allorhythmie. L'action modératrice du pneumogastrique sur le ventricule est conservée. Ralentissement du rythme ventriculaire. Arrêt de l'oreillette. Les ondulations *v, v, v* du tracé auriculaire proviennent d'une transmission de l'effet mécanique des pulsations ventriculaires.

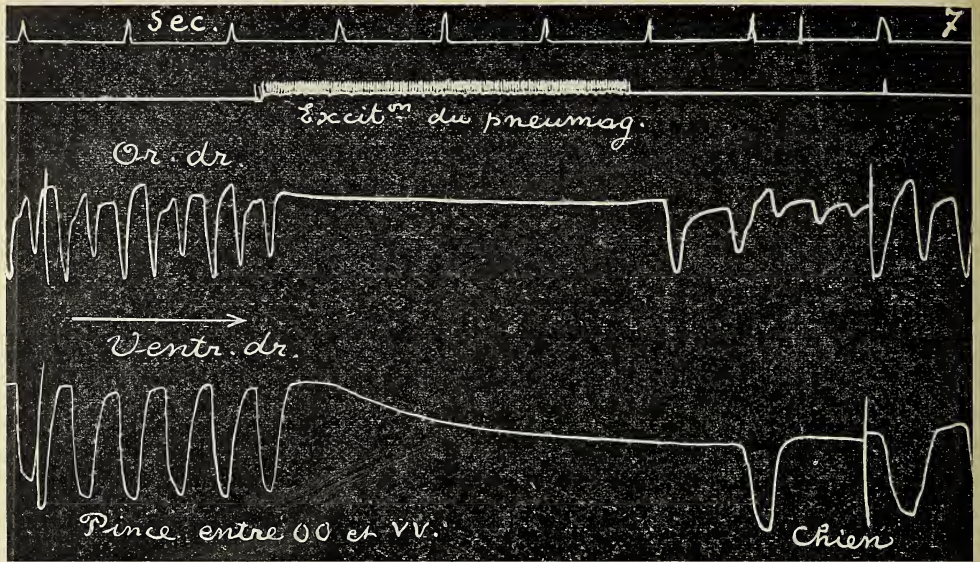


FIG. 7. — Arrêt des oreillettes et des ventricules par excitation du pneumogastrique chez un chien après application d'une pince au niveau du sillon auriculo-ventriculaire, malgré l'allorythmie.

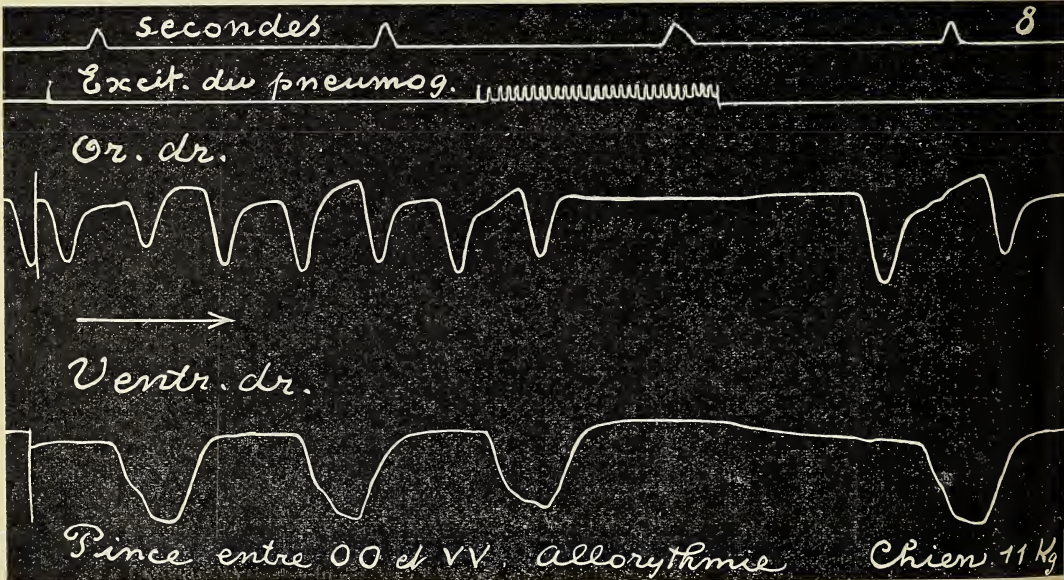


FIG. 8. — Arrêt des oreillettes et des ventricules par excitation du pneumogastrique chez un chien après application d'une pince au niveau du sillon auriculo-ventriculaire. Allorythmie. Première application de la pince.

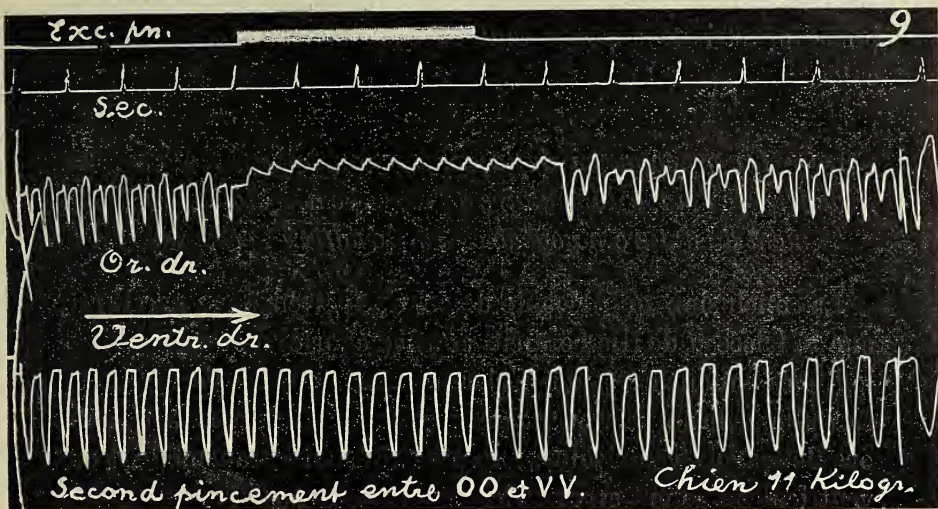


FIG. 9. — Même chien que pour la figure 8. Seconde application de la pince. Écrasement plus complet. L'effet modérateur de l'excitation du pneumogastrique est aboli pour les ventricules et ne se manifeste plus que sur les oreillettes.

On peut, par ce procédé, étudier l'action des pneumogastriques sur les ventricules isolés physiologiquement des oreillettes, et constater pour cette action les particularités signalées depuis longtemps pour l'effet d'inhibition du cœur entier : longue durée de la période latente, persistance de l'effet arrestateur après cessation de l'excitation, effets chronotrope et inotrope négatifs, rétablissement des pulsations malgré la continuation de l'excitation, etc. Les ventricules semblent se montrer dans ces expériences un peu moins sensibles que les oreillettes à l'excitation des pneumogastriques.

Si l'on veut ensuite constater la suppression de l'action arrestatrice des pneumogastriques sur les ventricules, on réappliquera la pince et l'on serrera davantage (voir fig. 9).

Souvent on n'arrive pas ainsi à écraser complètement le faisceau de His. Dans ce cas, il reste la ressource d'aller directement détruire le faisceau de His au moyen d'une pince de Péan introduite par une boutonnière de l'auricule droite. Après avoir

retiré la pince de Péan et refermé l'auricule, on constate que le pneumogastrique a perdu tout effet arrestateur sur les ventricules.

§ 3. — *La propagation de la contraction à travers le faisceau de His, de l'étage auriculaire à l'étage ventriculaire, est probablement de nature myogène et non de nature nerveuse.*

La conclusion qui découle de cette expérience me paraît être que le faisceau de His contient deux catégories d'éléments histologiques conducteurs, qui résistent inégalement à l'écrasement. Les plus délicats servent à faire passer l'onde de contraction des oreillettes aux ventricules. Les plus résistants transmettent aux ventricules l'action arrestatrice des pneumogastriques.

Il est difficile de ne pas admettre que ces voies d'inhibition, relativement résistantes, sont constituées par des fibres nerveuses, et que les voies si altérables qui conduisent la contraction sont formées d'éléments histologiques d'une autre nature, non nerveuse. Si la conduction motrice n'est pas de nature nerveuse, elle ne peut être que de nature musculaire.

La dissociation physiologique que j'ai reconnue au niveau du faisceau de His constitue donc un argument des plus probants en faveur de la nature myogène de la conduction motrice entre l'étage auriculaire et l'étage ventriculaire du cœur.

La résistance plus grande que les éléments nerveux opposent, en général, à l'écrasement, par comparaison avec les éléments musculaires, a été démontrée par MEEK et LEAPER (1). Ces expérimentateurs comparaient sous ce rapport le muscle couturier et le nerf sciatique de la grenouille. Ils ont trouvé *that muscle is less resistant to pressure than nerve* (p. 314, *loc. cit.*).

WALTER E. GARREY (2) a réalisé sur le cœur de la tortue, par

---

(1) WALTER J. MEEK and W. E. LEAPER, Effects of pressure on conductivity in nerve and muscle. (*The Americ. Journ. of Physiol.*, 1911, XXVII, 308.)

(2) WALTER E. GARREY, Dissociation of inhibitory nerve impulses from normal conduction in the heart by means of compression. (*The Americ. Journ. of Physiol.*, 1911, XXVII, 249.)



compression entre le sinus et l'oreillette, une dissociation analogue à celle que j'ai signalée pour les deux actions physiologiques du faisceau de His. Une pression modérée exercée entre le sinus et l'oreillette y produit une espèce de *block* qui arrête la propagation de la contraction du sinus à l'oreillette (allorhythmie), tout en maintenant intacte l'action d'inhibition du pneumogastrique.

---

**GÉOLOGIE. — Sur la présence de silex taillés dans le limon hesbayen de Liège,**

par MAX LOHEST.

M. Marcel de Puydt, qui fut mon collaborateur dans la découverte des squelettes de Spy, m'a dernièrement communiqué une trouvaille qu'il avait faite sur le territoire de la ville de Liège. Dans du limon recouvrant du sable tertiaire exploité dans une carrière, ouverte rue Jean de Wilde, à Liège, et située à 190 mètres au-dessus du niveau de la mer, soit à 133 mètres environ au-dessus du niveau de la Meuse, M. de Puydt a recueilli un nombre considérable de silex taillés du type dit moustérien. Dans cette carrière, le limon, épais d'environ 8 mètres, présente une composition qui serait considérée par beaucoup d'auteurs comme celle du limon hesbayen typique.

Les restes de l'industrie ont été recueillis à la base du limon, au niveau des graviers, et également disséminés à différents niveaux de la masse limoneuse.

Cette trouvaille, faite au point culminant de la vallée de la Meuse au Nord de Liège, remet en question ce que l'on a écrit dans ces dernières années sur l'âge et l'origine du limon hesbayen.

Des notices plus complètes, concernant cette découverte, seront publiées prochainement à la Société géologique de Belgique et à l'Institut archéologique liégeois.

---

MÉTÉOROLOGIE. — Sur deux des règles de prévision  
de M. G. Guilbert.

Réponse à M. Vincent (1),

par M. G. GUILBERT, météorologiste à Caen.

La considération qui s'attache au nom du savant Directeur du service météorologique belge ne nous permet pas de laisser sans réponse son volumineux mémoire sur « deux de nos règles de prévision ». Les critiques de M. Vincent, qui s'étendent jusqu'à nos premiers travaux sur les nuages, et aussi à « notre style vague et obscur », acquerraient, si nous gardions le silence, la valeur d'un jugement définitif. Il importe donc que nous rétablissions, avec toute la courtoisie possible dans la circonstance, le sens *réel* des citations faites par M. Vincent et, ce qui est plus grave, *la vérité*, dans l'énumération des *faits* invoqués contre nos principes.

\*  
\* \* \*

La première critique vise *l'assurance* de nos déclarations. La netteté de nos affirmations sur les progrès réalisés par notre méthode choque notre distingué contradicteur. Nous le regrettons, mais nous ne pouvons en retrancher une seule ligne, un seul mot même, et nous nous permettrons de faire observer à M. Vincent que cette « assurance », cette précision dans les termes, est quelque peu le contraire du « style vague et obscur » qu'il nous accuse d'employer.

Il paraît que cette « assurance » appelle une critique : nous n'en découvrons point la raison. Les termes employés sont clairs et formels parce que notre conviction est absolue : on ne peut nous en faire un grief. Si nous avons tort, qu'on le

---

(1) Voir *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* (Classe des sciences), avril 1911, pp. 338-361.

démontre, mais en suivant les lois d'une loyale et scientifique discussion (1). Nous serons des premiers à reconnaître les erreurs que nous aurions pu commettre.

\*  
\* \* \*

M. Vincent veut, dit-il lui-même, « se borner à examiner deux de nos nombreuses règles... d'abord celle qui se rapporte aux nuages supérieurs, aux cirrus, puis celle des *dorsales de haute pression* ».

Il importe ici de ne pas laisser s'établir une confusion regrettable.

La *Nouvelle méthode*, en principe, ne connaît ni les nuages ni les cirrus. Elle les place en dehors de ses lois et de ses règles; elle en fait abstraction totale, *quoique momentanée*; elle ne se préoccupe que des courants de surface et le déclare formellement (2).

Dans aucune de ses vingt-cinq règles, la *Nouvelle méthode* n'invoque ni les cirrus ni les « successions nuageuses » : seules, les variations de pression et l'observation des vents de surface y sont mentionnées.

De la *Nouvelle méthode* donc, M. Vincent n'analyse point deux règles, mais une seule, la dix-septième : tout le débat sur les cirrus est en dehors du sujet traité par notre livre.

Que M. Vincent ne réclame donc pas, d'un traité de prévision du temps basé sur les situations barométriques et les vents de surface, tout un cours complet de prévision par les nuages. Le jour où nous exposerons nos autres méthodes de prévision : d'abord, par l'observation simultanée des nuages et du baromètre; et ensuite, par le double examen des « successions nuageuses » et des cartes isobariques, — méthode mixte,

---

(1) Voir notre réponse à M. Goutereau. (*Annuaire de la Société météorologique de France*, livraison de février-mars 1911, pp. 49-90.)

(2) *Nouvelle méthode de prévision du temps*, pp. 44-46.

*méthode de l'avenir*, — nos explications sur les nuages seront certes détaillées et satisfèront, du moins il faut l'espérer, M. Vincent. Mais, à l'heure actuelle, la discussion de la *Nouvelle méthode* n'est pas dans les nuages : elle est uniquement sur les cartes isobariques.

Néanmoins; et parce que nous ne rappelons que succinctement nos premières études, M. Vincent pense que nous aurions abandonné nos anciennes règles, « un peu compliquées », sur les nuages.

Il nous est facile de répondre que nous n'avons rien abandonné : ni les successions nuageuses, ni les règles de prévision qui en découlent ; nous avons simplement exposé une méthode absolument différente, d'où les courants supérieurs, dans un but de simplification, sont *momentanément éliminés*.

M. Vincent cependant porte tout son effort sur les cirrus, qu'il présente inexactement comme une base de la *Nouvelle méthode*, et il déclare sans ambages que la règle qui lie la vitesse de ces cirrus à l'importance de la dépression barométrique, *règle formelle*, ajoute-t-il, *est manifestement fausse*.

Une assertion aussi catégorique, véritable démenti, est inadmissible, d'abord : parce qu'il n'existe actuellement aucune doctrine *certaine* sur les relations des cirrus avec les cyclones ; que toutes les observations de ce genre sont contestables ; qu'il y a plus d'un doute sur la véritable nature des nuages désignés sous le nom de cirrus, de même que sur celle des *cirro-nimbus* et des *cumulo-nimbus* ; que la météorologie, en tant que science, n'a pas encore fait la lumière sur ces dénominations et n'est point, par conséquent, en mesure de contredire, comme le fait sans hésitation M. Vincent, des affirmations basées, non seulement sur trente années d'observations continues, mais sur une multitude de faits, c'est-à-dire de *prévisions* exactement réussies.

Le démenti de M. Vincent est d'autant plus inacceptable dans la circonstance que notre principe sur la vitesse des cirrus, contrairement à ses assertions, ne constitue nullement une règle formelle.

Qu'avons-nous écrit, en effet, dans cette page 41 dont notre contradicteur ne cite que quelques lignes :

« L'examen du ciel s'impose. Existe-t-il des cirrus? Si oui, nous appliquerons notre principe : Les cirrus viennent du centre de dépression et l'importance de ce centre est directement proportionnelle à la vitesse des cirrus. Cirrus rapides, forte bourrasque. Cirrus lents, faible dépression.

» ... Il nous faut alors considérer et la force et la direction des vents. ... Ou bien ces vents seront *convergens*, ou bien ils seront *divergents*. ... Le vent (convergent) constitue une résistance d'autant plus forte qu'il est lui-même plus fort... Ils (les vents divergents) favorisent la marche rapide de la dépression lointaine.

» ... Comme on le voit, la dépression du large doit être indiquée par les cirrus, dont la vitesse est en rapport avec l'importance du centre, mais *l'indication donnée par ces cirrus ne sera justifiée par les faits que si les vents de surface NE MODIFIENT PAS l'état initial de la bourrasque*. La plus forte bourrasque du large peut être, en effet, brisée par la résistance d'un vent *convergent* en excès, tandis qu'une *faible* dépression peut être transformée en un terrible cyclone par des vents *divergents*... »

Où donc est ici la « règle formelle », absolue, déduite de nos principes sur les cirrus ? Mais, en réalité, et dans la « Nouvelle méthode », *il s'agit d'une simple indication, SUBORDONNÉE, comme il convient, à la direction et à l'intensité des courants de surface.*

M. Vincent peut dès lors citer toutes les vitesses des cirrus observées à Trappes et autres lieux : ces observations ne pourront jamais nous être opposées, tant que la direction et l'intensité des vents ne figureront pas simultanément et ne seront pas indiquées sur d'immenses régions.

D'ailleurs, il est logique que nos principes sur les cirrus soient en contradiction avec les données de la science moderne. Nous n'avons nullement suivi les méthodes classiques. Loin de chercher, comme MM. Teisserenc de Bort, Hildebrandsson, Clément Ley, Hann, Vanderlinden, Sprung, les relations entre la marche des cirrus et les cyclones ou anticyclones *existants*, nous avons voulu découvrir des relations entre les cirrus visibles et les dépressions *invisibles*, cyclones en formation ou même *inexistants*.

De même pour la « succession nuageuse ». Cet ensemble de nuages, *pour tous les auteurs*, accompagne la dépression barométrique. Selon nous, c'est un organisme distinct, indépendant, autonome et pouvant précéder, accompagner ou suivre la bourrasque et même exister *sans elle*, de sorte qu'il peut coexister *plusieurs* successions nuageuses pour une *seule* dépression barométrique et, inversement, *plusieurs* dépressions, avec une *seule* succession nuageuse.

C'est d'après ces données acquises, et dues à une observation continue des plus minutieuses, que nous avons pu maintes fois, d'un point quelconque, même isolé de toute communication télégraphique, prévoir, par les nuages seuls, des phénomènes atmosphériques qui devaient le lendemain recouvrir presque toute l'Europe.

Alors que la science météorologique, qui prétend connaître les relations des cirrus avec les cyclones, déclare l'observation des nuages *précieuse*, mais se borne à cette déclaration platonique sans indiquer *aucune règle* de prévision, nos règles, que le représentant d'une science archaïque déclare « manifestement fausses », permettent à tous ceux qui étudient nos principes de formuler des prévisions précises, telles que jusqu'ici on n'avait jamais osé tenter de semblables.

Aux négations systématiques, aux impossibilités théoriques, aux condamnations injustifiées, nous opposerons sans cesse la preuve par le fait, *la prévision*, qui est la meilleure des preuves et la plus irréfutable justification de la vérité des principes invoqués.

La *Nouvelle méthode* agit également dans cet esprit. De même que, pour prévoir le temps d'après les nuages, nous avons rejeté l'enseignement classique, de même, dans l'interprétation des cartes isobariques, nous avons laissé de côté les définitions démodées d'une météorologie qui a fait son temps, parce qu'elle n'a jamais pu faire ses preuves, c'est-à-dire prévoir.

M. Vincent dira sans doute qu'encore une fois nous « méprisons les méthodes » actuelles.

Nous croyons ne pouvoir mieux répondre à cette accusation qu'en citant M. Vincent lui-même :

« Les vicissitudes du temps dans les régions tempérées, a-t-il écrit, sont trop *capricieuses* pour qu'on puisse *formuler* des prévisions POUR LE LENDEMAIN avec *quelque certitude*. »

« Lorsqu'un cyclone apparaît à l'ouest de l'Europe, *on ne sait JAMAIS ce qu'il fera, ni ce qu'il deviendra* (1). »

« Les météorologistes, dit-il encore, ont établi pour chaque mois des trajectoires moyennes des centres de basse pression. On pourrait croire, en consultant la carte qui les représente, que les minima qui apparaissent à l'W. des Iles Britanniques dirigeront leur marche suivant l'une ou l'autre des trajectoires en question. Or, que de minima apparaissent un jour sur l'Irlande et la Manche et dès le lendemain ont déjà disparu...! On peut donc apprécier combien cette statistique *est fallacieuse au point de vue de la prévision du temps*. On l'a pourtant présentée *comme en étant le pivot* (2). »

« Les règles *empiriques* qu'on a pu établir sur les dépressions, continue-t-il, sont à tout instant EN DÉFAUT, sans qu'on puisse soupçonner POURQUOI... Pour aucun de ces météores (les cyclones) représentés par milliers sur les cartes synoptiques depuis quarante-cinq ans, *on n'a pu assigner LES CAUSES* de son aggravation ou de son apaisement. »

« ... On peut dire que depuis quarante ans que les instituts météorologiques ont entrepris, les uns après les autres, d'annoncer le temps pour le lendemain, *le succès n'a pas été en croissant*. On stationne et on stationnera jusqu'au jour où l'on en saura plus long que les initiateurs du système. Aux notions exactes que les météorologistes français possédaient en 1863 sur les mouvements de l'atmosphère, *n'est pas venue s'ajouter UNE SEULE NOTION importante en pratique* (3). »

« Les aires, tant de haute que de basse pression, subissent de continuelles transformations... D'une manière générale, le déplacement se fait de l'W. à l'E, mais il intervient des composantes septentrionales ou méridionales d'importance diverse. Le résultat final est souvent *une trajectoire de forme capricieuse*, parcourue avec une *vitesse variable*. »

« Après avoir éprouvé diverses métamorphoses, les minima barométriques

---

(1) *Revue climatologique de la Société belge d'astronomie*, octobre et décembre 1903.

(2) *Revue climatologique de la Société belge d'astronomie*, décembre 1903.

(3) *Revue climatologique de la Société belge d'astronomie*, septembre-octobre 1904.

finissent toujours par disparaître... Pendant que les uns disparaissent, d'autres prennent naissance çà et là. Et jusqu'ici l'on ne peut assigner AUCUNE cause certaine à ces apparitions, non plus qu'aux disparitions finales... »

« Le temps, dans ses aspects divers, dépend directement ou indirectement du jeu des maxima et minima barométriques... Or, disons-le tout de suite, la théorie des maxima et des minima est encore à faire... Nous ne savons pas POURQUOI un minimum barométrique APPARAÎT à un certain moment en une région, ni POURQUOI il s'avance dans une certaine direction, ni POURQUOI il ralentit ou accélère sa marche, ni POURQUOI il disparaît. Notre IGNORANCE est tout aussi grande au sujet de l'évolution des MAXIMA barométriques... En l'absence de théorie, on en est réduit à l'empirisme... Toute prévision est incertaine, puisque AUCUNE RÈGLE actuellement connue ne paraît présider à la suite des événements atmosphériques (1). »

On voit avec quelle considération M. Vincent apprécie les méthodes actuelles et combien il est peu fondé, ensuite, à nous reprocher un prétendu mépris, qui n'est autre chose qu'une impartiale constatation de faits indéniables. La science de la prévision du temps, d'après notre contradicteur lui-même, ne sait rien, ignore tout et par conséquent N'EXISTE PAS.

\*  
\* \*

M. Vincent va ensuite (pp. 344 et suiv.) examiner « un peu attentivement » trois de nos exemples (sur les cinquante-trois de notre livre), où figure l'observation des cirrus. Il entame à ce sujet une discussion des plus confuses où nos principes sur les cirrus, les nuages, le gradient, les vents, la *Nouvelle méthode* se présentent en un mélange inextricable, à peu près incompréhensible.

Aussi n'est-il pas possible, en une courte réponse, de discuter toutes les assertions de M. Vincent : il y faudrait un petit volume. La meilleure et la plus courte réfutation sera de citer ces mots, que nous écrivait un directeur renommé d'Observa-

---

(1) *Les variations du temps et leur prévision*. Bruxelles, 1905. (*Annuaire météorologique pour 1906*, pp. 44, 48, 49, 22.)



toire : *Toutes les objections tombent devant le seul fait précis du succès de vos prévisions : le reste n'est que PROPOS OISEUX.*

Ajoutons que le cas du 5 mars 1894, qui est le premier des trois, est une prévision réelle, faite d'après notre méthode primitive d'observation simultanée des nuages et du baromètre. La *Nouvelle méthode* est complètement étrangère à cette prévision *réelle*.

M. Vincent reconnaît qu'elle s'est réalisée : dès lors, la question est jugée. La réalisation parfaite de la prévision du 5 mars prouve l'exactitude de ses bases et répond victorieusement à tous les pourquoi, à tous les *propos oiseux*.

M. Vincent prétend qu'on ne prouve pas la vérité d'une règle par une seule prévision réalisée. Rien de plus vrai, mais de même que nous étudions plus de cinquante exemples pour démontrer les principes de la *Nouvelle méthode*, de même, quand nous ferons un traité de prévision *par les nuages*, nous publierons un grand nombre de prévisions à l'appui, de 1889 à 1900, et ce ne sont pas les preuves qui feront défaut. Et d'ailleurs, puisque M. Vincent se plaint du manque d'exemples, pourquoi ne pas avoir étudié notre troisième spécimen de prévision locale, photographié dans notre livre, en date du 28 janvier 1894? Pourquoi, sinon parce que cette prévision, incomparablement réussie, serait une trop complète démonstration de la vérité de nos principes.

M. Vincent revendique pour les météorologistes de profession la possibilité de rédiger de semblables prévisions d'après « la marche du baromètre, l'allure de la girouette, l'état du ciel ». Nous n'en doutons pas, mais il serait intéressant de posséder quelques-unes des prévisions de ces météorologistes de profession. La comparaison pourrait être intéressante : ne doit-on pas juger l'arbre à ses fruits? D'où vient que M. Vincent ne cite pas une seule de ces prévisions ainsi basées sur les nuages et le baromètre?

Il nous fait observer encore que les observations de Paris-Saint-Maur, au 5 mars 1894, ne concordent pas avec les nôtres.

Les cirrus, que nous considérons comme *rapides* à Caen, étaient notés à Paris *presque immobiles*, d'où, logiquement, des conclusions fort différentes, d'après notre méthode, à Caen et Paris.

La remarque est fort juste, mais nos conclusions ayant été exactement justifiées par les faits, nous pouvons légitimement en déduire l'inexactitude des observations de Saint-Maur. Les prétendus cirrus *immobiles* ne pouvaient être *de vrais cirrus*, et c'est, hélas, d'après de trop nombreuses observations de même valeur qu'on a établi les relations classiques des cirrus avec les cyclones !

M. Vincent est bien plus mal inspiré en critiquant nos déductions sur le vent divergent observé à Caen le 5 mars 1894 et en nous adressant, à la suite de M. Angot, une accusation purement imaginaire dont nous avons fait bonne justice (1).

Il prétend que notre prévision théorique du 11 novembre 1905 a été basée uniquement sur une erreur de transmission télégraphique. Le N. W., noté de force 6 à Carlsruhe, aurait été, selon M. Angot, de force 1. M. Vincent dit de force 2, ce qui prouve que, même sans télégraphe, nos contradicteurs sont sujets à l'erreur. Mais ils sont d'accord pour insinuer que notre seule base en cette journée est *la force 6* du seul vent de Carlsruhe, force inexacte.

Or, nous avons démontré que notre prévision du 11 novembre 1905 s'appuyait, non sur une seule observation, mais sur plus de *cinquante*; non sur la seule *force* du vent à Carlsruhe, mais bien — et il suffit de relire le texte même cité par M. Vincent, page 347 — sur la seule *DIVERGENCE* du vent à Carlsruhe. Et cette divergence est corroborée, d'une part, par les **observations** de Nancy, Ludwigshaven, Francfort, Bruxelles, et de l'autre, par Bad Kissingen, Bayreuth, Bamberg, Hof, Ottobeuren, Landshutt, Frauenstein, Passau, sans oublier Prague, Vienne, Belfort, Besançon.

---

(1) *Annuaire de la Société météorologique de France*, livraison de janvier 1911.

On voit comment il s'agit d'une *seule* observation et avec quel souci de la vérité les objections nous sont faites !

\*  
\* \*

Dans l'étude du second cas, prévision *réelle* du 24 septembre 1896, M. Vincent continue à présenter les principes de nos trois méthodes dans la plus complète confusion. Les inexactitudes abondent : précisons donc.

Au 24 septembre 1896 à *midi* notre *première* méthode d'observation simultanée des nuages et du baromètre nous permet de prévoir pour le lendemain une tempête avec minimum de 730, mais non sans omettre quelques détails.

Au même jour, les méthodes habituelles, et aussi la *Nouvelle méthode*, appliquées sur la carte isobarique du 24, à *midi*, ne permettent aucunement la prévision de l'arrivée d'une bourrasque. M. Angot dit expressément, en termes formels, qui n'admettent aucune autre interprétation : *Il était absolument impossible de prévoir cette tempête* (1).

Au contraire, avec notre *troisième* méthode *mixte* d'observation simultanée des nuages et des cartes isobariques, la prévision de la tempête du lendemain était nettement assurée.

Or, n'en déplaise à M. Vincent, et quelles que soient les mille objections qu'il oppose aux applications de nos règles, la supériorité de méthodes qui permettent théoriquement de prévoir et qui, en fait, *ont prévu*, sur des procédés classiques qui ne peuvent faire prévoir et qui en réalité *n'ont rien prévu*, est incontestable. Tous les *propos oiseux* se briseront contre ce fait surabondamment établi et qui suffit à justifier nos principes.

Nous discuterons cependant les trois remarques de la page 353 qui doivent montrer « ce qu'il y a d'*arbitraire* dans nos raisonnements », relatifs à ce cas du 24 septembre 1896.

---

(1) ALFRED ANGOT, Directeur du Bureau Central météorologique de France, *Traité élémentaire de météorologie*, p. 372, 1<sup>re</sup> édition. Paris, 1899.

M. Vincent prétend, sans raison et sans aucun prétexte, que « nous *choisissons deux vents* et négligeons *les autres* ». Les seuls vents de Dunkerque et du Helder auraient été la base *unique* de notre argumentation, selon ce texte de notre livre :

« Le vent d'W. N. W. souffle avec violence sur les Pays-Bas, très fort sur la Manche, du N. W., vent plus divergent encore : nous devons en conclure que la pression va s'abaisser, non pas seulement d'après l'importance de la dépression future, mais proportionnellement à la vitesse de ce courant divergent. La profondeur initiale de la bourrasque du large va être considérablement augmentée par l'action de ces vents... »

Mais vraiment, est-ce que cette citation est complète ? Est-ce que notre argumentation se borne à ces quelques lignes, qui visent le *creusement* de la bourrasque ? Est-ce que nous n'aurions pas considéré tout d'abord, comme il convenait, son *arrivée*, sa *vitesse* et sa *direction* ?

Le creusement n'est que *l'accessoire*. Notre règle n° 14, que nous avons suivie scrupuleusement dans nos déductions de ce jour, se compose de deux parties fort claires :

« Tout vent divergent, principalement en excès sur la normale, est un vent d'appel ou constitue un centre d'attraction pour la dépression qui se trouve à sa droite (*première partie*). La baisse barométrique qu'il détermine sera D'AUTANT PLUS importante que ce vent divergent sera plus fort et existera sur une zone où déjà se produit une baisse barométrique (*seconde partie*). »

Or, nous avons écrit, pages 233-234 :

« ... Les vents, même dans les stations les plus occidentales d'Irlande, sont commandés par une dépression située sur le Danemark. Ils soufflent donc du N. W. sur les Iles Britanniques et d'entre W. et N. W. *sur la Manche* et la mer du Nord.

» Or, tous *ces vents*, par rapport à la dépression du large révélée par les cirrus, sont *divergents* et, par conséquent, ne peuvent opposer aucune résistance à sa marche normale vers l'W. Or, nous savons que, proportionnellement à la vitesse des cirrus, cette marche *est très rapide*. Donc, quel que soit l'éloignement actuel de la dépression du large, son approche *est imminente*. »

Telle est notre argumentation, d'après *la première partie* de

la règle 14. Voici maintenant nos déductions, en conformité avec la seconde partie :

« Sa prompte arrivée est d'AUTANT PLUS certaine, d'après nos principes, que loin de rencontrer la moindre résistance, elle est encore attirée par des vents divergents d'une *extrême puissance*. Le vent d'W. N. W. souffle avec violence sur les Pays-Bas, très fort sur la Manche, du N. W., vent plus divergent encore : nous devons en conclure que la pression va s'abaisser... proportionnellement à la vitesse de ce vent divergent..., etc. »

On voit comment M. Vincent a écourté notre raisonnement en ne citant que quelques lignes accessoires, les derniers mots d'une phrase, et nous pouvons demander dès lors à tout lecteur impartial où donc avons-nous fait choix de *deux* vents entre tous les autres ? Où donc sont ceux que nous avons négligés, puisque nous avons écrit expressément : Tous *ces vents* sont divergents. Et dans quelles lignes avons-nous parlé des stations de Dunkerque et du Helder, *que nous n'avons même pas citées* ? Et d'ailleurs ces stations ne sont-elles pas toutes les deux situées *sur la mer du Nord*, alors que nous avons visé tout spécialement, entre tous les autres, les vents du N.W. *sur la Manche* ? « vents plus *divergents* encore » ?

Rien donc, absolument rien, n'autorisait M. Vincent à nous accuser de choisir *deux* vents entre tous. Notre règle 14 d'ailleurs n'offre rien que de précis ; elle ne permet aucun choix *arbitraire* et nous ne pouvons comprendre que nos contradicteurs soient d'accord, successivement, pour nous lancer la même accusation « d'arbitraire ». Rien ne la justifie.

La seconde remarque de M. Vincent est moins importante. La cessation des courants de N.W. *divergents* et leur remplacement le 24 septembre au soir par des courants de S. *convergents* annulerait, selon M. Vincent, tout notre raisonnement, basé sur ces vents de N.W.

Nous répondrons que notre méthode, contrairement aux procédés actuels qui ne soupçonnent ni l'approche d'un cyclone, ni les vents qui en sont la conséquence, prévoit cette rotation

des courants de N. W. vers le S. : c'est donc le succès même de notre prévision qu'on nous reprocherait ainsi.

Si M. Vincent pense que les vents de S., *convergens*, devraient repousser la bourrasque, attirée par les vents de N. W., *divergents*, nous invoquerons les règles 11 et 12 en invitant M. Vincent à les approfondir.

D'ailleurs, et contrairement à son assertion, une situation telle que celle du 24 septembre ne se modifie pas « brusquement ». Le remplacement des courants de N. W. par des courants *uniques* du S. demande un certain nombre d'heures. Les mêmes vents opposés persistent *en se déplaçant*, et tant que ces courants, *divergents* et *convergens*, figurent simultanément sur la carte isobarique dressée à n'importe quelle heure du jour, les mêmes principes s'appliqueront et exigeront la rédaction de prévisions semblables à celles du matin.

Le 24 septembre au soir, il devait en être ainsi. Quoique nous ignorions la carte isobarique de ce jour à 6 heures du soir, nous sommes convaincu que le type du temps de 7 heures du matin existait encore, qu'on y trouvait à la fois des vents de N. W. *divergents* et des vents de S. *convergens* (1). L'application des mêmes principes s'imposait donc durant toute la journée du 24 septembre.

Nous pouvons donc toujours envisager les situations *intermédiaires* qui suivent durant vingt-quatre heures la prévision du matin et nous n'en « négligeons » aucune : l'accusation de M. Vincent, une fois de plus, ne repose sur aucun fondement.

La troisième remarque méconnaît complètement l'esprit de nos principes.

Ce n'est point par la force des vents, comme veut à tort le faire supposer M. Vincent, que nous aurions pu prévoir, d'un point donné et isolé, l'importance du futur minimum barométrique : 730. C'est principalement d'après l'examen de la vitesse

---

(1) Les vents de S. n'existaient le matin qu'au large de l'Irlande, mais dès midi devaient gagner les côtes de cette contrée.

des cirrus, et en conformité avec notre principe : Cirrus rapides, forte bourrasque; cirrus lents, faible dépression.

L'importance de la bourrasque étant liée, dans la méthode d'observation simultanée des nuages et du baromètre, à la vitesse des cirrus *et non pas aux courants de surface*, il n'était nullement nécessaire de connaître la force des vents pour déterminer la valeur du cyclone. L'appréciation de la vitesse des cirrus *visibles* nous faisait connaître la profondeur du centre *invisible*. Jamais par conséquent, et contrairement à l'assertion de M. Vincent, nous n'avons pu dire que « cette basse valeur de 730" était due, même en partie, aux vents forts du Cotentin, qu'il nous était de toute impossibilité de connaître à l'heure de notre prévision ».

\*  
\* \* \*

M. Vincent passe ensuite « au troisième exemple de prévision *par les nuages*, celui du 5 avril 1903 ». Par les nuages ? Non : il s'agit ici de notre troisième méthode, *méthode mixte*, qui, à l'observation des nuages, joint l'étude des isobares selon nos principes.

Or, d'après la règle 5 de la *Nouvelle méthode*, nous annonçâmes ce jour la destruction rapide d'une bourrasque existant sur la Suède et, en second lieu, d'après l'observation des vents et des cirrus, l'arrivée d'une nouvelle dépression vers l'Irlande ou l'Écosse.

M. Vincent ne veut s'occuper que de ce dernier point. Pourquoi ? Puisqu'il discute la *Nouvelle méthode*, il ne devait se préoccuper, au contraire, que de la seule prévision qui en ressort : la suppression de la bourrasque de Suède. La *Nouvelle méthode*, en effet, n'a rien à voir avec les cirrus et ce n'était point par elle que l'on pouvait annoncer l'arrivée de nouvelles dépressions du large.

Pourquoi donc, devant notre prévision si hardie, qui annonçait environ 15 millimètres de hausse *au lieu et place* du centre

de tempête à Stockholm, pourquoi n'avoir point constaté les résultats obtenus ?

M. Vincent aurait pu se convaincre ici de l'exactitude d'une autre de nos règles, la règle 5, et nous regrettons qu'il n'ait voulu discuter que des points de détail sans importance.

Il fait, en effet, tout d'abord ressortir que le texte de la prévision du 5 avril vise une dépression du large, venant des Açores vers l'Irlande, tandis que le commentaire dans notre ouvrage, page 152, considère des cirrus N.N.W., annonçant l'arrivée d'une dépression en Écosse.

M. Vincent signale sans conclure ces différences, qui constituent, nous le reconnaissons sans peine, une contradiction apparente.

Quelle peut en être la cause ?

Mais tout simplement la présence simultanée de deux dépressions : l'une visible par les Açores et les cirrus la veille, 4 avril ; l'autre, révélée par des cirrus encore, le 5, vers l'Écosse.

En conséquence, nous avons prévu, le 5, une baisse barométrique étendue, de l'Écosse (d'après les cirrus N.N.W.) au Portugal (par la dépression des Açores), et nous ajoutons : *Bretagne comprise*. Or, la réalisation de cette prévision est parfaite. La baisse barométrique du 6 avril a lieu du N. de l'Écosse au S. du Portugal, *la pointe de Bretagne comprise*, et le *Bulletin* du Bureau central de ce jour montre bien l'existence de deux dépressions nouvelles en disant : *Une nouvelle dépression passe au N. W. de l'Europe : Stornoway, 748 ; une autre semble exister à l'W. de l'Irlande...*

Et il continue : *Le vent est faible de l'W. sur la Manche, du S.W. en Bretagne, très fort du N.W. au Cap Croisette...* C'est précisément les diverses forces du vent annoncées la veille, *sur notre carte postale*, pour TOUTES les régions maritimes de la France.

Sans doute, et pour la Manche, nous avons fait craindre une augmentation progressive de la force des vents, mais cette force croissante ne devait point figurer sur la carte isobarique du 6 au



matin et, en effet, l'on n'y trouve que des vents faibles, sauf en Provence, comme il était prévu.

Notre prévision est donc exactement réalisée, tandis que, au contraire, les prévisions officielles annonçaient, par les cônes de tempête, des vents forts ou très forts *de N.W.*, alors qu'en réalité, ils devaient, le lendemain, souffler *du S.W.* et faibles!

Et M. Vincent déclare que « cet exemple n'est nullement démonstratif de la supériorité de la *Nouvelle méthode* »!

Vraiment, il serait curieux de savoir comment nous eussions pu la démontrer davantage, cette supériorité, alors que nous prévoyions, d'une part, un phénomène extraordinaire, la destruction subite d'une bourrasque lointaine et, de l'autre, l'arrivée, *absolument imprévue par les méthodes actuelles*, de nouvelles dépressions océaniques!

Nous voudrions bien savoir de quels moyens disposera une méthode qui veut prouver son utilité pratique, quand des chefs-d'œuvre de prévision, comme ceux du 5 mars 1894 et du 5 avril 1903 ne peuvent *rien prouver*, selon l'expression de M. Vincent.

Nous pouvons cependant mettre au défi tout météorologiste de prévoir, sur la carte du 5 avril 1903, *aucun des phénomènes du lendemain*, soit la disparition de la dépression de Suède, soit l'arrivée de nouvelles bourrasques océaniques.

Nous dirons plus encore : Un seul Bureau météorologique d'Europe les a-t-il prévus le 5 avril 1903 *au matin*? Certainement *non* : sans la connaissance de nos principes, de telles prévisions sont littéralement impossibles.

M. Vincent, en terminant, nous présente un argument spécieux, mais qui n'a point le mérite d'être neuf.

Il montre que les situations des 24 septembre 1896 et 5 avril 1903 présentent la plus grande similitude et que, si le premier cas a précédé une terrible tempête, le second n'a amené que des vents faibles. Cette comparaison prouve, dit M. Vincent, « que, *partant des MÊMES faits*, l'auteur de la *Nouvelle méthode* sait conclure *en des sens très divers* ».

Une pareille assertion est complètement inexacte.

Il ne s'agit pas ici, d'ailleurs, de *conclusions* théoriques, mais bien de *prévisions* réelles. Dans l'un et l'autre cas, nous avons *prévu* les différentes vitesses des vents, *soit tempêteux, soit faibles* et très exactement : pourquoi? parce que les bases de nos prévisions en ces deux journées sont, non point des faits semblables, mais des faits totalement différents.

Au 24 septembre 1896, comme au 5 avril 1903, il ne s'agit nullement de la prévision de nouvelles dépressions par les vents et les isobares, mais bien par la seule observation des cirrus. La *Nouvelle méthode* n'a rien à voir ici : peu importe donc que *les isobares et les vents* présentent la même disposition : ils n'ont, *ni les uns ni les autres*, servi de base aux prévisions. *Ce sont les cirrus seuls* qui ont permis en ces deux journées l'annonce de l'arrivée de cyclones nouveaux *sur les Iles Britanniques*. Et alors toute la prévision ne reposait-elle pas sur la *vitesse* de ces nuages supérieurs? Est-ce que cette vitesse était la même dans les deux cas? Et alors, est-ce que l'importance des futurs cyclones était égale? Et, par suite, en dépit d'une situation atmosphérique analogue, est-ce que les prochaines modifications de pression devaient être les mêmes?

Évidemment non : Et la meilleure preuve est que nous ayons pu prévoir, d'après la seule *vitesse* des cirrus, que le cyclone du 25 septembre 1896 serait de premier ordre, tandis que la dépression du 6 avril 1903 ne produirait qu'une baisse légère.

Des faits aussi précis mettent à néant l'accusation gratuite et sans preuves de M. Vincent et prouvent que nous ne prévoyons jamais, *en des sens très divers*, que d'après *des faits* eux-mêmes *fort dissemblables*.

\*  
\* \*

Page 356, M. Vincent aborde enfin la discussion *d'une règle* de la *Nouvelle méthode* : la dix-septième. C'est la seule qu'il discute. Comme elle est fort importante, nous ne laisserons passer aucun argument sans le réfuter.

L'exemple choisi est encore celui du 5 mars 1894. M. Vincent cite d'abord un passage de notre livre (p. 158) : — modèle, dit-il, du style vague et obscur de l'auteur — qui commence par ces mots : « *Dans ces conditions*, l'anticyclone devait fatalement, d'après nos principes, ... etc. » *Dans ces conditions*, cite M. Vincent, mais quelles conditions ? D'où vient que M. Vincent les laisse ignorer à son lecteur ? Et comment notre raisonnement paraîtrait-il logique, quand on le sectionne arbitrairement ? Et pourtant, *les conditions* — supprimées — sont essentielles. Elles font *la lumière*, dans le passage trop court et trop incomplet reproduit par M. Vincent, et elles consistent précisément dans l'indication des bases de la règle 17, en vue du cas examiné. Nous disions :

« DEUX DÉPRESSIONS, très visibles, *entouraient la dorsale* de vents destructeurs. Le vent de N. W. était commandé par un *minimum* sur la mer Baltique, où la baisse était de  $-9^{\text{mm}}8$ , et le S. W. par *une dépression du large* qui, de la veille au soir au 5 mars au matin, venait de faire baisser le baromètre de 5 à 6 millimètres en Irlande et en Écosse. *Dans ces conditions*, l'anticyclone devait fatalement, d'après nos principes, être détruit en quelques heures, et sa dorsale, aux isobares convexes, allait être remplacée, comme il arrive presque toujours en pareil cas, par des isobares concaves. Cette prévision était d'autant plus assurée que la dépression du large ne trouvait aucun obstacle dans sa marche normale d'W. vers E. Au contraire, la divergence des vents favorisait non seulement sa course, mais encore son aggravation. Plus les courants divergents ont de puissance (règle 14) et plus le centre de dépression se creuse : le N. W. 6 du Helder, opposé au S. W. 6 de Belmullet, jouait ce jour un rôle prépondérant, capable, à lui seul, de former un centre de tempête. »

Sur ce texte, *vague et obscur*, M. Vincent présente « une foule de réflexions ». « Et d'abord, dit-il, cet anticyclone qui devait être détruit en quelques heures a été précédemment invoqué comme devant nous protéger contre l'approche du centre. » C'est très exact, mais quels points devaient être protégés, sinon la région normande, quelque peu éloignée, en fait, du futur emplacement du centre, situé près des Shetland !

Cela n'empêche pas l'aire anticyclonique d'être entièrement

détruite, car, le lendemain, elle figure tout entière dans l'orbite du cyclone. Notre prévision est donc exacte sur tous les points, en dépit de critiques ironiques.

M. Vincent continue : « Ce *principe*, qu'une dorsale flanquée de vents forts doit donner naissance à un centre de tempête, est-il, *a priori*, admissible? »

Une *dorsale* qui donne naissance à un *centre de tempête*!

Mais où donc trouve-t-on un texte semblable dans notre livre? Où avons-nous écrit une telle absurdité? Où, dans nos *trois principes* et nos *vingt-cinq règles*, peut-on lire une telle proposition? Et comment, dans une note soumise à l'une des Académies les plus considérées de l'Europe, oser présenter une interprétation, aussi abusive et aussi visiblement inexacte, du texte et des pensées de l'auteur?

Car enfin, nous n'avons *jamaï*s dit qu'une dorsale puisse quelquefois former une tempête. De hautes pressions ne peuvent même produire une légère dépression. Des vents forts, sans dépression existante, pas davantage. Bien plus, une dorsale, flanquée de vents forts, avec pression en hausse générale, ne pourra que se renforcer et cela d'après nos principes les mieux établis. La dorsale, dans notre méthode, est purement *passive* : elle ne joue aucun rôle actif, aucune fonction génératrice, comme l'indique nettement la règle 17, ainsi conçue, et que M. Vincent n'ignore pas, puisqu'il la publie intégralement page 360 :

« *DEUX dépressions coexistantes*, séparées par une zone de hautes pressions *relatives*, avec vents divergents les uns par rapport aux autres, *devront* se réunir *vers le sommet* de l'anticyclone relatif, *vers la dorsale* des hautes pressions, *en un cyclone plus important que chacune d'elles.* »

On voit si *la dorsale* est présentée ici comme la génératrice du futur cyclone, et si ce n'est pas la réunion, *en une seule*, de deux dépressions, qui est, selon nous, la vraie *cause* de la tempête : il ne peut exister ici aucun doute sur l'expression de notre pensée.

M. Vincent, page 357, veut ensuite nous enseigner la théorie des mouvements de l'air *qui peut être remplacé... qui peut se maintenir...* Ce n'est qu'une série d'hypothèses sans fondement. La météorologie, qui, selon M. Vincent lui-même, ignore les causes des mouvements superficiels de la pression, ignore bien davantage encore le mécanisme des mouvements de l'air dans la verticale. D'ailleurs, malgré notre ignorance personnelle, et n'en déplaise à M. Vincent, nous savons distinguer quand les anticyclones doivent se maintenir, augmenter ou disparaître : nous en avons donné des preuves multiples : nous attendons celles de notre éminent contradicteur à l'appui de sa thèse.

Il est vrai que M. Vincent a découvert les lois des *croupes* barométriques, qui sont *parfois* « détruites, ... déplacées, ... renforcées sur place », de sorte qu'il n'y a pas, dit-il, de règle fixe, certaine, « on peut parler de probabilités, mais non de fatalité, comme le fait l'auteur de la *Nouvelle méthode* ».

Eh bien ! si : nous avons la prétention d'établir que la règle 17 est *fixe et certaine*, qu'elle exige de *fatales* modifications de la pression barométrique, la *destruction* de la dorsale dans la très grande majorité des cas, et cette prétention, nous la justifierons non pas en choisissant *seulement* 29 cas en *trois* semestres, c'est-à-dire *un* cas sur *cinq* environ ; non pas en citant des exemples impropres où la règle 17 ne s'applique pas et où, par conséquent, elle ne peut qu'échouer, mais bien en indiquant *tous les cas*, de ces mêmes trois semestres, où une dorsale vraie existe en Europe et où les conditions de la règle 17 sont remplies.

En voici le tableau complet, avec indication des régions de l'Europe où les dorsales se montrent, afin de faciliter le contrôle.

# Journées où il y a eu croupes ou dorsales barométriques.

Premiers semestres des années 1894-1895-1905 (1)

NUMÉROS d'ordre.	Dates.	SITUATION DES DORSALES.	MODIFICATIONS dans les vingt-quatre heures. <u>Remarques.</u>
1	9 janvier 1894 . . . . .	Norvège.	détruite.
2	12 janvier 1894 . . . . .	<i>Courbe d'anticyclone.</i>	<i>Règle 17, inapplicable.</i>
3	14 janvier 1894 . . . . .	S. Norvège.	détruite.
4	16 — . . . . .	S. Norvège.	détruite.
5	18 — . . . . .	Finlande.	détruite.
6	19 janvier 1894 . . . . .	Mer du Nord.	<i>détruite (pas de recul).</i>
7	20 — . . . . .	G. de Bothnie.	<i>détruite (pas de recul).</i>
8	22 janvier 1894 . . . . .	Scandinavie.	détruite.
9	24 janvier 1894 . . . . .	Scandinavie.	<i>détruite (pas de recul).</i>
10	25 janvier 1894 . . . . .	Finlande.	détruite (partiellement).
11	26 — . . . . .	Laponie.	détruite.
12	27 — . . . . .	Suède.	détruite.
13	29 janvier 1894 . . . . .	Iles Britanniques.	<i>détruite (pas de déplacement).</i>
14	4 février 1894 . . . . .	W. Norvège.	<i>détruite (ne persiste pas).</i>
15	5 février 1894 . . . . .	N. Écosse.	détruite.
16	6 février 1894 . . . . .	Baltique.	<i>détruite (totalemment).</i>

17	10 février 1894 . . . . .	Laponie.	détruite.
18	12 — . . . . .	Russie.	détruite.
19	14 février 1894 . . . . .	Iles Britanniques.	<i>Règle 47, inapplicable.</i>
20	15 février 1894 . . . . .	Mer du Nord.	même cas (détruite).
21	23 — . . . . .	Baltique.	détruite.
22	24 — . . . . .	Finlande.	détruite.
23	25 — . . . . .	Norvège.	détruite.
24	28 février 1894 . . . . .	Norvège.	<i>Règle 47, contestable : cas douteux.</i>
25	1 <sup>er</sup> mars 1894 . . . . .	Danemark.	détruite.
26	3 mars 1894 . . . . .	S. Norvège ? (douteuse).	<i>détruite (et non renforcée).</i>
27	5 — . . . . .	Mer du Nord (cas type).	<i>détruite.</i>
28	6 mars 1894 . . . . .	Pologne prussienne.	détruite.
29	7 — . . . . .	Iles Britanniques.	détruite.
30	21 — . . . . .	N. Norvège.	détruite.
31	29 — . . . . .	W. Norvège.	détruite (partiellement).
32	30 — . . . . .	S. Norvège.	détruite (partiellement).
—	— avril 1894 . . . . .	(néant).	—
33	2 mai 1894 . . . . .	Baltique-Norvège.	détruite.
34	5 — . . . . .	Iles Britanniques.	détruite.
35	9 — . . . . .	S. Scandinavie.	détruite.

(1) Les cas cités par M. Vincent sont en italique.

NUMÉROS d'ordre.	Dates.	SITUATION DES DORSALES.	MODIFICATIONS dans les vingt-quatre heures. <i>Remarques.</i>
36	15 mai 1894 . . . . .	Angleterre.	détruite.
37	19 mai 1894 . . . . .	Scandinavie.	détruite.
38	8 juin 1894 . . . . .	Iles Britanniques:	détruite (très nettement).
39	9 juin 1894 . . . . .	Danemark.	détruite.
40	15 — . . . . .	Hollande.	détruite.
41	16 — . . . . .	Irlande.	détruite.
42	17 — . . . . .	S. Norvège.	détruite.
43	19 — . . . . .	Mer du Nord.	détruite.
44	24 juin 1894 . . . . .	Iles Britanniques.	détruite (sans recul).
45	22 juin 1894 . . . . .	Hollande.	détruite (partiellement).
46	23 juin 1894 . . . . .	Danemark.	détruite.
47	24 juin 1894 . . . . .	Pologne.	détruite.
48	26 juin 1894 . . . . .	<i>Pas de dorsale.</i>	<i>Règle 17, inapplicable.</i>
49	7 janvier 1893 . . . . .	S. Norvège.	détruite (ne persiste pas).
50	9 janvier 1893 . . . . .	Autriche-Danemark.	détruite.
51	14 — . . . . .	France-Suisse.	détruite.
52	16 — . . . . .	France.	détruite.
53	17 — . . . . .	S. Scandinavie.	détruite.



54	19 janvier 1893 . . . . .	Norvège.	détruite.
55	20 — . . . . .	Russie.	détruite.
56	24 — . . . . .	Autriche.	détruite.
57	25 — . . . . .	Irlande.	détruite.
58	26 — . . . . .	Norvège-Danemark.	détruite.
59	27 — . . . . .	Angleterre.	détruite.
60	2 février 1893 . . . . .	S. Scandinavie.	renforcée (ERREUR).
61	6 — . . . . .	N. Norvège.	détruite.
62	9 — . . . . .	Danemark.	détruite.
63	11 — . . . . .	Suisse.	détruite.
64	13 — . . . . .	Mer du Nord.	détruite.
65	14 — . . . . .	Scandinavie.	détruite.
66	16 — . . . . .	S. Norvège.	détruite.
67	28 — . . . . .	Irlande.	détruite.
68	1 <sup>er</sup> mars 1893 . . . . .	S. Norvège.	détruite (sans recul).
69	2 mars 1893. . . . .	Finlande.	détruite (sans recul).
70	3 mars 1893 . . . . .	Mer du Nord.	détruite.
71	4 mars 1893. . . . .	Scandinavie.	détruite.
72	5 — . . . . .	Finlande.	détruite.
73	6 mars 1895 . . . . .	N. Norvège.	détruite.
74	7 mars 1893. . . . .	Livonie.	détruite.

NUMÉROS d'ordre.	Dates.	SITUATION DES DORSALES.	MODIFICATIONS dans les vingt-quatre heures. <i>Remarques.</i>
75	8 mars 1893 . . . . .	N. Écosse.	détruite.
76	9 mars 1893 . . . . .	Laponie-Finlande.	détruite.
77	10 mars 1893 . . . . .	Centre-Russie.	détruite.
78	11 mars 1893 . . . . .	W. Norvège.	détruite.
79	14 mars 1893 . . . . .	Bothnie.	détruite.
80	15 — . . . . .	N.-E. Russie.	détruite.
81	20 — . . . . .	Bothnie-Mer Blanche.	détruite.
82	1 <sup>er</sup> avril 1893 . . . . .	Finlande.	détruite.
83	2 — . . . . .	Laponie.	détruite.
84	3 — . . . . .	E. Russie.	détruite.
85	4 — . . . . .	Iles Feroë.	détruite (partiellement).
86	9 — . . . . .	Océan Glacial, mer Blanche.	détruite.
87	12 — . . . . .	Finlande.	détruite.
88	14 — . . . . .	Russie?	persiste, <b>ERREUR.</b>
89	17 avril 1893 . . . . .	<i>Dorsale peu distincte?</i>	<i>Règle 17, inapplicable.</i>
90	21 avril 1893 . . . . .	Finlande.	détruite.
91	2 <sup>e</sup> mai 1893 . . . . .	Mer du Nord?	<i>Cas douteux?</i>
92	30 juin 1893 . . . . .	<i>Anticyclone et non dorsale.</i>	<i>Règle 17, inapplicable.</i>

93	1 <sup>er</sup> janvier 1905 . . . . .	N.-W. Norvège.	détruite.
94	3 — . . . . .	Irlande.	détruite.
95	4 — . . . . .	Norvège.	détruite.
96	5 — . . . . .	Suisse.	détruite.
97	6 — . . . . .	Allemagne du Sud.	détruite.
98	7 — . . . . .	W. Irlande.	détruite.
99	8 — . . . . .	Laponie.	détruite.
100	10 — . . . . .	Islande.	détruite.
101	15 janvier 1905 . . . . .	<i>Anticyclone et non dorsale.</i>	<i>Règle 17, inapplicable.</i>
102	17 janvier 1905 . . . . .	Suisse.	détruite.
103	25 — . . . . .	Norvège-Finlande.	détruite.
104	26 janvier 1905 . . . . .	<i>Pas de dorsale : dépression N.-S.</i>	<i>Règle 17, inapplicable.</i>
105	27 janvier 1905 . . . . .	Bothnie.	détruite.
106	30 — . . . . .	Russie.	détruite.
107	31 — . . . . .	W. Irlande et Finlande.	détruite.
108	1 <sup>er</sup> février 1905 . . . . .	Danemark.	détruite.
109	2 — . . . . .	Livonie.	détruite.
110	3 — . . . . .	Irlande.	détruite.
111	4 — . . . . .	S. Scandinavie.	détruite.
112	6 — . . . . .	Iles Britanniques.	disparaît sans baisse (ERREUR).
113	8 — . . . . .	Norvège.	détruite.

NUMÉROS d'ordre.	Dates.	SITUATION DES DORSALES.	MODIFICATIONS dans les vingt-quatre heures. <i>Remarques.</i>
144	9 février 1905 . . . . .	Finlande.	détruite.
145	— . . . . .	Suisse.	détruite (partiellement).
146	— . . . . .	Scandinavie.	détruite.
147	— . . . . .	Pologne.	détruite (partiellement).
148	— . . . . .	G. de Bothnie.	détruite.
149	— . . . . .	S. Norvège.	détruite.
120	— . . . . .	Norvège.	détruite.
121	— . . . . .	Norvège.	détruite.
122	3 mars 1905 . . . . .	Suède.	détruite.
123	4 — . . . . .	Pas de Calais.	détruite.
124	5 — . . . . .	Danemark.	détruite.
125	8 mars 1905. . . . .	<i>Iles Britanniques.</i>	<i>détruite.</i>
126	9 mars 1905 . . . . .	S. Suède : <i>dorsale d'isanomales.</i>	détruite.
127	11 — . . . . .	Danemark-Scandinavie.	détruite.
128	13 — . . . . .	Irlande.	détruite.
129	17 — . . . . .	Suisse.	détruite.

130	27 mars 1905 . . . . .	Allemagne.	détruite.
131	28 — . . . . .	Iles Britanniques.	détruite.
132	29 — . . . . .	N. Finlande.	détruite.
133	1 <sup>er</sup> avril 1905 . . . . .	N. Écosse.	<i>détruite (pas de recul).</i>
134	2 avril 1905 . . . . .	Allemagne-Baltique.	détruite.
135	3 — . . . . .	N. Écosse.	détruite.
136	4 — . . . . .	G. de Finlande.	détruite.
137	5 — . . . . .	Galicie.	détruite.
138	6 — . . . . .	Irlande.	détruite.
139	7 — . . . . .	Autriche.	détruite.
140	8 — . . . . .	Russie.	persiste (ERREUR).
141	23 — . . . . .	Europe centrale, douteuse?	persiste (ERREUR).
142	27 — . . . . .	S. Norvège.	détruite.
143	7 mai 1905 . . . . .	Suède.	détruite.
144	9 — . . . . .	W. Norvège.	détruite.
145	10 — . . . . .	Bohnie.	détruite.
146	2 juin 1905 . . . . .	Danemark.	détruite.
147	17 — . . . . .	Danemark.	détruite.
148	22 juin 1905 . . . . .	<i>Pas de dor-sale.</i>	<i>Règle 17, inapplicable.</i>

On peut juger, d'après cette longue liste, du degré d'exactitude des affirmations de M. Vincent qui avait écrit, page 357 : « *Toutes les journées* de ces trois périodes, où l'on voit une croupe sur la carte, *sont indiquées dans le tableau ci-dessous.* » Or M. Vincent citait 29 cas sur 148 ! C'est ce qu'il appelle : *Toutes les journées !*

Sur la foi de ce tableau, des savants ont été contraints de constater que la règle 17 n'avait réussi que 6 fois et, d'une manière douteuse, que 2 fois, soit 8 cas heureux au maximum sur 29 (1). Or, en réalité, ces 29 cas comprenaient 8 exemples impropres, où la règle 17 était inapplicable, soit parce qu'il n'y avait pas de dorsales, comme au 26 janvier 1905, soit parce qu'il s'agissait d'anticyclones et non de dorsales, comme au 30 juin 1893, soit encore parce qu'il n'existait que des dépressions sans dorsales, comme au 22 juin 1905. Sur les autres 21 cas, bien choisis, un seul est contestable : le 28 février 1894. Partout ailleurs, c'est-à-dire en 20 cas sur 21, la règle 17 est pleinement justifiée, *sans aucune erreur*, sur le tableau même de M. Vincent, et la dorsale est détruite, *complètement détruite*, dans les vingt-quatre heures.

Telle est l'exacte vérité. Pourquoi donc alors, devant une dorsale hier sur l'Irlande, par exemple, aujourd'hui complètement disparue sur cette région, inscrire sur le tableau l'une quelconque de ces annotations : *persiste, recule, renforcée, pivote ?* Rien ne justifie ces expressions, car la dorsale, nettement détruite, *ne persiste pas, ne recule pas, ne pivote pas*. L'existence, tantôt à l'E., tantôt à l'W., d'une *autre* dorsale, due précisément à la transformation, *prévue*, d'isobares convexes en isobares concaves, n'autorise certes pas M. Vincent à présenter, comme des erreurs de la règle 17, les faits qui la justifient le mieux, et dans la splendide proportion de 20 sur 21, soit 95 % !

---

(1) Rapport de M. P. STROOBANT, *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* (Classe des sciences), avril 1911, p. 330.

La même proportion se retrouve d'ailleurs dans notre tableau complet.

Sur les 148 cas inscrits, la règle 17 est inapplicable 8 fois et douteuse 3 fois. Il reste donc 137 cas, sur lesquels la dorsale a persisté 5 fois, soit 3 % d'erreurs. Elle a été, en outre, partiellement détruite 7 fois, soit 5 % de cas discutables. Enfin, sa destruction totale est observée 126 fois sur 137, soit 92 % de succès indiscutables.

On voit si nos règles météorologiques sont basées sur des faits isolés, comme le mémoire de M. Vincent veut le persuader inexactement. Chacune de nos règles repose, comme nous l'avons déjà dit, sur des milliers d'observations, réparties en une longue série d'années.

Devant les faits accumulés, l'objection restera impuissante. M. Vincent vient déclarer encore, page 360, que notre règle 17, qui vise la réunion de deux dépressions séparées par une dorsale, constitue « un principe absolu, que n'accompagne aucune réserve ni restriction...; que, formulé ainsi, il est tout à fait inexact; il ne se vérifie dans aucun des 29 cas de notre tableau ci-dessus : même lorsque la dorsale est détruite sans laisser de traces, ce qui est rare (sic), les deux cyclones qu'elle séparait la veille ne se trouvent pas réunis en un seul ».

Cette critique dépasse vraiment la mesure et l'on peut l'apprécier, même d'après les cas cités par M. Vincent. Quant à la règle 17, comme la règle 18 qui la complète, et contrairement aux seize premières, elle comporte des « réserves » et des « restrictions ». Elle ne dit pas : Deux dépressions se réuniront, mais devront se réunir, ce qui n'est pas tout à fait la même chose. Il n'est pas écrit : Se réuniront au sommet, mais vers le sommet; non pas au lieu et place de la dorsale, mais vers la dorsale. La discussion de M. Vincent descend donc jusque sur le sens, plus ou moins absolu, de quelques mots!

En dépit de ces minuties, le tableau que nous avons dressé prouve que la règle 17, appliquée à la lettre et dans son esprit, est absolument exacte. Loin de disparaître rarement sans laisser

de traces, comme ose l'écrire M. Vincent, la dorsale n'existe plus le lendemain dans la proportion de 92 % et se trouve remplacée, dans l'immense majorité des cas, par un cyclone plus important que les deux dépressions visibles la veille. La réunion des deux centres est fréquente, comme dans le cas type du 5 mars 1894, choisi par M. Vincent lui-même.

Mais il n'est pas une seule de nos affirmations qui n'appelle la contradiction ! Nous avons dit qu'à cette date du 5 mars « la dépression du large ne trouvait aucun obstacle dans sa marche normale d'W. vers E. ».

M. Vincent nous objecte : « Quel aurait pu être l'obstacle en question ? Il existait une crête : il ne pouvait rien exister à sa place. »

Une affirmation semblable dénote évidemment une très insuffisante étude de notre méthode. A la marche normale vers l'E., à la destruction de la dorsale, à la réunion des deux dépressions, à la règle 17 en un mot, plus d'un obstacle pouvait se dresser : tels, des vents de S. E. violents sur la Baltique, qui eussent amené de la hausse vers la dorsale ; telle une forte hausse barométrique sur la Scandinavie, qui eût protégé la Norvège contre l'arrivée du centre ; tels encore de forts vents d'W. sur l'Autriche, qui eussent produit la hausse sur toute la Baltique.

M. Vincent essaie encore de nous mettre en contradiction en prétendant que nous avons, toujours au 5 mars, « signalé un centre de cyclone au N., se dirigeant vers le S. ».

Nous voudrions bien savoir où et quand nous avons prévu la marche vers le Sud, alors que le texte même de notre prévision annonce une dépression au N. de l'Écosse, se dirigeant vers la Norvège, vers Christiansand !

Prévoir la marche normale du centre vers l'W. choque également M. Vincent. « La marche normale, dit-il, rentre dans le système classique, que l'on a la prétention de remplacer par un système nouveau. »

Oh, cela est très vrai : la marche normale rentre dans le système classique ! Elle y rentre si bien qu'elle le remplit



entièrement : il n'en connaît pas d'autre — *et cela peut tromper*, dit justement M. Vincent ! Mais la *Nouvelle méthode*, système nouveau, a la prétention non seulement de prévoir les trajectoires normales, mais aussi la plupart des trajectoires anormales, que le système classique ne connaît pas et n'a jamais su prévoir.

M. Vincent termine son mémoire par une objection des plus insidieuses en demandant comment, pour notre méthode, « les stations figurant sur les cartes suffisent pour tout expliquer. Entre ces stations, le vent souffle aussi et il a une direction et une vitesse que M. Guilbert ignore. Est-ce que ces vents n'ont jamais aucune action sur les cyclones ? Est-ce que ceux qui soufflent sur des mers étendues, comme la mer du Nord, la Baltique, la Méditerranée sont à négliger ? »

Assurément non, répondrons-nous au savant professeur, mais ces vents du large, que M. Guilbert ignore, ne sont pas mieux connus de vous. Météorologistes officiels, vous les ignorez en rédigeant vos prévisions. Nous sommes donc égaux dans notre ignorance ; les bases de nos pronostics présentent les mêmes lacunes, et, de ce chef, la *Nouvelle méthode* ne présente point d'infériorité.

D'ailleurs, l'importance de ces vents inconnus n'est-elle pas exagérée ? Ne savons-nous pas que les vents sont soumis aux centres de haute et de basse pression et que par conséquent il est possible de savoir si telle ou telle mer appartient à un cyclone ou à un anticyclone ? Par suite, ne sait-on pas, au moins approximativement, quelle est la direction probable et la vitesse possible des vents invisibles ?

Cela ne nous empêche nullement de désirer l'extension progressive des stations météorologiques. La télégraphie sans fil, étendue à toutes les mers, est notre rêve le plus cher. Beaucoup des nombreuses erreurs que nous commettons à l'heure actuelle seraient certes évitées, si le réseau des postes d'observation était plus resserré. La *Nouvelle méthode*, si loin d'être parfaite

aujourd'hui, réaliserait de notables progrès : les problèmes à résoudre contiendraient moins d'inconnues.

\*  
\* \*

Nous en avons fini des objections de M. Vincent. Nous avons précisé nos principes, rectifié des textes écourtés, des interprétations abusives. Nous avons établi que M. Vincent, par une série de raisonnements spécieux, a voulu démontrer que nos plus exactes prévisions *ne prouvent rien* pour la méthode, mais que les plus légères imperfections *prouvent tout* contre la méthode.

C'est dans cet esprit que M. Vincent a écrit les vingt-trois pages de son mémoire. Nous estimons qu'une pareille critique qui repousse, sans raison suffisante, non seulement des théories, mais *les faits* les mieux prouvés, n'est pas scientifique. Le savant ne doit pas se borner à signaler des lacunes : il doit s'efforcer de les combler. Il n'a pas le droit de nier les faits : son but doit être de les expliquer.

C'est le plan qu'avait autrefois tracé M. Vincent. Après avoir constaté le néant absolu de la science actuelle, il précisait avec une logique incontestable le sens des études nécessaires : « Actuellement, disait-il, *le problème capital* de la météorologie se pose nettement : *il faut rechercher la cause des variations de la pression.* »

Le Concours de Liège est venu prouver que cette cause était enfin connue. Devant M. Vincent et d'autres juges autorisés, nos prévisions *de situations futures*, et non pas seulement des explications *de faits accomplis*, ont montré que les principales variations de pression étaient quotidiennement prévues, au moyen de principes et de règles développés depuis, avec autant d'exemples que peut l'exiger la plus sévère critique, dans la *Nouvelle méthode*. M. Vincent, qui prit à ce concours la part la plus active, prépondérante même, sut alors publiquement reconnaître nos succès, et non seulement de vive voix mais en écri-

vant, dans une brochure quelque peu hostile, que « M. Guilbert avait fourni, outre *d'excellentes prévisions*, des explications *scientifiques* ».

C'est ce jugement que nous voulons retenir et dont les termes formels ne permettent pas à M. Vincent de condamner aujourd'hui les *mêmes* prévisions, *excellentes*, et les *mêmes* explications, *scientifiques*, qu'il couronnait hier.

---

### ÉLECTIONS.

---

Il est procédé aux élections pour les places vacantes. — Les résultats en seront proclamés à la séance publique du 16 de ce mois.

---

#### PRÉPARATIFS DE LA SÉANCE PUBLIQUE.

MM. Neuberg et Verschaffelt donnent lecture des discours qu'ils prononceront à la séance publique du 16.

---

(1) A propos du concours de prévision du temps. Bruxelles, 1906, p. 3.





## CLASSE DES SCIENCES

---

*Séance publique du 16 décembre 1911.*

M. J. NEUBERG, directeur.

M. le chevalier EDMOND MARCHAL, secrétaire perpétuel.

Prennent également place au bureau : MM. Émile Mathieu, directeur de la Classe des beaux-arts, président de l'Académie, et Ch. Francotte, vice-directeur de la Classe des sciences.

Sont présents : MM. C. Malaise, Ch. Van Bambeke, Michel Mourlon, P. De Heen, Léon Fredericq, Paul Pelseneer, Ch.-J. de la Vallée Poussin, Max. Lohest, F. Swarts, J. Massart, Demoulin et Rutot, *membres* ; J.-E. Verschaffelt et G. Lecointe, *correspondants*.

Assistent à la séance :

CLASSE DES LETTRES ET DES SCIENCES MORALES ET POLITIQUES. — MM. J. Leclercq, *directeur* ; M<sup>ec</sup> Wilmotte, *vice-directeur* ; Ernest Discailles, Victor Brants, Ernest Gossart, J. Lameere, *membres* ; W. Bang, *associé*.

CLASSE DES BEAUX-ARTS. — MM. G. De Groot, Henri Hymans, Louis Lenain, *membres*.

## Vie et œuvre de Grégoire de Saint-Vincent.

Discours prononcé par J. NEUBERG, directeur de la Classe.

Appelé comme directeur de la Classe des sciences de l'Académie royale de Belgique à prendre la parole à cette séance publique, j'ai cru pouvoir intéresser l'assistance en faisant un exposé succinct de la vie et de l'œuvre de Grégoire de Saint-Vincent, illustre mathématicien belge du XVII<sup>e</sup> siècle. Le développement complet de ce sujet aurait excédé le temps accordé par la tradition; j'en ai donc écarté ce qui aurait un caractère un peu aride pour la présente solennité.

Saint-Vincent avait rencontré beaucoup de dédain à cause de la prétendue quadrature du cercle annoncée dans le grand ouvrage *Opus geometricum*. Mais la place distinguée qu'il occupe parmi ses contemporains a été mise en lumière par les plus hautes autorités scientifiques.

Voici comment s'exprime Chasles, dans son *Aperçu historique sur l'origine et le développement de la Géométrie* : « Saint-Vincent était l'un des géomètres les plus profondément versés dans la géométrie ancienne; il appliquait comme Cavalieri et Roberval, mais d'une manière qui lui est propre, la méthode d'Archimède pour les quadratures des espaces curvilignes; son mérite n'a pas été assez apprécié, malgré le jugement porté par Huygens et par Leibniz. »

La correspondance entre Saint-Vincent et Huygens, qui est reproduite dans les *Œuvres complètes de Christiaan Huygens publiées par la Société hollandaise des sciences*, a été analysée par M<sup>gr</sup> Monchamp dans les *Bulletins de l'Académie* (1894); il en ressort que le grand savant hollandais avait une profonde estime pour notre compatriote et pour ses travaux.

Ce fut même sur les conseils de Huygens que Leibniz entreprit de lire l'*Opus geometricum*. Le parti que le grand penseur

allemand a retiré de cette lecture est indiqué dans le passage suivant de la préface des œuvres de Leibniz, éd. Dutens : « Grégoire de Saint-Vincent fut un de ces auteurs auxquels Leibniz croyait devoir le plus; il lui donne les témoignages les plus expressifs de sa reconnaissance chaque fois que s'en présente l'occasion. Ce fut vers ce temps-là qu'il fit en analyse les découvertes qui le menèrent à la plus belle de ses inventions, celle du calcul infinitésimal. » Voici un témoignage plus direct, consigné par Leibniz dans les *Acta lipsiensia* de 1686 : « Je dirai en peu de mots ce que, d'après moi, la géométrie doit aux grands mathématiciens de ce siècle. Galilée et Cavalieri ont commencé à découvrir les procédés très compliqués de Conon et d'Archimède, mais la *géométrie des indivisibles* de Cavalieri n'a été que l'enfance de la géométrie renaissante. De plus grands secours nous sont venus du célèbre triumvirat Fermat, Descartes et Grégoire de Saint-Vincent. Fermat a trouvé la méthode des *maxima* et des *minima*; Descartes a fait voir la manière d'exprimer par des équations les lignes de la géométrie ordinaire; le P. Grégoire de Saint-Vincent a fait de nombreuses et belles découvertes. » Quinze ans plus tard, Leibniz renouvelle son appréciation élogieuse : « Même, dit-il, si Grégoire de Saint-Vincent n'a pas résolu la quadrature du cercle et de l'hyperbole, il a cependant produit une foule de belles découvertes. »

Les meilleurs historiens des mathématiques s'accordent à ranger Saint-Vincent parmi les plus éminents des géomètres; ainsi, ses mérites ont été proclamés par Maurice Cantor, l'auteur des célèbres *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik*; par Zeuthen, le profond géomètre danois, qui a écrit une *Histoire des mathématiques au XVI<sup>e</sup> et au XVII<sup>e</sup> siècle*; par mon savant confrère P. Mansion, dans une *Esquisse historique des méthodes infinitésimales*.

La vie de Saint-Vincent a été retracée par plusieurs écrivains belges : Foppens (*Bibliotheca belgica*, 1739), Paquot (*Mémoires pour servir à l'histoire littéraire des Pays-Bas*, 1768), Goethals

(*Lectures relatives à l'histoire des sciences... en Belgique*, 1838), Adolphe Quetelet (*Histoire des sciences mathématiques et physiques chez les Belges*, 1864) et le P. H. Bosmans (*Biographie nationale, publiée par l'Académie royale de Belgique*, t. XXI, col. 141-171). Ce dernier travail est une bio-bibliographie très complète, appuyée sur de nombreux documents inédits empruntés aux archives de la Compagnie de Jésus; il nous a été très précieux pour la rédaction de la présente notice.

Grégoire de Saint-Vincent (appelé souvent Grégoire ou Saint-Vincent) est né à Bruges le 8 septembre 1584 et mort à Gand le 27 janvier 1667. Il fit des humanités de six ans au collège des jésuites de sa ville natale, puis deux années de philosophie et deux autres années de mathématiques à Douai. De là il se rendit à Rome, où il fit son noviciat chez les jésuites, de 1605 à 1607. L'intervention de son professeur, Clavius, qui avait remarqué les dispositions remarquables de son élève pour les sciences exactes, le fit ensuite admettre au collège romain, où il suivit des cours de philosophie, de théologie et de mathématiques. Ici se place un épisode intéressant, qui nous fait connaître son indépendance de caractère et explique certains désagréments de sa vie. Dans la célèbre séance en l'honneur de Galilée, donnée au collège romain en 1611, Grégoire se montra partisan des découvertes et des idées astronomiques nouvelles. Voici comment, dans une lettre adressée en 1659 à Huygens pour le remercier de l'envoi d'un exemplaire du *Système de Saturne*, il raconte lui-même la scène : « On nous appelait les disciples de Clavius. Nous comparâmes le télescope de Galilée avec les nôtres (et ceux-ci ne lui étaient certes pas inférieurs), et, en la présence de Galilée, nous avons exposé au collège romain tous ces nouveaux phénomènes, devant les étudiants réunis. Nous démontrâmes alors que de toute évidence Vénus tournait autour du soleil, ce qui ne fut pas sans faire murmurer les philosophes. »

En 1612, Grégoire alla achever son cours de théologie à Louvain; l'année suivante, il reçut la prêtrise. Malgré ses dispo-



sitions pour les mathématiques, ses supérieurs semblent avoir hésité à l'y appliquer définitivement; car il fut successivement professeur de grec au collège de Bruxelles, surveillant au collège de Bois-le-Duc, aumônier des troupes espagnoles. Attaché en 1616 et 1617 à la maison professe d'Anvers, il manifesta le désir d'être envoyé comme missionnaire en Chine; c'est probablement l'influence de son supérieur immédiat, le P. François d'Aiguillon, célèbre auteur d'un *Traité d'optique*, qui le détourna de ce projet.

De 1618 à 1620 Saint-Vincent enseigna les mathématiques au collège d'Anvers. Ses leçons ne furent point publiques; il donna, dans sa cellule, ses instructions scientifiques soit aux jeunes religieux, soit à des laïques qui témoignaient le désir de l'entendre. Ce genre d'enseignement nous explique peut-être le caractère particulier des premiers livres de l'*Opus geometricum*. A Anvers, il eut pour élève Jean-Charles della Faille, le futur précepteur de don Juan d'Autriche et auteur de l'ouvrage *De centro gravitatis partium circuli et ellipsis*, traité remarquable par sa rigueur et ses méthodes ingénieuses.

De 1621 à 1625, Grégoire enseigna publiquement les mathématiques au collège de son ordre à Louvain, établissement indépendant de l'Université. Il publia alors plusieurs thèses astronomiques ou mécaniques, qui eurent un grand retentissement. Ces années de Louvain, d'après le P. Bosmans, sont peut-être les plus brillantes de la carrière professorale de Grégoire. En pleine possession déjà de ses méthodes infinitésimales, parfaitement conscient de l'originalité et de la fécondité de ses découvertes, il croit entrevoir, par elles, la solution du problème de la quadrature du cercle. Bien que ses démonstrations ne soient pas achevées, il demande l'autorisation de publier ses recherches. Mais le général des jésuites, qui, ayant connu à Rome le bouillant jésuite flamand, est en défiance, demande un aperçu des démonstrations. Les manuscrits de notre géomètre, conservés à la Bibliothèque royale de Belgique, contiennent quatre mémoires rédigés, à cette occasion, sous forme

de lettres, par trois de ses élèves (Moretus, Boelmans et probablement Derkennis), mais la quadrature du cercle n'y est pas. Ces mémoires furent soumis à Grienberger, successeur de Clavius dans la chaire de mathématiques au Collège romain; il en fut émerveillé. Cependant Grégoire reçut l'ordre de venir à Rome pour s'expliquer sur un sujet aussi épineux. Seule une lettre de Grienberger au général de l'ordre nous donne quelques indications sur ce qui se passa alors; en voici un résumé : « Saint-Vincent est un homme prodigieux, l'égal d'Apollonius, d'Archimède et de Pappus. Qu'il tienne la quadrature du cercle, je n'en doute pas. C'est peu de chose en comparaison des découvertes qu'il a faites. Mais ses idées n'ont pas encore été rédigées avec l'ordre voulu. » Au fond, Grienberger voyait clair. Grégoire attachait peu de valeur à ses créations originales, se laissant dominer par l'idée fixe d'établir la quadrature du cercle. Or, à chaque nouvel essai, Grienberger mettait sans hésiter le doigt sur les lacunes du raisonnement.

Vers la fin de 1627, Grégoire retourna en Belgique. Mais à peine rentré dans sa patrie, il reçut l'ordre de se rendre à Prague, dont l'Université venait d'être confiée aux jésuites. Dès son arrivée en cette ville, il ressentit les atteintes d'une première attaque d'apoplexie dont il fut longtemps à se remettre. En 1629, pressé par le général des jésuites de publier son grand ouvrage, il demanda d'être aidé, de préférence par le P. della Faille ou par le P. Moretus; mais ceux-ci occupaient alors une chaire de mathématiques, le premier à Madrid, le second à Munster en Westphalie. Cette demande rencontra donc d'abord des objections sérieuses; cependant, après des instances réitérées, le P. Moretus reçut l'ordre d'aller se mettre à la disposition de son ancien professeur. En 1630, le Roi d'Espagne exprima le désir de confier à Saint-Vincent une chaire de mathématiques à l'Académie de Madrid; notre géomètre allégua sa maladie pour décliner cette offre si honorable.

L'année suivante, le sac de Prague par les Suédois lui fit perdre la plupart de ses manuscrits. C'est à peine qu'au milieu

de la confusion causée par l'incendie et l'irruption de la soldatesque, un de ses collègues, Rodrigue Arriaga, parvint à sauver la partie des écrits se rapportant à la quadrature du cercle ; il réussit à l'envoyer à Vienne, où elle resta dix ans. Grégoire se montra particulièrement affecté de la destruction d'un grand *Traité de Statique*, écrit dans les idées d'Archimède ; il est probable qu'il n'en a jamais essayé la reconstitution.

Les troubles de la guerre le firent se réfugier à Vienne. En 1632, autorisé à rentrer en Belgique pour essayer de rétablir sa santé, il fut nommé au collège de Gand, auquel il resta attaché jusqu'à sa mort.

A une vie jusqu'alors assez bruyante succède maintenant une période de grand calme. Grégoire partage son temps entre les devoirs de sa profession, l'étude des mathématiques et la préparation de l'*Opus geometricum*, qui parut enfin en 1647. Après la publication de cet ouvrage, les louanges qu'il recevait et les critiques qu'il avait à subir le stimulèrent au point de le rajeunir. Ayant annoncé qu'il avait en manuscrit d'autres ouvrages, il fut prié de toute part de les publier ; même ses supérieurs l'y engagèrent vivement.

En 1659, il eut une deuxième attaque d'apoplexie, dont il parvint encore à se remettre. Malgré son grand âge et ses infirmités, il continua à travailler et mena à bonne fin la composition de son second grand ouvrage, l'*Opus ad Mesolabium*, dont l'impression, commencée en 1665, n'était pas achevée quand une troisième attaque d'apoplexie vint l'enlever, le 27 janvier 1667.

Je passe maintenant à une analyse — elle ne peut être que sommaire et même partielle — de l'*Opus geometricum* auquel Grégoire avait travaillé pendant sa jeunesse et l'âge mûr, et dont la défense devait occuper sa vieillesse. C'est un in-folio énorme de 1226 pages de texte, 26 folios de préliminaires et 3 pages d'errata ; les figures y sont très nombreuses. A la première page il porte le titre : *P. Gregorii A Sancto Vincentio Opus geometricum Quadrature Circuli Et Sectionum Coni*

*Decem libris comprehensum*, que l'on peut traduire ainsi : Œuvre géométrique de Grégoire de Saint-Vincent sur la quadrature du cercle et les sections du cône, en dix livres. A la seconde page, qui est magnifiquement gravée sur cuivre, se trouve le titre : *Problema Austriacum Plus Ultra Quadratura Circuli Auctore Gregorio A Sancto Vincentio, Soc. Jesu*. Les dessins allégoriques qui encadrent ce titre pourraient faire supposer une grande fatuité ; mais l'auteur a toujours fait preuve de modestie et il a pour excuse de s'être conformé aux usages du temps. L'ouvrage était dédié à l'archiduc Léopold-Guillaume, gouverneur des Pays-Bas ; cette circonstance explique la dénomination de *problème autrichien* donnée à la question de la quadrature du cercle, et l'adjonction de la devise, *Plus Ultra*, de la Maison de Habsbourg.

Le format incommode et surtout les titres pompeux de l'*Opus* ne pouvaient manquer d'entraver le succès que l'ouvrage méritait sous bien des rapports. La plupart des lecteurs y recherchaient, avant tout, la quadrature du cercle, question qui était partout à l'ordre du jour ; la solution ne s'y trouvant pas, ils étaient amenés à accorder peu d'attention aux autres parties de l'in-folio. De nombreuses polémiques surgirent à propos des essais infructueux d'un problème dont la solution avait été annoncée avec une certaine fanfaronnade. Je citerai seulement l'attaque dirigée par Huygens ; elle n'a été publiée qu'en 1651, dans un petit volume qui est un modèle de controverse serrée, mais courtoise ; l'auteur, né en 1629, la tenait déjà depuis deux ans et, par déférence, l'avait communiquée à Grégoire, dans l'espoir de provoquer de sa part une rétractation.

Pour expliquer les méprises du géomètre brugeois, il convient de remarquer que ses erreurs ne proviennent pas de ses méthodes infinitésimales, mais de ce qu'il s'embrouillait dans l'emploi des proportions. Il rédigeait encore ses travaux dans le style des anciens, sans se servir des notations algébriques, dont l'usage commençait seulement à se généraliser ; on peut aussi supposer qu'il reprenait des rédactions ébauchées avant la publication de la *Géométrie* de Descartes en 1637.

L'*Opus geometricum*, nous l'avons dit, est divisé en dix livres.

Le premier renferme un grand nombre de théorèmes sur la division harmonique, que l'auteur appelle *division en moyenne et extrême raison proportionnelle*; on y rencontre aussi quelques problèmes assez curieux, une nouvelle démonstration du théorème de Pythagore, des relations métriques entre les éléments d'un triangle, de nombreuses applications de la théorie des lignes proportionnelles. Il y a aussi lieu de signaler des traces des théories de l'homothétie et des axes radicaux.

Le livre II traite des progressions géométriques décroissantes, prolongées indéfiniment; les termes sont représentés par des segments consécutifs d'une même droite. La limite de la somme des termes est établie par un procédé géométrique très ingénieux. Grégoire démontre un grand nombre de propriétés de ces progressions; on les déduirait aujourd'hui de calculs très simples. Il considère également des surfaces semblables et des solides semblables en progression.

Le livre III donne de nombreux théorèmes et problèmes sur les cercles, dont un recueil d'exercices pourrait encore aujourd'hui tirer un excellent parti.

Les livres IV, V et VI ont pour objet respectivement l'ellipse, la parabole et l'hyperbole. Une analyse magistrale en a été faite par M. Bopp, sur les conseils de son ancien professeur, Maurice Cantor; son mémoire, intitulé : *Die Kegelschnitte des Gregorius a Sancto-Vincenzio in vergleichender Bearbeitung*, comprend 310 pages et 228 figures; il a paru en 1907. L'auteur, aujourd'hui privatdocent à Heidelberg, établit des rapprochements très curieux entre les travaux de Grégoire et ceux d'Apollonius, Desargues, Pascal, Newton et Maclaurin. Il formule aussi cette conclusion que le géomètre brugeois doit être considéré comme un créateur de la géométrie analytique. En effet, Grégoire devait posséder une notion parfaite des coordonnées rectilignes et la conscience de leur utilité : on le constate à chaque pas dans sa théorie des coniques. Le mot *abscisse* n'y est

pas prononcé; l'ordonnée est appelée *recta ordinatim applicata* ou *recta ordinatim posita*. Un fait qui, peut-être, n'a pas été relevé : l'*Opus* donne, avant Chasles, les relations entre les coordonnées des extrémités de deux diamètres conjugués. Si la *Géométrie* de Descartes date de 1637 et l'*Opus* de 1647, observons cependant que Saint-Vincent possédait depuis des années la plupart des matériaux de son ouvrage et que, dans la préface du livre IV, il se défend contre le reproche de plagiat.

Je suis porté à croire que, pour les propriétés des diamètres, des cordes et des tangentes de l'ellipse, ainsi que pour les aires des segments et des secteurs ellipses, il a été guidé par l'idée que l'ellipse est la projection orthogonale d'une circonférence; d'ailleurs, il dit lui-même qu'il a mis les propriétés du cercle avant celles de l'ellipse à cause de l'analogie.

Un chapitre remarquable, propre à Grégoire, traite des différentes générations de l'ellipse (plus loin, il expose celles des autres coniques); la notion de lieux géométriques s'y manifeste plus clairement que chez Apollonius. Il y est fait un usage courant de procédés se rattachant aux *méthodes de transformation des figures*, méthodes qui jouent un rôle si important dans la géométrie moderne. L'un de ces procédés, déjà employé par Stevin et par Mydorge, consiste à modifier l'ordonnée de chaque point de la courbe dans un rapport constant; un second, dû à Grégoire, fait tourner d'un angle constant l'ordonnée autour de son pied. M. Bopp fait ressortir un troisième procédé qu'il appelle *transformatio per subtensas*; dans cette méthode, on porte sur l'ordonnée d'un point de la courbe une distance égale (ou proportionnelle) à la distance de ce point à un point fixe, choisi de préférence sur l'axe des abscisses. Si le point fixe est le foyer d'une ellipse, la transformée est la tangente menée à l'extrémité de l'ordonnée de l'ellipse passant par le foyer; par renversement, on conclut de là une construction qui transforme une droite en une conique. Grégoire déduit, du même procédé appliqué à une circonférence, la construction d'un arc de parabole.

bole et la génération d'une quartique qu'il appelle *parabole virtuelle* et dont il est parlé dans plusieurs lettres échangées entre Saint-Vincent et Huygens.

Le livre de la parabole contient de nombreuses *propriétés segmentaires*. On peut y signaler des progrès importants par rapport à Apollonius, notamment en ce qui concerne la théorie des diamètres et celle du foyer. La quadrature d'un segment parabolique est obtenue d'après Archimède, au moyen de lemmes un peu différents de ceux du géomètre syracusain.

Dans le livre de l'hyperbole, pour lequel Grégoire avait une certaine prédilection, il y a à signaler particulièrement les propriétés des asymptotes, les hyperboles conjuguées, des relations entre une hyperbole équilatère et une parabole dont l'axe coïncide avec une asymptote de l'hyperbole, et la quadrature des segments hyperboliques. Considérant l'aire limitée par une asymptote, deux ordonnées et la courbe, l'auteur établit le théorème suivant : *Si des ordonnées successives  $AB, A'B', A''B'', \dots$  déterminent des trapèzes curvilignes  $ABB'A', A'B'B''A'', \dots$  de même aire, ces ordonnées sont en progression géométrique.* On voit immédiatement que cette proposition ne diffère pas essentiellement de celle qui intervient dans la démonstration élémentaire de la quadrature d'un segment hyperbolique, et il est étonnant qu'il n'est pas question de logarithmes.

Ce livre se termine par un chapitre très curieux, intitulé : *Symbolisation de la spirale d'Archimède et de la parabole*. On sait que la spirale est décrite par un point qui se meut uniformément sur une droite pendant que celle-ci tourne uniformément autour de l'un de ses points supposé fixe. La parabole peut également être engendrée par la combinaison de deux mouvements uniformes : étant donnés deux axes rectangulaires  $OX, OY$  et une ordonnée indéfinie  $AB$ , donnons un mouvement uniforme à un point  $C$  sur  $OX$ , et à un point  $D$  sur  $AB$ ; l'intersection de la droite  $OD$  avec la parallèle à  $OY$  par  $C$  engendre une parabole. De ces générations, Grégoire déduit des rapprochements entre les propriétés des deux courbes, par exemple l'égalité des arcs correspondants.

Il paraît que ce chapitre marque la première tentative de Grégoire pour arriver à la quadrature du cercle et que les résultats en furent communiqués déjà en 1625 au Père Griemberger.

J'arrête ici l'examen de l'*Opus geometricum*. Il resterait cependant une tâche très importante : celle de comparer les méthodes infinitésimales de Grégoire avec celles de ses devanciers et de ses successeurs; une telle comparaison, me semble-t-il, exigerait à la fois une étude approfondie des œuvres publiées de Grégoire et un examen de ses manuscrits conservés à la Bibliothèque royale, ceux-ci renfermant probablement des indications précieuses sur l'évolution successive de ses idées.

Au XVI<sup>e</sup> et au XVII<sup>e</sup> siècle, la Belgique occupe une place remarquable dans le domaine des sciences, des lettres et des beaux-arts. Nombreux sont les Belges qui ont alors publié des ouvrages importants sur les mathématiques pures et appliquées. Parmi eux il y a surtout lieu de citer Simon Stévin (1548-1620), Grégoire de Saint-Vincent (1584-1667) et René de Sluse (1622-1685), qui eurent sur la science de leur temps une influence considérable; leurs noms brillent d'un vif éclat à côté de ceux des plus illustres savants de leur époque.

Les mérites de René de Sluse ont été mis en pleine lumière par un mathématicien-historien des plus compétents, M. le Paige (1).

La Société scientifique de Bruxelles a plusieurs fois mis au concours une appréciation de l'œuvre de Grégoire de Saint-Vincent ou de Simon Stévin. Puisse un jeune géomètre belge entreprendre la tâche méritoire de faire une étude comparée des ouvrages de l'une ou l'autre de ces gloires de notre pays!

---

(1) *Correspondance de René-François de Sluse publiée pour la première fois et précédée d'une introduction*, par C. LE PAIGE. (BULLETTINO DI BIBLIOGRAFIA E DI STORIA DELLE SCIENZE MATEMATICHE E FISICHE, t. XVII, 1884.)



PHYSIQUE. — **La physique de laboratoire et la physique de l'espace,**

par J.-E. VERSCHAFFELT, correspondant de l'Académie.

Dans les vingt-cinq dernières années, la physique a réalisé des progrès avec une rapidité unique, je crois, dans l'histoire des sciences. Toute une série de découvertes surprenantes, qui se succédèrent à de courts intervalles, ont en quelque sorte bouleversé nos idées. En 1888, Hertz découvrit les ondes électriques et jeta ainsi les bases de la télégraphie et de la téléphonie sans fil; en 1895, Röntgen trouva les rayons qui portent son nom et qui ont été la source du développement de toute une branche de la médecine; en 1896, c'est Henri Becquerel qui découvre des rayons nouveaux et crée ainsi le chapitre actuellement si important de la radioactivité; et la même année Zeeman observe un phénomène magnéto-optique remarquable, la décomposition magnétique des raies spectrales, la pierre angulaire de ce grand édifice qu'est actuellement la théorie des électrons. Ces quatre physiciens, pour ne citer que ceux-là, ont ouvert des champs d'études nouveaux et immensément riches, que nombre de chercheurs ont exploités depuis.

Mais non content d'avoir ainsi, par la découverte de nouveaux phénomènes, étendu le champ de ses investigations dans l'espace restreint de son laboratoire, le physicien a voulu étendre son domaine au delà de ces limites étroites; la surface de la terre et l'atmosphère terrestre ne suffisant plus à satisfaire sa soif de conquêtes, il a étendu son empire jusqu'aux astres; armé du télescope, du spectroscopie, de l'actinomètre, il a trouvé moyen d'assister de loin aux phénomènes qui se passent dans d'autres mondes et de faire des observations sur le soleil et sur les étoiles fixes; même les espaces interstellaires sont devenus pour lui un vaste domaine d'exploitation fertile. Ainsi s'est développée une nouvelle branche de la physique, l'astrophysique

ou physique céleste, la physique de l'espace, comme on pourrait l'appeler, la physique observée dans l'immense laboratoire de l'univers.

L'étude de cette branche a prouvé qu'en tous les endroits de l'espace la physique est la même ; partout nous trouvons la même matière ; partout l'univers est constitué des mêmes éléments. Les phénomènes que présente cette matière ne sont pas différents d'un astre à un autre ; ce que le physicien observe en petit dans les circonstances artificielles qu'il réalise dans son modeste laboratoire, il l'observe en grand dans ces laboratoires grandioses que sont les astres, ces gigantesques creusets, comme dit Poincaré. Les lois des phénomènes sont les mêmes partout ; ce sont bien des lois générales de la nature.

Mais ces phénomènes, ces lois, la physique céleste ne les fait généralement pas connaître dans toute leur simplicité. Attaché à sa planète, le physicien qui étudie la physique du monde doit se contenter du rôle de simple observateur ; si dans son laboratoire il peut interroger la nature, la soumettre à la question pour lui extorquer ses secrets, dans le grand laboratoire de l'univers il n'est plus expérimentateur ; il ne peut plus qu'interpréter des phénomènes assez compliqués, qu'il observe tels qu'ils se présentent, sans qu'il lui soit possible d'en modifier les conditions à sa guise. La physique de l'espace place donc le physicien devant des problèmes que la méthode analytique ne lui permet pas de résoudre ; il lui faut les résoudre par intuition, et une des plus grandes gloires de génies comme Képler, Newton, Descartes, Huygens, est d'en avoir pressenti la solution.

Dans la résolution de ces problèmes, la physique de laboratoire apporte à l'astrophysique une aide efficace ; les phénomènes que l'astrophysicien observe dans l'espace, il tâche de les reproduire par synthèse, en partant des phénomènes élémentaires que ses recherches en laboratoire lui ont fait connaître, et il parvient ainsi à en trouver l'explication. Telle est la voie suivie par l'astrophysique expérimentale. La physique de laboratoire

est indispensable au développement de l'astrophysique; mais inversement l'astrophysique a puissamment contribué aux progrès de la physique de laboratoire : c'est de l'astrophysique qu'est issu le chapitre de l'attraction universelle; c'est l'astrophysique qui a donné la première réponse à la question de l'existence d'une vitesse de propagation de la lumière; c'est encore l'astrophysique qui a fourni le principe de l'analyse spectrale. Il s'est donc établi entre l'astrophysique et la physique de laboratoire des rapports intimes; l'astrophysique a rendu à la physique de laboratoire d'éminents services en lui fournissant de nouveaux sujets de recherches, puis la physique de laboratoire n'est pas restée ingrate et a largement payé à l'astrophysique ses services en lui fournissant l'explication de phénomènes trop compliqués pour être compris par simple observation. C'est de ces rapports entre la physique de laboratoire et l'astrophysique que je désire vous entretenir, en traitant rapidement quelques-uns des exemples les plus frappants.

La physique céleste n'est pas née d'hier; on peut dire qu'elle date de l'invention de la lunette. C'est en 1610 que Galilée, en observant à travers une lunette la surface solaire, constata que l'astre radieux, ce symbole de la pureté, avait des taches. Cette découverte, que les taches solaires appartenaient au soleil même et n'étaient pas dues à des corps interposés, comme on l'avait cru jusque-là, fut le point de départ des théories physiques du soleil.

Ce n'est toutefois qu'au bout de deux siècles environ que ce chapitre de l'astrophysique commença réellement à se développer, grâce surtout à la découverte, par Wollaston et Fraunhofer, de raies noires dans le spectre solaire, raies dont l'explication fut fournie en 1860 par Kirchhoff, dans sa mémorable expérience du renversement des raies spectrales. Pour prouver la coïncidence des raies D du spectre solaire avec les raies d'émission du sodium, Kirchhoff avait placé sur le chemin des rayons

solaires, avant leur entrée dans un spectroscope, un bec de Bunsen où il volatilisait du sel marin; il vit en effet les raies D devenir claires; mais ayant remplacé ensuite la lumière solaire par la lumière Drummond, dont le spectre, comme celui de tout solide ou liquide incandescent, ne présente pas de discontinuité, il constata dans le spectre de cette lumière des raies noires, correspondant aux raies du sodium et semblables aux raies du spectre solaire. Cette expérience de Kirchhoff a été répétée par la suite dans des conditions très variées, et l'on a obtenu le renversement de nombreuses autres raies d'émission.

L'importance de la découverte de Kirchhoff, au point de vue des idées concernant la constitution physique du soleil, est évidente; elle conduisit à la première théorie vraiment scientifique, celle de Kirchhoff même, reprise ensuite par Zöllner, d'après laquelle le soleil serait formé d'un noyau solide ou liquide incandescent, la photosphère, entouré d'une atmosphère de vapeurs métalliques. A part la température et la nature des gaz formant l'atmosphère, le soleil aurait ainsi une constitution semblable à celle de notre planète. Cette idée s'est beaucoup modifiée dans la suite: on n'admet plus actuellement l'existence d'un noyau solide ou liquide dans le soleil; la photosphère elle-même serait gazeuse et des matières solides et liquides y seraient en suspension sous forme de nuages; et les raies de Fraunhofer prendraient naissance dans une couche atmosphérique, épaisse de quelques centaines de kilomètres seulement, immédiatement voisine de la photosphère, dans ce qu'on appelle la couche renversante.

Vers la même époque où Galilée observait les taches solaires, en 1619, Képler songea à l'explication d'un fait qui avait déjà intrigué les premiers astronomes, le fait que la queue des comètes est toujours tournée à l'opposé du soleil. Képler mit cette orientation de la queue cométaire sur le compte d'une force répulsive, exercée par la lumière solaire; il se figurait la lumière comme une émission à grande vitesse de particules innom-

brables par le corps lumineux ; par suite de leurs chocs contre les corps éclairés, ces particules tendraient à éloigner ces corps de la source lumineuse.

Après Képler, cette explication fut abandonnée, et même Newton, le principal défenseur de la théorie de l'émission, ne reprit pas pour son compte l'explication de Képler et en préféra une autre, reconnue aujourd'hui inadmissible, basée sur les lois de l'hydrostatique : il comparait la queue cométaire à une colonne de fumée s'élevant dans l'air. Cependant, l'existence d'une pression de la lumière semblait une conséquence si naturelle de la théorie de l'émission, que déjà au XVIII<sup>e</sup> siècle les physiciens De Mairan et Du Fay tâchèrent de s'assurer par l'expérience de l'existence de cette pression ; leurs tentatives échouèrent, et Bennet, qui ne fut pas plus heureux, en vint même à douter pour cette raison de la théorie de l'émission, à laquelle il voulut substituer l'idée d'un mouvement ondulatoire, croyant échapper ainsi à la nécessité d'une pression. Mais déjà à cette époque le mathématicien Euler comprit que dans la propagation d'ondes longitudinales, un corps frappé par ces ondes doit aussi subir une pression ; ce n'est toutefois que beaucoup plus tard, vers la fin du siècle dernier, qu'un jeune physicien italien, Bartoli, donna par des considérations thermodynamiques une preuve absolument générale de l'existence d'une pression due au rayonnement, et presque en même temps Maxwell, en développant sa théorie électro-magnétique de la lumière, arriva au même résultat.

Entretemps, les physiciens du XIX<sup>e</sup> siècle, depuis Fresnel jusqu'à Crookes, avaient vainement essayé d'observer expérimentalement cette pression, et ce n'est qu'en 1900 que le physicien russe Lébédew, en se servant d'un radiomètre très sensible, la constata pour la première fois avec certitude, et, l'ayant mesurée, trouva une valeur qui s'accordait parfaitement avec celle prévue par la théorie. Cette pression est très faible : à la surface de la terre, la pression du rayonnement solaire n'atteint que  $\frac{2}{3}$  de milligramme par mètre carré pour une surface noire.

Ce résultat expérimental permit aux astrophysiciens de reprendre l'idée de Képler, qui fut développée par Arrhénius et Schwarzschild; leur théorie de la formation de la queue cométaire est aujourd'hui universellement admise. La pression de la lumière peut d'ailleurs rendre compte d'autres phénomènes encore, et, dans les idées d'Arrhénius, elle interviendrait dans la formation de la couronne solaire, qui serait formée de poussières cosmiques en équilibre sous les deux actions opposées de l'attraction solaire et de la pression de la lumière.

On doit à Nichols et Hull, deux physiciens qui se sont également occupés de mesurer la pression de la lumière, une expérience qui est, en quelque sorte, une tentative de reproduction en laboratoire de la queue cométaire. Un sablier, où le vide avait été fait, contenait un mélange de poudre d'émeri et de spores de lycoperdon; sur les particules qui s'écoulaient, les expérimentateurs lançaient un puissant faisceau lumineux; ils voyaient alors les spores de lycoperdon se séparer de la poudre, comme soufflés sous l'action d'un courant d'air. La signification de ce phénomène est toutefois contestable; on ne doit pas nécessairement y voir un effet de la pression de la lumière, la théorie cinétique des gaz suffisant à l'expliquer.

Un nouveau chapitre de la physique céleste s'ouvrit en 1676 par la mesure de la vitesse de propagation de la lumière par l'astronome danois Römer.

Déjà Galilée avait fait une tentative infructueuse pour déterminer la vitesse de la lumière par une méthode semblable à celle que l'on employa pour déterminer la vitesse du son à l'air libre. Vu l'énorme rapidité de la propagation, 300.000 kilomètres par seconde, cette méthode ne pouvait conduire à aucun résultat, et c'était bien à l'astronomie de donner la réponse à cette importante question.

Descartes, se basant sur le fait que la lune éclipsée s'observe exactement à l'opposé du soleil, conclut à l'instantanéité de la propagation lumineuse; mais on peut reprocher à cette consta-

tation son défaut de précision. Römer, en faisant des observations sur les éclipses des satellites de Jupiter, constata une irrégularité frappante dans les instants des éclipses. Il remarqua que lorsque la terre s'éloigne de Jupiter ces instants retardent, alors qu'ils avancent lorsque la terre se rapproche. Il montra que cette irrégularité pouvait s'expliquer par une durée de la transmission de ce signal lumineux qu'est l'obscurcissement d'un satellite; de la grandeur des écarts il put déduire le temps que met la lumière à parcourir le diamètre de l'orbite terrestre, et de là, connaissant la grandeur de ce diamètre, la vitesse de propagation.

En 1728, l'astronome anglais Bradley découvrit dans le phénomène de l'aberration de la lumière une seconde méthode pour déterminer cette vitesse. Bradley avait observé que la position apparente d'une étoile est légèrement déplacée dans le sens du mouvement de la terre, et il expliqua le fait par une composition du mouvement de la terre avec un mouvement, beaucoup plus rapide, de propagation de la lumière. L'étude quantitative du phénomène conduisit pour la vitesse de la lumière à une valeur parfaitement concordante avec celle de Römer.

Ce n'est qu'après plus d'un siècle que la physique terrestre reprit la question, résolue par la physique céleste. En 1849, Fizeau fit la célèbre expérience de la roue dentée, que Cornu et d'autres répétèrent plus tard. Vers la même époque, Foucault fit des déterminations analogues avec un miroir tournant, et c'est la même méthode qui servit aux expériences de grande précision de Michelson et de Newcomb. Ces expériences, faites dans l'air, conduisirent pratiquement au même résultat que les mesures astronomiques; le degré de précision de ces dernières ne permettait pas, en effet, de constater la différence, qui n'est que de 80 kilomètres.

Cette détermination physique de la vitesse de la lumière a son importance pour l'astronomie actuelle et future. En premier lieu, elle a permis de renverser le problème de Römer; sachant par l'observation des éclipses des satellites joviens que la lumière

met 8 minutes 20 secondes et 8 dixièmes à venir du soleil jusqu'à nous, nous pouvons calculer le rayon de l'orbite terrestre par une méthode, en quelque sorte physique, qui ne le cède en rien, au point de vue de la précision, aux meilleures méthodes astronomiques de calcul de ce rayon. En second lieu, la détermination répétée de cette vitesse, dans les siècles à venir, donnera probablement des renseignements sur la variation séculaire de la durée de rotation de la terre; en effet, une diminution de la durée du jour solaire moyen, qui sert de base à la fixation de l'unité de temps, la seconde, devra se traduire dans le cours des siècles par une diminution apparente de la vitesse de propagation de la lumière.

En 1687, Newton publia ses *Principes mathématiques de philosophie naturelle*. Dans cet ouvrage, il établit pour la première fois les principes de la gravitation universelle et il formula les lois de cette gravitation. Dès qu'il eut eu l'intuition d'une force attractive soumise à ces lois, Newton soumit son idée au contrôle en comparant l'accélération de la lune dans son orbite avec celle d'un corps tombant à la surface de la terre. La lune étant en moyenne 60 fois plus éloignée qu'un tel corps, elle devait tomber vers la terre avec une accélération 3.600 fois moindre, et c'est, en effet, ce que le calcul confirma. Newton prouva d'ailleurs que la troisième loi de Képler, qui dit que les carrés des périodes de révolution des planètes sont proportionnels aux cubes de leurs moyennes distances au soleil, s'explique encore par sa loi d'attraction. Enfin, non content de montrer que les lois des mouvements planétaires s'accordaient avec sa loi, il voulut encore chercher la nature du mouvement engendré par une force centrale, inversement proportionnelle au carré de la distance au centre d'action, et il trouva que la trajectoire dans ce mouvement est une conique, une ellipse par exemple, avec le centre d'action comme foyer. Ceci est d'accord avec la seconde loi de Képler.



L'existence d'une attraction entre des corps de n'importe quelle matière et de toutes dimensions, ainsi admise par Newton, fut vérifiée environ un siècle plus tard par des expériences de laboratoire. On connaît les recherches classiques de Cavendish, au moyen de la balance de torsion; elles furent suivies de plusieurs autres: Cornu et Baille, puis Boys et Braun employèrent la méthode de Cavendish; Wilsing se servit d'un pendule vertical, dont il mesura les déviations latérales; Jolly, König, Richarz, Krigar-Menzel, enfin Poynting, se servirent de la balance ordinaire, dont l'emploi avait déjà été proposé par Descartes. Ces recherches permirent non seulement de vérifier les lois de l'attraction universelle, mais encore de mesurer la constante d'attraction, c'est-à-dire la force attractive qui s'exerce entre deux masses d'un gramme, distantes d'un centimètre; cette force est excessivement petite: elle n'atteint même pas le dix-millionième de milligramme.

Une fois résolu en laboratoire, le problème de la gravitation universelle fut de nouveau mis à profit par l'astrophysique, qui s'en servit pour la détermination de la masse des corps célestes: connaissant la constante d'attraction, il suffit en effet de mesurer l'accélération imprimée au corps attiré par le corps attirant pour déterminer la masse de ce dernier. C'est ainsi que la masse de la terre fut déduite de l'accélération due à la pesanteur; la masse du soleil se déduisit de l'accélération du mouvement des planètes dans leurs orbites; celle des planètes des mouvements de leurs satellites, ou de l'accélération perturbatrice causée par leur attraction sur une autre planète ou sur une comète.

Le domaine de l'application des lois de Newton fut étendu bien loin au delà des limites de notre système planétaire: connaissant la grandeur des orbites des constituants d'une étoile double et leur période de révolution autour de leur centre commun, on peut calculer leurs masses. Le calcul a même été effectué pour les étoiles doubles dites spectroscopiques, les

étoiles dont les constituants sont si rapprochés que le télescope ne les sépare pas; on les reconnaît au spectroscopie au fait que les raies de leur spectre se décomposent périodiquement en deux et reconstituent une raie unique à certaines époques. La période de cette décomposition spectrale nous renseigne sur la période de révolution de ces astres et la grandeur de la décomposition sur leur vitesse; ces éléments suffisent pour calculer leur masse.

L'explication de cette décomposition des raies dans le spectre des étoiles doubles est fournie par le principe de Doppler-Fizeau. En 1842, Doppler donna la raison du fait que le mouvement d'un corps sonore, par rapport à un observateur, modifie la hauteur du son perçu : la hauteur du son s'élève lorsque la distance de l'observateur au corps sonore diminue, elle s'abaisse lorsque la distance augmente. Doppler comprit déjà à cette époque que le mouvement d'une source lumineuse devait modifier également en apparence la période de vibration des radiations lumineuses émises, et il crut voir dans les variations de couleur des étoiles doubles une preuve de ce fait.

Ce n'est qu'en 1848 que la possibilité de mesurer au spectroscopie la vitesse des astres, par l'observation des déplacements des raies de leurs spectres, fut prévue par Fizeau, et que le principe de Doppler-Fizeau fut définitivement établi : si la source lumineuse et l'observateur se rapprochent l'un de l'autre, la période vibratoire semble augmentée et les raies spectrales se déplacent vers le violet; s'ils s'éloignent l'un de l'autre, la période vibratoire semble diminuée et les raies spectrales se déplacent vers le rouge. Eu égard à la grande différence entre la vitesse de propagation de la lumière et la vitesse des astres, on pouvait s'attendre à ce que les déplacements des raies spectrales fussent très faibles; ils sont néanmoins très apparents, et nos meilleurs appareils spectraux permettent actuellement de mesurer des vitesses de la source lumineuse avec une précision de 1 kilomètre.

Le principe de Doppler-Fizeau reçut dans l'astronomie de multiples applications. D'abord l'observation du spectre des bords du soleil permit de déterminer la durée de rotation de cet astre; la même méthode d'observation fut appliquée à la mesure des vitesses de révolution des planètes, de leurs satellites, des anneaux de Saturne; enfin, l'observation spectrale des étoiles fixes permit de mesurer la vitesse de ces astres dans le sens du rayon visuel, un problème que l'astronomie sphérique était incapable de résoudre. Grâce à la connaissance du principe de Doppler-Fizeau, l'explication du dédoublement périodique des raies de certaines étoiles devint bien simple: ces étoiles sont des systèmes doubles, dont un composant se rapproche de nous pendant que l'autre s'éloigne, de sorte que leurs spectres sont déplacés, l'un dans un sens, l'autre dans l'autre sens; ces spectres coïncident aux époques où les deux constituants sont à leur maximum ou à leur minimum de distance à la terre.

Biélopolsky, de l'Observatoire de Poukowo, qui étudia au spectroscopie le mouvement d'un grand nombre d'étoiles fixes, imagina une méthode de laboratoire pour vérifier le principe de Doppler-Fizeau dans le cas des radiations lumineuses; sa méthode, qu'il décrivit en 1900, consiste en principe à réfléchir la lumière sur un miroir mobile, placé sur le bord d'une roue et pouvant être ainsi animé d'un déplacement rapide; l'image de la source, observée dans le miroir, semble alors se déplacer avec une vitesse qui est double de celle du miroir même, et le spectre de la source doit être modifié. Biélopolsky s'est servi de la lumière solaire, et ses expériences ont démontré qu'effectivement il se produit dans le spectre de la lumière réfléchie un déplacement des raies de Fraunhofer, dans le sens prévu; la grandeur de ce déplacement était également conforme aux prévisions.

J'arrive maintenant à la réfraction atmosphérique. Dans son *Traité de la lumière*, publié en 1690, Huygens donne pour la

première fois une explication logique du fait que les astres paraissent levés avant qu'ils le soient en réalité et semblent se coucher trop tard, au point qu'on a vu parfois la lune s'éclipser alors que le soleil était encore au-dessus de l'horizon. Ce fait, Huygens l'attribue à une réfraction de la lumière dans l'atmosphère terrestre, ou plutôt à une courbure des rayons lumineux, et il explique par là comment il peut se faire qu'on voie en mer des objets terrestres, comme des montagnes, qui devraient être cachés sous l'horizon, et qu'en regardant dans une lunette un objet éloigné, comme la pointe d'un clocher, cet objet semble changer de niveau avec l'heure du jour.

Huygens, le premier, a eu l'idée de la propagation de la lumière par ondes, sphériques dans un milieu homogène, mais de forme plus compliquée dans un milieu où la densité varie d'un point à un autre : et comme il supposait que la lumière se propage d'autant plus vite que le milieu est moins dense, dans notre atmosphère la lumière se propagerait plus vite dans le sens vertical que dans le sens horizontal. Les ondes, en se propageant, auraient donc leurs centres de plus en plus haut, et Huygens devait en conclure qu'un observateur placé à une certaine distance devait voir un objet terrestre plus haut qu'il n'est en réalité. De même, les ondes lumineuses venant du soleil, sensiblement planes et parallèles à leur entrée dans l'atmosphère terrestre, doivent d'après lui subir une inclinaison graduelle, et les rayons lumineux, perpendiculaires aux ondes, doivent s'incurver vers le sol.

Cette courbure des rayons lumineux dans des milieux de densité inégale a été démontrée en laboratoire par les expériences de Wollaston et de Otto Wiener, qui dans une cuve à faces parallèles superposèrent deux liquides miscibles, de réfrangibilités fort différentes, comme le sulfure de carbone et l'alcool ; au bout de quelque temps, il se forme une couche de diffusion où la réfrangibilité varie, de point en point, d'une façon continue ; et, si dans cette couche on lance un peu obliquement un

mince faisceau de lumière, on constate que ce faisceau se courbe d'une façon très nette.

Les phénomènes bien connus du mirage s'expliquent également par une courbure continue des rayons lumineux dans un milieu de densité variable, par exemple dans les couches d'air fortement chauffées au-dessus du sable du désert. Le physicien américain Wood a reproduit artificiellement ce phénomène du mirage. Il se sert d'une longue plaque d'ardoise, qu'il recouvre d'une couche bien unie de sable fin; il la chauffe en dessous au moyen d'une rangée de becs de gaz. La lumière diffuse du ciel est obtenue au moyen d'une plaque de verre mat, éclairée par derrière par une lampe, et à l'extrémité du désert artificiel Wood place la silhouette d'une chaîne de montagnes, devant laquelle quelques figures, plantées dans le sable, représentent des palmiers ou une caravane. Plaçant l'œil à l'autre bout, à peu près dans le plan de la surface, on voit que celle-ci ressemble à une nappe d'eau, dans laquelle les montagnes et les autres objets semblent se réfléchir.

Des phénomènes de réfraction analogues à ceux qui se manifestent dans l'atmosphère terrestre doivent nécessairement se présenter sur les autres astres, dont l'atmosphère constitue également un milieu dont l'indice varie avec la distance au centre; cette atmosphère doit fonctionner en quelque sorte comme une faible loupe, augmentant un peu le diamètre apparent de l'astre; tel doit être en particulier le cas pour le soleil, dont la photosphère a sans doute des dimensions notablement plus faibles que celles que nous observons. Un astrophysicien allemand, Schmidt, a même poussé cette idée très loin, et nie complètement l'existence d'une photosphère distincte de l'atmosphère; il considère le soleil comme une masse gazeuse continue, où la réfrangibilité varie, de la périphérie au centre, dans des limites très considérables, et il démontre que dans une pareille masse incandescente la courbure des rayons peut parfaitement donner lieu à l'apparence que nous offre le

soleil; pour Schmidt, la photosphère n'est qu'une vaste illusion d'optique.

La réfraction atmosphérique est nécessairement accompagnée d'une dispersion; seulement les différences de réfrangibilité des atmosphères gazeuses pour des rayons diversement colorés sont très faibles, et les effets de la dispersion sont fort peu prononcés. Il faut, par exemple, une assez forte lunette pour constater la coloration des bords d'un astre à l'horizon, et on n'a pas jusqu'ici constaté de façon certaine une coloration des bords du disque solaire. Mais, si la dispersion ne se manifeste pas nettement dans les conditions ordinaires, il y a des circonstances exceptionnelles où elle peut se manifester clairement, notamment dans les cas de dispersion anormale, et il semble que ces circonstances soient réalisées dans le soleil. Voici en quoi consiste l'anomalie de la dispersion.

Dans la plupart des corps, l'indice de réfraction augmente à mesure que la longueur d'onde devient plus petite; les radiations de faible longueur d'onde sont les plus réfrangibles: par réfraction, le violet est plus fortement dévié que le rouge. Mais il y a des substances qui présentent une inversion dans l'ordre dans lequel elles dévient les couleurs par réfraction, au moins dans une partie du spectre; telles sont la fuchsine, la cyanine et, en général, les matières colorantes; ainsi un prisme de fuchsine fait dévier le rouge plus fortement que le violet. C'est à ce phénomène qu'on a donné le nom de dispersion anormale. Il s'observe particulièrement bien par la méthode des prismes croisés: le faisceau de lumière, dévié par un premier prisme, passe par un second, dont l'arête est perpendiculaire à celle du premier; on obtient ainsi un spectre incliné, et généralement continu. Mais dans le cas où l'un des prismes est formé d'une substance présentant la dispersion anormale, le spectre est distordu et même scindé en deux portions.

La dispersion anormale fut découverte par Le Roux, en 1860,

dans la vapeur d'iode. Dix ans plus tard, Christiansen la découvrit à nouveau dans une solution alcoolique de fuchsine, et Kundt, en étendant les expériences de Christiansen à un grand nombre de substances, montra la relation qui existe entre la dispersion anormale et l'absorption; il fit remarquer que le phénomène se présente toujours dans le voisinage d'une raie ou bande d'absorption : si l'on parcourt le spectre en venant du rouge, on observe que l'indice de réfraction croît rapidement lorsqu'on arrive dans le voisinage de la région d'absorption; au delà de cette région, l'indice est particulièrement petit, parfois plus petit que 1, et il revient rapidement à une valeur plus élevée.

Par la méthode des prismes croisés, Kundt découvrit le phénomène dans la flamme d'un bec de gaz, coloré au sodium. Faisant passer à travers la flamme la lumière venant d'une lampe à arc et sortant d'un prisme à arête verticale, qui projetait sur un écran un spectre horizontal sous forme d'une mince bande colorée, il constata que tout près de la raie renversée du sodium, le spectre s'abaissait un peu d'un côté, se relevait un peu de l'autre; dans cette expérience, la flamme fonctionnait elle-même comme second prisme et, en déviant la lumière, prouvait qu'il y avait augmentation rapide d'indice d'un côté de la raie d'absorption, abaissement rapide de l'autre. Cette expérience fut reprise par Henri Becquerel et Julius, qui observèrent le phénomène dans le voisinage de chacune des deux raies D du sodium. Plus tard, Lummer et Pringsheim, Ebert, Puccianti l'observèrent pour d'autres vapeurs métalliques encore.

C'est en 1900 que le physicien hollandais Julius fit intervenir la dispersion anormale dans la théorie des phénomènes solaires et défendit la thèse que la lumière de la chromosphère n'est pas de la lumière émise par cette partie de l'atmosphère solaire, mais de la lumière photosphérique fortement déviée par la chromosphère, grâce à la dispersion anormale. C'est cette lumière, formée de radiations très voisines des raies d'absorp-

tion de la chromosphère et, par conséquent, semblable à un rayonnement par émission, qui fournirait, d'après Julius, le spectre éclair que l'on observe pendant une ou deux secondes, au commencement et à la fin d'une éclipse totale de soleil.

Que l'on se figure une masse gazeuse au-dessus d'une surface incandescente; dans cette masse, il y a de nombreuses et fortes inégalités de densité; des réfractions irrégulières doivent se produire et l'on conçoit que les rayons lumineux, fortement déviés, puissent arriver à l'observateur, même lorsqu'un écran cache à celui-ci la surface incandescente : c'est le phénomène bien connu de Toepler, qui permet de constater des différences de densité dans une masse transparente et qui fut mis à profit pour photographier des ondes sonores. Pour les rayons de réfrangibilité ordinaire, le phénomène est peu apparent; mais il peut le devenir très fort pour les rayons voisins des raies d'absorption, qui, comme nous venons de le voir, ont des indices très élevés ou très bas. On conçoit donc que la masse gazeuse, douée d'un pouvoir absorbant sélectif, puisse ainsi paraître lumineuse jusqu'à une notable distance de la surface incandescente; mais la lumière ainsi anomalement réfractée ne peut se composer que des radiations voisines des raies d'absorption. Telle est l'explication que Julius donne de la lumière chromosphérique; l'éclat lumineux de la chromosphère ne serait qu'une illusion : la chromosphère ne serait pas lumineuse par elle-même et le spectre éclair ne serait pas le spectre d'émission d'une couche renversante, qui n'existerait pas. Les protubérances elles-mêmes ne seraient que des inégalités de densité dans des tourbillons de l'atmosphère solaire, rendues visibles par le phénomène de Toepler, et non des matières incandescentes projetées avec les vitesses difficilement admissibles de 200 à 300 kilomètres par seconde.

L'explication de Julius a été soumise au contrôle expérimental par Wood, qui tâcha de reproduire le spectre éclair en laboratoire. Voici sa façon d'opérer. Une plaque de plâtre



était placée au-dessus d'un bec Bunsen, dans lequel était introduite une capsule en platine contenant du sodium métallique ; il se formait ainsi en dessous de la plaque une atmosphère de vapeur de sodium, dont la densité allait certainement en croissant rapidement vers le bas. Tout près de la flamme, la surface inférieure de la plaque était vivement éclairée par un intense faisceau de lumière solaire ; cette surface ainsi éclairée diffusait de la lumière blanche et remplissait le rôle de photosphère solaire. Un spectroscopie à vision directe étant dirigé vers la surface brillante, à peu près parallèlement à cette surface, on observait nettement les raies D, renversées dans le spectre continu pour le reste. Déplaçant ensuite le spectroscopie de façon à regarder le long de la surface brillante, le spectre continu disparaissait et à la place des deux raies sombres on voyait apparaître deux raies claires, qui s'évanouissaient lorsqu'on interceptait la lumière solaire tombant sur la plaque ; ceci prouvait que ces radiations n'étaient pas émises par la flamme de sodium, mais provenaient de la surface éclairée. Wood a reproduit de la même façon le spectre éclair du potassium et du thallium.

Une autre expérience intéressante, qui est la reproduction artificielle par la dispersion anormale de tout le phénomène objectif d'une éclipse totale avec la chromosphère et les protubérances, fut imaginée par le physicien allemand Pringsheim. Au moyen d'une lentille, il projette sur un écran l'image d'une ouverture circulaire, vivement éclairée à la lumière blanche. Cette image représente la photosphère. Un disque en carton peut être placé sur le chemin des rayons, de façon à cacher exactement cette image ; ce disque représente la lune. Devant l'ouverture, Pringsheim place maintenant une flamme de sodium, et aussitôt on voit apparaître autour de l'image éclip­sée de l'ouverture une belle chromosphère, répondant tout à fait à ce que l'on voit lors d'une éclipse totale : non seulement il y a une auréole lumineuse autour de l'ombre du disque, mais

quelques traits de lumière plus accentués rappellent les protubérances. Il n'y a que cette seule différence, que la chromosphère est jaunâtre au lieu d'être rougeâtre comme la vraie chromosphère solaire, et l'observation spectroscopique révéla que la lumière de cette chromosphère artificielle était de même nature que celle émise par la flamme.

Bien d'autres phénomènes solaires, entre autres des particularités des raies de Fraunhofer, surtout dans le spectre des taches solaires, ont été expliqués par Julius par la dispersion anormale et reproduits par des expériences de laboratoire. Il y a jusqu'au phénomène du rayon vert que Julius croit pouvoir expliquer par ce principe; ce phénomène, assez rare, que l'on observe même dans nos contrées, lors du lever ou du coucher du soleil à la mer ou derrière une montagne, consiste en ceci, que les premiers rayons du soleil levant ou les derniers du soleil couchant sont d'un beau vert émeraude. Julius considère ce rayon vert comme le spectre éclair de l'atmosphère terrestre, produit par la dispersion anormale des rayons sélectivement absorbés par l'oxygène et l'azote; l'expérience devra apprendre si réellement le spectre du rayon vert est identique aux spectres d'émission combinés de ces deux gaz.

En dernier lieu, je voudrais dire quelque chose des phénomènes magnéto-optiques dans la physique céleste. En 1870, Young, de l'Observatoire de Princeton, avait constaté un éclaircissement au centre de quelques raies particulièrement intenses et larges, dans le spectre des taches solaires; cet éclaircissement fut expliqué par la superposition d'une raie d'émission à une raie d'absorption très large. Au milieu du noyau clair on a même parfois constaté un nouveau centre noir, ce qui a fait parler d'un double renversement de la raie. On est maintenant d'accord pour reconnaître à ce phénomène une origine magnétique.

Il paraît que déjà en 1862 Faraday tâcha vainement d'ob-

server une influence du magnétisme sur l'émission lumineuse. En 1885, un Belge, Fiévez, constata que les raies d'émission d'une flamme, placée dans un champ magnétique intense, semblaient renversées au centre; mais ce phénomène resta ignoré, jusqu'à ce qu'en 1896 le physicien hollandais Zeeman, guidé par les considérations théoriques de Lorenz, constata que sous l'influence d'un champ magnétique chaque raie spectrale est décomposée en deux ou plusieurs autres. C'est ce qu'on appelle le phénomène de Zeeman. Si la lumière émise se propage perpendiculairement aux lignes de force, on observe une décomposition en un triplet, dont la composante moyenne occupe la même place que la raie primitive; d'ailleurs les trois raies composantes sont polarisées linéairement, celle du milieu à angle droit sur les deux autres. Dans une direction parallèle aux lignes de force, la raie est transformée en un doublet, dont les composantes, placées de part et d'autre de la situation primitive de la raie, sont polarisées circulairement, l'une à droite, l'autre à gauche. Le renversement apparent, observé par Fiévez, n'était évidemment que le commencement de la décomposition.

Tel est du moins le phénomène dans les conditions les plus simples; mais son étude attentive, faite par divers savants, Cornu, Becquerel, Cotton, a appris que la décomposition peut être beaucoup plus compliquée, qu'il peut y avoir notamment quatre, six, sept, neuf composantes et plus encore; on en a compté jusqu'à dix-sept.

Au phénomène de Zeeman proprement dit, la modification magnétique du spectre d'émission, correspond un phénomène inverse, la modification magnétique du spectre d'absorption. Si l'on fait passer de la lumière blanche par une flamme absorbante, de façon à réaliser le renversement des raies spectrales, on constate que le champ magnétique fait subir aux raies renversées les mêmes modifications qu'aux raies directes, non seulement au point de vue du nombre des composantes, mais

encore au point de vue de l'état de polarisation. Ce phénomène inverse, que Zeeman fut aussi le premier à constater, fut étudié à fond par Cotton, König et Righi.

Si au lieu de faire l'observation dans des directions perpendiculaires ou parallèles aux lignes de force, on observe dans une direction oblique, on constate des phénomènes intermédiaires; la décomposition se fait encore le plus simplement en triplet, mais maintenant les composantes extérieures sont polarisées elliptiquement.

Ces phénomènes de décomposition des raies spectrales ont été observés de la façon la plus nette dans le spectre solaire, notamment dans les régions des taches, prouvant ainsi l'existence de champs magnétiques intenses dans ces gigantesques tourbillons de la surface solaire. C'est en 1908 que Hale, de l'Observatoire de Mont-Wilson, obtint des images monochromatiques du soleil, sur lesquelles le caractère tourbillonnaire des taches solaires était très apparent: considérant alors que les gaz incandescents sont ionisés, c'est-à-dire contiennent des charges libres, et que les ions, entraînés dans un mouvement de rotation rapide, constituent un courant électrique, créant un champ magnétique semblable à celui qui existe dans le voisinage du pôle d'un aimant, Hale prévit que le phénomène de Zeeman devait exister dans les taches solaires. Et en effet il retrouva les caractères de ce phénomène dans les raies du spectre des taches.

En observant des raies provenant de taches voisines du centre du disque solaire, Hale constata une décomposition en doublets avec des traces nettes de polarisation circulaire; ceci ressemble donc à l'effet Zeeman longitudinal, c'est-à-dire observé dans le sens des lignes de force; or précisément, dans ce cas, Hale observait à peu près dans le sens de l'axe des tourbillons, donc dans le sens des lignes de force. Et lorsque la tache se trouvait dans le voisinage du bord, Hale pouvait s'attendre à observer l'effet Zeeman transversal, puisqu'il regardait dans un sens per-

pendiculaire aux lignes de force; c'est en effet ce qui arriva : les raies étaient décomposées en triplets et la polarisation des composantes était linéaire. Une vérification importante était d'ailleurs celle-ci, que les tourbillons centraux, tournant en sens inverse, donnaient lieu à des phénomènes de polarisation opposés. Enfin, pour des taches situées à peu près à mi-chemin entre le milieu du disque et le bord, Hale a reconnu que les raies, encore décomposées en triplets, ont leurs composantes extérieures elliptiquement polarisées.

On doit à Mitchell, de l'Observatoire de Princeton, des dessins représentant divers aspects de raies spectrales de taches solaires; ces apparences ont pu être reproduites au laboratoire de M. Zeeman, ce qui augmente la vraisemblance de l'origine magnétique de ces apparences.

L'étude quantitative, faite en laboratoire, du rapport qui existe entre la grandeur des décompositions et l'intensité des champs magnétiques, a fourni des renseignements au sujet de l'intensité des champs régnant à la surface du soleil; Hale a constaté ainsi sur le soleil des champs de 3 à 4.000 gauss, c'est-à-dire des champs environ 10.000 fois plus intenses que le champ magnétique terrestre. D'autre part, l'étude de la polarisation elliptique des raies solaires décomposées a fait connaître la direction du champ magnétique en divers endroits du soleil, ce qui a permis de dresser des cartes magnétiques solaires.

Je dois m'arrêter ici, bien avant d'avoir épuisé mon sujet, beaucoup trop vaste pour être traité complètement dans une seule conférence, et sans avoir eu le temps de parler ni des recherches sur le rayonnement solaire, qui ont conduit à l'évaluation de la température des astres, ni des remarquables expériences de Birkeland sur la reproduction artificielle des aurores polaires. J'espère néanmoins que les quelques exemples que je viens de donner auront suffi pour prouver que la physique de laboratoire et la physique céleste se sont assistées mutuelle-

ment dans leur développement, et que, si le physicien a besoin de l'astronomie, réciproquement l'astronome ne saurait se passer de la physique. C'est ce qu'on a compris dans presque tous les pays; presque partout on rencontre des astrophysiciens distingués, Deslandres en France, Schuster en Angleterre, Scheiner en Allemagne, Julius en Hollande, Biélopolsky en Russie, Arrhénius en Suède, Birkeland en Norvège, Hale en Amérique. La Belgique n'a malheureusement pas de nom à mettre sur la même ligne que ceux-là : l'astrophysique n'est pas cultivée chez nous. Dans notre pays, son existence n'est pas officiellement reconnue; notre loi sur l'enseignement supérieur l'ignore; nos universités ne l'enseignent pas; et dans le doctorat en astronomie, où l'astrophysique devrait être cependant une des branches les plus importantes, il n'y a même aucun cours où l'enseignement de cette branche puisse trouver place. Voyez le programme de ce doctorat : en première année, on y enseigne l'astronomie sphérique et les éléments de l'astronomie mathématique, et en seconde année on approfondit l'astronomie mathématique et la mécanique céleste. De cours de connaissances physiques, plus rien; un programme exclusivement mathématique. L'astronomie physique, où l'astrophysique s'introduirait tout naturellement, n'est pas approfondie; elle ne figure qu'au programme de candidature, où les connaissances en physique sont évidemment trop élémentaires. Il se peut donc très bien qu'un jeune astronome, sorti de nos universités, sache calculer à une fraction de seconde près l'instant précis où commence une éclipse de soleil, mais ne sache pas pourquoi le ciel est bleu. Espérons que le législateur, lorsqu'il fera la revision de notre loi sur l'enseignement supérieur, n'oubliera pas de mettre au programme du doctorat en astronomie, à côté de la mécanique céleste, la physique céleste.

---

M. le Secrétaire perpétuel proclame les résultats suivants des concours et des élections :

CONCOURS ANNUEL DE 1911.

---

Section des sciences mathématiques et physiques.

PREMIÈRE QUESTION.

*Exposer et coordonner nos connaissances relatives à la constitution physique du Soleil.*

Un mémoire a été reçu; il porte pour titre : *La constitution physique du Soleil.*

Le prix n'est pas décerné.

QUATRIÈME QUESTION.

*On demande de nouvelles recherches sur les développements des fonctions (réelles ou analytiques) en séries de polynomes.*

Un mémoire a été reçu; il porte pour titre : *Sur l'ordre de la meilleure approximation des fonctions continues par des polynomes de degré donné.*

Le prix de *huit cents francs* est décerné à l'auteur : M. Serge Bernstein, de Charkow (Russie).

---

**PRIX PERPÉTUELS.**

**PRIX CHARLES LEMAIRE.**

QUESTIONS RELATIVES AUX TRAVAUX PUBLICS.

(10<sup>e</sup> période : 1<sup>er</sup> juillet 1909-1<sup>er</sup> juillet 1914.)

Ce prix, de *quatorze cents francs*, est décerné à l'unanimité à M. A. Knapen, architecte-expert et ingénieur, à Bruxelles, pour ses travaux, originaux et féconds, d'assèchement et d'assainissement.

**PRIX DE SELYS LONGCHAMPS.**

FAUNE BELGE.

(2<sup>e</sup> période : 1<sup>er</sup> mai 1908-1<sup>er</sup> mai 1914.)

Ce prix, de *deux mille cinq cents francs*, est décerné à M. Maurice Leriche, professeur à l'Université libre de Bruxelles, pour ses travaux sur les Poissons tertiaires de Belgique.

**PRIX THÉOPHILE GLUGE.**

PHYSIOLOGIE.

(5<sup>e</sup> période : 1909-1910.)

Ce prix, de *mille francs*, est décerné à M. J. De Meyer, assistant à l'Institut de physiologie de Bruxelles, pour ses travaux sur le rôle antidiabétique du pancréas.

**PRIX FRANÇOIS DERUYTS.**

GÉOMÉTRIE SUPÉRIEURE SYNTHÉTIQUE OU ANALYTIQUE.

(2<sup>e</sup> période : 1906-1910.)

Ce prix, de *douze cents francs*, est décerné à M. J. Fairon, répétiteur (actuellement chargé de cours) à l'Université de Liège, pour ses travaux sur les invariants, les covariants et les formes binaires.



## PRIX ÉMILE LAURENT.

BOTANIQUE.

(2<sup>e</sup> période : 1907-1910.)

Ce prix, de *neuf cents francs*, est décerné à M. Jean Massart, membre de l'Académie, pour son livre : *Esquisse de la géographie botanique de la Belgique*.

## PRIX JEAN-SERVAIS STAS.

Conformément à la proposition du Comité qui a publié les œuvres de Jean-Servais Stas, un exemplaire de ces trois volumes est offert à M. Louis Michiels, élève de l'Université catholique de Louvain, proclamé docteur en sciences chimiques avec la plus grande distinction.

---

## ÉLECTIONS.

---

La Classe des sciences a eu le regret de perdre cette année :

Dans la Section des sciences mathématiques et physiques :

François Terby, membre, décédé à Louvain le 20 mars; Walther Spring, membre, décédé à Tilff le 17 juillet; Gustave Van der Mensbrugge, membre, décédé à Melle le 20 octobre; Jacques Van 't Hoff, associé, décédé à Steglitz (Berlin) le 1<sup>er</sup> mars.

Dans la Section des sciences naturelles :

Félix Plateau, membre, décédé à Gand le 4 mars; Édouard Dupont, membre, décédé à Cannes (Alpes-Maritimes) le 31 mars; Aug.-Michel Lévy, associé, décédé à Paris le 25 septembre; Sir Joseph Dalton Hooker, associé, décédé à Sunningdale (Angleterre) le 10 décembre.

Ont été élus en 1911 :

Dans la Section des sciences mathématiques et physiques :

Le 10 juin, *membre titulaire*, M. Frédéric Swarts, déjà correspondant.

*Associé*, M. Émile Fischer, professeur à l'Université de Berlin.

Le 15 décembre, *membre titulaire*, M. Alphonse Demoulin, déjà correspondant.

*Correspondant*, M. Georges Lecointe, directeur scientifique du Service astronomique de l'Observatoire royal de Belgique, à Uccle.

Dans la Section des sciences naturelles :

Le 10 juin, *membre titulaire*, M. Jean Massart, déjà correspondant.

*Correspondants*, M. Louis Dollo, conservateur au Musée royal d'histoire naturelle, et M. Charles Julin, professeur à l'Université de Liège.

*Associés*, M. Jean Pawlow, physiologiste, à Saint-Pétersbourg, et M. Simon Schwendener, professeur à l'Université de Berlin.

Le 15 décembre, *membre titulaire*, M. A.-L. Rutot, déjà correspondant.

*Correspondant*, M. Émile Marchal, professeur à l'Institut agricole de Gembloux.

*Associé*, M. Charles Depéret, professeur à l'Université de Lyon.



BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

*Bambeke (Ch. Van)*. Félix Plateau, 1841-1911. Notice nécrologique, Bruxelles, 1911 ; extr. in-8° (6 p.).

*Rutot (A.)*. La Conférence du Paléolithique de Tübingen. Bruxelles, 1911 ; extr. in-8° (pp. 247-264).

— Qu'est-ce que l'Aurignacien ? — Sur les traces de l'existence d'un culte de la hache pendant le Paléolithique inférieur. — Sur l'âge des couches rencontrées par le prince Poutiatine dans ses fouilles de la station de Bologoïe. — A propos de l'enquête sur la dispersion des silex du Grand Pressigny. Le Mans, 1911 ; extr. in-8° (42 p., grav.).

*Demoor (Jean)*. Ce qu'est l'étude de la vie. Discours prononcé à l'ouverture solennelle des cours de l'Université libre, le 16 octobre 1911. Bruxelles, 1911 ; extr. in-8° (27 p.).

*Zunz (Edgard)*. Contribution à l'étude de l'action des protéoses sur la pression sanguine et la respiration. Liège-Paris, 1911 (pp. 73-110, fig.).

— Action du suc pancréatique sur les protéines et les protéoses. Liège-Paris, 1911 (pp. 191-194).

— Modifications apportées par la cuisson à la digestion des aliments. S. l. n. d., extr. in-8° (4 p.).

— Influence de plusieurs aliments sur la digestion de chacun d'eux et sur le degré de leur utilisation. S. l. n. d., extr. in-8° (3 p.).

*Keller (Dr)*. Gustav Adolf Hirn, sein Leben und seine Werke. Berlin, 1911 ; extr. in-4° (pp. 20-60, portr. et fig.), hors commerce.

*Baldaque da Silva (A. A.)*. Le problème de la vie. Lisbonne, 1911 ; in-8° (113 p., portr.), relié, ex. n° 32 (tiré à 150 exempl. numérotés).

*L'Année biologique*. Comptes rendus des travaux de biologie générale. (Yves Delage.) Treizième année, 1908. Paris, 1911.

La Bibliothèque de l'Académie a reçu en outre, pendant l'année 1911, les Revues ainsi que les publications des Institutions suivantes :

Anvers. *Société de médecine*. — *Société médico-chirurgicale*. — *Société de pharmacie*.

Bruxelles. *Académie royale de médecine*. — *Annales de médecine*

*vétérinaire.* — *Annales des mines.* — *Annales des travaux publics.* — *Association belge de photographie.* — *Bulletin de statistique démographique et sanitaire.* — *Institut Solvay.* — *Jardin botanique.* — *Ministères des Affaires étrangères, des Colonies, de l'Intérieur, de l'Agriculture, de l'Industrie et du Travail.* — *Moniteur belge.* — *Moniteur industriel.* — *Observatoire royal.* — *Revue de l'Université.* — *Sociétés : d'agriculture, d'anthropologie, d'astronomie, royale de botanique, chimique, d'électriciens, entomologique, de géologie et d'hydrologie, royale zoologique et malacologique, royale de médecine publique, de microscopie, des sciences médicales et naturelles, scientifique.*

Gand. *Société de médecine.*

Huy. *Cercle des sciences et des beaux-arts.* — *Cercle des Naturalistes.*  
Liège. *Écho vétérinaire.* — *Société géologique de Belgique.* — *Société médico-chirurgicale.*

Louvain. *La Cellule.*

Berlin. *Kön. Akademie der Wissenschaften.* — *Deutsche chemische Gesellschaft.* — *Geologische Gesellschaft.* — *Gesellschaft für Anthropologie, Ethnologie und Urgeschichte.* — *Meteorologisches Institut.*

Bonn. *Naturhistorischer Verein der preussischen Rheinlande und Westphalens.*

Brême. *Naturwissenschaftlicher Verein.*

Brunswick. *Jahresbericht über die Fortschritte der Chemie.* — *Physikalische Gesellschaft.*

Budapest. *Institut royal de géologie.* — *Académie des sciences.*

Carlsruhe. *Naturwissenschaftlicher Verein.*

Cassel. *Verein für Naturkunde.*

Charlottenbourg. *Physikalische-technische Reichsanstalt.*

Cracovie. *Académie des sciences.*

Francfort-sur-Main. *Seuckenbergs naturforsch. Gesellschaft* — *Physikalischer Verein.*

Francfort-sur-Oder. *Naturwissenschaftlicher Verein.*

Göttingen. *Kön. Gesellschaft der Wissenschaften.*

Halle. *Naturwiss. Verein für Sachsen und Thüringen.*

Heidelberg. *Naturhistorischer Verein.*

Iéna. *Medizinisch-naturwissenschaftliche Gesellschaft.*

Königsberg. *Physikalisch-Ökonomische Gesellschaft.*

Leipzig. *Beiblätter zu den Annalen der Physik und Chemie.* — *Kön. Gesellschaft der Wissenschaften.*

Munich. *Kön. Akademie der Wissenschaften.*

O-Gyalla. *Institut météorologique.*

Prague. *Académie tchèque des sciences.* — *Kön. Gesellschaft der Wissenschaften.* — *Société mathématique.*

Ratisbonne. *Naturwissenschaftlicher Verein.*

Strasbourg. *Société des sciences, agriculture et arts.*

Vienne. *Kais. Akademie der Wissenschaften.* — *Anthropologische Gesellschaft.* — *Kais. geologische Reichsanstalt.* — *Monatshefte für Mathematik und Physik.* — *Kais. naturhistorisches Hofmuseum.*

Wurzbourg. *Physikal.-medizinische Gesellschaft.*

*Universités de Fribourg-en-Brigau, Giessen, Heidelberg, Kiel, Marbourg, Strasbourg, Tubingue et Vienne.*

Copenhague. *Institut météorologique.* — *Société royale des sciences.* — *Conseil international pour l'exploration de la mer.*

Albany. *University of the State of New York.*

Baltimore. *Johns Hopkins University.*

Berkeley. *University.*

Boston. *Academy of arts and sciences.* — *Natural History Society.* — *Astronomical Journal.*

Brooklyn. *Institute of arts and sciences.*

Buenos-Ayres. *Sociedad científica Argentina.*

Cambridge. *Museum of compar. zoology.* — *Observatory.*

Chicago. *Field Columbian Museum.* — *Yerkes Observatory.*

Cincinnati. *Lloyd library.*

Columbia. *University of Missouri.*

Cordova. *Academia de ciencias.*

Granville. *Denison University.*

Halifax. *Nova-Scotian Institute.*

Ithaca. *Journal of physical chemistry.*

Laurence. *The Kansas University.*

Lima. *Cuerpo de ingenieros de minas.*

Lincoln. *University of Nebraska.*

Madison. *Wisconsin Academy.*

Mexico. *Observatorio.* — *Sociedad de historia natural.* — *Institut géologique.*

Montevideo. *Universidad.* — *Museo nacional.*

Mont-Hamilton. *Lick Observatory.*

Montréal. *Natural history Society.*

New-Haven. *Journal of sciences.*

New-York. *Academy of sciences.* — *Mathematical Society* — *Museum of natural history.*

Para. *Museu*.  
Philadelphie. *Academy of natural sciences*. — *Franklin Institute*.  
— *The American Naturalist*. — *Philosophical Society*. — *Historical Society*.  
Rochester. *Academy of sciences*. — *Geological Society*.  
Saint-Louis. *Academy of sciences*. — *Missouri botanical Garden*.  
Salem. *Essex Institute*.  
San-Francisco. *California Academy of sciences*.  
Santiago de Chili. *Société scientifique*.  
Toronto. *Canadian Institute*.  
Urbana. *Illinois State laboratory*.  
Washington. *Department of Agriculture*. — *U. S. national Museum*. — *Smithsonian Institution*. — *U. S. Geological Survey*.

Amiens. *Société industrielle*.  
Bordeaux. *Société des sciences physiques et naturelles*.  
Caen. *Société linnéenne*.  
Dax. *Société de Borda*.  
Le Havre. *Société d'études diverses*.  
Lille. *Société géologique du Nord*.  
Lyon. *Université*.  
Marseille. *Société scientifique industrielle*.  
Montpellier. *Académie des sciences et des lettres*.  
Nancy. *Société des sciences*.  
Nantes. *Société des sciences naturelles*.  
Paris. *Académie de médecine*. — *Bulletin scientifique*. — *École normale supérieure*. — *École polytechnique*. — *Le Cosmos*. — *La Nature*. — *Ministère de l'Instruction publique*. — *Moniteur scientifique*. — *Muséum d'histoire naturelle*. — *Revue générale des sciences*. — *Sociétés : d'agriculture, d'anthropologie, astronomique, de biologie, chimique, géologique, mathématique, météorologique, philomatique, zoologique*.  
Toulouse. *Société d'histoire naturelle*. — *Université*.

Adelaïde. *Royal Society of South Australia*.  
Birmingham. *Philosophical Society*.  
Calcutta. *Asiatic Society of Bengal*. — *Meteorological Department*. — *Geological Survey*.  
Cambridge. *Philosophical Society*.  
Dublin. *Royal Irish Academy*. — *Dublin Society*.  
Édimbourg. *Botanical Society*. — *Geological Society*. — *Physical Society*. — *Royal Society*. — *Laboratory of the R. College of physicians*.

Glasgow. *Geological Society*. — *Philosophical Society*.

Le Cap. *Philosophical Society*.

Londres. *Anthropological Institute*. — *Royal Astronomical Society*. — *British Museum*. — *Chemical Society*. — *Geological Society*. — *Institution of mechanical Engineers*. — *Royal Institution of Great Britain*. — *Linnean Society*. — *Mathematical Society*. — *Meteorological Society*. — *Royal Society*. — *Royal Microscopical Society*. — *Nature*. — *Zoological Society*.

Newcastle-upon-Tyne. *Institute of mining and mechanical Engineers*.

Sydney. *Linnean Society*. — *R. Society of N. S. Wales*.

Victoria. *Royal Society of Victoria*.

Florence. *Società entomologica italiana*. — *Rivista scientifico-industriale*.

Milan. *Società di scienze naturali*. — *R. Istituto di scienze*. — *Museo di storia naturali*.

Modène. *Società dei naturalisti*. — *Stazione agrarie*.

Naples. *Società reale*.

Padoue. *Società veneto-trentina di scienze naturali*.

Palerme. *Circolo matematico*.

Pise. *Società toscana di scienze naturali*. — *Il nuovo cimento*.

Rome. *Reale Accademia dei Lincei*. — *Associazione elettrotecnica*. — *Comitato di artiglieria e genio*. — *Comitato geologico*. — *Gazetta chimica*. — *Ministero dei lavori pubblici*. — *Ministero d'agricoltura, industria e commercio*. — *Società zoologica*. — *Società italiana per il progresso delle scienze*.

Turin. *Accademia reale delle scienze*.

Venise. *R. Istituto di scienze*.

Amsterdam. *K. Akademie van wetenschappen*. — *Société mathématique*.

Batavia. *Genootschap van kunsten en wetenschappen*. — *Natuurkundige Vereeniging*.

Buitenzorg. *Jardin botanique*.

Harlem. *Société hollandaise des sciences*.

Leyde. *Nederlandsche dierkundige Vereeniging*.

Bucarest. *Institut météorologique*. — *Ministère de l'Instruction publique*. — *Société des sciences physiques*.

Jassy. *Société scientifique et littéraire*.

Dorpat. *Universität*. — *Naturforschende Gesellschaft*.

Kazan. *Université impériale.*

Moscou. *Société impériale des Naturalistes.*

Nowa-Alexandrya. *Annuaire géologique et minéralogique.*

Odessa. *Société des Naturalistes.*

Saint-Pétersbourg. *Académie impériale des sciences.* — *Institut impérial de médecine expérimentale.* — *Comité géologique.* — *Jardin impérial de botanique.* — *Société de chimie.* — *Mineralogische Gesellschaft.* — *Université impériale.*

Varsovie. *Travaux mathématiques et physiques.*

Bergen. *Museum.*

Christiania. *Archiv for Mathematik.* — *Société des sciences.* — *Université.*

Stockholm. *Académie royale des sciences.* — *Nordiskt medicinsk Archiv.* — *Acta mathematica.* — *Institut royal géologique.* — *Société entomologique.*

Upsal. *Société royale des sciences.* — *Université.*

Bâle. *Université.*

Genève. *Archives des sciences physiques et naturelles.* — *Journal de chimie physique.* — *L'Enseignement mathématique.* — *Société de physique.*

Lausanne. *Société vaudoise des sciences naturelles.*

Zurich. *Naturforschende Gesellschaft.*

Belgrade. *Académie royale des sciences.*

Coïmbre. *Jornal mathematicas (Teixeira).*

Le Caire. *Institut égyptien.*

Lisbonne. *Academia real das sciencias.*

Madrid. *R. Academia de ciencias exactas.*

Manila. *Observatorio meteorologico.*

Monaco. *Musée océanographique.*

Tokyo. *Gesellschaft für Natur- und Völkerkunde Ostasiens.* — *Imperial University.*





TABLES ALPHABÉTIQUES

---

Classe des sciences.

---

1911

---

TABLE ONOMASTIQUE

---

**A**

*Académie royale des sciences, des lettres et des beaux-arts de Belgique.* Réception au Palais par S. M. le Roi : Discours de M. le baron de Borchgrave, 1; réponse du Roi, 3. — Liste des travaux publiés, 419. — Voir *Commissions*.

*Académie royale des sciences de Turin.* Envoie le programme du Prix Thomas Vallauri, 184. — Invite à l'inauguration du monument Amedeo Avogadro, 522.

*Albert (S. M. le Roi).* Réponse au discours de M. le baron de Borchgrave, le 1<sup>er</sup> janvier 1911, 3. — Fait exprimer ses regrets de ne pouvoir assister à la séance publique, 851.

*Anonyme.* Mémoire soumis au concours annuel en réponse à la question sur

la constitution physique du soleil ; rapports de MM. Stroobant, le Paige et Lagrange, 858, 859.

*Avogadro (Amedeo).* Monument élevé en son honneur, 522.

**B**

*Bambeke (Ch. Van).* Hommage d'ouvrage, 852. — Rapports : Voir *De Meyer (J.), Duesberg (J.), Michiels (Henri), Panesi (J.), Willem (V.)*.

*Beneden (feu Édouard Van).* Hommage à sa mémoire, 6.

*Bernstein (Serge).* Auteur du mémoire couronné sur l'ordre de la meilleure approximation des fonctions continues par des polynomes de degré donné, 862; rapports de MM. de la Vallée Poussin et Demoulin, 859, 862. Proclamation, 955.

*Bondroit (J.)*. Soumet un travail pour le prix de Selys Longchamps, 378; rapports de MM. Pelseener, Lameere et Willem, 614.

*Borchgrave*. Voir de *Borchgrave*.

*Branly (Ed.)*. Remercie pour son élection, 6.

## C

*Capellini (Giovanni)*. 50<sup>e</sup> anniversaire de professorat (félicitations), 378.

*Cauillery*. Hommage d'ouvrage, 378.

*Cesàro (G.)*. Contribution à l'étude des minéraux du Vésuve et du Monte-Somma; impression votée dans les *Mémoires* in-8<sup>o</sup>, nouv. série, t. III, fasc. 2, 194, 436. — Sur un cas de cristallisation par détente, 436.

*Claren (J.)*. Neueste Methode zur Lösung von cubische Gleichungen (à l'examen), 523. Rapport de M. Mansion, 615.

*Cogniaux (A.)*. Hommage de son livre : « Orchidaceæ Antillanæ », avec note par Th. Durand, 44, 46.

*Commissions*. Voir Table analytique.

*Congrès*. Voir Table analytique.

## D

*Darboux (Gaston)*. M. Demoulin délégué à la manifestation en son honneur, 426.

*Darwin (Sir George Howard)*. Hommage d'ouvrage, 609.

*de Borchgrave (baron)*. Discours au Roi le 1<sup>er</sup> janvier 1914, 4.

*De Bruycker (C.)*. Hommage d'ouvrage, 325.

*De Donder (Th.)*. Sur les invariants intégraux relatifs et leurs applications à la physique mathématique, 50; Errata concernant cette communication, 606; rapports de MM. Ch.-J. de la Vallée Poussin et Demoulin, 48. — Sur le plan réglé et les invariants intégraux (à l'examen), 609. — Quelques

remarques sur le multiplicateur de Jacobi et le multiplicateur généralisé, 740; (à l'examen), 609; rapports des mêmes, 739, 740.

*De Heen (Pierre)*. Présente des ouvrages de M. H. Micheels, 426, 523. — Membre du jury du concours Lemaire, 524; rapport, 864. — Élu membre de la Commission des finances, 836. — Commissaire pour un travail de M. de Mare, 834; de M. François, 785. — Rapports : Voir *Meuris (A.)*, *Micheels (H.)*.

*de Hemptinne (Alex.)*. Étude sur l'action chimique de l'effluve électrique, 842.

*Delaey (J.)*. Restitution de sa note sur un système de signaux qui permettra aux aviateurs de s'orienter sur terre, 9.

*Delage (Yves)*. Hommage d'ouvrage, 325; (*L'Année biologique*, 1908), 834; avec note par M. Ch. Francotte 835.

*de la Vallée Poussin (Ch.-J.)*. Sur les polynômes d'approximation à une variable complexe, 199. — Erratum concernant une note sur les polynômes d'approximation et la représentation approchée d'un angle, 211. — Hommage d'ouvrage, 378. — Rapports : Voir *Bernstein (Serge)*, *De Donder (Th.)*, *Paçotte (Julien)*.

*Demachy (Édouard)*. La migration des oiseaux au printemps (à l'examen), 785; avis de M. Lameere (dépôt aux archives), 838. — Note sur le processus de formation des neutres chez les abeilles (à l'examen). (Commissaires : MM. Lameere et Willem), 834.

*De Mare (Frédéric)* et *Jacobs (Charles)*. Sur les alliages et dépôts électrolytiques de radium (à l'examen), 834.

*De Meyer (J.)*. Soumet ses travaux pour le Prix Gluge, 8; lauréat. rapport de MM. L. Fredericq, Masius et Willem, 429, 435; remercie, 785; proclamation, 956.

*Demoor (Jean)*. Hommage d'ouvrage, 834.

*Demoulin (A.)*. Délégué à la manifestation Gaston Darboux, 426. — Félicité pour le Prix Bordin, 833. — Élu membre titulaire, 958. Commissaire pour deux travaux de M. L. Godeaux, 852. — Rapports : voir *Bernstein (Serge)*, *De Donder (Th.)*, *Fairon (J.)*.

*Denil (G.)*. Soumet des travaux au Concours Lemaire, 524; rapport du jury, 864.

*Depéret (Charles-Jean-Julien)*. Élu associé, 958.

*Deruyts (Jacques)*. Dépose un pli cacheté sur la théorie des formes algébriques, 184; idem sur les transformations linéaires, 377. — Étude des éléments définis d'une manière abstraite comme subsistant des transformations induites par la transformation linéaire des variables, 525; impression votée, 436. — Sur les transformations linéaires induites à paramètres rationnels, 534. — Élu membre de la Commission des finances, 836.

*Dollo (Louis)*. Élu correspondant, 427; remercie, 522.

*Dony-Hénault (Octave)*. Remercie pour le prix accordé à son mémoire, 6. — Dépose un pli cacheté, 426.

*Dorlodot H. de*. Hommage d'ouvrage, 738.

*Drapier (Paul)*. Recherches sur la viscosité de mélanges liquides binaires au voisinage de la température critique de dissolution, 624.

*Duesberg (J.)*. Sollicite, pour 1912, une table d'études à la Station zoologique de Naples, 833; avis de MM. Van Bambeke, L. Fredericq et Ch. Francotte, 856.

*Dufourny (A.)*. Membre du jury du concours Lemaire, 524; rapport, 864; remerciements de la Classe, 872.

*Dupont (Édouard)*. Décès, 324.

*Dupont (Franz)*. Notifie la mort de son père Édouard, 324.

*Durand (Th.)*. Approbation royale de

son élection, 6. remercie, 6. — Commissaire pour le Prix Émile Laurent, 8; rapport, 790. — Note bibliographique : Voir *Cogniaux (A.)*, *Thonner (Franz)*.

## F

*Fairon (J.)*. Obtient le Prix François Deruyts pour la seconde période, 837; conclusions des rapports de MM. Neuberger, le Paige et Demoulin, 863; remercie, 852.

*Fischer (Émile)*. Élu associé, 427; remercie, 522.

*Fleig (C.)*. Soumet ses travaux pour le Prix Gluge, 8; rapports de MM. Fredericq, Masius et Willem, 429, 435.

*François (Charles)*. Étude sur la machine d'Atwood (à l'examen), 785.

*Francotte (Ch.)*. Élu directeur pour 1912, 7. — Hommage d'ouvrage, 324. — Note bibliographique : Voir *De Delage (Y.)*. — Rapports : Voir *De Meyer (J.)*, *Duesberg (J.)*, *Willem (Victor)*.

*Frank (Louis)*. Hommage d'ouvrage, 7.

*Fredericq (L.)*. Commissaire pour le Prix Gluge, 8; rapport, 429. — La respiration branchiale des Céphalopodes est un phénomène de diffusion gazeuse 381. — Remercie pour les condoléances de l'Académie à l'occasion de la mort de W. Spring, 608. — Vœu pour la création d'une réserve nationale au plateau de la Baraque-Michel, 617. — Élu délégué auprès de la Commission de la *Biographie nationale*, 836. — Dissociation par compression graduée des voies motrices et arrestatrices contenues dans le faisceau de His, 873. — Rapports : Voir *De Meyer (J.)*, *Duesberg*, *Micheels (Henri)*, *Nolf (P.)*, *Panasi (Jos.)*, *Willem (Victor)*, *Zunx (Edg.)*.

## G

*Gilkinet (A.)*. Commissaire pour le Prix Émile Laurent, 8; rapport, 788. — Hommage d'ouvrage, 738. — Rapports : Voir *Marchal (Élie et Émile)*, *Van Laer (H.)*.

*Gilson (G.)*. Hommage d'ouvrage, 185.

*Godeaux (Lucien)*. Sur les transformations birationnelles involutives du plan, 217; rapport de M. Neuberg, 194. — Sur la cinquième congruence de cubiques de M. Stuyvaert, 371; rapport de M. Neuberg, 328. — Restitution d'une communication sur sa demande, 523. — Sur les plans qui rencontrent des couples de droites en des couples de points conjugués par rapport à une même conique (à l'examen), 852. — Sur les systèmes linéaires quintuplement infinis de quadratiques (à l'examen), 852.

*Goubau (R.)*. Contribution à l'étude de l'action de l'alcool éthylique sur les chlorures d'acides arylsulfoniques, 233; (à l'examen), 45; rapports de MM. Swarts et Spring, 197.

*Gravis (A.)*. Commissaire pour le Prix Émile Laurent, 8; rapport, 790. — Rapport : Voir *Micheels (Henri)*.

*Guilbert (G.)*. Sur deux des règles de prévision de M. G. Guilbert, par J. Vincent; réponse à M. Vincent, 886; (à l'examen), 738; rapports de MM. Stroobant et Lagrange, 856, 858. — Voir *Vincent (J.)*.

## H

*Hirn (Gustav-Adolf)*. Voir *Keller (von)* et *Schwoerer (Émile)*.

*Hooker (Sir Joseph Dalton)*. Décès, 851.

*Hublard (Émile)*. Hommage de son livre : « Le naturaliste hollandais Pierre Lyonnet », avec note par Aug. Lameere, 44, 45.

## J

*Jacobs (Charles)*. Voir *De Mare (Frédéric)*.

*Jalhay* (Administration communale de). Remercie pour la communication du vœu au sujet de la création de réserves nationales, 785.

*Janne (Henry)*. Hommage d'ouvrage, 44.  
*Janssens (F.-A.)*. Dépose un pli cacheté, 522.

*Jorissen (A.)*. Hommage d'ouvrage, 738. — Commissaire pour un travail de M. Louis Michiels, 834. — Rapports : Voir *Micheels*, *Van Laer*.

*Joteyko (J.)*. Soumet un ouvrage pour le Prix Gluge, 8; rapports de MM. Fredericq, Masius et Willem, 429, 435.

*Julin (Charles)*. Elu correspondant, 427; remercie, 522.

## K

*Keller (von)*. Hommage d'ouvrage, fait par M. Schworer, avec note par M. le chevalier Marchal (Gustav-Adolf Hirn, sein Leben und seine Werke), 852, 853.

*Knapen (A.)*. Soumet ses travaux au Concours Lemaire, 523; rapport du jury, 864; lauréat, 837; proclamé, 956.

## L

*Lacroix (A.)*. Hommages d'ouvrages, 7, 324, 738.

*Lagasse-de Loch (Ch.)*. Membre du jury du Concours Lemaire, 524; rapport, 864; remerciements de la Classe, 872.

*Lagrange (Ch.)*. Écrira la notice de F. Terby, 324. — Réélu membre de la Commission des finances, 836. — Rapports : Voir *Anonyme* (mémoire de concours), *Guilbert (G.)*, *Vincent (J.)*.

*Lambin (A.-H.)*. Membre du jury du Concours Lemaire, 524; rapport, 864; remerciements de la Classe, 872.

- Lameere (Auguste)*. Hommage d'ouvrage, 523. — Commissaire pour le Prix de Selys (rapport), 613. — Note bibliographique : Voir *Hublard (Ém.)* — Rapport : Voir *Demachy (Édouard)*.
- Landau (E.)*. Sur les valeurs moyennes de certaines fonctions arithmétiques, 443; impression votée par la Classe, 414.
- Lebon (Ernest)*. Hommage d'ouvrage : « Savants du jour: Gabriel Lippmann », présenté par M. Neuberg, 609, 610.
- Lecat (Maurice)*. Hommage d'ouvrage, 325.
- Lecoince (Georges)*. Élu correspondant, 856, 958.
- le Paige (C.)*. Délégué au centième anniversaire de l'Université de Christiania, 44. — Rapports : Voir *Anonyme* (mémoire de concours), *Fairon (J.)*.
- Leriche (Maurice)*. Lauréat du Prix de Selys, 615; remercie, 738, rapport de MM. Pelseneer, Lameere et Willem, 613; proclamation, 956. — Hommage d'ouvrage, 738.
- Levy (Michel-Auguste)*. Décès, 737.
- Lippmann (Gabriel)*. Voir *Lebon (Ernest)*.
- Lœb (Jacques)*. Remercie pour son élection, 6. — Hommage d'ouvrages, 185.
- Lohest (Max.)*. Approbation royale de son élection, 6. — Remercie, 6. — Sur la présence de silex taillés dans le limon hesbayan de Liège, 885.
- M**
- Malaise (C.)*. Remercie comme directeur sortant, 7. — Réélu membre de la Commission des finances, 836.
- Mansion (P.)*. Délégué au centième anniversaire de l'Université de Christiania, 44. — Rapports : Voir *Claren (J.)*, *Michaux (Ch.)*.
- Marchal (le chevalier Edmond)*. Hommage d'ouvrage, 44. — Présente la publication : « Les Prix Nobel en 1908 », 185; « en 1909 et 1910 », 854. — Liste des travaux publiés par l'Académie de mai 1910 à mai 1911, 419. — Adresse des félicitations à Édouard Suess, associé, à l'occasion de son 85<sup>e</sup> anniversaire de naissance, 425. — Notes bibliographiques : Voir *Keller (von)*, *Schwoerer (Émile)*.
- Marchal (Élie et Émile)*. Aposporie et sexualité chez les Mousses, III, 750; (à l'examen), 739; avis de MM. Mas-sart et Gilkinet, 739.
- Marchal (Émile)*. Élu correspondant, 856, 958.
- Mastius (V.)*. Commissaire pour le Prix Gluge, 8; rapport, 435.
- Massart (Jean)*. Soumet un travail pour le Prix Émile Laurent, 8; rapports de MM. Gilkinet, Gravis et Durand, 788, 790; lauréat, 837; proclamation, 957. — Élu membre titulaire, 427; remercie, 522; approbation royale de son élection, 608. — Hommage d'ouvrage, 609. — Rapport : Voir *Marchal (Élie et Émile)*.
- Mathieu (Émile)*. Nommé président de l'Académie pour l'année 1911, 5.
- Matteucci (Carlo)*. Célébration du centième anniversaire de sa naissance, 522.
- Meuris (Aug.)*. Sur les probabilités de la formation des mondes et sur la nature de l'électricité et sa provenance (à l'examen), 739; avis verbal de M. De Heen (dépôt aux archives), 791.
- Michaux (Charles)*. Émancipation de la théorie des parallèles ou accomplissement final de la géométrie euclidienne (à l'examen), 522; lecture du rapport de M. Mansion (dépôt aux archives), 616. — Rénovation de la théorie des parallèles (dépôt aux archives), 838.
- Micheels (Henri)*. Recherches sur *Caulerpa profifera*, 110; rapport de MM. De Heen et Jorissen, 47. — Hommages d'ouvrages présentés par M. De Heen, 426, 523. — Rapport sur ses re-

- cherches à la Station zoologique de Naples (à l'examen), 737; lecture des appréciations de MM. Léon Fredericq, Van Bambeke et Gravis, 791.
- Michiels (Louis)*. Contribution à l'étude des dérivés triméthyléniques (à l'examen), 834. — Obtient le Prix Jean-Servais Stas, 957.
- Ministre de la Guerre*. Hommage d'ouvrage, 44.
- Ministre de l'Industrie et du Travail*. Hommage d'ouvrage, 425.
- Ministre des Sciences et des Arts*. Transmet les arrêtés royaux : nommant M. Mathieu, président de l'Académie, 5. — Approuvant l'élection de MM. Durand et Lohest, 6; de MM. Swarts et Massart, 608. — Annonce le VIII<sup>e</sup> Congrès de chimie appliquée, 426. — Demande la présentation de candidats pour le jury du concours décennal des sciences zoologiques, 785, 792; regrette de ne pouvoir assister à la séance publique, 851. — Hommages d'ouvrages, 6, 184, 378, 785.
- Mourlon (Charles)*. Hommage d'ouvrage, 609.
- Mourlon (Michel)*. Réélu délégué auprès de la Commission administrative, 379. — Condoléances à l'occasion de la mort inopinée de son gendre, 425. — Réélu membre de la Commission des finances, 836.

## N

- Neuberg (J.)*. Discours prononcé aux funérailles de F. Terby, 325. — Représente l'Académie aux funérailles de F. Plateau, 323. — Manifestation en son honneur, 522. — Présentation d'un ouvrage de M. Ernest Lebon (Savants du jour : Gabriel Lippmann), 609, 610. — Éloge de G. Van der Mensbrugge, 784; discours aux funérailles, 786. — Vie et œuvre du mathématicien belge Gré-

- goire de Saint-Vincent (discours), 922. — Commissaire pour deux travaux de M. Godeaux, 852. — Rapports : Voir *Fairon (J.)*, *Godeaux (L.)*.
- Nolf (P.)*. Contribution à l'étude de l'anaphylaxie, 71; rapports de MM. L. Fredericq et V. Willem, 48, 49.

## O

- OEchsner de Coninck (W.)*. Action du carbonate de sodium sur le carbonate de calcium, 10. — Action de la soude dissoute sur le phosphate tribasique de calcium, 10. — Action de la potasse dissoute sur le carbonate de calcium, 212. — Réaction des oxalates métalliques avec quelques sels, 332. — Action de quelques acides organiques sur le formiate de sodium, 440, 590. — Hommage d'ouvrage, 185.
- OEchsner de Coninck et Reynaud (A.)*. Action des hydracides, employés en proportions croissantes, sur l'amidon et la dextrine, 213. — Action des acides formique et acétique, employés en proportion croissante, sur l'amidon et la dextrine, 335. — Action des acides oxalique et malonique sur l'amidon et la dextrine, 438. — Action des acides lactique et tartrique sur l'amidon et la dextrine, 592. — Quelques considérations relatives à l'action des acides sur l'amidon et la dextrine, 839.
- Orléans (duc d')*. Hommage d'ouvrage, 609.
- Ortroy (Fernand Van)*. Bio-bibliographie de Gemma-Frisius, fondateur de l'École flamande de géographie, de son fils Corneille et de ses neveux les Arsenius (à l'examen), 609.

## P

- Pacotte (Julien)*. L'aile amphibolique propulsive, 32; (à l'examen), 6; rapport de M. Ch. de la Vallée Poussin,

9. — Effort de l'aile amphibolique d'après l'aérodynamique expérimentale, 226; rapport de M. de la Vallée Poussin, 496.
- Palitsch (Dragomir)*. Sur un état allotropique de l'argent, 395; (à l'examen), 324; rapports de MM. Spring et Swarts, 380, 381.
- Panesi (Jos.) et Vlaeminckx*. Ons ontwikkelingsstelsel (dépôt aux archives sur rapport verbal de MM. L. Fredericq et Van Bambeke), 9.
- Pasteur*. Comité pour l'achat de sa maison natale, 609.
- Pawlow (J.)*. Élu associé, 427; remercie, 522.
- Pelseneer (Paul)*. Hommages d'ouvrages, 44, 378. — Commissaire pour le Prix de Selys (rapport), 613.
- Pérez (Charles)*. Remercie pour le prix accordé à son mémoire, 6.
- Pienkowski (S.)*. Sur l'absence de l'influence de la lumière sur la conductibilité des solutions fluorescentes, 594. — Sur l'influence de la lumière sur la conductibilité des couches minces d'or et d'argent, 603.
- Plateau (Félix)*. Décès, 323.
- Plateau (M<sup>me</sup> Veuve)*. Remercie pour les condoléances de l'Académie, 324.

## R

- Raynaud (A.)*. Voir *Oechsner de Coninck*.
- Rutot (A.)*. Élu membre titulaire, 856, 958. — Hommages d'ouvrages, 6, 426, 834, 852.

## S

- Schwendener (Simon)*. Élu associé, 427; remercie, 522.
- Schwerts (F.)*. Sur la densité du sucre liquide et de ses solutions aqueuses, 503; à l'examen, 378; rapports de MM. Spring et Swarts, 428, 429. — La densité et la réfraction du système furfurol + eau, 641.

- Schwoerer (Émile)*. Hommage d'ouvrage : « Les phénomènes thermiques de l'atmosphère », présenté par M. Ch. Lagrange, 378; note par le chevalier Edm. Marchal, 610. — Voir *Keller (von)*.
- Scouart (M<sup>me</sup> A.)*. Recherches expérimentales sur la forme de la surface d'onde dans les cristaux biréfringents (4<sup>e</sup> communication), 473. — Voir *Verschaffelt (J.)*.
- Servaas van Rooyen*. Demande l'avis de la Classe sur une pendule à cinq cadrans du Musée de La Haye, 609.
- Slosse (A.)*. Hommage d'ouvrage, 785.
- Spring (Walthère)*. Décès, 607. Son éloge par M. Neuberg, 607. Remerciements de M. Léon Frédéricq, 608. M. Swarts écrira la notice biographique, 608. — Hommage d'ouvrage, 426. — Rapports : Voir *Palitsch (D.)*, *Schwerts (F.)*, *Wilmotte (Henri)*.
- Stroobant (Paul)*. Note sur le mouvement des étoiles du type d'Orion, 30. — Note sur l'hypothèse de M. Kr. Birke-land relative à la nature des anneaux de Saturne, 792. — Rapports : Voir *Anonyme* (mémoire de concours), *Guilbert (G.)*, *Vincent (J.)*.
- Stuyvaert (M.)*. Hommage d'ouvrage, 426. — Voir *Godeaux (L.)*.
- Suess (Ed.)*. 85<sup>e</sup> anniversaire de naissance (félicitations), 425.
- Swarts (F.)*. Élu membre titulaire, 427; remercie, 522; approbation royale de son élection, 608. — Sur quelques dérivés fluobromés en C<sup>2</sup> (5<sup>e</sup> communication), 563. — Accepte d'écrire la notice biographique de W. Spring, 608. — Commissaire pour un travail de M. Louis Michiels, 834. — Hommage d'ouvrage, 44. — Rapports : Voir *Palitsch (D.)*, *Schwerts (F.)*.

## T

- Terby (Fr.-J.-Charles)*. Décès, 324. Discours aux funérailles par J. Neuberg, 325.

*Thalasso (Ernest)*. Restitution d'un pli cacheté, 6.

*Thonner (Franz)*. Du Congo à l'Ubangi; hommage d'ouvrage, avec note par Th. Durand, 186.

## U

*Université de Christiania*. Invitation à son jubilé, 44. Remercie pour les félicitations de l'Académie, 834.

*Université de Genève*. Hommage d'ouvrage, 523.

*Université royale de Breslau*. Centième anniversaire, 184. Remercie pour les félicitations de l'Académie, 834.

## V

*Vander Haeghen (Ferd.)*. Rapport sur les travaux de la Commission de la *Biographie nationale* en 1910-1911, 416.

*Van der Mensbrugge (A.)*. Annonce le décès de son père, 783.

*Van der Mensbrugge (G.)*. Remercie l'Académie pour les condoléances au sujet de la mort de F. Plateau, 324. — Membre du jury du Concours Lemaire, 524. — Simples remarques sur quelques expériences de M. Palladino, 561. — Décès, 783. Son éloge par M. Neuberg, 784. Discours aux funérailles par M. Neuberg, 786.

*Van der Noot (M<sup>lle</sup> L.)*. Recherches expérimentales sur la tension superficielle au contact de deux liquides, 493. — Voir *Verschaffelt (J.)*.

*Van der Waals (Jean)*. Lauréat du Prix Nobel; remercie pour les félicitations de l'Académie, 6.

*Vandevelde (A.-J.-J.)*. Hommage d'ouvrage, 378, 785.

*Van Laer (H.)*. Nouvelles recherches sur la vitesse de saccharification de l'amidon (troisième mémoire), 84; (à l'examen), 7; avis de MM. Jorissen et Gilkinet, 47. — Quatrième mémoire

(à l'examen), 45; avis des mêmes, 194. — Cinquième mémoire, 362; rapport, 331. — Sixième mémoire, 795; (à l'examen), 738; rapport, 791.

*Vanlair (C.)*. Hommage d'ouvrage, 738.

*Van Ortruy (Fernand)*. Voir *Ortruy (Van)*.

*Vanpée (Ernest)*. Recherches expérimentales relatives à l'influence exercée par le mouvement de l'air sur la décharge électrique et le potentiel de décharge, 253; (à l'examen), 45; rapports de MM. de Hemptinne et De Heen, 197, 198.

*Van 't Hoff (Jacques-Henri)*. Décès, 183.

*Verschaffelt (J.)*. La physique de laboratoire et la physique de l'espace, 933. — Voir *Scouart (M<sup>lle</sup>)* et *Van der Noot (M<sup>lle</sup>)*.

*Verschaffelt (J.-E.)* et *Scouart (M<sup>lle</sup> A.)*. Recherches expérimentales sur la forme de la surface d'onde dans les cristaux biréfringents (troisième communication), 12.

*Verschaffelt J.-E.* et *Van der Noot (M<sup>lle</sup> L.)*. Sur la mesure de la tension superficielle par la méthode des ascensions capillaires, 383.

*Vial (Louis)*. Hommage d'ouvrage, 185.

*Vialay (Alfred)*. Hommage d'ouvrage, 378.

*Vincent (J.)*. Sur deux des règles de prévision de M. Guilbert, 338; (à l'examen), 45; rapports de MM. Stroobant et Lagrange, 329, 331. — Voir *Guilbert (J.)*.

*Vlaeminckx*. Voir *Panesi (J.)*.

*Von Keller*. Voir *Keller (von)*.

## W

*Wallach (Otto)*. Lauréat du Prix Nobel; remercie pour les félicitations de l'Académie, 6.

*Willem (Victor)*. Commissaire pour le Prix Gluge, 8; rapport, 435. — Écrira la notice nécrologique de F. Plateau, 323. — Commissaire pour le Prix de Selys (rapport), 613. — Sollicite



pour 1912 une table à la Station zoologique de Naples, 833. Avis de MM. Van Bambeke, L. Fredericq et Ch. Francotte, 836. — Commissaire pour un travail de M. Demachy, 834. — Rapports : Voir *Nolf (P.)*, *Zunz (Edg.)*.

*Wilmotte (Henri)*. Moyen de cristalliser le carbone (à l'examen), 7; avis verbal de M. Spring, 194. — La nature véritable de l'électricité, du magné-

tisme des métaux et terrestre (à l'examen), 609. — Avis verbal de M. De Heen, 791.

## Z

*Zunz (Edgar)*. Hommages d'ouvrages, 44, 834. — Nouvelles recherches sur les protéoses, 653; rapports de MM. L. Fredericq et Willem, 616.



## TABLE ANALYTIQUE.

---

### A

*Analyse.* Sur les polynômes d'approximation à une variable complexe; par Ch.-J. de la Vallée Poussin, 199. — Sur les polynômes d'approximation et la représentation approchée d'un angle; par Ch.-J. de la Vallée Poussin (erratum concernant cette note), 211. — Étude des éléments définis d'une manière abstraite comme subissant des transformations induites par la transformation linéaire des variables; par J. Deruyts, 525; présentation de cette note, 436. — Sur les transformations linéaires induites à paramètres rationnels; par J. Deruyts, 554. — Sur les valeurs moyennes de certaines fonctions arithmétiques; par E. Landau, 443. — Quelques remarques sur le multiplicateur de Jacobi et le multiplicateur généralisé; par Th. De Donder, 740; (à l'examen), 609; rapports de MM. de la Vallée Poussin et Demoulin, 739, 740. — Sur le plan réglé et les invariants intégraux; par Th. De Donder (à l'examen), 609.

*Analyse et physique mathématiques.* Sur les invariants intégraux relatifs et leurs applications à la physique mathématique; par Th. De Donder, 50; rapports de MM. Ch.-J. de la Vallée Poussin et Demoulin, 48.

*Apiculture.* Note sur le processus de formation des neutres chez les abeilles; par Ed. Demachy (à l'examen), 834.

*Astronomie.* Note sur l'hypothèse de M. Kr. Birkeland relative à la nature des anneaux de Saturne; par P. Stroobant, 792.

*Aviation.* Restitution à M. J. Delacy de sa note sur un système de signaux qui permettra aux aviateurs de s'orienter sur terre, 9. — Voir *Mécanique.*

### B

*Baraque Michel.* Voir *Réserve nationale.*

*Bibliographie.* Liste des travaux publiés par l'Académie de mai 1910 à mai 1911, 419. — Le naturaliste hollandais Pierre Lyonet, sa vie et ses œuvres; par Émile Hublard (note par A. Lameere), 45. — « Orchidaceæ Antillanæ »; par Alfred Cogniaux (note par Th. Durand), 46. — Du Congo à l'Ubangi; par Franz Thonner (note par Th. Durand), 186. — Savants du jour : Gabriel Lippmann; par Ernest Lebon (note par J. Neuberg), 610. — Les phénomènes thermiques de l'atmosphère; par Émile Schwœrer (note par le chevalier Edmond Marchal), 610. — L'Année biologique (1908); par Y. Delage (noté par Ch.

Francotte), 835. — Gustav-Adolf Hirn, sein Leben und seine Werke; von Dr. Keller (note par le chevalier Edmond Marchal), 853. — Bulletin bibliographique, 41, 180, 321, 375, 423, 519, 605, 735, 779, 831, 939.

*Bio-bibliographie* de Gemma Frisius, fondateur de l'École flamande de géographie, de son fils Corneille et de ses neveux les Arsénus; par Fernand Van Ortroy (à l'examen), 609.

*Biographie*. Discours aux funérailles de F. Terby; par J. Neuberg, 325. — Éloge de W. Spring; par J. Neuberg, 607. — Éloge de G. Van der Mensbrugge; par J. Neuberg, 784. — Discours aux funérailles de G. Van der Mensbrugge; par J. Neuberg, 786. — Vie et œuvre de Grégoire de Saint-Vincent; discours par J. Neuberg, 922. — Voir *Bibliographie, Hommage, Notices*.

*Biologie*. Voir *Bibliographie, Prix Gluge*.

*Botanique*. Voir *Bibliographie, Physico-chimie végétale, Physiologie végétale, Prix Laurent, Réserve nationale*.

### C

*Capillarité*. Simples remarques sur quelques expériences de M. Palladino; par G. Van der Mensbrugge, 561.

*Chimie*. Sur quelques dérivés fluobromés en  $C_2$  (5<sup>e</sup> communication); par Fréd. Swarts, 563.

(Travaux de M. Oechsner de Coninck) : Action du carbonate de calcium, 10. — Action de la soude dissoute sur le phosphate tribasique de calcium, 10. — Action de la potasse dissoute sur le carbonate de calcium, 212. — Action de la soude dissoute sur le carbonate de calcium, 216. — Réaction des oxalates métalliques avec quelques sels, 332. — Action de quelques acides organiques sur le formiate de sodium, 440, 590.

— (Travaux de MM. Oechsner de Coninck et A. Raynaud) : Action des hydracides, employés en proportions croissantes, sur l'amidon et la dextrine, 213. — Action des acides formique et acétique, employés en proportion croissante, sur l'amidon et la dextrine, 335. — Action des acides oxalique et malonique sur l'amidon et la dextrine, 438. — Action des acides lactique et tartrique sur l'amidon et la dextrine, 592. — Quelques considérations relatives à l'action des acides sur l'amidon et la dextrine, 839.

Contribution à l'étude de l'alcool éthylique sur les chlorures d'acides arylsulfoniques; par R. Goubau, 233; à l'examen, 45; rapports de MM. Swarts et Spring, 197. — Sur la densité du sucre liquide et de ses solutions aqueuses; par Fr. Schwers, 503; à l'examen, 378; rapports de de MM. Spring et Swarts, 428. — Sur un état allotropique de l'argent; par Dragomir Palitsch, 395; à l'examen, 324; rapports de MM. Spring et Swarts, 380, 381. — La densité et la réfraction du système furfurol + eau; par F. Schwers, 641. — Nouvelles recherches sur la vitesse de saccharification de l'amidon, troisième mémoire; par Henri Van Laer, 84; à l'examen, 7; avis de MM. Jorissen et Gilkinet, 47; quatrième mémoire, 305; (à l'examen), 45; avis verbal des mêmes, 194; cinquième mémoire, 362; (à l'examen), 184; rapport des mêmes, 331; sixième mémoire, 795; (à l'examen), 738; rapport des mêmes, 791. — Contribution à l'étude des dérivés triméthyléniques; par Louis Michiels (à l'examen), 834. — Moyen de cristalliser le carbone; par Henri Wilmotte (à l'examen), 7; avis verbal de M. Spring, 194. — Voir *Congrès, Cristallographie, Physico-chimie, Prix Jean Stas*.

*Chimie biologique.* Nouvelles recherches sur les protéoses; par Edgard Zunz, 653; rapports de MM. Léon Fredericq et V. Willem, 616.

*Commission administrative.* M. Mourlon réélu délégué pour 1911-1912, 379.

*Commission de la Biographie nationale.* Rapport sur ses travaux en 1910-1911; par Ferd. Vander Haeghen, 416. — M. Léon Fredericq élu délégué, 836.

*Commission spéciale des finances.* Élection des membres pour 1912, 836.

*Concours annuel :*

**1910.** Remerciements des lauréats, 6.

**1911.** Travaux reçus et désignation des commissaires, 612. — Lecture des rapports, 838. — Mémoire sur la constitution physique du Soleil; rapports de MM. P. Stroobant, le Paige et Lagrange, 358. 859. — Mémoire couronné sur l'ordre de la meilleure approximation des fonctions continues; rapports de MM. de la Vallée Poussin et Demoulin, 859, 862. — Proclamation, 955.

**1912.** Programme, 188.

*Congo.* Voir *Bibliographie*.

*Congrès de chimie appliquée* (VIII<sup>e</sup>, à Washington et à New-York), 426.

*Congrès international des applications électriques*, à Turin. Notification, 184.

*Congrès de chimie et de physique pures et appliquées* (II<sup>e</sup>, à Saint-Petersbourg). Invitation, 852.

*Cristallographie.* Sur un cas de cristallisation par détente; par G. Cesàro, 436.

## D

*Discours* au Roi le 1<sup>er</sup> janvier, par M. le baron de Borchgrave, 1; — Réponse du Roi, 3. — Voir *Biographie*.

*Distinctions honorifiques.* M. Demoulin, lauréat du Prix Bordin, 833.

1911. — SCIENCES.

*Dons* (Ouvrages imprimés): Bambeke (Ch. Van), 852; Caullery, 378; Cogniaux (A.), 44; Darwin (Sir George Howard), 609; De Bruycker (C.), 325; de Dorlodot, 738; Delage (Yves), 325, 834; de la Vallée Poussin (Ch.-J.), 378; De Meyer (J.), 44, 523; Demoor (Jean), 834; Franck (Louis), 7; Francotte (Ch.), 324; Gilkinet, 738; Gilson (G.), 185; Hublard (Émile), 44; Janne (Henry), 44; Jorissen, 738; Keller (Dr von), 852; Lacroix (A.), 7, 324, 738; Lameere (Aug.), 523; Lebon (Ernest), 609; Lecat (Maurice), 325; Leriche (Maurice), 738; Loeb (J.), 185; Marchal (le chevalier Edmond), 852; Massart (Jean), 609; Michiels (Henri), 426, 523; Ministre de la Guerre, 44; Ministre de l'Industrie et du Travail, 426; Ministre des Sciences et des Arts, 6, 184, 378, 785; Mourlon (Ch.), 609; Oechsner de Coninck, 185; Orléans (duc d'), 609; Pelseneer (Paul), 44, 378; Rutot (A.), 6, 426, 834, 852; Schwoerer (Em.), 378, 852; Slosse (A.), 785; Spring (W.), 426; Stuyvaert (M.), 426; Swarts (F.), 44; Thonner (Franz), 185; Université de Genève, 523; Vandavelde (A.-J.-J.), 378, 785; Vanlair (C.), 738; Vial (Louis), 185; Vialley (A.), 378; Zunz (Edg.), 44, 834.

## E

*Élections et nominations :*

**1910.** Approbation royale de l'élection de MM. Durand et Lohest, 6. — Remerciements des nouveaux élus, 6

**1911.** Président: M. E. Mathieu, 5. — (Juin). Discussion des titres des candidats, 379. — MM. Frédéric Swarts et Jean Massart élus titulaires; Louis Dollo et Charles Julin, correspondants; Émile Fischer, Paulow et Schwendener, associés, 427. Leurs remerciements, 522. — Appro-

bation royale de l'élection de MM. Swarts et Massart, 608.

— (Décembre). Discussion des titres des candidats, 835. — Sont élus membres titulaires : MM. Alph. Demoulin et A. Rutot; correspondants : MM. G. Lecointe et Émile Marchal; associé : M. Ch.-J. Depéret, 856, 958.

1912. M. Ch. Francotte élu directeur, 7. — Voir *Commissions*.

*Électricité*. Recherches expérimentales relatives à l'influence exercée par le mouvement de l'air sur la décharge électrique et le potentiel de décharge; par Ernest Vanpée, 253; à l'examen, 45; rapports de MM. de Hemptinne et De Heen, 197, 198. — La nature véritable de l'électricité, du magnétisme des métaux et terrestre; par Henri Wilmotte (à l'examen), 609; dépôt aux archives sur avis verbal de M. De Heen, 791. — Sur les probabilités de la formation des mondes et sur la nature de l'électricité et sa provenance; par Aug. Meuris (à l'examen), 739; avis verbal de M. De Heen (dépôt aux archives), 791. — Voir *Congrès*.

## F

*Funérailles*. Voir *Biographie, Nécrologie*.

*Géologie*. Sur la présence de silex taillés dans le limon hesbayen de Liège; par Max. Lohest, 883. — Voir *Cristallisation, Minéralogie*.

*Géométrie*. Sur la cinquième congruence de cubiques de M. Stuyvaert; par Lucien Godeaux, 371; rapport de M. J. Neuberg, 328. — Sur les transformations birationnelles involutives du plan; par Lucien Godeaux, 217; rapport de M. Neuberg, 194. — Émancipation de la théorie des parallèles

ou accomplissement final de la géométrie euclidienne; par Charles Michaux (à l'examen), 522; lecture du rapport de M. Mansion (dépôt aux archives), 616. — Rénovation de la théorie des parallèles; par Ch. Michaux (dépôt aux archives), 838. — Neueste Methode zur Lösung von cubische Gleichungen; von J. Claren (à l'examen), 523; rapport de M. P. Mansion (dépôt aux archives), 615. — Sur les séries de groupes appartenant à une courbe ou à une surface algébrique; par L. Godeaux (restitution de cette note à l'auteur), 523. — Sur les plans qui rencontrent des couples de droites en des couples de points conjugués par rapport à une même conique; par L. Godeaux (à l'examen), 852. — Sur les systèmes linéaires quintuplement infinis de quadriques; par L. Godeaux (à l'examen), 852. — Sur les transformations linéaires; pli cacheté déposé par M. Deruyts, 377.

*Gymnastique* Ons ontwikkelingsstelsel, par J. Panesi et Vlaeminckx (dépôt aux archives, sur avis verbal de MM. Fredericq et Van Bambeke), 9.

## H

*Hommage* à la mémoire d'Édouard Van Beneden, 6. — Voir *Dons, Jubilés, Maison, Manifestation, Monuments*.

## J

*Jubilés*. Centième anniversaire de l'Université de Christiania: MM. Mansion et le Paige délégués, 43, 834. — Centième anniversaire de l'Université de Breslau, 184, 834. — Cinquantième anniversaire de professorat de M. G. Capellini, 377. — Quatre-vingt-cinquième anniversaire de naissance de M. Ed. Suess, associé, 425. — Noces d'or universitaires et noces

d'argent académiques de M. G. Darboux : M. Dumoulin délégué, 426 — Centième anniversaire de naissance de Carlo Matteucci, 522.

## M

- Magnétisme.* Voir *Électricité*.  
*Maison natale* de Pasteur. (Liste de souscription pour l'achat de la), 609.  
*Manifestation* en l'honneur de M. J. Neuberg, 522. — Voir *Hommage, Jubilé, Monument*.  
*Mathématiques.* Voir *Analyse, Biographie, Géométrie, Prix Deruyts*.  
*Mécanique.* L'aile amphibolique propulsive; par Julien Pacotte, 32; à l'examen, 7; rapport de M. de la Vallée Poussin, 9. — Voir *Pendule, Prix Auguste Sacré*.  
*Météorologie.* Sur deux des règles de prévision de M. G. Guilbert; par J. Vincent, 338; à l'examen, 45; rapports de MM. Stroobant et Lagrange, 329, 331. — Réponse à M. Vincent; par G. Guilbert, 886; (à l'examen), 738; rapports de MM. Stroobant et Lagrange, 856, 858.  
*Microscopie.* Dépôt d'un pli cacheté se rapportant à la —; par F.-A. Janssens, 522.  
*Minéralogie.* Contribution à l'étude des minéraux du Vésuve et du Monte Somma; par G. Cesàro (impression votée dans les *Mémoires* in-8°, tome III, fasc. 2), 194, 436. — Voir *Cristallisation*.  
*Monument.* Inauguration du — Amedeo Avogadro, 522. — Voir *Hommage*.

## N

- Nécrologie.* Décès de van 't Hoff (Jacques-Henri), 483; Plateau (Félix), 323; Terby (François-Joseph-Charles), 324; Dupont (Édouard), 324; Spring (Walthère), 607; Lévy (Michel-Auguste), 737; Vander Mensbrugge (G.), 783.

*Notice biographique pour l'Annuaire.* M. Willem écrira la notice Félix Plateau, 323.

## O

- Optique.* Recherches expérimentales sur la forme de la surface d'onde dans les cristaux biréfringents; par M<sup>lle</sup> A. Scouart, 473.  
*Ornithologie.* La migration des oiseaux au printemps; par Édouard Demachy (à l'examen), 785; dépôt aux archives sur avis de M. Lamcere, 838.  
*Ouvrages présentés.* Voir *Bibliographie, Dons*.

## P

- Pathologie.* Voir *Physio-pathologie*.  
*Pendule* à cinq cadrans du Musée de La Haye (à l'examen), 609.  
*Physico-chimie.* Étude sur l'action chimique de l'effluve électrique; par Alex. de Hemptinne, 842.  
*Physico-chimie végétale.* Recherches sur « *Caulerpa prolifera* »; par Henri Michiels, 410; avis de MM. De Heen et Jorissen, 47.  
*Physiologie.* La respiration branchiale des Céphalopodes est un phénomène de diffusion gazeuse; par Léon Fredericq, 381. — Dissociation par compression graduée des voies motrices et arrestatrices contenues dans le faisceau de His; par Léon Fredericq, 873. — Voir *Prix Gluge*.  
*Physiologie végétale.* Aposporie et sexualité chez les Mousses, III; par Élie et Émile Marchal, 750; à l'examen, 739; avis de MM. Massart et Gilkinet, 739.  
*Physio-pathologie.* Contribution à l'étude de l'anaphylaxie; par P. Nolf, 71; rapports de MM. L. Fredericq et V. Willem, 48, 49.  
*Physique.* Sur l'absence de l'influence de la lumière sur la conductibilité des solutions fluorescentes; par S.

- Pienkowski, 594. — Sur l'influence de la lumière sur la conductibilité des couches minces d'or et d'argent; par S. Pienkowski, 603. — La physique de laboratoire et la physique de l'espace; par J.-E. Verschaffelt, 933. — Étude sur la machine d'Atwood; par Charles François (à l'examen), 785. — Voir les rubriques suivantes et *Analyse et physique, Bibliographie, Capillarité, Congrès, Électricité, Optique, Radium*.
- Physique moléculaire.* Sur la mesure de la tension superficielle par la méthode des ascensions capillaires; par J.-E. Verschaffelt et M<sup>lle</sup> Van der Noot, 383; remarque sur cette communication, par M. Van der Mensbrugge, 394. — Recherches expérimentales sur la tension superficielle au contact de deux liquides; par M<sup>lle</sup> L. Van der Noot, 493. — Recherches sur la viscosité de mélanges liquides binaires au voisinage de la température critique de dissolution; par Paul Drapier, 621.
- Plis cachetés.* Restitution à M. Thalasso, 6. — Dépôt par M. J. Deruyts, 484, 377; par M. Dony-Hénault, 426; par M. F.-A. Janssens, 522.
- Prix.* Voir *Concours*.
- Prix Auguste Sacré* (1<sup>re</sup> période : 1910-1912). Programme, 193.
- Prix Charles Lagrange* (3<sup>e</sup> période : 1909-1912). Programme, 191.
- Prix Charles Lemaire* (10<sup>e</sup> période : 1909-1914). Travaux soumis et désignation des commissaires, 523. — Prix décerné à M. A. Knapen, 837. — Rapport du jury, 864. — Remerciements de la Classe à MM. Lagasse-de Loch, Dufourny et Lambin, 872.
- Prix décennal de physique et de chimie expérimentales.* Réception du rapport du jury, 6.
- Prix décennal des sciences zoologiques.* M. le Ministre des Sciences et des Arts demande une liste double de candidats pour la formation du jury, 785.
- Prix de Selys Longchamps* (2<sup>e</sup> période : 1906-1911). Travail reçu et désignation des commissaires, 379. — Rapport de MM. Pelseneer, Lameere et Willem, 613. — M. Leriche lauréat, 615; remercie, 738; proclamation, 956.
- Prix Émile Laurent* (2<sup>e</sup> période : 1907-1910). Travail reçu, 8. — Rapports de MM. Gilkinet, Gravis et Durand, 788, 790. — Prix décerné à M. Jean Massart, 837; proclamation, 957. — 3<sup>e</sup> période (1909-1912). Programme, 192.
- Prix François Deruyts.* Remerciements de M. J. Fairon, 852. — Conclusion des rapports de MM. Neuberg, Dumoulin et le Paige, 863. — Proclamation, 956.
- Prix Jean-Servais Stas.* Décerné à M. Louis Michiels, 957.
- Prix Louis Melsens* (3<sup>e</sup> période : 1908-1912). Programme, 190.
- Prix Nobel.* Remerciements de MM. Van der Waals et Otto Wallach pour les félicitations de l'Académie, 6. — M. le Secrétaire perpétuel présente la publication : « Les Prix Nobel en 1908 », 185. — Liste des prix décernés en 1908, 185; en 1909, 853; en 1910, 854.
- Prix Théophile Gluge* (5<sup>e</sup> période : 1909-1910). Travaux reçus et nomination du jury, 8. — Rapports de MM. L. Fredericq, Masius et Willem, 429, 435. — Prix décerné au Dr J. De Meyer, 524; remerciements, 785; proclamation, 956. — (6<sup>e</sup> période : 1911-1912). Programme, 192.
- Prix Thomas Vallauri.* Programme, 184.

## R

*Radium.* Mémoire sur les alliages et dépôts électrolytiques de radium; par



Frédéric de Mare et Ch. Jacobs (à l'examen), 834.

*Réserve nationale.* Vœu pour la création d'une réserve nationale au plateau de la Baraque-Michel, par L. Fredericq, 617. — Remerciements de l'administration communale de Jalhay, 783.

### S

*Séance publique.* Remerciements pour les invitations, 851.

*Station zoologique de Naples :*

1910. M. le Ministre des Sciences et des Arts soumet à l'examen le rapport de M. De Meyer, 184; lecture des appréciations de MM. L. Fredericq,

Van Bambeke et Francotte, 327. — Rapport de M. Micheels (à l'examen), 737; lecture des appréciations de MM. Van Bambeke, Fredericq et Gravis, 791.

1912 Requête de MM. Victor Willem et Duesberg (à l'examen), 833; avis de MM. Van Bambeke, Fredericq et Ch. Francotte, 836.

### Z

*Zoologie.* Voir *Apiculture, Ornithologie, Physiologie, Physio-pathologie, Prix décennal, Prix de Selys. Réserve nationale, Station zoologique de Naples.*



## TABLE DES PLANCHES ET DES FIGURES.

---

- DE HEMPTINNE (ALEX.). Étude sur l'action chimique de l'éffluve électrique (3 figures), 842-847.
- DRAPIER (PAUL). Recherches sur la viscosité de mélanges liquides binaires au voisinage de la température critique de dissolution (10 figures), 623-644.
- FREDERICQ LÉON. Vœu pour la création d'une réserve nationale au plateau de la Baraque-Michel (1 figure), 617.
- Dissociation par compression graduée des voies motrices et arrestatrices contenues dans le faisceau de His (9 figures) 874-883.
- GOUBAU (R.). Contribution à l'étude de l'action de l'alcool éthylique sur les chlorures d'acides arylsulfoniques (2 figures), 239, 245.
- MARCHAL (ÉLIE et ÉMILE). Aposporie et sexualité chez les mousses, III (1 planche), 778.
- PIENKOWSKI (S.). Sur l'absence de l'influence de la lumière sur la conductibilité des solutions fluorescentes (2 figures), 598.
- SCHWERS (F.). Sur la densité du sucre liquide et de ses solutions aqueuses (1 planche), 516.
- VAN DER NOOT (M<sup>lle</sup> L.). Recherches expérimentales sur la tension superficielle au contact de deux liquides (2 figures), 497-498.
- VANPÉE ERNEST. Recherches expérimentales relatives à l'influence exercée par les mouvements de l'air sur la décharge électrique et le potentiel électrique (36 figures), 239-300.
- VERSCHAFFELT (J.-E.) et VAN DER NOOT (M<sup>lle</sup> L.). Sur la mesure de la tension superficielle par la méthode des ascensions capillaires (3 figures), 390-392.
- VERSCHAFFELT (J.-E.) et SCOUVART (M<sup>lle</sup> A.). Recherches expérimentales sur la forme de la surface d'onde dans les cristaux biréfringents (troisième communication) (7 figures), 14-16.
-

## ERRATA.

*Bulletin 1911.*

TH. DE DONDER, Sur les invariants intégraux relatifs et leurs applications à la physique mathématique (*Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* [Classe des sciences]. février 1911, p. 50).

Au n° 4, page 60, ligne 25, et page 61, ligne 21, *au lieu de* :  $\rho \delta x \delta y \delta z - S \nabla_x \delta y \delta z \delta t$ ,  
*lire* :  $\rho \delta x \delta y \delta z - S \rho \nabla_x \delta y \delta z \delta t$ .

Au n° 7, page 70, ligne 10, *au lieu de* : mais il faut  $\mu_{ik}$ , *lire* : mais ce symbole vaut notre  $\mu_{ik}$  ; il en résulte que la fonction caractéristique H que nous venons de calculer est *identique* à celle trouvée par M. Störmer.

## TABLE DES MATIÈRES.

CLASSE DES SCIENCES. — *Séance du 2 décembre 1911.*

Félicitations à M. Demoulin, lauréat du *Prix Bordin*, de l'Académie des sciences de Paris. . . . . 833

### Correspondance.

M. le Ministre des Sciences et des Arts transmet deux requêtes concernant la Station zoologique de Naples. — Jubilé des Universités de Christiania et de Breslau. — Travaux à l'examen. — Hommages d'ouvrages . . . . . 834

### Bibliographie.

DELAGE (YVES). — *L'année biologique (1908)*; note par M. Ch. Francotte . . . 835

### Élections.

M. Léon Fredericq élu délégué auprès de la Commission de la *Biographie nationale* . . . . . 836

Élection de la Commission spéciale des finances . . . . . 836

Discussion des titres des candidats aux places vacantes . . . . . 836

### Prix Émile Laurent.

Décerné à M. Jean Massart . . . . . 837

### Prix François Deruyts.

Décerné à M. J. Fairon . . . . . 837

### Prix Charles Lemaire.

Décerné à M. Knapen . . . . . 837

### Concours annuel de 1911.

Lecture des rapports de MM. de la Vallée Poussin et Demoulin (Mémoire sur l'ordre de la meilleure approximation des fonctions continues...) . . . 838

### Rapports.

Avis de M. Lameere (La migration des oiseaux au printemps; par Ed. Demachy) . . . . . 838

Dépôt aux archives d'un travail de M. Michaux. (Rénovation de la théorie des parallèles) . . . . . 838

### Communications et lectures.

CHIMIE. — *Quelques considérations relatives à l'action des acides sur l'amidon et la dextrine*; par W. Oechsner de Coninck et A. Raynaud . . . . . 839

PHYSICO-CHIMIE. — *Étude sur l'action chimique de l'effluve électrique* (3 fig.); par Alexandre de Hemptinne . . . . . 842

Séance du 15 décembre 1911.

### Correspondance.

Remerciements pour les invitations à la séance publique. — Décès de Sir Joseph Dalton Hooker, associé. — M. le Ministre des Sciences et des Arts communique l'arrêté royal nommant M. Ch. Francotte président de l'Académie pour 1912. — Invitation au II<sup>e</sup> Congrès de chimie et de physique, à Saint-Petersbourg. — Remerciements de M. Fairon, lauréat du Prix François Deruyts. — Travaux à l'examen. — Hommages d'ouvrages . . . 851

**Bibliographie.**

Dr VON KELLER. — <i>Gustav-Adolf Hirn, sein Leben und seine Werke</i> ; note par le chevalier Edmond Marchal . . . . .	853
M. le Secrétaire perpétuel présente la publication : <i>Les prix Nobel en 1909 et en 1910</i> . — Liste des lauréats . . . . .	854

**Rapports.**

Lecture des rapports de MM. Van Bambeke, Fredericq et Francotte, sur les demandes de MM. Victor Willem et Duesberg, relatives à la Station zoologique de Naples . . . . .	856
Rapports de MM. Stroobant et Lagrange (Sur deux des règles de prévision de M. G. Guilbert. — Réponse à M. Vincent, par G. Guilbert) . . . . .	856, 858

**Concours annuel de 1911.**

Mémoire sur la constitution physique du soleil (Rapports de MM. P. Stroobant, le Paige et Lagrange. — Prix non décerné) . . . . .	858, 859
Mémoire couronné sur l'ordre de la meilleure approximation des fonctions continues par des polynomes de degré donné. (Rapports de MM. de la Vallée Poussin et Demoulin.) . . . . .	859, 862

**Prix François Deruyts.**

Conclusions du rapport des commissaires (deuxième période) . . . . .	863
--	-----

**Prix Charles Lemaire.**

Rapport des commissaires (dixième période) . . . . .	864
--	-----

**Communications et lectures.**

PHYSIOLOGIE. — <i>Dissociation par compression graduée des voies motrices et arrestatrices contenues dans le faisceau de His</i> (9 fig.); par Léon Fredericq . . . . .	873
GÉOLOGIE. — <i>Sur la présence de silex taillés dans le limon hesbayen de Liège</i> ; par Max. Lohest . . . . .	885
MÉTÉOROLOGIE. — <i>Sur deux des règles de prévision de M. G. Guilbert. — Réponse à M. Vincent</i> ; par G. Guilbert . . . . .	886

**Élections.**

Elections aux places vacantes . . . . .	919
Préparatifs de la séance publique . . . . .	919

*Séance publique du 16 décembre 1911.*

BIOGRAPHIE. — <i>Vie et œuvre de Grégoire de Saint-Vincent</i> ; discours par J. Neuberg . . . . .	922
PHYSIQUE. — <i>La physique de laboratoire et la physique de l'espace</i> ; par J.-E. Verschaffelt . . . . .	933
Proclamation des résultats des concours annuels, des prix perpétuels et des élections . . . . .	955
 Bulletin bibliographique . . . . .	 959

**Table générale des Bulletins pour l'année 1911.**

Table onomastique. . . . .	965
Table analytique . . . . .	975
Table des planches et des figures . . . . .	983
Errata. . . . .	984

---

*Il ne sera donné suite aux demandes de combler les lacunes dans les publications de l'Académie, que pour autant que ces lacunes ne remontent pas au delà de cinq ans.*

















SMITHSONIAN INSTITUTION LIBRARIES



3 9088 01354 2774