



506,49
5675

165-792
557
A. K.

BULLETIN

DE LA

SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE

DE PARIS.

Tome huitième. — Janvier-Juin 1872.

PARIS
LIBRAIRIE F. SAVY
24, RUE HAUTEFEUILLE.

—
1872

REPRODUCED FROM
THE ORIGINAL

Le Bulletin de la SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE se publie par cahiers trimestriels depuis le mois de mars 1864. Le prix de l'abonnement est fixé à 5 francs.

ON S'ABONNE :

A la librairie F. SAVY, 24, rue Hautefeuille.

46
S6784
6e ser.
t. 8-10
1872-1873
SCNHRB

BULLETIN

DE LA

SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE

DE PARIS.

Séance du 13 janvier 1872.

PRÉSIDENTE DE M. MOREAU.

M. JOBERT fait une communication sur l'appareil tactile des doigts et la structure de la queue prenante de l'Âtèle hybride.

Sur la composition de l'air confiné soumis à diverses pressions, dans lequel sont morts asphyxiés des Oiseaux, par M. Paul Bert.

J'ai présenté l'année dernière à la Société les résultats d'expériences relatives à la composition de l'air confiné où sont morts certains animaux, lorsque cet air était sous des pressions différentes.

J'avais conclu, en résumé, que : pour les pressions supérieures à 2 atmosphères, la composition de l'air confiné était toujours telle qu'en multipliant le nombre des atmosphères par la proportion centésimale de l'acide carbonique, on obtenait un nombre constant, qui oscillait, pour les Moineaux, de 26 à 28.

Pour les pressions inférieures à 1 atmosphère, la composition de l'air était telle qu'en multipliant la pression (évaluée en centimètres) par la proportion centésimale de l'oxygène et en divisant par 76, on obtenait un nombre constant, qui oscillait, chez les mêmes animaux, de 3,3 à 3,8.

Ces expériences avaient été faites en été, à des températures de 20 ou 22 degrés, qui devaient encore s'élever dans les cloches fermées.

J'ai voulu savoir ce qui adviendrait en présence de températures très-basses, et j'ai utilisé dans ce but les froids de ces jours derniers. Voici les résultats obtenus :

Pression de 4 atm. et quart : récipient entouré d'un mélange de neige et de sel où la température s'abaisse à -10° . Il y avait pour cent dans l'air mortel : CO^2 5,6.

5 atm. — Mélange semblable : CO^2 3,4 ;

6 atm. 1/4. — Neige à 0° : CO^2 2,8 ;

Or, en été, les chiffres obtenus à ces diverses pressions étaient environ : 6,5 ; 5,6 ; 4,3.

Pression de 55° : cloche entourée de neige ; la température intérieure s'abaisse à $+2^{\circ}$. L'air ne contenait plus que 8,9 pour cent d'oxygène.

Pression de 44° : disposition semblable ; O 7,6.

Pression de 30° ; neige et sel : température intérieure -7° ; O 11. — Id. ; température intérieure -4° ; O 10,3. — Pas de mélange réfrigérant : température intérieure $+7^{\circ}$; O 9,2.

Or, en été, les résultats moyens eussent été : 4,2 ; 6 ; 8,5.

Ainsi, par une température très-basse, avec augmentation ou diminution de pression, les Oiseaux épuisent notablement moins l'air confiné avant de mourir. Les chiffres que j'avais donnés ne sont donc exacts que pour une température moyenne.

Mais cela ne change rien au sens des phénomènes et aux conclusions générales que j'en ai déduites.

Pourquoi, en effet, sans pression augmentée, l'animal meurt-il avec moins d'acide carbonique dans l'air quand il fait très-froid ? C'est que sa température s'abaisse considérablement, que la capacité de dissolution de son sang par l'acide carbonique augmente, et qu'il suffit, par conséquent,

d'une pression extérieure moindre pour en retenir dans le sang la même quantité mortelle.

Pourquoi, sans pression diminuée, reste-t-il plus d'oxygène dans l'air confiné devenu mortel ? C'est que le sang de l'animal, devenu plus froid, dissout moins d'oxygène (Claude Bernard) et que la mort par privation de ce gaz arrive en présence d'une plus forte proportion dans l'atmosphère ambiante.

Tout s'explique donc encore par les conditions physico-chimiques qui président à l'échange des gaz respiratoires.

Les Oiseaux refroidis se trouvent, par rapport à l'acide carbonique de l'air comprimé, comme les animaux à sang froid dans l'oxygène confiné. On sait que ceux-ci périssent après avoir formé une faible proportion (13 à 17) de CO_2 , et j'ai déjà montré (*Leçons sur la respiration*, p. 523) que ce fait s'explique en partie par la moins grande tension de l'acide carbonique contenu dans leur sang.

Sur l'appareil tactile des doigts et la structure de la queue prenante de l'Atèle hybride, par M. le D^r Jobert.

Dans une des précédentes séances, j'ai eu l'honneur de communiquer à la Société le résultat de recherches entreprises sur la structure anatomique de la queue prenante des Singes.

Je signalais chez l'*Ateles paniscus* une structure intime du derme de la queue complètement identique à celle des doigts, ainsi que l'absence de poils à la partie inférieure, la présence des lignes papillaires (1), et les dispositions des glandes de la sueur.

L'appareil nerveux offrait des dispositions très-re-

(1) Les lignes papillaires, en forme de V V emboîtés, ont été signalées par M. le docteur Allix.

marquables, et je décrivais avec grand soin les corpuscules de Pacini, que j'avais rencontrés à la face profonde du derme, au milieu des glandes sudoripares, des aréoles graisseuses et même plus profondément. — J'ai eu depuis la bonne fortune de pouvoir examiner la peau de la queue prenante d'un Atèle hybride à l'état frais. Après avoir dénudé le derme, j'ai pu constater de nouveau sa structure interne et les diverses dispositions observées déjà chez l'*Ateles paniscus*. Les papilles du derme sont de deux sortes, les unes simples et rares; la plupart du temps une grosse papille se divise en sous-papilles secondaires. A première vue, il est facile de constater que ces papilles secondaires ont des apparences très-différentes: les unes sont coniques à pointe à peine émoussée, elles contiennent les boucles vasculaires, qui quelquefois sont doubles et anastomosées entre elles; les autres petites papilles sont au contraire cylindriques, terminées par une surface courbe. Elles renferment des corpuscules particuliers ovoïdes, à grand diamètre dirigé suivant l'axe de la papille et offrant à considérer des noyaux transversaux dans leur paroi.

La description des corpuscules du tact observés comparativement dans les doigts du même Singe et dans ceux d'un Macaque que j'avais à ma disposition, pourrait s'appliquer aux corpuscules intra-papillaires de la queue prenante. Ils sont nombreux et situés dans des papilles le plus souvent non vasculaires. Quand un vaisseau existe dans la papille, la boucle n'arrive jamais même au niveau du bord inférieur du corpuscule nerveux; mais cette disposition est rare; le plus souvent la papille est privée de vaisseaux; un ou deux tubes nerveux très-faciles à observer montent vers le corpuscule et, comme on l'observe dans les doigts de l'Homme et des grands Singes, s'enroulent autour du petit renflement.

Les corpuscules se trouvent, en général, dans la proportion de 2 pour 5 papilles; ils varient comme dimension entre 2 et 4 centièmes de millimètre; ceux des doigts sont un peu plus considérables, ils varient entre 3 et 5 centièmes de millimètre.

Dans notre précédente communication, nous appuyant sur la structure anatomique et sur l'observation de l'animal vivant, nous considérions la queue prenante comme un véri

table organe tactile. Aujourd'hui nous venons insister sur ces mêmes conclusions, car la structure de la queue prenante, au point de vue de la disposition des nerfs, ne laisse rien à désirer comme analogie avec celle de la main, qui est l'organe tactile par excellence. Nous résumerons donc en deux lignes notre communication, qui met au jour deux faits nouveaux pour la zoologie, à savoir : la présence de corpuscules du tact dans la main des Atèles, Singes déjà inférieurs, et la présence de ces mêmes corpuscules dans la queue prenante, dont la structure est complètement analogue à celle des doigts.

Séance du 27 janvier 1872.

PRÉSIDENCE DE M. MOREAU.

M. FRIEDEL demande à passer membre honoraire.

M. GAUDRY présente, au nom de M. DE SAPORTA, membre correspondant, la première livraison d'un ouvrage sur les végétaux de l'époque miocène. Ce travail commence par l'étude des Algues ; ces cryptogames ont peu changé depuis les époques géologiques les plus reculées. Certaines Algues jurassiques ressemblent à d'autres du silurien ou des terrains tertiaires ; il y a là une sorte « d'opiniâtreté » qui est en rapport avec celle qu'on a déjà signalée chez les animaux inférieurs.

Les Dicotylédones angiospermes sont rares à cette époque dont la température était analogue à celle des régions tropicales. La végétation était pauvre et se composait de plantes à feuillage maigre et coriace. Les Cycadées étaient encore moins développées que celles de l'époque actuelle : quelques-unes avaient seulement quelques pouces de hauteur. Il y a là une grande différence avec cette houillère, et cet antagonisme devient encore plus curieux lorsque l'on compare les animaux si petits de l'époque houillère aux animaux généralement si développés de l'époque jurassique.

M. BUREAU insiste sur la persistance que présentent les types inférieurs étudiés dans la série géologique : ainsi les Lycopodes, les

Araucaria les plus anciens, sont très-semblables à ceux qui existent aujourd'hui; les types supérieurs sont, au contraire, extrêmement mobiles.

M. DARBOUX expose des théorèmes sur les surfaces cyclides.

M. JOBERT fait une communication sur les poils considérés comme organes de tact.

M. P. BERT communique le résultat de ses expériences sur l'influence des divers rayons lumineux sur la végétation.

Il rend compte ensuite d'expériences en cours d'exécution, et desquelles il résulte que l'oxygène, employé à la pression de 4 ou 5 atmosphères, tue rapidement les animaux avec de violentes convulsions.

La Société se forme en comité secret pour entendre la lecture du rapport de M. DE LUYNES sur la présentation de deux candidats dans la 2^e section; les candidats présentés sont MM. GUIGNET et SALET.

Il est procédé à l'élection de M. BOURGET comme membre de la 2^e section, et à celle de M. JORDAN dans la 1^{re} section.

Influence des divers rayons colorés sur la végétation,
par M. Paul Bert.

Je rappellerai ici que j'ai communiqué, en 1869, à la Société des expériences montrant que les Sensitives, éclairées seulement par de la lumière verte, périssent rapidement. J'ai repris ces expériences en grand, plaçant d'autres végétaux (25 espèces appartenant à beaucoup de familles) sous des châssis garnis de verres de couleur. Il y a ainsi un verre incolore, un verre blanc dépoli, un verre rouge, un jaune, un vert, un bleu. Les châssis sont placés au N. E., ne recevant que pendant peu de temps la lumière directe du soleil. A cette faible lumière diffuse, le verre rouge doit être à peu près monochromatique; le jaune, qui est assez clair doit aussi laisser passer tous les rayons avec prédominance de la région jaune; de même pour le vert, avec absorption relative beaucoup plus forte des rayons

non verts; enfin le bleu, qui est épais et foncé, doit absorber tous les rayons, sauf les bleus, les violets et un peu les rouges.

Les expériences ont commencé le 20 juin 1871. Dès le commencement de juillet, les plantes placées dans le vert souffraient évidemment. On vit bientôt après que, dans le rouge, les plantes se portaient mal; elles s'allongeaient beaucoup. Dans le jaune et dans le bleu, leur état beaucoup plus satisfaisant; dans le bleu, elles étaient plus vertes, plus fermes, mais semblaient moins s'allonger. Des graines, semées le 24 juin, ont germé partout, mais elles dépérissent dans le vert et dans le rouge.

A la fin de juillet, tout est mort dans les châssis obscurs, sauf un Sapin, une Cactée, une Capillaire et une Sélaginelle, qui sont très-jaunes et malades; les mêmes plantes seules, avec un Céleri, un Géranium, une Violette et une Joubarbe, existent encore très-malades dans le vert. La mortalité est plus forte dans le rouge que dans le jaune et le bleu, mais les apparences de santé des plantes sont très-différentes, elles sont évidemment plus mal portantes dans le rouge que dans les deux autres couleurs (jaune et bleu); elles paraissent toujours plus vigoureuses, plus vertes dans le bleu que dans le jaune. Les semis sont morts partout, excepté sous le bleu; quelques-uns vivent encore dans le jaune. Au reste, toutes les plantes sont encore vivantes dans les châssis à verres dépolis, et sont surtout vigoureuses et grandes dans le châssis à verres clairs.

Ainsi la lumière verte est nuisible aux végétaux ou plutôt ne leur est point utile et elle est pour eux comme l'obscurité. La lumière rouge leur est également peu profitable.

Or, si l'on examine au spectroscopie la lumière qui a traversé une feuille, on voit qu'elle est surtout riche en rayons verts et rouges. En augmentant l'épaisseur de la couche foliacée, les dernières couleurs qui disparaissent sont le rouge, puis le vert. Ces rayons ne sont donc point utilisés par les feuilles des plantes.

Les recherches de Cloëz et Gratiolet ont montré que la chlorophylle décompose l'acide carbonique sous l'influence de la lumière jaune avec le maximum d'énergie. Il n'est donc pas étonnant que le verre jaune se comporte mieux que le

bleu et le rouge, surtout en considérant qu'il laisse certainement passer une notable quantité de lumière blanche. Mais la réduction de l'acide carbonique n'est pas le seul phénomène à considérer. D'autres processus chimiques semblent être principalement sous l'influence des rayons bleus. Il serait donc extrêmement intéressant d'examiner la composition chimique des plantes élevées sous les verres bleus, jaunes et rouges ; j'appelle sur ce point l'attention des chimistes.

J'ai commencé, dans cette direction, des expériences où je me bornerai à déterminer le poids absolu et la quantité d'eau, de matières solides, de cendres, formées par des plantes de même espèce.

J'ai planté dans de la terre ordinaire des Haricots qui ont poussé sous les châssis colorés jusqu'à avoir une longueur de 50 à 60 centimètres. Je les fis alors dessécher à 90°. Sans parler encore des résultats différents fournis par les différentes couleurs, je fus très-étonné du fait suivant :

Les Haricots poussés dans le châssis obscur pesaient en moyenne chacun 7 grammes à l'état frais; 0^{gr},47 à l'état sec ; les Haricots dans le châssis à verre ordinaire pesaient frais 10^{gr},7; secs, 0^{gr},71. Or, un Haricot semblable à celui qui avait été planté, mis en petits fragments, puis desséché au sable chaud, jusqu'à commencement de torréfaction, pesait encore 0^{gr},95.

Je pris alors des Haricots poussés à l'air libre et dans une chambre orientée au S. E., et recevant une lumière moyenne, très-verts, ayant de 1 mètre à 1^m,40^c de haut; desséchés à 90°, ils pesaient chacun 0^{gr},85. Enfin, des Haricots plantés dans des pots pleins de bonne terre et placés dans un vaste jardin, en pleine lumière, ne commencèrent à augmenter de poids que lorsqu'ils dépassèrent 50 centimètres de longueur. Je dois dire cependant que cette dernière expérience a été faite en septembre; à une époque bien tardive pour des Haricots.

Quoi qu'il en soit, on voit que, pendant longtemps, les Haricots, même exposés à la lumière, même plantés dans de bonne terre, vivent aux dépens de leur propre substance et diminuent de poids. Cependant, par leurs parties vertes, ils fixent du carbone, mais cette fixation

n'est pas suffisante pour faire face à la déperdition. Il n'y a donc rien d'étonnant à ce que M. Boussingault ait autrefois trouvé qu'un Haricot planté dans un sol de sable lavé, et poussant dans une armoire obscure, ait, en grandissant, perdu de son poids.

Théorèmes sur les surfaces cyclides, par M. G. Darboux.

Dans un mémoire antérieur (Comptes Rendus des séances de l'Académie des sciences), j'ai étudié la classification, les sections planes et sphériques des surfaces du 4^e ordre ayant pour ligne double le cercle de l'infini. Ces surfaces comprennent, comme cas très-particulier, la cyclide de M. Dupin et elles font partie d'une classe plus générale de surfaces, nommées anallagmatiques par M. Moutard. J'ai proposé de réserver à ces surfaces le nom de *cyclides* pour rappeler leur propriété remarquable d'admettre dix séries de sections circulaires, et de se distinguer des surfaces anallagmatiques d'ordre quelconque. J'adopterai, dans ce résumé de mes recherches, cette dénomination. Quelques propositions dont j'ai fait usage à plusieurs reprises dans des communications différentes m'ont conduit à rattacher, d'une manière simple, la théorie des cyclides à celle des surfaces du second degré, et l'on peut de cette manière obtenir un grand nombre de propositions relatives aux surfaces du 4^e ordre et toutes pareilles à celles qu'on connaît pour les surfaces du second degré. J'en donnerai aujourd'hui un exemple remarquable.

On sait que les normales à une surface du second ordre divisent les trois plans principaux et le plan de l'infini en quatre points dont le rapport anharmonique est constant. On sait aussi que le pied de la normale forme avec les quatre points précédents une division qui reste homographique à une division fixe, c'est-à-dire que le pied de la normale et trois quelconques des points où elle coupe les quatre plans

indiqués plus haut donnent lieu à un rapport anharmonique constant. Enfin, un point de la normale assujéti à former avec les cinq précédents une division homographique à une division fixe, décrit, quand la normale se déplace, une surface du second degré ayant mêmes plans de symétrie que la première. Il existe pour les surfaces cyclides un théorème tout semblable qu'on peut énoncer ainsi :

Théorème I. — Soit une cyclide C et les cinq surfaces homofocales du second ordre P_i qui apparaissent dans le mode de génération des cyclides dû à M. Moutard. Une normale à la cyclide rencontre les surfaces du second degré en cinq points formant une division homographique à une division fixe (c'est-à-dire que le rapport anharmonique de quatre quelconques de ces points est constant, et on peut ajouter qu'il est égal à celui des quatre surfaces homofocales P sur lesquelles ils se trouvent). De plus, le pied de la normale sur la cyclide forme avec les cinq points précédents une division qui est homographique à une division fixe. Les points correspondants de toutes les divisions ainsi déterminées sur chaque normale décrivent des surfaces du quatrième ordre à ligne double, cette ligne double n'étant plus d'ailleurs le cercle de l'infini.

Ce théorème paraît digne d'intérêt; car il contient toute la théorie des normales, et sa dernière partie conduit à l'étude d'une correspondance, point par point, entre une cyclide et une surface du quatrième ordre H ayant pour ligne double une conique quelconque qui peut se réduire à deux droites.

Quand on étudie sur cette nouvelle surface H la conique double et les points qui lui correspondent sur la cyclide C , on trouve qu'à un point de la conique double de H correspondent deux points de C et l'ensemble de ces points constitue une courbe qui est une conique sphérique. Ainsi :

Théorème II. — Il y a sur toute cyclide une série de coniques sphériques, et les normales à la surface en tous les points de l'une de ces coniques forment une surface ayant pour ligne double une conique.

Ce théorème donne lieu à plusieurs remarques. On en déduit d'abord que toute cyclide a 30 normales doubles.

Mais on obtient des résultats plus importants en étudiant la série des coniques. Il en passe 7 par chaque point de

la surface, les sphères qui les déterminent ont leurs centres sur une cubique gauche, qui contient aussi les centres des cinq sphères S_i associées aux cinq surfaces P_i dans le mode de génération de M. Moutard. L'étude de cette cubique gauche nous conduit naturellement à la proposition suivante, dont la première partie est bien connue.

Théorème III. — Si d'un point A on mène des normales à une quadrique, les pieds des six normales sont sur une cubique gauche passant par le point A et par les sommets du tétraèdre conjugué à la surface et à toutes les quadriques homofocales.

Toute droite rencontrant en deux points cette cubique gauche est normale à l'une des surfaces

Cette cubique rencontre d'ailleurs chacune des quadriques en six points pour lesquels les normales vont concourir en un autre point de la cubique.

Elle contient une infinité de systèmes de cinq points tels que les cinq points puissent être les centres de cinq sphères orthogonales 2 à 2. (Chacun d'eux est le point de rencontre des hauteurs du tétraèdre formé par les quatre autres.)

Enfin les plans tangents aux pieds de toutes les normales qui rencontrent en deux points cette cubique enveloppent une surface de Steiner.

Le théorème I n'a pas des conséquences moins importantes relatives aux normales. On en déduit la proposition suivante, qui est fondamentale.

Théorème IV. — Les normales en tous les points d'une section sphérique de la cyclide forment une surface du 8^e ordre. Cette surface est de la nature de celles que j'ai étudiées dans un travail précédent. (Bulletin des sciences mathématiques.) Les génératrices coupent les quatre faces d'un tétraèdre en quatre points dont le rapport anharmonique est constant. La surface des normales acquiert une conique double toutes les fois que la sphère sur laquelle se trouvent les pieds des normales est orthogonale à une des cinq sphères principales S_i .

Ce théorème éclaircit la correspondance entre la cyclide C et la surface H, lieu des points divisant homographiquement toutes les normales. On voit que les droites, les coniques des deux surfaces se correspondent point par point. Ainsi,

à une série de cercles de la cyclide correspond une série de coniques de la surface H. Les normales en tous les points d'un cercle forment une surface réglée du 4^e ordre, etc.

Il résulte d'ailleurs de la détermination des points à l'infini sur toute section sphérique de la cyclide que :

Les sphères ayant leur centre sur les focales des surfaces P_i coupent la cyclide suivant des cartésiennes, quel que soit leur rayon (une cartésienne est l'intersection d'une sphère et d'une surface de révolution).

Ce théorème est une conséquence immédiate de la proposition suivante :

Si l'on coupe une cyclide par une sphère ayant son centre en O, les 4 points à l'infini de la section sphérique sont à l'intersection du cercle de l'infini et des plans perpendiculaires aux génératrices des quadriques passant en O et homofocales aux cinq surfaces P_i .

En particulier, il y a 6 séries d'ovales de Descartes, dont 2 seulement réelles. Elles avaient été déjà signalées dans mon travail antérieur.

Sur les poils du tact et la structure anatomique des rostrés de l'Ornithorhynque et de l'Echidné, par M. le D^r Jobert.

I

Dans une précédente séance, j'ai communiqué une série de recherches sur les dispositions nerveuses qui existent dans l'extrémité du groin de certains animaux chez lesquels cet organe est adapté à la fonction du toucher.

Chez le Porc, je signalais sur toute la surface du disque du groin une série de poils courts très-roides, offrant une structure identique à celle que l'on observe dans les vibrisses des moustaches. J'avais également entrepris de vérifier le travail publié cette année outre-Rhin sur la structure du

grouin de la Taupe, et j'ai eu l'occasion d'observer plusieurs faits nouveaux omis par le micrographe allemand (1). Je les signalerai plus loin. Aujourd'hui, je communiquerai à la Société les résultats de recherches complémentaires entreprises sur divers Mammifères (Chauve-Souris, Lapin, Cobaye, Taupe, Tatou, Echidné et Ornithorhynque) relatives aux organes tactiles de ces divers animaux.

J'examinerai d'abord les faits relatifs aux rapports des poils avec les nerfs. Dans le courant du mois de juin, j'adressai à l'Académie des sciences un mémoire sur la structure des ailes de la Chauve-Souris. Après de longues et pénibles recherches, je signalais autour des poils que l'on observe dans les ailes, soit isolés, soit groupés, suivant les espèces et les genres, une disposition des nerfs qui me paraissait devoir expliquer clairement la sensibilité extrême des Cheiroptères, qui, on le sait, peuvent se diriger sans le secours des yeux et des autres organes des sens, comme l'ont démontré les diverses expériences de Spallanzani et de Jurine (2).

Quelques mois auparavant, un travail sur le même sujet avait paru outre-Rhin, et les hostilités n'avaient pas permis aux recueils étrangers de pénétrer en France. J'ai pu depuis me procurer ce mémoire (3), et, après avoir essayé de vérifier les résultats qui y sont indiqués, je ne puis que les combattre et les considérer, en ce qui concerne les rapports des nerfs et des poils, comme complètement erronés. L'auteur allemand, qui reproche à Cuvier d'avoir pris des fibres élastiques pour des nerfs et qui déclare que notre grand anatomiste n'était point maître en microscopie; a oublié de faire mention dans son mémoire de la papille nourricière des poils. Il a cru observer un enroulement de tubes nerveux à moelle là même où existe cette papille dans laquelle on observe et des noyaux et souvent un capillaire sinueux. Pour lui, des nerfs pénétreraient dans le bulbe pileux, chemine-

(1) Hemier, *Recherches sur le grouin de la Taupe* (*Arch. f. micros. anat.* 1871).

(2) *Journal de Physique*, 1793 et 1798.

(3) Schobl (*Archiv. f. microscop. anat.* 1871).

raient, ainsi qu'il le figure, entre la membrane vitrée et la gaine externe épithéliale et viendraient former à la base du poil un écheveau. Quelle serait la terminaison réelle de ces tubes ? Il omet de nous le dire. Or, cette pomme de pin, comme l'appelle l'auteur allemand, se compose de la papille et de l'épithélium qui la recouvre, et, après une opération bien simple, il est facile de s'en convaincre. Si l'on fait macérer durant un temps suffisant un fragment de l'aile, qu'on enlève l'épiderme, on entraîne avec lui le poil et la gaine externe qui coiffait la papille et celle-ci apparaît nettement.

L'acide hyperosmique ne montre dans l'intérieur du bulbe aucune trace de nerfs, et la membrane externe apparaît avec des plis transversaux irréguliers et des noyaux, mais jamais on ne voit des tubes nerveux. Du reste, je terminerai cette discussion en imitant sir Lyonnell Beale, qui, dans une des séances de janvier de la Société de microscopie de Londres, mettait l'auteur allemand au défi de montrer les dispositions nerveuses qu'il avait signalées en connexion avec les capillaires. Jamais M. Schöbl ne pourra montrer des tubes nerveux là où il les a figurés, car en ce point se trouve la papille du poil, de l'existence de laquelle il ne paraît même pas se douter.

La disposition des nerfs est infiniment plus simple que celle qu'a cru voir et qu'a figurée M. Schöbl. Elle s'observe dans l'aile des Chauves-Souris, mais encore autour des lèvres des Lapins, des Cabayes, de la Taupe, dans l'oreille du Rat et de la Souris, où M. Schöbl retrouve l'écheveau nerveux en omettant toujours la papille ; il est probable qu'elle existe dans tous les Mammifères, où il sera facile, du reste, de la vérifier.

Les poils tactiles, décrits depuis longtemps en France par MM. Andral et Gratiolet, n'existent pas qu'aux moustaches ; on les retrouve en grande abondance au-dessus de la lèvre supérieure, de la lèvre inférieure, sur les parties latérales du nez ; ils sont très-courts et si nombreux que, si l'on enlève l'épiderme par macération dans l'acide acétique, le derme apparaît piqué de petits points rougeâtres qui ne sont autre chose que les bulbes des poils colorés par le sang renfermé dans le sinus du follicule. Dans le grouin de la Taupe et du Hérisson, sur les parties latérales, les poils abondent ; ils

sont très-roides, ne dépassent pas les autres, et il est facile de constater que des nerfs considérables viennent se mettre en connexion avec leurs bulbes.

En 1866, un travail a paru en Allemagne indiquant le trajet de ces nerfs dans le bulbe et la terminaison. Il est cependant une disposition qui n'a pas été indiquée et qu'il est facile de voir sur le grouin de la Taupe surtout; les nerfs, cheminant autour de la membrane vitrée, viennent surtout se terminer à la partie supérieure au point où le sinus cesse d'exister. De plus, outre les nerfs qui ont pénétré par la partie inférieure, d'autres tubes à moelle s'observent venant, comme chez les Chauves-Souris, de la partie superficielle du derme et presque parallèlement à sa surface, pénètrent dans la membrane du bulbe et viennent se terminer, après avoir décrit un trajet circulaire, à la surface de la membrane vitrée, et peut-être dans son épaisseur. Le poil se trouve donc déjà enveloppé par une sorte de collier nerveux. Mais outre ces poils à sinus qui sont bien connus et qui existent en si grand nombre, d'autres poils plus grêles s'observent dans lesquels manque le sinus sanguin. Vers ceux-là se dirigent des tubes nerveux à moelle qui viennent s'enrouler autour du bulbe, comme dans le cas précédent, dans cette partie qui est immédiatement située au-dessous du point où débouchent les conduits des follicules sébacés. Cette disposition est extrêmement facile à constater. En ce point, que l'acide osmique colore tout particulièrement, s'observent de longs noyaux à reflets graisseux qui ressemblent beaucoup à ce que Odenius a figuré comme terminaison de nerfs dans le bulbe. Si l'on enlève par macération le poil, ce collier apparaît d'une façon très-nette, et sur des coupes longitudinales du derme, on voit très-bien les sections des tubes nerveux. Nous voici donc en présence d'une nouvelle disposition des nerfs qui certainement est adaptée à la fonction du toucher, comme nous le disions plus haut; nous la retrouvons dans la Taupe et le Lapin; elle existe dans le Tatou et plus loin nous servira à expliquer un autre mode de terminaison. Ce que nous avons observé et décrit dans l'aile de la Chauve-Souris est complètement analogue. Les tubes nerveux qui, suivant M. Schöbl, descendraient dans le

bulbe, entourent le poil, plusieurs tubes se terminent autour du poil, d'autres continuent leur trajet, montent vers la surface, perdent leur myeline, et passant à l'état de fibres pâles viennent se terminer en grand nombre dans le petit mamelon dermique, au centre duquel s'élève le poil, et surtout dans la partie du derme qui entoure cet organe. Dans le Lapin, la Taupe, pareille disposition existe : on voit des tubes se terminer dans le petit mamelon du derme, au centre duquel se trouve le poil, et dans ces animaux existe ce réseau de fibres pâles signalé déjà par Kolliker dans la Musaraigne, le Rat, la Souris, la Chauve-Souris et que nous avons retrouvé dans des Mammifères plus élevés, Chien, Lapin et jusque dans la queue prenante d'un Singe, le Sajou.

Nous n'insisterons pas davantage sur ce mode de terminaison des nerfs autour des poils, il est extrêmement facile de le constater, et presque tous les poils le présentent d'une façon très-évidente. Dans l'oreille du Surmulot, nous avons pu isoler autour du poil, dans le mamelon, une série de fibres cellulaires absolument analogues à celles que l'on observe sur les vaisseaux de cette partie de l'organisme. Ces mêmes éléments se voient très-bien dans les mamelons de l'aile de la Chauve-Souris. Nous n'avons pas observé de noyaux caractéristiques des fibres musculaires, qui, du reste, après macération dans l'acide acétique affaibli, ne se voyaient pas davantage sur les fibres contractiles des parois des vaisseaux. Tout me porte à croire que ce sont bien là des fibres lisses. J'ai commencé de nouvelles recherches et j'en ferai connaître le résultat à la Société.

Ce mode de terminaison, que nous avons constaté dans les ailes des Cheiroptères de nos pays, existe également autour des lèvres de certains genres exotiques. Nous l'avons constaté chez un Molosse (*Molossus plicatus*) ; entre le nez et la lèvre s'observent de petits poils très-roides qui sont tactiles, et, pour en finir avec ce sujet, signalons encore la disposition des grandes vibrisses des Cheiroptères de nos pays. A l'entrée de l'oreille externe, sous le menton, se voient des groupes de longs poils à sinus sanguins. Chez les Oreillardes, des groupes de poils disposés sur plusieurs lignes tapissent la surface interne de l'oreille externe et la disposition nerveuse

observée dans l'aile se retrouve; les glandes sudoripares déjà décrites par Leydig, avec leur enveloppe musculaire, s'y retrouvent aussi; mais, contrairement à ce qu'a avancé le professeur de Tubingue, leurs conduits ne débouchent pas dans le bulbe du poil; chaque glande s'ouvre au dehors par un orifice spécial, comme on peut le voir sur l'épiderme détaché et étalé.

II

Dans le courant de l'année dernière, comme nous le disions plus haut, a paru outre-Rhin un travail sur les terminaisons nerveuses du grouin de la Taupe; l'extrémité du disque seul a été étudiée, les poils du tact n'ont point été signalés, et relativement au corpuscule du tact qui iraient, suivant l'auteur allemand, jusqu'à la cinquième couche de cellules, je n'ai pu vérifier cette affirmation; des enfoncements de l'*epithelium* ont lieu dans le derme et des tubes nerveux viennent se mettre en connexion avec eux; mais les corpuscules de Krause que l'on observe ne pénètrent pas dans l'*epithelium*. Je n'ai pas été plus heureux dans mes recherches pour retrouver les tubes variqueux signalés par l'anatomiste allemand. Mais voici ce que j'ai observé, et je tiens mes préparations à la disposition de la Société. Les tubes nerveux, au contact de ce derme modifié devenu plus dense et qui forme une sorte de capsule qui enveloppe les cellules de Malpighi, perdent leur moelle et vont cheminer dans les parois de cette capsule dermique. On les voit se continuer par des fibres pâles qui offrent des renflements fusiformes sur leur trajet; ces fibres se divisent en filaments plus fins offrant eux-mêmes des renflements triangulaires ou irrégulièrement polygonaux, des angles desquels partent des filaments qui viennent se perdre jusqu'à la surface. Pénètrent-ils dans l'épiderme en ce moment? Ils sont à peine mesurables, vu leur extrême gracilité. Je n'ai pu constater leurs connexions avec les cellules épidermiques. Quoi qu'il en soit, cette disposition si évidente a été omise outre-Rhin. Ces corps épidermiques se retrouvent dans l'extrémité du

grouin de la Chauve-Souris. Dans le *Vesp. murinus* de nos pays, ils sont très-gros et reçoivent aussi des nerfs nombreux. Dans le Tatou, au grouin, à la muqueuse palatine, nous retrouvons pareille disposition; mais ici, comme dans la Taupe, les corps épidermiques sont énormes, visibles à l'œil nu; un faisceau de tubes nerveux, souvent deux, montent vers eux. Le derme qui les entoure est aussi plus dense. Avant d'entrer en connexion avec lui, les nerfs décrivent des trajets sinueux contournés en spirales irrégulières, comme on l'observe quelquefois au voisinage des corpuscules de Pacini. Que deviennent-ils? Ils rampent sur la surface de ce derme, y pénètrent et se continuent après des fibres pâles très-visibles, mais dont nous n'avons pas vu la terminaison ultime. A côté de ces corps épidermiques entourés par le derme modifié se trouvent des poils autour du bulbe desquels viennent également s'enrouler des tubes nerveux en grand nombre. Ces poils alternent avec les papilles d'une façon très-irrégulière. Frappé de ce fait, en présence de l'analogie d'aspect qui existe entre la membrane externe du bulbe des poils et le derme modifié qui entoure les enfoncements épidermiques d'une part, et, d'autre part, comparant l'aspect général de ces corps spéciaux avec les poils à une certaine phase de leur développement, nous pensons que peut-être, au lieu d'organes spéciaux, il n'existe là qu'un arrêt de développement de poils que nous avons rencontré normalement développés sur le grouin du Porc, par exemple. Outre la présence de ces corps de nature épithéliale avec lesquels les nerfs viennent se mettre en connexion, il existe une disposition très-élégante du muscle rétracteur du grouin, dont les fibres vont s'épanouissant en éventail et viennent se terminer presque à la partie superficielle du derme. Nous reviendrons, dans une autre communication, sur le mode de terminaison, qui, du reste, peut s'observer également dans le grouin du Porc et de la Taupe.

III

Je terminerai cette communication en indiquant sommairement les particularités anatomiques qu'il m'a été donné

d'observer chez deux animaux très-rarement étudiés, à savoir : l'Ornithorhynque et l'Echidné. MM. A. Milne-Edwards et Allix ont bien voulu mettre à ma disposition des fragments du rostre de ces animaux.

Chez l'Ornithorhynque, le pseudo-bec n'est pas formé, comme chez les Oiseaux, par une véritable corne sous laquelle se trouve cette membrane épaisse, résistante, dans laquelle cheminent les faisceaux nerveux qui quelquefois, comme chez le Canard et divers Oiseaux, se terminent dans son épaisseur sous les diverses couches formant la corne, ou bien continuent leur trajet dans les papilles de l'extrémité et des parties latérales du bec, où ils se terminent dans des corpuscules qui ont été si bien étudiés chez le Canard par M. Grandry et décrits aussi par Leydig chez les Bécasses.

Le tégument du bec supérieur et inférieur ressemble absolument à celui de la partie inférieure de la queue, qui est, on le sait, privé de poils.

L'épiderme est très-épais, très-résistant; on distingue très-bien ses deux couches. Au milieu d'elles et réunies par groupes de trois à cinq, montent de très-longues papilles essentiellement vasculaires. On y voit monter des capillaires quelquefois au nombre de deux, décrivant des anses anastomosées entre elles. Le réseau sanguin sous-épidermique est très-beau. Ces papilles sont très-longues, presque filiformes, simples et visibles à l'œil nu; quelques-unes mesurent près d'un millimètre de long. Au milieu de ce groupe formé par leur réunion montent, des profondeurs du derme, se dirigeant vers l'extérieur, des conduits de glandes en tubes enroulés, analogues, comme structure et comme aspect, aux glandes sudoripares des Mammifères supérieurs. Ces glandes sont peu nombreuses; sur une coupe d'un demi-centimètre j'en compte douze. Comme chez les Mammifères, l'épiderme présente dans sa partie profonde un renflement où pénètre le conduit glandulaire. Celui-ci, avant d'y pénétrer, se renfle, puis, dans la partie profonde, décrit un trajet sinueux et devient rectiligne dans la couche superficielle. Puis de la surface il s'élargit de nouveau en entonnoir. Ce sont ces orifices qui apparaissent à l'œil nu sous forme de petits points noirs. Il n'existe pas de poils sur cette partie du tégument; sa partie supérieure de l'épiderme est teintée de

jaune ; les couches profondes sont pigmentées. Chez un Ornithorhynque très-jeune, ces glandes étaient à peine formées et ressemblaient à des enfoncements en doigts de gant du derme où aurait pénétré la couche de Malpighi. Le derme est très-épais, très-résistant et formé par un feutrage très-épais de fibres lamineuses. Au milieu du bourrelet dont l'ensemble constitue le bord du pseudo-bec, les os viennent se terminer sous la forme d'une lamelle cartilagineuse entourée d'une membrane fibreuse très-épaisse. Ce cartilage se termine par un bord arrondi.

Il n'est pas difficile de suivre les trajets des faisceaux nerveux, qui sont très-abondants dans cette région où, du reste, Blainville avait signalé leur présence.

De gros faisceaux nerveux montent obliquement vers la partie superficielle du derme et viennent se mettre en rapport avec des enfoncements du derme qui existent entre deux papilles décrivant, comme nous l'avons vu chez le Tatou, des sinuosités. L'épiderme semble modifié, comme il apparaît chez la Taupe à l'extrémité du grouin ; cependant nous n'avons pu que constater l'arrivée des faisceaux de tubes au contact du derme, qui est plus dense autour de ces enfoncements épidermiques. Ce mode de terminaison est analogue, on le voit, à celui observé chez le Tatou, la Taupe, le Hérisson, et, à en juger par la structure du bec, l'Ornithorhynque serait plus voisin des Insectivores que des Oiseaux aquatiques. Cette structure est la même pour la peau de la partie inférieure de la queue et celle du bord inférieur du bec ; dans ce point cependant, une particularité intéressante est à noter : sur les parties latérales du bec inférieur, dans l'intérieur de la bouche, on voit des stries transversales, succession de crêtes et d'enfoncements qui rappellent l'aspect du bec du Canard, par exemple. Chaque crête n'est autre chose qu'une longue papille sur laquelle se dressent de petits groupes de papilles secondaires ; les mêmes glandes et les mêmes dispositions nerveuses s'y retrouvent ; la peau des faces plantaires et palmaires est fort épaisse, fort résistante, les papilles sont très-petites et les glandes rares. Nous n'avons pu y trouver de terminaisons nerveuses.

Chez l'Échidné se retrouve une disposition analogue, mais les papilles ne sont plus groupées comme chez l'Ornitho-

rhynque, elles sont régulièrement placées à côté les unes des autres; les glandes s'y observent aussi, mais très-rares et descendant peu profondément : les capillaires qui montent dans les papilles sont d'un diamètre relativement très-grand; cette dimension frappe tout d'abord l'œil de l'observateur. — Nous n'avons pas constaté la présence du cartilage central qui existe chez l'Ornithorhynque. L'épiderme est également différent; il est très-fortement pigmenté de noir dans la couche de Malpighi, et on ne trouve pas à sa partie supérieure les orifices en entonnoir des canaux glandulaires.

Quant aux terminaisons des nerfs, elles s'observent plus facilement encore peut-être que chez l'Ornithorhynque, c'est le même mode. Des faisceaux de tubes nerveux montent vers l'épiderme, mais la couche de Malpighi, en ces points, ne descend pas aussi bas que les autres intervalles papillaires, et il m'a été impossible de trouver sur ces animaux conservés depuis longtemps dans l'alcool autre chose que ces terminaisons apparentes.

Sur l'ouvrage de M. de Saporta intitulé : Plantes jurassiques de la France, par M. A. Gaudry.

Le comité de la *Paléontologie française* vient d'adopter une mesure qui est en usage pour les publications de la Société paléontographique de Londres et pour les *Paleontologica* d'Allemagne. Il admettra dorénavant des études sur les plantes fossiles en même temps que sur les animaux. Cette innovation sera sans doute bien accueillie, non-seulement par les botanistes, mais encore par ceux qui se vouent surtout à l'étude des animaux, car la détermination des lois qui ont présidé au développement des végétaux doit éclairer l'histoire du monde animal.

Le premier travail sur les végétaux fossiles publié dans la *Paléontologie française* est la description des plantes juras-

siques, par un savant d'une habileté bien connue, M. de Saporta. Les flores du terrain houiller de la France ont été étudiées par M. Ad. Brongniart; celles du trias l'ont été par M. Schimper; celles des formations tertiaires, par M. de Saporta et M. Watelet; mais les végétaux jurassiques de notre pays avaient encore été à peine déterminés.

M. de Saporta commence son travail par l'examen des Algues. Il note la persistance opiniâtre (ce sont ses propres expressions) de plusieurs types d'Algues, Chondrites, Syphonites, Cancellophycus; certaines formes du milieu du secondaire ont eu une grande ressemblance avec des espèces du silurien et avec des espèces tertiaires. Cette persistance des végétaux inférieurs ne saurait étonner un savant comme M. de Saporta, qui a des connaissances étendues dans diverses branches de la paléontologie, car il n'ignore pas que l'étude des fossiles a souvent fourni l'occasion d'observer que les animaux peu élevés en organisation ont une longévité bien supérieure à celle des Quadrupèdes les plus perfectionnés. On dirait que les êtres les plus simples ont été moins délicats, moins susceptibles d'être impressionnés par les changements géologiques.

Après l'examen des Algues, M. de Saporta aborde celui des plantes terrestres: Equisétacées, Fougères, Conifères, Cycadées, rares Monocotylédones. Il ne cite pas de dicotylédones angiospermes. Les plantes qu'il a observées lui indiquent que la France avait, à l'époque jurassique, une moyenne annuelle de 25° C., c'est-à-dire à peu près la même température qui existe aujourd'hui dans les contrées tropicales. A en juger par les données actuelles, on devrait croire que la végétation a été pauvre, monotone, composée presque partout d'essences coriaces au feuillage dur et maigre; les Cycadées jurassiques étaient encore plus petites que les Cycadées actuelles. La végétation semblerait à cet égard avoir formé un étrange contraste avec le monde animal. En effet, à l'époque de la houille, quand elle était luxuriante, les êtres terrestres étaient chétifs; des Insectes, des Scorpions, des Mille-Pattes, des Reptiles, en général de petite taille, troublaient seuls le silence des vastes forêts houillères. Au contraire, à l'époque jurassique, le monde animal avait conquis sur la terre ferme une grande impor-

tance ; à la vérité, on ne voyait pas encore des Mammifères aussi nombreux et aussi perfectionnés que ceux de l'époque tertiaire, mais les Reptiles s'étaient beaucoup développés ; tandis que des Ichthyosaures, des Plésiosaures, des Téléosaures régnaient dans les mers, les Héridosaures, les Mégalosaures régnaient sur les continents. Faut-il penser que ces puissants Quadrupèdes avaient pour domaines les campagnes dont la végétation était rare et débile ?

Séance du 10 février 1872.

PRÉSIDENCE DE M. MOREAU.

M. PASTEUR demande à passer membre honoraire.

M. TRANSON offre, de la part de M. Fraisse, une brochure intitulée : *Sur l'entreprise de la correction des eaux du Jura (Suisse) : décrète par les Chambres fédérales.*

M. J. CHATIN fait une communication sur la myologie de l'*Hyæmoschus* et sur les affinités zoologiques de cet animal.

M. DE CALIGNY adresse une note sur une application de ses moteurs hydrauliques oscillants à la manœuvre de certains barages mobiles.

M. BERTRAND présente une seconde note sur les Abiétinées.

M. VAILLANT expose ses recherches sur un appareil glandulaire observé dans le système musculo-cutané de l'*Oncidium celticum*, Cuv.

M. JOBERT croit que cet appareil est analogue à celui qui a été décrit par Semper dans les *Helix* sur les côtés de la glande pédieuse, et à celui qu'il a trouvé lui-même sur les parties latérales du pied dans ces mêmes animaux.

M. BUREAU annonce qu'il a reçu, de la Nouvelle-Calédonie, une tige de Calamite se rapprochant beaucoup du *Calamites Suckowi* qu'on trouve dans nos contrées, ce qui confirmerait l'opinion généralement admise sur l'identité de la flore houillère dans tous les pays.

M. TRANSON donne une analyse du travail présenté par lui au nom de M. FRAISSE.

MM. DAUSSE et LEVY échangent, à ce sujet, quelques observations.

MM. DAUSSE et TRANSON présentent M. FRAISSE au titre de membre correspondant.

M. de Caligny a fait dans cette séance une communication sur une application de ses moteurs hydrauliques oscillants à la manœuvre de certains barrages mobiles.

On sait que pour manœuvrer certains barrages mobiles, on a besoin d'une partie assez notable de la chute d'eau formée par le barrage relevé. M. de Lagrené, ingénieur des ponts et chaussées, a appelé sur ce sujet l'attention de M. de Caligny, en l'engageant à chercher si les moteurs hydrauliques précités ne pourraient pas servir à diminuer cette difficulté. M. de Caligny pense qu'une classe de ses moteurs sera propre, plus que les autres, à résoudre le problème. Il s'agit de ceux dans lesquels la force vive étant emmagasinée par l'écoulement de l'eau dans un tuyau de conduite, est employée à agir ensuite par aspiration sur la résistance à vaincre. On conçoit, en effet, que l'effort exercé en vertu de l'aspiration d'une colonne liquide *en mouvement* n'a pour limite que la pression atmosphérique, même quand la vitesse de la colonne liquide aspirante n'a été engendrée que par une très-petite chute. Il résulte de ce principe qu'on pourra établir des barrages mobiles du genre, par exemple, de celui de M. Desfontaines, en n'ayant en général besoin pour les faire fonctionner que de chutes petites par rapport à la fraction de la chute totale qui semblait nécessaire.

Il y aura même lieu d'examiner si, sans aucune chute bien sensible, la vitesse résultant alternativement dans un tuyau de conduite du choc de l'eau d'une rivière sur l'entrée convenablement évasée de ce tuyau, ne sera pas suffisante pour produire l'effet voulu, au moins dans certaines circonstances.

Un des moteurs hydrauliques à *aspiration* dont il s'agit a une soupape cylindrique qui peut être directement soulevée

par un flotteur, si le niveau de l'eau d'une rivière est monté assez haut. Une soupape de ce genre peut aussi être soulevée par un balancier à contrepoids, si le niveau de cette rivière est descendu assez bas pour que le contrepoids, qui peut être un flotteur, soit découvert convenablement. On conçoit d'après cela comment un barrage peut être rendu automobile au moyen de ce genre d'appareils. M. de Caligny reviendra sur ces détails; mais son seul but aujourd'hui est d'exposer le plus succinctement possible le principe au moyen duquel on peut en général diminuer beaucoup la hauteur de la portion de barrage fixe qui semblait indispensable pour faire fonctionner convenablement certains barrages mobiles dans des conditions données.

Sur un appareil glandulaire observé dans le système musculo-cutané de l'Oncidium celticum, Cuv., par M. Léon Vaillant.

Dans une précédente communication, j'ai exposé à la Société les principaux faits relatifs aux mœurs et à la station de l'*Oncidium celticum*, telles que j'ai pu les observer dans les environs de Saint-Malo. Je désirerais aujourd'hui indiquer quelques particularités relatives à la structure de l'enveloppe musculo-cutanée de cet animal, dont je poursuis encore en ce moment l'étude anatomique.

Ce mollusque, dont la taille extrême peut aller jusqu'à 0^m,02 ou 0^m,03, est convexe en dessus, plan en dessous, d'un vert bouteille très-foncé à la face dorsale, un peu plus gris sur le pourtour de la face ventrale qui encadre d'une bordure plus sombre le pied, dont la couleur est d'un jaune ocreux pâle. Vers la bouche, on voit deux gros prolongements tactiles noirâtres. La partie convexe du dos est couverte d'élevations coniques que MM. Audouin et Milne Edwards ont comparées à celles qu'on remarque sur certaines Doris. Ces

espèces de verrues sont de tailles diverses, de telle sorte que de distance en distance on en trouve de plus saillantes; sur les bords, là où la face supérieure se réunit à la face ventrale en formant un biseau, ces élévations forment des dentelures très-visibles si l'animal est sur une surface un peu claire, d'autant plus qu'en ce point les verrues saillantes sont plus développées que partout ailleurs, on y observe qu'entre deux grandes élévations il s'en trouve environ trois ou quatre petites au moins à la partie moyenne, car en avant et en arrière les grandes élévations se rapprochent.

La structure de la peau, dans sa constitution générale, ne présente rien de particulier, et je ne crois pas devoir y insister ici longuement. On y trouve comme d'ordinaire une fine cuticule isolable par la macération sur toute la partie colorée du corps, car elle paraît s'arrêter au sillon péripédieux qui sépare du pied proprement dit le cadre coloré de la face ventrale. Au dessous existe la couche de cellules habituellement désignée sous le nom de matrice de la cuticule; au milieu des éléments qui la composent on voit, de distance en distance, des glandes unicellulaires dont la transparence tranche vivement sur la teinte foncée des cellules de la matrice. Après cette couche viennent les plans musculaires, dans le détail desquels il me paraît inutile d'entrer ici et qui offrent une épaisseur variable suivant les points que l'on considère. C'est ainsi que sur la ligne médio-dorsale ils ont à peine un demi-millimètre sur l'animal contracté, tandis que sur les côtés ils mesurent près de quatre millimètres. La dernière couche du tégument est la cuticule interne qui tapisse la face externe de la cavité viscérale; elle est remarquable sur toute la partie qui répond aux portions dorsale et latérale par une grande abondance de cellules irrégulières et munies de prolongements anastomotiques, cellules chargées d'un pigment noir qui communique cette teinte à cette couche.

On rencontre en outre dans le tégument un ensemble de glandes constituant un appareil qui, par son développement, me paraît jusqu'ici tout à fait spécial à ces animaux et n'a jamais, à ma connaissance, été signalé chez aucun autre Mollusque. Ces organes sont placés dans l'épaisseur des plans musculaires, là où ils atteignent leur plus grande épaisseur, au point de

réunion de la face dorsale et de la face ventrale ; leur forme est très-régulièrement sphérique. Chacun d'eux est absolument libre au milieu des tissus, excepté en dehors, où se trouve le canal excréteur ; on en compte onze de chaque côté, en tout vingt-deux. Le volume de ces corps est relativement assez considérable ; les plus gros ont au moins un millimètre de diamètre, ils sont situés à la partie moyenne du corps ; en avant et en arrière leurs dimensions sont moindres, sans jamais tomber au-dessous d'un demi-millimètre ; elles sont donc toujours parfaitement visibles à l'œil nu, avec quelque attention il est vrai, car leur couleur, quoique d'un blanc un peu plus franc, est cependant peu différente de la couleur grisâtre des fibres musculaires qui les entourent.

La structure de ces organes est d'une grande netteté, au moins pour ce qu'il y a de plus essentiel à reconnaître dans un appareil glandulaire. Extérieurement il existe une enveloppe propre résistante, facile à isoler du contenu, libre en dehors, comme je l'ai dit plus haut, et en continuité seulement avec le canal excréteur ; son épaisseur est de $0^{\text{mm}},023$ à $0^{\text{mm}},025$. Quant à sa structure, à en juger par les coupes faites sur des individus durcis par différentes méthodes, en particulier par l'acide chromique en solution faible, elle paraît de nature fibreuse ; au moins distingue-t-on des lignes, des traits concentriques qui semblent la diviser en couches superposées.

Lorsqu'on a déchiré cette enveloppe, on met à découvert une quantité d'acinis glandulaires en forme de culs-de-sacs simples. Chacun d'eux est en massue, long de $0^{\text{mm}},274$, large au fond de $0^{\text{mm}},035$ et de $0^{\text{mm}},026$ à leur extrémité rétrécie ; la paroi m'a paru très-mince et mesurer environ $0^{\text{mm}},001$. Dans la partie renflée on distingue fort bien une grosse cellule de $0^{\text{mm}},035$, transparente, à contour net, munie d'un noyau de $0^{\text{mm}},011$; en outre, en ce point la cavité paraît doublée d'un épithélium nucléaire dont les éléments ont $0^{\text{mm}},006$. Ce revêtement ne s'étendrait que sur la moitié de la longueur ; le reste, en étant dépourvu, constituerait une sorte de canal excréteur, mais cet épithélium ne se voit qu'au bout d'un certain temps, alors que l'eau ou d'autres réactifs ont agi sur la substance ; il ne m'a pas

été possible de l'isoler, c'est pourquoi je garde quelque doute sur sa réalité. Ces culs-de-sac, dont je n'ai pu apprécier le nombre avec une exactitude suffisante, ont tous leur grosse extrémité tournée vers la périphérie; ils rayonnent du centre, ou, pour parler plus exactement, d'une cavité arrondie occupant l'espace compris entre le centre et l'orifice interne du canal excréteur. Cette cavité, dans laquelle débouchent tous les acinis, doit jouer le rôle de réservoir du produit sécrété.

Quant au canal excréteur, il est en continuité de tissu avec la membrane propre dont il semble n'être qu'un prolongement. Son diamètre est d'environ $0^{\text{mm}},035$ avec une paroi épaisse de $0^{\text{m}},004$. N'ayant pu examiner ce canal isolément, je ne puis dire quelle est la nature des éléments qui le composent. Son orifice externe s'ouvre juste au sommet des grosses verrues saillantes que j'ai signalées plus haut au pourtour du manteau.

Quel est l'usage physiologique de ces glandes? c'est ce qu'il est difficile de dire d'une manière absolue, et il faut se contenter d'émettre des hypothèses plus ou moins probables. En cherchant à isoler ces glandes, à l'état aussi frais que possible, j'incisais avec des ciseaux fins le bord dorso-ventral; à la suite de cette irritation vive, j'ai vu perler, à l'extrémité de chacun des gros tubercules latéraux, une goutte d'un liquide laiteux, opalin, qui très-évidemment est le produit sécrété par les glandes en question, car il n'apparaît pas sur les autres tubercules. Ce liquide ne semble pouvoir avoir que deux usages, ou de lubrifier la surface cutanée à la manière d'un mucus, ou d'être destiné, par ses propriétés spéciales, à repousser les attaques d'animaux ennemis. Le premier rôle appartenant d'ordinaire aux glandes unicellulaires de la matrice de la cuticule, c'est plutôt la seconde manière de voir qu'il faudrait adopter. Je dois dire que, ni par l'odorat, ni par le goût, je n'ai pu constater aucune propriété spéciale à cette sécrétion. Il convient de faire remarquer d'abord que la petite quantité de ce liquide qu'on a à sa disposition peut être la cause de ce résultat négatif, en second lieu que ces recherches ont été faites sur des animaux conservés depuis plusieurs mois dans un vase avec une très-petite quantité d'eau de mer non renouvelée, sans aucune nourri-

ture, conditions défavorables, qui peuvent ne pas être sans influence sur l'état de la sécrétion.

Comme je l'ai dit, un appareil sécréteur semblable n'a, je crois, été signalé jusqu'ici chez aucun autre Mollusque; les glandes muqueuses décrites par Semper (1857) chez l'Arion sur les bords du pied, celles mêmes qu'il a trouvées dans la glande pédieuse du *Limax agrestis* et les organes analogues indiqués par M. Jobert (1871) chez l'*Helix pomatia* sont loin d'atteindre ce degré de complication; il serait curieux d'examiner sous ce point de vue des Gastéropodes plus voisins des Onchidies, tels que les Veronicelles.

Sur la myologie de l'Hyæmoschus, par M. le Dr J. Chatin.

Les recherches anatomiques entreprises, durant ces dernières années, sur quelques genres peu connus ont montré que des liens de parenté manifestes existent entre les Mammifères ruminants et certains Pachydermes; aussi, la plupart des zoologistes s'accordent-ils à reconnaître que la limite tracée par Cuvier entre ces deux ordres est beaucoup trop tranchée et tend à s'effacer sur plusieurs points.

Le chaînon qui sert à relier ces deux groupes nous est fourni par la petite famille des Chevrotains proprement dits ou Tragulidés. Les Tragules, en effet, par la disposition des membranes qui entourent le fœtus, par la conformation de l'appareil digestif et par quelques particularités ostéologiques, s'éloignent beaucoup des Ruminants pour se rapprocher de certains Pachydermes et particulièrement des Porcins. Le genre *Tragululus* est aujourd'hui bien connu et les différentes espèces qui le composent ont été étudiées à tous les points de vue. Le genre *Hyæmoschus*, qui ne compte qu'une seule espèce vivante, l'*H. aquaticus* (Ogilby), confinée sur certains points de la côte occidentale d'Afrique, s'é-

loigne davantage encore du type Ruminant, les caractères ostéologiques de ses membres rappelant ceux des Porcins, ainsi qu'on va le voir.

Cette espèce est malheureusement fort rare : un squelette se trouvait au Musée britannique de Londres, le Muséum de Paris possédait la tête et les os des membres d'un jeune individu ; ces seuls matériaux ont pu être mis en œuvre pour les recherches des anatomistes. Récemment M. Flower, conservateur du Musée des chirurgiens de Londres, put étudier l'appareil digestif de l'*Hyæmoschus* et reconnut que l'estomac est construit sur le même plan que celui des Chevrotains véritables. Mais l'histoire anatomique de ce genre intermédiaire était loin d'être complète et l'on ne possédait pas toutes les données nécessaires pour permettre l'appréciation exacte des affinités naturelles de cet animal. Une circonstance heureuse m'a permis d'ajouter quelques détails à ceux que l'on connaissait déjà sur l'anatomie de ce Tragulide : M. Milne Edwards ayant pu se procurer le corps conservé dans l'alcool d'un *Hyæmoschus* adulte, a bien voulu le mettre à ma disposition, et j'ai pensé qu'il y aurait un intérêt véritable à chercher si les particularités myologiques étaient en rapport avec les modifications que présente le squelette, s'il y avait dans la disposition du système musculaire des différences profondes entre l'*Hyæmoschus* et les Ruminants typiques tels que les Cerfs, les Antilopes ou les Moutons, et si l'on ne retrouverait pas sous ce rapport, chez ce Chevrotain, le même plan organique que chez les Porcins.

C'est dans ce but que j'ai entrepris ces recherches, pensant que tout ce qui pouvait contribuer à jeter quelque lumière sur l'organisation de ces types intermédiaires, si curieux à étudier, ne devait pas être négligé. Mais, avant de commencer la description des particularités que j'ai remarquées dans les muscles de l'*Hyæmoschus*, je crois utile de rappeler brièvement quel est l'état de la science relativement à cet animal.

Dans la séance de la Société zoologique de Londres du 26 mai 1840, M. Ogilby fit connaître une nouvelle espèce de Chevrotain bien distincte par sa taille, son pelage et sa répartition géographique de tous les représentants de ce groupe alors connus ; cet animal, qui ne se rencontre qu'à Sierra-Leone et au Gabon, y est ordinairement désigné par

les habitants sous le nom de *Biche-Cochon* (1), car ses jambes courtes et massives lui donnent l'aspect du dernier de ces animaux, tandis que, sous d'autres rapports, il se rapproche des Cerfs et des Antilopes; on verra par la suite que l'anatomie justifie pleinement cette dénomination vulgaire. Ogilby donna à cette espèce le nom de *Moschus aquaticus*, la rangeant ainsi dans le même genre que le Porte-Musc du continent Asiatique et que les petits Chevrotains de l'Inde et de l'Archipel Indien (2).

Cinq ans après, le docteur J.-E. Gray reconnut que ces animaux ne font évidemment pas partie du même groupe générique (3). Ainsi, en 1843, MM. Falconer et Cautley établirent (4) que, contrairement à ce qui existe chez les Ruminants, le pied du *Moschus aquaticus* ne constitue pas un « canon », car les métacarpiens sont tous parfaitement libres. M. P. Gervais indique même, dans son Histoire des Mammifères, qu'il en est ainsi des pattes postérieures; mais il a été trompé par l'âge de l'individu qu'il a examiné; effectivement, chez les jeunes, les métatarsiens sont libres, mais ne tardent pas à se souder sur la ligne médiane. Le pied est donc plus compliqué que celui des vrais Ruminants, car il se compose, à la patte de devant, de quatre doigts distincts dans toute leur longueur dont deux médians plus gros et deux latéraux très-complets; au membre abdominal, il existe un canon, mais très-analogue à celui des Pécaris et profondément sillonné dans ses deux tiers supérieurs, de chaque côté duquel on remarque des doigts latéraux bien développés. Les os du tarse sont disposés comme chez les Tragules, le cubo-scaphoïde étant soudé au cunéiforme (5).

(1) *Water Deer*, des colons de Sierra-Leone; *Boomorah* des nègres de ce pays; *Biche-Cochon* des colons français du Gabon.

(2) Ogilby, *Proceedings of Zoological Society of London*, 1840, p. 35.

(3) Gray, *Annals and Magazine of natural History*, 1845, p. 350.

(4) Falconer et Cautley, *On some remains of Anoplotherium and Giraffa from the Sivalik hills* (*Proceed. of the Geolog. Soc. of London*, 1843, t. IV, 2^e partie).

(5) Ces diverses particularités dans la constitution du squelette sont figurées dans le travail de M. Alphonse Milne Edwards.

Ces particularités tirées des os du pied ne sont pas les seules que présente le squelette, mais ce sont les plus importantes. Je rappellerai seulement que les membres de l'*Hycemoschus* sont plus courts, plus trapus et plus forts que ceux des Chevrotains; l'humérus très-robuste, massif et comprimé latéralement, offre une fosse olécrânienne imperforée, le cubitus est volumineux et reste distinct du radius. Le fémur et le tibia sont aussi peu allongés et les os du tarse, par quelques-uns de leurs caractères, s'éloignent de ceux des Ruminants pour se rapprocher de ceux des Porcins : ainsi l'os malléolaire est soudé au tibia et l'astragale est plus étroit et plus tordu que chez les Tragules. Enfin la tête, très-grosse comparativement au reste du corps, porte à la mâchoire supérieure deux canines très-développées, très-tranchantes en arrière, très-pointues à leur extrémité et qui sortent de la bouche en débordant les lèvres; les molaires sont plus mamelonnées que celles des Ruminants et indiquent une tendance vers le type Pachyderme.

M. Alphonse Milne Edwards a insisté avec raison sur l'importance des caractères qui séparent les Tragulides du Porte-Musc. Ce dernier est un Cervidé sans cornes, tandis que les premiers appartiennent à un autre groupe; se basant principalement sur l'étude du développement embryonnaire, ce savant zoologiste a proposé de former, sous le nom de *Moschidæ*, une famille ne comprenant que le genre *Moschus*, tandis qu'il réunissait les *Tragulus* et l'*Hycemoschus* dans la famille des *Tragulidæ* (1). On trouve, dans le même travail,

Recherches anatomiques, zoologiques et paléontologiques sur la famille des Chevrotains. (Ann. des sc. nat. zool., 5^e série, t. II, 1864.)

(1) Les Moschidés ont le placenta polycotylédonaire; leur formule dentaire est : I. $\frac{0-0}{4-4}$; C. $\frac{1-1}{0-0}$; M. $\frac{6-6}{6-6}$; les canines sont très-développées chez le mâle; les incisives, en série continue, sont semblables et spatuliformes. Quatre estomacs. Un appareil moschifère chez le mâle. Point d'appendices frontaux.— Les Tragulidés manquent également d'appendices frontaux, mais ils ont le placenta diffus. Leur formule dentaire est bien représentée par : I. $\frac{0-0}{4-4}$;

la description complète du squelette de l'*Hyæmoschus aquaticus*, ainsi que celle d'une espèce fossile du même genre, provenant des couches miocènes de Sansan et connue sous le nom de *H. crassus* : c'est l'ancien *Cervus crassus* de M. Lartet que M. Pomel fit rentrer dans le genre *Hyæmoschus*. C'est également à cette espèce qu'appartiennent des ossements trouvés à Montabuzard et étudiés par Cuvier, qui y avait reconnu des caractères assez remarquables pour qu'il voulût en former un genre voisin des Cerfs (1). Récemment, M. O. Fraas a retrouvé cet *Hyæmoschus crassus* dans les assises miocènes de Steinheim (Wurtemberg), et il a donné de bonnes figures représentant une tête assez bien conservée appartenant à un jeune individu ayant encore ses dents de lait, un pied postérieur presque complet et relativement plus allongé que ceux qui proviennent de Sansan, et enfin différents os des membres (2).

L'animal de la faune tertiaire dont on a trouvé des débris à Montabuzard, à Simorre, à Sansan et à Steinheim, se rapproche beaucoup de l'espèce qui vit aujourd'hui en Afrique : fait intéressant et qui établit un lien de plus entre les Tragulides et les Anoplothérides, surtout si l'on considère l'ordre de succession et d'enchaînement dans la série des âges. Les Tragulides, et principalement l'*Hyæmoschus*, semblent appartenir à un type en voie de disparition, ce qui peut expliquer l'isolement zoologique dans lequel ce dernier se trouve.

C. $\frac{1-1}{0-0}$; M. $\frac{6-6}{6-6}$, mais les incisives sont en série interrompue; il n'y a que trois estomacs; le mâle ne possède pas d'appareil moschifère. (Voy. Alphonse Milne Edwards, *loc. cit.* p. 118 et 121).

(1) Cuvier s'exprime ainsi: « Les seuls Chevrotains ont, comme cet animal, leurs deux premières molaires simples et trilobées, encore la seconde a-t-elle à sa base interne un tubercule plutôt qu'un collet. Ainsi, non-seulement ce petit Cerf des antiques carrières de Montabuzard, que l'on avait pris jusqu'ici pour un Chevreuil, n'est pas un Chevreuil, mais il diffère de tous les Cerfs connus par un caractère presque générique ». (*Recherches sur les ossements fossiles*, t. VI. p. 209. Ed. in-8°.)

(2) O. Fraas, *Die fauna von Steinheim*. Wurtemb. naturwrrs. Jahreshefte. Jahrg, XXVI, 1870, p. 280.

On voit donc que l'*Hyæmoschus aquaticus* mérite une étude des plus attentives ; aujourd'hui, je viens ajouter à ce que l'on savait sur l'ostéologie de ce genre le résultat des recherches myologiques que j'ai entreprises. J'ai comparé, sous ce rapport, le Chevrotain aquatique à différentes espèces de Cerfs, au Porc, au Sanglier et au Pécari ; mais, les muscles du tronc n'offrant rien de particulier, je me bornerai à résumer les particularités importantes offertes par les muscles des membres qui, l'on pourra s'en convaincre, diffèrent beaucoup de ceux des Ruminants pour se rapprocher de ceux des Porcins.

1. *Muscles de l'avant-bras.* — Les muscles dont l'action porte sur le deuxième segment du membre thoracique sont au nombre de six :

- 1^o Le long fléchisseur de l'avant-bras.
- 2^o Le court fléchisseur de l'avant-bras.
- 3^o Le gros extenseur de l'avant-bras.
- 4^o L'extenseur profond de l'avant-bras.
- 5^o Le grand extenseur de l'avant-bras.
- 6^o L'extenseur grêle de l'avant-bras (1).

L'étude de ces divers muscles considérés dans leurs insertions, leur direction, etc., constituerait une description fort aride, aussi me contenterai-je de signaler les deux points suivants : le *long fléchisseur de l'avant-bras* (2) présente un tendon inférieur très-court, s'insérant sur la tubérosité supérieure et interne du radius (3) et envoyant, en outre, un petit prolongement à l'aponévrose antibrachiale, disposition assez semblable à ce que l'on voit chez les Porcins ; le *long extenseur de l'avant-bras* offre aussi, sous le rapport de son origine supérieure, une analogie remarquable avec ce qui s'observe chez ces animaux.

(1) Les extenseurs occupent la région brachiale postérieure ; les fléchisseurs se trouvent, au contraire, à la face antérieure du bras.

(2) Ce muscle peut être regardé comme l'analogue du « biceps brachial » des anthropotomistes.

(3) Tubérosité bicipitale.

2. *Muscles du métacarpe.* — On compte six muscles donnant aux métacarpiens leurs mouvements propres :

- 1° Le gros extenseur du métacarpe.
- 2° L'extenseur grêle du métacarpe.
- 3° L'adducteur du métacarpe.
- 4° Le fléchisseur interne du métacarpe.
- 5° Le fléchisseur oblique du métacarpe.
- 6° Le fléchisseur externe du métacarpe.

Les trois premiers se trouvent à la face antérieure de l'avant-bras ; les trois autres à sa face postérieure.

Le *gros extenseur du métacarpe* offre, dans l'*Hyæmoschus*, les mêmes caractères généraux que dans les Suidés ; le *fléchisseur interne du métacarpe* se porte verticalement en bas pour s'attacher à la tête du métacarpien du grand doigt interne après avoir glissé dans une gaine ostéo-fibreuse, ainsi que cela s'observe dans les Porcins. Le *fléchisseur externe du métacarpe* offre encore un point commun avec ceux-ci puisque, chez l'*Hyæmoschus* comme chez eux, ce muscle se termine sur la tête du métacarpien externe.

3. *Muscles des doigts.* — Ce sont les suivants :

- 1° L'extenseur du petit doigt externe.
- 2° L'extenseur du grand doigt externe.
- 3° L'extenseur commun des doigts.
- 4° L'extenseur des doigts internes.
- 5° Le fléchisseur perforé des doigts.
- 6° Le fléchisseur perforant des doigts.
- 7° Le court fléchisseur du petit doigt externe.
- 8° Le lombrical.
- 9°, 10°, 11°, 12° Les interosseux.

Chez l'*Hyæmoschus*, comme dans les Suidés, l'*extenseur propre du petit doigt externe* envoie un faible tendon destiné à augmenter l'extension des grands doigts ; l'*extenseur du grand doigt externe* et l'*extenseur commun des doigts* présentent la plus grande analogie dans la « Biche-Cochon », comparée aux Porcins. Chez les Ruminants, le *fléchisseur perforé des doigts* se compose de deux corps charnus dont les tendons se réunissent, vers le milieu de la région métacarpienne, en un tendon unique qui se bifurque ensuite ;

dans le Porc, la division du perforé en deux branches s'accroît davantage, et, chez lui comme chez l'*Hyæmoschus*, ce muscle ne s'insère qu'aux deux grands doigts, tandis que chez les Carnassiers il s'attache à la deuxième phalange des quatre doigts principaux (1). Le *fléchisseur perforant des doigts* offre ici les mêmes dispositions que chez le Porc : dans celui-ci, comme dans l'animal qui nous occupe, les tendons du perforé se rendent effectivement aux deux doigts médians, tandis que les tendons du perforant, se portant aux quatre doigts, doivent faire considérer ce dernier muscle comme le seul *fléchisseur commun* des doigts chez ces quadrupèdes. Le *court fléchisseur du petit doigt externe* ressemble beaucoup à celui des Porcins (on ne le rencontre pas chez les Ruminants). L'*Hyæmoschus* ne possède, comme le Porc, qu'un seul *lombrical* qui, par sa forme et sa situation, mérite d'ailleurs bien ce nom ; les quatre *interosseux* sont semblables à ceux du Sanglier, du Porc, etc.

4. *Muscles de la jambe.* — Ces muscles peuvent se diviser en extenseurs et en fléchisseurs ; les premiers occupent la région antéro-externe de la cuisse, tandis que les fléchisseurs s'étendent sur ses faces postérieure et interne ; voici quels sont ces muscles :

- 1° Le tenseur du fascia lata ;
- 2° Le triceps ;
- 3° Le long vaste (2) ;
- 4° Le muscle demi-tendineux ;
- 5° Le muscle demi-membraneux ;
- 6° Le muscle poplité.

Chez les Ruminants le *demi-tendineux* ne remonte pas vers la base de la queue, disposition que l'on observe chez

(1) Voyez les divers traités d'anatomie comparée et d'anatomie vétérinaire.

(2) Le long vaste doit être assimilé au « biceps crural » de l'homme ; certains auteurs le désignent même sous ce nom chez les animaux.

Voyez Owen's *Comparative anatomy and physiology of Vertebrates*, t. III.

le Porc, le Sanglier et l'*Hyæmoschus*; de plus, tous ces animaux présentent ceci de remarquable, que leurs trois muscles cruraux s'attachent au tibia plus largement et plus inférieurement que chez l'Homme, ce qui amène la jambe à demeurer toujours dans l'état de demi-flexion : or, cette particularité, très-prononcée chez les Suidés, est déjà beaucoup plus accentuée dans l'*Hyæmoschus* que chez les Cervidés, etc. Le *demi-membraneux* offre, comme le précédent, un prolongement coccygien concourant à son insertion supérieure, particularité remarquable puisqu'elle rapproche des Pachydermes le Chevrotain aquatique.

5° *Muscles du tarse.* — Ce sont les *jumeaux* et le *soléaire*; ils présentent quelques légères différences chez l'*Hyæmoschus* comparé aux Ruminants.

6° *Muscles du métatarse.* — On en compte trois :

- 1° Le fléchisseur externe du métatarse;
- 2° Le fléchisseur antérieur du métatarse;
- 3° Le fléchisseur interne du métatarse;

Le *Cervus mexicanus* ne possède dans cette région que deux muscles (fléchisseurs interne et externe).

7° *Muscles des orteils.* — Ces muscles sont au nombre de onze :

- 1° L'extenseur commun ;
- 2° L'extenseur propre du petit doigt externe ;
- 3° L'extenseur propre du grand doigt externe ;
- 4° Le fléchisseur perforé ;
- 5° Le fléchisseur perforant ;
- 6° Le fléchisseur oblique des doigts ;
- 7° Le muscle pédieux ;
- 8°, 9°, 10°, 11° Les interosseux.

Ces muscles présentent plusieurs dispositions intéressantes : ainsi, l'*extenseur commun des doigts* se termine, comme chez le Porc, par quatre tendons qui se rendent aux phalanges unguéales des quatre doigts, tandis que, dans le *Cervus mexicanus*, etc., il ne possède que deux tendons qui s'insèrent aux deux grands doigts. L'*extenseur du petit doigt externe*, qui manque chez les Daims, etc., existe ici

comme dans les Suidés; le tendon de l'*extenseur du grand doigt externe* passe, avec le tendon du précédent, dans une gaine située au côté externe du tarse, puis gagne la face antérieure du pied et s'insère sur le grand doigt externe, ainsi que cela a lieu dans les Porcins. Le *fléchisseur perforé* se termine par deux tendons qui se rendent à la seconde phalange des grands doigts. Quant au *fléchisseur perforant*, il se divise en quatre tendons qui gagnent les quatre doigts; le Porc offre des dispositions identiques. Le *pédieux*, qui n'est représenté chez les Ruminants ordinaires que par un mince ruban musculéux, est ici plus volumineux, bifide inférieurement, et par conséquent semblable au muscle pédieux des Suidés. Les *interosseux* affectent les mêmes rapports que chez le Porc, le Sanglier, etc.

Au commencement de cette note, me fondant principalement sur des notions ostéologiques, je rappelais les nombreux points de contact qui unissent l'*Hyæmoschus* aux Porcins. Les recherches myologiques dont je viens de résumer les résultats me conduisent aux mêmes conclusions : ce n'est donc pas au dernier rang des Ruminants, mais bien en tête des Pachydermes, auprès des Suidés, qu'il convient de placer la « Biche-Cochon » d'Afrique, puisque non-seulement dans le mode de terminaison des principaux muscles des membres, mais encore dans l'agencement des masses charnues les plus importantes, on constate l'analogie la plus grande entre les Porcins et l'animal à l'histoire anatomique duquel j'ai essayé d'ajouter quelques lignes.

Sur les Abiétinées, par M. Bertrand.

Cette note n'est en quelque sorte qu'une extension, une suite, un complément de notre première note sur le genre *Abies*. Nous rappellerons seulement pour mémoire le but de nos recherches et les résultats les plus saillants auxquels

nous sommes arrivé. Nous nous sommes préoccupé de savoir si l'on rencontrait la même disposition des éléments anatomiques dans toutes les espèces d'un groupe naturel; si l'étude de ces éléments pouvait nous permettre de distinguer deux espèces bien définies; enfin, s'il y avait quelque concordance entre nos groupements naturels et la répartition géographique des plantes que nous avons étudiées. L'étude du genre *Abies* nous a montré que, dans un genre bien défini, les éléments anatomiques sont groupés suivant un certain plan propre à ce genre et qui se reproduit dans toutes ses espèces. Nous avons vu, en outre, que les variations secondaires dans l'agencement de ces éléments permettent de distinguer les espèces entre elles. Enfin, nous avons insisté sur la concordance remarquable des groupements naturels et de la distribution géographique des espèces du genre *Abies*.

Aujourd'hui, nous avons à faire connaître les résultats de nos recherches sur les genres *Pseudotsuga*, *Larix*, *Tsuga*, *Picea*, *Cedrus*.

Genre *Pseudotsuga* Carrière (faux *Tsuga*). — Feuille aplatie, nervure simple, deux lacunes résinifères épidermiques bordant les bandelettes du côté externe. La face inférieure porte deux bandelettes assez larges. Le stomate est formé par trois paires de cellules. Pas de stomates à la face supérieure. Lorsque la feuille doit se tordre, c'est le pétiole et la partie inférieure du limbe qui subissent ce mouvement d'inflexion, et non pas le coussinet très-peu développé sur lequel la feuille repose. Feuilles persistantes.

Tableau synoptique du genre Pseudotsuga.

14 files de stomates par bandelette.

Pas de parenchyme libérien aréolé. *P. Davidiana* Bertrand
(Thibet) (1)

5 files de stomates par bandelette.

Parenchyme libérien aréolé. *P. Douglasii* Carrière
(Californie).

(1) Nous donnerons très-prochainement la description de cette espèce.

(Notice historique sur le genre *Pseudotsuga*. Longtemps confondus avec les *Tsuga* proprement dits, les *Abies*, les *Picea*, les *Pseudotsuga* furent séparés des *Tsuga* par M. E. Carrière dans son *Traité général des Conifères*, édition de 1867. Dès 1855, cet auteur en avait formé une section à part dans le genre *Tsuga*, leur donnant comme caractères spécifiques et génériques : « *Tsuga*, de port très-particulier à bractées saillantes. » On le voit, un tel caractère ne pouvait justifier le genre nouveau établi par M. Carrière. Mais, ainsi que nous le verrons plus loin en étudiant le genre *Tsuga*, le plan constitutif de la feuille est absolument différent chez les *Pseudotsuga* et les *Tsuga*; les caractères anatomiques viennent donc justifier et confirmer une division établie un peu à priori.)

Genre *Larix*, Link. — Feuille caduque aplatie, nervure simple, deux lacunes résinifères épidermiques et marginales. Les stomates sont cachés dans deux sillons profonds à la face inférieure; quelquefois des stomates à la face supérieure. Chaque stomate est formé par deux paires de cellules; il forme une petite éminence conique. Cellules épidermiques longues, plates, à paroi externe plissée.

Caractères des principales espèces du genre Larix.

Les *Larix* se séparent en deux groupes :

α. Les *Larix* avec des stomates à la face supérieure.

β. Les *Larix* qui n'ont pas de stomates à la face supérieure.

α. *Larix* avec stomates aux deux faces.

L. Lyallii (Parlatore). Pas de lacune résinifère. 6 files de stomates à la face supérieure. Sillons profonds. Une couche de fibres épaissies, grêles, sous-épidermiques. (Mont.-Rocheuses)

L. americana (Lamb.). Deux lacunes résinifères marginales. 2 files de stomates à la face supérieure. Pas de fibres à parois épaissies sous l'épiderme.

(Amérique)

β. *Larix* dépourvus de stomates à la face supérieure.

1. Sans lacune résinifère.

L. dahurica (Turcz.). 4 files de stomates par bandelette.

(Sibérie)

2. Deux lacunes résinifères marginales.

a. Pas de fibres à parois épaisses.

L. microcarpa (Forbes James). 4 files de stomates par bandelette. (Canada)

L. europea (de Candolle). 2 — (Europe)

b. Des fibres à parois épaisses.

L. siberica (Ledebours). 2 files de stomates par bandelette. (Sibérie)

L. leptolepis (Gordon). 4 — (Sibérie)

Le *Larix japonica* (Hort) n'est qu'une variété de *Larix leptolepis*.

L. Kämpferi (Fortune). 7 files de stomates par bandelette. (Japon)

Tableau montrant la concordance de la classification naturelle et de la distribution géographique.

<i>L. Lyallii</i>	Montagnes-Rocheuses
<i>L. americana</i>	Amérique du Nord
<i>L. microcarpa</i>	Canada
<i>L. europea</i>	Europe
<i>L. siberica</i>	Sibérie
<i>L. leptolepis</i>	—
<i>L. dahurica</i>	—
<i>L. Kämpferi</i> (1)	Japon

Tableau synoptique pour la détermination des espèces du genre *Larix*.

Des stomates à la face infér. seule.	4	—	—	{	Pas de lacune résinifère.	<i>L. Lyallii</i> Parlatores.	
					Deux lacunes résinifères marginales.	<i>L. americana</i> Lambert.	
					2 files de stomates par bandelette.	Pas de fibres à parois épaisses sous-épidermiques.	<i>L. europea</i> de Candolle.
						Des fibres, etc.	<i>L. siberica</i> Ledebours.
7	—	—	{	Pas de fibres, etc.	<i>L. microcarpa</i> Forbes James.		
				Des fibres, etc.	<i>L. leptolepis</i> Gordon. <i>L. Kämpferi</i> Fortune.		

(1) Dans une prochaine note nous reviendrons sur cette espèce, dont M. Carrière a fait le genre *Pseudolarix*.

Genre *Tsuga*. — Feuille aplatie, nervure simple, une seule lacune résinifère très-grande, située sous la nervure. Deux bandelettes de stomates à la face inférieure ; chaque stomate est formé par deux paires de cellules.

Caractères spécifiques des *Tsuga* (1).

Nous distinguerons encore deux groupes :

1. *Tsuga* ayant des stomates à la face supérieure.

T. Hookeriana Carrière. (Californie)

2. *Tsuga* dépourvus de stomates à la face supérieure.

(a) N'ayant pas de fibres à parois épaisses sous-épidermiques.

T. canadensis Carrière. 7 files de stomates (Montagnes-
par bandelette. Rocheuses)

T. Mertensiana Carrière. 9 — — (Orégon)

(b) Ayant des fibres à parois épaisses sous l'épiderme.

T. Brunoniana Carrière. Peu de fibres à parois (Asie)
épaisses.

T. Sieboldtii Carrière. De nombreuses — (Japon)

Tableau montrant la concordance entre la classification naturelle et la distribution géographique des *Tsuga*.

Américains.

Asiatiques.

T. Hookeriana.

T. Brunoniana.

» *canadensis*.

» *Sieboldtii*.

» *Mertensiana*.

Genre *Picea* Link. — Feuille tétragone ou aplatie. Nervure simple ; deux lacunes résinifères épidermiques à peu près marginales. Toujours plus de stomates à la face supérieure qu'à l'inférieure. Nous avons insisté longuement sur ce dernier fait dans la note que nous avons publiée sur genre *Abies*.

Caractères spécifiques des *Picea*.

Nous distinguerons deux groupes principaux :

(1) Ce tableau peut servir de Tableau synoptique du genre *Tsuga*.

α Les *Picea* dont la feuille est aplatie,

β Les *Picea* dont la feuille est tétragone. Ce groupe se divise en deux autres: 1° le grand axe du tétragone est horizontal; 2° il est vertical.

α *Picea* à feuilles aplaties parallèlement aux faces.

(1) Sans stomates à la face inférieure.

P. ajanensis Fischer. *P. microsperma* Carrière. Deux lacunes résinifères. (Sibérie)

P. sitchensis Carrière. Sans lacune résinifère. (Ile Sitcha)

(2) Avec des stomates à la face inférieure.

P. nobilis Loudon. (Fleuve Colombia)

β *Picea* à feuille tétragone, le grand axe du tétragone est vertical.

(1) Sans lacune résinifère:

P. nigra Link. 8 files de stomates sur la face supérieure, une sorte de feuille. (Amérique)

P. alba Link. Deux sortes de feuilles; parfois une grande lacune résinifère accidentelle (2). (Amérique)

(2) Avec deux lacunes résinifères:

(a) Perforées.

P. excelsa Link. Feuilles terminées par une pointe faible; un très-petit nombre de stomates.

2 — 6 (face supérieure)

2 — 4 (face inférieure)

(Europe)

Le *P. rubra* est une variété du *P. excelsa* Link; il habite la Nouvelle-Ecosse.

P. acicula Bertrand. Feuilles aciculaires très-étroites, $\frac{6-8}{4}$

files de stomates.

(Japon)

(b) Imperforées.

P. Khutrow Carrière. Feuille longue très-étroite. (Himalaya)

(2) Le *P. excelsa clambrasiliana* n'est qu'une variété de *P. alba*.

β *Picea* à feuilles tétragones, le grand axe est horizontal.

(1) Sans lacune résinifère.

P. Menziesii Carrière. (Californie)

(2) Avec deux lacunes résinifères.

(a) Plusieurs rangs de fibres à parois épaisses sous l'épiderme.

P. Polita Carrière. $\frac{18}{14}$ files de stomates sur les faces. (Japon)

P. schrenkiana Fisch. $\frac{14}{10}$ files de stomates (1) rayon médullaire median très-fort. (Sibérie)

Le *P. bicolor* n'est qu'une variété du *P. schrenkiana* Fisch.

(b) Un seul rang de fibres à parois épaisses sous l'épiderme.

(b₁) Feuille volumineuse, $\frac{12}{6}$ files de stomates; mucronée.

P. obovata Ledebours. Feuille longue avec rayon médullaire médian très-large. (Sibérie)

P. mucronata + Feuille très-courte avec un rayon médullaire médian très-étroit. (Japon)

(b₂) Feuille peu volumineuse, étroite, presque triangulaire.

P. orientalis Carrière. Feuille arrondie à l'extrémité, les deux groupes de stomates sont réunis à la face supérieure. (Trébizonde)

P. japonica Regel. Feuille très-aciculaire — — (Japon)

Tableau montrant la concordance entre la classification naturelle et la distribution géographique.

α I.

<i>P. microsperma</i>	} Sibérie.	<i>P. sitchensis</i>	} américains.
<i>P. ajanensis</i>		<i>P. nobilis</i>	

(1) Le numérateur indique le nombre des files de la face supérieure, le dénominateur est le nombre des files de la face inférieure.

§ I.

<i>P. nigra</i>	}	Américains.
<i>P. alba</i>		
<i>P. excelsa</i>		Europe.
<i>P. acicula</i>	}	Japonais.
<i>P. rustica</i>		
<i>P. Khutrow</i>		Asiatiques.

§ II.

<i>P. Menziesii</i>	Amérique.	<i>P. polita</i>	}	Japonais.
		<i>P. mucronata</i>		
		<i>P. obovata</i>	}	Sibériens.
		<i>P. schrenkiana</i>		
		<i>P. japonica</i>		Japonais.
<i>P. orientalis</i>		Asie Mineure.		

Genre *Cedrus* Link. — Feuille triangulaire; nervure simple; deux lacunes résinifères épidermiques non marginales. Toujours des stomates à la face supérieure; le nombre des files de la face supérieure est toujours plus grand que celui de la face inférieure (1).

Tableau des caractères spécifiques du genre Cedrus.

α Des stomates à la face inférieure de la feuille.

(1) Face inférieure en forme de biseau, face supérieure presque plane.

C. Deodara Loudon. (Himalaya)

(2) Face inférieure plane, face supérieure en biseau.

C. Libani Banelier. (Asie-Mineure et Algérie)

β Pas de stomates à la face inférieure, qui est plane; la face supérieure est en biseau.

C. atlantica. (Algérie)

Tableau résumant les caractères génériques des Sapinées.

Feuille à nervure bifide.		<i>Abies.</i>			
Feuille à nervure simple.	avec 1 lacune résinifère médiane.	<i>Tsuga.</i>			
		avec deux lacunes résinifères.	feuille avec deux bandes de stomates.	feuilles persistantes.	<i>Pseudotsuga.</i>
		deux sillons.	<i>Picea.</i>		
		feuille tétragone, feuilles séparées.		<i>Cedrus</i> (2).	
—	feuille triangul., feuil. fasciculées.				

(1) Les feuilles normales sont assez rares, à moins d'avoir des échantillons bien vivaces.

(2) Dans une prochaine note nous examinerons s'il convient de conserver les genres *Keteleeria*, *Pseudolarix* établis par M. Carrière (Voy. *Traité général des Conifères*, par A. E. Carrière. Paris, 1867. Deux volumes in-8°). Nous joindrons aussi à cette note la description du *Pseudotsuga Davidiana* rapporté du Thibet par M. l'abbé David. Enfin nous passerons au second groupe des *Abiétinées*, les *Pinnées*.

Séance du 24 février 1872.

PRÉSIDENCE DE M. MOREAU.

M. VAN TIEGHEM communique des recherches d'après lesquelles un genre de Mucédinées, décrit par Corda, est simplement une forme spéciale d'organes reproducteurs existant chez le *Mucor Mucedo*.

M. LAGUERRE communique ses recherches sur les covariants doubles des formes binaires.

M. OUSTALET expose ses recherches sur les Insectes fossiles

M. ALIX décrit certaines particularités anatomiques de l'Hippopotame.

M. BERT communique des recherches sur l'action toxique de l'oxygène.

M. FRAISSE, ingénieur Suisse, est élu membre correspondant.

MM. GUIGNET et SALET sont nommés membres de la 2^e section.

Sur les covariants doubles des formes binaires,
par M. Laguerre.

1. Considérons un système composé d'un nombre quelconque de formes binaires (ce système pouvant se réduire à une forme unique).

Soit U un covariant de ce système de formes. On désigne sous le non d'*émanants* de ce covariant les polynômes contenus dans les expressions suivantes :

$$\left(\frac{d}{d\xi} + \frac{d}{d\eta} \right) U,$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{d}{d\xi} + \frac{d}{d\eta} \right)^2 U,$$

$$\frac{1}{6} \left(\frac{d}{d\xi} + \frac{d}{d\eta} \right)^3 U, \text{ etc.}$$

Je représenterai simplement un émanant de U par la notation $(U)_i$, l'indice i indiquant le degré de ce polynôme par rapport aux variables ξ et η .

Lorsque l'on identifie les variables ξ et η aux variables x et y , chaque émanant se réduit à la forme U.

2. On sait que les émanants de U sont des covariants doubles du système de formes donné, c'est-à-dire qu'ils se transforment en des polynômes composés d'une façon semblable lorsqu'on assujettit les deux systèmes de variables x, y et ξ, η à des substitutions cogrédientes.

Tout covariant double d'un système de formes se compose d'émanants et du covariant $(x\eta - y\xi)$, que je représenterai pour abrégé par ω .

On a en effet la proposition suivante : Si H désigne un covariant double quelconque du système de formes donné, on peut mettre H sous la forme suivante, i désignant le degré de ce polynôme par rapport aux variables ξ et η ,

$$H = (A)_i + \omega (B)_{i-1} + \omega^2 (C)_{i-2} + \dots$$

A, B, C, désignant des covariants du système de formes donné.

3. Cette proposition est très-utile dans une foule de calculs algébriques. Je ne citerai ici que quelques exemples très-simples, mais dont l'application est fréquente dans la théorie des surfaces du troisième et du quatrième ordre, ainsi que dans la théorie des courbes du quatrième ordre.

Soit F, un polynôme du quatrième degré; proposons-nous de calculer l'expression

$$\Omega = F(x, y) \left(x \frac{dF(\xi, \eta)}{d\xi} + y \frac{dF(\xi, \eta)}{d\eta} \right)^2 - F(\xi, \eta) \left(\xi \frac{dF(x, y)}{dx} + \eta \frac{dF(x, y)}{dy} \right)^2.$$

Cette expression est un covariant double de F , du degré 3 par rapport aux coefficients et du degré 6 par rapport aux variables x et y , ainsi que par rapport aux variables ξ et η .

De plus, Ω change de signe quand on échange entre elles ces deux systèmes de variables; son développement ne doit donc contenir que des puissances impaires de ω , et l'on a

$$\Omega = \omega (A)_5 + \omega^3 (B)_3 + \omega^5 (C)_1;$$

A désigne un covariant de F du degré 10 par rapport aux variables et du degré 3 par rapport aux coefficients; comme un tel covariant ne peut exister, on a nécessairement

$$A = 0;$$

l'on a de même $C = 0$, car C ne pourrait être qu'un covariant de F du degré 2.

B est un covariant du degré 6 par rapport aux variables, et de degré 3 par rapport aux coefficients; ce ne peut être que le covariant sextique de F ; en désignant par J ce covariant, on a donc, à un facteur numérique près, la formule

$$(1) \quad \Omega = \xi^3 \frac{d^3 J}{dx^3} + 3 \xi^2 \eta \frac{d^3 J}{dx^2 dy} + 3 \xi \eta^2 \frac{d^3 J}{dx^2 dy} + \eta^3 \frac{d^3 J}{dy^3}.$$

4. Considérons encore la forme biquadratique F et son hessien H ; posons

$$\Omega = F(x, y) H(\xi, \eta) - F(\xi, \eta) H(x, y).$$

Cette expression est un covariant double de F , du degré 4 par rapport aux variables ξ et η , du degré 3 par rapport aux coefficients; de plus, Ω change de signe quand on échange entre elles les variables, on peut donc poser

$$\Omega = \omega (A)_3 + \omega^2 (B)_1;$$

B , ne pouvant être qu'un covariant de F du degré 2, est nul; A , étant un covariant de cette forme du degré 6 par rapport aux variables et du degré 3 par rapport aux coefficients, est le covariant sextique de J .

On a donc, à un facteur numérique près, pour Ω la même expression que dans le paragraphe précédent.

5. J'appliquerai ce qui précède à une question relative aux courbes de quatrième classe. On sait que l'on peut trouver divers systèmes de coniques quadruplement tangentes à une telle courbe. Étant donné l'un de ces systèmes, il lui correspond dans le plan de la courbe une cubique K et une conique G ; toute droite du plan tangente à G a pour polaire, relativement à K , une des coniques quadruplement tangentes du système.

J'ai démontré dans mon *Mémoire de géométrie analytique* inséré dans le *Journal de Liouville* (janvier et février 1872) la proposition suivante :

« Étant données une courbe de la quatrième classe et une »
 » conique, on peut construire une courbe du 9^{me} ordre, qui »
 » passe par les 28 points doubles de la courbe de quatrième »
 » classe et les 28 points de rencontre des 8 tangentes com- »
 » munes aux deux courbes, et qui de plus touche la courbe »
 » de quatrième classe aux points où elle est touchée par la »
 » conique. »

J'ai fait voir, de plus, que si la conique était la polaire d'une droite D quelconque du plan par rapport à K , la courbe du neuvième ordre se décomposait

1° En une cubique (de Steiner) passant par les 12 points doubles du groupe; cette cubique ne dépend pas de la droite D ;

2° En une courbe du sixième ordre Q passant par les 16 points doubles qui n'appartiennent pas au groupe.

J'ai donné (§ 52 de mon mémoire) l'équation de cette courbe, mais sans la développer et sans mettre en évidence la variable qu'elle renferme; je veux revenir ici sur cette question.

6. En conservant les notations du mémoire déjà cité, posons

$$\begin{aligned} a_0 c_0 - b_0^2 &= M, & C_0 a_0 + A_0 c_0 - 2 B_0 b_0 &= N, \\ \alpha_0 \gamma_0 - \beta_0^2 &= M', & C_0 \alpha_0 + A_0 \gamma_0 - 2 B_0 \beta_0 &= N', \\ a_0 \gamma_0 + c_0 \alpha_0 - 2 b_0 \beta_0 + 4 (A_0 C_0 - B_0^2) &= P, \end{aligned}$$

M , N , M' , N' et P sont, on le voit, des invariants du système de formes

$$\begin{aligned} A_0 \lambda^2 + 2 B_0 \lambda \mu + C_0 \mu^2 \\ a_0 \lambda^2 + 2 b_0 \lambda \mu + c_0 \mu^2 \\ \alpha_0 \lambda^2 + 2 \beta_0 \lambda \mu + \gamma_0 \mu^2. \end{aligned}$$

Cela posé, l'équation générale des coniques du groupe, quadruplement tangentes à la courbe de quatrième classe, est

$$F = M \lambda^4 + 2 N \lambda^3 \mu + P \lambda^2 \mu^2 + 2 N' \lambda \mu^3 + M' \mu^4 = 0$$

L'équation de la courbe Q relative à deux de ces coniques caractérisées par les paramètres $\lambda : \mu$ et $\lambda' : \mu'$, est, en désignant comme précédemment par J le covariant sextique de la forme biquadratique F,

$$\lambda^3 \frac{d^3 F}{d\lambda^3} + 3\lambda^{1/2} \mu' \frac{d^3 F}{d\lambda^2 d\mu} + 3\lambda' \mu'^2 \frac{d^3 F}{d\lambda d\mu^2} + \mu'^3 \frac{d^3 F}{d\mu^3} = 0.$$

En désignant par H le hessien de F, on voit, en se reportant au § 3, que l'équation de cette courbe peut se mettre aussi sous la forme

$$F(\lambda, \mu) H(\lambda', \mu') - F(\lambda', \mu') H(\lambda, \mu) = 0,$$

ou simplement

$$F H' - F' H = 0.$$

7. L'équation précédente peut être regardée comme le résultat de l'élimination d'un paramètre arbitraire θ entre les deux équations

$$\theta F + 2 H = 0 \quad \text{et} \quad \theta F' + 2 H' = 0.$$

On voit ici s'introduire les courbes remarquables du quatrième degré dont l'équation est

$$(1) \quad \theta F + 2 H = 0,$$

courbes que je désignerai sous le nom de courbes (H).

Si, laissant θ invariable, on fait varier λ et μ , on peut déterminer facilement l'enveloppe de ces courbes.

Désignons respectivement par S et T l'invariant quadratique et l'invariant cubique de F ; on sait que les équations

$$S = 0 \quad \text{et} \quad T = 0$$

représentent les courbes du 4^me et du 6^me ordre qui se croisent aux 24 points du rebroussement de la courbe de 4^me classe.

Cela posé, l'enveloppe des courbes (H) s'obtient en égalant à zéro le discriminant de l'équation (1) ; d'après une formule de M. Cayley, l'équation de l'enveloppe sera donc

$$(S^3 - 27 T^2) (\theta^3 - \theta S - 2 T)^2 = 0 ;$$

elle se compose donc :

- 1° De la courbe de 4^me classe elle-même,
- 2° D'une courbe de 6^me ordre dont l'équation est

$$\theta^3 - \theta S - 2 T = 0.$$

Les courbes de 6^me ordre contenues dans l'équation précédente se rattachent, on le voit, étroitement aux points de rebroussement de la courbe fondamentale ; et il est remarquable qu'on y soit conduit par la considération de courbes dont la définition est tirée de l'étude des points doubles.

Je m'arrêterai ici dans cette étude, ayant voulu seulement dans cette courte note indiquer la voie nouvelle où l'on était conduit, pour l'étude des courbes de quatrième classe, par la considération de la forme biquadratique F et de ses divers covariants simples ou doubles.

Sur l'Helicostylum elegans Corda considéré comme appareil reproducteur du Mucor Mucedo Fresenius, par MM. Ph. Van Tieghem et G. Le Monnier.

En étudiant les filaments sporangifères d'un *Mucor Mucedo* développé sur des excréments, nous avons rencontré sur certains d'entre eux, inséré sur la partie inférieure ou moyenne du filament, un appareil reproducteur inaperçu jusqu'ici comme tel, et qui n'est autre que le genre brièvement décrit et figuré par Corda, en 1842, sous le nom d'*Helicostylum elegans* (*Icones fungorum*. V. p. 16 pl. II. fig. 25, et *Anleitung zum Studium der Mykologie*, p. 69, pl. C, fig. 24 nos 9 et 10).

Cet appareil consiste en plusieurs branches insérées en des points rapprochés sur le filament principal qui porte le sporange ordinaire. Ces branches se terminent en pointe mousse. Vers son milieu, chacune d'elle produit, en des points voisins, un assez grand nombre de rameaux de second ordre enroulés en spirale, étroits, raides et cassants, et terminés chacun par un petit sporange sphérique séparé du tube par une cloison ou tout à fait plane ou un peu bombée à l'intérieur en une petite columelle hémisphérique. Ces petits sporanges, incolores ou d'un gris bleuâtre quand ils sont vus en masse, et dont la paroi n'est pas diffluente, peuvent contenir une vingtaine de spores ovales, lisses et également incolores. D'ailleurs, leur dimension et le nombre des spores qu'ils renferment diminuent progressivement à mesure qu'ils terminent des rameaux de plus en plus élevés sur la branche. Les derniers peuvent être assez petits pour n'avoir que quatre spores. Enfin, il arrive quelquefois que la branche elle-même, au lieu de finir en pointe mousse, se termine par un sporange encore plus petit et ne contenant que deux spores. A la maturité, tous ces sporanges se détachent et ce n'est qu'assez longtemps après leur chute que leur paroi se brise irrégulièrement pour laisser échapper les spores qu'ils renferment. Semées sur de la colle de pâte, par exemple, ces spores germent immé-

diatement et donnent, après quelques jours, les sporanges ordinaires du *Mucor Mucedo*.

Corda n'a vu ces branches qu'isolées et même souvent brisées au-dessus de l'insertion des rameaux spiralés. Aussi regarde-t-il chaque branche comme un filament horizontal de mycelium et les rameaux spiralés comme des tubes principaux dressés correspondant entièrement aux filaments dressés sporangifères des Mucors. Il les décrit, en effet, en ces termes : *Stipes erectus, spiraliter incurvus simplex, dein deciduus. Sporangium acrogenum, stipiti adfixum...* » Il se borne, d'ailleurs, à écrire le caractère de ce nouveau genre sans parler des conditions où il l'a rencontré, et nous n'avons pas vu que cette moisissure ait été signalée quelque part depuis cette époque.

Le filament principal qui porte l'appareil que nous venons de décrire ne se termine pas toujours par un sporange ordinaire de Mucor. Il peut finir simplement en pointe mousse. Mais il peut aussi, à partir de l'insertion de la dernière branche, se comporter comme une de ces branches elle-mêmes, c'est-à-dire produire directement des rameaux spiralés à petits sporanges, et même se terminer par plusieurs de ces rameaux divergents.

Telle est la forme reproductrice nouvelle du *Mucor Mucedo* que nous signalons à l'attention de la Société, et qui vient prendre rang dans la liste déjà nombreuse des appareils reproducteurs appartenant à cette espèce. On sait, en effet, depuis le travail de MM. de Bary et Woronin (*Beitrag zur Morphologie und Physiologie der Pilze*. I, 2^e série, p. 13. 1864-1870) que le *Mucor Mucedo* possède plusieurs formes reproductrices, émanées successivement du même mycelium : 1^o le sporange terminal ordinaire, qui seul caractérisait autrefois le *Mucor Mucedo*; 2^o les sporanges latéraux plus petits, mais de même organisation, qui apparaissent sur le filament principal, après la maturité du sporange ordinaire et de haut en bas; c'est la forme que Corda désignait sous le nom d'*Ascophora candelabrum*; 3^o l'appareil dichotomique que Link nommait *Thamnidium elegans*; c'est l'*Ascophora elegans* de Corda, le *Mucor elegans* de Fries; c'est, si l'on veut, l'appareil thamnidien du Mucor; 4^o l'appareil hélicostylien qui fait l'objet de la présente note (*Helicostylum*

elegans Corda). Ces quatre formes, que nous avons vues réunies sur la même culture, produisent des spores endogènes, les deux suivantes ne donnent que des spores exogènes. 5° L'appareil à ramification verticillée décrit pour la première fois par MM. Berkeley et Broome sous le nom de *Botrytis Jonesii*, et dont M. Fresenius a fait un genre distinct, le *Chaetocladium Jonesii*; ce sera, si l'on veut, l'appareil botrytien du Mucor; nous ne l'avons pas rencontré jusqu'à présent dans nos cultures; 6° enfin, MM. Bail et Zabel ont décrit des chapelets de cellules ovoïdes émanés du mycelium du *Mucor Mucedo*, et dont chaque grain reproduit la plante. C'est une sixième forme reproductrice plus élémentaire que toutes les autres.

Reste à trouver la valeur relative de tous ces appareils de reproduction asexuée, reste à trouver surtout la forme sexuée, la forme conjugulée, qui est déjà bien connue pour trois autres espèces de Mucor, les *Mucor syzygites*, *stolonifer* et *fusiger*. Nous espérons que la suite de nos études nous amènera à combler ces deux lacunes.

Séance du 9 mars 1872.

PRÉSIDENTE DE M. DE LUYNES.

M. DARBOUX fait une communication sur les relations entre les groupes de points, de cercles et de sphères dans le plan et dans l'espace.

M. JOBERT expose la suite de ses recherches sur la situation des corpuscules du tact dans la langue de différents Gros-Becs.

M. ALIX rappelle le rapport qu'il a trouvé dans les papilles des pattes chez les Oiseaux et les Didelphes.

M. LAUSSEDAT fait une communication sur l'aurore boréale du 4 février, confirmant l'opinion que l'entrecroisement des rayons a lieu dans le prolongement de l'aiguille de déclinaison.

M. OUSTALET termine sa communication sur les Insectes fossiles d'Auvergne.

M. CAZIN fait une communication sur les lois des électro-aimants.

M. LAGUERRE expose les conclusions d'un mémoire sur les surfaces algébriques.

La troisième section présente comme titulaires :

MM. BERTRAND,
OUSTALET.

En demandant, d'après l'article additionnel du règlement, à nommer un membre supplémentaire.

Sur les lois des électro-aimants, par M. A. Cazin.

La quantité de magnétisme appliquée à chaque pôle d'un électro-aimant dont le noyau est un tube de rayon r , d'épaisseur e , lorsque la bobine est formée de s spires, et que l'intensité du courant est i , se représente par la formule suivante :

$$m = s (A + B r) e^{\frac{6}{5}} \text{ arc tang } \frac{C i}{e^{\frac{6}{5}}},$$

A, B, C sont trois constantes dépendant des unités adoptées. On suppose que le noyau dépasse notablement les extrémités de la bobine.

Les expériences ont été faites avec des tubes de 0^m,42 de longueur, de divers diamètres et de diverses épaisseurs. Le plus grand diamètre était de 0^m,08, la plus petite épaisseur était de $\frac{1}{2}$ millimètre. L'intensité a varié de 0,007 à 0,034; ces nombres étant les poids d'hydrogène dégagés en *une seconde*, évalués en milligrammes. Si l'on prend pour unité de longueur le décimètre, pour unité de magnétisme celui qui, appliqué en un point et agissant sur une égale quantité appliquée en un autre point à la distance d'un

décimètre, produit une force d'un décigramme à Paris, et si l'arc est évalué en secondes, les trois constantes ont pour valeur

$$A = \frac{1}{10^4}.0,072582$$

$$B = \frac{1}{10^4}.0,342654$$

$$C = 0,317065$$

On passe à l'unité de Gauss, en multipliant la valeur de m , que donne la formule précédente, par 99067,87.

Cette formule convient aux noyaux pleins; il suffit de faire $e = r$.

Elle montre que le magnétisme croît très-faiblement avec l'épaisseur, dès que celle-ci a atteint 5 millimètres, ce qui est une donnée pratique importante.

En faisant $s = 1$; $e = r = 1$; $i = 1$, on trouve :

$$m_0 = 26,297.$$

Telle est la quantité de magnétisme, rapportée à notre unité, qui est développée à chaque pôle d'un cylindre plein ayant un rayon d'un décimètre, lorsqu'il est aimanté par un seul tour de fil, parcouru par un courant capable de dégager un milligramme d'hydrogène en une seconde. C'est une constante spécifique du magnétisme. La méthode expérimentale employée a été décrite dans les comptes rendus de l'Académie des sciences de Paris (5 juin 1871) et dans le *Bulletin de la Société philomathique*.

Ces recherches ont encore montré que :

1° La distance polaire du noyau relative à l'action de ce noyau sur un courant dépend de la position des parties réagissantes;

2° Elle augmente avec l'épaisseur du tube;

3° Elle est sensiblement la même pour les tubes de même épaisseur et de diamètres différents;

4° Elle est indépendante de l'intensité du courant réagissant, et de celle du courant qui aimante le noyau.

Sur les Insectes fossiles, par M. Oustalet.

Il est une classe d'animaux fossiles qui a été trop longtemps négligée, surtout en France, et qui vient seulement de conquérir la place qu'elle mérite à tous égards dans les études paléontologiques : je veux parler des Insectes fossiles. En effet, quoique M. Brullé eût signalé, en 1839, dans une thèse inaugurale soutenue devant la Faculté des sciences de Paris, l'intérêt que pouvaient présenter ces *entomolithes*, déjà mentionnés au commencement du xviii^e siècle par Scheuchzer et Sendelius, ce n'est que dans le cours de ces dernières années que des travaux considérables ont été publiés sur cette matière en Angleterre, en Amérique, en Allemagne, en Italie et en Suisse. Ces travaux sont dus principalement à MM. Brodie, Curtis, Hope, Kirby, Scudder, Germar, Gravenshorst, C. et L. von Heyden, Pictet et Berendt, Massalongo, et surtout à M. le professeur Heer, de Zurich. Ce dernier savant, déjà connu par ses belles recherches sur les végétaux fossiles, a montré, par l'étude de la faune entomologique d'Oeningen et de Radoboj, combien les Insectes fossiles peuvent fournir de renseignements utiles sur le climat et la végétation des anciennes époques. J'ai donc pensé qu'il ne serait pas sans intérêt d'examiner, à un point de vue analogue, les empreintes d'Insectes que renferment certaines couches tertiaires de la France, et qui jusqu'à présent ont à peine attiré l'attention des entomologistes et des géologues de notre pays; c'est dans ce but que j'ai commencé depuis plusieurs années une série de recherches dont je voudrais dire ici quelques mots.

Au premier abord il semble impossible que des êtres aussi délicats et aussi fragiles aient résisté à l'action du temps et aient laissé dans la pierre des traces assez distinctes et assez nombreuses pour mériter l'examen des paléontologistes; et cependant il n'en est rien, car il n'y a pas longtemps, M. Heer a fait connaître, dans les couches liasiques des Schambeles, en Argovie, une faune entomologique variée, dont quelques espèces ont avec les formes actuelles de

frappantes analogies, et, plus récemment encore, on a découvert en Amérique des ailes d'Orthoptères et de Névroptères qui remontent bien certainement à la période dévonienne. Toutefois, c'est dans les terrains tertiaires, où prédominent les formations d'eau douce, que se trouvent les gisements d'Insectes fossiles les plus riches et les mieux connus, comme OEningen, Radoboj, Aix en Provence, l'ambre de Prusse, les lignites du Rhin, etc. Quelle que soit l'importance de ces gisements, ils n'occupent cependant, par rapport à la masse des formations lacustres, qu'une étendue excessivement restreinte; cela n'a rien d'étonnant, si l'on réfléchit que, pour assurer la conservation de ces petits êtres, il a fallu un concours de circonstances spéciales, parmi lesquelles il faut citer en première ligne une consolidation rapide des sédiments. Toutes les fois que ces circonstances se sont trouvées réunies, les Insectes sont parvenus jusqu'à nous, et se présentent souvent dans un état de fraîcheur qui laisse bien loin derrière lui celui des plus beaux échantillons de Mollusques ou de Rayonnés.

En effet, comme j'espère le montrer, on a découvert, à Aix en Provence, des empreintes sur lesquelles il est facile de distinguer, en s'aidant de la loupe et du microscope, non-seulement les articles des tarsi et des antennes, et les nervures des ailes, mais jusqu'aux facettes des yeux composés et aux poils qui couvrent certaines parties du corps. Dans ces circonstances, on arrive aisément à une détermination exacte, et on assigne sans difficultés à l'Insecte la place qui lui convient dans la série. Ces cas sont plus fréquents qu'on ne le croit généralement, et même dans la faune fossile de l'Auvergne, dont je m'occuperai plus spécialement aujourd'hui, on rencontre quelques-uns de ces échantillons-types, sur lesquels j'appellerai l'attention. Quant aux échantillons, trop nombreux encore, dont l'état de conservation laisse à désirer, je n'ai pas cru, malgré l'avis de certains critiques, devoir les rejeter absolument, et j'ai indiqué, sous toutes réserves, les affinités qu'ils me semblent présenter, afin d'appeler sur eux l'attention et de provoquer au besoin de nouvelles investigations.

Ces Insectes ont été recueillis principalement au Puy-de-Corent, à Gergovia, à Menat et à Saint-Gérand-le-Puy. Tous

ces gisements sont situés en Auvergne et sont trop connus pour que j'en donne une description détaillée.

Le Puy-de-Corent est une montagne qui s'élève à quelque distance au sud de Clermont, non loin de la station des Martres-de-Veyre ; la masse en est constituée par des calcaires marneux avec bancs de gypse intercalés, qui appartiennent à la formation miocène et le sommet est couronné de nappes puissantes de basalte. Dans le flanc même de la montagne, en face du domaine de Pontary, sont ouvertes des carrières de plâtre, aujourd'hui abandonnées ; c'est là que j'ai recueilli, au commencement de l'automne de 1869, des plaques couvertes de valves de Cypris, des débris d'Insectes, des fragments de plantes, et de nombreuses empreintes d'une larve de Diptère du genre *Stratiomys*. Ces larves sont facilement reconnaissables à leur corps allongé de couleur brune, qui se termine par une sorte de queue, et dont les anneaux sont susceptibles de rentrer légèrement les uns dans les autres à la manière des tubes d'une lunette. Ces anneaux sont comme chagrinés à la surface ; et l'ornementation est exactement la même dans les larves fossiles que dans celles d'une espèce actuelle, *Stratiomys chamaeleon* Fab., qui abondent dans les mares des environs de Paris, et en particulier à Gentilly. Je n'ai pas rencontré dans les calcaires marneux de Corent d'échantillons de l'insecte adulte, qui devait, comme son congénère de l'époque actuelle, fréquenter, en été, les fleurs et les plantes aquatiques.

Ces Insectes ne sont pas les seuls que l'on trouve au Puy-de-Corent, et les collections du Muséum d'histoire naturelle de Paris, que j'ai pu étudier grâce à l'obligeance de M. Blanchard, celle de feu M. Lecoq et celle de M. Fouilhoux à Clermont-Ferrand, m'ont fourni un certain nombre de types appartenant à divers ordres. Ce sont surtout des Diptères, de la tribu des Tipulaires florales et plus particulièrement de la famille des Bibionides : les uns doivent être attribués au genre *Biblio* proprement dit, dont ils ont le corps élancé, les antennes courtes, les ailes enfumées et plus foncées au bord externe, les jambes antérieures robustes ; les autres doivent être rapportés au genre *Protomyia*, établi par M. Heer à cause d'une petite nervule qui part de la

marginale (Macquart) et va rejoindre le bord externe; d'autres se placent dans le genre *Penthetria*, actuellement aussi pauvre en espèces exotiques qu'en espèces européennes; d'autres enfin se rangent dans le genre *Plecia*, dont la plupart des espèces habitent aujourd'hui l'Amérique tropicale. Parmi les Coléoptères on reconnaît deux petits Insectes aquatiques, et plusieurs Curculionides, dont les formes se rapprochent sensiblement de certains genres qui sont encore répandus dans l'Europe actuelle.

Les Hyménoptères m'ont offert un Insecte voisin des Anthophores, et les Névroptères quelques larves de Libellules, dont une est de taille très-exiguë.

Le même gisement renferme des ossements de Mammifères, des restes de Poissons (*Lebias?*) et des empreintes de feuilles qui n'ont pas encore été étudiées.

Il n'est pas rare de rencontrer, au milieu des calcaires marneux, quelques lits d'une roche qui a été signalée pour la première fois en Sicile par Dolomieu et qui est connue sous le nom de *dusodyle*. C'est une sorte de lignite produit par l'accumulation de débris végétaux, et qui est susceptible de se diviser en feuilles aussi minces que du papier. En séparant ces feuillets, on aperçoit fréquemment à leur surface des empreintes de Poissons (*Cobitopsis exilis*) et d'Insectes.

Les collections de feu M. Lecoq, de M. Fouilhoux et celle du Muséum d'histoire naturelle de Paris m'ont présenté plusieurs échantillons de cette nature. Parmi ceux-ci, je citerai un Bibion (*Bibio Edwardsii* nob.) qui se trouve dans un état admirable de conservation. Les ailes déployées sont brunes, avec le bord intérieur plus foncé; toutes leurs nervures sont parfaitement distinctes et présentent dans leur disposition générale les caractères du genre. La tête, le thorax et les anneaux de l'abdomen sont bruns et légèrement velus, les balanciers ovulaires, les jambes armées d'une épine. Cette espèce fossile rappelle à certains égards une espèce actuelle fort répandue, *Bibio hortulanus* Meig., mais en diffère par la position des nervules transverses et l'absence du stigma. Les Bibions sont très-communs au printemps dans nos jardins, et leurs larves se développent dans la terre humide.

La colline de Gergovia, dont les marnes sont remplies

sur certains points de feuilles et d'autres débris végétaux, renferme aussi des restes d'Insectes : M. Lecoq possédait entre autres, dans sa collection, l'empreinte d'un petit Curculionide. On a recueilli également à la côte Ladoux, sur la route de Riom à Clermont, une plaque sur laquelle sont plusieurs Bibions avec un fruit d'Ombellifères et des aiguilles de Pin (?).

Quant à la roche vulgairement connue sous le nom de *calcaire à Phryganes* ou de *calcaire à Induses*, et qui est si répandue aux environs de Gannat, d'Aigueperse et de Saint-Gérard-le-Puy, on peut dire que les Insectes ont eu la plus large part à sa formation ; elle consiste, en effet, en une accumulation vraiment extraordinaire de tubes de Phryganes, accolés les uns aux autres par un ciment calcaire ou siliceux (1). C'est entre les rognons ainsi constitués, dans une poche de sable, qu'on a découvert près de Saint-Gérard-le-Puy un des seuls exemplaires connus d'une aile réellement pétrifiée. Cette aile, que M. Alph. Milne Edwards a eu l'obligeance de me communiquer, me paraît provenir d'un Insecte névroptère du genre Ascalaphe. Les Ascalaphides de la période actuelle habitent les contrées méridionales et ont des mœurs analogues à celles des Fourmilions.

Dans son ouvrage sur le *Climat et la Végétation du pays tertiaire*, le professeur Heer, de Zurich, indiquait Menat, en Auvergne, comme devant fournir aux explorateurs de nombreux Insectes fossiles ; aussi je n'ai pas manqué de visiter cette localité, mais malgré les plus actives recherches, je n'ai découvert au milieu des lignites, parmi des empreintes très-abondantes de feuilles et de Poissons, qu'un petit Insecte qui ressemble à un Orthoptère. Cet échantillon, avec un petit Curculionide et un Lépidoptère nocturne (?) que j'ai vu chez M. Lecoq et les élytres de Buprestes mentionnées par M. Heer, constituent toute la faune entomologique de Menat, qui, d'après cela, est beaucoup moins riche qu'on ne le supposait.

Comme ces Insectes fossiles de l'Auvergne font le sujet d'un travail actuellement en cours de publication, et qu'ils

(1) Voy. Planchon. *Étude sur les tufs de Montpellier*.

y seront décrits et figurés en détail, je n'insisterai pas davantage sur leurs affinités zoologiques, et je terminerai cette note en indiquant sommairement les résultats auxquels j'ai été conduit par leur étude. Ces résultats sont les suivants :

1° Les Insectes fossiles de l'Auvergne ont plus de rapports avec ceux d'Aix, en Provence, des lignites du Rhin et de Radoboj qu'avec ceux d'OËningen, et confirment la position des calcaires marneux dans l'étage miocène inférieur.

2° Ces Insectes ont été déposés dans un fond vaseux, alternativement émergé et recouvert par des eaux peu profondes.

3° Ils appartiennent soit à des genres européens et largement répandus dans la nature actuelle, soit à des genres exotiques et surtout américains, soit enfin à des genres qui ont totalement disparu.

4° Ils annoncent une végétation luxuriante, un climat médiocrement chaud et présentant des alternatives de sécheresse et d'humidité.

Sur les surfaces algébriques, par M. Laguerre.

I

Considérations préliminaires.

1. Je me propose, dans cette note, d'étendre au cas de l'espace et de développer les considérations que j'ai exposées d'une façon succincte dans mon *Mémoire de géométrie analytique* inséré dans le *Journal de Liouville* (janvier 1872).

Considérons, dans l'espace, une figure rapportée à un système quelconque de coordonnées rectangulaires, x , y et z étant les coordonnées par rapport à ce système d'axes d'un point M de la figure. S désignant une surface algébrique quelconque de classe n , si l'on imagine

le cône circonscrit à cette surface et qui a pour sommet le point M, on voit que ce cône est un cône algébrique de $n^{\text{ième}}$ classe. Un plan tangent à ce cône sera tangent à la surface, et si l'on appelle ξ, η, ζ , les cosinus des angles que fait avec les axes la normale à ce plan, ces quantités satisferont à une équation du $n^{\text{ième}}$ degré, homogène par rapport aux trois variables

$$(1) \quad F(\xi, \eta, \zeta) = 0.$$

Les coefficients de cette équation sont des fonctions données des variables x, y et z ; et il est facile de voir que ces fonctions ne peuvent être choisies arbitrairement.

De ce qui précède, il résulte en effet que X, Y, Z désignant les coordonnées courantes

$$(X - x) \xi + (Y - y) \eta + (Z - z) \zeta = 0$$

est l'équation d'un plan tangent à S; le point où ce plan coupe l'axe des z est déterminé par l'équation

$$Z = \frac{x \xi + y \eta + z \zeta}{\zeta};$$

ce point étant donné, les rapports $\frac{\xi}{\zeta}$ et $\frac{\eta}{\zeta}$ sont reliés entre eux par une équation du degré n .

La forme générale de l'équation (1) est donc

$$\varphi[\xi, \eta, \zeta, x \xi + y \eta + z \zeta] = 0,$$

la caractéristique φ désignant un polynôme entier quelconque du degré n . En mettant seulement en évidence les ξ, η, ζ , je l'écrirai ordinairement sous la forme (1), et je l'appellerai l'équation mixte de la surface S.

On peut interpréter cette équation d'une façon un peu différente; si l'on suppose un système d'axes rectangulaires parallèles aux premiers axes et dont l'origine mobile soit transportée au point M; en appelant ξ, η, ζ , les coordonnées relatives à ce nouveau système d'axes, l'équation (1) repré-

sente le cône *supplémentaire* du cône ayant pour sommet le point **M** et circonscrit à **S**.

2. Il est facile de passer de l'équation tangentielle d'une surface à son équation mixte. De cette dernière équation, on déduit immédiatement son équation en coordonnées cartésiennes ; en effet, pour un point de la surface le cône supplémentaire au cône circonscrit à la surface et dont l'équation est

$$(1) F = 0$$

a une arête double ; ou, si l'on veut, la courbe **K** que représente l'équation en coordonnées triangulaires a un point double. On obtiendra donc l'équation de la surface en coordonnées cartésiennes en égalant à zéro le discriminant de la forme ternaire **F**.

Ceci se rapporte au cas général ; mais si la surface **S** avait une ligne de contact multiple avec une développable, la courbe **K** aurait constamment un certain nombre de points doubles ; et l'équation cartésienne de la surface s'obtiendrait en écrivant la condition nécessaire et suffisante pour que **K** ait un point double de plus, c'est-à-dire en égalant à zéro la fonction des coefficients que **M. Cayley** appelle le discriminant spécial de la courbe.

3. Je représenterai les surfaces que j'aurai à considérer par leurs équations mixtes. Ces équations mixtes s'obtiennent en égalant à zéro des formes ternaires en ξ, η et ζ ; les coefficients de ces formes sont des fonctions de x, y, z , assujetties à satisfaire certaines conditions, dont il faudra dans beaucoup de cas tenir compte.

On peut toutefois les laisser souvent de côté en s'appuyant sur la proposition suivante :

Etant donné un nombre quelconque de surfaces dont les équations mixtes soient

$$F_1 = 0, F_2 = 0, F_3 = 0,$$

si l'on désigne par **I** un invariant quelconque de ce système de formes, l'équation

$$I = 0$$

représente une surface dont le degré est indiqué par le poids de l'invariant.

Les contrevariants (simples ou multiples) des formes représentatives des surfaces s'introduiront d'eux-mêmes quand on considérera un certain nombre de points en même temps que ces surfaces.

Soit en effet un point M dont les coordonnées soient α , β et γ ; si nous posons, pour abrégé,

$$X = x - \alpha, Y = y - \beta, Z = z - \gamma,$$

l'équation mixte du point M est

$$X \xi + Y \eta + Z \zeta = 0 ;$$

et les invariants simultanés de cette forme et du système de formes donnés sont des contrevariants de ce système.

4. Au point de vue où je me place dans cette note, l'étude d'un système de surfaces consiste dans l'étude des formes ternaires qui, égalées à zéro, fournissent leurs équations mixtes et dans l'étude des surfaces que représentent leurs divers invariants.

Les contrevariants (simples ou multiples) de ces formes interviennent quand on adjoint à ces surfaces un certain nombre de points.

Quant aux covariants, ils jouent un rôle distinct et moins important.

5. Si l'on considère deux surfaces, leurs équations mixtes (en considérant le ξ , η , ζ comme variables) représenteront deux courbes planes.

En exprimant que ces deux courbes sont tangentes, on obtiendra l'équation de la développable circonscrite à ces deux surfaces ; en exprimant que ces deux courbes ont un double contact, on aura les équations de la ligne nodale de cette développable. Son arête de rebroussement s'obtiendra en exprimant que les deux courbes sont osculatoires.

Etant données trois surfaces, le résultant de leurs équations mixtes égalé à zéro donnera les équations de leurs plans tangents communs ; de même le résultant des réciproquants de ces équations donnera l'équation de la surface réglée qui leur est circonscrite.

6. Pour prendre l'exemple le plus simple, l'équation d'une surface du second ordre S étant

$$F(\xi, \eta, \zeta) = 0,$$

où F désigne un polynôme homogène et du second degré par rapport aux ξ, η, ζ ; si l'on appelle G la forme adjointe à F, on voit que le cône, circonscrit à la surface et qui a pour sommet un point donné M, a pour équation

$$G(X, Y, Z) = 0,$$

si, α, β, γ étant les coordonnées du point M, on pose pour abréger

$$X = x - \alpha, Y = y - \beta, Z = z - \gamma.$$

Soit un second point M' dont les coordonnées soient α', β' et γ' ; en posant

$$X' = x - \alpha', Y' = y - \beta', Z' = z - \gamma',$$

l'équation

$$X' \frac{dG}{dX} + Y' \frac{dG}{dY} + Z' \frac{dG}{dZ} = 0,$$

où l'on voit figurer l'émanant (contrevariant double) de G, représentera la surface du second ordre passant par les points M et M', et par les courbes de contact des cônes ayant ces points pour sommets et circonscrits à S.

7. Je me propose, dans une autre note, d'appliquer les considérations qui précèdent à l'étude des systèmes composés de surfaces de seconde et de troisième classe.



Sur les relations entre des groupes de points, de cercles, et de sphères dans le plan et dans l'espace, par M. Darboux

La théorie des tétraèdres et des groupes de points dans l'espace doit à un très-grand nombre de géomètres des formules importantes et qui ne sont pas assez connues. Plusieurs relations élégantes dues à Euler, Legendre, Lagrange, Carnot, V. Staudt, Joachimstahl, Cayley, Siebeck, Baltzer, Brioschi, etc., ont été développées et démontrées par M. Baltzer dans les éditions successives de son excellent *Traité des Déterminants*. Dans le travail actuel, je me propose d'ajouter aux relations déjà connues quelques formules, peut-être nouvelles, d'étendre ces formules au cas où l'on remplace des points par des sphères et surtout de faire voir que toutes ces équations s'obtiennent de la manière la plus naturelle quand on étudie certaines formes homogènes à une ou à deux séries de variables qui interviennent dans toute cette théorie.

Dans la première partie, je développe surtout les relations mutuelles entre les groupes de points, les formules relatives au volume du tétraèdre, au rayon de la sphère circonscrite, et j'étends ces formules à un groupe de quatre sphères quelconques. Les applications et les conséquences de ces formules m'ont conduit à la découverte d'un triangle remarquable, qu'on doit considérer dans la discussion de tout tétraèdre (ou quadrilatère). Ce triangle, qu'on pourrait appeler *adjoint au tétraèdre*, est toujours possible quand le tétraèdre est construit, et il a pour côtés les trois produits des arêtes opposées du tétraèdre. Sa forme demeure invariable dans toute transformation par rayons vecteurs réciproques, et il est semblable à l'un quelconque des quatre triangles qu'on obtient en transformant le tétraèdre en un triangle par la méthode des rayons vecteurs réciproques, le pôle étant placé en un des quatre sommets. Les recherches que j'ai faites m'ont appris qu'il y avait déjà été considéré par Joachimstahl, MM. Baltzer et V. Staudt (dans le *Journal de M. Borchardt*, t. XL, LIV, LVII).

Ce triangle subsiste encore pour tout quadrilatère, et il est formé alors avec les produits des côtés opposés et le produit des diagonales. Sa surface ne se réduit à zéro que si le tétraèdre devient un quadrilatère inscriptible; mais si l'on admet l'intervention des imaginaires, il suffit que les quatre sommets du tétraèdre soient sur une sphère de rayon nul. Telle est donc la réciproque du premier théorème de Ptolémée. Quand on a entre les côtés d'un tétraèdre la relation

$$aa' \pm bb' \pm cc' = 0$$

a, a', b, b', c, c' désignant les couples d'arêtes opposées, le tétraèdre a une sphère circonscrite de rayon nul. Je développe une application, déjà indiquée par M. Cayley, de cette conséquence, au problème des contacts: construire un cercle tangent à 3 autres. Mais, pour cela, il faut employer une notion importante relative aux cercles, et dont l'emploi ne me paraît pas assez généralisé.

On peut, à l'exemple de M. Chasles, élever au centre d'un cercle C une perpendiculaire au plan de ce cercle égal à $R\sqrt{-1}$, R désignant le rayon du cercle C (Voir *Géométrie supérieure* et *Résumé d'une théorie des coniques sphériques homofocales*, journal de M. Liouville, t. IV 2^e série). On adjoint ainsi à tout cercle C deux points M M' qui sont les centres des 2 sphères de rayon nul, passant par le cercle. Ces deux points peuvent être considérés comme déterminant le cercle, et M. Cayley (dans un article des *Annali* de MM. Brioschi et Cremona, t. I 1867) a proposé de les appeler contre-foyers. Dans ces derniers temps, M. Laguerre les a aussi considérés, pour obtenir la représentation des points imaginaires dans l'espace (*Bulletin de la Société Philomathique*). Ils réalisent le dédoublement d'un cercle en 2 qui offre de grands avantages dans toutes les questions de contact et d'angles. Quand 2 cercles sont représentés par les couples de points (M M') (N N') les distances $MN = M'N'$, $MN' = M'N$ sont égales aux 2 tangentes communes, et, par suite, pour que 4 cercles soient tangents à un 5^e cercle, il faut et il suffit que les points qui représentent les 4 premiers soient à une distance nulle d'un cinquième point quelconque,

c'est-à-dire que la sphère qui leur est circonscrite soit de rayon nul. On a donc ici l'occasion d'appliquer la réciproque indiquée plus haut, du théorème de Ptolémée, et l'on voit que cette réciproque qui paraissait n'avoir aucune utilité donne un théorème se rapportant à des éléments complètement réels.

A la fin du travail, j'examine aussi les relations entre les distances mutuelles de 5 points de l'espace, de 2 groupes distincts et de deux groupes de 5 sphères ou même d'un plus grand nombre de points ou de sphères. Les conséquences de ces formules sont nombreuses, j'en indique quelques-unes relatives à des problèmes dont on n'a pas fait peut-être une étude détaillée. Je citerai d'abord le problème de Steiner : *Construire un cercle coupant 5 cercles donnés sous des angles donnés*, dont Steiner avait promis, mais n'a pas développé la solution. Je me suis attaché à donner des constructions géométriques réelles, ne devenant impossibles que si les cercles cherchés sont imaginaires. Les équations des 8 cercles par couples de 2 sont aussi données. D'ailleurs l'analogie guide d'une manière complète et la méthode de construction s'étend au problème analogue relatif aux sphères.

Un problème plus facile consiste à déterminer tous les cercles coupant sous des angles égaux 4 cercles donnés ou les sphères coupant sous des angles égaux 5 sphères données. Les solutions sont ici déterminées individuellement, soit par l'analyse, soit par la géométrie.

Je passe sous silence un grand nombre d'autres applications à des groupes remarquables de points ou de sphères, aux tétraèdres admettant une sphère conjuguée, aux quadrilatères gauches situés sur une surface de révolution, à 2 tétraèdres correspondants tels que les arêtes de l'un soient perpendiculaires à celles de l'autre, etc.

Ce travail se termine par la démonstration directe d'une équation remarquable, à laquelle j'avais été conduit d'une manière incidente dans d'autres travaux plus anciens et qui lie les puissances d'un point par rapport à 5 sphères quelconques. Les recherches actuelles peuvent être considérées comme la préparation à une étude plus complète du système de coordonnées surabondantes que j'ai déjà employé plusieurs

fois, et dans lequel on détermine un point par ses puissances relatives à 5 sphères, orthogonales ou quelconques.

Sur les terminaisons nerveuses de la langue et des extrémités des membres des Oiseaux, par M. Jobert.

Dans ces dernières années, les travaux spéciaux commencés par Herbst et continués par Leydig se sont multipliés, des corpuscules nerveux ont été étudiés en France par Goujon et Grandy, chez les Perroquets et les Palmipèdes, dans le bec et la langue. Ciaccio a continué ces recherches, Leydig a décrit longuement les dispositions qu'il avait observées dans le bec des Bécasses, et, en 1869, dans les Archives de l'anatomie et de la physiologie de Reichert et Dubois-Raymond, un travail a été de nouveau publié sur ce sujet.

C'est sur la langue des Oiseaux de la famille des *Fringilla* et sur quelques individus d'espèces rares, tels que les Cardinaux, qu'ont porté nos recherches.

Nous avons constaté que la langue, dans tous les Oiseaux de cette famille, était construite sur un même type, à savoir une extrémité légèrement excavée formant, pour ainsi dire, cuiller. Si on dénude cette extrémité de l'épiderme épais qui la recouvre, on voit à l'œil nu qu'elle a un aspect velouté qui est dû à la présence de nombreuses papilles.

Ces papilles sont très-volumineuses, surtout celles qui sont situées sur la partie médiane ; étranglées à leur base, elles vont en s'élargissant ; quelques-unes sont claviformes, mais la plupart, après s'être élargies, redeviennent étroites et se terminent en pointe mousse. Les papilles qui sont situées au bord de la langue, ainsi que celles de l'extrémité, sont filiformes. Les grosses papilles ne peuvent pas être considérées, à proprement parler, comme composées ; cependant leurs bords sont festonnés, et on peut dire que des papilles secondaires sont ébauchées sur leurs flancs.

Dans ces papilles, l'examen microscopique fait reconnaître la présence de nerfs et de vaisseaux. Au centre montent des faisceaux d'environ dix ou douze tubes nerveux dans les plus grosses, trois ou quatre dans les plus petites. Sur les bords on observe des vaisseaux qui sont reliés par des capillaires plus petits qui forment ainsi des réseaux à mailles serrées. Les nerfs montent presque jusqu'au sommet de la papille et là se mettent en rapport avec des corpuscules d'une nature particulière.

Chez le *Fringilla coccothraustes* on voit au milieu de la papille en ce point renflé que nous indiquons plus haut les tubes perdre leur moelle et pénétrer dans de grands corpuscules formés d'une enveloppe conjonctive au milieu de laquelle se trouve un bulbe central situé transversalement. Des noyaux brillants sont placés le long du bulbe central. La disposition est analogue à celle que l'on observe chez les Canards et les Bécasses. Nous ne nous y arrêtons pas. Mais au-dessus de ces gros corpuscules placés dans les papilles secondaires rudimentaires on trouve de petits corps mesurant depuis 4 jusqu'à 7 centièmes de millimètre à peine contenant des noyaux transversaux avec lesquels les tubes nerveux viennent se mettre en connexion. Ils ne s'enroulent point autour, ils y pénètrent après avoir perdu leur myéline et se terminent par une extrémité renflée. Nous n'avons pu y constater l'existence d'un bulbe central.

Dans les papilles filiformes des bords et de l'extrémité de la langue les gros corpuscules manquent, et à mi-hauteur se trouvent un ou deux petits corpuscules à noyaux. Chez les Cardinaux, nous n'avons observé que des corpuscules à noyaux, dans les papilles même les plus grosses; mais alors ils atteignent des dimensions plus considérables et déjà on y aperçoit la trace d'un bulbe central. A la base des papilles, chez les Cardinaux comme chez les Gros-Becs, se trouvent en quantité considérable de grands corpuscules ellipsoïdes soit isolés, soit en bouquet, exactement comme dans l'extrémité de la langue des Perroquets.

Les papilles terminales des mandibules, la membrane sous-cornéale qui les revêt contiennent également de grands corpuscules analogues à ceux que l'on observe à la base des papilles.

Pattes des Perroquets. — On sait que les Perroquets emploient leurs doigts non-seulement à progresser, mais encore à saisir leurs aliments qu'ils portent ensuite à leur bec. Chez eux, la patte est déjà un organe de préhension et de toucher. Nous avons voulu voir si nous pourrions rencontrer quelque disposition des nerfs analogue à celle que nous avons observée soit dans le bec et la langue, soit même dans les extrémités des membres des Vertébrés supérieurs.

A l'œil nu, la peau paraît formée de grosses papilles disposées très-régulièrement par rangées parallèles; elles mesurent un demi-millimètre environ. Au microscope, on reconnaît que ces papilles ne sont pas simples, et que chacune de ces élévations est hérissée de petites papilles vasculaires. Au centre de la papille mère, on observe de gros vaisseaux et de gros nerfs dont les tubes se dissocient et se terminent dans de grands corpuscules tout à fait semblables à ceux que nous venons d'indiquer dans la langue. Chaque papille en contient quatre ou cinq. Nous avons pu constater cette disposition chez deux Aras, un Joko, un Platycerque et un Lori. Elle paraît être constante.

Séance du 23 mars 1872.

M. J. CHATIN présente au nom de M. OUSTALET, deux mémoires qui ont pour titres : *Sur les schistes à Meletta*, de Froidefontaine (en collaboration avec M. Sauvage); *Sur la respiration des nymphes de Libellules*.

M. DARBOUX fait une communication sur la théorie des équations, etc.

M. CAZIN expose les travaux de M. NYLAND, sur la durée et la marche des courants d'induction.

M. LAGUERRE fait une communication sur la surface de Steiner.

M. J. CHATIN fait un rapport sur les travaux de M. OUSTALET.

M. BUREAU fait un rapport sur les travaux de M. BERTRAND.

Sur la surface de Steiner, par M. Laguerre.

Les lignes asymptotiques de la surface de Steiner ont été données par M. Clebsch; on en déduit facilement les lignes asymptotiques de la surface de troisième ordre à quatre points nodaux qui en est la réciproque.

En étudiant récemment cette dernière surface, j'en ai retrouvé les lignes asymptotiques sous une forme qui paraît peut-être présenter quelque intérêt, même après les recherches dont je viens de parler.

Soit M un point quelconque de la cubique à quatre points nodaux; d'après la propriété fondamentale de cette surface, le cône circonscrit à la surface, qui a pour sommet le point M , se décompose en deux cônes du second degré dont chacun touche la surface suivant une cubique gauche.

« Cela posé, les deux surfaces développables, qui ont ces cubiques pour arêtes de rebroussement, coupent la surface suivant les deux lignes asymptotiques qui se croisent au point M . »

Soit tracée sur la surface une ligne asymptotique quelconque Z ; de chacun des points de cette courbe on peut mener deux cônes du second degré circonscrits à la surface. La cubique gauche, qui est la courbe de contact d'un de ces cônes, est l'arête de rebroussement d'une surface développable passant par Z .

Je dirai que cette cubique appartient à l'asymptotique Z . Toutes les cubiques qui appartiennent à Z passent par les quatre points nodaux; les cônes circonscrits à la surface suivant ces courbes ont leurs sommets sur Z ; les surfaces développables dont elles sont les arêtes de rebroussement contiennent cette courbe.

Deux quelconques d'entre elles, indépendamment des quatre points nodaux, se coupent en un cinquième point qui est le sommet d'un cône du second degré passant par ces deux cubiques.

Séance du 13 avril 1872.

PRÉSIDENCE DE M. BERTHELOT.

M. HERVÉ MANGON écrit pour demander à être nommé membre honoraire.

M. LABOULAYE écrit pour donner sa démission de trésorier de la Société; il exprime le désir d'être remplacé et d'être nommé membre honoraire. La Société nomme une commission composée de MM. BUREAU, DARBOUX, DE LUYNES, VAN TIEGHEM et MOREAU, président, pour présenter une liste de candidats aux fonctions de trésorier.

M. BOUSSINESQ fait une communication sur l'influence des forces centrifuges sur le mouvement permanent et varié de l'eau dans les canaux prismatiques de grande largeur.

M. VALÈS communique quelques propriétés nouvelles des nombres premiers.

M. DARBOUX présente à la Société un mémoire de M. GRAINDORGE, répétiteur de mécanique à l'École des mines de Liège, sur l'intégration des équations différentielles de la mécanique. M. DARBOUX rendra compte de ce travail dans la prochaine séance.

M. GUILLEMIN fait une communication sur les oscillations des courants induits.

M. LAGUERRE, en déposant une note sur la représentation des formes binaires dans le plan et dans l'espace, demande à l'exposer dans la prochaine séance.

MM. BERTRAND et OUSTALET sont élus membres de la Société.

La Société se forme en comité secret à 9 heures 1/2.

M. VAILLANT lit un rapport sur l'état financier de la Société.

La Société approuve les comptes de M. LABOULAYE à l'unanimité.

De l'influence des forces centrifuges sur le mouvement permanent varié de l'eau dans les canaux prismatiques de grande largeur, par M. Boussinesq.

Les auteurs qui ont étudié l'écoulement permanent varié de l'eau dans les canaux prismatiques découverts ont admis que la pression est régie par la loi hydrostatique aux divers points d'une même section normale. Cette hypothèse peut être acceptée quand la petite inclinaison des filets fluides par rapport à l'axe rectiligne du canal n'éprouve de changements sensibles que sur une grande longueur, de manière que la courbure de ces filets, et par suite les forces centrifuges développées par le mouvement, soient à peu près négligeables. Mais il n'en est plus ainsi au point où l'inclinaison des filets change, sur une longueur finie, de quantités comparables à sa valeur propre ; car les variations éprouvées d'une section à l'autre, pour la partie non hydrostatique de la pression, sont alors du même ordre de grandeur que celles de la partie hydrostatique. Aussi l'équation usitée du mouvement permanent tombe-t-elle en défaut dans ces circonstances, et notamment quand il s'agit du ressaut occasionné au bas d'un canal d'assez forte pente, par un barrage ou par toute autre cause capable de produire un gonflement. Faute de pouvoir, dans ce cas, déterminer par la théorie la forme de la surface libre, on se contente de calculer la hauteur totale du ressaut, supposé très-court, au moyen d'une formule approchée que Belanger a déduite du principe des quantités de mouvement. Mais, outre qu'on n'obtient rien ainsi des circonstances intéressantes que peut présenter la surface, la formule de Belanger devient d'une application difficile et douteuse quand il s'agit des ressauts longs offerts par un canal dont la pente, assez grande, est néanmoins au-dessous d'une certaine limite. D'ailleurs, ce n'est pas seulement à l'aval d'un cours d'eau rapide que l'équation usuelle du mouvement permanent ne correspond plus aux phénomènes ; c'est aussi, dans les canaux de petite

penne, aux endroits où le régime uniforme s'établit, c'est-à-dire à ceux qui sont immédiatement en amont des points où ce régime existe.

Il était donc utile de faire entrer en ligne de compte la courbure des filets et l'influence de cette courbure sur la pression. C'est le but que je me suis proposé dans un Mémoire dont la Société voudra bien me permettre de l'entretenir un instant.

J'y développe d'abord, de manière à les rendre, ce me semble, entièrement acceptables à tous les esprits, les considérations résumées dans deux articles du *Compte-Rendu* (29 août 1870, 3-10 juillet 1871) où se trouve soumise au calcul, pour la première fois, la vraie cause des résistances passives développées au sein des eaux courantes, c'est-à-dire *l'agitation tourbillonnaire* qui règne en tous leurs points et qui enlève à la translation générale (pour la changer sans cesse en énergie interne ou en chaleur) une véritable quantité de force vive, ainsi que l'ont observé MM. Poncelet, de Saint-Venant, Darcy, Bazin, etc. Il est vrai que des savants estimables ont, tout récemment encore, tenté d'expliquer l'écoulement dans les conduits et dans les canaux découverts, en supposant (du moins à une première approximation) la continuité parfaite des mouvements du fluide. Mais une telle hypothèse me paraît être devenue complètement inadmissible depuis les expériences si précises du docteur Poiseuille sur l'écoulement dans les tuyaux capillaires, expériences qui prouvent, d'une part, l'exactitude des expressions des frottements intérieurs donnés par Navier pour ces mouvements bien réguliers, d'autre part l'excessive petitesse du coefficient constant de ces frottements, qui est comme nul en comparaison de ceux que l'expérience oblige de prendre en hydraulique. Et il est bien inutile de joindre aux formules de Navier, pour en déduire l'explication de faits qui leur sont étrangers, des termes contenant soit les puissances supérieures des dérivées premières des vitesses, soit surtout leurs dérivées secondes, troisièmes, etc.; car, toutes ces dérivées atteignent, dans la plupart des écoulements étudiés par M. Poiseuille, où l'influence complémentaire des termes dont il s'agit n'a pu même être soupçonnée, des va-

leurs plus grandes que dans les mouvements supposés à peu près continus des eaux courantes.

Il faut donc, si l'on veut comprendre quelque chose à ces mouvements : 1° regarder les vitesses vraies comme rapidement ou même brusquement variables d'un point à l'autre, capables en un mot de produire des frottements d'un tout autre ordre de grandeur que dans le cas de mouvement continu ; 2° faire dépendre les actions moyennes exercées à travers un élément plan fixe, non-seulement des *vitesses moyennes locales*, ou plutôt de leurs dérivées du premier ordre qui mesurent le glissement relatif moyen des couches fluides, mais encore de l'intensité en chaque point de l'agitation tourbillonnaire ; 3° choisir pour équations du mouvement non pas les relations qui expriment à un moment donné l'équilibre dynamique des divers volumes élémentaires du liquide, mais les moyennes de ces relations pendant un temps assez court, ou ce qu'on peut appeler les équations de l'équilibre dynamique moyen des particules fluides qui passent successivement par un même point. Des considérations simples permettent d'ailleurs d'obtenir des expressions suffisamment approchées de l'agitation tourbillonnaire, et par suite du coefficient des frottements intérieurs dans les deux cas où le mouvement se fait parallèlement à un plan ou symétriquement tout autour d'un axe, cas entre lesquels se placent tous ceux de la pratique.

Le problème physique se trouve ainsi ramené à une question de calcul intégral, qui, sans être des plus simples, est néanmoins résoluble par approximations successives aux points où l'inclinaison relative des filets est une petite quantité. La première approximation donne les lois du régime uniforme telles qu'elles résultent des expériences de MM. Darcy et Bazin, tant pour la dépense que pour la répartition des vitesses sur toute l'étendue d'une section ; la seconde conduit à l'équation du mouvement permanent varié qui est le principal objet du mémoire.

Cette équation, spécifiée pour le cas d'un canal prismatique rectangulaire très-large, contient, de plus que la formule usuelle établie par Coriolis, un terme proportionnel : 1° à la dérivée, prise le long de l'axe, de la courbure de la surface libre ; 2° au carré de la dépense par unité de lar-

geur du canal, et 3° à un coefficient constant pour une même espèce de parois. Elle est donc du troisième ordre, et son intégrale générale comporte trois constantes arbitraires qui sont, par exemple, la profondeur sur la première section amont et sur la dernière section aval, et l'inclinaison ou la courbure de la surface libre sur une section intermédiaire. Comme il y a souvent des points où cette courbure est insensible, c'est-à-dire peut être supposée donnée à fort peu près égale à zéro, il suffit alors, pour que le problème de l'état du canal soit déterminé, de connaître, outre la dépense, la profondeur aux deux extrémités. Ainsi se trouve justifiée, théoriquement, la nécessité de tenir compte à la fois des *circonstances d'amont* et des *circonstances d'aval*, nécessité reconnue depuis un certain temps dans le cas où il y a des ressauts, et dont M. Boudin, professeur à l'École du génie civil de Gand, a développé diverses conséquences dans son remarquable ouvrage : *de l'axe hydraulique des cours d'eau contenus dans un lit prismatique*. (*Annales des travaux publics de Belgique*, t. XX, 1863.)

C'est seulement quand la courbure de la surface est partout négligeable que l'équation du mouvement permanent se réduit au premier ordre, et qu'il suffit de se donner la profondeur en un point pour la déterminer en tous les autres. Cette équation prend alors la forme de celle de Coriolis; mais elle s'en distingue toutefois, au point de vue théorique, par deux différences importantes. La première consiste en ce que le coefficient α de Coriolis, coefficient égal au quotient, par le cube de la vitesse moyenne sur une section, de la valeur moyenne du cube de la vitesse aux divers points de la même section, y est remplacé par un autre, dont l'excès sur l'unité est environ trois fois moindre, et qui représente le rapport, au carré de la vitesse moyenne, de la valeur moyenne du carré de la vitesse aux divers points de la section considérée.

Cette différence tient à ce que Coriolis, qui s'est servi du principe des forces vives au lieu de celui des quantités de mouvement, bien plus commode, a évalué le travail des frottements intérieurs en supposant implicitement la répartition des vitesses pareille à ce qu'elle est quand le régime uniforme existe, hypothèse dont il n'est pas difficile de dé-

montrer l'impossibilité. Mais une autre différence compense presque exactement celle-là dans la pratique : en effet, le coefficient, peu supérieur à l'unité, qui doit remplacer α , est augmenté d'une quantité petite, moins sensible (0,07 ou 0,08 environ), par suite de ce que le frottement extérieur dépend directement de la vitesse à la paroi et non de la vitesse moyenne, et n'est plus la même fonction de celle-ci que dans le cas du mouvement uniforme.

Le mémoire se termine par l'étude des circonstances intéressantes que présentent l'établissement et la destruction du régime uniforme, circonstances que l'on observe, les premières immédiatement en amont, et les secondes immédiatement en aval des endroits où ce régime existe. A ce point de vue, les cours d'eau se rangent en trois catégories que l'on peut caractériser par les dénominations respectives de *rivières*, *torrents de pente modérée*, *torrents rapides*. Les deux pentes particulières, l'une un peu plus petite que l'autre, qui établissent la démarcation, la première entre les rivières et les torrents modérés, la seconde entre les torrents modérés et les torrents rapides, varient, dans d'assez larges limites, en sens inverse du degré de poli des parois et du rayon moyen de la section.

Les cours d'eau de faible pente, ou *rivières*, sont caractérisés : 1° aux endroits où le régime uniforme se détruit, par cette circonstance que l'élévation ou l'abaissement de la surface s'y font sans aucune inflexion du profil longitudinal et assez graduellement pour que la courbure des filets fluides y soit négligeable (1); 2° aux endroits où le régime uniforme est sur le point de s'établir, par une série d'ondulations transversales de la surface, ondulations d'une longueur constante et peu considérable, d'autant plus petite que la pente du fond est plus faible, et d'une hauteur qui diminue de chaque ondulation à la suivante, lorsqu'on suit le fil de

(1) M. de Saint-Venant avait déjà, en 1852, appelé *rivières* les courants qui jouissent de cette dernière propriété, et *torrents*, ceux dont la surface affecte, au contraire, aux points où le régime uniforme se détruit, une courbure sensible.

l'eau, avec d'autant plus de rapidité que la pente est plus grande.

Dans les cours d'eau de forte pente, ou *torrents rapides*, le régime uniforme se détruit par une surélévation ou un abaissement presque brusques de la surface, sans inflexion du profil longitudinal, et il s'établit également sans inflexion, mais assez graduellement pour que la courbure des filets soit négligeable jusqu'à une distance assez notable en amont des endroits où le mouvement est uniforme.

Enfin, les *torrents de pente modérée* tiennent des rivières en ce que le régime uniforme ne s'y établit qu'avec une série d'ondulations de la surface, plus longues toutefois, et de hauteurs plus rapidement décroissantes que dans les rivières; et ils tiennent des torrents rapides en ce que la courbure des filets fluides et l'influence des forces centrifuges n'y sont pas négligeables aux points où le régime uniforme se détruit. Quand, en ces points, la surface s'abaisse, elle ne présente aucune inflexion; mais, si, au contraire, elle se relève en ressaut, ce ressaut est allongé et coupé transversalement par un certain nombre d'ondulations, au lieu d'être court et à une seule inflexion vers le haut comme dans les torrents rapides. L'analyse indique en outre que les premières de ces ondulations ont très-sensiblement la forme des ondes *solitaires* observées par Scott Russell et par M. Bazin, et que j'ai étudiées dans un mémoire publié récemment au *Journal de Mathématiques* (t. XVII, 1872).

De nombreuses expériences de M. Bazin (1) confirment toute cette théorie des ressauts, et la distinction qu'il y a lieu d'établir entre les torrents de pente modérée et les torrents rapides.

(1) Voir le dernier chapitre de la première partie des *Recherches hydrauliques* commencées par Darcy et continuées par M. Bazin (*Savants étrangers*, t. XIX).

Sur les nombres premiers, par M. Vallès.

M. Vallès a déjà fait à la Société une communication, ayant pour objet d'exposer les propriétés dont jouissent les nombres premiers par rapport à un diviseur quelconque n d'être décomposables en sommes ou en différences de carrés de la forme $a^2 \pm nb^2$ ou nb^2a^2 . Il a traité les cas où les valeurs de n sont 3, 5 et 7; il a exposé aujourd'hui ce qui concerne le diviseur 13 et il énonce à ce sujet les principes suivants:

Tout nombre premier qui, augmenté ou diminué de 1, 3 ou 4 unités, est divisible par 13, est simultanément des deux formes $a^2 - 13b^2$ et $13b^2 - a^2$. Si en outre, par rapport au diviseur 8¹ ce nombre est des espèces $8N + 1$ et $8N + 5$, il admettra aussi la forme $a^2 + 13b^2$.

Sur la représentation des formes binaires dans le plan et dans l'espace, par M. Laguerre.

On peut représenter une forme binaire sur une ligne droite par n points de cette droite correspondant aux racines de l'équation que l'on obtient en égalant la forme à zéro. On peut dans ce but employer aussi une courbe quelconque, plane ou gauche, de genre zéro, et un grand nombre de propriétés du système de points situés sur cette courbe, que j'appellerai courbe fondamentale, se déduiront immédiatement de celles des formes qu'ils représentent.

La courbe fondamentale étant choisie, on pourra aussi d'une façon plus simple représenter des groupes de points (ou des formes) par un certain nombre d'éléments (points ou droites) qui pourront les déterminer; ce mode de représentation variera d'ailleurs suivant la nature de la courbe choisie.

Étant données deux formes de même degré f et φ , j'appellerai, pour abrégier, *faisceau de ces formes* l'ensemble des formes comprises dans l'expression $f + \lambda \varphi$; un faisceau est évidemment déterminé quand on connaît deux des formes qu'il contient.

Pour éclaircir ceci par un exemple, prenons une conique H pour courbe fondamentale; une forme quadratique sera déterminée par deux points de cette conique, ou bien, si l'on veut, par la droite qui joint ces deux points. C'est ce dernier mode de représentation que nous emploierons (Voir à ce sujet un remarquable article de M. Weyr, *sur l'involution de degré supérieur*, Crelle, T. 72). Cela posé, on voit que toutes les formes quadratiques d'un faisceau sont représentées par des droites concourant en un même point, qui représentera ce faisceau. D'où l'on déduit immédiatement que la propriété connue de l'hexagone de Pascal peut s'énoncer algébriquement de la façon suivante :

« Étant donnée une équation du sixième degré $f(x) = 0$ dont les racines soient α_i , si l'on pose pour abrégier $A_{hk} = (x - \alpha_k)(x - \alpha_h)$, on pourra déterminer six facteurs numériques $\lambda, \mu, \lambda', \mu', \lambda''$ et μ'' de telle sorte que l'on ait identiquement $\lambda A_{12} + \mu A_{45} = \lambda' A_{23} + \mu' A_{56} = \lambda'' A_{34} + \mu'' A_{16}$ ».

Cette propriété de six points d'une droite appliquée à une conique donne le théorème de Pascal; appliquée à une cubique, elle fournit à la fois des propriétés de six points quelconques de cette courbe (et par conséquent de six points quelconques de l'espace) et des propriétés de sept points quelconques situés sur cette cubique.

Dans ce qui suit, je considérerai spécialement une cubique gauche fondamentale K . Une forme quadratique sera déterminée par deux points de cette courbe et représentée par la sécante qui joint ces deux points. Les droites représentatives d'un faisceau de formes quadratiques sont les génératrices (sécantes de la cubique) d'une quadrique passant par K ; une telle surface représentera donc un faisceau de formes quadratiques.

Cela posé, la propriété que je viens d'énoncer relativement aux racines de l'équation du sixième degré donnera immédiatement la proposition suivante :

Étant pris sept points 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, sur K, il y existe une droite D (sécante de la cubique) qui rencontre les neuf droites contenues dans les deux tableaux suivants :

E	{	3 (12) (54)	1 (23) (56)	2 (34) (16)
	}	6 (12) (54)	4 (23) (56)	5 (34) (16)
F	{	7 (12) (54)	7 (23) (56)	7 (34) (16)

La droite D rencontre donc les six droites contenues dans le tableau E, ce qui fournit une propriété de six points quelconques de l'espace (cette propriété se rattache d'ailleurs à de belles propositions données par M. P. Serret sur les cubiques gauches).

Le tableau F montre en outre que la droite D ayant été déterminée au moyen des points 1, 2, 3, 4, 5 et 6, tout plan sécant mené par D rencontre les côtés de l'hexagone, dont ils sont les sommets, en six points situés deux à deux sur trois droites concourantes.

Le point de concours décrit, lorsqu'on fait varier le plan, la cubique gauche déterminée par les six points.

Dans ce qui précède, 3 (12) (54) désigne la droite qui, passant par le point 3 rencontre les droites 12 et 54; les autres notations ont une signification analogue.

On peut aussi énoncer ces résultats de la façon suivante: « Un hexagone étant inscrit dans une cubique, par la courbe et chaque couple de côtés opposés de l'hexagone on peut faire passer une quadrique; les trois quadriques ainsi obtenues ont une génératrice commune qui est une sécante de la cubique. » Une forme cubique est déterminée par trois points de K; les plans osculateurs de la courbe en ces points passent par un point p situé, comme on le sait, par un beau théorème de M. Chasles, dans le plan P qui contient les trois points. Je dirai que le point p et le plan P sont associés; si le point p parcourt une droite, le plan P tourne autour d'une autre droite qui est associée à la première. Je représenterai une forme cubique par le point associé au plan qui contient les trois points de K qui la déterminent.

Une forme cubique représentée par un point p est déterminée par les trois points de contact a, b, c des plans

osculateurs que l'on peut mener de ce point à la courbe. Si l'on prend les conjugués harmoniques de chacun des points a, b, c par rapport aux deux autres, on obtient un autre système de trois points qui détermine le covariant cubique de la forme; les plans osculateurs en ces points se coupent en un point p' représentatif du covariant.

Cela posé, les deux points p et p' sont situés sur une même sécante de la cubique et partagent harmoniquement le segment intercepté par la courbe sur cette sécante. Je dirai que les deux points se correspondent par rapport à la cubique.

Le faisceau de la forme représentée par le point p est représenté par la sécante qui passe par ce point.

J'ajouterai la remarque suivante :

« Le plan polaire d'un point donné relativement à la surface développable S , dont K est l'arête de rebroussement, est le plan associé au point correspondant. »

Étant données deux formes cubiques représentées par les points p et q , les différentes formes contenues dans le faisceau qu'elles déterminent sont représentées par les différents points de la droite pq . Une droite dans l'espace représentera donc un faisceau de formes cubiques.

Si une droite rencontre une génératrice de S , leur point de rencontre représente une forme cubique ayant un facteur carré. D'où cette conséquence :

« Une droite (représentant un faisceau) rencontre quatre génératrices de S ; les quatre points où ces droites touchent K représentent le Jacobien du réseau. »

Étant donnée une forme biquadratique F représentée par quatre points de K , menons les tangentes en ces points. Ces quatre droites n'étant jamais sur une même quadrique, il n'y a que deux droites D et D' qui les rencontrent toutes.

Donc F est le Jacobien des deux faisceaux de formes cubiques, lesquels sont représentés par les droites D et D' .

Ces deux droites sont associées par rapport à la cubique. Je représenterai la forme F par ces deux droites ou simplement par l'une d'entre elles, puisque par là même l'autre sera déterminée.

Sur la quantité de magnétisme des électro-aimants cylindriques, par M. Cazin.

Les nouvelles expériences que j'ai faites sur ce sujet m'ont conduit à modifier la formule générale des électro-aimants cylindriques, en ce qui concerne la loi des diamètres du noyau.

Soit r le rayon de ce noyau, l'ensemble de mes expériences se représente entre des limites très-étendues par une expression de la forme

$$m = a (1 - b^r).$$

m est la quantité de magnétisme, a et b sont deux paramètres indépendants de r .

D'après cela la formule qui exprime la quantité de magnétisme m , en fonction du nombre de tours s de la spirale magnétisante, du rayon r du noyau, de l'épaisseur e de ce noyau supposé tubulaire, et de l'intensité i du courant, est la suivante

$$m = A s (1 - B^r) e^{\frac{6}{s}} \text{arc tang } \frac{C i}{e^{\frac{6}{s}}}.$$

A, B, C, étant trois constantes qui ne dépendent que de la nature du noyau et des unités adoptées.

Pour le fer, en prenant les unités que j'ai définies dans une note précédente, on a

$$\text{Log } A = \overline{5}, 80368$$

$$\text{Log } B = \overline{2}, 83950$$

$$\text{Log } C = \overline{4}, 50114$$

On déduit de la formule précédente

$$m_0 = A (1 - B) \text{arc tang } C = 3,751.$$

C'est la quantité de magnétisme appliquée à chaque pôle d'un cylindre de fer plein et indéfini, ayant un rayon d'un décimètre, lorsqu'il est entouré d'une seule spire de fil, que traverse un courant capable de décomposer 9 milligrammes d'eau en une seconde. La formule que j'ai donnée antérieurement conduisait à $m_0 = 5,26$.

J'ai aussi étudié le magnétisme d'un faisceau de fil de fer. Je citerai ce résultat : J'ai disposé 200 baguettes de fer en forme de tube ayant 8 cent. de diamètre extérieur, et j'ai mesuré la quantité de magnétisme de ce faisceau servant de noyau. J'ai ensuite calculé l'épaisseur d'un tube de fer massif, de même longueur, de même poids et de même diamètre extérieur que le noyau précédent, et j'ai calculé, à l'aide de la formule générale, la quantité de magnétisme acquise par ce tube dans les mêmes circonstances. J'ai trouvé que cette quantité dépassait celle du faisceau de $\frac{1}{2}$ environ.

Toutes mes expériences démontrent que le magnétisme se développe seulement dans les parties du noyau qui sont assez voisines de la spirale; les circonstances qui éloignent quelques parties, telle que la division en baguettes, diminuent le magnétisme.

Séance du 27 avril 1872.

PRÉSIDENCE DE M. MOREAU.

M. DE LUYNES fait une communication sur les propriétés de l'acide borique anhydre.

M. BOURGET communique des recherches sur les machines thermiques.

M. DE SAINT-VENANT offre à la Société trois mémoires ayant trait à l'hydrodynamique des cours d'eau, à la houle, etc.

M. GUILLEMIN élève une réclamation de priorité relative à des expériences sur les courants induits; ses propres expériences datent de 1861 et ont été publiées dans les *Comptes rendus*.

M. MOREAU expose ses expériences sur les effets de la ligature de l'artère auriculaire combinée avec la section du nerf auriculaire. Quand l'artère est liée et le nerf coupé, le sang reflue des veines dans les artères et l'oreille se congestionne. Sur une oreille, on coupe seulement le nerf auriculaire ; sur une seconde, on coupe les nerfs qui entourent l'artère, puis le nerf auriculaire ; celle-ci se congestionne davantage.

M. de Caligny a fait dans cette séance une communication sur les effets des courants et des vagues dans les entonnoirs formés par des digues convergentes qui laissent un passage dans leur angle.

Il s'agit surtout des effets de l'eau à la sortie de ces entonnoirs, qu'on supposera, pour fixer les idées, formés par deux digues verticales perpendiculaires l'une à l'autre. Ce sujet a été très-controversé, mais il ne paraît pas qu'on ait bien saisi les points les plus essentiels, quant à l'hydraulique physique.

Considérons d'abord un courant obligé de se resserrer entre deux digues convergentes ; les effets seront très-différents de ceux qui se présenteraient si les digues étaient parallèles.

Dans ce dernier cas, le courant ne s'élargirait pas brusquement comme on le sait par ce qui se présente à l'entrée des cours d'eau dans la mer ou dans les lacs. On a donc, quant à ce point, des moyens très-simples de faire des observations directes ; les tourbillons qui en résultent latéralement sont disposés de manière que le courant ne fait pas ses dépôts latéralement trop près de l'embouchure.

Mais si les digues convergent comme cela a été dit ci-dessus, les phénomènes des tourbillons latéraux seront modifiés par ceux de la communication latérale du mouvement des liquides. De sorte que le courant, au lieu de tendre à faire des dépôts assez près de l'embouchure, pourrait bien *attirer à lui une partie de l'eau ambiante* ; d'où il résulterait au contraire que les matières tenues en suspension par cette

eau se trouvant ainsi entraînées, il se produirait une sorte de curage de chaque côté de la veine liquide, jusqu'à ce que celle-ci fût ensuite, à une certaine distance, suffisamment élargie en vertu des phénomènes des tourbillons. Il faut d'ailleurs tenir compte de ce que, par suite de la convergence des digues, les principales vitesses ne se trouvant pas, sans doute en général, aux bords de la veine liquide, les matières les plus pesantes seront d'autant plus éloignées de ces bords que la convergence de cette veine continuera bien au-delà de l'embouchure.

Supposons maintenant que le courant ne soit pas permanent, mais résulte du mouvement des vagues qui, soit par la forme du fond, soit par la disposition des digues convergentes, peuvent donner lieu de diverses manières à des espèces de coups de bélier.

Les phénomènes de l'évasement et les autres mentionnés ci-dessus seront modifiés par ceux de l'intermittence; et il y a lieu de croire que, du moins à certains égards, cela n'en sera que plus favorable pour diminuer l'espace où se feront latéralement les dépôts après la sortie de l'embouchure. C'est du moins ce qu'il est permis de penser par suite d'anciennes observations de M. de Caligny, d'après lesquelles une veine colorée, sortant par un mouvement uniforme d'un robinet plongé sous l'eau d'un réservoir, se dilate plus près de l'embouchure que ne le fait une veine lancée sous l'eau par un mouvement alternatif.

M. de Caligny a eu pour but dans cette communication de montrer en quoi consistent les phénomènes à observer pour éviter tout malentendu dans les expériences à faire et qu'il a l'intention de proposer pour éclaircir une question très-importante relativement à l'ensablement de plusieurs ports de mer. Il pense qu'on pourra, à peu de frais, faire des expériences très-importantes sur ce sujet au moyen de modèles dans lesquels on produira des ondes comme il l'a fait dans des canaux de section rectangulaire. Peut-être même un canal factice régulier de ce genre, à parois verticales, sera-t-il ce qu'il y aura de plus convenable pour produire, en amont de cloisons verticales, disposées à peu près à angle droit comme les digues ci-dessus, des ondes de diverses espèces. On pourra ne les produire qu'en nombre limité, de

manière à mieux observer leurs effets sur le sable, en amont de ces espèces de digues et surtout en aval dans un réservoir où débouchera l'espèce de courant, occasionné soit par ces ondes, soit par les espèces de coups de bélier qui en résulteront.

M. de Caligny rappelle à ce sujet que, lorsque dans un canal rectangulaire il lançait d'une extrémité de ce canal des ondes qui allaient frapper une paroi verticale à l'autre extrémité, on entendait très-distinctement les coups de bélier produits par l'arrivée de diverses espèces d'ondes, qui d'ailleurs élevaient de l'eau, par suite de ces coups de bélier contre cette paroi.

Sur l'acide borique, par M. de Luynes.

Cet acide exige pour sa fusion complète une température très-élevée. Il peut être alors coulé ou étiré en fils ; mais il ne reste pas aussi longtemps plastique que les verres en général, et sous ce rapport il se rapproche de l'acide silicique, qui ne peut être tiré en fils qu'à une température très-voisine de celle de sa fusion.

L'acide borique fondu et coulé en plaque reste fortement trempé après son refroidissement ; et il est d'autant plus dilaté que le refroidissement est plus rapide et la trempe plus forte. C'est le même effet que celui qui se produit dans le verre refroidi à l'air. En coulant l'acide borique fondu et liquide sur une plaque de fonte froide et polie, la surface en contact avec le métal se refroidit plus vite et se trempe plus que la surface supérieure ; il en résulte une différence de dilatation qui fait que la plaque d'acide se courbe fortement en devenant convexe du côté le plus trempé, la cour-

bure peut être assez forte pour déterminer la rupture de la plaque; et comme ce corps est élastique, les fragments sont projetés très-loin et avec une vitesse assez grande pour que l'expérience devienne dangereuse si l'on opère sur une masse de matière considérable.

En plaçant dans l'eau une plaque ainsi préparée d'acide borique fondu, elle s'attaque en s'hydratant très-lentement; des couches d'acide hydraté se séparent assez nettement comme un grain d'amidon fortement exfolié. Cette expérience, qui semble indiquer une différence d'état physique entre les couches extérieures et intérieures, vient à l'appui de ce que l'auteur a communiqué sur la structure des larmes bataviques en verre.

En faisant tomber dans l'eau froide des gouttes d'acide borique fondu et liquide, comme cela se pratique avec le verre pour faire des larmes bataviques, l'acide se désagrège en formant une masse blanche filigranée; cette masse, essuyée et abandonnée ensuite à elle-même, foisonne considérablement en même temps que la température s'élève jusqu'à 98°. Le même effet a lieu en versant de l'eau sur l'acide fondu pulvérisé. Ebelmen avait déjà signalé ce dégagement de chaleur.

Il est curieux que l'acide en plaque ne s'hydrate au contact qu'avec une extrême lenteur; une plaque de 3 à 4 millimètres d'épaisseur peut rester sous l'eau pendant 12 heures et plus sans être complètement hydratée. La pulvérisation modifierait-elle l'état de l'acide borique comme cela a lieu pour l'acide arsénieux vitreux?

L'acide borique fondu et coulé à l'air est fortement trempé, et agit fortement sur la lumière polarisée, à la façon d'une lame de quartz parallèle à l'axe. Ce qui est remarquable c'est que cette propriété persiste malgré un recuit de 12 heures.

Pour l'acide borique, l'état vitreux ne pourrait exister sans la trempe. Cette propriété est peut-être générale, ou du moins elle appartient, à différents degrés d'intensité, à la plupart des matières vitreuses ou verres; mais tandis que ces matières, par l'action du recuit, perdent en partie les propriétés que leur donne la trempe, l'acide borique paraît ne pas éprouver l'action du recuit à la manière des verres.

La dureté de l'acide borique mérite d'être signalée; il raye fortement le verre.

Lorsqu'on cherche à le travailler au tour, il est à peine attaqué par le sable ou le grès; l'émeri commence à l'entamer. En faisant agir l'eau et l'émeri, on parvient à l'user et à le tailler; mais il faut environ quinze fois plus de trempe que pour les verres ordinaires.

Le recuit ne détruit pas cette dureté.

Sur le courant induit, par M. Guillemin.

Depuis quelque temps plusieurs physiciens publient des expériences sur les *oscillations du courant induit*; les plus anciennes ne remontent pas au-delà de 1870.

On me permettra sans doute de rappeler que j'ai signalé ces renversements du courant induit des bobines, dans deux notes à l'Académie des sciences insérées dans les comptes rendus de 1860, t. 50, p. 1104 et t. 51, p. 142; dans cette dernière note, c'est un fil télégraphique qui servait de fil inducteur. Ces oscillations, que j'appelais des *inversions* du courant induit, sont démontrées par onze expériences.

En 1861, j'ai réuni et expliqué avec détails tous mes résultats dans une thèse de pharmacie présentée à l'École de Montpellier. Cette thèse, assez étendue, intitulée : *Recherches sur l'induction volta-électrique*, contient le détail des expériences, avec des explications où je montre comment ces oscillations sont liées à la loi d'Ohm. On trouve, page 12, la description des inventions du courant induit, lorsque le fil inducteur est une ligne télégraphique. A la page 41, on verra qu'une petite bobine, dont je donne la description, présente un courant inverse, après la fermeture, puis un

courant direct, enfin un nouveau courant inverse suivi d'un dernier courant direct.

M. Blaserna, dans son mémoire daté de Palerme 1870, cite les expériences de ma note du t. 51, des comptes rendus, en les interprétant autrement que je l'ai fait dans ma thèse de pharmacie, qu'il ne connaissait pas. Si ce travail eût été plus connu, les physiiciens, qui depuis deux ou trois ans s'occupent de cette question, n'auraient sans doute pas omis de m'attribuer ce qui me revient d'après des travaux publiés huit ans auparavant.

Séance du 11 mai 1872.

PRÉSIDENCE DE M. MOREAU.

M. DE LUYNES continue l'exposé de ses recherches sur les *larmes bataviques*.

M. JORDAN fait une communication relative aux lignes de faite et de thalweg.

M. BOUSSINESQ trouve ces résultats un peu absolus. L'opinion de M. Jordan anéantit la notion de la ligne de faite et des versants, puisqu'on peut prendre, selon lui, une ligne quelconque pour ligne de faite. La ligne de faite et celle de thalweg seraient les asymptotes des lignes de plus grande pente. Cependant, la théorie de M. Jordan serait très-applicable dans le cas de terrains très-tourmentés.

M. JORDAN répond qu'il définit le versant, l'espace compris entre deux lignes de faite consécutives; il ne peut considérer les lignes de faites et de thalweg comme des asymptotes.

M. JORDAN déclare qu'il a voulu définir cette notion géométriquement. On se sert de ces mots sans les avoir définis.

M. BOUSSINESQ fait observer qu'en acceptant, d'une manière générale, la définition de M. Jordan, il pourrait arriver qu'une ligne de faite et une ligne de thalweg, nettement séparées au sommet, se rapprochassent au point qu'il n'y eût plus entre elles d'espace

méritant le nom de versant, à moins de donner à ce mot une acception toute différente de celle que l'on a l'habitude de lui attribuer.

M. BERT expose la suite de ses recherches sur l'influence des modifications barométriques chez les animaux.

Sur les larmes bataviques, par M. de Luynes.

Le verre trempé par suite d'un refroidissement brusque reste plus dilaté qu'il ne le serait s'il avait été refroidi lentement, et l'effet ainsi produit est d'autant plus grand que le refroidissement a été plus rapide.

Les différentes couches de verre qui constituent la larme batavique sont donc dans un état de dilatation qui produit une tension analogue à celle d'un ressort et qui va en diminuant de la surface au centre. Lorsqu'on brise la queue, ou que l'on attaque à l'acide le point qui détermine la rupture de la larme, cette dernière se détend à la façon d'un ressort, et chaque partie se déplace d'autant plus qu'elle était dans un état de tension plus grand. Si donc, on considère une section plane transversale dans l'intérieur de la larme, les portions qui se trouvent à la circonférence subiront, après l'explosion, une retraite plus grande que les parties centrales, et il se formera ainsi une sorte de figure conique composée d'une foule de petites aiguilles. Toute la larme se trouvera ainsi composée de la juxtaposition de figures coniques enchevêtrées les unes dans les autres, et que l'on pourra conserver en encastrant avant la rupture la larme dans du plâtre frais. Tous les sommets de ces cônes seront disposés dans le même sens. Et si la rupture se fait par la queue, tous les sommets seront dirigés du côté de la queue de la larme.

En sciant la larme par l'extrémité renflée, la rupture se produit, et la détente a lieu en sens contraire. Alors les som-

mets des cônes sont tous dirigés vers la partie renflée de la larme. En sciant la larme par le milieu, la détente a lieu en sens contraire de chaque côté de l'endroit où la séparation a eu lieu, et l'on obtient deux systèmes de figures coniques à sommets opposés, et dirigés chacun dans le sens indiqué par les deux expériences précédentes.

Ces faits confirment les idées précédemment émises par l'auteur, qui fait remarquer en même temps que la fragilité du verre trempé tient surtout à l'inégale intensité de la trempe dans ses diverses parties.

Sur les causes de la mort des animaux soumis à des pressions différentes de la pression atmosphérique, par M. Paul Bert.

M. P. Bert rappelle d'abord les résultats de ses expériences antérieures, qu'il a déjà soumis à la Société. Ils peuvent se résumer dans les propositions suivantes :

1° Les animaux qu'on laisse périr en vases clos dans l'air ordinaire à des pressions moindres que la pression normale meurent lorsqu'il ne reste plus dans cet air qu'une proportion d'oxygène telle que, multipliée par la fraction qui exprime la pression atmosphérique, elle égale un nombre constant (3 à 5 pour les Moineaux).

2° Si la pression est supérieure à deux atmosphères, la mort arrive lorsque les animaux ont formé une proportion d'acide carbonique qui est telle que, multipliée par le chiffre des atmosphères, elle égale un nombre constant (24 à 28 pour les Moineaux).

3° S'il s'agit d'atmosphères très-riches en oxygène, la mort arrive, même pour les pressions inférieures à 76°, dans les mêmes conditions que pour 2°.

4° Dans l'oxygène pur, lorsque la pression s'élève à 3 ou 4 atmosphères, les animaux périssent très-rapidement, *empoisonnés par l'oxygène*. Cet empoisonnement se manifeste par des accidents convulsifs et un notable abaissement de la température.

Si nous considérons un animal (un Moineau, par exemple), placé sous une cloche, dans de l'air ordinaire, dont on diminue graduellement la pression barométrique, tout en maintenant un courant d'air continu, on voit que l'animal éprouve des troubles sérieux lorsque la pression n'est plus que d'environ 25 centimètres et qu'il ne peut guère dépasser la pression de 16 c. Or, sous cette pression de 16 c., à quoi correspond la pression des 21 centièmes d'oxygène de l'air si on la rapporte à 76 c.? Évidemment à $\frac{16 \times 21}{76} : 4,4$, c'est-à-dire à ce nombre constant signalé tout à l'heure pour la mort en vases clos par épuisement graduel. En d'autres termes, la mort arrive lorsque la pression extérieure de l'oxygène, qui est 21 à 76 cent., s'abaisse à 3 ou 5, soit par épuisement centésimal, soit par diminution de la pression barométrique.

La conséquence de ceci est que, tout en diminuant la pression, on peut faire vivre les animaux si on leur fournit un air plus oxygéné que l'air ordinaire. Si, alors qu'un Oiseau arrivé à 25 c. donne des signes d'angoisse, on laisse rentrer de l'oxygène dans la cloche, on parvient, en diminuant à nouveau la pression, à franchir sans encombre la pression de 25, et les phénomènes d'angoisse n'apparaissent que vers 18 ou 20 c. On peut de la sorte amener dans l'oxygène à peu près pur un Oiseau à vivre à 8 c. de pression.

Il en résulte que si les aéronautes, qu'arrête dans leur marche ascensionnelle la possibilité de vivre, emportaient avec eux un ballon plein d'oxygène, et se mettaient à respirer ce gaz pur au moment où deviennent insupportables les troubles circulatoires et respiratoires, ils pourraient continuer à s'élever d'une hauteur correspondant à environ 10 cent. de mercure, c'est-à-dire d'au moins deux kilomètres.

Considérons maintenant les animaux soumis à de très-hautes pressions. Ceux-là seront empoisonnés par l'oxygène de l'air.

Ceci est tout à fait manifeste, à 20 atmosphères et au-dessus. L'Oiseau placé dans le récipient est au bout de quelques minutes pris d'accidents convulsifs et périt rapidement.

Cette mort n'est pas due à la pression en elle-même, mais à l'oxygène; la preuve en est qu'en mettant un Oiseau à 4 atm. d'air et en foulant ensuite 16 atm. d'azote, on ne le tue pas, et il meurt lentement par empoisonnement d'acide carbonique, comme il a été dit plus haut.

L'influence toxique de l'oxygène se fait sentir d'une manière manifeste vers 15 atmosphères, c'est-à-dire alors que la pression oxygénée est de $15 \times 21 = 315$. Mais les grandes convulsions n'arrivent qu'à 20 atmosphères, la pression étant $20 \times 21 = 420$.

La quantité d'oxygène ainsi introduite dans le sang par la pression doit être assez faible. En effet, lorsqu'on fait l'analyse des gaz du sang artériel d'un Chien qui a respiré successivement l'air ordinaire et l'oxygène pur, on trouve que la proportion de ce gaz n'a augmenté que de 2 ou 3 centièmes: et cependant la pression extérieure a passé de 21 à 100. Il est donc vraisemblable qu'en passant de 100 à 400, l'augmentation ne sera pas plus considérable: peut-être même le sera-t-elle moins; c'est, du reste, ce que je saurai bientôt.

Par l'empoisonnement dû à l'acide carbonique sous pression, au contraire, la proportion de ce gaz dans le sang artériel s'élève de 30 ou 40 à 120 pour cent.

L'oxygène paraît porter son action toxique sur la moelle épinière, comme la strychnine, car les animaux éthérisés périssent par l'oxygène, mais sans présenter de convulsions.

La conséquence pratique à tirer de ces faits est qu'une partie des accidents signalés chez les ouvriers qui travaillent sous pression (tubes pour les piles de pont, mines, plongeurs) peut être attribuée à l'oxygène. On les éviterait en faisant la pression, non avec l'air pur, mais avec un mélange d'une partie d'air et de six parties d'azote, par exemple, pour aller à sept atmosphères. L'appareil Tessié du Motay fournirait une source d'azote à assez bas prix.

Séance du 25 mai 1872.

PRÉSIDENTENCE DE M. MOREAU.

Correspondance manuscrite :

1° Une lettre de M. Bertrand remerciant la Société de l'avoir admis au nombre de ses membres;

2° Une lettre de M. Lagarrigue demandant quelles conditions sont à remplir pour être nommé membre correspondant;

Communications :

1° M. Darboux, sur les polygones inscrits et circonscrits aux coniques, et sur un nouveau système de coordonnées;

2° M. Grosious, sur la résolution des équations numériques;

3° M. Jourdan, sur les mouvements infiniment petits d'un système de points matériels.

4° M. Chatin, sur les caractères anatomiques des Nards.

M. A. Mannheim a communiqué dans cette séance les deux théorèmes suivants :

« 1° Le produit des rayons de seconde courbure de deux courbes qui ont les mêmes normales principales pour les points situés sur une même normale est constant, quelle que soit cette normale. »

« 2° Les points où deux courbes ayant les mêmes normales principales rencontrent une de leurs normales et les centres de courbure de ces courbes situés sur cette normale déterminent quatre points dont le rapport enharmonique est constant, quelle que soit la normale considérée. »

Sur un nouveau système de coordonnées et sur les polygones circonscrits aux coniques, par M. G. Darboux.

Dans un mémoire présenté en 1868 à l'Académie des sciences, j'ai été conduit à une démonstration indirecte des théorèmes de Poncelet sur les polygones inscrits à une conique et circonscrits à une autre. Cette démonstration m'avait paru mériter d'être développée parce qu'elle donnait, sans l'emploi des coordonnées elliptiques, et au moyen d'une transformation analytique des plus simples, la proposition fondamentale de Poncelet : *Quand un polygone est à la fois inscrit à une conique et circonscrit à une autre, il y a une infinité de polygones jouissant des mêmes propriétés.* Depuis, en examinant la méthode employée, j'ai reconnu qu'elle était susceptible d'extension, et que, par sa nature même, elle conduisait à des théorèmes ayant la plus grande analogie avec ceux de Poncelet, et qu'on peut considérer comme des généralisations des propositions de l'illustre géomètre. Si, après tant de belles démonstrations, soit analytiques, soit géométriques de ces propositions, je me permets d'en proposer une nouvelle, c'est que celle-ci me paraît réellement se distinguer par quelques principes qui n'ont pas encore été employés dans l'étude de cette question. Quelques-uns des théorèmes contenus dans cette note ont déjà été énoncés dans un travail *sur les systèmes linéaires de coniques et de surfaces du second ordre*, inséré au t. I du *Bulletin des Sciences mathématiques et astronomiques*. M. Weyr, dans un article inséré au *Journal de M. Borchardt* avait aussi rencontré, en étudiant les involutions sur les coniques, des propositions générales relatives à des courbes de degré supérieur, qui sont démontrées dans le travail actuel.

I. Considérons une section conique (K) tracée dans le plan et supposons que l'on obtienne toutes les tangentes à cette conique en faisant varier le paramètre m dans l'équation :

$$(1) \quad \alpha m^2 + \beta m + \gamma = 0$$

où α , β , γ , désignent trois fonctions linéaires des coordonnées ordinaires du point. L'équation de la conique (K) sera en conséquence :

$$(2) \quad \beta^2 - 4 \alpha \gamma = 0.$$

Si la tangente doit passer par un point (α' β' γ'), m sera déterminé par l'équation

$$\alpha' m^2 + \beta' m + \gamma' = 0.$$

Désignons par ρ ρ_1 les racines de cette équation, on aura :

$$(3) \quad \alpha' = \frac{-\beta'}{\rho + \rho_1} = \frac{\gamma'}{\rho \rho_1}$$

et nous pourrons considérer le point (α' β' γ') comme déterminé par les quantités ρ ρ_1 qui seront alors regardées comme des coordonnées du point, car lorsqu'elles sont connues, les formules (3) déterminent α' β' γ' sans difficulté. Ainsi, dans le nouveau système de coordonnées, un point est défini par l'intersection de deux tangentes à la conique (K) et quoique les formules (3) nous permettent de passer très-simplement de ce système de coordonnées au système ordinaire, nous verrons que l'emploi des nouvelles coordonnées variables peut être réellement utile dans un grand nombre de questions. En particulier, l'équation de la conique (K) prend la forme

$$(4) \quad (\rho - \rho_1)^2 = 0;$$

son premier membre devient un carré parfait, ce qui rend les équations de certaines courbes décomposables en deux équations plus simples.

II. Cela posé, soit une courbe déterminée par une équation algébrique en ρ ρ_1

$$(5) \quad f(\rho \rho_1) = 0$$

et proposons nous de déterminer le degré de cette courbe.

Il y a deux cas à distinguer suivant que l'équation est ou n'est pas symétrique par rapport à ρ et à ρ_1 .

Supposons d'abord qu'elle ne soit pas symétrique et qu'elle soit du degré m en ρ , du degré m_1 en ρ_1 . Pour trouver le degré du lieu qu'elle représente, nous allons chercher le nombre de points qu'il a sur une tangente quelconque à la conique (K). Or, une telle tangente est définie par l'une des équations

$$\rho = a \quad \text{ou} \quad \rho_1 = a ;$$

à la valeur $\rho = a$ correspondent m_1 valeurs de ρ_1 et par conséquent m_1 points ; à la valeur $\rho_1 = a$ correspondent de même, m points. On a donc en tout $(m + m_1)$ points de la courbe sur la tangente ; en d'autres termes, la courbe est du degré $m + m_1$.

Si, au contraire, l'équation de la courbe est symétrique, elle est nécessairement du même degré, m , en ρ et en ρ_1 . Les deux hypothèses $\rho = a_1$, $\rho_1 = a$ donnent les mêmes points ; la courbe est du degré m .

J'ometts un cas intermédiaire où l'équation (5) cesserait d'être indécomposable, et que nous n'aurons pas à considérer.

Réciproquement, toute courbe du degré m est représentée par l'équation la plus générale, symétrique en ρ et ρ_1 , et du degré m par rapport à chacune des variables. C'est ce qui résulte des formules (3) de substitution, et aussi d'un calcul relatif au nombre des coefficients arbitraires. Car on reconnaîtra que l'équation symétrique la plus générale du degré m en ρ contient $\frac{(m + 1)(m + 2)}{2}$ paramètres arbitraires.

Nous pouvons maintenant, à l'aide de ces seules remarques, démontrer plusieurs théorèmes généraux sur les polygones inscrits et circonscrits.

III. Soit d'abord une courbe d'ordre n passant par l'intersection de deux faisceaux de n droites $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n ; B_1, B_2, \dots, B_n$. Son équation générale sera de la forme.

$$(6) \quad A_1 A_2 \dots A_n = K. B_1 B_2 \dots B_n.$$

Supposons que les droites A_i, B_i , soient toutes tangentes à la conique (K), on pourra poser

$$(7) \quad \begin{aligned} A_i &= \alpha a_i^2 + \beta a_i + \gamma = \alpha (a_i - \rho) (a_i - \rho_1) \\ B_i &= \alpha b_i^2 + \beta b_i + \gamma = \alpha (b_i - \rho) (b_i - \rho_1) \end{aligned}$$

et, en adoptant les notations suivantes :

$$(8) \quad \begin{aligned} \varphi(\rho) &= (\rho - a_1) (\rho - a_2) \dots (\rho - a_n) \\ \psi(\rho) &= \sqrt{k} (\rho - b_1) (\rho - b_2) \dots (\rho - b_n) \end{aligned}$$

l'équation de la courbe prendra la forme :

$$\varphi(\rho) \varphi(\rho_1) = \psi(\rho) \psi(\rho_1)$$

ou

$$(9) \quad \frac{\varphi(\rho)}{\psi(\rho)} = \frac{\psi(\rho_1)}{\varphi(\rho_1)}$$

et dans cette équation, les variables sont séparées, mais l'équation (9) peut aussi être écrite :

$$\frac{m \varphi(\rho) + n \psi(\rho)}{m' \varphi(\rho) + n' \psi(\rho)} = \frac{m \psi(\rho_1) + n \varphi(\rho_1)}{m' \psi(\rho_1) + n' \varphi(\rho_1)}$$

et en faisant

$$\begin{aligned} \Phi(\rho) &= m \varphi(\rho) + n \psi(\rho) \\ m = n' \quad n = m' \\ \Psi(\rho) &= n \varphi(\rho) + m \psi(\rho) \end{aligned}$$

on la met sous la forme

$$(10) \quad \frac{\Phi(\rho)}{\Psi(\rho)} = \frac{\Psi(\rho_1)}{\Phi(\rho_1)}$$

toute semblable à l'équation primitive (9), mais les fonctions Φ Ψ renferment une arbitraire nouvelle à laquelle on peut donner toutes les valeurs possibles. On peut donc énoncer le théorème suivant :

Si une courbe d'ordre n passe par les n² points communs à deux faisceaux de n tangentes à une conique (K), elle contient une infinité d'autres systèmes de n² points formant

les intersections de deux faisceaux de n tangentes à la conique (K).

Par exemple, si une conique contient les quatre sommets d'un quadrilatère circonscrit à une autre conique, elle contient aussi les sommets d'une infinité d'autres quadrilatères circonscrits. Mais nous n'insistons pas sur ces cas particuliers.

IV. Examinons maintenant une autre question et étudions les courbes du degré n passant par *tous* les points d'intersections de $n + 1$ tangentes A, A_1, A_2, \dots, A_n à la conique (K). L'équation de ces courbes peut s'écrire

$$(11) \quad \frac{a}{A} + \frac{a_1}{A_1} + \frac{a_2}{A_2} + \dots + \frac{a_n}{A_n} = 0$$

où a, a_1, a_2, \dots, a_n désignent n constantes arbitraires.

Mais les droites A_i étant des tangentes de la conique (K), on aura

$$A_i = \alpha (b_i - \rho) (b_i - \rho_1).$$

et l'équation (11) pourra s'écrire

$$(12) \quad \Sigma \frac{a_i}{(b_i - \rho) (b_i - \rho_1)} = 0$$

ou, en multipliant par $\rho - \rho_1$

$$(13) \quad \Sigma \frac{a_i}{b_i - \rho} = \Sigma \frac{a_i}{b_i - \rho_1}$$

équation qui est de la forme

$$(14) \quad \frac{f(\rho)}{\varphi(\rho)} = \frac{f(\rho_1)}{\varphi(\rho_1)}$$

$f(\rho)$ étant de degré inférieur à celui de $\varphi(\rho)$.

Réciproquement, toute équation de la forme précédente pourra se ramener à la forme (12), et elle représentera une courbe d'ordre n contenant *tous* les sommets du polygone circonscrit à la conique (K) et dont les côtés sont définis par l'équation

$$\varphi(\rho) = 0$$

mais l'équation (14) peut être écrite

$$(15) \quad \frac{f(\rho)}{\varphi(\rho) + k f(\rho)} = \frac{f(\rho_1)}{\varphi(\rho_1) + k f(\rho_1)}$$

et, cette nouvelle équation étant de même forme que la précédente, on peut énoncer la proposition suivante :

Quand une courbe d'ordre n contient tous les sommets d'un polygone de n + 1 côtés tangents à une conique, elle est circonscrite de la même manière à une infinité d'autres polygones de n + 1 côtés, formés avec d'autres tangentes à la même conique.

Par exemple, quand une courbe du 4^e ordre contient tous les sommets d'un pentagone, comme un pentagone est toujours circonscrit à une conique, elle contient aussi tous les sommets d'une infinité d'autres pentagones, tous circonscrits à une même section conique. D'où il suit, comme l'a fait remarquer M. Lüroth (*Math. Annalen.*, t. I.) qu'étant donnée une courbe du 4^e ordre, on ne peut en général lui inscrire un pentagone dont elle contienne tous les sommets.

La proposition précédente peut être complétée, et nous allons démontrer qu'étant donnés deux polygones l'un de m côtés, l'autre de n côtés (n = m ou < m) circonscrits à une même conique, on peut toujours par leurs $\frac{m(m-1)}{2} + \frac{n(n-1)}{2}$ sommets faire passer au moins une courbe de degré m - 1 qui sera circonscrite de la même manière à une infinité d'autres polygones de m côtés circonscrits à la conique.

En effet, soient

$$f(\rho) = 0 \quad \varphi(\rho) = 0$$

les équations de degrés m, n, qui définissent les côtés de ces deux polygones et soit $\psi(\rho)$ un polygone quelconque de degré m - n. L'équation

$$(16) \quad f(\rho) \cdot \varphi(\rho_1) \psi(\rho_1) - f(\rho_1) \varphi(\rho) \psi(\rho) = 0$$

définira une courbe satisfaisant aux conditions indiquées se ramenant à la forme (14) et contenant $m - n$ paramètres arbitraires. La proposition est donc démontrée.

Par exemple, étant donnés deux quadrilatères circonscrits à une conique, on peut faire passer par leurs douze sommets une courbe du 3^e ordre, qui contiendra les sommets d'une infinité d'autres quadrilatères circonscrits à la même conique que les deux premiers.

V. Les théorèmes de Poncelet sont, dans toute leur généralité, une conséquence directe des propositions précédentes. Car supposons qu'une conique C contienne les $n + 1$ sommets d'un polygone de $n + 1$ côtés circonscrits à la conique K et formé des droites A, A₁, A₂,... A_n. Alors on pourra disposer des constantes contenues dans l'équation

$$(17) \quad \frac{a}{A} + \frac{a_1}{A_1} + \dots + \frac{a_n}{A_n} = 0,$$

de telle manière que la courbe représentée par cette équation ait n points nouveaux sur la conique C, et comme elle contient aussi les $n + 1$ sommets du polygone situés sur la conique C, cette courbe de degré n aura en tout $2n + 1$ points communs avec la conique C et par conséquent la contiendra tout entière. Ainsi, avec des valeurs convenables des constantes a_i , l'équation (17) représente une courbe composée formée de la conique C et d'une autre courbe C' de degré $n - 2$. Cette courbe composée (C C') contient, d'ailleurs, d'après ce qui précède, les sommets d'une suite continue de polygones, tous circonscrits à la conique (K), par conséquent la conique C contiendra sur chaque côté deux sommets de ce polygone. Les théorèmes de Poncelet se trouvent ainsi démontrés.

Quant à la courbe (C'), on démontrera de la manière suivante qu'elle se compose de coniques (et d'une droite, dans le cas des polygones d'un nombre pair de côtés).

L'équation particulière de la conique (C) étant de la forme

$$(18) \quad A(\rho^2 + \rho_1^2) + B\rho\rho_1 + C(\rho + \rho_1)\rho\rho_1 + D(\rho + \rho_1) + E = 0$$

une tangente $\rho = a$ la coupera en deux points donnés par

deux valeurs de $\rho_1, \rho_1', \rho_1''$. Ces deux valeurs sont les coordonnées d'un autre sommet du polygone, et comme il y a entre ces deux racines une relation de la même forme que l'équation (18), le nouveau sommet décrira aussi une conique.

Ainsi, tous les sommets du polygone décrivent des coniques et la courbe C' se décompose en courbes du premier et du second ordre. La théorie des équations déduirait au reste ce résultat très-simplement du fait que l'équation (14), dans le cas qui nous occupe, admet un facteur de la forme (18).

Dans une prochaine communication, j'examinerai d'autres applications du système de coordonnées qui précède, dans lesquelles interviennent les fonctions elliptiques et abéliennes et qui constituent une généralisation des propositions précédentes.

Recherches anatomiques sur les Nards, par M. Joannes Chatin.

Dans la séance du 9 avril 1870, M. Planchon, présentant à la Société plusieurs dessins figurant la structure anatomique de diverses substances de la matière médicale, faisait ressortir toute l'utilité de ces recherches appliquées à la détermination de semblables matières. Aujourd'hui, je viens résumer les principaux résultats auxquels m'a conduit l'étude anatomique des Nards, ces produits si célèbres chez les anciens, si recherchés encore par les Orientaux.

Il semblerait que des substances végétales aussi généralement employées et jouissant d'une si haute faveur, comme agents thérapeutiques, ou comme parfums, auraient dû être assez exactement décrites pour qu'il fût possible dès lors de les retrouver sûrement et facilement. Il n'en fut rien toutefois; on a même prétendu que les Romains n'ont jamais connu la plante qui leur fournissait ce Nard dont ils laissaient un

si grand cas. Son prix élevé le faisait falsifier par d'autres racines ayant avec lui quelque analogie de saveur et d'odeur. Galien et plusieurs autres auteurs se plaignent de ces sophistications qui rendaient le Nard inerte et méconnaissable.

Aujourd'hui cependant, grâce aux travaux des modernes, de M. Guibourt principalement, on sait que deux grandes divisions doivent être établies parmi les Nards : d'une part le *Nard celtique*, usité encore en Orient; d'autre part, les *Nards indiens* (1), qui furent les plus célèbres chez les anciens. Laissant de côté les caractères morphologiques de ces produits dont je me suis occupé dans un autre travail (2), je passerai de suite à leur étude anatomique qui se divise naturellement en deux parties : 1° Anatomie des Nards; 2° Comparaison de cette anatomie à celle des espèces végétales auxquelles sont rapportées aujourd'hui ces substances.

A. Anatomie des Nards.

J'examinerai successivement le Nard de l'Inde vrai, les faux Nards de l'Inde (Nard radicaire, Nard feuillu), et le Nard celtique.

1° NARD DE L'INDE VRAI. — L'anatomie du Spicanard n'a pu être faite que très-incomplètement en raison de la désorganisation que présentaient les tissus des divers échantillons que j'ai pu étudier. Ces faibles ressources permettent cependant de prononcer sur l'origine du vrai Nard et d'établir que les faux Nards de l'Inde en sont plus éloignés que ne l'est le Nard celtique lui-même.

On ne distingue plus l'organisation générale du *rhizome*, mais il est possible de reconnaître au milieu des débris de ses tissus : *a*, des cellules parenchymateuses renfermant des granules divers dont plusieurs de nature amylicée et d'autres oléorésineux; *b*, quelques fibres épaisses et ponctuées; *c*, des vaisseaux réticulés, spiralés, déroulables en bandes

(1) Dans les Nards indiens on distingue, d'une part, le *vrai Nard de l'Inde*; d'autre part, les *faux Nards de l'Inde*, dans lesquels on reconnaît deux sortes : le *Nard radicaire* et le *Nard feuillu*.

(2) J. Chatin, *Etudes sur les Valérianées et leurs produits* (Thèse à la Faculté de médecine).

ordinairement assez larges pour porter des réticulations (parfois changées en fentes?).

La *tige* a conservé intact son cercle ligneux que composent d'épaisses fibres ponctuées. Adossés à ce cercle fibreux, se trouvent les groupes vasculaires, ou plutôt des lacunes tenant leur place et n'offrant qu'exceptionnellement quelques débris de vaisseaux et de fibres qui tapissent leurs parois. Autour de ces lacunes, qui représentent les groupes fibro-vasculaires, est une couche d'assez épaisses cellules ponctuées de la moelle externe.

La base persistante des *feuilles* se présente sous l'apparence de fines nervures *anastomosées* entre elles; à ces nervures adhèrent parfois des débris du parenchyme.

2° FAUX NARD RADICANT DE L'INDE. — Ce Nard, dont les tissus sont beaucoup mieux conservés que ceux du précédent, présente, sur la coupe transversale du *rhizome*, une structure bien différente de celle du vrai Nard : dans un parenchyme cortical assez développé et privé de granules oléo-résineux, se voient, disposés sur une ligne circulaire, mais très-distants les uns des autres, des petits faisceaux composés extérieurement d'une enveloppe de fibres libériennes épaisses et intérieurement de fibres minces ou séveuses; au centre, est une moelle volumineuse séparée de la région corticale par de nombreux faisceaux fibro-vasculaires rangés sur un cercle tantôt continu, tantôt brisé; chacun de ces faisceaux présente la composition suivante : au dehors est une couche assez profonde d'épaisses fibres ponctuées; plus intérieurement se voit un cercle de vaisseaux, souvent ouvert du côté externe, fermé du côté tourné vers la moelle où il présente des trachées; au centre se trouvent de minces fibres séveuses séparées parfois des vaisseaux par quelques fibres épaisses (1).

On rencontre quelquefois, vers le sommet du rhizome, la

(1) A la partie supérieure du rhizome, il existe souvent, en arrière des faisceaux fibro-vasculaires, et dans le parenchyme cortical, un cercle de fibres libériennes dans l'épaisseur duquel se voit ordinairement une lame de minces fibres ou cellules séveuses.

portion basilaire des *tiges* qui représente assez exactement cet organe avec un parenchyme cortical plus étroit, une moelle plus petite, le système fibro-vasculaire disposé en un cercle qui n'est jamais discontinu.

Les *feuilles*, réduites aux nervures de leurs gaines et à quelques lambeaux du parenchyme, ont les *nervures parallèles*. Chacune de ces nervures est composée par une couche d'épaisses fibres ponctuées enveloppant sans doute primitivement (comme dans les faisceaux de la tige) des vaisseaux et des fibres minces, organes ici détruits et représentés seulement par une lacune qui occupe leur place.

3. FAUX NARD FEUILLU DE L'INDE. — La *racine*, qui diffère peu de celle du précédent, a son axe ligneux formé d'une enveloppe d'épaisses fibres ponctuées entourant des vaisseaux disséminés au milieu de fibres également ponctuées, mais bien moins épaisses.

Le *rhizome* reproduit l'organisation générale de celui du Nard radican, dont il se distingue toutefois : 1° par la présence, assez fréquente dans la région corticale, de quelques gros faisceaux vasculaires placés sur le cercle des faisceaux plus petits et non vasculaires ; 2° par l'existence constante, en dehors des faisceaux fibro-vasculaires du cercle ligneux, d'une étroite couche libérienne sans fibres minces dans son épaisseur.

La base des *feuilles* a ses nervures *parallèles* ; les faisceaux vasculaires sont disposés sur deux assises.

En résumé, si l'organisation fort analogue des Nards radican et feuillu fait penser que ces substances proviennent d'un même genre végétal, les dissemblances observées dans la racine, le rhizome, la structure des faisceaux des feuilles, paraissent établir des différences *spécifiques* entre les plantes qui fournissent ces Nards. Toute analogie d'origine entre les faux Nards et le vrai Nard de l'Inde est d'ailleurs démentie par l'ensemble des faits anatomiques. Aussi, sans rechercher ici, ce que je ne ferai que plus loin, l'origine des faux Nards de l'Inde, puis-je assurer qu'elle ne saurait être trouvée dans des plantes voisines de celle qui donne le vrai Nard.

4. NARD CELTIQUE VRAI. — Les utricules du parenchyme

cortical de la *racine* présentent des globules oléorésineux dans le voisinage de l'axe ligneux, lequel est composé par des fibres minces et des vaisseaux.

Le parenchyme cortical du *rhizome* présente des cellules oléorésinifères dans ses assises sous-épidermique et périxyle.

A l'aisselle des écailles supérieures qui recouvrent le rhizome, on trouve souvent la portion basilaire de la *tige* qui est ainsi constituée : 1° des faisceaux vasculaires nombreux ; 2° une couche périxyle continue ; 3° une assise sous-épidermique d'utricules oléorésinifères, fait exceptionnel dans la tige proprement dite des Valérianées qui le présentent, au contraire, communément dans leurs rhizomes (1).

L'épiderme inférieur des *feuilles* mérite d'être signalé : il se compose de deux ou même trois assises d'épaisses cellules ponctuées.

5. FAUX NARD CELTIQUE. — On peut distinguer, sous ce nom, des échantillons parfois mêlés au Nard celtique et qui ne lui ressemblent ni par leur apparence, ni par leur structure interne. En effet, le faux Nard celtique, étudié au point de vue anatomique, présente la constitution suivante :

Le plus souvent, ce produit est privé de *racines* et ressemble alors beaucoup au vrai Nard de l'Inde ; quand ces organes existent, ils se composent d'une membrane épidermique, d'un parenchyme lâche (oléorésinifère dans ses régions sous-épidermique et périxyle), et d'un axe fibro-vasculaire dont les vaisseaux les plus extérieurs sont spiralés.

Le *rhizome* renferme des globules oléorésineux dans la partie sous-épidermique du parenchyme cortical ; les vaisseaux du système fibro-vasculaire sont ordinairement disposés en séries rayonnantes.

La *tige*, dont le système cortical est réduit à une assise épidermique et à une rangée (rarement plus) de cellules parenchymateuses, présente un épais cercle de fibres blanches à la portion interne duquel sont placés des groupes fibro-vasculaires souvent détruits et représentés chacun par une lacune.

(1) J. Chatin, *Sur la localisation des principes oléorésineux dans les Valérianées* (Comptes rendus de la Société de biologie, 1872).

Quant aux *feuilles*, leurs faisceaux sont formés généralement par une masse de fibres blanches semblables à celles du cercle ligneux et recevant dans une échancrure supérieure un groupe de vaisseaux.

Il est inutile de faire remarquer combien l'anatomie du faux Nard celtique l'éloigne du type commercial.

Mais ce n'est pas assez d'avoir comparé entre eux, au point de vue anatomique, les Nards de l'Inde, et d'avoir indiqué les différences profondes, absolues, qui éloignent du Nard vrai le Nard radicant et le Nard feuillu; il ne suffit pas que, dans le Nard celtique, une forme étrangère ait été reconnue mêlée au type: il reste à rechercher, par la comparaison des sortes de commerce avec les espèces végétales, avec celles surtout qui passent pour les fournir, quelle est l'origine botanique des Nards indiens et du Nard d'Europe; c'est ce que je vais tenter dans la seconde partie de ce mémoire.

B. Anatomie des Nards comparée à celle des végétaux auxquels on les rapporte.

1. NARD VRAI DE L'INDE.— La comparaison anatomique du Spicanard et de la plante qui le fournit, d'après Wallich, etc., n'a pu être complète, vu le mauvais état des échantillons, mais elle suffit à établir que c'est bien, en effet, la plante de Wallich (*Nardostachys Jatamansi* D C.) qui produit le célèbre parfum.

Le *rhizome* du Nard, comme celui du *Nardostachys*, présente des vaisseaux réticulo-spiralés; la *tige*, chez l'un et l'autre, a son système ligneux composé d'une couche continue d'épaisses fibres ponctuées, à l'intérieur desquelles s'adossent des groupes fibro-vasculaires assez nombreux et faisant saillie dans une moelle volumineuse et à cellules ponctuées. L'identité de structure est surtout remarquable, lorsqu'on compare à la tige du Nard les tiges des anciennes végétations du *Nardostachys*, qui ont également perdu leurs tissus corticaux.

Aussi, nul doute sur ce point: le Spicanard est produit par le *N. Jatamansi*.

2. FAUX NARD RADICANT. — Attribué le plus souvent au

Nardostachys grandiflora, ce Nard présente une structure trop différente de celle de cette espèce, pour qu'on puisse adopter l'opinion généralement admise.

Dans les racines de ce faux Nard, l'axe ligneux a une enveloppe d'épaisses fibres blanches au dedans de laquelle sont, avec les vaisseaux, des fibres d'une moindre épaisseur. Dans les racines du *N. grandiflora*, l'axe n'a que des fibres minces.

Le rhizome du Nard radican, avec ses petits faisceaux corticaux, ses nombreux groupes fibro-vasculaires, etc., ne ressemble en rien à celui du *N. grandiflora* présentant, dans sa région corticale, deux zones d'utricules oléorésini-fères et dont le système ligneux est composé d'un petit nombre de masses fibro-vasculaires (3-4).

Quant à la tige du faux Nard (dont je n'ai pu, à mon grand regret, voir que l'extrême base), elle offre l'organisation générale du rhizome et en diffère seulement par ses proportions réduites, tandis que la tige du *N. grandiflora* rappelle tout à fait celle du *N. Jatamansi*, la principale différence entre ces deux espèces consistant dans la présence d'une assise de grandes utricules vides auprès de la couche périlyxyle chez le *N. grandiflora*.

Enfin, les feuilles du Nard radican ont leurs nervures parallèles, avec faisceaux à enveloppes de fibres épaisses; dans le *N. grandiflora*, au contraire, comme dans le *N. Jatamansi*, il n'y a que de minces fibres séveuses autour des vaisseaux.

Tous les faits anatomiques établissent donc qu'il est impossible de rapporter le Nard radican de l'Inde au *N. grandiflora*.

3. FAUX NARD FEUILLU DE L'INDE. — Assez semblable, par sa structure anatomique, au précédent, le Nard feuillu a été attribué comme lui au *Nardostachys grandiflora*. Les mêmes considérations qui viennent d'être énumérées permettent d'affirmer que cette espèce ne produit pas plus le Nard feuillu que le Nard radican.

Ce point établi, on peut se demander si ces deux produits ont une même origine et sont produits par une même plante, quelle que puisse être d'ailleurs celle-ci. Or, si l'on se reporte, d'une part, à l'analogie générale de structure

entre les deux faux Nards de l'Inde, d'autre part à quelques différences d'organisation présentées à la fois par les racines dans leurs vaisseaux, par le rhizome dans sa région corticale, et par les feuilles dans leurs faisceaux fibro-vasculaires, on est porté à admettre que les faux Nards de l'Inde sont fournis par un même genre, mais par deux espèces distinctes.

Mais si, ce qui n'est pas douteux, les Nards radicaux et feuillus ne peuvent être rapportés au *N. grandiflora*, seraient-ils fournis par un autre *Nardostachys* ou, tout au moins par une Valérianée ? Je n'hésite pas à me prononcer pour la négative : les Valérianées, avec leurs utricules oléorésinifères représentées, même dans les espèces inodores, par des assises de cellules vides, avec leurs rhizomes et leurs tiges à groupes vasculaires adossés à une couche fibreuse en dehors de laquelle est la couche cambiale, etc., n'ont aucune ressemblance anatomique avec les faux Nards, toujours privés de cellules oléorésinifères et à faisceaux circonscrits par une couche d'épaisses fibres enveloppant à la fois vaisseaux et fibres séveuses.

On doit même, en raison de la structure anatomique générale des faux Nards, de la nervation de leurs feuilles et de leurs longues gaines, ne point attribuer ces produits à des végétaux Dicotylés, mais en chercher l'origine dans les Monocotylés. Cette conclusion me paraît aussi peu contestable que celle qui éloigne ces Nards des *Nardostachys* et des autres Valérianées.

A quel groupe naturel des Monocotylédones convient-il de les rapporter ? Les difficultés commencent ici et sont rendues plus grandes par l'insuffisance des matériaux, j'incline cependant à rapprocher les faux Nards des familles glumacées, et des Cypéracées plus que des Graminées ; l'examen d'un fragment de tige assez complet pourrait seul faire avancer la solution. Je ne perds pas le sujet de vue, me réservant de le reprendre avec de nouveaux matériaux, au point où je le laisse aujourd'hui, à mon grand regret.

4. NARD CELTIQUE. — L'anatomie du Nard celtique comparée à celle du *Valeriana celtica* confirme l'opinion commune sur cette substance qui est bien le rhizome de cette Valérianée de nos grandes Alpes. Depuis une époque recu-

lée on admet que le *V. salianca* qui croît dans les mêmes lieux concourt à cette production ; l'anatomie n'est pas favorable à une telle opinion : aucun des nombreux échantillons examinés n'avait l'organisation très-spéciale du *V. salianca*. Mélangés au Nard celtique se trouvaient quelques rhizomes d'un faux Nard qui offraient quelque analogie de structure avec le *V. saxatilis*. Toutefois, l'organisation toute spéciale des faisceaux du rhizome les en distingue définitivement, et l'on ne saurait rien en dire avec certitude, sinon qu'ils se rapportent à une Valériannée.

Tels sont les principaux résultats auxquels m'a conduit l'étude anatomique des Nards ; ils sont un nouvel exemple des nombreuses applications dont est susceptible l'anatomie comparée des végétaux ; peut-être aussi seront-ils de quelque utilité pour compléter l'histoire de ces substances si justement célèbres.

Séance du 8 juin 1872.

PRÉSIDENCE DE M. MOREAU.

Correspondance manuscrite :

1^o Notes de M. Darboux sur les polygones inscrits et circonscrits au cercle et sur un nouveau système de coordonnées ;

2^o Note de M. de Caligny sur les courants dans les canaux factices ;

M. GUILLEMIN fait une communication sur la conductibilité comparée de divers métaux.

Il est procédé à l'élection d'un président et d'un trésorier.

1^o Le scrutin pour la présidence donne comme résultat :

M. Vallès 13 voix ;

M. Laguerre 4 voix.

En conséquence M. Vallès est nommé président pour le second semestre de 1872 ;

2^o M. Vaillant est élu trésorier par 14 voix.

M. L. Vaillant prend la parole pour faire connaître ses recherches sur la mensuration des distances angulaires de la mâchoires chez les Crocodiles.

M. DARBOUX communique ses recherches sur les polygones, inscrits et circonscrits et sur un nouveau système de coordonnées.

La Société se forme en comité secret pour entendre le rapport présenté par M. Cazin sur les travaux de MM. Gernès et Moutier, candidats à la 2^e section.

M. de Caligny a communiqué, dans cette séance, quelques observations sur les coups de bélier des vagues dans les passages restés libres entre des digues convergentes.

Depuis la dernière communication qu'il a faite sur ce sujet, il a eu occasion de faire quelques expériences sur des canaux factices. Il se propose de les multiplier, mais il croit devoir en dire quelques mots dès aujourd'hui, pour mieux préciser la question.

On sait que les ondes dites *courantes*, lorsqu'elles arrivent à l'extrémité d'un canal, se balancent jusqu'à ce qu'elles s'en retournent, si elles ne sont pas suivies d'autres ondes assez grandes pour arrêter leur retour. On pouvait craindre, quand la section du canal est interceptée, sur une largeur considérable, par des surfaces verticales, qu'il ne résultât de ce genre de phénomènes un trouble dans le mouvement apparent de progression de ces ondes en amont des obstacles dont il s'agit, c'est-à-dire que ce mouvement apparent ne fût compliqué de mouvements en arrière qui auraient rendu très-difficile l'étude de la question. Mais il n'en a pas été ainsi, excepté pour les circonstances où le passage était extrêmement rétréci. Ces ondes courantes étaient engendrées par le mouvement de va-et-vient vertical d'un cylindre à une assez grande distance, d'où l'on voyait les ondes se succéder et passer régulièrement dans l'espace rétréci, étant convenablement refoulées en avant par les ondes qui les suivaient.

Quant aux ondes dites *solitaires* ou de *translation*, M. de Caligny reviendra sur ce sujet, parce qu'il en résulte des phénomènes assez curieux; il se contente de dire aujourd'hui que les coups de bélier de ces ondes, dans l'espace rétréci, sont de nature à ne pas empêcher de les employer pour l'usage dont il s'agit dans sa communication précitée.

Quant aux effets des vagues de diverses espèces à la sortie de l'orifice formé par des surfaces convergentes, M. de Caligny a essayé de faire quelques expériences sur des canaux rectangulaires factices. Mais, tout en recueillant des faits intéressants sur la dilatation latérale des vagues, à leur sortie de l'espace rétréci, il a reconnu que pour s'éclairer, relativement à la pratique, sur le mouvement des vagues à la sortie des passes navigables, il serait nécessaire de faire des expériences plus spéciales.

Voici le principe de la difficulté et celui de la solution. Quand une vague, et surtout une onde dite de *translation* provenant d'une accumulation de liquide résultant, par exemple, d'un coup de bélier, a traversé une passe, elle tend à s'élargir de chaque côté. Si, par conséquent, la longueur de la vague, c'est-à-dire la distance de crête en crête de deux vagues successives, est beaucoup moindre que la largeur de la passe, on conçoit que l'écoulement du liquide de chaque côté de cette passe peut être beaucoup moindre que dans le sens du mouvement de la vague, puisque le liquide a beaucoup plus de place pour s'étendre parallèlement à ce que l'on pourrait appeler l'axe du bourrelet de la vague, pour mieux expliquer, sans figure, ce qu'on appelle ordinairement sa largeur.

Dans un canal rectangulaire factice du genre de ceux dont M. de Caligny s'est servi, les vagues assez fortes se répandent en général comme des barres sur toute sa largeur, quand elles résultent de mouvements suffisamment réguliers d'un corps dans l'axe du canal. Mais quand on observe les ondes courantes se reformant à la sortie d'un rétrécissement, si le passage est assez étroit relativement à la section du canal, elles ne se répandent sur toute la largeur du canal qu'à une distance égale à un certain nombre de fois la largeur du passage rétréci. On conçoit que cela peut seulement donner une idée de ce qui se présente de chaque

côté d'une passe très-large par rapport à ce qui a été appelé ci-dessus, selon l'usage, longueur de chaque onde.

Ce qui vient d'être dit a d'ailleurs seulement pour but de donner une idée de la manière dont les vagues se répandent de chaque côté d'une passe, comme on peut le voir pour des vagues, il est vrai, peu élevées, mais d'une manière bien sensible dans le grand canal en forme de croix du parc de Versailles, lorsqu'un vent assez fort souffle selon l'axe d'une des branches de cette croix et que les vagues en sortent dans l'espace très-élargi formé par la réunion des quatre branches.

Ces phénomènes compensant, jusqu'à un certain point, ceux de la convergence mentionnée dans la dernière communication de M. de Caligny, semblent, dit-il, de nature à pouvoir faire espérer plus de régularité dans l'action des vagues, pour détruire ou empêcher les bancs de sable à la sortie de certaines passes d'une disposition particulière, sur lesquelles des expériences sont proposées.

— Dans la même séance, M. de Caligny a fait une communication sur les barrages mobiles.

Quand il a proposé à la Société un moyen d'employer le principe de plusieurs de ses appareils à faire fonctionner d'eux-mêmes certains barrages mobiles, il ignorait, *ce qui d'ailleurs n'est pas du tout la même chose*, qu'on avait essayé de faire fonctionner ces barrages en employant le bélier hydraulique et qu'on n'avait pas réussi à cause des percussions qui en étaient résultées.

M. de Caligny fait observer, même pour le cas de l'emploi du bélier hydraulique, que l'état de la question serait changé si l'on se servait d'un assez grand réservoir d'air. On conçoit, en effet, que, du moins si le bélier hydraulique est modifié de manière à éviter les percussions de la soupape d'arrêt, des quantités d'eau convenables peuvent être refoulées sous certains organes des barrages, d'une manière

très-différente de ce qui aurait lieu si le réservoir d'air était trop petit. Mais, c'est principalement sur le béliet aspirateur avec un réservoir d'air dilaté d'une grandeur convenable, que M. de Caligny appelle l'attention, pour faire fonctionner d'eux-mêmes certains barrages mobiles.

Il s'agit seulement ici du cas où l'on préférerait l'emploi du béliet de Montgolfier, convenablement modifié, à l'un des appareils de M. de Caligny qui, dans certaines limites, semblent permettre d'espérer une marche plus complètement automatique de ces barrages, ainsi que cela est indiqué dans la communication qu'il rappelle, en annonçant d'ailleurs qu'il reviendra sur ce sujet.

Sur les nombres, les séries et les équations, par M. J. Grolous.

I. ÉTUDES SUR LES NOMBRES.

Désignons par P_1, P_2, P_3, \dots la suite naturelle des nombres premiers, de manière que $P_1 = 2$.

Problème. — *Quelle est la probabilité pour qu'un nombre soit divisible par un au moins des nombres P_1, P_2, \dots, P_n ?*

Désignons par R_{n-1} la probabilité qu'a un nombre d'être divisible par un au moins des nombres P_1, P_2, \dots, P_{n-1} . Si nous comparons la suite $1 \times P_n, 2 \times P_n, 3 \times P_n, \dots$ à la suite $1, 2, 3, \dots$, comme P_n est premier à la fois avec P_1, P_2, \dots, P_{n-1} , les deux suites contiennent autant l'une que l'autre de nombres multiples, soit de P_1 , soit de P_2, \dots soit de P_{n-1} . De sorte que, parmi les multiples de P_n , les nombres multiples de P_1 ou de P_2, \dots ou de P_{n-1} existent dans le rapport de R_{n-1} à 1. D'après cela on déduit R_n de R_{n-1} en y ajoutant $\frac{1}{P_n} (1 - R_{n-1})$. D'où

$$R_n = R_{n-1} + \frac{1}{P_n} (1 - R_{n-1})$$

$$R_{n-1} = R_{n-2} + \frac{1}{P_{n-1}} (1 - R_{n-2})$$

.....

$$R_2 = R_1 + \frac{1}{P_2} (1 - R_1)$$

d'où par addition, R_1 ne différant pas de $\frac{1}{P_1}$

$$(1) \quad R_n = \frac{1}{P_1} + \frac{1}{P_2} (1 - R_1) + \frac{1}{P_3} (1 - R_2) + \dots + \frac{1}{P_n} (1 - R_{n-1})$$

Dans cette formule chaque terme s'obtient en multipliant l'inverse du nombre premier correspondant par l'unité diminuée de la somme des termes déjà obtenus.

Théorème. — Pour que l'expression

$$\frac{1}{Q_1} + \frac{1}{Q_2} (1 - R_1) + \dots + \frac{1}{Q_n} (1 - R_{n-1})$$

où R_k indique la somme des k premiers termes, soit égale à la probabilité qu'a un nombre d'être divisible par un au moins des nombres Q_1, Q_2, \dots, Q_n , il faut et il suffit que chacun des nombres Q_1, Q_2, \dots, Q_n soit premier avec chacun des autres.

La condition est suffisante, car, si elle est satisfaite, on peut répéter en toute rigueur les raisonnements que nous venons de faire à propos des nombres premiers. Pour montrer qu'elle est nécessaire, supposons à Q_k et à Q_1 un facteur commun Λ et soit

$$\begin{aligned} Q_k &= \Lambda N_k \\ Q_1 &= \Lambda N_1 \end{aligned}$$

En comparant les suites

$$1, 2, \dots, N_k, \dots$$

et

$$1 \times \Delta N_1, 2 \times \Delta N_1, \dots N_k \times \Delta N_1, \dots$$

nous trouvons dans la seconde des multiples de Q_k tels que $N_k \times \Delta N_1$ qui n'ont pas leurs correspondants dans la première.

Remarque. — Dans le calcul de la probabilité relative aux nombres $Q_1, Q_2, \dots Q_n$ l'ordre dans lequel ces nombres sont considérés est évidemment sans influence sur le résultat. C'est un cas particulier du théorème suivant :

Théorème. — Soit $N_1, N_2, \dots N_n$ une suite de nombres quelconques. Prenons $N_1 \alpha$ pour premier terme d'un polynôme. D'une manière générale, prenons pour k^e terme N_k multiplié par α augmenté de β fois la somme des termes précédemment obtenus.

La valeur du polynôme est indépendante de l'ordre dans lequel sont pris les nombres $N_1, N_2, \dots N_n$.

Soient a et b deux nombres consécutifs de la suite: Si R est la somme des termes obtenus par l'emploi des nombres précédant a et b et si a précède b , le terme obtenu par l'emploi de a est

$$a (\alpha + \beta R).$$

Le terme obtenu par l'emploi de b est

$$b [\alpha + \beta [R + a (\alpha + \beta R)]].$$

La somme des termes obtenus par l'emploi des nombres $N_1, N_2, \dots a, b$ est, réduction faite :

$$R + (a + b) (\alpha + \beta R) + a b \beta (\alpha + \beta R),$$

résultat symétrique par rapport à a et à b . Il est donc indifférent que a précède b ou que b précède a .

Théorème. — Étant donnée la suite des nombres $N_1, N_2, \dots N_n$, on prend pour premier terme d'un polynôme $N_1 f(0)$ et en général pour k^e terme N_k multiplié par $f(\)$ de la somme des termes précédemment obtenus. Pour que la somme des termes du polynôme ainsi formé soit indépendante de

l'ordre des nombres N_1, N_2, \dots , *il faut que* $f ()$ *soit linéaire par rapport à sa variable.*

Désignons par a et b deux nombres consécutifs de la suite donnée, par R la somme obtenue avant l'emploi de a ou de b . Si a précède b , l'emploi des nombres N_1, N_2, \dots, a, b , donne

$$(2) \quad R + a f (R) + b f [R + a f (R)].$$

Si b précède a , l'emploi des nombres N_1, N_2, \dots, b, a , donne

$$(3) \quad R + b f (R) + a f [R + b f (R)]$$

Pour que l'interversion des nombres a et b n'influe pas sur le résultat, il faut que les expressions (2 et 3) soient égales pour toutes valeurs de a , de b et de R . Ce qui donne

$$f (R) = \frac{a f [R + b f (R)] - b f [R + a f (R)]}{a - b}$$

Différenciant par rapport à a et réduisant, on obtient

$$f [R + a f (R)] - f [R + b f (R)] = (a - b) f (R) f' [R + a f (R)]$$

Différenciant par rapport à b , on a de même

$$f [R + b f (R)] - f [R + a f (R)] = (b - a) f (R) f' [R + b f (R)]$$

D'où l'équation

$$f' [R + a f (R)] = f' [R + b f (R)]$$

qui doit être satisfaite quels que soient R , a et b ; $f' ()$ est donc une constante et $f ()$ est linéaire.

Dans la formule (1), si l'on fait croître n au delà de toutes limites, le polynôme R_n se transforme en une série.

Théorème. — La série

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \dots + \frac{1}{P_n} (1 - R_{n-1}) + \dots$$

est convergente et a pour somme l'unité.

Elle est convergente, puisque, si loin qu'on aille dans la série, la somme des termes envisagés est toujours inférieure à 1 et que d'ailleurs tous les termes sont positifs.

Elle a pour somme l'unité, puisqu'elle exprime la probabilité qu'a un nombre d'être divisible au moins par un nombre premier.

Théorème. — La série

$$q + q(1 - q) + q[1 - q - q(1 - q)] + \dots + q(1 - R_n) + \dots$$

où R_n représente la somme des n premiers termes est convergente et a pour somme l'unité.

On démontrera facilement que

$$q(1 - R_n) = q(1 - q)^n$$

en sorte que la série proposée revient à la progression géométrique

$$q + q(1 - q) + q(1 - q)^2 + \dots$$

qui a pour somme l'unité.

La série proposée n'est donc pas réellement fonction de q . Toutefois la valeur de q influe sur la série, en ce sens que la convergence sera d'autant plus rapide que q différera moins de l'unité. Si $q = 1$, la série devient

$$1 + 1 \times (1 - 1) + 1 \times (1 - 1) + \dots$$

II. ÉTUDES SUR LES SÉRIES.

Les deux séries étudiées ci-dessus ont cela de particulier que *chaque terme dépend de la somme des termes précédemment obtenus.*

Je vais m'occuper des séries de ce genre, et je désignerai par R_n la somme des n premiers de la série, par R la somme de la série. Je représenterai la série par son terme général

$$\varphi(R_n)$$

Problème. — Trouver la somme des n premiers termes de la série

$$\alpha + \beta R_n.$$

On a, par définition,

$$R_n = R_{n-1} + \alpha + \beta R_{n-1}$$

d'où

$$R_n + \frac{\alpha}{\beta} = (1 + \beta) \left(R_{n-1} + \frac{\alpha}{\beta} \right).$$

On a de même

$$R_{n-1} + \frac{\alpha}{\beta} = (1 + \beta) \left(R_{n-2} + \frac{\alpha}{\beta} \right)$$

.....

$$R_2 + \frac{\alpha}{\beta} = (1 + \beta) \left(R_1 + \frac{\alpha}{\beta} \right)$$

D'où par multiplication

$$R_n + \frac{\alpha}{\beta} = \left(R_1 + \frac{\alpha}{\beta} \right) (1 + \beta)^{n-1}$$

D'où le théorème

Théorème. — Pour que la série

$$\alpha + \beta R_n$$

soit convergente, il faut et il suffit que β soit inférieur à 0 et supérieur à -2 .

Elle a pour somme

$$-\frac{\alpha}{\beta}.$$

Voici un théorème plus général.

Théorème. — Si la série

$$\varphi (R_n)$$

est convergente, elle a pour somme une racine de l'équation

$$\varphi (R) = 0$$

résolue par rapport à R.

On a, par définition,

$$R_{n+1} = R_n + \varphi (R_n).$$

Si la série est convergente, R_{n+1} et R_n ont R pour limite, d'où

$$0 = \varphi (R).$$

Considérons la série

$$A \varphi (R_n)$$

et supposons qu'on puisse disposer de A de manière à rendre la série convergente et de manière à assigner pour somme à la série une racine particulière ρ de l'équation

$$\varphi (R) = 0$$

On a, par définition,

$$R_{n+1} = R_n + A \varphi (R_n)$$

d'où

$$R_{n+1} - \rho = (R_n - \rho) \left[1 + A \frac{\varphi (R_n)}{R_n - \rho} \right]$$

On a de même

$$R_n - \rho = (R_{n-1} - \rho) \left[1 + A \frac{\varphi (R_{n-1})}{R_{n-1} - \rho} \right]$$

.....

$$R_2 - \rho = (R_1 - \rho) \left[1 + \frac{A \varphi (R_1)}{R_1 - \rho} \right]$$

d'où, par multiplication,

$$R_{n+1} - \rho = (R_1 - \rho) \left[1 + A \frac{\varphi(R_1)}{R_1 - \rho} \right] \dots \left[1 + A \frac{\varphi(R_{n-1})}{R_{n-1} - \rho} \right] \left[1 + A \frac{\varphi(R_n)}{R_n - \rho} \right]$$

De cette formule on déduit deux théorèmes :

Théorème. — Pour que la série

$$A \varphi(R_n)$$

soit convergente et ait pour somme la racine ρ il faut que

$$\lim A \frac{\varphi(R_n)}{R_n - \rho}$$

soit compris entre 0 et -2 .

Théorème. — Pour que la série

$$A \varphi(R_n)$$

soit convergente et ait ρ pour somme, il faut que $A \varphi'(\rho)$ soit compris entre 0 et -2 .

Ce second théorème n'est qu'une transformation du premier.

III. MÉTHODE DE RÉOLUTION DES ÉQUATIONS NUMÉRIQUES.

Supposons que nous ayons séparé la racine ρ des autres racines. Soient R_1 et R_2 deux limites entre lesquelles se trouve comprise la racine ρ .

Partant de la valeur approchée R_1 , proposons-nous de trouver une valeur R_3 plus approchée que R_1 .

$$\varphi(R) = 0$$

étant l'équation proposée, nous la remplaçons par l'équation

$$A \varphi(R) = 0$$

nous réservant de disposer ultérieurement de A .

On a :

$$R_3 - \rho = (R_1 - \rho) \left[1 + A \frac{\varphi(R_1)}{R_1 - \rho} \right]$$

R_3 étant déduit de R_1 , comme il a été dit dans l'étude de la série

$$A \varphi(R_n)$$

Si nous disposons de A de manière que

$$1 + A \frac{\varphi(R_1)}{R_1 - \rho}$$

soit inférieur à l'unité en valeur absolue, nous serons assurés de trouver la valeur R_3 plus approchée que R_1 de la racine. Et si l'on pouvait faire en sorte que

$$1 + A \frac{\varphi(R_1)}{R_1 - \rho}$$

fût nul, R_3 serait la valeur cherchée. ρ nous étant inconnu, nous le remplaçons par une valeur présumée r déterminée par la relation

$$\frac{r - R_1}{R_2 - R_1} = \frac{-\varphi(R_1)}{\varphi(R_2) - \varphi(R_1)}$$

comme si $\varphi(\)$ était fonction linéaire. Et la valeur que nous adoptons pour A est donnée par l'équation

$$1 + A \frac{\varphi(R_1)}{R_1 - r} = 0$$

d'où

$$A = \frac{r - R_1}{\varphi(R_1)} = - \frac{R_2 - R_1}{\varphi(R_2) - \varphi(R_1)}$$

Et nous calculerons

$$R_3 = R_1 + A \varphi (R_1)$$

Nous calculerons $\varphi (R_3)$. Supposons que $\varphi (R_3)$ soit de même signe que $\varphi (R_2)$. Il nous est prouvé alors que ρ est compris entre R_1 et R_3 et nous opérons par rapport à ces deux valeurs approchées comme nous avons fait par rapport à R_1 et à R_2 , nous réservant d'adopter pour A des valeurs différant d'essai en essai, s'il y a lieu.

Observation finale. — Cette méthode suppose un choix judicieux des valeurs R_1 et R_2 , sans quoi la valeur R_3 pourrait se trouver hors des limites R_1 et R_2 . Si pareil cas se présentait, on devrait, par la méthode des différences, ou quelque autre, chercher à resserrer les limites R_1 et R_2 entre lesquelles ρ est compris, avant d'appliquer la méthode ci-dessus indiquée.

Sur les polygones inscrits et circonscrits, et sur un nouveau système de coordonnées, par M. Darboux.

VI. Avant de continuer l'étude que j'ai présentée dans la dernière séance, je reviens sur un point de ma dernière communication qui est susceptible d'être présenté avec une plus grande simplicité. Il est facile de démontrer d'une manière directe et élémentaire le théorème suivant :

Etant donné un polygone formé des $n + 1$ droites A, A_1, A_2, \dots, A_n et inscrit dans une section conique (C), pour tout point de la section conique, il y aura entre les polynomes A, A_1, A_2, \dots, A_n qui égalés à zéro donnent les équations des côtés représentés par les mêmes lettres, une relation de la forme

$$\frac{a}{A} + \frac{a_1}{A_1} + \frac{a_2}{A_2} \dots + \frac{a_n}{A_n} = 0.$$

D'abord le théorème est évident pour un triangle A, A_1, A_2 . On sait que l'équation de la conique (C) circonscrite à ce triangle est de la forme

$$\frac{a}{A} + \frac{a_1}{A_1} + \frac{a_2}{A_2} = 0.$$

Considérons maintenant un quadrilatère A, A_1, A_2, A_3 , et soit B une diagonale de ce quadrilatère. La conique (C) étant circonscrite à la fois aux deux triangles $A A_1 B, B A_2 A_3$ sera représentée par 2 équations de la forme

$$\frac{a}{A} + \frac{a_1}{A_1} + \frac{b}{B} = 0$$

$$\frac{a_2}{A_2} + \frac{a_3}{A_3} - \frac{b}{B} = 0$$

et, en ajoutant, on voit que l'équation

$$\frac{a}{A} + \frac{a_1}{A_1} + \frac{a_2}{A_2} + \frac{a_3}{A_3} = 0$$

conviendra à tous les points de la conique (C).

En continuant de la même manière, on établirait pour un polygone d'un nombre quelconque de cotés, $n + 1$, l'équation citée plus haut

$$\frac{a}{A} + \dots + \frac{a_n}{A_n} = 0.$$

Cette équation représentant une courbe de degré n se décomposera, comme on l'a indiqué plus haut, en la conique (C) puisqu'elle est satisfaite pour tous les points de cette conique, et en une courbe (C') de degré $n - 2$. Le reste de la démonstration s'achève comme il a été indiqué dans la communication précédente.

VII. Enfin, pour les polygones d'un nombre pair de côtés, la démonstration des théorèmes de Poncelet peut se faire au moyen du premier des deux théorèmes principaux énoncés au § III de ce travail. Car, soit un polygone de $2n$ côtés

circonscrit à la conique (K) et inscrit à la conique (C) on sait que, si l'on partage les $2n$ côtés de ce polygone en deux groupes $A_1, A_2, \dots, A_n, B_1, B_2, \dots, B_n$, pour tout point de la conique (C) le produit des distances aux n droites A_i sera dans un rapport constant avec le produit des distances aux n droites B_i . On aura

$$A_1, A_2, \dots, A_n = K. B_1, B_2, \dots, B_n$$

ou

$$f(\rho) f(\rho_1) = \varphi(\rho) \varphi(\rho_1).$$

On se trouve donc précisément dans les termes de la proposition citée du § III, et l'on voit que ce théorème permet de démontrer les propositions de Poncelet, mais pour le cas seulement des polygones de degré pair. La démonstration que j'avais donnée tout d'abord n'est soumise à aucune restriction de ce genre, et le nombre des côtés ne change rien à la démonstration.

VIII. Ainsi, à l'aide d'une transformation algébrique réellement simple, le système de coordonnées précédent met en évidence les théorèmes de Poncelet et même des théorèmes plus généraux. Nous devons maintenant exposer d'autres remarques, qui nous conduiront à des théorèmes analogues, relatifs à des courbes de degré supérieur.

Un des caractères distinctifs du système actuel de coordonnées consiste en ce que les deux variables au moyen desquelles nous déterminons la position d'un point ne sont pas, en quelque sorte, distinctes l'une de l'autre. On ne peut pas les séparer, comme dans d'autres systèmes de coordonnées, elles sont plus que symétriques, liées, conjuguées l'une à l'autre. D'après cela, si l'on considère l'équation

$$(25) \quad f(\lambda, \rho) = 0$$

où λ désigne un paramètre variable, à chaque valeur de λ correspondront, par exemple, n valeurs de ρ ; ces n valeurs déterminent n tangentes à la conique (K). La courbe décrite par les points d'intersection de ces tangentes, quand on fait varier λ , aura pour équation le résultat de l'élimination de λ entre les deux :

$$f(\lambda, \rho) = 0 \quad f(\lambda, \rho_1) = 0.$$

Mais on peut retenir l'équation (25) qui détermine aussi bien les propriétés de la courbe.

Supposons par exemple que l'équation (25) soit du degré m en λ et n en ρ . A une valeur de ρ , a , correspondront m valeurs de λ , $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_m$, et à chacune de ces valeurs correspondront $n - 1$ nouvelles valeurs de ρ . En d'autres termes, la tangente $\rho = a$ coupera la courbe en $m(n - 1)$ points; la courbe sera de l'ordre $m(n - 1)$.

D'ailleurs, l'équation (25) détermine pour chaque valeur de λ , un polygone de n côtés qui se meut en étant inscrit à la courbe, et circonscrit à la conique (K). Il suffit seulement que n soit supérieur à 2.

IX. Si n est égal à 2, l'équation (25) peut s'écrire

$$(26) \quad A \rho^2 + 2 B \rho + C = U = 0$$

où A, B, C sont des fonctions algébriques de λ . A chaque valeur de λ correspondent deux valeurs de ρ et un seul point de la courbe *La courbe U est donc unicursale*, mais la forme précédente d'équations de ces courbes, qui me paraît nouvelle, offre l'avantage de conduire, presque sans effort, à un théorème entrevu par Jacobi pour ces courbes, et à l'introduction des fonctions ultra-elliptiques dans cette théorie.

C'est un théorème bien connu d'analyse, que *si dans l'équation (26) contenant une des deux variables ρ au second degré et l'autre λ au degré n , on donne à ρ une valeur quelconque, à cette valeur de ρ correspondront n valeurs de λ , $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_n$, telles que la somme des intégrales*

$$(27) \quad \int \frac{\varpi(\lambda_i) d\lambda_i}{\sqrt{B_i^2 - A_i C_i}}$$

étendue à toutes les racines (où B_i, A_i, C_i , désignent ce que deviennent A, B, C , quand on substitue λ_i à la place de λ , et où $\varpi(\lambda)$ est un polygone de degré inférieur à $n - 1$) *est constante, quelle que soit la valeur donnée primitivement à la variable ρ .*

En appliquant ce théorème à la question de géométrie que nous avons à étudier, nous voyons que

Si l'on coupe la courbe unicursale U, d'ordre n, par les tangentes à une conique quelconque K, la somme des intégrales ultra-elliptiques (27) correspondant aux n points d'intersection de la tangente et de la courbe demeure constante.

Si les fonctions A, B, C étaient du second degré, la courbe U serait une conique, ce qui donne un point de départ analytique extrêmement simple à la démonstration des théorèmes de Poncelet, par les fonctions elliptiques. Mais nous ne poursuivrons pas ce mode de démonstration.

X. Supposons, au contraire, que l'équation (25) soit d'un degré quelconque par rapport à ρ , et du second degré en λ on pourra l'écrire

$$(27) \quad V = A \lambda^2 + 2 B \lambda + C = 0$$

où A, B, C désignent des polynomes du degré n en ρ . Cette équation convient, d'après les remarques faites plus haut, à une courbe V de degré $2n - 1$, et l'on reconnaîtra que, dans le cas général, cette courbe a $\frac{(n-1)(n-2)}{2}$ points doubles à l'intersection des trois courbes du degré $n - 1$

$$0 = \frac{A B_1 - B A_1}{\rho - \rho_1} = \frac{A C_1 - C A_1}{\rho - \rho_1} = \frac{B C_1 - C B_1}{\rho - \rho_1}$$

Elle est circonscrite à une infinité de polygones de n côtés dont elle contient tous les sommets et dont tous les côtés sont tangents à la conique (K). Ces côtés sont déterminés par les n valeurs de ρ que l'on déduit de l'équation (27) pour chaque valeur de λ . D'ailleurs ces n valeurs de ρ satisfont, d'après le théorème de Jacobi rappelé plus haut, aux $n - 1$ équations

$$(28) \quad \int \frac{\varpi(\rho_1) d\rho_1}{\sqrt{B_1^2 - A_1 C_1}} + \dots + \int \frac{\varpi(\rho_n) d\rho_n}{\sqrt{B_n^2 - A_n C_n}} = \text{constante}$$

où l'on prend successivement pour $\varpi(\rho)$ $1, \rho, \rho^2, \dots, \rho^{n-2}$. Ces dernières équations (28) ne sont autres que les équations

différentielles abéliennes considérées si souvent par Jacobi et M. Liouville. D'ailleurs, les valeurs de ρ , racines de l'équation

$$B^2 - A C = 0$$

déterminent $2n$ tangentes à la conique (K) qui sont aussi tangentes à la courbe V chacune en $n - 1$ points. Nous sommes donc conduits à cette conclusion que *dans notre système de coordonnées les équations différentielles ultra-elliptiques (28) sont intégrées par des courbes de l'ordre 2 (n-1) tangentes à 2n tangentes de la conique (K) et à chacune en n - 1 points.*

Par exemple, pour $n = 2$ les équations (28) se réduisent à une seule

$$(29) \quad \frac{d\rho_1}{\sqrt{B_1^2 - A_1 C_1}} + \frac{d\rho_2}{\sqrt{B_2^2 - A_2 C_2}} = 0.$$

C'est l'équation d'Euler relative aux fonctions elliptiques. On voit qu'elle est intégrée par toutes les coniques inscrites dans un quadrilatère circonscrit à la conique (K). L'équation de ce quadrilatère est $B^2 - A C = 0$.

Pour $n = 3$, on a la première classe des fonctions ultra-elliptiques. Les équations (28) se réduisent à deux, le polynome $B^2 - A C$ est du sixième degré. Les courbes intégrant les deux équations différentielles sont des courbes de quatrième ordre à un point double, admettant pour tangentes doubles les six côtés fixes d'un hexagone circonscrit à la conique (K), etc.

Quant à l'équation des courbes (V) dans le cas général, c'est-à-dire à la relation entre ρ et ρ_1 pour chaque point de la courbe, il est à remarquer qu'on l'obtiendra sans difficulté. Il suffira d'écrire la relation entre deux racines ρ ρ_1 de l'équation (27), ce qui donnera

$$(A C_1 - C A_1)^2 = 4 (A B_1 - B A_1) (B C_1 - C B_1).$$

Cette forme met en évidence le facteur à supprimer $(\rho - \rho_1)^2$ qui, égalé à 0, donne la conique (K). La suivante:

$$2 (B B_1 - A C_1 - C A_1)^2 - 4 (B^2 - A C) (B_1^2 - A_1 C_1) = 0$$

met en évidence la courbe

$$2 B B_1 - A C_1 - C A_1 = 0$$

de l'ordre n passant par les $2 n^2$ points de contact des $2 n$ tangentes multiples avec la courbe (V) et la conique (K). Par exemple, pour $n = 2$, elle représente la conique passant par les huit points de contact des coniques (K) et (V) avec le quadrilatère circonscrit commun.

XI. Examinons d'une manière un peu plus détaillée les courbes du 4^e ordre à un point double (V_4) que nous venons de rencontrer pour $n = 3$ et qui ont fait l'objet des recherches récentes de MM. Brioschi et Cremona. Nous voyons qu'elles sont circonscrites à une suite continue de triangles, dont les côtés sont tangents à la conique (K), car l'équation

$$A \lambda^2 + 2 B \lambda + C = 0$$

étant ici du 3^e degré en ρ , à chaque valeur de λ correspondent trois valeurs de ρ , et par conséquent trois tangentes à la conique (K) formant un triangle dont les sommets sont sur la courbe (V_4). On peut se demander si ce mode de génération donne la courbe la plus générale du 4^e ordre à un point double, et la réponse est affirmative.

Soit en effet une courbe quelconque du 4^e ordre. On sait depuis les belles recherches de Hesse, Steiner, etc., que cette courbe peut être considérée, et de plusieurs manières différentes, comme l'enveloppe d'une suite de sections coniques représentées par

$$(30) \quad H + D m + E m^2 = 0$$

où H, D, E sont trois polygones du second degré par rapport aux coordonnées ordinaires. Ces coniques sont telles qu'il en passe deux par un point quelconque du plan, chacune est tangente à la courbe du 4^e ordre en quatre points $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$, variables avec la valeur de m .

Mais il est clair que toutes les coniques représentées par l'équation (30) font partie du réseau déterminé par les trois coniques H, D, E, et par conséquent que les cordes de con-

tact $\alpha_1 \alpha_2, \alpha_1 \alpha_3$, etc., sont tangentes à une courbe du 6^e ordre et de la 3^e classe qu'on appelle *Cayleyenne* du réseau. Ainsi, toutes les tangentes à la *Cayleyenne* coupent la courbe du 4^e ordre en quatre points qui se déterminent par groupes de deux. Cette remarque établit une correspondance digne d'étude entre une courbe de 3^e classe la *Cayleyenne* et la courbe générale du 4^e ordre.

Dans le cas où la courbe du 4^e ordre (V_4) a un point double ou même plusieurs points doubles, il y a toujours un système de coniques, au moins, inscrites dans la courbe et contenant toutes un seul des points doubles α . Ces coniques déterminent un réseau, et comme elles passent par un point fixe, la *cayleyenne* se réduit à une conique (K). Alors chaque conique est tangente à (V_4) en trois points seulement, et les droites qui joignent ces trois points enveloppent la conique (K). C'est le mode de génération qu'il s'agissait de retrouver.

L'équation (27) de la courbe (V_4) nous permet d'ailleurs d'exprimer les coordonnées de tout point de la courbe (V_4) en fonction d'une arbitraire. Car donnons-nous une des racines $\rho = u$, on exprimera λ en fonction de u par une formule contenant un radical du 6^e degré, et les deux autres valeurs de ρ, ρ'', ρ_1 , seront données par une équation du second degré. Les fonctions $\circ + \rho_1 \rho \rho_1$ qui sont les coordonnées ordinaires, s'exprimeront donc en fonction rationnelle de u et λ ou, si l'on veut, en fonction de u et d'un radical carré du 6^e degré en u .

XII. Le théorème le plus général de Poncelet est compris implicitement dans ce qui précède. Il suffira de quelques mots pour le démontrer. A cet effet, remarquons que si un triangle A B C est circonscrit à la courbe (K), il sera déterminé par les valeurs ρ_1, ρ_2, ρ_3 du paramètre ρ qui conviennent à ses trois côtés A B C. Cela posé, les coordonnées des sommets seront : pour A, ρ_2, ρ_3 ; pour B, ρ_1, ρ_3 ; pour C, ρ_1, ρ_2 . Par suite, si les sommets A, B décrivent des courbes définies par les équations

$$(31) \quad f(\rho_1, \rho_3) = 0 \quad \varphi(\rho_2, \rho_3) = 0$$

il suffira, pour avoir la courbe décrite par le 3^e sommet C d'éliminer ρ_3 entre ces deux équations.

Par exemple, supposons que deux sommets du triangle décrivent deux coniques inscrites dans un même quadrilatère circonscrit à (K). En intégrant les équations (29) on voit qu'ici les deux équations (31) sont de la forme

$$(32) \quad F(\rho_1) - F(\rho_3) = \alpha \quad F(\rho_2) - F(\rho_3) = \beta.$$

Donc, le lieu du 3^e sommet du triangle sera défini par l'équation

$$(33) \quad F(\rho_1) - F(\rho_2) = \alpha - \beta$$

qui représente une conique inscrite dans le même quadrilatère que les trois premières. C'est le théorème de Poncelet sous sa forme la plus complète, et la démonstration que nous en donnons est susceptible de s'étendre à d'autres questions. Par exemple l'équation

$$A \rho \rho_1 + B \rho + C \rho_1 + D = 0$$

représente une conique doublement tangente à la conique de base (K) ou si $B = C$ une droite. Si on prend une 2^e équation de même forme

$$A' \rho \rho_2 + B' \rho + C' \rho_2 + D' = 0$$

et qu'on élimine ρ entre les deux équations, on sera conduit à une relation entre $\rho_1 \rho_2$ de même forme que les deux précédentes, d'où résulte le théorème bien connu suivant :

Si un triangle est circonscrit à une conique (K) et que deux de ses sommets décrivent des droites ou des coniques doublement tangentes à la proposée, la troisième décrira aussi une droite ou une conique doublement tangente à la première.

La même remarque conduit aussi à l'interprétation d'une substitution faite sur l'une des variables. Soit $V = \varphi(\rho \rho_1) = 0$ l'équation d'une courbe V. Si on élimine ρ_1 par l'équation $U = \psi(\rho_1 \rho_2) = 0$, le résultat de l'élimination conviendra à tous les points d'une courbe V' qu'on peut déduire de V de la manière suivante. C'est le lieu décrit par le troisième sommet d'un triangle circonscrit à (K) et dont les deux autres

sommets décrivent les courbes U et V, ou plutôt c'est une portion de ce lieu.

On verra ainsi que toute courbe du 4^e ordre à deux points doubles peut être considérée, et d'une infinité de manières, comme le lieu décrit par le 3^e sommet d'un triangle circonscrit à une conique (K) dont un sommet décrit une conique quelconque et l'autre sommet une conique doublement tangente à (K). J'indique seulement ce mode de génération, dont la démonstration exige quelques remarques que je développerai dans la suite de cette communication.

XIV. Dans l'article précédent, nous avons vu comment l'équation différentielle d'Euler, relative aux fonctions elliptiques, s'intègre par la considération des coniques inscrites dans un quadrilatère. Si l'on se propose d'intégrer l'équation différentielle

$$(35) \quad \frac{d\rho}{\sqrt{f(\rho)}} = \frac{d\rho_1}{\sqrt{f(\rho_1)}}$$

les courbes représentées par l'intégrale générale seront des coniques inscrites dans le quadrilatère

$$(36) \quad f(\rho) = 0$$

circonscrit à la conique (K). Si ce quadrilatère a deux de ses sommets aux points circulaires de l'infini, les coniques sont homofocales à la proposée (K).

On sait qu'étant données deux coniques homofocales (C) (K) si de deux points a a' de l'une (C) on mène des tangentes à l'autre, on forme ainsi un quadrilatère dont les deux autres couples de sommets opposés, b , b' , c , c' , sont aussi sur une conique homofocale aux proposées. Cet important théorème se démontre sans difficulté de la manière suivante.

Soit la conique (K) et un quadrilatère circonscrit défini par l'équation (36), toutes les coniques inscrites dans ce quadrilatère seront représentées par l'équation

$$(37) \quad \int \frac{d\rho}{\sqrt{f(\rho)}} - \int \frac{d\rho_1}{\sqrt{f(\rho_1)}} = \alpha$$

en sorte que, pour deux points situés sur une de ces coniques $(\rho \rho_1)$ $(\rho' \rho'_1)$, on aura

$$(38) \int \frac{d\rho}{\sqrt{f(\rho)}} - \int \frac{d\rho_1}{\sqrt{f(\rho_1)}} = \int \frac{d\rho'}{\sqrt{f(\rho')}} - \int \frac{d\rho'_1}{\sqrt{f(\rho'_1)}}$$

et par suite

$$\int \frac{d\rho}{\sqrt{f(\rho)}} - \int \frac{d\rho'}{\sqrt{f(\rho')}} = \int \frac{d\rho_1}{\sqrt{f(\rho_1)}} - \int \frac{d\rho'_1}{\sqrt{f(\rho'_1)}}.$$

On voit que cette dernière équation exprime le théorème qu'il s'agissait de démontrer. Elle exprime que la conique qui passe par le point $(\rho \rho')$ et qui est inscrite dans le même quadrilatère que les premières passe aussi par le point $(\rho_1 \rho'_1)$. Or ces deux points sont deux sommets opposés du quadrilatère. Ce qui démontre la proposition indiquée.

Une autre partie de ce théorème, dû, croyons-nous, à M. Chasles, paraît demeurer en dehors de notre méthode. C'est la suivante :

Si de deux points d'une conique on mène les tangentes à une autre conique homofocale à la première, on formera un quadrilatère circonscriptible à un cercle.

En d'autres termes, étant donnés une conique (K) et un quadrilatère circonscrit (Q), si dans ce quadrilatère on inscrit une courbe (C), on pourra inscrire dans le quadrilatère (Q) formé avec les tangentes menées à (K) de deux points quelconques de (C) une conique (C') passant par deux sommets opposés du quadrilatère (Q).

Cela résulte du théorème curieux d'analyse suivant :

Soient

$$\begin{aligned} \varpi(x) &= (x - \rho) (x - \rho'_1) (x - \rho_1) (x - \rho'_1) \\ f(x) &= (x - a) (x - b) (x - a') (x - b') \end{aligned}$$

deux polynomes, si on a

$$(39) \int \frac{d\rho}{\sqrt{f(\rho)}} - \int \frac{d\rho'}{\sqrt{f(\rho')}} = \int \frac{d\rho_1}{\sqrt{f(\rho_1)}} - \int \frac{d\rho'_1}{\sqrt{f(\rho'_1)}}$$

on aura également

$$(40) \int \frac{d a}{\sqrt{\varpi(a)}} - \int \frac{d b}{\sqrt{\varpi(b)}} = \int \frac{d a'}{\sqrt{\varpi(a')}} - \int \frac{d b'}{\sqrt{\varpi(b')}}.$$

La démonstration complète de cette proposition résulte sans difficulté du théorème d'Abel. J'en réserve la démonstration, ainsi que celles de propositions plus générales résultant de plusieurs théorèmes de géométrie. Pour le moment, je me contente d'indiquer que cette relation de réciprocity s'étend aux fonctions *abéliennes*.

Par suite, les théorèmes de géométrie que nous venons de démontrer s'étendent aux courbes plus générales que nous avons examinées précédemment. Prenons, pour plus de simplicité, les courbes de 4^e ordre, et appelons homofocales toutes celles qui ont les mêmes six tangentes doubles, tangentes à la conique (K). Appelons triangles inscrits les triangles considérés plus haut et formés de trois tangentes à la conique (K). Nous voyons que si l'on prend deux triangles inscrits dans une courbe (C), de quelque manière que l'on partage en deux groupes de trois les six droites formant ces deux triangles, on aura deux nouveaux triangles inscrits dans une courbe (C') homofocale à (C), et d'autre part que l'on pourra inscrire dans ces six droites comme tangentes doubles une courbe du 4^e ordre contenant six sommets de l'hexagone formé par les six tangentes doubles communes aux courbes (C) (C'). Ces six sommets seront obtenus en partageant d'une manière quelconque l'hexagone en deux triangles.

XV. Enfin, je voudrais dire quelques mots en terminant ce travail, et avant d'étendre les méthodes précédentes à l'espace, de l'emploi du système actuel de coordonnées dans l'étude de quelques courbes, et, en particulier, de celles du 4^e ordre à deux points doubles.

Supposons qu'on ait à examiner une équation non symétrique en ρ ρ_1 ; une telle équation pourra toujours se mettre sous la forme

$$(41) \quad f(\rho \rho_1) + (\rho - \rho_1) \varpi(\rho \rho_1) = 0$$

où f et ω sont des fonctions symétriques, et par conséquent s'expriment rationnellement par les coordonnées ordinaires, tandis que $\rho - \rho_1$ est une racine carrée. En élevant au carré pour rendre l'équation rationnelle, nous aurons

$$(42) \quad f^2 (\rho - \rho_1) - (\rho - \rho_1)^2 \omega^2 (\rho - \rho_1) = 0$$

équation de la forme en coordonnées ordinaires

$$(43) \quad P^2 - K Q^2 = 0.$$

La courbe qu'elle représente sera donc tangente à la conique (K) et elle aura des points doubles à l'intersection des courbes P, Q.

Par exemple, si l'équation (41) est du second degré en ρ et en ρ_1 , elle représentera une courbe du 4^e ordre ayant deux points doubles à l'intersection de la conique $P = 0$ et de la droite $Q = 0$, et cette courbe du 4^e ordre sera tangente en quatre points à la conique (K).

Réciproquement, toute courbe du 4^e ordre à deux points doubles peut être représentée, et d'une infinité de manières, par une équation de la forme (41). Car, si l'on prend une conique *quelconque*, ne passant par aucun des points doubles, et *inscrite* dans la courbe, l'équation de la courbe du 4^e ordre la ramènera à la forme (43) ou (42) ou (41). Ainsi il suffit de prendre pour conique (K) de préférence une des coniques tangentes à la courbe en quatre points.

Nous rencontrons ici un fait intéressant dans la théorie des courbes du 4^e ordre à deux points doubles, et ce fait se rattache aux différents modes de génération qu'on a proposés pour les étudier. On sait que M. Moutard, les considérant au point de vue de la transformation par rayons vecteurs réciproques, a démontré qu'elles étaient anallagmatiques par rapport à quatre pôles différents. Il résulte des recherches de notre savant confrère qu'étant donnée une telle courbe, il existe quatre points dans le plan jouissant de la propriété suivante : *Pour les droites passant par chacun d'eux, l'équation du 4^e ordre qui détermine les quatre points d'intersection de la droite et de la courbe se résout par des extractions de racines carrées.* C'est là un fait analytique remarquable en

lui-même. Les recherches précédentes lui donnent une réelle extension, car elles démontrent que la même propriété appartient aussi *aux droites tangentes à l'une quelconque des coniques inscrites dans la courbe du 4^e ordre et ne passant pas par les points doubles. C'est lorsque les coniques se réduisent à deux droites qu'on obtient le mode de génération de M. Moutard.*

Ainsi étant donnée une droite dans le plan d'une courbe de 4^e ordre à deux points doubles, l'équation du 4^e degré qui déterminera les points de rencontre avec la courbe, et celle qui fait connaître les trois coniques *inscrites dans la courbe, et tangentes à la droite se résolvent l'une au moyen de l'autre.*

Ajoutons à cette remarque la suivante : Généralement l'équation du 8^e degré qui détermine les points d'intersection de la courbe V_4 et d'une conique (C) est indécomposable, mais si la conique (C) est doublement tangente à (K), l'équation du 8^e degré se décomposera en deux du 4^e.

Enfin, nous pouvons démontrer le mode de génération pour les courbes du 4^e ordre à deux points doubles, indiqué à la fin de l'article 13. Car soit

$$f(\rho, \rho_1) = 0$$

l'équation non symétrique en ρ, ρ_1 de la courbe du 4^e ordre proposée. Nous pouvons toujours supposer qu'on l'ait déduite d'une équation symétrique

$$(44) \quad F(\rho, \rho'_1) = 0$$

par une substitution de forme

$$(45) \quad A \rho_1 \rho'_1 + B \rho_1 + C \rho'_1 + D = 0.$$

Cela revient, d'après les remarques faites, à démontrer que la courbe est décrite par le troisième sommet libre d'un triangle circonscrit à la conique (K) dont l'un des sommets décrit la conique quelconque (44), l'autre la conique (45), doublement tangente à la proposée. Ainsi

La courbe du 8^e ordre, décrite par le troisième sommet

libre d'un triangle circonscrit à une conique (K) dont l'un des sommets décrit une conique quelconque (C), l'autre une conique (C') doublement tangente à (K), se compose de deux courbes du 4^e ordre à deux points doubles.

Notons encore la proposition suivante, qu'on pourrait faire suivre de beaucoup d'autres.

Etant donnée une courbe du 4^e ordre à deux points doubles V et une conique inscrite (K), si des points où une tangente à (K) coupe la courbe (V) on mène de nouvelles tangentes à la conique, ces tangentes forment un quadrilatère dont deux sommets opposés décrivent des coniques.

Sur certaines méthodes destinées à apprécier l'angle d'écartement des branches du maxillaire inférieur chez les Crocodiliens, par M. Léon Vaillant.

A l'occasion de recherches sur les Crocodiliens fossiles de Saint-Gérard-le-Puy, dont je me suis occupé dans ces derniers temps, j'ai été conduit à étudier les moyens de comparaison employés par les zoologistes pour exprimer les différences que présentent les têtes osseuses de ces animaux, sur lesquelles, comme on le sait, est principalement basée la distinction des espèces. Tous les observateurs ont remarqué combien au premier coup d'œil sont différentes les proportions des crânes chez les divers animaux de ce groupe; mais, pour exprimer le fait d'une manière positive, on rencontre de grandes difficultés. On a surtout employé dans ce but le rapport de certaines mesures et en particulier de la longueur à la largeur. Sans parler de la gêne qu'on éprouve à se faire une idée exacte de ces rapports, exprimés le plus souvent en fractions ordinaires, on est souvent dans la pratique assez embarrassé pour mesurer les largeurs, pour les prendre toujours à une même hauteur ailleurs qu'à la partie postérieure au niveau des condyles articulaires, et dans tous ces cas, malgré des différences très-appreciables à l'œil, on est

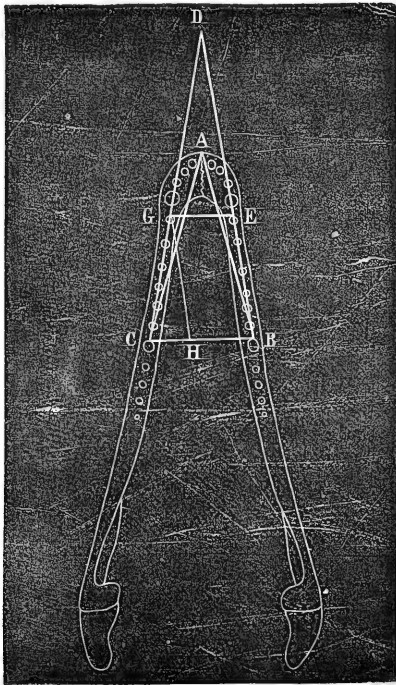
presque toujours frappé de la petitesse de celles indiquées par le calcul. Je me suis demandé si l'on n'arriverait pas à des résultats plus satisfaisants par la substitution, à ces mesures de rapports, de mesures angulaires, comme on l'a essayé pour d'autres êtres, et surtout dans les études anthropologiques.

Cette idée n'est d'ailleurs pas absolument nouvelle. Les différences principales portant surtout sur le plus ou moins d'étroitesse du museau et celle-ci étant représentée assez exactement par l'écartement des deux branches du maxillaire inférieur, les auteurs y ont fait, dans bien des cas, allusion en indiquant que dans telle ou telle espèce ces branches étaient plus ou moins rapprochées que dans telle ou telle autre espèce prise pour type, sans que l'écartement exact pour cette dernière fût donné d'une manière définie, fait qui n'est malheureusement que trop fréquent en zoologie. Un seul auteur à ma connaissance, M. Planté, a apporté sur ce point plus de précision, en donnant l'angle d'écartement d'un Crocodile fossile le *Crocodylus depressifrons*, Blainv.; il l'évalue à 27° ou 28°, mais il n'indique pas par malheur le moyen employé pour arriver à ce résultat. C'est pour régulariser autant que possible ces recherches que j'ai essayé différentes méthodes dont je désirerais entretenir la Société, bien qu'on ne doive les considérer que comme des essais.

Celle qui se présente à l'esprit au premier abord, et qu'on pourrait appeler la méthode graphique directe, consiste à placer la mâchoire sur une feuille de papier et à en suivre le contour aussi exactement que possible; en prolongeant les deux côtés jusqu'à leur point de rencontre on peut mesurer l'angle ainsi obtenu au moyen du rapporteur. Ou bien on applique une règle le long d'un des côtés de la mâchoire et, après en avoir tracé la direction, on répète la même opération de l'autre côté. Dans les deux cas on est conduit à des résultats très-peu satisfaisants. Ces deux moyens supposent en effet que les mâchoires reposent exactement sur le plan, ce qui n'a pas toujours lieu, de plus la convexité de la partie antérieure du dentaire, la saillie plus ou moins considérable de cet os au niveau de la canine, constituent autant de difficultés soit pour le tracé du contour, soit pour l'application de la règle. Cependant, lorsque la première

condition, celle de reposer exactement sur le plan, est obtenue, la face interne de la branche mandibulaire, d'ordinaire presque verticale, permet un tracé qui peut être utilement employé, mais non dans tous les cas.

Il serait certainement à la fois plus commode et plus exact de choisir certains points fixes permettant la construction de triangles, dont on pourrait ensuite calculer les différents éléments. Les dents m'ont paru pouvoir être utilement employées dans ce but. On sait qu'elles présentent chez les Crocodiles et chez les Caïmans, que j'ai particulièrement en vue ici (les Gavials n'ayant pas le même intérêt en ce qui concerne la forme du museau), certaines différences quant au nombre, mais cela porte exclusivement sur les dents postérieures, car les antérieures se succèdent dans un ordre très-régulier, ainsi la quatrième est toujours la plus déve-



loppée, et ensuite la dixième et onzième, surtout cette dernière. C'est celle-ci que j'ai prise pour point fixe ; en premier lieu sa taille permet aisément de la distinguer, de plus elle est toujours située assez en avant pour que sa position ne soit pas influencée par les courbures que peuvent décrire, dans certaines espèces, les branches du maxillaire pour se conformer à l'élargissement postérieur du crâne qui n'a rien à faire avec la dimension angulaire du museau. Dans la pratique, j'ai toujours pris les mesures sur la base de la dent à sa sortie de l'alvéole et en avant, ce point étant toujours facile à retrouver même dans le cas assez habituel, surtout chez les fossiles, où la dent est tombée. En avant j'ai cru trouver un point fixe facile à reconnaître dans l'extrémité antérieure de la symphyse, qui réunit les deux dentaires. La mesure de la distance BC (voir la fig. ci-jointe) qui sépare les onzièmes dents, celle de la distance AB, qui sépare l'une de celles-ci de l'extrémité de la symphyse, permettent de construire graphiquement le triangle ABC, dans lequel il est facile de mesurer directement l'angle BAC, qui peut être regardé comme exprimant l'écartement angulaire des deux branches du maxillaire inférieur. On peut aussi calculer cet angle au moyen d'une formule trigonométrique très-simple déduite de l'équation connue :

$$\sin \frac{1}{2} A = \sqrt{\frac{(S - b)(S - c)}{bc}}$$

En remarquant que, dans le cas particulier qui nous occupe, il s'agit de calculer dans un triangle isocèle l'angle compris entre les deux côtés égaux, ce qui donne $b = c$; on obtient donc, en substituant la valeur de $S = \frac{a + b + c}{2}$,

$$\sin \frac{1}{2} A = \frac{a}{2b}$$

dans laquelle, en se reportant à la figure, angl. A = BAC, $a = BC$ et $b = AB$.

Les deux lignes A B et A C dans cette méthode ont l'inconvénient de se trouver en dedans de la ligne dentaire et de ne pas donner par conséquent l'idée de la largeur du museau lorsque celui-ci est très-dilaté en avant, comme cela se voit en particulier chez les Caïmans. J'ai cherché à obtenir une autre mesure en prenant comme point de repères antérieurs deux autres dents qui, alignées avec les onzièmes, pussent donner aussi exactement que possible la direction de la série dentaire. Les cinquièmes dents m'ont paru les plus convenables ; celles situées tout à fait en avant participent aux inconvénients du point symphysaire de rejeter la ligne trop en dedans ; la quatrième, malgré son volume qui la rend très-remarquable, occupe suivant l'âge une position trop variée ; la cinquième a ces inconvénients à un degré moindre, cependant elle n'en est pas absolument exempte. En mesurant la distance E G qui sépare ces cinquièmes dents et la longueur B E ou C G de la onzième à la cinquième, on a les éléments pour construire le trapèze régulier B C G E dont les deux côtés non parallèles prolongés donneront un angle B. D C qui exprime l'écartement angulaire des deux lignes dentaires. Dans la pratique le sommet D pouvant être situé très-loin il est ordinairement plus simple de mesurer l'angle C G H, compris entre le côté C G du trapèze et une ligne menée par G parallèlement à B E, cet angle étant égal à B D C comme correspondant. La construction dans ce cas est un peu longue et il est peut-être plus commode de calculer l'angle D = C G H par la formule trigonométrique précédemment employée. En posant comme précédemment B C = a et de plus G E = d, G H = C G = B E = c, on obtient pour le triangle C G H dans lequel la base C H = a - d :

$$\sin \frac{1}{2} D = \frac{a - d}{2c}.$$

Ces méthodes conduisent en définitive à obtenir deux angles auxquels je proposerais de donner les noms d'*angle symphysaire* et d'*angle présymphysaire*. Lequel est-il préférable d'employer ? Quel avantage en retirerait-on ? C'est ce que des mesures très-nombreuses pourront seules nous

apprendre; jusqu'ici je n'ai pu les appliquer qu'à un trop petit nombre d'espèces et d'individus pour qu'il soit possible de déduire de ces quelques faits isolés aucune application, mais comme ce n'est évidemment qu'en multipliant les observations qu'on peut espérer arriver à une conclusion fondée je n'ai pas cru inopportun d'exposer ici ces méthodes, en fixant sur elles l'attention des zoologistes j'ai l'espoir qu'elles pourront être de quelque utilité.

Voici d'ailleurs quelques mesures obtenues au moyen de ces méthodes sur différentes espèces.

	Angle symphysaire	Angle présymphysaire
<i>Crocodylus madagascariensis</i> Grandidier.	26°	13°
— <i>vulgaris</i> . Cuv. (adulte)	32°	17°
— — » (jeune)	36°	13°
— <i>æduicus</i> , n. sp. (fossile)	40°	20°
— <i>diplocynodon gracile</i> n. sp. (fossile)	46°	21°
<i>Alligator mississippiensis</i> . Daudin (jeune)	48°	22°
— — » (adulte)	66°	2°

Il n'est peut-être pas sans intérêt de faire remarquer que, chez les Crocodiliens, les dents étant toujours à découvert vu l'absence de lèvres, il est possible, au moyen d'un compas d'épaisseur, de prendre les différentes distances dont je viens de parler sur des individus empaillés et d'obtenir même dans ce cas les angles avec autant de précision que sur des crânes isolés, ce qui présente un avantage facile à comprendre sur les procédés graphiques directs.

Séance du 22 juin 1872.

PRÉSIDENCE DE M. VALLÈS.

Sur la proposition de M. le Président VALLÈS, la Société vote à l'unanimité des remerciements au Président sortant.

M. DE LUYNES expose les faits qu'il a observés sur l'échauffement produit dans l'explosion des larmes bataviques.

M. BERTHELOT décrit un singulier mode de rupture qu'il a observé sur des tubes de verre qui ont été soumis à de fortes pressions intérieures. Longtemps après avoir servi à ces pressions ils se fendent en ligne helicoïdale; il cite d'autres effets de déformation dans des tubes de verre fortement comprimés intérieurement.

M. DE LUYNES rapproche des observations précédentes celles qu'il a faites sur la densité des larmes bataviques.

M. CAZIN présente un rapport écrit sur les travaux de M. GERNÈS et sur ceux de M. MOUTIER. La Société ayant été convoquée dans la dernière séance pour l'élection de deux membres dans la 2^e section, il est procédé à l'élection.

MM. Gernès et Moutier sont proclamés membres de la 2^e section.

Communication est faite d'une note sur la transformation circulaire en mouvement rectiligne, par un savant russe, présentée par M. LAGUERKE.

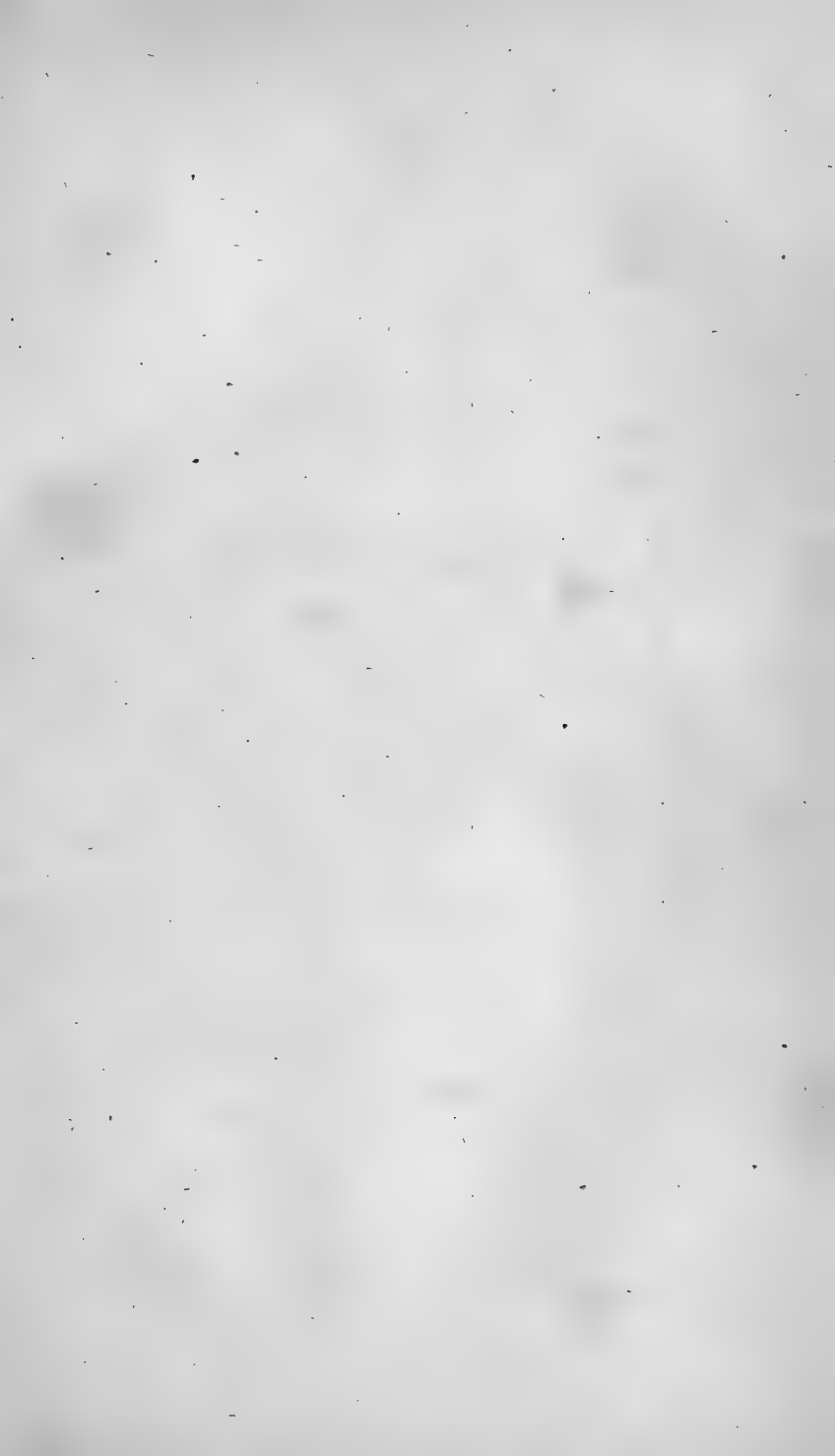


TABLE DES MATIÈRES

Séance du 13 janvier 1872.....	1
Sur la composition de l'air confiné, soumis à diverses pressions, dans lequel sont morts asphyxiés des Oiseaux, par M. Paul Bert.....	1
Sur l'appareil tactile des doigts et la structure de la queue prenanante de l'Atèle hybride, par M. Jobert.....	3
Séance du 27 janvier 1872.....	5
Influence des divers rayons colorés par la végétation, par M. Paul Bert.....	6
Théorèmes sur les surfaces cyclides, par M. Darboux.....	9
Sur les poils du tact et la structure anatomique des rostrés de l'Ornithorhynque et de l'Echidné, par M. Jobert.....	12
Sur l'ouvrage de M. Saporta intitulé : <i>Plantes jurassiques de la France</i> , par M. Gaudry.....	21
Séance du 10 février 1872.....	23
Sur des moteurs hydrauliques oscillants, par M. de Caligny.....	24
Sur un appareil glandulaire observé dans le système musculo-cutané de l' <i>Oncidium Celticum</i> , par M. L. Vaillant.....	25
Sur la Myologie de l' <i>Hyæmoschus</i> , par M. J. Chatin.....	29
Sur les Abiétinées, par M. Bertrand.....	38
Séance du 24 février 1872.....	48
Sur les covariants doubles des formes binaires, par M. Laguerre..	48
Sur l' <i>Helicostylum elegans</i> Corda, par MM. Van Tieghem et Le Monnier.	54
Séance du 9 mars 1872.....	56
Sur les lois des électro-aimants, par M. Cahin.....	57
Sur les insectes fossiles, par M. Oustalet.....	59
Sur les surfaces algébriques, par M. Laguerre.....	64
Sur les relations entre les groupes de points, de cercles et de sphères dans le plan et dans l'espace, par M. Darboux.....	69
Sur les terminaisons nerveuses de la langue et les extrémités des membres des Oiseaux, par M. Jobert.....	72
Séance du 23 mars 1872.....	74
Sur la surface de Steiner, par M. Laguerre.....	75
Séance du 12 avril 1872.....	76
Sur le mouvement de l'eau dans les canaux prismatiques, par M. Boussinesq.....	77
Sur les nombres premiers, par M. Vallès.....	83
Sur les formes binaires dans le plan et dans l'espace, par M. Laguerre	83
Sur le magnétisme des électro-aimants cylindriques, par M. Cahin..	87
Séance du 27 avril 1872.....	88
Sur certains effets des courants et des vagues, par M. de Caligny..	89
Sur l'acide borique, par M. de Luynes.....	91
Sur le courant induit, par M. Guillemin.....	93
Séance du 11 mai 1872.....	94
Sur les larmes bataviques, par M. de Luynes.....	95
Sur les causes de la mort des animaux soumis à des pressions différentes de la pression atmosphérique, par M. P. Bert.....	96
Séance du 25 mai 1872.....	99
Théorèmes sur les courbes par M. Mannheim.....	99
Sur un nouveau système de coordonnées et sur les polygones inscrits et circonscrits aux coniques, par M. Darboux.....	100 et 128
Recherches anatomiques sur les Nards, par M. J. Chatin.....	107
Séance du 8 juin 1872.....	115
Sur les coups de bélier des vagues, par M. de Caligny.....	116
Sur les barrages mobiles, par M. de Caligny.....	118
Sur les nombres, les séries et les équations, par M. J. Grolous...	119
Sur certaines méthodes pour apprécier l'angle d'écartement des branches du maxillaire inférieur chez les Crocodiliens, par M. Léon Vaillant.....	142
Séance du 22 juin 1872.....	142

BULLETIN

DE LA

SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE

DE PARIS:

Tome neuvième. — Juillet-Décembre 1872.

PARIS

LIBRAIRIE F. SAVY

24, RUE HAUTEFEUILLE.

—
1872

Le Bulletin de la SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE se publie par cahiers trimestriels depuis le mois de mars 1865. Le prix de l'abonnement est fixé à 5 francs par an.

ON S'ABONNE :

à la librairie **F. SAVY**, 24, rue Hautefeuille.

BULLETIN

DE LA

SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE

DE PARIS

Séance du 27 juillet 1872.

Sur l'empreinte d'une aile de Diptère, par M. Oustalet.

Il y a quelque temps un élève du laboratoire de M. Milne-Edwards, M. Chapuis, a bien voulu me remettre l'empreinte d'une aile de Diptère qu'il avait trouvée dans l'enceinte même de Paris, aux buttes Chaumont. La couche qui renfermait cet Insecte appartient au groupe des marnes supérieures au gypse, et Ch. d'Orbigny, dans son Tableau des terrains tertiaires la décrit en ces termes :

« Marne jaunâtre feuilletée avec cristaux de gypse et » débris de corps organisés, tels que Mollusques (*Glaucomya convexa*, *Cyclas*, *Planorbis*, *Paludina*, *Cerithium* » *Lamarcki*, *Potamides*), Insectes, Crustacés (*Cypris*, *Palæoniscus Brongniarti*) Poissons voisins des Cyprins, etc. »

Plus récemment, et sans doute d'après d'Orbigny, des débris d'Insectes ont été signalés par différents auteurs dans la même couche, mais aucune espèce n'a été figurée, et aucun échantillon de cette provenance n'existe, que je sache, dans les collections publiques. La découverte de M. Chapuis présente donc déjà un réel intérêt par ce fait seul qu'elle démontre la présence d'Insectes dans les marnes supérieures au gypse aux environs de Paris.

Cette aile, que je mets sous les yeux de la Société, et dont

j'ai fait un dessin très-grossi, provient évidemment d'un Bibion, c'est-à-dire d'un Diptère analogue à ces Mouches noires qui ont été si répandues, au printemps de cette année, non-seulement à Paris, mais dans une grande partie de la France. Le genre Bibion compte actuellement un grand nombre d'espèces tant exotiques qu'européennes. Parmi ces dernières il faut citer le Bibion précoce, *Bibio hortulanus* Meig. et le Bibion de Saint-Marc, *Bibio Marci* Meig., l'espèce la plus commune cette année, au mois de mai. Mais, à l'époque tertiaire, ce genre n'était pas moins largement représenté, comme le prouvent les nombreuses espèces que M. Heer a découvertes à Oeningen et à Radoboj, et celles que j'ai décrites et figurées récemment des calcaires marneux de l'Auvergne (1). J'ai déjà eu l'honneur, dans une précédente communication, d'entretenir la Société philomathique de ces Bibions fossiles de l'Auvergne (2), je n'y reviendrai pas, je me contenterai seulement de dire que c'est précisément l'une de ces espèces, la plus remarquable de toutes, provenant du dusodyle, celle que j'ai nommée *Bibio Edwardsii*, qui présente le plus d'analogies avec l'espèce que je décris aujourd'hui. Les ailes de l'une et l'autre espèce ont des dimensions identiques, 6^{mm},25 sur 2^{mm},25, et une nervation analogue; dans l'une comme dans l'autre le bord antérieur est plus foncé et légèrement arrondi, le bord postérieur plus clair et fortement convexe, surtout dans le voisinage de l'extrémité. La nervure marginale est prononcée, de même que la nervure sous-marginale; celle-ci atteint le bord externe vers les $\frac{2}{5}$ de la longueur de ce dernier; elle donne naissance à un rameau très-marqué qui se dirige d'abord obliquement en bas, puis en ligne presque droite vers le sommet de l'aile auquel il aboutit exactement. Avant de changer de direction, il se relie à la nervure externo-médiaire par un rameau vertical assez court; la nervure externo-médiaire se divise ensuite en deux rameaux qui gagnent en se recourbant le bord postérieur. La nervure interno-médiaire se bifurque de même, mais plus tôt que la

(1) *Annales des sciences géologiques*, 1872 et *Bibliothèque des Hautes-Etudes*, t. IV.

(2) Séance du 9 mai 1872, et l'*Institut*, 20 mai 1872.

précédente, en deux rameaux dont le supérieur se rattache, tout près de son origine, au moyen d'une nervule transverse, à la nervure externo-médiaire qui, en ce point, n'est pas encore divisée. Les principales différences à signaler entre l'aile du *Bibio* des buttes Chaumont et l'aile du *Bibio* de Corent consistent d'une part dans l'absence, dans la première aile, d'une nervure anale distincte, de l'autre dans la position de la nervule connective du rameau de la sous-marginale et de l'externo-médiaire : dans le *Bibio Edwardsii* cette nervule est située *au-delà* du milieu de l'aile, tout près de la bifurcation de l'externo-médiaire ; dans l'espèce nouvelle au contraire, et l'on peut en juger par le dessin que je mets sous les yeux de la Société, cette nervule se trouve *avant* le milieu de l'aile, et assez loin de la bifurcation de l'externo-médiaire. En raison de ces différences, et en l'absence des caractères que pourrait fournir le corps de l'insecte, je propose donc de séparer les deux espèces, et de désigner celle des buttes Chaumont sous le nom de *Bibio Chapuisii* Nob., la dédiant au paléontologiste qui l'a découverte.

Le *Bibio Chapuisii* et le *Bibio Edwardsii* se distinguent du reste nettement de la plupart des espèces actuelles par la nervation de leurs ailes. Dans le *Bibio hortulanus* Meig. par exemple, ce n'est plus le tronc principal, mais le rameau inférieur de l'externo-médiaire qui se réunit à l'interno-médiaire tout près de son origine ; le rameau de la sous-marginale est d'ailleurs bien plus court que dans nos espèces fossiles et aboutit au bord externe bien avant le sommet.

Sur les glandes odorantes de divers Mammifères, par M. Joanne Chatin.

Ces glandes, dont plusieurs sont indiquées dans les traités de zoologie descriptive ne paraissent généralement pas avoir attiré l'attention des anatomistes ; ceci ne saurait d'ailleurs s'appliquer à celles de ces glandes que l'on observe dans l'espèce humaine : M. Ch. Robin a fait connaître leur conformation générale et les diverses particularités de leur structure dans une longue suite de mémoires.

Dans ses *Principes d'adénisation*, Cornay (de Rochefort) a donné quelques détails intéressants sur certaines de ces glandes, mais ne semble pas s'être occupé de leur anatomie comparée. Mettant à profit les nombreuses ressources que m'offre la laboratoire de l'École des Hautes Études dirigé par MM. H. et A. Milne Edwards, j'ai songé à étudier, sous ce point de vue, les glandes odorantes ou nidoriennes (*nidor*, fumet) de divers Carnassiers, Rongeurs et Cheiroptères. Quoique ces études soient entreprises depuis longtemps déjà, je ne ferai aujourd'hui que prendre date, en quelque sorte, me réservant d'entretenir la Société des résultats auxquels je parviendrai dans la suite.

HERPESTES FASCIATUS. — Chez cette Mangouste, on remarque, en arrière des organes génitaux, une vaste poche au fond de laquelle s'ouvre l'anus ; cette poche, à peu près circulaire, est creusée de nombreuses dépressions qui lui donnent un aspect tout particulier.

Examinée par sa face profonde, la région anale présente plusieurs mamelons entourant le rectum et correspondant aux diverses glandes que je décrirai successivement lorsque j'aurai fait connaître leurs caractères généraux.

Ces organes offrent à considérer : 1° un réservoir central dans lequel s'accumule le produit de la sécrétion, liquide brunâtre, d'odeur fétide ; ce liquide y est déversé par des pertuis plus ou moins nombreux et situés au centre de petites papilles ombiliquées ; 2° la glande proprement dite, occupant la périphérie de ce réservoir central. La structure de cette partie est très-remarquable : les culs-de-sac, larges de 0^{mm},40 à 0^{mm},6 sont réunis en acini. Chacun de ceux-ci renferme un assez grand nombre de culs-de-sac dont l'épithélium n'a pu être étudié, vu l'état de conservation de l'animal. Chaque acinus est entouré d'une zone peu épaisse de tissu lamineux, puis vient une couche de tissu musculaire à fibres striées, tunique dont la direction est longitudinale ; sur celle-ci se trouve appliquée une autre couche de muscles striés placés dans une direction perpendiculaire à la précédente, Le tissu adipeux est assez abondant dans l'intérieur de la glande dont la vascularisation est assurée par de nombreux vaisseaux qui serpentent à la surface des culs-de-sac. La partie acineuse de la glande étant entourée complètement par

les tuniques musculaires dont la plus interne pénètre entre les acini, il faut que la coupe soit menée vers la région moyenne de la masse ; sans cette précaution, l'observateur n'aura sous les yeux que les muscles striés dont l'épaisseur varie d'eux-mêmes dans chaque glande. Ces organes, considérés au point de vue de leur situation relative, peuvent se diviser de la façon suivante, leur description étant faite d'avant en arrière.

1° *Glandes antérieures.* — Situées au-devant du rectum, ces deux organes symétriques sont séparés par un sillon médian ; le réservoir n'offre qu'une capacité fort restreinte lorsqu'on le compare au volume de la glande.

Le produit sécrété est versé au dehors par les ouvertures situées dans les dépressions triangulaires qui se voient en avant et au-dessus de l'anus.

2° *Glandes latérales.* — Ces deux glandes volumineuses sont irrégulièrement ovalaires, mesurent 9 millimètres de diamètre et présentent, en leur milieu, un grand réservoir dont la surface intérieure montre les mamelons au centre desquels vient sourdre le produit de la sécrétion ; la portion acineuse est peu développée comparativement à la masse musculaire dont le développement est considérable.

Du réservoir part un court canal qui vient déboucher au sommet du mamelon qui se trouve sur chaque côté de l'orifice anal.

3° *Glandes intermédiaires.* — Je désigne sous ce nom une paire de glandes appendues en arrière des précédentes et d'un volume moindre que celles-ci. Marquées chacune d'un sillon oblique, ces glandes ont une longueur de 7 millimètres. Elles sécrètent un liquide semblable au produit des autres glandes, liquide qui vient se déverser, en arrière de l'anus, entre les ouvertures correspondant aux glandes latérales et latéro-postérieures.

4° *Glandes latéro-postérieures.* — De forme assez singulière, elles mesurent 15^{mm} en longueur, 8^{mm} en largeur, présentent une abondante vascularisation, mais ne renferment qu'un réservoir assez petit ; elles débouchent au dehors par des ouvertures qui se trouvent en arrière de celles qui donnent passage au produit de la glande intermédiaire.

5° *Glandes médico-postérieures.* — Séparées l'une de l'autre

par un sillon antéro-postérieur, elles sont réniformes et présentent les dimensions suivantes :

Diamètre antéro-postérieur... 7 millimètres.

Diamètre transversal..... 4 millimètres.

Un réservoir central assez volumineux reçoit le liquide dont l'issue se fait par la vaste ouverture, profonde autant qu'irrégulière, qui se remarque en arrière de l'anus et dans l'axe de cette ouverture.

Les glandes anales de la Mangouste rayée, glandes nido-riennes au premier chef, paraissent donc fort remarquables sous le rapport de leurs dimensions et de leur structure intime.

VIVERRA ZIBETHA. — L'anatomie des Viverrins n'est guère connue que par la description, déjà ancienne, que Brandt et Ratzebourg ont donnée du *Viverra Civetta*; ayant pu étudier une espèce très-voisine, le Zibeth, je me suis attaché à l'examen de ses glandes odorantes dont voici les principaux caractères anatomiques.

Chez cet animal, la région périnéale présente, en arrière des organes génitaux et à 42^{mm} environ de la racine de la verge, une longue fente qui donne passage au produit des glandes à parfum; l'anus est séparé de cette ouverture par une distance de 45 millimètres.

La fente que je viens de signaler donne entrée dans une sorte de poche dilatée dans laquelle une sonde pénètre à la profondeur de 45 millimètres; elle est remplie par une matière pultacée, d'un gris sale, d'un toucher onctueux, exhalant une odeur de musc très-prononcée.

Lorsque l'on examine la région périnéale par sa face interne, on y remarque, d'avant en arrière :

1° Le canal de l'urèthre;

2° Une masse glandulaire, bilobée, formée par les *glandes à parfum*;

3° Les testicules logés chacun sous le lobe correspondant de la glande précédente;

4° L'anus, irrégulièrement triangulaire;

5° Deux petites masses, situées sur les côtés de cette ouverture, et qui sont constituées par les *glandes anales*.

a. *Glandes à parfum*. — La masse glandulaire, que je décris sous ce nom, mesure 49^{mm} dans le sens transversal et

27^{mm} dans le sens antéro-postérieur. Cette masse énorme est d'ailleurs loin d'être constituée par les seuls acini, car elle renferme, nous allons le voir, des tuniques musculaires puissantes; le tissu adipeux y est très-développé.

Une coupe transversale, pratiquée dans une des deux glandes en forme de rein qui constituent cet ensemble, présente d'abord la peau avec ses caractères ordinaires : les poils sont nombreux dans le même follicule, les glandes sébacées assez abondantes, ainsi que les glandes de la sueur.

Après les différentes couches de la peau, vient une épaisse tunique de muscles striés dont les faisceaux sont disposés horizontalement; en dedans se voit une autre tunique musculaire également composée de faisceaux striés, mais disposés dans le sens longitudinal; on voit donc simplement leur section. Cette tunique musculaire n'est séparée des acini que par une zone de tissu lamineux dense; elle pénètre entre les acini séparés ainsi les uns des autres, et par des fibres lamineuses, et par des muscles striés. Les culs-de-sac, peu nombreux dans chaque acinus, mesurent en moyenne 0^{mm},08 de diamètre; les canaux excréteurs, assez volumineux d'ailleurs, deviennent de moins en moins nombreux, augmentent en calibre, puis viennent déboucher dans les pores indiqués plus haut.

Les vaisseaux sont nombreux et ne présentent d'ailleurs rien qui mérite d'être signalé.

b. Glandes anales. — Fort peu développées, comparative-ment aux précédentes, ces deux glandes offrent chacune, en leur centre, un réservoir central dans lequel s'accumule le produit de la sécrétion, lequel est liquide, brunâtre, d'une odeur fétide, entièrement différent, par conséquent, de celui des glandes à parfum. Ce liquide se rassemble dans le sac, d'où il s'échappe par un canal fort court dont l'ouverture extérieure se remarque à droite et à gauche de l'anus.

La peau ambiante n'offre rien de particulier; les deux tuniques musculaires s'y remarquent comme dans les glandes précédentes; l'enveloppe lamineuse des acini (*tunica propria*) est moins épaisse que dans les glandes à parfum.

Ces glandes anales offrent donc assez de ressemblance avec les glandes du *V. zibetha* dont les glandes à parfum diffé-

rent, au contraire, par des caractères sur lesquels il est inutile de revenir.

OCELOT. — Chez ce Félin, il existe une paire de glandes nidoriennes qui sont ovales ou mieux rectales. Elles consistent en deux masses ovalaires dont les dimensions sont les suivantes :

Longueur.	46 millimètres.
Largeur moyenne.	7 —

Elles occupent une position antéro-postérieure par rapport à la direction générale du rectum ; leur produit est semi-liquide, pultacé, d'odeur forte et fétide ; il est versé au-dehors par deux pores situés des deux côtés de l'ouverture anale. Examinée au microscope, cette matière présente des vésicules adipeuses, des cellules épithéliales, etc.

Au centre de la glande, se trouve un réservoir, presque régulièrement circulaire, dans lequel s'accumule le produit de la sécrétion ; tapissée par une mince membrane, la surface extérieure de cette poche offre la plus grande ressemblance avec ce que l'on observe dans chacune des glandes anales de l'*Herpestes fasciatus* ; cinq papilles se remarquent sur cette paroi.

Au point de vue histologique, ces glandes présentent des acini dont chacun est formé de culs-de-sac larges de 0^{mm},07 en moyenne ; on compte souvent 80 culs-de-sac dans le même acinus. Des fibres lamineuses entourent immédiatement ces acini, autour se trouvent des muscles striés ; on y remarque des nerfs à moelle, des capillaires, etc.

PUTORIUS FŒTIDUS Gray. — Ce Putois, dont je n'ai pu examiner qu'un très-jeune individu, présente une poche peu profonde au centre de laquelle se trouve l'anus ; sur les côtés de celui-ci se voient deux petits orifices qui donnent issue au liquide sécrété par les glandes nidoriennes.

Lorsque l'on examine cette région anale par sa face profonde, on observe, sur la ligne médiane, la terminaison du rectum, et, sur les flancs de celui-ci, deux petits sacs ovalaires constitués par les glandes anales. Celles-ci n'offrent rien de remarquable si ce n'est un développement abondant de tissu adipeux.

CERCOLEPTES CAUDIVOLVULUS. — J'ai vainement cherché chez le Kinkajou les glandes nidoriennes; la région périnéale présente simplement de nombreux follicules superficiels.

ATHERURA AFRICANA. — Dans ce Rongeur, sur le bord supérieur de la poche anale, se voient deux petites ouvertures infundibuliformes correspondant à des glandes. Celles-ci sont petites, ovalaires, pourvues d'un réservoir central. Les culs-de-sac mesurent 0^{mm},4 et sont séparés par des cloisons lamineuses. Ces glandes sécrètent un liquide d'odeur fétide.

MUS DECUMANUS. — Chez ce Rat, les glandes nidoriennes sont représentées par les glandes volumineuses qui méritent d'être étudiées chez le mâle et chez la femelle.

Chez le mâle, on remarque, des deux côtés de la verge, une glande blanchâtre et claviforme, dont le canal sécréteur va déboucher à l'extrémité de la verge.

Quant à la femelle, elle possède également deux glandes en forme d'amande et présentant les dimensions suivantes :

Diamètre antéro-postérieur. . . 45 millimètres.

Diamètre transversal. 7 —

Cuvier a signalé cette glande; M. Huguier la regarde comme l'analogue de la glande vulvo-vaginale de la femme; tout concourt à faire admettre une telle analogie. L'étude histologique de cette glande et des glandes préputiales du mâle m'a donné des caractères semblables à ceux que M. Robin a constatés dans la glande vulvo-vaginale. — Le produit de ces glandes du Rat est un liquide filant et blanchâtre. Quant à son caractère nidorien, il suffit, pour s'en convaincre, d'enfermer ces glandes dans un tube de verre, en prenant toutes les précautions capables de retarder la putréfaction; lorsque l'on débouche le tube, au bout de vingt-quatre heures, on perçoit une odeur infecte et trop caractéristique.

CHEIROPTÈRES. — Les glandes faciales des Chauves-souris doivent probablement être classées peut-être parmi les glandes odorantes; à coup sûr, il faut y ranger ces glandes qui existent sur les côtés de la bouche et que l'on peut désigner sous le nom de *glandes jugales*. Je les ai étudiées dans diverses espèces (*Vespertilio Noctula*, Schreb.; *V. mystacinus*, Leisler; *V. pipistrellus*, Schreb.), elles m'ont présenté les

caractères propres à plusieurs des glandes étudiées plus haut. Je suis porté à admettre chez elles l'existence de muscles striés, mais les recherches que je poursuis à ce sujet n'étant pas encore terminées, je ne puis, en ce moment, affirmer ce dernier fait d'une façon absolue.

Séance du 9 novembre 1872.

Sur l'effet produit sur le pouvoir rotatoire magnétique par l'interposition de tubes creux à l'intérieur des bobines électromagnétiques, par M. D. Gernez.

Dans le célèbre mémoire où il fit connaître ses expériences sur le pouvoir rotatoire magnétique des corps, Faraday annonça que l'effet d'une bobine animée par un courant sur la lumière qui traversait une colonne d'eau suivant l'axe de la bobine est augmenté par l'interposition d'un tube de fer entre le liquide et l'hélice magnétisante et diminué au contraire par l'addition d'un second tube (1). La difficulté que présente l'interprétation de cette expérience m'a engagé à la vérifier avec un appareil dont la puissance ne permettait aucune incertitude sur le sens et la grandeur du phénomène.

La bobine dont j'ai fait usage contient 425 kilogrammes d'un fil de cuivre de 2^{mm}, 6 de diamètre, recouvert de soie ; sa longueur était de 0^m, 39, son diamètre intérieur de 158^{mm} et son diamètre extérieur de 320^{mm}. Suivant son axe était disposé un tube de verre de 0^m, 60 de long, fermé par des glaces à faces parallèles et rempli de sulfure de carbone, liquide éminemment actif. Un faisceau de rayons solaires parallèles, polarisé par un prisme de Nicol, traverse le liquide et rencontre l'analyseur mobile sur un cercle gradué. On fait passer le courant dans l'hélice et on amène l'analyseur à la position qui correspond à la teinte sensible, puis on change le sens du courant et on reproduit la même teinte par un mouvement contraire en agissant sur l'analyseur dont l'ex-

(1). *Philosophical Transactions*, 4846, p. 42.

curSION mesure le double de la rotation du plan de polarisation pour les rayons jaunes moyens.

Sous l'influence du courant produit par une pile de 40 éléments de Bunsen, le double de la rotation fut de $26^{\circ} 4'$. Après substitution d'un tube de fer au tube de verre elle tomba à $48^{\circ} 44'$; j'interposai alors successivement cinq tubes de fer doux de 60 centim. de longueur et de diamètre croissant de 3 cent. à 12 cent.; j'obtins successivement les rotations

$45^{\circ} 5'$, $42^{\circ} 15'$, $9^{\circ} 40'$, $7^{\circ} 42'$, $5^{\circ} 40'$.

L'expérience avait duré une demi-heure pendant laquelle l'intensité du courant avait peu varié, car en mesurant de nouveau la rotation produite par le liquide contenu dans le tube de fer seul, je trouvai $48^{\circ} 4'$ au lieu de $48^{\circ} 44'$.

Il résulte de cette expérience, et d'un certain nombre d'autres ayant donné des résultats analogues, que l'interposition de tubes de fer doux à l'intérieur d'une bobine électromagnétique diminue d'une manière continue l'action rotatoire.

Or, d'après les expériences de Verdet, la rotation du plan de polarisation étant proportionnelle à l'action électromagnétique, on peut donc s'en servir pour mesurer les grandeurs relatives de cette action.

Quant à l'interprétation du phénomène, elle est très-facile si l'on admet qu'un tube de fer creux agit comme un faisceau de solénoïdes contigus, explication que M. Bertin (1) a proposée depuis longtemps pour rendre compte des particularités que présente le mouvement d'un liquide conducteur traversé par un courant et placé à l'intérieur d'une bobine électromagnétique.

Sur l'énergie magnétique, par M. A. Cazin.

Lorsqu'on fait passer un courant intermittent dans le fil d'un électro-aimant, on sait que le noyau s'échauffe et que cet échauffement est dû à la disparition du magnétisme temporaire. La chaleur ainsi créée peut servir de mesure à l'énergie magnétique disparue. J'ai trouvé une relation très-simple entre cette chaleur, la quantité de magnétisme du noyau et sa dis-

(1). *Annales de Chimie et de Physique*, 3^e série, t. LV, p. 228 et LVIII, p. 90.

tance polaire. Cette relation est la conséquence des deux propositions suivantes que j'ai établies par l'expérience.

1^{ère} proposition. *Lorsqu'on donne au noyau diverses quantités de magnétisme, les autres circonstances ne changeant pas, la chaleur créée par leur disparition est proportionnelle au carré de la quantité de magnétisme.*

2^e proposition. *Lorsqu'on compare entre eux divers noyaux possédant la même quantité de magnétisme et des distances polaires différentes, la chaleur créée par la disparition de ce magnétisme est proportionnelle à la distance polaire.*

J'ai mesuré la chaleur du noyau, en le renfermant, selon la méthode de MM. Jamin et Roger, dans le réservoir d'un gros thermomètre, et plaçant ce réservoir dans la cavité de la bobine magnétisante.

Pour établir la première proposition, j'ai fait varier l'intensité du courant, ce qui ne changeait pas la distance polaire. Dans ce cas les quantités de magnétisme du noyau sont proportionnelles aux moments magnétiques.

J'ai mesuré les moments par la méthode de Gauss.

J'ai aussi employé la méthode fondée sur l'action électromagnétique que j'ai fait connaître récemment (Comptes rendus, 5 juin 1874). Les deux méthodes ont donné des nombres concordants.

Pour établir la seconde proposition, j'ai mis dans le réservoir thermométrique successivement deux noyaux ayant le même volume et des dimensions différentes. La méthode électromagnétique montrait que, dans certaines circonstances, ces deux noyaux prenaient des quantités égales de magnétisme. Par conséquent leurs moments magnétiques étaient proportionnels à leurs distances polaires. Il suffisait de mesurer ces moments par la méthode de Gauss.

Appelons m la quantité de magnétisme du noyau, l la distance mutuelle de ses pôles; la loi de la chaleur créée est

$$Q = k m^2 l.$$

k est un coefficient dépendant des unités adoptées. Cette loi est analogue à celles de Joule sur la chaleur d'un circuit voltaïque, et de Riess sur la chaleur d'une batterie de Leyde. La quantité de magnétisme joue le rôle de la quantité d'élec-

tricité, et la distance polaire celui de la résistance, ou de la densité électrique.

On voit que la chaleur est aussi proportionnelle au produit de la quantité de magnétisme par le moment magnétique $m l$, de même que, dans le circuit électrique, la chaleur est proportionnelle au produit de la quantité d'électricité par la différence des tensions électriques des deux pôles.

On peut prendre pour unité d'énergie magnétique celle d'un aimant à deux pôles, qui possède l'unité de magnétisme et dont les pôles ont une distance mutuelle égale à l'unité. Alors $m^2 l$ mesure l'énergie magnétique.

Ces résultats établissent l'analogie du magnétisme avec les autres forces physiques, laquelle n'avait pas été prouvée jusqu'à présent par des mesures directes. Il sera facile de déduire de ces expériences l'équivalent mécanique du magnétisme.

L'énergie paraît se mesurer à l'aide de deux facteurs qui sont : pour la pesanteur, le poids et l'altitude ; pour la chaleur, le poids thermique (Zenner) et la température ; pour l'électricité, la quantité d'électricité et la tension (fonction potentielle) ; et enfin, d'après mes expériences, pour le magnétisme, la quantité de magnétisme et le moment magnétique.

Sur quelques Libellules rapportées des îles du Cap-Vert, par
M. E. Oustalet.

M. Bouvier, qui a séjourné pendant assez longtemps aux îles du Cap Vert et qui y a recueilli une foule d'échantillons appartenant aux différents groupes du règne animal, a bien voulu me confier, pour les déterminer, un certain nombre de Libellules en parfait état de conservation.

Ces insectes ne m'ont fourni aucune espèce nouvelle et ils sont fort bien décrits entre autres dans l'excellent ouvrage de M. de Sélys-Longchamps intitulé : *Revue des Odonates d'Europe* ; néanmoins ils offrent un certain intérêt à cause de la localité d'où ils proviennent et dans laquelle, je crois, ils n'ont pas encore été signalés.

Voici la liste de ces espèces avec le nombre des échantillons se rapportant à chacune d'elles :

1. *Anax formosa* Van der Lind., 4 mâles (îles du Cap-Vert).
2. *Libellula trinacria* de Sélys, 3 mâles (id.)
3. *Libellula erythraea* Brullé, 3 mâles et 1 femelle (id.)
4. *Libellula rubrinervis* de Sélys, 3 mâles adultes et 2 autres différant par la tache très-pâle des ailes inférieures (id.).

Quelques mots maintenant sur ces quatre espèces :

L'*Anax formosa*, espèce de fort grande taille, et aux habitudes très-carnassières, que l'on voit planer des heures entières au-dessus des étangs, et qui, suivant M. de Sélys, ne s'éloigne jamais de l'eau, se rencontre en France, aussi bien dans le Midi que dans le Nord, en Belgique, en Angleterre, où elle est assez rare dans la partie méridionale, en Allemagne, dans la Prusse orientale, dans le Hanovre, dans l'Autriche supérieure et aux environs de Vienne, en Hongrie, en Russie, du Volga à l'Oural, en Italie, en Sardaigne et en Sicile. On la retrouve en Afrique, en Egypte et en Algérie, et M. de Sélys ajoute : « Dans plusieurs collections de Paris j'ai vu de ces *Anax*, reçues des îles Canaries, qui ne m'ont pas paru différentes. »

Il n'y a donc rien d'étonnant à ce qu'elle se soit répandue sans modifications apparentes, jusqu'aux îles du Cap-Vert, situées bien plus au sud que les îles Canaries. Du côté de l'orient, l'*Anax formosa* a pénétré jusqu'en Syrie.

La *Libellula trinacria* de Sélys, bien reconnaissable à la dilatation de la base de son abdomen, est un type singulier qui rappelle la *L. vesiculosa* Fab., *sabina* Drury, *leptura* Burm. C'est la *L. ampullacea* de Sel. Suppl., la *Lib. Bremii* de Ramb. Hist. névropt. n° 25, pl. 3. fig. 4 (inexacte).

Elle habite la Sicile, l'Egypte, le Sénégal, d'où elle a été décrite par Rambur sous le nom de *L. elathrata* (Névropt. n° 24), et, suivant M. de Sélys, c'est peut-être la même que la *L. chrysocroa* Burm., de Ténériffe.

La *Libellula erythraea* de Brullé n'est pas très-rare aux environs de Paris, et particulièrement à Montmorency. On la trouve également à Lyon et dans la Bresse, dans la Hongrie méridionale, en Espagne, en Corse, en Sardaigne, en Italie, en Sicile, en Grèce, dans l'Archipel, en Algérie et jusqu'aux Indes orientales. La *Lib. ferruginata* de Fabricius, qui vient

du Cap, est, sinon identique, du moins fort semblable à cette espèce.

Enfin la *Libellula rubrinervis* de Sél., *Lib. haematina* Ramb. n° 74, *Lib. ferruginea* (partim) Plager Syn. n° 7 est une espèce répandue dans les États-Romains, en Sicile, en Syrie, en Algérie, au Sénégal, et, suivant Rambur, jusqu'à Madagascar.

Les individus d'Algérie se font remarquer, dit M. de Sélus, par leur taille plus considérable.

N'est-il pas curieux de voir des Libellules, c'est-à-dire des insectes qui, quoique doués d'un vol puissant, n'effectuent pas de migrations à de grandes distances et restent en général fidèles aux cours d'eau et aux étangs d'une région, occuper des aires géographiques aussi considérables, et se trouver à la fois sous des climats aussi variés, depuis la Belgique et le nord de l'Angleterre jusque dans le voisinage de l'Équateur? N'est-il pas singulier que, vivant sous des latitudes si diverses, se nourrissant nécessairement d'insectes différents, ces Libellules conservent partout leur type spécifique parfaitement intact? Ce sont là, je crois, des faits qui méritent toujours d'être signalés, maintenant surtout que l'on s'occupe sérieusement de la géographie zoologique et que l'on comprend toute l'importance des faunes locales pour la détermination des espèces éteintes et la connaissance du climat des anciennes époques du globe.

Séance du 23 novembre 1872.

Sur les effets thermiques de l'aimantation, par M. J. Moutier.

M. Cazin a annoncé dans la dernière séance que la chaleur développée dans un cylindre creux de fer doux à la suite d'aimantations et de désaimantations successives est proportionnelle au carré de l'intensité du magnétisme et à la distance des pôles. J'ai cherché à rendre compte de cette loi simple par des considérations théoriques et j'ai l'honneur de communiquer aujourd'hui à la Société les résultats d'une première tentative dans cette direction.

M. Clausius a démontré en 1870 (1) le théorème suivant relatif au mouvement stationnaire d'un système de points, c'est-à-dire à un mouvement dans lequel la position et la vitesse de chaque point ne varient pas toujours dans un même sens, mais restent comprises entre de certaines limites : *La force vive moyenne du système est égal à son viriel*. Cet élément remarquable, qui joue dans les questions de mécanique un rôle analogue à celui du potentiel, est la demi-somme des produits que l'on forme en multipliant la distance de deux points quelconques par la force qui agit entre ces deux points.

Ce théorème conduit à des conséquences particulières dans le cas de l'aimantation. Considérons un barreau de fer doux de forme allongée et supposons qu'on développe l'aimantation par un moyen quelconque, en plaçant par exemple le fer doux au centre d'une bobine dont le fil soit traversé par un courant.

On peut regarder cet aimant comme étant formé par une infinité d'éléments magnétiques d'épaisseur infiniment petite et constante; la quantité de magnétisme Y développée en un point du barreau varie avec la distance x de ce point à l'une des extrémités du barreau que nous prendrons pour origine et peut se représenter par $Y = \varphi(x)$.

La quantité de magnétisme libre qui existe sur l'élément $d x$ du barreau est la différence des valeurs de Y aux points qui ont pour abscisses x et $x + d x$, de sorte que la quantité de magnétisme libre au point situé à la distance x de l'origine est $y = \varphi'(x)$. La quantité de magnétisme libre en chaque point du barreau est ainsi proportionnelle à la quantité de magnétisme du barreau.

Supposons le barreau composé de deux parties symétriques et considérons l'une d'elles en particulier. Le magnétisme libre diminue de l'extrémité du barreau jusqu'à une certaine distance λ où il devient sensiblement nul; à partir de ce point, la fonction φ conserve une valeur sensiblement constante $\varphi(\lambda)$.

Le pôle de cette partie du barreau est le centre d'un système de forces parallèles proportionnelles aux quantités de magnétisme libre; la distance X du pôle à l'extrémité du

(1) Comptes rendus des séances de l'Académie des sciences, t. LXX, p. 4344.

barreau est déterminée par le théorème des moments. Si l'on suppose le barreau assez long pour que la quantité de magnétisme développée à l'extrémité soit négligeable, on trouve aisément

$$X \varphi (\lambda) = \lambda \varphi (\lambda) - \int_0^\lambda \varphi (x) dx.$$

L'aimantation a fait naître des forces attractives entre les divers éléments magnétiques, ou si l'on veut, d'après la théorie d'Ampère, entre les courants parallèles qui circulent dans le solénoïde formé par l'aimant. Chaque élément est sollicité par des forces exercées par les éléments voisins, proportionnelles aux quantités de magnétisme des éléments réagissants et dont l'intensité décroît rapidement à mesure que la distance augmente.

L'accroissement du viriel relatif au point dont l'abscisse est x , qui résulte de l'aimantation, peut être représenté par $\mu \varphi (x)$, en désignant par μ une fonction de la distance qui est en même temps proportionnelle à la quantité de magnétisme développé dans le barreau et par suite à la quantité de magnétisme libre. D'ailleurs $\varphi (x)$ est une fonction proportionnelle à la quantité de magnétisme libre du barreau et par suite chaque terme $\mu \varphi (x)$ est proportionnel au carré de la quantité de magnétisme libre du barreau.

En désignant par l la demi-longueur du barreau, on trouve aisément pour l'accroissement du viriel relatif à la moitié du barreau, en tenant compte d'ailleurs de la relation précédente, l'expression

$$\int_0^l \mu \varphi (x) dx = \mu \varphi (\lambda) (l - X).$$

L'accroissement de force vive qu'éprouve le barreau par l'effet de l'aimantation est donc proportionnel au carré de l'intensité du magnétisme et à la distance polaire. L'effet de la désaimantation correspond par conséquent à une perte égale de force vive qui est la mesure de l'effet thermique produit, si cet effet est le seul qui accompagne la désaimantation.

Sur quelques espèces de Sténoosaures provenant des assises jurassiques supérieures de Boulogne-sur-Mer, par M. E. Sauvage.

Le genre *Steneosaurus*, répandu en Normandie par huit espèces, depuis les assises du système oolithique inférieur jusqu'à la base du coral-rag, paraît n'avoir pas encore été signalé d'une manière positive dans les étages les plus supérieurs de la formation jurassique de France. Le kimméridgien et le portlandien de Boulogne-sur-Mer nous ont fourni trois espèces appartenant au genre susnommé; nous les désignons sous les noms de *Steneosaurus Bouchardi*, *robustus*, *morinicus*; ces pièces font partie des collections du Musée de Boulogne et de la collection de M. Beaugrand.

Le *Steneosaurus Bouchardi* est caractérisé par un crâne relativement court. Le museau est grêle, arrondi et cylindrique en avant, mais s'aplatit peu à peu en s'approchant de la région frontale; cet aplatissement est bien marqué au niveau de la terminaison antérieure des naseaux. Le museau qui, à sa partie moyenne a 35^{mm} de large, présente des côtés presque parallèles jusqu'à la terminaison en pointe des naseaux; en ce point il s'élargit peu à peu d'une manière régulière, le museau décrivant une courbe peu prononcée jusqu'à son union avec le bord externe de l'orbite. La largeur qui, est de 40^{mm} à la terminaison antérieure des naseaux, atteint 55 à la terminaison antérieure des lacrymaux et 80 au niveau des orbites. A partir du bord des naseaux le crâne s'élève d'une manière régulière, tout en se déprimant d'abord un peu; à partir aussi du niveau des orbites la tête continue à se développer d'une manière régulière, de telle sorte qu'elle a 155^{mm} de large au niveau de l'union du tympanique avec le zygomatique. Os naseaux très-longs, étroits, terminés en pointe longue et très-aiguë, un peu renflés au-dessus des maxillaires, à peine bombés au-dessus des lacrymaux et des frontaux. Os lacrymaux grands, trapézoïdes. Frontaux antérieurs petits, allongés. Frontal principal étroit, allongé.

Tous ces os sont lisses et ne présentent aucune fossette. Orbites grands, ovalaires dans le sens longitudinal, disposés un peu obliquement en bas relativement à l'axe de la longueur. Crête occipito-frontale longue, très-étroite, très-rétrécie dans la partie moyenne, se dilatant un peu vers l'extrémité occipitale, mesurant 105^{mm}, depuis la naissance des fosses temporales jusqu'au niveau du trou occipital. Fosses temporales très-grandes, allongées, ovalaires, ayant 95 de longueur sur 55 de largeur à la partie postérieure. Face postérieure du crâne coupée très-obliquement. Occipitiaux latéraux et tympaniques très-développés. Enorme saillie des tympaniques et des ailes formées par les mastoïdiens et les occipitiaux latéraux. Cette face est haute de 65^{mm}, large de 150^{mm}. Bord alvéolaire légèrement onduleux, fortement incliné en dedans; alvéoles petites et rapprochées à la partie postérieure, devenant plus grandes et plus rapprochées à la partie antérieure. Mâchoire inférieure à branches très-longues, se raccordant sous un angle largement ouvert; face dentaire aussi bien que face inférieure aplaties.

Vertèbres cervicales caractérisées par le développement énorme de l'apophyse épineuse, la faible cavité qui sépare les deux apophyses transverses, la forme costiforme de l'apophyse transverse du centrum, la forme comprimée de la face inférieure du centrum. Vertèbres dorsales à grand développement de l'apophyse épineuse qui s'étend sur toute la longueur de la vertèbre, à grand développement des apophyses transverses en forme de larges plaques; faces latérales comprimées de telle sorte que la face inférieure devient presque un véritable bord. Vertèbres caudales à face inférieure comprimée comme dans les vertèbres dorsales, mais sans aucune crête; ce qui les différencie de celles du *Metriorhynchus hastifer* E. E. Desl. du même niveau.

Cette espèce provient du kimméridgien supérieur, niveau à *Thracia depressa*,

La seconde espèce que nous désignons sous le nom de *Steneosaurus robustus* a été trouvée dans le portlandien inférieur, zone à *Ammonites gigas*. Elle nous est connue par un fragment de mandibule long de 38 centimètres, qui ne comprend que la partie symphysée, ce qui indique une espèce de très-grande taille; cette portion comprend 17 dents de chaque

côté. Face buccale légèrement déprimée, à région alvéolaire s'inclinant fortement en dehors ; alvéoles disposées sur une ligne droite, très-large, circulaires. Dents implantées très-obliquement, fortes, de 45^{mm} de longueur moyenne, légèrement arquées, à coupe ovale, à surface émaillée, ornées de stries fines, très-nombreuses, serrées. Plateau dentaire ovale, renflé à la partie inférieure et de chaque côté, portant quatre dents de chaque côté, deux antérieures petites, presque contiguës, largement séparées des deux postérieures qui sont énormes.

La troisième espèce enfin provient du kimméridgien. Voisine de la précédente, elle s'en distingue par ses proportions beaucoup plus grêles, la forme du plateau dentaire, la face inférieure de la partie symphysée de la mâchoire bombée, la face buccale moins plane, les bords alvéolaires fortement crénelés, la région alvéolaire moins inclinée en dehors. La partie symphysée est très-longue portant 19 dents de chaque côté sur une longueur de 28 centimètres. Les dents sont dirigées obliquement en dehors et un peu en avant, à coupe ovale à la base, striées. Nous nommons cette espèce *Steenosaurus morinicus*.

Sur les solutions singulières des équations aux dérivées ordinaires de premier ordre, par M. G. Darboux.

J'ai présenté en 1870 à l'Académie des sciences deux notes dans lesquelles se trouve établi un théorème relatif aux solutions singulières des équations aux dérivées ordinaires du premier ordre. Dans ce nouveau travail je me propose de compléter les résultats que j'ai déjà indiqués et de donner un théorème précis faisant connaître dans quelles circonstances une équation différentielle peut admettre une intégrale ou solution singulière.

Soit :

$$(1) \varphi(x, y, y') = 0$$

une équation différentielle. Nous supposerons pour plus de simplicité que φ soit une fonction bien déterminée, algébrique, entière et rationnelle, si l'on veut, des variables x, y, y' . La règle connue qui conduit à la solution singulière, si elle

existe, est alors d'éliminer y' entre l'équation (1) et la suivante (*)

$$(2) \quad \frac{d\varphi}{dy'} = 0.$$

La proposition que j'ai énoncée à ce sujet est la suivante : *En général, il n'y a pas de solution singulière et l'élimination de y' entre les équations (1) et (2) conduit à l'équation d'une courbe représentant non pas l'enveloppe des solutions générales, mais le lieu de leurs points de rebroussement.* Nous allons mettre ce résultat en lumière et le compléter par les considérations suivantes.

Une équation différentielle ordinaire présente un double caractère sur lequel on n'insiste pas en général quoiqu'il nous paraisse d'une grande importance. On dit souvent qu'une telle équation définit une courbe par les propriétés de sa tangente et, en effet, elle fait connaître la direction de la tangente en chaque point de la courbe. Mais il importe aussi de remarquer que *si l'on considère la courbe intégrale non comme lieu de points, mais comme enveloppe de droites, l'équation différentielle*

(*) Dans un travail présenté récemment à l'Académie de Belgique. M. Mansion a critiqué les résultats auxquels je suis arrivé et en particulier ce géomètre croit devoir faire remarquer que la règle précédente n'est pas absolument exacte, qu'il faut remplacer l'équation (2) par les suivantes :

$$\frac{\frac{d\varphi(xy y')}{dy'}}{\frac{d\varphi}{dy}} = 0 \qquad \frac{\frac{d\varphi(xy \frac{1}{x'})}{dx'}}{\frac{d\varphi}{dx}} = 0$$

Mais ces dernières règles ne s'appliquent qu'aux cas tout à fait singuliers où la fonction φ contient des expressions mal déterminées, radicaux, etc.; tout au plus si elles peuvent fournir la solution $y' = \infty$ que ne donne pas l'équation (2) et qu'on peut toujours écarter par un changement d'axes coordonnés. Les règles que rappelle M. Mansion et qui sont données sous des formes à peu près équivalentes dans les cours de calcul intégral ne trouvent donc pas leur application dans la question actuelle et d'ailleurs elles n'infirmes pas nos raisonnements.

définit une propriété du point de contact. En d'autres termes les courbes intégrales qui sont tangentes à une droite sont en nombre limité et leurs points de contact avec cette droite sont définis par l'équation différentielle.

Soit en effet : (3) $y = ax + b$

l'équation d'une ligne droite. Si elle doit être tangente à la courbe définie par l'équation différentielle on aura pour le point de contact $y' = a$ et en substituant cette valeur de y' dans l'équation (4) on obtiendra

$$(4) \quad \varphi(x, y, a) = 0$$

équation en termes finis d'une courbe qui coupe la droite (3) aux points de contact cherchés.

Il suit de cette proposition que si l'on prend les polaires réciproques de toutes les courbes satisfaisant à l'équation (4) ces polaires réciproques satisfont aussi à une équation différentielle du premier ordre. Par suite à toute propriété des courbes intégrales considérées comme lieux de points correspondra par le principe de dualité une proposition relative à ces courbes considérées comme enveloppes de droites. Cette symétrie introduite dans la théorie qui nous occupe est d'un grand secours dans une foule de questions et elle va nous permettre en particulier d'éclaircir la question des solutions singulières.

Cherchons d'abord les droites (3) pour lesquelles deux des points de contact définis par les équations (3) et (4) viennent se confondre. Pour qu'il en soit ainsi, il faudra que la droite (3) et la courbe (4) soient tangentes c'est-à-dire que l'on ait pour un des points (x, y) d'intersection de la droite et de la courbe

$$\varphi(x, y, a) = 0 \quad \frac{d\varphi}{dx} + a \frac{d\varphi}{dy} = 0.$$

En remplaçant a par y' nous avons les deux équations

$$(5) \quad \varphi(x, y, y') = 0 \quad \frac{d\varphi}{dx} + \frac{d\varphi}{dy} y' = 0$$

Éliminons y' entre ces deux équations, nous obtenons un certain lieu défini par l'équation

$$(6) \quad \omega(x, y) = 0.$$

Pour chaque point de ce lieu la droite ayant pour coefficient angulaire la valeur de y' satisfaisant aux équations (5) sera telle que deux des points de contact des courbes intégrales avec elle seront confondus au point (x, y) . On peut donner une définition simple du lieu représenté par l'équation (6).

En effet si on différentie la première des équations (5) on trouve, en tenant compte de la seconde,

$$(7) \quad \frac{d\varphi}{dy} y'' = 0$$

$\frac{d\varphi}{dy}$ n'est pas nul en général pour le point considéré, car il n'y a pas de raison pour que les trois équations

$$(8) \quad \varphi = 0 \quad \frac{d\varphi}{dx} = 0 \quad \frac{d\varphi}{dy} + y' \frac{d\varphi}{dy} = 0$$

soient satisfaites par tous les points d'une courbe. Donc on a

$$y'' = 0.$$

Ainsi le lieu représenté par l'équation (6) est en général celui des points d'inflexion des courbes intégrales et les tangentes en ces points sont les seules droites pour lesquelles deux points de contact viennent se réunir en un seul qui est le point d'inflexion.

Remarquons d'ailleurs que les points considérés sont en général des points ordinaires d'inflexion pour lesquels y''' n'est pas nul.

Cela posé, si nous transformons par la méthode des polaires réciproques la proposition précédente, nous obtenons le théorème suivant :

Les points pour lesquels deux valeurs de $\frac{dy}{dx}$ deviennent égales sont en général des points doubles de rebroussement de première espèce pour les courbes intégrales et les deux valeurs égales de $\frac{dy}{dx}$ définissent la tangente à la courbe intégrale au point de rebroussement.

Ainsi se trouve justifiée sans l'emploi des séries la conclusion à laquelle nous étions arrivé dans nos premières études. Et maintenant dans quel cas se présente la solution singulière si elle existe? Il faut que les 3 équations (8) soient vérifiées pour tous les points d'une courbe ce qui conduit à la proposition suivante :

Pour qu'une équation différentielle admette une ou plusieurs solutions singulières il faut que les deux lieux suivants 1° le lieu des points pour lesquels deux valeurs de y' deviennent égales, 2° le lieu qui dans le cas général contient tous les points d'inflexion des courbes intégrales, il faut que ces deux lieux coïncident ou aient des courbes partielles communes. Si ces deux lieux ne coïncident pas dans toutes leurs parties, les deux portions non communes seront l'une le lieu des points de rebroussement (généralement de première espèce) des courbes intégrales, l'autre le lieu des points d'inflexion (généralement points ordinaires d'inflexion) des courbes intégrales.

On voit qu'il existe encore bien des points à examiner. Certaines intégrales particulières en nombre limité se distingueront des autres soit par un point de rebroussement soit par un point d'inflexion d'espèce plus compliquée. D'autres en nombre limité pourront n'avoir ni point d'inflexion ni point de rebroussement. Mais ce sera l'objet d'un travail plus étendu que ce simple résumé.

En terminant nous devons nous demander quelle a été l'origine de l'erreur qui a duré si longtemps dans la théorie des solutions singulières. Cette erreur tient à une confusion que presque tous les géomètres ont laissé s'établir dans toute cette question.

Comme on forme les équations différentielles par l'élimination de constantes entre une équation finie et ses dérivées, les auteurs ont supposé, à tort selon nous, qu'étant donnée

par exemple une équation différentielle du premier ordre cette équation admet toujours une intégrale du premier ordre définie par la formule

$$(9) f(x, y, c) = 0$$

où f est une fonction qui dans toute l'étendue du plan possède les propriétés qu'on reconnaît généralement aux fonctions étudiées dans l'analyse. Cette fonction f était pour eux plus ou moins difficile à trouver, mais dans leur esprit elle existait toujours. Or c'est là précisément le point contestable et les recherches nouvelles sur la théorie des fonctions nous paraissent devoir changer cette manière de voir (*).

Il est bien clair que si une équation différentielle est intégrable par une équation de la forme (9) il y a en général une solution singulière qui est l'enveloppe de toutes les courbes représentées par l'équation (9). Ainsi, si l'équation différentielle est intégrable dans le sens qu'on donne à ce mot en analyse, c'est-à-dire en égalant à zéro une fonction f finie et continue de x, y, c , la solution singulière est le cas général, et alors sa recherche dépend à proprement parler de la théorie des enveloppes.

Mais comme rien ne démontre qu'une équation différentielle admette en général une intégrale de la forme (9), on voit qu'on devra séparer cette théorie en deux parties bien distinctes :

L'une du ressort du calcul différentiel et dans laquelle on examine les équations différentielles formées par l'élimination de constantes.

L'autre appartenant au calcul intégral et où, ne supposant rien sur l'origine de l'équation différentielle, on est obligé de se tenir dans les hypothèses générales, et de ne pas sup-

(*) Les seules recherches rigoureuses sur l'existence des intégrales, celles de Cauchy et de MM. Briot et Bouquet établissent bien qu'il y a une infinité d'intégrales générales, mais on remarquera qu'elles ne démontrent pas que cette intégrale satisfasse à une équation de la forme (9) où f possède les propriétés nécessaires pour qu'on ait le droit d'appliquer les principes de la théorie des enveloppes.

poser l'existence d'une intégrale. C'est à ce dernier que se rapportent nos remarques ;

La distinction que nous proposons en dernier lieu nous est d'ailleurs commune avec plusieurs géomètres, elle a été proposée aussi par M. Clebsch dans une note des *Nachrichten* de Göttingue.

Séance du 28 décembre 1872.

M. de Caligny a communiqué dans cette séance un perfectionnement à plusieurs de ses appareils hydrauliques.

Il suffit de rappeler, pour l'explication qui va suivre, que dans plusieurs de ses appareils un tube d'ascension oscille tout entier, tandis qu'il est possible de ne faire osciller que la partie inférieure qui peut être une vanne cylindrique ou une soupape de Cornwall. On lui a proposé pour ses appareils, et notamment pour son écluse de navigation, qui est déjà appliquée avec avantage sur un canal de l'Etat, d'employer un cuir ambouti pour garder l'eau au sommet d'une vanne cylindrique de ce genre. Quel que soit d'ailleurs le système qui sera adopté pour garder l'eau à la partie inférieure du tube d'ascension, *la partie supérieure du tube restant fixe*, on peut, dit-il, profiter de ce que celle-ci reste fixe pour modifier sa forme d'une manière essentielle. Il faut qu'il y ait certains rapports entre les sections des parties supérieures et inférieures de ce tube, mais on peut conserver ces rapports en élargissant graduellement le diamètre, parce qu'on peut disposer à l'intérieur une pièce fixe dont les sections varieront selon une loi convenable.

L'avantage de cette disposition consiste en ce que, toutes choses égales d'ailleurs, sauf le frottement dans le tuyau vertical, et sur la pièce dont on vient de parler, on aura, autour du sommet de ce tuyau, une section d'écoulement plus grande que si les choses n'étaient pas disposées de cette manière.

PROCÈS-VERBAUX DES SEANCES DU 2^e SEMESTRE DE 1872.

Séance du 13 juillet 1872.

Présidence de M. VALLÈS.

Note de M. CAZIN sur la quantité de magnétisme des électro-aimants cylindriques.

M. BERTRAND présente quelques observations sur l'anatomie des bourgeons des *Picea*, etc.

M. DAUSSE présente un résumé des travaux de M. Guippert et propose son admission au rang de membre correspondant.

M. VALLÈS appuie la proposition de M. DAUSSE.

M. DAUSSE offre ensuite à la Société un tirage à part de ses études relatives aux inondations et à l'endiguement des rivières.

M. VAILLANT expose ses recherches sur les écailles des *Percoïdes*.

Séance du 27 juillet 1872.

Présidence de M. DAUSSE.

Communications de M. TOMMASI :

1. Sur un nouveau télégraphe hydraulique.

2. Sur une nouvelle série de phénomènes présentés par l'huile lorsqu'on la chauffe dans des vases fermés; sur les applications de cette expérience.

3. Sur l'utilisation des mouvements des marées.

M. DAUSSE fait observer que l'eau étant compressible et cette compressibilité étant illimitée, il demande à M. TOMMASI comment il remédie à cet inconvénient.

On procède à l'élection d'un secrétaire en remplacement de M. BERT, démissionnaire.

Sur 11 votants. M. CHATIN obtient 8 suffrages, M. JOBERT 2, M. DARDOUX 1. En conséquence M. CHATIN est élu secrétaire.

L'élection d'un membre correspondant est ajournée.

M. JOBERT communique les résultats de ses recherches sur la Chauve-Souris de Java (*Pteropus edulis*).

Séance du 10 août 1872.

Présidence de M. VALLÈS.

M. J. CHATIN fait une communication sur les glandes odorantes de divers Mammifères.

M. OUSTALET décrit une aile de *Bibion* trouvée dans le terrain des Buttes Chaumont (marnes à *Cyrena convexa*).

M. VALLÈS communique les résultats de ses études sur la représentation

algébrique à l'aide d'une seule expression du premier degré de l'ensemble de n nombres donnés.

M. VAILLANT entretient la Société des résultats du voyage de M. Delanoue en Egypte (plantes et coquilles fossiles).

Il est procédé à l'élection d'un membre correspondant. Sur 9 votants M. GUIPPERT obtient l'unanimité des suffrages. En conséquence M. GUIPPERT est élu membre correspondant.

La Société s'ajourne au 26 octobre.

Séance du 26 octobre 1872.

Présidence de M. VALLÈS.

M. VAILLANT, trésorier, rend compte de la situation financière de la Société.

M. CAZIN communique les résultats auxquels l'ont conduit ses recherches sur l'énergie magnétique.

M. A. MOREAU fait connaître les effets obtenus à la suite de la section du nerf auriculaire cervical.

M. VAILLANT rend compte verbalement des résultats auxquels M. SIRODOT a été conduit par les recherches paléontologiques qu'il a entreprises au mont Dol (Bretagne).

Séance du 9 novembre 1872.

Présidence de M. VALLÈS.

M. CAZIN fait une communication sur la mesure de l'énergie magnétique.

M. DARBOUX entretient la Société de ses recherches sur les solutions singulières des équations aux dérivées ordinaires du premier ordre.

M. OUSTALET fait connaître divers Libelluliliens rapportés des îles du Cap-Vert par M. Bouvier.

M. GERNEZ décrit l'effet produit sur le pouvoir rotatoire par l'interposition de tubes creux à l'intérieur des bobines électromagnétiques.

Séance du 23 novembre 1872.

Présidence de M. VALLÈS.

M. BERTRAND fait une communication sur l'anatomie des *Taxus*.

M. JOBERT résume ses recherches sur les appareils du toucher chez la Rainette et le *Platydictylus guttatus*.

MM. TISSERAND et LUCAS sont proposés comme membres de la première section.

M. SAUVAGE décrit diverses espèces de Sténéosaures provenant des assises jurassiques de Boulogne-sur-Mer.

M. J. MOUTIER communique ses recherches sur le magnétisme et en particulier sur les effets thermiques de l'aimantation.

Séance du 14 décembre 1872.

Présidence de **M. VAILLANT.**

M. BUREAU offre à la Société les deux ouvrages suivants :

1^o Morées et Artocarpées de la Nouvelle-Galédonie.

2^o Valeur des caractères tirés de la structure de la tige pour la classification des Bignoniacées.

M. GUILLEMIN présente un mémoire sur la propagation du courant instantané de la bouteille de Leyde.

M. BERTRAND communique les conclusions de ses recherches sur les canaux oléorésinifères des *Cephalotaxus* et *Torreya*.

M. DESPRÉS expose les résultats de ses recherches sur divers sujets de mathématiques.

Séance du 28 décembre 1872.

Présidence de **M. BERTHELOT.**

Lettre de **M. DE CALIGNY** accompagnant l'envoi d'une note sur un moyen de perfectionner d'une manière essentielle plusieurs de ses appareils hydrauliques.

M. JOBERT communique le résultat de ses recherches anatomiques et histologiques sur le bec de la Spatule et la langue du Canard Souchet.

M. J. MOUTIER résume ses études relatives à la dissolution des sels.



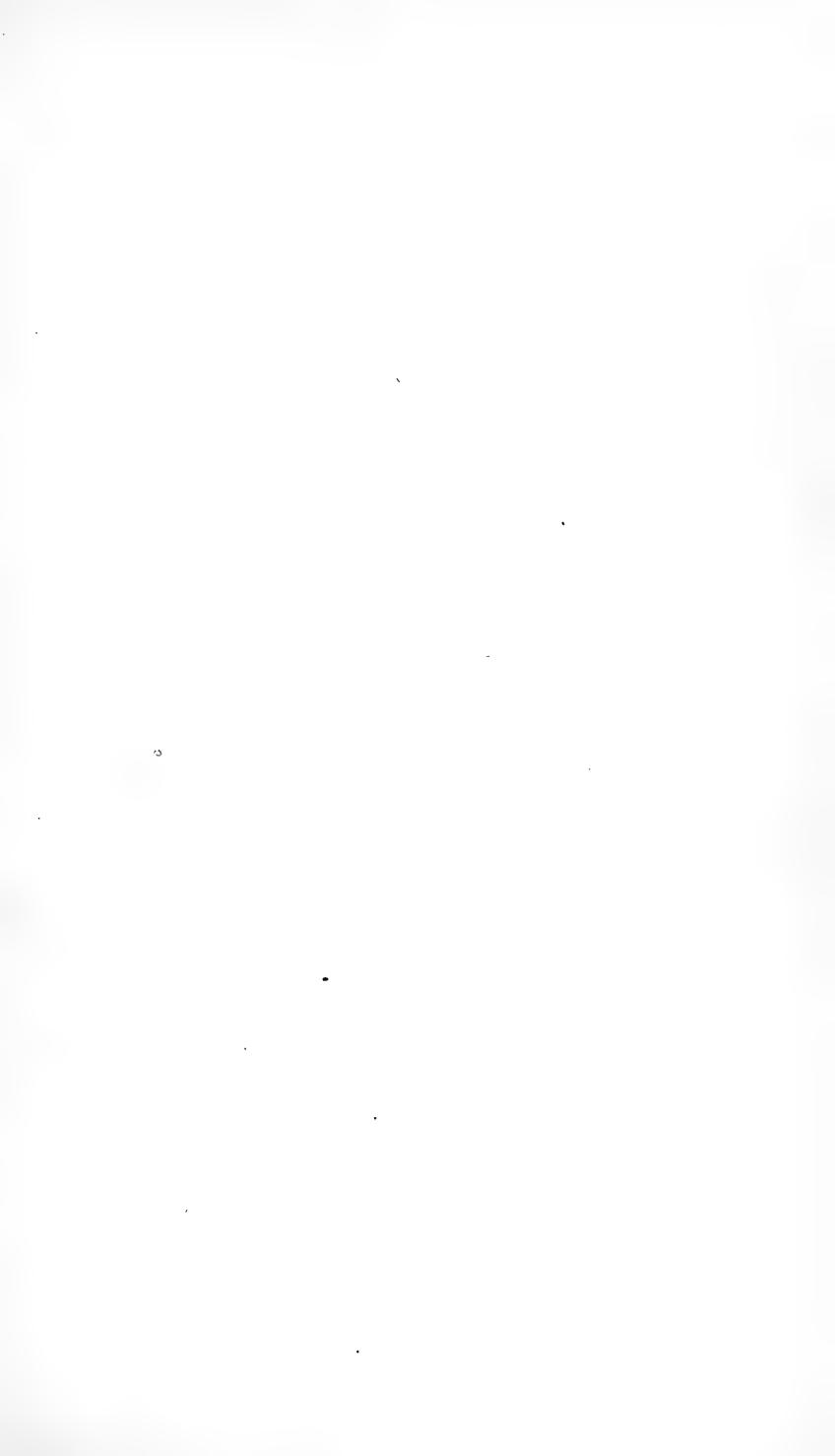




TABLE DES MATIÈRES

Séance du 27 juillet 1872.	464
Sur l'empreinte d'une aile de Diptère, par M. Oustalet. . .	464
Sur les glandes odorantes de divers Mammifères, par M. J. Chatin.	463
Séance du 9 novembre 1872.	470
De l'effet produit sur le pouvoir rotatoire magnétique par l'interposition de tubes creux à l'intérieur des bobines électro-magnétiques, par M. D. Gernez	470
Sur quelques Libellules rapportées des îles du Cap Vert, par M. Oustalet	473
Séance du 23 novembre 1872.	475
Sur les effets thermiques de l'aimantation, par M. J. Moutier.	475
Sur quelques espèces de Sténéosaures provenant des assises jurassiques supérieures de Boulogne-sur-mer, par M. E. Sauvage	478
Sur les solutions singulières des équations aux dérivées ordi- naires de premier ordre, par M. J. Darboux.	480
Séance du 28 décembre 1872.	486
Sur un perfectionnement à plusieurs appareils hydrauliques, par M. A. de Caligny.	486
Séances du 13 et du 17 juillet 1872.	487
Séance du 10 août 1872.	487
Séance du 26 octobre 1872.	488
Séances du 9 et 23 novembre 1872.	488
Séances du 14 et du 28 novembre 1872.	489

EXTRAITS DES PROCÈS-VERBAUX DES SÉANCES

PENDANT LE 1^{ER} SEMESTRE DE L'ANNÉE 1873.

Séance du 11 janvier 1873.

Présidence de M. VALLÈS.

M. GERNEZ communique le résultat de ses recherches sur le dégagement des gaz dans les mélanges d'eau et d'alcool.

M. LAGUERRE fait connaître les conclusions auxquelles l'a conduit l'examen d'un théorème d'arithmétique.

La Société procède à l'élection d'un Président pour le premier semestre de l'année 1873.

Sur 17 votants :

M. CAZIN obtient..... 15 voix.

M. MOUTIER..... 2 »

En conséquence, M. CAZIN est proclamé Président de la Société.

Il est ensuite procédé à la nomination de trois commissaires chargés de l'examen des comptes : MM. JOBERT, GERNEZ et PAINVIN sont élus.

MM. LUCAS et TISSERAND sont élus membres titulaires dans la première section.

Séance du 25 janvier 1873.

Présidence de M. CAZIN.

M. MOUTIER fait connaître le résultat de ses recherches sur le *Travail interne dans les gaz à température constante*. (Voy. p. 13).

Communication de M. BERTRAND sur la *Coloration des racines aériennes de deux Orchidées*. (Voy. p. 18).

M. VAILLANT expose ses *Remarques sur un Poisson de la collection du Muséum rapporté au genre Aprion*. (Voy. p. 15).

M. JANSSEN rend compte de l'*Observation de l'éclipse totale de Soleil du 13 Décembre 1871 dans l'Inde* (Voy. p. 1).

Séance du 8 février 1873.

Présidence de M. CAZIN.

M. P. BERT demande à passer membre honoraire.

M. DARBOUX présente, au nom de M. GRAINDORGE, une *Note sur l'intégration d'une certaine classe d'équations aux dérivées partielles du second ordre*.

Communications .

M. MOUTIER, *Sur la chaleur de transformation.*

M. BERTRAND, *Sur les Podocarpées et les Gnétacées ; sur les aiguillons des Monocotylédones.*

M. OUSTALET, *Sur quelques espèces fossiles de l'ordre des Thysanoptères.* (Voy. p. 20).

M. GERNEZ fait un rapport sur les titres de M. DITTE.

Séance du 22 février 1873.

Présidence de M. VALLÈS.

M. DITTE est nommé membre de la Société (2^e section).

Communications :

M. BOURGET, *Examen mathématique des expériences de Pinaud sur les sons rendus par les tubes chauffés.*

M. JOANNES CHATIN, *Sur l'Anatomie de la Civette.* (Voy. p. 27.)

M. JOBERT est nommé, sur sa demande, membre correspondant. —

M. GRAINDORGE est également élu membre correspondant.

M. ROZE est nommé membre de la commission des fonds en remplacement de M. JOBERT.

Séance du 8 mars 1873.

Présidence de M. CAZIN.

M. GUILLEMIN fait connaître les *Relations de l'apparence de l'étincelle électrique avec l'étendue des surfaces en contact avec les électrodes,*

Communication de M. BERTRAND sur divers points relatifs à l'*Anatomie des Conifères.*

M. GERNEZ expose une *Nouvelle méthode propre à mesurer les surfaces nodales par points.*

M. GERNEZ fait un rapport sur les titres et travaux de M. FRON.

Séance du 22 mars 1873.

Présidence de M. CAZIN.

Sur la proposition de M. le Président, la Société décide qu'une commission composée de MM. CAZIN, ALIX, OUSTALET et CHATIN, sera chargée de procéder au classement de la Bibliothèque.

M. DARBOUX présente, au nom de M. GROUARD, une note *Sur les figures semblables.* (Voy. p. 34.)

Communications :

M. GUILLEMIN, *Sur l'augmentation de l'étincelle d'induction.* (Voy. p. 33).

M. DARBOUX, *Sur les séries trigonométriques et Sur les séries ordonnées suivant les fonctions Y_n de Laplace et X_n de Legendre.*

M. JANSSEN, *Sur le procédé qu'il se propose d'appliquer à la reproduction photographique de la prochaine éclipse de Soleil en décembre 1874.*

M. CAZIN, *Sur l'étincelle de la bobine de Ruhmkorff.*

Séance du 12 avril 1873.

Présidence de M. CAZIN.

M. FRON est nommé membre de la 2^e section.

M. OUSTALET résume les conclusions d'un mémoire de M. Louis CALOT, *Sur l'état de larve des Libellules de la sous-famille des Gomphines.* (Voy. p. 40.)

Communications :

M. DARBOUX, *Sur les lignes asymptotiques de la surface de Steiner.* (Voy. p. 40.)

M. VALLÈS, *Sur la détermination des racines primitives des nombres premiers.*

M. CAZIN, *Sur les étincelles électriques composées.* (Voy. p. 38.)

Séance du 28 avril 1873.

Présidence de M. CAZIN.

Communications :

M. MOUTIER, *Sur les vapeurs émises à la même température, par un même corps sous deux états différents.* (Voy. p. 41.)

M. JOANNES CHATIN, *Sur les glandes périnéales des Civettes et de la Genette du Sénégal* (Voy. p. 42.)

M. BERTRAND, *sur le Walwitchia.*

M. GUILLEMIN, *Sur les condensateurs électriques.*

Séance du 10 mai 1873.

Présidence de M. CAZIN.

Communications :

M. GROUARD, *Sur le mouvement d'une figure qui se déplace en restant semblable à elle-même.* (Voy. p. 47.)

M. L. VAILLANT, *Sur certains caractères différentiels de quelques genres appartenant au groupe des Serranina.* (Voy. p. 51.)

M. JOANNES CHATIN, *Sur le Tanguin de Madagascar.* (Voy. p. 50.)

M. CAZIN, *Sur la période variable de la fermeture des courants.*

Séance du 24 mai 1873.

Présidence de M. CAZIN.

MM. SOPHUS LIE, BELTRAMI et SARRAZIN sont élus membres correspondants (1^{re} section).

Communications :

M. GERNEZ, *Sur les décompositions chimiques sous l'influence d'un courant de gaz.*

M. FRON, *Sur la marche des orages.*

Séance du 14 juin 1873.

Présidence de M. VALLÈS.

M. TISSERAND est nommé, sur sa demande, membre correspondant.

M. le Président fait part à la Société de la perte qu'elle vient de faire en la personne de M. DELANOUE, membre de la 2^e section.

Il est procédé à l'élection d'un président pour le second semestre de l'année 1873 : M. ROZE est élu.

M. MOUTIER communique les résultats de ses recherches, *Sur la conductibilité électrique des métaux.* (Voy. p. 54.)

M. OUSTALET fait un rapport sur les titres et travaux de M. SAUVAGE.

Séance du 28 juin 1873.

Présidence de M. ROZE.

MM. TROOST, DE LA GOURNERIE et ROUCHÉ demandent à passer membres honoraires.

M. le Dr SAUVAGE (Emile) est élu membre titulaire de la 2^e section.

MM. KORITSKA et ZEUTHEN sont nommés membres correspondants.

Communications :

M. HARDY, *Sur l'action du brome sur l'alcool.* (Voy. p. 61.)

M. CAZIN, *Sur la période variable à la fermeture d'un courant voltaïque.* (Voy. p. 58.)

M. DE SEYNES, *Sur les connexions parasitiques d'une Pezize avec une Algue unicellulée.*

EXTRAITS DES PROCÈS-VERBAUX DES SÉANCES

PENDANT LE 2^e SEMESTRE DE L'ANNÉE 1873

Séance du 12 juillet 1873.

Présidence de M. ROZE.

La Société décide de distribuer, aux membres qui en feront la demande, la nouvelle série du Bulletin (série commençant en 1864).

Communication de M. GUILLEMIN sur l'*Introduction d'un barreau de fer dans une bobine d'induction*.

M. ALIX fait connaître les conclusions d'un mémoire de M. VAN ZEL GRUEBER sur le *Dédoublement du Scaphoïde*.

Séance du 26 juillet 1873.

Présidence de M. ROZE.

M. GRANDEAU est admis, sur sa demande, au nombre des membres honoraires.

M. L. VAILLANT décrit une nouvelle espèce d'Hémidactyle (*H. viscatus*) trouvée dans un morceau d'ambre. (Voy. p. 65.)

M. DE LUYNES fait un rapport sur les titres de M. E. HARDY, candidat dans la 2^e section.

Séance du 9 août 1873.

Présidence de M. ROZE.

M. L. VAILLANT fait connaître les affinités zoologiques des *Etelis*, et analyse les caractères sur lesquels on doit se baser pour établir les limites naturelles de ce genre. (Voy. p. 67.)

Le Dr E. HARDY est élu membre titulaire dans la 2^e section.

La Société s'ajourne au 25 octobre.

Séance du 25 octobre 1873.

Présidence de M. ROZE.

M. MOUTIER expose le résultat de ses recherches sur *Quelques applications du théorème de Carnot*. (Voy. p. 73.)

M. CAZIN fait connaître un *Nouvel interrupteur du circuit voltaïque*. (Voy. p. 72.)

Communication de M. J. CHATIN sur la *Structure des glandes anales des Mustélidés*. (Voy. p. 77.)

M. BERTRAND décrit les caractères anthropologiques de la population de Montour.

Séance du 8 novembre 1873.

Présidence de M. ROZE.

M. E. HARDY communique le résultat de ses recherches sur l'*Action du brome sur les alcools propylique et butylique*. (Voy. p. 83.)

M. H. FILHOL lit une note sur les *Vertébrés fossiles découverts dans les phosphates de chaux du Quercy*. (Voy. p. 85.)

M. L. VAILLANT fait connaître la *Structure du siphon des Nasses*. (Voy. p. 89.)

M. CAZIN décrit un *Nouveau mode d'intermittence du courant voltaïque* (Voy. p. 82.)

M. J. CHATIN résume ses recherches sur le *Développement de l'ovule et de la graine dans les Scrofularinées, les Solénacées, les Borraginées et les Labiées*.

Séance du 22 novembre 1873.

Présidence de M. ROZE.

M. MOUTIER communique le résultat de ses recherches sur les *Phénomènes thermiques qui accompagnent la flexion et la torsion*. (Voy. p. 91.)

M. VAILLANT expose ses *Observations sur le Serranus Phaeton de Cuvier et Valenciennes*. (Voy. p. 94.)

Séance du 13 décembre 1873.

Présidence de M. ROZE.

M. JANSSEN demande une prolongation de congé, qui lui est accordée.

Communication de M. MOUTIER sur les *Compressions sans variation de chaleur produites par des surcharges instantanées*. (Voy. p. 95.)

M. VAILLANT fait connaître une nouvelle espèce d'Hémidactyle de l'ambre. (Voy. p. 97.)

A l'occasion de la communication précédente, M. OUSTALET décrit les Insectes qui accompagnent ce Reptile. (Voy. p. 98.)

M. PUEL présente à la Société des photographies à images multiples.

La Société se forme en comité secret pour entendre le rapport de M. CAZIN sur l'état des collections de son Bulletin; à la suite de cette lecture, la Société procède à la nomination d'une commission chargée d'examiner quelle destination devra être donnée aux séries disponibles du Bulletin; MM. VAILLANT, CAZIN et ALIX sont élus membres de cette commission.

Séance du 27 décembre 1873.

Présidence de M. ROZE.

Communication de M. GERNEZ sur la *Production du borax octaédrique*. (Voy. p. 99.)

M. ALIX fait connaître les *Caractères anatomiques du bassin du Crocodile*. (Voy. p. 106.)

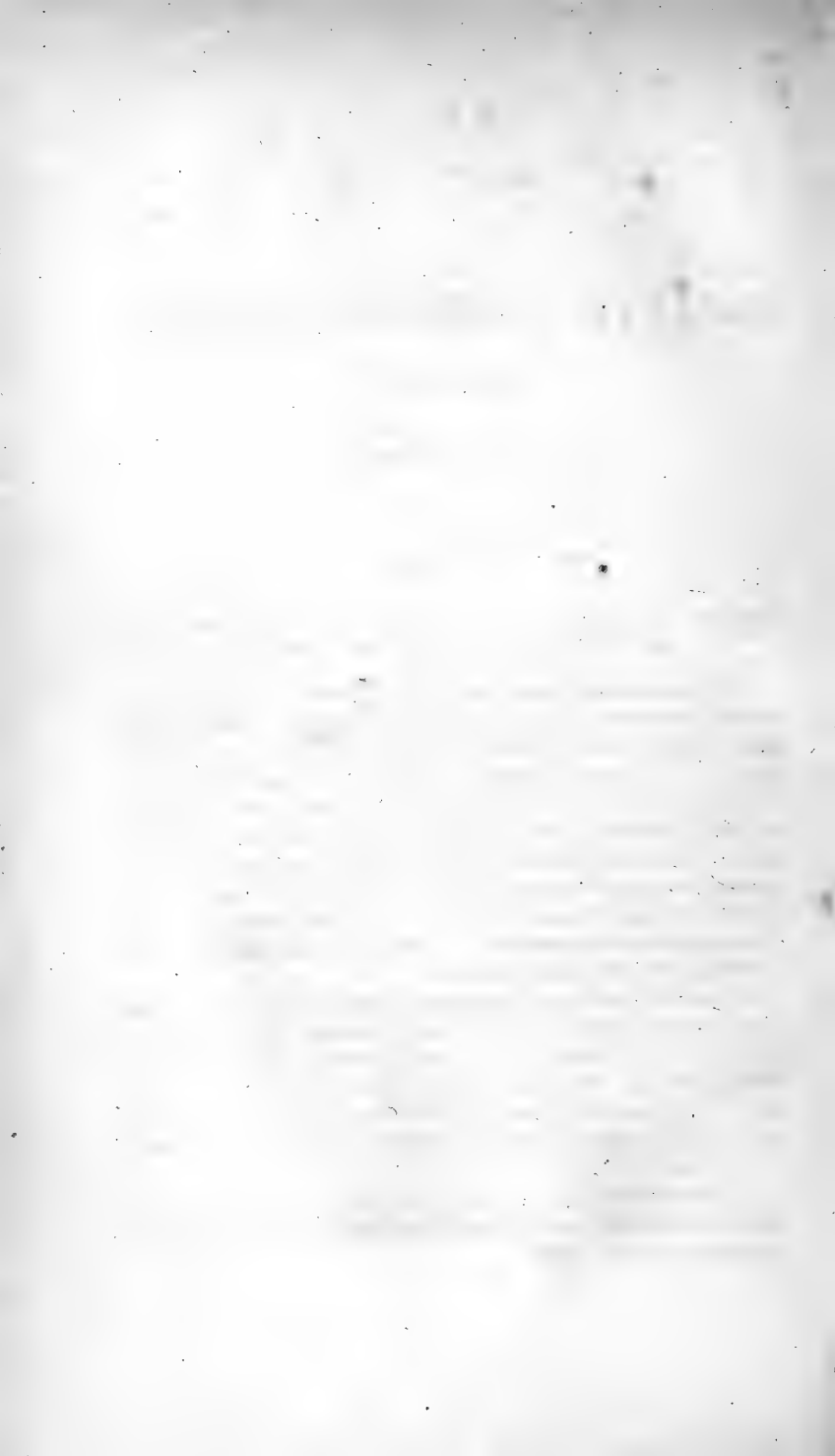
M. COLLIGNON expose une *Théorie du bateau extracteur* dû à M. BAZIN. (Voy. p. 107.)

M. CAZIN lit une notice nécrologique sur M. GUILLEMIN, que la Société a eu la douleur de perdre récemment.

M. JOANNES CHATIN expose le résultat de ses recherches sur la *Localisation du principe colorant dans les feuilles*. (Voy. p. 101.)

M. ROZE décrit l'organisation des Plasmodies.

M. VAILLANT fait connaître l'état des publications de la Société; sur sa demande, il est décidé que les membres seront convoqués spécialement pour examiner les questions relatives à ce sujet.



BULLETIN

DE LA

SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE

DE PARIS

Séance du 25 janvier 1873.

Rapport sur l'observation de l'éclipse totale de Soleil du 13 décembre 1871 dans l'Inde, par M. Janssen.

L'intérêt principal du phénomène à observer se rapportait au problème de la couronne lumineuse, dont le Soleil s'entoure pendant les éclipses totales. Quand le Soleil est éclipsé par suite de l'interposition de la Lune, indépendamment de ces jets et de ces expansions lumineuses que nous nommons en France *protubérances*, on aperçoit autour du disque obscur de notre satellite une sorte de gloire ou de couronne lumineuse qui s'étend souvent à 12, 25 minutes et plus, et dont les formes bizarres sont variables à chaque éclipse.

Il s'agissait de découvrir la cause de cette *couronne*, ainsi que nous l'appellerons désormais.

La couronne est un phénomène si splendide, et qui domine tellement dans une éclipse, qu'elle a dû attirer, pour ainsi dire, de tout temps, l'attention des observateurs. Nous possédons en effet des descriptions de Plantade, de Halley, de Louville, etc., qui remontent au commencement du XVIII^e siècle; bien entendu que ces observations n'indiquent pas la cause du phénomène.

Arago et son école fermaient une période dans l'histoire des tentatives qui ont été faites pour découvrir la nature de

la couronne. Notre grand physicien-astronome appliqua les méthodes polariscopiques à ces études, mais il échoua ainsi que ses successeurs. Dans l'Astronomie populaire, publiée en 1856, nous lisons comme conclusion sur ce sujet : « Je le dis » avec regret, le désaccord que l'on trouve avec les observations faites en divers lieux par des astronomes également exercés, sur la couronne lumineuse, dans une seule et même éclipse, a répandu sur la question de telles obscurités, qu'il n'est possible d'arriver à aucune conclusion certaine sur la cause du phénomène. » (Astronomie populaire, tome III, page 604.)

L'analyse spectrale fit entrer la question dans une phase nouvelle. En 1868, pendant qu'on découvrait la nature des protubérances, on obtenait déjà le spectre de la couronne ; il est vrai que les observateurs le trouvaient continu, fait inexact suivant moi, qui retarda la solution de la question (1).

L'année suivante les Américains reprenaient la question (2). Ils trouvaient encore le spectre continu, mais ils constataient l'existence de cette célèbre raie verte (dite 4474 échelle K), qui est la manifestation dominante du spectre de la couronne, et dont nous cherchons encore la vraie signification. Nous devons en outre aux Américains de fort belles photographies, des protubérances et des épreuves qui montraient le pouvoir actinique de la lumière coronale.

L'éclipse de l'année 1870 ne fut pas favorisée par l'état du ciel. Les quelques observations qu'on put faire à travers des éclaircies confirmèrent en général les observations de 1869 (3).

Ainsi, en 1871, on possédait déjà des faits très-importants sur la couronne. Malheureusement ces faits étaient encore incomplets, et surtout en désaccord entre eux ; par exemple, la continuité du spectre coronal qui, d'une part, était en désaccord avec les observations de polarisation de la couronne ; et, d'autre part, conduisait à cette conclusion bien

(1) Citons en outre l'observation de M. Rayet qui trouva des prolongements lumineux aux principales lignes du spectre d'une protubérance.

(2) L'éclipse totale du 7 août visible dans l'Amérique du Nord.

(3) Citons néanmoins la belle observation du professeur Young sur le renversement des raies à la base de la chromosphère.

peu admissible d'une couronne formée de corps solides ou liquides incandescents.

Aussi, la nouvelle éclipse qui offrait une occasion nouvelle de reprendre cette magnifique question, dont on présentait la solution prochaine, excita-t-elle une émulation générale.

L'Angleterre prit à ces observations la part la plus considérable. La Société Royale, la Société Royale astronomique, le Gouvernement des Indes y concoururent également. Parmi les savants remarquables délégués, citons spécialement MM. le colonel Tennant, le lieutenant Herschel, Pogson, Fyers, etc., etc. L'Italie était représentée par M. Respighi, qui devait faire, en cette occasion, de très-belles observations ; la Hollande, par M. Oudemans, etc.

A la demande de l'Académie des sciences et du Bureau des longitudes, je fus désigné par le gouvernement pour représenter la France. C'était une charge glorieuse pour moi, mais en même temps bien lourde, et qui me laissait le regret que les circonstances ne permissent pas de me donner des émules français.

Le voyage décidé, il me restait à arrêter le plan de mes observations, plan d'où découlait le choix des instruments, et à fixer le lieu d'observation.

Ces deux points avaient une importance capitale.

Pour ce qui regarde le plan des études, je comprenais très-bien que, venant après tant d'hommes habiles, je ne pouvais espérer résoudre le problème en ajoutant simplement aux nombreuses observations déjà faites quelques observations semblables. Il fallait méditer sur l'ensemble des faits acquis, fixer les points obscurs ou contradictoires, et arrêter un ensemble d'observations rapides (la totalité ne devait durer dans l'Inde que deux minutes environ) qui vinsent rectifier ce qui était inexact, compléter ce qui était insuffisant, et constituer avec les observations antérieures un ensemble d'où se dégagerait la véritable nature du phénomène. Par exemple, je ne doutais pas, malgré tant d'observations contraires, que le spectre de la couronne ne fût réellement discontinu. J'étais persuadé qu'il devait présenter, comme caractère dominant, celui d'un spectre de gaz, et je voyais l'explication des apparences contraires dans la faiblesse de la lumière de la couronne qui n'avait pas permis

d'obtenir des spectres assez lumineux pour en discerner la véritable constitution. Aussi, ma pensée fut-elle de porter tout d'abord mes efforts sur ce point capital, nœud en quelque sorte de la question. Il s'agissait d'obtenir un spectre coronal beaucoup plus lumineux que ceux de mes prédécesseurs.

Dans cette vue, je construisis un télescope tout spécial, ayant un miroir de 37 centimètres de diamètre, et un foyer de 4^m,43, qui donnait des spectres environ 16 fois plus lumineux qu'une lunette astronomique ordinaire.

J'attachais aussi une grande importance à voir la couronne en même temps que j'en ferais l'étude analytique. Une disposition générale du chercheur me permit d'atteindre ce but.

Enfin, une lunette polarisante, placée sur le télescope, devait permettre de joindre les indications polariscopiques aux autres données, et de juger de leur accord.

Telles étaient mes dispositions instrumentales. Quant au choix de la station, il avait une importance non moins grande. Au point où nous en sommes, nos études portent maintenant sur des phénomènes si délicats, qu'elles exigent un ciel d'une pureté pour ainsi dire absolue.

Je vais dire en peu de mots, comment j'ai cherché à réaliser cette seconde condition.

L'éclipse devait être totale dans le sud de l'Indoustan, à Ceylan, à Java, et dans l'Australie. L'Australie était trop éloignée. Java devait subir en décembre la mousson pluvieuse. Restaient l'Inde et Ceylan, qui représentaient encore, pour la ligne de totalité, une bien grande étendue, et offraient des stations très-diverses parmi lesquelles il fallait bien choisir.

Pour faire ce choix, je résolus de ne pas m'en tenir aux indications générales que nous possédons en Europe sur le climat des Indes, mais de partir de bonne heure, de visiter toutes les stations, et de me déterminer seulement d'après la vue des lieux, et les renseignements recueillis aux sources elles-mêmes.

J'étais à Ceylan au commencement de novembre, près de six semaines avant le commencement de l'éclipse qui devait avoir lieu le 12 décembre. Dans cette île j'ai été particulièrement assisté par les familles Layard et Ferguson, auxquelles

j'adresse ici mes remerciements. Les renseignements recueillis sur le nord de l'île, où le phénomène devait avoir lieu, n'étaient pas aussi satisfaisants que possible, et on s'accordait à trouver de meilleures chances pour la côte Malabar.

Je quittai donc Ceylan pour cette côte, en doublant le cap Comorin. Chemin faisant, je fis quelques déterminations magnétiques, et j'eus la bonne fortune de trouver que l'équateur magnétique pour l'inclinaison passe maintenant tout près de Cochin. C'est à Tellicherry, port anglais situé près de la ligne de totalité et de notre colonie de Mahé, qu'il convenait de débarquer. J'y fus reçu par M. Baudry, négociant français, qui me donna en cette circonstance une gracieuse hospitalité et le plus actif concours. Mahé me fut très-précieux : notre gouverneur, M. Liotaut, me procura des interprètes parlant le français et les idiomes des régions que j'allais parcourir.

J'avais maintenant à choisir entre la côte proprement dite, la plaine et les stations des Ghauts et des Neelgherries. L'éclipse approchait, je ne pouvais songer à séjourner dans chaque station pour en faire une étude suivie. Je pensai à utiliser la télégraphie et le chemin de fer (1) pour faire de ces stations une étude simultanée. M. Baudry, que j'avais mis au courant des observations à faire tous les matins à l'heure de l'éclipse sur la pureté du ciel à la côte, devait me les transmettre tous les jours télégraphiquement. J'avais une station semblable dans la plaine. Le bagage avait été conduit à Coïmbatoor, au centre de la voie ferrée, prêt à être conduit rapidement à la station choisie. Moi-même, je visitais les Neelgherries, et, pour gagner du temps, je parcourais ces montagnes en utilisant les nuits (porté à bras d'hommes). L'ensemble des renseignements ainsi recueillis indiquait une grande supériorité pour les Neelgherries. Une étude très-attentive de ce massif montagneux me conduisit à placer une station au N.-O. où j'eus en effet un temps beaucoup plus beau que sur le Dodabetto, sommet dominant où le colonel Tennant et le lieutenant Herschel s'étaient établis.

C'est sur une montagne près de Shoolor, village indien,

(1) Il existe actuellement une voie ferrée de Madras à la côte Ma-

latitude $41^{\circ} 7' 8''$, longitude E. de Paris $74^{\circ} 22' 5''$ que j'établis mon observatoire. Les instruments furent amenés de Coïmbatoor (au pied des Neelgherries) à Ootacamund (Neelgherries) sur des chars à bœufs. D'Ootacamund à Shoolor, le pays ne présente plus que montagnes et forêts sans routes carrossables, il fallut transporter les caisses à bras d'hommes, ce qui présenta beaucoup de difficultés qui furent heureusement vaincues. Trois jours avant l'éclipse, l'observatoire était érigé, et les instruments en place.

Observation. — L'observation de Shoolor a été favorisée par un ciel d'une admirable pureté.

Ainsi que je l'ai déjà indiqué, mon plan était d'étudier la couronne au triple point de vue de sa figure, de son spectre, de ses phénomènes de polarisation.

J'étudie d'abord la couronne dans la lunette.

Le phénomène se montre dans toute sa splendeur.

La forme générale est celle d'un carré curviligne centré sur le Soleil, dont les contours sont irréguliers, mais assez nettement terminés. Dans sa plus grande épaisseur, la couronne s'étend à environ 44 à 46 minutes du limbe lunaire, et à moitié seulement dans les portions les plus étroites. Aucune diagonale n'a la direction de l'équateur solaire. Tout autour du limbe de la Lune, on voit comme des traînées de lumière qui vont se rejoindre vers les hautes parties de la couronne, et qui donnent à l'ensemble du phénomène l'apparence d'une fleur lumineuse gigantesque de Dahlia dont le disque noir de la Lune occupait le centre.

La couronne ne présente point de différences essentielles de structure au point de contact et au point opposé. Le mouvement de la Lune ne paraît apporter aucun changement dans cette structure. Ces épreuves me donnent la conviction complète que la couronne est un objet réel, situé au-delà de la Lune, et dont celle-ci découvre les diverses parties par les progrès de son mouvement.

Ayant terminé cet examen, je reviens aux éléments lumineux du phénomène. Ma vue ayant encore toute sa sensibilité, je commence par l'examen des spectres des parties les

labar. J'avais remarqué qu'elle suit à peu près la direction de la ligne de totalité.

plus hautes et les moins lumineuses de la couronne. Je place la fente du spectroscopie à $\frac{2}{3}$ de rayon environ du bord lunaire. Le spectre se montre beaucoup plus vif que je ne m'y attendais à cette distance, résultat qui tient évidemment au pouvoir lumineux du télescope et à l'ensemble des dispositions adoptées.

Ce spectre n'est pas continu. J'y reconnais de suite les raies de l'hydrogène et la raie verte (dite 4474). C'est un premier point très-important. Je déplace la fente en restant toujours dans les hautes régions de la couronne. Les spectres présentent toujours la même constitution.

Partant d'une de ces positions, je descends peu à peu vers la chromosphère, examinant très-attentivement les changements qui peuvent se produire. A mesure que j'approche de la Lune, les spectres prennent plus de vivacité et paraissent s'enrichir, mais ils restent semblables à eux-mêmes comme constitution générale. Dans les hauteurs moyennes de la couronne, de 3 à 6 minutes d'arc, la raie obscure D se perçoit, ainsi que quelques lignes obscures dans le vert; mais celles-ci sont à la limite de visibilité. Cette observation prouve la présence, dans la couronne, de la lumière solaire réfléchie; mais on sent que cette lumière est noyée dans une émission lumineuse étrangère abondante.

J'aborde alors l'observation très-importante qui doit me donner les rapports spéciaux entre la couronne et les protubérances. La fente est placée de manière à couper une portion de la Lune, une protubérance et toute la hauteur de la couronne.

Le spectre de la Lune est excessivement pâle, il paraît dû principalement à l'illumination atmosphérique, et donne une mesure précieuse de la faible part que notre atmosphère peut prendre dans le phénomène de la couronne.

La protubérance donne un spectre très-riche et d'une grande intensité; je n'ai point le temps d'en faire une étude détaillée. Le point capital, ici, est de constater que les principales raies de la protubérance se prolongent dans toute la hauteur de la couronne, ce qui démontre péremptoirement l'existence de l'hydrogène dans celle-ci.

La raie verte (dite 4474), si vive dans le spectre de la couronne, paraît s'interrompre dans le spectre de la protubé-

rance, résultat très-remarquable. Je donne encore quelques instants pour bien constater la correspondance exacte des raies de la couronne avec les principales raies de l'hydrogène dans les protubérances.

Il ne me reste alors que quelques secondes pour l'étude polariscopique (1). La couronne présente les caractères de la polarisation radiale, et, ce qu'il faut bien remarquer, le maximum d'effet ne s'observe pas à la base du limbe lunaire, mais à quelques minutes de son bord (2).

J'avais à peine terminé cette rapide constatation, que le Soleil réapparaissait.

Discussion. — Lorsqu'il s'agit d'un phénomène aussi complexe que celui de la couronne, il est nécessaire de faire concourir des méthodes variées à son étude ; c'est pourquoi j'avais cru indispensable de considérer la couronne au triple point de vue de son aspect, de son analyse lumineuse, de ses manifestations polariscopiques. Discutons ces diverses observations.

Voyons d'abord ce que peut nous apprendre la figure de la couronne étudiée pendant les premiers instants de la totalité.

Nous avons vu que la structure générale de la couronne a persisté pendant la durée de l'éclipse.

On ne pourrait donc admettre ici un effet de l'ordre des phénomènes de diffraction engendrés à la surface de l'écran lunaire par des rayons rasant les bords de cet écran.

En effet, reportons-nous aux circonstances géométriques d'une éclipse. Au moment où la totalité vient de se produire, le disque de la Lune est tangent en un point à celui du Soleil, et va en débordant de plus en plus celui-ci jusqu'au point opposé ; la diffraction se produirait donc dans les circonstances physiques les plus différentes aux divers points du limbe lunaire, et une auréole due à cette cause révélerait par sa dissymétrie cette diversité de conditions. En outre,

(1) Pour bien étudier la polarisation, j'avais une excellente lunette munie d'un bi-quartz construit très-habilement par Prazmowski. Cette lunette, placée sur le télescope, et mise en accord avec lui, pouvait être consultée en un instant.

(2) M. Prazmowski a signalé ce fait dans ses observations polariscopiques de l'éclipse du 17 juillet 1860.

une auréole de cette nature présenterait un aspect incessamment variable pendant les diverses phases de la totalité ; dissymétrique au début, elle se modifierait avec le mouvement de la Lune, et tendrait à prendre une figure semblable autour de notre satellite, quand le disque de celui-ci déborderait également partout celui du Soleil. Enfin, à partir de cet instant, cette auréole repasserait par les phases inverses jusqu'à la réapparition du Soleil.

Or, rien de semblable ne se produit à Shoolor, la structure générale de la couronne reste semblable à elle-même pendant la durée de la totalité (4).

Quant à l'hypothèse d'une auréole produite par une atmosphère lunaire, il n'est pas nécessaire de s'y arrêter. On sait aujourd'hui que s'il existe à la surface de notre satellite une couche gazeuse, elle doit être si peu étendue qu'il lui serait impossible de reproduire le phénomène grandiose de la couronne.

Notre atmosphère ne pourrait pas davantage être invoquée comme cause du phénomène, mais il est évident qu'elle joue un grand rôle dans les aspects particuliers que la couronne peut présenter en diverses stations, suivant l'état du ciel en ces stations. Elle agit comme cause modificative mais non productrice.

Passons maintenant aux observations spectroscopiques.

La couronne présente les raies de l'hydrogène, et, en certains points, jusqu'à 12 et 15 minutes d'arc de hauteur. Cette observation est certaine. La précision des échelles spectroscopiques, l'habitude que nous avons de ces déterminations, enfin le soin qui a été pris dans la troisième observation de comparer les raies de la couronne à celles d'une protubérance dont elles formaient les prolongements rigoureux, ne laissent aucun doute sur ce fait. Mais si la couronne présente les raies de l'hydrogène, nous devons nous adresser cette question capitale.

(4) Il est bien évident toutefois que cette constance d'aspect ne se rapporte qu'à des points de structure générale assez éloignés du Soleil pour n'être pas influencés par les variations d'éclairement résultant des déplacements de la Lune relativement aux régions basses et lumineuses de la chromosphère.

Cette lumière est-elle émise ou réfléchié ?

C'est la constitution du spectre coronal qui va nous répondre.

Si la lumière de la couronne est réfléchié, cette lumière ne peut avoir qu'une origine solaire : elle provient de la photosphère et de la chromosphère, et son spectre doit être celui du Soleil, c'est-à-dire, à fond lumineux avec des raies obscures. Or, telle n'est point la constitution du spectre coronal ; celui-ci nous présente les raies de l'hydrogène se détachant fortement sur le fond ; après la raie verte (dite 4474) c'est la manifestation qui prime dans le phénomène. Il faut en conclure que le milieu coronal brille par lui-même, en grande partie au moins, et qu'il contient de l'hydrogène incandescent.

Ce premier point est nettement établi. Mais est-ce à dire que toute la lumière de la couronne soit de la lumière d'émission. Evidemment non ; et, sur ce point, une observation délicate d'analyse spectrale et la polarisation peuvent nous instruire.

En effet, le spectre de la couronne m'a présenté, outre ses raies brillantes, plusieurs raies obscures du spectre solaire : la raie D et quelques-unes dans le vert. Ce fait accuse la présence de la lumière réfléchié. On pourrait demander pourquoi les principales raies fraunhoferiennes se réduisent ici à la ligne D. Il faut remarquer que le spectre coronal, n'étant pas très-lumineux, est surtout perceptible dans sa partie centrale, et que, dans cette partie, les raies C, F etc., sont remplacées par des lignes brillantes. Dans ces conditions, c'est la ligne D qui restait la seule importante ; aussi est-ce sur elle que j'avais dirigé surtout mon attention. Quant aux lignes plus fines, elles étaient beaucoup plus difficiles à apercevoir, fait qui s'explique très-naturellement par l'ouverture assez large que j'avais été obligé de donner à la fente du spectroscopé.

La constatation des raies fraunhoferiennes dans le spectre de la couronne est délicate ; elle n'a pas été obtenue par les autres observateurs. Ce fait s'explique, et par la grande pureté du ciel à Shoolor, et par la puissance de mon instrument. Je ne doute pas que l'observation ne soit confirmée par les astronomes qui se trouveront dans des conditions aussi favorables.

La présence de la lumière solaire réfléchié dans le spectre

de la couronne a une grande importance ; elle montre la double origine de cette lumière coronale ; elle explique des observations de polarisation qui paraissent inconciliables (1), mais surtout elle fait comprendre comment la lumière solaire formant en quelque sorte le fond du spectre de la couronne, on a pu croire ce spectacle continu, et l'on sait que cette circonstance a été jusqu'ici le grand obstacle qui s'opposait à ce qu'on considérât la couronne comme étant de nature entièrement gazeuse. Les phénomènes de polarisation présentés par la couronne sont comme effet dominant ceux de la polarisation radiale ; ce qui montre que la réflexion a lieu principalement dans la couronne, et que celle qui peut se produire dans notre atmosphère n'est que secondaire. La polarisation s'accorde donc ici avec mon observation des raies fraunhoferiennes ; mais, pour que l'accord soit complet, il faut que l'analyse polariscopique puisse nous montrer, comme l'analyse spectrale, que la lumière de la couronne n'est que partiellement réfléchie. C'est ce qui arrive. Nous avons vu, en effet, que près du limbe de la Lune, où la lumière coronale est la plus vive, la polarisation paraît moins prononcée qu'à une certaine distance. C'est que, dans ces régions inférieures, l'émission est si forte qu'elle masque la réflexion, et que celle-ci n'apparaît avec ses caractères propres que dans les couches où elle peut reprendre une certaine importance relative.

Ainsi, les deux analyses spectrale et polariscopique bien interprétées s'accordent sur cette double origine de la lumière coronale, et toutes les observations se réunissent pour démontrer l'existence de ce milieu circumsolaire.

Ce milieu se distingue, et par sa température, et par la densité de la chromosphère dont la limite, en outre, est parfaitement tranchée, ainsi que le témoignent tous les dessins des protubérances et de la chromosphère. Il y a donc lieu de lui donner un nom. Je propose celui d'*enveloppe* ou d'*atmo-*

(1) Si l'on consulte l'histoire des éclipses, on verra que les observateurs ont obtenu souvent des résultats contraires, ce qui avait jeté ce genre d'observation dans une sorte de discrédit. Mais si l'on discute ces observations en tenant compte de la double nature de la lumière de la couronne et des effets de notre atmosphère on pourra lever la plupart des difficultés.

sphère coronale, pour rappeler que les phénomènes lumineux de la *couronne* lui doivent leur origine.

La densité de l'atmosphère coronale doit être excessivement faible. En effet, on sait que le spectre de la chromosphère dans ses parties supérieures est celui d'un milieu hydrogéné excessivement raréfié; or, comme le milieu coronal, d'après les indications spectrales, doit être infiniment moins dense encore, on voit à quelle rareté ce milieu doit atteindre. Cette conclusion est encore corroborée par les observations astronomiques. La science a enregistré le passage des comètes à quelques minutes seulement de la surface du Soleil; ces astres ont dû traverser l'atmosphère coronale, et cependant, malgré la faiblesse de leur masse, elles ne sont pas tombées sur le Soleil.

J'ajouterai ici, touchant la constitution de l'atmosphère coronale, quelques idées qui ne découlent pas d'une manière rigoureuse de mes observations, mais qui me paraissent très-probables, et sur lesquelles, du reste, l'avenir pourra prononcer.

J'ai dit à propos des observations dans la lunette que la couronne s'était présentée à Shoolor avec une forme à peu près carrée, et qu'on y distinguait comme de gigantesques pétales de fleur de *Dahlia*. Il est de fait, qu'à chaque éclipse, la figure de la couronne a varié. Souvent elle s'est présentée avec les apparences les plus bizarres. Je dirai tout d'abord que ce milieu, incontestablement reconnu maintenant, et que je propose de nommer l'*atmosphère coronale*, ce milieu, dis-je, ne représente fort probablement pas toute l'auréole que nous apercevons pendant les éclipses totales. Il est très-admissible, suivant les idées de M. Faye, que des portions d'anneaux ou des traînées de matière cosmique deviennent alors visibles et viennent ainsi compliquer la figure de la couronne. Il appartiendra aux futures éclipses de nous instruire à cet égard. Mais en se bornant même au milieu coronal, il est incontestable qu'il se présente avec des formes singulières, et qui rappellent bien peu l'idée qu'on se forme d'une atmosphère en équilibre. Or, je suis porté à admettre que ces apparences sont produites par des traînées de matière plus lumineuse et plus dense, amenée des couches inférieures et sillonnant ce milieu tourmenté. Les jets protubérantiels qui

vont porter l'hydrogène à de si grandes hauteurs doivent avoir une part importante dans ces phénomènes. Il y aura à examiner en outre si le Soleil, qui exerce une action si manifeste sur les comètes, ne peut pas avoir une influence particulière sur ce milieu coronal dont la densité est tout à fait comparable à celle des milieux cométaires.

Il est donc très-probable que l'atmosphère coronale, comme la chromosphère, est très-tourmentée, et qu'elle change de figure assez rapidement, ce qui expliquerait comment elle s'est présentée sous des apparences si différentes chaque fois qu'elle a pu être observée.

En résumé, j'ai pu constater à Shoolor, par des observations certaines et concordantes, que la couronne solaire présente les caractères optiques du gaz hydrogène incandescent, que ce milieu très-rare s'étend à des distances très-variables du Soleil depuis un demi-rayon de l'astre environ jusqu'au double en certains points (ce qui donnerait des hauteurs de 80 à 160000 lieues de 4 kilomètres; mais je ne donne ces chiffres que comme résultats d'une observation, et non comme définitifs. Il est bien certain d'ailleurs que la hauteur de la couronne doit être incessamment variable).

Ce résultat semble faire faire un pas considérable au problème général de la couronne. Si nos émules étrangers n'ont pas obtenu un résultat aussi décisif (1) que ceux de la mission française, je crois qu'il faut l'attribuer à la pureté tout exceptionnelle du ciel dans la station que j'avais choisie avec tant de soins, et aussi à l'ensemble des dispositions optiques qui ont donné au phénomène lumineux qu'il s'agissait de saisir, une puissance exceptionnelle.

Sur le travail interne dans les gaz à température constante, par
M. J. Moutier.

Lorsqu'un gaz éprouve une variation de volume à une température constante, il y a lieu de rechercher si cette trans-

(1) M. Respighi a fait à Poodookotah de très-belles observations spectroscopiques qui confirment les miennes; seulement il a trouvé une hauteur de couronne beaucoup plus petite, ce qui s'explique, suivant moi, par le pouvoir lumineux, moins grand, de son instrument.

formation est accompagnée d'un travail interne. Pour résoudre cette question, il faudrait connaître la valeur exacte du coefficient de dilatation des gaz parfaits ou la position du zéro absolu.

Si l'on considère, en effet, un kilogramme de gaz à la pression p , à la température absolue T , la quantité de chaleur nécessaire pour effectuer une transformation élémentaire, caractérisée par un accroissement de volume dv à la température T , est, d'après le théorème de Carnot,

$$dQ = AT \frac{\alpha}{4 + \alpha f} pdv,$$

en appelant t la température en degrés centigrades, qui correspond à la température absolue T , α le coefficient de dilatation du gaz sous volume constant, A l'équivalent calorifique du travail.

Dans cette transformation, la chaleur consommée par le travail externe est $Apdv$; la chaleur consommée par le travail interne est $dU = dQ - Apdv$.

Pour savoir si dU diffère de zéro, il faudrait donc connaître T , c'est-à-dire la position du zéro absolu, qui est intimement liée au coefficient de dilatation des gaz parfaits; jusqu'à présent, l'on ne connaît aucun gaz que l'on puisse regarder, en toute rigueur, comme un gaz parfait.

La détermination du zéro absolu n'est plus nécessaire, lorsqu'on se propose simplement de comparer les valeurs du travail intérieur dans le cas particulier où deux gaz pris à la même température et à la même pression éprouvent, à cette même température, un même changement de volume.

Supposons, pour plus de simplicité, les deux gaz à la température de la glace fondante; désignons par dU' la chaleur consommée par le travail intérieur, par α' le coefficient de dilatation, sous volume constant, pour le second gaz.

On a, d'après ce qui précède :

$$dU' - dU = (\alpha' - \alpha) ATpdv.$$

Ainsi, lorsque deux gaz éprouvent à zéro une même transformation élémentaire, la différence des travaux intérieurs est pro-

portionnelle à la différence des coefficients de dilatation, sous volume constant, des deux gaz.

En consultant le tableau des coefficients de dilatation, à volume constant, de divers gaz, dressé par M. Regnault, on reconnaît immédiatement que le travail interne, à température constante, est beaucoup plus grand pour les gaz liquéfiables que pour les gaz permanents.

Les vapeurs saturées, dans les basses températures, se rapprochent beaucoup des gaz permanents, d'après les recherches de MM. Clausius et Zeuner; il est donc probable, d'après ce qui précède, que le travail interne, dans les vapeurs à basse température, est du même ordre que dans les gaz permanents.

Remarques sur un Poisson de la collection du Muséum rapporté au genre APRION, par M. Léon Vaillant.

Il existe dans les collections du Muséum un Poisson envoyé de Bourbon, en 1835, par Dussumier, dont l'examen me paraît prêter à quelques remarques intéressantes sur deux genres établis par Cuvier et Valenciennes, dans leur famille des Percoides, les genres *Etelis* et *Aprion*, dont les représentants sont restés rares jusqu'ici. Une étiquette authentique attribuée à M. Valenciennes porte, avec les renseignements de localités, *Aprion brevirostris*, Cuv. Val. suppl^t XI; ces indications paraissent renvoyer à la grande Histoire des Poissons, mais les recherches que j'ai pu faire et qu'il est facile de répéter, vu l'ordre adopté dans cet ouvrage, ne m'ont amené à aucun résultat et je suppose que le renvoi a été fait en prévision d'une note que Valenciennes aura négligé de publier. D'un autre côté, dans sa faune ichthyologique de l'île de la Réunion, M. Guichenot (1) a reproduit ce nom spécifique sans l'accompagner d'ailleurs d'aucune réflexion ou indication bibliographique.

En étudiant ce Poisson et le comparant aux espèces voisines que j'ai eues à ma disposition, je suis arrivé à conclure que les genres *Etelis* et *Aprion* sont, comme l'avaient

(1) Annexe C de l'ouvrage de M. Maillard, p. 24, n° 35.

pressenti Cuvier et Valenciennes, très-voisins l'un de l'autre, en second lieu que cet *Aprion brevirostris* appartient plutôt au genre *Etelis*.

Si l'on se reporte aux caractères donnés dans l'Histoire des Poissons ou dans l'ouvrage de M. Günther, qui ne paraît connaître le second de ces genres que par les renseignements empruntés aux auteurs, on voit que les plus saillants sont la dorsale double ou simple, et le préopercule dont le bord est denticulé ou lisse. L'*Aprion brevirostris* fait précisément passage, car ses deux dorsales ne sont pas distinctes et son préopercule est visiblement denticulé sur les bords postérieur et inférieur; toutefois, par la forme du museau et des écailles, la longueur de ses nageoires, il est évidemment plus proche de l'*Etelis carbunculus* que de l'*Aprion virescens*, et, pour mieux préciser les caractères, je proposerai pour les deux genres les diagnoses suivantes :

Genre *Etelis*, Cuv. et Val. — Sept rayons branchiostéges. Museau court, au plus égal au diamètre antéro-postérieur de l'œil. Dents villiformes avec des canines très-saillantes; des dents vomériennes et palatines. Préopercule denticulé sur tout son pourtour. Deux dorsales subcontinues ou continues. Pectorales allongées ayant au moins les quatre cinquièmes de la longueur de la tête. Caudale fortement fourchue. Écailles cténoïdes à bord postérieur présentant un lobe en dent saillante en son milieu.

Le seul caractère qui s'écarte un peu de ceux donnés par les auteurs est relatif à la nageoire dorsale. Je me suis assuré, sur le type même décrit par Cuvier et Valenciennes, que la distinction des deux nageoires est beaucoup moins accusée que ces auteurs ne l'ont figuré. En réalité, la portion épineuse s'abaisse il est vrai notablement chez l'*Etelis carbunculus*, mais la membrane qui unit cette portion à la portion molle, a encore une certaine hauteur. La forme des écailles mérite, je crois, d'être prise en sérieuse considération, ainsi que la longueur des nageoires pectorales.

Genre *Aprion*, Cuv. et Val. — Sept rayons branchiostéges. Museau allongé notablement supérieur au diamètre antéro-postérieur de l'œil. Dents villiformes avec des canines très-saillantes; des dents vomériennes et palatines. Opércule entier ou à peine festonné sur son pourtour. Une seule dor-

sale. Pectorales courtes, inférieures à la moitié de la longueur de la tête. Caudale fortement fourchue. Ecailles cténoïdes à bord postérieur simplement arrondi.

La seule espèce du genre serait l'*Aprion virescens*, Cuv. et Val.

Quant au genre *Etelis* il renfermerait peut-être trois espèces : l'*Etelis carbunculus*, Cuv. et Val. qui est le type, l'*Etelis coruscans* décrit sommairement par M. Valenciennes, en 1862, mais qui ne m'en paraît pas moins distinct, enfin l'espèce que je propose de retirer du genre *Aprion*, et qui porterait le nom d'*Etelis brevirostris*, Cuv. et Val. Le tableau suivant indique les principales différences qui séparent ce dernier de l'espèce typique.

Etelis carbunculus.

1° Rapport de la longueur à la plus grande hauteur :: 4 : 1 environ.

2° Nageoire dorsale épineuse allant visiblement en décroissant par suite de la grande différence de hauteur des rayons; le troisième, qui est le plus développé, mesure 35^{mm}, et le neuvième seulement 14^{mm}. Dernier rayon de la dorsale molle le plus court.

3° Extrémité postérieure du maxillaire atteignant la hauteur du centre de la pupille.

4° Ligne latérale légèrement courbe.

5° Ecailles. 6 — 51 — 14.

Etelis brevirostris.

1° Rapport de la longueur à la plus grande hauteur :: 5 : 1.

2° Portion épineuse de la nageoire dorsale s'abaissant peu, la différence de hauteur entre les rayons étant moins sensible le quatrième, qui est le plus développé, mesure 20^{mm}, et le neuvième 14^{mm}. Dernier rayon de la dorsale molle le plus long prolongé en une sorte de fouet.

3° Extrémité postérieure du maxillaire atteignant la hauteur du bord antérieur de la pupille.

4° Ligne latérale droite.

5° Ecailles. 8 — 64 — 15.

On voit que la différence principale est la forme de la nageoire dorsale; elle me paraît suffisante, jointe au nombre des écailles, pour regarder ces deux espèces comme distinctes.

bien que, vu la taille des exemplaires (l'un mesure 0^m,32 de long, et le second seulement 0^m,18), on puisse se demander si l'on n'a pas sous les yeux des âges différents d'une seule et même espèce; c'est ce que des études faites sur un plus grand nombre d'individus pourront seules décider.

Séance du 8 février 1873.

Sur la coloration des racines aériennes de deux Orchidées,
par M. A. Bertrand.

Il y a déjà quelques années, une discussion très-vive s'engageait entre deux botanistes éminents, le professeur Schleiden et le professeur Oudemans au sujet de la coloration blanche des racines aériennes de certaines plantes monocotylédones. La question ne fut point résolue, car les faits apportés par chacun des deux adversaires n'étaient ni assez nombreux, ni surtout assez probants.

Dans cette courte note, je signalerai à l'attention des botanistes les résultats de mes observations sur deux Orchidées, bien différentes l'une de l'autre, et cependant bien faciles à se procurer toutes deux; ce sont: *Vanilla planifolia*, et *Dendrobium cucullatum*.

Racines aériennes de *Vanilla planifolia*. — Si l'on fait l'anatomie d'une racine aérienne de *Vanilla planifolia*, on trouve au centre de cet organe un axe fibro-vasculaire plein, et, autour de cet axe une couche épaisse d'écorce primaire. Entre l'axe fibro-vasculaire et l'écorce primaire, il n'y a point de méristème, par conséquent l'accroissement en largeur de la racine aérienne est limité. L'écorce primaire est recouverte par une couche épidermique composée d'un rang de cellules seulement. Les cellules épidermiques à parois toujours minces sont recouvertes d'une mince cuticule et émettent pour la plupart vers l'extérieur de longs prolongements en forme de poils simples, rarement bicéphales et dont la cavité, comme celle de la cellule épidermique à

laquelle ils appartiennent, est pleine d'air. Dans ce type la coloration blanche est due à l'air contenu dans les cellules épidermiques dont les parois ne sont point spatulées. Jamais dans ce type on ne rencontre la *couche épidermoïdale* de MM. Oudemans et Schleiden.

Racines aériennes de *Dendrobium cucullatum*. — Le centre de la racine aérienne de *Dendrobium cucullatum* est occupé par un axe fibro-vasculaire. Autour de cet axe est une couche épaisse d'écorce primaire, et, là, comme dans le cas précédent, l'absence de méristème entre l'axe fibro-vasculaire et l'écorce montre que l'accroissement en largeur de la racine est très-limité. Dans le premier âge, l'écorce primaire est composée de petites cellules gorgées de protoplasma et de chlorophylle; et elle est recouverte d'une couche épidermique formée d'un seul rang de cellules à parois épaisses gorgées d'un liquide jaune orange caractéristique. Cet épiderme est caché sous une cuticule assez épaisse. Poursuivons la jeune racine dans les phases successives de son développement. Les parois des cellules épidermiques sont partiellement résorbées; les cellules meurent et s'emplissent d'air; et sur la paroi cellulaire restante on remarque une ou deux spirales, quelquefois même il y en a 4. Pendant que ce travail de résorption s'effectue, la couche de cellule de l'écorce primaire qui est sous l'épiderme grandit rapidement, épaissit ses parois et revêt les caractères physiques d'un épiderme accessoire; bientôt les parois de ces cellules se résorbent partiellement, il ne reste plus qu'une mince membrane cellulaire recouverte d'une ou plusieurs spirales d'épaississement; enfin ces cellules meurent et s'emplissent d'air. Les cellules du second rang de l'écorce primaire vont présenter les phénomènes que nous venons de constater pour les cellules du premier rang. Et il en sera ainsi jusqu'au moment où toutes les cellules de l'écorce primaire auront subi les mêmes transformations.

Quelquefois les 2 ou 3 derniers rangs de l'écorce primaire échappent à cette métamorphose.

Cette couche épidermoïdale accessoire ne porte jamais de stomate contrairement à l'assertion de M. Schleiden. Mais il arrive souvent que lorsqu'on observe la coupe mince dans la potasse caustique, le contenu granuleux de certaines cellu-

les de la couche épidermoïdale se colore en brun ; c'est là très-certainement ce qui a fait regarder ces cellules comme étant des cellules stomatiques par le savant professeur. M. Oudemans avait déjà signalé cette erreur ; de là venait le nom de *membrane épidermoïdale* qu'il donnait à cet épiderme secondaire désigné par M. Schleiden sous le nom de couche épidermique.

En résumé, la coloration blanche des racines aériennes des deux Orchidées que nous venons d'étudier est due à l'air contenu dans les cellules qui sont à la surface de ces organes ; mais il y a lieu de distinguer déjà dans les racines aériennes des Orchidées deux types bien distincts, le type *Vanilla* d'une part, le type *Dendrobium* d'autre part. Pour éclaircir complètement cette question, de nouvelles études sont nécessaires, de nombreux faits encore inconnus doivent être réunis.

Sur quelques espèces fossiles de l'ordre des Thysanoptères,
par M. Oustalet.

Dans le courant de l'année dernière j'ai eu, à deux reprises, l'honneur de présenter à la Société quelques observations sur les Insectes fossiles des terrains tertiaires de la France. Depuis lors la première partie de mes recherches sur ce sujet, relative aux Insectes fossiles de l'Auvergne, a paru dans les *Annales des Sciences géologiques* et dans la *Bibliothèque de l'école des Hautes-Etudes*, et la deuxième partie, comprenant l'étude des Coléoptères fossiles d'Aix en Provence, est terminée et sera incessamment publiée ; je passerai ensuite en revue les Insectes des autres ordres, Orthoptères, Névroptères, Hémiptères, Hyménoptères, Diptères et Lépidoptères découverts dans le même gisement. Mais quoique depuis près de quatre ans je n'aie cessé de m'occuper de cette étude, je ne puis encore prévoir le moment où elle sera terminée ; aussi, en attendant la fin de mon travail, je demanderai la permission d'exposer, au fur et à mesure, les résultats qui me seront fournis par l'examen de

certains types particulièrement intéressants. L'œuvre que j'ai entreprise est essentiellement une œuvre de patience, et nécessite, comme du reste la plupart des recherches paléontologiques, la réunion de nombreux matériaux; aussi me suis-je attaché à rassembler, de côté et d'autre, le plus de documents possible sur la question qui m'occupait. Je dois dire que j'ai rencontré partout la plus extrême obligeance chez toutes les personnes à qui je me suis adressé pour avoir communication des échantillons qu'elles avaient en leur possession ou qui étaient placés sous leur garde. C'est ainsi que j'ai pu étudier à loisir non-seulement la riche collection du Muséum d'histoire naturelle de Paris, mais celle, peut-être encore plus nombreuse, du Muséum de Marseille, celle de la Faculté des sciences de la même ville, celle du Musée de Lyon, la collection particulière de M. le comte de Saporta, les Insectes recueillis par M. Marion, M. Fille, etc., etc. Dernièrement encore M. le professeur Heer, de Zurich, qui a fait sa spécialité de l'étude des plantes et des Insectes fossiles, et qui a publié de si remarquables travaux sur Oeningen et Radoby, a eu la bonté de m'envoyer les types de sa collection, dont quelques-uns sont encore inédits, mais dont la plupart ont fait l'objet d'une notice insérée dans le *Vierteljahrschrift (der Naturforschenden Gesellschaft)* de Zurich 4^{re} année, 4^{re} livraison; de telle sorte qu'à l'heure actuelle, j'ai eu à ma disposition près de 4000 échantillons. Or, sur cette nombreuse série d'Insectes fossiles, j'ai pu faire une remarque assez curieuse, c'est qu'en général ce sont les espèces les plus petites qui sont les mieux conservées, et celles aussi dont l'étude est la plus facile. En effet, en soumettant ces petits êtres à l'examen microscopique, on peut reconnaître, presque aussi bien que sur des Insectes vivants, les moindres détails de leur structure, tels que la nervation des ailes et l'articulation des antennes. Parmi les Insectes fossiles qui se prêtent le mieux à ce genre d'investigation, je dois citer surtout quelques individus appartenant au groupe des *Thrips*.

Sous le nom de *Thrips*, Linné désignait un genre composé de quelques espèces remarquables par leur taille microscopique, par les pièces libres, mais extrêmement grêles de leur bouche, et surtout par leurs ailes semi-coriaces, par -

courues par un très-petit nombre de nervures et ornées sur les bords de franges très-élégantes. En 1744, de Geer avait signalé ces petits êtres sous le nom de *Physapus* (1), mais la plupart des naturalistes, Geoffroy, Olivier, Fabricius, Latreille, etc., adoptèrent le genre établi par Linné et le rangèrent parmi les Hémiptères. Cependant, dès 1817, Latreille disait, à propos des *Thrips*: *Genus singulare, forte proprii ordinis* (2); aussi, dans sa *Zoologie analytique* (3), M. Dumeril se décida-t-il à constituer pour ces Insectes une famille à part sous le nom de *Physopoda*; mais ce n'est qu'à une époque relativement récente, en 1838, que M. Haliday, naturaliste anglais, a proposé d'établir, en faveur des *Thrips*, un ordre spécial, celui des *Thysanoptères* (4). Il est certain en effet que par les principaux traits de leur organisation les *Thrips* s'éloignent beaucoup des Hémiptères, et méritent, dans la classe des Insectes, une place toute particulière; quelques naturalistes cependant sont disposés à les rapprocher des Névroptères. Aujourd'hui, grâce aux travaux de M. Haliday, de M. Burmeister (5), de MM. Amyot et Audinet-Serville (6), et surtout grâce aux recherches consciencieuses et vraiment admirables d'un entomologiste viennois, M. Ernst Heeger (7), on commence à avoir quelques notions sur les caractères et sur le genre de vie de différentes espèces de ce groupe; mais ces renseignements ont trait surtout à des espèces européennes, qui vivent en Angleterre, en France et en Autriche, et on n'a décrit jusqu'à présent, je crois, qu'une seule espèce exotique, le *Thrips Schottii* Heeger qui a été rapporté du Brésil par M. Schott. Il n'est pas étonnant du reste que ces Insectes, par leur extrême petitesse, n'aient échappé à l'attention des entomologistes voyageurs.

L'ancien genre *Thrips* de Linné a été subdivisé par les

(1) *Act. Holm.*

(2) *Regn. anim.* 1829. II, p. 226.

(3) P. 267.

(4) *Entomol. Magaz.* t. III, p. 439.

(5) *Man. d'entom.* t. II. Part. 2, p. 404-418.

(6) *Suites à Buffon, Hémiptères.* (Appendice).

(7) *Sitzungsbericht der Math. Nat. Classe des k. k. Akademie des Wissensch.* 1852, vol. VIII, IX et XIV.

auteurs modernes en un assez grand nombre de genres secondaires sur lesquels je n'ai pas à insister ; je me contenterai de dire que M. Haliday range ces Insectes en deux grands groupes, les *Stenelytra* Halid. ou *Stenoptera* Burm., qui ont les ailes sans nervures transverses et la tarière de la femelle recourbée *en dessous*, et les *Coleoprata* Halid., qui ont les ailes pourvues d'une ou plusieurs nervures transverses et la tarière de la femelle recourbée *en dessus*.

C'est dans cette dernière catégorie que doit se ranger un petit Insecte fossile, de 2 millimètres de long, que j'ai découvert dans la collection du Muséum de Marseille, et qui est dans un état de conservation vraiment admirable. En m'aidant d'un grossissement suffisant, j'ai pu l'étudier en détail, et en prendre, à la chambre claire, un dessin très-exact. La coloration générale est un brun van-dyck tirant au noir, les antennes, les poils et les nervures des ailes sont d'une nuance plus claire. Les antennes, très-rapprochées l'une de l'autre à la base, sont composées de 7 ou 8 articles dont les premiers sont de forme légèrement conique et dont le dernier ou les deux derniers vont en se rétrécissant de manière à constituer une pointe aiguë. La tête est écrasée, et les yeux ne sont pas distincts ; le prothorax qui se confond en avant avec la tête est assez court, et arrondi sur les côtés ; le mésothorax est renflé au niveau de l'insertion des ailes, et sensiblement plus large que la tête, le métathorax au contraire est fortement étranglé. L'abdomen, rétréci à la base, s'élargit bientôt et reste cylindrique sur la plus grande partie de sa longueur, mais en arrière il diminue insensiblement de largeur et se termine par une portion conique au bout de laquelle on distingue un faisceau de soies. Les anneaux, assez nombreux, qui constituent la région abdominale, sont en général assez nettement séparés les uns des autres et présentent encore çà et là, sur leur bord postérieur, une ou deux soies roides. Le long du deuxième segment on distingue les cuisses postérieures, fortement renflées, qui sont collées contre le corps ; une des cuisses antérieures s'aperçoit également à côté du prothorax. Mais ce qu'il y a de plus intéressant dans ce petit animal, ce sont les ailes qui sont étalées de chaque côté du corps ; elles sont au nombre de 4, de forme allongée, avec les bords presque parallèles et le sommet à peine acuminé,

et de grandeur inégale, les supérieures étant sensiblement plus longues et plus larges que les inférieures; en outre celles de la première paire sont parcourues par quelques nervures et sont garnies de soies courtes le long de leur bord antérieur et de soies beaucoup plus développées sur leur bord postérieur, ces soies atteignant leur maximum de longueur à peu de distance du sommet. Les ailes de la deuxième paire au contraire sont totalement dépourvues de nervures et ne sont ciliées, au moins d'une manière distincte, que sur leur bord interne. La nervation des ailes supérieures consiste essentiellement en deux grandes nervures parallèles qui traversent la surface d'un bout à l'autre, et en une nervure transverse, perpendiculaire aux deux autres, et située tout près du milieu de l'aile; mais il est fort possible qu'il y ait eu primitivement, dans le voisinage des bords, une ou deux autres nervures transverses que la fossilisation aura fait disparaître.

Si nous essayons maintenant de comparer notre Insecte fossile aux Thysanoptères de l'époque actuelle, nous trouvons qu'il ressemble à la fois à deux genres européens, le genre *Melanothrips* Burm., et le genre *Aeolothrips* Halid.; il rappelle beaucoup le premier par la forme des diverses parties du thorax, ainsi que par la configuration et l'ornementation des ailes, mais il s'en éloigne par la forme presque cylindrique de l'abdomen et surtout par la structure des antennes dont les articles sont plus allongés et moins nombreux que dans les *Melanothrips*; en revanche, par ce dernier caractère il se rapproche du genre *Aeolothrips*, avec lequel du reste il ne saurait être confondu. Ne pouvant assimiler ce Thysanoptère fossile à aucun des genres actuellement existants, je suis donc forcé de créer pour lui un genre nouveau, que j'appelle *Calothrips*, et je dédie l'espèce, unique jusqu'à présent, qui compose ce genre, *Calothrips Scudderii*, mihi, à mon honorable ami, M. S. Scudder, de Boston, qui le premier m'a mis sur la voie des véritables affinités de cet Insecte.

En passant en revue la collection que M. le professeur Heer a eu l'extrême obligeance de me communiquer, j'y ai remarqué deux autres *Thrips*, étiquetés *Thrips antiqua*, et en les étudiant au microscope j'ai reconnu non-seulement qu'ils

différait considérablement de l'espèce que je viens de décrire, mais encore qu'ils n'étaient pas semblables entre eux et qu'ils ne se rapportaient exactement ni l'un ni l'autre à la description et à la figure de *Thrips antiqua*, données par M. Heer dans sa Notice sur les Insectes fossiles d'Aix en Provence (1). Il est donc probable que la description et les figures ont été faites d'après d'autres types que ceux que j'ai sous les yeux et qui me paraissent avoir été rapportés à tort à la même espèce. Voici du reste, en deux mots, le signalement de ces deux spécimens, qui présentent les mêmes dimensions que celui du Musée de Marseille, c'est-à-dire 1^{mm},75 à 2^{mm}.

Dans le premier la tête, assez peu distincte, est arrondie en avant, et surmontée de deux antennes dont les articles basilaires sont effacés. Les articles médians, au nombre de 5 ou 6, sont très-courts et de forme conique, les articles terminaux, qui vont en diminuant de grosseur, sont au nombre de 3 ou 4 et dessinent une pointe assez aiguë. Les différentes parties du thorax sont plus ou moins confondues, néanmoins elles paraissent avoir eu à peu près la même configuration que dans une espèce actuelle, *Thrips vulgatissima* Halid. Les cuisses médianes sont robustes et fortement renflées. L'abdomen présente 5 ou 6 anneaux assez nettement séparés les uns des autres et ornés sur leur bord antérieur, comme dans une espèce de l'ambre, *Thrips annulata* Menge, d'une double strie transversale formant liseré. Ces anneaux, sauf le premier, ont tous à peu près la même hauteur, et vont en s'élargissant jusque vers le milieu de l'abdomen pour diminuer ensuite graduellement. Tout contre le corps on distingue quelques vestiges de l'une des ailes, qui n'atteignait pas à beaucoup près l'extrémité de l'abdomen, et qui était ornée de soies allongées le long de ses deux bords. Tout l'insecte est d'un brun van-dyck tirant au noir; les antennes, les poils et le bord des ailes sont d'une nuance plus claire. Je propose de désigner ce spécimen sous le nom de *Thrips obsoleta* mihi.

L'autre individu, de même taille et de même couleur que

(1) Foss le Insekten von Aix. *Vierteljahrsh. des Naturf. Gesellsch.* I. 4^{re} part. p. 27, fig. 9 et 10.

le précédent, ressemble à une Fourmi microscopique; il est entièrement dépourvu d'ailes, ce qui le différencie nettement de l'Insecte figuré et décrit par M. Heer (4). Pourtant ce n'est point une larve, car il a une coloration foncée qui annonce des téguments de consistance cornée. C'est évidemment un *Thrips* aptère, peut-être un *Phloeothrips*, quoique dans ce dernier genre le thorax soit beaucoup plus court que dans l'individu que je considère. Celui-ci a les antennes menues et composées d'articles allongés et fusiformes; on n'en distingue que cinq ou six, mais il y en avait probablement davantage. La tête est penchée, terminée en dessous par une portion amincie et aplatie en dessus; le front est un peu bombé, et l'œil gros, arrondi et saillant. Le prothorax est court et limité en dessus par une ligne droite; le mésothorax et le métathorax sont confondus en une masse un peu globuleuse, déclive en arrière, comme dans les *Thrips*; l'abdomen est ovoïde, comme celui des Fourmis, mais formé d'un beaucoup plus grand nombre de segments (10 à 11) et se termine en arrière par une pointe aiguë. Les pieds sont fort bien conservés. Les cuisses sont renflées et plus courtes que les jambes qui sont épaissies en massue vers leurs deux tiers inférieurs; enfin les tarsi sont très-grêles.

Cet exemplaire, comme on le voit, diffère considérablement du précédent et ne saurait non plus être assimilé au *Thrips antiqua* de M. Heer, je me décide donc à en faire une espèce nouvelle, que je nomme, à cause de son aspect, *Thrips formicoides*, mihi.

Il y a donc, dans les marnes gypseuses d'Aix en Provence, au moins quatre espèces de *Thrips* fossiles; d'autres gisements, à peu près du même âge, ont fourni également un certain nombre de représentants de cet ordre si curieux des Thysanoptères: ainsi M. Scudda, de Boston, bien connu par ses recherches sur les Insectes-fossiles du terrain devonien et du terrain carbonifère, a découvert récemment, dans des couches tertiaires des montagnes Rocheuses, qui paraissent être contemporaines du gypse d'Aix, plusieurs *Thrips* dont quelques-uns sont dans un état de conservation fort remar-

(4) *L. cit.* p. 27, fig. 9.

quable. Tel est entre autres le *Palaeothrips fossilis* Scudd., dont il a bien voulu me confier un dessin et qui se rapproche aussi par la conformation de ses antennes et l'ornementation de ses ailes des deux genres actuels *Melanothrips* et *Aeolothrips*, sans pouvoir leur être assimilé, pas plus qu'à mon *Calothrips*.

L'ambre renferme aussi assez fréquemment de ces petits Physapodes, et M. Menge, de Dantzig, en a signalé récemment trois espèces qu'il a nommées *Thrips annulata*, Meng., *Thrips sericata*, Meng., *Thrips electrina*, Meng. (1).

Cela porte à huit le nombre des espèces fossiles de cet ordre connues jusqu'à ce jour, et sans vouloir entrer dans des considérations qui m'entraîneraient beaucoup trop loin, je me contenterai d'indiquer que la présence de ces Physapodes dans les terrains tertiaires démontre l'existence, à l'époque correspondante, de fleurs variées, car c'est dans les fleurs, et en particulier dans celles des Résédas, des *Convolvulus*, des Hélianthes, que l'on trouve la plupart des espèces actuelles du groupe des *Thrips*.

Séance du 22 février 1873.

Observations anatomiques sur différents appareils organiques de la Civette (Viverra Civetta, L.), par M. Joanes Chatin.

Appareil circulatoire. — Au point où l'aorte commence à s'incurver, elle donne naissance à un tronc brachio-céphalique qui, après un parcours de 44^{mm}, se sépare en trois branches, qui sont les suivantes, en allant de droite à gauche: 1° l'artère sous-clavière droite; 2° l'artère carotide primitive droite; 3° l'artère carotide primitive gauche.

Quant à l'artère sous-clavière gauche, elle naît isolément sur la courbure aortique, à 6^{mm} de distance du tronc brachio-

(1) *Lebenszeichen vorweltlicher in Bernstein eingeschlossenen Thiere*, par A. Menge. (Programm zur öffentlichen Prüfung des Petrischule, am 17 mars 1856.).

céphalique. Ce mode de division de l'aorte est remarquable, et, sous ce rapport, la Civette est bien différente du Chien, auquel Brandt et Ratzeburg ont cru pouvoir la comparer d'une façon absolue pour tout ce qui a trait au système circulatoire (1).

Poumons. — La Civette n'est point mentionnée dans les longs tableaux où Duvernoy a résumé les caractères offerts par les poumons des Mammifères (2); l'animal décrit ici présentait quatre lobes au poumon droit et deux au poumon gauche, ce qui permet de rapprocher le *V. Civetta* de la Genette et du Suricate et de l'éloigner de la Mangouste, qui possède quatre lobes à droite et trois à gauche.

Estomac. — Il est très-différent de celui du Chien, du Chat et du Suricate (3). Ce viscère est ici réellement tubulaire et présente l'apparence d'un gros cylindre diminuant du cardia au pylore.

Les glandes pessinifères, longues de 1-2^{mm}, sont assez différentes de celles du Chien qui, de tous les Carnassiers, a été le mieux étudié sous ce rapport. Chez cet animal, les glandes de la région moyenne de l'estomac sont constituées chacune par un tronc commun d'où naissent des ramifications dont le nombre varie entre 4 et 9; chez la Civette, au contraire, ces subdivisions sont au nombre de 2 ou 3, rarement on en compte 4-5; leur diamètre est légèrement inférieur de ce qu'il est chez le Chien.

Intestins. — Duvernoy a donné de longs tableaux présentant les dimensions de l'intestin considéré, soit dans son ensemble, soit dans ses différentes parties, et comparé à la longueur du corps (4); la Civette décrite en cette note ayant fourni des résultats assez dissemblables de ceux que Duvernoy indique pour cet animal, je crois qu'il sera peut-être intéressant de comparer ces chiffres entre eux :

(1) Brandt et Ratzeburg, *Medizinische Zoologie*, p. 8.

(2) *Leçons d'anatomie comparée de Cuvier*, 2^e éd. t. VII, p. 156, et suiv.

(3) *id.* t. IV, 2^e partie, p. 38 et Owen's. *Comparative anatomy and physiology of Vertebrates*, t. III, p. 444, fig. 351.

(4) *Loc. cit.*, t. IV, 2^e p., p. 182 et suiv.

<i>Détail des mensurations.</i>	<i>Nombres donnés par Duvernoy.</i>	
	m.	m.
Longueur du corps	0,590	0,459
Longueur de l'intestin grêle.	2,550	2,381
Diamètre moyen de l'intestin grêle. . .	0,017	néant.
Longueur du cœcum	0,040	0,018
Diamètre moyen du cœcum.	0,027	néant.
Longueur du côlon et du rectum	0,443	0,229
Diamètre moyen du côlon et du rectum.	0,018	néant.
Longueur du canal intestinal.	2,693	2,628
Rapport entre la longueur de ce canal et la longueur du corps	<u>4</u>	<u>4</u>
	4,61	5,5

Tout en tenant compte de la différence de taille (1), on remarque que, si la longueur des intestins est représentée ici par un chiffre peu différent de celui donné par Duvernoy, les éléments dont il se compose sont fort dissemblables, dans les deux colonnes qui résument ces observations, en les comparant.

Owen évalue à 1^m,50 la longueur des intestins du Suricate (2); la différence est donc ici fort notable, et l'on arrive aux mêmes conclusions lorsqu'on se reporte aux nombres donnés par Meckel pour divers Viverrins (3).

Certains auteurs ont décrit le cœcum de la Civette comme « très-court, étroit et semblable, pour la forme et la grandeur, au petit doigt de l'homme; » j'ai vainement cherché ces caractères chez l'animal que j'ai disséqué. Le cœcum avait l'apparence d'un gros renflement cylindrique, terminé par une porite obtuse et longue de 55^{mm} sur 32^{mm} de largeur moyenne.

(1) Le chiffre indiqué par Duvernoy semble bien faible comparé aux chiffres donnés par la plupart des zoologistes qui fixent à 0^m,650 et 0^m,700 la longueur du corps de la Civette.

(2) Owen, *loc. cit.*, p. 445.

(3) Meckel, *Traité général d'anatomie comparée*, t. VIII, p. 702.

Foie. — Le foie de la Civette est quinquelobé; la vésicule biliaire est pyriforme et mesure 40^{mm} en longueur et 16^{mm} en largeur moyenne. Le canal cholédoque, long de 58^{mm}, s'étend de la vésicule au duodénum, dans lequel il débouche, à 23^{mm} du pylore, à une certaine distance du canal pancréatique. — Il n'y a point de canaux hépato-cystiques.

Le tissu du foie se compose de lobules arrondis dont le diamètre égale 1^{mm},30 au maximum; ce caractère histologique permet d'éloigner la Civette du Chien, l'un des rares Carnassiers chez lesquels ce diamètre ait été mesuré (1). Les lobules sont séparés les uns des autres par un intervalle qui représente à peu près la sixième partie de leur diamètre; ils se composent de cellules d'un diamètre égal à 0^{mm},016, et, par conséquent, moins développées que dans le foie humain (2). Les glandes situées sur les canaux biliaires se présentent sous l'apparence d'utricules groupées autour d'un axe commun et disposées régulièrement à droite et à gauche de celui-ci; cette disposition semble donc être générale ou fréquente chez les Carnassiers, si l'on se reporte à ce que l'on sait de ces glandes chez le Chien et le Chat (3).

Pancréas. — La portion duodénale du pancréas se continue d'une façon insensible avec la portion caudale. Les canaux sécréteurs se réunissent en un tronc commun qui va s'ouvrir dans le duodénum, à 3^{mm} du canal hépatique, disposition d'autant plus remarquable que l'on accorde généralement aux Carnassiers deux voies pancréatiques distinctes et séparées, disposition bien connue maintenant chez le Chien depuis les belles recherches de M. Claude Bernard (4).

Duvernoy indiquait, chez les Civettes, la fusion des voies biliaires et pancréatiques dans leur portion terminale; je me suis vainement efforcé de trouver cette coalescence; la Civette

(1) « Chez l'Homme, ce diamètre est d'un millimètre et s'élève à 2^{mm}, » chez le Cochon, mais chez le Chien, il ne dépasse pas 0^{mm},45. » Sappey, *Traité d'anatomie descriptive*, 2^e éd., t. IV, p. 313.

(2) *id.* p. 314.

(3) Sappey, *id.* p. 319 et 320, fi. 801, c.

(4) Cl. Bernard, *Mémoire sur le pancréas*. (*Suppléments aux Comptes rendus de l'Académie des sciences*, t. I, pl. 3, fig. 1 et 4.)

se rapprocherait donc de la Mouffette, où le même auteur a vu le canal pancréatique percer le duodénum à 1^{mm} du canal cholédoque.

Les culs-de-sac varient entre 0^{mm},03 et 0^{mm},05. Les canaux sécréteurs ont des parois assez minces; je n'ai pu y découvrir nulle trace d'éléments musculaires (1).

Appareil urinaire. — Les reins sont insérés à des hauteurs différentes, le gauche étant situé plus bas que le droit; leur volume est peu différent. La substance médullaire est formée de canalicules urinifères remarquables par l'étroitesse de leur calibre (ils mesurent 0^{mm},04 dans leur portion moyenne). Les glomérules de Malpighi diffèrent peu de ce qu'ils sont chez l'Homme, la capsule du glomérule ou de Müller est, au contraire, sensiblement plus petite (0^{mm},09 en diamètre) (2).

Les urètres présentent trois tenniques dont la distinction est même ici plus aisée que dans beaucoup d'autres Carnassiers.

La vessie est pyriforme et mesure 52^{mm} en longueur et 33^{mm} en largeur moyenne.

Organes génitaux. — Les testicules sont ovoïdes ou pyriformes, longs de 25^{mm}. La tête de l'épididyme est assez développée. Quant à la queue, elle suit son trajet ordinaire pour se porter en arrière et se continuer avec le canal déférent.

Celui-ci, toujours grêle et flexueux, va s'ouvrir dans la région prostatique de l'urèthre; les recherches de MM. Dumas et Prévost ont d'ailleurs établi que c'est généralement en ce point que débouchent les canaux déférents des Carnivores (3).

(1) Quant à la rate, elle présente, chez la Civette, certaines analogies avec les caractères qu'on lui connaît chez les Félins, mais ne présente pas cet aspect fauciforme devenu classique chez nos Carnassiers domestiques.

(2) Les capsules surrénales ressemblent à deux casques appliqués sur l'extrémité antérieure du rein, chacune mesure 20^{mm} de longueur et 6^{mm} de largeur.

(3) Prévost et Dumas, *Observations relatives à l'appareil générateur mâle*, etc. (Ann. des sc. nat. 1826, t. I, p. 17 et 168.)

On sait que cette famille est l'une de celles où l'on rencontre les plus grandes variations sous le rapport des glandes annexées au canal de l'urèthre; ainsi le Chat a une prostate et des glandes de Cowper, le Putois n'offre aucun de ces organes (1); la Civette, comme le premier de ces animaux, présente ces deux sortes de glandes. Quant aux vésicules séminales, on sait qu'elles font défaut chez les Carnassiers (2).

La prostate est bilobée, sa trame se compose principalement de fibres lamineuses, de fibres cellules et de nerfs. Les culs-de-sac sont larges de 33 millièmes de millimètre en moyenne et plus réduits, par conséquent, que chez l'Homme. Je n'ai pu examiner les éléments épithéliaux, mais j'ai trouvé fréquemment dans les culs-de-sac une matière granuleuse et jaunâtre semblable à celle que l'on trouve souvent dans la prostate humaine (3).

Les glandes de Cowper, longues de 9mm et larges de 5mm, sont enveloppées d'une épaisse couche de muscles striés; leurs culs-de-sac varient entre 0mm,03 et 0mm,05.

Au delà de ces glandes, le canal uréthral se continue en ligne droite jusqu'à la verge; il n'y a point d'os pénil.

(1) Prévost et Dumas, *id.* p. 468, 20 et 47.

(2) Siebold et Stannius, *Traité d'anatomie comparée*, t. II, p. 543.

(3) Chauveau et Arloing, *Traité d'anatomie comparée, des animaux domestiques*, 2^e éd., p. 917.

Séance du 22 mars 1873.

Sur l'étincelle de la bobine de Ruhmkorff,
par M. Cazin.

Cette étincelle se présente fréquemment sous l'aspect d'un faisceau de lignes brillantes sinueuses, jaillissant entre les électrodes. On distingue très bien ces lignes, lorsque les électrodes sont en communication soit avec les armatures d'une bouteille de Leyde, soit avec les armatures extrêmes d'une suite de bouteilles disposées en cascade, et encore, comme M. Guillemain vient de le montrer récemment, avec de grandes surfaces métalliques isolées. L'appareil suivant permet de compter ces étincelles et de mesurer les intervalles de temps qui les séparent.

Un disque portant sur son contour plusieurs perles équidistantes tourne devant l'étincelle. Au moment où l'étincelle éclate, chaque perle produit une succession de points lumineux bien séparés. Chacun de ces points est l'image d'une des lignes lumineuses qui composent l'étincelle, on reconnaît ainsi que le nombre des lignes brillantes diminue, quand on augmente la distance des électrodes. Cette expérience montre que la décharge totale se compose d'une succession de décharges partielles qui caractérise la décharge *oscillante* de M. Feddersen. Ce phénomène est analogue à celui qu'a observé M. Nyland en étudiant les effets mécaniques de l'étincelle d'induction.

Sur l'augmentation de l'étincelle d'induction,

par M. C. M. Guillemain.

Pour obtenir un renforcement de l'étincelle d'induction, il suffit de mettre les deux bouts du fil induit en communication avec deux surfaces métalliques isolées, telles que des lames minces d'étain collées sur du papier, ou mieux des rubans de clinquant de 20 à 25 millimètres de largeur et de 50 mètres de longueur, au moins. Il est bon d'éloi-

gner les différentes parties du ruban métallique les unes des autres et de les relier par des fils de cuivre.

L'étincelle d'induction diminue de longueur, mais elle devient plus lumineuse et se montre formée d'un grand nombre de traits de feu. Le bruit qu'elle fait est aussi augmenté.

En rapprochant ou en éloignant l'une de l'autre les deux pointes entre lesquelles éclate l'étincelle, on tombe sur une longueur pour laquelle l'effet des surfaces métalliques est maximum. Si l'on réduit trop la distance des pointes, l'effet diminue et devient presque nul. L'étincelle est modifiée à peu près comme dans l'expérience bien connue des trois bouteilles de Leyde en cascade, dont les deux armatures extrêmes communiquent avec les deux bouts du fil induit. Dans l'expérience précédente l'étincelle est moins réduite en longueur et augmente plus en largeur que dans cette dernière.

L'effet des lames métalliques isolées est d'autant plus marqué que la bobine est plus forte; c'est ce que j'ai constaté récemment à l'aide d'une bobine très puissante que M. Ruhmkorff avait eu l'obligeance de mettre à ma disposition.

J'ai observé quelques autres phénomènes que j'exposerai dans une prochaine communication, après les avoir de nouveau constatés.

Sur les figures semblables, par M. Grouard.

1. Deux figures semblables situées dans un plan d'une manière quelconque ont toujours un centre de similitude. Cette propriété est le point de départ de plusieurs notes qui ont été insérées en mon nom en 1870 dans le journal *l'Institut*.

Je me suis proposé de faire une étude analogue sur les figures semblables de l'espace; j'en vais faire connaître ici les premiers résultats.

- II

2. La première question à se poser est celle-ci: deux figures semblables de l'espace ont-elles un centre de simili-

tude? Pour y répondre, je remarque :

1° Que les deux figures peuvent être amenées à l'homothétie par une rotation autour d'une droite quelconque parallèle à une certaine direction facile à déterminer.

2° Que pour cela, il faut, quel que soit l'axe de rotation choisi, faire tourner la figure toujours d'un même angle que l'on peut appeler l'*angle des deux figures*.

3° Qu'il existe un plan perpendiculaire à ce système de droites qui coupe les deux figures de l'espace suivant deux sections homologues, c'est-à-dire semblables.

4° Que le centre de similitude de ces deux figures planes est le centre de similitude des deux figures de l'espace.

3. Le rapport des distances de ce point à deux points homologues, à deux droites homologues, à deux plans homologues est constant et égal au rapport de similitude; mais là s'arrêtent les analogies avec les figures planes; l'angle de deux droites homologues n'est pas constant, non plus que l'angle de deux plans homologues.

III

4. Deux figures semblables de l'espace ont donc ce qu'on peut appeler un *centre*, un *axe*, un *plan de similitude*.

Il était utile d'établir cette proposition qui peut surprendre au premier abord, puisque la propriété pareille n'a pas lieu pour deux figures égales.

Cependant il faut remarquer qu'au fond il y a une complète analogie entre la propriété de l'axe de rotation et de glissement et celle de l'axe et du centre de similitude, et que la première n'est qu'un cas particulier de la seconde.

Etant données deux figures semblables, si l'on fait croître l'une d'elles de manière qu'elle devienne égale à l'autre, l'axe subsiste toujours, et le centre de similitude s'éloigne à l'infini.

Par la rotation, on rend toujours les figures homothétiques, c'est-à-dire parallèles; et si elles sont égales on peut ensuite amener la coïncidence par une translation parallèle, comme dans le cas de la similitude on peut le faire par ce que j'ai appelé une translation centrale.

IV

5. Pour déterminer les éléments de la similitude, il suffit de connaître trois systèmes de points homologues. Pour cela, il suffit de remarquer que si sur la droite qui joint deux points homologues M, M' on prend en dehors du segment MM' un point D tel que $\frac{DM}{DM'} =$ le rapport de similitude, ce point D appartient au plan de similitude.

Si l'on projette ensuite sur ce plan les deux triangles homologues connus, le centre de similitude des deux projections sera le centre de similitude des deux figures de l'espace.

On pourrait aussi obtenir ce point par l'intersection de trois sphères. Cette méthode donnerait deux points; l'un le point cherché, l'autre qui serait un centre de similitude par symétrie; par leurs intersections respectives avec les droites telles que MM' ces sphères donneraient en même temps trois points du plan de similitude.

V

6. Deux droites divisées en parties proportionnelles ne déterminent pas dans l'espace deux figures semblables.

Elles ont une infinité de centres de similitude, dont le lieu est un cercle, et une infinité de plans de similitude qui passent tous par une même droite. On peut dire d'après cela que deux droites ont un *cercle de similitude*.

Trois droites divisées semblablement ont deux à deux un cercle de similitude; ces cercles n'ont généralement pas de points réels communs.

7. Deux sphères ont une infinité de centres de similitude dont le lieu est une troisième sphère.

Trois sphères ont une infinité de centres de similitude dont le lieu est un cercle; le plan de ce cercle contient l'axe radical des trois sphères.

8. Deux cercles ont une infinité de centres de similitude dont le lieu est un cercle.

Trois cercles n'ont pas en général de centres de similitude réel commun; la condition pour qu'il en soit ainsi, revient à la condition pour qu'il en soit de même de trois droites divisées semblablement.

Séance du 12 avril 1873.

Sur les lignes asymptotiques de la surface de Steiner,

par M. J. Darboux.

La surface de Steiner ou surface *romaine* a attiré dans ces derniers temps à un haut degré l'attention des géomètres. Son étude se rattache aux notions nouvelles introduites dans la science par M. Clebsch et M. Cremona sur la représentation des surfaces. On sait que les sections planes de cette surface sont représentées par toutes les sections coniques qui divisent harmoniquement les trois diagonales d'un quadrilatère complet. J'ignore si la méthode suivante qui conduit à la détermination des lignes asymptotiques a déjà été donnée. En tous cas, comme elle est très simple je me permets de la présenter ici.

Les sections planes de la surface étant représentées par les coniques que nous venons de définir, les sections par les plans tangents auront pour image, dans le plan, des coniques à point double, c'est-à-dire composées de deux droites et ces deux droites diviseront harmoniquement les trois diagonales du quadrilatère complet dont il a été question plus haut. Si donc on veut avoir en un point M du plan les tangentes aux courbes qui passent en ce point et représentent les lignes asymptotiques, il faudra mener par ce point les deux droites qui divisent en rapport harmonique les trois diagonales du quadrilatère. Or on sait que ces droites sont tangentes en M aux deux coniques qui passent en ce point et sont inscrites dans le quadrilatère. Donc

Les lignes asymptotiques de la surface de Steiner sont représentées par les coniques inscrites dans le quadrilatère fondamental.

J'appelle quadrilatère fondamental celui dont les trois diagonales sont coupées harmoniquement par les coniques qui représentent les sections planes de la surface de Steiner. C'est M. Clebsch qui a déterminé le premier les lignes asymptotiques de cette surface.

Sur les étincelles électriques composées, par M. A. Cazin.

J'ai perfectionné la méthode expérimentale que j'ai fait connaître à la Société dans sa dernière séance, de telle sorte que je puis maintenant compter plusieurs centaines de filets lumineux se succédant dans la décharge de la bobine de Ruhmkorff. Le faisceau de ces filets peut être appelé *étincelle composée*.

L'étincelle éclate au foyer d'une lentille convergente qui envoie la lumière parallélisée sur le bord d'un disque de carton, tournant autour de son centre avec une vitesse connue. Sur le bord de ce disque sont découpées des fentes équidistantes, dirigées suivant les rayons du disque, et aussi étroites que possible. De l'autre côté du disque est fixé un diaphragme percé d'une ouverture, dont la largeur est égale à la distance des deux fentes consécutives du disque mobile, et qui se trouve sur le trajet des rayons transmis par la lentille à travers les fentes. L'appareil est installé dans une chambre obscure, et on observe avec une lunette l'ouverture du diaphragme.

Lorsqu'une étincelle simple éclate au foyer de la lentille, on ne voit dans la lunette qu'une seule fente du disque tournant. Lorsque l'étincelle est *composée*, on aperçoit la fente mobile, qui passe derrière l'ouverture, dans les diverses positions qu'elle occupe au moment où jaillissent les filets lumineux qui composent l'étincelle. On voit donc plusieurs traits brillants et leur nombre est celui des étincelles simples qui jaillissent pendant la durée du passage d'une division du disque tournant. On donne au disque une vitesse assez grande pour qu'on puisse compter les traits brillants, et qu'ils sillonnent toute la largeur de l'ouverture. On est alors certain que le nombre de traits comptés correspond à une fraction de la décharge totale qu'il est aisé de déterminer.

En effet, on déduit de la vitesse de rotation du disque la durée du passage d'une division du disque, et en divisant cette durée par le nombre de traits comptés, on a le temps qui s'écoule en moyenne entre deux filets lumineux consécutifs.

Il faut ensuite mesurer la durée de la décharge totale.

Pour cela on diminue la vitesse de rotation du disque, de façon que la bande lumineuse formée dans la lunette par la série totale des étincelles simples, occupe une fraction donnée de la largeur d'une division. On calcule ensuite aisément la durée cherchée.

Enfin en divisant cette dernière durée par le temps écoulé entre deux étincelles simples consécutives, on a le nombre total des filets lumineux qui constituent l'étincelle composée. Avec une bobine de Ruhmkorff et une pile donnant une étincelle de 15 centimètres, les pôles de la bobine communiquant avec les armatures extrêmes d'une cascade de trois bouteilles de Leyde, et avec deux boules de platine de 7^{mm} de diamètre servant d'électrodes, j'ai vu le nombre des filets lumineux composant la décharge, croître de 1 à 500, à mesure qu'on rapprochait les boules l'une de l'autre.

On observe les mêmes phénomènes soit avec l'étincelle d'ouverture, soit avec celle de fermeture. Seulement la distance qui donne le même nombre de traits est plus petite avec cette dernière qu'avec la première.

Ce nombre augmente quand on remplace les boules par des pointes, et diminue quand on augmente le diamètre des boules.

Lorsque la cascade est chargée par étincelle, l'étincelle de décharge présente une division d'autant plus grande que l'étincelle de charge est plus courte.

Lorsque la cascade est chargée par une machine ordinaire, l'étincelle de décharge est simple.

L'étincelle ordinaire de la bobine, c'est-à-dire sans communication des pôles avec une bouteille de Leyde, m'a paru simple.

Il y a là une étude intéressante que je me propose de faire.

Le même appareil m'a montré aussi que l'étincelle d'extracourant est composée. Il y a un grand nombre de filets successifs; mais les traits qu'on observe dans la lunette sont moins distincts les uns des autres que ceux de l'étincelle de la bobine, sans doute parce que chacun de ces filets a une durée plus grande. J'ai déjà signalé ce fait à la Société, il y a quelques années (*Journal l'Institut*, 31 mai 1865).

Sur la larve des Libellules,

par M. Oustalet.

Dans la séance du 23 mars 1873, la Société philomathique a reçu le 5^e n^o du Catalogue illustré du Musée de zoologie comparative du Collège Harward. (*Illustrated catalogue of the museum of comparative zoology at Harvard College.* n^o 5. Cambridge. 1872.) Ce fascicule contient un mémoire de M. Louis Cabot sur l'état de larve des Libellules de la sous-famille des Gomphines (*The immature state of the Odonata. Part. I. subfamily Gomphina*): ce travail est précédé d'une préface de M. H. A. Hagen, dans laquelle ce savant entomologiste, l'un des hommes les plus versés avec M. le baron E. de Sélys-Longchamps, dans l'étude des Névroptères de la famille des Odonates, rappelle en peu de mots l'état restreint de nos connaissances relativement au groupe des Gomphines. En effet, jusqu'à ce jour quelques larves seulement appartenant à cette catégorie avaient été signalées ou figurées par Réaumur (Mém. t. VI), Roesel (*Insektenbelust.* t. II.), Burmeister (*Handbuch*, t. II.), Scopoli (*Fauna carniolica*) et Brauer (*Neuroptera austriaca* p. XV.). Dans son travail M. Louis Cabot, profitant des matériaux nombreux réunis au Musée du Collège Harward, décrit et figure 17 espèces de Gomphines, originaires de l'Amérique (14 esp.), de l'Asie (3 esp.), de l'Europe (3 esp.), et dont quatre sont déterminées avec une entière certitude. Les autres sont indiquées avec un point de doute. M. Hagen réclame du reste sa part de responsabilité pour les déterminations faites d'après les descriptions de M. Louis Cabot.

Quoique le nombre des larves représentées dans ce mémoire soit extrêmement faible par rapport à celui des espèces de Gomphines actuellement connues, (M. le baron de Sélys-Longchamps ne décrit pas moins de 170 espèces d'*adultes* dans sa Monographie); nous devons néanmoins savoir beaucoup de gré à M. Louis Cabot et à M. Hagen des efforts qu'ils font pour suivre à travers leurs transformations les différents types de ce groupe des Odonates si intéressant et encore si mal connu à beaucoup d'égards.

Séance du 26 avril 1873.

Sur les vapeurs émises à la même température par un même corps sous deux états différents, par M. J. Moutier.

Dans une précédente communication, j'ai essayé d'établir que les vapeurs émises à la même température par un même corps sous deux états différents peuvent avoir des tensions distinctes. L'eau à zéro, par exemple, émet des vapeurs dont les tensions sont inégales suivant que l'eau est prise à l'état liquide ou à l'état solide ; ces résultats se trouvent confirmés par l'étude des chaleurs spécifiques des vapeurs saturées.

Si l'on désigne par γ la chaleur spécifique de la vapeur saturée à la température absolue T , par C la chaleur spécifique du corps qui se vaporise à la même température, en supposant que le corps soit soumis à une pression constamment égale à la tension de la vapeur saturée, par L la chaleur de vaporisation à la température T , on a, d'après M. Clausius,

$$\gamma = C + \frac{dL}{dT} - \frac{L}{T}.$$

Il est aisé de voir d'après cette relation que l'eau liquide à zéro et la glace à la même température ne peuvent émettre des vapeurs dont les propriétés soient identiques ; s'il en était ainsi, l'eau sous les deux états liquide et solide devrait avoir la même chaleur spécifique. Or, si l'on prend pour unité la chaleur spécifique de l'eau liquide à zéro, la chaleur spécifique de la glace est égale à 0,48.

Ces deux chaleurs spécifiques 1 et 0,48 se rapportent, il est vrai, à la pression constante de l'atmosphère, tandis que la chaleur spécifique C correspond à une pression variable égale à chaque instant à la tension de la vapeur. Mais la discussion de ces valeurs, d'après les principes de la Thermodynamique, montre que la chaleur spécifique C doit s'écarter fort peu de la chaleur spécifique mesurée sous la pression de l'atmosphère, de sorte que la différence considérable qui existe entre les deux valeurs de C pour l'eau sous les deux états, indique que la valeur de γ ne saurait être la même pour les vapeurs fournies par l'eau liquide et la glace à zéro.

La différence qui existe entre les chaleurs spécifiques de la vapeur d'eau saturée dans les deux cas n'est pas d'ailleurs considérable. La chaleur de fusion de la glace, comme je l'ai indiqué précédemment, est sensiblement égale à la différence des chaleurs d'évaporation de la glace et de l'eau liquide à zéro. En combinant cette relation avec l'expression précédente de γ , on arrive au résultat suivant : Si l'on appelle γ' et γ les chaleurs spécifiques des vapeurs saturées fournies par la glace et par l'eau liquide à zéro, $\gamma' - \gamma = 0,19$. M. Clausius donne pour la chaleur spécifique de la vapeur d'eau saturée à zéro le nombre—1,916 ; la différence $\gamma' - \gamma$ serait environ le dixième de cette valeur, comme première approximation.

On voit, d'après ce qui précède, que si un corps peut se présenter à la même température sous deux états caractérisés par une différence des chaleurs spécifiques, les vapeurs émises par ce corps sous les deux états à la même température possèdent en général des propriétés physiques différentes.

Sur les glandes périnéales des Civettes et de la Genette du Sénégal, par M. Joannes Chatin.

M. Joannes Chatin a présenté les considérations suivantes sur les *glandes périnéales des Civettes et de la Genette du Sénégal*.

Dans une des dernières séances de la Société, j'ai présenté sur l'anatomie de la Civette diverses observations que je complète aujourd'hui, par la description des glandes périnéales de cet animal. Ces organes se retrouvant, avec certaines modifications, chez divers animaux voisins, j'ai cru devoir les étudier chez plusieurs Civettes et chez la Genette, en raison même de l'intérêt que de semblables recherches peuvent offrir au point de vue zoologique aussi bien qu'au point de vue anatomique.

I. *Viverra Civetta*. — Dans cette espèce, comme dans les suivantes, la région périnéale présente deux appareils glandulaires bien distincts : les *glandes anales* et les *glandes à*

parfum ; celles-ci étant les plus intéressantes je dois les décrire tout d'abord.

A. *Glandes à parfum*. — Entre l'anus et la verge, se trouve une fente longue de 24^{mm} et étendue dans le sens antéro-postérieur : elle est bordée par deux lèvres recouvertes d'une peau fine, glabre et faiblement rosée ; en les écartant, on pénètre dans une poche assez vaste et distendue par une matière blanchâtre, très-riche en principes gras, de consistance butyreuse et d'odeur fortement musquée, qui n'est autre que le *viverreum* ou *zibethum*, aussi ce réservoir est-il décrit par les anciens auteurs sous le nom de *vas zibethi* ; il faut bien se garder de le confondre avec le sac propre à chaque glande et dont il sera question plus loin. La surface de la poche est blanchâtre et fortement plissée.

Si l'on enlève la région périnéale de façon à l'examiner par sa face profonde, on peut pousser plus loin l'examen de ces parties et se rendre un bon compte des rapports généraux des glandes à parfum. Elles se présentent sous l'aspect de deux corps à peu près uniformes et accolés par leur bord interne ; la masse ainsi constituée est enveloppée par une épaisse tunique musculieuse.

De quels muscles cette enveloppe tire-t-elle son origine ? Tous les anciens anatomistes se sont posés cette question, mais l'ont généralement résolue d'une façon très-vague, se bornant à regarder cette enveloppe comme formée par les muscles abdominaux, ou par les muscles du périnée. Ces auteurs s'aidant exclusivement des données fournies par l'anatomie humaine se trouvaient ainsi en présence de difficultés presque insurmontables mais que l'anatomie comparée permet de résoudre. Nous savons, en effet, que plusieurs Mammifères, les Ruminants, entre autres, possèdent des muscles rudimentaires dont le rôle paraît être de relever le manchon préputial ; chez nos Carnassiers domestiques, ces muscles sont normalement développés ; chez la Civette, enfin, ils se sont accrus en raison même du rôle qui leur était attribué, et sont venus former la tunique musculieuse des glandes à parfum, nouvel exemple des tendances économiques de la nature.

Au-dessous de cette épaisse couche musculaire, se trouve la

partie sécrétante ou acineuse dont l'examen histologique révèle une configuration très-curieuse; il y a là, en effet, une sorte de «glande de glandes» ainsi qu'on peut le constater aisément sur la coupe transversale qui montre une foule de glandes en grappes groupées autour de petits réservoirs qui versent leur contenu dans le réservoir central qui communique par un court canal avec la poche à parfum dont la fente extérieure indique l'ouverture au périnée. Les culs de sac ont un diamètre variant entre 0^{mm},03 et 0^{mm},06, l'épithélium est pavimenteux.

La masse acineuse est enveloppée immédiatement par une tunique propre formée de fibres lamineuses et élastiques; parfois même, l'enveloppe musculaire envoie des processus entre les acini, mais cette disposition est très-rare, tandis que nous la trouverons généralisée dans le Zibeth.

B. *Glandes anales*. — Elles se présentent sous l'apparence de deux petites masses ovalaires ou sphériques situées sur les flancs du rectum, et vers la portion terminale de cet intestin; chacune d'elles est entourée d'une tunique de muscles striés, audessous de laquelle se trouve la masse acineuse formée de culs de sac dont quelques-uns sont très-développés, puisqu'ils dépassent 0^{mm},1; ces dimensions remarquables se retrouvent d'ailleurs, dans les glandes anales de la Genette. Au centre de chaque glande est un réservoir dans lequel s'amasse le produit de la sécrétion, liquide brunâtre et fétide qui est porté, par un court canal, au pore sécrétant que l'on voit à la marge de l'anus.

II. *Viverra Zibetha*. — J'ai eu l'occasion d'indiquer, l'année dernière, les principales dispositions des glandes périnéales de cet animal, je n'insisterai donc pas sur ce sujet et me bornerai à rappeler que, chez ce *Viverra*, ces glandes, comparées à celles de la Civette d'Afrique, présentent un plus grand développement de tissus adipeux et musculaire; ce dernier pénètre constamment entre les acini, ce qui est très-rare chez le *V. Civetta*. Les vaisseaux et les nerfs procèdent des troncs honteux internes, absolument comme chez le *V. Civetta*.

III. *Viverra Indica*. — Je n'ai pu étudier cette espèce et la suivante que sur de vieilles préparations dans lesquelles les éléments anatomiques étaient très-difficiles à mettre en

évidence; cependant j'ai pu reconnaître, dans la trame de la glande à parfum, des caractères très-semblables à ceux que j'ai décrits chez le *V. Civetta*; les fibres élastiques y sont notablement moins abondantes.

IV. *Viverra telegunga*. — Ici encore, comme dans la Civette d'Afrique, les faisceaux striés entourent les glandes sans pénétrer entre les acini qui sont simplement revêtus par une sorte de coque formée par des fibres lamineuses et des fibres élastiques, celles-ci toujours moins nombreuses que chez le *V. Civetta*.

V. *Genetta Senegalensis*. — Entre la verge et l'anوس, se voit une dépression linéaire dont la longueur est égale à 16^{mm} environ; cette anfractuosité présente trois sillons profonds et perpendiculaires à son axe; au premier coup d'œil, rien de plus semblable, par conséquent, à ce que l'on observe chez les Civettes. Mais en examinant plus attentivement cette région, on constate que c'est une simple dépression, mais non pas une fente conduisant dans une poche, dans un *Vas Zibethi*, comparable à celui des animaux précédemment décrits. Cuvier avait d'ailleurs parfaitement reconnu cette dissemblance qui lui avait servi à établir une sorte de caractère dominateur permettant de séparer les Civettes des Genettes (1). L'anatomie générale montre cependant que la différence se borne aux parties extérieures: la poche manque, à la vérité, mais les réservoirs centraux subsistent et le produit de la sécrétion se déverse à la surface de la fente de la Genette absolument comme dans la poche de la Civette; la moindre pression suffit pour y faire jaillir une humeur jaune et s  biforme s'échappant par une infinité de petits pores dans chacun des quels on peut introduire une soie de sanglier.

Les *glandes à parfum* reçoivent les mêmes vaisseaux et les mêmes nerfs que dans les Civettes; recouvertes par une tunique musculieuse, elles présentent, dans leur partie sécrétante, les mêmes dispositions générales que chez les *Viverra*; entre les acini, se trouve une trame assez dense formée de fibres lamineuses que renforcent de nombreuses fibres élastiques; les faisceaux musculaires pénètrent

(1) Cuvier, *Règne animal*. T. I. p. 184.

également dans cette trame ; mais en raison de la grande abondance des éléments élastiques, il convient de faire macérer, durant quelque temps, les coupes dans l'acide acétique, pour pouvoir distinguer les fibres striées qui semblent former un tapis sur lequel les fibres élastiques seraient éparses. Les fibres musculaires sont presque aussi abondantes ici que dans le Zibeth ; on sait d'ailleurs, qu'au point de vue zoologique, c'est surtout de cette espèce de Civette que se rapproche la Genette (1).

Les culs de sacs larges de 0^{mm},04 à 0^{mm},01, se présentent le plus souvent comme finement granuleux ; dans quelques cas j'ai pu étudier l'épithélium qui appartient à la variété polyé-rique pavimenteuse de Robin.

Carus considère ces glandes comme un puissant moyen de défense (2), mais je crois que cette appréciation ne saurait être acceptée qu'avec une certaine réserve : la Genette, que je décris ici, a vécu durant quelques semaines au laboratoire de l'École des Hautes études, ayant pour compagnon un petit chien bull-terrier avec lequel elle se battait assez souvent ; ces luttes étaient parfois même presque sérieuses, et cependant on ne s'aperçut jamais qu'elle fit usage de ce moyen de défense (3).

Les glandes anales sont entourées d'une épaisse tunique musculieuse, mais n'offrent aucun caractère important qui les distingue des glandes analogues des *Viverra*.

En résumé, les descriptions précédentes montrent qu'au-près du caractère extérieur fourni par la présence ou l'absence de la poche à parfum et permettant de distinguer les *Genettes* des *Viverra* (4), il en est d'autres, que l'anatomie générale permet de reconnaître, et qui peuvent servir à établir certaines

(1) Van der Høeven, *Handbook of zoology* T. II. p. 707.

(2) Carus, *Traite d'anatomie comparée* T. II. p. 441.

(3) Il n'en est peut-être pas de même pour la Civette d'Afrique, car j'ai souvent eu l'occasion de remarquer, à la ménagerie du Muséum, que lorsque ces animaux sont irrités, ils entr'ouvrent leur poche à musc, se frottent contre les grilles pour y déposer leur parfum.

(4) On pourrait peut-être considérer comme un type intermédiaire à ces deux genres, la *Viverra hermaphrodita* de Pallas, chez lequel, d'après Otto, il n'y aurait qu'une simple fente ne donnant accès dans aucune poche, caractère sur lequel cet auteur s'est même basé pour en former le nouveau genre *Plastyschista* (Otto, *Über die Viverra hermaphrodita*, 1835).

divisions dans ce dernier genre; je les résume dans le tableau suivant :

Fente périnéale donnant accès dans une poche à parfum.	VIVERRA	Faisceaux musculaires striés ne pénétrant pas entre les acini.	Trame de la glande riche en fibres élastiques.	V. CIVETTA
		Faisceaux musculaires striés pénétrant entre les acini.....	Fibres élastiques peu abondantes dans cette trame.	V. INDICA V. TELEGUNGA
				V. ZIBETTA
Dépression tenant la place de la fente précédente, mais ne communiquant avec aucune poche.	GENETTA.	Fibras élastiques abondantes dans la trame glandulaire; faisceaux musculaires pénétrant entre les acini.		G. SENEGALENSIS.

Séance du 10 mai 1873

Sur le mouvement d'une figure qui se déplace dans l'espace en restant semblable à elle-même, par M. Grouard.

I.

1. Deux figures semblables de l'espace ont un centre, un axe, un plan de similitude; il résulte de là que lorsqu'une figure se déplace dans l'espace en changeant de grandeur, mais en restant semblable à elle-même elle a à chaque instant

ce que l'on peut appeler *un centre, un axe, un plan instantanés de similitude*. Lorsque la figure ne change pas de grandeur, le centre et le plan sont à l'infini, l'axe subsiste et est alors l'axe instantané de rotation et de glissement.

II.

2. Les tangentes aux trajectoires décrites par tous les points qui au moment considéré sont dans le plan de similitude sont elles-mêmes situées dans ce plan et font respectivement un même angle avec les droites qui joignent ces points au centre instantané.

Dans l'étude du mouvement d'une figure qui se déplace dans un plan en restant semblable à elle-même, nous avons appelé cet angle *l'inclinaison des obliques concourantes*. Nous conserverons ici cette dénomination.

Dans l'espace, comme dans le plan, cet angle ne dépend que de l'angle infiniment petit dont tourne la figure et de l'accroissement infiniment petit qu'elle subit au moment considéré.

Le mouvement est complètement déterminé, si l'on donne à chaque instant le centre instantané, le plan instantané, et l'inclinaison des obliques concourantes.

III

3. La tangente en un point quelconque a pour projection sur le plan de similitude la tangente en la projection de ce point.

Les tangentes en tous les points d'une droite MP perpendiculaire au plan de similitude se rencontrent en un point D de ce plan, et la droite qui joint ce point D au centre instantané C est perpendiculaire sur le plan M C P.

Ces propriétés permettent de construire la tangente en un point quelconque, dès que l'on connaît le centre et le plan de similitude ainsi que l'inclinaison des obliques concourantes α .

4. On peut remplacer l'angle α par une tangente qui avec le centre et le plan de similitude permet de déterminer toutes les autres.

Une seule tangente est également nécessaire lorsque l'on

connait l'axe de similitude. On en déduit immédiatement l'angle α et ensuite le plan de similitude, au moyen de la relation $\operatorname{tg} \varphi = \frac{MP}{MN} \cos \alpha$ où φ désigne l'axe avec le plan de similitude de la tangente en un point M distant de ce plan de la longueur MP et de l'axe de la longueur MN.

5. Si l'on connaît le centre où le plan de similitude, il faut de plus deux tangentes pour déterminer toutes les autres.

Dans le premier cas on obtient aisément le plan par deux nouveaux points, dans le second le centre par l'intersection de deux cercles.

6. *Les tangentes en trois points quelconques déterminent toutes les autres.*

Le mouvement d'un triangle invariable ne peut pas être déterminé par les trajectoires de ses sommets. Placer un triangle donné sur trois courbes données est généralement impossible.

Il n'en est plus de même si le triangle doit seulement rester semblable à un triangle donné, a un point donné d'une des courbes correspondent des points bien déterminés des deux autres.

On peut donc déterminer géométriquement le mouvement d'une figure qui doit rester semblable à elle-même, en donnant arbitrairement les trajectoires de trois points.

7. Il sera possible alors d'obtenir quatre équations faisant connaître les coordonnées du centre instantané et l'angle α , c'est-à-dire à chaque instant les éléments du mouvement, trois de ces équations seront données par la relation

$\frac{CD}{MD' \cos \varphi} = \sin \alpha$, applicable aux trois tangentes connues; φ la quatrième exprimera que le plan qui contient les trois points D, D' D'' déterminés comme il a été dit plus haut passe par le point C.

Sur le Tanguin de Madagascar, par M. Joannès Chatin.

Le *Tanghinia venenifera* est une Apocynée dont l'amande est employée par les Malgaches à l'exécution de leurs épreuves judiciaires. Lorsqu'un indigène est accusé de quelque crime dont la preuve ne peut être aisément fournie, il est condamné à boire une infusion de Tanguin et meurt généralement des suites de l'ordalie (1).

Au point de vue botanique, le Tanguin présente dans la constitution de son fruit certaines particularités remarquables : la masse charnue de la drupe est traversée par un plan fibro vasculaire qui la divise selon son grand axe ; en dedans du noyau, se trouve une coque cartilagineuse composée de deux feuillets adossés et soudés, savoir : *a*, l'un intérieur, composé de vaisseaux la plupart spiralés, et de fibres largement ponctuées ; *b*, l'autre feuillet, formé de cellules à parois épaisses et colorées dans leur portion externe (sur le sec). Dans la graine on remarque, entre les deux gros cotylédons, une lentille gélatineuse (plumule?) qui occupe presque toute la largeur de la face commissurale des cotylédons ; ceux-ci sont en outre parcourus, de la base au sommet, par de nombreux groupes fibro-vasculaires.

Au point de vue physiologique, le Tanguin agit comme une substance extrêmement toxique ; son action se traduit d'abord par une rapide cessation des mouvements du cœur, puis se généralise sur tout le système musculaire. Chez les Chiens, il produit une dyspnée considérable, des vomissements et la mort survient rapidement, sans qu'il se produise de convulsions.

Chez les Invertébrés, tels que les Ecrevisses et les Escargots, le Tanguin arrête également les battements du cœur. En un mot, c'est un poison musculaire qui doit prendre place auprès du sulfocyanure de potassium, de l'Upas antiar et de l'Inée.

Les éléments de ce travail ont été fournis à M. J. Chatin par M. Alfred Grandidier qui a bien voulu mettre à sa dispo-

(1) Depuis 1865, le nombre de ces jugements par épreuve a considérablement diminué.

sition des amandes de Tanguin recueillies durant son séjour à Madagascar.

Sur certains caractères différentiels de quelques genres appartenant au groupe des SERRANINA,
par M. Léon Vaillant.

Si l'importance accordée à la considération des écailles comme base de la division en grands groupes des Poissons osseux a été justement contestée par un grand nombre d'auteurs, il n'en est pas moins vrai que ces organes, au moins pour des divisions d'ordre inférieur, paraissent dans certains cas pouvoir fournir des caractères d'une utilité réelle. J'ai cru en trouver un exemple dans l'arrangement d'un groupe très-embrouillé, celui des Serrans et genres voisins.

On sait qu'il existe dans cette section des Percoides un nombre d'espèces si considérable qu'on a dû, pour les distinguer, faire appel à des caractères d'une très faible importance de l'aveu de tous, et qui, dans beaucoup d'autres groupes, sont considérés comme ayant au plus une valeur spécifique. C'est ainsi que les Centropistes (en comprenant ce genre tel qu'il a été limité par Brisout de Barneville) diffèrent des Serrans uniquement par l'absence de dents développées en canines, que les Plectropomes se distinguent de ceux-ci par la présence au bord inférieur du préopercule de dents peu nombreuses et très saillantes dirigées en avant. Pour ce qui est de cette dernière particularité, le fait positif de sa présence ou de son absence en rend l'emploi au moins facile dans la grande majorité des cas, mais pour les Centropistes et les Serrans le nombre des espèces intermédiaires douteuses est si considérable, qu'il est fort difficile de se servir du caractère tiré de la dentition et l'on est fort embarrassé, en étudiant les types mêmes des auteurs de l'Histoire des Poissons, pour se rendre compte des raisons qui ont pu porter à ranger telle ou telle espèce dans un des genres plutôt que dans l'autre.

L'étude de ces êtres prise à un autre point de vue conduirait, je crois, à une division moins vague en donnant une valeur plus grande à des groupes que Cuvier a bien établis mais comme d'ordre inférieur, c'est-à-dire les Serrans pro-

prement dits, les Anthias et les Mérous dans lesquels il partage son grand genre *Serranus*. Déjà les auteurs modernes ont admis comme genre distinct la seconde de ces divisions, ayant pour type le Barbier de la Méditerranée; la forme du corps et des nageoires donne à ces Poissons un aspect tout spécial; j'ajouterai que la structure de leurs écailles n'est pas moins particulière. Celles du corps sont assez régulièrement en carré; la portion striée n'offre rien à noter, mais le bord libre ne présente qu'un rang d'épines, sans trace des épines antécédentes; elles sont très faiblement adhérentes, si bien qu'on les voit fréquemment se détacher laissant sur le bord de l'écaille une concavité en cupule creuse répondant à une convexité correspondante, qui forme la base de l'épine même. Très souvent une portion plus ou moins considérable du bord libre est privée d'épines et ne présente plus qu'une tige festonnée formée par ces concavités. C'est sans aucun doute à la faible adhérence de ces pointes qu'il faut attribuer l'absence de trace des anciennes épines. Chez le *Callanthias peloritanus* les écailles offrent la même particularité; l'absence de dents vomériennes et palatines, entre autres caractères, distingue d'ailleurs génériquement d'une manière suffisante ce poisson des précédents.

Quand aux Serrans et aux Mérous, en prenant pour types les *Serranus scriba* et *Serranus gigas*, suivant l'indication de Cuvier, les écailles de la ligne latérale m'ont paru présenter des différences importantes. Je ferai remarquer en passant que les écailles canaliculées spéciales liées au grand système mucipare latéral ont généralement été négligées par les zoologistes, et cependant ces organes peuvent, je crois, fournir des caractères assez constants, d'une appréciation facile méritant à tous les points de vue d'être pris en sérieuse considération. Chez le *Serranus scriba* ces écailles sont assez régulièrement quadrilatères, à bord libre arrondi, armé d'épines nombreuses et présentant une aire spinigère nettement accusée; en un mot, elles ont la forme qu'on rencontre habituellement chez les Percoides, leur adhérence à la peau est peu considérable, il est facile de les arracher en les saisissant avec une pince fine par le bord libre. A ce type se

rappellent les *Serranus cabrilla*, *S. gymnopareius*, *S. tigrinus*, *S. humeralis*. Les Centropristes ont aussi de semblables écailles à la ligne latérale.

Pour le *Serranus gigas*, il en est tout autrement. Les écailles canaliculées sont en triangle à sommet postérieur, remarquablement minces et fragiles, la base arrondie offre des festons peu nombreux, assez larges, le canal est dilaté et l'on ne voit pas trace d'épines ni d'aire spinigère ; de plus, ces écailles sont profondément enfoncées dans le tégument et pour les arracher il faut d'abord inciser largement le repli cutané qui les recouvre ; cette particularité, jointe à leur forme, en rend l'extraction difficile. J'ajouterai que très souvent ces écailles spéciales manquent de distance en distance, surtout en avant, si bien qu'on ne les trouve que de deux en deux ou de trois en trois rangées transversales. Enfin elles sont ordinairement accompagnées de petites squammes cycloïdes dont les dimensions atteignent à peine le quart des écailles ordinaires et qui paraissent destinées à suppléer aux parties manquantes par suite de la forme pointue, triangulaire, des écailles. J'ai trouvé cette même disposition chez les *Serranus louti*, *S. oceanicus*, *S. diacanthus*, *S. mystacinus*, *S. striatus*, *S. sexfaciatus*, *S. furcifer*, *S. marginalis*, tous, comme on le voit, de la section des Mérours.

Cette disposition anatomique, si l'observation la généralise, conduirait à modifier profondément l'arrangement générique institué par Cuvier. Il est probable qu'il conviendrait d'élever au rang de genres les Serrans et les Mérours comme on l'a déjà fait pour les Anthias et de supprimer les Centropristes pour les fondre avec les Serrans proprement dits. Tels qu'ils sont compris aujourd'hui ces deux derniers genres ne diffèrent, en effet, que par des particularités tout à fait insignifiantes, car, abstraction faite du développement des dents, sur lequel je me suis expliqué plus haut, le seul caractère positif indiqué par les auteurs serait le nombre des rayons des dorsales qui présentent IX ou XI rayons durs et plus de 12 rayons mous chez ces derniers, tandis que chez les Centropristes on trouve constamment la formule X/12.

Toutefois il serait prématuré d'admettre dès aujourd'hui d'une manière absolue la division que je propose, il est né-

cessaire de pousser plus loin cette étude pour se rendre exactement compte des passages qui relient les deux types d'écaillés que je viens de signaler. J'ai pu déjà saisir certaines transitions. Ainsi, chez le *Serranus louti*, si les écaillés de la ligne latérale sur le corps présentent au plus haut point l'apparence que je viens de décrire, sur le pédoncule caudal, elles sont construites d'après le type ordinaire. Chez le *Serranus creolus*, quoique la forme de ces écaillés soit triangulaire comme chez les Mérouris, il existe quelques épines sur le bord libre et une aire spinigère rudimentaire. Ces exemples montrent que là, pas plus qu'ailleurs, on ne trouve de caractère tranché, absolu, et la classification des Poissons osseux laisse trop à désirer dans l'état actuel de nos connaissances pour qu'il soit prudent d'y toucher encore d'une manière trop profonde; aussi je me borne à présenter ces remarques à titre d'essai pour fixer sur ce point l'attention des zoologistes, pensant que jusqu'à nouvel ordre les divisions généralement admises doivent être conservées au moins comme ensemble, sous peine d'augmenter inutilement la confusion d'une nomenclature déjà fort embrouillée.

Séance du 14 juin 1873.

Sur la conductibilité électrique des métaux,
par M. J. Moutier.

Dans une *Notice sur l'accroissement de la résistance à la conductibilité des métaux simples avec la température*, publiée en 1858, M. Clausius a déduit de la comparaison des expériences de M. Arndtsen cette conséquence : la résistance des métaux simples à l'état solide est à peu près proportionnelle à la température absolue. « Quoique le nombre des métaux sur lesquels Arndtsen a expérimenté soit encore trop faible, ajoutait M. Clausius, et la concordance trop imparfaite pour permettre d'en tirer une conclusion certaine, je pense que cette remarque ne sera pas dépourvue d'intérêt, et pourra engager peut-être à faire de nouvelles recherches sur ce sujet. » (*Théorie mécanique de la chaleur*, trad. par F. Folie, t. II, p. 182). Cette remarque est le point de départ de cette étude.

J'avais à me préoccuper avant tout de la nature du courant au point de vue mécanique. Or si les physiciens s'accordent en général aujourd'hui à rejeter la notion de fluides, pour voir dans les phénomènes électriques de même que dans les phénomènes thermiques un mode particulier de mouvement, il faut reconnaître que la science est loin d'être fixée à ce sujet. Toutefois des travaux remarquables ont été publiés dans ces dernières années sur ce problème difficile. Je dois citer en première ligne les *Recherches théoriques et expérimentales sur l'électricité considérée au point de vue mécanique*, par M. Marié Davy. L'auteur considère le courant électrique comme un mouvement transmis par l'éther; l'intensité du courant est la mesure proportionnelle de la quantité de mouvement existant dans chaque unité de longueur du conducteur; la conductibilité spécifique d'un corps est proportionnelle à la masse de l'éther, conducteur du mouvement électrique, qui est contenu dans l'unité de volume de ce corps. J'adopte entièrement cette manière de voir à propos de la nature du courant, mais j'arrive au sujet de la conductibilité à une expression notablement différente.

Considérons un fil conducteur de section s , de longueur l , de conductibilité k ; la résistance du fil est $\lambda = \frac{l}{ks}$.

Désignons par w le volume du fil, par m la masse de l'éther contenu dans le fil, par ψ le volume invariable occupé par les atomes; la masse d'éther m occupe le volume $w - \psi$ et possède une densité $\rho = \frac{m}{w - \psi}$.

Si le courant consiste en un mouvement vibratoire de l'éther, désignons par U la vitesse maximum de ce mouvement vibratoire; la force vive maximum de l'éther est $m U^2$. La disparition de cette force vive représente un travail $\frac{1}{2} m U^2$; posons $\frac{1}{2} m U^2 = m U_1^2$; cette force vive $m U_1^2$ est, on le sait, la force vive moyenne du mouvement vibratoire. Si l'effet thermique est le seul qui résulte du passage du courant, la chaleur dégagée est mesurée par $A \times \frac{1}{2} m U^2 = A m U_1^2$, en appelant A l'équivalent calorifique du travail.

La quantité de chaleur dégagée dans le fil par unité de temps est donc $Q = A \Sigma m U_1^2$, la somme Σ s'étendant à tou-

tes les quantités analogues à $m U_1^2$, pendant l'unité de temps; posons pour abrégé $\Sigma m U_1^2 = mu^2$, alors $Q = A mu^2$.

Cette quantité de chaleur Q est déterminée par la loi de M. Joule; comme l'a démontré M. Clausius, $Q = A i^2 \lambda$, en appelant i l'intensité du courant.

Que faut-il entendre par intensité du courant? Dans la théorie de Ohm, l'intensité du courant est la quantité d'électricité qui traverse la section du fil par unité de temps; si l'on considère le courant comme le résultat d'un mouvement vibratoire de l'éther, le mouvement n'est pas uniformément réparti dans la section du fil. Supposons que l'éther soit distribué uniformément dans le conducteur entier, il possédera alors une densité $\mu = \frac{m}{v}$. Au mouvement réel qui s'accomplit dans l'éther du conducteur, on peut substituer alors un mouvement idéal de l'éther uniformément distribué dans le conducteur et tel que les vitesses des deux mouvements soient inversement proportionnelles aux racines carrées des densités de l'éther; alors si on appelle v la vitesse du second mouvement, qui correspond à la vitesse u dans le premier,

$$\frac{v}{u} = \sqrt{\frac{\rho}{\mu}}$$

Nous appellerons intensité du courant la quantité de mouvement μvs qui existe dans chaque unité de longueur du conducteur par unité de temps, $i = \mu vs$. Alors si l'on remplace i et λ par leurs valeurs, la quantité de chaleur Q peut se mettre sous la forme

$$Q = A i^2 \lambda = A mu^2 \frac{\rho}{k}.$$

Si l'on compare cette valeur à la première expression de Q , on trouve -

$$k = \rho$$

Ainsi la conductibilité est égale à la densité de l'éther du conducteur. D'après l'expression de ρ , la résistance qui est l'inverse de la conductibilité est donc proportionnelle à $w\psi$, c'est-à-dire au volume interatomique. Or j'ai trouvé dans un précédent travail (*Recherches sur l'état solide*, Annales de chimie et de physique, 4^e série, t. XXIV, p.

317) que le volume interatomique des métaux à l'état solide est en général proportionnel à la température absolue ; ainsi se trouverait justifiée la remarque de M. Clausius.

Les considérations précédentes ne sont qu'une simple hypothèse sur la nature du courant, d'accord avec l'expérience à propos de la conductibilité des métaux : je vais essayer de justifier l'utilité de cette hypothèse en cherchant l'explication mécanique des phénomènes observés par Peltier et par M. W. Thomson.

Considérons deux métaux soudés l'un à l'autre et à une température uniforme. Le contact de ces deux métaux donne naissance à une force électromotrice ; désignons par u_1 la vitesse du courant dû à cette force électromotrice, u_1 étant l'analogie de la vitesse u définie précédemment. L'effet thermique dû à la présence de ce courant est mesurée, comme on l'a dit précédemment par mu_1^2 , si l'on appelle m la masse de l'éther.

Supposons maintenant que l'on fasse passer un courant dans la soudure, désignons par u la vitesse qui correspond à ce courant. Deux cas sont alors à distinguer :

1° Les deux courants sont de sens contraires.

La vitesse relative de l'éther est alors $u + u_1$; la force vive qui mesure l'effet thermique est alors $m(u + u_1)^2$. Le passage du courant a donc pour effet d'accroître l'effet thermique de la quantité $q = A(mu^2 + 2muu_1)$.

Le premier terme $A mu^2$ représente, comme on l'a vu, la chaleur dégagée par le passage du courant d'après la loi de Joule : cette chaleur s'observerait également dans toutes les parties du circuit si le courant de vitesse u était seul.

L'effet thermique particulier produit dans la soudure par le passage de ce courant est donc $q' = 2A muu_1$. Cette quantité q' est positive ; la soudure doit donc s'échauffer plus que les parties voisines ; de plus cette quantité q' est proportionnelle à mu , c'est à dire à l'intensité du courant.

Lorsque le courant de vitesse u , que l'on fait passer dans la soudure est très faible, le terme mu^2 est négligeable devant le second terme $2muu_1$; au contraire si le courant augmente d'intensité, le premier terme augmente plus rapidement que le second. On comprend d'après cela la nécessité

d'employer des courants faibles pour mettre la chaleur q' en évidence.

2° Les deux courants ont le même sens.

Il suffit alors de changer le signe de u_1 ; en conservant les mêmes notations,

$$q = A (m u^2 - 2 m u u_1), \quad q' = - 2 A m u u_1.$$

La quantité q' est négative; l'effet thermique particulier produit dans la soudure, par le passage du courant, correspond toujours au refroidissement de la soudure.

La quantité q est négative, si le courant a une faible intensité, de sorte que le passage du courant a pour effet de refroidir la soudure; au contraire, si le courant augmente d'intensité, la soudure finit par se réchauffer, mais elle s'échauffe moins que les parties voisines : la différence des deux effets est précisément mesurée par q' .

Ces résultats sont conformes aux observations de Peltier, de MM. Frankenheim, Quintus-Icilius et Le Roux.

La théorie des phénomènes observés par M. W. Thomson dans un conducteur dont les diverses parties ne sont pas à la même température se ramène au cas précédent : il suffit alors de supposer que la différence des températures de deux parties voisines donne lieu à une force électro motrice capable de produire un courant dont la vitesse soit u_1 . On retrouve alors les deux cas étudiés précédemment, suivant que les vitesses u et u_1 ont la même direction ou des directions contraires. Il en résulte qu'un courant électrique produit des effets thermiques différents, selon qu'il passe du chaud au froid ou du froid au chaud dans le même métal : c'est le fait découvert par M. W. Thomson et confirmé depuis par les expériences de M. Le Roux.

Séance du 28 juin 1873.

*Sur la période variable à la fermeture d'un circuit
voltaïque, par M. Cazin.*

J'ai étudié la marche de l'extra-courant de fermeture à l'aide de l'appareil suivant.

Un poids oblong, pesant un kilog., peut tomber librement

d'une hauteur d'un mètre, entre deux rainures verticales qui le guident. Ce poids porte deux pièces métalliques isolées. La première est une tige de fer verticale, ayant 40 cent. de longueur. Son extrémité supérieure communique par un fil flexible avec l'un des pôles de la pile. Lorsque le poids tombe, cette tige vient s'enfoncer dans une éprouvette contenant du mercure, lequel communique avec l'autre pôle de la pile. Le circuit se ferme donc au moment où la tige rencontre le mercure, et ce moment est déterminé, quand on connaît la distance du niveau du mercure à l'origine du mouvement. On fait varier cette distance en ajoutant ou enlevant du mercure.

La seconde pièce portée par le poids est un ressort d'acier qui communique avec un point du circuit par un fil flexible. Un autre point du circuit communique par l'intermédiaire d'un galvanomètre avec une plaque métallique isolée et fixée au bâtis de l'appareil. Lorsque le poids tombe, ce ressort touche la plaque fixe pendant $\frac{1}{2,000}$ de seconde environ, et une *dérivation temporaire* s'établit par le galvanomètre entre les deux points du circuit que l'on considère.

On peut ainsi produire une dérivation d'une durée invariable, à une époque quelconque comptée à partir de la fermeture du circuit, cette époque étant déduite de la hauteur du mercure dans l'éprouvette.

Pour que la dérivation temporaire ne troublât pas l'état du circuit, j'ai employé un galvanomètre à fil long (30000 tours). Cependant un galvanomètre ordinaire peut servir à vérifier les propositions suivantes :

1. Lorsque l'intervalle de dérivation est rectiligne, la déviation du galvanomètre croît d'une manière continue à mesure qu'on fait croître le temps qui s'écoule entre la fermeture du circuit et l'époque de la dérivation. Cette dérivation est une fonction du temps seul, laquelle est la même, quelles que soient la place de la dérivation dans le circuit et celle du point de fermeture.

2. Lorsque l'intervalle de dérivation est enroulé en bobine, la déviation du galvanomètre croît d'abord très-rapidement, atteint un maximum, puis décroît d'une manière continue, à mesure que l'on fait croître le temps qui sépare

la fermeture du circuit du contact de dérivation. La loi de cette variation est la même, quelles que soient la place occupée dans le circuit par la bobine et celle du point de fermeture.

3. La durée de la période variable, évaluée d'après l'une ou l'autre de ces deux manières d'opérer, est la même.

4. Cette durée augmente considérablement lorsqu'on met un fer doux dans la bobine.

5. Lorsqu'on prend l'intervalle de dérivation entre deux points différents d'une même bobine, ou d'une même portion rectiligne du circuit, la déviation du galvanomètre est proportionnelle à la longueur réduite de l'intervalle de dérivation.

Ces résultats ne concordent pas avec ceux que M. Blaserna a déduits de ses expériences sur les courants interrompus. D'après le savant italien, le courant s'établirait, à la fermeture du circuit, avec des intensités alternativement croissantes et décroissantes. Le principe de sa méthode consiste à mesurer l'intensité totale $\int i dt$ du courant interrompu par un appareil à rotation, et à calculer ensuite la fonction i à l'aide de la courbe qui représente cette intégrale. Quand on connaît les difficultés pratiques que présente la mesure de l'intensité totale, dans les circonstances où M. Blaserna a opéré, on peut objecter que le calcul de i n'est pas susceptible d'une précision suffisante. Mais une objection plus grave résulte de la complexité de la fonction i que mes expériences mettent en évidence. Je pense que cette complexité doit faire rejeter cette méthode de calcul.

J'ajouterai que M. Guillemin, qui a beaucoup étudié l'état variable par la méthode des *dérivations temporaires*, n'a pas plus que moi rencontré ces oscillations d'intensité.

Ces substances se séparent par la distillation, et on obtient de suite le bromal pur, bouillant à 172°.

Le bromal s'unit molécule à molécule aux alcools propylique, butylique, amylique, avec dégagement de chaleur, et forme les propylate, butylate et amylate de bromal, combinaisons semblables à l'alcoolate de chloral découvert par M. Personne. Ces composés n'ont pas de point d'ébullition fixe, et se dissocient pendant la distillation.

Le bromal ne se combine pas avec la glycérine; les deux corps peuvent être mêlés et distillés ensemble sans se mêler. Le chloral dans les mêmes circonstances s'unit à la glycérine avec dégagement de chaleur, mais le liquide homogène qui se produit se partage par la distillation en ses éléments générateurs.

Nous ajouterons qu'aux nombreuses combinaisons de chloral et de divers alcools décrits par M. Jacobsen, on doit joindre le propylate de chloral qui bout de 129° à 132°, et se place entre l'alcoolate de chloral bouillant à 115° — 117° et l'amylate 145° — 147°.

Les alcools propylique, butylique, amylique, la glycérine, traités par le brome, se dédoublent d'une manière semblable en divers composés sur lesquels nous reviendrons prochainement.

Ces recherches ont été faites à l'École de Médecine dans le laboratoire de M. Jules Regnaud.

*Sur les connexions parasitiques d'une Pezize avec
une Algue unicellulée, par M. de Seynes.*

Au mois d'avril dernier une Pezize récoltée près de l'étang de Vilbon (Meudon) la *P. tuberosa* Bull m'a présenté les faits suivants : Sur une coupe destinée à l'examen de l'hymenium et conduite parallèlement à la direction des thèques on voyait en un point de la surface de l'hymenium une petite sphère remplie de chlorophylle, entourée par les extrémités de deux paraphyses qui rampaient sur elle; sur une seconde coupe faite près de la surface extérieure de la Pezize quatre cellules épidermiques entouraient une autre petite sphère de même apparence et de même dimen-

sion (0^{mm},025). Dans l'un et dans l'autre cas le contact était absolu : aucune traction, aucun déplacement artificiel des parties n'a permis de détacher les cellules appartenant à la Pezize des petites sphères vertes sur lesquelles ces cellules s'étaient fixées. Je n'ai réussi qu'à détruire la préparation qui avait auparavant été dessinée à la chambre claire dans son état normal. Ce dessin comparé aux figures dont M. Bornet a accompagné son remarquable mémoire sur les gonidies des Lichens (*Ann. des sc. nat.* 5^e série. t. XVII, p. 45) ne peut laisser aucun doute; il s'agit ici d'un cas de parasitisme de la Pezize sur une Algue, parasitisme tout à fait accidentel, mais analogue au parasitisme nécessaire des Lichens sur les Algues ou gonidies qui les accompagnent. Les Pezizes sont les Champignons dont l'organe de fructification se rapproche de plus de celui des Lichens. La *P. tuberosa* ayant un mycelium non diffus et indéfini, mais circonscrit en un Sclerotium qui n'est pas sans analogie avec le thalle des Lichens, paraît se rapprocher encore plus de ces derniers. Ce fait singulier vient à l'appui de la théorie nouvelle sur la vraie nature des Lichens qui a pris naissance en Allemagne et que le beau travail de M. Bornet a si nettement élucidé. Ce parasitisme accidentel, et certainement superflu pour la nutrition de la Pezize, n'est pas sans analogie avec celui de plusieurs Phanérogames parmi les Rhinanthacées et les Santalacées, qui sont à la limite de la vie parasitique, si on les compare aux Cytinées ou aux Rafflésiacées.



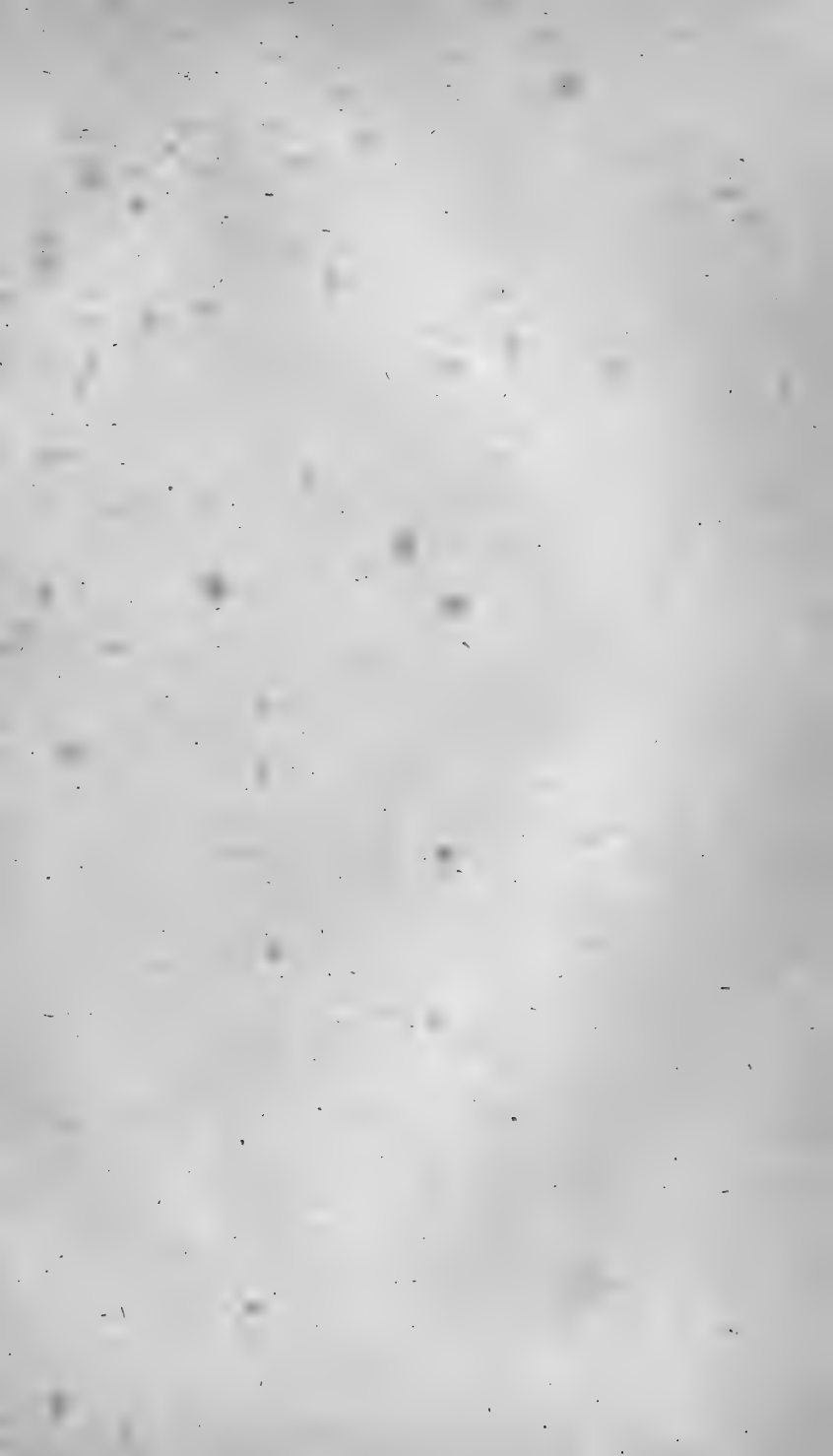


TABLE DES MATIÈRES.

Séance du 25 janvier 1873.....	1
Rapport sur l'observation de l'éclipse totale de Soleil du 13 décembre 1871, dans l'Inde, par M. Janssen.....	1
Sur le travail interne dans les gaz à température constante, par M. J. Moutier.....	13
Sur un poisson de la collection du Muséum, rapporté au genre <i>Aprion</i> , par M. L. Vaillant.....	15
Séance du 8 février 1873.....	18
Sur la coloration des racines aériennes de deux Orchidées, par M. A. Bertrand.....	18
Sur quelques espèces fossiles de l'ordre des Thysanoptères, par M. Oustalet.....	20
Séance du 22 février 1873.....	27
Sur différents appareils organiques de la Civette, par M. J. Chatin.....	27
Séance du 22 mars 1873.....	33
Sur l'étincelle de la bobine de Ruhmkorff, par M. A. Cazin.....	33
Sur l'augmentation de l'étincelle d'induction, par M. C. M. Guillemain.....	33
Sur les figures semblables, par M. Grouard.....	34
Séance du 12 avril 1873.....	37
Sur les lignes asymptotiques de la surface de Steiner, par M. J. Darboux.....	37
Sur les étincelles électriques composées, par M. A. Cazin.....	38
Sur la larve des Libellules, par M. Oustalet.....	40
Séance du 26 avril 1873.....	41
Sur les vapeurs émises à la même température par un même corps sous deux états différents, par M. J. Moutier.....	41
Sur les glandes périnéales des Civettes et de la Genette du Sénégal, par M. J. Chatin.....	42
Séance du 10 mai 1873.....	47
Sur le mouvement d'une figure qui se déplace dans l'espace en restant semblable à elle-même, par M. Grouard.....	47
Sur le Tanguin de Madagascar, par M. J. Chatin.....	50
Sur certains caractères différentiels de quelques genres appartenant au groupe des <i>Serranina</i> , par M. L. Vaillant.....	51
Séance du 14 juin 1873.....	54
Sur la conductibilité électrique des métaux, par M. J. Moutier..	54
Séance du 28 juin 1873.....	58
Sur la période variable à la fermeture d'un circuit voltaïque, par M. A. Cazin.....	58
Expériences relatives à l'action du brome sur l'alcool, par M. E. Hardy.....	61
Sur les connexions parasitiques d'une Pezize avec une Algue unicellulée, par M. de Seynes.....	62

BULLETIN

DE LA

SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE

DE PARIS

Séance du 26 juillet 1873.

Sur un Geckotien de l'ambre jaune, par M. Léon Vaillant.

La présence dans l'ambre de corps organisés est un fait bien connu, et l'on trouve même dans les auteurs anciens plusieurs passages fort explicites à cet égard. Ce sont le plus souvent des débris de végétaux ou des animaux de l'embranchement des Articulés, cependant on a cité aussi des êtres d'une organisation plus élevée, et Pline signale déjà des Lézards. Depuis cette époque, des observations analogues ont été faites, mais les deux auteurs qui ont traité la question de la manière la plus approfondie, Sendel, en 1742, et plus récemment M. Berendt, d'après les pièces qu'ils ont pu examiner, regardent les échantillons renfermant des Reptiles comme fort douteux quant à leur origine et les disent fabriqués artificiellement dans un but mercantile.

Le premier de ces auteurs donne même en détail le procédé employé pour obtenir de semblables pièces. Un morceau d'ambre d'une grosseur convenable étant choisi, on le scie en deux pour y pratiquer une excavation dans laquelle on place l'animal, puis les fragments sont rapprochés et soudés au moyen d'un mastic convenable. Pour masquer le point d'union, qui resterait toujours plus ou moins apparent, on fait sur le pourtour un guillochis ou quelque autre ornementation analogue, ou bien encore on l'entoure d'une garniture métallique, qui sert de monture.

Notre collègue, M. Louis Lartet, ayant bien voulu me confier un morceau d'ambre renfermant un petit Reptile, l'examen de cet échantillon conduit à admettre qu'il porte tous les caractères d'authenticité désirable, comme les membres de la Société pourront s'en convaincre, et qu'on a bien là sous les yeux le type d'une espèce contemporaine de la flore et de la faune spéciales des Succins.

Ce morceau, travaillé en forme de parallépipède allongé, arrondi aux extrémités et sur les angles, pèse un peu plus de quatorze grammes. Le Saurien qu'il renferme est long d'environ 0^m,030 et, grâce à la transparence de la matière et son bon état de conservation, peut être examiné très en détail. La tête, couverte de petites écailles semblables à celles du reste du corps, ces dernières étant granuleuses, l'absence de crête dorsale, les doigts libres, aplatis, permettent au premier coup d'œil de placer cet animal parmi les *Geckotiens*. Les doigts sont élargis dans leur partie basilaire, ayant les dernières phalanges rétrécies, libres et onguiculées, caractères spéciaux du genre *Hemidactylus*, mais ce Saurien de l'ambre se distingue de toutes les espèces connues par la présence sous la queue d'une double rangée de larges écailles et par la présence d'un prolongement céphalique en forme de capuchon, sans parler de quelques autres caractères moins importants.

La position du corps de l'animal mérite de fixer l'attention. La tête, le tronc et la queue sont étendues assez près d'une des faces du fragment formant une ligne courbe à concavité ventrale; les membres, surtout les antérieurs, sont reportés en arrière, ceux du côté gauche ramenés le long et sous le corps. A une distance d'environ deux ou trois millimètres de l'extrémité antérieure, on voit un petit corps jaunâtre, aplati, ovalaire, couvert sur une des surfaces planes d'inégalités donnant un aspect vilieux ou papilleux. Ce corps est à l'extrémité d'une bulle d'air en forme de traînée allongée, qui pénètre dans la bouche, ou, si l'on veut, sort de celle-ci; sur le côté de cette traînée, vers le milieu de sa longueur, se trouve à gauche une cavité remplie d'une substance rouge partie transparente, partie grumeleuse, que je suis porté à regarder comme une masse sanguine, bien que jusqu'ici il ait été impossible d'y constater la présence de globules; des traces rougeâtres analogues existent près du petit corps ovalaire antérieur, que son aspect me fait considérer comme la langue du Saurien.

Enfin, l'échantillon renferme deux Insectes : l'un qu'il est facile de reconnaître comme étant un Orthoptère, voisin des Sauterelles, est placé contre la tête de l'Hémidactyle à la hauteur de l'œil droit ; l'autre, dans un point plus éloigné et à une petite distance de la surface de l'échantillon, serait un petit Hyménoptère.

Ce fragment d'ambre, parfaitement lisse et poli, ne porte aucune trace de soudure ; la position superficielle des animaux qu'il renferme, la délicatesse de quelques-uns d'entre eux, comme les Insectes, le choix du Saurien qui, s'il n'est pas d'une espèce perdue, n'appartient pas au moins à une espèce encore connue, sont autant de circonstances difficiles ou plutôt impossibles à réaliser artificiellement et prouvent l'authenticité de cette pièce. Cet Hémidactyle, habitant les arbres sur lesquels il devait grimper et courir avec facilité comme tous ses congénères, aura été attiré par un Insecte (probablement l'Orthoptère voisin de sa bouche) fixé et se débattant sur la résine encore demi-fluide ; englués à son tour, le Saurien s'est trouvé enveloppé avec sa proie, et la substance, continuant à couler, lui aura précisément donné la position dans laquelle nous le voyons aujourd'hui. Je propose pour cette espèce le nom d'*Hemidactylus viscatus* faisant allusion à ces circonstances au moins vraisemblables.

M. Reboux, bien connu par ses recherches sur la faune quaternaire, possède un autre fragment d'ambre renfermant aussi un Saurien, et quoique l'état de la surface non polie de l'échantillon ne m'ait pas permis de le voir en détail, cependant il est voisin du précédent, au moins comme genre. Cette pièce provient des Succins d'Allemagne qu'on rapporte généralement à l'époque tertiaire ; il est probable que l'échantillon de M. Lartet a la même origine, fait intéressant, les Geckotiens n'ayant pas jusqu'ici été signalés à l'état fossile.

Séance du 9 août 1873.

Remarques sur le genre ETELIS, par M. Léon Vaillant.

Dans une précédente séance, j'ai exposé à la Société (1) quelques considérations sur les caractères du genre *Etelis*

(1) Sur un Poisson de la collection du Muséum rapporté au genre *Aprion*.

et de deux espèces qui me paraissaient devoir le composer. Depuis cette époque, l'étude des Percoïdes de la collection du Muséum m'a présenté quelques faits nouveaux qui peuvent se résumer dans les propositions suivantes :

1° Le genre *Etelis*, en admettant qu'il fasse en réalité partie des Percoïdes, se rapproche plutôt des *Serranina* que des Perches proprement dites.

2° D'après les descriptions données et les échantillons authentiques que possède la collection du Muséum, il se compose d'espèces actuellement placées dans les genres *Serranus*, *Anthias*, *Aprion*, outre l'espèce typique.

3° Les différences signalées entre ces diverses espèces sont très-faibles ; il est probable qu'il n'y a que deux ou peut-être même qu'un seul type dont l'aire géographique serait très-étendue.

Pour le premier point, je n'ai que peu de choses à ajouter à ma première communication. Le motif principal qui paraît avoir porté les auteurs de l'Histoire des Poissons à rapprocher l'*Etelis carbunculus*, type unique à cette époque, des Perches, est la présence de deux dorsales. Or, d'après l'échantillon même que ces zoologistes ont eu entre les mains, le fait est contestable. Pour établir la disposition des nageoires dorsales, on devrait, je pense, dans les cas douteux, regarder comme Percoïdes à deux dorsales ceux seulement chez lesquels la seconde ou dorsale molle a pour premier rayon une épine visiblement plus longue que la dernière de la dorsale épineuse, ce qu'on observe chez les *Perca*, les *Labrax*, les *Centropomus*, les *Lucioperca*, le *Niphon*, l'*Enoplosus*, l'*Aspro*, etc. ; dans ce cas, que la distance entre les deux nageoires soit plus ou moins étendue, leur isolement physiologique est réel. Au contraire, lorsqu'il n'existe qu'une dorsale unique, les épines, après avoir augmenté de taille d'une manière plus ou moins rapide, décroissent graduellement jusqu'à la dernière, qui est la plus courte, comme chez l'*Etelis carbunculus* lui-même, ou peu différente, en plus ou en moins, de celles qui la précèdent, ainsi qu'on l'observe chez les Serrans.

Aux caractères génériques tirés de la grandeur de l'œil, de la forme des nageoires, de la disposition et de l'armature des pièces operculaires, etc., j'ajouterai que la conformation des écailles de la ligne latérale des *Etelis* se rapproche de ce que j'ai observé sur les *Mesoprion* ; le canal, au lieu de se continuer sur l'aire spinigère par un tube simple,

présente des ramifications en nombre variable et plus ou moins régulièrement dichotomiques.

Dans un très-intéressant travail sur ce genre *Etelis*, M. Gill éloigne ces poissons des Percoïdes pour les placer avec les Sparaes. Je n'entreprendrai pas ici la discussion des preuves qu'apporte cet auteur pour justifier sa manière de voir; les rapports qui existent entre ces animaux ont d'ailleurs été entrevus par divers ichthyologistes et M. Valenciennes lui-même, à propos d'une espèce qui doit entrer dans ce genre, le *Serranus filamentosus*, indique la ressemblance, très-frappante, qu'on observe au premier coup d'œil, entre ce poisson et les *Aphareus*, lesquels sont pour lui un genre des Ménides, groupe voisin des Sparoïdes; il fait même remarquer, d'après Commerson et différents voyageurs, que ces deux animaux sont confondus par les pêcheurs sous le nom de *Sacré-chien*. La disposition des dents vomériennes, caractère fondamental, d'après la méthode de Cuvier, pour distinguer les Percoïdes, est la seule raison qui ait fait éloigner ces deux espèces. Il est très-certain que la présence ou l'absence de dents vomériennes ou palatines ne paraît pas avoir l'importance taxonomique qu'on lui accordait autrefois, et plusieurs genres regardés aujourd'hui comme de la famille des Percoïdes, les *Prionodes*, les *Callanthias*, n'offrent pas trace de dents à la paroi supérieure de la cavité buccale; on pourrait, dans certains cas, se demander si ce caractère ne doit pas être rapporté simplement à une différence sexuelle. Mais, d'autre part, « la réception des os maxillaires sous les os préorbitaires, l'existence d'une gouttière-dorsale dans laquelle se plie la nageoire, la présence d'une écaille axillaire pointue et les nageoires pectorales et caudales prolongées en pointes aiguës » constituent-ils des caractères d'une valeur beaucoup plus considérable, et sont-ils surtout exclusivement distinctifs des Sparoïdes? La question est au moins douteuse, et, sans insister non plus sur les caractères des écailles qui, d'après M. Gill, rappellent celles des *Sillago*, dans l'état élémentaire de nos connaissances relativement aux bases réelles de la classification des Poissons osseux, on peut conserver aux *Etelis* la position que Cuvier leur a assignée, cette opinion ayant au moins pour elle la priorité; il conviendrait seulement de les placer avec les Percoïdes à deux dorsales.

Les espèces qui constituent le genre ainsi limité sont nominalement assez nombreuses. On doit rapprocher de l'*Etelis carbunculus*, suivant la remarque très-juste de M. Gill, le *Serranus oculatus* C. V. placé précédemment à côté de

l'*Anthias sacer*, avec lequel il n'offre que des rapports très-éloignés. L'ichthyologiste américain admet une troisième espèce, l'*Etelis corruscans*, Val. *Vivanneau flamme*, qui venait d'être récemment décrit lorsqu'il publia son travail; mais je crois que ce dernier animal doit être regardé comme l'adulte de l'espèce typique (1). Il faut y joindre les *Serranus filamentosus*, C. V. et *zonatus*, C. V., ainsi que le *S. argyrogrammicus*, C. V. Ce dernier, il est vrai, d'après la description même donnée dans l'Histoire des Poissons, me paraît impossible à distinguer de la seconde des deux premières espèces; enfin l'*Aprion brevirostris*, Val., décrit dans ma précédente note, ferait une sixième ou septième espèce. J'avais d'abord rapproché de ces animaux les *Serranus Noulénii*, C. V. et *Serranus biguttatus*, C. V.; mais un examen plus approfondi me porte à croire qu'ils trouvent mieux leur place parmi les *Mesoprion*, genre très-voisin des *Etelis*.

Les caractères, qui, suivant les auteurs, différencient ces espèces, sont d'une valeur très-contestable. En comparant entre eux des exemplaires de même taille ou à peu près, condition fort importante dans ces sortes de recherches, et sans laquelle on s'exposerait à des erreurs graves, on voit que les principales proportions du corps sont les mêmes; ainsi la tête représente toujours à très-peu près le quart de la longueur totale, l'œil le tiers de la portion céphalique, l'aspect général, les formules des rayons sont chez tous absolument semblables. Quant au nombre des écailles, les différences pour la ligne transversale sont insignifiantes, les nombres extrêmes donnant $\frac{6-3}{14-17}$. Pour la ligne latérale l'écart est plus grand, 51 à 64; mais, vu le nombre relativement peu considérable d'individus que j'ai pu examiner et la différence de taille des exemplaires, qui précisément m'ont donné ces chiffres extrêmes (l'*Etelis carbunculus*, C. V. type, long de 0^m,32, et l'*Etelis brevirostris*, Val., de 0,18), il est difficile de se rendre exactement compte de leur valeur. C'est toutefois un fait à examiner de près, les nombres étant d'une manière absolue assez faibles, de semblables différences méritent d'être prises en considération, et, de plus, d'après les individus, peu nombreux, il est vrai, que j'ai eus entre les mains, il n'y a pas transition insensible; pour un groupe d'espèces (*Etelis carbunculus*, *E. oculatus*, *E. corruscans*) les formules

(1) Par suite d'une erreur typographique, que je prends ici occasion de rectifier, le contraire s'est trouvé à tort exprimé dans ma précédente note.

oscillent de 6/51/14 à 6/52/15, et pour un second, *Etelis filamentosus*, *E. argyrogrammicus*, *E. zonatus*, *E. brevirostris*) de 7/60/15 à 8/64/17; dans chacun de ces groupes les transitions se rencontrent, tandis qu'ils sont eux-mêmes distingués, comme on le voit, par une différence minimum de 8 écailles représentant environ le sixième ou le huitième du nombre total. Malheureusement, je le répète, ces résultats sont basés sur un nombre restreint d'observations et ne peuvent être acceptés sans réserves.

La ressemblance intime des différentes espèces est encore prouvée non-seulement par les noms similaires que leur donnent les pêcheurs qui, par exemple, désignent sous le même nom de *Vivanneau*, suivant Valenciennes, l'*Etelis* (*Serranus*) *argyrogrammicus*, C. V. et l'*Etelis corruscans*, Val., mais encore par des assimilations singulières dues à des ichthyologistes très-autorités. Ainsi MM. Temminck et Schlegel ont signalé dans les mers du Japon le *Serranus oculatus*, C. V. des Antilles; ce n'est pas sans hésitation qu'ils ont établi ce rapprochement; mais une comparaison attentive avec la description et la figure données dans l'Histoire des Poissons n'a laissé aucun doute dans leur esprit. Connaissant aujourd'hui les diverses espèces énumérées plus haut, du genre *Etelis*, auquel se rapporte le *Serranus oculatus*, l'opinion de MM. Temminck et Schlegel trouve une explication toute naturelle.

Ces espèces étant assez voisines pour qu'il soit si difficile de les distinguer, ne conviendrait-il pas de les réunir en une seule, peut-être deux, d'après la considération des formules des écailles exposée plus haut? Des études ultérieures faites avec un nombre suffisant d'exemplaires, des recherches approfondies sur l'anatomie de ces animaux permettront seules de résoudre ce problème; cependant, dès aujourd'hui, la simplification peut être proposée comme solution probable.

En examinant la distribution géographique de ces Poissons, on voit qu'à l'exception de l'*Etelis oculatus*, ils habitent tous la partie occidentale du grand Océan pacifique; on les rencontre principalement près des îles africaines, la Réunion, Maurice, les Seychelles, et sur la côte du Malabar; l'espèce incomplètement déterminée de MM. Temminck et Schlegel est la plus excentrique. Il serait donc très-naturel, vu leur extrême ressemblance, de les regarder comme de simples variétés. Notons que l'espèce américaine est peut-être plus rapprochée de plusieurs des *Etelis* de la mer des Indes que ceux-ci ne le sont entre eux. L'aire d'extension de cette

espèce serait, il est vrai, très-considérable, et, de plus, on n'en a signalé jusqu'ici aucun représentant dans les mers qui unissent l'Océan indien à la mer des Antilles; toutefois le fait n'est pas sans analogue, et d'autre part la conformation de ces Poissons peut expliquer une semblable diffusion. On sait que le *Serranus octocinctus*, T. Sch. (1), des mers du Japon, est identique au *Serranus mystacinus*, Poey, des côtes de Cuba; l'identité de ces deux espèces, émise avec quelques doutes par M. Günther, me paraît absolument confirmée par l'examen de deux exemplaires des collections du Muséum, l'un envoyé du Japon par M. Bleeker, l'autre de la Martinique par M. Bélanger; le *Serranus quinquefasciatus*, Boct., de l'Océan pacifique, fournirait un second exemple de cette distribution anormale; un individu du Brésil, que j'ai pu comparer avec le type original, indique en effet la présence de cette espèce dans l'Atlantique. Cependant, si l'on en juge par l'apparence, ces Poissons ne peuvent se transporter à de grandes distances aussi facilement que les *Etelis*, ceux-ci avec leur queue profondément bifurquée, leurs pectorales longues et aiguës rappelant certains Scombéroïdes renommés comme puissants nageurs, et que pour cette raison sans doute on rencontre dans presque toutes les mers.

Séance du 25 octobre 1873.

Sur un nouvel interrupteur automatique du circuit voltaïque,
par M. A. Cazin.

Le circuit voltaïque est formé par une pile de Bunsen d'une vingtaine d'éléments, par une bobine renfermant un noyau de fer, et le point d'interruption est constitué par une couche de mercure recouverte d'alcool, et par une pointe de platine, vissée dans un écrou fixe, de façon qu'on puisse l'élever ou l'abaisser audessus du mercure. Le mercure communique avec l'un des rhéophores et avec l'une des armatures d'un condensateur; la pointe communique avec l'autre rhéophore et avec la seconde armature du con-

(1) C'est plutôt un Plectropome qu'un Serran, suivant la remarque de M. Kaup.

densateur. Chacune des armatures du condensateur a une surface d'un mètre carré environ.

La pointe plongeant d'abord dans le mercure, on l'élève graduellement jusqu'à ce que l'étincelle éclate entre son extrémité et la surface du mercure. Dès lors, la pointe restant fixe, une succession d'étincelles s'établit, et persiste pendant longtemps, lorsque l'appareil est réglé convenablement, les étincelles sont vives et bruyantes; elles proviennent de la décharge du condensateur.

Il est évident que la surface du mercure oscille au-dessous de la pointe, et je crois que la principale cause de cette oscillation est la suivante.

L'étincelle étant formée par la vapeur de mercure, la force élastique de cette vapeur déprime le niveau du liquide; celui-ci revient à sa position primitive, la dépasse en vertu de sa vitesse acquise, et rejoint la pointe de platine; en retombant, le mercure produit une seconde interruption, et le phénomène se renouvelle.

Cette cause, purement mécanique, n'est sans doute pas la seule. Car j'ai reconnu précédemment que les étincelles dont il s'agit *sont composées* de plusieurs traits brillants successifs, lors même que les électrodes entre lesquelles a lieu l'interruption sont formées par des corps solides. Les circonstances favorables à *l'interruption automatique* sont celles qui déterminent la décharge intermittente du condensateur, avec des intermittences suffisamment écartées les unes des autres. C'est ce que l'on reconnaît en changeant l'étendue du condensateur, qui influe, comme je l'ai montré précédemment, sur le nombre des oscillations de la décharge.

Sur quelques applications du théorème de Carnot, par
M. J. Moutier.

I. M. H. Sainte-Claire Deville a publié, en 1870, des recherches très-importantes sur la décomposition de la vapeur d'eau par le fer et sur la réaction inverse. Un générateur maintenu à une température assez basse θ fournit de la vapeur d'eau; cette vapeur arrive sur le fer maintenu à une température élevée t . La vapeur d'eau est décomposée et la décomposition s'arrête lorsque l'hydrogène acquiert une tension déterminée p qui dépend à la fois des températures

t et θ . La réaction inverse peut se produire à la même température; elle est limitée également par la tension de l'hydrogène. Ces phénomènes, comme le remarque M. H. Sainte-Claire Deville, sont analogues à la vaporisation; par suite, le théorème de Carnot leur est applicable.

Dans le cas de la vaporisation, si l'on désigne par L la chaleur de vaporisation, ou la chaleur absorbée par un kilogramme de vapeur qui se forme à la température absolue T , par p la tension de la vapeur, par v et v' les volumes spécifiques du liquide et de la vapeur, et par A l'équivalent calorifique du travail, on a, d'après le théorème de Carnot,

$$L = AT (v' - v) \frac{dp}{dT}.$$

Les raisonnements relatifs à la vaporisation sont entièrement applicables aux réactions précédentes et la formule reste la même en donnant aux différentes quantités qui y figurent les significations suivantes :

L , chaleur absorbée dans la décomposition de la vapeur d'eau par le fer pour un kilogramme d'hydrogène mis en liberté;

v' , somme des volumes, dans les conditions de l'expérience, d'un kilogramme d'hydrogène et du poids d'oxyde de fer qui renferme 8 kilogrammes d'oxygène;

v , somme des volumes, dans les conditions de l'expérience, de 9 kilogrammes de vapeur d'eau et du poids correspondant de fer.

La même formule s'applique évidemment à toute réaction limitée analogue avec des changements faciles à concevoir.

II. On sait que le platine divisé devient incandescent dans l'hydrogène; M. Isambert, dans ses *Recherches sur la dissociation de certains chlorures ammoniacaux*, a constaté également que la condensation du gaz ammoniac par le charbon de bois est accompagnée d'une élévation sensible de température. En chauffant le charbon imprégné de gaz dans une enceinte fermée, la pression du gaz augmente avec la température. On peut déduire de ce dernier fait que la condensation de l'ammoniaque par le charbon donne lieu à une élévation de température.

Considérons, en effet, un charbon imprégné de gaz et placé dans une enceinte où le gaz ait la tension p . Supposons que le poids total du gaz et du charbon soit égal à

1 kilogramme; ce système représente un corps dont le volume spécifique v dépend à la fois de la pression p et de la température t .

Désignons par l la chaleur de dilatation de ce corps; si l'on suppose que le volume s'accroisse de dv à la température constante t , la quantité de chaleur absorbée par le corps est $dQ = l dv$.

La chaleur de dilatation l est donnée par le théorème de Carnot. En appelant A l'équivalent calorifique du travail, T la température absolue,

$$l = AT \frac{dp}{dT}.$$

Le coefficient $\frac{dp}{dT}$ se rapporte au volume constant v , d'après l'expérience citée, ce coefficient est positif, par conséquent l est également positif, de sorte que l'expansion du gaz à température constante absorbe de la chaleur, et par suite la condensation du gaz à température constante dégage de la chaleur. On pourrait même calculer cette quantité de chaleur si l'on possédait une table des tensions du gaz sous volume constant aux différentes températures.

L'imbibition des corps poreux par les liquides donne lieu également à une élévation de température. Pouillet avait observé ces effets, il y a fort longtemps, mais d'une manière peu marquée : M. Melsens vient de publier des expériences très-intéressantes à ce sujet. Je ne sais si l'on a donné une explication théorique de ces effets thermiques, mais il me semble que les gaz condensés à l'intérieur du charbon doivent jouer un certain rôle dans le phénomène. L'introduction du liquide dans les pores du solide, due aux forces capillaires, doit avoir pour effet de déterminer une compression des gaz logés à l'intérieur du corps poreux, et on sait que la compression des gaz donne lieu à une élévation de température. Cette cause est-elle suffisante pour expliquer les phénomènes observés?

III. On est conduit à rechercher si l'ascension des liquides dans les tubes capillaires peut donner lieu à des phénomènes thermiques.

Considérons un kilogramme d'eau placé dans un vase où plonge un tube capillaire et supposons que le vide soit fait au-dessus du vase, tandis qu'une pression se fait sentir à l'intérieur du tube. Désignons par p cette pression évaluée en kilogrammes par mètre carré, conformément aux nota-

tions habituelles de la thermodynamique, par u le volume liquide soulevé dans le tube capillaire évalué en mètres cubes, par t la température.

Le volume u est une fonction de p et de t ; si le volume s'accroît de du , la température restant constante, le travail externe a pour valeur pdu . On peut donc appliquer au volume u les raisonnements qui se rapportent au volume spécifique du liquide dans les questions ordinaires de la thermodynamique.

Alors si l'on suppose une modification élémentaire *sans variation de chaleur*, caractérisée par des variations dt et dp de la température et de la pression, on a, en appelant C la chaleur spécifique du liquide sous pression constante, A l'équivalent calorifique du travail et T la température absolue,

$$Cdt - AT \frac{du}{dT} dp = 0.$$

Supposons que les niveaux à l'intérieur et à l'extérieur du tube capillaire soient primitivement sur un même plan; la pression qui s'exerce sur le liquide à l'intérieur du tube est facile à calculer. En appelant l la hauteur du liquide soulevé habituellement dans le tube, évaluée en mètres, la pression intérieure par mètre carré est égale à $l \times 1000$ kilogrammes.

Si la pression à l'intérieur du tube devient nulle, le liquide s'élève alors à la hauteur l et la diminution de pression est alors $-dp = l \times 1000$. D'ailleurs si l'on nomme ω la section du tube évaluée en mètres carrés,

$$\frac{du}{dT} = \omega \frac{dl}{dT}.$$

Admettons que la chaleur produite soit appliquée uniquement au liquide qui s'élève et dont le volume en mètres cubes est ωl ; en appelant θ l'élévation de température du liquide,

$$Cdt = 1000 \omega l \theta,$$

on déduit de l'équation précédente

$$\theta = -AT \frac{dl}{dT}.$$

Or, d'après les expériences de M. Wolf, dans le cas d'un

tube de verre dont le diamètre est égal à un quart de millimètre,

$$\frac{dl}{dT} = - 0,00026,$$

$$\theta = 0^{\circ},0002.$$

Ainsi l'ascension de l'eau dans un tube d'un quart de millimètre de diamètre donne lieu à un effet thermique tel qu'en supposant la chaleur appliquée uniquement à la masse liquide soulevée, l'élévation de température est environ égale à deux dix-millièmes de degré.

Il existe une grande analogie, au point de vue thermique, entre l'ascension des liquides dans les tubes capillaires et l'étirement des fils. Un fil métallique, qui se dilate par l'effet de la chaleur, se refroidit à la suite de l'étirement; le caoutchouc vulcanisé, soumis à une traction suffisante, se contracte par la chaleur et s'échauffe par l'étirement. La colonne liquide soulevée dans un tube capillaire décroît par l'effet de la chaleur; l'ascension de cette colonne liquide produit une élévation de température.

Sur les glandes anales des Mustélidés, par M. J. Chatin.

Le groupe des Mustélidés est l'un des moins homogènes de l'ordre des Carnassiers, si l'on veut y faire entrer, à l'exemple de Van der Høven et de plusieurs autres naturalistes, des animaux très-différents tels que la Loutre, le Putois, la Moufette, le Blaireau; aussi M. Alphonse Milne-Edwards a-t-il pu former trois familles parfaitement distinctes avec les éléments de ce groupe si bizarre des Mustélidés. Par la conformation de leurs membres, comme par leurs mœurs toutes particulières, les Loutres méritent de former une famille spéciale (*Lutridæ*), puis vient celle des *Mustélidés* vrais, comprenant les genres *Mustela*, *Putorius*, etc., et enfin la famille des *Mélidés* (*Mephitis*, *Thiosmus*, *Meles*, *Mellivora*).

Ces dissemblances si marquées dans les caractères extérieurs de ces animaux se retrouvent dans l'organisation de leurs glandes odorantes, ainsi qu'on va s'en convaincre par la description de plusieurs types appartenant aux Mustélidés et Mélidés; je laisse de côté les Lutridés, chez les-

quels Daubenton, puis Müeller, ont décrit autrefois ces organes de sécrétion spéciale.

MUSTELA FOINA. — La Fouine présente une paire de glandes anales longues de 41^{mm} et recouvertes par une enveloppe musculieuse. La trame de leur parenchyme est formée principalement de fibres lamineuses et élastiques, de tubes nerveux et de capillaires; les culs de sac, dont le diamètre moyen est 0^{mm},04, sont parfois variqueux ou moniliformes et ne renferment plus qu'un contenu granuleux. — Au centre de la glande est un petit réservoir qui reçoit le produit sécrété et le verse au dehors par un court canal débouchant à l'étroit orifice qui se trouve sur le côté de la poche anale.

FŒTORIUS FURO. — Vers la portion terminale du rectum se voient deux petites masses pyriformes, entourées d'une tunique de muscles striés et présentant les dimensions suivantes :

Longueur	14 ^{mm}
Largeur moyenne	8

Au centre de chaque glande est un réservoir dans lequel s'accumule le produit de la sécrétion. Les culs de sac de la portion acineuse varient entre 0^{mm},1 et 0^{mm},08. Le liquide sécrété est très-riche en matières grasses.

FŒTORIUS PUTORIUS. — J'ai décrit, l'an dernier, les glandes anales du Putois (1), aussi n'insisterai-je pas sur leur structure, d'ailleurs fort semblable à celle des organes analogues étudiés chez la Fouine et le Furet.

THIOSMUS MESOLEUCOS. — Les relations dues à d'Azara, à Audubon, etc., nous apprennent que les Moufettes se servent du liquide sécrété par leurs glandes anales, comme d'une véritable arme de défense; mais si nous connaissons suffisamment les mœurs de ces Carnassiers, nous ne possédons, en revanche, que des notions très-incomplètes sur leur anatomie, notions se résunant dans deux notes fort courtes dues à Wigman et à Warren, et se rapportant au *Mephitis americana* (2).

Chez le *Thiosmus*, la région périnéale présente, en arrière de la verge, une vaste poche anale irrégulièrement ellip-

(1) Voyez séance d'août 1872.

(2) Wigman, *On the anal pouches of the Mephitis americana* (*Proceed. Bost. Soc. nat. Hist.*, t. I, p. 110; 1844). — Warren, *id.*, t. III, p. 175-176; 1846.

tique et marquée de nombreux sillons; la peau environnante forme même une sorte de voile qui se replie autour de l'anus et des orifices sécréteurs des glandes. Ces derniers pertuis s'ouvrent au centre de deux grosses papilles proéminentes et ombiliquées, situées des deux côtés de l'anus; une pression modérée suffit pour en faire jaillir le liquide pestilentiel auquel les Moufettes doivent d'être regardées comme de vrais fléaux par les habitants de leurs pays d'origine.

En disséquant la région, on met à nu la masse glandulaire qui est trapézoïde et commence à 33^{mm} de la prostate, au niveau même de l'origine des corps caverneux dont les racines s'étendent ainsi sur cette portion postérieure de la glande. Celle-ci est enveloppée d'une tunique musculieuse épaisse de 3^{mm}, et se composant de deux plans faciles à distinguer par la direction de leurs faisceaux dans la couche superficielle; ceux-ci sont dirigés perpendiculairement à l'axe antéro-postérieur de la glande; les faisceaux de la couche profonde sont, au contraire, perpendiculaires à cet axe.

Au-dessous de la tunique musculieuse se trouve la portion acineuse, laquelle n'est pas répartie régulièrement autour du réservoir central, comme dans la plupart des Carnassiers, et n'occupe qu'une portion très-limitée de sa surface totale; les lobules sont d'un brun rougeâtre et formés de culs-de-sac larges de 0^{mm},05 et présentant des formes assez variées.

Le réservoir, très-vaste, est revêtu d'une épaisse membrane blanchâtre, composée de tissu lamineux dense et de fibres élastiques. La surface intérieure de ce réservoir, parsemée de nombreux plis et sillons, ressemble assez bien à ce que j'ai décrit dans les mêmes organes chez l'*Herpestes fasciatus*.

MELLIVORA CAPENSIS. — L'odeur du Ratel semble inspirer tout autant d'aversion que celle de la Moufette et l'anatomie révèle, en effet, de nombreuses analogies entre les glandes odorantes de ces Mélidés.

Ces organes sont volumineux et recouverts d'une épaisse tunique charnue, au-dessous de laquelle on rencontre une membrane blanchâtre, résistante, et dans laquelle le microscope montre une grande abondance de fibres lamineuses et élastiques. Cette membrane circonscrit le réservoir central, car, chez le Ratel, comme chez la Moufette, les acini sont limités à une portion très-restreinte de la masse totale

et ne forment qu'une bandelette proéminente et large de 11^{mm}.

Les culs-de-sac constituant les acini sont larges de 0^{mm},05 en moyenne ; ils sont tapissés par un épithélium polyédrique qui présente les diverses modifications indiquées dans les éléments épithélias des glandes sébacées. Les acini sont reliés entre eux par une trame médiocrement résistante et dont les éléments sont des fibres lamineuses et des fibres élastiques.

Quand on a débarrassé le réservoir de l'humeur qui le distend, on constate que, sur la paroi de ce sac répondant à la masse acineuse, se trouvent de nombreux pertuis, par lesquels le produit de la glande vient se verser dans le réservoir.

Ce produit de sécrétion est une matière épaisse et jaunâtre, riche en débris épithélias et présentant une grande quantité d'œufs de Nématoïde mesurant en moyenne 0^{mm},053 selon leur grand diamètre, et 0^{mm},024 selon le petit ; ces œufs sont à peu près elliptiques et terminés à chaque extrémité par une sorte de petit mamelon obtus ; ils doivent être probablement rapportés à un ver du genre *Tricocephalus*.

MELES VULGARIS. — Chez cet animal, type vulgaire de la famille des Mélidés on trouve un double appareil glanduleux comprenant :

1° Des glandes anales disposées sur les flancs du rectum comme chez les autres Carnassiers.

2° Une masse glandulaire distincte des précédentes et versant son produit dans une poche située sous la queue, et en arrière de l'anüs.

A. *Glandes anales*. — Elles sont comme noyées dans une masse considérable de tissu adipeux ; une enveloppe musculaire, née des muscles anaux, et en particulier du rétracteur, enveloppe la glande de la base au sommet.

La portion sécrétante y présente les mêmes caractères que dans les animaux voisins ; une trame lamineuse et élastique enveloppe les culs-de-sac, dont le diamètre varie entre 0^{mm},04 et 0^{mm},08.

B. *Glandes de la poche sous-caudale*. — Dans le Blaireau comme dans les Porcins, les Carnassiers domestiques, etc., le rectum est fixé au sacrum et aux premiers os coccygiens par un puissant faisceau musculaire qui, chez l'animal dont je m'occupe en ce moment, abandonne le rectum à 25 millimètres du point où s'insèrent les glandes anales, faisant

avec l'axe de cet intestin un angle de 60° environ, puis va se terminer sur les os sacro-coccygiens. Or, en ce point, placée au-devant de l'attache de ce même muscle, se trouve une masse profondément bilobée et présentant une portion acineuse, épaisse de 2 millimètres; les culs-de-sac larges de 0^{mm},06, sont tapissés par un épithélium polyédrique.

Le produit de sécrétion se rend dans le réservoir situé au centre de la masse, et dont la surface est garnie de poils nombreux, courts, raides et brunâtres.

Les descriptions précédentes montrent que dans les Mustélidés vrais (*Mustelidæ* A. Edw.), les glandes anales sont organisées selon un même plan. Ces glandes sont médiocrement développées, présentent une enveloppe charnue peu épaisse et des acini régulièrement disposés autour d'une cavité centrale.

Dans les Mélidés (*Melidæ* A. Edw.), au contraire, on peut établir deux groupes comprenant : les Mouffettes et les Rats, d'une part, les Blaireaux d'autre part. Dans les animaux de la première section, on ne trouve encore que des glandes franchement anales, mais ces glandes sont volumineuses, ce développement inusité portant sur les réservoirs et les tuniques charnues, non sur la portion sécrétante qui est relativement très-réduite et restreinte à une étendue très-limitée; les humeurs secrétées par ces glandes sont extrêmement fétides.

Chez les Blaireaux, on rencontre, non-seulement des glandes anales assez semblables à celles des Mustélidés vrais, mais des glandes sous-caudales présentant une configuration toute spéciale. Par certains points de son organisation, cet appareil rappelle les organes glandulaires, qui, chez les *Viverra*, co-existent également avec les glandes anales, mais, entre autres caractères différentiels, il convient d'ajouter la situation différente de ces parties : les glandes à parfum des Civettes sont, en effet, localisées entre les organes génitaux et l'anus, tandis que les glandes sous-caudales des Blaireaux sont rejetées en arrière de cet orifice.

Les recherches précédentes ont été faites dans le Laboratoire de zoologie anatomique dirigé par MM. H. et A. Milne-Edwards.

Séance du 8 novembre 1873.

Sur un nouveau mode d'intermittence du courant voltaïque,
par M. A. Cazin.

Le circuit est formé par une pile de Bunsen de vingt éléments, et par une bobine renfermant un noyau de fer tubulaire. On peut ouvrir ou fermer ce circuit à volonté à l'aide d'une pointe de platine et d'une couche de mercure, qui communiquent respectivement avec chacun des rhéophores.

Lorsque le platine ne touche pas le mercure, et qu'ils sont en communication avec les armatures d'un grand condensateur à lame de verre, on entend un bruissement continu dans le noyau de fer.

Le même effet se produit lorsque, supprimant le condensateur, on interpose une couche d'alcool entre le mercure et la pointe de platine.

Le bruit cesse quand on supprime l'alcool, de façon que le platine et le mercure soient séparés par une couche d'air, et aussi quand on plonge la pointe de platine dans le mercure.

Ces faits indiquent que le courant passe à travers le verre dans le premier cas; à travers l'alcool, dans le second, et que son passage est intermittent. Le noyau subit une succession rapide d'aimantations et de désaimantations, et chacune des désaimantations occasionne un faible bruit dans le fer. La succession rapide de ces bruits constitue le bruissement continu qu'on observe.

Un galvanomètre sensible indique seulement un courant continu, dans les cas où le noyau résonne. Cet instrument ne peut indiquer autre chose, quand les intermittences sont très-rapprochées les unes des autres.

L'observation qu'on vient de décrire offre un moyen d'investigation nouveau et inattendu, qui pourra nous fournir de nouvelles données sur la manière d'être du courant voltaïque.

Action du brome sur l'alcool propylique et sur l'alcool butylique,
par M. E. Hardy.

Alcool propylique. — L'alcool propylique, chauffé à 100° avec du brome dans des tubes scellés, se partage bientôt en deux couches; 51 grammes d'alcool propylique se combinent avec 123 grammes de brome et fournissent : couche inférieure 122 grammes, couche supérieure 51 grammes. La couche inférieure est formée par de l'eau et par de l'acide bromhydrique; la couche supérieure a une composition complexe.

Soumise à la distillation, celle-ci donne d'abord de l'éther propylbromhydrique souillé d'un peu de brome, une trace d'eau; puis, en élevant la température jusqu'à 140° environ, il passe un liquide légèrement coloré en jaune. A 145°, le produit encore abondant qui se trouve dans la cornue se décompose; il distille de l'eau souillée de produits étrangers, et il reste du charbon.

Le liquide bouillant jusqu'à 140°, dont le point d'ébullition sera ultérieurement déterminé avec exactitude, présente à l'analyse des chiffres qui permettent de le regarder comme un propylate de propylal.

1. 0,610 de matière ont donné 0,491 d'acide carbonique et 0,127 d'eau.
2. 0,477 de matière ont donné 0,394 d'acide carbonique et 0,132 d'eau.
3. 0,442 de matière ont donné 0,342 d'acide carbonique.
4. 0,234 de matière ont donné 0,378 de bromure d'argent.
5. 0,256 de matière ont donné 0,407 de bromure d'argent.

	1.	2.	3.	4.	5.	Calcul.
C	21.9	22.5	21.1			20.3
H	3.0	3.0				3.0
Br				68.4	67.9	67.6

Ces chiffres correspondent à la formule $C^3H^3Br^3O$, $C^{3.8}HO$.

Traité par une solution aqueuse et étendue de potasse caustique le propylate se décompose en formiate de potassium qui se dissout dans la solution alcaline, et en liquide,

qui reste à la partie inférieure, probablement du propylbromoforme

On reconnaît la présence de l'acide formique en ajoutant de l'acide sulfurique au formiate de potassium et en soumettant le mélange à la distillation. On recueille les premières parties du liquide qui passe, et on peut constater qu'il réduit les sels d'argent à froid, et plus rapidement encore sous l'influence de la chaleur. Cette réaction ne laisse pas de doute sur la présence de l'acide formique.

Alcool butylique. — L'alcool butylique, soumis à l'action du brome dans les mêmes conditions, donne la même réaction, mais après un temps d'ébullition plus prolongé. On obtient de même deux couches, l'inférieure formée par de l'eau et de l'acide bromhydrique; la supérieure composée d'éther butylbromhydrique, de butylate de butylal et d'un résidu non volatil qui se charbonne quand la température est à 160° environ.

Le liquide qui bout de 130° à 145° et dont le point exact d'ébullition sera donné plus tard, fut soumis à la distillation dans un courant d'acide carbonique; il passa de 115 à 120° et donna à l'analyse les chiffres suivants :

0,443 de matière ont donné 0,660 de bromure d'argent.

	Trouvé.		Calculé.
Br	62,8		62,9

chiffre qui correspond à la formule



Dans cette distillation le butylal lui-même n'a pas été obtenu. Il faut noter toutefois que dans les dernières parties du liquide qui passait sans emploi de l'acide carbonique, il s'est déposé de longues aiguilles cristallines, mais en trop faible quantité pour être soumises à l'analyse.

On a cherché à obtenir le butylal lui-même en distillant sous une pression de 0^m,40, mais on n'a encore séparé que le butylate de butylal, comme le prouve l'analyse suivante :

1. 0,504 de matière ont donné 0,488 d'acide carbonique.
2. 0,296 de matière ont donné 0,435 de bromure d'argent.

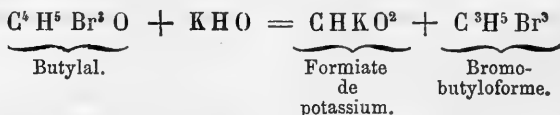
	1.	2.	Théorie.
C	26,4		27,6 3,9
Br	63,4		62,9

chiffres qui correspondent à la formule



La température s'est élevée à la fin de la distillation, et la masse contenue encore dans la cornue s'est décomposée en laissant un résidu de charbon.

Le butylate de butylal, soumis à l'action d'une solution étendue de potasse et de la chaleur, se décompose en formiate de potassium et en bromobutyloforme.



Le bromobutyloforme est un liquide limpide d'une odeur suave, bouillant de 125° à 130°. Il fournit à l'analyse les nombres suivants :

0,383 de matière ont donné 0,647 de bromure d'argent.

	Trouvé.	Calculé.
Br	85,2	85,4

ce qui correspond à la formule



Ces recherches ont été faites à l'École de médecine, dans le laboratoire de M. Jules Regnaud.

Sur les Vertébrés fossiles trouvés dans les dépôts de phosphate de chaux du Quercy, par M. H. Filhol.

J'ai l'honneur de communiquer à la Société le résultat des recherches que j'ai entreprises sur les animaux fossiles dont on rencontre les débris dans les exploitations de phosphate de chaux naturel du Quercy. La faune, presque complètement nouvelle, qui y a été mise au jour, est remarquable tant au point de vue de sa richesse que des caractères zoologiques qu'elle présente, caractères qui doivent la faire considérer comme une faune de transition. Son âge me paraît nettement indiqué par la présence des Anoplotherium, des Palæotherium joints aux Cynodictis et aux Anthracotherium et je crois qu'on doit la rapporter à l'époque miocène inférieure. M. Gervais y a primitivement signalé plusieurs espèces de Mammifères nouveaux; récemment encore, il citait un genre nouveau voisin des Rhinocéros, et quelques espèces

nouvelles parmi les *Hycenodon* et les *Canotherium*. J'ai moi-même indiqué un certain nombre de genres et d'espèces nouvelles dans un mémoire qui a paru dans les *Annales des sciences naturelles*. Mais depuis le moment où j'ai fait paraître ce travail, j'ai multiplié mes recherches et j'ai pu acquérir une belle série de pièces fossiles qui me permettent d'établir quelques genres nouveaux et un assez grand nombre d'espèces qui, jusqu'ici, nous étaient inconnues.

Parmi les Carnassiers, je signalerai un Félin de taille moyenne que l'on doit rapporter au genre *Machærodus*, mais qui présente dans la disposition de la partie symphisaire du maxillaire inférieur une exagération des caractères de ce genre. D'autre part les molaires ne sont qu'au nombre de deux au lieu de trois et la première se trouve précédée d'une longue barre plus étendue que dans les espèces fossiles connues. Je désignerai cette espèce sous le nom de *Machærodus bidentatus*.

Les *Cynodictis*, fort nombreux à cette époque, offrent des espèces qui, par leurs caractères d'une grande netteté, peuvent servir de type dans ce genre; tandis que d'autres se présentent à nous avec des caractères viverriens dégradés qui d'une part les rapprochent des *Amphycions* et de l'autre nous conduisent à pouvoir retrouver en eux l'origine des *Canidés*.

Une espèce se distingue par son maxillaire, fort, trapu, et par l'espace peu considérable qu'occupent les dents, qui sont en même temps relativement fort petites. Je propose de désigner cette espèce sous le nom de *Cynodictis brachyrostris*.

Deux autres espèces, également nouvelles, le *Cynodictis Borii* et le *Cynodictis curvirostris*, se caractérisent par leur tendance à passer au groupe des *Amphycions*. Leur carnassière est plus viverrienne que dans le genre précédent, mais le talon est plus large que dans le *Cynodictis*, il tend à s'allonger, tandis que la dentition supérieure reste, par le nombre de ses tuberculeuses, semblable à celle de ce genre.

Une mâchoire inférieure trouvée à Caylux offre par les caractères de sa carnassière des analogies avec le *Canis palæolycos* de M. Gervais. C'est un des exemples que l'on peut invoquer pour montrer le passage des *Cynodictis* aux *Canidés*. La carnassière est comprimée, son tubercule interne est reporté plus en arrière et abaissé, son talon est allongé. Ce n'est plus un *Cynodictis*, ce n'est pas un *Amphycion*, ce n'est pas non plus un *Canidé*, mais c'est l'animal qui a précédé

le Chien vrai. Les prémolaires ont un caractère spécial qui doit faire séparer cette espèce de celle de M. Gervais; les deux premières sont à une seule racine; je la désignerai sous le nom de *Canis incertus*.

A Bach, j'ai découvert une espèce de *Cynodictis* aussi intéressante au point de vue zoologique que celle dont je viens de parler. Elle était voisine du *Cynodictis lacustris*, mais sa carnassière inférieure est plus comprimée, son talon moins large, et le corps de l'os qui la supporte plus allongé. Cette espèce, que je désignerai sous le nom de *Cynodictis intermedius* est intéressante en ce qu'elle a donné naissance à une race qui par sa formule dentaire devrait être placée parmi les Viverridées. Le *Cynodictis intermedius* a perdu à un certain moment sa dernière tuberculeuse au maxillaire inférieur et aucun autre changement ne s'est effectué sur le reste du corps de l'os. J'ai pu observer quatorze maxillaires présentant ce caractère de dérivation, ce n'est donc pas une anomalie que j'ai rencontré, et certainement si je n'eusse précédemment trouvé le *Cynodictis intermedius*, j'aurais fait de la race dont il est l'origine une Viverridée toute nouvelle. Cette race qui sert de trait d'union entre les *Cynodictis* et les Viverridées, je la désignerai sous le nom de *Cynodictis intermedius viverroïdes*.

Une autre transformation des *Cynodictis* lie ce genre à celui des *Hyænodon*. A Caylux, j'ai trouvé un maxillaire inférieur d'un animal de petite taille, présentant au maxillaire inférieur quatre prémolaires, rappelant par leur forme les caractères de ces dents dans les *Hyænodon*. En arrière d'elles existaient deux carnassières. La première est plus petite et toutes les deux offrent les caractères de ces dents dans les *Cynodictis*. Si on les eût rencontré séparées, c'est à ce genre qu'il eût fallu les rapporter. En place, elles nous indiquent un genre nouveau que je propose de nommer *Cynohyænodon Cayluxi*.

Une Mustélidée, supérieure par sa taille à la *Mustela minuta*, se rapproche de cette espèce par la forme de sa carnassière qui est exactement une dent de Chat. J'avais déjà signalé un point de rapprochement entre les Félins et les Putois en découvrant le genre *Ællurogale*; cette Mustélidée nouvelle nous en indique un qui nous permet de rapprocher, par les *Pseudelurus*, les *Felis* des Mustélidées. Je désigne cette espèce sous le nom de *Mustela felina*.

Un Insectivore provenant de Saint-Antonin doit être rapporté au genre *Galeryx* de Pomel. Il s'en rapproche par sa

taille, qui est la même que celle des espèces trouvées à Montmartre et à Sansan, par la forme exactement semblable de ses prémolaires, qui sont les seules dents connues de ce genre. Les molaires qui leur font suite vont graduellement en augmentant de volume et confirment par leurs caractères l'idée qu'avait Pomel que la *Mustela viverroïdes* devait être placée parmi les Insectivores et y constituer un genre nouveau, le genre *Galeryx*. Je désignerai l'espèce des phosphorites sous le nom de *Galeryx ferax*.

Un genre nouveau, provenant de Saint-Antonin, doit être placé à côté de celui des Anoplotherium. Il nous indique des animaux un peu supérieurs par leur taille aux Dichobunes, ayant à la mâchoire supérieure, qui est la seule pièce que j'en ai rencontrée, des molaires exactement semblables à celles des Anoplotherium et les dents également en série continue. Mais les prémolaires, la canine, les incisives sont toutes sur une même ligne droite dirigée d'arrière en avant. La portion du maxillaire supérieur qui porte les incisives ne se contourne pas en dedans comme dans les autres espèces d'Herbivores, elle est rectiligne. Une seule incisive, la troisième, est en place. Elle est remarquable par sa forme, qui est complètement différente de toutes celles que nous offrent les mêmes dents fossiles, et qui ne peut être rapprochée que de celles du Daman actuel, moins leur crête antérieure. Je désignerai ce genre nouveau sous le nom d'*Hyrocodon primævus*.

Les *Gelaucus*, qui jusqu'ici n'avaient été signalés qu'à Ronzon, se retrouvent en grand nombre dans les phosphorites. Ils présentent dans le nombre de leurs dents un fait remarquable. Les uns possèdent sept molaires au maxillaire inférieur comme les *Amphitragulus*. D'autres, seulement six, comme les *Dremotherium*; je les ai comparés avec les animaux trouvés à Ronzon par M. Aymard, et la disposition de leurs dents ne permet de les placer que dans le genre *Gelaucus* de ce savant naturaliste. Pourtant ce ne sont pas les mêmes espèces que celles du Puy, et d'une manière générale, je dirai que le caractère distinctif des *Gelaucus* du Quercy consiste dans l'absence au bord interne des molaires supérieures d'un fort bourrelet qui existe dans les espèces décrites par M. Aymard. Une des espèces présente un maxillaire inférieur raccourci, peu élevé au dessus du niveau de la dernière molaire; une seconde, au contraire, offre une barre excessivement allongée, précédée d'une toute petite canine. Une troisième espèce ayant, comme la pré-

cédente, une barre étendue, était beaucoup plus forte que les précédentes dont les formes étaient très-élancées. Je désignerai ces trois espèces sous le nom de *Gelaucus curtus*, *elongatus* et *crassus*.

Les Didelphes étaient représentés à cette époque par des animaux de petite taille voisins de nos Sarigues et rentrant dans le genre *Peratherium*. J'ai comparé leurs maxillaires au Puy avec ceux qui ont servi de type à M. Aymard pour la description de ce genre, et j'y ai reconnu deux espèces nouvelles, se distinguant de celles jusqu'ici connues par la disposition de la branche montante du maxillaire et par celle des pointes des molaires. Je propose de désigner ces deux espèces par les noms de *Peratherium Aymardi* et *Cayluxi*.

Les Reptiles étaient nombreux à l'époque de formation des phosphates de chaux, si on en juge par les débris assez multipliés que l'on a découvert jusqu'ici. Ils atteignaient une assez grande taille et je citerai en particulier un Lézard égalant l'Iguane. Les différentes pièces de squelette, sur l'étude desquelles je reviendrai dans une prochaine description, témoignent d'une analogie remarquable avec l'ancien genre *Monitor* de Cuvier. Je propose de désigner ce Saurien nouveau par le nom de *Palæosaurus Cayluxi*.

Sur le siège de l'olfaction chez la NASSA RETICULATA,
par M. Léon Vaillant.

L'étude des organes des sens chez les Invertébrés est encore sur bien des points peu avancée. La vue et l'ouïe demandant un appareil fonctionnel d'une grande complication, la recherche anatomique a permis, dans beaucoup de cas, de résoudre la question, mais pour les sens qui se rapprochent plus directement du toucher, auquel, suivant la remarque de Blainville, on pourrait ramener toutes les manifestations sensorielles, l'embarras est très-grand, ces sensations s'écartant beaucoup moins de celles données par le sens type, et si, dans bien des cas, l'odorat et le goût se confondent chez l'homme, seul être à l'égard duquel nous puissions avoir une notion réellement exacte des impressions, on peut dire que les perceptions gustatives proprement dites, le salé et le sucré, l'amer et le doux, l'acide, se

rapprochent jusqu'à un certain point de la sensation chaud et froid fournie par le toucher. Aussi, chez les animaux inférieurs dont l'organisation, très-différente de la nôtre, rend les assimilations de nos propres organes difficiles et souvent risquées, l'observation et l'expérimentation physiologiques seules peuvent nous fournir quelques éclaircissements. C'est ce qui donne peut-être de l'intérêt au fait suivant, qui n'a pas encore fixé, que je sache, l'attention des zoologistes et indique assez nettement le siège probable de l'odorat chez les Mollusques gastéropodes.

Cette observation a été faite à Saint-Malo sur la *Nassa reticulata* et, depuis plusieurs années, je l'ai mainte et mainte fois répétée, avec une réussite constante, devant différentes personnes. Il faut choisir une flaque d'eau dont le fond, couvert d'un sable fin, sur une certaine épaisseur, offre à ces animaux l'abri qu'ils recherchent; on y dépose le corps d'un Mollusque dépouillé de sa coquille, par exemple, une Patelle, animal très-commun sur les rochers et des plus faciles à retirer de son enveloppe testacée. Au bout d'un temps variable, qui n'excède jamais cinq ou six minutes, le sable s'agite sur certains points et l'on voit sortir les Nasses, complètement étendues, le siphon dressé. En général, c'est à une petite distance de l'appât que le phénomène a d'abord lieu, mais presque aussitôt il se produit plus loin, souvent à plus d'un mètre, un mètre et demi. Ces Mollusques, une fois sortis de leur retraite, rampent sur le sable agitant leur siphon en différents sens et indiquant par leurs mouvements qu'ils sont en quête; bientôt on reconnaît que c'est la Patelle qu'ils recherchent; ils s'en rapprochent en effet avec plus ou moins de bonheur, parfois directement, franchissant les objets élevés qui peuvent se rencontrer sur leur route et leur masquent leur proie; d'autres fois, après des détours plus ou moins considérables, étant d'abord dans une bonne voie, puis dépiqués un peu plus loin, mais ne se lassant que rarement et poursuivant toujours leur course. On ne tarde pas à avoir la preuve que le but est bien la Patelle, ils finissent par l'atteindre et, se fixant sur elle, la mangent avec avidité. Il n'est pas rare de voir ainsi six à huit Nasses exécutant cette petite manœuvre.

Il est hors de doute que c'est une sensation analogue ou identique à celle de l'odorat qui guide l'animal. Comme il vit toujours plus ou moins profondément enfoui dans le sable, il est de toute évidence que la vue n'a pu lui révéler l'existence de cette proie; ce n'est pas davantage l'ouïe et

l'ébranlement du liquide; on peut en effet déposer la Palette avec grandes précautions, le résultat est le même; il ne peut naturellement être question du goût ni du toucher, qui n'exercent pas leur action à distance. D'ailleurs, la façon même dont se comporte le Mollusque, montre suffisamment le sens qui se trouve en jeu : ce siphon qu'il agite çà et là, indique qu'il cherche à percevoir des émanations apportées par le courant d'eau dont cet organe est constamment traversé. Des expériences de vivisection pourraient fournir des renseignements précis à cet égard, mais la difficulté d'entretenir ces animaux en captivité, le peu de facilité qu'on a de pratiquer des mutilations sur des êtres si rétractiles dans toutes leurs parties, constituent encore aujourd'hui des obstacles sérieux.

Ainsi, le sens de l'olfaction chez ces animaux, quelque indécise que soit encore sa position exacte, est certainement en connexion avec l'appareil respiratoire; j'ajouterai qu'il est difficile, en présence de ce résultat, de ne pas songer à cet organe sensoriel énigmatique, découvert par M. Lacaze Duthiers, et décrit dans son magnifique travail sur le système nerveux des Gastéropodes (1), organe sur les fonctions duquel cet éminent zoologiste n'a pas cru devoir se prononcer en l'absence d'observations physiologiques.

Séance du 22 novembre 1873.

Sur les phénomènes thermiques qui accompagnent la flexion et la torsion, par M. J. Moutier.

Une traction longitudinale opérée sur un corps solide prismatique détermine des variations de température que l'on peut calculer d'après les principes de la thermodynamique : les expériences de M. Joule sont parfaitement d'accord avec la formule déduite du théorème de Carnot par M. W. Thomson.

Si l'on désigne par z la longueur d'un prisme de poids égal à 1 kilogramme, soumis, à la température t , à une trac-

(1) *Archiv. de zool. exp. et gén.*, t. 1, p. 483, 1872.

tion P , par C la chaleur spécifique du prisme sous la traction constante p , la variation de température dt qui résulte d'un accroissement de pression dp , sans variation de chaleur, est donnée par la formule

$$C dt = - AT \frac{dz}{dt} dP,$$

où A désigne l'équivalent calorifique du travail, T la température absolue qui correspond à t .

J'ai cherché si des considérations analogues ne seraient pas applicables aux effets thermiques qui accompagnent la flexion et la torsion.

Flexion. — Considérons une barre prismatique de poids égal à l'unité, encastrée à l'une de ses extrémités, et à la température t . Si l'on fait agir une force P perpendiculairement à la longueur de la barre, il en résulte une flexion f : les trois éléments f , P , t déterminent l'état de la barre.

Si la force P s'accroît de la quantité infiniment petite dP , la flèche de flexion s'accroît de la quantité infiniment petite df ; le travail élémentaire de la force P est alors $P df$: ce travail, de même que le travail de la traction $P dz$ est négatif. Les raisonnements relatifs à la traction sont applicables au cas de la flexion; de sorte que, si la modification a lieu sans variation de chaleur, la variation de température est donnée par la formule précédente, en remplaçant C par la chaleur spécifique de la barre fléchie sous le poids constant P , z par la flèche de flexion f .

L'expérience peut faire connaître la loi suivant laquelle varie la flexion lorsque, la force P restant constante, la température vient à changer; mais à défaut d'expériences directes, on peut se reporter à la valeur de la flèche de flexion, donnée dans les Traités de Mécanique, en fonction de la force P , des dimensions de la barre et du coefficient d'élasticité de traction. Si l'on suppose la flexion assez faible pour que la dilatation de la barre soit soumise aux lois ordinaires de la dilatation, et si l'on tient compte du changement qu'éprouve le coefficient d'élasticité de traction par l'effet d'une variation de température, d'après les expériences de Wertheim, on trouve que la flexion d'une tige de fer ou d'acier aux températures ordinaires doit être suivie d'une élévation de la température.

Torsion. — Considérons un cylindre de poids égal à l'unité, encastré à l'une de ses extrémités, et à la température t . Si l'on fait agir à l'extrémité libre du cylindre un couple de

torsion dans un plan perpendiculaire à l'axe du cylindre, dont le moment ait une valeur M , il en résulte une torsion ω ; les trois éléments ω , M , t déterminent l'état du cylindre.

Si le moment de torsion s'accroît de la quantité infiniment petite dM , l'angle de torsion s'accroît de la quantité infiniment petite $d\omega$; le travail élémentaire de torsion est alors $Md\omega$: ce travail est négatif, comme les précédents. Les raisonnements relatifs à la traction et à la flexion sont encore applicables; de sorte que, si la modification a lieu sans variation de chaleur, la variation de température est donnée par la formule précédente, en remplaçant C par la chaleur spécifique du cylindre soumis au couple constant M , z par l'angle de torsion ω .

L'expérience peut faire connaître la loi suivant laquelle varie la torsion lorsque, le couple de torsion restant constant, la température vient à changer; mais, à défaut d'expériences directes, on peut se reporter à la valeur de l'angle de torsion, donnée par la théorie de l'élasticité. Dans le cas des corps parfaitement isotropes, l'angle de torsion peut s'exprimer en fonction du moment M , des dimensions du cylindre et du coefficient d'élasticité de traction. Si l'on suppose la torsion assez faible pour que la dilatation du cylindre soit soumise aux lois ordinaires de la dilatation, si l'on tient compte de l'influence de la température sur la valeur du coefficient d'élasticité de traction, on trouve que la torsion d'un cylindre d'acier trempé, que l'on peut regarder comme isotrope d'après les recherches de M. Kirchhoff, doit être suivie d'une élévation de la température.

J'ai eu l'occasion d'établir que le coefficient d'élasticité de traction sans variation de chaleur est toujours supérieur au coefficient d'élasticité à température constante, de sorte que l'allongement d'un fil sans variation de chaleur est toujours moindre que l'allongement du même fil à température constante pour une même traction, soit que le fil tendu se dilate ou se contracte par l'effet de la chaleur. Les mêmes raisonnements s'appliquent ici: la flexion et la torsion sans variation de chaleur sont toujours moindres que si la température restait constante.

Sur le prétendu *SERRANUS PHÆTON*, C. V., par M. Léon Vaillant.

On trouve décrit et figuré dans l'Histoire des Poissons un être très-singulier, le *Serranus phæton* ou *Serran paille en queue*, admis jusqu'ici par tous les ichthyologistes et pour lequel Swainson a créé le genre *Urip hæton*; l'exemplaire unique de cette espèce existe dans les collections du Muséum et provient du cabinet du stathouder, sans indication d'origine. Un examen attentif de cet animal prouve que la bonne foi de Valenciennes a été surprise par une pièce artificiellement fabriquée.

Ce poisson, à l'état de peau desséchée sur une planchette, est composé d'un corps de Serran, auquel a été adaptée la portion caudale d'une Fistulaire; le point d'union était dissimulé par d'épaisses couches de vernis.

La disposition des dents, le nombre des épines de la dorsale, celui des rayons de l'anale, la forme du préopercule, de l'operculaire et du lobe membraneux, permettent de rapporter le corps au *Serranus nigripinnis* ou à une espèce du même groupe.

Pour ce qui est de la partie postérieure :

1° La portion de peau absolument nue, qui y est encore adhérente;

2° La présence en ce point et sur le singulier prolongement, formé par les rayons d'écaillés tubuleuses placées bout à bout, représentant la ligne latérale;

3° La nature des rayons supérieurs et inférieurs de la caudale, durs, d'une seule pièce (la description aussi bien que la figure citées plus haut l'expriment fort exactement), et non mous, articulés, sont autant de caractères qui, joints à la forme si spéciale, ne peuvent laisser aucun doute sur le genre de Poissons auquel elle a été empruntée.

Plusieurs zoologistes, qui ont bien voulu examiner cette pièce, ont été unanimes pour reconnaître l'exactitude de ces observations.

Le *Serranus phæton* doit donc être supprimé de la série ichthyologique.

Séance du 13 décembre 1873.

Sur les compressions sans variation de chaleur produites par des surcharges instantanées, par M. J. Moutier.

Considérons un corps renfermé dans un cylindre fermé par un piston, auquel est appliquée une force destinée à comprimer le corps. Si cette force augmente graduellement, les formules ordinaires de la thermodynamique fournissent les variations de température et de volume qu'éprouve le corps, sans variation de chaleur, lorsque la force appliquée au piston s'accroît d'une certaine quantité que nous désignerons, pour abréger, sous le nom de *surcharge graduelle*.

Si au contraire l'effort exercé sur le piston s'accroît de la même quantité d'une manière instantanée, si la surcharge est *instantanée*, l'équilibre n'a plus lieu à chaque moment entre la force appliquée au piston et la pression exercée par le corps; le piston est animé d'un mouvement alternatif.

Lorsque le piston est arrivé à l'extrémité de sa course et n'a plus de vitesse, on peut déterminer la pression du corps comprimé, son volume et sa température. Il suffit d'exprimer que la somme des travaux effectués par la force constante extérieure et par la pression variable intérieure est nulle. Ce problème a déjà été résolu dans le cas des gaz; je me suis proposé de résoudre la même question pour les liquides, en supposant que les deux chaleurs spécifiques du liquide, le coefficient de dilatation et le coefficient de compressibilité n'éprouvent pas de variations sensibles, lorsque le liquide change de volume. On sait aujourd'hui que ces divers éléments varient, mais leurs variations sont tellement faibles qu'il est permis de les négliger entre certaines limites, sans affecter les résultats d'erreurs sensibles.

Le travail de la force extérieure s'obtient immédiatement; le travail effectué par la pression intérieure variable se déduit sans difficulté des formules connues de la thermodynamique, qui se rapportent au cas d'un changement de volume sans variation de chaleur. Voici les résultats auxquels conduit l'application immédiate de ces formules, en supposant constants les divers coefficients dont il vient d'être question.

Lorsque la vitesse du piston s'annule, ce qui correspond

au maximum de la diminution de volume éprouvée par le liquide sans variation de chaleur:

1° L'accroissement de la pression du liquide est égal au double de la surcharge instantanée.

Le résultat est le même lorsqu'on néglige l'effet thermique qui accompagne la compression du liquide.

2° La diminution de volume du liquide est égale au double produit de la diminution de volume qu'éprouverait le liquide, soumis à une surcharge graduelle, par le rapport de la chaleur spécifique sous volume constant à la chaleur spécifique sous pression constante.

Si l'on néglige l'effet thermique qui accompagne la compression du liquide, la diminution de volume du liquide soumis à une surcharge instantanée est égale au double de la diminution de volume du liquide soumis à la surcharge graduelle.

3° La variation de température produite par une surcharge instantanée est double de la variation de température produite par la surcharge graduelle.

Des considérations analogues s'appliquent à l'étirement des fils. L'état du fil est alors défini par la traction qu'il supporte, par sa longueur et sa température. Les théorèmes généraux de la thermodynamique s'appliquent, comme on le sait, aux fils étirés, en remplaçant la pression supportée par un corps en général par la traction exercée sur l'une des bases du fil et le volume d'un corps en général par la longueur du fil.

A une époque où l'on ignorait les effets thermiques produits par l'étirement des fils, Poncelet a établi, dans l'*Introduction à la mécanique industrielle* (p. 420 de l'édition publiée par M. Kretz) que le plus grand allongement d'un fil soumis à une surcharge instantanée est double de l'allongement qui correspondrait à une surcharge graduelle. D'après les formules de la thermodynamique :

1° L'allongement maximum d'un fil soumis à une surcharge instantanée est égal au double de l'allongement du fil soumis à la surcharge graduelle, multiplié par le rapport de la chaleur spécifique sous volume constant à la chaleur spécifique sous traction constante.

2° La variation de température produite par une surcharge instantanée est double de la variation de température produite par une surcharge graduelle.

Sur un Geckotien de l'ambre jaune, 2° note, par M. Léon Vaillant.

Au mois de juillet dernier, dans une communication sur un *Geckotien de l'ambre jaune*, je signalais à la Société un autre fragment de cette substance renfermant un Reptile analogue. M. Reboux, à qui appartient l'échantillon, a eu l'extrême obligeance de faire polir celui-ci, pour enlever les nombreuses fissures qui en couvraient la surface, et l'on peut aujourd'hui examiner, avec toute facilité, les différents êtres qu'il contient. Il ne sera ici question que du Reptile, notre collègue, M. Oustalet, ayant bien voulu jeter un coup d'œil sur les Articulés assez nombreux renfermés dans ce même fragment.

Pour la forme, le morceau d'ambre peut être comparé à ces haches de pierre polies, appointies à l'une de leurs extrémités; le tranchant serait brisé. Sa longueur est de 0^m,105—sa plus grande largeur est de 0^m,038 et son épaisseur de 0^m,013; il pèse 32^{gr},20. Le Geckotien, placé dans la portion rétrécie, les pattes ramenées le long du corps, la queue repliée vers l'extrémité, est long d'à peu près 0^m,050 et large de 0^m,006. Ces dimensions, notablement plus grandes que celles de l'exemplaire appartenant à M. Lartet, la position plus superficielle dans le morceau d'ambre, sont autant de circonstances favorables pour l'observation, qui me permettront, j'espère, de pousser plus loin cette étude. L'état de conservation est remarquable, sauf quelques plaques blanchâtres de nature indéterminée placées à la partie dorsale; une partie des couleurs, ou tout au moins la disposition des teintes, paraît même conservée sur certains points. On voit aussi quelques petits Acariens rougeâtres qu'on peut croire avoir été parasites de ce Saurien.

La disposition des doigts, les plaques labiales et mentonnières semblables, me font considérer les individus des deux échantillons comme appartenant à la même espèce; toutefois le prolongement céphalique en capuchon, que j'avais précédemment signalé, doit être regardé non comme un caractère réel, mais comme un accident dû sans doute à la dessiccation.

Je compte d'ailleurs, grâce à l'obligeance des deux savants qui ont bien voulu me confier ces précieux échantil-

lons, revenir bientôt sur ces détails, en décrivant, dans un travail plus complet, cet intéressant Geckotien.

Remarques sur la note précédente, par M. Oustalet.

Dans le même morceau d'ambre que le Saurien décrit par M. Vaillant, se trouvent des Insectes de différents ordres, des Arachnides, et des débris de végétaux.

Les Insectes sont dans un état de conservation très-satisfaisant, et seraient même susceptibles d'être tous déterminés génériquement, si quelques-uns n'étaient dans une position peu favorable à l'étude. Toutefois, n'ayant pu jeter sur ces spécimens qu'un coup d'œil rapide, je me contenterai d'indiquer aujourd'hui, en quelques mots, les principaux groupes auxquels ils me paraissent se rapporter.

Il y a d'abord un petit Coléoptère qui, par sa forme générale, rappelle les *Mycétophagides*, puis un Orthoptère de la famille des *Blattes*, et un Hémiptère du groupe des *Cicadelles*; deux Hyménoptères, de petite taille, et de couleur noire, avec l'abdomen globuleux et les pattes robustes, qui sont évidemment des *Chalcides*; enfin plusieurs Diptères, appartenant, les uns au groupe des *Piophilides*, les autres à celui des *Hypocérides*.

Les *Mycétophagides*, dont plusieurs représentants ont déjà été signalés dans l'ambre de Prusse par M. Berendt (*Bernstein*, t. I, p. 56), vivent, comme leur nom l'indique, dans les Champignons.

Les *Blattes*, répandues de nos jours dans le monde entier, se trouvent en général dans les lieux obscurs et humides. Les *Cicadelles*, dont plusieurs espèces des terrains tertiaires et de l'ambre ont été décrites et figurées par MM. Heer, Schilling, Berendt, etc., se tiennent de nos jours sur les arbres ou sur les buissons, et quelques-unes, comme les *Tettigonies* et les *Aphrophores*, se rencontrent sur les Peupliers et sur les Saules, où leurs larves forment de petites colonies, protégées par une sorte d'écume; les *Chalcides* déposent leurs œufs dans le corps de certaines chenilles; les *Hypocères*, qui constituent une petite famille de Muscides dont le faciès est tout particulier, vivent à l'état adulte sur les feuilles et sur les fleurs de diverses plantes et à l'état de larve, dans les

détritus végétaux, comme plusieurs Tipulaires fongicoles. Enfin les Piophilides, à part quelques espèces dont les larves se nourrissent de matières grasses, passent leur premier âge ou même toute leur vie (comme la *Teichomyze obscure*) dans les endroits humides, au milieu de matières en décomposition.

En résumé donc, tous les Insectes, sans exception, qui sont renfermés dans ce morceau d'ambre ont dû vivre dans des endroits plus ou moins obscurs, au milieu d'une atmosphère fortement chargée d'humidité.

Séance du 27 décembre 1873.

Sur la production du borax octaédrique, par M. Gernez.

Depuis les observations de Payen et de Robiquet et Pellerin, on sait que le borax peut former avec l'eau deux hydrates, contenant l'un cinq équivalents d'eau et cristallisant en octaèdres réguliers, l'autre dix équivalents et cristallisant en prismes rhomboïdaux obliques. On admet communément que les cristaux à 5 HO constituent une forme de borax stable, seulement à une température relativement élevée et que le sel à 10 HO est la forme stable à basse température, assimilant ainsi les deux variétés de borax aux formes dimorphiques du soufre, des acides arsénieux et antimonieux, etc. A priori, une pareille assimilation n'a pas de raison d'être puisqu'il s'agit ici de deux corps ayant une constitution différente, mais on l'a étayée sur ce fait que la solution concentrée de borax donnait par refroidissement jusqu'à 56 degrés par exemple, d'autant plus de borax octaédrique qu'elle avait été plus longtemps soumise à l'influence d'une température élevée : la chaleur déterminerait ainsi dans la solution la transformation moléculaire qui produirait le borax octaédrique.

Le fait d'une transformation de ce genre dans les substances qui présentent le dimorphisme est assez fréquent pour qu'on l'ait admis dans ce cas différent sans en contrôler sérieusement l'exactitude ; je vais indiquer sommairement quelques expériences qui établissent que les solutions de borax ne subissent pas les modifications dont il s'agit

lorsqu'on les chauffe pendant un temps quelconque, et que les phénomènes auxquels elles donnent lieu ne présentent pas la complication qu'on leur avait attribuée.

Lorsqu'on dissout du borax dans l'eau, en dépassant peu la saturation, la solution reste sursaturée et se conserve indéfiniment liquide à la température ordinaire dans un ballon de verre dont le col, maintenu incliné, ne permet pas aux poussières cristallines disséminées par l'opérateur de rencontrer le liquide. Vient-on à le toucher avec une parcelle de borax prismatique, l'excès de sel dissous se dépose rapidement sous forme de cristaux prismatiques.

Si la solution est très-concentrée, si elle contient par exemple à 12 degrés plus de 1,5 de sel pour 2 d'eau distillée, si de plus elle est conservée à l'abri des poussières de borax, elle abandonne peu à peu spontanément des cristaux octaédriques qui restent transparents au milieu de la solution assez riche en sel pour être sursaturée, et l'on pourrait y faire naître des cristaux prismatiques par le contact d'une parcelle à 10 équivalents d'eau.

Ce dépôt de cristaux octaédriques, dont l'abondance dépend de la concentration du liquide, s'effectue à toutes les températures pendant le refroidissement, même à 8 degrés; son poids est le même dans les solutions soumises à une ébullition de plusieurs heures (sans perte d'eau) et dans celles dont l'ébullition n'a duré qu'une minute. De plus, si, par évaporation dans le vide sec, on concentre la solution, elle abandonne peu à peu sous forme de cristaux octaédriques tout le sel qu'elle contient.

Il en est de même lorsqu'on fait à froid une solution avec un grand excès d'eau, pour éviter les parcelles non dissoutes, puis, qu'on la concentre peu à peu dans le vide sec à une température de 10 à 12 degrés; tout le sel se dépose ainsi en octaèdres sans résidu.

Ainsi les formes octaédriques et prismatiques que présente le borax peuvent s'obtenir toutes deux à basse température, la première spontanément et par le refroidissement d'une solution chaude ou l'évaporation à froid d'une solution étendue, sa production est analogue à celle des cristaux de $\text{NaOSO}^3 + 7\text{HO}$ dans les solutions concentrées de sulfate de soude; l'autre ne se produit dans les solutions sursaturées qu'au contact d'un cristal prismatique, comme les cristaux de $\text{NaOSO}^3 + 10\text{HO}$ qui ne se forment qu'au contact d'un cristal de cette substance ou d'un corps isomorphe.

C'est un cas particulier d'un phénomène dont j'ai signalé depuis longtemps la généralité, et il n'y a pas lieu d'attribuer à l'action prolongée de la chaleur sur les solutions de borax une action d'une nature particulière.

D'après cela, l'explication des faits observés sur le borax est des plus simples; la température de 56 degrés qu'on a indiquée comme limite inférieure à la production du borax octaédrique n'est, en réalité, qu'une température voisine de la limite supérieure à laquelle on peut observer la production du borax prismatique, car le sel perd une partie de son eau à cette température.

De plus, si les cristaux octaédriques abandonnés à l'air des fabriques ou des laboratoires y deviennent peu à peu d'un blanc opaque et semblent s'effleurir, cela tient à ce que l'eau mère interposée entre les assises cristallines est en réalité sursaturée, c'est-à-dire contient plus de borax qu'elle ne dissoudrait de sel à 10 équivalents à cette température, mais plus assez pour déposer du sel à 5 équivalents; par suite, l'arrivée d'une parcelle prismatique produit, dans cette eau mère, des cristaux interposés d'une forme et d'un indice de réfraction différents, il en résulte une tache blanche qui envahit graduellement la masse entière.

Je me suis du reste assuré que des cristaux octaédriques transparents obtenus dans le vide ou par une évaporation prolongée pendant un mois, sont restés parfaitement limpides dans l'air saturé d'humidité.

Quant à l'augmentation de la quantité de borax par l'ébullition prolongée de la solution que plusieurs chimistes ont signalée, elle tient sans doute à ce qu'on aura négligé de retenir dans l'appareil toute la vapeur d'eau dégagée pendant l'ébullition, il en sera résulté une solution plus concentrée qui devait abandonner par le refroidissement une plus grande quantité de borax.

Sur la localisation des principes colorants dans les feuilles,
par M. J. Chatin.

Étudiées à plusieurs reprises au point de vue de leur constitution, les matières colorantes, qui donnent aux feuilles un aspect souvent si varié, semblent n'avoir été que très-rare-

ment examinées au point de vue de leur localisation dans les tissus de ces organes, nos connaissances sur ce sujet se bornant à quelques lignes d'un mémoire déjà ancien de M. Morren.

Les recherches dont je résume ici les principaux résultats ont donc eu pour but la détermination des dispositions anatomiques auxquelles les feuilles présentant des teintes autres que le vert doivent leur coloration spéciale. Les feuilles offrant des parties blanchâtres m'occuperont tout d'abord; à leur suite, se placeront les feuilles à coloration normale rouge, rose, etc. Enfin, j'aurai à examiner les feuilles qui n'offrent une teinte spéciale que dans les premiers temps de leur existence ou vers la terminaison de celle-ci (colorations vernales, colorations automnales).

A. FEUILLES PRÉSENTANT DES PARTIES BLANCHÂTRES.

Aucuba japonica. — Les cellules des deux épidermes renferment parfois de rares grains de chlorophylle. Quant au parenchyme, on constate que ses cellules renferment ces grains en grande abondance dans les parties vertes, tandis qu'elles ne contiennent que des grains peu abondants et à peine glauques dans les parties répondant aux taches blanchâtres de la feuille.

Ligustrum japonicum variegatum. — Les cellules épidermiques sont vides, et ce caractère se retrouve presque constamment dans les éléments de l'assise sous-épidermique; les utricules du mésophylle contiennent de la chlorophylle dans les parties vertes, et quelques grains faiblement colorés dans les portions blanchâtres de la feuille.

Ægopodium Podagraria variegatum. — Les cellules des deux épidermes sont vides, les cellules parenchymateuses contiennent des grains chlorophylliens ou des grains rares et à peine glauques, selon qu'elles se trouvent dans une zone verte ou dans une zone blanche.

Codiæum variegatum. — Même répartition des principes colorants.

Pulmonaria officinalis. — Dans les parties blanchâtres, les cellules du mésophylle ne renferment que de rares granules verdâtres.

Peperoniæ species variegata. — Cellules épidermiques grandes et vides; sous l'épiderme supérieur une assise de larges cellules ne renfermant qu'exceptionnellement des

granules incolores ; dans les parties blanchâtres, les cellules mésophylliennes ne renferment que des grains peu nombreux et faiblement verdâtres, tandis que dans les parties vertes, ces utricules en contiennent abondamment.

Tradescantia zebrina. — Dans les zones blanchâtres, les cellules du mésophylle ne renferment que quelques grains chlorophylliens.

Coprosma species variegata. — Dans les parties blanches, les éléments du mésophylle ne contiennent que des grains incolores ou des raphides.

Mentha piperita variegata. — Dans les parties blanchâtres, rares grains incolores.

Iris fetidissima vittata. — Même localisation de la chlorophylle.

Arundo variegata. — La teinte pâle est due à la même cause que dans les cas précédents.

B. FEUILLES NORMALEMENT ROSES, ROUGES, ETC.

Perilla nankinensis. — Les cellules du mésophylle renferment de la chlorophylle, tandis que les utricules épidermiques contiennent un liquide rosé qui donne à la feuille sa couleur.

Fagus sylvatica (purpurea). — La chlorophylle est localisée dans le mésophylle, tandis que le liquide rougeâtre ne se trouve que dans les cellules épidermiques, lesquelles sont souvent absolument vides.

Achyranthes Werschaffeltii. — Le liquide rouge se rencontre constamment dans les cellules épidermiques, et parfois aussi dans les éléments du mésophylle, mais il est toujours peu coloré dans ces derniers, et semble s'y être extravasé par rupture des cellules de l'épiderme.

Betta vulgaris purpurescens. — La matière colorante est encore localisée dans les utricules épidermiques, et ce n'est qu'exceptionnellement qu'on en trouve quelques traces dans les utricules du mésophylle.

Berberis violacea. — Le liquide rose est localisé dans les éléments des deux épidermes.

Strobilanthes Goldfussii (var. sabiniana). — La feuille étant rouge sur sa face inférieure seule, la coupe montre que les cellules de l'épiderme supérieur sont vides, tandis que celles de l'épiderme inférieur sont colorées par un liquide qui se répand parfois dans les utricules voisins.

Ricinus sanguineus. — Ici, la coloration n'existant que sur la face supérieure, on constate que les cellules de l'épiderme correspondant renferment seules le liquide colorant.

Begonia rex. — Les cellules de l'épiderme inférieur sont seules colorées.

Orchis maculata. — Liquide violet localisé dans les cellules de l'épiderme supérieur.

Pelargonium zonale. — Même répartition de la matière colorante.

Cissus marmorata. — Les cellules de l'épiderme supérieur renferment un liquide faiblement rosé, tandis que les éléments de l'épiderme inférieur contiennent un liquide rouge beaucoup plus foncé.

Passiflora kermesina. — Liquide violacé dans les deux épidermes.

Canna discolor. — Même localisation de la matière colorante.

Calladium discolor. — Liquide rose dans les cellules de l'épiderme supérieur.

Brassica oleracea purpurata. — Le liquide colorant existe dans les deux épidermes et dans les cellules sous-jacentes.

Sidum Telephium. — La coloration des feuilles est due à un liquide rose renfermé dans les cellules des deux épidermes.

Oplismenus imbecillis. — La feuille offrant des bandes longitudinales alternativement blanches, roses et vertes, on constate que, dans ces dernières, les cellules épidermiques sont vides, tandis que les utricules du mésophylle sont remplis de chlorophylle; les parties rouges ne diffèrent des précédentes que par la présence d'un liquide rose dans les cellules épidermiques; enfin dans les zones blanches, ces derniers éléments sont vides, et de rares grains incolores s'observent seuls dans les utricules du mésophylle.

CALYCES ET COROLLES.

Punica granatum. — La corolle et le calice présentent un liquide rosé et contenu dans les cellules de leurs deux épidermes.

Fuchsia coccinea. — Dans la corolle bleu-violet, on constate que le liquide coloré se montre, avec sa plus grande

intensité, dans les cellules de l'épiderme et de la couche immédiatement sous-jacente du mésophylle, mais qu'il s'y rencontre également dans le reste du parenchyme, où il semble répandu à la suite de la rupture des éléments précédents.

Centiurea cyanus. — Le liquide bleuâtre ne se trouve que dans les cellules de l'épiderme inférieur.

Campanula medium. — La matière colorante des pétales est contenue dans les cellules de leurs deux épidermes.

Aconitum Stærkeionum. — Même localisation du liquide bleuâtre.

C. COLORATIONS VERNALES.

Quercus sessiliflora. — La feuille jaune et colorée renferme un liquide rougeâtre dans les cellules de ses deux épidermes, tandis que la feuille adulte et verte présente des cellules épidermiques vides.

Rosa centifolia. — Les jeunes feuilles présentent des épidermes colorés, tandis que ces mêmes tissus sont vides dans les feuilles vertes.

D. COLORATIONS AUTOMNALES.

L'examen anatomique d'un grand nombre de feuilles automnales jaunes, rouges, brunes, etc. (*Tropæolum majus*, *Cerasus lauro-cerasus*, *Pyrus communis*, *Fuchsia coccinea*, *Æsculus*, *Clayera*, *Ampelopsis*, *Ficus*, etc.), montre que ces teintes ont leur siège dans les utricules du mésophylle, les cellules de l'épiderme étant constamment vides.

Les recherches précédentes peuvent donc se résumer ainsi :

a. Les feuilles présentant des parties blanchâtres doivent cet aspect à une diminution considérable de la chlorophylle dans les éléments du mésophylle qui correspondent à ces parties.

b. Dans les feuilles normalement colorées, la coloration est due à un liquide généralement limité aux utricules épidermiques, les éléments du mésophylle renfermant de la chlorophylle comme dans les feuilles vertes.

c. La coloration vernale de certaines feuilles est également due à l'existence d'un liquide coloré dans les cellules de l'épiderme, le mésophylle étant constitué comme dans le cas précédent.

d. Les colorations automnales ont, au contraire, leur siège exclusif dans les éléments du mésophylle.

En dehors des faits qu'ils peuvent ajouter aux notions acquises sur la structure des feuilles, ces résultats présenteront peut-être quelque intérêt pour l'histoire physiologique de ces organes. On sait, en effet, que de Saussure, frappé de voir les feuilles colorées de l'*Atriplex* décomposer l'acide carbonique de l'air comme les feuilles vertes auraient pu le faire, en conclut que ce phénomène n'exigeait pas, pour se produire, la présence de la matière verte; ses recherches ont été reprises plus récemment par M. Cloez, qui, employant des procédés purement chimiques, a montré que ces feuilles renfermaient, outre un principe colorant spécial, une certaine quantité de chlorophylle à laquelle était due la fixation du carbone. Peu après, M. Ed. Filhol était conduit par de semblables études à penser que les feuilles colorées en rouge ou en violet au printemps sont teintées superficiellement, tandis que les feuilles jaunes automnales sont bien absolument jaunes. Or, nous venons de voir que les feuilles à coloration normale ou vernale renfermaient effectivement de la chlorophylle comme les feuilles vertes, tandis que dans les feuilles automnales la coloration spéciale était due à la disparition du principe vert, et siégeait dans le tissu essentiel de la feuille, dans le mésophylle; ainsi se trouvent confirmées, par des études purement anatomiques, les conclusions auxquelles l'analyse avait conduit les savants chimistes que je viens de citer.

Sur le bassin du Crocodile, par M. Alix.

M. Alix a fait à la Société une communication relative au bassin du Crocodile, dans laquelle il a insisté sur la mobilité du pubis. Cette mobilité, signalée par Lorenz (*De pelvi Reptilium*, 1807), mais négligée par la plupart des auteurs, lui semble expliquer pourquoi le pubis du Crocodile est exclu de la cavité cotyloïde, n'est relié à l'iléon que par un ligament, et n'a de contact direct qu'avec l'ischion sur lequel il prend un point d'appui. Dès lors on n'est plus embarrassé pour déterminer la véritable signification de cet os, démontrée d'ailleurs par les insertions musculaires, et on n'est plus tenté de le comparer à un os marsupial, à l'exemple de Stannius et, plus récemment, de Gegenbaur; on est aussi amené par les mêmes raisons à rejeter l'opi-

nion d'après laquelle l'ischion du Crocodile serait un os ischio-pubien.

Les mouvements des pubis du Crocodile consistent en ce que tantôt ils s'abaissent sous l'action de deux puissants muscles ischio-pubiens et tantôt ils se relèvent sous l'action des muscles de la paroi abdominale. Par ces mouvements, ils peuvent concourir aux actes de la respiration ; leur brusque abaissement permet aux poumons de se gonfler considérablement en refoulant derrière eux les viscères abdominaux.

Sur le bateau extracteur de M. Bazin, par M. Collignon.

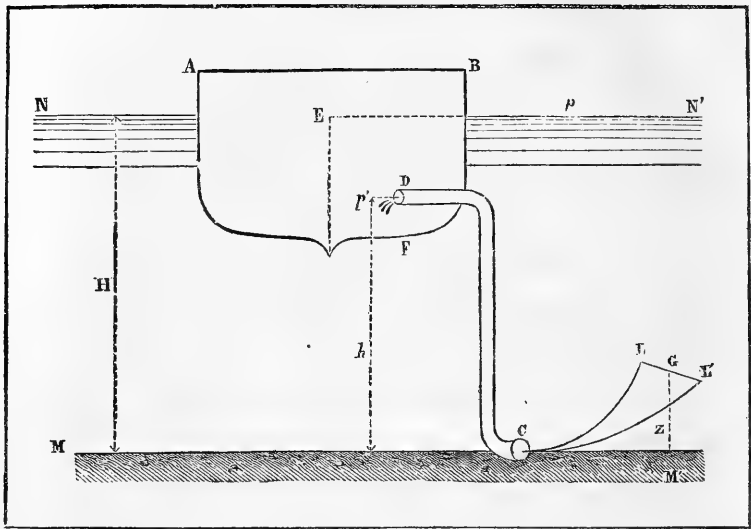
M. Bazin d'Angers, ingénieur civil, fait usage, pour opérer les dévasements et les dragages des ports et rivières, d'un bateau-extracteur analogue au bateau de Saint-Nazaire (1), mais qui en diffère cependant par quelques points particuliers. La principale différence consiste en ce que le tuyau aspirateur du bateau-Bazin débouche à *fond de cale*, tandis que, dans les bateaux de Saint-Nazaire, l'orifice du tuyau est situé au-dessus de la flottaison. Cette disposition nouvelle avait pour but à l'origine, dans la pensée de M. Bazin, d'utiliser la charge naturelle de l'eau extérieure pour produire à l'intérieur du tube le courant nécessaire à l'entraînement des matières ; la machine du bateau est ainsi employée plutôt à refouler le dragage dans les compartiments destinés à le recevoir, qu'à produire dans le tuyau une aspiration énergique.

Mais l'expérience a montré depuis que le niveau auquel on fait aboutir le tube extracteur est loin d'être indifférent, et que, plus on l'abaisse, la charge sur l'orifice ou profondeur d'eau restant la même, plus le courant liquide recueilli est riche en matières entraînées.

Ce résultat semble paradoxal au premier abord, car la place de la pompe centrifuge qui aspire le liquide d'un côté et le refoule de l'autre paraît sans influence sur le travail qu'on se propose de développer. Néanmoins le fait annoncé est admissible, et l'analyse sommaire suivante va nous en donner une démonstration. Soient (fig. 1) :

(1) Voir *Annales des Ponts et Chaussées*, 1869, mémoire n° 227, par M. Leferme, ingénieur des Ponts et Chaussées, sur le curage du port de Saint-Nazaire.

Fig. 1.



MM' le fond à affouiller, supposé horizontal ;
 NN' le niveau de l'eau ;
 H la profondeur ;
 AB le bateau ;

CD le tube extracteur ouvert aux deux bouts, affleurant en C le fond à affouiller, et débouchant en D à fond de cale du bateau, à une hauteur h au-dessus du plan MM'.

Nous supposons que la machine à vapeur qui met en mouvement la pompe centrifuge maintienne constamment une certaine pression p' dans la chambre EF où s'ouvre le tuyau. Soient :

- ω la section du tube, constante en tous ses points ;
- π le poids de l'unité de volume d'eau ;
- π' le poids de l'unité de volume du sol formant le fond MM' ;
- P le poids d'eau débité dans l'unité de temps par le tube CD ;
- Et Q le poids des matières solides entraînées dans le même temps par le courant ; ces quantités doivent être regardées comme constantes une fois le régime établi ;

Enfin, soit v la vitesse du courant liquide au point D, et dans toute section du tuyau CD.

On se tromperait gravement si on voulait calculer la vitesse v par la formule de Bernoulli, même en supposant négligeable le frottement dans le tuyau. La formule de Bernoulli suppose en effet constante la densité des filets liquides; or ici le liquide qui sort en D a une densité plus grande que le liquide extérieur, puisqu'il s'est chargé de matières étrangères à son passage en C. Nous pouvons reprendre la démonstration ordinaire du théorème de Bernoulli, en la modifiant d'après les conditions spéciales du nouveau problème que nous avons à traiter. Considérons donc au sein du liquide une section plane, arbitraire LL', qui sera supposée alimenter le courant du tube; soit G son centre de gravité, et z sa cote au-dessus du plan MM'. La section LL' sera supposée assez grande pour que la vitesse moyenne des filets qui la traversent soit sensiblement nulle: nous désignerons toutefois la section LL' par Ω , et la vitesse moyenne par u .

Suivons pendant un temps infiniment petit θ , le système matériel compris entre le plan LL' et l'extrémité D du tuyau, et écrivons l'équation des forces vives. Le poids écoulé en D sera, pendant le temps θ , égal à $(P+Q)\theta$; la masse, $\frac{(P+Q)\theta}{g}$, et la demi-force vive, $\frac{(P+Q)\theta}{2g} v^2$.

La demi-force vive de la tranche LL' est négligeable; celle de la portion solide, qui part du repos en C pour entrer dans le tube, l'est également.

Évaluons les travaux des forces.

En LL', nous avons une pression mouvante, égale à

$$[p + \pi (H - z)] \Omega;$$

le point d'application de cette force parcourt un chemin $u\theta$, ce qui donne un travail

$$[p + \pi (H - z)] \Omega u \theta = \left(\frac{P}{\pi} + H - z \right) P \theta.$$

En observant que Ωu est le volume, $\frac{P}{\pi}$, de l'eau qui passe pendant l'unité de temps dans la section LL'.

En D, la pression $p'\omega$ est résistante, et développe le travail négatif $- p'\omega\theta$.

La pesanteur donne lieu à deux travaux : l'un consiste dans l'échange de la tranche d'eau LL' contre une tranche de même poids qui passe par la section D, et qui donne un travail égal à $P\theta(z-h)$; l'autre est le travail négatif $-Q\theta h$ du poids $Q\theta$ de matière solide qui passe du point C au point D en franchissant la hauteur h .

Enfin on doit compter au point C le travail des pressions, le travail négatif de l'affouissement et un travail équivalent à la perte de charge qui résulte du changement de vitesse du courant liquide, à l'instant où la densité augmente par l'introduction des matières solides entraînées.

Ces quantités de travail sont inconnues, et probablement très-difficiles à déterminer avec exactitude. Nous admettrons, ce qui est vraisemblable, qu'en somme elles sont proportionnelles à l'effet produit, c'est-à-dire au poids $Q\theta$, et nous en représenterons la somme par $-BQ\theta$, B désignant une constante positive.

L'équation des forces vives, divisée par θ , prend la forme suivante :

$$(1) \quad (P+Q) \frac{v^2}{2g} = \left(\frac{p}{\pi} + H - z\right) P - p' \omega v + P(z-h) \\ - Q(h+B) = \left(\frac{p}{\pi} + H - h\right) P - p' \omega v - Q(h+B).$$

Il n'y reste plus de trace de la position arbitraire attribuée à la section LL'.

Cette équation renferme trois inconnues, v , P et Q ; mais nous pouvons y joindre deux équations nouvelles.

L'une indique que le poids Q des matières affouillées est une fonction déterminée de la vitesse v du courant et de la section ω du tube; toutes les analogies conduisent à admettre que Q est proportionnel à ω et au carré de v , en sorte qu'on peut poser

$$(2) \quad Q = A \omega v^2,$$

A étant une constante à déterminer empiriquement, d'après la nature du terrain.

L'autre équation indique simplement que le volume ωv , qui sort par l'orifice du tube dans l'unité de temps, est la somme $\frac{P}{\pi} + \frac{Q}{\pi}$ des volumes d'eau et de matière solide qui composent la veine. On a donc

$$(3) \quad \omega v = \frac{P}{\pi} + \frac{Q}{\pi}.$$

Entre les équations (2) et (3) éliminons v , nous aurons

$$(4) \quad Q\omega = A \left(\frac{P}{\pi} + \frac{Q}{\pi'} \right)^2.$$

Remplaçons de même dans (1) le produit ωv par sa valeur (3), et v^2 par sa valeur déduite de (2); il deviendra

$$\frac{P+Q}{2g} \times \frac{Q}{A\omega} = \left(\frac{\rho}{\pi} + H - h \right) P - p' \left(\frac{P}{\pi} + \frac{Q}{\pi'} \right) - Q(h+B)$$

ou bien

$$(5) \quad P = Q \times \frac{\frac{Q}{2Ag\omega} + \frac{p'}{\pi'} + h + B}{\frac{p-p'}{\pi} + H - h - \frac{Q}{2Ag\omega}}.$$

Construisons (fig. 2) des courbes ayant pour coordonnées rectangulaires Q et P .

Leur intersection fournira la solution cherchée.

L'équation (4) représente une parabole dont l'axe est parallèle à la droite

$$\frac{P}{\pi} + \frac{Q}{\pi'} = 0,$$

c'est-à-dire à une droite OH , menée par le point O , et dont le coefficient angulaire est égal à $-\frac{\pi}{\pi'}$. La droite OH est un diamètre de cette courbe, qui est tangente au point O à l'axe OP .

L'équation (5) représente une hyperbole qui passe au point O , et qui a pour asymptotes, d'une part la verticale RS , définie par l'équation

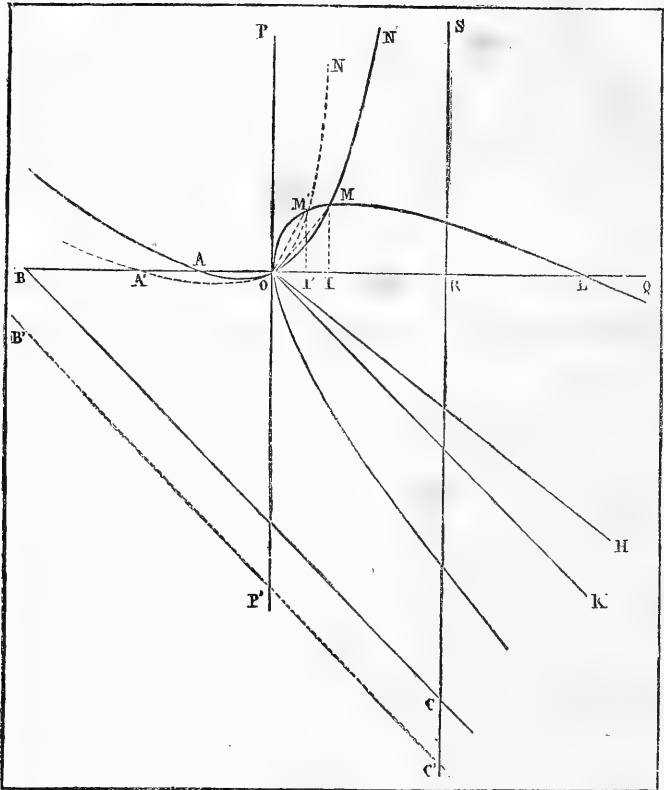
$$\frac{Q}{2gA\omega} = \frac{p-p'}{\pi} + H - h,$$

d'autre part une droite parallèle à la bissectrice OK de l'angle QOP' . Pour construire cette seconde asymptote déterminons sur la droite QO prolongée, un point A à la distance

$OA = \left(\frac{p'}{\pi} + h + B \right) \times 2Ag\omega$. Le point A appartiendra à la

courbe et on aura un point B de la seconde asymptote, en prenant au-delà une longueur $AB = OR$: il suffira de mener par le point B ainsi obtenu une parallèle BC à la bissectrice OK ; ce sera la seconde asymptote, qui déterminera en C le centre de la courbe.

Fig. 2.



Traçons l'hyperbole AON; elle coupe la parabole OML en deux points dont l'un est le point O lui-même, et l'autre un point M qui donne la solution cherchée. L'ordonnée MI représente le poids P d'eau, et l'abscisse OI le poids Q de matière entraînée.

Or supposons qu'on change la hauteur h sans modifier la charge sur l'orifice supérieur du tuyau, c'est-à-dire, que l'on conserve constante la somme $\frac{p-p'}{\pi} + H - h$, dont la valeur règle la position de la première asymptote RS : la

somme $h + \frac{p'}{\pi}$ restant la même, la somme $h + \frac{p}{\pi}$ varie dans le même sens que h , car le dénominateur π' est plus grand que le dénominateur π .

Donc à mesure qu'on élève l'orifice du tuyau le point A s'éloigne vers la gauche, l'asymptote BC se déplace parallèlement à elle-même dans le même sens; elle prend une position B'C', et l'hyperbole correspondante devient la courbe A'ON', qui coupe la parabole OML en un point M plus voisin du point O. La nouvelle solution est alors fournie par les coordonnées du point M'

$$OI' = Q', \quad I'M' = P';$$

de sorte que le rapport du déblai entraîné à l'eau qui l'entraîne est mesuré par le rapport $\frac{OI'}{I'M'}$ au lieu de l'être par le

rapport $\frac{OI}{IM}$, ou, en d'autres termes, par la tangente de l'angle POM' au lieu de la tangente de l'angle POM. Ce rapport, qui mesure le coefficient d'utilisation de l'appareil, décroît donc à mesure que la hauteur h augmente, même lorsque l'on compense cet excès de hauteur par une réduction de pression équivalente au point de vue de l'hydrostatique.

Cet effet sera d'autant plus sensible que le poids spécifique π' du sol différera davantage du poids spécifique de l'eau. Il est possible qu'il passe inaperçu tant qu'on opère sur de la vase, surtout si elle est récemment déposée; elle se comporte alors en effet comme un véritable liquide. Mais il en serait tout autrement des sables désagrégés qui sont beaucoup plus lourds que l'eau.

L'analyse précédente renferme deux constantes inconnues A et B, que l'expérience seule pourrait déterminer d'après les diverses natures de terrains.

Peut-être faudrait-il modifier aussi l'exposant de la vitesse dans la formule (2), et poser d'une manière générale

$$Q = A \omega v^n,$$

en désignant par n un troisième nombre à déterminer empiriquement. La conclusion à laquelle nous sommes parvenu subsisterait encore pour des valeurs de n voisines de deux unités.

Remarquons en finissant l'analogie de principe du bateau-

extracteur de M. Bazin avec la *pompe à sable* dont on s'est servi en Amérique pour les fouilles du pont de Saint-Louis sur le Mississippi (1).

(1) *Travaux publics des États-Unis en 1870*. Rapport de mission par Malézieux, ingénieur en chef des Ponts et Chaussées, p. 87. Fondation de la pile de l'Est du pont de Saint-Louis.

TABLE DES AUTEURS

N. B. — Les chiffres romains indiquent la pagination des procès-verbaux des séances et les chiffres arabes, celle des mémoires communiqués.

ALIX.	Dédoublement du scaphoïde....	V.
	Bassin du Crocodile.....	VII, 106.
BERTRAND.	Coloration des racines d'Orchidées.	I, 48.
	Podocarpées et Gnétacées.....	II.
	Aiguillons des Monocotylédones..	II.
	Sur le Walwitschia	III.
	Caractères anthropologiques de la population de Montour.....	VI.
BOURGET.	Examen mathématique des expériences de Pinaud.....	II.
CAZIN.	Étincelle de la bobine de Ruhmkorff	III.
	Étincelles électriques composées.	III, 38.
	Période variable de fermeture des courants.....	IV, 58.
	Nouvel interrupteur du circuit voltaïque.....	VI, 72.
	Nouveau mode d'intermittence du courant voltaïque.....	VI, 82.
J. CRATIN.	Anatomie de la Civette.....	II, 27.
	Glandes périnéales des Viverriens.	III, 42.
	Sur le Tanguin de Madagascar...	IV, 50.
	Glandes anales des Mustélidés... ..	VI, 77.
	Développement de l'ovule et de la graine.....	VI,
	Localisation des principes colorants des feuilles	VII, 101.
COLLIGNON.	Théorie du bateau extracteur....	VII, 107.
DARBOUX.	Séries trigonométriques et séries ordonnées suivant Y_n et X_n ..	III.
	Lignes asymptotiques de la surface de Steiner.....	III, 40.
H. FILHOL.	Vertébrés fossiles du Quercy....	VI, 85.
FRON.	Sur la marche des orages.....	IV.

GERNEZ.	Dégagement des gaz dans les mélanges d'eau et d'alcool.....	I.	
	Mensuration des surfaces nodales par points.....	II.	
	Décompositions chimiques sous l'influence d'un courant de gaz	IV.	
	Production du borax octaédrique.	VII,	99.
GUILLEMIN.	Relations de l'apparence de l'étincelle d'induction avec l'étendue des surfaces.....	II.	
	Augmentation de l'étincelle d'induction.....	III,	33.
	Condensateurs électriques.....	III.	
	Introduction d'un barreau de fer dans une bobine d'induction..	V.	
GRAINDORGE.	Sur l'intégration d'une certaine classe d'équations aux dérivées partielles du 2 ^e ordre.....	I.	
GROUARD.	Sur les figures semblables.....	II,	34.
	Mouvement d'une figure qui se déplace en restant semblable à elle-même.....	III,	47.
E. HARDY.	Action du brôme sur l'alcool....	IV,	61.
	Action du brôme sur les alcools propylique et butylique.....	VI,	83.
JANSSEN.	Observation de l'éclipse totale de Soleil du 13 décembre 1871, dans l'Inde.....	I,	1.
	Procédé à appliquer à la reproduction photographique de la prochaine éclipse de Soleil....	III.	
LAGUERRE.	Examen d'un théorème d'arithmétique.....	I.	
MOUTIER.	Travail interne dans les gaz à température constante.....	I,	13.
	Sur la chaleur de transformation.	II.	
	Vapeurs émises par un même corps sous deux états différents.....	III,	41.
	Conductibilité électrique des métaux.....	IV,	54.
	Applications du théorème de Carnot	V,	73.
	Phénomènes thermiques de la flexion et de la torsion.....	VI,	91.
	Compressions, sans variation de chaleur, par des surcharges instantanées.....	VI,	95.
OUSTALET.	Thysanoptères fossiles.....	II,	20.
	Analyse d'un mémoire de M. Cabot sur les larves de Libellules.....	III,	40.

	Insectes de l'ambre.....	VII,	98
PUEL.	Photographies à images multiples.	VII.	
ROZE.	Organisation des Plasmodies.....	VII.	
DE SEYNES.	Connexions parasitiques d'une Pezize avec une Algue.....	IV.	
L. VAILLANT.	Remarques sur un poisson rap- porté au genre Aprion.....	I,	15.
	Caractères différents de quelques genres de Serranina.....	IV,	51.
	Geckotien de l'ambre.....	V et VII,	63 et 97.
	Affinités zoologiques des Etelis...	V,	67.
	Siphon des Nasses.....	VI,	89.
	Sur le Serranus phaeton C. V....	VI,	94.
VALLES.	Détermination des racines primi- tives des nombres premiers....	III.	

CHANGEMENTS SURVENUS DANS LA SOCIÉTÉ

Sont passés au rang de membres honoraires :

MM. P. BERT.
TROOST.
DE LA GOURNERIE.
ROUCHÉ.
GRANDEAU.

Ont été nommés membres titulaires :

1^{re} Section

LUCAS.
TISSERAND.

2^e Section

DITTE.
FRON.
E. SAUVAGE.
E. HARDY.

Membres correspondants :

JOBERT.
GRAINDORGE.
SOPHUS LIE.
BELTRAMI.
SARRAZIN.
TISSERAND.
KORITSKA.
ZEUTHEN.

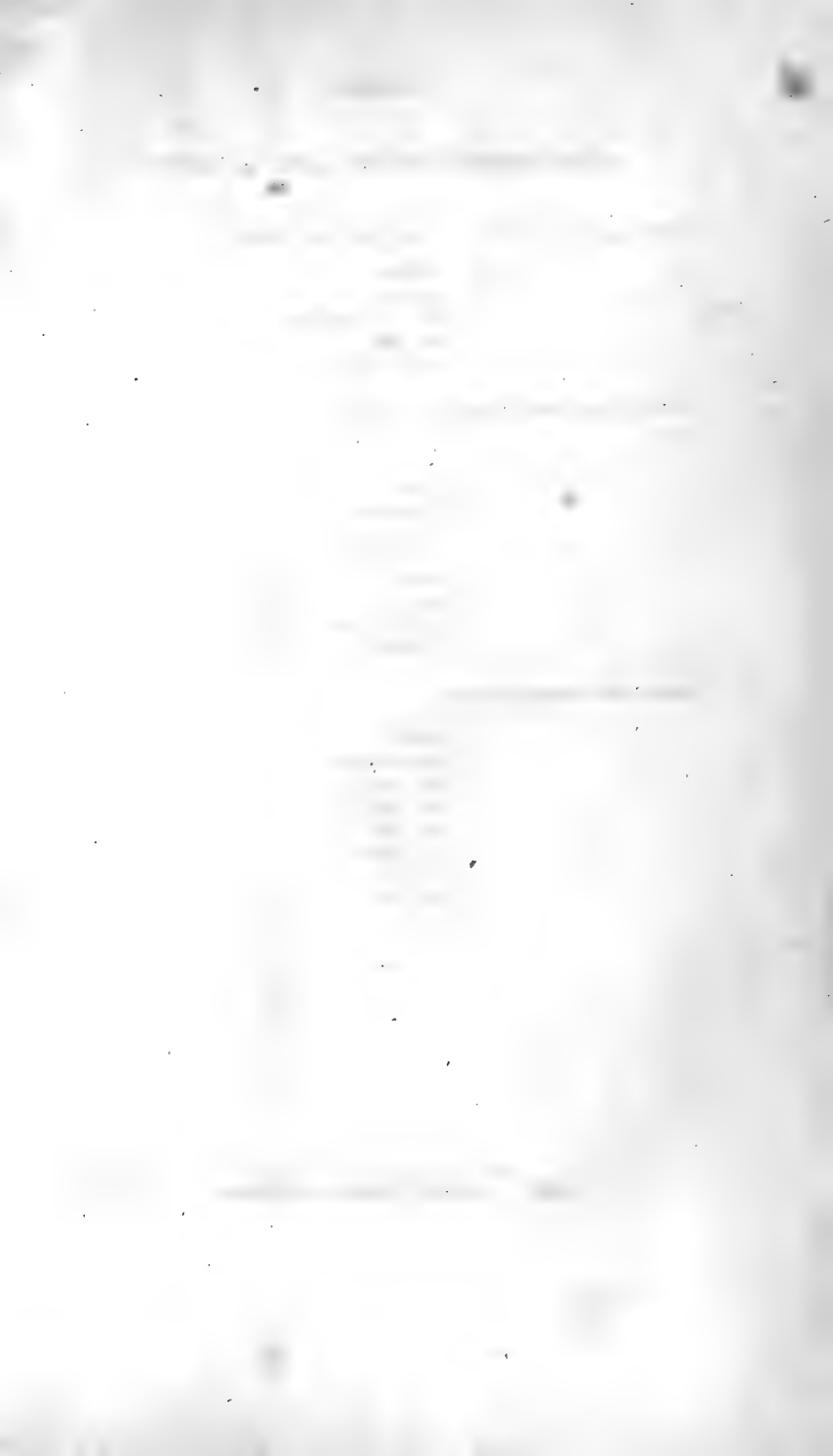


TABLE DES MATIÈRES

Séance du 26 juillet 1873.	65
Sur un Geckotien de l'ambre jaune, par M. LÉON VAILLANT.	65
Séance du 9 août 1873.	67
Remarques sur le genre <i>Ételis</i> , par M. LÉON VAILLANT.	67
Séance du 25 octobre 1873.	72
Sur un nouvel interrupteur automatique du circuit voltaïque, par M. A. CAZIN.	72
Sur quelques applications du théorème de Carnot, par M. J. MOUTIER.	73
Sur les grandes anales des Mustélfédés, par M. J. CHATIN.	77
Séance du 8 novembre 1873.	82
Sur un nouveau mode d'intermittence du courant voltaïque, par M. A. CAZIN.	82
Action du brôme sur l'alcool propylique et sur l'alcool butylique, par M. E. HARDY.	82
Sur les Vertébrés fossiles trouvés dans les dépôts de phosphate de chaux du Quercy, par M. H. FILHOL.	85
Sur le siège de l'olfaction chez la <i>Nassa reticulata</i> , par M. LÉON VAILLANT.	89
Séance du 22 novembre 1873.	91
Sur les phénomènes thermiques qui accompagnent la flexion et la torsion, par M. J. MOUTIER.	91
Sur le prétendu <i>Serranus Phæton</i> , C. V., par M. LÉON VAILLANT.	94
Séance du 13 décembre 1873.	95
Sur les compressions sans variation de chaleur produites par des surcharges instantanées, par M. J. MOUTIER.	95
Sur un Geckotien de l'ambre jaune, 2 ^e note, par M. LÉON VAILLANT.	97
Remarques sur la note précédente, par M. OUSTALET.	98
Séance du 27 décembre 1873.	99
Sur la production du borax octaédrique, par M. GERNEZ.	99
Sur la localisation des principes colorants dans les feuilles, par M. J. CHATIN.	101
Sur le bassin du Crocodile, par M. ALIX.	106
Sur le bateau extracteur de M. BAZIN, par M. COLLIGNON.	107



SMITHSONIAN INSTITUTION LIBRARIES



3 9088 01526 6570