BULLETINS

DES

SÉANCES DE LA CLASSE DES SCIENCES.

ACADÉMIE ROYALE

DES SCIENCES, DES LETTRES ET DES BEAUX-ARTS DE BELGIQUE.

BULLETINS

DES

SÉANCES DE LA CLASSE DES SCIENCES.

ANNÉE 1859.

BRUXELLES,

M. HAYEZ, IMPRIMEUR DE L'ACADÉMIE ROYALE.

Sm 1860.

BULLETINS

DES

SÉANCES DE LA CLASSE DES SCIENCES.

Séance du 8 janvier 1859.

M. D'OMALIUS D'HALLOY, directeur.
M. AD. QUETELET, secrétaire perpétuel.

Sont présents : MM. Sauveur, Wesmael, Martens, Kickx, Stas, De Koninck, Van Beneden, Ad. De Vaux, Gluge, Melsens, Schaar, Liagre, Duprez, Brasseur, Poelman, *membres ;* Lamarle, *associé ;* Ern. Quetelet, d'Udekem, Montigny, Candèze, *correspondants.*

M. Éd. Fétis, *membre de la classe des beaux-arts*, assiste à la séance.

CORRESPONDANCE.

—

M. le Ministre de l'intérieur fait connaître qu'un arrêté royal a désigné M. Fétis père, directeur de la classe des beaux-arts en 1859, pour remplir les fonctions de président de l'Académie pendant la même année.

Le même Ministre fait parvenir, de la part de M. le colonel Henri James, les résultats de la triangulation de la Grande-Bretagne et de l'Irlande.

— M. W. Haidinger écrit de Vienne, pour remercier l'Académie de son élection d'associé.

MM. Candèze et Chapuis adressent également des remercîments pour leur élection de correspondants.

— Le secrétaire perpétuel fait connaître qu'il a reçu de Mme Morren une lettre annonçant la mort de son époux, M. C.-F.-A. Morren, membre de la classe, décédé à Liége, le 17 décembre dernier.

M. Spring a bien voulu, lors des funérailles, prendre la parole, au nom de la classe, et son discours sera inséré dans l'*Annuaire*, de même que celui de M. Lacordaire, qui a bien voulu rendre également un dernier hommage à son ancien confrère à l'université de Liége et à l'Académie.

Une autre perte non moins regrettable a été faite par la classe dans la personne de M. le docteur A.-L.-S. Lejeune, de Verviers, décédé le 28 décembre dernier, dans sa 80^{me} année. On imprimera également dans l'*Annuaire* le discours prononcé sur sa tombe, par M. de Selys-Longchamps, au nom de l'Académie.

— M. Kickx fait connaître qu'il rédigera une notice sur la vie et les travaux de M. Lejeune : l'Académie le prie de recevoir d'avance à cet égard ses remercîments.

— M. le prince de Ligne, président du Sénat, et M. Thiéfry, questeur de la Chambre des Représentants, remercient l'Académie pour l'envoi de ses dernières publications.

— La Société helvétique des sciences naturelles de Neuchâtel et la Société du canton de Vaud remercient également l'Académie de l'envoi de ses publications.

— La Société impériale géographique de Russie fait parvenir les procès-verbaux de ses dernières séances.

— L'Académie royale de Munich annonce que, le 28 mars prochain, elle célébrera la fête séculaire de sa fondation. M. De Koninck fait connaître qu'il assistera à cette solennité, ainsi que ses collègues, MM. Stas et Spring, et qu'ils pourront y représenter l'Académie. Ces offres sont acceptées.

— M. le secrétaire perpétuel est chargé de répondre à M. William Sharswood, membre honoraire de la Société géographique de Philadelphie, qui doit faire partie de l'expédition chargée d'explorer les régions arctiques : « Le commandeur Hayes, est-il dit dans la lettre, a fait connaître, dans un mémoire lu à l'Association américaine pour l'avancement des sciences, les raisons qu'il a de croire à la possibilité d'atteindre jusqu'au pôle nord. »

— MM. H. Parmentier et Th. Elewaut prient l'Académie de recevoir un billet cacheté qu'ils lui adressent. — Ce dépôt est accepté.

— M. Quetelet dépose les observations faites à l'Observatoire royal de Bruxelles sur la météorologie et les phénomènes périodiques des plantes pendant l'année 1858; M. Dewalque fait un envoi semblable pour la ville de Stavelot, renfermant les observations de M. son père et celles qu'il a recueillies lui-même, pour ce qui concerne les règnes végétal et animal ; M. D. Leclercq communique ses observations météorologiques pour Liége, et M. Aug. Bellynck pour Namur, en y joignant les phénomènes périodiques des plantes et des animaux ; MM. le professeur Bernardin, de Melle, près de Gand, et Édouard Landsweert, pharmacien à Ostende, envoient également les résultats de leurs observations sur les phénomènes périodiques pendant l'année 1858.

— M. Wartmann père, de Genève, communique les renseignements suivants, recueillis à Genève sur les phases particulières qu'a présentées la comète de Donati, vers la fin de l'année dernière :

« La brillante comète de Donati, qui a pu être observée pendant près de cinq mois dans les divers observatoires d'Europe et qu'on observe encore actuellement dans l'hémisphère austral, a été ici distinctement visible à l'œil nu pour la première fois, le 3 septembre. M. Plantamour, directeur actuel de notre observatoire, l'a suivie avec assiduité du 22 août au 18 octobre et en a observé les positions à l'équatorial. Les changements physiques si remarquables et si variés qu'a subis le noyau de cette comète ont aussi appelé l'attention de M. Plantamour, qui en a suivi et dessiné les phases avec une scrupuleuse exactitude. Une note que cet astronome a insérée dans le cahier de décembre de la *Bibliothèque universelle*, qui vient de paraître, donne les positions de la comète en ascension droite et en déclinaison, telles qu'elles ont été observées à Genève, et, de plus, neuf figures représentant les divers aspects sous lesquels s'est montré le noyau de cet astre le 26 septembre, le 3, le 5, le 6, le 7, le 9, le 13, le 14 et le 15 octobre.

Le 4 septembre, la comète, encore très-petite et très-pâle, laissait apercevoir un vestige de queue d'environ 2° de longueur, le 3 octobre la queue avait déjà 28° d'étendue, le 5 octobre elle en avait 32, et les 7, 8, 9 et 10 du même mois elle embrassait 40° : c'est la plus grande longueur qu'elle nous ait paru atteindre. A ces quatre dernières dates, la largeur de la queue, mesurée vers l'extrémité terminale qui s'épanouissait en éventail, avait 7°. Pendant vingt-deux jours, du 4 au 26 septembre, la queue était rectiligne, le 27 septembre et les jours suivants elle est devenue sensiblement arquée, et l'on remarquait alors sur tout son prolongement que le bord convexe était plus lumineux que le bord concave; le milieu même de la queue, dans la direction de l'axe, paraissait plus sombre et moins éclairé que les bords.

Le 5 octobre, à 7 heures du soir, la comète s'étant projetée en plein devant *Arcturus*, cette brillante étoile a traversé la queue à 15′ de degré seulement de distance du noyau, vers un point bien voisin de la chevelure, sans que son éclat ordinaire et sa rutilante scintillation en aient paru affaiblis. Les expériences sur la polarisation de la lumière de cette comète, faites avec beaucoup de soin et plusieurs fois répétées, soit par M. Govi à Florence, soit par M. Chacornac à Paris, ont mis en parfaite évidence que la lumière de cet astre est une lumière réfléchie, empruntée au soleil, sinon en totalité du moins en grande partie. Ce résultat est tout à fait concordant avec celui qu'Arago, procédant de la même manière, avait déjà obtenu en 1835 sur la lumière de la comète de Halley.

Une circonstance surprenante, relative à la comète de Donati, est celle que signale M. Gould, dans le *Journal astronomique* qu'il publie à Albany, aux États-Unis d'Amérique. Il rapporte que plusieurs observateurs ont distingué, le 9 octobre 1858, *quatre queues séparées* à cette comète. Toutefois, ce fait étrange, qui paraît avoir échappé à la plupart des observateurs européens, aurait aussi été aperçu en Angleterre, à l'observatoire de Dudley. Ces singularités, dans les apparences dissemblables du même astre, n'auraient-elles pas une sorte d'analogie avec celles qu'a présentées la comète de Halley, lors de son retour en 1759? Cette comète, suivant le rapport de Lalande, apparut à Paris, par un ciel pur et serein, vers le crépuscule du soir, presque sans queue et si vague qu'on avait beaucoup de peine à en distinguer une légère trace d'un ou de deux degrés, tandis qu'à Montpellier, suivant M. de Ratte, la queue avait 25° d'étendue le 29 avril; qu'à Genève, à la même date, la queue avait à peu près la même longueur qu'à Montpellier, et qu'à l'Ile Bourbon, M. de La Nux, correspondant de l'Académie de France, la vit de 47°.

Les quatre queues de la comète de Donati, si réellement elle en a eu quatre, ce dont nous ne nous sommes nullement aperçu ici ni le 9 octobre ni plus tard, lui donneraient une grande analogie avec la comète de 1744, non sous le rapport de l'éclat, car celle-ci était si brillante que Cassini, Loïs de Cheseaux, Calandrini et d'autres observateurs l'ont vue et suivie facilement à l'œil nu de jour en présence du soleil, mais bien sous le rapport d'une queue multiple. En effet, la comète de 1744 (si bien observée par Loïs de Cheseaux, qui en a donné une figure dans son *Traité de la comète de 1744,* un volume in-8° de 308 pages, Lausanne et Genève 1744), n'avait pas moins de *six queues* séparées, divergeant en forme d'éventail et symétriquement espacées, lesquelles, vers leur point d'origine, près de la tête de la comète, se confondaient ensemble et formaient une queue unique.

L'année 1859 verra s'accomplir deux phénomènes célestes intéressantes : le 8 mai, la *lune* occultera *Saturne,* vers 8 heures et demie du soir, et le 21 juillet, il y aura, vers 4 heures du matin, un peu avant le lever du soleil, une *conjonction* très-approchée de *Vénus* et *Jupiter,* que la *Connaissance des temps* passe sous silence. Cette conjonction ne sera pas tout à fait complète pour Paris ni pour Genève; néanmoins elle amènera les deux brillantes planètes à une telle proximité qu'elles pourront être vues ensemble dans le champ des lunettes astronomiques, puisque le plus grand rapprochement des limbes sera d'environ 15″ de degré. Ce phénomène curieux, d'ailleurs très-rare, permettra de faire plusieurs observations importantes, entre autres celle de mesurer photométriquement l'éclat intrinsèque des deux astres.

— M. Ad. Quetelet présente ensuite l'*Annuaire de l'Observatoire royal pour l'année* 1859, en même temps que des exemplaires particuliers de différentes notes qui y ont été insérées par M. Mailly, aide calculateur de cet établissement.— Remercîments.

Discours adressé à Sa Majesté, le premier jour de l'an, par le président de l'Académie, M. d'Omalius d'Halloy.

SIRE,

L'Académie royale des sciences, des lettres et des beaux-arts de Belgique est heureuse de pouvoir présenter ses hommages à son auguste protecteur; elle reconnaît que c'est au règne prospère de Votre Majesté qu'elle doit sa position actuelle dans le monde savant; aussi fait-elle les vœux les plus sincères pour que la Providence permette que Votre Majesté protége encore, pendant de longues années, les travaux entrepris par l'Académie pour le développement intellectuel de la nation belge.

PROGRAMME DE CONCOURS POUR 1859.

La classe admet pour le concours de cette année les cinq questions suivantes :

PREMIÈRE QUESTION.

Ramener la théorie de la torsion des corps élastiques à des termes aussi simples et aussi élémentaires qu'on l'a fait pour la théorie de la flexion.

DEUXIÈME QUESTION.

Déterminer, par des recherches à la fois anatomiques et chimiques, la cause des changements de couleur que subit la chair des bolets en général et de plusieurs russules, quand on la brise ou qu'on la comprime.

TROISIÈME QUESTION.

Établir, par des observations détaillées, le mode de développement, soit du Petromyzon marinus, *soit du* Petromyzon fluviatilis, *ou de l'*Amphioxus lanceolatus.

QUATRIÈME QUESTION.

Faire un exposé historique de la théorie du tonus musculaire, *et rechercher, pour les phénomènes expliqués autrefois à l'aide de cette théorie, une interprétation conforme aux faits établis par la physiologie expérimentale.*

CINQUIÈME QUESTION.

Les belles recherches de R. Bunsen, sur les coefficients d'ab-

sorption des gaz simples et composés par des liquides, ont été faites sous des pressions peu considérables; l'Académie désire qu'on institue une série d'expériences pour déterminer l'influence que pourraient exercer de fortes pressions sur ces coefficients d'absorption et sur l'exactitude de la loi que Bunsen a déduite de ses recherches.

Le prix de chacune de ces questions sera une médaille d'or de la valeur de six cents francs. Les mémoires devront être écrits lisiblement en latin, français ou flamand, et ils seront adressés, francs de port, à M. Ad. Quetelet, secrétaire perpétuel, avant le 20 septembre 1859.

L'Académie exige la plus grande exactitude dans les citations; à cet effet, les auteurs auront soin d'indiquer les éditions et les pages des ouvrages cités. On n'admettra que des planches manuscrites.

Les auteurs ne mettront point leur nom à leur ouvrage, mais seulement une devise, qu'ils répéteront sur un billet cacheté, renfermant leur nom et leur adresse. Les mémoires remis après le terme prescrit, ou ceux dont les auteurs se feront connaître de quelque manière que ce soit, seront exclus du concours.

L'Académie croit devoir rappeler aux concurrents que, dès que les mémoires ont été soumis à son jugement, ils sont déposés dans ses archives comme étant devenus sa propriété. Toutefois, les intéressés peuvent en faire prendre des copies à leurs frais, en s'adressant, à cet effet, au secrétaire perpétuel.

Les questions pour le concours de 1860 seront formulées dans une des séances suivantes.

COMMUNICATIONS ET LECTURES.

Théorie géométrique des rayons et centres de courbure; par M. Lamarle, associé de l'Académie.

APPLICATION AUX SECTIONS CONIQUES ET A LEURS DÉVELOPPÉES.

1. L'objet de cette note est d'établir, en ce qui concerne la courbure des sections coniques et de leurs développées, des résultats que nous croyons en partie nouveaux et qui, dans tous les cas, nous paraissent mériter quelque attention, soit à raison de leur simplicité, soit aussi parce que la voie suivie pour y parvenir est tout à fait directe, purement géométrique et entièrement dégagée de toute notion transcendante ou infinitésimale.

Soient m un point d'une section conique; f, f' les foyers; s le point où la normale en m vient couper l'axe passant par les foyers; β l'angle de cette même normale avec les rayons vecteurs fm, $f'm$; ρ le rayon de courbure au point m; les résultats obtenus peuvent se résumer comme il suit :

La projection de la normale ms *sur les rayons vecteurs* fm, f'm *est constante* (*). *Elle est égale au plus petit rayon de courbure de la section conique considérée.*

En désignant par ρ_0 *ce plus petit rayon de courbure, on*

(*) On sait que, dans la parabole, la sous-normale est constante. Cette propriété n'est qu'une forme particulière et exceptionnelle de la propriété générale énoncée ci-dessus et appartenant aux trois sections coniques.

a généralement

$$\rho = \frac{\rho_0}{\cos^3 \beta}.$$

On a de même, en désignant par ρ′ *le rayon de courbure de la développée, par* r, r′ *les deux rayons vecteurs* fm, f′m, *et par* λ *la partie de la normale à la développée comprise entre l'un ou l'autre de ces rayons vecteurs et la droite* ms :

$$\rho' = 3\rho \operatorname{tang} \beta = 3\lambda,$$

ou bien :

$$\rho' = 3\rho \operatorname{tang} \beta \frac{r - r'}{r + r'} = 3\lambda \frac{r - r'}{r + r'},$$

ou bien encore :

$$\rho' = 3\rho \operatorname{tang} \beta \frac{r + r'}{r - r'} = 3\lambda \cdot \frac{r + r'}{r - r'},$$

selon qu'il s'agit d'une parabole, d'une ellipse ou d'une hyperbole.

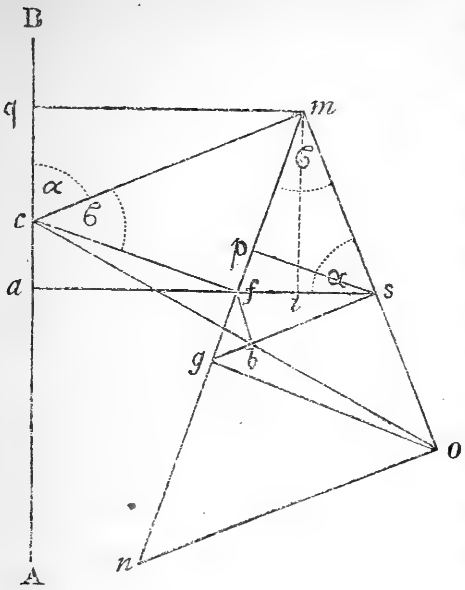
Cela dit, entrons en matière.

2. Soit m un point dont les distances à un point fixe f et à une droite fixe AB conservent entre elles un rapport invariable. Selon que ce rapport est inférieur, supérieur ou égal à l'unité, le lieu des positions que le point m peut occuper est une ellipse, une hyperbole ou une parabole.

Considérons une position quelconque déterminée du point m, et proposons-nous de rechercher quels sont, pour cette position, les rayons de courbure de la section conique correspondante et de sa développée.

Du point m abaissons sur AB la perpendiculaire mq, et tirons la droite mf. On a, par hypothèse :

$$\frac{mf}{mq} = \text{constante} = \mu.$$



Lorsque le point m sort de la position qu'il occupe en restant sur la section conique que détermine la valeur assignée à la constante μ, les longueurs mf, mq conservent entre elles un rapport invariable. Il en résulte que ce même rapport existe entre les vitesses simultanées qui animent le point m, l'une suivant mf, l'autre suivant mq. Concluons que, si la première est représentée par mf, la seconde l'est en même temps par mq.

S'agit-il maintenant de la vitesse totale que le point m possède suivant sa trajectoire? Elle est représentée par une droite qui part de m et dont l'extrémité se trouve à la fois sur les deux droites AB, fc (*), la droite fc étant la perpen-

---

(*) Considéré comme appartenant à la droite fm, supposée mobile autour du point f, le point m a pour vitesse totale la résultante de deux vitesses, l'une dite *de glissement* et dirigée suivant mf, l'autre dite *de circulation* et perpendiculaire à la précédente.

Considéré comme appartenant à la droite qm, supposée mobile par translation du point q sur AB, le point m a pour vitesse totale la résultante de deux vitesses, l'une dite *de glissement* et dirigée suivant mq, l'autre dite *de circulation* et perpendiculaire à la précédente.

On a d'ailleurs comme conséquence du parallélogramme des vitesses la règle suivante :

Étant données l'une des deux composantes de la vitesse d'un point et la direction de l'autre composante, si l'on trace à partir du point la diculaire élevée en f sur mf, de même que la droite AB est la perpendiculaire élevée en q sur mq.

Soit c le point d'intersection des droites AB, fc. Tangente en m à la courbe décrite, la droite mc représente en direction, sens et grandeur, la vitesse actuelle du point m sur sa trajectoire.

mso étant la normale en m et afs la perpendiculaire abaissée du point f sur AB, désignons par s le point d'intersection de ces deux droites et par α, β les angles fsm, fms.

Il est visible que les angles qcm, fcm sont respectivement égaux, le premier à l'angle $fsm = \alpha$, le second à l'angle $fms = \beta$. De là résulte immédiatement :

$$\frac{fs}{fm} = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{fm}{mq} = \mu = \text{constante.}$$

La conséquence est, comme tout à l'heure, que la vitesse du point m suivant mf étant représentée par mf, celle du point s suivant sa, l'est en même temps par sf.

En s élevons sur ms la perpendiculaire sbg et par le point f menons fb parallèle à ms. Les composantes de la vitesse sf sont respectivement, l'une, sb, perpendiculaire à ms, l'autre, fb, parallèle à ms.

Les vitesses simultanées mc, sb sont, pour les deux points m et s de la normale mso, leurs vitesses respectives de circulation autour du centre de courbure situé sur cette

---

composante connue, et que, par son extrémité, on mène une parallèle à l'autre composante, l'extrémité de la résultante est située sur cette parallèle.

De là résulte la construction indiquée pour obtenir, au moyen des deux composantes mf, mq, la vitesse totale du point m.

normale. Concluons que *la droite* cb, *menée par les extrémités de ces vitesses, contient le centre de courbure cherché pour le point* m, *et, conséquemment, que ce centre de courbure est en* o *au point d'intersection de la normale* ms *avec le prolongement de la droite* cb.

Désignons par ρ le rayon de courbure *mo* et par *r* le rayon vecteur *mf*. Le triangle *mcf* donne d'abord

$$mc = \frac{r}{\sin \beta},$$

et comme *sb* est la projection de *mf*, on a en même temps

$$sb = r \sin \beta.$$

Ces valeurs, substituées dans la relation fournie par la comparaison des triangles semblables *obs*, *ocm*,

$$\rho = \frac{mc \,.\, ms}{mc - sb},$$

donnent immédiatement le résultat très-simple :

$$(1) \ldots\ldots \quad \rho = \frac{ms}{\cos^2 \beta}.$$

3. Veut-on parvenir directement à ce même résultat ? Il suffit d'observer que si l'on prolonge la droite *sb* jusqu'à sa rencontre en *g* avec le rayon vecteur *mf*, et qu'on prenne *sg*, au lieu de *sb*, pour vitesse de circulation du point *s*, il faut en même temps prendre *mg*, au lieu de *mf*, pour vitesse du point *m* suivant *mf*, et, par conséquent, substituer à *mc*, pris d'abord pour vitesse de circulation du point *m*, la longueur interceptée sur la tangente *mc* entre le point *m* et la perpendiculaire élevée en *g* sur *mg*. Il suit de là que cette perpendiculaire contient à la fois les extré-

mités des vitesses de circulation des points *m* et *s* et, par suite, le centre *o*. On voit ainsi que, pour déterminer ce centre, il suffit d'élever deux perpendiculaires, l'une en *s* sur *ms*, l'autre en *g* sur *ms*. Le point où cette seconde perpendiculaire vient rencontrer la normale *ms*, est précisément le centre de courbure cherché pour le point *m* : c'est à ce mode de construction que correspond directement la relation précédente :

$$\rho = \frac{ms}{\cos^2 6}.$$

4. Du point *s* abaissons sur *mf* la perpendiculaire *sp* et proposons-nous de déterminer la vitesse du point *p* sur *mf*, la vitesse totale du point *m* restant représentée, comme d'abord, par les deux composantes *mf*, *fc*, l'une parallèle, l'autre perpendiculaire à *mf*.

Si la droite *sp* se mouvait uniquement par simple translation avec la vitesse du point *s* sur *sa*, cette vitesse étant représentée par *sf*, *celle du point* p *sur* mf *se réduirait à* pf. Mais en même temps que le point *s* se meut suivant *sf*, la droite *sp* tourne autour de ce point et, comme l'angle en *p* reste droit, cette rotation est la même que celle de la droite *fm* autour du point *f*. De là, et eu égard à la similitude des triangles *cfm*, *mps*, résulte la déduction suivante :

De même que dans la rotation de la droite fm *autour du point* f, *la vitesse du point* m *perpendiculaire à* fm *est représentée par* fc, *de même aussi, dans la rotation de la droite* sp *autour du point* s *la vitesse du point* p *perpendiculaire à* sp *est représentée par* mp.

Concluons que la vitesse *totale* du point *p* sur *mf* est la somme des deux vitesses pf et fp, ou, ce qui revient au même, qu'elle est représentée en direction, sens et grandeur par la longueur mf.

Ce résultat exprime que les vitesses simultanées des points m et p, suivant mf, sont égales et, conséquemment, que la distance mp demeure invariable.

Veut-on démontrer cette propriété d'une manière directe, on y parvient très-aisément comme il suit :

Du point m abaissons sur fs la perpendiculaire mi. Les triangles semblables fps, fim donnent

$$fp = fi.\ \frac{fs}{fm} = \mu.\ fi.$$

On a d'ailleurs

$$mf = \mu.\ mq. = \mu.\ ai.$$

De là résulte, en soustrayant membre à membre la première équation de la seconde,

$$mp = \mu.\ af,$$

ou, désignant par l la longueur constante af,

$$mp = \mu.\ l = \text{constante}.$$

De là le théorème suivant :

Dans les sections coniques, la projection de la normale ms *sur le rayon vecteur* fm *est constante.*

Désignons par ρ_0 cette projection constante représentée par mp. On a dans le triangle rectangle mps :

$$\rho_0 = mp = ms.\cos\beta = \mu l.$$

Il vient donc, en tirant la valeur de ms et la substituant dans l'équation (1),

$$(2) \quad \ldots\ldots \quad \rho = \frac{\rho_0}{\cos^3 \mathfrak{C}} = \frac{\mu l}{\cos^3 \mathfrak{C}}.$$

L'équation (2) montre que la longueur constante $mp = \rho_0$ est le plus petit rayon de courbure de la section conique considérée. Elle montre aussi que ce plus petit rayon correspond aux points placés sur l'axe mené par les foyers. Ajoutons qu'elle traduit, sous sa forme la plus directe et la plus simple, la dépendance remarquable qui existe entre les deux points p et o, l'un pris sur le rayon vecteur fm, à une distance constante du point m, l'autre situé sur la normale ms, au centre même du cercle osculateur. Cette dépendance consiste en ce que ces deux points se déterminent l'un par l'autre au moyen d'une triple projection effectuée tour à tour de la normale sur le rayon vecteur et inversément.

5. Partant du résultat auquel nous venons de parvenir, il nous sera facile de déterminer, pour le point o, le rayon de courbure de la développée. Soit ρ' ce rayon de courbure, v' la vitesse du point o suivant ms, et w' la vitesse angulaire de la droite ms, normale à la développante et tangente en o à la développée. On a généralement (*)

$$\rho' = \frac{v'}{w'}.$$

Soit w la vitesse angulaire avec laquelle les droites mf, ms tournent, l'une par rapport à l'autre, autour du point

(*) Voir au besoin notre *Théorie géométrique des rayons et centres de courbure*. Paris, Victor Dalmont.

m. Dans la recherche de la vitesse v', on peut à volonté considérer comme fixe soit la droite mf, soit la droite ms. On peut, en outre, opérer d'abord comme si la vitesse w était égale à 1. Il suffit pour cela d'attribuer à celle des deux droites qu'on suppose mobile une vitesse angulaire égale à l'unité, puis ensuite de multiplier par w les résultats obtenus.

Considérons d'abord les droites mf, ps comme fixes et la droite ms comme tournant autour du point m avec la vitesse 1. La vitesse de circulation du point s autour du point m étant représentée en grandeur par ms, il est visible que la vitesse de ce même point suivant ms est représentée en grandeur par sg.

Si les droites ms, mg demeuraient fixes, la vitesse du point g sur mg, correspondant à la vitesse sg du point s sur ms, serait représentée en grandeur par go. Mais, comme tout à l'heure, go représente en grandeur la vitesse du point g sur mg, les droites ms, sg étant considérées comme fixes et la droite mg comme tournant autour du point m avec la vitesse 1. Concluons que la vitesse totale du point g sur mg est représentée en grandeur par $2go$.

En o élevons sur om une perpendiculaire et désignons par λ la partie on interceptée entre le point o et le rayon vecteur mf. En procédant comme tout à l'heure, on voit immédiatement que la vitesse totale du point o sur mo est représentée en grandeur par 3λ. De là résulte très-simplement :

$$v' = 3\lambda\, w.$$

Cela posé, on a pour vitesse angulaire de la normale ms

$$w' = \frac{mc}{\rho}.$$

On a de même pour vitesse angulaire du rayon vecteur fm

$$\frac{fc}{fm} = \frac{1}{\tang \beta}.$$

De là résulte d'abord

$$w = \frac{1}{\tang \beta} - \frac{mc}{\rho}$$

et par suite

$$\rho' = \frac{v'}{w'} = \frac{3\lambda}{\frac{mc}{\rho}}\left(\frac{1}{\tang \beta} - \frac{mc}{\rho}\right) = 3\lambda\left(\frac{\rho \cos \beta}{r} - 1\right).$$

Le triangle rectangle ogm donnant

$$mg = \rho \cos \beta,$$

il vient

$$\rho \cos \beta - r = mg - fm = fg$$

et par suite, en substituant

$$(3) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \rho' = 3\lambda \cdot \frac{fg}{r}.$$

Telle est l'expression très-simple du rayon de courbure des développées des sections coniques.

6. Dans le cas particulier de la parabole, les longueurs représentées respectivement par fg et r sont égales. L'expression du rayon ρ' se simplifie en conséquence et devient ainsi

$$(4) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \rho' = 3\lambda:$$

c'est le résultat auquel nous étions déjà parvenu, dans notre premier travail sur la *Théorie géométrique des rayons et centres de courbure*.

Considérons l'ellipse. r' étant le rayon vecteur mené du second foyer au point m, désignons par ω, ω' les vitesses angulaires simultanées des rayons vecteurs conjugués r, r'. La normale ms divisant en deux parties égales l'angle que font entre eux ces rayons vecteurs, on a d'abord

$$w' = \frac{\omega + \omega'}{2}$$

et aussi

$$r\omega = r'\omega'.$$

De là résulte en premier lieu,

$$w' = \frac{r + r'}{2r'}\,\omega,$$

en second lieu,

$$w = \frac{\omega - \omega'}{2} = \frac{r - r'}{2r'}\,\omega,$$

et, par conséquent,

$$(5) \ldots\ldots\ldots \quad \rho' = 3\lambda\,\frac{r - r'}{r + r'}.$$

On trouverait de même pour l'hyperbole :

$$(6) \ldots\ldots\ldots \quad \rho' = 3\lambda\,\frac{r + r'}{r - r'}.$$

On peut donc écrire en général pour les trois sections coniques :

$$(7) \ldots\ldots\ldots \quad \rho' = 3\lambda\,\frac{r - r'}{r + r'},$$

r' changeant de signe lorsqu'on passe de l'ellipse à l'hyperbole, et le rapport $\frac{r}{r'}$ étant considéré comme nul lorsqu'il s'agit de la parabole.

7. En résumé, l'on a très-simplement

$$\rho_0 = \mu l.$$

$$\rho = \frac{\rho_0}{\cos^3 \theta}$$

$$\rho' = 3\lambda \frac{fg}{r}.$$

On peut écrire aussi :

$$\rho' = 3\rho \operatorname{tang} \theta \left(\frac{\rho \cos \theta}{r} - 1\right) = 3\rho \operatorname{tang} \theta \frac{r - r'}{r + r'}.$$

Dans le cas de l'ellipse ou de l'hyperbole, l'axe qui contient les foyers étant représenté par $2a$, et l'autre par $2b$, on trouve aisément :

(8) . . . . $\rho_0 = \mu l = \dfrac{b^2}{a}.$

La considération du triangle formé par le point m et les deux foyers conduit à la relation

$$rr' \cos^2 \theta = b^2.$$

Cette relation exprime que, dans l'ellipse et l'hyperbole, le produit des projections des rayons vecteurs sur la normale est constamment égal au carré du demi-axe b. En la combinant avec les équations (1), (2), (8), on en déduit successivement :

$$\rho = \frac{ms.\, rr'}{b^2} = \frac{\rho_0}{\cos \theta} \frac{rr'}{b^2} = \frac{rr'}{a \cos \theta} = \frac{2rr'}{(r + r') \cos \theta}.$$

La relation

$$\rho = \frac{2rr'}{(r + r') \cos \theta}$$

peut s'obtenir directement, comme nous l'avons fait ailleurs. Elle est générale, et, de même que l'équation (7), elle s'applique en même temps aux trois sections coniques.

Remarquons en terminant que, si, dans la parabole, la sous-normale est constante, cette propriété n'est qu'un cas particulier de celle qui appartient aux trois sections coniques et qui consiste en ce que la projection de la normale *ms* sur le rayon vecteur *fm* est elle-même constante.

Ajoutons que cette projection étant égale au rayon de courbure qui correspond au point de la courbe placé sur l'axe mené par les foyers, il en résulte immédiatement que ce rayon de courbure a pour longueur celle de l'ordonnée du foyer.

Théorie géométrique des centres et axes instantanés de rotation; par M. Lamarle, associé de l'Académie.

APPLICATIONS (*).

19. Nous avons dit, au début de ce travail, que la théorie des centres et axes instantanés de rotation pouvait servir à préciser et à résoudre les questions relatives à la courbure des lignes et des surfaces. Chemin faisant, nous avons indiqué comment elle s'applique à quelques cas particuliers où elle permet de dégager de toute notion trans-

---

(*) La première partie de ce travail est insérée dans le 11me *Bulletin* de l'année 1858 (27me année, 2me série, t. V).

cendante les définitions et énoncés généralement admis. L'objet que nous nous proposons dans ce qui suit est de faire ressortir les avantages d'une méthode qui, sans cesser d'être élémentaire et purement géométrique, résout directement et avec la plus grande simplicité possible toute une série de questions réservées jusqu'ici à l'analyse infinitésimale.

En traitant de la courbure des surfaces, nous ramenons toute cette théorie au théorème fondamental des *tangentes réciproques*. Ce théorème, que nous croyons nouveau, comprend, comme cas particulier, une proposition démontrée par M. Bertrand et susceptible d'un énoncé très-simple. Nous donnons cet énoncé, où rien ne reste des notions transcendantes qui s'y trouvaient d'abord. Nous opérons de même en ce qui concerne deux théorèmes de M. Dupin sur les *tangentes conjuguées* et les *surfaces orthogonales*. Ces théorèmes, ainsi qu'on le verra, se démontrent aisément par voie géométrique.

Ces indications données, passons aux applications, et commençons par établir quelques théorèmes dont nous aurons besoin.

EXPOSÉ DES THÉORÈMES FONDAMENTAUX.

20. Théorème XI. — *Lorsque deux droites font entre elles un angle constant, elles ont en même temps mêmes rotations autour des mêmes axes.*

Soient A, B les deux droites données. Prenons dans l'espace un point quelconque O, et, par ce point, faisons passer deux droites A′, B′ assujetties à rester constamment parallèles, l'une à la droite A, l'autre à la droite B.

Les droites A′, B′ formant entre elles un système de forme invariable, leur état de mouvement consiste à chaque instant en une même rotation autour d'un seul et même axe passant par le point O. De là résulte évidemment la proposition énoncée pour les droites A, B, dont le mouvement angulaire ne diffère en rien de celui des droites A′, B′.

21. Théorème XII. — *Lorsque deux droites font entre elles un angle incessamment variable, si l'on désigne par* P *un plan parallèle à ces droites, leurs rotations simultanées se composent, pour chacune, à un même instant quelconque,*

1° *D'une même rotation autour d'un même axe situé dans le plan* P;

2° *D'une rotation différente autour d'un axe perpendiculaire au plan* P.

Soient A, C les deux droites données et P un plan parallèle à ces droites. Concevons une troisième droite B assujettie à rester parallèle au plan P et à faire un angle constant avec la droite A. Les droites A, B sont telles que leurs rotations simultanées se composent des mêmes rotations autour de deux axes, l'un parallèle, l'autre perpendiculaire au plan P. (*Théorème XI*). Cela posé, puisque la droite C reste parallèle au plan P, il est visible que sa rotation totale ne peut différer de celle des droites A, B que par la composante autour du second axe. Concluons que les rotations des droites A, C se composent chacune :

1° *D'une même rotation autour d'un même axe parallèle au plan* P;

2° *D'une rotation différente autour d'un axe perpendiculaire au plan* P.

22. Théorème XIII. — *Étant donné un plan* P *parallèle*

à deux droites mobiles A, B, *et, pour chacune de ces droites, sa rotation composante autour d'un axe situé dans le plan* P (*), *la rotation de la normale au plan* P *est complétement déterminée.*

Construction. — Soit *o* un point du plan P; *oa*, *ob* deux axes situés dans ce plan (**) et représentant les rotations composantes, données, l'une, pour la droite A, l'autre, pour la droite B. Par les points *a* et *b* menons les droites *an*, *bn*, respectivement parallèles, la première à la droite A, la deuxième à la droite B. *n* étant le point de rencontre des droites *an*, *bn*, la droite *on* représente en direction, sens, et grandeur la rotation de la normale au plan P.

Démonstration. — On sait que le système des droites A, B admet une même rotation composante autour d'un même axe situé dans le plan P (*Théorème XII*). Cette rotation est évidemment représentée par *on*. Cela résulte de ce que la rotation *on* équivaut, pour la droite A, à la rotation *oa*, pour la droite B, à la rotation *ob*. Il est clair, d'ailleurs, que, quelle que soit pour chacune des droites A, B sa rotation composante autour de la normale au plan P, ces rotations peuvent être considérées comme nulles, sans qu'il s'ensuive aucune modification dans le

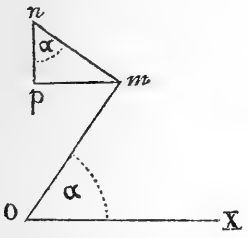
(*) Quelle que soit pour chacune des droites mobiles sa rotation totale, on peut toujours la décomposer en deux rotations simultanées, l'une autour d'un axe perpendiculaire au plan P, l'autre autour d'un axe situé dans ce plan. Ce sont ces dernières composantes qui sont données. Si, d'abord, elles paraissent n'admettre, ainsi que les premières, qu'une seule détermination pour chaque droite, il suffit de quelque attention pour reconnaître qu'elles comportent en réalité une infinité de déterminations différentes, toutes, d'ailleurs, équivalentes entre elles, en ce qui concerne la droite correspondante.

(**) Le lecteur est prié de faire la figure.

mouvement angulaire de cette même normale. La construction qui précède est ainsi justifiée.

23. Problème. — *Une droite A tourne autour de trois axes rectangulaires* OX, OY, OZ, *avec des vitesses simultanées exprimées respectivement par* ω_x, ω_y, ω_z. *On demande de déterminer les relations existantes entre ces vitesses et les vitesses angulaires des projections de la droite mobile dans trois plans menés parallèlement à cette droite par les axes* OX, OY, OZ.

Soit O*m* une droite menée par le point O parallèlement à la droite A. Le point *m* étant pris à la distance 1 de l'origine O, considérons d'abord ce qui se passe dans le plan mobile *m*OX mené par la droite O*m* et l'axe OX. Nous désignerons par α, β, γ les angles de la droite A avec les axes OX, OY, OZ.

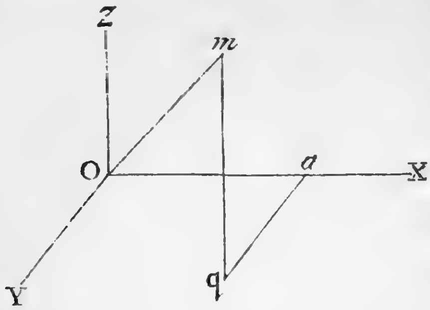


Cela posé, soit $\dot{\alpha}$ la vitesse angulaire actuelle de la droite O*m* dans le plan *m*O*x*. Cette vitesse est en même temps la vitesse de translation du point *m* ; représentons-la par *mn*, la droite *mn* étant située dans le plan *m*OX et dirigée perpendiculairement à O*m*. Par le point *m* menons *mp* parallèle à OX, et du point *n*, abaissons sur *mp* la perpendiculaire *np*. La vitesse du point *m* a pour composante parallèle à OX la vitesse *mp*. On a d'ailleurs, comme conséquence immédiate de la construction,

$$mp = mn.\sin\alpha = \dot{\alpha}\sin\alpha.$$

D'un autre côté, il est visible que la vitesse *mp* dépend exclusivement des rotations ω_y, ω_z.

Considérons la rotation de la droite Om autour de l'axe OZ et, après avoir projeté le point m, en q sur le plan XOZ, en a sur l'axe OX, transportons cette rotation autour d'un axe parallèle à OZ et passant par le point a. Eu égard à ce déplacement,



nous devons composer la rotation ω_z avec une translation perpendiculaire au plan XOZ. Remarquons que cette translation ne peut influer en rien sur la vitesse mp qui anime le point m parallèlement à OX. La conséquence est que la partie de la vitesse mp qui dépend de la rotation ω_z a pour expression

$$aq.\,\omega_z = \omega_z \cos \beta.$$

On trouverait de même pour la partie de cette vitesse qui dépend de la rotation ω_y,

$$-\ \omega_y \cos \gamma.$$

De là résulte immédiatement

$$\dot{\alpha} \sin \alpha = \omega_z \cos \beta - \omega_y \cos \gamma.$$

Une simple permutation tournante permet d'appliquer aux plans mobiles mOY, mOZ, le résultat qui vient d'être obtenu pour le plan mOX. On trouve ainsi

$$(1)\ \ldots\ \left\{\begin{array}{l} \dot{\alpha} \sin \alpha = \omega_z \cos \beta - \omega_y \cos \gamma \\ \dot{\beta} \sin \beta = \omega_x \cos \gamma - \omega_z \cos \alpha \\ \dot{\gamma} \sin \gamma = \omega_y \cos \alpha - \omega_x \cos \beta. \end{array}\right.$$

Le système de ces trois équations détermine chacune des trois vitesses $\dot{\alpha}$, $\dot{6}$, $\dot{\gamma}$ en fonction des rotations ω_x, ω_y, ω_z. On se tromperait si l'on croyait que réciproquement la détermination des vitesses ω_x, ω_y, ω_z est impliquée par celle des vitesses $\dot{\alpha}$, $\dot{6}$, $\dot{\gamma}$. On peut sans rien changer à celles-ci modifier les autres d'une infinité de manières. Il suffit pour cela d'introduire une rotation quelconque autour de la droite Om.

Veut-on appliquer les équations (1) à fixer la position angulaire de l'axe instantané de rotation? On y parvient très-simplement en considérant les angles α, 6, γ comme étant ceux de cet axe avec les droites OX, OY, OZ et égalant à zéro chacune des trois quantités $\dot{\alpha}$, $\dot{6}$, $\dot{\gamma}$. On sait d'ailleurs que la rotation autour de l'axe instantané est représentée en direction, sens et grandeur par la diagonale du parallélipipède construit sur les trois rotations composantes ω_x, ω_y, ω_z.

COURBURE DES SURFACES.

Tangentes réciproques.

24. Soit P un plan tangent en O à une surface S; OX, OL les traces sur le plan P de deux sections normales NOX NOL.

Nous désignons, sous le nom de *tangentes réciproques*, deux tangentes respectivement assujetties, l'une à rester parallèle au plan de la section NOX, tandis que son point de contact glisse sur la section NOL, l'autre à rester parallèle au plan de la section NOL, tandis que son point de contact glisse sur la section NOX.

Cela posé, on démontre aisément, sans calcul et par simple voie géométrique, la proposition suivante (*) :

THÉORÈME XIV. — *Lorsque deux tangentes réciproques sortent en même temps et avec une égale vitesse des sections normales qui les déterminent, leurs rotations autour des directions qu'elles suivent respectivement sont égales et de sens contraire.*

Cette proposition implique, comme cas particulier, un théorème exposé par M. Bertrand et dont voici l'énoncé, reproduit par M. Duhamel, dans ses *Éléments de calcul infinitésimal* (tome II, page 347) :

Si, en un point quelconque d'une surface, nous considérons deux directions rectangulaires sur lesquelles nous prenions des longueurs infiniment petites, égales, et que, par leurs extrémités, nous menions des normales à la surface, ces normales feront respectivement des angles égaux avec les plans menés par la normale au premier point et chacune des deux directions; et, de plus, elles seront toutes les deux comprises dans l'angle dièdre droit que forment les deux plans, ou toutes les deux en dehors.

En dégageant cet énoncé de toute notion transcendante ou infinitésimale, nous dirons, comme conséquence directe et immédiate du théorème XIV, dans le cas parti-

(*) Cette proposition peut être considérée comme une traduction directe de l'équation fondamentale :

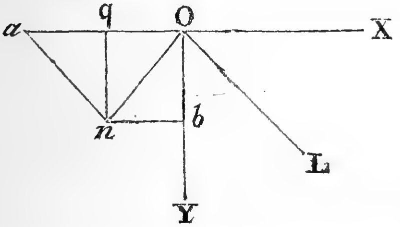
$$F''_{x,y}(x,y) = F''_{y,x}(x,y).$$

Lorsque nous disons qu'on peut l'établir sans calcul et par simple voie géométrique, il doit être entendu que c'est indépendamment de cette équation et sans y recourir directement ou indirectement.

culier où les sections normales considérées sont rectangulaires :

Lorsque deux droites, normales à une même surface, sortent en même temps d'une position commune, suivant deux directions rectangulaires et avec une égale vitesse, leurs rotations autour des directions qu'elles suivent respectivement sont égales et de sens contraire.

25. Prenons le cas général, et, pour chaque tangente à considérer, supposons que son point de contact se déplace, à partir du point O avec une vitesse v toujours la même en grandeur. Soit d'ailleurs ω la rotation correspondante de la tangente réciproque OL autour de l'axe OX, et W_x, W_l celles des tangentes aux sections normales NOX, NOL.



S'agit-il d'abord de la rotation du plan tangent, alors que le point de contact se déplace suivant la direction OX, nous connaissons les rotations composantes de deux droites situées dans ce plan et l'entraînant avec elles. L'une a pour axe la droite Ob perpendiculaire à OX et égale à W_x; l'autre a pour axe la droite Oa, dirigée suivant XO et égale à ω.

Soit n le point de rencontre des deux droites bn, an respectivement parallèles l'une à OX, l'autre à OL : la rotation de la normale est représentée en direction, sens et grandeur par la diagonale On (*Théorème XIII*, n° 23). Projetons le point n en q sur la droite Oa; Oq représente en direction, sens et grandeur la rotation de la normale autour de la droite OX. De là résulte, en désignant cette rotation par N_x et l'angle XOL par θ.

(1). . . . $N_x = aO - aq = \omega - W_x \cot \theta$.

S'agit-il ensuite de la rotation du plan tangent, alors que le point de contact se déplace suivant OL, on peut opérer directement, comme nous venons de le faire, ou se borner à changer les signes de deux quantités ω et θ. Dans tous les cas, si l'on désigne par N_l la rotation de la normale autour de l'axe OL, on trouve :

(2). . . . . $N_l = W_l \cot \theta - \omega$.

Veut-on considérer en particulier le cas où il s'agit des deux sections rectangulaires OX, OY, la comparaison des équations (1) et (2), où l'on doit attribuer à θ la valeur $\frac{\pi}{2}$ et remplacer l'indice l par l'indice y, donne immédiatement

(3). . . . . . . $N_y = - N_x$.

C'est le résultat énoncé plus haut comme conséquence directe du théorème XIV.

26. La rotation N_l changeant de signe dans l'intervalle des deux sections rectangulaires OX, OY, il s'ensuit que ces deux sections comprennent, en général, une section intermédiaire pour laquelle la rotation N_l doit s'annuler. Cette conséquence peut ainsi s'établir sans démonstration. On peut aussi la déduire des équations (1), (2), (3).

Tirons de l'équation (1) la valeur de ω et transportons cette valeur dans l'équation (2). Il vient :

(4). . . . $N_l = (W_l - W_x) \cot \theta - N_x$.

On a de même, en substituant la section NOY à la section NOX et tenant compte de l'équation (3),

(5). . . $N_t = (W_y - W_t) \tan g\, \beta + N_x$ (*).

La combinaison des équations (4) et (5) permet d'éliminer W_t et d'écrire, en conséquence,

(6). . $N_t = \cos 2\beta \left[N_x - \frac{W_x - W_y}{2} \tan g\, 2\beta\right]$.

L'équation (6) conduit aux déductions suivantes :

1° *En général,* N_x *n'étant pas nul et* W_x *n'étant pas égal à* W_y, *il existe entre les sections normales* NOX, NOY *une section intermédiaire pour laquelle on a*

$$N_t = 0.$$

L'angle β, *compris entre cette section et la section* NOX *est déterminé par l'équation de condition :*

(7). . . . . $\text{Tang}\ 2\beta = \frac{2N_x}{W_x - W_y}$.

2° N_x *n'étant pas nul et* W_x *étant égal à* W_y, *la section pour laquelle on a*

$$N_t = 0$$

est la section dirigée suivant la bissectrice de l'angle XOY.

3° N_x *étant nul, l'équation* (6) *devient :*

(8). . . . . . $N_t = \frac{W_y - W_x}{2} \sin 2\beta$,

(*) Pour passer de l'équation (4) à l'équation (5), il suffit de remplacer l'indice x par l'indice y, et l'angle β par l'angle $\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right)$ changé de signe.

et, dès lors, selon que les rotations W_x, W_y sont les mêmes ou différentes, N_t est nul pour toutes les sections intermédiaires ou ne l'est pour aucune.

COURBURE DES SECTIONS NORMALES.

27. La section NOX pouvant être quelconque, supposons-la choisie d'après la condition

$$N_x = 0.$$

Dans cette hypothèse, si l'on égale les valeurs fournies pour N_t par les équations (4) et (5), on a :

$$(9) \quad W_t = W_x \cos^2 \mathfrak{C} + W_y \sin^2 \mathfrak{C}.$$

Soit ρ le rayon de courbure de la section NOL et R, R′ ceux des sections rectangulaires NOX, NOY, on a, conformément à notre *Théorie géométrique des rayons et centres de courbure :*

$$W_t = \frac{v}{\rho} \qquad W_x = \frac{v}{R} \qquad W_y = \frac{v}{R'}$$

Il vient donc, par voie de simple substitution et après suppression du facteur commun v :

$$(10) \quad \frac{1}{\rho} = \frac{\cos^2 \mathfrak{C}}{R} + \frac{\sin^2 \mathfrak{C}}{R'}.$$

L'équation (10) est l'équation polaire d'une ellipse rapportée à son centre pris pour pôle, et ayant ses axes principaux dirigés suivant les droites OX, OY. Cette ellipse a reçu le nom d'*indicatrice*. Voici pourquoi. Soit r un quelconque de ses rayons vecteurs et ρ le rayon de courbure de la section normale dirigée suivant le rayon r. On a très-simplement :

$$\rho = r^2.$$

La discussion de l'équation (10) conduit directement aux déductions suivantes, rendues plus manifestes encore par la considération de l'indicatrice :

1° *Les sections rectangulaires* OX, OY *se distinguent des autres sections normales en ce que leur courbure est un maximum pour l'une, un minimum pour l'autre.*

Elles sont dites sections de plus petite et de plus grande courbure, *ou bien encore* sections principales ;

2° *Soient ρ, ρ' les rayons de courbure de deux sections normales rectangulaires, choisies comme on voudra, la somme inverse des rayons ρ, ρ' est constante. On a ainsi :*

$$\frac{1}{\rho} + \frac{1}{\rho'} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R'}.$$

3° *Lorsqu'en un point d'une surface les sections principales ont même courbure, cette courbure est commune à toutes les sections normales passant par ce même point.*

On appelle ombilic *le point singulier où toutes les sections normales ont ainsi même courbure.*

COURBURE DES SECTIONS OBLIQUES.

28. Soit une section quelconque oblique ayant même tangente que la section normale NOL. Si l'on suppose que la normale à la surface S se déplace, à partir du point O, suivant la direction OL, il est visible que sa projection dans le plan de la section oblique considérée se confond avec la normale à cette même section. Soit φ

l'angle de ces deux normales et W la vitesse angulaire de la seconde, on a (*) :

$$W \cos \varphi = W_t = \frac{v}{\rho} \cdot$$

De là résulte, en désignant par ρ_1 le rayon de courbure de la section oblique ayant même tangente que la section normale NOL :

$$\rho_1 = \frac{v}{W} = \rho \cos \varphi.$$

LIGNES DE COURBURE.

29. Nous avons vu n° 26 qu'il existe en général pour chaque point d'une surface deux directions uniques, rectangulaires entre elles et satisfaisant à la condition

$$N_t = 0.$$

Lorsque la normale se déplace suivant l'une ou l'autre de ces deux directions, les vitesses de ses différents points sont toutes dirigées dans le plan de la section normale correspondante. Il s'ensuit que l'un de ces points, celui qui coïncide avec le centre de courbure de cette même section, a une vitesse nulle. Les sections déterminées par les directions dont il s'agit sont dites *sections principales*. Voici d'ailleurs les conséquences :

(*) Soit n un point de la première normale, projeté en n' sur la seconde. Ces deux points ont même vitesse. Il s'ensuit qu'en désignant par nm la longueur de la première normale et par $n'm$ sa projection, l'on peut écrire

$$n'm.\, W = nm \cos \varphi.\, W = nm\, W_t.$$

La suppression du facteur commun nm donne immédiatement :

$$W \cos \varphi = W_t.$$

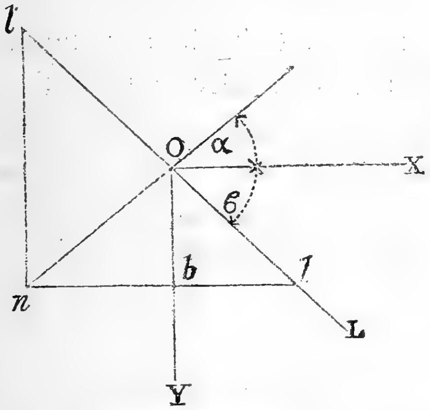
1° *Les sections principales sont les seules pour lesquelles il existe sur la normale un point dont la vitesse soit nulle à l'origine du déplacement de cette même normale. Elles déterminent sur la surface* S, *par la direction des tangentes qui leur correspondent, deux systèmes de lignes dites* lignes de courbure.

2° *Les lignes de courbure se coupent partout à angle droit. Elles sont les seules, parmi toutes les lignes tracées sur la surface, pour lesquelles le lieu géométrique des normales soit une surface développable.*

3° *Dans les surfaces de révolution, les lignes de courbure sont les méridiens et les parallèles.*

TANGENTES CONJUGUÉES.

30. Considérons dans chacun des systèmes LOX, LOY celle des deux tangentes réciproques dont le point de contact est assujetti à glisser sur la section normale NOL.



La rotation de l'une peut être représentée par Ol, pourvu qu'on ait égard à l'équation de condition $N_x = O$ et que l'on prenne, en conséquence,

$$(1) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad Ol = \omega = W_x \cot. \beta \ (^*).$$

La rotation de l'autre peut, de même, être représentée

(*) Voir n° 25, équation (1).

par Ol', en prenant

(2) . . . . $Ol' = W_y \operatorname{tang} \beta$

Ces deux rotations étant ainsi déterminées, celle de la normale en résulte : elle est représentée par On, le point n étant donné par l'intersection des droites ln, $l'n$ respectivement parallèles l'une à OX l'autre à OY (*Théorème XIII*, n° 22).

Soit α l'angle que la droite On fait avec l'axe OX, on a immédiatement

$$\operatorname{tang} \alpha = \frac{Ob}{bn} = \frac{Ol \sin \beta}{Ol' \cos \beta} = \frac{W_x}{W_y} \cdot \frac{\cos \beta}{\sin \beta}.$$

De là résulte

(3). . . . . $\operatorname{tang} \alpha . \operatorname{tang} \beta = \dfrac{W_x}{W_y} = \dfrac{R'}{R}.$

Les tangentes OL, On, dont l'une fixe la direction du déplacement que l'on considère, et l'autre celle de l'axe instantané qui correspond, dans le plan tangent, à cette direction, sont dites *tangentes conjuguées*, d'après M. Dupin. L'équation (3) exprime que, relativement à l'indicatrice, elles forment entre elles un système de diamètres conjugués.

THÉORÈME DE M. DUPIN SUR LES SURFACES ORTHOGONALES.

31. Soient S, S', S'' trois surfaces qui se coupent deux à deux et à angle droit, suivant trois lignes ayant un point commun O. Soient OX, OY, OZ les tangentes en O aux intersections des surfaces S, S', S''. Soient, de plus, N, N', N'' trois droites assujetties à sortir du point O avec une égale vitesse, et en restant, comme elles le sont en O, respecti-

vement normales, la droite N à la surface S, la droite N' à la surface S', la droite N'' à la surface S''.

Considérons la rotation de la droite N autour de la direction qu'elle suit à partir du point O, où elle coïncide avec la tangente OX, et, selon que cette direction est OY ou OZ, désignons par N_y ou N_z la rotation dont il s'agit.

Considérons de même la rotation de la droite N' autour de la direction qu'elle suit à partir du point O, où elle coïncide avec la tangente OY, et, selon que cette direction est OZ ou OX, désignons par N'_z ou N'_x la rotation dont il s'agit.

Considérons enfin la rotation de la droite N'' autour de la direction qu'elle suit à partir du point O, où elle coïncide avec la tangente OZ, et, selon que cette direction est OX ou OY, désignons par N''_x ou N''_y la rotation dont il s'agit.

Cela posé, lorsque les normales N', N'' se déplacent en même temps suivant la direction OX, elles ne cessent point d'être rectangulaires. La même observation s'applique aux normales N'', N dans leur déplacement, suivant OY, et aux normales N, N', dans leur déplacement suivant OZ. De là résulte, conformément au *Théorème XI :*

$$(1) \quad \ldots\ldots \quad \begin{aligned} N'_x &= N''_x \\ N''_y &= N_y \\ N_z &= N'_z. \end{aligned}$$

D'un autre côté, s'il s'agit des déplacements d'une même normale, suivant les deux directions rectangulaires qui lui correspondent, l'on a, comme déduction du *théorème XIV* et conformément au dernier énoncé du n° 24 :

$$(2) \quad \ldots\ldots \quad \begin{aligned} N''_x &= -N''_y \\ N_y &= -N_z \\ N'_z &= -N'_x. \end{aligned}$$

Le double système des équations (1) et (2) peut s'écrire comme il suit :

$$\begin{aligned} N'_x &= N''_x = -N''_y \\ N''_y &= N_y = -N_z \\ N_z &= N'_z = -N'_x. \end{aligned}$$

De là résulte immédiatement :

$$N'_x = N''_x = -N''_y = -N_y = N_z = N'_z = -N'_x,$$

et par suite :

$$\begin{aligned} N'_x &= 0 \\ N''_x &= 0 \\ N_y &= 0 \\ N''_y &= 0 \\ N_z &= 0 \\ N'_z &= 0. \end{aligned}$$

Nous avons vu au n° 29 que les sections principales sont les seules pour lesquelles on ait généralement

$$N_t = 0.$$

On a donc ce premier théorème :

Lorsque trois surfaces se coupent orthogonalement suivant trois lignes ayant un point commun, ces lignes sont, sur chacune des trois surfaces, tangentes aux lignes de courbure menées par le point commun aux trois intersections.

On a ensuite, comme conséquence, cet autre théorème qui est celui de M. Dupin.

Lorsque trois séries de surfaces se coupent orthogonalement, leurs intersections ne sont autre chose que leurs lignes de courbure respectives.

RAYONS ET CENTRES DE COURBURE DES SECTIONS PRINCIPALES DES SURFACES DE RÉVOLUTION.

32. Lorsqu'une droite se déplace, en restant normale à une surface, *selon qu'elle suit ou qu'elle ne suit pas la direction d'une section principale*, les vitesses de ses différents points sont ou non dirigées dans un seul et même plan. Supposons que la direction suivie soit celle d'une direction principale : les vitesses des différents points de la normale sont dirigées dans un seul et même plan; néanmoins elles peuvent être toutes les mêmes ou toutes différentes. Elles sont toutes les mêmes, dans le cas particulier d'une section principale dont la courbure est nulle à l'origine du déplacement considéré. Elles sont toutes différentes dans le cas général d'une courbure quelconque, et l'on peut appliquer à ce cas général la déduction suivante :

Lorsque la normale à une surface sort du lieu qu'elle occupe, suivant la direction d'une section principale, elle a un point dont la vitesse est nulle, et réciproquement. Ce point est le centre de courbure de la section principale qui correspond au déplacement considéré.

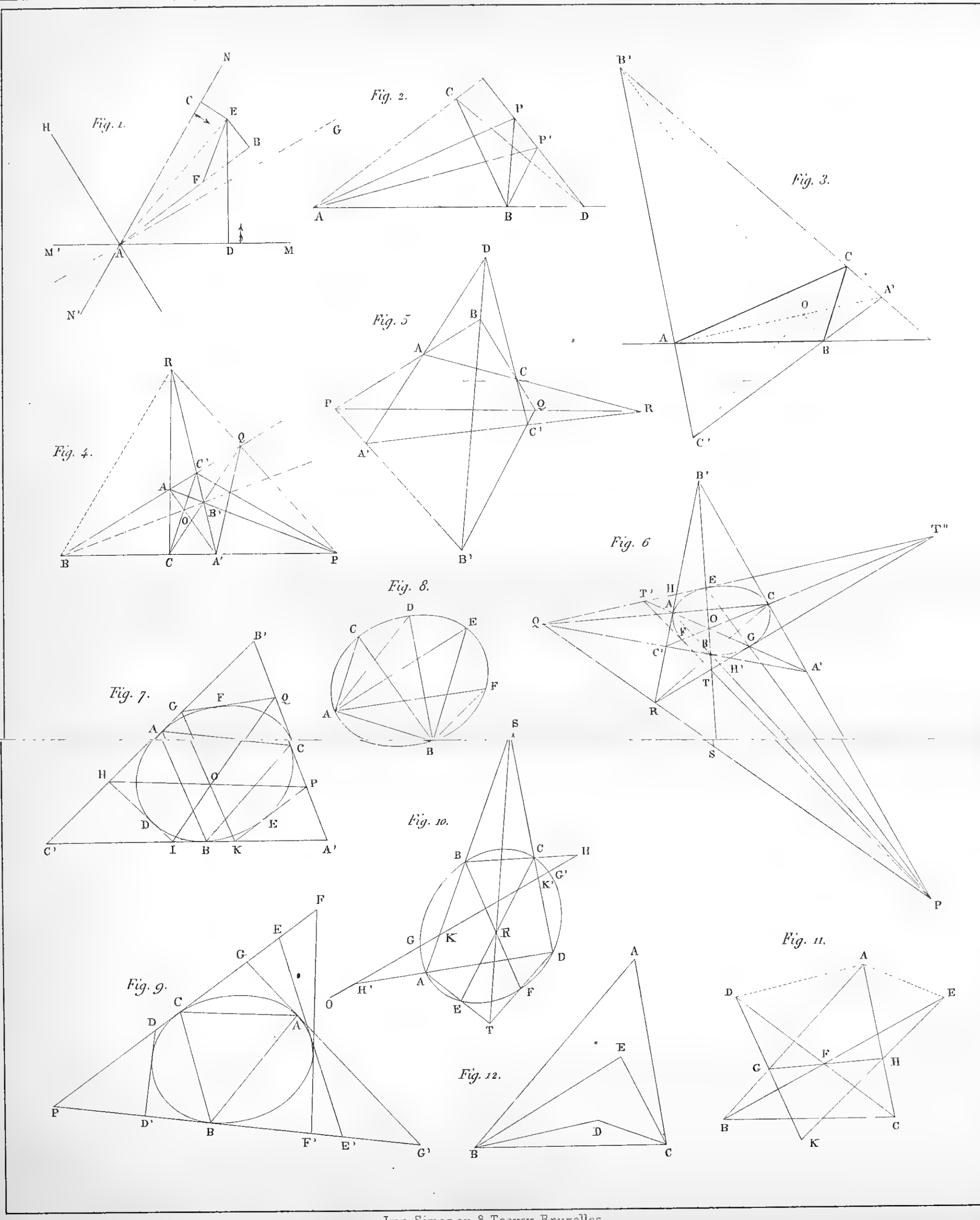
Cela posé, s'agit-il en particulier d'une surface de révolution? Il est visible que la section méridienne est une section principale. Il est visible aussi que la direction perpendiculaire à la section méridienne est fournie par le parallèle, et que, pour cette direction, le point de la normale dont la vitesse est nulle, est précisément celui où la normale vient couper l'axe de révolution. Concluons que, dans les surfaces de révolution, les rayons de courbure principaux sont respectivement, l'un celui de la section méridienne au point considéré, l'autre la partie de la normale comprise entre ce même point et l'axe de révolution.

Sur la théorie analytique des coniques; par M. Schaar, membre de l'Académie.

La plupart des propriétés générales de la théorie des coniques, même les plus belles et les plus considérables, n'entrent point dans les traités de géométrie analytique où l'on étudie aujourd'hui ces courbes, ce qu'on ne peut attribuer qu'à la forme de ces ouvrages et à la longueur excessive des calculs auxquels entraîne l'emploi du système des coordonnées de Descartes. J'ai essayé de remplir cette lacune, et l'on trouvera peut-être que, dans cette théorie, l'analyse est aussi brève et aussi facile que la géométrie pure. La marche que j'ai suivie s'étend à la plupart des questions de géométrie qu'on traite d'ordinaire par l'analyse; elle constitue une méthode qui me paraît digne de fixer l'attention, à cause de la simplicité extrême des démonstrations et des calculs.

I.

Soient AM, AN (*fig.* 1) deux droites fixes qui se coupent en A et désignons par M et N les perpendiculaires ED, EC abaissées d'un point quelconque E sur ces deux droites : M et N seront les *coordonnées* du point E par rapport aux *axes* AM et AN; coordonnées qui suffisent évidemment pour en fixer la position, lorsque le sens suivant lequel on prend les coordonnées positives est déterminé.



Imp. Simonau & Toovey, Bruxelles.

Nous conviendrons de porter les coordonnées positives vers l'intérieur de l'angle, comme l'indiquent les deux flèches; on en verra la raison plus bas. Les coordonnées négatives seront nécessairement portées en sens contraire. Il suit de là que les coordonnées de tous les points situés dans l'angle MAN sont toutes les deux positives; celles des points situés dans l'angle M'AN', opposé par le sommet au premier, sont négatives, et enfin, tous les points situés dans l'un des deux angles M'AM, N'AN ont une de leurs coordonnées positives et l'autre négative, absolument comme dans le système des coordonnées de Descartes.

Lorsque le point E se trouve sur la droite M, on a $ED = o$, ou

$$M = o.$$

Cette équation est donc celle de la droite AM; on aura de même $N = o$ pour celle de la droite AN.

Désignons par α, β et θ les angles DAB, DAE et DAC, et par ρ la distance AE; les triangles rectangles EAD, EAC donneront ED ou $M = \rho \sin \beta$ et $N = \rho \sin (\theta - \beta)$. Ajoutons membre à membre ces deux équations, après avoir multiplié la première par $\sin (\theta - \alpha)$ et la seconde par $- \sin \alpha$, nous aurons, après quelques réductions évidentes,

$$M \sin (\theta - \alpha) - N \sin \alpha = \rho \sin (\beta - \alpha) \sin \theta,$$

ou bien, à cause de $BE = \rho \sin (\beta - \alpha)$,

$$BE \sin \theta = M \sin (\theta - \alpha) - N \sin \alpha.$$

Donc, si l'on représente par δ la distance BE, on aura

$$\delta = \frac{\sin (\theta - \alpha)}{\sin \theta} \left[M - \frac{\sin \alpha}{\sin (\theta - \alpha)} N \right].$$

Lorsque le point E est situé sur la droite AB, on a

$\delta = o$; on a donc pour l'équation de cette droite

$$M - \frac{\sin \alpha}{\sin (\theta - \alpha)} N = o.$$

Si l'on fait pour abréger

$$\lambda = - \frac{\sin \alpha}{\sin (\theta - \alpha)},$$

elle deviendra $M + \lambda N = o$, et la distance du point dont les coordonnées sont M et N à cette droite sera donnée par la formule

$$\delta = \frac{\sin (\theta - \alpha)}{\sin \theta} (M + \lambda N).$$

Il est évident que la distance du point E à un point F de la droite AB, située sur une droite EF faisant avec AB un angle ε, sera

$$\delta = \frac{\sin (\theta - \alpha)}{\sin \varepsilon \sin \theta} (M + \lambda N).$$

Donc, en général, lorsqu'une droite AB, dont l'équation est $M + \lambda N$, est coupée par une droite EF, la distance *en grandeur absolue* d'un point de cette dernière, dont les coordonnées sont M et N au point d'intersection, est donnée par la formule

$$\delta = \pm a (M + \lambda N),$$

a étant un coefficient constant pour tous les points de la droite EF. Il est visible que, pour tous les points situés d'un même côté de la droite AB, il faudra prendre le second membre avec le même signe, et que, pour deux points situés de part et d'autre de cette droite, on devra prendre ce second membre avec des signes différents.

On peut remarquer que le coefficient $-\lambda$ exprime le rapport des sinus des angles que la droite AB fait avec AM et AN. Rien n'est donc plus facile que de déterminer la position d'une droite passant par l'origine A, lorsqu'on a son équation sous la forme précédente, puisqu'on en tire

$$\text{tang } \alpha = -\frac{\lambda \sin \theta}{1 - \lambda \cos \theta}.$$

Lorsque $\alpha = \frac{\theta}{2}$, on a $\lambda = -1$, donc $M - N = o$ est l'équation de la bissectrice de l'angle A, ce qui est du reste évident.

Si l'on fait $\alpha = 90^\circ + \frac{\theta}{2}$, on aura $\lambda = 1$ et par suite $M + N = o$ pour l'équation de la droite AG perpendiculaire à AF ou la bissectrice de l'angle M'AN, supplément de MAN.

Soit $M + \lambda' N = o$ l'équation d'une droite AB' faisant avec AM l'angle α', on aura

$$\text{tang } \alpha' = -\frac{\lambda' \cos \theta}{1 - \lambda' \sin \theta}$$

et, par conséquent, en faisant $\alpha - \alpha' = v$,

$$\text{tang } v = \frac{(\lambda' - \lambda) \sin \theta}{1 - (\lambda' + \lambda) \cos \theta + \lambda' \lambda}$$

pour l'angle que font entre elles ces deux droites.

Lorsque $v = 90^\circ$, les deux droites sont perpendiculaires et l'on a alors, en général, la condition

$$1 - (\lambda' + \lambda) \cos \theta + \lambda' \lambda = o.$$

Je dis *en général*, car il est aisé de s'assurer que la valeur de v devient infinie lorsque $\lambda = \cos. \theta$ et $\lambda' = \infty$, ou bien $\lambda = \infty$ et $\lambda' = \cos. \theta$.

Lorsque $\theta = 90^\circ$, l'équation précédente devient

$$1 + \lambda' \lambda = o.$$

On aura sans doute déjà remarqué l'analogie qui existe entre les équations précédentes et les relations que l'on a, dans les mêmes cas, entre les coefficients angulaires de l'abscisse dans les équations des droites rapportées à des coordonnées ordinaires.

On peut aussi tirer de l'équation précédente, qui donne la valeur tang v, celle de λ' en fonction de λ et tang v.

On trouve

$$\lambda' = \frac{\sin v + \lambda \sin(\theta - v)}{\sin(\theta + v) - \lambda}.$$

Donc, si les deux droites AB, AB′ tournent autour du point A de manière que l'angle v reste constant, on aura entre les coefficients λ, λ' qui déterminent leur direction, la relation

$$\lambda' = \frac{1 + a\lambda}{b - \lambda},$$

où l'on a

$$a = \frac{\sin(\theta - v)}{\sin v}, \quad b = \frac{\sin(\theta + v)}{\sin v}.$$

II.

Considérons maintenant les trois droites A, B, C (*fig.* 2), qui déterminent par leur intersection le triangle ABC; désignons par L, M, N les perpendiculaires abaissées d'un point quelconque sur ces trois droites. Ce point sera déterminé par l'un quelconque des trois systèmes de coordonnées (M et N), (L et M) et (L, N), suivant que l'on prendra pour axes AB et AC, BA et BC ou CA et CB.

Lorsque le point D est situé dans le triangle ABC, les trois coordonnées L, M et N sont positives; lorsqu'il est, comme le point P, situé dans l'angle A, mais en dehors du triangle, les coordonnées M et N sont toujours positives, et la coordonnée L négative, quel que soit celui des trois systèmes d'axes auquel on rapporte la position de ce point.

Lorsque enfin, le point D est dans l'angle opposé par le sommet à l'angle BAC, les deux coordonnées M et N seront négatives et la coordonnée L positive pour ces mêmes systèmes d'axes. On peut donc représenter par les mêmes lettres L, M, N les coordonnées d'un point quelconque, quel que soit celui des systèmes d'axes auquel on le rapporte, ce qui n'aurait pas eu lieu si nous avions adopté une convention différente relativement à la direction des coordonnées positives (*).

Menons par les points A et B deux droites qui se rencontrent en P; les équations de ces droites seront de la forme

$$M + \lambda N = o \quad \text{et} \quad L + \lambda' N = o,$$

et les coefficients angulaires λ, λ' détermineront la position de leur point d'intersection. On aura donc, d'après le paragraphe précédent,

$$M + \lambda N + \lambda'' (L + \lambda' N) = o$$

pour l'équation d'une droite quelconque passant par le point P; et la distance d'un point E, dont les coordonnées sont L, M, N, à cette droite, prise dans un sens déterminé EP, sera donnée par la formule

$$\delta = a\,[M + \lambda N + \lambda'' (L + \lambda' N)]$$

(*) L'emploi des trois coordonnées L, M, N revient au fond au calcul barycentrique de M. Möbius.

n étant un coefficient constant dépendant de la direction de la droite EP.

Si $M + \mu N = o$, $L + \mu' N = o$ sont les équations des deux droites AP′, BP′, on aura pour l'équation d'une droite passant par le point P′,

$$M + \mu N + \mu''(L + \mu' N) = o;$$

mais on peut disposer des deux coefficients λ'', μ'' de manière que les deux équations précédentes deviennent identiques ; on a pour cela les équations

$$\lambda + \lambda'\lambda'' = \mu + \mu'\mu'' \text{ et } \lambda'' = \mu'' \text{ d'où } \lambda'' = \frac{\lambda - \mu}{\mu' - \lambda'}.$$

On a donc pour l'équation de la droite PP′

$$(M + \lambda N)(\mu' - \lambda') + (L + \lambda' N)(\lambda - \mu) = o,$$

ou, en réduisant,

$$(\lambda - \mu) L - (\lambda' - \mu') M + (\lambda\mu' - \lambda'\mu) N = o.$$

Donc l'équation d'une droite quelconque est de la forme

$$L + aM + bN = o,$$

et réciproquement, toute équation de cette forme a pour représentation géométrique une ligne droite.

Si l'on y fait successivement $L = O$, $M = o$, $N = o$, on aura les intersections de cette droite avec les trois axes : soit, par exemple, $N = o$, l'équation devient $L + aM = o$, c'est-à-dire que le point D se trouve à l'intersection du côté AB et de la droite CD dont l'équation est $L + aM = o$.

Il résulte évidemment de ce qui précède qu'une équation de la forme

$$L + aM + bN + \lambda(L + a'M + b'N) = o,$$

passe par l'intersection des deux droites qui ont pour équations

$$L + aM + bN = o, \quad L + a'M + b'N = o.$$

Nous n'insisterons pas davantage sur ces principes presque évidents et nous allons faire voir tout le parti qu'on peut tirer de leur emploi.

III.

On a vu, § 1, que les équations des bissectrices des trois angles A, B, C (*fig.* 5) sont (1) $M - N = o$, $L - M = o$, $N - L = o$, et celles des droites B'C', A'B' et A'C', qui leur sont perpendiculaires (2) $M + N = o$, $L + M = o$, $N + L = o$.

Mais l'une quelconque des équations (1) est une conséquence des deux autres; donc les coordonnées du point d'intersection de deux de ces droites satisfont à l'équation de la troisième, et les bissectrices des trois angles du triangle se coupent en un même point o.

Si l'on retranche membre à membre les deux premières équations (2), qui sont celles des droites B'C', A'B', on trouve $N - L = o$, qui est celle de la bissectrice BO; l'équation de cette dernière droite est donc satisfaite par les coordonnées du point B', et l'on en conclut que les trois points BOB' sont en ligne droite; il en est de même des points A, O, A' et C, O, C'. De là résulte aussi que les trois hauteurs du triangle A'B'C' se coupent en un même point.

Les distances d'un point de la droite AE, dont les coordonnées sont L et M aux points D et E, sont données par les formules

$$\delta = a(L - M), \quad \delta' = a'(L + M).$$

En y substituant successivement les coordonnées des points A et B, qui sont

$$M = o,\ L = L' \text{ et } L = o,\ M = M',$$

on aura

$$AD = aL',\ BD = aM',\ AE = a'L',\ BE = aM',$$

et par suite

$$\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{BE}.$$

Donc les points B et E divisent harmoniquement la droite AB.

Soient $L = o$, $M = o$, $N = o$ les équations des côtés du triangle ABC (*fig.* 4) et $L + \lambda N = o$ l'équation de la droite BR. L'équation d'une droite A'R passant par le point d'intersection R des droites BR et AC sera évidemment $L + \lambda N + \lambda' M = o$. Il est facile de voir aussi que $L + \lambda' M = o$, $\lambda N + \lambda' M = o$ seront celle des droites CC', AA', puisque les coordonnées des points C et C' satisfont à la première et celles des points A et A' à la seconde. La droite dont l'équation est $L + \lambda' M - (\lambda N + \lambda' M) = L - \lambda N = o$ passe à la fois par le point B et par le point O, intersection des droites AA', CC'; elle représente donc la droite BB'; mais, comme elle ne contient pas λ', qui détermine la direction de la droite A'R', il en résulte que *si, par un point* R, *on mène les droites quelconques* RA', RC, RP, *les points d'intersection des droites* AA' et CC', AP et PQ *se trouveront sur une même droite passant par le point* B.

Menons les droites A'B', C'B' qui coupent en Q et en P les côtés AB et BC du triangle ABC; les points P,Q,R sont, d'après la proposition précédente, en ligne droite : donc *si l'on mène par les sommets d'un triangle* A B C *trois droites* AA', BB', CC' *qui se coupent en un même point* O, *les côtés du triangle* A'B'C' *rencontreront les côtés correspondants du triangle* ABC *en trois points* P, Q, R *situés en ligne droite.*

Les équations des droites BR, BB' étant $L + \lambda N = o$, $L - \lambda N = o$, les distances d'un point de la droite CR aux points R et B' seront $\delta = a(L + \lambda N)$, $\delta = a'(L - \lambda N)$, et si l'on y substitue successivement pour L et N les coordonnées des points A et C, qui sont $N = o$, $L = L'$ et $L = o$, $N = N'$, on aura $AR = aL'$, $CR = a\lambda N'$, $AB' = a'L'$, $CB' = a'\lambda N'$ et, par conséquent,

$$\frac{AR}{CR} = \frac{AB'}{CB'};$$

mais AC, A'C' et AO sont les trois diagonales du quadrilatère complet BAOC; donc *deux de ces diagonales divisent la troisième harmoniquement.*

Soient $M + \lambda N = o$ et $L + \gamma N = o$ (*fig.* 5), les équations des droites AD et BD; celle de la droite CD sera évidemment

$$(L + \mu N)\lambda - (M + \lambda N)\mu = \lambda L - \mu M = o,$$

puisque cette équation est satisfaite par les coordonnées des points B et C. L'équation de la droite B'C' sera de la forme $L + aM + bN = o$; nous la représenterons, pour abréger, par $L' = o$, et l'on trouvera, comme ci-dessus, $L' + \mu' N = o$ et $\lambda L' - \mu' N = o$ pour les équations des droites B'D' et C'D'. L'équation $\mu' L - \mu L' = o$ est celle de la droite qui passe par les points P et Q; car on a identiquement

$$(L + \mu N)\mu' - (L' + \mu' N)\mu = \mu' L - \mu L',$$
$$(\lambda L - \mu N)\mu' - (\lambda L' - \mu' N)\mu = \lambda(\mu' L - \mu L')$$

et les coordonnées des points P et Q rendent nuls les premiers membres de ces équations et satisfont, par conséquent, à l'équation $\mu' L - \mu L' = o$; mais cette dernière représente une droite passant par le point P : donc, lorsque deux triangles ont leurs sommets sur trois droites qui passent par un même point, leurs côtés correspondants se coupent deux à deux sur une même droite. L'on a ainsi une démonstration analytique aussi simple qu'élémentaire de ce beau théorème de Desargues.

IV.

Considérons maintenant une courbe du second ordre circonscrite au triangle ABC (*fig.* 6), dont les côtés sont pris pour axes coordonnés. L'équation d'une conique quelconque circonscrite à ce triangle sera de la forme

$$LM + \lambda LN + \lambda' MN = o.$$

En effet, on sait que la distance d'un point à une droite s'exprime en fonction rationnelle du premier degré des coordonnées de ce point; donc l'équation précédente représente une courbe du second ordre passant par les points A, B et C, puisqu'elle est satisfaite lorsqu'on pose $M = N = o$, ou $M = L = o$, ou $L = N = o$. De plus, on peut disposer des deux coefficients λ, λ' de manière que cette courbe passe par deux points quelconques, pourvu que ces points ne soient pas situés sur l'un des côtés du triangle ABC.

Cette équation peut donc représenter une conique quelconque passant par les trois points A, B, C.

Par les points A et B menons les droites AD, BD qui se coupent sur la courbe, leurs équations seront $M + \alpha N = o$,

$L + \beta N = o$. Ces équations et celle de la courbe devant être satisfaites par les coordonnées du point D, on aura, en substituant dans cette dernière les valeurs de M et de L tirées des deux premières, la relation

$$\frac{\lambda}{\alpha} + \frac{\lambda'}{\beta} = 1,$$

qui exprime que les deux droites se coupent en un point situé sur la conique.

On a donc cette proposition remarquable :

Lorsque deux droites $M + \alpha N = o$, $L + \beta N = o$, *tournent autour des deux points* B *et* A *de manière que l'on ait entre les coefficients angulaires* α *et* β *une relation de la forme*

$$\frac{\lambda}{\alpha} + \frac{\lambda'}{\beta} = 1,$$

leur point d'intersection décrira une conique passant par les points A *et* B.

L'équation précédente donne

$$\beta = \frac{\alpha\lambda'}{\lambda - \alpha}$$

et, par conséquent, $(\lambda - \alpha) L - \alpha \lambda' N = o$ pour l'équation de la corde BD; lorsque $\lambda = \alpha$, elle devient $-\lambda\lambda' N = o$, qui est celle de la droite AB. Le point D coïncide alors avec le point A, et la droite AD devient la tangente à la courbe au point A, dont l'équation est, par conséquent, $M + \lambda N = o$. On trouverait de même pour celles des tangentes aux points B et C, $L + \lambda' N = o$, $\lambda L + \lambda' M = o$.

On peut déterminer sans peine l'équation de la tangente en un point quelconque de la conique; car on a pour l'équation d'une droite passant par le point D,

$$(\lambda - \alpha)\,\mathrm{L} - \lambda'\alpha\mathrm{N} + \gamma(\mathrm{M} + \alpha\mathrm{N} = o,$$

ou bien

$$(\lambda - \alpha)\,\mathrm{L} + \gamma\mathrm{M} + \alpha(\gamma - \lambda')\,\mathrm{N} = o.$$

On aura de même pour celle d'une droite passant par un autre point D' :

$$(\lambda - \alpha')\,\mathrm{L} + \gamma'\mathrm{M} + \alpha'(\gamma' - \lambda')\,\mathrm{N} = o;$$

et si l'on détermine γ et γ' de manière que ces deux équations soient identiques, ce qui donne les équations

$$\frac{\lambda - \alpha}{\lambda - \alpha'} = \frac{\alpha(\gamma - \lambda')}{\alpha'(\gamma' - \lambda')} = \frac{\gamma}{\gamma'},$$

d'où l'on tire

$$\gamma = \frac{\lambda\lambda'}{\lambda - \alpha'}, \quad \gamma' = \frac{\lambda\lambda'}{\lambda - \alpha},$$

on aura pour l'équation de la sécante DD' :

$$(\lambda - \alpha)(\lambda - \alpha')\,\mathrm{L} + \lambda\lambda'\mathrm{M} + \lambda'\alpha\alpha'\mathrm{N} = o.$$

Si l'on y fait $\alpha' = \alpha$, le point D' coïncidera avec le point D, et l'on aura pour l'équation de la tangente à la conique en ce point :

$$(t) \quad (\lambda - \alpha)^2\,\mathrm{L} + \lambda\lambda'\mathrm{M} + \alpha^2\lambda'\mathrm{N} = o,$$

à laquelle on peut donner cette autre forme :

$$(t') \quad \alpha(\lambda - \alpha)(\mathrm{L} + \lambda'\mathrm{N}) - \lambda'\alpha(\mathrm{M} + \lambda\mathrm{N}) - (\lambda - \alpha)(\lambda\mathrm{L} + \lambda'\mathrm{M}) = o.$$

Si l'on y fait successivement $\alpha = o$, ∞ et λ, on retrouve les équations des tangentes aux trois sommets du triangle ABC.

Cela posé, menons aux sommets A, B et C les trois tangentes, et prolongeons-les jusqu'à leur rencontre en A′, B′, C′, on formera ainsi le triangle circonscrit A′B′C′. La droite, dont l'équation est

$$\lambda L + \lambda' M - \lambda (L + \lambda' N) = \lambda' (M - \lambda N),$$

passe évidemment par le point de rencontre A′ des deux tangentes à la courbe aux points B et C, puisque les équations de ces tangentes sont $L + \lambda' N = o$, $\lambda L + \lambda' M = o$; mais elle passe aussi par le point A; donc $M - \lambda N$ est l'équation de la droite AA′. On aura de même $L - \lambda' N = o$ et $\lambda L - \lambda' M = o$ pour celles des deux droites BB′ et CC′; mais l'une quelconque de ces trois équations est une conséquence des deux autres; donc les droites AA′, BB′, CC′, se coupent en un même point O, et l'on a la proposition suivante :

Les droites qui joignent les sommets d'un triangle circonscrit à une conique aux points de contact, se rencontrent en un même point.

Prolongeons les côtés du triangle ABC jusqu'à leur rencontre en P, Q et R avec les tangentes à la conique aux sommets opposés, ces trois points seront situés sur une même droite dont l'équation est de $\lambda L + \lambda' M + \lambda\lambda' N = o$; car le point R étant situé à l'intersection des deux droites $L = o$, $M + \lambda N = o$, ses coordonnées satisfont évidemment à cette équation : il en est de même des cordonnées des points P et Q.

Puisque l'équation de la droite AG est $M - \lambda N + o$, on aura l'équation de la tangente au point G, en faisant, dans l'équation (t), $\alpha = -\lambda$, et l'on aura

$$4\lambda L + \lambda' (M + \lambda N) = o;$$

donc cette tangente passe par le point R, qui est l'intersection des deux droites BC et B′C′ dont les équations sont $L = o$ et $M + \lambda N = o$. On démontrera de même que les droites PF et QE sont tangentes à la courbe, et par suite que la droite PQR est la polaire du point O. On conclut de là que les *tangentes menées aux extrémités d'une corde quelconque passant par un point* O, *se coupent sur une même ligne droite* PQ, qui est la polaire du point O.

Prolongeons BB′ jusqu'en S; les distances d'un point quelconque de la droite BB′, dont les coordonnées sont L,M,N, aux deux points S et O des deux droites PQ et CC′, sont données par les formules $\delta = a(\lambda L + \lambda' M + \lambda\lambda' N)$ et $\delta' = a'(\lambda L - \lambda' M)$. On aura donc $BS = a\lambda M$ et $BO = a'\lambda M$, puisqu'au point B on a $L = o$, $N = o$.

Le point E est situé à l'intersection des droites QE et BB′; en désignant donc par L′, M′, N′ ses coordonnées, on aura $\lambda L' + 4\lambda' M' + \lambda\lambda' N' = o$ et $L' - \lambda' N' = o$, d'où $2\lambda' M + \lambda\lambda' N = o$ et par suite $ES = a(\lambda L' - \lambda' M)$, $EO = a'(\lambda L' - \lambda' M')$. On a donc

$$\frac{BS}{ES} = \frac{BO}{EO}$$

et, par conséquent, *toute corde qui passe par le pôle* O *est divisé harmoniquement par ce point et sa polaire.*

Nous avons trouvé $4\lambda L + \lambda' M + \lambda\lambda' N = o$ pour l'équation de la tangente RG; on a de même $\lambda L + 4\lambda' M + \lambda\lambda' N$ pour la tangente QE. Les équations de deux droites passant l'une par le point G et l'autre par le point E, seront donc $4\lambda L + \lambda' M + \lambda\lambda' N + \beta(M - \lambda N) = o$ et $\lambda L + 4\lambda' M + \lambda\lambda' N + \gamma(L - \lambda' N) = o$, qui deviennent identiques lorsqu'on fait $\beta = 3\lambda'$ et $\gamma = 3\lambda$; elles prennent alors toutes les deux la forme $2(\lambda L + \lambda' M) - \lambda\lambda' N = o$, qui est l'équation de la corde GE et qui passe, par conséquent, par le point P, puisque cette équation est satisfaite par $N = o$ et $\lambda L + \lambda' M = o$. *Donc si par le pôle* O *on mène deux droites quelconques* AG *et* BE, *les droites qui joignent leurs extrémités se coupent sous la polaire du point* O.

L'équation $\lambda L + \lambda' M + 4\lambda\lambda' N = o$, qui est celle de la tangente PF, peut prendre les deux formes suivantes :

$$4\lambda L + \lambda' M + \lambda\lambda' N - 3\lambda(L - \lambda' N) = o$$

et

$$\lambda L + 4\lambda' M + \lambda\lambda' N - 3\lambda'(M - \lambda N) = o;$$

donc les *tangentes* RG *et* QE *coupent les diagonales* BE *et* AG *en deux points* T *et* T' *situés sur la tangente* PF. On démontrerait avec la même facilité une foule d'autres alignements dont quelques-uns sont indiqués sur la figure. Ainsi, par exemple, le premier membre de l'équation

$$\lambda L + \lambda' M - 2\lambda\lambda' N = o$$

peut prendre les trois formes suivantes :

$$\lambda L + \lambda' M + \lambda\lambda' N - 3\lambda\lambda' N, = o,$$

$$4\lambda M + \lambda' M + \lambda\lambda' N - 3\lambda(L + \lambda' N) = o,$$

$$\lambda L + 4\lambda' M + \lambda\lambda' N - 3\lambda'(M + \lambda N) = o;$$

donc elle est satisfaite par les coordonnées du point P et celles des points d'intersection H, H' des tangentes menées, des points Q et R, à la courbe; les trois points P, H, H' sont donc en ligne droite.

V.

On peut donner à l'équation de la tangente plusieurs formes remarquables. Si l'on substitue dans l'équation (t)

la valeur de

$$\alpha - \lambda = \frac{\alpha\lambda'}{\beta}$$

tirée de l'équation

$$\frac{\lambda}{\alpha} + \frac{\lambda'}{\beta} = 1,$$

elle prendra la forme

$$\alpha^2\lambda'L + \beta^2\lambda M + \alpha^2\beta^2 N = o,$$

et si l'on fait, en outre,

$$M + \lambda N = R,\quad L + \lambda' N = S \quad \text{et} \quad \lambda L + \lambda' M = T,$$

l'équation (t') deviendra

$$\alpha R + \beta S + T = o.$$

On a donc ce théorème général :

Lorsqu'on a entre les coefficients α, β la relation

$$\frac{\lambda}{\alpha} + \frac{\lambda'}{\beta} = 1,$$

la droite mobile dont l'équation est $\alpha R + \beta S + T = o$, *roulera sur une conique inscrite dans le triangle dont les côtés ont pour équation* $R = o$, $S = o$, $T = o$.

Et il est aisé de voir qu'en général, l'équation $\alpha R + \beta S + T = o$ est celle de la polaire du point d'intersection des droites $M + \alpha N = o$, $L + \beta N = o$.

Si $M + \alpha N = o$ et $L + \beta N = o$ (*fig.* 8) sont les équations de deux droites AD, BD, qui se coupent sur une conique passant par les points A et B, on aura

$$\frac{\lambda}{\alpha} + \frac{\lambda'}{\beta} = 1.$$

Si α', β', α'', β'', sont les coefficients qui déterminent les directions des droites AD, BE, AF, BF qui se coupent sur la même conique, on aura également

$$\frac{\lambda}{\alpha'} + \frac{\lambda'}{\beta'} = 1, \quad \frac{\lambda}{\alpha''} + \frac{\lambda'}{\beta''} = 1.$$

En éliminant λ et λ' entre les trois équations précédentes, il vient

$$\frac{\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\alpha'}}{\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\alpha''}} = \frac{\frac{1}{\beta} - \frac{1}{\beta'}}{\frac{1}{\beta} - \frac{1}{\beta''}}.$$

Désignons par θ l'angle BAC et par a, a', a'' les angles CAD, CAE et CAF, on aura

$$\alpha = \frac{\sin a}{\sin(\theta - a)}, \quad \alpha' = \frac{\sin a'}{\sin(\theta - a')}, \quad \alpha'' = \frac{\sin a''}{\sin(\theta - a'')}$$

et par suite

$$\frac{\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\alpha'}}{\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\alpha''}} = \frac{\sin(a' - a)}{\sin(a'' - a)} : \frac{\sin a'}{\sin a''}.$$

En désignant par b, b', b'' les angles FBC, FBD, FBE, on aura de même

$$\frac{\frac{1}{\beta} - \frac{1}{\beta'}}{\frac{1}{\beta} - \frac{1}{\beta''}} = \frac{\sin(b' - b)}{\sin(b'' - b)} : \frac{\sin b'}{\sin b''}$$

et, par conséquent,

$$\frac{\sin(a' - a)}{\sin(a'' - a)} : \frac{\sin a'}{\sin a''} = \frac{\sin(b' - b)}{\sin(b'' - b)} : \frac{\sin b'}{\sin b''}.$$

On a donc ce théorème :

Quand on a deux faisceaux de quatre droites qui se coupent deux à deux sur une conique passant par les centres des deux faisceaux, le rapport enharmonique des quatre premières est égal au rapport enharmonique des quatre autres.

Réciproquement, quand les rapports enharmoniques de deux faisceaux de quatre droites qui se correspondent une à une sont égaux, les droites d'un faisceau coupent les droites correspondantes de l'autre en quatre points situés sur une conique passant par les centres de ces faisceaux.

Car l'égalité précédente donne

$$\frac{\sin(a'-a)}{\sin a' \sin a} : \frac{\sin(b'-b)}{\sin b' \sin b} = \frac{\sin(a''-a)}{\sin a'' \sin a} : \frac{\sin(b''-b)}{\sin b'' \sin b}$$

En désignant les angles BAC et ABC respectivement par θ et θ' et en représentant par

$$-\frac{\lambda' \sin\theta'}{\lambda \sin\theta}$$

le rapport précédent, on aura

$$\frac{\lambda \sin\theta}{\operatorname{tang} a} + \frac{\lambda' \sin\theta'}{\operatorname{tang} b} = \frac{\lambda \sin\theta}{\operatorname{tang} a'} + \frac{\lambda' \sin\theta'}{\operatorname{tang} b'} = \frac{\lambda \sin\theta}{\operatorname{tang} a''} + \frac{\lambda' \sin\theta'}{\operatorname{tang} b''}.$$

On peut déterminer les constantes λ, λ' au moyen de l'équation

$$\frac{\lambda \sin\theta}{\operatorname{tang} a} + \frac{\lambda' \sin\theta'}{\operatorname{tang} b} - \lambda \cos\theta - \lambda' \cos\theta' = 1$$

que l'on peut écrire de la manière suivante :

$$\frac{\lambda \sin(\theta - a)}{\sin a} + \frac{\lambda' \sin(\theta' - b)}{\sin b} = 1,$$

ou bien

$$\frac{\lambda}{\alpha} + \frac{\lambda'}{\beta} = 1,$$

et comme on a évidemment deux relations analogues entre les coefficients α', β', α'', β'', le théorème se trouve démontré.

(*Fig.* 9). Soient $R = o$, $S = o$, $T = o$ les équations des tangentes menées aux points A, B, C d'une conique, et $\alpha R + \beta S - T = o$, $\alpha' R + \beta' S - T = o$, $\alpha'' R + \beta'' S - T = o$, celles des tangentes DD′, EE′ et FF′. La distance d'un point de la droite OB au point D′ sera donnée par la formule $\delta = a\,(\alpha R + \beta S - T)$. Au point F′, on a $S = o$ et $\alpha'' R - T = o$; donc $D'F' = a\,(\alpha - \alpha'')\,R'$. R' étant la valeur de R au point F′, au point G′, on a $R = o$, $S = o$, ce qui donne $D'G' = -aT'$ et par suite

$$\frac{D'F'}{D'G'} = -(\alpha - \alpha')\,\frac{R'}{T'}.$$

En changeant α en α', on aura,

$$\frac{E'F'}{E'G'} = (\alpha' - \alpha'')\,\frac{R'}{T'};$$

donc

$$\frac{D'F'}{D'G'} : \frac{E'F'}{E'G'} = -\,\frac{\alpha - \alpha''}{\alpha' - \alpha''}.$$

On trouve de même

$$\frac{DF}{DG} : \frac{EF}{EG} = -\,\frac{(\alpha\beta'' - \alpha''\beta)\,\beta'}{(\alpha'\beta'' - \alpha''\beta')\,\beta}.$$

Mais en combinant l'équation

$$\frac{\lambda}{\alpha''} + \frac{\lambda'}{\beta''} = 1,$$

avec chacune des deux autres :

$$\frac{\lambda}{\alpha'} + \frac{\lambda'}{\beta'} = 1, \qquad \frac{\lambda}{\alpha} + \frac{\lambda'}{\beta} = 1,$$

pour en tirer la valeur de λ', on trouve

$$\lambda' = \frac{\beta\beta''(\alpha' - \alpha'')}{\alpha\beta'' - \alpha''\beta} = \frac{\beta'\beta''(\alpha' - \alpha'')}{\alpha'\beta'' - \alpha''\beta'},$$

donc les deux rapports précédents sont égaux, et l'on a

$$\frac{\mathrm{DF}}{\mathrm{DG}} : \frac{\mathrm{EF}}{\mathrm{EG}} = \frac{\mathrm{D'F'}}{\mathrm{D'G'}} : \frac{\mathrm{E'F'}}{\mathrm{E'G'}}.$$

On a donc ce théorème :

Quand six droites sont tangentes à une conique, quatre de ces droites coupent les deux autres en quatre points qui se correspondent un à un, de manière que le rapport enharmonique des quatre points d'une de ces droites est égal au rapport enharmonique des points correspondants de l'autre.

Réciproquement, quand deux droites sont coupées par quatre droites de manière que les rapports enharmoniques des quatre points d'intersection situés sur chacune des deux premières sont égaux, toutes ces droites seront six tangentes à une même conique. La démonstration est la même que celle de la réciproque de la proposition précédente.

Soient $\alpha R + \beta S - T = o$, $\alpha' R + \beta' S - T = o$, $\alpha'' R + \beta'' S - T = o$ les équations des trois tangentes PK, GQ, HI et cherchons celles des trois diagonales IQ, CH et GK. Les équations de deux droites quelconques passant par les points K et G sont $\alpha R + \beta S - T + mR = o$,

$\alpha'R + \beta'S - T + nS = o$, et si l'on prend $\alpha + m = \alpha'$, $\beta' + n = \beta$, ces deux équations seront identiques, et l'on aura $\alpha'R + \beta S - T = o$ pour l'équation de KG. On trouvera de la même manière :

$$\alpha\alpha''R + \alpha''\beta S - \alpha T = o, \quad \alpha'\beta''R + \beta'\beta''S - \beta'T = o$$

pour celles des diagonales CH et IQ. Mais si l'on multiplie la première par $-\alpha\alpha''\beta'\beta''$, la seconde par $\lambda\beta'\beta''$ et la troisième par $\lambda'\alpha\alpha''$, et si on les ajoute ensuite membre à membre, on trouve, à cause de

$$\frac{\lambda}{\alpha} + \frac{\lambda'}{\beta} = 1, \quad \frac{\lambda}{\alpha'} + \frac{\lambda'}{\beta'} = 1, \quad \frac{\lambda}{\alpha''} + \frac{\lambda'}{\beta''} = 1,$$

que l'équation résultante se réduit à une identité. Donc une de ces équations est une conséquence des deux autres, et l'on en conclut que *les trois diagonales d'un hexagone circonscrit à une conique se coupent en un même point.*

VI.

Soient $L = o$, $M = o$, $N = o$ et $P = o$ les équations des quatre côtés du quadrilatère ABCD (*fig.* 10). L'équation d'une conique quelconque circonscrite à ce quadrilatère sera de la forme

$$MP + \lambda LN = o,$$

Car si l'on rapporte les côtés du quadrilatère à deux axes quelconques, les coordonnées L, M, N, P qui déterminent la position d'un point de la courbe par rapport aux côtés de ce quadrilatère, seront des fonctions du premier degré des coordonnées ordinaires du même point. Donc l'équation précédente est celle d'une conique passant par les quatre points A, B, C, D, puisqu'elle est satisfaite par les coordonnées de l'un quelconque de ces points, et que l'on peut faire passer par un cinquième point quelconque non situé sur les côtés du quadrilatère en donnant à λ une valeur convenable. Cette propriété peut d'ailleurs se déduire immédiatement des principes précédents. Cette équation donne

$$\frac{\mathrm{MN}}{\mathrm{PQ}} = -\frac{1}{\lambda}.$$

Donc, si d'un point quelconque d'une conique on abaisse des perpendiculaires sur les quatre côtés d'un quadrilatère inscrit, le produit des perpendiculaires abaissées sur deux côtés opposés est au produit des deux autres dans un rapport constant.

Cette propriété est le théorème *ad quatuor lineas* de Pappus.

Soient $L + \alpha P = o$, $M + \beta N = o$ les équations des deux droites AE, CE (*fig.* 10). Pour qu'elles se coupent sur la conique, les coordonnées du point E, tirées de ces équations, devront satisfaire à l'équation de la courbe, ce qui donnera $\beta = -\alpha\lambda$ et, par conséquent, $M - \alpha\lambda N = o$ pour l'équation de CE. On trouvera de même $N + \alpha' P = o$ et $M - \lambda\alpha' L = o$ pour les équations des droites DF et BF.

L'équation de la droite ST est évidemment

$$(L + \alpha P)\,\alpha' - (N + \alpha' P)\,\alpha = \alpha' L - \alpha N = o,$$

puisque les coordonnées des points S et T y satisfont.

L'équation de la droite SR est $M - \alpha\lambda N - (M - \lambda\alpha' L) = \lambda(\alpha' L - \alpha N) = o$. Mais ces deux équations sont identiques, donc *les trois points d'intersection* R, S, T *des côtés* *opposés de l'hexagone* ABFDCEA *circonscrit à la conique sont situés sur une même ligne droite;* ce qui est le théorème de Pascal.

Menons la droite quelconque OH qui coupe la conique aux points G, G'; en désignant par L, M, N, P les coordonnées du point G, par a, a', b, b' les distances OH, OH', OK, OK' d'un point O de cette droite à ses points d'intersection avec les côtés du quadrilatère ABCD et par ρ la distance OG, on aura

$$\rho = a + m\mathrm{M}, \quad \rho = a' + m'\mathrm{P}, \quad \rho = b + n\mathrm{L}, \quad \rho = b' + n'\mathrm{N};$$

Mais, comme le point G est situé sur la courbe, ses coordonnées tirées des équations précédentes satisferont à celle de la courbe, et l'on aura l'équation

$$\frac{(\rho - a)(\rho - a')}{mm'} + \lambda \frac{(\rho - b)(\rho - b')}{nn'} = o,$$

d'où

$$(nn' + \lambda mm')\rho^2 - [nn'(a + a') + \lambda mm'(b + b')]\rho \\ + aa'nn' + \lambda bb'mm' = o.$$

Les racines de cette équation sont OG et OG', on a donc

$$\mathrm{OG}.\ \mathrm{OG}' = \frac{aa'nn' + \lambda bb'mm'}{nn' + \lambda mm'}.$$

Or, si l'on prend le point O de manière que $aa' = bb'$, on aura aussi OG. OG' $= aa'$, et l'on en conclut les propositions suivantes :

Quand un quadrilatère est inscrit dans une conique, les points de rencontre d'une transversale quelconque avec les quatre côtés du quadrilatère et de la courbe, sont en involution.

Quand deux coniques sont circonscrites à un quadrilatère, une transversale coupe ces deux courbes et deux côtés opposés du quadrilatère en six points qui sont en involution.

Les six points de rencontre d'une transversale avec trois coniques circonscrites au même quadrilatère, sont en involution.

VII.

Les trois côtés du triangle mobile KGH (*fig.* 11) tournent autour des trois points fixes D, E, F, et deux des sommets parcourent deux droites fixes AB, AC; on demande le lieu géométrique engendré par le troisième sommet K. Soient $L = o$, $M = o$, $N = o$ les équations des trois côtés BC, AC, AB, on aura pour celles des droites fixes BF, CF, AD et AE, $L + \alpha M = o$, $L + \beta N = o$, $M + \gamma N = o$, $M + \delta N = o$, dans lesquels α, β, γ, δ sont des constantes. Si l'on représente par $L + \alpha M + \lambda(L + \beta N)$, l'équation de la droite GH, on trouvera sans peine pour celles des droites EH et DK,

$$(1 + \lambda)L + \alpha M - \alpha\lambda N = o$$

et

$$\gamma(1 + \lambda)L - \beta M + \beta\gamma\lambda N = o,$$

et, en éliminant λ entre ces deux équations, on aura pour l'équation du lieu géométrique :

$$(\alpha\gamma + \beta)LM + \gamma(\beta + \alpha\delta)LN + \alpha\beta(\gamma - \delta)MN = o,$$

qui est donc une conique passant par les trois points A, B et C. Cette proposition est, sous une autre forme, le théorème de Pascal sur l'hexagone inscrit.

La courbe se réduit à deux droites dans l'une quelconque des trois hypothèses :

$$\alpha\gamma + \beta = o, \quad \beta + \alpha\delta = o, \quad \gamma - \delta = o.$$

Supposons que les deux angles constants ECD, EBD tournent autour des points B et C, et que le point d'intersection des deux côtés BD, CD parcoure une conique passant par les points B et C; cherchons le lieu géométrique décrit par l'intersection E de leurs autres côtés.

Supposons que la conique donnée passe par un troisième point A et soient $L + \alpha M = o$, $L + \beta N = o$ les équations des deux droites CD, BD, on aura

$$\frac{\lambda}{\alpha} + \frac{\lambda'}{\beta} = 1;$$

si l'on représente par $L + \alpha' M = o$, $L + \beta' N$ les équations des deux droites CE, BE, on aura les relations

$$\alpha = \frac{b\alpha' - 1}{a + \alpha'}, \quad \beta = \frac{b'\beta' - 1}{a' + \beta'}$$

qui expriment que les angles EBD, ECD restent constants. On en tire

$$\frac{\lambda (a + \alpha')}{b\alpha' - 1} + \frac{\lambda' (a' + \beta')}{b'\beta' - 1} = 1,$$

et en y substituant par α', β' leurs valeurs

$$-\frac{L}{M}, \ -\frac{L}{N},$$

on aura

$$\lambda (aM - L) (N + b'L) + \lambda' (a N - L) (M + bL) \\ + (M + bL) (N + b'L) = o,$$

qui est celle d'une conique passant par les points B et C. Ce théorème est une généralisation du théorème de Newton sur la description organique des courbes du second ordre.

On voit par ce qui précède tout le parti qu'on peut tirer de cette manière d'appliquer l'analyse à la géométrie. Toutes ces démonstrations des principales propositions de la théorie des courbes du second ordre, déduites de l'équation même de ces courbes, ne le cèdent ni en élégance ni en simplicité à aucune démonstration purement géométrique.

Sur les observations météorologiques faites à Gand, en 1858; par M. Duprez, membre de l'Académie.

L'année 1858 a été aussi remarquable, sous le rapport de la sécheresse, que l'année qui l'a précédée. On a vu, par une note insérée dans les *Bulletins de l'Académie* (1), que la quantité d'eau recueillie à Gand, en 1857, ne s'est élevée qu'à $428^{mm},5$; celle qui est tombée en 1858 a été de $514^{mm},6$ et ne surpasse le premier nombre que de $86^{mm},1$.

Pour qu'on puisse mieux juger des résultats ci-dessus et se faire une idée plus juste de la manière dont l'eau mesurée pendant les deux années dont il s'agit s'est répartie suivant les saisons, j'ai rapporté ici les hauteurs de l'eau correspondantes aux différents mois, et je les ai comparées aux moyennes des années antérieures; j'y ai joint, pour chaque mois, le nombre de jours où l'on a recueilli de l'eau (2).

---

(1) 2^{me} série, t. IV, n° 1.

(2) L'eau recueillie a été mesurée d'un midi à l'autre et comprend aussi celle qui provient de la fusion de la neige et de la grêle.

MOIS.	Hauteur moyenne de l'eau tombée, de 1839 à 1856.	Hauteur de l'eau tombée en 1857.	Hauteur de l'eau tombée en 1858.	Nombre moyen de jours où l'on a recueilli de l'eau, de 1839 à 1856.	Nombre de jours où l'on a recueilli de l'eau, en 1857.	Nombre de jours où l'on a recueilli de l'eau, en 1858.
	mm.	mm.	mm.			
Janvier.	59,2	75,5	38,7	14	23	11
Février.	52,1	12,5	8,4	13	4	7
Mars	45,5	25,6	33,4	12	10	8
Avril	49,5	46,1	31,0	12	17	6
Mai.	61,7	36,1	37,5	13	6	12
Juin	71,0	29,7	31,5	12	9	3
Juillet	77,8	33,8	78,9	14	11	17
Août	81,5	10,9	100,2	13	5	13
Septembre . . .	68,1	85,7	22,0	12	12	10
Octobre.	78,0	41,1	43,9	15	9	13
Novembre . . .	66,6	24,1	17,2	15	6	8
Décembre. . . .	60,3	7,4	72,1	14	4	18
Année. . .	771,3	428,5	514,6	159	116	126

Il résulte des nombres contenus dans le tableau précédent que la hauteur de l'eau tombée, en 1857, n'a atteint qu'environ les 55 centièmes de la hauteur moyenne, et que celle qui correspond à 1858, n'en a été que les 67 centièmes. On voit aussi que, pour la dernière année, ce sont les mois de juillet, d'août et de décembre qui ont produit le plus d'eau : ces trois mois ont fourni à eux seuls 251^{mm},2, c'est-à-dire presque la moitié de l'eau recueillie pendant toute l'année.

Les observations faites au psychromètre et au baromètre donnent, en moyenne, 67,9 pour l'humidité de l'air à l'heure de midi, et 760^{mm},58 pour la pression atmosphérique relative à la même heure. Ces valeurs se rapprochent beaucoup des nombres 69,5 et 760^{mm},46, qui sont les moyennes de 1857 ; mais elles s'éloignent assez des moyennes générales 73,9 et 758^{mm},86 correspondantes aux années antérieures.

On peut donc dire que, pour ce qui concerne la quantité d'eau tombée, le degré d'humidité de l'air et la hauteur de la pression atmosphérique, les résultats de 1858 diffèrent peu de ceux de 1857. Il n'en est plus de même lorsqu'on compare ces deux années sous le rapport de leurs températures moyennes : ces dernières ont été notablement différentes et se sont élevées respectivement à 10°,0 et 11°,4 centigrades.

M. Quetelet fait remarquer qu'il peut être intéressant pour le météorologiste de comparer les résultats obtenus à Gand avec les observations faites à Bruxelles, et qui tendent, en effet, à mettre en évidence le peu d'eau tombée pendant l'année 1858 et surtout en 1857. Les voici :

MOIS.	**Hauteur** moyenne de l'eau tombée, de 1833 à 1852.	**Hauteur** de l'eau tombée		**Nombre** moyen de jours où l'on a recueilli de L'EAU, de 1833 à 1852.	**Nombre** de jours où l'on a recueilli de l'eau,	
		en 1857.	en 1858.		en 1857.	en 1858.
	mm.	mm.	mm.			
Janvier . .	56,2	68,4	44,0	16	25	18
Février. . .	52,0	15,1	8,7	16	7	6
Mars	54,9	31,0	35,7	17	16	14
Avril	50,3	46,7	25,7	15	19	7
Mai.	52,1	50,0	51,8	14	11	16
Juin	61,4	34,8	22.9	13	10	5
Juillet . . .	68,8	32,8	86.1	16	11	20
Août	80,0	17,8	90,9	16	10	13
Septembre .	60,2	77,1	32,8	15	14	15
Octobre. . .	69,1	52,8	29,0	18	12	13
Novembre .	66,2	19,5	19,3	18	7	10
Décembre .	55,6	12,5	59,0	17	12	20
MOYENNE. .	723,8	458.5	505,9	193	154	157

La Tortue franche (CHELONIA MIDAS) *dans la mer du Nord, ses commensaux et ses parasites;* par P.-J. Van Beneden, membre de l'Académie.

A quelques années d'intervalle, les pêcheurs d'Ostende ont pris, non loin de nos côtes, deux tortues franches vivantes, l'une au mois de novembre, l'autre au mois de mai; toutes les deux nous ont été envoyées à Louvain, et ce sont les observations qu'elles nous ont permis de faire qui font le sujet de cette communication.

Notre but est moins de signaler la présence d'une tortue marine dans la mer du Nord que de faire connaître les parasites que ces curieux reptiles logent et nourrissent dans leur intérieur ou à la surface de leur carapace. Notre savant confrère M. de Selys-Longchamps a signalé, depuis plusieurs années, dans sa *Faune belge*, la *Chélonée caouanne* pêchée deux fois à Blankenberghe (1).

Une de ces tortues franches a été jetée à la côte à Klemskerke, à une lieue à l'ouest d'Ostende, après un fort mauvais temps qui avait causé beaucoup de sinistres.

L'animal lui-même ne nous a offert de particulier que la présence d'un grand nombre d'opercules de *Buccinum undatum* dans l'estomac et l'intestin, ainsi qu'un certain nombre de pattes de *Pagurus bernhardus*.

Nous avons exploré avec tout le soin possible les yeux, les fosses nasales, la cavité de la bouche, l'intestin, les

(1) Jos. Van Iperen a signalé aussi la présence d'une grande tortue marine sur la côte de la Zélande, dans les *Verhandelingen van het zeeuwsch Genootschap*, t. VI, p. 620.

poumons, la trachée-artère, les reins, la vessie, la cavité abdominale et les muscles, sans trouver d'autres parasites que deux espèces de monostomes, dont l'une nous paraît nouvelle pour la science. Elles habitaient toutes les deux la cavité de l'intestin. Il y avait six individus de l'espèce nouvelle et trois de l'autre.

Après avoir exploré les viscères, nous avons visité la surface de la carapace, et là nous avons trouvé des touffes d'algues, et dans ces touffes des milliers de chevrettes à tous les degrés de développement. Si nous avions reçu l'animal 24 heures plus tôt, nous aurions pu faire toute l'embryologie de ces crustacés remarquables, puisque plusieurs femelles portaient des œufs dans leurs poches d'incubation, et que d'autres contenaient des embryons en voie de développement (1). Nous y reviendrons plus loin.

La carapace porte, en outre, des traces de parasites assez grands qui ont été enlevés et que nous supposons être des balanes.

Enfin, dans des excavations de la largeur d'un dé à coudre dont le fond est régulièrement uni, et au milieu de quelques grains de sable, logent plusieurs autres crustacés très-remarquables, appartenant au genre Tanaïs, que nous n'avons encore jamais vus dans la mer du Nord.

Les tortues marines se nourrissent principalement de plantes marines; mais, comme nous venons de le voir, elles ne dédaignent aucunement la chair des mollusques et des crustacés, et c'est avec raison que MM. Duméril et Bibron font remarquer, dans leur Erpétologie générale, que

---

(1) Les douaniers ont fait de grandes difficultés avant de laisser emporter cette tortue, sous le prétexte que c'était une épave. Il a fallu attendre l'autorisation de Bruges.

quelques-unes d'entre elles, comme le *caret* et la *caouanne*, font entrer dans leur nourriture la chair de crustacés et des mollusques, et la tortue franche nous montre que la chair ne doit même pas exhaler une odeur de musc. C'est probablement le besoin qui les rend carnassiers.

Les parasites que M. Duméril et Bibron signalent sur la carapace des individus très-âgés sont : les flustres, les serpules, les balanes et des annélides qui se fixent sur l'origine ou à la base des membres où les mouvements de la tortue ne peuvent les atteindre. On n'a probablement jugé de ces parasites que d'après des carapaces sèches sorties depuis longtemps de la mer.

Nous supposons qu'il y a là une étude intéressante à faire sur les animaux vivants.

M. Diesing ne cite pour tout parasite, dans la *Chelonia midas*, qu'une *Ascaris cheloniae* enkystée dans l'œsophage. Kuhl et Van Hasselt ont signalé deux monostomes (*Monostoma rubrum* et *album*), ainsi qu'un *Polystoma midae* dans les fosses nasales (1).

Nous ne devons pas considérer la mer du Nord comme la patrie de ces tortues, et celles que l'on y trouve de temps en temps ne sont peut-être que des individus égarés ou enlevés, pendant le gros temps, au pont des navires. Elles n'y trouveraient sans doute pas une pâture végétale suffisante.

Genre TANAIS.

Le genre Tanaïs, créé d'abord par M. Edwards (2), tout en présentant de la ressemblance avec le genre *Rhoé*, s'en

---

(1) Kuhl et Van Hasselt, *Kunst en letterbode*, 1822, p. 82, n° 6.
(2) *Précis d'entomologie*, t. I, p. 29, fig. 1.

distingue par les antennes, qui sont courtes et non terminées par une tige multi-articulée.

Aux deux espèces connues de M. Edwards (1), le *Tanaïs Cavolinii* et le *Tanaïs Dulongii*, l'une du golfe de Naples, l'autre des côtes d'Égypte, M. Kroyer en a ajouté deux nouvelles de l'île de Madère, *Tanaïs Edwardsii* et *Tanaïs Savignyi*, une de Bahia, *Tanaïs dubius*, une du Spitzberg, *Tanaïs gracilis*, une de la côte de Norwége, *Tanaïs tomentosus*, et enfin deux du détroit d'Oeresund, *Tanaïs Oerstedii* et *Tanaïs curculio* (2).

Ce genre est donc répandu dans la Méditerranée, l'Atlantique, la mer du Nord et la mer Boréale.

Si nous nous en rapportons aux descriptions des auteurs, c'est du *Tanaïs Dulongii* que notre espèce se rapproche le plus, comme nous allons le voir par l'analyse que nous donnons de ce singulier crustacé.

Nous ferons remarquer aussi, en passant, que le *Tanaïs Edwardsii* ayant les tentacules supérieurs terminés par une tige multi-articulée, cette espèce ne nous semble pas, du moins d'après l'étendue que M. Edwards lui a donnée, devoir rester dans ce genre.

TANAÏS DULONGII, Sav.

C'est de cette espèce que ce crustacé se rapproche le plus. Les différences légères que l'on observe pourraient s'expliquer par la situation des organes en les dessinant, et par les différences de sexe. Il y a, en effet, une notable

---

(1) *Hist. nat. crust.*, vol. 3, p. 141, pl. XXXI, fig. 6.

(2) Kroyer, *Tidskrift*, vol. 4 (1842-1843), pag. 167, pl. XI; *Tids.* 1849, p. 1.

différence, surtout sous le rapport de la taille et des pinces, entre les mâles et les femelles.

La carapace est terminée en pointe aiguë; sur le côté, elle est échancrée pour loger les yeux. Elle est assez solide comme tout le corps et brunâtre. Le corps est plutôt gros que linéaire, et il n'est pas sans ressemblance, en petit surtout, avec la taupe-grillon. Toute la peau est lisse; on ne distingue que quelques soies, et encore faut-il un fort grossissement pour les observer.

Trouvé sur une carapace de *Chelonia midas,* échoué sur la côte, à Klemskerke (près d'Ostende), au mois de novembre.

Sur six individus, il n'y avait qu'un seul mâle.

Le mâle a sept millimètres de longueur et les pinces sont beaucoup plus fortes. La femelle n'a que cinq millimètres, et les pinces sont relativement petites.

Deux des femelles portaient, sous le quatrième et le cinquième segment, un grand feuillet membraneux sous-abdominal pour loger les œufs. Ces feuillets sont très-grands. Nous avons trouvé dans leur intérieur des œufs sphériques, très-volumineux et à coque mince de couleur jaune.

Tout l'animal est brunâtre; au microscope, par la lumière réfléchie, cette coloration fait l'effet d'une mosaïque. La couleur est uniforme sur tout le corps.

L'acide acétique attaque la carapace, particulièrement dans les pièces de la bouche.

La carapace est triangulaire. Elle se termine en avant en pointe aiguë, puis présente deux échancrures pour loger le pédicule oculaire. Elle est large et arrondie en arrière.

Les anneaux s'élargissent insensiblement du premier jusqu'au cinquième, puis ils diminuent. Les trois anneaux abdominaux sont étroits, surtout l'avant-dernier. Le dernier est le plus large de la région abdominale. N'est-ce pas le segment caudal?

Ce segment se termine en arrière par deux lobes que recouvre une lamelle médiane armée de deux fortes soies symétriquement disposées. L'anus est terminal.

Il y a deux paires d'antennes : les supérieures sont composées de trois articles, dont la pièce basilaire forme plus de la moitié de la longueur, tandis que la pièce terminale est la plus courte et se couvre à son sommet de soies serrées en forme de brosse.

Les antennes supérieures sont un peu plus longues que les inférieures, et, en même temps, un peu plus délicates. On voit sur les unes comme sur les autres des soies éparpillées sur tous les articles.

Les yeux sont très-remarquables : sans être pédiculés, comme dans les décapodes, ils sont portés cependant sur une tige courte, mais complétement immobile. Ce pédicule est toutefois logé dans une échancrure de la carapace.

Les autres appendices sont ceux de la bouche et ceux qui constituent les pattes. Il n'est pas sans intérêt de faire connaître les uns et les autres.

On voit d'abord une paire de mandibules très-fortes portant un talon, et dont la surface tronquée est couverte de soies courtes et roides qui la font ressembler à une carde.

Puis on aperçoit une paire de mâchoires très-fortes, qui se terminent par une forte dent courbée et dont le bord externe porte un palpe couvert de soies courtes et flexibles.

Une seconde paire de mâchoires succède à la première et diffère surtout de celle-ci par un long palpe qui porte quatre ou cinq filaments très-grêles et flexibles, et par ce qu'elle est terminée par une couronne de piquants légèrement crochus au bout. A côté de ces piquants, on voit quelques soies flexibles disposées en faisceau.

Toutes ces pièces de la bouche sont protégées par une lèvre double très-large et mince bordée de soies très-courtes et fines.

Enfin, en dehors de la lèvre, on reconnaît encore une dernière paire d'appendices, beaucoup plus développée que les autres, garnie d'un fort long palpe multi-articulé et dont les articles, gros et forts, constituent plusieurs étages garnis de piquants soyeux serrés les uns contre les autres : ce sont des pattes-mâchoires qui recouvrent et protégent les pièces de la bouche.

Les Tanaïs portent sept paires de pattes véritables parfaitement développées.

La première paire, qui est la plus forte, surtout chez le mâle, et qui, à cause de la pince qui la termine, donne à ce crustacé quelque ressemblance avec un décapode, est logée en partie sous le céphalothorax et se compose de cinq articles tous très-développés. La pièce terminale fait la pince avec le pénultième article, comme chez le homard, et se courbe assez brusquement, de manière que la pointe donne sur un talon formé par un prolongement épineux qui est couvert de petites dents.

Les six paires de pattes qui suivent sont à peu près d'une longueur égale; les trois premières sont terminées par un onglet allongé; les trois autres portent au bout un crochet plus fort dont la concavité est dentelée. Tous les articles portent des soies. Les dentelures dont nous venons de parler manquent aux premières paires de pattes.

L'abdomen, qui est peu développé, porte trois paires de pattes biramées et soyeuses ou plumeuses servant évidemment à la nage. La troisième paire est la moins grande.

Pendant le repos, ces trois paires d'appendices se recouvrent les unes et les autres.

La quatrième et dernière paire diffère notablement des autres; elle est simple, non biramée, garnie de soies non plumeuses et formée de quatre articles qui diminuent insensiblement en grosseur et en longueur de la base au sommet. Cette quatrième paire d'appendices dépasse la longueur de l'abdomen et correspond au segment caudal.

Genre CAPRELLA.

Nous avons trouvé déjà plusieurs espèces de ce genre dans les parages d'Ostende, les unes au milieu des touffes de polypes, les autres au milieu de crustacés parasites vivant sur le *Scimnus glacialis*, et enfin celle que nous avons découverte sur la carapace des chélonées. Nous avons eu aussi l'occasion de nous assurer que le genre *Naupredia* ne repose pas sur des individus mutilés, comme on l'a cru, et qu'il doit être conservé pour une espèce qui n'est pas rare sur nos côtes.

Les *Caprella* nous semblent parasites au même titre que les cyames et tant d'autres crustacés qui vivent en commensal sur un hôte quelconque qui leur fournit le logis et les héberge sans leur donner la nourriture. Ils voyagent ensemble et cherchent leur propre nourriture, comme le chameau de la caravane.

Caprella acutifrons. Desmar.

Ces crustacés ont de 12 à 15 millimètres de longueur. Le corps est gros d'un millimètre.

Nous l'avons trouvé en abondance au milieu de touffes de conferves.

Il y a presque autant de femelles que de mâles, et parmi les premières on en trouve plusieurs dont la poche incubatrice est pleine d'embryons en voie de développement. Autour des mâles et des femelles adultes, on en trouve des jeunes de toutes les grandeurs.

Il n'existe guère de différence de taille entre les sexes.

C'est de la *Caprella acutifrons* que notre crustacé semble se rapprocher le plus. Privé de ressources bibliographiques, nous n'osons cependant garantir la certitude de cette détermination.

La tête n'est pas allongée; elle est à peu près aussi large que longue, presque de forme ovale. Il s'élève en avant, à commencer des yeux, une légère proéminence qui dépasse à peine le bord libre du segment céphalique et dont la pointe est un peu émoussée. A un premier examen, on peut supposer que cette pointe forme le bord libre du premier anneau : c'est au contraire un rostre rudimentaire. Ce segment céphalique est plus ou moins confondu avec le premier segment thoracique qui porte les pattes antérieures.

La tête, comme tout le squelette tégumentaire, y compris même les pattes, est couverte de petites taches de pigment, placées à des distances fort régulières et disposées comme des souillures de mouche. Ces points donnent à ce crustacé une couleur d'un brun légèrement rougeâtre.

Les yeux sont grands et allongés d'avant en arrière.

Les trois premiers anneaux qui suivent sont assez grands et un peu plus longs que celui de la tête. Les trois derniers sont très-courts et à peine plus longs que larges.

L'anneau abdominal est à peine distinct.

Dans la femelle, les deux segments thoraciques qui portent les feuillets respiratoires, sont les mêmes qui portent les feuillets incubateurs. Ces feuillets sont insérés en dedans des précédents et ont leurs bords libres régulièrement frangés. Ces feuillets sont à peu près deux fois aussi grands que les segments dont ils dépendent.

On peut voir les œufs à travers ces enveloppes.

Les antennes supérieures sont un peu plus fortes et plus longues que les autres. Elles sont formées du premier article, assez fort et large, qui est suivi de neuf articles qui diminuent insensiblement de longueur et de diamètre. Comparativement, les trois premiers sont un peu plus forts que les autres. Ils portent tous des soies proportionnées au volume de leurs articles respectifs.

Les antennes inférieures sont formées de six articles : les deux basilaires très-gros et courts, les trois suivants sont presque d'égale longueur, mais diminuant de calibre; le dernier, au contraire, est très-petit. Ces trois articles portent de fortes soies placées en rang vers le bord inférieur et dont les dernières sont moins dentelées. Il y a de toutes petites soies du côté opposé. Les longues soies ont, à peu près, la longueur de l'article qui les porte.

L'article terminal porte des soies très-fortes, dentelées également sur le bord, au milieu de soies plus fines et qui méritent à peine de conserver ce nom.

Les antennes des embryons diffèrent notablement de celles des adultes, et elles se ressemblent assez entre elles pour les confondre.

Les articles terminaux des antennes supérieures n'apparaissent qu'après les dernières mues.

Les mandibules sont à double étage dentelé et sont suivies de deux paires de mâchoires.

Les pieds-mâchoires sont grands et recouvrent toutes les autres pièces de la bouche. L'article terminal est une forte dent logée au milieu de nombreuses et fortes soies.

La première paire de pattes est un peu plus faible que la seconde.

Les trois dernières vont en augmentant un peu, et la dernière à une pince plus forte que les autres.

Il y a six articles qui se suivent. Le basilaire et le pénultième l'emportent sur les autres. Ce dernier porte de nombreuses et fortes soies dentées assez courtes et disposées sur deux rangs formant une réunion pour loger l'onglet terminal. Les deux basilaires sont les plus grands.

Les deux vers suivants sont de véritables parasites que nous avons trouvés dans les intestins.

MONOSTOMA TRIGONOCEPHALUM, Rud.

Syn. MONOSTOMA TRIGONOCEPHALUM. Rudolphi, *Ent. histor.*, vol. 11, pag. 336; *Synopsis*, p. 86 et 349.
— — Du Jardin, *hist. nat. de Helm.*, p. 359.
— — Diesing, vol. 1, p. 325.

Cette espèce ne paraît avoir été observée que par Rudolphi. MM. Du Jardin et Diesing en font mention, sans toutefois rien ajouter aux quelques mots que Rudolphi en a dits. Ce qui la fait aisément reconnaître, c'est l'étranglement que l'on observe en avant et qui lui a valu son nom spécifique.

Van Hasselt et Kuhl ont découvert deux espèces nouvelles (*Monost.*) sur la *Chelonia midas*, dit Cuvier, *Règn. anim.*, vol. III, p. 262. Voy. *Bulletin de Férussac*, 1824, tom. II,

p. 311; *Konst en letterbode*, 1822, n° 6, p. 82. L'une de ces espèces est le *Monostoma rubrum*, l'autre le *Monostoma album* de ces auteurs. C'est avec la première espèce de ces auteurs que celle-ci a le plus d'affinité; toutefois le *Monostoma rubrum* de ces naturalistes n'a que 2 à 3 lignes de longueur, tandis que le *trigonocephalum* en a jusqu'à 6 de long, et sur aucun de nos exemplaires, nous n'avons remarqué cette couleur rouge qui lui a valu son nom spécifique. Du reste, il est probable que s'ils avaient eu cette espèce de Rudolphi sous les yeux, ils l'eussent reconnue à ce singulier repli en avant qui rend le corps concave en dessous et en fait une longue ventouse.

J'ai trouvé six ou sept individus dans l'intestin grêle de la *Chelonia midas*, prise dans la mer du Nord par nos pêcheurs.

Ce ver est enroulé sur lui-même, quand il est frais; plus tard, il s'étend comme une planaire en s'aplatissant dans les trois quarts de sa longueur.

Les individus chargés d'œufs me semblent arrondis, tandis que les autres montrent tout le milieu du corps excavé comme un canot. Il n'y a à proprement parler qu'une seule ventouse; elle est située à la partie antérieure du corps et s'ouvre sur le bord libre. A peu de distance de cette ventouse, à l'endroit qui donne naissance à la ventouse postérieure dans les distomes, il y a un repli plus ou moins développé, selon des individus, qui semble faire fonction de seconde ventouse : c'est ainsi que certains individus ont tout à fait l'aspect d'un distome.

En somme donc, le corps est convexe en dessus, concave en dessous avec une échancrure en forme de ventouse vers la partie antérieure du corps : c'est ce qui distingue ce monostome de tous les autres.

Les appareils sont conformés d'après le même plan que le monostome verruqueux.

Le bulbe buccal est suivi d'un œsophage assez étroit qui se divise, comme dans tous ces vers, en deux tubes qui s'étendent dans la longueur du corps. Il y a quelques anfractuosités à l'origine des tubes : on les distingue à travers l'épaisseur de la peau.

Deux testicules arrondis sont placés tout au fond du corps et se touchent par leur bord interne. Je n'ai pas vu le canal déférent dans toute sa longueur ; vers sa terminaison, il est accolé au vagin. J'ignore au juste l'orifice de cet appareil. Dans un individu distendu par des œufs, j'ai remarqué un tubercule au-dessous du repli en forme de ventouse.

Je n'ai pas vu de pénis.

L'appareil femelle se compose d'une série de glandules régulièrement disposées en chapelet, à la suite les unes des autres, à droite et à gauche de l'animal, vers la partie postérieure du corps : c'est le vitellogène. De chaque glandule naît un court canal excréteur qui s'ouvre bientôt dans un vitelloducte situé le long de ces organes. Ce canal se rend en arrière vers celui du côté opposé, au-dessus de l'organe que je considère comme le *germigène*. Je n'ai pu voir cependant les vésicules germinatives ; j'ignore si c'est le peu de fraîcheur de mes vers qui en est cause. C'est donc par analogie que je détermine ainsi cette glande.

A la hauteur du germigène naît l'oviducte. Il forme d'abord plusieurs circonvolutions assez irrégulières, puis il marche en zigzag jusque vers le tiers antérieur du corps, où il se renfle en une poche assez volumineuse. Cette poche et presque tout le canal en zigzag sont remplis d'œufs : c'est autant une matrice qu'un oviducte.

On voit distinctement ces anses de l'oviducte à travers la peau, sans même exercer une pression sur le ver.

Les œufs sont très-petits, de forme ovale, comme dans les distomes, et sans appendices.

On voit des fibres musculaires qui se croisent à angle droit et qui présentent l'aspect d'une grosse toile, quand on emploie un grossissement de 300 fois.

Monostoma reticulare, Van Ben.

J'ai trouvé trois individus de cette espèce dans l'intestin grêle de la *Chelonia midas*, mêlés avec le *Monostoma trigonocephalum*.

La position des testicules qui sont dans les trois individus placés l'un derrière l'autre, la forme différente du vitellogène, l'absence de l'échancrure antérieure et surtout des canaux anastomosés en forme de filets qui tapissent la peau dans toute sa longueur, distinguent suffisamment cette espèce, sans parler des autres caractères fournis par les organes internes.

Ce ver a aussi six lignes de longueur. Si nous le comparons avec le *Monostoma album* décrit par Kuhl et Van Hasselt, nous voyons que ce dernier n'a qu'une ligne de longueur, qu'il est plane en dessous, comme l'espèce précédente; du reste, nos deux Monostomes diffèrent également de ceux observés sur la côte des îles Cocos, par l'absence des papilles dont semble être terminé en arrière le corps de ceux obtenus par ces voyageurs.

Le corps est allongé, un peu effilé vers les deux bouts et aplati dans toute sa longueur.

Il est formé aussi d'un œsophage assez long, suivi de deux tubes sans anfractuosités que l'on peut suivre jusqu'à la hauteur du testicule postérieur. Il est incolore.

Il y a deux testicules situés sur la ligne médiane, à une petite distance l'un de l'autre. Ils ont une forme sphérique.

Je n'ai vu le canal déférent que vers sa terminaison, où l'on observe distinctement une vésicule séminale à plusieurs lobes. Je crois que l'orifice sexuel est situé non loin de la bouche, un peu au-devant du point où le canal digestif se bifurque.

Le vitellogène se présente sous l'aspect d'un ruban qui longe de chaque côté le corps, vers le tiers postérieur de sa longueur.

Si ce filet, que j'ai représenté dans sa partie postérieure seulement, ne s'étendait pas sur toute la longueur du ver, je le prendrais pour le vitelloducte.

Le vitellosac existe vers le bout : j'en ai fait sortir les globules par la pression.

Au-dessous du vitellosac, il y a, sur la ligne médiane, un organe bosselé qui a aussi un aspect lactescent et qui est peut-être le germigène.

L'oviducte naît évidemment en arrière, à la hauteur du vitellosac. J'ai pu le reconnaître par la présence des œufs. Plus haut, je l'ai retrouvé de nouveau, mais sans découvrir la continuation de l'un ni de l'autre. Je n'ai pas vu de renflement en avant, comme dans le *Monostoma trigonocephalum*.

Je n'ai pu découvrir, au même grossissement, les fibres musculaires croisées de l'espèce précédente.

EXPLICATION DES FIGURES.

PLANCHE I.

TANAÏS DULONGII, *Savigny.*

Fig. 1. Un mâle, vu sur le côté, légèrement grossi. On aperçoit les deux paires de tentacules, la première paire de pattes, les 6 paires suivantes et les quatre paires sous-abdominales.

2. La tête d'une femelle, vue du côté supérieur. On voit les yeux, qui font saillie, les tentacules supérieurs et les tentacules inférieurs.

3. La première paire de pattes, vue en dessous, dans ses rapports avec les pièces de la bouche.

4. Le bout d'une pince isolée, fortement grossi.

5. Une patte postérieure isolée.

6. Une nageoire biramée sous-abdominale.

7. La partie postérieure du corps, vue du côté du dos, avec l'appendice terminal non branchial.

8. Les pièces de la bouche, vues en dedans, dans leur situation respective; on voit d'abord les mandibules, une paire de mâchoires avec un fouet; une lèvre repliée et bordée de soies sur le bord, puis une paire de pieds-mâchoires à plusieurs étages.

CAPRELLA ACUTIFRONS.

Fig. 9. L'animal, vu de profil, légèrement grossi.

10. Les principales pièces de la bouche dans leur situation respective.

11. Le dernier segment du corps, vu de face, montrant l'article basilaire de la dernière patte.

PLANCHE II.

MONOSTOMA TRIGONOCEPHALUM, *Rud.*

Fig. 1. Ver de grandeur naturelle.

2. Le même, un peu plus grossi, vu obliquement.

3. Le ver tel qu'il se présente dans une demi-contraction, de grandeur naturelle.

4. Le même, arrondi et renflé par les œufs.


1.
2.
3.
4.
5.
6.
7.
8.
9.
10.
11.

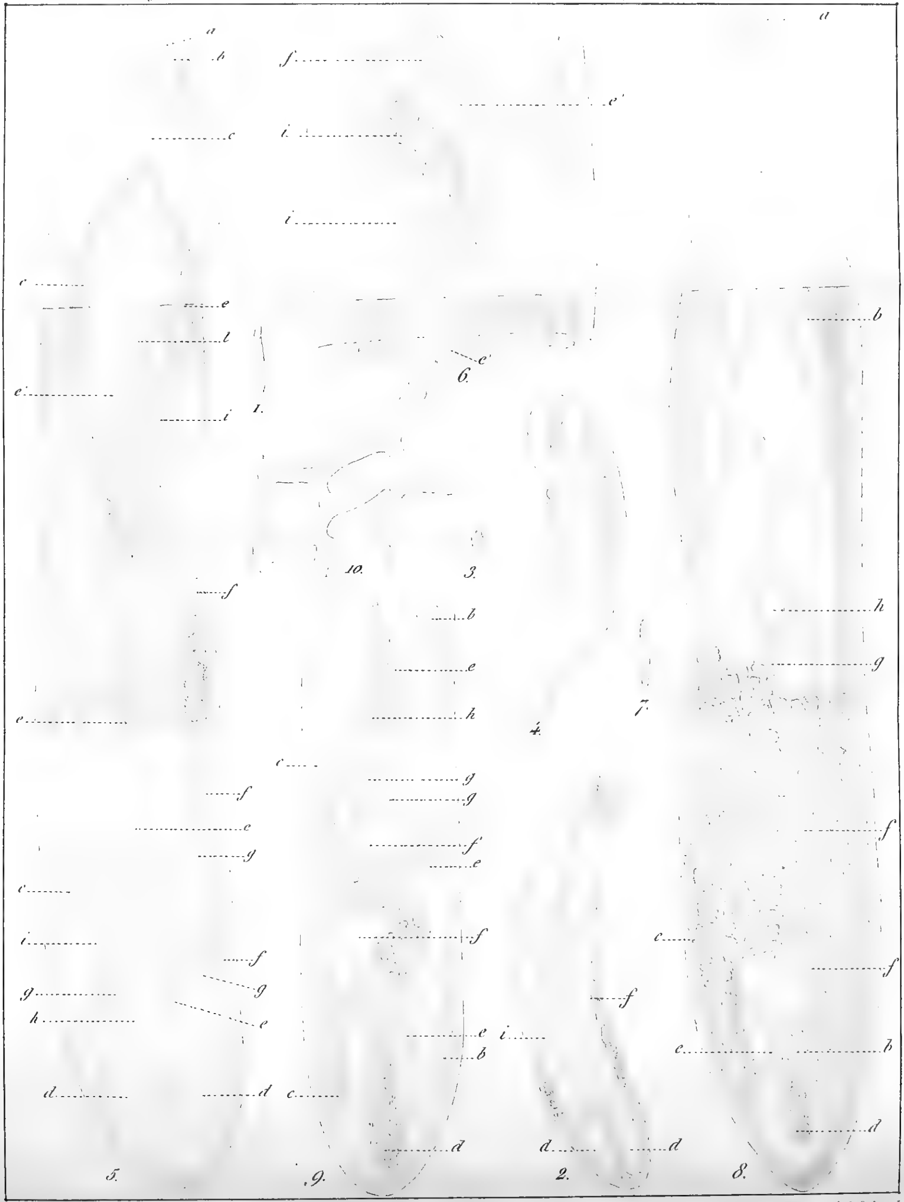

1.
2.
3.
4.
5.
6.
7.
8.
9.
10.

Fig. 5. Le ver plus fortement grossi, vu du côté du ventre.

a. Bouche.
b. Ventouse antérieure.
c. Œsophage et tubes digestifs.
d. Testicules.
e. Canal déférent.
e'. Vésicule séminale externe.
f. Vitellogène.
g. Vitelloducte.
h. Germigène.
i. Oviducte et matrice.
l. Vagin.

6. Une portion du ver, vue à un plus fort grossissement, prise à la hauteur de la matrice, montrant sur le côté les tubes digestifs, au milieu la matrice et le canal déférent.

Les mêmes lettres désignent les mêmes organes que dans la figure précédente.

Monostoma reticulare, *Van Ben.*

Fig. 7. Le ver de grandeur naturelle.

8. Le même, grossi, vu du côté du ventre, montrant les principaux organes entourés d'un réseau contenant des globules dans ses canaux.

a. Bouche.
b. Tubes digestifs.
c. Vitellogène.
d. Vitellosac.
e. Oviducte et matrice.
f. Testicule.
g. Canal déférent.
h. Vésicule séminale externe.

9. La partie postérieure du corps, montrant plus distinctement, d'un côté, le tube digestif avec son cul-de-sac; de l'autre côté, le vitellogène et au milieu l'appareil mâle à côté de la matrice remplie d'œufs.

Les mêmes lettres désignent les mêmes organes que dans la figure précédente.

10. Le réseau sous-cutané qui lui a valu son nom spécifique.

M. Montigny, correspondant de l'Académie, donne lecture d'une notice sur l'ébranlement qu'éprouve le mercure dans le tube barométrique, pendant le son des cloches. Il dit avoir vu la mention, dans un recueil étranger, d'un fait semblable observé sur la tour de Sainte-Gudule, à Bruxelles.

M. Ad. Quetelet dit que le fait est signalé dans le *Course of lectures on natural philosophy* du docteur Young et dans l'*Annuaire de l'Observatoire de Bruxelles, pour l'année* 1835. L'expérience a été faite par M. Englefield, avec la coopération de M. Pigott, ancien membre de notre Académie. M. Montigny reproduira sa note dans une prochaine séance.

ÉLECTIONS.

La commission spéciale des finances, nommée en 1858, est maintenue pour l'année 1859; elle se compose de MM. De Vaux, le vicomte B. Du Bus, Nerenburger, Van Beneden et Wesmael.

La classe a procédé ensuite à l'élection de son directeur pour l'année 1860; M. Van Beneden a été désigné par la majorité des suffrages.

M. Melsens, directeur pour 1859, propose de voter des remercîments à M. d'Omalius d'Halloy, le directeur sortant. Des applaudissements accueillent cette proposition.

Séance du 5 février 1859.

M. MELSENS, directeur.

M. AD. QUETELET, secrétaire perpétuel.

Sont présents : MM. Sauveur, Timmermans, Wesmael, Martens, Cantraine, Stas, Van Beneden, Ad. De Vaux, Nyst, Gluge, Nerenburger, Schaar, Duprez, Brasseur, Poelman, *membres;* Schwann, Lacordaire, Lamarle, *associés;* Maus, Dewalque, Ern. Quetelet, d'Udekem, Montigny, Chapuis, *correspondants.*

M. Ed. Fétis, *membre de la classe des beaux-arts*, assiste à la séance.

CORRESPONDANCE.

L'Académie reçoit, par l'intermédiaire du Ministre de l'intérieur, un des premiers volumes des *Transactions of the american Philosophical Society* de Philadelphie, qui manquait à sa collection.

— Le congrès des délégués des sociétés savantes de France fait parvenir le programme de la session de l'année 1859.

— M. Ad. Quetelet dépose, en même temps que les résumés des observations météorologiques de l'Observatoire de Bruxelles pour 1858, les observations ornithologiques faites dans la même ville par M. J.-B. Vincent et son fils; les observations botaniques, faites pendant la même année, au Jardin botanique d'Anvers par M. Rigouts-Verbert; à Vilvorde, par M. Alf. Wesmael, et dans le Jardin impérial de Venise, par M. Buchinger, et communiqués par M. Zantedeschi.

Il dépose aussi le tableau des observations botaniques faites à Munster par M. le professeur Heis, et la suite des observations météorologiques obtenues sur le Capitole à Rome, par M^{me} Caterina Scarpellini.

PROGRAMME DU CONCOURS POUR 1860.

La classe adopte, dès à présent, pour le concours de 1860, les deux questions suivantes :

PREMIÈRE QUESTION.

On demande d'exposer la théorie probable des étoiles filantes et d'indiquer les hauteurs où elles se forment, apparaissent et s'éteignent, en appuyant cette théorie sur les faits observés.

SECONDE QUESTION.

Faire le relevé des espèces qui servent de nourriture aux animaux insectivores et celui des parasites qui se trouvent dans les unes et les autres.

Le prix de chacune de ces questions sera une médaille d'or de la valeur de six cents francs. Les mémoires devront être écrits lisiblement en latin, français ou flamand, et ils seront adressés, francs de port, à M. *Ad. Quetelet*, secrétaire perpétuel, avant le 20 septembre 1860.

L'Académie exige la plus grande exactitude dans les citations; à cet effet, les auteurs auront soin d'indiquer les éditions et les pages des ouvrages cités. On n'admettra que des planches manuscrites.

Les auteurs ne mettront point leur nom à leur ouvrage, mais seulement une devise, qu'ils répéteront sur un billet cacheté, renfermant leur nom et leur adresse. Les mémoires remis après le terme prescrit, ou ceux dont les auteurs se feront connaître, de quelque manière que ce soit, seront exclus du concours.

L'Académie croit devoir rappeler aux concurrents que, dès que les mémoires ont été soumis à son jugement, ils sont déposés dans ses archives, comme étant devenus sa propriété. Toutefois, les intéressés peuvent en faire prendre des copies à leurs frais, en s'adressant, à cet effet, au secrétaire perpétuel.

RAPPORTS.

Sur un mémoire de M. Steichen concernant les cinq polyèdres réguliers.

Rapport de M. Timmermans.

« Le mémoire que M. Steichen a présenté à l'Académie a pour objet principal de démontrer rigoureusement une proposition admise jusqu'à présent comme évidente par elle-même. Depuis Euler, qui, le premier, introduisit la considération des moments d'inertie en mécanique, il avait toujours été reçu que le moment d'inertie d'un polyèdre régulier homogène est constant pour tous les axes passant par le centre du polyèdre. L'évidence de cette propriété était fondée sur une assimilation vague entre ces corps réguliers et la sphère circonscrite pour laquelle la propriété est de toute évidence. Une considération d'autre nature avait, sans doute, aussi contribué à faire admettre cette propriété, sans que l'on songeât à remonter aux principes fondamentaux de la science. On sait que les moments d'inertie d'un corps, par rapport à des axes passant par un même point, sont inversément proportionnels au carré des rayons d'un certain ellipsoïde central déterminé pour chaque point; de sorte que les moments d'inertie égaux correspondent à des rayons égaux dans l'ellipsoïde; or, si du centre du polyèdre, on abaisse des perpendiculaires sur ses faces, celles-ci auront visiblement des positions identiques dans le corps, les moments d'inertie seront donc égaux, ainsi que les rayons correspondants dans l'ellipsoïde central, et il ne répugne pas à l'esprit d'admettre qu'un ellipsoïde dans lequel des rayons disposés symétriquement sont égaux, est nécessairement une sphère, ce qui entraîne l'égalité de tous les moments. Quoi qu'il en soit de la manière dont chacun se rendait compte de ses convictions, M. Steichen n'a pas cru devoir se contenter d'une démonstration par induction, et son travail a pour but de déduire cette démonstration des principes fondamentaux de la géométrie. Il se fonde pour cela sur les deux principes suivants de la mécanique : Si un corps homogène peut être divisé en deux parties symétriques par trois plans rectangulaires passant par un point, les intersections de ces plans deux à deux forment un système d'axes d'inertie principaux pour ce point, et si les trois moments d'inertie principaux pour un point d'un corps sont égaux, les moments pour tous les autres axes sont égaux entre eux. Partant de là, l'auteur cherche à découvrir, dans les corps réguliers, des plans de symétrie et, par suite, des axes d'inertie principaux qu'il appelle en géométrie *axes de symétrie,* pour lesquels les moments d'inertie sont identiques, et il y parvient par une suite de considérations empruntées à la géométrie la plus élémentaire, dont il est impossible de donner une idée complète dans un simple rapport. Je dois me borner à dire ici que l'auteur, sans arriver à un résultat nouveau, et bien qu'il n'ait fait que démontrer une proposition que les géomètres admettaient jusqu'à présent comme évidente, a cependant rendu un service véritable au point de vue géométrique, et je n'hésite pas à proposer à l'Académie d'approuver son travail. »

—

Rapport de M. Lamarle.

« Il est *visible* que l'ellipsoïde des moments d'inertie ne peut rester un ellipsoïde qu'autant qu'il existe une direction, *nécessairement unique*, pour laquelle le moment d'inertie est ou *plus grand* ou *plus petit que pour toute autre direction.* Or, s'il s'agit d'une droite quelconque A passant par le centre d'un polyèdre régulier, il est *toujours d'autres droites* passant par ce même centre et *pour lesquelles* le moment d'inertie conserve la *même* détermination que pour la droite A. Il est donc impossible qu'en ce cas, l'ellipsoïde des moments d'inertie reste un ellipsoïde. La conséquence est qu'il devient une sphère, et dès lors tout est démontré.

Je me rallie d'ailleurs à l'opinion exprimée par M. Timmermans. »

—

Rapport de M. le général Nerenburger.

« Le mémoire présenté à l'Académie par M. le professeur Steichen a pour objet principal d'établir, d'une manière rigoureuse et directe, un point de mécanique rationnelle admis jusqu'à ce jour sans démonstration.

Si mon incompétence en matière de mécanique n'était une raison déterminante pour laisser à mes collègues, les deux premiers commissaires, le soin d'éclairer la classe sur le mérite de la question traitée par l'auteur, la connaissance que ces collègues possèdent des doctrines de la dynamique, jointe à l'autorité de leurs travaux si hautement et si justement appréciés parmi nous, m'imposerait encore la même réserve.

Je m'abstiendrai donc de porter un jugement sur le point de savoir s'il est utile d'étayer d'une démonstration l'assimilation à la sphère des polyèdres réguliers homogènes, considérés sous le rapport de leurs axes permanents de rotation, et d'examiner si cette démonstration, supposée nécessaire, peut se réduire aux termes simples du raisonnement par lequel M. Lamarle justifie la classification d'Euler.

Bien que le mémoire ait pour objet essentiel la solution d'une question de mécanique, les spéculations géométriques qu'il renferme en occupent la plus grande place; dès lors on peut se demander quels sont les mérites de ce travail, considéré au seul point de vue de la géométrie. Un examen très-sommaire des sujets principaux dont il traite va nous mettre à même de répondre à cette question.

Le mémoire, divisé en neuf paragraphes, comprend essentiellement cinq objets, savoir :

1° Une étude faite avec beaucoup de soin et de méthode des axes de symétrie des polyèdres réguliers;

2° La démonstration de la proposition d'Euler, qui semble découler des considérations précédentes d'une manière simple, naturelle et rigoureuse;

3° La recherche du moment d'inertie central d'un polyèdre régulier, réduite à celle des moments d'inertie d'une pyramide;

4° Une solution plus complète qu'aucune de celles qui ont été publiées jusqu'à ce jour, de la question relative au groupement d'un certain nombre de sphères tangentes entre elles et à une même sphère centrale;

5° Enfin, un mode particulier de représentation graphique et de construction pour les polyèdres réguliers.

En ce qui concerne le premier point, je me crois fondé à dire que l'auteur met en lumière des considérations nouvelles qui complètent d'une manière heureuse les notions relatives aux polyèdres réguliers qu'on trouve dans les éléments de géométrie par Legendre; il montre l'existence des axes de symétrie, détermine leurs espèces, le nombre que chacune d'elles comporte, leurs dispositions mutuelles, etc.

Cette partie du mémoire appartient tout entière à l'auteur.

Les quatrième et cinquième sujets renferment également des vues nouvelles : ainsi, pour citer un exemple, la question des sphères tangentes avait été traitée antérieurement, conformément à cet énoncé : « Déterminer la grandeur et » la position de douze sphères égales, toutes tangentes à » une même sphère centrale et dont chacune soit tangente » à cinq des onze sphères restantes. » Énoncé qui se rapporte à un problème dont l'idée et la solution dérivent du dodécaèdre; on savait encore que le tétraèdre et l'exaèdre donnent lieu à des problèmes analogues; mais on n'avait pas remarqué qu'il en est de même de l'octaèdre et de l'icosaèdre. M. Steichen comble cette lacune et fait voir que, pour l'octaèdre, chaque sphère est tangente à trois des sept sphères restantes et que, pour l'icosaèdre, chacune en touche trois des dix-neuf autres.

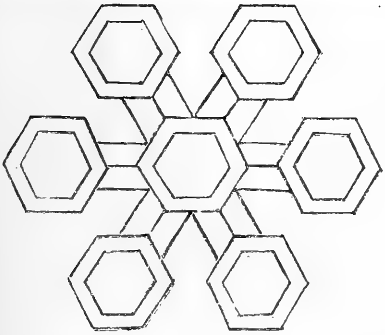
Dans les derniers paragraphes de son mémoire, l'auteur calcule, à l'aide des formules de Legendre, les principales dimensions des solides réguliers. Les résultats qu'il obtient le conduisent à quelques propriétés nouvelles dont il fait un judicieux emploi pour représenter d'une manière simple, on pourrait dire remarquable, les polyèdres les plus compliqués.

Tels sont, à mes yeux, les titres principaux qui recommandent le mémoire de M. Steichen à l'attention des géomètres : ils donnent une idée suffisante de la portée géométrique du travail, pour justifier la proposition que j'ai l'honneur de soumettre à la classe, d'ordonner l'insertion du mémoire dans les *Bulletins de l'Académie.* »

La classe, après quelques observations, a décidé que le mémoire serait inséré dans ses *Bulletins*.

COMMUNICATIONS ET LECTURES.

M. Ad. Quetelet communique plusieurs renseignements scientifiques qui lui ont été adressés par M. Charles Smallwood, astronome de l'observatoire de Saint-Martin, île Jésus, dans le Canada oriental, lat. nord 45° 32′, longitude ouest 73° 36′. Ces renseignements se rapportent plus particulièrement aux observations météorologiques faites en 1856 et 1857. L'auteur joint à sa lettre les dessins photographiés des différentes formes de la neige, parmi



lesquelles nous en avons distingué deux qui se reproduisent, l'une pendant les temps d'électricité positive de l'air et l'autre pendant les temps moins fréquents d'électricité négative. La coupe hexagonale prédomine néanmoins toujours, mais les six branches régulières affectent des formes très-dissemblables.

— M. Dewalque, correspondant de l'Académie, rend compte ensuite des observations météorologiques faites à Stavelot, pendant le mois dernier. Le baromètre, le 9 janvier, atteignait sa hauteur *maximum;* il s'est élevé, vers 9 heures du soir, à 757^{mm},83. Le mercure, depuis 1850, époque où les observations ont commencé à y être faites régulièrement, ne s'était point encore élevé à cette hauteur. Stavelot se trouve à 288^{m},6 au-dessus du niveau des eaux de la mer, et l'état du baromètre, en 1856, était de 736^{mm},57 pour l'heure de midi.

A Bruxelles, le baromètre a également atteint sa hauteur *maximum* le même jour, vers 9 heures du soir; il marquait alors 778^{mm},30. Depuis près de 30 ans qu'on inscrit ses indications à l'observatoire, il ne s'est trouvé que deux fois dans une position plus élevée : le 2 janvier 1835, il marquait 778^{mm},82, et le 11 février 1849, il indiquait 779^{mm},16. La hauteur est de 756^{mm},13 pour l'heure de midi, d'après les observations des 23 années de 1833 à 1857. La cuvette est à 56^{m},36 au-dessus des eaux de la mer.

M. Duprez fait connaître que l'altitude du lieu d'observation à Gand, est moindre encore que celle de l'observatoire de Bruxelles; l'observation directe lui manque pour la soirée du dimanche. « Il est à remarquer, écrit-il, que, depuis 21 ans que j'observe, je n'ai vu qu'une seule fois le baromètre plus haut, savoir le 11 février 1849 : il atteignit

782^{mm},59. Les autres hauteurs *maximum* qui se rapprochent le plus de la hauteur du 9 janvier dernier, se sont présentées le 6 mars 1852 et le 4 mars 1854, et ont été respectivement de 780^{mm},13 et de 780^{mm},95. »

	PRESSION BAROMÉTRIQUE.				TEMPÉRAT. CENTIG.	
	9 h. m.	midi.	3 h. s.	9 h. s.	*maxim.*	*minim.*
	mm.	mm.	mm.	mm.		
Stavelot . .	757,23	757,25	756,60	757,83	0°,2	—1°,16
Bruxelles . .	777,79	777,17	777,66	778,30	—0,8	—5,1
Gand . . .	781,38	780,79	780,88	—	(1)	

Influence du son des cloches sur la hauteur du baromètre; par M. Ch. Montigny, correspondant de l'Académie.

Les faits les plus simples ont toujours leur prix aux yeux de la science, quand ils sont constatés par l'observation; c'est pour cette raison que j'ai l'honneur d'appeler l'attention de la classe sur un phénomène particulier qui appartient, d'ailleurs, à l'histoire de la science dans notre pays, puisqu'il a été constaté à Bruxelles, vers la fin du siècle dernier, par MM. Pigott et Englefield, tous deux membres de la Société royale de Londres, et le premier, associé de notre première Académie. Leur expérience a eu pour objet de s'assurer si la hauteur du baromètre est susceptible d'être affectée par les vibrations de l'air au voisinage d'un corps sonore, tel qu'une forte cloche.

C'est dans la tour nord-ouest de l'église de Sainte-Gudule

---

(1) Les températures étaient, à 9 h., — 5°,2; à midi — 4,1; à 3 h. — 3,9. M. Stas annonce avoir reconnu également un *maximum* barométrique.

que l'observation eut lieu, le 1er novembre 1775, pendant la sonnerie de la première cloche (1). Un baromètre de Ramsden avait été fixé, à deux mètres environ de la cloche, dans l'embrasure d'une fenêtre de la tour (2). Afin que l'on n'imputât point les fluctuations du baromètre, pendant la sonnerie, à des oscillations qui pouvaient être communiquées, par la masse en mouvement, aux murs de la tour et de ceux-ci au baromètre, les expérimentateurs eurent recours à une mesure préliminaire. Le battant de la cloche avait été fixé contre sa paroi au moyen d'un fort bâton, de manière qu'une personne pût, à volonté, lui rendre la liberté de frapper la paroi métallique en retirant le bâton pendant les volées de la cloche. Actuellement, je laisserai parler un des expérimentateurs, afin de conserver toute sa valeur à l'exposé de leurs observations qui se trouve inséré, avec des préliminaires, dans l'*Annuaire de l'Observatoire de Bruxelles* (année 1835). Les hauteurs barométriques y sont indiquées en mesures anglaises; elles ont été réduites ici en mesures métriques (3) :

« ...... Nous attendions tranquillement que l'on com-
» mençât à sonner. La hauteur du mercure fut trouvée,

---

(1) D'après un article du journal le *Cosmos* (t. X, p. 455), où sont indiqués les poids des principales cloches de l'Europe, celui de la cloche de Sainte-Gudule s'élève à 7,186 kil.

(2) Ce baromètre, dont il est question dans un travail de M. Pigott inséré parmi les Mémoires de la première Académie, permettait de constater les hauteurs à $\frac{2}{100}$ de pouce anglais.

(3) Il convient de faire connaître que les hauteurs barométriques mesurées par les deux expérimentateurs dans les mêmes circonstances, au bas et au haut de la tour, par exemple, à l'abri de toute cause perturbatrice, ne sont point identiques, comme ils le disent eux-mêmes. Les mesures prises par M. Englefield excèdent ordinairement de 3 à 6 millièmes celles de M. Pigott.

» par M. Pigott, égale à $748^{mm},731$; elle n'éprouva au-
» cune variation jusqu'à l'instant où le battant fût lâché;
» alors le mercure monta et continua à éprouver une es-
» pèce de sursaut à chaque fois que le battant venait
» frapper la cloche. Voici nos observations :

		mm.
Pendant la sonnerie. (M. Pigott.)		748,502
Maximum. (M. Englefield.)		748,782
Minimum.	Id.	748,629
Maximum.	Id.	748,833
Minimum.	Id.	748,579 »

D'après les observations de M. Pigott, la hauteur barométrique, avant le son de la cloche, a excédé de $0^{mm},229$ celle mesurée pendant la sonnerie. Les mesures de M. Englefield dénotent des fluctuations pendant la sonnerie qui ont varié entre $0^{mm},254$ et $0^{mm},153$ en amplitude.

Il est impossible de concilier les mesures de M. Pigott, avant et pendant la sonnerie, avec l'idée que le mercure se tint constamment plus élevé à partir de l'instant où le son se fit entendre, idée que font naître ces expressions : « à l'instant où le battant fut lâché,... le mercure monta. » Il faut seulement inférer de là qu'au premier coup du battant sur la cloche, le déplacement du mercure se fit brusquement dans le sens ascendant et qu'il continua d'en être ainsi à chaque coup du battant.

Désirant constater de nouveau un phénomène observé jadis dans notre pays, j'ai fait récemment quelques expériences dans la tour de la cathédrale d'Anvers. La solidité des murs de ce beau monument et le mode de suspension des cloches dans une solide cage en charpente qui repose sur une voûte d'un étage inférieur à celui des cloches, éloignent toute idée de communication du mouvement de la masse oscillante aux murailles de la tour. Ainsi, je n'ai point jugé indispensable de faire mouvoir d'abord aucune des cloches sans laisser frapper le battant.

A chaque expérience, un baromètre de Fortin a été suspendu librement à la paroi de la tour, à la hauteur et à 2 mètres de distance environ de la cloche. La première expérience eut lieu quand on sonna la plus forte cloche, dont le poids s'élève à 7,274 kil. (1). Pendant la durée du son de cette belle cloche, j'ai observé de faibles fluctuations du ménisque de la colonne barométrique, dont la hauteur était de $0^{m},771$. Ces fluctuations, tellement restreintes, d'ailleurs, qu'il fut impossible de les mesurer, se manifestèrent sans régularité, et surtout sans être accompagnées de sursauts du sommet du ménisque qui eussent été en rapport avec chaque coup du battant, comme les expérimentateurs du siècle dernier l'ont observé.

J'ai réitéré plusieurs fois l'expérience avec la seconde cloche, dont le son, aussi très-harmonieux, est d'un ton plus élevé que la première. Des fluctuations semblables ont été vues, mais sans être ni plus amples ni plus régulières. Elles ont été sensibles avec un baromètre de Gay-Lussac, que je suspendis à côté du baromètre de Fortin; les mouvements ont été également peu apparents. Enfin, j'ai tenté les mêmes observations avec la troisième et la cinquième cloche sans remarquer aucune fluctuation au sommet de la colonne barométrique. Le son de la troisième cloche, encore très-forte, puisqu'elle forme la tierce de la première, est beaucoup moins harmonieux que celui des précédentes. La cinquième cloche est moins puissante; sa

(1) *Cosmos*, t. X, p. 455.

tonalité répond à la quarte diésée de la première. Je dois dire ici que j'avais essayé le même genre d'expérience avec la plus forte cloche de la cathédrale de Namur, il y a quelques années, après avoir eu connaissance des observations de M. Englefield par un article du *Magasin pittoresque* (1) relatif à quelques effets singuliers du son. La cloche de Namur, du poids de 4,000 kil. environ, et dont le son est très-harmonieux, ne produisit aucune influence appréciable sur le même baromètre de Fortin.

Les mouvements du baromètre observés sous l'influence des deux plus fortes cloches de la cathédrale d'Anvers, ont donc été beaucoup moins apparents que l'espèce de flux et de reflux mesuré par les observateurs anglais à Sainte-Gudule. J'aurai occasion de revenir sur ces différences si prononcées.

J'insisterai sur un fait particulier qui s'est produit, une fois seulement, pendant la sonnerie de la seconde cloche. La lentille mobile, qui me servait à observer le baromètre de Fortin, ayant éprouvé fortuitement un déplacement rapide, j'aperçus aussitôt à la surface du ménisque un frémissement particulier, tout à fait distinct des fluctuations dont il vient d'être question. Si l'on se rappelle un procédé, que j'ai exposé dans un travail précédent, pour rendre perceptibles de petits mouvements rapides de l'image d'un objet sur la rétine, procédé qui consiste à imprimer simultanément un déplacement général de l'image (2), on concevra que des vacillations rapides de la lentille, imprimées

(1) T. XIX, p. 18 (année 1851).

(2) Phénomènes de persistance des impressions de la lumière sur la rétine, t. XXV des *Mémoires couronnés et des savants étrangers de l'Académie royale de Belgique.*

régulièrement après l'observation fortuite, aient permis de distinguer des trépidations qui échappaient à l'œil nu. En effet, au moyen de ces vacillations, je vis aussitôt la courbure du ménisque se dessiner en lignes très-rapprochées, et échelonnées suivant la verticale, quand les vacillations se faisaient dans ce sens. Cette perceptibilité persista aussi longtemps que la cloche se fit entendre, pour cesser momentanément quand on ne la sonna plus à toutes volées, et pour reparaître à chacun des derniers coups de la cloche.

Pendant la sonnerie, j'ai pu observer ce genre de trépidation sans l'interposition de la lentille vacillante, en imprimant seulement à la tête un déplacement rapide dans le sens vertical.

Ce phénomène est essentiellement distinct des fluctuations de la surface du ménisque observées par MM. Pigott et Englefield; celles-ci s'effectuaient lentement, et avec une certaine amplitude puisqu'ils réussirent à les mesurer. Les trépidations du ménisque que j'ai remarquées proviennent des vibrations longitudinales que la colonne de mercure a éprouvées ce jour-là, sous l'influence du son de la seconde cloche, parce que la longueur de cette colonne se trouvait en rapport avec la tonalité du son, comme je vais le démontrer.

On concevra aisément que les vibrations de la cloche, transmises par l'air au mercure de la cuvette, tendent à exciter des vibrations longitudinales dans la colonne de mercure. Comme un tube de cuivre emprisonne le tube en verre du baromètre de Fortin, les trépidations du ménisque ne peuvent être attribuées à des vibrations transversales du tube de verre. D'ailleurs, s'il en était ainsi, les trépidations du ménisque se seraient reproduites pour d'autres hauteurs du mercure sous l'influence de la même cloche, ce que je n'ai pas observé.

Les vibrations longitudinales excitées dans une colonne de mercure soutenue dans le tube par la pression atmosphérique, doivent se propager comme dans une verge métallique libre à ses deux bouts. Si nous désignons par l et p la longueur et le poids de la colonne, par g la gravité et par q un coefficient constant, le nombre n des vibrations longitudinales que la colonne est susceptible d'éprouver dans l'unité de temps, est exprimé par la formule suivante (1) :

$$n = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{g.q}{p.l}}.$$

Le coefficient q représente la fraction $\frac{P}{c}$, dans laquelle le dénominateur c est ici le coefficient de compressibilité du mercure sous une pression P exercée sur la surface s de la colonne liquide. D'après les expériences récentes de M. Grassi (2), $c = 0{,}00000295$ pour une pression d'une atmosphère, ce qui donne à P la valeur $1^{k},033 \times s$. Si l'on désigne par d la densité du mercure, on a $p = l.s.d.$ Au moment de l'observation des vibrations longitudinales au sommet de la colonne barométrique, sa hauteur était de $0^{m},7604$, à 4^{o}. Si l'on a égard aux diverses valeurs indiquées et à celles, $g = 9^{M},81$, $d = 13{,}59$, on déduit de la formule précédente :

$$n = 331.$$

Tel est le nombre des vibrations longitudinales qu'une

(1) *Mécanique de Poisson*, § 496.

(2) *Cours de Physique de M. Jamin*, t. I.

colonne de mercure de $0^m,76$, libre à ses deux bouts, serait susceptible d'éprouver. Voyons actuellement si ce nombre est en rapport soit avec le son fondamental de la cloche, soit avec un de ses sons harmoniques.

Le son fondamental de la seconde cloche de la cathédrale d'Anvers est un peu au-dessous du *la* ♯ de la deuxième octave inférieure à celle du diapason qui m'a servi dans cette comparaison.

L'évuluation du nombre exact des vibrations du *la* du diapason présente de l'incertitude à cause de l'élévation progressive de sa tonalité dans les instruments de musique. D'après les expériences que Savart a faites à Paris, le *la* du diapason correspondait à 880 vibrations, il y a quelques années.

Récemment, M. Lissajoux a constaté que le *la* du Grand Opéra, à Paris, accomplit 898 vibrations par seconde; il est plus élevé que celui de l'Opéra-Comique.

Le *la* de la seconde octave du diapason est représenté par $\frac{880}{4} = 220$, d'après le nombre de Savart, et par $\frac{898}{4} = 224,5$, d'après celui de M. Lissajoux. Si la tonalité de la cloche était exactement le *la* ♯, il faudrait multiplier, comme on le sait, par $\frac{25}{24}$ celui des deux nombres précédents auquel on s'arrêterait pour obtenir le nombre de vibrations correspondant au *la* ♯ de la gamme. Comme la tonalité de la cloche ne s'élève pas tout à fait d'un demi-ton au-dessus du *la*, je me tiendrai au produit $220 \times \frac{25}{24} = 229$, dans lequel figure le nombre déduit du *la* de Savart. Le chiffre 229 représente très-approximativement les vibrations de la cloche en question.

Si nous multiplions ce résultat par $\frac{3}{2}$, nous obtenons 343, nombre qui exprime les vibrations de la quinte du son fondamental. Rapprochons cette quantité des 331 vibrations longitudinales qui, d'après le calcul, peuvent se produire dans une colonne de mercure de $0^m,76$ sous l'influence de percussions convenables. Ces deux nombres diffèrent peu l'un de l'autre. Considérant le premier comme étant bien déterminé, je ferai remarquer que, pour obtenir le nombre 331, il a fallu introduire dans les calculs un élément, le coefficient de compressibilité du mercure c, dont la valeur précise n'est peut-être pas encore parfaitement déterminée, à cause de la correction dépendant de l'extensibilité des réservoirs de verre, où la compression du mercure s'opère, correction qu'il faut introduire dans le calcul de la compressibilité du liquide.

Les expériences récentes de M. Grassi et de M. Wertheim s'accordent pour montrer que la valeur 0,00000503, assignée précédemment par MM. Colladon et Sturm au coefficient de compressibilité du mercure, est trop élevée. Dans mes calculs, j'ai fait usage du coefficient 0,00000295 déterminé par M. Grassi; mais si j'y avais introduit le coefficient 0,00000283 trouvé par M. Wertheim, le calcul eût conduit au chiffre 338 pour exprimer les vibrations longitudinales d'une colonne de mercure de $0^m,76$; ce qui eût encore rapproché cette quantité des 343 vibrations de la quinte du ton fondamental de la cloche.

En présence de ces résultats, on peut très-bien admettre, sans établir de rapprochement forcé, qu'au moment où les vibrations longitudinales furent aperçues au sommet de la colonne barométrique, il y eut concordance parfaite entre les vibrations longitudinales de cette colonne, sous la longueur $0^m,76$ mesurée, et les vibrations du son de la cloche.

Mais, objectera-t-on peut-être, le son nécessaire à la production de cet effet est la quinte et non le son fondamental lui-même. Je répondrai à cette objection qu'une oreille attentive distingue facilement plusieurs sons quand une corde et surtout une cloche vibre, et que parmi ces sons figure la quinte de la double octave ou $\frac{3}{2} \times 2 = 3$. Les vibrations longitudinales du mercure, qui étaient en concordance parfaite avec la quinte $\frac{3}{2}$, se sont trouvées également en concordance avec la quinte 3 que la cloche fait réellement entendre, mais seulement après deux vibrations sonores.

Il est important de remarquer que les vibrations susceptibles de se produire dans la colonne mercurielle ont coïncidé à des instants très-rapprochés, non-seulement avec celles de la double quinte 3, mais avec les vibrations du son fondamental et d'autres harmoniques de la cloche. En effet, ce ton fondamental et les sons harmoniques sont représentés par la série 1, 2, 3, 4... Si nous intercalons parmi ces nombres le chiffre $\frac{3}{2}$, représentant la quinte réellement concordante ou sympathique avec les vibrations longitudinales de la colonne $0^m,76$, et que nous doublions tous les chiffres de la série, afin de faire disparaître le dénominateur de la fraction $\frac{3}{2}$, qui devient ainsi 3, nous obtiendrons la série :

2, 3, 4, 6, 8.

Cet autre rapprochement nous apprend que si, à un instant donné, il y a eu coïncidence entre une première vibration longitudinale du mercure et les vibrations concomitantes du son fondamental, de l'octave de celui-ci, de la double quinte et de la double octave, la concordance parfaite s'est représentée de nouveau entre les vibrations du mercure et celles de ces divers sons après trois vibrations longitudinales; car le son fondamental de la cloche avait accompli 2 vibrations, son octave, 4, la double quinte, 6, et la double octave du ton fondamental, 8. Concluons de là que les impulsions vibratoires du son fondamental et des harmoniques de la cloche ont coïncidé avec les vibrations longitudinales après des intervalles de temps extrêmement rapprochés, de façon à exciter sans discontinuité ces vibrations dans une colonne de mercure de $0^{m},76$ de longueur.

Je n'ai plus revu les trépidations du ménisque, même à l'aide des moyens de perception indiqués, dans une observation postérieure, sous l'influence de la même cloche: la hauteur barométrique était descendue à 0 ,756. Cette longueur, qui est sensiblement moindre que $0^{m},7604$, n'était plus en rapport avec les divers sons de la cloche à l'égard des vibrations longitudinales que le mercure est susceptible d'éprouver. Je ferai valoir, à l'appui de cette explication, ce qui a lieu à l'égard des vibrations longitudinales de l'air dans un tuyau sous l'influence d'un corps sonore vibrant au voisinage du premier: si le tuyau est long et étroit, il n'entre en vibration que quand sa longueur est exactement à l'unisson du son voisin.

Les fluctuations du mercure qui se sont manifestées d'une manière si caractérisée lors des expériences de MM. Pigott et Englefield, puisque leur amplitude a varié entre $0^{mm},153$ et $0^{mm},254$, diffèrent essentiellement des trépidations dont il vient d'être question. Les circonstances tout à fait exceptionnelles où ces vibrations peuvent se produire, jointes à la rapidité de leur succession, ne me permettent plus de considérer ces vibrations comme étant la cause des fluctuations, ainsi que j'avais été porté à l'admettre d'abord. Voici, me paraît-il, la cause réelle de ces mouvements du ménisque.

L'impulsion vibratoire imprimée à l'air ambiant par la partie de la paroi métallique qui reçoit le choc du battant, est bien plus intense au moment de celui-ci que le mouvement ondulatoire transmis par la résonnance de la cloche, entre deux percussions consécutives du battant. Il faut admettre qu'une majeure partie de la force vive qui anime celui-ci, est transmise directement à l'air autour du point de contact lors du choc; une portion seulement de cette force vive se propage dans la masse métallique, où elle entretient le mouvement vibratoire des molécules. Cette percussion de l'air est sensible auprès de fortes cloches. Ses effets diminuent rapidement avec la distance : aussi le son des cloches de nos cathédrales, entendu à de grandes distances, se réduit-il à une espèce de bourdonnement au milieu duquel on distingue à peine les ondulations produites par les chocs mêmes du battant.

Ces faits admis, on concevra qu'à une petite distance de la cloche, l'espèce de percussion de l'air, au moment du choc du battant, fasse sentir ses effets sur le mercure de la cuvette, en donnant lieu à un accroissement appréciable de la force élastique de la tranche d'air en contact avec la cuvette. Il doit en résulter un exhaussement du sommet du ménisque qui sera susceptible de mesure si les percussions sont assez fortes et si, d'autre part, la disposition du baromètre permet à la colonne mercurielle de céder facilement à des variations de force élastique de l'air très-petites et de courte durée (1).

D'après cela, on comprend aisément le fait de la coïncidence des sursauts du mercure avec les coups du battant, dans les expériences de MM. Pigott et Englefield.

J'ai eu occasion de remarquer, dans le cours de mes

(1) Si l'on compare la plus grande fluctuation mesurée par MM. Pigott et Englefield à la hauteur du baromètre au moment même, on arrive à la fraction $\frac{1}{2950}$, dont la moitié, ou $\frac{1}{5900}$, exprimera l'accroissement de force élastique que l'air a dû subir au voisinage de la cloche, aux plus fortes percussions du battant.

expériences, que la colonne mercurielle du baromètre de Fortin oscille difficilement, même au sommet du ménisque, quand on provoque de petites oscillations à ce sommet par l'inclinaison momentanée du tube. (Cette inertie apparente a pour cause le rétrécissement de la partie inférieure du tube). On est donc en droit d'attribuer, en grande partie, à l'inertie de l'instrument employé le peu d'amplitude des fluctuations que j'ai observées. Afin de lever tout doute à cet égard, j'avais récemment disposé un baromètre à cuvette ordinaire, à tube large intérieurement, au moment où l'on sonnait la première cloche; mais les tourbillons d'un vent très-fort affectèrent la fixité de l'instrument au point d'enlever tout caractère certain aux résultats observés.

Sur les variations des éléments des orbites planétaires; par M. Schaar, membre de l'Académie.

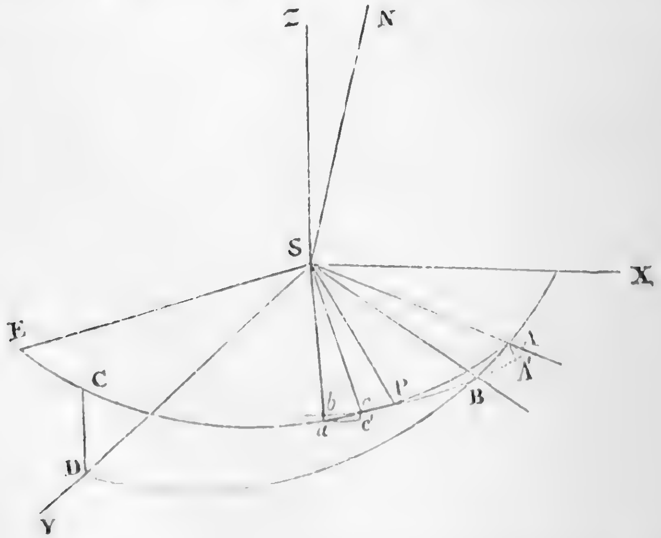
On sait que les planètes, si elles n'étaient sollicitées que par l'action du soleil, décriraient des ellipses dont cet astre occupe un foyer et dont la position et la forme invariables seraient déterminées par l'inclinaison de leurs plans sur un plan fixe, les longitudes de leurs nœuds, les grands axes, les excentricités et la position des grands axes ou les longitudes des périhélies.

Mais ces astres s'attirent entre eux, proportionnellement à leurs masses et en raison inverse du carré de leur distance; la forme elliptique de ces orbites se trouve par là sensiblement altérée. A cause de la petitesse de leurs masses, comparées à celle du soleil, ces altérations ne deviennent sensibles qu'après un temps assez considérable, de sorte qu'on peut se figurer le mouvement des planètes comme s'effectuant sur des orbites elliptiques dont les éléments varient avec le temps. La détermination des équations différentielles qui donnent ces éléments en fonction du temps et de leurs valeurs initiales résulte de la méthode générale de la variation des constantes arbitraires dans les problèmes de mécanique. Mais cette méthode n'est ni la plus simple ni la plus directe; de plus, les transformations analytiques qui conduisent à ces formules nous cachent entièrement l'action des forces perturbatrices, tandis que la considération de ces forces permet d'établir ces formules d'une manière très-simple et en quelque sorte élémentaire. Tel est l'objet de cette note.

DES VARIATIONS DES INCLINAISONS ET DES LONGITUDES DES NOEUDS.

I.

Soient S le centre du soleil pris pour origine, X, Y, Z



trois droites rectangulaires quelconques prises pour axes coordonnés, SAC le plan de l'orbite de la planète troublée au bout du temps t, φ son inclinaison sur le plan des XY et θ la longitude de son nœud ascendant, c'est-à-dire l'angle ASX que l'intersection de son plan avec celui des XY fait avec l'axe SX. P étant le lieu de la planète au bout du temps t, sans l'action des forces perturbatrices, cet astre décrirait, pendant l'instant dt, l'arc infiniment petit Pa situé dans le plan AC; mais la composante normale au plan SAC de ces forces fait décrire à la planète l'espace ab dans le sens de cette force; de sorte que la planète décrit en réalité l'arc Pb et que cet astre se meut sur une surface conique ayant son sommet en S. Si l'on mène le plan SBb tangent à cette surface suivant l'arête Sb, on aura la position de l'orbite au bout du temps $t+dt$, qui fait, par conséquent, avec le plan ASC l'angle bca que nous représenterons par ε, et les variations que subissent les angles θ et φ pendant l'instant dt seront :

$$d\theta = \text{ASB}, \quad d\varphi = b\text{BD} - \text{PAD}.$$

Mais on peut aussi ramener le plan SAC dans sa nouvelle position par les trois rotations suivantes, savoir : la première autour de la ligne des nœuds SA et égale a $d\varphi$, la seconde autour de l'axe SZ et égale à $d\theta$, et enfin la troisième autour de la normale SN au plan de l'orbite et égale à — BA$'$ ou — δv, si l'on représente par v l'angle que le rayon vecteur SP fait avec la ligne SA, et par δv la variation que subit cet angle par le déplacement du plan SAC. Décomposons la rotation ε autour de la droite Sc en deux autres, l'une autour de la droite SA et l'autre autour de la perpendiculaire SE menée dans le plan SAC à cette droite. Or il est clair que ces composantes sont $\varepsilon \cos v$ et $\varepsilon \sin v$, et que la première est égale à $d\varphi$; la rotation $d\theta$

autour de l'axe des Z est la résultante des deux rotations $\varepsilon \sin v$ et $-\delta v$; on a donc les équations

$$d\varphi = \varepsilon \cos v, \quad d\theta \sin \varphi = \varepsilon \sin v \quad \text{et} \quad \delta v = -d\theta \cos \varphi.$$

La détermination de l'angle ε n'offre aucune difficulté, car si l'on désigne par N la composante de la force perturbatrice suivant la normale au plan ASP, on aura $ab = \frac{1}{2} \mathrm{N}dt^2$ pour l'espace parcouru par la planète dans le sens de cette force pendant l'instant dt; mais si l'on décrit du point S comme centre avec le rayon Sa, l'arc ac', on aura $\varepsilon = \frac{ab}{ac'}$, ou, à cause de

$$ac' = \frac{1}{2}(r + dr)\,dv, \qquad \varepsilon = \frac{1}{2}\frac{ab}{rdv} = \frac{\mathrm{N}dt^2}{rdv}\cdot$$

On peut donner à ε une autre forme : en désignant par kdt le double de l'aire infiniment petite aSb décrite pendant l'instant dt par le rayon vecteur de la planète, on aura $r^2 dv = kdt$ et par suite $\varepsilon = \frac{\mathrm{N}r}{k} dt$. On a donc les formules très-simples

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{r\cos v}{k}\mathrm{N}, \quad \frac{d\theta}{dt} = \frac{r\sin v}{k\sin\varphi}\mathrm{N}, \quad \frac{\delta v}{dt} = -\frac{r\sin v}{k}\mathrm{N},$$

dont les deux premières déterminent à un instant quelconque la position du plan de l'orbite; la dernière donne la variation de la distance de la planète au nœud A, due au déplacement du plan de l'orbite.

II.

Au bout du temps t soient x, y, z, x', y', z' les coordonnées de la planète troublée et de la planète troublante;

si l'on représente leurs masses par m et m', l'action que ce dernier corps exerce sur le premier sera, d'après la loi de l'attraction universelle, $\frac{m'}{\rho^2}$, ρ désignant la distance

$$\sqrt{(x'-x)^2+(y'-y)^2+(z'-z)^2}$$

des deux planètes, et les composantes de cette force suivant les trois axes seront

$$\frac{m'(x'-x)}{\rho^3},\quad \frac{m'(y'-y)}{\rho^3},\quad \frac{m'(z'-z)}{\rho^3}.$$

Mais la masse m' exerce aussi une action sur le soleil dont les composantes, suivant les mêmes axes, sont

$$\frac{m'x'}{r'^3},\quad \frac{m'y'}{r'^3},\quad \frac{m'z'}{r'^3},$$

r' désignant la distance de la planète troublante au soleil, ou son rayon vecteur. Donc, si l'on veut avoir le mouvement relatif de la planète m autour du soleil, il faudra appliquer à cet astre ces dernières forces en sens contraire, et l'on aura pour les composantes de la force perturbatrice, suivant les trois axes coordonnés :

$$\frac{m'(x'-x)}{\rho^3}-\frac{m'x'}{r'^3},\quad \frac{m'(y'-y)}{\rho^3}-\frac{m'y'}{r'^3},\quad \frac{m'(z'-z)}{\rho^3}-\frac{m'z'}{r'^3}.$$

On peut remarquer que ces trois expressions sont les dérivées, par rapport à x, y, z, de la fonction

$$m'\left(\frac{1}{\rho}-\frac{xx'+yy'+zz'}{r'^3}\right).$$

Quel que soit donc le nombre des planètes troublantes, si l'on fait, pour abréger,

$$R = \Sigma m' \left(\frac{1}{\rho} - \frac{xx' + yy' + zz'}{r'^3} \right),$$

le signe Σ désignant une somme qui s'étend à toutes les planètes, les composantes suivant les axes de toutes les forces qui troublent le mouvement elliptique de la planète seront

$$\frac{dR}{dx}, \quad \frac{dR}{dy}, \quad \frac{dR}{dz}.$$

Si l'on désigne par α, β, γ les angles que la normale au plan de l'orbite de la planète troublée fait avec les trois axes, on aura donc

$$N = \frac{dR}{dx} \cos \alpha + \frac{dR}{dy} \cos \beta + \frac{dR}{dz} \cos \gamma.$$

Cette expression peut se transformer de plusieurs manières :

Puisque les coordonnées x, y, z sont les projections du rayon vecteur r sur les trois axes, on aura

$$x = r \cos \mathrm{PSX}, \quad y = r \cos \mathrm{PSY}, \quad z = r \cos \mathrm{PSZ}.$$

Les trois cosinus qui entrent dans ces expressions peuvent s'exprimer aisément en fonction des angles θ, φ et v, et les règles ordinaires de la trigonométrie sphérique donneront sans peine

$$x = r \cos v \cos \theta - r \sin v \sin \theta \cos \varphi,$$
$$y = r \cos v \sin \theta + r \sin v \cos \theta \cos \varphi,$$
$$z = r \sin v \sin \varphi.$$

En multipliant la première de ces équations par tang. φ

sin. θ, la seconde par — tang. φ cos. θ et la troisième par l'unité, on aura, en les ajoutant membre à membre,

$$x \text{ tang } \varphi \sin \theta - y \text{ tang } \varphi \cos \theta + z = o,$$

pour l'équation du plan de l'orbite, et par suite

$$\cos \alpha = \sin \varphi \sin \theta, \quad \cos \beta = - \sin \varphi \cos \theta, \quad \cos \gamma = \cos \varphi.$$

Cela posé, si l'on substitue les valeurs précédentes de x, y, z dans la fonction R, et si l'on rapporte la position de la planète dans son orbite à une droite fixe dans ce plan, r sera indépendant des angles θ et φ, et l'on aura

$$\frac{dx}{d\varphi} = \quad r \sin v \sin \theta \sin \varphi = r \sin v \cos \alpha,$$
$$\frac{dy}{d\varphi} = - r \sin v \cos \theta \sin \varphi = r \sin v \cos \beta,$$
$$\frac{dz}{d\varphi} = \quad r \sin v \cos \varphi = r \sin v \cos \gamma,$$

et par suite

$$\frac{d\mathrm{R}}{d\varphi} = \frac{d\mathrm{R}}{dx}\frac{dx}{d\varphi} + \frac{d\mathrm{R}}{dy}\frac{dy}{d\varphi} + \frac{d\mathrm{R}}{dz}\frac{dz}{d\varphi},$$

ou, en y substituant les valeurs précédentes,

$$\frac{d\mathrm{R}}{d\varphi} = \mathrm{N}r \sin v.$$

Dérivons maintenant les coordonnées x, y, z par rapport à θ, en remarquant que l'on a

$$\delta v = - d\theta \cos \varphi,$$

il viendra

$$\frac{dx}{d\theta} = -\, r \cos v \sin \theta \sin^2\varphi = -\, r \cos v \sin \varphi \cos \alpha,$$

$$\frac{dy}{d\theta} = \quad r \cos v \cos \theta \sin^2\varphi = -\, r \cos v \sin \varphi \cos \beta,$$

$$\frac{dz}{d\theta} = -\, r \cos v \cos \varphi \sin \varphi = -\, r \cos v \sin \varphi \cos \gamma,$$

et, par conséquent,

$$\frac{dR}{d\theta} = -\, r \cos v \sin \varphi \left(\frac{dR}{dx} \cos \alpha + \frac{dR}{dy} \cos \beta + \frac{dR}{dz} \cos \gamma \right),$$

ou, ce qui revient au même,

$$\frac{dR}{d\theta} = -\, Nr \cos v \sin \varphi.$$

Au moyen des valeurs précédentes, celles de $\frac{d\varphi}{dt}$ et de $\frac{d\theta}{dt}$ deviendront

$$\frac{d\varphi}{dt} = -\, \frac{1}{k \sin \varphi} \frac{dR}{d\theta}, \quad \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{k \sin \varphi} \frac{dR}{d\varphi},$$

équations qui coïncident avec celles que fournit la méthode de la variation des constantes arbitraires.

III.

En substituant, dans l'équation

$$N = \frac{dR}{dx} \cos \alpha + \frac{dR}{dy} \cos \beta + \frac{dR}{dz} \cos \gamma,$$

aux cosinus et aux dérivées de la fonction R leurs valeurs précédentes, on aura, à cause de

$$x \sin \theta \sin \varphi - y \cos \theta \sin \varphi + z \cos \varphi = o,$$

$$N = \Sigma m' \left[x' \sin \theta \sin \varphi - y' \cos \theta \sin \varphi + z' \cos \varphi\right]\left(\frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{r'^3}\right),$$

et l'on peut remarquer que le second facteur, sous le signe Σ, est la perpendiculaire abaissée de la planète troublante sur l'orbite de la planète troublée; en la représentant par δ, on aura

$$N = \Sigma\, m'\delta \left(\frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{r'^3}\right).$$

Prenons sur l'axe des z un point dont la distance à l'origine soit égale à l'unité, et menons par ce point un plan parallèle à celui des XY; la normale SN coupera ce plan en un point dont les coordonnées seront $\operatorname{tang} \varphi \sin \theta$, $-\operatorname{tang} \varphi \cos \theta$ et l'unité. En faisant donc $p = \operatorname{tang} \varphi \sin \theta$, $q = \operatorname{tang} \varphi \cos \theta$, on aura $\delta = (px' - qy' + z') \cos \varphi$, et, si l'on représente par les mêmes lettres affectées d'un accent les quantités analogues de l'orbite de m', on aura pour l'équation du plan de cette orbite $p'x' - q'y' + z' = o$, et, par conséquent, l'expression précédente de δ deviendra

$$\delta = \left[(p - p')x' - (q - q')y'\right] \cos \varphi;$$

on aura donc

$$N = \Sigma m' \left[(p - p')x' - (q - q')y'\right] \left(\frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{r'^3}\right) \cos \varphi.$$

Il est clair que les coordonnées p et q du point N déterminent à un instant quelconque la position de l'orbite de m; cherchons leurs variations. Les équations

$$p = \operatorname{tang} \varphi \sin \theta, \quad q = \operatorname{tang} \varphi \cos \theta,$$

donnent

$$\frac{dp}{dt} = \quad \operatorname{tang} \varphi \cos \theta \frac{d\theta}{dt} + \frac{\sin \theta}{\cos^2 \varphi} \frac{d\varphi}{dt},$$

$$\frac{dq}{dt} = - \operatorname{tang} \varphi \sin \theta \frac{d\theta}{dt} + \frac{\cos \theta}{\cos^2 \varphi} \frac{d\varphi}{dt}.$$

En y substituant pour $\frac{d\theta}{dt}$, $\frac{d\varphi}{dt}$ les valeurs trouvées précédemment, on aura

$$\frac{dp}{dt} = \frac{N}{k \cos \varphi} (r \cos v \sin \theta + r \sin v \cos \theta \cos \varphi)$$

$$\frac{dq}{dt} = \frac{N}{k \cos \varphi} (r \cos v \cos \theta - r \sin v \sin \theta \cos \varphi)$$

ou, ce qui revient au même,

$$\frac{dp}{dt} = \frac{Ny}{k \cos \varphi},$$

$$\frac{dq}{dt} = \frac{Nx}{k \cos \varphi};$$

équations très-simples qu'il est facile d'établir directement.

IV.

L'intégration de ces équations n'est possible que par les méthodes d'approximation. Les rapports des masses des planètes à celle du soleil, ainsi que les excentricités des orbites et leurs inclinaisons respectives étant très-petites, les seconds membres peuvent se développer en séries convergentes ordonnées suivant ces quantités. Si l'on néglige les carrés des masses perturbatrices, on pourra substituer aux coordonnées des planètes leurs coordonnées elliptiques;

en négligeant, de plus, les carrés des inclinaisons et des excentricités et leurs produits deux à deux, on aura, en désignant par $2a$ et $2a'$ les grands axes des deux orbites,

$$x = a \cos(v + \theta), \quad y = a \sin(v + \theta)$$
$$x' = a' \cos(v' + \theta') \quad y' = a' \sin(v' + \theta');$$

ou bien, en représentant par ζ, ζ', etc., les longitudes moyennes $v + \theta$, $v' + \theta'$, etc., des planètes,

$$x = a \cos\zeta, \quad y = a \sin\zeta$$
$$x' = a' \cos\zeta', \quad y' = a' \sin\zeta',$$

et par suite

$$\rho = \sqrt{a'^2 - 2aa' \cos(\zeta' - \zeta) + a^2},$$

$$\mathrm{N} = \Sigma m'a' [(p - p') \cos\zeta' - (q - q') \sin\zeta'] \left(\frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{a'^3}\right).$$

La constante k représente le double de l'aire décrite par la planète m dans l'unité de temps, on a donc

$$k = \frac{2\pi a^2 \sqrt{1 - e^2}}{\mathrm{T}},$$

T étant le temps d'une révolution sidérale de l'astre et e l'excentricité de l'orbite de m; en négligeant le carré de e et en représentant par n sa vitesse moyenne $\frac{2\pi}{\mathrm{T}}$, on aura $k = na^2$; on a d'ailleurs, en prenant pour unité de masse celle du soleil, $n^2a^3 = 1$, donc $k = \frac{1}{\sqrt{a}}$. Si l'on ne considère que l'action de la planète m', on aura, par conséquent,

$$\frac{dp}{dt} = m'a'\sqrt{a} \sin\zeta [(p - p') \cos\zeta' - (q - q') \sin\zeta'] \left(\frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{a'^3}\right)$$

$$\frac{dq}{dt} = m'a'\sqrt{a} \cos\zeta [(p - p') \cos\zeta' - (q - q') \sin\zeta'] \left(\frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{a'^3}\right).$$

V.

La fonction

$$\frac{1}{\rho^3} = \frac{1}{(a'^2 - 2aa' \cos \xi - a^2)^{\frac{3}{2}}},$$

dans laquelle $\xi = \zeta' - \zeta$, peut se développer en série convergente ordonnée suivant les cosinus des multiples de l'angle ξ. En posant

$$\frac{1}{\rho^3} = \frac{1}{2} B_0 + B_1 \cos \xi + B_2 \cos 2\xi + \ldots,$$

on pourra déterminer les coefficients B_0, B_1, B_2, soit par des intégrales définies, soit par des séries. Si l'on multiplie, en effet, les deux membres de cette équation par $\cos i\xi d\xi$ et si l'on intègre ensuite entre les limites o et 2π, en observant que l'intégrale

$$\int_0^{2\pi} \cos n\xi \cos i\xi \, d\xi$$

est égale à o ou à π, suivant que i est différent ou égal à n, on aura, en général,

$$B_i = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\cos i\xi \, d\xi}{\rho^3},$$

équation qui permet de calculer B_i d'une manière aussi rapprochée que l'on veut.

En supposant $a' > a$ et en décomposant l'expression $a'^2 - 2aa' \cos \xi + a^2$ en ses deux facteurs

$$a'^2 \left(1 - \frac{a}{a'} e^{\xi\sqrt{-1}}\right) \left(1 - \frac{a}{a'} e^{-\xi\sqrt{-1}}\right),$$

on aura, si l'on fait $\frac{a}{a'} = \alpha$,

$$\frac{1}{\rho^3} = \frac{1}{a'^3}\left(1 - \alpha e^{\xi\sqrt{-1}}\right)^{-\frac{3}{2}} \quad \left(1 - \alpha e^{-\xi\sqrt{-1}}\right)^{-\frac{3}{2}}.$$

Si l'on développe maintenant, d'après la formule du binôme, chacun des facteurs du second membre, et si l'on multiplie ensuite entre eux ces deux développements, on pourra donner au produit la forme indiquée ci-dessus, et l'on aura, en particulier,

$$B_0 = \frac{2}{a'^3}\left[1 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 \alpha^2 + \left(\frac{3\,.\,5}{2\,.\,4}\right)^2 \alpha^4 + \ldots\right]$$

$$B_1 = \frac{2}{a'^3}\left[\frac{3}{2}\alpha + \frac{3}{2}\cdot\frac{3\,.\,5}{2\,.\,4}\alpha^3 + \frac{3\,.\,5}{2\,.\,4}\cdot\frac{3\,.\,5\,.\,7}{2\,.\,4\,.\,6}\alpha^5 \ldots\right]$$

On peut rendre ces séries plus convergentes par une transformation très-simple : on a, en général,

$$(1 - \alpha)(a_0 + a_1\alpha + a_2\alpha^2 \ldots) = \Delta a_0 + \alpha\Delta_1 a_1 + \alpha^2\Delta a_2 + \ldots,$$

Δa_1, Δa_2... désignant les différences $a_1 - a_0$, $a_2 - a_1$,.. et en faisant, pour plus de symétrie, $\Delta a_0 = a_0$; on a donc

$$a_0 + a_1\alpha + a_2\alpha^2 \ldots = \frac{1}{1 - \alpha}(\Delta a_0 + \alpha\Delta a_1 + \alpha^2\Delta a_2 \ldots).$$

et par suite, quel que soit l'entier i,

$$a_0 + a_1\alpha + a_2\alpha^2 \ldots = \frac{1}{(1 - \alpha)^i}(\Delta^i a_0 + \alpha\Delta^i a_1 + \alpha^2\Delta^i a_2 \ldots).$$

Pour $i = 2$, les séries précédentes deviennent très-convergentes.

Puisque les cosinus ne changent pas de signe avec les arcs, on pourra, en supposant $B_{-i} = B_i$ et en comprenant le terme $-\frac{1}{a'^3}$ dans $\frac{1}{2}B_0$, faire

$$\frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{a'^3} = \frac{1}{2} \Sigma B_i \cos i\xi,$$

le signe Σ désignant une somme qui s'étend à toutes les valeurs positives et négatives de i. Les expressions de cette forme jouissent d'une propriété analogue à celle des logarithmes. On a, quel que soit ω,

$$\Sigma B_i \cos i\xi \cos\omega = \tfrac{1}{2}\Sigma B_i \cos(i\xi + \omega) + \tfrac{1}{2}\Sigma B_i \cos(i\xi - \omega),$$
$$\Sigma B_i \cos i\xi \sin\omega = \tfrac{1}{2}\Sigma B_i \sin(i\xi + \omega) - \tfrac{1}{2}\Sigma B_i \sin(i\xi - \omega);$$

et, puisque i doit prendre toutes les valeurs entières positives et négatives, on peut changer, dans les seconds membres, i en $-i$, et l'on aura, à cause de $B_{-i} = B_i$,

$$\Sigma B_i \cos i\xi \cos\omega = \Sigma B_i \cos(i\xi + \omega)$$
$$\Sigma B_i \cos i\xi \sin\omega = \Sigma B_i \sin(i\xi + \omega).$$

Reprenons maintenant les valeurs précédentes de $\frac{dp}{dt}$ et de $\frac{dq}{dt}$.

VI.

On peut donner à ces expressions les formes suivantes :

$$\frac{dp}{dt} = \frac{1}{2} m'a'\sqrt{a} \left\{ (p - p')[\sin(\zeta' + \zeta) - \sin(\zeta' - \zeta)] \right.$$
$$\left. + (q - q')[\cos(\zeta' + \zeta) - \cos(\zeta' - \zeta)] \right\} \left(\frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{a'^3}\right)$$

$$\frac{dq}{dt} = \frac{1}{2} m'a'\sqrt{a} \left\{ (p - p')[\cos(\zeta' + \zeta) + \cos(\zeta' - \zeta)] \right.$$
$$\left. (q - q')[\sin(\zeta' + \zeta) + \sin(\zeta' - \zeta)] \right\} \left(\frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{a'^3}\right).$$

En y substituant pour $\frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{a'^3}$ le développement précédent, on aura, à cause de $\xi = \zeta' - \zeta$, et en changeant i en $i - 1$,

$$\frac{dp}{dt} = \frac{1}{2} m'a' \sqrt{a} (p - p') \Sigma B_{i-1} \{ \sin [i\zeta' - (i-2)\zeta] - \sin i(\zeta' - \zeta) \}$$

$$+ \frac{1}{2} m'a' \sqrt{a} (q - q') \Sigma B_{i-1} \{ \cos [i\zeta' - (i-2)\zeta] - \cos i(\zeta' - \zeta) \}$$

$$\frac{dq}{dt} = \frac{1}{2} m'a' \sqrt{a} (p - p') \Sigma B_{i-1} \{ \cos [i\zeta' - (i-2)\zeta] + \cos i(\zeta' - \zeta \}$$

$$- \frac{1}{2} m'a' \sqrt{a} (q - q') \Sigma B_{i-1} \{ \sin [i\zeta' - (i-2)\zeta] + \sin i(\zeta' - \zeta \} .$$

On voit que les termes du second membre dépendent, en général des longitudes ζ' et ζ des deux planètes, c'est-à-dire que les inégalités qui en résultent dans les valeurs de p et de q dépendent de la configuration des deux planètes et sont, par conséquent, périodiques comme les forces qui les produisent. Les termes indépendants des lieux qu'occupent les planètes et qui ne dépendent que des éléments des orbites, s'obtiennent en faisant, dans les formules précédentes, $i = o$; en représentant donc par P et Q les termes périodiques de $\frac{dp}{dt}$ et de $\frac{dq}{dt}$, qu'on obtient en donnant à i toutes les valeurs entières positives et négatives, o excepté, on aura les formules

$$\frac{dp}{dt} = -(a,a')(q - q') + P,$$

$$\frac{dq}{dt} = \quad (a,a')(p - p') + Q,$$

où l'on a fait, pour abréger, $\frac{1}{2} m'a' \sqrt{a}\, B_1 = (a,a')$.

Les variations de p et de q, dues à ces termes indépendants des longitudes ζ et ζ' des deux astres, ne se développent qu'avec beaucoup de lenteur; mais comme l'action des forces qui les produisent est continue, elles finissent par altérer à la longue, d'une manière très-sensible, la position des orbites; ces variations ont été nommées *variations séculaires*. Celles qui sont dues aux termes périodiques de la force perturbatrice ne font osciller les éléments autour de leur valeur moyenne que dans d'étroites limites; on les a nommées *variations périodiques*.

Occupons-nous en particulier des premières et faisons, par conséquent, abstraction des termes P et Q. Considérons l'action simultanée et réciproque d'un nombre quelconque de planètes m, m', m'', etc. Il est clair que l'on aura, pour déterminer les quantités p, q, p', q', p'', q'', etc., le système d'équations linéaires

$$(a)\left\{\begin{aligned}
\frac{dp}{dt} &= -(a,a')(q-q') - (a,a'')(q-q'') + \ldots\\
\frac{dq}{dt} &= (a,a')(p-p') + (a,a'')(p-p'') + \ldots\\
\frac{dp'}{dt} &= -(a',a)(q'-q) - (a',a'')(q'-q'') + \ldots\\
\frac{dq'}{dt} &= (a',a)(p'-p) + (a',a'')(p'-p'') + \ldots\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}\right.$$

On peut remarquer que $(a',a) = \frac{1}{2} ma\sqrt{\varpi}B_1$, puisque B_1 est une fonction symétrique de a et de a'. A cause de

$$na^2 = \sqrt{a},\ n'a'^2 = \sqrt{a'},$$

on voit qu'il faudra prendre les radicaux $\sqrt{a}, \sqrt{a'}$ avec le même signe ou avec des signes différents, suivant que les planètes m, m' circulent autour du soleil dans le même sens ou dans des directions opposées.

On aura donc, en représentant par $[a, a']$ la fonction symétrique $\frac{1}{2}aa'B_1$, les relations

$$(b)\begin{cases}(a,a')\,m\sqrt{a} = (a',a)\,m'\sqrt{a'} = mm'\,[a,a']\\ (a,a'')\,m\sqrt{a} = (a'',a)\,m''\sqrt{a''} = mm''\,[a,a'']\\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\end{cases}$$

Il suit de là que, si l'on fait, pour abréger,

$$K = \frac{1}{2}\Sigma\, mm'\,[a,a']\,[(p-p')^2 + (q-q')^2],$$

les seconds membres des équations précédentes pourront s'exprimer au moyen des dérivés de K par rapport à p, q, p', q', etc., et que l'on aura

$$\frac{dp}{dt} = -\frac{1}{m\sqrt{a}}\frac{dK}{dq}, \quad \frac{dq}{dt} = \frac{1}{m\sqrt{a}}\frac{dK}{dp},$$
$$\frac{dp'}{dt} = -\frac{1}{m'\sqrt{a'}}\frac{dK}{dq'}, \quad \frac{dq'}{dt} = \frac{1}{m'\sqrt{a'}}\frac{dK}{dp'},$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

Nous démontrerons plus loin que, si l'on fait abstraction des variations périodiques et des termes qui dépendent d'un degré supérieur au premier des masses perturbatrices, les grands axes des orbites planétaires sont invariables; nous pouvons donc considérer les quantités a, a', a'', dans l'intégration des équations précédentes, comme des constantes.

En multipliant la première de ces équations par $\frac{dK}{dp}$ et la seconde par $\frac{dK}{dq}$, on aura, en les ajoutant membre à membre,

$$\frac{dK}{dp}\frac{dp}{dt} + \frac{dK}{dq}\frac{dq}{dt} = o;$$

on aura de même

$$\frac{dK}{dp'}\frac{dp'}{dt} + \frac{dK}{dq'}\frac{dq'}{dt} = o,$$

et ainsi de suite; par conséquent, K est une quantité constante que nous représenterons par K_1; d'où il suit que si l'on fait, pour abréger, $(p - p')^2 + (q - q')^2 = \xi^2$, on aura l'équation

$$\Sigma\, mm'\, [a,a']\, \xi^2 = 2K_1$$

qui est une intégrale des équations proposées.

Il est clair que l'on a, aux quantités près du second ordre, par rapport aux inclinaisons, $p = \varphi \sin \theta$, $q = \varphi \cos \theta$, et que, si l'on imagine une sphère concentrique au soleil dont le rayon soit égal à l'unité, p et q seront les coordonnées du point d'intersection de cette sphère avec la normale au plan de l'orbite de m, ou les coordonnées du pôle de cette orbite; la quantité ξ représente donc la distance des pôles et, par suite, l'inclinaison mutuelle des orbites des astres m et m'. Il suit de là que si le système se réduit à deux planètes, leur inclinaison mutuelle sera constante.

En dérivant les deux membres de l'équation

$$\xi^2 = (p - p')^2 + (q - q')^2,$$

on aura

$$\xi \frac{d\xi}{dt} = (p - p')\left(\frac{dp}{dt} - \frac{dp'}{dt}\right) + (q - q')\left(\frac{dq}{dt} - \frac{dq'}{dt}\right),$$

et en y substituant pour $\frac{dp}{dt}$, $\frac{dq}{dt}$, etc., leurs valeurs tirées des équations (a), il vient

$$\xi \frac{d\xi}{dt} = [(a', a'') - (a, a'')] (0, 1, 2) + \ldots$$

(0, 1, 2) représentant la fonction $pq' - p'q + p'q'' - p''q' + p''q - pq''$, qui ne fait que changer de signe lorsqu'on permute entre elles les quantités p, q, etc. On aura donc aussi

$$\xi' \frac{d\xi'}{dt} = [(a, a') - (a'', a')] (0, 1, 2) + \ldots$$

$$\xi'' \frac{d\xi''}{dt} = [(a'', a) - (a', a)] (0, 1, 2) + \ldots$$

Si l'on multiplie la première de ces équations par $mm' \sqrt{a} \sqrt{a'}$, la seconde par $mm'' \sqrt{a} \sqrt{a''}$, la troisième par $m'm'' \sqrt{a'} \sqrt{a''}$ et ainsi de suite, et si on les ajoute ensuite membre à membre, on aura l'équation

$$\Sigma mm' \sqrt{a} \sqrt{a'}\, \xi \frac{d\xi}{dt} = o,$$

et par suite, en intégrant,

$$\Sigma mm' \sqrt{a} \sqrt{a'} \xi^2 = \text{constante}.$$

Si l'on multiplie la première par $mm' [a, a']$, la seconde par $mm'' [a, a'']$, la troisième par $m'm'' [a', a'']$, etc., et si l'on ajoute membre à membre les équations résultantes, en ayant égard aux relations (b), on a l'équation

$$\Sigma mm' [a, a'] \xi \frac{d\xi}{dt} = o,$$

et l'on retombe sur l'intégrale $\Sigma\, mm' [a, a'] \xi^2 =$ constante, trouvée précédemment.

VII.

Intégrons maintenant les équations (a). Multiplions, pour cela, la première par $Nm\sqrt{a}$, la troisième par $N'm'\sqrt{a'}$, la cinquième par $N''m''\sqrt{a''}$, et ainsi de suite, N, N', N'' étant des constantes indéterminées, et ajoutons membre à membre les équations ainsi obtenues, nous aurons l'équation

$$
\begin{aligned}
Nm\sqrt{a}\,\frac{dp}{dt} + N'm'\sqrt{a'}\,\frac{dp'}{dt} + N''m''\sqrt{a''}\,\frac{dp''}{dt}\cdots = \\
-\left[AN - (a,a')\,N' - (a,a'')\,N''\ldots\right] qm\sqrt{a} \\
-\left[A'N' - (a',a)\,N - (a',a'')\,N''\ldots\right] q'm'\sqrt{a'} \\
-\left[A''N'' - (a,''a)\,N - (a,''a)\,N'\ \ldots\right] q''m''\sqrt{a''} \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots
\end{aligned}
$$

où l'on a fait, pour abréger,

$$
\begin{aligned}
A &= (a,a') + (a,a'') + \ldots \\
A' &= (a,'a) + (a',a'') + \ldots \\
A'' &= (a'',a) + (a'',a') + \ldots \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots
\end{aligned}
$$

Soit g une nouvelle constante et déterminons N, N', etc., par les équations

$$
(c)\left\{
\begin{aligned}
&(g - A)\,N + (a,a')\,N' + (a,a'')\,N'' + \ldots = o, \\
&(g - A')\,N' + (a',a)\,N + (a',a'')\,N'' + \ldots = o, \\
&(g - A'')\,N'' + (a'',a)\,N + (a'',a')\,N'' + \ldots = o. \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots
\end{aligned}
\right.
$$

l'équation précédente deviendra

$$
\begin{aligned}
Nm\sqrt{a}\,\frac{dp}{dt} + N'm'\sqrt{a'}\,\frac{dp'}{dt} + N''m''\sqrt{a''}\,\frac{dp''}{dt}\cdots = \\
-\,g\left(Nm\sqrt{aq} + N'm'\sqrt{a'q'} + N''m''\sqrt{a''q''}\ldots\right).
\end{aligned}
$$

Si l'on multiplie ensuite la seconde des équations (a) par $Nm\sqrt{a}$, la quatrième par $N'm'\sqrt{a'}$, et ainsi de suite, on aura, en les ajoutant membre à membre,

$$Nm\sqrt{a}\frac{dq}{dt} + N'm'\sqrt{a'}\frac{dq'}{dt} + N''m''\sqrt{a''}\frac{dq''}{dt} \cdots$$
$$= g\,(Nm\sqrt{a}p + N'm'\sqrt{a'}p' + N''m''\sqrt{a''}p'' \ldots).$$

Faisons, pour abréger,

$$u = Nm\sqrt{a}\,p + N'm'\sqrt{a'}p' + N''m''\sqrt{a''}p'' + \ldots$$
$$v = Nm\sqrt{a}\,q + N'm'\sqrt{a'}q' + N''m''\sqrt{a''}q'' + \ldots$$

et les deux équations précédentes deviendront

$$\frac{du}{dt} + gv = o, \quad \frac{dv}{dt} - gu = o,$$

qui donnent

$$u = \mathrm{K}\sin(gt + \beta), \quad v = \mathrm{K}\cos(gt + \beta),$$

K et β étant les deux constantes introduites par l'intégration.

L'élimination des quantités N, N', N''... entre les équations (c) donne lieu à une équation qui contient le terme $(g - A)(g - A')(g - A'')\ldots$ et dont le degré s'élève, par conséquent, au nombre n des planètes du système. En représentant par $g, g_1, g_2 \ldots g_{n-1}$ les n racines de cette équation, les équations (c) donneront les valeurs des rapports $\frac{N}{N^{(n-i)}}$, $\frac{N'}{N^{(n-1)}}$ etc., pour chaque valeur de g; de sorte que $N^{(n-1)}$ restera arbitraire. Nous représenterons, en général, par u_i, v_i, N_i, N_i', N_i'' . . . les valeurs de u, v, N, N', N'' qui correspondent à la racine g_i, et nous aurons ainsi les $2n$ équations suivantes :

$$(d) \ldots \left\{ \begin{array}{ll} u = K \sin(gt + \beta), & v = K \cos(gt + \beta) \\ u_1 = K_1 \sin(g_1 t + \beta_1), & v_1 = K_1 \cos(g_1 t + \beta_1) \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots \end{array} \right.$$

Cela posé, multiplions la première des équations (c) par $N_i m \sqrt{a}$, la seconde par $N_i' m' \sqrt{a'}$ et ainsi de suite ; en ajoutant membre à membre les équations résultantes et ordonnant par rapport à N, N', etc., on aura, à cause des relations (b),

$$\begin{array}{l} m\sqrt{a}N\,[(g - A)\,N_i + (a, a')\,N_i' + \ldots] + \\ m'\sqrt{a'}\,[(g - A')\,N_i' + (a', a)\,N_i + \ldots] + \text{etc.} = o, \end{array}$$

Mais on a

$$\begin{array}{l} (g_i - A)\,N_i + (a, a')\,N_i' + \ldots = o, \\ (g_i - A')\,N_i' + (a', a)\,N_i + \ldots = o, \end{array}$$

ce qui réduit l'équation précédente à celle-ci :

$$(g - g_i)\,[NN_i m\sqrt{a} + N'N_i'm'\sqrt{a'} + \ldots] = o;$$

donc, si l'équation en g n'a pas de racines égales, on aura les équations

$$\begin{array}{l} NN_1 m\sqrt{a} + N'N_1'm'\sqrt{a'} + N''N_1''m''\sqrt{a''} \ldots = o \\ NN_2 m\sqrt{a} + N'N_2'm'\sqrt{a'} + N''N_2''m''\sqrt{a''} \ldots = o \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \end{array}$$

Ces relations donnent le moyen de résoudre les équations

$$\begin{array}{l} N\,m\sqrt{a}p + N'\,m'\sqrt{a'}p' + \ldots = u \\ N\,m\sqrt{a}q + N'\,m'\sqrt{a'}q' + \ldots = v \\ N_1 m\sqrt{a}p + N_1'm'\sqrt{a'}p' + \ldots = u_1 \\ N_1 m\sqrt{a}q + N_1'm'\sqrt{a'}q' + \ldots = v_1 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \end{array}$$

par rapport à p,p', q,q', etc., et il est aisé de voir que l'on aura

$$p = \frac{N}{K} u + \frac{N_1}{K_1} u_1 + \dots \qquad q = \frac{N}{K} v + \frac{N_1}{K_1} v_1 + \dots$$

$$p' = \frac{N'}{K} u + \frac{N_1'}{K_1} u_1 + \dots \qquad q' = \frac{N'}{K} v + \frac{N_1'}{K_1} v_1 + \dots$$

$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

Car si l'on substitue ces valeurs dans celles de u,v, u',v'..., ces équations seront satisfaites, et l'on aura

$$K = N^2\, m\sqrt{a} + N'^2\, m'\sqrt{a'} + \dots$$

$$K_1 = N_1^2\, m\sqrt{a} + N'^2_1\, m'\sqrt{a'} + \dots$$

$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

Mais on peut aussi substituer les valeurs de u,v, u',v', etc., dans celles de p, q, ... et, en composant les coefficients des termes semblables, on aura ces nouvelles relations entre les coefficients N, N'... N_1, N'_1...,

$$(e) \dots\dots \left\{\begin{array}{l} \dfrac{N^2}{K} + \dfrac{N_1^2}{K_1} + \dfrac{N_2^2}{K_2} \dots = \dfrac{1}{m\sqrt{a}} \\ \dfrac{N'^2}{K} + \dfrac{N_1'^2}{K_1} + \dfrac{N'^2}{K_2} \dots = \dfrac{1}{m'\sqrt{a'}} \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \dfrac{NN'}{K} + \dfrac{N_1N_1'}{K_1} + \dfrac{N_2N_2'}{K_2} \dots = 0 \\ \dfrac{NN''}{K} + \dfrac{N_1N_1''}{K_1} + \dfrac{N_2N_2''}{K_2} \dots = 0 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \end{array}\right.$$

Ces relations peuvent servir à démontrer, d'une manière très-simple, que l'équation en g a une racine égale à zéro; car, si l'on multiplie la première par m^2a, la seconde par

m'^2a', etc., et les équations du second groupe respectivement par $2mm'\sqrt{a}\sqrt{a'}$, $2mm''\sqrt{a}\sqrt{a''}$, etc., on aura, en les ajoutant membre à membre,

$$\frac{(Nm\sqrt{a}+N'm'\sqrt{a'}+\ldots)^2}{K}+\frac{(N_1m\sqrt{a}+N_1'm'\sqrt{a'}\ldots)^2}{K_1}+\ldots$$
$$=m\sqrt{a}+m'\sqrt{a'}+\ldots$$

Mais les équations (c) donnent, en multipliant la première par $m\sqrt{a}$, la seconde par $m'\sqrt{a'}$, et en les ajoutant,

$$g_i(N_im\sqrt{a}+N_i'm'\sqrt{a'}+\ldots)=o;$$

donc si toutes les racines g, g_1... étaient différentes de zéro, on aurait $N_im\sqrt{a}+N_i'm'\sqrt{a'}+\ldots=o$ pour toutes les valeurs de i, ce qui est impossible, d'après l'équation précédente. En supposant donc que g soit nul, on aura

$$(Nm\sqrt{a}+N'm'\sqrt{a'}+\ldots)^2=(m\sqrt{a}+m'\sqrt{a'}+\ldots)$$
$$(N^2m\sqrt{a}+N'^2m'\sqrt{a'}+\ldots),$$
$$N_1m\sqrt{a}+N_1'm'\sqrt{a'}+\ldots=o,$$
$$N_2m\sqrt{a}+N_2'm'\sqrt{a'}+\ldots=o,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

dont la première peut se mettre sous la forme

$$(N-N')^2\,mm'\sqrt{a}\sqrt{a'}+(N-N'')^2\,mm''\sqrt{a}\sqrt{a''}+\ldots=o,$$

et donne, par suite,

$$N=N'=N''\ldots,$$

ce qui résulte d'ailleurs des équations (c).

Les équations

$$u_i=K_i\sin(g_it+\beta_i),\quad v_i=K_i\cos(g_it+\beta_i)$$

donnent, en ajoutant leurs carrés,

$$u_i^2 + v_i^2 = K_i^2,$$

c'est-à-dire

$$(f)\qquad (N_i m \sqrt{a}\, p + N_i' m' \sqrt{a'}\, p' + \ldots)^2 +$$
$$(N_i m \sqrt{a}\, q + N_i' m' \sqrt{a'}\, q' \ldots)^2 = (N_i^2 m \sqrt{a} + N_i'^2 m' \sqrt{a'} \ldots)^2$$

En donnant à i toutes les valeurs $0, 1, 2, \ldots n-1$, on a n intégrales entre les $2n$ quantités p, q, p', q', etc., d'où il résulte que la position des nœuds peut être déterminée lorsqu'on connaît les inclinaisons des orbites, et réciproquement. Ces n intégrales, qui ont été données par M. Leverrier, dans son *Mémoire sur les variations séculaires des éléments des orbites*, résultent immédiatement des formules qui se trouvent à la page 302 du tome Ier de la *Mécanique céleste.* Celle de ces intégrales qui correspond à la racine $g = o$ se décompose dans les deux suivantes :

$$m \sqrt{a}\, p + m' \sqrt{a'}\, p' \ldots = \frac{K}{N} \sin \beta$$

$$m \sqrt{a}\, q + m' \sqrt{a'}\, q' \ldots = \frac{K}{N} \cos \beta,$$

qu'on obtient en faisant $g = o$ dans les valeurs de u et de v. Divisons la première des équations (f) par K, la seconde par K_1, la troisième par K_2 et ajoutons-les ensuite membre à membre; à cause des relations (e), on aura

$$m\sqrt{a}\,(p^2 + q^2) + m'\sqrt{a'}\,(p'^2 + q'^2) + m''\sqrt{a''}\,(p''^2 + q''^2 \ldots)$$
$$= K + K_1 + K_2 \ldots + = m\sqrt{a}\,(N^2 + N_1^2 + N_2^2 + \ldots)$$
$$+ m'\sqrt{a'}\,(N'^2 + N_1'^2 + N_2'^2 + \ldots) + \ldots;$$

ou, ce qui revient au même,

$$m\sqrt{a}\; \varphi^2 + m'\sqrt{a'}\; \varphi'^2 + m''\sqrt{a''}\; \varphi''^2 \ldots = \text{constante}.$$

Il suit de là que si, à une époque quelconque, les angles φ, φ' sont très-petits, la constante du second membre le sera elle-même, et, par conséquent, les termes du premier membre ne pourront pas croître indéfiniment avec le temps, ce qui exige que les racines g_1, g_2... soient toutes réelles et inégales; car si quelques-unes de ces quantités étaient égales ou imaginaires, p,q, p',q' contiendraient des termes croissant indéfiniment avec le temps, ce qui est impossible.

Si l'on substitue à u, v, etc., leurs valeurs dans celles de p,q, etc., on aura

$$\begin{aligned}
p &= \text{N} \sin(gt + \beta) + \text{N}_1 \sin(g_1 t + \beta_1) + \ldots \\
q &= \text{N} \cos(gt + \beta) + \text{N}_1 \cos(g_1 t + \beta_1) + \ldots \\
p' &= \text{N}' \sin(gt + \beta) + \text{N}_1' \sin(g_1 t + \beta_1) + \ldots \\
q' &= \text{N}' \cos(gt + \beta) + \text{N}_1' \cos(g_1 t + \beta_1) + \ldots \\
& \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}$$

En ajoutant les carrés des deux premières, il vient

$$\begin{aligned}
\varphi^2 = \text{N}^2 + \text{N}_1^2 + \text{N}_2^2 \ldots + & 2\text{NN}_1 \cos[(g_1 - g)t + \beta_1 - \beta] \\
+ & 2\text{NN}_2 \cos[(g_2 - g)t + \beta_2 - \beta] \\
& \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}$$

d'où il résulte que si l'on prend tous les coefficients avec le signe plus, en remplaçant les cosinus par l'unité, on aura

$$\varphi_1 = \text{N} + \text{N}_1 + \text{N}_2 \ldots$$

pour limite supérieure de φ.

Les constantes $\text{N}^{(n-1)}$, $\text{N}_1^{(n-1)}$, $\text{N}_2^{(n-1)}$..., β, β_1, β_2... se déterminent par les valeurs initiales de p,q, p',q', etc.; en les représentant par p_0,q_0, p_0',q_0', etc., et en faisant, pour abréger,

$$\frac{\text{N}_i}{\text{N}_i^{(n-1)}} = \alpha_i, \quad \frac{\text{N}_i'}{\text{N}_i^{(n-1)}} = \alpha_i', \text{ etc.,}$$

on tirera des équations

$$N_i m \sqrt{a}\, p_0 + N_i' m' \sqrt{a'}\, p_0' + \ldots = K_i \sin \beta_i,$$
$$N_i m \sqrt{a}\, q_0 + N_i' m' \sqrt{a'}\, q_0' + \ldots = K_i \cos \beta_i,$$

les valeurs suivantes :

$$\operatorname{tang} \beta_i = \frac{m\sqrt{a}\, \alpha_i p_0 + m'\sqrt{a'}\, \alpha_i' p_0' + \ldots}{m\sqrt{a}\, \alpha_i q_0 + m'\sqrt{a'}\, \alpha_i' q_0' + \ldots}$$

$$N_i^{(n-1)} \sin \beta_i = \frac{m\sqrt{a}\, \alpha_i p_0 + m'\sqrt{a'}\, \alpha_i' p_0' + \ldots}{m\sqrt{a}\, \alpha_i^2 + m'\sqrt{a'}\, \alpha_i'^2 + \ldots}$$

On peut donner aux équations qui déterminent le mouvement des nœuds et les inclinaisons des orbites planétaires une autre forme, en substituant, dans les équations (a), à p, q, p', q' leurs valeurs

$$p = \varphi \sin \theta, \quad q = \varphi \cos \theta.$$

. . . .

On tire de là

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{dp}{dt} \sin \theta + \frac{dq}{dt} \cos \theta,$$

$$\varphi \frac{d\theta}{dt} = \frac{dp}{dt} \cos \theta - \frac{dq}{dt} \sin \theta,$$

équations qui donnent, en y substituant pour $\frac{dp}{dt}$, $\frac{dq}{dt}$, leurs valeurs,

$$\frac{d\varphi}{dt} = (a, a')\, \varphi' \sin(\theta - \theta') + (a, a'')\, \varphi'' \sin(\theta - \theta'') + \ldots$$

$$\varphi \frac{d\theta}{dt} = -(a, a')[\varphi - \varphi' \cos(\theta - \theta')] - (a, a'')[\varphi - \varphi'' \cos(\theta - \theta'')] + \ldots$$

En y changeant φ en φ', on aura des expressions analogues pour les valeurs de $\frac{d\varphi'}{dt}$, $\frac{d\theta'}{dt}$, etc.

De ces équations on tire sans difficulté,

$$m\sqrt{a}\varphi^2 \frac{d\theta}{dt} + m'\sqrt{a'}\varphi'^2 \frac{d\theta'}{dt} + \ldots$$

$$= - m\sqrt{a}\,(a, a')\,[\varphi^2 + \varphi'^2 - 2\varphi\varphi' \cos(\theta' - \theta)] - \text{etc.} = -2K.$$

La constante K étant positive, on en conclut que la moyenne des vitesses des nœuds est négative.

VIII.

Supposons le cas de deux planètes m et m' et différentions, par rapport au temps, les équations

$$\frac{dp}{dt} = -\,(a, a')\,(q - q'),$$

$$\frac{dq}{dt} = \quad (a, a')\,(p - p'),$$

nous aurons, en substituant dans les seconds membres à $\frac{dq}{dt}$, $\frac{dq'}{dt}$, etc., leurs valeurs, en en représentant par k la fonction symétrique $\frac{(a, a') + (a' a)}{\sqrt{a}\cdot\sqrt{a'}}$ $[a, a']$,

$$\frac{d^2p}{dt^2} = km'\sqrt{a'}\,(p' - p),$$

$$\frac{d^2q}{dt^2} = km'\sqrt{a'}\,(q' - q),$$

$$\frac{d^2p'}{dt^2} = km\sqrt{a}\,(p - p'),$$

$$\frac{d^2q'}{dt^2} = km\sqrt{a}\,(q - q').$$

Donc le mouvement des plans des orbites est le même que si leurs pôles s'attiraient proportionnellement aux masses des planètes multipliées par les racines carrées des demi-axes et en raison directe de leur distance.

La même proposition subsiste dans le cas général d'un nombre quelconque de planètes; car si l'on représente par $\{a, a'\}$ une fonction des demi-axes a, a', a'' symétrique par rapport à a et a', on aura les équations

$$\frac{d^2p}{dt^2} = \{a,a'\} m\sqrt{a}(p'-p) + \{a,a''\} m''\sqrt{a''}(p''-p) + \ldots$$

$$\frac{d^2q}{dt^2} = \{a,a'\} m\sqrt{a}(q'-q) + \{a,a''\} m''\sqrt{a''}(q''-q) + \ldots$$

. . . .

d'où résulte la proposition qu'on vient d'énoncer.

IX.

Considérons en particulier le mouvement du plan de l'orbite de la lune. Prenons pour plan fixe des XY le plan de l'écliptique à l'origine du temps; soient α et λ les variations annuelles de l'inclinaison et de la longitude de l'écliptique mobile, α et β seront de très-petites quantités, et l'on aura

$$p' = \alpha t \sin \lambda t, \quad q' = \alpha t \cos \lambda t.$$

Les équations pour déterminer p et q seront donc

$$\frac{dp}{dt} + kq = k\alpha t \cos \lambda t, \quad \frac{dq}{dt} - kp = -k\alpha t \sin \lambda t,$$

k représentant la fonction (a, a').

L'intégration donne

$$p = -l \sin(kt + \varepsilon) + \frac{k\alpha}{k+\lambda}\left[t \sin \lambda t + \frac{1}{k+\lambda} \cos \lambda t\right],$$

$$q = \quad l \cos(kt + \varepsilon) + \frac{k\alpha}{k+\lambda}\left[t \cos \lambda t - \frac{1}{k+\lambda} \sin \lambda t\right],$$

l et ε étant les deux constantes arbitraires.

A cause de la petitesse des coefficients α et λ par rapport à k, on peut négliger sans erreur sensible le produit $\frac{\alpha\lambda}{k}$ et remplacer ces équations par les suivantes :

$$p = -l \sin(kt + \varepsilon) + \alpha\left(t \sin \lambda t + \frac{1}{k} \cos \lambda t\right),$$

$$q = \quad l \cos(kt + \varepsilon) + \alpha\left(t \cos \lambda t - \frac{1}{k} \sin \lambda t\right),$$

et l'on aura

$$p - p' = -l \sin(kt + \varepsilon) + \frac{\alpha}{k} \cos \lambda t,$$

$$q - q' = \quad l \cos(kt + \varepsilon) - \frac{\alpha}{k} \sin \lambda t).$$

On tire de là, en négligeant le carré de $\frac{\alpha}{k}$,

$$(p - p')^2 + (q - q')^2 = l^2 - \frac{2l\alpha}{k} \sin[(k - \lambda)t + \varepsilon]$$

et, par suite, pour l'inclinaison de l'orbite de la lune sur l'écliptique mobile,

$$\varphi = l - \frac{\alpha}{k} \sin[(k - \lambda)t + \varepsilon].$$

En négligeant $\frac{\alpha}{k}$, on a aussi

$$\frac{p - p'}{q - q'} = -\operatorname{tang}(kt + \varepsilon).$$

Donc k est la vitesse moyenne de la rétrogradation des nœuds de la lune. A cause de la rapidité de ce mouvement, le coefficient $\frac{\alpha}{k}$ est très-petit, et il en résulte que l'action du soleil ne produit, dans l'inclinaison de l'orbite de cet astre sur l'écliptique mobile, aucune inégalité croissant avec le temps. L'orbite de la lune est donc entraînée avec l'écliptique dans son mouvement séculaire.

Séance du 5 mars 1859.

M. **Melsens**, directeur.

M. **Ad. Quetelet**, secrétaire perpétuel.

Sont présents : MM. Sauveur, Timmermans, Wesmael, Martens, Stas, De Koninck, Van Beneden, A. De Vaux, le vicomte B. Du Bus, Nyst, Gluge, Nerenburger, Schaar, Liagre, Duprez, Brasseur, Poelman, *membres;* Schwann, Spring, Lacordaire, Lamarle, *associés;* d'Udekem, Gloessener, Montigny, Candèze, *correspondants.*

M. Ed. Fétis, *membre de la classe des beaux-arts*, assiste à la séance.

CORRESPONDANCE.

M. le Ministre de l'intérieur fait parvenir une copie de l'arrêté royal, en date du 7 février dernier, qui modifie en quelques points l'arrêté du 6 juillet 1851, relatif aux cinq prix quinquennaux de 5,000 francs chacun, en faveur des meilleurs ouvrages qui auront été publiés, en Belgique, par des auteurs belges et qui se rattacheront à l'une des catégories déterminées par ledit arrêté :

1° Sciences morales et politiques;

2° Littérature française;

3° Littérature flamande;

4° Sciences physiques et mathématiques;

5° Sciences naturelles.

Le même arrêté concerne le prix quinquennal d'histoire établi par l'arrêté royal du 1er décembre 1845; il porte :

1° Le jury chargé de juger le prix quinquennal ne pourra délibérer qu'au nombre de cinq membres.

2° Lorsqu'il aura pris connaissance des ouvrages soumis à son examen, il décidera, en le désignant, si parmi eux il en est un qui mérite le prix quinquennal à l'exclusion des autres.

La question sera mise aux voix sans division.

Elle ne pourra être résolue affirmativement que par quatre voix au moins.

Aucun membre n'aura la faculté de s'abstenir de voter.

3° L'art. 5 de l'arrêté royal du 6 juillet 1851 est rapporté.

4° Les dispositions qui précèdent et celles que renferme le règlement du 29 novembre 1851, sont applicables au prix quinquennal d'histoire institué par l'arrêté royal du 1er décembre 1845.

— Par une autre lettre, M. le Ministre de l'intérieur fait connaître que les membres du jury chargés de décerner le prix quinquennal des sciences physiques et mathématiques pour la période de 1854 à 1859, sont, cette année : MM. De Koninck, Liagre, Martens, Nerenburger, Stas, Timmerhans et Timmermans.

— M. Éd. Everett écrit de Boston que la bibliothèque du docteur Bowditch sera ouverte, et que les corps savants qui envoyaient leurs publications à l'illustre mathématicien américain, sont invités à continuer leurs communications.

— Le congrès scientifique de France fait parvenir le programme de sa 26^{me} session, dont l'ouverture aura lieu à Limoges, le 12 septembre 1859.

— M^{me} Scarpellini transmet, avec les dernières observations météorologiques faites à Rome, une notice sur les tremblements de terre survenus dans cette ville pendant l'année 1858.

— M. de Selys-Longchamps communique le résultat des observations qu'il a faites avec M. Michel Ghaye, sur l'état de la végétation à Waremme, le 21 octobre dernier.

— L'Académie de Palerme remercie l'Académie pour l'envoi de ses publications.

— Le corps d'état-major des ingénieurs des mines de

Russie fait parvenir un exemplaire des annales de l'Observatoire physique central de Russie pour 1855. — Remercîments.

— L'Académie accepte le dépôt d'un billet cacheté, déposé par M. Melsens.

— M. le secrétaire perpétuel présente :

1° Une note de M. Phocas Lejeune *Sur une maladie des plantes crucifères agricoles et horticoles;* (Commissaires : MM. Kickx et Wesmael.)

2° Un mémoire *Sur la berbérine et ses sels*, par M. Louis Henry, de Marche, professeur à l'université de Louvain. (Commissaires : MM. Martens, Stas et De Koninck.)

— M. Lamarle est prié de se joindre aux commissaires déjà nommés précédemment pour examiner un mémoire de M. Bède *Sur la capillarité.*

RAPPORTS.

M. le secrétaire perpétuel fait connaître que les comptes de l'Académie pour 1858, déjà approuvés par la commission administrative, ont été examinés et admis également par la commission des finances de la classe des sciences.

COMMUNICATIONS ET LECTURES.

Note sur une classe particulière de surfaces à aire minima; par M. Lamarle, associé de l'Académie.

1. On sait que les surfaces qui satisfont à la condition de circonscrire un volume donné *sous une aire minima*, remplissent en même temps d'autres conditions très-remarquables. Déterminées géométriquement par *la constance de leur courbure moyenne*, elles représentent, au point de vue physique, les formes extérieures qu'affecte une masse liquide où l'équilibre subsiste sous la seule influence des attractions moléculaires.

Cette propriété des surfaces à aire *minima* se rattache à la théorie capillaire. Elle offre, à cet égard, des moyens précieux d'investigation, et elle acquiert une importance toute nouvelle depuis que les formes d'équilibre d'une masse liquide, supposée libre entre certaines limites, ont été rendues réalisables par une ingénieuse invention due à M. Plateau.

En présence des moyens nouveaux mis à la disposition du physicien pour étudier les principaux phénomènes de l'attraction moléculaire, il y a un véritable intérêt à augmenter le nombre des données théoriques susceptibles d'être vérifiées par voie d'expérience. Tel est, en partie, l'objet que nous nous proposons dans la présente note.

Déjà plusieurs géomètres ont traité la question qui nous occupe ici. Monge a, le premier, donné l'intégrale générale des surfaces dont la courbure moyenne est partout égale à zéro. Au point de vue des applications, cette première solution, toute compliquée d'imaginaires, laissait beaucoup à désirer. MM. Ossian Bonnet et Catalan ont donné d'autres solutions simples et satisfaisantes. En dehors de ce cas particulier, aujourd'hui résolu, le cas général des surfaces à courbure moyenne constante a été l'objet de travaux distincts accomplis par d'autres géomètres, au nombre desquels nous citerons MM. Delaunay, Beer, etc. Ces derniers travaux ont fait connaître quelles sont, parmi les surfaces de révolution, celles qui pour un même volume circonscrit, ont une aire *minima*. Nous poursuivons ces recherches en les appliquant au cas d'une surface engendrée par le déplacement d'une ligne qui tourne autour d'un axe, en même temps qu'elle se déplace parallèlement à cet axe. Nous admettons d'ailleurs que les angles décrits par rotation sont et restent proportionnels aux longueurs franchies par translation.

On observera que le problème ainsi énoncé, comprend, comme cas particuliers, les surfaces de révolution et, de plus, parmi les surfaces réglées qui ne sont point de révolution, l'hélicoïde gauche à plan directeur. Il embrasse ainsi toutes les solutions possibles, en ce qui concerne les surfaces réglées et les surfaces de révolution. Il comprend, en outre, une autre solution déjà connue et plusieurs solutions nouvelles.

2. Prenons un système d'axes coordonnés rectangulaires et représentons par

$$x = \varphi(y)$$

l'équation d'une ligne quelconque tracée dans le plan des x, y.

Par hypothèse, cette ligne tourne autour de l'axe des x

en même temps qu'elle glisse parallèlement à cet axe. Soit l la longueur franchie par translation pendant une révolution complète : l'on a

$$\frac{l}{2\pi} = \text{const} = \mu,$$

et l'on trouve aisément pour équation de la surface engendrée

$$(1) \quad \ldots \quad x = \mu \text{ arc tang } \frac{z}{y} + \varphi(z^2 + y^2).$$

Cela posé, le problème qu'il s'agit de résoudre consiste à déterminer, parmi les surfaces que l'équation (1) représente, celles qui satisfont à la condition d'avoir *une courbure moyenne constante,* ou, ce qui revient au même, de *circonscrire un volume donné sous une aire minima.*

Si, d'abord, nous nous plaçons au premier point de vue et que nous désignions par ρ et ρ' les deux rayons de courbure principaux en un point quelconque de l'une des surfaces cherchées, nous aurons pour équation du problème

$$(2) \quad \ldots\ldots \quad \frac{1}{\rho} + \frac{1}{\rho'} = \text{const} = \frac{2}{r}.$$

r étant le rayon qui mesure la courbure moyenne.

La condition exprimée par l'équation (2) a pour traduction générale

$$(3) \left[1 + \left(\frac{dx}{dy}\right)^2\right]\frac{d^2x}{dz^2} - 2\frac{dx}{dz}\cdot\frac{dx}{dy}\cdot\frac{d^2x}{dz\,dy} + \left[1 + \left(\frac{dx}{dz}\right)^2\right]\frac{d^2x}{dy^2}$$
$$= \frac{2}{r}\left[1 + \left(\frac{dx}{dy}\right)^2 + \left(\frac{dx}{dz}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}.$$

Transportons dans l'équation (3) les valeurs des coefficients différentiels qu'elle renferme, en les déduisant de l'équation (1), et posant $z = o$ dans les résultats obtenus. Nous avons ainsi pour équation différentielle de la ligne méridienne cherchée

$$(4) \quad \ldots \frac{(1 + \varphi'(y)^2)\,\varphi'(y)}{y} + 2\frac{\mu^2}{y^3}\varphi'(y) + \left(1 + \frac{\mu^2}{y^2}\right)\varphi''(y)$$

$$= \frac{2}{r}\left[1 + \varphi'(y)^2 + \frac{\mu^2}{y^2}\right]^{\frac{3}{2}}.$$

Si, d'ailleurs, on prend x pour variable indépendante et qu'on pose

$$\frac{dy}{dx} = p, \quad \frac{d^2y}{dx^2} = q,$$

il vient

$$\varphi'(y) = \frac{1}{p}, \quad \varphi''(y) = -\frac{q}{p^3},$$

ce qui donne, au lieu de l'équation (4),

$$\frac{p^2 + 1}{y} + \frac{2\,\mu^2 p^2}{y^3} - q\left[1 + \frac{\mu^2}{y^2}\right] = \frac{2}{r}\left[1 + p^2 + \frac{\mu^2 p^2}{y^2}\right]^{\frac{3}{2}},$$

ou bien encore

$$\frac{dy}{\sqrt{1 + p^2 + \mu^2\frac{p^2}{y^2}}} - \frac{pdy\left[y + \frac{\mu^2}{y}\right] - \frac{p^2\mu^2}{y^2}dy}{\left[1 + p^2 + \mu^2\frac{p^2}{y^2}\right]^{\frac{3}{2}}} = \frac{2}{r}\,ydy,$$

et, intégrant une première fois,

$$(5) \quad \ldots \frac{y}{\sqrt{1 + p^2 + \mu^2\frac{p^2}{y^2}}} = \frac{y^2}{r} + \mathrm{C}.$$

3. Au lieu d'opérer, comme nous venons de le faire, on peut déterminer la ligne méridienne par la condition qu'elle engendre pour un volume donné une aire *minima*, ou pour une aire donnée le plus grand volume.

En supposant une révolution complète, les expressions du volume et de l'aire *engendrée* sont respectivement

$$\pi\int y^2 dx \text{ et } 2\pi\int y dx\sqrt{1+p^2+\mu^2\frac{p^2}{y^2}}.$$

On déduit de là, eu égard à la condition qui doit être remplie,

$$\delta\int\left(y^2+2ay\sqrt{1+p^2+\mu^2\frac{p^2}{y^2}}\right)dx=o.$$

Or, en regardant comme fixes les deux extrémités de l'arc générateur, et ne faisant varier que x, l'on a d'abord

$$\delta p=-\frac{dy\,.\,\delta dx}{dx^2},$$

puis substituant dans la variation de l'intégrale

$$\int\left(y^2+\frac{2ay}{\sqrt{1+p^2+\mu^2\frac{p^2}{y^2}}}\right)d\delta x=o.$$

Il vient donc, en intégrant par parties et observant qu'aux limites $\delta\, x=o$,

$$\int\left(\delta x\,.\,d\left[y^2+\frac{2ay}{\sqrt{1+p^2+\mu^2\frac{p^2}{y^2}}}\right]=o.\right.$$

De là résulte, comme précédemment,

$$y^2 + \frac{2ay}{\sqrt{1 + p^2 + \mu^2\frac{p^2}{y^2}}} = \text{const.}$$

4. Reprenons l'équation (5), où nous savons, *à priori*, quel sens s'attache à la constante r. En y remplaçant p par $\frac{dy}{dx}$, on trouve, en général,

$$(6)\ .\ .\ dx = \frac{\sqrt{y^2+\mu^2}}{y}\ \frac{y^2+cr}{\sqrt{r^2y^2-(y^2+cr)^2}}\,dy,$$

et, pour le cas particulier des surfaces de révolution, μ étant égal à zéro,

$$(7)\ .\ .\ .\ dx = \frac{y^2+cr}{\sqrt{r^2y^2-(y^2+cr)^2}}\,dy.$$

Désignons les premières surfaces sous le nom d'*hélicoïdes* et observons que leurs lignes méridiennes, exprimées par l'équation (6), dérivent très-simplement de celles qui correspondent aux surfaces de révolution et qui sont représentées par l'équation (7). Pour passer de celles-ci à celles-là, il suffit de considérer de part et d'autre les points qui ont même ordonnée et d'y réduire, dans le rapport de y à $\sqrt{y^2+\mu^2}$, la tangente de l'angle que la touchante à la courbe fait avec l'axe des x.

On sait, d'après M. Delaunay, que les lignes méridiennes des surfaces de révolution, à *courbure moyenne constante*, sont les roulettes engendrées par le foyer d'une section conique qui roule sans glisser sur l'axe de révolution. Soit y l'ordonnée du point décrivant et ω la vitesse angulaire de roulement; si, *toutes choses restant d'ailleurs les mêmes,* on fait glisser la section conique avec la vitesse variable $\omega\,(\sqrt{y^2+\mu^2}-y)$, les roulettes se modifient et deviennent les lignes méridiennes des *hélicoïdes à courbure moyenne constante.*

Lorsque la ligne méridienne est une droite parallèle ou perpendiculaire à l'axe de révolution, elle ne se modifie point, dans le passage des surfaces de révolution aux hélicoïdes correspondants. Le cas du parallélisme donne le cylindre droit à base circulaire pour les deux genres de surfaces. Le cas de la perpendicularité donne, d'une part, le plan, de l'autre, l'hélicoïde gauche à plan directeur, et il est ainsi démontré que, dans cet hélicoïde, la courbure moyenne est constamment nulle.

5. Signalons un résultat curieux, fourni par l'induction, et d'ailleurs très-facile à établir rigoureusement.

Soient, *en général,* A, A′ deux surfaces dont l'une est un hélicoïde, l'autre une surface de révolution.

Soient s, s' leurs lignes méridiennes respectives et x, x' les abscisses qui correspondent de part et d'autre à deux points m, m' équidistants de l'axe de révolution.

μ étant le rapport de la vitesse de translation à la vitesse angulaire dans la génération de la surface A, on suppose qu'il existe entre les lignes méridiennes s, s' la relation générale

$$dx' = \frac{y}{\sqrt{y^2+\mu^2}}\,dx.$$

Cela posé, on a le théorème suivant :

m, m′ *étant deux points équidistants de l'axe, et pris, l'un sur la surface* A, *l'autre sur la surface* A′, *il y a même courbure moyenne en chacun de ces points.*

Ce théorème comporte, ainsi qu'on le voit aisément, une infinité d'applications particulières. Nous nous bornerons à en donner une.

Supposons la ligne s droite et inclinée sur l'axe de révolution.

La surface A est un hélicoïde gauche; la surface A′ un hyperboloïde de révolution à deux nappes.

Soit p la tangente de l'inclinaison de la droite s sur l'axe; la ligne s' a pour équation

$$px' + c = \sqrt{\mu^2 + y^2}.$$

On voit ainsi comment se correspondent l'hélicoïde gauche et l'hyperboloïde de révolution, ces deux surfaces ayant même courbure moyenne en leurs points conjugués, c'est-à-dire en deux points quelconques pris, de part et d'autres, à égale distance de l'axe des x.

DISCUSSION DE L'ÉQUATION (6).

6. Reprenons l'équation (6) et supposons d'abord que la courbure moyenne, assujettie à demeurer constante, soit égale à zéro. Il vient alors

$$dx = \pm c \sqrt{\frac{\mu^2 + y^2}{y^2 - c^2}} \cdot \frac{dy}{y},$$

et désignant par c' la constante introduite par la seconde intégration.

$$x = c' \pm c \log\left(\sqrt{y^2 + \mu^2} - \sqrt{y^2 - c^2}\right) \pm \mu \text{ arc tang } \frac{\mu c}{y^2 - \sqrt{(y^2 + \mu^2)(y^2 - c^2)}}$$

L'hypothèse $c = o$ donne pour ligne méridienne

$$x = c'$$

et pour surface correspondante, l'hélicoïde gauche à plan directeur.

En général, la ligne méridienne est une courbe située tout entière au-dessus de l'axe des x et dont le point le plus bas répond à l'ordonnée $y = c$. Si l'on détermine la constante c' de manière que l'axe des y passe par ce point, l'on a

$$x = \mu \operatorname{arc\,tang.} \frac{\mu}{c}\sqrt{\frac{y^2 - c^2}{y^2 + \mu^2}} - c \log. \frac{\sqrt{y^2+\mu^2} - \sqrt{y^2 - c^2}}{\sqrt{\mu^2 + c^2}} \;(*)$$

ou posant

$$z = \mu \text{ arc tang.} \frac{\mu}{c}\sqrt{\frac{y^2 - c^2}{y^2 + \mu^2}}$$

et substituant

$$\sqrt{y^2 + \mu^2} = \frac{\sqrt{\mu^2 + c^2}}{2}\left[e^{\frac{x+z}{c}} + e^{-\frac{x+z}{c}}\right].$$

Soit $\mu = o$. La surface engendrée étant alors de révolution, il vient pour ligne méridienne

$$y = \frac{c}{2}\left[e^{\frac{x}{c}} + e^{-\frac{x}{c}}\right],$$

c'est-à-dire la chaînette.

7. Dans le cas général, la courbure moyenne n'étant pas nulle, on a,

$$dx = \frac{\sqrt{y^2 + \mu^2}}{y} \frac{y^2 + cr}{\sqrt{r^2y^2 - (y^2 + cr)^2}} dy.$$

(*) MM. Ossian Bonnet et Catalan ont donné cette solution comme cas

Posons

$$y^2 + \mu^2 = z^2,$$

il vient

$$dx = \frac{z^2(z^2-\mu^2+cr)dz}{(z^2-\mu^2)\sqrt{\left[z^2+cr-\mu^2+\frac{r}{2}\sqrt{r^2-4cr}\right]\left[\frac{r}{2}\sqrt{r^2-4cr}+\frac{r^2}{2}-cr+\mu^2-z^2\right]}}$$

Soit fait maintenant

$$z^2 = \mu^2 + \frac{r^2-2cr}{2} + \frac{r}{2}\sqrt{r^2-4cr} - r\sqrt{r^2-4cr}.\sin^2\varphi.$$

Le radical qui figure au dénominateur de la valeur de dx se réduit à

$$r\sqrt{r^2-4cr}.\sin\varphi.\cos\varphi.$$

On a d'ailleurs

$$dz = -\frac{r\sqrt{r^2-4cr}.\sin\varphi\cos\varphi}{\sqrt{\mu^2+\frac{r^2-2cr}{2}+\frac{r}{2}\sqrt{r^2-4cr}-r\sqrt{r^2-4cr}.\sin^2\varphi}}d\varphi.$$

posons pour simplifier

$$P^2 = \mu^2 + \frac{r^2-2cr}{2} + \frac{r}{2}\sqrt{r^2-4cr} = \mu^2 + \left(\frac{r}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{r^2-4cr}\right)^2$$

et

$$K^2 = \frac{r\sqrt{r^2-4cr}}{P^2}.$$

---

particulier des surfaces où la courbure moyenne est égale à zéro. (*Comptes rendus des séances de l'Académie*, 1853, volume XXVII, page 531, et volume XL, page 275.)

De là résulte en substituant,

$$(8).\ dx = \mathrm{P}d\varphi\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi} + \frac{cr.d\varphi}{\mathrm{P}\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}} + \frac{\mu^2 c.r.d\varphi}{\mathrm{P}[\mathrm{P}^2-\mu^2-\mathrm{P}^2k^2\sin^2\varphi]\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}}$$

La solution générale se trouve ainsi ramenée aux intégrales elliptiques, et l'on peut la considérer comme complète, au point de vue analytique.

APPLICATION PARTICULIÈRE.

8. Considérons en particulier le cas où $c = o$, c'est-à-dire le cas où il s'agit de l'hélicoïde qui dérive de la sphère et qui lui corrrespond.

L'équation (8) se réduit à la forme très-simple

$$(9)\quad .\quad dx = \sqrt{\mu^2 + r^2}\,.\,d\varphi\sqrt{1 - \frac{r^2}{\mu^2 + r^2}\sin^2\varphi}$$

et l'on a en même temps

$$(10)\quad .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\quad y = r\cos\varphi.$$

Désignons par s l'arc de l'ellipse dont les axes principaux sont respectivement $2a$ et $2b$, on a d'abord pour équation de cette ellipse

$$(11)\quad .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\quad \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

Posons

$$x = a\sin\varphi,$$

il en résulte

$$y = b\cos\varphi$$

et ensuite

$$ds = ad\varphi\sqrt{1 - \frac{a^2 - b^2}{a^2}\sin\varphi^2}.$$

En attribuant aux quantités a, b les valeurs suivantes

$$a = \frac{r}{\mu}\sqrt{\mu^2 + r^2}, \quad b = r,$$

on en déduit pour la différentielle de l'arc elliptique

$$ds = \frac{r}{\mu}\sqrt{\mu^2 + r^2} \,.\, d\varphi\sqrt{1 - \frac{r^2}{\mu^2 + r^2}\sin^2\varphi},$$

et l'on voit aisément comment la courbe méridienne, représentée par les équations (9) et (10) dérive de l'ellipse représentée par l'équation (11).

Soient m, m' deux points quelconques ayant même ordonnée $y = r\cos\varphi$, l'un placé sur l'ellipse, l'autre sur la méridienne cherchée : s étant la longueur de l'arc mesuré sur l'ellipse entre le sommet du petit axe et le point m, $\frac{\mu}{r}s$ est l'abscisse qui correspond au point m' de la courbe méridienne.

S'agit-il ensuite de la section faite dans l'hélicoïde par un plan perpendiculaire à l'axe de révolution et désignée sous le nom de *parallèle?* Le méridien tournant en même temps qu'il glisse, il est visible que, si l'on prend pour pôle le point où le parallèle est percé par l'axe de révolution, les ordonnées du méridien deviennent les rayons vecteurs du parallèle. On voit d'ailleurs que, pour une translation représentée par l'abscisse x du méridien, l'angle décrit par l'ordonnée correspondante est mesurée par l'arc $\frac{x}{\mu}$ du cercle au rayon 1, ou, ce qui revient au même, par l'arc $\frac{rx}{\mu}$ du cercle au rayon r.

Il suit de là que, pour construire le parallèle de l'hélicoïde cherché, on peut opérer de la manière suivante :

1° Tracer avec le rayon r une circonférence de cercle ;

2° Appliquer sur cette circonférence, à partir d'un même point, les arcs s de l'ellipse (11) ;

3° Prendre, dans cette ellipse, les ordonnées qui correspondent aux extrémités des arcs s ;

4° Reporter ces ordonnées sur les rayons vecteurs menés du centre aux extrémités des arcs s devenus circulaires.

9. Procédant comme il vient d'être dit et prenant le centimètre pour unité de longueur, nous avons attribué à μ et r les valeurs suivantes :

$$r = 5,$$

$$\mu = \frac{r}{\sqrt{3}}.$$

De là résulte immédiatement

$$\frac{r^2}{\mu^2 + r^2} = \frac{3}{4}$$

et par suite

$$y = 5 \cos \varphi,$$

$$s = 10 \int_0^\varphi d\varphi \sqrt{1 - \frac{3}{4} \sin^2 \varphi}.$$

Cela posé, nous avons calculé les valeurs qui figurent dans le tableau ci-après, et que l'on peut d'ailleurs déterminer graphiquement.

Valeurs correspondantes et simultanées		
des ANGLES φ.	des ARCS D'ELLIPSE s.	des ORDONNÉES y.
degrés.	centimètres.	centimètres.
0	0	5,000
1	0,1745	4,999
2	0,35	4,997
3	0,52	4,993
4	0,70	4,988
5	0,87	4,981
10	1,74	4,92
15	2,59	4,83
20	3,44	4,698
25	4,26	4,53
30	5,06	4,33
35	5,83	4,095
40	6,57	3,83
45	7,28	3,535
50	7,95	3,214
55	8,59	2,868
60	9,18	2,50
65	9,74	2,11
70	10,27	1,71
75	10,76	1,20
80	11,22	0,86
85	11,67	0,43
90	12,1103	0,00

La partie de la courbe méridienne représentée fig. 1 a pour abscisses les longueurs de l'arc s réduites dans le rapport de μ à r, c'est-à-dire de 1 à $\sqrt{3}$. Les ordonnées correspondantes sont celles qui figurent en regard de ces arcs dans la dernière colonne du tableau précédent.

La partie du parallèle qui correspond à une translation égale en longueur à la corde ac de l'arc abc (fig. 1), est représentée fig. 2. On l'a construite en décrivant une circonférence de cercle ayant son centre en o et cinq centimètres de rayon. On a porté sur cette circonférence, à partir du point o', les arcs s de l'ellipse et sur les rayons vecteurs correspondants aux extrémités de ces arcs, les longueurs exprimées par y dans la troisième colonne.

Le déplacement par translation correspondant à un quart de révolution a pour mesure

$$\frac{5.\pi}{2\sqrt{3}} = 4,5345,$$

c'est-à-dire les 0,524 de la corde ac (fig. 1).

Ces diverses données ont été communiquées à M. Plateau, il y a cinq ou six ans. Il fit alors construire en fil de fer les contours de cinq parallèles, qu'il disposa le long d'un axe en fil de fer (*), dans des plans normaux à cet axe et espacés entre eux de $4^c,53$. Chaque parallèle était rencontré par l'axe au point o et disposé dans son plan de manière que d'un parallèle au parallèle suivant, la droite $o\,o'$ eût tourné d'un angle droit. Cet appareil étant placé dans un mélange d'eau et d'alcool de même densité que l'huile interposée en

(*) L'axe doit être recouvert de fil de coton pour n'être pas mouillé par l'huile, autrement l'expérience ne réussirait pas.

quantité convenable entre l'axe et les parallèles, on vit l'hélicoïde se former de lui-même et affecter exactement la forme déterminée par la ligne méridienne (fig. 1).

Fig. 1.

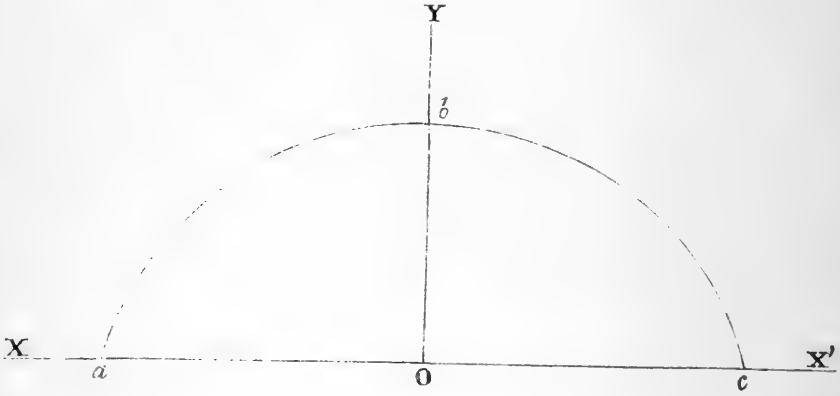
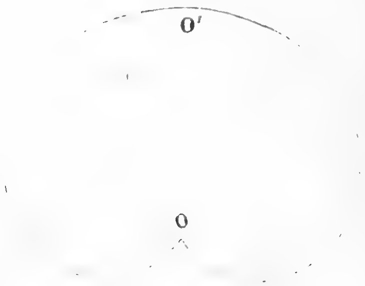


Fig. 2.



N.B. Dans l'impression, les figures (1) et (2) ont été réduites de moitié.

Table de mortalité pour le Brabant, d'après les documents du recensement de 1856; par Ad. Quetelet, secrétaire perpétuel de l'Académie.

La première table de mortalité fut calculée en 1693, pour la ville de Breslau en Silésie, par l'astronome Halley, directeur de l'observatoire royal de Greenwich.

Dans le siècle suivant, des tables semblables furent construites pour la plupart des États de l'Europe. On fit alors la remarque que plusieurs de ces tables étaient calculées par des astronomes : on pouvait, en effet, perdre de vue que la méthode de calcul est à peu près la même que celle qui s'offre pour quelques-uns des phénomènes célestes.

Il existe deux espèces de tables de mortalité : les unes sont déduites indirectement des chiffres annuels des naissances et des décès; les autres sont déduites d'un recensement exact de la population, en y faisant intervenir également les chiffres des naissances et des décès, au moins à titre de vérification, surtout pendant les premiers âges de la vie.

En Belgique, les fluctuations de la mortalité ont été calculées très-tard : le 4 juin 1825, je présentai à l'Académie royale une première table, mais pour la ville de Bruxelles seulement : les nombres étaient calculés d'après les résultats des six années d'observation précédentes.

En 1827, je m'efforçai de donner plus d'extension à cette table, en réunissant aux documents de Bruxelles ceux de quelques autres villes, telles que Tournay et Maestricht. Cette table fut publiée, pendant la même année, dans mes *Recherches sur la population, les naissances, les décès, etc., dans le royaume des Pays-Bas*, page 31.

Je cherchai à donner plus de développement à ces premiers essais, et, en 1832 (1), je publiai une table de mortalité pour la Belgique entière, en faisant la distinction des hommes et des femmes, des villes et des campagnes. Les éléments avaient été empruntés aux registres de l'état civil du royaume, pendant les trois années antérieures à 1830.

Je m'occupai ensuite d'étudier la mortalité sous un autre point de vue. Je construisis une table qui, à côté de la distinction des âges, faisait celle des différents mois de l'année (2), afin de reconnaître *l'influence des saisons*. Un extrait de ce travail a été inséré dans le tome I^er des *Mémoires de l'Académie des sciences morales et politiques de l'Institut de France.*

En 1851, dans un écrit sur les *Nouvelles tables de mortalité pour la Belgique* (3), je rapprochai des nombres que j'avais donnés précédemment, deux nouvelles tables dont l'une était calculée sur les décès de 1841 à 1847 inclusivement et l'autre sur les décès de 1841 à 1845 seulement. Je crus devoir donner la préférence à la dernière, parce qu'elle excluait les nombres de 1846 et 1847 qui me semblaient moins sûrs, et, d'une autre part, à cause de la ressemblance plus grande de ses chiffres avec ceux de 1827 et 1832, dont je comparai les nombres. Jusque-là, les tables de mortalité que j'avais calculées, reposaient sur les chif-

(1) *Recherches sur la reproduction et la mortalité de l'homme aux différents âges et sur la population de la Belgique*, page 36. Bruxelles, 1832. In-8°.

(2) Voyez aussi le tome V des *Mémoires de l'Académie royale de Bruxelles.*

(3) Tome IV des *Bulletins de la Commission centrale de statistique* 1831. In-8°.

fres des naissances et des décès seulement. A la suite du recensement de 1846, je crus que les documents qui venaient d'être recueillis offraient assez de garanties pour permettre, enfin, de calculer directement une table de mortalité, en ne faisant intervenir le chiffre des naissances et celui des décès que pour la vérification des nombres, principalement de ceux qui tiennent aux premiers âges. Je publiai mes résultats dans le tome V des *Bulletins de la Commission centrale de statistique*, lequel parut en 1853; on les trouve aussi dans l'*Almanach séculaire de l'observatoire royal de Bruxelles*, année 1854.

Le recensement qui vient d'être fait à la fin de l'année 1856 m'a permis de reprendre un sujet qui m'a constamment occupé; et si les documents demandés aux provinces ne sont pas encore complétement réunis, du moins j'ai pu vérifier les nombres relatifs à la mortalité dans la province de Brabant; elle est, comme on pouvait s'y attendre, plus forte que dans le reste du royaume. Mais il peut être curieux d'étudier sa marche; je me bornerai à la mettre sous les yeux de mes collègues, en attendant que je puisse en publier les résultats avec ceux de la table générale pour le royaume entier.

Ce genre de recherches n'offre pas seulement un intérêt scientifique; il est de la plus grande utilité pratique dans les pays civilisés, et donne lieu aux applications les plus utiles. Il est peu d'États, sous ce rapport, plus avancés que l'Angleterre et qui recueillent avec plus de succès les avantages de la science, en assurant le bien-être des individus par l'association intelligente des masses.

—

Sur le magnétisme terrestre; par M. Hansteen. — Lettre adressée à M. Ad. Quetelet.

Christiania, le 22 février 1859.

Comme vous avez trouvé mes réductions de l'intensité magnétique à Bruxelles à l'unité absolue de Gauss, et la déduction de la variation séculaire de cette intensité dignes d'être insérées dans le *Bulletin* de votre Académie, je viens vous communiquer une réduction semblable faite dans les environs de Londres. Mais, pour vous mettre en état de juger si le résultat mérite quelque confiance, il est nécessaire d'exposer mon procédé.

En 1819, je reçus de l'artiste anglais Dollond, un cylindre aimanté avec lequel je commençai, à Christiania, une série d'observations, chacune de 300 oscillations horizontales, faites cinq fois par jour : cette série fut continuée jusqu'au 6 mai 1822, et, après une interruption, elle fut reprise dans un autre local et continuée jusqu'en 1827. Par ces observations, j'ai découvert une variation horaire de l'intensité horizontale, savoir un *minimum* vers 10^h du matin, et un *maximum* une heure environ avant le coucher du soleil. Cette variation ayant un *maximum* au solstice d'été, est très-petite vers le solstice d'hiver; ce qui a été constaté plus tard au moyen de l'appareil magnétique bifilaire de Gauss. Je remarquai aussi de grandes irrégularités pendant l'apparition de l'aurore boréale.

J'observai aussi dans mon jardin, et ces observations, faites loin des maisons, ont été continuées à l'observatoire actuel jusqu'à 1858. Réduites à une température constante et à un arc évanouissant, elles m'apprirent que l'intensité horizontale augmente et que le moment magnétique de mon cylindre était presque constant. Dans la table suivante, T signifie le temps des 300 oscillations, *n* le nombre des observations; T est toujours la moyenne entre les observations du matin et celles du soir, pour éliminer la variation horaire.

t	T	*n*	*t*	T	*n*
1820,71	814'',69	11	1841,55	811,42	26
22,68	14,83	6	42,49	11,97	22
23,54*	13,87*	6	43,26	11,52	22
25,98	16,83	2	45,39*	10,46*	2
27,49	17,37	10	46,08	11,43	3
28,16**	18,39**	5	50,31	9,84	2
30,53	16,93	6	51,62	7,87	2
31,75	15,57	4	54.48	7,66	2
32,43	15,04	5	55,56	7,75	23
34,98*	13,96*	6	56,67	7.25	2
38,58	12,05	7	57,45*	6,08*	4
39,48	11,70	46	58,38	6,72	9
40,32**	13,27**	17			

Il semble y avoir eu un *minimum* de T (un *maximum* de l'intensité) dans toutes les années marquées par un astérisque, comme en 1823, 1834, 1845, 1857, et un *maxi-*

mum de T (*minimum* de l'intensité) dans les années marquées par deux astérisques, comme en 1828, 1840; ce qui annonce une variation périodique de 11 ans ou un peu plus, dans laquelle les *maxima* de l'intensité coïncident à peu près avec les *minima* des taches du soleil, d'après le professeur R. Wolf, et avec les *minima* de l'inclinaison, d'après mes observations de Christiania : les *minima* de l'intensité coïncident, au contraire, avec les *maxima* des taches du soleil et avec les *maxima* de l'inclinaison, quand l'inclinaison est corrigée pour la variation séculaire. Comme le *minimum* d'intensité horizontale arrive chaque jour à 10^h du matin environ, et le *maximum* une heure avant le coucher du soleil, et que le *maximum* de l'inclinaison arrive dans le premier, le *minimum* dans le dernier moment, il est assez probable qu'un *maximum* de l'intensité horizontale est toujours accompagné d'un *minimum* de l'inclinaison, et *vice versa*, même dans les différentes années. Si l'intensité verticale était constante, ce résultat en serait une conséquence nécessaire. Quant au *maximum* de l'intensité en 1823 et au *minimum* en 1828, j'ai eu quelque doute, parce que, dans un voyage autour du golfe Bothniaque, en 1825, mon cylindre était placé dans le même étui avec un autre petit cylindre magnétique, quoique à une distance d'un pouce, et que, le 26 novembre 1826, l'instrument a été exposé à la température de 47° R. pour trouver l'influence de celle-ci sur le temps de l'oscillation. Il est possible que ces deux causes aient eu quelque influence sur le moment magnétique du cylindre, bien que l'accroissement du temps T semble être venu progressivement et avoir continué même en 1828, longtemps après l'élévation de la température.

Dans l'année 1834, j'envoyai mon appareil à Göttingue.

où le célèbre Gauss a eu la bonté de faire une observation, le 30 juillet, à 9^h du matin, dans le jardin de l'observatoire. Le 19 du même mois, il avait déterminé l'intensité horizontale H en unités absolues. Il est clair que si le moment magnétique du cylindre est constant, le produit HT^2 du temps T de 300 oscillations et de l'intensité H doit l'être également; je le désignerai par C, pour chaque lieu et pour chaque époque; mais si le moment magnétique décroît, la valeur de C devient croissante. En 1839, je visitai moi-même Göttingue, et j'observai, pendant plusieurs jours, le temps de 300 oscillations. En combinant ces dernières avec une détermination simultanée de Gauss et Goldschmidt, je trouvai une valeur de C très-peu différente de la première. Depuis 1840 jusqu'en 1855, j'ai fait, à Christiania, plusieurs déterminations de l'intensité absolue, comparées avec le temps T; et, en 1845, M. le professeur Pedersen, à Copenhague, a déterminé la valeur de H, dans l'observatoire magnétique, au même moment où j'observais T dans le voisinage. Par ces opérations, j'ai obtenu 11 valeurs du log C entre 1834 et 1855 (1), qui annoncent un petit accroissement du log C, et conséquemment un petit décroissement du moment magnétique du cylindre, si régulier, qu'il peut être assez bien représenté par la formule suivante :

$$(A)\ldots \log C = 6{,}00808{,}7 + 12{,}2648\,(t - 1854) - 0{,}58969\,(t - 1854)^2,$$

où les facteurs des deux derniers termes sont des unités de la 5^{me} décimale. Si m signifie le moment magnétique du cylindre, que C et m se rapportent à 1834,0, C′ et m' à

(1) *Astronomische Nachrichten*, n° 1015.

1855,0, on a $\frac{C}{C'} = \frac{m'}{m}$, log C — log C′ = 6,00816 — 6,00890 = — 0,00074, $\frac{m'}{m}$ = 0,99830; ainsi *m*, dans ces 21 ans, a eu un décroissement de $\frac{1}{558}$. Si l'intensité horizontale H avait été invariable à Christiania pendant cet intervalle, en supposant T et T′ les temps de 300 oscillations, on aurait trouvé $T' = T\sqrt{\frac{C'}{C}}$. Pour T = 814″, en 1834, on aurait trouvé T′ = 814″,68 pour 1855; mais l'observation a donné, pour 1855,56, T′ = 807″,75, ce qui montre un accroissement assez grand de l'intensité. Dans la supposition que la formule A donne la valeur de log C avec une approximation suffisante pour 1827, j'ai calculé la valeur de H pour toutes les valeurs observées de T dans la table précédente de 1827,49 jusqu'à 1855,56. Ces valeurs ont donné, pour Christiania, la formule :

(B)... $H = 1{,}5191{,}3 + 23{,}735\,(t - 1827{,}0) - 0{,}27969\,(t - 1827{,}0)^2$,

où les constantes des deux derniers membres sont des unités de la 4^{me} décimale. Par cette formule, j'ai calculé la valeur de H pour 1823, pour pouvoir déterminer l'intensité à Paris et à Londres, dans cette année, par la comparaison avec Christiania (1).

A *Londres*, une observation fut faite par le célèbre capitaine Kater, dans le milieu de *Regents Park*, le 6 juin 1823, avec un cylindre, qui, avant et après, fut observé par moi à Christiania et qui a donné

Pour Regents Park (*a*) H = 1,6666.

En 1826, j'envoyai deux cylindres marqués IV et VIII

(1) *Astron. Nachr.*, n° 1014, où il faut lire pour Paris: H = 1,7721 + etc.

à M. Sabine, qui observa dans le jardin *of the horticultural Society*, à Chiswick, 4 milles anglais à l'ouest de Londres; mais après leur retour à Christiania, en octobre 1827, où ils avaient été observés en mai 1826, je trouvai leur moment tellement diminué, principalement pour le n° VIII, que je rejetai la comparaison avec Londres (1).

M. Sabine observa ces deux cylindres, en 1827, à Chiswick et à Paris, dans le jardin de l'observatoire; mes observations ont été faites dans mon jardin à Christiania aux époques suivantes :

	IV.		VIII.	
à Paris.	mai	10	avril	30
à Londres . . .	juin	11	juin	11
à Christiania. .	octobre	1 et 30	octobre	1 et 30

En réduisant toutes ces observations à la température de 40° Fahrenheit et à l'époque du 11 juin, à cause de l'état magnétique variable des cylindres, j'ai trouvé l'intensité à Chiswick par la comparaison avec

	VIII.	IV.
Paris.	1,6751	1,6706
Christiania. . .	1,6751	1,6804
Pour Chiswick.	1,6751	1,6755
Moyenne (*b*) H = 1,6753		pour $t = 1827,44$.

Il est à remarquer que M. Sabine a commencé ses observations avec une élongation des cylindres du méridien magnétique de 30°, et qu'il a continué jusqu'à une oscillation où l'élongation était de 5°. Désignant le nombre de ces oscilla-

(1) Comparée avec Paris, l'observation de ces deux cylindres et de deux autres a donné, pour Chiswick, 1827,38 H = 1,6648.

tions par n, il a multiplié le temps écoulé entre la première et la dernière oscillation par la fraction $\frac{100}{n}$, et donné le temps de 100 oscillations. Pour réduire ce temps à des oscillations dans un arc évanouissant, il est nécessaire de connaître ce nombre n, qu'il n'a pas communiqué. Quoique cette réduction ne doive pas être négligée, principalement quand l'élongation initiale est si grande, pour rendre les différentes observations strictement comparables, j'ai été forcé de suivre la même méthode avec mes observations faites à Christiania, bien que j'eusse continué les observations jusqu'à 360 oscillations.

En 1828, le 25 mars, M. Sabine a observé les mêmes deux cylindres à *Regents Park*, et a continué les observations jusqu'à 360 oscillations. Ces deux observations, comparées à celles que j'ai faites à Christiania, le 7 mars et le 2 mai de la même année, observées de la même manière et réduites à la même température, en faisant la réduction pour les variations du moment magnétique des deux cylindres, ont donné pour Londres

Cylindre IV. . H = 1,6698.
VIII. H = 1,6634.
Moyenne (c). . H = 1,6666, t = 1828,22, Regents Park.

Le lieutenant Segelcke, de la marine norwégienne, a observé au moyen de mon cylindre de Dollond, le 30 et le 31 octobre 1830, dans le jardin de M. le professeur Barlow, à Woolwich, le temps de 300 oscillations, qui, comparées à mes observations faites avec le même cylindre à Christiania avec toutes les réductions nécessaires, ont donné :

Pour Woolwich 1830,54 (d), H = 1,6799.

M. Sabine a trouvé à Woolwich, en 1846,44 : H = 3,7250;

Airy, à Greenwich, en 1852,5, H = 3,7725; en 1853,27, H = 3,7857; en 1856,5, H = 3,8223. Ces intensités sont exprimées dans une unité absolue adoptée par les Anglais.

Il est à regretter que les Anglais aient tâché d'introduire une nouvelle unité pour la mesure de l'intensité magnétique; elle causera aisément de la confusion; c'est inutile pour le savant qui veut traiter le système total de la terre, et même dangereux s'il ne connaît exactement la relation entre les poids et mesures des Anglais et des Français. On sait que Gauss, le célèbre inventeur de la méthode absolue, a fondé son unité sur les unités suivantes de temps, de masse et de distance : une seconde du temps moyen, un milligramme et un millimètre. Aux deux dernières valeurs, les Anglais ont substitué le grain et le pied anglais. Il est vrai qu'un observateur anglais peut, avec la plus grande facilité, se procurer des copies exactes des valeurs normales anglaises et françaises; mais, à la fin du calcul nécessaire, c'était une opération assez facile d'ajouter un logarithme de réduction pour exprimer le résultat dans l'unité adoptée par tous les savants du continent. Même les égards dus au grand inventeur de la méthode devaient faire préférer cette réduction. Dans les sciences, il ne doit pas régner de nationalité.

En supposant le pied anglais = 304,7954 millimètres, le grain anglais = 64,7659 milligrammes, je trouve le facteur k' (1), qui exprime l'unité anglaise en unités de Gauss = $\left(\frac{304,7945}{64,7659}\right)^{\frac{1}{2}}$ = 2,169128, dont le logarithme = 0,336285. En divisant les quatre dernières valeurs de H

(1) Voyez *Intensitas vis magneticae terrestris ad mensuram absolutam revocata,* auctore C. F. Gauss, pag. 43.

par ce facteur, on a :

		t	H
Pour Woolwich	(e)	1846,44	1,7173
Pour Greenwich. . .	(f)	1852,50	1,7592
	(g)	1853,27	1,7453
	(h)	1856,50	1,7621

Mais comme ces huit valeurs de H sont déterminées dans quatre différents lieux, *Regents Park, Chiswick, Woolwich* et *Greenwich*, il est très-vraisemblable qu'il y existe des différences tant pour la position géographique que pour les actions magnétiques locales. C'est pourquoi j'ai demandé à M. le capitaine Philip Parker King, en 1830, de faire des observations sur ces quatre lieux. Il a eu la bonté d'observer le temps de 300 oscillations de son cylindre entre le 20 et le 27 mai. Il a commencé avec l'élongation de 20°; il a noté l'élongation pour 100, 200, 300 et 360 oscillations; il a marqué la température au commencement et à la fin de chaque observation, ainsi que la seconde et la fraction de seconde à chaque dixième oscillation, et même la hauteur du baromètre. On a donc un contrôle sur la bonté des observations et tous les éléments nécessaires pour une réduction exacte. La moyenne de chaque observation tombe entre 1^h et 2^h après midi, époque de la moyenne intensité horizontale du jour. Ces observations ont donné les résultats suivants :

LIEU.	JOUR.	HEURE.	T	
Regents Park . . .	mai 20	$0^h 49^m - 1^h\ 4^m$	758″,10	759″,175
	» 27	0 50 – 1 4	760,25	
Woolwich	» 21	1 47 – 2 2	755,95	
Greenwich	» 22	1 45 – 2 0	758,77	
Chiswick	» 23	1 37 – 1 52	756,87	

Prenant l'intensité dans *Regents Park* pour unité, on trouve celle de *Woolwich* = 1,00849, de *Greenwich* = 1,00106, de *Chiswick*=1,00610. En réduisant toutes ces observations dans les environs de Londres à celles de *Regents Park*, on a les valeurs suivantes :

LIEU.	t	H
(*a*) Regents Park	1823,43	1,6666
(*b*) Chiswick.	1827,44	1,6651
(*c*) Regents Park	1828,22	1,6666
(*d*) Woolwich	1830,88	1,6658
(*e*) Ibid.	1846,44	1,7028
(*f*) Greenwich	1852,50	1,7348
(*g*) Ibid.	1853,27	1,7410
(*h*) Ibid.	1856,50	1,7578

Dans la table suivante, j'ai pris un milieu entre (*b*) et (*c*) pour 1827,83; ce qui donne H = 1,6659.

NUMÉRO.	t	H	Calcul.	Δ	t	VARIATION annuelle.
1	1823,43	1,6666	1,6669	— 3	1823	— 30,7
2	1827,83	1,6659	1,6651	0	1828	— 12,6
3	1830,88	1,6658	1,6671	— 13	1833	+ 4,5
4	1846,44	1,7028	1,7050	— 22	1838	+ 21,5
5	1852,50	1,7348	1,7345	+ 3	1843	+ 38,6
6	1853,27	1,7410	1,7389	+ 21	1848	+ 55,7
7	1856,50	1,7578	1,7585	— 7	1853	+ 72,7

$$H = 1{,}6673{,}5 - 9{,}967\,(t - 1823{,}0) + 1{,}1097\,(t - 1823{,}0)^2$$

Cette formule représente assez bien les observations : elle donne un *minimum* pour $t = 1827{,}49$, à peu près comme à Christiania et à Bruxelles; et il y a coïncidence avec l'époque du *maximum* des taches du soleil.

Au commencement de cet article, j'ai fait remarquer que les observations sur le temps T de 300 oscillations de mon cylindre, à Christiania, ont montré un *maximum* de l'intensité horizontale en 1823, et un *minimum* en 1828; mais j'avais un doute sur ce résultat qui pouvait n'être qu'apparent et produit par un décroissement du moment magnétique du cylindre, à cause de son échauffement en novembre 1826. Je m'imaginais que la variation séculaire de l'intensité horizontale devait être très-lente et qu'elle pouvait être représentée par une formule seulement dépendante du temps écoulé, comme la formule (B) ci-dessus. Mais, comme j'ai découvert une variation périodique de 11 ans dans mes observations de l'inclinaison, dont les *minima* coïncident avec les *minima* des taches du soleil, et comme les observations de l'intensité à Londres et à Bruxelles (1) annoncent aussi un *minimum* de l'intensité en 1828 ainsi qu'à Christiania, j'ai pensé que la supposition d'un changement dans le moment de mon cylindre, en 1826, est peut-être sans fondement. Dans cette hypothèse, j'ai calculé les valeurs de H correspondant à celles de T dans la première table, en employant les valeurs du log C de la formule (A).

(1) C'est peut-être à tort que j'ai éliminé les observations faites à Bruxelles en 1828 et 1829, comme discordantes avec les autres. (*Bulletins de l'Académie de Belgique*, 2^{me} série, t. V, n° 11.)

t	H	Inclinaison.	t	H	Inclinaison.
1820,71	1,5270		1841,55	1,5479	
22,68	1,5276		42,49	1,5480	
23,54	1,5320	*minimum.*	43,26	1,5497	
25,98	1,5256		45,39	1,5533	*minimum.*
27,49	1,5222		46,08	1,5506	
28,16	1,5188	*maximum.*	50,31	1,5569	
30,53	1,5249		51,62	1,5600	*maximum.*
31,75	1,5307		54,48	1,5653	
32,43	1,5329		55,56	1,5672	
34,98	1,5382	*minimum.*	56,67	1,5667	*minimum.*
38,58	1,5467		57,45	1,5711	
39,48	1,5448		58,38	1,5679	
40,32	1,5426	*maximum.*			

La troisième colonne indique les années dans lesquelles les *maxima* et les *minima* de l'inclinaison sont observés, et on voit presque toujours une coïncidence, c'est-à-dire un *minimum* d'inclinaison avec un *maximum* de l'intensité, et *vice versa*.

La détermination de l'intensité à Londres et à Paris, en 1823, est basée sur une comparaison avec Christiania faite dans la même année; mais elle est calculée par la formule (B) à laquelle seulement ont concouru les observations de 1827 à 1855, et les observations antérieures de 1820 à 1827 sont exclues comme douteuses. Si j'avais pris H = 1,5320 de la table précédente au lieu de la valeur calculée 1,5105, j'aurais trouvé pour Londres, en 1825, H = 1,6916 au lieu de 1,6666, et le *minimum* en 1828 aurait été encore plus marqué. De la même manière j'aurais trouvé pour Paris, en 1825,28, H = 1,7976, au lieu de 1,7721, et pour les trois intensités à Paris :

t	H
1825,28	1,7976
1831,58	1,7988
1835,55	1,8505

ce qui indique aussi un *minimum* pour l'année 1828. Les deux observations faites à Bruxelles en 1828 et 1829, concourent au même résultat.

Je soumets ces réflexions aux savants qui s'occupent de l'étude du magnétisme terrestre : c'est un sujet qui n'est pas sans intérêt, puisqu'il indique une correspondance entre les variations qui se montrent à la surface du soleil et les phénomènes magnétiques observés sur la terre.

Sur les étoiles filantes périodiques du mois d'août 1858, observées en Allemagne. Lettre de M. Heis à M. Quetelet.

Munster, 28 février 1859.

MONSIEUR,

J'ai l'honneur de vous envoyer les résultats des étoiles filantes observées à Munster ainsi que dans plusieurs stations d'Allemagne, pendant la période du mois d'août 1858.

DATES ET HEURES.	GRANDEURS. 1	2	3-6	SOMME.	TRAÎNÉE.
1. *Munster*.					
	h. m. h. m.				
Août 2. . 9 37–10 56	5	9	18	32	10
» 3. . 9 34–11	4	12	16	32	6
» 4. . 9 40–11 40	2	10	13	25	6
» 6. . 9 34–10	1	5	»	6	5
» 8. . 9 26–12	22	39	69	130	40
» 10. . 9 0–12	52	65	84	201	86
» 11. . 9 22–10	4	6	12	22	6
» 12. . 9 5–12	27	47	39	113	30
Août 8–12, en 8^h 57^m. .	104	157	205	466	162
Par heure	12	17	23	52	18
2. *Rheine* (Westphalie).					
	h. m. h. m.				
Août 3. . 9 23–10 37	»	5	11	16	1
» 8. . 9 19–11 18	7	12	12	31	10
» 11. . 9 21–10 15	5	6	4	15	5
» 12. . 9 26–10 52	6	17	4	27	11
SOMME.	18	40	31	89	27
3. *Dorstea* (Westphalie).					
	h. m. h. m.				
Août 3. . 9 42–10 48	1	3	4	8	»
» 8. . 9 30–12 0	16	15	25	56	10
» 9. . 9 13–11 20	12	18	18	40	12
» 10. . 9 23–12 0	40	42	8	90	45
Août 8–10	68	75	51	194	67

DATES ET HEURES.	GRANDEURS. 1	2	3-6	SOMME.	TRAÎNÉE.
4. *Gaesdonck* (près de Goch, Prusse rhénane).					
Août 3. . 10h 42m–10h 44m	1	»	1	2	»
» 4. . 9 37– 9 58	1	6	9	16	2
» 8. . 9 14–11 54	16	21	30	67	24
» 9. . 9 35–10 33	2	4	17	23	5
» 10. . 9 17–12 0	32	46	36	114	51
» 11. . 9 7–11 9	9	30	47	86	37
» 12. . 9 22–12 0	11	39	77	127	46
Août 8-12	70	140	207	417	165
5. *Bonn.*					
Août 4. . 9h 17m–10h 40m	4	5	2	11	7
» 8. . 9 24–10 42	8	6	6	20	8
6. *Aix-la-Chapelle.*					
Août 8. . 9h 31m–10h 46m	5	4	2	11	10
» 10. . 9 34–11 41	15	17	1	33	28
7. *Trèves.*					
Août 3. . 10h 23m–10h 45m	0	0	0	2	0
» 4. . 9 5–11 53	0	0	0	49	0
» 7. . 9 0–10 0	0	0	0	22	0
» 8. . 9 0–12 0	1	17	94	112	6
» 9. . 9 34–10 17	0	0	0	4	0
» 10. . 9 0–12 0	0	0	0	219	25
» 11. . 9 0–12 0	5	17	105	127	20
» 12. . 10 35–11 56	0	0	0	12	0

DATES ET HEURES.	GRANDEURS.			SOMME.	TRAÎNÉE.
	1	2	3-6		

8. *Francfort-sur-le-Mein.*

Le nombre des étoiles filantes était, le 8 août, de $9^h\,30^m$–$10^h\,15^m$, de 11; et le 10 août, de $9^h\,30^m$–$10^h\,30^m$, de 33.

9. *Cassel.*

DATES ET HEURES. (h. m. h. m.)	1	2	3-6	SOMME.	TRAÎNÉE.
Août 8. . 9 13–12 0	5	14	41	60	10
» 10. . 9 6–11 37	18	28	59	105	22
» 11. . 9 30–12 3	11	30	97	138	29
» 12. . 10 22–12 3	3	6	28	37	8

10. *Dieckhorst* (près de Celle, Hanovre).

DATES ET HEURES. (h. m. h. m.)	1	2	3-6	SOMME.	TRAÎNÉE.
Août 10. . 9 30–11 0	1	8	19	28	0
» 11. . 9 30–11 0	3	12	17	32	0

11. *Dresde.*

Le nombre des étoiles filantes était, le 10 août : de $10^h,7$–$11^h,7$ = 55; $11^h,1$–$12^h,1$ = 67; 11^h4–$12^h,4$ = 76; $11^h,7$–$12^h,7$ = 74; $12^h,0$–$13^h,0$ = 66; $12^h,2$–13^h2 = 67.

12. *Prague.*

DATES ET HEURES. (h. m. h. m.)	1	2	3-6	SOMME.	TRAÎNÉE.
Aoûs 11. . 9 21–12 10	14	17	21	52	20
» 12. . 10 38–11 51	3	4	12	19	6

13. *Naugard* (Poméranie, Prusse).

Le nombre des météores était, le 9 août, de 31; le 10, de 107 et le 11, de 57.

Résultat des observations correspondantes des étoiles filantes.

(h′ = hauteur au commencement, h″=hauteur à la fin, en kilomètres.)

LIEUX D'OBSERVATIONS	h′	h″
1. Munster, Bonn	85	54
2. Munster, Bonn, Aix-la-Chapelle	220	115
3. Munster, Rheine, Bonn, Aix-la-Chapelle.	124	54
4. Munster, Gaesdonck	350	200
5. Munster, Rheine, Gaesdonck	363	73
6. Munster, Dorsten	41	35
7. Munster, Aix-la-Chapelle	?	78
8. Munster, Gaesdonck	89	78
9. Munster, Cassel.	130	119
10. Munster, Gaesdonck, Aix-la-Chapelle.	200	145
11. Munster, Gaesdonck, Aix-la-Chapelle.	123	85
12. Munster, Gaesdonck	111	89
13. Aix-la-Chapelle, Gaesdonck, Dorsten.	85	59
14. Aix-la-Chapelle, Dorsten	115	78
15. Aix-la-Chapelle, Gaesdonck.	155	96
16. Munster, Dresde	180	89
17. Munster, Aix-la-Chapelle, Gaesdonck.	163	89
18. Dresde, Cassel	115	107
19. Aix-la-Chapelle, Gaesdonck	67	63
20. Aix-la-Chapelle, Gaesdonck	107	107
21. Rheine, Gaesdonck.	?	60
22. Cassel, Dieckhorst	96	96
23. Cassel, Dresde, Prague	111	89
24. Cassel, Prague	143	111
25. Munster, Rheine.	59	37
26. Munster, Rheine	?	59
27. Rheine, Gaesdonck.	89	65
28. Munster, Rheine	83	50
29. Cassel, Dresde	152	133
30. Munster, Cassel.	208	?
31. Munster, Cassel.	180	111
32. Munster, Cassel.	?	81

Aurores boréales (1858 et 1859).

1. L'aurore boréale observée à Munster le 9 avril 1858, de 8^h à 12^h, fut aussi observée à Naugard (Poméranie), à Goettingue, à Dorpat et à Christiania. Le 10 avril, à 3^h du matin, M. *Neumaier* a observé à *Melbourne* une lumière australe. Des perturbations magnétiques furent observées à Goettingue, Prague, Christiania et Melbourne.

2. Une aurore boréale, observée à Munster, le 4 décembre 1858, fut également remarquée à Gaesdonck. Des perturbations magnétiques ont été observées à Prague, à Kremsmunster et à Christiania.

3. Une aurore boréale, observée à Munster le 23 février, de 8^h à 12^h, fut aussi observée à Naugard et à Prague, ainsi que des perturbations magnétiques à Prague.

M. Van Beneden communique l'extrait d'une lettre qu'il a reçue de M. R. Leuckart de Giessen, au sujet de l'*Histriobdella*. Cette lettre est datée du 10 février 1859.

. . . « J'ai trouvé des Histriobdelles en quantité sur les deux homards que vous avez eu la bonté de m'envoyer, et j'ai vu des œufs en plus grande quantité encore, contenant des embryons à tous les degrés de développement. Toutefois ces singuliers parasites ne montraient plus une très-grande vivacité. Les homards étaient cependant encore en vie à leur arrivée à Giessen, et j'ai placé les Histriobdelles dans l'eau de mer. Je le regrette; jaurais voulu voir aussi le clown et je n'ai pu apercevoir que le masque. Du reste, je puis confirmer toutes les particularités que vous avez signalées. Je vous ferai seulement remarquer que l'organe que vous avez décrit comme pénis me semble plutôt appartenir au canal déférent : il était plein de spermatozoïdes.

Le corps est très-irrégulièrement segmenté; il m'a cependant paru, chez les morts surtout, qu'il existe trois segments distincts entre la tête et le gonflement sexuel, et un seul derrière celui-ci. Le renflement sexuel lui-même me semble formé de deux autres segments.

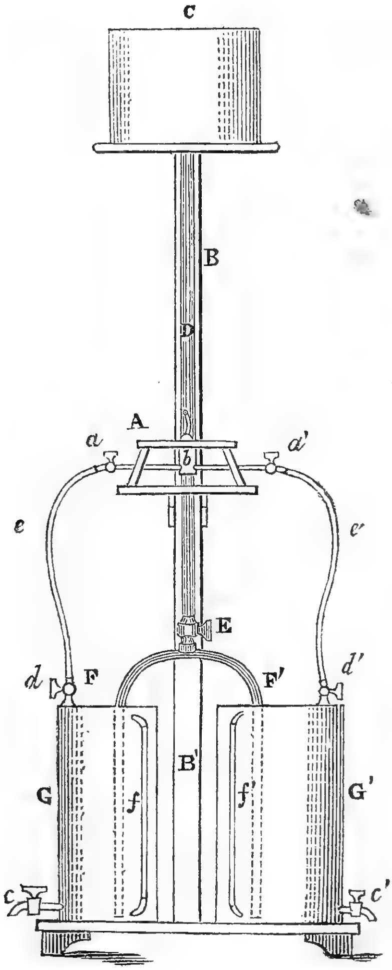
L'Histriobdelle n'est certes pas un crustacé (*ein Krebs kann Histriobdella unmöglich nicht sein*). C'est un ver, me semble-t-il, du groupe des Hirudinées ou des Polystomes. La pluralité des caractères parle toutefois, ainsi que la disposition segmentée, en faveur des Hirudinées, comme vous l'avez dit, du reste. » .....

M. Van Beneden fait observer qu'en tout cas, l'Histriobdelle ne peut être un Polystome, puisqu'il a un tube digestif complet, et si ce n'était pas une Hirudinée, ce qui n'est cependant pas douteux pour lui, ce ver ne pourrait jamais prendre rang parmi les Trématodes. Quant au pénis, dit-il, nous n'avons entendu désigner sous ce nom qu'une portion du canal déférent qui s'évagine, pour l'intromission de la liqueur fécondante, comme cela a lieu dans beaucoup de vers.

M. Grube, continue M. Van Beneden, à qui nous avons envoyé également des homards, a pu observer en vie, à Breslau, les Histriobdelles et les Nicothoés.

Note sur une disposition destinée à faciliter l'emploi du chalumeau à gaz hydrogène et oxygène; par M. Montigny, correspondant de l'Académie.

Je crois utile de faire connaître une disposition à laquelle j'ai eu recours pour faire fonctionner un chalumeau à gaz hydrogène et oxygène, acquis récemment pour le laboratoire de chimie de l'athénée d'Anvers.



L'appareil représenté ici est vu de face.

A est le chalumeau proprement dit. Il consiste en un petit tabouret en bois au milieu duquel s'élève un tuyau coudé, qui porte l'ajutage en platine d'où s'échappe le jet. Les gaz sont amenés à ce tube par deux tuyaux horizontaux a et a', munis chacun d'un robinet, qui débouchent, en face l'un de l'autre, au bas d'un tube cylindrique b, au sommet duquel le tube coudé prend naissance. Des rondelles de toile métallique sont empilées dans le cylindre b.

Voici la disposition adoptée pour faire arriver les gaz à cet instrument sous une pression égale, et dans le rapport voulu des volumes, au moyen de la pression d'une colonne d'eau.

B est un montant de bois assez élevé, dressé sur un pied carré et portant un plateau circulaire à sa partie supérieure. Une petite tablette, fixée en saillie à ce montant à la hauteur voulue, supporte le chalumeau.

C est un bassin cylindrique de zinc, d'une capacité convenable, ouvert par le haut et fermé au bas.

D tuyau en plomb, soudé au fond du vase C; il est muni d'un robinet E. Au-dessous de ce robinet, le tuyau se partage en deux branches F et F', qui sont soudées chacune à la base supérieure de l'un des réservoirs G, G', où elles pénètrent pour déboucher à un centimètre du fond inférieur.

Les deux réservoirs cylindriques G, G' de zinc sont fermés de toutes parts. Ils sont munis chacun de deux robinets : les uns c, c', placés à la partie inférieure, servent à l'écoulement de l'eau, comme je vais le dire, et les autres, d, d', permettent chacun au gaz contenu dans le réservoir d'arriver au chalumeau par l'intermédiaire des tuyaux de caoutchouc e, e'.

A chaque réservoir est adapté un tube de verre (*f* et *f'*); il sert à indiquer le niveau intérieur de l'eau, laquelle, par sa pression, expulse l'un des gaz hors de chaque réservoir.

La hauteur des réservoirs cylindriques G, G' est la même; elle dépend de la plus ou moins grande quantité de gaz dont on peut avoir besoin. Mais les diamètres des réservoirs sont différents : celui du réservoir G', où l'hydrogène sera contenu, est tel que la surface de la base de ce cylindre est égale au double de celle de la base du cylindre G, où l'oxygène sera placé. Le diamètre de celui-ci étant $0^{\text{M}},10$, celui de G' est égal à cette dimension multipliée par $\sqrt{2}$, ce qui donne $0^{\text{M}},141$ pour le diamètre du cylindre à hydrogène. Par ce moyen, nous verrons que le volume d'hydrogène écoulé sera constamment égal au double de l'oxygène dépensé, et que les gaz resteront soumis à une égale pression, si, dès le principe, le niveau de l'eau a été établi à la même hauteur dans les deux réservoirs.

Actuellement, voici quel est le mode d'usage de l'appareil. Afin d'expulser d'abord l'air contenu dans les deux réservoirs G et G', on ouvre le robinet E pour faire arriver dans ceux-ci l'eau que l'on a préalablement placée dans le bassin supérieur C. Les robinets inférieurs *c, c'* sont alors fermés et les robinets *d, d'* ouverts; ceux-ci, afin de laisser expulser l'air des réservoirs G et G' par l'eau qui y descend. Quand ces réservoirs sont remplis de liquide, on ferme les trois robinets E, *d* et *d'*. Puis on adapte aux robinets *d, d'* des tuyaux de caoutchouc, dont l'un, celui en *d*, communique avec le gazomètre ou la cloche qui renferme l'oxygène préparé; l'autre tuyau, celui en *d'*, s'adapte au gazomètre où l'hydrogène a été aussi préalablement préparé. On ouvre les robinets *d, d'*, puis les robinets inférieurs c, c', qui laissent écouler l'eau hors de chaque réservoir. Ce liquide est remplacé dans chacun des réservoirs par le gaz que le tuyau de caoutchouc y amène. Quand chaque réservoir est rempli, l'un, G, d'oxygène, et l'autre, G', d'hydrogène, on ferme les robinets c,c', d,d'. Puis on ouvre le robinet E; l'eau arrivant alors du bassin C dans chaque réservoir inférieur, y comprime le gaz jusqu'à ce que sa tension fasse équilibre au poids de la colonne d'eau comprise entre le niveau du bassin et celui du réservoir considéré.

Si le liquide n'est pas exactement à la même hauteur dans les réservoirs G, G', ce que les tuyaux de jauge de verre font connaître, on laisse échapper du réservoir où le niveau est le plus bas, une quantité de gaz suffisante pour amener l'égalité des niveaux. On adapte ensuite les tuyaux de caoutchouc au chalumeau, que l'on fait fonctionner.

Il est facile de voir que la pression ne peut devenir plus faible dans l'un des réservoirs à gaz et que l'eau se maintient constamment au même niveau dans les deux réservoirs, parce que la colonne d'eau comprimante est la même et que l'équilibre des tensions tend à s'y conserver, à cause de la communication établie, par les branches coudées F et F', entre les nappes liquides où elles plongent. Ce mode de communication entre les masses liquides éloigne toute idée du passage de l'un des gaz d'un réservoir dans l'autre : il ne peut donc se présenter aucune chance d'explosion par suite d'un mélange accidentel.

Ajoutons que les volumes des deux gaz écoulés, après un temps donné, étant forcément égaux en hauteur, celui de l'hydrogène est toujours le double du volume d'oxygène dépensé, parce que la base du réservoir à hydrogène équivaut au double en surface à la base du réservoir à oxygène.

C'est ce double résultat de l'égalité des pressions et de la proportion voulue des gaz dépensés auquel il fallait arriver (1).

L'appareil que j'ai fait construire fonctionne très-bien. Il est de prix peu dispendieux. Son usage serait aussi facile et aussi commode dans un cours public qu'il l'est pour un cours particulier.

— M. le capitaine Liagre, membre de l'Académie, présente un mémoire *Sur les pensions militaires* et donne verbalement une analyse détaillée de son travail dont l'impression aura lieu, conformément à la décision de la classe, dans le recueil des mémoires in-8°.

---

(1) En fermant partiellement le robinet E, on peut régler à volonté, par la diminution de la quantité d'eau qui descend dans les réservoirs, la quantité du mélange gazeux arrivant à l'ajutage.

Séance du 9 avril 1859.

M. Melsens, directeur.
M. Ad. Quetelet, secrétaire perpétuel.

Sont présents : MM. d'Omalius d'Halloy, Sauveur, Timmermans, Wesmael, Martens, Cantraine, Kickx, Stas, De Koninck, Van Beneden, A. De Vaux, de Selys-Longchamps, le vicomte B. Du Bus, Gluge, Nerenburger, Melsens, Liagre, Duprez, Brasseur, Poelman, *membres ;* Schwann, Lacordaire, Lamarle, *associés;* E. Quetelet, d'Udekem, *correspondants.*

CORRESPONDANCE.

L'Association pour l'avancement des sciences en Angleterre fait connaître que sa vingt-neuvième réunion aura lieu cette année à Aberdeen, sous la présidence de Son Altesse Royale le prince Albert.

— La Société impériale des naturalistes de Moscou, l'Académie royale des sciences de Bavière et l'Institut génevois remercient l'Académie pour l'envoi de ses dernières publications.

— M. Ad. Quetelet présente, en même temps que les observations météorologiques de Bruxelles, celles faites à Namur, pendant l'année 1858, par M. le professeur Maas, du collége de la Paix. Il dépose également les observations botaniques, réunies par M. le professeur Émile Rodigas à Lierre, ainsi que les observations faites le 21 mars dernier à Bruxelles, par lui-même, à Liége et à Stavelot par M. Dewalque, correspondant de l'Académie, à Spa par M. Masson, régent de l'École moyenne, et à Melle près de Gand, par M. le professeur Bernardin.

M. Ed. de Selys-Longchamps présente, de son côté, les observations sur les plantes et les animaux qu'il a relevées le 21 mars à Waremme avec M. Ghaye, commissaire voyer. Il accompagne sa communication d'une note de M. le baron de Seehdever sur les migrations des oiseaux aux environs de Voznesensk (gouvernement de Kherson, Russie méridionale).

— M. le professeur Maas, en transmettant ses observations faites à Namur, communique également la hauteur barométrique extraordinaire observée dans cette ville le 9 janvier dernier ($774^{m}27$, à 9 h. du soir) (1), et signale une nouvelle onde atmosphérique remarquable par son ampleur. Voici les nombres correspondants recueillis à Namur et à l'Observatoire de Bruxelles.

DATES ET HEURES.	Baromètre corrigé.	Différence.	Durée de la période.	Direction du vent.
		Namur.		
27 mars, à midi.	mm 754,08	mm —20,94	69 h.	OS.-SO.-N.
30 » à 9h mat.	733,14			
1r avril, à 9 soir.	761,85	+28,71	48 h.	NO., puis S., à 3 heures.
		Bruxelles.		
27 mars, à 11 mat.	757,76	—22,06	67 h.	OSO.
30 » à 6 mat.	735,70			
1r avril, à 10 mat.	765,94	+30,24	52 h.	OSO.-NO.-NNE.-NO., puis SSO. à 2 heures du soir.

— M. J.-J. d'Omalius d'Halloy, membre de l'Académie, présente un exemplaire de la quatrième édition de son ouvrage : *Des races humaines ou éléments d'ethnographie;* et M. Dewalque, correspondant, fait parvenir un *Examen de l'eau acidule ferrugineuse de Blanchimont,* près de Stavelot. — Remercîments.

---

(1) Voyez les observations correspondantes de Bruxelles, Gand et Stavelot, dans le *Bulletin* de février dernier, page 98.

— M. le secrétaire perpétuel dépose les deux ouvrages manuscrits suivants :

1° *Sixième notice sur quelques cryptogames inédites ou nouvelles pour la flore belge*, par G.-D. Westendorp, médecin de bataillon de première classe.

2° *Notes sur quelques plantes rares ou critique de la Belgique;* par M. F. Crépin, de Rochefort. (Commissaires : MM. Spring, Kickx et Martens.)

RAPPORTS.

Sur une maladie des plantes crucifères, agricoles et horticoles; par M. Phocas Lejeune, directeur de l'École d'agriculture de Thourout.

Rapport de M. Kickx.

« La maladie observée par M. Lejeune sur plusieurs crucifères agricoles, et particulièrement sur le navet, nous semble ne pas être sans rapports avec celle dont feu notre collègue, M. Morren, entretint la classe en 1852. (Voir *Bull.*, tom. XIX, 1re part., pag. 36.) Cependant l'auteur de la notice que nous avons été chargé d'examiner, ne mentionne pas expressément la transformation du tubercule en prolongement noueux (1), transformation qui n'a lieu peut-être que dans la dernière période du mal.

(1) M. Lejeune m'a informé depuis qu'il a aussi reconnu ce fait, mais qu'il n'est pas constant. (*Note ajoutée pendant l'impression.*)

Quoi qu'il en soit, l'une et l'autre de ces maladies exercent des dégâts également considérables et toutes deux sont attribuées à la larve d'un diptère qui est, au moins dans le cas cité par M. Lejeune, celle de l'*Anthomya brassicae*, Bouch. Il ne sera pas hors de propos de rappeler, à cette occasion, que la larve d'un autre diptère décrit par Fabricius, sous le nom de *Musca napobrassicae* (et qui pourrait bien appartenir au même genre) a été anciennement indiquée par les auteurs de l'*Encyclopédie méthodique* comme détruisant les choux-raves; renseignement dont nous sommes redevables à l'obligeance de M. le docteur Van Bambeke, entomologiste distingué.

Les faits communiqués par M. le directeur de l'École d'agriculture de Thourout ont aussi été constatés aux environs de Gand, et entre autres sur le territoire de la commune d'Oostacker. Le navet-betterave, qui n'est, selon nous, qu'un rutabaga résistant mieux aux ravages de la larve, y est cultivé sur une grande échelle. On l'y obtient par le procédé indiqué dans la notice. Néanmoins, la préservation ne s'étend guère au delà de trois ou quatre années, après lesquelles il faut recourir de nouveau à la betterave.

On peut se demander comment agit ici la betterave et pourquoi le navet ainsi obtenu n'est pas attaqué par la larve qui détruit le navet ordinaire. En attendant que les expériences annoncées par M. Lejeune, dans le but de résoudre ce problème, aient été instituées, nous croyons pouvoir nous former à cet égard une opinion assez plausible.

Le mode d'influence qu'exerce la betterave sur la graine de navet qu'on y a placée ne saurait être douteux. La racine étrangère devient le sol dans lequel s'accomplit la germination, et ce même sol continue à nourrir aussi la jeune plante pendant son développement progressif. Or, la betterave renferme, comme tout le monde le sait, une grande proportion de principe sucré, principe que l'on retrouve en quantité variable dans la séve des plantes en général. La graine et la plantule du navet puisent donc dans ce sol factice un aliment approprié, préparé d'avance. D'ailleurs, la décomposition de la betterave qui se joint à celle des engrais vient encore augmenter en même temps les conditions d'une végétation vigoureuse. La plante obtenue servira, par conséquent, mieux que toute autre, de porte-graine et deviendra en quelque sorte chef de race, transmettant par le semis, à ses descendants, ses qualités individuelles.

Pourquoi les graines de ce navet-betterave produisent-elles des navets qui sont plus à l'abri des atteintes de la larve? Nourri par la betterave, le navet a perdu partiellement l'odeur et la saveur qui lui sont propres. Ce n'est plus une crucifère pur sang, si nous pouvons employer cette expression; c'est un végétal dont la nature est plus ou moins altérée et qui ne renferme plus exclusivement ses sucs primitifs. La larve n'y retrouve pas sa plante de prédilection : elle l'épargne et cherche un autre aliment. Mais successivement après quelques années, le navet ainsi modifié retourne vers son type : ses organes creux regorgent de nouveau des produits exclusifs de son élaboration normale : la crucifère reparaît pure de tout mélange, de toute influence étrangère, et les dégâts recommencent, à moins qu'on ne recoure itérativement à la betterave préservatrice.

Il résulte de ce qui précède que le navet-betterave ne constitue pas même une variété dans le sens botanique du mot, et qu'en remplaçant la betterave par d'autres plantes à racines succulentes et charnues, on modifierait le navet de différentes manières, comme il serait facile de le prouver par des analyses chimiques comparatives.

En adressant sa note à l'Académie, M. Lejeune a eu pour but moins d'examiner les questions théoriques soulevées dans ce rapport que de faire connaître un mode de culture aussi curieux que peu répandu, essayé en premier lieu, paraît-il, dans nos Flandres. Il a voulu surtout signaler toute l'étendue des ravages de l'anthomye et la nécessité de chercher à mettre les récoltes à l'abri du fléau. Nous avons l'honneur de proposer à la classe de s'associer à cette intention en votant l'impression de la notice dans ses *Bulletins.* »

Ce rapport, auquel a adhéré M. C. Wesmael, second commissaire, est adopté par la classe.

—

Recherches sur la capillarité; par M. E. Bède.

Rapport de M. Plateau.

« Ce travail comprendra plusieurs parties; l'auteur soumet actuellement la première et la deuxième au jugement de l'Académie. Dans la première, il trace une histoire rapide des essais tentés avant Laplace pour appliquer la théorie aux phénomènes capillaires, puis il résume avec plus de détails les théories principales, savoir celles de Laplace, de Gauss et de Poisson. Il discute les idées nouvelles avancées par ce dernier géomètre, et termine par l'examen et la comparaison des principes généraux des théories ci-dessus.

Cette première partie étant presque toute de calcul, j'en laisse l'appréciation à mon honorable confrère, M. Lamarle, et je passe à la deuxième.

Après avoir appelé l'attention sur les incertitudes qui règnent encore aujourd'hui à l'égard de la vérification expérimentale des lois théoriques de la capillarité, et sur les difficultés de ce genre de recherches, l'auteur fait connaître les procédés qu'il a employés pour déterminer avec exactitude le rayon du tube au point où s'arrête la colonne liquide, et pour mesurer la quantité de l'ascension ou de la dépression. Ces procédés sont ingénieux, mais leur description tiendrait ici trop de place.

Dans la partie actuelle de son travail, l'auteur s'occupe spécialement des phénomènes de dépression.

Il avait été conduit, par des expériences antérieures (1), à admettre que l'épaisseur des parois des tubes exerce une influence sur la hauteur de la colonne soulevée ou déprimée; une nouvelle série d'expériences, faites sur le mercure, viennent confirmer cette singulière conclusion.

M. Bède, pour expliquer le fait dont il s'agit, avait émis, dans son précédent travail, la conjecture que l'activité sensible de l'attraction moléculaire pourrait bien s'étendre à une distance beaucoup plus grande qu'on ne le croit; il abandonne aujourd'hui cette opinion, et en prouve même l'inadmissibilité par une expérience directe : il mesure la dépression du mercure dans des tubes à parois extrêmement minces, puis la mesure de nouveau après avoir entouré ces tubes de mercure, et il constate que la présence de cette matière dense à l'extérieur des parois n'a aucune

---

(1) Voir le travail précédent de M. Bède, dans le tom. XXV des *Mémoires couronnés et des savants étrangers de l'Académie royale de Belgique.*

influence sur la quantité de la dépression. Après la publication du premier mémoire de M. Bède, M. Soret avait essayé de rendre raison de l'influence de l'épaisseur des parois en supposant que, dans l'acte de leur fabrication, les tubes épais se refroidissant plus lentement que les tubes minces, il en résulte une différence de trempe, différence qui peut en occasionner une dans l'état moléculaire des surfaces intérieures respectives de ces deux sortes de tubes. Dans le travail actuel, M. Bède soumet cette hypothèse à l'épreuve de l'expérence, et la trouve parfaitement confirmée : il a pris deux tubes dont les parois avaient respectivement $3^{mm},1$ et $4^{mm},2$ d'épaisseur; il a partagé chacun d'eux en deux parties, dont il a chauffé l'une jusqu'à ce que le verre commençât à se ramollir, puis il a fait refroidir rapidement dans l'air ces dernières portions; enfin il a comparé, au point de vue de la dépression du mercure, chacune des portions ainsi chauffées et rapidement refroidies à la portion correspondante laissée dans son état primitif, et il a trouvé que, dans les premières, la dépression était ramenée sensiblement à ce qu'elle serait dans des tubes à parois très-minces et de mêmes diamètres intérieurs.

Il explique par ces différences dans l'état moléculaire de la surface intérieure des tubes, les variations de l'angle de contact du mercure et du verre reconnues par M. Bravais dans les tubes barométriques.

Il fait remarquer en outre que l'on peut attribuer à ces mêmes différences les inégalités observées dans la loi du rapport inverse de la dépression du mercure au diamètre du tube, et il décrit une série d'expériences faites avec des tubes bien identiques quant à la nature de leurs surfaces intérieures, expériences dans lesquelles la loi en question est satisfaite d'une manière assez exacte depuis un diamètre intérieur de $0^{mm},22$ jusqu'à un diamètre de $1^{mm},70$.

Cependant cette exactitude n'est pas telle que l'on ne reconnaisse la présence d'une autre cause perturbatrice, qu'il serait nécessaire d'éliminer pour obtenir un accord parfait avec la théorie. Or une autre expérience de M. Bède met en évidence une semblable cause et montre qu'elle doit exercer une influence très-notable sur les phénomènes. Voici cette expérience : l'auteur a construit, avec tout le soin possible, deux thermomètres d'environ 80 centimètres de hauteur, parfaitement purgés d'air; il en a plongé les réservoirs dans une cuvette pleine de mercure, puis il a brisé ceux-ci sous le liquide; ces thermomètres se trouvaient ainsi transformés en baromètres, dans lesquels les hauteurs des colonnes ne devaient, abstraction faite de toute cause étrangère, différer de la hauteur d'un baromètre ordinaire plongé dans la même cuvette que par la dépression capillaire. Mais ce procédé n'a donné aucun résultat : on obtenait à peu près telle dépression que l'on voulait, car, lorsque l'équilibre semblait établi, on pouvait soulever les tubes ou les enfoncer davantage dans la cuvette sans que le haut des colonnes de mercure se déplaçât par rapport à eux. L'auteur remarque que ce fait est probablement dû à la puissance du frottement entre le mercure et le verre, frottement qui s'exerce ici sur une grande longueur.

La chose paraît incontestable, et l'on doit en conclure que, dans les observations ordinaires de dépression, le frottement contre les parois intérieures du tube est l'une des causes principales des écarts que l'on constate. M. Bède a essayé, mais sans succès, d'en atténuer l'influence par des secousses données aux appareils ; il faut donc chercher un autre moyen, et le suivant, que je me hasarde à proposer, offre, je crois, beaucoup de chances de réussite. M. Bède observe les dépressions dans des siphons renversés dont l'une des branches verticales est capillaire et l'autre très-large. Or supposons qu'au lieu d'opérer ainsi, on emploie le procédé également connu qui consiste à plonger partiellement un tube capillaire dans un vase cylindrique en verre plein de mercure, et à tenir le tube en contact avec la paroi intérieure du vase, de manière à pouvoir distinguer le phénomène à travers cette paroi ; mais supposons, en outre, que, dans chaque expérience, on arrête la descente du tube dans le mercure du vase lorsque la colonne qui pénètre dans ce tube a atteint seulement deux à trois millimètres de hauteur ; il est clair que, sur une si petite étendue, le frottement n'aura qu'une influence très-faible ; on peut donc espérer qu'alors, en joignant à ce procédé les autres précautions indiquées par M. Bède, on parviendra à une série de résultats bien réguliers et bien d'accord avec la loi théorique. M. Bède, à qui j'ai communiqué cette idée, a témoigné l'intention de la soumettre à l'épreuve de l'expérience.

Après avoir étudié la dépression du mercure dans les tubes étroits, l'auteur passe aux tubes larges. Il décrit un procédé électrique d'une sensibilité extrême, à l'aide duquel il a pu mesurer les dépressions dans ces derniers tubes avec une exactitude presque mathématique ; il relie par une courbe les valeurs données dans la table de Laplace, et la comparaison de ses propres résultats avec cette courbe le conduit à cette conclusion que les dépressions calculées par Laplace sont à très-peu près celles qui ont lieu réellement dans des tubes de cristal, et qu'elles sont notablement supérieures à celles qui se produisent dans des tubes de verre.

Il cherche alors à vérifier par l'expérience cette loi générale trouvée par Laplace, que, dans des tubes cylindriques d'un diamètre quelconque, le volume déprimé est proportionnel au contour de la section intérieure du tube, et ses résultats confirment la loi dont il s'agit aussi bien que le permettent les procédés dont on peut disposer : dans le cas des tubes capillaires, il avait trouvé, pour le double du rapport du volume déprimé au contour, le nombre 4,815; avec des tubes dont les diamètres s'étendent de 5^{mm} à 18^{mm}, il obtient, comme moyenne de quatre expériences notablement concordantes, le nombre 5,076.

M. Bertrand, dans son travail sur les phénomènes capillaires, avait posé le théorème suivant : si un tube capillaire est plongé dans un liquide et que la colonne liquide soulevée soit séparée en plusieurs parties par des bulles d'air introduites artificiellement, la masse totale du liquide soulevé ne dépendra ni du nombre, ni du volume de ces bulles. M. Bède remarque que les calculs sur lesquels repose ce théorème peuvent s'appliquer également aux dépressions, en sorte que la loi serait également vraie pour ces dernières; mais, en soumettant la chose à l'expérience, il trouve que celle-ci ne vérifie aucunement la loi en question : les dépressions observées sont beaucoup plus fortes qu'elles ne le seraient d'après cette même loi.

Enfin M. Bède rapporte quelques expériences qu'il a faites sur les dépressions du plomb et de l'étain fondus. Les résultats présentent assez peu de régularité malgré toutes les précautions prises par l'auteur; cependant ils me paraissent étendre assez bien aux métaux fondus la loi théorique des dépressions.

On peut juger, par l'analyse précédente, que le mémoire actuel de M. Bède est plein d'intérêt, et contribue efficacement à éclaircir les difficultés de l'étude expérimentale des phénomènes capillaires ; il donne le droit d'espérer que les mémoires suivants du même auteur continueront à perfectionner cette étude. J'appuie donc de tout mon pouvoir l'insertion dans le recueil de l'Académie. »

M. Duprez, second commissaire, fait connaître qu'il a examiné, conjointement avec M. Plateau, la deuxième partie du travail de M. Bède sur la capillarité, et qu'il adhère aux conclusions du rapport de son honorable confrère.

M. Lamarle, troisième commissaire, s'est plus spécialement chargé d'examiner la partie mathématique du travail de M. Bède, celle qui a pour objet principal d'exposer en les résumant les diverses théories qui ont été proposées pour l'explication des phénomènes capillaires. Selon lui, les détails donnés par l'auteur offrent un véritable intérêt. Peut-être aurait-il pu les resserrer davantage. Quoi qu'il en soit, dit-il, je me rallie sans réserve aux conclusions de MM. Plateau et Duprez.

Le travail de M. Bède sera inséré dans le recueil des Mémoires des savants étrangers.

COMMUNICATIONS ET LECTURES.

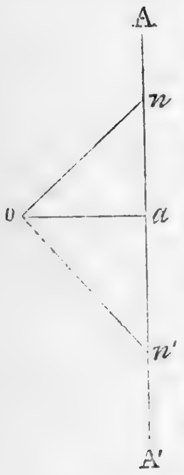
—

Théorie géométrique des centres et axes instantanés de rotation; par M. Lamarle, associé de l'Académie. (Suite.)

APPLICATIONS.

D'UNE DROITE QUI SE MEUT ET DONT TOUS LES POINTS ONT DES VITESSES PERPENDICULAIRES A SA DIRECTION.

33. Soit D une droite projetée en *o* sur un plan P perpendiculaire à sa direction. Par hypothèse, les vitesses des différents points de la droite D sont perpendiculaires à cette droite (*), et, par conséquent, parallèles au plan P. Il en résulte que si l'on transporte en *o* les vitesses de ces différents points, leurs extrémités viendront toutes aboutir à une même droite AA' située dans le plan P. (*Théorème IV, Corollaire 6.*) Il en résulte aussi que les vitesses ainsi transportées seront les projections sur le plan P de ces mêmes vitesses considérées dans leurs vraies positions.



On sait que les vitesses des différents points de la droite D, lorsqu'on les prend dans leur vraie position, ont

(*) Lorsque la vitesse d'un point d'une droite est perpendiculaire à la direction de cette droite, il en est de même des vitesses simultanées de tous les autres points : c'est là une conséquence directe et immédiate du *Théorème IV*.

pour lieu de leurs extrémités une droite oblique sur la droite D (*Théorème IV, Corollaire 1*). Désignons par Δ cette deuxième droite, et observons qu'elle est située dans le plan mené par AA′ perpendiculairement au plan P.

De là résultent immédiatement les conséquences suivantes :

Il est un point de la droite D dont la vitesse représentée par la perpendiculaire *oa* abaissée de *o* sur AA′ est moindre que toutes les autres.

Ce point, dit *point central,* d'après M. Chasles, est situé sur la plus courte distance des droites D, Δ.

Soit *o* le point central ainsi déterminé. La droite *oa* suivant laquelle la vitesse du point *o* se dirige est dite *axe de symétrie*.

Étant donnés deux points quelconques pris sur la droite D et équidistants du point central, les vitesses de ces points ont même grandeur et elles sont dirigées symétriquement par rapport à la droite *oa.*

L'état de mouvement de la droite D résulte d'une translation suivant l'axe de symétrie, avec rotation autour de ce même axe.

Soit *on* la projection de la vitesse d'un point quelconque *m*, pris sur la droite D, à la distance *om* du point central, les vitesses de translation et de rotation de la droite D sont respectivement, l'une

$$u = oa,$$

l'autre

$$(1) \quad \ldots\ldots\ldots \quad \omega = \frac{an}{om}.$$

Soit α l'angle que la vitesse *on* fait avec l'axe de symétrie oa, il vient

$$om = \frac{an}{\omega} = \frac{u}{\omega} \operatorname{tang} \alpha,$$

ou, désignant par μ le rapport $\frac{u}{\omega}$,

$$(2) \quad \ldots\ldots \quad om = \mu \operatorname{tang} \alpha.$$

Lorsqu'on fait varier dans un même rapport les vitesses de translation et de rotation de la droite D, les vitesses totales de ses différents points conservent leurs directions respectives. Le seul changement consiste en ce que la droite Δ se déplace le long de l'axe de symétrie en lui restant perpendiculaire. Dans ce déplacement, la droite Δ engendre un paraboloïde hyperbolique dont le sommet est en o.

Soient m, m' deux points conjugués pris sur la droite D, et tels que leurs vitesses respectives on, on' soient rectangulaires, on a

$$(3) \quad \ldots\ldots \quad om = \frac{an}{\omega}, \quad om' = \frac{an'}{\omega}$$

et, par suite,

$$(4) \quad . \quad om \, . \, om' = \frac{an \, . \, an'}{\omega^2} = \frac{\overline{ao}^2}{\omega^2} = \left(\frac{u}{\omega}\right)^2 = \mu^2 = \text{const.}$$

On parvient au même résultat en partant de l'équation (2) et la combinant avec l'équation correspondante

$$(5) \quad \ldots\ldots \quad om' = \mu \cot \alpha.$$

DES PLANS TANGENTS ET DES PLANS NORMAUX AUX SURFACES RÉGLÉES GAUCHES.

34. Soit une surface quelconque s, réglée et gauche. Il

est visible que, sans rien changer à ce qui précède (n° 33), on peut toujours considérer la droite D comme étant la génératrice de cette surface. Il s'ensuit que le plan *nom* touche en *m* la surface *s* et qu'en *m'* il lui est normal.

De là résulte une démonstration directe, la plus simple possible, de plusieurs théorèmes curieux, énoncés par M. Chasles, dans les termes suivants (*) :

1° *Un plan quelconque étant mené par une génératrice d'une surface gauche, la distance du point où il est tangent à la surface au point central* o, *relatif à la génératrice, est proportionnelle à la tangente trigonométrique de l'inclinaison de ce plan sur le plan tangent à la surface au point* o (**).

Ajoutons qu'en désignant par *m* le point de contact et par α l'inclinaison correspondante, on a, conformément à l'équation (2) du n° 33,

$$om = \mu \operatorname{tang} \alpha.$$

On voit ainsi ce qu'exprime la constante μ : c'est la distance du point central au point de la génératrice pour lequel le plan tangent fait un angle de 45 degrés avec le plan tangent au point central.

(*) Voir *Correspondance physique et mathématique*, t. XI, p. 49. *Mémoire sur les surfaces engendrées par une ligne droite.*

(**) On peut dire également ce qui suit :

Si l'on se meut sur la génératrice d'une surface gauche, en partant du point central, le plan tangent tourne autour de la génératrice dans un sens ou dans l'autre, suivant le sens où l'on se meut.

Pour une même distance franchie de part et d'autre, le plan tangent tourne d'un même angle. A la limite, cet angle est droit.

2° *Le point central relatif à une génératrice d'une surface gauche est le sommet du paraboloïde formé par les normales à cette surface menées par les différents points de la génératrice.*

3° *Un plan quelconque étant mené par une génératrice d'une surface gauche, les deux points où ce plan est tangent et normal à la surface jouissent de cette propriété que leurs distances au point central de la génératrice ont leur produit constant.*

Ajoutons que ce produit est égal à μ^2, conformément à l'équation (4) du n° 33.

4° *Un plan quelconque mené par une génératrice d'une surface gauche est tangent à la surface en un point et lui est normal en un second point. Les distances de ces deux points au point central ont leur rapport précisément égal au carré de la tangente trigonométrique de l'inclinaison du plan sur le plan tangent au point central.*

La combinaison des équations (2) et (5) du n° 3 donnant

$$(6) \quad \ldots\ldots\ldots \quad \frac{om}{om'} = \tan^2 \alpha,$$

il est visible que cette dernière relation a pour traduction directe l'énoncé qui précède.

5° *Si autour d'une génératrice d'une surface gauche, on fait tourner deux plans faisant entre eux un demi-angle droit et qu'on mesure le segment compris entre les deux points où chaque plan est tangent et normal à la surface, la somme des valeurs inverses des carrés des deux segments sera constante.*

On a, d'après les relations (3) du n° 33,

$$(om + om')\,\omega = mm'\omega = an + an' = u\,[\text{tang}\,\alpha\cot\alpha] = \frac{u}{\sin\alpha\cos\alpha}$$

et, par suite,

$$(7) \quad \ldots\ldots \quad \sin 2\alpha = \frac{2\mu}{mm'}.$$

S'agit-il ensuite d'un second plan, faisant avec le premier un demi-angle droit, si l'on désigne par p, p' les points conjugués où ce second plan touche la surface et lui est normal, il vient, d'après l'équation (7),

$$(8) \quad \ldots\ldots \quad \cos 2\alpha = \pm\frac{2\mu}{pp'}.$$

La combinaison des équations (7) et (8) donne immédiatement

$$\left(\frac{1}{mm'}\right)^2 + \left(\frac{1}{pp'}\right)^2 = \frac{1}{4\mu^2},$$

c'est-à-dire l'expression algébrique de la dernière proposition.

35. La considération des équations (3) conduit à d'autres conséquences : indiquons-en quelques-unes (*).

On a, comme ci-dessus,

$$(om - om')\omega = an - an' = u(\text{tang}\,\alpha - \cot\alpha) = u\frac{\sin^2\alpha - \cos^2\alpha}{\sin\alpha\cos\alpha} = -\frac{2u}{\text{tang}\,2\alpha}.$$

(*) Lorsque deux surfaces gauches ont trois plans tangents communs le long d'une même génératrice, il en est de même pour tous les plans tangents, qui passent par cette génératrice. Cette proposition résulte des considérations précédentes. Elle se démontre aisément et sans calcul.

Eu égard aux équations (7) et (8), on a d'ailleurs,

$$(9) \quad \ldots\ldots \quad \operatorname{tang} 2\alpha = +\frac{pp'}{mm'},$$

il vient donc, en substituant,

$$(10)\ .\ (om - om')\frac{pp'}{mm'} = \pm 2\frac{u}{\omega} = \mp 2\mu = \text{const.}$$

On a de même

$$(11). \quad \ldots\ldots \quad (op' - op)\frac{mm'}{pp'} = \mp 2\mu.$$

Multipliant et divisant l'une par l'autre les équations (10) et (11), il vient, en premier lieu,

$$(12) \quad .\ (om - om')(op' - op) = 4\mu^2 = \text{const.},$$

et en second lieu

$$(13) \quad \ldots\ldots \quad \left(\frac{mm'}{op'}\right)^2 \frac{om - om'}{op' - op} = 1.$$

Les équations (8) et (10) donnent

$$(14) \quad \ldots \quad \frac{om - om'}{mm'} = \pm\frac{2\mu}{pp'} = \pm\cos 2\alpha.$$

Les équations (7) et (11) donnent de même

$$(15) \quad \ldots\ldots \quad \frac{op' - op}{pp'} = \pm\sin 2\alpha.$$

De là résulte

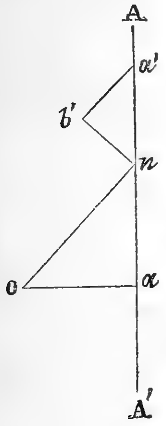
$$(16) \quad .\ . \quad \left(\frac{om - om'}{om + om'}\right)^2 + \left[\frac{op - op'}{op + op'}\right]^2 = 1.$$

Ces diverses relations sont moins simples que les précédentes, énoncées par M. Chasles. Néanmoins, elles nous paraissent assez curieuses, notamment celles qui sont exprimées par les équations (12) et (16).

DE LA COURBURE DES SURFACES GAUCHES.

Sections principales et rayons de courbure principaux.

36. Considérons les deux sections normales faites par le point m, l'une suivant la génératrice om, l'autre perpendiculairement à cette même génératrice, et désignons celle-ci par N_m.



Considérons en même temps les *tangentes réciproques* correspondantes à ces deux sections. Celle de ces tangentes dont le point de contact glisse le long de la génératrice tourne autour de cette génératrice comme la droite on tourne autour du point o dans le plan P. Or, en désignant par h la distance om comprise entre le point m et le point central o, on a

$$(1) \quad \ldots\ldots\ldots \quad an = h \,.\, \omega,$$

et dans cette équation, ω doit être considéré comme une quantité constante. De là résulte, en prenant égale à l'unité la vitesse du point m sur la génératrice om, et en représentant par na' la vitesse correspondante du point n sur AA′ :

$$na' = \omega \ (^*).$$

(*) La constance du rapport

$$\frac{an}{h} = \frac{an}{om} = \omega$$

implique celle des vitesses respectives avec lesquelles les points m et n glissent simultanément, le point m sur om, le point n sur an.

Par les points n et a' menons les droites nb', $a'b'$, l'une perpendiculaire, l'autre parallèle à on. Il vient pour vitesse angulaire de la tangente réciproque considérée

$$\frac{nb'}{ob} = \frac{na' \cdot \cos\alpha}{on} = \frac{\omega \cos^2 \alpha}{u}.$$

Soit ε l'angle que fait avec la section N_m l'une des sections principales passant par le point m. La formule (7) du n° 26 donne :

$$\text{tang } 2\varepsilon = \frac{2N_x}{W_x - W_l}.$$

Or, ici l'on a

$$N_x = \frac{\omega \cos^2 \alpha}{u}, \quad W_l = o, \quad W_x = \frac{1}{r},$$

r étant, pour le point m, le rayon de courbure de la section N_m.

Il vient donc en substituant

$$(2).\quad\ldots\quad \text{tang } 2\varepsilon = 2\frac{\omega}{u} r \cos^2 \alpha.$$

Soient R, R' les deux rayons de courbure principaux, on a, conformément à l'équation (10) du n° 27,

$$\frac{1}{r} = \frac{\cos^2 \varepsilon}{R} + \frac{\sin^2 \varepsilon}{R'}$$

$$o = \frac{\sin^2 \varepsilon}{R} + \frac{\cos^2 \varepsilon}{R'};$$

et, par suite,

$$(3).\quad\ldots\quad R = r\,[1 - \text{tg}^2\, \varepsilon] = 2r\,\frac{\sqrt{1 + \text{tg}^2\, 2\varepsilon} - 1}{\text{tg}^2\, 2\varepsilon}$$

(4). . . $R' = r\,[1 - \cot^2 \varepsilon] = \dfrac{2r}{1 - \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 2\varepsilon}}$.

Tout est ainsi déterminé en fonction du rayon r de la section N_m.

37. Les équations (3) et (4), multipliées membre à membre, donnent

(5). . . . . . . $RR' = -\dfrac{4r^2}{\operatorname{tg}^2 2\varepsilon}$,

et, eu égard à l'équation (2),

(6). . . . $RR' = -\dfrac{u^2}{\omega^2 \cos^4 \alpha} = -\dfrac{\mu^2}{\cos^4 \alpha}$.

On a d'ailleurs

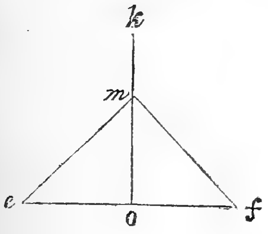
$$\frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \operatorname{tang}^2 \alpha = 1 + \left(\frac{an}{on}\right)^2 = \frac{\mu^2 + h^2}{\mu^2}.$$

Il vient donc aussi

(7) . . . . . . $RR' = -\left(\dfrac{\mu^2 + h^2}{\mu}\right)^2$,

ou, désignant par h' la distance μ comprise entre le point central o et le point de la génératrice om, où le plan tangent fait un angle de 45 degrés avec le plan tangent au point central,

(8) . . . . . . $RR' = -\left(\dfrac{h^2 + h'^2}{h'}\right)^2$.



Soit ok la génératrice et ef une perpendiculaire à cette génératrice menée par le point central o. Prenons oe égal à h', joignons le point e au point considéré m, et sur em élevons, en m, la perpendiculaire mf. On a ainsi

$$\overline{em}^2 = h^2 + h'^2 = h'.\, ef.$$

Il vient donc

$$ef = \frac{h^2 + h'^2}{h'},$$

et, par conséquent,

$$(9) \quad \ldots\ldots \quad RR' = -(ef)^2.$$

Les équations (8) et (9) expriment plusieurs propriétés curieuses des surfaces gauches. Ces propriétés peuvent s'énoncer de la manière suivante :

1° *Les rayons de courbure principaux en un point quelconque d'une surface gauche sont de signes contraires.*

2° *Le produit des rayons de courbure principaux est le même en deux points quelconques situés sur une même génératrice à égale distance du point central.*

3° *Le produit des rayons de courbure principaux au point central d'une génératrice quelconque est égal au carré de la distance comprise, sur cette génératrice, entre le point central et le point où le plan tangent fait un angle de 45° avec le plan tangent au point central.*

4° *Si l'on substitue au point central le point où le plan tangent fait un angle de 45° avec le plan tangent au point central, le produit des rayons de courbure principaux est quatre fois plus grand.*

5° *Le produit des rayons de courbure principaux en un point quelconque d'une surface gauche est égal au carré de l'hypothénuse du triangle rectangle ayant pour hauteur la distance du point donné au point central de la génératrice* *correspondante, et pour segment adjacent à cette hauteur la distance de ce même point central au point de la génératrice où le plan tangent fait un angle de 45° avec le plan tangent au point central.*

38. Soit m' le point de la génératrice où le plan tangent en m devient normal à la surface. De même que l'on a pour la section principale N_m

$$\operatorname{tang} 2\varepsilon = 2\frac{\omega}{u} r \cos^2 \alpha,$$

de même on a pour la section normale correspondante $N_{m'}$,

$$\operatorname{tang} 2\varepsilon' = 2\frac{\omega}{u} r' \sin^2 \alpha.$$

De là résulte, en premier lieu,

$$(10). \quad . \quad . \quad . \quad \frac{tg\ 2\ \varepsilon}{r} + \frac{tg\ 2\ \varepsilon'}{r'} = 2\frac{\omega}{u} = \frac{2}{h'} = \text{const},$$

et, en second lieu,

$$(11) \quad . \quad . \quad . \quad \frac{\operatorname{tg} 2\varepsilon'}{\operatorname{tg} 2\varepsilon} = \frac{r'}{r}\operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{r'}{r}\cdot\frac{om}{om'},$$

ou, ce qui revient au même,

$$(12) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \frac{om'}{r'}\operatorname{tg} 2\varepsilon' = \frac{om}{r}\operatorname{tg} 2\varepsilon.$$

La combinaison des équations (10) et (12) donne encore

$$\frac{mm'}{om'}\,\frac{\operatorname{tg} 2\varepsilon}{r} = \frac{2}{h'} = \text{const}.$$

Sans insister davantage sur ces diverses relations plus ou moins curieuses, proposons-nous maintenant de déterminer le rayon de courbure désigné ci-dessus par r. Il est visible que c'est à cette détermination que se trouve actuellement ramenée la solution complète de la question générale de la courbure en un point quelconque d'une surface réglée gauche.

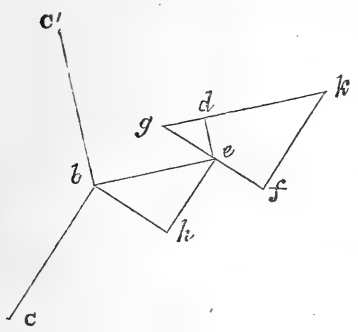
Détermination directe du rayon de courbure dans les sections normales perpendiculaires à la génératrice.

39. Considérons deux sections normales N_o, N_m, faites perpendiculairement à la génératrice D, l'une par le point central o, l'autre par un point quelconque m, situé sur cette même génératrice et projeté en o.

Le plan P passant par le point o se confond avec le plan de la section N_o. La génératrice, supposée mobile le long de cette section, détermine la section N_m par ses intersections successives avec le plan mené par le point m parallèlement au plan P. D'un autre côté, si l'on connaît la section N_o, et, pour chaque position de la génératrice, la projection de cette génératrice sur le plan P, ainsi que sa vitesse angulaire dans le plan projetant, le mouvement de la génératrice est complétement déterminé. On peut donc en déduire la section N ou, ce qui revient au même, sa projection sur le plan P de la section N_o.

En o et dans le plan P élevons sur oa une perpendiculaire oc. Lorsque la génératrice sort de la position om, sa projection sur le plan P tourne en général autour d'un point de la perpendiculaire oc. Soit c ce point et λ sa distance au point o, soit d'ailleurs c' la projection sur le plan P du centre de courbure qui correspond au point m dans la section N_m.

40. Cela posé, considérons en premier lieu le mouvement d'un point b assujetti à rester en même temps sur une droite mobile cb, et sur une courbe dont le centre de courbure est en c' pour la position actuelle du point b.



La perpendiculaire be élevée en b sur bc' fixe la direction actuelle de la vitesse du point b.

Soit γ la vitesse angulaire de la droite cb autour du point c où elle touche l'enveloppe de ses positions successives. Si l'on représente par bh la vitesse de circulation du point b par rapport à cb, on a d'abord

(1) . . . . $bh = \gamma \,.\, cb.$

La droite bh étant perpendiculaire à cb, menons par le point h une parallèle à cb, et prolongeons cette parallèle jusqu'à sa rencontre en e avec la droite be. La vitesse totale du point b est be; si donc on désigne par β l'angle ebh, il il vient pour la vitesse de glissement du point b sur cb

(2) . . . $he = bh \,.\, \text{tang}\, \beta = \gamma \,.\, cb \,.\, \text{tang}\, \beta.$

Proposons-nous maintenant de déterminer la vitesse qui anime le point e, dans la déformation subie par le triangle beh, lorsqu'on passe de la position actuelle à la position immédiatement successive. Dans ce passage, la droite be tourne autour du point b avec une certaine vitesse w; la droite cb tourne autour du point c avec la vitesse γ supposée constante; les points b et c glissent sur cb, l'un avec la vitesse he, l'autre avec la vitesse $\gamma.\, \sigma.$, σ étant, pour le point c, le rayon de courbure de l'enveloppe des positions successions de la droite cb.

En désignant par r le rayon de courbure $c'b$, on a

$$w = \frac{be}{r} = \frac{bh}{r \cos \beta} = \frac{\gamma \,.\, cb}{r \cos \beta}.$$

Considéré comme restant sur la droite be, le point e a pour vitesse perpendiculaire à cette droite

$$(3) \quad . \quad . \quad . \quad ed = be \,.\, w = \frac{\overline{be}^2}{r} = \frac{\gamma^2 \cdot \overline{cb}^2}{r \cos^2 \beta}.$$

Considéré comme restant sur la droite he, qui se meut parallèlement à elle-même, tandis que le point h glisse sur bh et qui tourne en même temps autour de ce point avec la vitesse γ, le point e a pour vitesse perpendiculaire à he :

1° La vitesse du point h sur bh;

2° La vitesse de circulation due à la rotation γ autour du point h.

La première de ces deux vitesses se déduit de l'équation (1)

$$\frac{bh}{cb} = \gamma = \text{const.}$$

En effet, puisqu'il existe un rapport constant entre les longueurs bh et cb, le même rapport s'établit entre la vitesse du point h sur bh et celle qui, sur cb, anime le point b par rapport au point c. De la résulte pour la première des deux vitesses cherchées

$$\gamma(hc - \gamma' \,.\, \sigma) \ (^*).$$

(*) Les vitesses hc et $\gamma' . \sigma$ sont supposées de même sens. Si elles étaient de sens contraire, c'est leur somme qu'il faudrait prendre au lieu de leur différence.

D'un autre côté l'expression de la seconde vitesse est évidemment $\gamma . he$. Il vient donc pour la vitesse totale ef qui anime le point e perpendiculairement à he,

$$(4)\quad ef = 2\gamma . he - \gamma^2 . \sigma = 2\gamma bh \text{ tang } \beta - \gamma^2 \sigma = \gamma^2 (2cb . \text{tang } \beta - \sigma).$$

En d élevons sur de la perpendiculaire dk et en f sur ef la perpendiculaire fk. k étant le point de concours de ces deux perpendiculaires, il s'ensuit que la vitesse totale du point e est représentée en direction, sens et grandeur par la diagonale ek du quadrilatère $edkf$. Concluons que ses composantes, l'une normale, l'autre parallèle à cb, sont respectivement ef et fk. On a d'ailleurs, en prolongeant jusqu'à leur rencontre en g, les deux droites kd, fe,

$$fk = (eg + ef) \text{ tang } \beta = \left(\frac{ed}{\sin \beta} + ef\right) \text{ tang } \beta = \frac{ed}{\cos \beta} + ef . \text{ tang } \beta .,$$

ou, substituant à ed et ef leurs valeurs respectives,

$$(5)\quad . \; fk = \gamma^2 \left(2cb . \text{tang}^2 \beta - \sigma . \text{tang } \beta + \frac{\overline{cb}^2}{r \cos^3 \beta}\right).$$

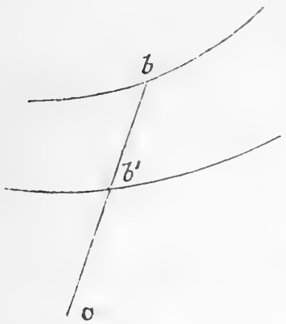
On observera que la quantité r doit être affectée du signe $+$ ou du signe $-$, selon que les rotations w et γ sont de sens contraire ou de même sens.

La valeur que nous venons de trouver pour fk exprime la vitesse du point e suivant he, dans la déformation du triangle beh. S'agit-il ensuite de la vitesse que le point h a suivant eh, dans cette même déformation : elle dépend exclusivement de la rotation γ de la droite bh autour du point b. Il s'ensuit qu'elle a pour expression

$$\gamma . bh = \gamma^2 . cb.$$

Concluons que la vitesse $(\dot{he})$ avec laquelle la grandeur *he* croît dans la déformation du triangle *beh* est exprimée de la manière suivante :

$$(6).\quad (\dot{he}) = \gamma^2\left(cb + 2cb\,.\,\mathrm{tang}^2\,\beta + \frac{\overline{cb}^2}{r\cos^3\beta} - \sigma\,\mathrm{tang}\,\beta\right).$$



41. Sans rien changer au mouvement de la droite *cb*, imaginons qu'elle rencontre à la fois deux courbes quelconques, l'une au point *b*, l'autre au point *b'*. En conservant pour la courbe rencontrée en *b* les notations précédentes et pour la courbe rencontrée en *b'* ces mêmes notations affectées d'un accent, on a

1° Pour la vitesse V avec laquelle croît la partie interceptée *bb'*

$$(7)\ .\quad \mathrm{V} = he - h'e' = \gamma(cb\,.\,\mathrm{tang}\,\beta - cb'.\,\mathrm{tang}\,\beta');$$

2° Pour la vitesse $\dot{\mathrm{V}}$ avec laquelle augmente la quantité V

$$(8)\ \dot{\mathrm{V}}=(\dot{he})-(\dot{h'e'})=\gamma^2\Big[cb-cb'+2(cb\,\mathrm{tg}^2\beta-cb'\,\mathrm{tg}^2\beta')+\frac{\overline{cb}^2}{r\cos^3\beta}-\frac{\overline{cb'}^2}{r'\cos^3\beta'}-\sigma.(\mathrm{tg}\beta-\mathrm{tg}\beta')\Big].$$

La section N_m étant projetée sur le plan P et le point *m* en *o*, les formules (7) et (8) s'appliquent au point *o* des deux courbes N_m, N_o, en posant pour la section N_m (*)

$$\beta = \alpha,\quad cb = \lambda,$$

(*) Ces mêmes formules s'appliquent d'une manière directe à la solution générale du problème suivant :

Étant données dans un même plan deux courbes LQ, L'Q' *et une droite* et pour la section N_0

$$\mathcal{C}' = o. \quad cb' = \lambda, \quad r' = \rho.$$

De là résulte, ainsi que nous le savions déjà,

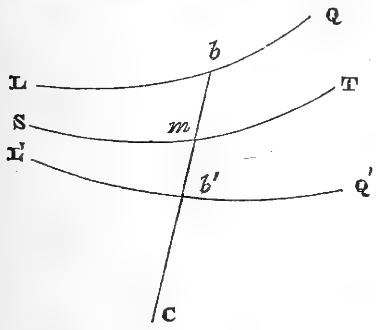
(9) . . $V = \gamma . \lambda \text{ tang } \alpha = u \text{ tang } \alpha = an,$

et en outre

(10) $\dot{V} = \lambda^2 . \gamma^2 \left(\frac{2 \text{ tang}^2 \alpha}{\lambda} + \frac{1}{r \cos^3 \alpha} - \frac{1}{\rho} - \frac{\sigma \text{ tang } \alpha}{\lambda^2} \right).$

---

mobile D, *soit* ST *le lieu des points qui divisent dans un même rapport constant les segments de la droite* D *interceptés entre les courbes* LQ, L'Q'. *Cela posé, on demande de déterminer pour une position quelconque* cb'b *de la droite* D, *la tangente et le rayon de courbure de la ligne* ST *au point* m *situé sur le segment* bb'.



Soit c le point où la droite $cb'b$ touche l'enveloppe de ses positions successives,

μ le rapport constant $mb' : bb'$,

$\mathcal{C}, \mathcal{C}', \eta$ les compléments des angles sous lesquels la droite $cb'b$ coupe les courbes LQ, L'Q', ST,

r, r', ρ les rayons de courbure de ces mêmes courbes aux points b, b', m,

v, v', u les vitesses de ces trois points sur la droite $cb'b$.

L'équation (2) donne

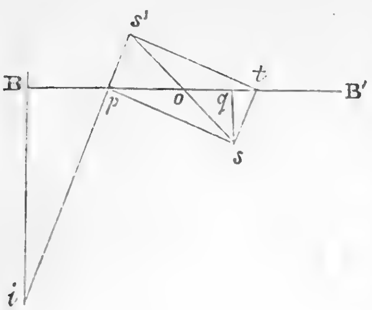
$$v = \gamma . cb. \text{ tang } \mathcal{C}, \quad v' = \gamma . cb'. \text{ tang } \mathcal{C}', \quad u = \gamma . cm \text{ tang } \eta.$$

L'équation (6) donne de même, en désignant par les mêmes lettres surchargées d'un point les vitesses simultanées des grandeurs v, v', u,

(1) . . . . . $\dot{v} = \gamma^2 \left(cb + 2\, cb \text{ tang}^2 \mathcal{C} + \frac{\overline{cb}^2}{r \cos^3 \mathcal{C}} - \sigma \text{ tang } \mathcal{C} \right)$

(2) . . . . . $\dot{v}' = \gamma^2 . \left(cb' + 2\, cb' \text{ tang}^2 \mathcal{C}' + \frac{\overline{cb'}^2}{r' \cos^3 \mathcal{C}'} - \sigma \text{ tang } \mathcal{C}' \right)$

42. Considérons, en second lieu, un point p assujetti à rester en même temps sur deux droites, l'une ip mobile autour du point i, l'autre BB′ supposée fixe.



Soit φ l'angle que la droite mobile, prise dans sa position actuelle ip, fait avec la perpendiculaire iB abaissée du point i sur BB′, et ω la

---

$$(3) \ldots\ldots \dot{u} = \gamma^2 \left(cm + 2\,cm \tan^2 \nu + \frac{\overline{cm}^2}{\rho \cos^3 \nu} - \sigma \tan \nu \right).$$

On a d'ailleurs

$$\frac{mb'}{bb'} = \text{const.} = \mu$$

et par suite,

$$\frac{u - v'}{v - v'} = \mu, \qquad \frac{\dot{u} - \dot{v}'}{\dot{v} - \dot{v}'} = \mu.$$

De là résulte, en substituant,

$$(4) \ldots\ldots\ldots\ldots \quad cm = \mu\, cb + (1 - \mu)\, cb'$$

$$(5) \ldots\ldots\ldots\ldots \quad cm \operatorname{tg} \nu = \mu\, cb \operatorname{tg} \beta + (1 - \mu)\, cb' \operatorname{tg} \beta'.$$

$$(6)\ cm \left(1 + 2 \operatorname{tg}^2 \nu + \frac{cm}{\rho \cos^3 \nu} - \frac{\sigma \operatorname{tg} \nu}{cm}\right) = \mu\, cb \left(1 + 2 \operatorname{tg}^2 \beta + \frac{cb}{r \cos^3 \beta} - \frac{\sigma \operatorname{tg} \beta}{cb}\right)$$
$$+ (1 - \mu) cb' \left(1 + 2 \operatorname{tg}^2 \beta' + \frac{cb'}{r' \cos^3 \beta'} - \frac{\sigma \operatorname{tg} \beta'}{cb'}\right)$$

et ces trois dernières équations résolvent complétement la question proposée.

Dans le cas particulier où l'une des trois courbes LQ, L′Q′, ST, la courbe ST, par exemple, est elle-même le lieu des points c, on a

$$\sigma = \rho, \quad \nu = \frac{\pi}{2}, \quad cm = o, \quad cm \tan \nu = \rho, \quad \dot{u} = \gamma^2 \rho_1,$$

vitesse angulaire de la droite *ip* autour du point *i*. Élevons en *p* sur *pi* une perpendiculaire *ps* égale à la vitesse de circulation du point *p* autour du point *i*, et par le point *s* menons la droite *st* parallèle à *pi*. On a d'abord, en désignant par *h* la hauteur B*i*,

$$ps = \omega \,.\, pi = \frac{h \,.\, \omega}{\cos \varphi}.$$

Il vient ensuite, pour la vitesse *pt* du point *p* sur BB'',

---

ρ_1 étant le rayon de courbure qui correspond au point *c* dans la développée de la courbe ST.

L'identité qui s'établit, pour ce cas, entre les deux valeurs de u, exprimées l'une par $\gamma.\ \sigma = \gamma.\ \rho$, l'autre par $\gamma.\ cm\,.\,\text{tang}\ \eta$, montre suffisamment que le produit $cm\,.\,\text{tg}\ \eta$ devient égal à ρ. Il en résulte d'une manière générale

$$\frac{u}{\rho} = \gamma. = \text{const},$$

et, par conséquent,

$$\frac{\dot{u}}{\dot{\rho}} = \gamma.$$

$\dot{\rho}$ étant la vitesse avec laquelle ρ varie dans le passage de la position considérée à la position suivante.

On a d'ailleurs

$$\rho_1 = \frac{\dot{\rho}}{\gamma}.$$

Il vient donc, en conséquence,

$$\dot{u} = \gamma^2.\ \rho_1.$$

Si l'on opérait sur la valeur générale donnée plus haut pour u et qu'on y changeât le signe de ρ, conformément à la remarque du n° 40, on trouverait que cette valeur se réduit à zéro. On se rend compte de cette apparente contradiction, en observant que si les quantités cm et η sont constantes,

$$(11) \quad \ldots\ldots \quad pt = \frac{ps}{\cos \varphi} = \frac{h \cdot \omega}{\cos^2 \varphi}.$$

Soit q le pied de la perpendiculaire abaissée du point s sur pt, on a évidemment

$$pq = pt \cdot \cos^2 \varphi.$$

Il vient donc en substituant

$$(12). \quad \ldots\ldots \quad h \cdot \omega = pq.$$

---

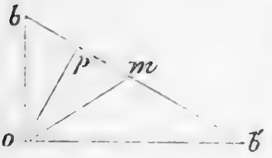
l'une étant toujours nulle, l'autre toujours égale à $\frac{\pi}{2}$, le produit $cm \cdot \mathrm{tg}\, \varkappa$ peut néanmoins demeurer variable.

Cela posé, au lieu des équations (4), (5), (6), l'on a, pour le cas dont il s'agit,

$$(7) \quad \ldots\ldots \quad \rho = \mu \cdot mb \cdot (\mathrm{tang}\, \beta + \mathrm{tang}\, \beta'),$$

$$(8) \quad \rho_1 = \mu \cdot mb \left[2(1 + \mathrm{tg}^2 \beta + \mathrm{tg}^2 \beta') + \frac{mb}{r \cos^3 \beta} + \frac{mb'}{r \cos^3 \beta'} - \rho \left(\frac{\mathrm{tg}\, \beta}{mb} + \frac{\mathrm{tg}\, \beta'}{mb'} \right) \right].$$

Le systeme des équations (4), (5), (6) comporte, ainsi que celui des équations (7) et (8), un grand nombre d'applications diverses. Soit, par exemple, o le centre commun de trois ellipses semblables E, E′, e, ayant toutes trois leurs axes principaux dirigés suivant les droites ob, ob'.



m étant un point de l'ellipse e et bmb' la tangente en ce point, soit b l'un des sommets de l'ellipse E et b' l'un des sommets de l'ellipse E′. La considération de l'hyperboloïde à une nappe sur lequel sont situées les deux ellipses projetées en E, E′, et qui a pour ligne de gorge l'ellipse e, fait voir immédiatement que l'on peut assimiler les ellipses E, E′, aux courbes LQ, L′Q′ et l'ellipse e à la courbe ST devenue le lieu des points c. Il suit de là que l'équation (7) est immédiatement applicable, ρ étant, pour le point m, le rayon de courbure de l'ellipse e, μ le rapport $\frac{mb'}{bb'}$, β l'angle obb' et β' l'angle $ob'b$.

Dans cet exemple, les angles β, β' sont compléments l'un de l'autre. L'équation (7) donne, en conséquence, Désignons par U et par $\dot{\omega}$ les vitesses avec lesquelles les grandeurs pq et ω varient dans le passage d'une position à la position immédiatement successive. Puisque ces grandeurs conservent entre elles un rapport constant, ce même rapport s'établit entre les vitesses U et $\dot{\omega}$. On a donc, comme conséquence de l'équation (12),

$$h \cdot \dot{\omega} = \mathrm{U}.$$

---

(9) . . . . $\rho = \frac{mb \cdot mb'}{bb' \sin \mathfrak{C} \cos \mathfrak{C}}$.

Projetons le rayon ρ sur l'un des deux axes, et cette même projection sur la tangente bmb'. La seconde projection étant exprimée par le produit

$$\rho \sin \mathfrak{C} \cdot \cos \mathfrak{C}.$$

On voit qu'elle est précisément égale à la quantité

$$\frac{mb \cdot mb'}{bb'},$$

c'est-à-dire au produit des segments de la tangente divisé par la somme de ces mêmes segments. Ce résultat nous paraît curieux. On voit d'ailleurs qu'il est tout à fait général, l'ellipse e pouvant être quelconque, et le point m pris comme on veut sur cette même ellipse.

Soit op la perpendiculaire abaissée du centre o sur la tangente bb'. On a

$$op = ob \cdot \sin \mathfrak{C} = bb' \sin \mathfrak{C} \cos \mathfrak{C}.$$

Il vient donc aussi

$$\rho = \frac{mb \cdot mb'}{op}.$$

Ce qui montre que le rayon de courbure ρ a pour expression le produit des segments de la tangente divisé par la perpendiculaire abaissée du centre sur la tangente.

Dans le cercle, le produit des segments de la tangente est égal au carré du rayon. Dans l'ellipse, le carré du rayon est remplacé par deux facteurs dont l'un est le rayon de courbure, l'autre la perpendiculaire abaissée du centre sur la tangente.

La vitesse U est celle du point q sur BB′. Elle résulte de la vitesse relative U′ avec laquelle le point t s'écarte du point p sur bb' et en outre de la vitesse ω avec laquelle les droites ps, ts tournent simultanément, l'une autour du point p, l'autre autour du point t.

La partie de la vitesse U qui correspond à la vitesse U′ est évidemment

$$U' . \cos^2 \varphi.$$

Celle qui correspond au déplacement du point s, par suite de la rotation simultanée de la droite ps autour du point p et de la droite ts autour du point t s'obtient de la manière suivante :

Soit ss' la diagonale du rectangle construit sur les côtés ps, st. La vitesse du point s est perpendiculaire à ss' et représentée en grandeur par le produit $ss' . \omega$. On voit d'ailleurs aisément que la droite BB′ coupe en son milieu la diagonale ss'. Il suit de là que la partie de la vitesse U qu'il s'agit ici de déterminer a pour expression

$$2sq . \omega = 2 . so . \omega . \sin 2\varphi = pt . \omega . \sin 2\varphi.$$

De là résulte, en général,

$$(13). \quad . \quad . \; h . \dot{\omega} = U = U' \cos^2 \varphi - pt . \omega . \sin 2\varphi.$$

Dans le cas particulier où la position initiale de la droite mobile est iB, l'angle φ étant nul, l'équation (11) devient

$$(14) . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad h . \omega = pt$$

et l'équation (9) se réduit à

$$(15) . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad h . \dot{\omega} = U'.$$

Cela posé, il est aisé de voir comment les formules (10) et (11) s'appliquent au déplacement de la génératrice D au sortir de la position *om*. Il suffit pour cela que h exprime la distance *om*, et ω la vitesse angulaire de la génératrice dans le plan projetant, mentionné plus haut, n° 36. La conséquence est que la vitesse *pt* se confond avec la vitesse *an* et la vitesse U′ avec celle que nous avons désignée ci-dessus par la lettre $\dot{V}$. On a donc, d'une part,

$$(16). \quad \ldots\ldots \quad h\omega = an = u \operatorname{tang} \alpha,$$

u étant la vitesse du point central, et d'autre part,

$$(17). \quad \ldots\ldots \quad \dot{V} = h\dot{\omega} = \frac{\dot{\omega}}{\omega} u \operatorname{tang} \alpha.$$

43. Égalons entre elles les valeurs fournies pour $\dot{V}$ par les équations (10) et (11) des nos 40 et 42. On trouve ainsi

$$\frac{\dot{\omega}}{\omega} u \operatorname{tang} \alpha = \lambda^2 \gamma^2 \left(\frac{2 \operatorname{tang}^2 \alpha}{\lambda} + \frac{1}{r \cos^3 \alpha} - \frac{1}{\rho} - \frac{\sigma \operatorname{tang} \alpha}{\lambda^2}\right).$$

On a d'ailleurs

$$u = \lambda . \gamma .$$

Il vient donc en substituant

$$(18). \quad \frac{1}{r \cos^3 \alpha} - \frac{1}{\rho} = \frac{\dot{\omega} \operatorname{tang} \alpha}{\omega . u} - \frac{2 \operatorname{tang}^2 \alpha}{\lambda} + \frac{\sigma \operatorname{tang} \alpha}{\lambda^2}.$$

Cette dernière équation résout la question générale de la courbure d'une surface quelconque gauche pour tous les points situés le long d'une même génératrice.

Soit m' un second point pris sur la génératrice *om*; $N_m{}'$

la section faite par le point m' perpendiculairement à cette génératrice, r' et α' les valeurs correspondantes des quantités désignées ci-dessus par r et α; on a, comme tout à l'heure,

$$(19). \quad \frac{1}{r'\cos^3\alpha'} - \frac{1}{\rho} = \frac{\dot{\omega}\,\text{tang}\,\alpha'}{\omega u} - \frac{2\,\text{tang}^2\alpha'}{\lambda} + \frac{\sigma\,\text{tang}\,\alpha'}{\lambda^2}.$$

La combinaison des équations (18) et (19) fournit les relations suivantes :

$$(20). \quad \frac{1}{r\cos^3\alpha} - \frac{1}{r'\cos^3\alpha'} = (\text{tg}\,\alpha - \text{tg}\,\alpha')\left[\frac{\dot{\omega}}{\omega u} + \frac{\sigma}{\lambda^2} - \frac{2}{\lambda}(\text{tg}\,\alpha + \text{tg}\,\alpha')\right].$$

$$(21). \quad \frac{\text{tg}\,\alpha'}{r\cos^3\alpha} - \frac{\text{tg}\,\alpha}{r'\cos^3\alpha'} = (\text{tg}\,\alpha' - \text{tg}\,\alpha)\left[\frac{1}{\rho} + \frac{2\text{tg}\,\alpha\,\text{tg}\,\alpha'}{\lambda}\right]^{(*)}.$$

Supposons les points m, m' pris à égale distance du point central o. On a alors $\alpha' = -\alpha$, et, par suite

$$(22). \quad . \quad . \quad \frac{1}{r} - \frac{1}{r'} = 2\left(\frac{\dot{\omega}}{\omega u} + \frac{\sigma}{\lambda^2}\right)\sin\alpha\cos^2\alpha.$$

Si l'on remplace α par $\frac{\pi}{2} - \alpha$ et qu'on désigne par r_1, r'_1 les rayons de courbure qui se substituent, en ce cas, aux

---

(*) L'équation (21) revient à

$$\frac{1}{r'\sin\alpha'\cos^2\alpha'} - \frac{1}{r\sin\alpha\cos^2\alpha} = \sin(\alpha - \alpha')\left(\frac{1}{\rho\sin\alpha\sin\alpha'} + \frac{2}{\lambda\cos\alpha\cos\alpha'}\right)$$

ou bien encore à

$$\frac{\sin 2\alpha}{r'\cos\alpha'} - \frac{\sin 2\alpha'}{r\cos\alpha} = 2\sin(\alpha - \alpha')\left(\frac{\cos\alpha\cos\alpha'}{\rho} + 2\,\frac{\sin\alpha\sin\alpha'}{\lambda}\right)$$

rayons r, r', l'équation (22) devient

$$(23).\quad \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r'_1} = 2\left(\frac{\dot{\omega}}{\omega u} + \frac{\sigma}{\lambda^2}\right)\cos\alpha\sin^2\alpha.$$

La combinaison des équations 22 et 23 donne, en conséquence,

$$(24).\quad \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r'_1} = \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'}.\right)\operatorname{tang}\alpha.$$

DE LA COURBURE DES SURFACES DÉVELOPPABLES.

44. S'agit-il d'abord des surfaces cylindriques? Il est visible que la section désignée par N_m est une section principale, et que cette section demeure invariable pour tous les points d'une même génératrice. Ici donc, aucune difficulté.

S'agit-il ensuite d'une surface quelconque développable et non cylindrique? On peut en général la considérer comme le lieu des tangentes à son arête de rebroussement et partir des données suivantes qu'il suffit d'énoncer :

La vitesse du point central est nulle. Celles des autres points d'une même génératrice sont toutes normales à cette génératrice et situées dans un même plan.

Le plan tangent en un point d'une génératrice est tangent en tous les points de cette même génératrice. Il est le plan osculateur de l'arête de rebroussement au point central.

L'arête de rebroussement est le lieu des points centraux.

La normale a même direction pour tous les points d'une même génératrice. Dans toute section normale faite perpendiculairement à la génératrice, la rotation de la tangente est précisément celle du plan tangent ou, ce qui revient au même, celle de la normale. Il est entendu qu'il s'agit exclusivement de la rotation de la tangente au sortir du point m, où cette tangente est en même temps perpendiculaire à la normale et à la génératrice.

On peut dire d'une ligne quelconque à double courbure, qu'elle est l'arête de rebroussement du lieu de ses tangentes. Tout plan tangent à ce lieu touche la ligne donnée en un certain point. Il est, pour ce point, le plan osculateur de cette ligne.

Les sections normales principales sont dirigées pour chaque point, l'une suivant la génératrice passant par ce point, l'autre perpendiculairement à cette même génératrice. Pour le reconnaître, il suffit d'observer que, dans son déplacement le long d'une même génératrice, la normale conserve une direction constante.

Cela posé, soit om une génératrice quelconque ayant son point central en o, ω la vitesse angulaire de cette génératrice autour du point o, v la vitesse du point m résultant de cette rotation, h la distance om : on a

$$(1) \quad \ldots\ldots\ldots \quad v = \omega h$$

Soit w la vitesse angulaire du plan osculateur correspondante à la vitesse ω et R le rayon de courbure de la section normale faite en m perpendiculairement à om, on peut écrire immédiatement

$$(2) \quad \ldots\ldots \quad R = \frac{v}{w} = \frac{\omega}{w} h = \frac{\rho}{\sigma} h, \quad (^*)$$

(*) Dans le cas des surfaces coniques, l'arête de rebroussement se réduit à

σ et ρ étant, pour le point o de l'arête de rebroussement, les rayons de 1^re et 2^me courbure.

L'équation (2) montre que, le long d'une même génératrice, le rayon R croît proportionnellement à la distance comprise entre le point central et le point considéré. Elle suffit, d'ailleurs, pour résoudre complétement la question proposée.

Si l'on pose $h = \sigma$, il en résulte

$$\text{(3)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad R = \rho$$

De là cet énoncé :

Soit A *une ligne quelconque à double courbure;* s *la surface développable déterminée par les tangentes à la ligne* A; o *un point de cette ligne,* om *la tangente passant par ce point;* N_m *la section normale faite dans la surface* s, *par le point* m *et perpendiculairement à la droite* om. *Cela posé, si la distance* om *est égale au rayon de première courbure de la ligne* A, *au point* o, *l'égalité subsiste entre la deuxième courbure de la ligne* A, *en ce même point, et celle de la section* N_m *au point* m.

DÉTERMINATION DES SURFACES RÉGLÉES A COURBURE MOYENNE CONSTANTE.

45. Proposons-nous de déterminer parmi les surfaces

---

un point, et l'on doit s'en tenir à la formule

$$R = \frac{\omega}{w} h,$$

ω et w étant les vitesses simultanées avec lesquelles la génératrice tourne autour du sommet, et le plan tangent autour de la génératrice.

réglées celles dont la courbure moyenne est constante. Ce problème a été résolu par M. Catalan, au moyen de l'analyse différentielle (*), pour le cas d'une courbure moyenne nulle. Ici nous allons le résoudre d'une manière générale et par la voie purement géométrique.

Soit D la génératrice d'une surface réglée; m un point de cette génératrice : N_m la section normale faite en ce point perpendiculairement à la génératrice D; r le rayon de courbure de la section N_m au point m.

On sait qu'en chaque point d'une surface, la somme inverse des rayons de courbure de deux sections normales rectangulaires est constante (voir au besoin n° 27). Cette somme inverse est ce qu'on nomme la courbure moyenne au point considéré.

Dans une surface réglée, l'une des sections normales étant N_m, pour le point m, la section normale rectangulaire, conjuguée avec N_m, est la génératrice passant par le point m. Il en résulte que la condition à remplir pour que la courbure moyenne soit constante en tous les points d'une surface réglée se réduit à

$$\frac{1}{r} = \text{const.}$$

Considérons d'abord les surfaces développables. Elles sont ou non cylindriques. Dans le 1er cas, le rayon r demeurant invariable pour tous les points d'une même génératrice, la condition à remplir consiste en ce que ce rayon ne change point d'une génératrice à une autre. La conséquence est que *le cylindre droit à base circu-*

(*) Voir *Journal de Liouville*. Année 1842, tome VII, page 205.

laire est la seule surface cylindrique à courbure moyenne constante.

Dans le second cas, la formule (2) du n° 44 donne pour expression générale de la courbure moyenne

$$\frac{1}{R} = \frac{\sigma}{\rho} \cdot \frac{1}{h} = \frac{w}{\omega} \frac{1}{h} \quad (*).$$

Il s'ensuit que cette courbure varie incessamment d'un point à un autre d'une même génératrice, et, conséquemment, que *parmi les surfaces développables non cylindriques, il n'en est aucune dont la courbure moyenne soit constante.*

Considérons ensuite les surfaces gauches. Les équations 18 et 22 du n° 43 donnent pour ce cas

$$(1) \quad . \quad \frac{1}{r \cos^3 \alpha} - \frac{1}{\rho} = \left(\frac{\dot{\omega}}{\omega u} + \frac{\sigma}{\lambda^2}\right) \operatorname{tang} \alpha - \frac{2 \operatorname{tang}^2 \alpha}{\lambda}$$

$$(2) \quad . \quad . \quad \frac{1}{r} - \frac{1}{r'} = \left(\frac{\dot{\omega}.}{\omega u} + \frac{\sigma}{\lambda^2}\right) \sin \alpha \cos^2 \alpha,$$

et il faut que ces équations satisfassent à la condition générale

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r'} = \frac{1}{\rho} = \text{const.}$$

(*) L'équation

$$\frac{1}{R} = \text{const}$$

serait satisfaite, si l'on avait $\rho = \infty$, ou, ce qui revient au même, $w = o$. De là résulte

$$\frac{1}{R} = \text{const} = o,$$

et la surface se réduit à un plan.

La surface étant gauche, α doit demeurer variable d'un point à un autre d'une même génératrice. On peut donc écarter la solution $\alpha = o$, qui ramène au cas du cylindre droit à base circulaire, et la solution $\alpha = \frac{\pi}{2}$, qui correspond au plan. On ne peut point d'ailleurs admettre pour ρ une valeur quelconque finie, vu que cette valeur subsistant la même pour r et r', il en résulterait qu'au lieu de rester variable, l'angle α serait déterminé. La seule solution possible est, en conséquence, celle qui correspond à une courbure moyenne nulle. Or, pour que l'on ait toujours et indépéndamment de toute valeur attribuée à α,

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{\rho} = \frac{1}{r'} = o,$$

il faut nécessairement que l'on ait, d'une part,

$$(3) \ldots \ldots \quad \lambda = \infty,$$

ou, ce qui revient au même,

$$(4) \ldots \ldots \quad \gamma = o,$$

et, d'autre part,

$$(5) \ldots \ldots \quad \dot{\omega} = o.$$

Les équations (3) et (4) expriment que la génératrice sort de la position *om*, en restant perpendiculaire à la droite *oa*, combinée avec l'équation

$$\frac{1}{\rho} = o.$$

Elles montrent que le lieu des points centraux se confond en même temps avec la section N_0 et avec la droite *oa* suivant laquelle est dirigée la vitesse du point central *o*. Il suit de là que la surface correspondante doit être telle qu'elle admette pour directrice la droite *oa* et pour génératrice une droite assujettie à rester perpendiculaire à cette directrice.

L'équation (5) exprime que, dans son déplacement le long de la directrice, la génératrice tourne uniformément.

Cela posé, si l'on se reporte à la composition du terme représenté par *ef* dans l'équation (6) du n° 40, il est aisé de voir que cette composition implique, comme conséquence, l'invariabilité de la vitesse u, pour le cas particulier où la condition $\lambda = \infty$ réduit à zéro la vitesse γ. Il s'ensuit que la génératrice se déplace uniformément le long de la directrice, et, par conséquent, que *la surface correspondante est l'hélicoïde gauche à plan directeur*.

Pour plus de clarté, reprenons les calculs des n^{os} 40, 41, 43 et refaisons-les, dans l'hypothèse où la droite mobile *cb* se déplace parallèlement à elle-même. La quantité *bh* étant représentée par u et sa vitesse par $\dot{u}$, les équations (3), (6), (10), (18) deviennent respectivement :

L'équation (3), n° 40,

$$ed = \frac{u^2}{r \cos^3 \beta};$$

l'équation (6), n° 40,

$$ef = \dot{u};$$

l'équation (10), n° 41,

$$\dot{V} = u^2 \left(\frac{1}{r \cos^3 \alpha} - \frac{1}{\rho} + \frac{\dot{u}}{u^2}\right);$$

l'équation (18), n° 43,

$$\frac{1}{r\cos^3\alpha} - \frac{1}{\rho} = \left(\frac{\dot{\omega}}{\omega} - \frac{\dot{u}}{u}\right)\frac{\tan g\,\alpha}{u}.$$

Il suit de là, toutes choses restant d'ailleurs les mêmes, que l'équation (5) du présent numéro doit être remplacée par l'équation suivante :

$$\frac{\dot{\omega}}{\omega} - \frac{\dot{u}}{u} = o,$$

et l'on ne peut y satisfaire qu'en posant à la fois

$$\dot{\omega} = o, \quad \dot{u} = o$$

ou plus généralement

$$\frac{\dot{\omega}}{\dot{u}} = \frac{\omega}{u} = \text{const.}$$

Ces deux solutions sont d'ailleurs identiques. L'une comme l'autre donne le même résultat, consistant en ce que, *parmi les surfaces gauches, l'hélicoïde à plan directeur est la seule dont la courbure moyenne soit constante.*

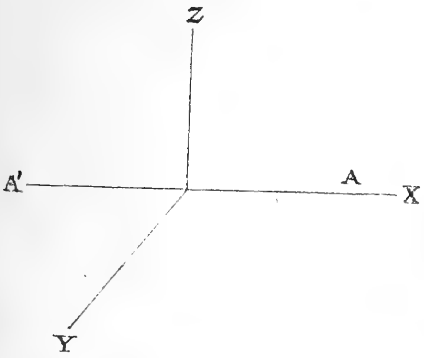
Concluons que *les surfaces réglées à courbure moyenne constante sont exclusivement le plan, le cylindre droit à base circulaire, l'hélicoïde gauche à plan directeur.*

En présence d'un résultat si simple, obtenu, pensons-nous, pour la première fois et par voie purement géométrique, qu'il nous soit permis d'appeler l'attention des géomètres sur les ressources que peuvent leur offrir nos nouvelles méthodes.

DE LA COURBURE DE L'HYPERBOLOÏDE A UNE NAPPE.

46. Soit

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 + \frac{z^2}{c^2}$$



l'équation générale de l'hyperboloïde à une nappe rapporté à ses axes principaux.

Pour plus de simplicité, bornons-nous à chercher la courbure pour tous les points d'une même génératrice D passant par le sommet A de l'ellipse de gorge. Soient

$$x = a, \quad y = \frac{b}{c} z$$

les équations de cette génératrice. Considérée comme appartenant au premier système des génératrices rectilignes de l'hyperloïde, la droite D est parallèle à la génératrice D' qui passe par l'extrémité A' du diamètre $2a$ et qui appartient au second système.

De là résultent les conséquences suivantes :

La génératrice D' *se projette tout entière en* A' *sur le plan de la section normale* N_0 *faite en* A *perpendiculairement à la génératrice* D.

Les génératrices du 1^er^ *système rencontrant toutes la génératrice* D', *leurs projections sur le plan de la section* N_0 *passent toutes par le point* A'.

Étant donnés deux points quelconques pris sur la droite D équidistants du point A, les tangentes menées par ces points perpendiculairement à la droite D sont dirigées symétriquement par rapport à la tangente menée en A à la section N_0. Le point A est donc le point central de la droite D. (Voir au besoin n° 35.)

Les formules (18) *et* (22) *du n° 42 s'appliquent au cas actuel en posant* $\sigma = o$, $\lambda = -2a$.

On a donc

$$(1) \quad \ldots \quad \frac{1}{r\cos^3\alpha} - \frac{1}{\rho} = \frac{\dot{\omega}\tan\alpha}{\omega u} + \frac{\tan^2\alpha}{a},$$

$$(2) \quad \ldots\ldots \quad \frac{1}{r} - \frac{1}{r'} = 2\frac{\dot{\omega}}{\omega u}\sin\alpha\cos^2\alpha.$$

Mais, d'un autre côté, il est évident que la courbure est la même en deux points quelconques pris à égale distance du point central A sur la génératrice D. Il vient donc aussi

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r'}.$$

De là résulte

$$\frac{\dot{\omega}}{\omega u} = o,$$

et, par suite,

$$(3). \quad \ldots\ldots \quad \frac{1}{r\cos^3\alpha} = \frac{1}{\rho} + \frac{\tan^2\alpha}{a}.$$

L'équation (3) résout la question proposée.

Soit h' la distance comprise entre le point central A et le point de la génératrice D, où le plan tangent à l'hyperboloïde fait un angle de 45 degrés avec le plan tangent au point central.

Soit h la distance comprise entre le point central A et un point quelconque m de la génératrice D.

r est le rayon de courbure de la section normale faite par le point m perpendiculairement à la génératrice D, ρ est pour le point A le rayon de courbure de la section N_0.

L'équation (2) du n° 33 donne

$$\operatorname{tang} \alpha = \frac{h}{h'}.$$

Soient R,R' les rayons de courbure des sections principales faites par le point A. L'une de ces sections étant l'ellipse de gorge

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1,$$

et l'autre, l'hyperbole

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1,$$

on a

$$R = \frac{b^2}{a}, \quad R' = \frac{c^2}{a}.$$

L'équation 8 du n° (37) donne, en conséquence,

$$h' = \sqrt{RR'} = \frac{bc}{a}.$$

On a d'ailleurs, en tenant compte de ce que les rayons de courbure principaux sont de signes contraires,

$$\frac{1}{\rho} = -\frac{1}{R} + \frac{1}{R'} = a\,\frac{b^2 - c^2}{b^2c^2} \quad (*).$$

De là résulte en substituant

$$\frac{1}{r} = \frac{abc\,(b^2 - c^2 + h^2)}{(b^2c^2 + a^2h^2)^{\frac{3}{2}}}$$

L'équation (2) du n° 36 appliquée au point A donne

$$\operatorname{tang} 2\varepsilon = 2\,\frac{\rho}{h'} = 2\,\frac{bc}{c^2 - b^2};$$

on en déduit

$$\operatorname{tang} \varepsilon = \frac{b}{c}.$$

Ce qui vérifie la déduction, d'ailleurs évidente, consistant en ce que les sections principales au point A sont

---

(*) L'équation de l'hyperboloïde rapportée à trois axes rectangulaires, dont l'un est l'axe des x et un autre une parallèle à la droite D, devenant

$$\frac{x^2}{a^2} + y^2\,\frac{c^2 - b^2}{b^2 - c^2} = 1 - \frac{2\,zy}{bc},$$

donne pour équations de la section N_0

$$z = o \quad \text{et} \quad \frac{x^2}{a^2} + y^2 \cdot \frac{c^2 - b^2}{b^2c^2} = 1.$$

On déduit de là

$$\rho = \frac{1}{a}\,\frac{b^2c^2}{c^2 - b^2}.$$

ce qui vérifie la valeur obtenue directement ci-dessus l'ellipse de gorge et la section hyperbolique faite par le plan des $x\,z$.

DES SURFACES RÉGLÉES ENGENDRÉES PAR UNE DROITE QUI S'APPUIE SUR TROIS DIRECTRICES RECTILIGNES.

47. Soit D la génératrice et Δ_1, Δ_2, Δ_3 les trois directrices données, si deux de ces directrices étaient dans un même plan, la surface se réduirait au système formé par ce plan et par un second plan contenant la 3^{me} directrice et le point de concours des deux premières. Ce cas pouvant être écarté, nous admettrons qu'aucun plan ne contient à la fois deux des trois directrices Δ_1, Δ_2, Δ_3. La conséquence immédiate est que les droites qui représentent les diverses positions de la génératrice ne se rencontrent jamais.

Cela posé, deux cas restent possibles, selon que les directrices Δ_1, Δ_2, Δ_3 sont ou non parallèles à un même plan.

PREMIER CAS.

48. *Les directrices Δ_1, Δ_2, Δ_3 ne sont point parallèles à un même plan quelconque.*

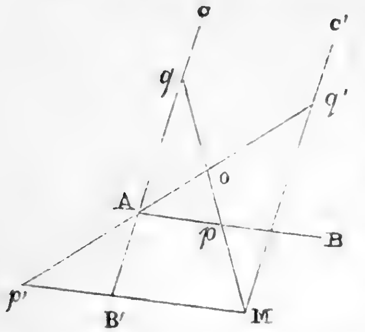
Soit P un plan mené par Δ_1 parallèlement à Δ_2. La droite Δ_3 rencontre quelque part en M le plan P.

Prenons ce plan P pour plan de projection, et des droites parallèles à Δ_3 pour lignes projetantes.

Le point M étant la projection de la droite Δ_3, représentons par AB la droite Δ_1 et par AC la projection de la droite Δ_2 (*).

(*) Les droites AB, AC se coupent nécessairement. S'il en était autrement, les directrices Δ_1, Δ_2, Δ_3 seraient parallèles au plan qui projette la droite Δ_2, ce qui est contraire à l'hypothèse où nous raisonnons.

Soit Mpq la projection d'une génératrice quelconque, cette projection passe nécessairement par le point M où la directrice Δ_3 se projette tout entière. La génératrice correspondante passe évidemment par le point p de la droite Δ_1 et par le point de la droite Δ_2 projeté en q sur AC.



Soit A' le point où un plan P' mené par Δ_2 parallèlement au plan P vient couper Δ_3.

Soit M' le point où le plan P' coupe la droite Δ'_3 menée par le point A parallèlement à Δ_3.

Désignons par h les longueurs égales MA', M'A.

Si nous menons par le point M une droite Δ_2' parallèle à Δ_2 et par le point A' une droite Δ_1' parallèle à Δ_1, il est visible qu'on peut énoncer les propositions suivantes :

1° *La droite Δ_2' se confond avec la droite* MC' *menée dans le plan* P *parallèlement à* AC.

2° *La droite Δ_1' a pour projection sur le plan* P *la droite* MB' *menée par le point* M *parallèlement à* AB.

3° *Les droites Δ_1', Δ_2', Δ_3' sont les positions limites de la génératrice* D.

4° *Le système des trois droites Δ_1', Δ_2', Δ_3' est symétrique à celui des trois directrices Δ_1, Δ_2, Δ_3.*

5° *Les considérations précédentes, applicables à la surface* s, *ayant* D *pour génératrice et Δ_1, Δ_2, Δ_3 pour directrices, s'appliquent également à la surface* s' *ayant pour génératrice la droite* D' *et pour directrices les droites Δ_1', Δ_2', Δ_3'.*

Cela posé, considérons deux positions quelconques, l'une de la génératrice D projetée en Mpq, l'autre de la génératrice D' projetée en $p'Aq'$.

Nous savons déjà que la génératrice D, projetée en Mpq, passe par le point p et par le point de la directrice Δ_2 projeté en q. Il en résulte qu'en désignant par z la distance du point o au point correspondant de la génératrice D, on a

$$(1) \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \frac{z}{h} = \frac{po}{pq}.$$

La génératrice D', projetée en $p'Aq'$, passe par le point q' de la droite MC' et par le point de la génératrice $\Delta_1{}'$ projeté en p'. Il en résulte qu'en désignant par z' la distance du point o au point correspondant de la génératrice D', on a

$$(2) \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \frac{z'}{h} = \frac{q'o}{q'p'}.$$

Les triangles semblables Moq', Aoq donnent

$$(3) \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \frac{Mo}{q'o} = \frac{qo}{Ao}.$$

Les triangles semblables Aop, Mop' donnent en même temps

$$(4) \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \frac{p'o}{Mo} = \frac{Ao}{po}.$$

Multipliant membre à membre les équations (3) et (4), il vient

$$(5) \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \frac{p'o}{q'o} = \frac{qo}{po},$$

et conséquemment

$$(6) \ldots\ldots\ldots \quad \frac{po}{pq} = \frac{q'o}{q'p'}.$$

De là résulte, eu égard aux équations (1) et (2),

$$z = z'.$$

Cette dernière équation implique les conséquences suivantes :

1° *Par chacun des points de la génératrice* D *passe une génératrice* D' *et réciproquement.*

2° *La surface* s *est identique à la surface* s'.

3° *La surface* s *admet deux systèmes de génératrices rectilignes, les génératrices qui appartiennent à l'un de ces systèmes ne se rencontrant jamais, et rencontrant au contraire toutes les génératrices de l'autre système.*

4° *De même que les droites* Δ_3 *et* Δ'_3 *sont parallèles, de même à toute génératrice de l'un des deux systèmes correspond dans l'autre système une génératrice parallèle à la première.*

5° D_1' *étant une génératrice du système* D', *si l'on projette sur un plan quelconque et par des droites parallèles à* D_1' *les génératrices du système* D, *les projections de ces génératrices passent toutes par un même point : ce point est celui où la génératrice* D_1' *perce le plan de projection.*

On sait et l'on peut d'ailleurs reconnaître aisément que la surface *s* est la surface du second degré connue sous le nom d'*hyperboloïde à une nappe*.

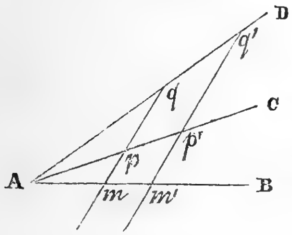
DEUXIÈME CAS.

49. *Les directrices* Δ_1, Δ_2, Δ_3 *sont parallèles à un même plan déterminé.*

Soit P le plan auquel les trois directrices Δ_1, Δ_2, Δ_3 sont parallèles et D_1 une position quelconque déterminée de la génératrice D.

La droite D_1 ne peut être parallèle au plan P : elle le perce donc quelque part en A.

Prenons le plan P pour plan de projection, et des droites parallèles à D_1 pour lignes projetantes.



La droite D_1 se projetant tout entière en A, il s'ensuit que les projections des directrices Δ_1, Δ_2, Δ_3 sont trois droites AB, AC, AD concourant en A.

Soient *mpq, m'p'q'*, etc., les projections de la génératrice D dans plusieurs positions différentes. Les directrices Δ_1, Δ_2, Δ_3 étant toutes trois parallèles au plan P, l'on a

$$\frac{mp}{pq} = \frac{m'p'}{p'q'} = \text{const.}$$

Il suit de là :

1° *Que les projections* mpq, m'p'q', *etc., sont toutes parallèles ;*

2° *Que la génératrice* D *reste parallèle au plan déterminé par deux quelconques de ses positions ;*

3° *Que les intersections de la génératrice avec des plans quelconques parallèles au plan* P, *sont des droites dont les projections passent par le point* A ;

4° *Qu'il y a réciprocité complète entre le système des droites fournies par ces intersections, et le système des droites* D ;

5° *Que, sans rien changer à la surface engendrée, on peut* *prendre indifféremment pour directrices trois droites quelconques de l'un ou l'autre de ces deux systèmes.*

Concluons que la surface dont il s'agit admet deux systèmes de génératrices rectilignes, les génératrices qui appartiennent à l'un des deux systèmes étant toutes parallèles à un même plan, ne se rencontrant jamais, et rencontrant au contraire toutes les génératrices de l'autre système.

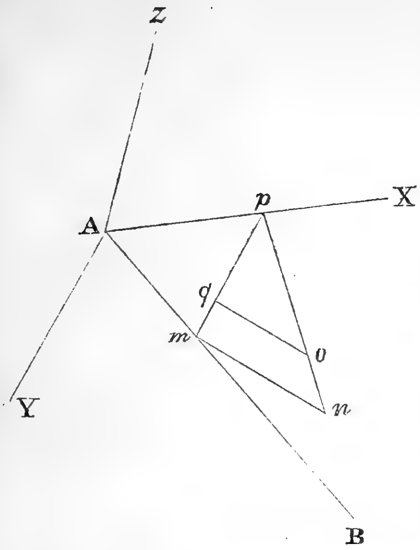
La surface ainsi déterminée est la surface du second ordre désignée sous le nom de *paraboloïde hyperbolique*. Elle reste la même lorsqu'on supprime une des trois directrices et qu'on la remplace par le plan directeur que déterminent deux positions quelconques de la génératrice.

RECHERCHE DU LIEU DES POINTS CENTRAUX DANS LE PARABOLOÏDE HYPERBOLIQUE.

50. Soient P et Q les plans directeurs qui correspondent respectivement à chacun des deux systèmes de génératrices rectilignes que comporte le paraboloïde hyperbolique considéré. Soit I l'intersection de ces plans, L et M deux droites perpendiculaires à cette intersection et situées l'une dans le plan P, l'autre dans le plan Q.

Parmi les génératrices du premier système, toutes parallèles au plan P, il en est une parallèle à L. Prenons-la pour directrice et en même temps pour axe des abscisses.

Parmi les génératrices du second système, toutes parallèles au plan Q, il en est une parallèle à M. Prenons-la pour axe des z; et comme elle rencontre quelque part en A l'axe des abscisses, choisissons ce point pour origine.



L'axe des y sera la droite menée par le point A parallèlement à I.

Soit encore AB la projection sur le plan des xy d'une génératrice Δ appartenant au second système, et prise pour directrice.

Cela posé, il est visible que le paraboloïde hyperbolique donné doit être considéré comme engendré par une droite qui se meut en restant parallèle au plan des zy et en s'appuyant à la fois, d'une part, sur l'axe des x, d'autre part, sur la directrice Δ parallèle au plan des xy et projetée en AB.

Désignons par β l'angle BAX, par γ l'angle ZAX, par h le z constant de la directrice A, et par x l'abscisse du point p.

La génératrice qui passe par le point p se projette dans le plan des xy suivant la droite mp parallèle à l'axe des y. Rabattue dans ce même plan, par rotation autour de la droite mp, elle prend la position pn, le triangle pmn étant rectangle en m, et le côté mn égal à h. Soit α l'angle mpn, v la vitesse du point p dans le passage d'une position à une autre, ω la vitesse angulaire correspondante de la génératrice pn dans le plan mpn, on a d'abord

$$\frac{mp}{x} = \tang \beta = \text{const.}$$

De là résulte :

1° Pour la vitesse du point m sur pm,

$$v \operatorname{tang} \beta ;$$

2° Pour la vitesse de circulation du point n autour du point p, laquelle résulte de la précédente

$$v \operatorname{tang} \beta . \sin \alpha ;$$

3° Pour la vitesse angulaire ω,

$$(1) \quad \omega = \frac{v \operatorname{tang} \beta . \sin \alpha}{np} = \frac{v \operatorname{tang} \beta . \sin \alpha \cos \alpha}{mp} = \frac{v}{x} \sin \alpha \cos \alpha .$$

D'un autre côté, la vitesse de translation v, commune à tous les points du plan mpn, se décompose en deux vitesses, l'une, $v \sin \gamma$, perpendiculaire à ce plan, l'autre, $v \cos \gamma$, parallèle à l'axe des z, et dirigée en rabattement suivant mn. Celle-ci se décompose elle-même en deux autres, l'une dirigée suivant pn et dont il est permis de faire abstraction (*), l'autre perpendiculaire à pn et égale à

$$v \cos \gamma \cos \alpha .$$

La vitesse $v \cos \gamma \cos \alpha$ commune à tous les points de la génératrice pn étant de sens contraire à celle qui résulte de la rotation ω autour du point p, il s'ensuit qu'en désignant par o le point de cette génératrice où ces deux

(*) On peut, sans changer en rien la surface engendrée, communiquer à la génératrice une vitesse quelconque de glissement. Si cette vitesse est prise égale et contraire à celle dont nous disons qu'il est permis de faire abstraction, elle a simplement pour effet de détruire toute vitesse de glissement, et ainsi de réaliser la condition consistant en ce que les vitesses des différents points de la génératrice soient toutes perpendiculaires à sa direction.

vitesses s'entre-détruisent, on a nécessairement

$$po \, . \, \omega = v \cos \gamma \cos \alpha,$$

et substituant

$$(2) \quad \ldots\ldots\ldots \quad po = \frac{x \cos \gamma}{\sin \alpha}.$$

La vitesse de translation $v \cos \gamma \cos \alpha$ se composant avec la rotation ω, de manière à ne laisser subsister que celle-ci transportée autour du point o, il est visible que dans la composition, pour chaque point de la génératrice pn, de la vitesse de circulation autour du point o avec la vitesse de translation $v \sin \gamma$ perpendiculaire au plan mpn, le point o est celui de tous ces points dont la vitesse est la moindre en grandeur.

Concluons que le point o déterminé par l'équation (2) est le point central de la génératrice pn.

Nous savons déjà que ce point a x pour abscisse : soient z et y ses deux autres coordonnées. Le triangle pqo, rectangle en q, donne

$$oq = z = po \, . \sin \alpha,$$

$$pq = y = po \, . \cos \alpha.$$

On a d'ailleurs

$$\text{tang}\, \alpha = \frac{h}{mp} = \frac{h}{x \,\text{tang}\, 6}.$$

De là résulte en substituant

$$(3) \quad \ldots\ldots\ldots \quad z = x \cos \gamma,$$

$$(4) \quad \ldots\ldots\ldots \quad y = \frac{x^2}{h} \cos \gamma \, . \,\text{tang}\, 6.$$

Les équations (3) et (4) montrent qu'en général le lieu des points centraux du paraboloïde hyperbolique est une parabole. Dans le cas particulier où l'angle γ est droit, ce lieu se réduit à une droite, l'axe des x. Ce dernier résultat est de lui-même évident. Il s'applique au cas du paraboloïde hyperbolique mentionné n° 33.

L'équation générale du paraboloïde hyperbolique auquel s'appliquent les considérations précédentes est

$$(5) \quad \ldots\ldots \quad zx \,.\, \text{tang}\, \beta = hy.$$

Dans le cas du n° 33, elle se réduit simplement à

$$(6) \quad \ldots\ldots \quad zx = h'y.$$

On peut d'ailleurs lui conserver dans tous les cas possibles cette dernière forme. Il suffit pour cela de choisir la directrice Δ de manière à ce que sa projection AB fasse un angle de 45° avec l'axe des x. h' étant la valeur de h qui correspond à cette hypothèse et la valeur de tg β se réduisant à l'unité, on a généralement

$$(7) \quad \ldots\ldots \quad zx = h'y,$$

et pour le lieu des points centraux

$$(8) \quad \ldots\ldots \quad z = x \cos \gamma,$$

$$(9) \quad \ldots\ldots \quad y = \frac{x^2}{h'} \cos \gamma.$$

Veut-on appliquer ces résultats aux points centraux des génératrices du second système : tout se réduit à changer x en z et réciproquement. Les directrices sont alors l'axe des z et celle des génératrices du premier système pour laquelle l'angle α est précisément égal à 45°. De là résulte, pour l'abscisse correspondante à cette génératrice,

$$x = h'$$

de même que l'on a pour la génératrice Δ, satisfaisant, par hypothèse, à la condition de rendre l'angle θ égal à 45°,

$$z = h'.$$

Les mêmes considérations s'appliquent à l'hyperboloïde à une nappe, mais avec moins de simplicité.

OBSERVATION GÉNÉRALE RELATIVE A LA DÉTERMINATION DES POINTS CENTRAUX.

51. Soit D la génératrice d'une surface gauche et *o* le point central de cette génératrice. Ce point se distingue des autres par les propriétés suivantes, qui permettent, en certains cas, de reconnaître immédiatement la position qu'il occupe et, en général, de déterminer cette position soit par le calcul, soit par voie géométrique.

1° m_1, m_2 *étant deux points quelconques pris sur la droite* D, *à égale distance du point central, les tangentes menées par ces points perpendiculairement à la droite* D, *sont situées symétriquement par rapport à la tangente menée par le point* o *perpendiculairement à la même droite.*

2° *Tout plan mené par la droite* D *touche la surface en un point* m *et lui est normal en un point* m'. *Le produit des distances* om, om' *est constant.*

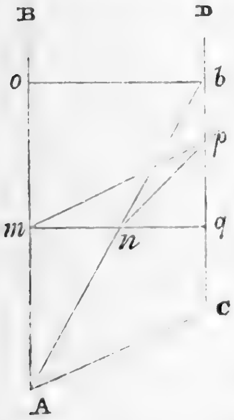
3° *Le point* o *est le point de la droite* D *pour lequel le produit des rayons de coubure principaux est un minimum. Ce produit minimum est égal au carré de la distance comprise entre le point* o *et le point de la droite* D, *où le plan tangent à la surface fait un angle de 45° avec le plan tangent au point* o.

4° *Lorsque la génératrice sort de la position qu'elle occupe en restant sur la surface, les vitesses de ses différents points croissent en grandeur à partir du point central. Il suit de là que le point central est celui dont la vitesse est la plus petite en grandeur absolue.*

5° *L'état de mouvement de la droite* D *est réductible, en général, à une rotation simple autour d'un axe instantané non glissant. La plus courte distance entre cet axe et la droite* D *coupe la droite* D *au point* o.

6° m, m′ *étant deux points de la droite* D; v, v′ *leurs vitesses;* mn, m′n′ *les composantes de ces vitesses perpendiculaires à la droite* D : *le point* o *est situé sur la plus courte distance de la droite* D *à la droite* nn′.

Pour compléter ces indications, nous ajouterons que, dans le plus grand nombre des cas, la détermination du point central se ramène à l'un ou l'autre des deux problèmes suivants, où la géométrie plane intervient seule pour fournir la solution cherchée.

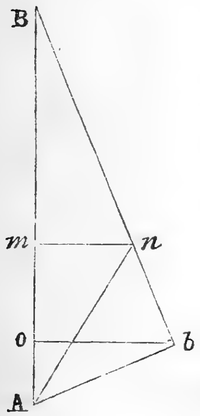


1ᵉʳ Problème. — *La droite* D *étant animée de deux mouvements dirigés dans un même plan, l'un de translation, l'autre de rotation, déterminer le point de la droite* D *dont la vitesse est la moindre en grandeur absolue.*

Solution. — Représentons par AB la droite D; par A le point autour duquel s'accomplit la rotation de cette droite; par *mn* la vitesse résultant de cette rotation pour le point *m;* par AC la translation du point A, translation supposée commune à tous les points de la droite D.

Si, par le point C, nous menons la droite CD parallèle à AB et par le point *m* la droite *mp* parallèle à AC; *p* étant le point de rencontre des deux droites CD, *mp*, il est visible que la vitesse du point *m* est représentée en grandeur par *np*. Concluons : 1° *qu'elle ne peut être inférieure à la grandeur constante* pq *interceptée sur* cD *par les deux côtés de l'angle* pmq; 2° *que sa moindre valeur correspond au point* b, *où la droite* An *vient couper la droite* CD; 3° *que le point central* o *est le pied de la perpendiculaire abaissée du point* b *sur* AB.

2me Problème. — A *et* B *étant deux points de la droite* D, *on suppose que cette droite tourne autour du point* B *et qu'en même temps ses différents points glissent sur elle avec des vitesses respectives, représentées pour chacun par sa distance au point* A. *Déterminer, parmi ces points mobiles avec et sur la droite* D, *celui dont la vitesse actuelle est la plus petite en grandeur.*



Solution. — Soit *m* un point quelconque pris sur la droite AB; *mn* la vitesse qui résulte pour ce point de la rotation autour du point B. A*m* étant, pour ce même point, la vitesse qui l'anime suivant BA, il est visible que la vitesse totale du point *m* est représentée en grandeur par la droite A*n*.

Concluons : 1° *que la moindre grandeur de la vitesse* An *est la perpendiculaire* Ab *abaissée du point* A *sur la droit* Bn; 2° *que le point* o *cherché est le pied de la perpendiculaire abaissée du point* b *sur la droite* AB.

Sur l'intensité magnétique; par M. Hansteen. — Lettres adressées à M. Ad. Quetelet.

Christiania, le 4 mars 1859.

Après vous avoir envoyé ma dernière lettre concernant l'intensité magnétique dans les environs de Londres, j'ai tâché de trouver une formule qui pût représenter les intensités de Christiania, déduites de mes observations du temps T de 300 oscillations horizontales de mon cylindre entre les années 1820 et 1858, dans la supposition que son moment magnétique n'avait pas sensiblement changé par la haute température de 1826.

Il est clair que s'il n'existait aucune variation périodique de courte période, les intensités pourraient être représentées par la formule suivante :

$$H = H_0 + m\,(t - t_0) + n\,(t - t_0)^2,$$

où H_0 est la valeur de H, quand $t = t_0$; m et n sont des constantes. Si, aux valeurs observées de H, on ajoute les deux derniers termes, dépendant du temps t, pris avec un signe contraire, on les réduit toutes à l'époque t_0. S'il n'existe aucune variation périodique de courte période, et si les observations sont bonnes, ces valeurs seront toutes égales; dans le cas contraire, on trouvera plusieurs *maxima* et *minima*.

t	H	H′	H″	H-H″	
1820,71	1,5270	1,5264	1,5234	+ 36	
22,68	1,5278	1,5256	1,5261	+ 17	
23,54	1,5320	1,5290*	1,5267	+ 53	* *maximum.*
25,98	1,5256	1,5204	1,5266	— 10	
27,49	1,5222	1,5156	1,5268	— 46	
28,16	1,5181	1,5108*	1,5276	— 95	* *minimum.*
30,53	1,5249	1,5151	1,5312	— 63	
31,75	1,5307	1,5206	1,5338	— 31	
32,34	1,5329	1,5211	1,5352	— 23	
34,98	1,5382	1,5234*	1,5383	— 1	* *maximum.*
38,58	1,5467	1,5275	1,5393	+ 74	
39,48	1,5448	1,5245	1,5403	+ 44	
40,32	1,5426	1,5211*	1,5416	+ 10	* *minimum.*
41,55	1,5479	1,5248	1,5443	+ 36	
42,49	1,5480	1,5236	1,5467	+ 13	
43,26	1,5497	1,5243	1,5486	+ 11	
45,39	1,5533	1,5248*	1,5523	+ 10	* *maximum.*
46,08	1,5506	1,5211	1,5530	— 24	
50,31	1,5569	1,5209*	1,5559	+ 10	* *minimum.*
51,62	1,5600	1,5219	1,5584	+ 16	
54,48	1,5653	1,5225	1,5660	— 7	
55,56	1,5672	1,5236	1,5685	— 13	
56,67	1,5667	1,5201	1,5691	— 24	
57,45	1,5711	1,5232*	1,5713	— 2	* *maximum.*
58,58	1,5679	1,5183	1,5720	— 41	

Dans la table précédente, H est la valeur de l'intensité horizontale dans l'unité absolue de Gauss pour les différentes années *t;* elle est calculée, d'après les valeurs de T données dans ma dernière lettre, à l'aide de la formule pour le log. C. (*Astron. Nachr.*, n° 1012, page 73). Ces valeurs m'ont donné :

$$(\text{A})\ldots\ H = 1{,}5219{,}3 + 7{,}902\,(t - 1820{,}0) + 0{,}1307\,(t - 1820{,}0)^2.$$

En ajoutant les valeurs des deux derniers termes pris en signe contraire aux valeurs *observées* de H, j'ai trouvé les valeurs H' réduites à l'époque 1820,0. On remarque entre elles un *maximum* en 1823,5; 1835,0; 1845,4; et 1857,5; ce qui semble faire soupçonner une variation périodique de 11 ans avec une fraction en plus. Comme j'ai trouvé une variation périodique dans mes observations sur l'inclinaison depuis 1828, dont les *maxima* coïncident assez bien avec les *minima* des taches du soleil, déterminés par le professeur R. Wolf, j'ai adopté la période de 11 $\frac{1}{9}$ ans. Il faut donc encore ajouter à la formule (A) un terme de la forme :

$$\text{(B)}. \ . \ . \ \alpha . \sin \left[\gamma + \beta \left(t - t_0 \right) \right],$$

où α, γ et β sont des constantes qu'il faut déterminer. Mais en adoptant la période de 11 $\frac{1}{9}$ ans, la valeur de β est $= \frac{9}{100} . 360^\circ = 32^\circ 4$. De cette manière, j'ai obtenu :

$$\text{(C)}. \ . \ . \ 19{,}88 \sin \left[2^\circ\, 21' + 32^\circ{,}4 \left(t - 1820{,}0 \right) \right], \text{(1)}$$

Par la combinaison des deux formules (A) et (B), j'ai trouvé les valeurs H''.

On voit que le *maximum* observé dans la première période entre 1823 et 1835, est plus grand et le *minimum* plus petit que ceux calculés; dans les deux dernières périodes, les *minima* observés dépassent un peu les *minima* calculés, ce qui montre que la valeur de α (B) a été plus grande dans cette période que dans les suivantes. Il est vrai que ce résultat peut être en partie produit par un petit changement dans le moment magnétique du cylindre; mais je ferai remarquer que, dans mes calculs des variations périodiques de l'inclinaison à Christiania, j'ai

---

(1) La plus grande variation est, par conséquent = 39,76.

trouvé la différence entre le *maximum* en 1828,3 et le *minimum* en 1832,5 = 7′,2; entre ce *minimum* et le *maximum* en 1840 = 6′,5; entre ce *maximum* et le *minimum* en 1845,5 = 6′,1; entre ce *minimum* et le *maximum* en 1850,7 = 5′,5; entre ce *maximum* et le *minimum* en 1856,5 = 2′,4 seulement. Il semble donc que la variation, dans les différentes périodes, est variable et qu'elle a diminué de 1828 jusqu'à 1858. Il serait intéressant de rechercher s'il y a eu une différence analogue dans le nombre des taches du soleil pendant les mêmes périodes.

Le terme (B) donne un *maximum* positif, quand la valeur entre parenthèses devient $= (n + \frac{1}{2})\pi$, et un *maximum* négatif quand elle est $= (n - \frac{1}{2})\pi$ pour toutes les valeurs paires de $n = 0, 2, 4$, etc. Pour $n = 0$, par exemple, on a :

$$t - 1820{,}0 = \frac{87^{\circ}{,}35}{32^{\circ}{,}4} = 2{,}7, \qquad t = 1822{,}7;$$

et, par conséquent, dans la période $11\frac{1}{9}$ ans :

Pour l'intensité	*maxima*	1822,7; 1833,8; 1844,9; 1856,0;
Les taches du ⊙	*minima*	1822,2; 1833,3; 1844,5; 1855,6; (R. Wolf.)
L'inclinaison	*minima*	1823,3; 1834,5; 1845,6; 1856,7.

Il est assez remarquable que ces deux séries d'observations magnétiques, parfaitement indépendantes l'une de l'autre, aient donné des époques si peu différentes et si bien en harmonie avec celles des taches du soleil.

Quoiqu'on puisse avoir quelque doute sur la *grandeur* des ondulations de l'intensité horizontale, l'étendue de la période est exacte. Comme le *maximum* de l'inclinaison et le *minimum* de l'intensité arrivent chaque jour à 10 heures du matin environ, et que le *minimum* de l'inclinaison et le *maximum* de l'intensité se présentent une heure environ avant le coucher du soleil, on voit que la même règle existe pour les différentes années, c'est-à-dire qu'un *maximum* d'intensité est toujours combiné avec un *minimum* d'inclinaison, et *vice versa*. Cela est très-naturel. Si R désigne l'intensité totale dans la direction de l'aiguille d'inclinaison, H et V ses composantes horizontale et verticale, i l'inclinaison, on a :

$$H = R.\cos i, \qquad V = R.\sin i, \qquad \frac{V}{H} = \operatorname{tang} i.$$

Si la variation de V est petite par rapport à celle de H, l'inclinaison doit croître quand H décroît, et *vice versa*.

Christiania, le 4 avril 1859.

Je reviens encore une fois à l'intensité horizontale à Bruxelles. Dans une lettre insérée au *Bulletin*, 2me série, tome V, n° 11, j'ai éliminé vos deux premières déterminations en 1828 et 1829, parce qu'elles s'éloignaient trop de la régularité supposée. Mais, après avoir trouvé une ondulation périodique de 11 $\frac{1}{9}$ ans dans mes observations faites à Christiania de 1820 jusqu'en 1858, qui donnent un *minimum* en 1828, et voyant que les observations des environs de Londres indiquent aussi un *minimum* dans la même année, j'ai de nouveau recommencé le calcul, afin de vérifier si les 15 valeurs de l'intensité horizontale H, à Bruxelles, pourraient aussi indiquer une ondulation périodique de 11 $\frac{1}{9}$ ans.

Dans le *Magasin des sciences naturelles de Christiania* pour 1847, j'ai trouvé deux observations du feu professeur Langberg, à qui j'avais fourni un de mes appareils avec des tables nécessaires pour toutes les réductions. Pour pouvoir réduire les observations de ce savant à l'unité absolue de Gauss, on a observé le temps T de 300 oscillations du cylindre avant et après son voyage de Christiania, combiné avec une détermination par le magnétomètre. Comme HT^2 est une constante $=$ C, lorsque le moment magnétique du cylindre est invariable, on a trouvé la valeur de log. C, laquelle avait changé si peu, qu'on pouvait avec sûreté l'interpoler dans les observations intermédiaires.

Pour les observations de M. Forbes (*Transact. of the roy. Soc. of Edinburgh*, vol. XIV, part. I, et vol. XV, part. I), j'ai trouvé la valeur de log. C pour 100 oscillations de son cylindre n° 1, en 1833 juin 11 $=$ 5,04431, en 1835 juin 13 $=$ 5,04481 par ses observations à Paris; et en 1837 juillet 1 $=$ 5,04687 par ses observations à Gœttingue. J'ai aussi inséré une intensité à Bruxelles pour 1845,0; ce qui forme une valeur moyenne entre les observations de MM. Lamont et Ångström.

Dans la table suivante, H est l'intensité observée, pour laquelle j'ai trouvé la formule

$$\text{I.}\ \ldots\ H = 1{,}7105{,}9 + 51{,}221\,(t - 1828{,}0) - 0{,}80492\,(t - 1828{,}0)^2,$$

qui donne les différences Δ (observation-calcul). En ajoutant les deux derniers termes de la formule, pris en signe contraire aux intensités *observées* H, on obtient leur réduction à l'époque 1828,0 indiquée dans la colonne H′. Les valeurs semblent donner un *minimum* en 1828, un *maximum* entre 1832 et 1833, un *minimum* en 1839 et un *maximum* en 1856. Dans l'hypothèse d'une période de 11 $\frac{1}{9}$ ans, j'ai trouvé qu'il faut ajouter le terme

$$\text{II.}\ \ldots\ 42{,}885 \sin\left[32^\circ{,}4\,(t - 1828{,}0) - 43^\circ\ 38'\right]$$

à la formule I, pour mieux représenter les valeurs de H par H'' dans la dernière colonne. Δ' est $=$ H' — H''.

NUMÉROS.	OBSERVATEURS.	t	H	Δ	H'	H''	Δ'
1	S. (*).	1828,50	1,7007	—101	1,7005	1,7087	— 82
2	A. Q.	1829,50	1,7165	— 16	1,7090	1,7110	— 20
3	A. Q.	1830,50	1,7403	+174	1,7280	1,7132	+148
4	N. et A. Q. . .	1831,50	1,7284	+ 9	1,7115	1,7146	— 31
5	R.	1832,22	1,7477	+169	1,7275	1,7149	+126
6	F.	1832,52	1,7324	+ 3	1,7109	1,7148	— 39
7	A. Q.	1833,50	1,7455	+ 92	1,7198	1,7136	+ 62
8	F.	1837,36	1,7432	— 82	1,7023	1,7064	— 41
9	B.	1838,50	1,7604	+ 49	1,7155	1,7068	+ 87
10	A. Q.	1839,45	1,7463	—124	1,6982	1,7083	—101
11	Lb.	1843,75	1,7667	— 50	1,7055	1,7147	— 92
12	Lb.	1844,41	1,7716	— 20	1,7086	1,7140	— 54
13	Lm. et Å. . . .	1845,00	1,7663	— 81	1,7025	1,7129	—104
14	M.	1854,19	1,7771	—124	1,6982	1,7149	—167
15	E. Q.	1856,67	1,8037	+124	1,7230	1,7117	+113

(*) S., Sabine; A. Q., Adolphe Quetelet; N., Nicollet; R., Rudberg; F., Forbes; B., Bache; Lb., Langberg; Lm., Lamont; Å., Ångström; M., Mahmoud; E. Q., Ernest Quetelet.

Le terme II donne un

Minimum pour $t =$ 1826,57, 1837,68, 1848,79, 1859,80.

Maximum pour $t =$ 1821,01, 1832,12, 1843,23, 1854,35.

Pour comparer les époques déduites des observations sur l'intensité horizontale et sur l'inclinaison, il faut comparer aussi les époques des *maxima* de l'intensité avec le *minimum* de l'inclinaison :

Maximum intensité . .	1822,7,	1833,8,	1844,9,	1856,0	Christiania.
Minimum inclinaison .	1823,3,	1834,5,	1845,6,	1856,7	Christiania.
Maximum intensité . .	1821,0,	1832,1,	1843,2,	1854,3	Bruxelles.
Minimum taches du ⊙	1822,2,	1833,3,	1844,5,	1855,6	R. Wolf.

Comme on le voit dans le tableau précédent, la marche des intensités H ou H′ est assez irrégulière; cela provient de ce que les observations sont faites par diverses personnes et avec des appareils différents, dont le moment magnétique des aiguilles peut avoir varié, principalement si elles ont été magnétisées peu avant le commencement du voyage. Le nombre des oscillations observées a beaucoup différé, et la précision des réductions pour la température et pour l'arc est généralement inconnue. M. Langberg a commencé avec un arc initial de 30°, et donne le temps T de 300 oscillations, mais il a continué jusqu'à la 390^{me}; ses réductions sont correctes. M. Forbes a commencé avec une élongation de 10°, et donne le temps T de 100 oscillations : ses réductions sont également correctes, et la petite variation du moment de son cylindre a été contrôlée. La réduction à l'unité de Gauss est fondée sur l'intensité de trois différents lieux, Christiania, Paris et Gœttingue, que je regardais comme connues en fonction du temps écoulé depuis une époque donnée. Le jour et l'heure de plusieurs observations sont inconnues, et l'intensité relative à Paris est donnée en trois décimales seulement.

Néanmoins les *maxima* de l'intensité, que j'ai obtenus, se rapprochent des époques déduites de mes observations à Christiania, et donnent, ce me semble, un certain poids à l'existence d'une ondulation périodique.

Magnétisme terrestre à Bruxelles.

M. Ernest Quetelet présente le résultat des observations magnétiques faites cette année dans le jardin de l'Observatoire. Ces observations se font annuellement vers l'équinoxe du printemps; elles embrassent déjà une période de 31 années.

Le nombre de déterminations cette fois est un peu plus considérable que précédemment. On va établir, à peu de distance du lieu d'observation, une machine à vapeur, et il importe de s'assurer si ce voisinage n'aura pas quelque influence sur la direction de l'aiguille.

Cinq observations de la déclinaison magnétique, faites le 1er et le 4 avril et réduites au 21 mars à midi, ont donné les valeurs :

	19°	29′	39″
	19	30	46
	19	31	19
	19	29	27
	19	33	6
MOYENNE. . . .	19	30	50

Quatre observations, faites le 21 et le 25 mars, ainsi que le 5 avril, donnent pour valeur de l'inclinaison :

	67°	31′,4′
	67	32,9
	67	30,7
	67	32,6
MOYENNE. . . .	67	31,9

Si on calcule l'inclinaison par la formule de M. Hansteen (voir *Bulletins de l'Académie*, année 1857, 2me série, p. 115), on trouve 67°31′,17.

Par conséquent, les observations de cette année donnent $+ 0',73$ pour correction à la valeur déduite de la formule.

Note sur deux oiseaux observés en Belgique; par M. de Selys Longchamps, membre de l'Académie.

Je me propose de présenter à l'Académie une notice détaillée, avec planches, pour faire connaître deux variétés bien singulières d'oiseaux, observées en Belgique, l'une à l'état sauvage, l'autre en domesticité.

Aujourd'hui je me borne à en fournir un court signalement.

1° BUTEO VARIEGATUS var.? *plumipes* (De Selys).

Cet oiseau, qui fait partie de ma collection, a été tué aux environs de Liége, en novembre 1858. C'est M. Miedel, conservateur du cabinet de l'université et naturaliste zélé, qui a remarqué le premier son caractère distinctif.

L'ensemble de l'exemplaire que j'ai sous les yeux est celui d'une Buse commune adulte; mais on voit avec surprise, que *toute la partie externe des tarses jusqu'au niveau du doigt postérieur, est revêtue de plumes fines*, analogues à ce qui existe chez la Buse pattue (*Butes lagopus*); seulement, chez cette dernière, le devant des tarses est également emplumé.

Est-ce un hybride des deux espèces, est-ce une espèce étrangère égarée en Belgique, une race, ou bien une simple variété accidentelle? C'est ce que je me propose d'examiner dans la notice que j'annonce.

2° Columba livia (domestica) var. *didina*·(De Selys.)

Le nom de *Pigeon dronte* convient parfaitement à cette aberration, d'autant mieux que l'opinion de Strickland, qui considère le Dronte comme une sorte de pigeon gigantesque brévipenne, me paraît la plus plausible.

Notre pigeon est né dans un colombier des environs de Waremme, qui ne renferme que des pigeons de champs de race ordinaire.

Il en diffère en ce que *les rémiges et les rectrices sont rudimentaires, presque nulles*, et que l'absence de queue, en rompant l'équilibre, lui fait prendre une station beaucoup plus droite qu'aux pigeons ordinaires. Les plumes du corps sont aussi plus courtes et en partie décomposées.

Depuis cinq ou six ans, il est né plusieurs exemplaires semblables dans le même pigeonnier. J'en ai observé cinq, dont quatre mâles.

Si l'on adopte les idées de Strickland sur la classification du *Didus*, notre pigeon imite le Dronte en miniature. Lorsque je le décrirai plus amplement, j'aurai occasion de revoir ce qui a été écrit sur le Dronte, depuis le travail capital du regrettable naturaliste anglais.

—

Description d'une monstruosité humaine amorphe; par MM. Gluge, membre, et d'Udekem, correspondant de l'Académie.

L'occasion d'observer chez l'homme la monstruosité que M. Isidore Geoffroy-Saint-Hilaire a désignée sous le nom de *monstres anidiens* et M. Gurlt sous celui d'*amorphus*, est assez rare, et la description en est restée incomplète.

Nous avons donc cru utile de communiquer à l'Académie un cas remarquable de monstruosité amorphe.

Dans cette forme, tout caractère de l'espèce disparaît; mais les détails que nous donnerons prouveront qu'on aurait tort de la comparer, comme un illustre savant, aux animaux inférieurs (1).

En effet, un organe reste et il est parfaitement développé : c'est la peau ! Tous les autres organes manquent ou sont restés à l'état rudimentaire. Ce qui est encore très-extraordinaire dans ce cas, c'est l'existence d'un cœur dans cette masse amorphe, pendant que son défaut a été constaté dans tant de cas d'acéphalie, et le cœur a la forme primitive qui n'a pas encore été, peut-être, observée chez le fœtus humain (2).

Le fœtus se présente (voy. *fig.* 1) sous forme d'une poche recourbée, divisée par l'ombilic, en deux portions inégales. Sa longueur est de 10 centimètres; sa circonférence varie de 20 à 22 centimètres. D'une ouverture ombilicale sort le cordon ombilical, C.O, beaucoup moins large qu'à l'état normal, mais renfermant deux artères et une veine; à côté de lui, on distingue encore des fragments membraneux qui se laissent diviser en deux couches (*amnios*) composées d'un grand nombre de cellules sphériques. Ces lambeaux sont fortement adhérents au pourtour de l'ouverture ombilicale.

La portion de la poche qui se trouve au-dessus du cordon ombilical *a*, et qui doit être considérée comme représentant la tête rudimentaire, présente de chaque côté

(1) Cette monstruosité a été donnée à l'un de nous par M[me] Moritz, accoucheuse. Après la naissance d'un enfant bien conformé, une seconde poche se présenta dont la rupture donna issue à la monstruosité. Il y avait deux placentas réunis ensemble.

(2) Voy. M. Bischoff, *Traité du développement de l'homme.*

des sillons transversaux où la peau fait défaut et est remplacée par du tissu cellulaire (traces des fentes branchiales?). Du reste, on ne voit à l'extérieur aucun vestige d'un organe de sens ou d'une partie de la face : deux petites dépressions seulement de la grosseur d'une tête d'épingle, qui se trouvent en arrière, pourraient rappeler la première apparition des vésicules pour les oreilles ; car, en effet, au-dessous de la plus grande se trouve une vésicule remplie de sérum ; elle est formée de tissu cellulaire. Comme l'insertion du cordon ombilical permet de distinguer une surface postérieure et antérieure, et une partie supérieure et inférieure, nous dirons que la partie supérieure de la poche est couverte en arrière de cheveux bien développés. La moitié inférieure abdominale du fœtus se recourbe et se rapproche de la partie supérieure.

On ne sentait dans cette dernière, avec les doigts, qu'une petite masse osseuse; il s'en trouve également une en bas dans la partie abdominale : sans le cordon ombilical, on aurait pris le tout pour une tumeur enkystée.

En procédant à la dissection, en incisant d'arrière en avant, on trouve d'abord la peau avec du tissu cellulaire graisseux sousjacent, variable d'épaisseur, puis une membrane assez épaisse d'apparence fibreuse et parcourue par de nombreux vaisseaux sanguins. On découvre ensuite une double cavité communiquant largement par un anneau osseux. La première, la plus petite, que nous appelons *céphalique*, renferme, dans une membrane peu vasculaire, un liquide jaunâtre albumineux, et à la partie la plus saillante se trouve une plaque membraneuse arrondie de la grandeur d'une pièce d'un franc environ, rappelant la couleur du tapetum, et dans laquelle on trouve une petite quantité de cellules renfermant du pigment noir : c'est évidemment une trace de l'œil sous forme de choroïde rudimentaire.

La pièce osseuse consiste en un anneau qui regarde la grande cavité (abdominale), pendant que les appendices osseux qui en partent se dirigent en haut : c'est un rudiment de l'occipital. Il représente un anneau de 1 ½ millimètre environ de hauteur, avec un os excavé à dentelures; l'écaille occipitale incomplétement développée. (*Fig.* 2).

La grande cavité abdominale est tapissée d'une membrane transparente très-rouge parcourue par un grand nombre de vaisseaux capillaires très-allongés parallèles, donnant peu d'anastomoses, et semblables en ceci aux vaisseaux récemment formés des fausses membranes.

A l'extrémité de cette cavité, on distingue un corps blanchâtre, cylindrique, recourbé et élargi à sa base, qui renferme un liquide laiteux composé de cellules blanches arrondies de la grandeur de globules sanguins (intestin et foie?) et qui est couvert de vaisseaux qui forment des stries parallèles et régulières à sa surface. Il est renfermé en partie dans une cavité osseuse, bassin rudimentaire. Sur la limite des deux divisions de la poche, entre la membrane fibreuse et la membrane vasculaire, se trouve le seul muscle qui existe dans le fœtus. (*Fig.* 4.) Il présente un canal cylindrique droit, dirigé d'arrière en avant, de 25 millim. de longueur environ; il est légèrement recourbé. En arrière on y poursuit la veine ombilicale et quelques autres branches veineuses, pendant qu'en avant naissent deux divisions artérielles, dont l'une donne naissance aux artères ombilicales, l'autre aux branches artérielles qui se répandent dans les membranes et la peau. Il nous a été impossible de découvrir une cloison dans le cœur qui renfermait encore un peu de liquide sanguin dont les globules ne présentaient rien de particulier. L'examen microscopique nous a démontré dans le cœur les faisceaux musculaires à stries transversales bien distinctes; mais la largeur des faisceaux était bien inférieure à celle des muscles de l'adulte.

L'os de la cavité inférieure abdominale, que nous désignons sous le nom de *bassin rudimentaire* et qui a à peine un centimètre de largeur, est composé d'un sacrum, d'un coccyx et des os coxals. Ce sont ces derniers qui sont les moins reconnaissables (*fig.* 3).

On ne découvre rien qui ressemble à une cavité cotyloïde, mais les os des iles sont distincts; quelques fragments d'os dont la signification nous a échappé, sont encore attachés au bassin.

EXPLICATION DES FIGURES.

Fig. 1. Fœtus amorphe, vu du côté de la face qui correspond au cordon ombilical.
- *a.* partie céphalique.
- *b.* partie inférieure.
- *c.* scission qui sépare les deux cavités et dans laquelle est inséré le cordon ombilical C.O.
- *a.* amnios.

2. Pièces osseuses de la partie céphalique.
3. Pièces osseuses du bassin.
   - *i. i.* os iliaque.
   - *c.* coccyx.
4. Cœur.

Note sur une maladie des plantes crucifères agricoles et horticoles; par M. Phocas Lejeune, directeur de l'école d'agriculture de Thourout.

Les plantes cultivées de la famille des crucifères et particulièrement le navet, le rutabaga, le colza et les choux

a
o
b

des jardins, sont attaqués par une larve d'insecte qui cause de grands dégâts dans les plantations. La région sablonneuse de notre pays paraît être plus éprouvée par le fléau que les autres régions appartenant au limon ou au détritus des schistes et du calcaire.

La maladie qui provient de la présence de cette larve est connue en Flandre sous le nom de *klater ziekte?* Voici en quoi elle consiste : Lorsque la jeune plante, peu importe l'époque du semis, présente ses premières feuilles et qu'on l'enlève du sol, on aperçoit sur la racine un petit renflement; si, au moyen de l'ongle ou de la lame d'un canif, on ouvre cette petite excroissance, on découvre à l'intérieur de petites larves blanches qui s'agitent et sortent de leur retraite. Si au lieu d'arracher la plante, on la laisse en place, l'excroissance se développe en même temps que les larves grandissent et que les racines cessent de s'allonger; de sorte que bientôt la partie souterraine ne présente plus qu'une *galle composée*, dont le tissu finit par se décomposer de manière à ne plus offrir qu'une masse tuberculeuse en pourriture, lorsque les insectes sont près d'atteindre à leur dernière métamorphose.

Au printemps de 1857, je communiquai des plants de rutabaga, pourvus de petites galles, à mon ami, M. Fr. Defays, professeur à l'école de médecine vétérinaire de Cureghem, qui, les ayant fait végéter dans des conditions à pouvoir recueillir les insectes parfaits, m'écrivit, le 18 septembre de la même année, qu'il venait d'obtenir l'*Anthomyia brassicæ,* Boucher. Si je suis bien informé, c'est à M. Wesmael, membre de la classe des sciences, qu'il dut la détermination de l'espèce.

Cette maladie est connue depuis longtemps, mais on n'en connaissait pas la cause; les auteurs ne font que la mentionner, et Huzard fait pressentir qu'elle pourrait être due à la piqûre d'un insecte. Si les savants s'en sont peu occupés, ce n'est pas que les dégâts de l'anthomyie du chou soient peu préjudiciables à l'agriculture, on peut affirmer au contraire qu'ils donnent lieu, pour ne parler que de la Belgique, à des pertes immenses chaque année. Il est facile d'en juger. Les deux Flandres à elles seules occupent annuellement 64,000 hectares pour la culture des navets, tandis que la Belgique entière cultive cette plante sur 111,999 hectares; or, en employant les moyens les plus parfaits de culture, il m'a été impossible d'arriver à une production s'élevant au delà de 22,000 kilogrammes de racines par hectare, tandis que dans les localités où l'anthomyie n'exerce pas ses ravages, on aurait pu obtenir, dans des conditions analogues, 50 à 60,000 kilogrammes. Cette différence est due, à n'en pas douter, à la piqûre de l'insecte qui nous occupe; car, sous l'influence de la chaleur solaire, nous voyions les fanes se flétrir et finir par tomber en décomposition : toute plante flétrie avait les racines couvertes de galles. Ajoutons que plus la terre est ameublie et soulevée par les engrais, plus ces galles sont abondantes.

La production moyenne par hectare en Belgique est de 10,976 kil. de navets obtenus en culture dérobée. Il est presque certain que cette production pourrait être doublée, si ce fléau n'existait pas ou si on savait en préserver les récoltes. Dans ce dernier but, je me suis livré, depuis deux ans, à différents essais, mais les résultats ne sont pas assez concluants pour que je puisse les présenter maintenant. Je dois dire toutefois que ces essais ont plutôt en vue l'obtention d'une variété exempte de la maladie qu'un remède ou un préservatif du mal. Pour ces derniers, des données nous manquent, les habitudes de l'insecte nous sont inconnues. Son histoire devrait être préalablement étudiée minutieusement. Cette question regarde les entomologistes : nous déclinons notre compétence; il y a là une application de la science à l'agriculture qui honorerait son auteur, et il s'agirait de faire pour l'anthomyie ce que MM. Doyère et Davaine ont fait pour l'alucite et l'anguillule du blé.

Dans les provinces flamandes, on cultive une variété de navet long à collet violet que les agriculteurs désignent sous le nom de *navet betterave*. Cette variété paraît moins sensible que toutes les autres aux attaques de l'anthomyie. Elle est obtenue, paraît-il, par le semis de graines de navet dans le parenchyme d'une betterave dont le collet a été enlevé, le corps de la racine légèrement creusé et rempli de terre. C'est dans cette terre qu'on place les graines qui germent et donnent naissance à des plantes qui se nourrissent des détritus de la betterave en décomposition. Ce sont les navets ainsi obtenus qui seraient la souche d'une variété préconisée par les cultivateurs flamands. Bientôt nous saurons s'il y a quelque chose de fondé dans cette opinion; mais, disons-le, ce moyen fût-il certain pour préserver les crucifères, ou tout au moins quelques variétés, des atteintes de l'anthomyie, qu'il serait encore utile de bien connaître cet insecte, car aucune variété n'en est complétement exempte.

Séance du 6 mai 1859.

M. Van Beneden, vice-directeur.
M. Ad. Quetelet, secrétaire perpétuel.

Sont présents : MM. d'Omalius d'Halloy, Sauveur, Timmermans, Wesmael, Maertens, Cantraine, De Koninck, A. De Vaux, Gluge, Nyst, Schaar, Liagre, Duprez, Brasseur, Poelman, *membres;* Spring, Lacordaire, Lamarle, *associés;* E. Quetelet, Gloesener, *correspondants.*

M. Ed. Fétis, *membre de la classe des beaux-arts,* assiste à la séance.

CORRESPONDANCE.

M. Paul Gervais, doyen de la faculté des sciences de Montpellier, donne connaissance de la mort de M. Joseph Diez Gergonne, né à Nancy le 19 juin 1771, et décédé à Montpellier le 4 avril 1859. M. Gergonne faisait partie de l'Académie depuis le 8 mai 1824.

— La Société royale des sciences de Prague fait hommage de ses dernières publications.

— M. le secrétaire perpétuel présente les résultats des observations de la végétation qu'il a faites à Bruxelles, le 21 avril dernier, en même temps que celles recueillies à la même époque, à Liége et à Stavelot, par M. G. Dewalque, et à Melle, près de Gand, par M. Bernardin. Il dépose en même temps les observations météorologiques de l'année 1858, faites à Arlon, par M. Loppens, et à Bastogne, par M. le professeur F.-J. Germain.

— M. Murchison, associé de l'Académie, fait hommage de la nouvelle édition de son ouvrage intitulé *Siluria*. — Remercîments.

— M. Ch.-V. Zenger, professeur au collége de Neusohl, en Hongrie, fait parvenir deux mémoires manuscrits : 1° *Recherches sur l'action des forces moléculaires des éléments chimiques* (commissaires : MM. Dewalque, De Koninck et Gloesener) ; 2° *Recherches sur la vitesse de la lumière et sur la dépendance de l'action des forces moléculaires.* (Commissaires : MM. Duprez, Liagre et Gloesener.)

— M. Florimond, professeur de physique à Louvain, présente une notice manuscrite sur *les aimants en fer de fonte trempé et sur la fragilité des fils de laiton exposés à l'air sous l'influence de certaines variations de température.* (Commissaires : MM. Gloesener et Ernest Quetelet.)

— M. Montigny dépose un billet cacheté.

RAPPORTS.

Notes sur quelques plantes rares ou critiques de la Belgique; par M. François Crepin, de Rochefort.

Rapport de M. Spring.

« Le manuscrit que M. Crepin a présenté à l'Académie est consacré à des observations diagnostiques et géographiques relatives à des espèces végétales qui ne sont pas encore définitivement enregistrées dans la flore de la Belgique.

Je ne me reconnais pas de compétence pour discuter en détail la valeur de ces observations; mais, je n'hésite pas à déclarer qu'elles m'ont paru consciencieuses et qu'elles dénotent, de la part de l'auteur, un zèle très-louable à faire valoir les curiosités botaniques des Ardennes, joint à une connaissance suffisante de la végétation des contrées voisines.

L'Académie a encouragé, en toute occasion, les travaux relatifs à la flore du pays, et je ne doute pas qu'elle ne veuille le faire encore, en ordonnant l'impression de ces notes dans le *Bulletin* de ses séances. »

Rapport de M. Kickx.

« Le travail de M. Crepin est un premier pas de fait dans la voie où nous voudrions voir entrer nos botanistes. La flore belge, ainsi que nous l'avons déjà fait observer ailleurs, a besoin d'être soumise à une révision critique. Nous nous rallions complétement à l'appréciation de notre honorable confrère, M. Spring, et aux conclusions qu'il a présentées. »

Rapport de M. Martens.

« J'accepte volontiers les conclusions de mes honorables collègues, MM. Kickx et Spring; mais je pense que M. Crepin a peut-être trop multiplié les variétés de certaines espèces végétales en les basant souvent sur des caractères trop peu importants, tels que ceux qui se rapportent à de légères modifications dans la forme du fruit, comme nous les offre, entre autres, la *Capsella bursa pastoris*. »

Conformément au jugement de ses commissaires, la classe a ordonné l'impression, dans son *Bulletin*, du travail qui lui était soumis.

Sixième notice sur quelques cryptogames; par M. Westendorp, médecin de bataillon.

Rapport de M. Kickx.

« La notice de M. Westendorp est un complément de celles qu'il a déjà présentées dans le but de combler successivement les lacunes qui existent encore dans la connaissance de nos cryptogames indigènes. Quatre-vingt-cinq espèces, dont vingt-trois paraissent inédites, figurent dans ce travail.

Nous mentionnerons, entre autres, le *Claviceps purpurea,* qui a fait, comme l'on sait, de la part de M. Tulasne, l'objet d'une intéressante étude. L'auteur de la notice a obtenu cette espèce en semant l'ergot; mais de l'un des semis naquit exclusivement le *Claviceps,* tandis que l'autre ne produisit que le *Coprinus papillatus.* Nous négligeons le *Trichothecium domesticum* et l'*Aspergillus glaucus*, qui envahirent, dans cette seconde expérience, quelques-uns des ergots restés à découvert, parce que ces byssoïdées se seraient évidemment montrées sur tout autre corps d'origine organique placé dans les mêmes conditions d'humidité et de température.

Abstraction faite du *Trichothecium* et de l'*Aspergillus*, M. Westendorp a donc obtenu de ses semailles des résultats différents, quoiqu'il eût opéré chaque fois de la même manière et avec la même sorte de terreau. Il se demande si peut-être le mycélium sclérotique ou l'ergot produit, selon les circonstances, tantôt le *Claviceps*, tantôt le *Coprinus*, et il fait remarquer que la solution affirmative de cette question modifierait les conclusions auxquelles M. Tulasne est arrivé de son côté.

Nous ne savons ce que l'avenir prouvera à cet égard; mais nous sommes disposé à croire que l'apparition du *Coprinus papillatus* n'était ici qu'accidentelle. Les spores de cette Agaricée pouvaient se trouver dans le terreau, et en supposant même que le terreau employé dans les deux expériences eût été pris d'un même tas, l'une partie peut avoir contenu des spores de *Coprinus*, sans qu'il y en eût dans l'autre. Il serait même possible qu'il y eût eu adhérence, par suite du développement du mycélium byssoïde du *Coprinus* sur l'ergot, sans que pour cela celui-ci ait réellement donné naissance à l'autre.

Quoi qu'il en soit, l'examen de la notice prouve que l'auteur s'est familiarisé de longue main avec cette merveilleuse création cryptogamique, qui semble pulluler d'autant plus abondamment autour de nous, que nous l'étudions davantage et à l'envahissement de laquelle l'homme ne saurait même se soutraire, comme nous l'ont révélé les recherches de M. Robin. Nous ferons cependant une remarque au sujet des espèces nouvelles que l'on introduit sans cesse dans les genres où précisément la notion de l'espèce est le moins saisissable. C'est, à nos yeux, un tort trop répandu de croire qu'il suffit de donner les caractères d'une plante supposée inédite : en la décrivant avec tout le soin possible et avec les détails les plus minutieux, l'on n'a pas fait tout ce qu'exige l'intérêt bien entendu de la science : il faut aussi indiquer exactement les affinités de la nouvelle espèce avec celles qui sont connues; et la nécessité d'en agir ainsi devient surtout urgente lorsqu'il s'agit de genres étendus, tel entre autres que le genre *Sphæria*, qui renferme encore aujourd'hui près de 300 espèces presque toutes microscopiques. De pareilles indications sont, en effet, le contrôle de la validité de l'espèce que l'on propose; elles prouvent, en outre, qu'avant de la décrire comme nouvelle, l'auteur a eu soin de la comparer à celles de ses congénères avec lesquelles elle avait été jusqu'alors confondue.

Cette observation ne doit, du reste, pas nous empêcher de rendre justice au travail de M. Westendorp. Nous avons l'honneur de proposer à la classe l'impression de la notice et de la planche qui l'accompagne dans le *Bulletin* de la séance de ce jour. »

Ces conclusions, auxquelles adhère M. Martens, second commissaire, sont adoptées par la classe, et le mémoire de M. Westendorp sera imprimé dans le *Bulletin* de l'Académie.

COMMUNICATIONS ET LECTURES.

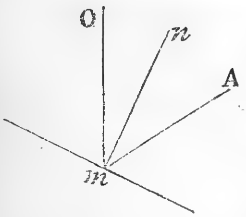
Théorie géométrique des centres et axes instantanés de rotation; par M. Lamarle, associé de l'Académie. (Suite.)

APPLICATIONS.

D'UNE DROITE QUI SE MEUT D'UNE MANIÈRE QUELCONQUE.

Détermination directe de l'axe instantané principal.

52. Soit mA une droite mobile; m un point de cette droite; mn la vitesse de ce point.



L'état de mouvement de la droite mA peut être considéré comme se composant :

1° D'une translation qui s'emprunte au point m et qui réalise, pour ce point, sa vitesse actuelle;

2° D'une rotation autour d'un axe mo passant par le point m.

Menons par le point *m* un plan P, perpendiculaire à la vitesse *mn*, et décomposons la rotation *mo* en deux rotations simultanées, l'une autour de la droite *m*A, l'autre autour de l'intersection du plan P avec le plan *om*A.

En ce qui concerne la droite *m*A et les vitesses actuelles de ses différents points, on peut évidemment faire abstraction de la rotation composante dont l'axe est dirigé suivant cette droite. Il ne reste donc à considérer que la rotation composante autour d'un axe situé dans le plan P et la translation *mn*. Or cette translation équivaut à un couple de rotation situé dans le plan P. On voit d'ailleurs aisément que ce couple et la rotation à considérer se composent en une rotation simple autour d'un axe situé dans le plan P.

On déduit de là, comme conséquences générales, les conclusions suivantes :

1° *L'état de mouvement d'une droite quelconque* D *se réduit, en général, à une rotation simple autour d'une autre droite* D'.

2° *La droite* D' *est située à la fois dans tous les plans menés par les différents points de la droite* D *perpendiculairement aux vitesses de ces points.*

3° *La droite* D' *est complétement déterminée par l'intersection de deux quelconques de ces plans.*

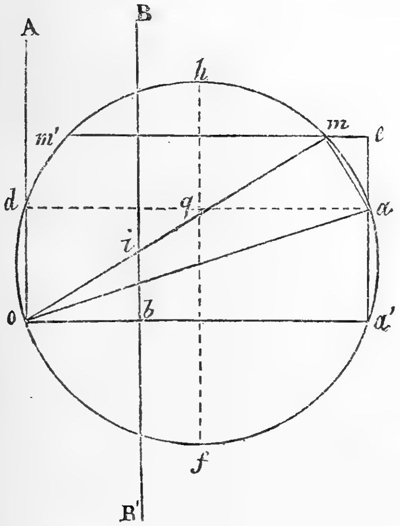
Un seul cas échappe à cette solution, celui où les vitesses des différents points de la droite D sont perpendiculaires à sa direction : c'est le cas traité précédemment n° 33.

La droite D' est celle que nous avons nommée *axe instantané principal*. (Voir n° 13). On peut aussi la caractériser en lui donnant le nom *d'axe instantané non glissant*.

M. Chasles la désigne sous la dénomination de *droite conjuguée*. Voici pourquoi. Si la droite D fait partie d'un solide, la droite D′, considérée comme faisant partie de ce même solide, ne peut avoir d'autre mouvement que celui qui se compose du mouvement de la droite D et d'une rotation autour de cette même droite. Or, puisque le mouvement de la droite D se réduit à une rotation simple autour de la droite D′, il s'ensuit que ce mouvement est sans effet sur la droite D′, et, conséquemment, que l'état de mouvement de la droite D′ se réduit à une rotation simple autour de la droite D. C'est à raison de la réciprocité qui s'établit ainsi entre les droites D, D′, chacune étant l'*axe instantané principal* correspondant à l'autre, que M. Chasles leur affecte la désignation commune de *droites conjuguées*. Nous reviendrons plus loin sur cette considération.

DES AXES INSTANTANÉS GLISSANTS.

53. Soit D une droite mobile; *o*A la position actuelle de cette droite; D′ l'*axe instantané non glissant* qui correspond à la position *o*A. Les vitesses des différents points de la droite D sont les mêmes que si cette droite tournait autour de l'axe D′, avec une certaine vitesse angulaire, convenablement déterminée. Il en résulte que parmi ces points, celui qui est situé sur la plus courte distance des droites D, D′ se distingue des autres en ce que sa



vitesse est la moindre en grandeur (*). Soit *o* ce point, nommé *point central; oa* sa vitesse; Q le plan qui contient à la fois cette vitesse et la droite *o*A.

La droite D′ est parallèle au plan Q. La plus courte distance des droites D, D′ se projette en *o* sur le plan Q.

Par le point *o* concevons une droite parallèle à D′ et autour de cette droite deux rotations contraires, égales à la rotation de la droite D autour de la droite D′. Ces deux rotations, qui s'entre-détruisent peuvent se composer avec la rotation donnée sans modifier en rien l'état de mouvement de la droite D. Il s'ensuit que cet état de mouvement peut être considéré comme résultant :

1° D'un couple de rotation équivalent à une translation, rendue commune à tous les points de la droite D et représentée par *oa;*

2° De la rotation donnée, cette rotation étant transportée autour d'un axe, mené par le point central *o*, parallèlement à D′, ou, ce qui revient au même, perpendiculairement à la vitesse *oa*.

Cela posé, si l'on observe que la rotation, transportée en *o* autour d'un axe parallèle à D′, est décomposable en deux rotations simultanées, l'une autour de la droite D et *dont il est permis de faire abstraction*, l'autre autour de la droite *oa′* située dans le plan Q et perpendiculaire à *o*A, l'on peut conclure immédiatement que *l'état de mouvement*

(*) Lorsqu'on transporte, en un même point, les vitesses des différents points d'une droite, le *point central* se distingue des autres, non-seulement en ce que sa vitesse est la plus petite, mais aussi, parce que les vitesses de deux points quelconques équidistants du point central sont égales en grandeur et dirigées symétriquement par rapport à celle du *point central*. Celle-ci d'ailleurs est perpendiculaire à la droite sur laquelle sont situées les extrémités de toutes les autres.

de la droite D *se résout en une translation représentée par* oa *et en une rotation représentée par* ob *sur la droite* oa'.

Sur la droite *oa*, prise pour diamètre, construisons une circonférence de cercle *ohaf* et par le point *b* élevons sur *oa'* une perpendiculaire B*b*B.

On ne change point l'état de mouvement de la droite D en composant sa rotation *ob* avec une rotation quelconque autour de *o*A. La conséquence est que, sans altérer en rien cet état de mouvement, on peut substituer à la rotation *ob* une rotation quelconque *oi*, représentée par une droite partant du point *o* et aboutissant à la droite B*b*B.

Transportons la rotation *oi* parallèlement à elle-même, en faisant glisser le point *o* de *o* en *n* sur la plus courte distance des droites D, D' et en avant du plan Q. Pour que cette rotation produise, après ce transport, le même effet que dans sa position première, il faut qu'elle se compose avec une translation dirigée perpendiculairement au plan *noi*, ou, ce qui revient au même, parallèlement à la corde *am* menée du point *a* au point *m*, où la droite *oi* vient couper la circonférence *ohaf*. *Supposons* que cette translation, dirigée de *a* vers *m*, soit précisément égale à la corde *am*. Il s'ensuit que, se composant avec la vitesse *oa*, elle donne pour résultante une translation totale représentée par *om*.

Concluons que *l'état de mouvement de la droite* D *peut être considéré comme résultant d'une rotation autour d'un axe parallèle à* oi *et d'un glissement simultané le long de ce même axe.*

Concluons, en outre, que *cette rotation et ce glissement sont représentés en direction, sens et grandeur, l'une par* oi, *l'autre par* om.

L'axe dont il s'agit prend le nom d'*axe instantané glissant*. Pour en fixer la position, il suffit de déterminer la distance *on*. Or, *par hypothèse*, *am* est la translation due au transport en *n* de la rotation *oi*. On doit donc avoir

$$(1). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad on \,.\, oi = am.$$

De là résulte

$$(2). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad on = \frac{am}{oi}\cdot$$

Par les points *m* et *a* menons deux droites respectivement parallèles, l'une, *me*, à *oa'*, l'autre, *ae*, à *o*A. Les triangles rectangles *ame*, *iob* sont semblables et donnent

$$(3). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \frac{am}{oi} = \frac{ae}{ob}\cdot$$

Il vient donc, en substituant,

$$(4). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad on = \frac{ae}{ob}\cdot$$

Observons que la longueur *ob* représente la rotation de la droite D autour de la droite *oa'* et qu'elle reste la même pour toutes les positions que la droite *oi* peut prendre autour du point *o*. La conséquence est que, pour chacune de ces positions, la distance correspondante *on* est proportionnelle à la perpendiculaire abaissée du point *a* sur la droite menée par le point *m* parallèlement à *oa'*.

54. Soient *d* et *m'* les extrémités des cordes menées par les points *a* et *m* parallèlement à *oa'*; *h* et *f* les extrémités du diamètre parallèle à *o*A. Il est visible que la droite *oh* est la bissectrice de l'angle *mom'* et qu'aux points *h* et *f* correspondent les valeurs extrêmes de la distance *on*.

Cela posé, voici les conséquences qui résultent immédiatement de la simple inspection de la figure du n° 53 :

1° *Il existe pour chaque position d'une droite mobile une infinité d'axes instantanés glissants, chacun d'eux étant tel que l'état actuel de mouvement de la droite peut être considéré comme résultant d'une rotation autour de cet axe et d'un glissement le long de ce même axe.*

2° *Soit* D *la droite mobile, considérée dans une position quelconque;* D' *l'axe instantané non glissant qui correspond à cette position;* N *la plus courte distance des droites* D, D' *: les axes instantanés glissants coupent tous la droite* N *et lui sont perpendiculaires.*

3° *Soit* q *la projection du point* a *sur le diamètre* fh *et* op, op' *deux longueurs prises sur la droite* N, *à partir du point* o, *l'une en avant du plan* Q *et égale à* $\frac{\mathrm{qh}}{\mathrm{ob}}$, *l'autre en arrière de ce même plan et égale à* $\frac{\mathrm{qf}}{\mathrm{ob}}$ *: les axes instantanés glissants sont répartis de* p *en* p' *sur la distance* pp'.

4° *A chaque point de la droite* pp' *correspondent en général deux axes instantanés glissants, dits axes glissants conjugués. Les axes glissants conjugués, pris deux à deux, sont également inclinés sur la bissectrice de l'angle* Aoa, *formé par la droite* D *et la vitesse* oa *de son point central.*

5° *Les axes instantanés glissants qui correspondent aux points extrêmes* p,p' *sont uniques et rectangulaires entre eux. L'un est parallèle à la bissectrice* oh *de l'angle* Aoa, *l'autre à la bissectrice du supplément de cet angle.*

6° *L'angle que font entre eux deux axes glissants conjugués varie de* 0 *à* 90°. *Il est nul aux extrémités de l'intervalle* pp'. *Il est droit au milieu de ce même intervalle.*

7° *Soit* β *la moitié de l'angle* Aoa : *on a très-simplement*

$$\operatorname{tang}^2 \beta = \frac{op}{op'},$$

et en même temps

$$op + op' = pp' = \frac{oa}{ob} \cdot$$

8° *Parmi les axes instantanés glissants figurent, d'une part, l'axe instantané non glissant* D′, *perpendiculaire à* oa *et conjugué avec l'axe instantané glissant* ob *à une distance* $\frac{\mathrm{aa'}}{\mathrm{ob}}$ *du point* o, *en arrière du plan* Q; *d'autre part, la droite* D, *conjuguée, dans le plan* Q, *avec l'axe instantané glissant dirigé suivant* oa.

9° *Étant donnée une droite quelconque paralèlle au plan* Q, *l'axe instantané glissant, parallèle à cette droite, se détermine de la manière suivante :*

Soit om *la corde menée par le point* o *parallèlement à la droite donnée;* i *le point de rencontre de cette corde avec la droite* BbB; ae *la distance comprise sur* fh *entre les projections des points* a *et* m :

L'axe cherché est situé en avant du plan Q.

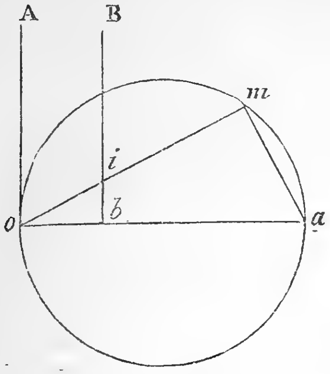
Il coupe la droite N *au point* n, *à une distance du point* o *égale à* $\frac{\mathrm{ae}}{\mathrm{ob}}$.

La vitesse de rotation autour de cet axe est représentée par oi.

La vitesse de glissement le long de ce même axe est représentée par om.

10° *Selon que l'extrémité* m *de la corde* om *est située au-dessus ou au-dessous de la droite* ad, *l'axe instantané glissant parallèle à cette corde est situé en avant ou en arrière du plan* Q.

Dans le cas particulier où la vitesse du point central *o* est perpendiculaire à la droite mobile D, l'axe instantané non glissant se confond avec cette droite et cesse ainsi d'exister. Les triangles rectangles semblables oib, oam donnent alors



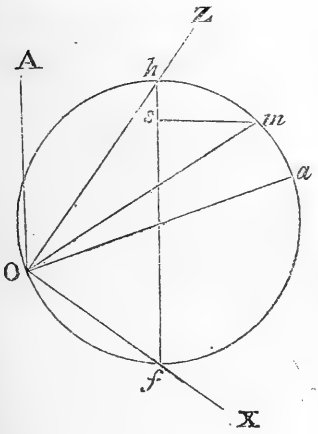
$$oi \,.\, om = oa \,.\, ob \,. = \text{cons}^{\text{te}}.$$

Cette équation exprime une propriété remarquable qu'on peut énoncer comme il suit :

Lorsque la droite mobile ne comporte pas d'axe instantané non glissant, le produit des vitesses de glissement et de rotation est constant pour tous les axes instantanés glissants.

DU LIEU DES AXES INSTANTANÉS GLISSANTS.

55. Il résulte des considérations précédentes que le lieu des axes instantanés glissants est un conoïde. L'équation de ce lieu s'obtient très-aisément en plaçant l'origine au point p' et prenant pour axe des y la droite N, pour axes des z et des x des droites respectivement parallèles aux deux cordes oh, of.



Soit om une corde quelconque; α l'angle de cette corde avec la corde oh; ms la perpendiculaire abaissée du point m sur le diamètre fh parallèle à oA : l'une des équations de l'axe instantané glissant, parallèle à la corde om, est évidemment

$$(1). \quad \ldots\ldots \quad \frac{x}{z} = \text{tang}\ \alpha.$$

On a d'ailleurs

$$(2)\quad \ldots\ldots\ \frac{hs}{fs} = \left(\frac{mh}{mf}\right)^2 = \text{tang}^2\ \alpha.$$

Soit n le point où l'axe instantané glissant, parallèle à om, vient couper la droite N, cet axe a pour deuxième équation

$$(3).\quad \ldots\ldots\ y = p'n = \frac{fs}{ob} = \frac{pp'}{oa} \cdot fs,$$

ou, tenant compte de l'équation (2), remplaçant hs par la différence oa-fs et désignant par 2λ la distance pp',

$$(4).\quad \ldots\ldots\ y\,(1 + \text{tang}^2\ \alpha) = 2\lambda.$$

La combinaison des équations (1) et (4) donne pour l'équation du conoïde cherché

$$(5).\quad \ldots\ldots\ x^2 + z^2 = 2\lambda\,\frac{z^2}{y}\,.$$

Les sections faites dans ce conoïde parallèlement au plan des xz sont les axes instantanés glissants, conjugués deux à deux, comme nous l'avons indiqué n° 54.

Les sections faites par des plans menés par l'axe des x sont des ellipses. Soit

$$(6).\quad \ldots\ldots\ y = a\,.\,z$$

l'un de ces plans : l'ellipse correspondante est située sur le cylindre droit à base circulaire, ayant pour équation

$$x^2 + z^2 = \frac{2\lambda z}{a}\,.$$

Ces ellipses se projettent sur le plan des xy suivant d'autres ellipses ayant pour équation

$$x^2 + \frac{y^2}{a^2} = \frac{2\lambda y}{a^2}.$$

Ces dernières ellipses ont leurs axes principaux dirigés, l'un suivant l'axe des y, l'autre parallèlement à l'axe des x. Le premier est constant et égal à 2λ; l'autre a pour expression $\frac{2\lambda}{a}$.

Il suit de là que les ellipses du conoïde ont leurs axes principaux dirigés l'un suivant la droite représentée par l'équation (6) dans le plan des yz, l'autre parallèlement à l'axe des x. Le premier est égal à $\frac{2\lambda}{a}\sqrt{a^2+1}$, le second à $\frac{2\lambda}{a}$. L'excentricité de ces ellipses est constante et égale à λ : le lieu de leurs foyers est la courbe connue sous le nom de *conchoïde de Nicomède*.

Prenons $a = 1$ et pour directrice du conoïde l'ellipse correspondante. Cette ellipse a pour projection dans le plan des xy le cercle

$$x^2 + y^2 = 2\lambda y.$$

Elle est l'intersection du cylindre droit ayant ce cercle pour base, et du plan mené par l'axe des x sous l'inclinaison de 45°.

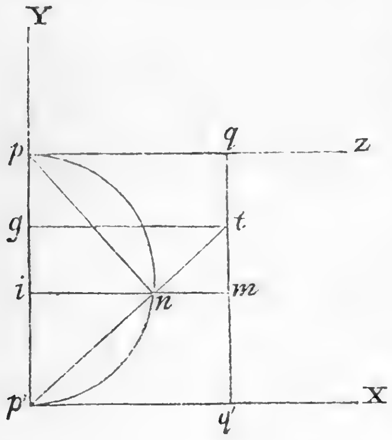
La génération du conoïde résulte du mouvement d'une droite qui s'appuie sur cette ellipse et sur l'axe des y, en restant perpendiculaire à cet axe.

Considérons la section faite dans le conoïde par un plan

$$z = h$$

parallèle au plan des xy. Cette ligne a pour équation

$$(7). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad y = \frac{2\lambda h^2}{x^2 + h^2}$$



Soit p' l'origine. Prenons sur l'axe des y $p'p = 2\lambda$ et $p'g = h$; sur pp', comme diamètre, décrivons une circonférence de cercle, et par le point g menons la droite gt parallèle à pX.

$p't$ étant une droite quelconque partant du point p' et coupant en t la droite gt, en n la circonférence pp', menons, par les points t et n, deux droites, l'une tm parallèle à l'axe des y, l'autre nm parallèle à l'axe des x. Soit m le point de rencontre de ces deux droites : on voit aisément que la courbe représentée par l'équation (7) est le lieu des points m.

En effet, si l'on désigne par γ l'angle $pp'n$; si l'on prolonge mn jusqu'à sa rencontre en i avec l'axe des y et qu'on tire la droite pn, on a d'abord

$$y = mq' = p'i = p'n \,.\cos\gamma = pp' \,.\cos^2\gamma.$$

Le triangle $p'tq'$ donne d'ailleurs

$$\text{tang.}\,\gamma = \frac{x}{h}\cdot$$

De là résulte, en substituant,

$$y = \frac{2\lambda}{1 + \text{tang}^2\gamma} = \frac{2\lambda h^2}{x^2 + h^2}\cdot$$

S'il s'agissait d'une section faite par un plan

$$x = h$$

parallèle au plan des yz, cette section aurait pour équation

$$y = \frac{2\lambda z^2}{z^2 + h^2}.$$

Sans rien changer à ce qui précède, transportons l'origine au point p, et représentons l'axe des z par la perpendiculaire pz élevée en p sur pp'.

Pour des points situés de part et d'autre à égale distance de l'axe des y, la variable z peut être remplacée par l'abscisse x. Il vient donc pour l'ordonnée correspondante y'

$$y' = \frac{2\lambda x^2}{x^2 + h^2}.$$

De là résulte, eu égard à l'équation (7),

$$y + y' = 2\lambda = \text{cons}^{\text{te}}.$$

On voit par là que les sections faites, l'une par le plan $z = h$, l'autre par le plan $x = h$ sont identiquement les mêmes. Elles ne diffèrent entre elles que par leur position sur le conoïde.

DE L'AXE INSTANTANÉ GLISSANT COMMUN AUX DEUX DROITES D,D'.

56. Nous avons vu n° 52 que les droites D,D', considérées comme faisant partie d'un même solide, sont chacune l'axe instantané non glissant qui correspond à l'autre.

Soit w' la rotation de la droite D autour de D' et w celle de la droite D' autour de la droite D. De même que la vitesse oa du point central o de la droite D est perpendiculaire à D′ et égale au produit

(1). . . . . . . $oo'.w' = oa = v$

(o' étant le point central de la droite D′) : de même la vitesse v' du point central o' est perpendiculaire à la droite D et égale au produit

(2). . . . . . . $oo'.w = oa' = v'$.

De là résulte

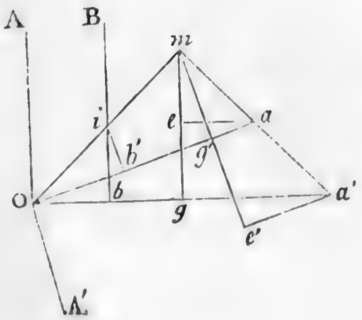
(3). . . . . $vw = v'w'$.

La rotation Ω de la droite D autour de la perpendiculaire oa' élevée en o sur cette droite a pour expression

(4). . . . . . . $ob = w' \sin (D, D')$.

La rotation Ω' de la droite D′ autour de la perpendiculaire élevée en o' sur cette droite est représentée de la même manière par

(5). . . . . . . $ob' = w \sin (D, D')$.



Projetons en o le point o' et prenons les longueurs oa', ob', telles qu'elles sont déterminées par les équations (2) et (5). De là résulte

$$ob' = \frac{oa'}{oo'} \sin (D, D').$$

Les égalités (1) et (4) donnent de même

$$ob = \frac{oa}{oo'} \sin (D_{,}D').$$

Il vient donc aussi comme conséquence

$$(6). \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad ob \, . \, oa' = ob' \, . \, oa.$$

Tirons la droite $a'a$, et sur cette droite abaissons du point o la perpendiculaire om Il est visible que le point m est à l'intersection des deux circonférences construites sur les droites oa, oa' prises pour diamètres.

Du point i, où la droite bB perpendiculaire en b sur oa' coupe la droite om, abaissons sur oa la perpendiculaire ib'. Les angles en b, b' et m étant droits on a évidemment

$$(7). \quad . \; . \; . \; . \; . \quad ob \, . \, oa' = oi \, . \, om = ob' \, . \, oa.$$

La comparaison des équations (6) et (7) montre que le point b' est en même temps le pied de la perpendiculaire abaissée du point i sur la droite oa, et l'extrémité de la droite suivant laquelle se projette en ob' la rotation de la droite D' autour de l'axe instantané qui lui est perpendiculaire.

Cela posé, nous pouvons conclure immédiatement que *les droites* D,D' *admettent toutes deux un axe instantané glissant, parallèle à* om. Nous pouvons conclure en outre que, *de part et d'autre, la rotation et le glissement, qui correspondent à cet axe, sont représentés respectivement l'une par* oi, *l'autre par* om.

Soient meg, $mg'e'$ deux droites menées par le point m

parallèlement aux droites D,D′ : e la projection du point a sur mg; e' celle du point a' sur mg'.

Nous savons déjà que la distance comprise entre les droites D,D′ est représentée par $\frac{eg}{ob}$ et que la droite D′ est située en arrière du plan Q. Nous savons aussi, en ce qui concerne la droite D, que l'axe instantané glissant parallèle à om est situé en avant du plan Q, à la distance $\frac{me}{ob}$. Il s'ensuit que cet axe est situé en avant de la droite D′, à une distance totale représentée par la somme.

$$\frac{eg}{ob}+\frac{em}{ob}=\frac{mg}{ob}.$$

Soit g' le point de rencontre des droites oa et me'. Pour appliquer à la droite D′ les résultats établis précédemment par rapport à la droite D, il suffit de substituer aux droites oa, og, mg leurs homologues oa', og', mg'. Il en résulte que la droite D est située en avant de la droite D′ à la distance $\frac{e'g'}{ob'}$, et qu'en ce qui concerne la droite D′, l'axe instantané glissant parallèle à om est situé en avant de cette droite à la distance $\frac{me'}{ob'}$.

La distance des droites D,D′ étant exprimée par l'un et l'autre des deux rapports $\frac{eg}{ob}$, $\frac{e'g'}{ob'}$, on a nécessairement

$$(8). \quad \ldots\ldots \quad \frac{eg}{ob}=\frac{e'g'}{ob'}.$$

On a d'ailleurs :

$$(9). \quad \ldots\ldots \quad \frac{mg}{eg}=\frac{ma'}{aa'}=\frac{me'}{g'e'}.$$

La combinaison des équations (8) et (9) donne

$$\frac{mg}{ob} = \frac{me'}{ob'} \text{ (*)} .$$

Concluons que *l'axe instantané glissant, parallèle à* om, *est identiquement le même pour chacune des deux droites* D,D'.

57. Les droites conjuguées D,D' étant considérées toutes deux comme faisant partie d'un même solide, le double mouvement qui leur est commun autour et le long d'un seul et même axe, communique en même temps à tous les points du solide leurs vitesses simultanées. La conséquence est qu'*en général l'état de mouvement d'un solide quelconque se résout en une rotation autour d'un axe avec glissement simultané le long de ce même axe.*

Soit I l'axe dont il s'agit; ω et u les vitesses de rotation et de glissement du solide autour et le long de cet axe. Si les droites D,D' et leurs rotations w',w sont données, on peut se proposer la détermination de l'axe I et des deux vitesses ω et u. De même étant donné l'axe I, les deux vitesses ω, u et une droite quelconque D, on peut se proposer la détermination de la droite conjuguée D' et des rotations simultanées w, w'.

De là deux problèmes dont la solution, purement géo-

(*) On parvient directement à ce résultat, en observant que l'on a :
1° Dans les triangles semblables $me'a'$ oib',

$$\frac{ma'}{oi} = \frac{me'}{ob'} .$$

2° Dans les triangles semblables mga', oib,

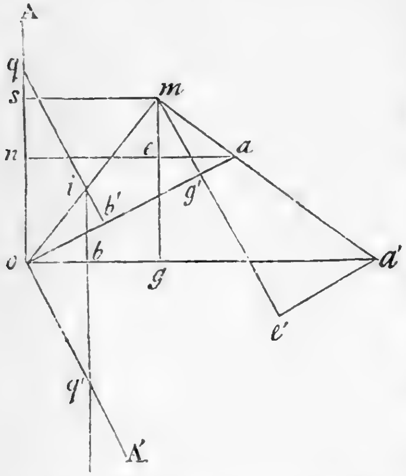
$$\frac{mg}{ob} = \frac{ma'}{oi} .$$

De là résulte immédiatement

$$\frac{mg}{ob} = \frac{me'}{ob'} .$$

métrique, s'obtient très-simplement de la façon suivante.

Prenons pour plan de projection le plan Q mené par la droite D parallèlement à celle des deux droites D′,I qui, par hypothèse, est donnée. Soit oA la droite D; o le point où se projettent sur le plan Q les plus courtes distances des droites D,D′, I; o,o',c (*) les points où chacune de ces droites coupe la droite projetée en o.



Cela posé, s'agit-il d'abord du premier problème? Par le point o menons la droite oA′ parallèle à D′.

La vitesse du point o de la droite D est dirigée suivant la perpendiculaire élevée en o sur oA′. Elle est d'ailleurs égale au produit $oo'.w'$. Représentons-la par oa.

La vitesse du point o' de la droite D′ est parallèle à la perpendiculaire élevée en o sur oA. Elle est d'ailleurs égale au produit $oo'.w$. Représentons-la par oa'.

Sur oa' prenons $ob = w' \sin(\mathrm{D,D'})$. Ainsi déterminé, ob est la rotation de la droite D autour de l'axe instantané glissant parallèle à oa'.

Tirons la droite aa'; du point o abaissons sur cette droite la perpendiculaire om et projetons les points a et m sur oA, l'un en n, l'autre en s.

(*) On voit aisément, d'après ce qui précède, que le point c est le point central de la droite oo', et que l'on a généralement

$$\frac{co}{co'} = \frac{ma}{ma'}.$$

Par le point b menons une parallèle à oA et désignons par i le point où cette parallèle vient couper om.

Partant de là, voici la solution :

L'axe instantané glissant I *est parallèle à* om.

Il coupe la droite oo′ *au point* c *situé en avant du plan* Q, *à la distance* $\mathrm{oc} = \frac{\mathrm{ns}}{\mathrm{ob}}$.

Les vitesses simultanées ω *et* u *sont représentées respectivement, l'une par* oi, *l'autre par* om.

S'agit-il ensuite du second problème? Par le point o menons une parallèle à l'axe I : sur cette parallèle prenons $oi = \omega$ et $om = u$; en m élevons sur om une perpendiculaire, et désignons par a' le point où cette droite vient couper la perpendiculaire élevée en o sur oA : sur ma' prenons ma égal au produit $oc.\omega$: tirons oa, et du point i abaissons deux perpendiculaires, l'une ib' sur oa, l'autre ib sur oa' : soient q et q' les points où ces perpendiculaires viennent couper, l'une la droite oA, l'autre la droite oA′ menée par le point o perpendiculairement sur oa.

Partant de là, voici la solution :

La droite D′ *est parallèle à* oA′.

Elle coupe la droite oc *au point* o′, *situé en arrière du plan* Q *à la distance* $\mathrm{oo'} = \frac{\mathrm{on}}{\mathrm{ob}}$.

Les rotations w′, w *sont représentées respectivement l'une par* oq′, *l'autre par* oq.

58. Des points m et a abaissons deux perpendiculaires, l'une mg sur oa', l'autre ae sur mg.

Des points m et a' abaissons de même deux perpendiculaires, l'une mg' sur oa, l'autre $a'e'$ sur mg'.

On a, d'après ce qui précède et eu égard à la réciprocité qui subsiste entre les droites D,D′ :

$$oa = oo'.w', \qquad oa' = oo'.w$$

$$ob = w' \sin (D,D'),\ ob' = w \sin (D,D')$$

$$oc = \frac{ns}{ob} = \frac{me}{ob}, \qquad o'c = \frac{me'}{ob'}, \quad oo' = \frac{on}{ob}$$

$$oi = \omega, \quad om = u, \quad oq = w, \quad oq' = w'.$$

Si l'on observe d'ailleurs qu'en se composant avec les vitesses de circulation qui résultent, pour les points o,o', de leur rotation autour de l'axe I, la vitesse u, représentée par om, doit donner, pour résultantes, les vitesses totales représentées par oa pour le point o, et par oa' pour le point o', on peut écrire immédiatement

$$ma = \omega . oc., \quad ma' = \omega . oc'.$$

Cela posé, les triangles rectangles moa, moa' donnent,

$$om = ma \text{ tang } (D',I) = ma' . \text{ tang } (D,I).$$

De là résulte, en substituant à om, ma, ma' leurs valeurs respectives

(1). . oc tang $(D',I) = o'c$ tang $(D,I) = \dfrac{u}{\omega} =$ const.

Lorsque les droites conjuguées D,D′ sont rectangulaires, les vitesses de leurs points centraux sont dirigées respectivement suivant ces mêmes droites. On a alors

$$\text{tang } (D,I) . \text{ tang } (D',I) = 1$$

et par suite :

(2). . . . . . $oc.o'c = \left(\dfrac{u}{\omega}\right)^2 =$ const.

Le triangle $oq'i$ donne les proportions

$$\frac{oq'}{q'i} = \frac{\sin (D,I)}{\sin (D',I)}, \quad \frac{oq'}{oi} = \frac{\sin (D,I)}{\sin (D,D')}, \quad \frac{iq'}{oi} = \frac{\sin (D',I)}{\sin (D,D')}$$

on a d'ailleurs $q'i = oq = w$ et $oq' = w'$. Il vient donc, en substituant

$$(3) \quad \frac{w'}{w} = \frac{\sin(D,I)}{\sin(D',I)}, \quad \frac{w'}{\omega} = \frac{\sin(D,I)}{\sin(D,D')}, \quad \frac{w}{\omega} = \frac{\sin(D',I)}{\sin(D.D')}$$

et lorsque les droites D,D′ sont rectangulaires

$$(4) \quad w' = w.\operatorname{tg}(D,I) = \omega \sin(D,I), \quad w = \omega \sin(D',I) = \omega \cos(D,I).$$

Le triangle $oq'i$ donne aussi la relation

$$\overline{oi}^2 = \overline{oq'}^2 + \overline{iq'}^2 + 2oq'.iq' \cos(D,D').$$

De là résulte, en substituant,

$$(5). \quad . \quad . \qquad \omega^2 = w^2 + w'^2 + 2w.w' \cos(D,D')$$

et lorsque les droites D,D′ sont rectangulaires

$$(6). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad \omega^2 = w^2 + w'^2$$

Considérons les deux quadrilatères *mib′a, miba′* : ils sont inscriptibles dans une circonférence de cercle et donnent en conséquence

$$ob'.oa = oi.om = ob.oa'.$$

De là résulte, en substituant,

$$(7). \quad . \quad . \quad . \qquad oo'.w.w'.\sin(D,D') = u.\omega. = \text{const.}$$

et lorsque les droites D,D′ sont rectangulaires

$$(8). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad oo'.w.w' = u.\omega.$$

Les équations (1), (3), (5), (7) résolvent numériquement et en général les deux problèmes du n° 57.

n étant la projection du point a sur oA, les points n et b' sont situés tous les deux sur la circonférence de cercle ayant la droite aq pour diamètre. De là résulte

$$on \, . \, oq = ob' \, . \, oa = oi \, . \, om.$$

et, par suite,

$$(9). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad on \, . \, oq = \omega \, . \, u \, . = \text{const.}$$

Quelles que soient les vitesses des différents points de la droite D, on est, pour chacune de ces vitesses, sa composante suivant la droite D : oq est d'ailleurs la rotation du solide autour de cette même droite. L'équation (9) exprime en conséquence une propriété générale qui subsiste en même temps pour tous les points d'un solide en mouvement, et qu'on peut énoncer comme il suit :

Lorsqu'un solide est en mouvement, la vitesse d'un point quelconque de ce solide, estimée suivant une droite quelconque menée par ce point, et multipliée par la rotation du solide autour de cette droite, donne un produit constant.

Nous reviendrons plus loin sur cette propriété et sur quelques-unes de ses conséquences.

DU MOUVEMENT D'UN SYSTÈME DE POINTS LIÉS ENTRE EUX D'UNE MANIÈRE INVARIABLE ET SITUÉS OU NON SITUÉS DANS UN MÊME PLAN.

59. Soient m_1, m_2, m_3 trois points non situés en ligne droite : P le plan déterminé par ces points : v_1, v_2, v_3 leurs vitesses respectives et simultanées.

Décomposons chacune des vitesses v_1, v_2, v_3 en deux autres, l'une perpendiculaire au plan P, l'autre située dans ce plan. Soient v'_1, v'_2, v'_3 les premières composantes, et v''_1, v''_2, v''_3 les secondes.

Par les extrémités des vitesses v'_1, v'_2, v'_3 faisons passer un plan Q. En général les plans P, Q se coupent. Soit D leur intersection.

La droite D ainsi déterminée est celle que M. Chasles (*) a désignée sous le nom de *caractéristique* du plan P. Nous adopterons cette dénomination.

Soient p_1, p_2, p_3 les perpendiculaires abaissées des points m_1, m_2, m_3 sur la caractéristique D. On a évidemment

$$\frac{v_1'}{p_1} = \frac{v_2'}{p_2} = \frac{v'_3}{p_3} = w.$$

Il s'ensuit que, pour communiquer à chacun des trois points m_1, m_2, m_3, les vitesses respectives v'_1 v'_2, v'_3, il suffit d'une rotation qui commence autour de la droite D avec la vitesse angulaire w.

On sait que les vitesses v_1, v_2, v_3, prises deux à deux, ont même composante suivant la droite qui joint leurs points d'application. Cette propriété s'étend d'elle-même et nécessairement aux vitesses v''_1, v''_2, v''_3. Il en résulte que les perpendiculaires élevées dans le plan P, sur ces vitesses, par les points m_1, m_2, m_3 vont toutes trois se couper en un même point o'. Il en résulte aussi que l'on a en désignant par r_1, r_2, r_3 les distances $o'm_1$, $o'm_2$, $o'm_3$,

$$\frac{v_1''}{r_1} = \frac{v_2''}{r_2} = \frac{v_3''}{r_3} = w'.$$

(*) Voir les *Comptes rendus de l'Académie*, année 1843, t. XVI, p. 1420.

Le point o', ainsi déterminé, a reçu le nom de *foyer* du plan P. Conservons cette dénomination et désignons par D′ la normale au plan P menée par le point o'.

Il est visible que, pour communiquer à chacun des trois points m_1, m_2, m_3, leurs vitesses respectives v''_1, v''_2, v''_3, il suffit d'une rotation qui commence autour de la droite D′ avec la vitesse angulaire w'.

Concluons que *l'état de mouvement des trois points* m_1, m_2, m_3 *peut être considéré comme résultant de deux rotations simultanées, l'une autour de la droite* D *avec la vitesse* w, *l'autre autour de la droite* D′ *avec la vitesse* w′.

Concluons, en outre, que *s'il s'agit des autres points du plan* P *ou d'un système quelconque de points, faisant, avec les points donnés, partie d'un même solide, ces deux rotations simultanées communiquent en même temps à tous ces points leurs vitesses actuelles.*

60. Les points situés sur les droites D,D′ n'ont d'autres vitesses que celles qui résultent pour chacune de ces droites de sa rotation autour de l'autre. Il s'ensuit que les droites D,D′ forment entre elles un système de droites conjuguées rectangulaires, et que les déductions précédentes leur sont applicables.

La conséquence est qu'elles admettent toutes deux un même axe instantané glissant, et, par suite, que l'état de mouvement d'un plan ou d'un solide peut être considéré comme résultant, à un instant quelconque, d'une rotation autour de cet axe et d'un glissement simultané le long de ce même axe.

Cette déduction peut s'établir en suivant la marche indiquée par M. Chasles dans un article des *Comptes rendus de l'Académie des sciences*, année 1843, t. XVI, p. 1420. Cet article est intitulé : *Propriétés géométriques relatives au* *mouvement infiniment petit d'un corps solide libre dans l'espace.* M. Chasles y énonce, sans les démontrer, une suite de propositions curieuses. Il nous a paru utile de fournir une sorte de *criterium* de notre méthode, en prenant ces propositions dans l'ordre où l'auteur les énonce et en les démontrant à l'aide de nos principes.

Voici d'abord quelles sont ces propositions, dont je conserve le texte, sauf à faire observer que, pour les énoncer à mon point de vue, il faudrait supprimer toute notion infinitésimale, et partout où il est question de la trajectoire d'un point, écrire *vitesse* au lieu de *trajectoire.*

1° *Un plan étant considéré comme faisant partie du corps, les plans normaux aux trajectoires de ses points passeront tous par un même point de ce plan. J'appellerai ce point le* foyer *du plan.*

2° *Ce qui distingue le foyer d'un plan de tous ses autres points, c'est que sa trajectoire est perpendiculaire au plan, ce qui n'a lieu pour aucun de ses autres points.*

3° *Dans le plan il existe une infinité de points dont les trajectoires seront comprises dans le plan même. Tous ces points sont situés en ligne droite. J'appellerai cette droite* CARACTÉRISTIQUE *du plan.*

4° *Quand plusieurs plans passent par une même droite* D, *leurs foyers sont sur une même droite* D′. *Réciproquement, si plusieurs plans passent par cette droite* D′, *leurs foyers seront sur la première droite* D, *de sorte que ces deux droites jouissent de propriétés réciproques.*

Cela signifie en d'autres termes que si l'on considère une droite quelconque D, *comme faisant partie du corps, les plans normaux aux trajectoires des points de cette droite passeront tous par une même droite* D′, *et réciproquement, les* *plans normaux aux trajectoires des points de cette droite* D′, *considérée comme faisant partie du corps, passeront tous par la droite* D.

Ces deux droites D,D′ *que j'appellerai* DROITES CONJUGUÉES *donnent lieu à un grand nombre de propriétés qui trouveront leur place plus loin.*

5° *Quand plusieurs plans passent par un même point, leurs foyers sont tous sur un même plan qui a son foyer en ce point.*

6° *Quand plusieurs plans sont parallèles entre eux, leurs foyers sont sur une droite qui est toujours parallèle à un même axe, quelle que soit la direction commune de ces plans.*

Cette droite jouit de la propriété que les trajectoires de ses points sont toutes parallèles entre elles, puisqu'elles sont normales aux plans. De sorte que, dans le déplacement du corps, la droite n'a qu'un mouvement de translation parallèlement à elle-même.

7° *Si tous les plans sont perpendiculaires à la direction de cette droite, leurs foyers sont sur une certaine droite* I *parallèle à celle-là et dont les trajectoires de tous les points seront dirigées précisément suivant cette droite* I, *de sorte que cette droite glissera sur elle-même pendant le mouvement du corps.*

8° *Pendant le glissement de la droite* I *sur elle-même, le corps ne pourra que tourner autour d'elle. On peut donc dire que tout mouvement infiniment petit d'un corps libre se réduit à un mouvement de rotation autour d'un axe qui, pendant cette rotation, glisse sur lui-même. De sorte que le mouvement du corps n'est point autre chose que le mouvement d'une vis dans son écrou.*

61. Reportons-nous aux déductions et conclusions du

nº 59. Elles impliquent directement les conséquences suivantes :

1° *La caractéristique* D *est le lieu des points dont les vitesses sont dirigées dans le plan* P. *Pour chacun de ces points sa vitesse est à la fois perpendiculaire et proportionnelle au rayon vecteur qui va du foyer à ce point. Le lieu des extrémités de ces vitesses est l'intersection du plan* P *avec le plan mené par les extrémités des vitesses* v_1, v_2, v_3.

2° *Le foyer* o' *est le point du plan* P, *dont la vitesse est normale à ce plan. Cette propriété est caractéristique. Supposée commune à deux points du plan* P, *elle s'étend à tous les autres, et le mouvement se réduit à une rotation simple autour de la droite* D.

3° *Soit* o *le pied de la perpendiculaire abaissée du point* o' *sur la caractéristique* D; o, o' *sont les points centraux des droites conjuguées* D, D'. D' *est la caractéristique du plan* P' *menée par le point* o' *normalement à la droite* D. o *est le foyer de ce plan.*

4° *Tout plan passant par la droite* D *a son foyer sur la droite* D', *et réciproquement.*

5° *Soit* m *un point quelconque du solide,* v *la vitesse de ce point,* Q_1 *un plan mené par le point* m *perpendiculairement à la vitesse* v. *Le plan* Q_1 *est le lieu des foyers des plans passant par le point* m.

Ces diverses propositions comprennent évidemment les cinq premiers énoncés de M. Chasles.

Transportons au foyer *o'* et parallèlement à elle-même la rotation *w*. Pour ne rien changer à l'état du mouvement du solide, nous devrons lui communiquer en même temps une translation précisément égale à la vitesse du point *o'*. Nous aurons donc à considérer cette translation et les deux rotations *w*,*w'* devenues concourantes. Or, ces deux rotations se composent (*) en une rotation unique autour d'un axe A passant par le point o' et situé dans le plan mené par la droite D' parallèlement à la droite D. Il s'ensuit donc que, si l'on considère l'axe A comme faisant partie du solide, son état de mouvement se résout tout entier dans la translation qui résulte, pour cet axe, de la vitesse du point o' rendue commune à tous ses points.

Concluons que *l'état de mouvement du solide peut être considéré comme résultant d'une rotation autour de l'axe* A *et de la translation de ce même axe.*

Cela posé, s'agit-il d'une suite quelconque de plans tous parallèles entre eux et dirigés d'ailleurs comme on voudra? il est évident que *toute droite parallèle à l'axe* A *coupe ces plans en des points dont la vitesse est, pour tous, la même en direction, sens et grandeur.* La conséquence est que *les foyers de ces plans sont tous sur une même droite parallèle à l'axe* A. C'est la sixième proposition de M. Chasles.

Supposons les plans considérés tous perpendiculaires à l'axe A. Les foyers de ces plans sont situés sur une droite I parallèle à l'axe A et les vitesses de ces foyers, toutes égales entre elles, sont dirigées tout entières suivant la droite I. Il s'ensuit que *l'état de mouvement de la droite* I, *considérée comme faisant partie du solide, se résout en un simple glissement de cette droite sur elle-même.* La conséquence

---

(*) Soit ω la rotation résultante et β l'angle que l'axe A fait avec la droite D'. On a évidemment

$$\omega^2 = w^2 + w'^2$$

et

$$\tang \beta = \frac{w}{w'} \cdot$$

est que *le solide glisse avec la droite* I, *en même temps qu'il tourne autour d'elle.* Ce sont les dernières propositions de M. Chasles. Toutes, ainsi qu'on le voit, se démontrent aisément.

62. Après avoir énoncé les propositions reproduites et démontrées ci-dessus, M. Chasles écrit une suite d'équations : ces équations sont celles que nous avons déduites au n° 58 de la construction géométrique du n° 57. On observera que les équations du n° 58 s'appliquent directement à tout ce qui concerne, pour un plan quelconque P, la détermination de la caractéristique D, du foyer o', et des deux rotations w, w', à considérer en ce cas. Il suffit pour cela de supposer rectangulaires les droites conjuguées D, D'. Dès lors l'une est la caractéristique du plan, l'autre est la normale au plan menée par le foyer.

Viennent ensuite les propositions suivantes :

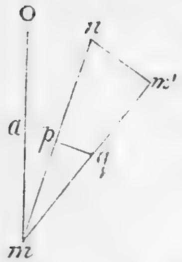
La rotation du corps autour d'une droite quelconque est en raison inverse du mouvement de cette droite estimée dans sa propre direction.

Si, sur différentes droites passant par un même point, on porte à partir de ce point des segments proportionnels aux rotations du corps autour de ces droites, les extrémités de ces segments seront sur un plan perpendiculaire à la trajectoire du point.

Il s'ensuit que la rotation minimum *aura lieu autour de la trajectoire même du point. Cette rotation multipliée par la trajectoire du point forme un produit constant, quel que soit le point.*

La première de ces propositions implique les deux autres. Déjà nous l'avons établie au n° 58. On peut, d'ailleurs, y parvenir directement comme il suit :

Soit m un point quelconque du solide ; mn la vitesse de ce point : L'*état de mouvement du solide peut être considéré comme résultant d'une translation représentée par* mn *et d'une rotation* ma *autour d'un axe* mo *passant par le point* m.



Soit mm' une droite quelconque passant par le point m. La rotation oa est décomposable en deux rotations simultanées, l'une autour de mm', l'autre autour d'un axe passant par le point m et perpendiculaire à mn. Cette dernière rotation se compose avec la translation mn en une rotation simple autour de l'axe instantané principal de la droite mm'. S'agit-il ensuite de la rotation composante autour de mm', *elle est représentée par la partie de la droite* mm' *interceptée entre le point* m *et le plan mené par le point* a *perpendiculairement à la vitesse* mn.

Soit m' le pied de la perpendiculaire abaissée du point n sur mm', et p, q les points d'intersection des droites mn, mm' avec le plan mené par le point a perpendiculairement à mn. Les triangles rectangles mpq, mnm' donnent

$$(1). \quad . \quad . \quad . \qquad mq \, . \, mm' = mp \, . \, mn \, . = \text{const.}$$

Or, mq est la rotation du solide autour de la droite mm', et mm' la vitesse du point m estimée suivant cette même droite. Cette rotation mq, cette vitesse mm' sont constantes pour les différents points d'une même droite. L'équation prouve que leur produit ne change pas en passant d'une droite à une autre. *Tout est donc démontré.*

Prenons encore cet énoncé de M. Chasles :

Quand plusieurs droites sont situées dans un même plan, *les rotations du corps autour de ces droites sont en raison inverse de leurs distances au foyer du plan.*

Soit P le plan considéré, o' son foyer ; A une droite quelconque située dans ce plan ; m le pied de la perpendiculaire abaissée du foyer o' sur la droite A ; w' la rotation du solide autour de la normale élevée en o' sur le plan P. La vitesse du point m, estimée suivant la direction de la droite A, a évidemment pour expression le produit

$$o'm.w'.$$

Soit Ω la rotation du solide autour de la droite A : on a en général, et conformément à ce qui précède,

$$(2). \quad \ldots\ldots \quad o'm.w'.\Omega. = \text{const.} = \omega.u.$$

Or, la rotation w' est constante pour toutes les droites situées dans un même plan : on voit donc comment le dernier énoncé résulte immédiatement de l'équation (2).

63. Reprenons la relation que nous venons d'établir :

$$o'm.w'.\Omega = \text{const} = \omega.u.$$

S'il s'agit de plusieurs plans passant par la droite A, la rotation Ω reste constante. Il vient donc

$$o'm.w' = \frac{\omega.u}{\Omega} = \text{const.}$$

Ce qui montre que, *pour tous les plans menés par une même droite* A, *la rotation d'un plan autour de son foyer est en raison inverse de la distance de ce même foyer à la droite* A.

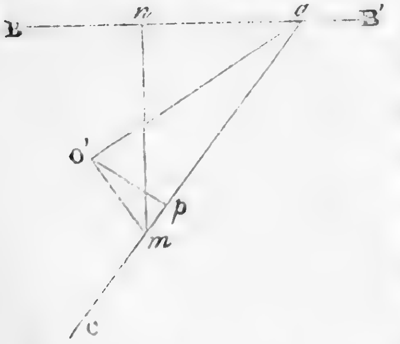
L'énoncé que je viens de reproduire m'a été fourni par

M. Gilbert en même temps que l'énoncé suivant, qui m'a paru curieux, et dont j'ai cherché une démonstration directe.

Toute droite D *passant par le foyer d'un plan a pour conjuguée une droite* D′ *située dans ce même plan. Concevons un cône droit à base circulaire, ayant pour sommet le foyer du plan* P *et pour axe la normale à ce plan menée par le foyer. Si l'on prend successivement pour la droite* D *chacune des génératrices de ce cône, la conjuguée* D′ *aura pour enveloppe une section conique dont le foyer sera le foyer du plan* P, *et la directrice la caractéristique de ce même plan. Si, d'ailleurs,* θ *désigne l'angle des droites* D *avec la normale au plan* P, w′ et w, *les vitesses de rotation simultanées du plan autour de son foyer et de sa caractéristique, la conique sera une ellipse, une hyperbole ou une parabole suivant que l'on aura*

$$\text{tang }\theta . \begin{smallmatrix}>\\ <\\ =\end{smallmatrix} \frac{w}{w'} \cdot$$

Considérons ensuite le plan mobile comme faisant partie d'un solide en mouvement. La conique, déterminée ci-dessus, est le lieu des foyers des plans qui sont inclinés sur le premier d'un angle $\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$ *et qui passent par son foyer.*



Soit o' le foyer du plan P; BB′ la caractéristique de ce plan; N la normale au point o'; $o'a$ la projection sur le plan P d'une droite quelconque D, passant par le point o'; θ l'angle de la droite D et de la normale N.

La rotation w', qui subsiste autour de la normale N, se décompose en deux rotations simultanées, l'une $\frac{w'}{\cos\theta}$ autour de la droite D, l'autre w' tang. θ autour de la droite $o'a$. Considérons en même temps cette dernière rotation et la rotation w qui subsiste autour de la caractéristique BB'. Les axes de ces deux rotations concourent en a. Il s'ensuit qu'elles se composent en une rotation unique autour d'une droite située dans le plan P et passant par le point a, soit ac cette droite. Il est visible que la droite ac est la conjuguée D' de la droite D. On a d'ailleurs, conformément à la règle du parallélogramme des vitesses,

$$\frac{w' \text{ tang. } \theta}{w} = \frac{\sin \mathrm{B}a\mathrm{C}}{\sin o'a\mathrm{C}}.$$

Soit m le point où la perpendiculaire élevée en o' sur $o'a$ vient couper la droite ac, et n le point de la perpendiculaire abaissée du point m sur la droite BB'. Les triangles rectangles mna, $mo'a$ donnent

$$mn = am \,.\sin \mathrm{B}a\mathrm{C}, \qquad mo' = am \sin o'a\mathrm{C}.$$

De là résulte

$$(1). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \frac{mn}{mo'} = \frac{\sin \mathrm{B}a\mathrm{C}}{\sin o'a\mathrm{C}} = \frac{w'}{w} \operatorname{tang} \theta.$$

et, puisque, par hypothèse, l'angle θ est constant, il s'ensuit que le rapport de la distance mn à la distance mo' demeure invariable pour toutes les positions possibles de la droite D autour de la normale N.

Concluons que *le lieu des points* m *est la section conique ayant le point* o' *pour foyer, et la droite* BB' *pour directrice, c'est-à-dire une ellipse, une hyperbole ou une parabole selon que la tangente de l'angle* θ *est supérieure, inférieure ou égale au rapport* $\frac{w}{w'}$.

Concluons en même temps que, *dans la description de cette courbe, les vitesses du point* m *sur les droites* o′m *et* nm *sont proportionnelles à ces droites, et peuvent être représentées respectivement, l'une par* mo′, *l'autre par* mn.

Cela posé, observons que les droites $o'a$, na sont les perpendiculaires élevées respectivement l'une en o' sur $o'm$, l'autre en n sur nm. Il en résulte que la droite ma fixe, pour le point m, la direction de sa vitesse sur la conique considérée, et conséquemment que cette droite est, pour ce même point, la tangente à cette courbe. On voit ainsi que *la section conique déterminée par l'équation* (1) *est l'enveloppe des positions de la conjuguée* D′.

Dans la rotation du plan P autour des droites N et BB′, le point m a pour composantes de sa vitesse actuelle v : 1° la vitesse $o'm.w'$ située dans le plan P et parallèle à $o'a$; 2° la vitesse $nm.w$ normale à ce même plan.

Soit θ', l'angle que la vitesse v fait avec la normale N ; on a évidemment

$$\tang \theta' = \frac{o'm.w'}{nm.w}\cdot$$

et eu égard à l'équation (1)

$$\tang \theta' = \cot.\theta.$$

Il suit de là que le plan mené par le point o' et par la droite D, tangentiellement au cône décrit par cette droite, a son foyer précisément en m. La conséquence est que *la conique déterminée par l'équation* (1) *est le lieu des foyers des plans tangents au cône décrit par la droite* D.

64. Terminons par quelques remarques générales relatives à l'état de mouvement d'un solide.

Soit I l'axe instantané glissant.

Toute droite N, perpendiculaire à l'axe I et coupant cet axe, est dans l'état de mouvement de la droite D du n° 55.

Elle glisse suivant l'axe I avec la vitesse u et tourne autour de ce même axe avec la vitesse ω.

Les droites, suivant lesquelles sont dirigées les vitesses des différents points de la droite N, forment un paraboloïde hyperbolique, dont le centre est au point de rencontrer des droites N et I.

Tout plan P qui coupe l'axe I contient une droite N, et celle-ci détermine la position correspondante du paraboloïde hyperbolique mentionné ci-dessus.

Le plan P touche ce paraboloïde en un point m de la droite N, et il lui est normal en un autre point m' de cette même droite.

Le point m' est le foyer du plan P. La droite, suivant laquelle est dirigée la vitesse du point m, est la caractéristique de ce même plan.

Si plusieurs plans P passent par une même droite N, le lieu de leurs caractéristiques est le paraboloïde déterminé par les vitesses des différents points de la droite N.

Si plusieurs plans P passent par un même point de l'axe I, et qu'ils coupent cet axe sous un même angle, le lieu de leurs caractéristiques est un hyperboloïde de révolution à une nappe, ayant son centre au point commun d'intersection, et la droite I pour axe.

Prenons trois axes coordonnés rectangulaires dont l'un, l'axe des z, coïncide avec la droite I.

Soit Q un plan mené par la droite I perpendiculairement au plan P; L l'intersection de ces plans; γ l'angle des droites I, L; α l'angle que fait avec l'axe des x la trace du plan Q sur le plan des xy; z' la distance comprise entre l'origine et le point où l'axe I perce le plan P. On a pour équation générale du plan P

$$x \cos \alpha + y \sin \alpha + z \operatorname{tang} \gamma = z' \operatorname{tang} . \gamma.$$

Soient x_0, y_0, z_0, les coordonnées du foyer du plan P, on a

$$x_0 = -\frac{u}{\omega}\cot\gamma.\sin\alpha, \quad y_0 = \frac{u}{\omega}\cot\gamma.\cos\alpha, \quad zo = z'$$

Les points de la caractéristique, situés dans les plans $z = z'$ et $z = o$, ont pour coordonnées respectives, le premier :

$$z_1 = z', \quad y_1 = -\frac{u}{\omega}\operatorname{tg}\gamma\cos\alpha, \quad x_1 = \frac{u}{\omega}\operatorname{tg}\gamma.\sin\alpha;$$

le second :

$$z_2 = o \quad y_2 = \left[z'\sin\alpha - \frac{u}{\omega}\cos\alpha\right]\operatorname{tg}\gamma, \quad x_2 = \left(z'\cos\alpha + \frac{u}{\omega}\sin\alpha\right)\operatorname{tg}\gamma.$$

La droite conjuguée de la caractéristique passe par le foyer et coupe le plan des xy en un point dont les coordonnées x_3, y_3, z_3 ont les valeurs suivantes :

$$z_3 = o \quad y_3 = \left[z'\sin\alpha + \frac{u}{\omega}\cos\alpha\right]\cot\gamma, \quad x_3 = \left(z'\cos\alpha = \frac{u}{\omega}\sin\alpha\right)\cot.\gamma.$$

Soit m un point quelconque du solide; D la droite suivant laquelle est dirigée la vitesse de ce point; I′ une parallèle à l'axe I menée par le point m; n un point quelconque de la droite D; no la perpendiculaire abaissée du point n sur I′; D′ la conjuguée de la droite D.

Cela posé, on démontre aisément et sans calcul les propositions suivantes :

Les caractéristiques (*) passant par le point m sont les

(*) Les *caractéristiques* se distinguent des autres droites, en ce que les vitesses de leurs différents points sont toutes dirigées dans un seul et même plan. C'est par rapport à ce plan que toute droite jouissant de cette propriété prend le nom de *caractéristique*.

génératrices du cône dont le sommet est au point *m*, et dont la directrice est la circonférence de cercle construite sur le diamètre *on* dans un plan perpendiculaire à l'axe I.

Les plans dont les génératrices de ce cône sont les caractéristiques passent tous par la droite D, et ils ont leurs foyers sur la droite D'.

Les projections de ces foyers, sur les caractéristiques qui leur correspondent respectivement, sont situés en même temps sur le cône déterminé ci-dessus, et sur la surface d'un cylindre droit à base circulaire.

Ce cylindre est déterminé par les droites I, I' qui sont deux de ses génératrices, et dont la plus courte distance est égale au diamètre de la base.

Soient plusieurs droites D coupant en un même point et à angle droit une droite N. Les droites conjuguées D' coupent à angle droit la droite N, et sont toutes parallèles entre elles.

Lorsque plusieurs droites D sont situées symétriquement par rapport à l'axe I, les droites conjuguées D' remplissent cette même condition.

Entre un système quelconque de droites D et le système correspondant des droites conjuguées D', il existe de nombreuses relations numériques : ces relations sont toutes implicitement comprises dans celles que nous avons déduites au n° 58 de la construction géométrique du n° 57. Nous laissons au lecteur le soin de poursuivre ces recherches, qui ne présentent aucune difficulté.

Sur les variations des éléments des orbites planétaires;
par M. Schaar, membre de l'Académie.

X.

Reprenons les valeurs générales de p, q, p', q', etc., qui, à cause de $g = o$, sont

$$\begin{aligned}
p &= \mathrm{N} \sin \beta + \mathrm{N}_1 \sin (g_1 t + \beta_1) + \mathrm{N}_2 \sin (g_2 t + \beta_2) + \ldots \\
q &= \mathrm{N} \cos \beta + \mathrm{N}_1 \cos (g_1 t + \beta_1) + \mathrm{N}_2 \cos (g_2 t + \beta_2) + \ldots \\
p' &= \mathrm{N} \sin \beta + \mathrm{N}_1' \sin (g_1 t + \beta_1) + \mathrm{N}_2' \sin (g_2 t + \beta_2) + \ldots \\
q' &= \mathrm{N} \cos \beta + \mathrm{N}_1' \cos (g_1 t + \beta_1) + \mathrm{N}_2' \cos (g_2 t + \beta_2) + \ldots \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}$$

et rappelons-nous que p, $-q$, p', $-q'$ sont les coordonnées des pôles des orbites des planètes m, m', etc., projetés sur le plan xy.

Considérons le plan qui a pour équation

$$x \mathrm{N} \sin \beta - y \mathrm{N} \cos \beta + z = o.$$

Nous démontrerons bientôt que la somme des carrés des inclinaisons des orbites sur ce plan, multipliés respectivement par les facteurs $m \sqrt{a}$, $m' \sqrt{a'}$, etc., est un *minimum;* on peut donc prendre ce plan pour celui des xy, et les valeurs précédentes de p, q, p', q', etc., se simplifieront; car on a alors $\mathrm{N} = o$ et, par suite,

$$\begin{aligned}
p &= \mathrm{N}_1 \sin (g_1 t + \beta_1) + \mathrm{N}_2 \sin (g_2 t + \beta_2) + \ldots \\
q &= \mathrm{N}_1 \cos (g_1 t + \beta_1) + \mathrm{N}_2 \cos (g_2 t + \beta_2) + \ldots \\
p' &= \mathrm{N}_1' \sin (g_1 t + \beta_1) + \mathrm{N}_2' \sin (g_2 t + \beta_2) + \ldots \\
q' &= \mathrm{N}_1' \cos (g_1 t + \beta_1) + \mathrm{N}_2' \cos (g_2 t + \beta_2) + \ldots \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}$$

Il est facile de prouver que le plan que nous venons de considérer est le plan du *maximum des aires* du système planétaire, ou du moins ce que devient ce plan, lorsque, dans sa détermination, on néglige les termes d'un ordre supérieur au premier par rapport aux masses des planètes, aux inclinaisons et aux excentricités. On sait, en effet, que si l'on représente par

$$cx + c'y + c''z = o,$$

l'équation de ce plan, les coefficients c, c', c'', en négligeant les termes qui contiennent les produits des masses des planètes deux à deux, sont déterminés par les équations

$$c = \Sigma m \left(y\frac{dz}{dt} - z\frac{dy}{dt}\right),$$

$$c' = \Sigma m \left(z\frac{dx}{dt} - x\frac{dz}{dt}\right),$$

$$c'' = \Sigma m \left(x\frac{dy}{dt} - y\frac{dx}{dt}\right).$$

En se bornant à la même approximation, on peut substituer, dans ces formules, aux variables et à leurs dérivées leurs valeurs elliptiques, et comme les quantités $x\frac{dy}{dt} - y\frac{dx}{dt}$, $z\frac{dx}{dt} - x\frac{dz}{dt}$, $y\frac{dz}{dt} - z\frac{dy}{dt}$ sont les projections sur les trois plans coordonnés du double de l'aire décrite par le rayon vecteur de la planète m pendant l'unité de temps, on aura, en observant que les cosinus des angles que le plan de cette orbite fait avec les plans coordonnés sont $\cos\varphi$, $-\sin\varphi\cos\theta$ et $\sin\varphi\sin\theta$,

$$x\frac{dy}{dt} - y\frac{dx}{dt} = k\cos\varphi,$$

$$z\frac{dx}{dt} - x\frac{dz}{dt} = -k \sin\varphi \cos\theta,$$

$$y\frac{dz}{dt} - z\frac{dy}{dt} = k \sin\varphi \sin\theta.$$

Les valeurs précédentes de c, c', c'' deviennent ainsi

$$\begin{aligned} c &= \Sigma mk \sin\varphi \sin\theta, \\ c' &= -\Sigma mk \sin\varphi \cos\theta, \\ c'' &= \Sigma mk \cos\varphi. \end{aligned}$$

En négligeant les carrés des inclinaisons et des excentricités, on peut faire $\cos\varphi = 1$, remplacer $\sin\varphi$ par $\tang\varphi$ et faire $k = \sqrt{\mathrm{M}a}$, M étant la masse du soleil; on aura donc

$$\begin{aligned} c &= \sqrt{\mathrm{M}}\, \Sigma m \sqrt{a}p, \\ c' &= -\sqrt{\mathrm{M}}\, \Sigma m \sqrt{a}q, \\ c'' &= \sqrt{\mathrm{M}}\, \Sigma m \sqrt{a}. \end{aligned}$$

Mais nous avons trouvé (§ VII),

$$\Sigma m \sqrt{a}p = \frac{\mathrm{K}}{\mathrm{N}} \sin\beta,$$

$$\Sigma m \sqrt{a}q = \frac{\mathrm{K}}{\mathrm{N}} \cos\beta,$$

équations qui, à cause de $\mathrm{K} = \mathrm{N}^2 \Sigma m \sqrt{a}$, deviennent

$$\Sigma m \sqrt{a}p = \mathrm{N} \sin\beta \Sigma m \sqrt{a},$$

$$\Sigma m \sqrt{a}q = \mathrm{N} \cos\beta \Sigma m \sqrt{a};$$

on a donc

$$c = c''N \sin \beta,$$
$$c' = -c''N \cos \beta;$$

et, par conséquent, l'équation du plan du *maximum* des aires coïncide avec l'équation

$$x\mathrm{N} \sin \beta - y\mathrm{N} \cos \beta + z = o.$$

On peut remarquer que le pôle de ce plan se projette sur celui des xy en un point dont les coordonnées sont $\mathrm{N} \sin \beta$ et $-\mathrm{N} \cos \beta$.

XI.

Si l'on prend ce plan pour celui des xy, on aura, à cause de $\mathrm{N} = o$,

$$\Sigma m \sqrt{a}\, p = o$$
$$\Sigma m \sqrt{a}\, q = o,$$

et de ces équations résulte immédiatement la proposition suivante :

Si l'on suppose qu'on ait concentré aux pôles des orbites des planètes des masses égales à $m \sqrt{a}$, $m' \sqrt{a'}$, etc., leur centre de gravité sera situé au pôle du plan du *maximum* des aires.

Il est évident que le premier membre de l'équation

$$\Sigma m \sqrt{a}\,(p^2 + q^2) = \text{constante}$$

est la somme des moments d'inertie de ces masses par rapport à l'axe des z; il suit de là et d'une propriété du centre de gravité que cette somme devient un *minimum* par rapport à la normale menée au plan invariable par le centre du soleil. On peut donc considérer le pôle de ce plan comme un point central autour duquel tournent les pôles des orbites des planètes en s'en éloignant et en s'en rapprochant alternativement.

Il est facile de prouver que les limites supérieures des inclinaisons des orbites sur le *plan invariable* sont plus petites que sur tout autre plan; car si l'on prend ce plan pour celui de X_1Y_1, et si l'on prend, en outre, l'axe des X dans le plan XZ, et par suite l'axe Y_1 dans le plan YZ_1, on aura, en négligeant le carré de l'inclinaison mutuelle des plans XY et X_1Y_1 et en désignant par p_1, q_1 ce que deviennent p et q par rapport aux nouveaux axes,

$$p = p_1 + \mathrm{N} \sin \beta,$$
$$q = q_1 + \mathrm{N} \cos \beta.$$

On a donc, à cause de $\Sigma \mathrm{N}_i m \sqrt{a} = o$, les relations

$$\Sigma \mathrm{N}_i m \sqrt{a} p = \Sigma \mathrm{N}_i m \sqrt{a} p_1,$$
$$\Sigma \mathrm{N}_i m \sqrt{a} q = \Sigma \mathrm{N}_i m \sqrt{a} q_1.$$

Il résulte de ces équations et des formules du § VII que les coefficients N_i, N_i', N_i''... et l'angle β_i ne changent pas par cette transformation de coordonnées; par conséquent, la somme

$$\mathrm{N} + \mathrm{N}_1 + \mathrm{N}_2 + \ldots,$$

qui est la limite supérieure de l'angle φ, devient un *minimum* lorsqu'on a $\mathrm{N} = o$, c'est-à-dire lorsque le plan des XY coïncide avec celui du *maximum* des aires. Ce plan détermine donc la position moyenne des orbites autour de laquelle elles oscillent périodiquement.

Lorsque la quantité

$$l^2 = N_1^2 + N_2^2 + N_3^2 + \ldots - 2N_1N_2 - 2N_1N_3 - 2N_2N_3 - \ldots$$

dans laquelle tous les coefficients sont supposés pris avec le signe + est positive, l'inclinaison φ est susceptible d'une limite inférieure égale à l. Si l'on désigne par L la limite supérieure, on aura évidemment

$$L^2 + l^2 = 2(N_1^2 + N_2^2 + N_3^2 + \ldots)$$

et, par suite,

$$l = \sqrt{2(N_1^2 + N_2^2 + N_3^2 \ldots) - L^2}.$$

De l'équation tangente $\theta = \frac{p}{q}$ on tire, en dérivant, par rapport à t,

$$\varphi^2 \frac{d\theta}{dt} = q\frac{dp}{dt} - p\frac{dq}{dt},$$

et, par suite,

$$\begin{aligned}\varphi^2 \frac{d\theta}{dt} = N_1^2 g_1 + N_2^2 g_2 + N_3^2 g_3 + \ldots &+ N_1N_2(g_1+g_2)\cos[(q_1-q_2)t+\beta_1-\beta_2] \\ &+ N_1N_3(g_1+g_3)\cos[(g_1-g_3)t+\beta_1-\beta_3] \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\end{aligned}$$

Dans notre système planétaire, toutes les racines g_1, g_2, etc., sont négatives, et, par conséquent, aussi la valeur moyenne du second membre de cette équation; si l'on a, en outre, abstraction faite du signe

$$\begin{aligned}N_1^2 g_1 + N_2^2 g_2 + N_3^2 g_3 + \ldots > N_1N_2(g_1+g_2) &+ N_1N_3(g_1+g_3), \\ &+ N_2N_3(g_2+g_3+\ldots\end{aligned}$$

ou, ce qui revient au même,

$$2(N_1^2 g_1 + N_2^2 g_2 + N_3^2 g_3 + \ldots) > (N_1 g_1 + N_2 g_2 + N_3 g_3 + \ldots)(N_1 + N_2 + N_3 + \ldots),$$

le mouvement des nœuds de la planète sera constamment rétrograde : c'est ce qui a lieu, en effet, pour les principales planètes de notre système.

On a vu, dans le § VII, que le mouvement séculaire des orbites est le même que si leurs pôles s'attiraient proportionnellement aux masses des planètes multipliées respectivement par les racines carrées des demi-axes et en raison directe de leurs distances. Cette remarque conduit immédiatement à la détermination des intégrales que nous avons trouvées précédemment : il est aisé de voir, en effet, que les équations $\Sigma m\sqrt{a}p =$ constante, $\Sigma m\sqrt{a}q =$ constante se rapportent au principe de la conservation du mouvement du centre de gravité et l'intégrale $\Sigma m\sqrt{a}\,\varphi^2\frac{d\theta}{dt}$ au principe des aires. Le principe des forces vives conduit à l'équation

$$m\Sigma\sqrt{a}v^2 = k_1 g_1^2 + k_2 g_2^2 + \ldots$$

dans laquelle v' v', etc., sont les vitesses des pôles des orbites.

On peut conclure de là que les orbites des grosses planètes de notre système se déplaceront toujours avec une très-grande lenteur.

XII.

Considérons le cas de deux planètes et déterminons les courbes décrites par les pôles des deux orbites : à cause de la petitesse des inclinaisons, on peut supposer ces courbes planes et situées dans le plan mené parallèlement au plan invariable par le pôle de ce plan. Transportons donc l'origine des coordonnées en ce point, et prenons pour axes des x et des y des droites parallèles aux axes primitifs, en changeant, toutefois, la direction de l'axe des y; p et q seront alors les coordonnées du pôle de la première orbite et p', q' celles du pôle de la seconde. Or, on a

$$p = N_1 \sin(g_1 t + \beta_1), \quad q = N_1 \cos(g_1 t + \beta_1),$$
$$p' = N_1' \sin(g_1 t + \beta_1), \quad q' = N_1' \cos(g_1 t + \beta_1),$$

d'où l'on tire

$$\frac{p}{q} = \frac{p'}{q'} = \operatorname{tang}(g_1 t + \beta_1),$$
$$p^2 + q^2 = N_1^2,$$
$$p'^2 + q'^2 = N_1'^2,$$

Donc les deux pôles sont toujours situés sur une même droite passant par le pôle du plan invariable et décrivent autour de ce point comme centre, avec une vitesse angulaire égale à g_1, deux circonférences de cercle dont les rayons sont N_1 et N_1', abstraction faite du signe. Il suit de là que les plans des deux orbites se coupent toujours suivant une droite située dans le plan invariable et que leurs nœuds sont animés d'un mouvement uniforme et rétrograde, puisque $g_1 = -(a\, a') - (a', a)$. On sait que

$$N_1 m \sqrt{a} + N_1' m' \sqrt{a'} = o,$$

donc N_1 et N_1' sont de signes contraires; par conséquent, l'origine des cordonnées est située entre les deux pôles, et les rayons des cercles décrits sont inversement proportionnels à $m\sqrt{a}$, $m'\sqrt{a'}$; ce qui résulte, d'ailleurs, de ce que le centre de gravité des deux masses $m\sqrt{a}$, $m'\sqrt{a'}$ placées aux pôles des orbites, se trouve au pôle du plan invariable. Il est même facile de vérifier que la force centrifuge, à laquelle donne naissance la rotation des masses $m\sqrt{a}$, $m'\sqrt{a'}$, est précisément égale à leur attraction mutuelle, suivant la loi énoncée précédemment. Les orbites des deux grosses planètes de notre système se déplacent longtemps, à peu de chose près, d'après les lois que nous venons d'énoncer; l'action des petites planètes sur Jupiter et Saturne reste toujours très-faible; celle d'Uranus, à cause de son éloignement, ne se manifeste d'une manière bien sensible qu'après un grand nombre de siècles. Les courbes décrites par les pôles des deux orbites, pendant l'intervalle d'une révolution de ces points, qui est d'environ 56,000 ans, ne s'éloigne pas beaucoup de la forme circulaire; nous verrons plus loin comment Uranus altère à la longue les mouvements des deux orbites.

Considérons maintenant le cas de trois planètes : on a pour déterminer le lieu des pôles des orbites les équations

$$\begin{aligned}
p &= N_1 \sin(g_1 t + \beta_1) + N_2 \sin(g_2 t + \beta_2),\\
q &= N_1 \cos(g_1 t + \beta_1) + N_2 \cos(g_2 t + \beta_2),\\
p' &= N_1' \sin(g_1 t + \beta_1) + N_2' \sin(g_2 t + \beta_2),\\
q' &= N_1' \cos(g_1 t + \beta_1) + N_2' \cos(g_2 t + \beta_2),\\
p'' &= N_1'' \sin(g_1 t + \beta_1) + N_2'' \sin(g_2 t + \beta_2),\\
q'' &= N_1'' \cos(g_1 t + \beta_1) + N_2'' \cos(g_2 t + \beta_2).
\end{aligned}$$

On tire de ces formules plusieurs conséquences remarquables; en ajoutant les carrés des deux premières, on a pour la distance du pôle de la première orbite à l'origine des coordonnées,

$$\varphi^2 = N_1^2 + N_2^2 + 2N_1 N_2 \cos[(g_1 - g_2)t + \beta_1 - \beta_2];$$

on aura de même

$$\varphi'^2 = N_1'^2 + N_2'^2 + 2N_1' N_2' \cos[(g_1 - g_2)t + \beta_1 - \beta_2],$$
$$\varphi''^2 = N_1''^2 + N_2''^2 + 2N_1'' N_2'' \cos[(g_1 - g_2)t + \beta_1 - \beta_2].$$

Soit

$$(g_1 - g_2)t + \beta_1 - \beta_2 = n\pi,$$

on aura

$$\cos[(g_1 - g_2)t + \beta_1 - \beta_2] = \pm 1,$$

suivant que n est un nombre pair ou un nombre impair, et par suite,

$$\varphi = N_1 \pm N_2,$$
$$\varphi' = N_1' \pm N_2',$$
$$\varphi'' = N_1'' \pm N_2'',$$

en ayant soin de prendre les seconds membres avec le signe $+$. Or, il est clair que ces valeurs sont respectivement les plus grandes ou les plus petites que puissent prendre les angles φ, φ', φ'', suivant que les deux termes du second membre sont de même signe ou de signes contraires ; donc les inclinaisons des trois orbites sur le plan invariable deviennent à la fois des *maximums* ou des *minimums*. Ainsi, dans le système formé par les trois planètes, Jupiter, Saturne et Uranus, N_1 et N_2 sont de signes contraires, tandis que N_1', N_2' sont tous les deux positifs et N_1'', N_2'' tous les deux négatifs; donc, lorsque l'inclinaison de Jupiter est un *maximum*, celles des deux autres planètes sont des *minimums*, et réciproquement.

Je dis, de plus, qu'au même instant les trois pôles sont situés sur une même droite passant par le pôle du plan invariable, ou, en d'autres termes, que les trois orbites se coupent alors suivant une même droite située dans ce plan. En effet, la condition $(g_1 - g_2)\,t + \beta_1 - \beta_2 = n\pi$ donne

$$\sin(g_2 t + \beta_2) = \pm \sin(g_1 t + \beta_1),$$
$$\cos(g_2 t + \beta_2) = \pm \cos(g_1 t + \beta_1),$$

et par suite

$$p = (N_1 \pm N_2)\sin(g_1 t + \beta_1), \quad q = (N_1 \pm N_2)\cos(g_1 t + \beta_1),$$
$$p' = (N_1' \pm N_2')\sin(g_1 t + \beta_1), \quad q' = (N_1' \pm N_2')\cos(g_1 t + \beta_1),$$
$$p'' = (N_1'' \pm N_2'')\sin(g_1 t + \beta_1), \quad q'' = (N_1'' \pm N_2'')\cos(g_1 t + \beta_1),$$

d'où l'on tire

$$\frac{p}{q} = \frac{p'}{q'} = \frac{p''}{q''} = \operatorname{tang}(g_1 t + \beta_1);$$

donc les trois pôles sont situés sur une même ligne droite passant par l'origine des coordonnées, ce qui démontre la proposition. On voit, de plus, que deux intersections consécutives des trois orbites font toujours entre elles le même angle $g_1 t + \beta_1$, le temps t étant déterminé par l'équation

$$(g_1 - g_2)\,t + \beta_1 - \beta_2 = \pi.$$

Il est facile de s'assurer que les inclinaisons mutuelles des orbites sont, au même instant, des *maximums* ou des *minimums;* car on a

$$\xi^2 = (p - p')^2 + (q - q')^2 = (N_1 - N_1')^2 + (N_2 - N_2')^2 + 2(N_1 - N_1')(N_2 - N_2') \cos[(g_1 - g_2)t + \beta_1 - \beta_2],$$

ξ étant l'inclinaison des orbites des planètes m et m'. Il suit de là que la somme des deux quantités $N_1 - N_1'$ et $N_2 - N_2'$, prises avec leurs valeurs absolues, est une limite supérieure de ξ, et que leur différence est la limite inférieure du même angle.

Nous avons pensé qu'un relevé géométrique du mouvement des pôles des orbites des trois grosses planètes de notre système et de l'écliptique ne serait pas inutile; on pourra ainsi se faire une idée nette du déplacement de ces orbites; nous avons donc calculé les coordonnées p, q, etc., de 5,000 ans en 5,000 ans, à partir du 1er janvier 1800, pendant 100,000 ans. Nous nous sommes servis pour cela des formules numériques contenues dans le § 34 du mémoire de M. Leverrier. Il faut remarquer que ces courbes, surtout celle que décrit le pôle de l'orbite d'Uranus, seront altérées d'une manière assez sensible par l'action de la nouvelle planète Neptune, dont on n'a pas tenu compte. L'action des quatre petites planètes sur les trois grosses masses de notre système est assez peu sensible; on peut donc considérer le déplacement des orbites de Jupiter, de Saturne et d'Uranus, comme le résultat de leur attraction mutuelle, et s'assurer ainsi de l'exactitude des propositions que nous venons de démontrer.

Dans la fig. 1, E représente le pôle boréal de l'écliptique, en 1800, et P, J, S, U ceux du plan invariable et des orbites de Jupiter, de Saturne et d'Uranus; EQ est une droite menée parallèlement à la position moyenne de la ligne des équinoxes à la même époque; JR, ST, UN sont les courbes décrites par les pôles des orbites de Jupiter, de Saturne et d'Uranus, et la courbe EC représente la marche du pôle de l'écliptique; les chiffres 1, 2, 3,... placés en différents points de ces courbes, indiquent les lieux des pôles 5,000, 10,000, 15,000 ans, etc., après le 1er janvier 1800.

Nous terminerons en donnant une table des limites supérieures et inférieures des inclinaisons des orbites sur le plan invariable.

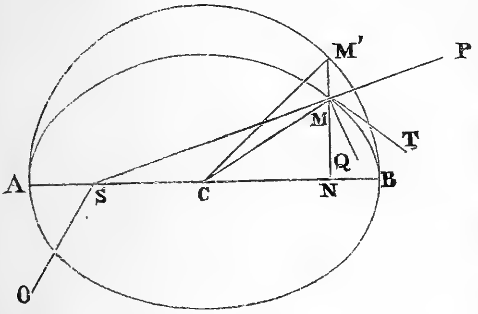
PLANÈTES.	Limites SUPÉRIEURES.	Limites INFÉRIEURES.
Mercure	7° 42′ 42″	3° 38′ 53″
Vénus	3 44 18	»
La Terre	3 17 30	»
Mars	5 34 58	»
Jupiter	0 26 36	0 16 42
Saturne	0 58 27	0 49 53
Uranus	0 58 56	0 53 56

Le mouvement des nœuds des quatre planètes, dont les inclinaisons sur le plan invariable ont une limite inférieure, est toujours rétrograde.

Variations du grand axe de l'excentricité et de la longitude du périhélie.

XIII.

Avant de nous occuper de la détermination des variations des éléments qui fixent la forme et la position de l'ellipse décrite par la planète dans le plan de son orbite, nous rappellerons en peu de mots les formules du mouvement elliptique. Soient : C le centre de l'ellipse, S le foyer occupé par le soleil, $AB = 2a$ le grand axe et e l'excentricité ou le rapport $\frac{SC}{AC}$. Ces deux éléments déterminent la forme de l'ellipse; sa position dépend de l'angle OSA



qui fixe la position du périhélie A par rapport à une droite fixe SO. Désignons par v l'angle OSM qui détermine le lieu de la planète dans son orbite ou sa longitude, et par r le rayon vecteur SM, l'équation polaire de l'ellipse sera

$$(1). \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e\cos(v - \omega)}.$$

On sait que les aires décrites par le rayon vecteur sont proportionnelles au temps ; donc, si l'on représente par t le temps employé par la planète pour aller du périhélie A au point M et par T le temps d'une révolution de l'astre, on aura

$$\text{ASM} = \frac{\pi a^2 \sqrt{1 - e^2}}{\text{T}}\, t.$$

D'après une propriété de l'ellipse, les deux demi-segments AMN, AM'N sont entre eux comme les demi-axes de la courbe; les triangles CMN, CM'N sont d'ailleurs dans le même rapport; donc, il en est de même des secteurs ACM, ACM', et l'on a, par conséquent, $ACM = ACM'\sqrt{1-e^2}$. Si l'on représente par u l'angle ACM' ou l'anomalie excentrique, on aura sect. $ACM = \frac{1}{2}a^2u\sqrt{1-e^2}$; le triangle SCM a d'ailleurs pour mesure

$$\frac{1}{2}SC.MN = \frac{1}{2}ae\sqrt{1-e^2}.M'N = \frac{1}{2}a^2e\sqrt{1-e^2}\sin u,$$

donc

$$ASM = \frac{1}{2}a^2\sqrt{1-e^2}(u - e\sin u)$$

et par suite

$$(2). \quad \ldots\ldots \quad \frac{2\pi}{T}t = u - e\sin u.$$

Exprimons aussi le rayon vecteur en fonction de l'angle u : on a, comme on sait, $r = a + e\,.\,CN$; mais $CN = -a\cos u$, donc

$$(3). \quad \ldots\ldots \quad r = a(1 - e\cos u).$$

La comparaison des valeurs de r, fournies par les équations (1) et (3), donne sans peine

$$(4).\ \cos(v-\omega) = \frac{\cos u - e}{1 - e\cos u}, \quad \sin(v-\omega) = \frac{\sin u\sqrt{1-e^2}}{1-e\cos u}.$$

$$(5). \quad \ldots \quad \tang\frac{1}{2}(v-\omega) = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}\tang\frac{1}{2}u.$$

Désignons par k la quantité $\frac{2\pi a^2\sqrt{1-e^2}}{T}$ ou le double de l'aire décrite par le rayon vecteur de la planète pendant l'unité du temps, on aura

$$(6) \quad \ldots\ldots\ldots \quad r^2\frac{dv}{dt} = k^2.$$

Si l'on représente par F la force en vertu de laquelle la planète décrit son orbite autour du soleil, la force accélératrice qui tend à éloigner cet astre du soleil sera l'excès de la force centrifuge sur la force F, et l'on aura

$$\frac{d^2r}{dt^2} = r\left(\frac{dv}{dt}\right)^2 - F,$$

Mais l'équation (1) mise sous la forme

$$\frac{1}{r} = \frac{1 + e\cos(v-\omega)}{a(1-e^2)},$$

donne

$$\frac{dr}{dt} = \frac{ke\sin(v-\omega)}{a(1-e^2)};$$

en dérivant une seconde fois, il vient

$$\frac{d^2r}{dt^2} = \frac{k^2}{r^3} - \frac{k^2}{ar^2(1-e^2)},$$

donc

$$F = \frac{k^2}{a(1-e^2)r^2}.$$

La force F est donc en raison inverse du carré de la distance, elle est d'ailleurs proportionnelle à la somme des masses du soleil et de la planète; en représentant cette somme par μ, on aura donc $\frac{k^2}{a(1-e^2)} = \mu$ et par suite

$$(7) \quad \ldots \ldots \quad k = \sqrt{\mu a (1 - e^2)}.$$

En désignant par n le moyen mouvement $\frac{2\pi}{T}$ de la planète et en comparant cette valeur de k à la précédente, on aura

$$\sqrt{\mu} = na^{\frac{3}{2}},$$

et l'équation (2) donnera, en désignant par l une constante qui dépend de l'origine du temps,

$$(8) \quad \ldots \ldots \quad t + l = \frac{a^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{\mu}}(u - e \sin \omega).$$

Abaissons une perpendiculaire du centre du soleil sur la tengante menée à l'ellipse au point M, lieu de la planète; en désignant par p cette perpendiculaire, on aura

$$\frac{a^2(1 - e^2)}{p^2} = \frac{2a}{r} - 1.$$

Si l'on représente par v la vitesse de l'astre, on aura $p\text{v} = k = \sqrt{\mu a (1 - e^2)}$, et, en substituant, dans l'équation précédente, la valeur de p tirée de cette dernière, il vient

$$(9) \quad \ldots \ldots \ldots \quad \frac{\text{v}^2}{\mu} = \frac{2}{r} - \frac{1}{a}.$$

A présent que nous avons sous les yeux les formules qui se rapportent au mouvement elliptique de la planète, nous allons déterminer les variations que subissent la forme elliptique de l'orbite et sa position dans son plan par l'effet d'une planète troublante m'.

XIV.

Décomposons la force perturbatrice en trois autres forces rectangulaires dirigées, la première normalement au plan de l'orbite de la planète troublée, la seconde, suivant le prolongement du rayon vecteur SM et la troisième, perpendiculairement à ce rayon vecteur et dans le sens du mouvement de l'astre.

Nous venons de voir que la première de ces trois composantes produit le déplacement du plan de l'orbite; examinons maintenant l'effet que produisent les deux autres forces que nous représenterons par les lettres P et Q.

La force Q, dont le moment, par rapport au centre du soleil, est Qr, tend à accroître l'aire décrite, pendant l'instant dt, par le rayon vecteur de la planète troublée de la quantité $\frac{1}{2}\,Qr$; on aura donc la formule

$$(a) \quad \ldots\ldots\ldots \quad \frac{dk}{dt} = Qr$$

pour la détermination de la variation de la quantité k.

On trouvera avec la même facilité, la variation du demi-grand axe a; car si l'on désigne par T la composante tangentielle de la force perturbatrice, ou, ce qui revient au même, la somme des composantes des forces P et Q suivant la tangente menée à l'ellipse au point M dans le sens du mouvement de la planète, l'effet de cette force sera de faire prendre à la vitesse V, pendant l'instant dt, l'accroissement Tdt; et comme le rayon vecteur r ne change, pendant le même instant, que d'une quantité infiniment petite du second ordre, l'équation (9) donnera, par la différentiation,

$$\frac{1}{a^2}\frac{da}{dt} = \frac{2v}{\mu}T.$$

Les cosinus des angles que la tangente MT fait avec MR et MQ sont évidemment $\frac{dr}{ds}$ et $r\frac{dv}{ds}$, ou, ce qui revient au même $\frac{1}{v}\frac{dr}{dt}$ et $\frac{k}{vr}$; on aura donc

$$vT = P\frac{dr}{dt} + Q\frac{k}{r},$$

et par suite

$$(b) \quad \ldots\ldots \quad \frac{da}{dt} = \frac{2a^2}{\mu}\left(P\frac{dr}{dt} + Q\frac{k}{r}\right).$$

Cherchons à présent la variation de la quantité ω ou de la longitude du périhélie. On y parvient très-simplement de la manière suivante : si, au moyen de l'équation $\frac{dr}{dt} = \frac{ke\sin(v-\omega)}{a(1-e^2)}$, trouvée précédemment et à laquelle on peut donner la forme $\frac{dr}{dt} = \frac{\mu e}{k}\sin(v-\omega)$, on élimine l'excentricité e de l'équation (1) mise sous la forme $\frac{k^2}{\mu r} = 1 + e\cos(v-\omega)$, on aura, en faisant $\frac{dr}{dt} = r'$,

$$\mu \operatorname{tang}(v-\omega) = \frac{kr'}{\frac{k^2}{\mu r} - 1}.$$

Observons maintenant que les forces perturbatrices P et Q font prendre, pendant l'instant dt, aux quantités r' et k les accroissements Pdt et Qrdt; on aura donc, en différentiant,

$$-\frac{\mu d\omega}{\cos^2(v-\omega)}=\frac{k\mathrm{P}dt+r'dk}{\frac{k^2}{\mu r}-1}-\frac{2r'k^2dk}{\left(\frac{k^2}{\mu r}-1\right)^2},$$

ou, à cause de $\frac{k^2}{\mu r}-1=e\cos(v-\omega)$,

$$\mu e\frac{d\omega}{dt}=-k\mathrm{P}\cos(v-\omega)-\left[\cos(v-\omega)-\frac{2k^2}{\mu er}\right]\mathrm{Q}rr'.$$

En substituant dans cette équation à r' et à $\cos(v-\omega)$, qui se trouve entre crochets, leurs valeurs précédentes, on peut l'écrire ainsi :

$$(c).\quad e\frac{d\omega}{dt}=\frac{k}{\mu}\mathrm{Q}\sin(v-\omega)\left(1+\frac{\mu r}{k^2}\right)-\frac{k}{\mu}\mathrm{P}\cos(v-\omega).$$

Exprimons maintenant les variations de k, a et ω au moyen des dérivées de la fonction $\mathrm{R}=m'\left[\frac{1}{\rho}-\frac{xx'+yy'+zz'}{r'^3}\right]$.

XV.

Nous avons vu que les dérivées $\frac{d\mathrm{R}}{dx}$, $\frac{d\mathrm{R}}{dy}$, $\frac{d\mathrm{R}}{dz}$ représentent les composantes de la force perturbatrice suivant les trois axes coordonnés. Mais le rayon vecteur r fait avec ces axes des angles dont les cosinus sont

$$\frac{dx}{dr},\quad \frac{dy}{dr},\quad \frac{dz}{dr},$$

on aura donc

$$\mathrm{P}=\frac{d\mathrm{R}}{dx}\,\frac{dx}{dr}+\frac{d\mathrm{R}}{dy}\,\frac{dy}{dr}+\frac{d\mathrm{R}}{dz}\,\frac{dz}{dr},$$

et par suite

$$P = \frac{dR}{dr}.$$

La tangente MT fait avec les troix coordonnés des angles dont les cosinus sont

$$\frac{dx}{rdv}, \quad \frac{dy}{rdv}, \quad \frac{dz}{rdv};$$

on a donc aussi

$$Q = \frac{1}{r}\left(\frac{dR}{dx}\,\frac{dx}{dv} + \frac{dR}{dy}\,\frac{dy}{dv} + \frac{dR}{dz}\,\frac{dz}{dv}\right),$$

ou bien

$$Q = \frac{1}{r}\,\frac{dR}{dv}.$$

En substituant ces valeurs de P et de Q dans les variations de k et de a, on aura

$$\frac{dk}{dt} = \frac{dR}{dv},$$

$$\frac{da}{dt} = \frac{2a^2}{\mu}\left(\frac{dR}{dr}\,\frac{dr}{dt} + \frac{dR}{dv}\,\frac{dv}{dt}\right),$$

ou

$$\frac{da}{dt} = \frac{2a^2}{\mu}\,\frac{dR}{dt}.$$

Puisque, par les formules du § précédent, $v = \omega +$ une fonction des contantes a, k et de $t + l$, et que la constante

l se trouve toujours ajoutée au temps t, on a évidemment

$$\frac{d\mathrm{R}}{dv} = \frac{d\mathrm{R}}{d\omega}, \quad \frac{d\mathrm{R}}{dt} = \frac{d\mathrm{R}}{dl},$$

et, par conséquent,

$$\frac{dk}{dt} = \frac{d\mathrm{R}}{d\omega},$$

$$\frac{da}{dt} = \frac{2a^2}{\mu}\frac{d\mathrm{R}}{dl}.$$

Si l'on substitue la valeur de l'excentricité e tirée de l'équation (7) en fonction de k dans les équations (3) et (8), l'élimination de l'angle u donnerait r en fonction des constantes a, k et de $t + l$. Cherchons la dérivée partielle de r par rapport à k; sans effectuer cette élimination ces équations donnent

$$\frac{dr}{dk} = \left(e \sin u \frac{du}{de} - \cos u\right) a \frac{de}{dk},$$

$$(1 - e \cos u)\frac{du}{de} - \sin u = o,$$

et en éliminant $\frac{du}{de}$,

$$\frac{dr}{dk} = \frac{e - \cos u}{1 - e \cos u}\, a \frac{de}{dk}.$$

Mais on a

$$\frac{de}{dk} = -\frac{k}{\mu a e}, \quad \cos(v - \omega) = \frac{\cos u - e}{1 - e \cos u},$$

et par suite

$$\frac{dr}{dk} = \frac{k}{\mu e} \cos(v - \omega).$$

Cherchons de même la dérivée de v par rapport à k; prenons pour cela les logarithmes des deux membres de l'équation (5) et dérivons ensuite par rapport à cette quantité, nous aurons,

$$\frac{1}{\sin(v - \omega)} \frac{dv}{dk} = \left[\frac{1}{1 - e^2} + \frac{1}{\sin u} \frac{du}{de}\right] \frac{de}{dk},$$

et par suite, en y substituant pour $\frac{du}{de}$ et $\frac{de}{dk}$ leurs valeurs précédentes,

$$\frac{dv}{dk} = \left(\frac{1}{1 - e^2} + \frac{a}{r}\right) \frac{k \sin(v - \omega)}{\mu a e},$$

ou, ce qui revient au même,

$$\frac{dv}{dk} = \left(1 + \frac{\mu r}{k^2}\right) \frac{k \sin(v - \omega)}{\mu e r}.$$

Au moyen des valeurs précédentes de $\frac{dr}{dk}$ et de $\frac{dv}{dk}$, l'équation (c) pourra s'écrire de la manière suivante :

$$\frac{d\omega}{dt} = - Qr \frac{dv}{dk} - P \frac{dr}{dk},$$

ou bien

$$\frac{d\omega}{dt} = - \frac{dR}{dv} \frac{dv}{dk} - Q \frac{dr}{dk},$$

et comme la fonction R ne contient pas explicitement la quantité k, on aura

$$\frac{d\omega}{dt} = -\frac{dR}{dk}.$$

Il nous reste à chercher la variation de la constante l. Or, si l'on substitue dans l'équation (8) la valeur de u tirée de l'équation (3), on aura $t+l$ exprimé en fraction de a, k et de la variable r. Cette relation donnera

$$\frac{dl}{dt} = \frac{dl}{da}\frac{da}{dt} + \frac{dl}{dk}\frac{dk}{dt},$$

ou bien, en y substituant les valeurs de $\frac{da}{dt}$ et de $\frac{dk}{dt}$ trouvées précédemment,

$$\frac{dl}{dt} = \frac{2a^2}{\mu}\frac{dR}{dl}\frac{dl}{da} + \frac{dR}{dv}\frac{dl}{dk},$$

et il suffira de substituer dans cette équation les valeurs des dérivées partielles $\frac{dl}{da}$, $\frac{dl}{dk}$. Mais on peut se dispenser du calcul de $\frac{dl}{da}$, car on a $\frac{dl}{da} + \frac{dl}{dr}\frac{dr}{da} = o$, $\frac{dr}{da}$ étant la dérivée partielle de r par rapport à a, et, par conséquent,

$$\frac{dl}{dt} = -\frac{2a^2}{\mu}\frac{dR}{dl}\frac{dl}{dr}\frac{dr}{da} + \frac{dR}{dv}\frac{dl}{dk}.$$

Calculons la dérivée $\frac{dl}{dk}$: A cause de $\frac{de}{dk} = -\frac{k}{a\mu e}$, on a

$$\frac{dl}{dk} = -\frac{k\sqrt{a}}{a\mu\sqrt{\mu}}\frac{\cos u - e}{e \sin u} = -\frac{k^2(\cos u - e)}{\mu^2 e \sin u\sqrt{1-e^2}},$$

ou bien (4)

$$\frac{dl}{dk} = -\frac{k^2 \cot(v-\omega)}{\mu^2 e^2}.$$

L'équation (1), mise sous la forme $\cos(v-\omega) = \frac{\frac{k^2}{\mu} - r}{er}$, donne aussi

$$\sin(v-\omega)\frac{dv}{da} = \frac{\frac{k^2}{\mu} - r}{er}\frac{de}{da} = \frac{k^2 \cos(v-\omega)}{2a^2\mu e^2},$$

d'où

$$\frac{dv}{da} = \frac{k^2 \cot(v-\omega)}{2\mu a^2 e^2}.$$

En comparant les valeurs de $\frac{dl}{dk}$ et de $\frac{dv}{da}$, on en déduit

$$\frac{dl}{dk} = -\frac{2a^2}{\mu}\frac{dv}{da},$$

on a donc

$$\frac{dl}{dt} = -\frac{2a^2}{\mu}\left(\frac{d\mathrm{R}}{dl}\frac{dl}{dr}\frac{dr}{da} + \frac{d\mathrm{R}}{dv}\frac{dv}{da}\right).$$

Il est facile de voir que la quantité entre parenthèses est la dérivée de R par rapport à a; car on a

$$\frac{dR}{dl} = \frac{d\mathrm{R}}{dr}\frac{dr}{dl} + \frac{d\mathrm{R}}{dv}\frac{dv}{dr}\frac{dr}{dl},$$

et, par suite, à cause de $\frac{dl}{dr}\cdot\frac{dr}{dl} = 1$,

$$\frac{dl}{dt} = -\frac{2a^2}{\mu}\left(\frac{d\mathrm{R}}{dr}\frac{dr}{da} + \frac{d\mathrm{R}}{dv}\frac{dv}{dr}\frac{dr}{da} + \frac{d\mathrm{R}}{dv}\frac{dv}{da}\right),$$

donc enfin

$$\frac{dl}{dt} = -\frac{2a^2}{\mu}\frac{dR}{da}.$$

XVI.

Rassemblons maintenant les formules que nous venons de trouver, en y joignant celles que nous avons obtenues dans le § II pour les variations des inclinaisons et de la longitude des nœuds; nous aurons les six équations

$$\frac{da}{dt} = \frac{2a^2}{\mu}\frac{dR}{dl}, \qquad \frac{dl}{dt} = -\frac{2a^2}{\mu}\frac{dR}{da},$$

$$\frac{dk}{dt} = \frac{dR}{d\omega}, \qquad \frac{d\omega}{dt} = -\frac{dR}{dk},$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{k\sin\varphi}\frac{dR}{d\varphi}, \qquad \frac{d\varphi}{dt} = -\frac{1}{k\sin\varphi}\frac{dR}{d\theta}.$$

La constante ω représente la longitude du périhélie comptée dans le plan de l'orbite de la planète à partir d'une droite fixe; si l'on prend pour cette droite l'intersection de ce plan avec le plan fixe des xy, la valeur précédente de $d\omega$ ne représentera plus que la partie de la variation de cet angle provenant du mouvement du grand axe de l'orbite, et pour avoir la variation totale, il faut y ajouter celle qui est due au déplacement du plan de l'orbite et que nous avons représentée par δv dans le § I.

On a vu aussi, § II, que, dans le calcul de $\frac{dR}{d\theta}$, on a fait varier non-seulement l'angle θ qui entre explicitement dans R, mais encore l'angle v en lui attribuant l'accroissement $\delta v = -d\theta\cos\varphi$. On peut donc remplacer, dans la dernière des équations précédentes, $\frac{dR}{d\theta}$ par

$$\frac{dR}{d\theta} - \frac{dR}{dv}\cos\varphi,$$

ou, ce qui revient au même par

$$\frac{dR}{d\theta} - \frac{dR}{d\omega}\cos\varphi,$$

et les équations précédentes deviendront

$$\frac{da}{dt} = \frac{2a^2}{\mu}\frac{dR}{dl}, \qquad \frac{dl}{dt} = -\frac{2a^2}{\mu}\frac{dR}{da},$$

$$\frac{dk}{dt} = \frac{dR}{d\omega}, \qquad \frac{d\omega}{dt} = -\frac{dR}{dk} - \frac{\cot\varphi}{k}\frac{dR}{d\varphi},$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{k\sin\varphi}\frac{dR}{d\varphi}, \qquad \frac{d\varphi}{dt} = \frac{\cot\varphi}{k}\frac{dR}{d\omega} - \frac{1}{k\sin\varphi}\frac{dR}{d\theta}.$$

Soit ε la longitude de l'époque et π celle du périhélie comptées à partir de l'axe des n, on aura $nl = \varepsilon - \pi$ et $\pi = \theta + \omega$.

De ces équations et des relations

$$k = \sqrt{\mu a(1 - e^2)}, \quad n = \sqrt{\mu}\, a^{-\frac{3}{2}}$$

on déduit

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{d\pi}{dt} + n\frac{dl}{dt} - \frac{3}{2}\frac{\varepsilon - \pi}{a}\frac{da}{dt},$$

$$\frac{de}{dt} = -\frac{an\sqrt{1 - e^2}}{\mu e}\frac{dk}{dt} + \frac{1 - e^2}{2ae}\frac{da}{dt},$$

$$\frac{d\pi}{dt} = \frac{d\theta}{dt} + \frac{d\pi}{dt}.$$

En considérant donc R soit comme une fonction des constantes a, l, k, ω, θ et φ, soit comme une fonction des constantes $a, \varepsilon, e, \pi, \theta$ st φ, on trouve sans peine

$$\frac{dR}{da} = \frac{dR}{da} + \frac{1-e^2}{2ae}\frac{dR}{de} - \frac{3}{2}\frac{\varepsilon-\pi}{a}\frac{dR}{d\varepsilon},$$

$$\frac{dR}{dl} = n\frac{dR}{d\varepsilon},$$

$$\frac{dR}{d\omega} = \frac{dR}{d\varepsilon} + \frac{dR}{d\pi},$$

$$\frac{dR}{d\theta} = \left(\frac{dR}{d\varepsilon} + \frac{dR}{d\pi}\right)\cos\varphi + \frac{dR}{d\theta},$$

$$\frac{dR}{dk} = -\frac{an\sqrt{1-e^2}}{\mu e}\frac{dR}{d\theta},$$

$$\frac{dR}{d\varphi} = \frac{dR}{d\varphi},$$

Donc si l'on change dans ce qui précède R en m'R, R désignant maintenent la fonction

$$\frac{1}{\rho} - \frac{xx' + yy' + zz'}{r'^3},$$

et si l'on fait, pour abréger, $\lambda = \frac{anm'}{\mu}$, on aura les équations

$$\frac{da}{dt} = 2\lambda a\frac{dR}{d\varepsilon},$$

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = -2\lambda a\frac{dR}{da} + \frac{\lambda e\sqrt{1-e^2}}{1+\sqrt{1-e^2}}\frac{dR}{de} + \frac{\lambda\operatorname{tang}\frac{\varphi}{2}}{\sqrt{1-e^2}}\frac{dR}{d\varphi},$$

$$\frac{de}{dt} = -\frac{\lambda\sqrt{1-e^2}}{e}\frac{dR}{d\pi} - \frac{\lambda e\sqrt{1-e^2}}{1+\sqrt{1-e^2}}\frac{dR}{d\varepsilon},$$

$$e\frac{d\pi}{dt} = \lambda\sqrt{1-e^2}\,\frac{dR}{de} + \frac{\lambda e \tang\frac{\varphi}{2}}{\sqrt{1-e^2}}\,\frac{dR}{d\varphi},$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = -\frac{\lambda}{\sin\varphi\sqrt{1-e^2}}\,\frac{dR}{d\theta} - \frac{\lambda \tang\frac{\varphi}{2}}{\sqrt{1-e^2}}\left(\frac{dR}{d\varepsilon} + \frac{dR}{d\pi}\right),$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{\lambda}{\sin\varphi\sqrt{1-e^2}}\,\frac{dR}{d\varphi}.$$

Note sur l'aurore boréale du 21 avril 1859; par M. Ern. Quetelet, correspondant de l'Académie.

J'observais, le 21 avril, dans la salle des instruments méridiens, quand, me tournant vers le nord, à 8^h45^m, mon attention fut attirée par la teinte rouge du ciel. Je sortis aussitôt et reconnus une aurore boréale. Mon père ayant été prévenu, nous pûmes suivre le phénomène. Vers l'horizon nord, le ciel était très-sombre et très-couvert : mais, de 20 à 60° environ de hauteur, il était d'une couleur rouge très-prononcée qui s'étendait du NNE jusque dans l'ouest. De ce côté, la limite ne pouvait être déterminée, le ciel nous étant caché à partir du NO par le bâtiment. Sur ce fond rouge se faisaient remarquer cinq bandes parallèles presque verticales, d'un jaune orangé ardent, l'extrémité supérieure inclinant un peu vers l'ouest (on peut estimer l'inclinaison des bandes à 10° environ). Elles étaient distantes de 6 à 7° et emportées d'un mouvement commun de l'ouest vers l'est. Les instruments magnétiques consultés aussitôt ne m'offrirent pas de variation. Quand je revins, vers 8^h55^m, la coloration avait presque complétement disparu; mais du haut du bâtiment on pouvait encore distinguer un nuage rougeâtre dans l'ouest,

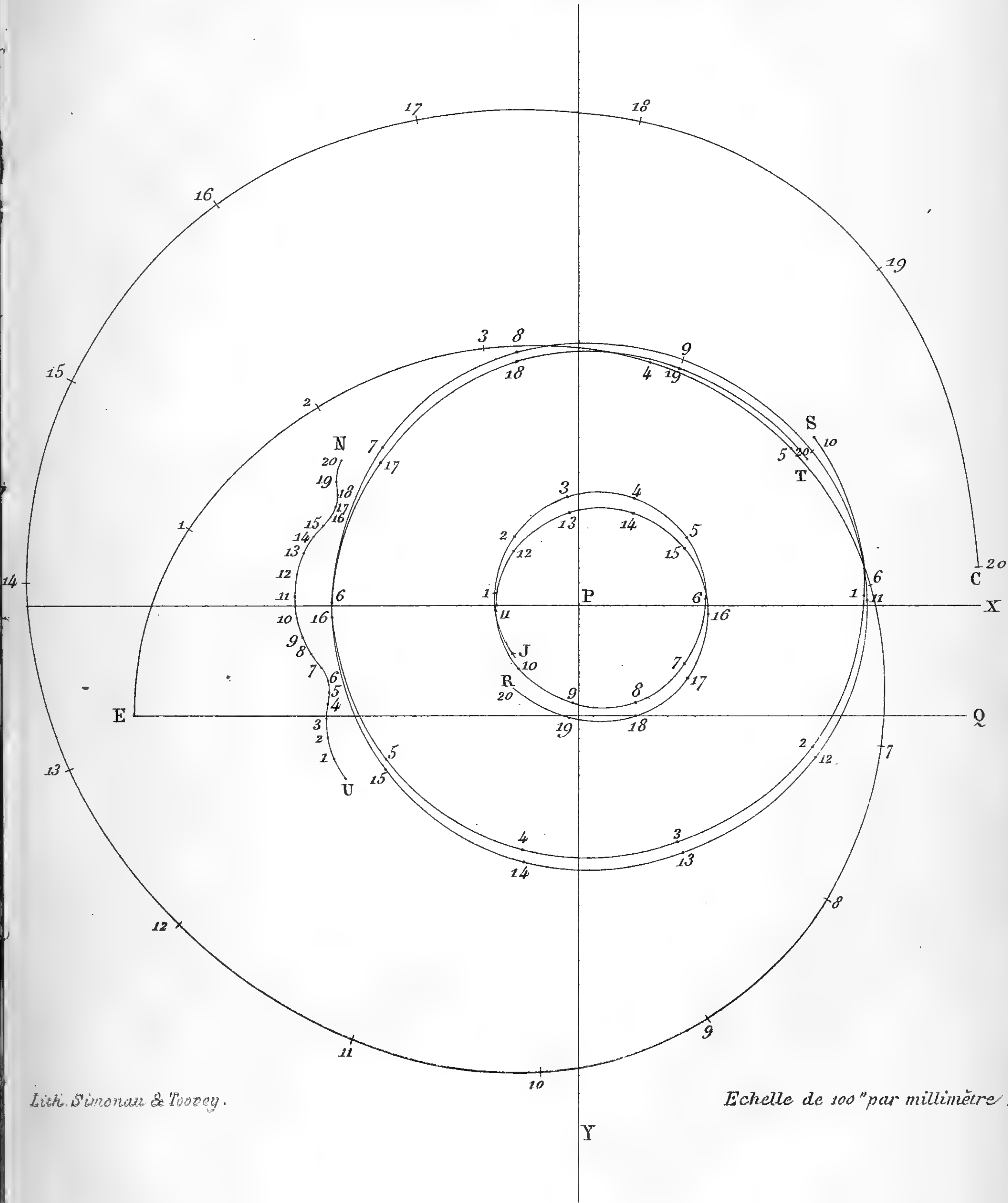
$$e\,\frac{d\pi}{dt} = \lambda\sqrt{1-e^2}\,\frac{dR}{de} + \frac{\lambda e \tang\frac{\varphi}{2}}{\sqrt{1-e^2}}\,\frac{dR}{d\varphi},$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = -\frac{\lambda}{\sin\varphi\sqrt{1-e^2}}\,\frac{dR}{d\theta} - \frac{\lambda \tang\frac{\varphi}{2}}{\sqrt{1-e^2}}\left(\frac{dR}{d\varepsilon} + \frac{dR}{d\pi}\right),$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{\lambda}{\sin\varphi\sqrt{1-e^2}}\,\frac{dR}{d\varphi}.$$

Note sur l'aurore boréale du 21 avril 1859; par M. Ern Quetelet, correspondant de l'Académie.

J'observais, le 21 avril, dans la salle des instrument méridiens, quand, me tournant vers le nord, à 8^h45^m, mo attention fut attirée par la teinte rouge du ciel. Je sorti aussitôt et reconnus une aurore boréale. Mon père ayan été prévenu, nous pûmes suivre le phénomène. Vers l'ho rizon nord, le ciel était très-sombre et très-couvert : mais de 20 à 60° environ de hauteur, il était d'une couleu rouge très-prononcée qui s'étendait du NNE jusque dan l'ouest. De ce côté, la limite ne pouvait être déterminée le ciel nous étant caché à partir du NO par le bâtiment Sur ce fond rouge se faisaient remarquer cinq bande parallèles presque verticales, d'un jaune orangé ardent l'extrémité supérieure inclinant un peu vers l'ouest (o peut estimer l'inclinaison des bandes à 10° environ). Elle étaient distantes de 6 à 7° et emportées d'un mouvemen commun de l'ouest vers l'est. Les instruments magné tiques consultés aussitôt ne m'offrirent pas de variatio Quand je revins, vers 8^h55^m, la coloration avait presqu complétement disparu; mais du haut du bâtiment on pou vait encore distinguer un nuage rougeâtre dans l'ouest



Lith. Simonau & Toovey.

Echelle de 100" par millimètre.

entre 30 et 40 degrés de hauteur. D'après la remarque de mon père, la couleur rouge s'était effacée d'abord à l'est; puis, de proche en proche, vers l'ouest. A 9^h5^m, les instruments magnétiques, consultés de nouveau, étaient en pleine perturbation. Le barreau de déclinaison avait dévié subitement de plusieurs minutes vers l'ouest. Il revint ensuite lentement à son état normal, qu'il dépassa vers 10 heures pour dévier en sens opposé.

L'heure où le phénomène a commencé ne peut pas être précisée. Cependant M. Bouvy, qui passait dans la rue Royale allant du sud au nord, vers $8\frac{1}{2}$ heures, m'a dit qu'il n'y avait encore rien alors, tandis que, sortant de chez lui à 9 heures moins 10 minutes, il avait été frappé du magnifique aspect du ciel. Vers $7\frac{1}{2}$ heures, avant de commencer à observer, j'avais remarqué dans le ciel de longues bandes de cirrho-stratus, mais rien ne faisait prévoir une aurore. M. Bouvy et moi nous avons suivi le phénomène jusque vers minuit. L'horizon de l'ouest au nord était nuageux et fort sombre. Le bord de ce nuage était diffus et présentait l'aspect de fumée. Il paraissait être dans un mouvement continuel. Au-dessus était une partie claire, d'une lumière blanchâtre, quelquefois teintée de rouge pâle. Plus haut se présentaient des cirrho-stratus étroits et fort longs qui partaient de l'horizon NNE et montaient, dans l'ouest, à 20 et 30° de hauteur. Leurs extrémités se fondaient dans la teinte sombre du ciel, rendue encore plus foncée par le contraste avec la clarté de l'aurore. L'intensité de la lumière était assez variable. A deux ou trois reprises, nous avons remarqué des parties où la clarté devenait beaucoup plus vive et quelques jets lumineux qui montaient de l'horizon jusqu'à 20 à 25° de hauteur, en passant derrière les cirrho-stratus. Tous ceux-ci avaient un mouvement commun vers le NE et se déformaient un peu.

Nous avons remarqué aussi le phénomène connu des anciens sous le nom de *Caprae saltantes*. Il était assez remarquable dans le cas actuel, parce que, les nuages affectant la forme de cirrho-stratus parallèles et très-voisins, séparés par des parties claires, on voyait très-distinctement que ces parties claires n'étaient pas d'une largeur constante, mais qu'elles éprouvaient de petites contractions et dilatations dans le sens vertical.

Le ciel avait été voilé depuis le coucher du soleil. Vers minuit, il s'est un peu éclairci, mais la teinte blanche a persisté dans le NO.

Le 22 et le 23, les perturbations magnétiques ont continué, mais elles étaient moins marquées. Le soir, les lueurs blanchâtres de l'aurore étaient encore visibles. Le 22 surtout, on a remarqué des jets de lumière blanche plus intenses que les parties voisines.

Les cirrho-stratus ont persisté, pendant ces trois jours, à peu près dans la même direction du N au SO; quoiqu'ils se rapprochassent de l'horizon. On pouvait les distinguer dans le jour, sous la forme de légers cirrho-stratus blancs, immobiles dans la partie la plus élevée du ciel, tandis que les régions plus basses offraient d'autres espèces de nuages. Le 24, pendant le jour, on les voyait encore, mais le soir, le ciel s'est couvert complétement. Le 22 au matin, le ciel était voilé par un léger brouillard sec (légèrement odorant), et le 22 et le 23, on a remarqué des halos autour du soleil.

Je cite ces faits parce qu'il semble que l'état des couches supérieures de l'atmosphère a été influencé ou, au moins, a présenté des modifications assez remarquables qui peuvent être en relation avec le phénomène de l'aurore boréale.

Sur le même phénomène. Lettre de M. Maas, professeur de physique à Namur, à M. Ad. Quetelet.

« Nous avons eu, le 21 avril, une magnifique aurore boréale. C'est à 8^h15^m du soir qu'on a commencé à s'en apercevoir; le 22, à 2 heures du matin, elle était encore très-brillante.

« Vers 8^h30^m, les bandes lumineuses atteignaient presque le zénith, mais ne le dépassaient pas. D'après le récit d'un témoin, il y aurait eu deux couronnes concentriques de couleur amarante dans leur pourtour inférieur : elles étaient réunies par cinq bandes de couleur jaune de feu (ce sont ses expressions) qui s'amincissaient inégalement vers leur contact avec la couronne intérieure. Elles étaient enchâssées dans deux larges bandes verticales de couleur bleue très-prononcée. Les couronnes se déplaçaient avec les nuages. A partir de minuit, il s'est élevé successivement dans divers azimuts, à l'O. et à l'E. du méridien, une bande blanche qui prenait successivement plus d'extension dans le sens horizontal et passait du violet au rouge, au rouge foncé, au rouge de feu. A ce moment, la hauteur du phénomène était assez grande pour que les colonnes semblassent se recoquiller.

» Vous aurez sans doute obtenu des perturbations magnétiques; mais n'y en a-t-il pas eu non plus d'assez prononcées du 5 au 7? Ce phénomène s'est reproduit ici jusqu'à 2 heures du matin : temps où l'observateur a été interrompu. »

Comme suite à la note que vous avez eu l'obligeance de faire insérer dans le *Bulletin* du mois d'avril, je vous adresse un nouveau tableau des perturbations atmosphériques observées dans notre ville.

NAMUR, 1859.						
DATES.	HEURES.	Pression barométr.	Différence.	DATES.	Température	
					Maximum.	*Minimum.*
		mm.				
6 avril.	9 h. du matin .	759,68	mm.	6 avril.	21,0	6,8
			—14,83			
9 »	9 » » .	44,85		7 »	25,2	6,9
			2,45			
»	9 » soir .	47,30		8 »	16,8	12,0
			—10,23			
11 »	Midi	37,07	(*)	9 »	14,2	12,2
			8,70			
12 »	3 h. du soir. .	45,77		10 »	13,2	9,7
			—17,03			
13 »	8 » matin .	28,74		11 »	12,4	6,9
			1,73			
»	9 » » .	30,46		12 »	10,1	4,9
			12,06			
14 »	Midi	42,52		13 »	7,6	4,6
			—13,14			
15 »	5 h. 30 m. du m.	29,38	(**)	14 »	10,1	2,0
			12,05			
»	9 h. du soir. .	41,43		15 »	8,3	6,2
			1,5			
16 »	1 h. 30 m. du m.	42,90		16 »	6,5	1,4

(*) Tonnerre. (**) Tonnerre (à deux reprises).

» Après la dernière observation, la seule prise au barométrographe, la pression n'a presque pas varié pendant sept heures entières.

» Le 15 avril, de 10^h15^m à 10^h20^m du matin, il y a eu une ascension barométrique brusque de $0^{mm},7$: ce déplacement subit n'a pas altéré la course générale de la courbe des pressions, qui ont continué pendant toute la journée à être rapidement croissantes. Au moment de la secousse, il régnait un vent violent d'O. qui a duré $3^m,3$ avec une vitesse de 16 mètres par seconde. Une rafale plus violente que les autres a donné une vitesse de 20 mètres, d'après l'excessive rapidité de rotation de l'anémomètre comparée à celle qu'il possédait quelques instants après. »

Sixième notice sur quelques Cryptogames inédites ou nouvelles pour la flore belge; par G.-D. Westendorp, médecin de bataillon de 1re classe, au 12me rég. de ligne, à Termonde.

La notice que nous soumettons aujourd'hui à l'appréciation de l'Académie royale des sciences de Belgique est la continuation de celles qui ont paru successivement dans les tomes XII, XVIII, XIX et XXI de la 1re série et tome II de la 2me série de ses *Bulletins*. Le but que nous nous étions proposé dans le temps et que nous avons fait connaître dans les avertissements placés en tête des précédentes notices, est resté absolument le même, c'est-à-dire celui d'apporter notre part de matériaux pour la future confection d'une flore cryptogamique générale du pays.

Nous avons réuni dans cet opuscule, indépendamment de quelques mousses et lichens du Luxembourg et du Hainaut, un certain nombre de Pyrénomycètes qui n'avaient pas encore été signalés dans notre pays et que nos recherches sur les Hypoxylées de la Belgique nous ont fait découvrir.

Pour mieux faire connaître leurs caractères microscopiques, et faciliter ainsi l'intelligence du texte, nous y avons joint une planche donnant la forme exacte des organes reproducteurs de toutes les espèces que nous avons cru pouvoir considérer comme critiques ou nouvelles.

Quelques espèces mentionnées dans cette notice ont déjà été publiées en nature dans les derniers fascicules de notre *Herbier cryptogamique belge :* nous les avons désignées par les initiales *HCB,* placés à la suite du nom. Les autres figureront pour la plupart dans les prochaines livraisons.

MM. le docteur Tosquinet, le comte Alfred de Limminghe, Crepin, Gust. Aubert, le pharmacien Demey et surtout le R. P. Clém. Dumont, ont contribué pour une large part dans la confection de cette notice, en nous communiquant toutes les espèces intéressantes qu'ils ont trouvées dans les localités qu'ils habitent et explorent avec tant de zèle et de succès. Qu'il nous soit permis de leur en témoigner toute notre reconnaissance.

LYCOPODIACÉES.

1. Lycopodium chamæcyparissus Tabern. — *HCB,* n° 1105. — Lyc. complanatum β chamæc. Spring.
   Environs de Stavelot, province de Liége, d'où M. F. Crepin nous l'a fait connaître.

MOUSSES.

2. Barthramia crispa Sw. — *HCB,* n° 1302. — Barth. pomiformis v. Crispa C. Mull. *Deutsch. Moose,* p. 262.
   Entre les fentes et les endroits humides du Luxembourg et du Hainaut. (Le R. P. Clém. Dumont.)
3. Neckera Smithii C. Mull., *Deutsch. Moose,* p. 391. — *HCB,* n° 1305. — Pterogonium Smithii Sw.
   Cette espèce, qui paraît ne jamais fructifier dans nos contrées, a été trouvée sur les troncs des vieux arbres, aux environs de la Roche, dans le Luxembourg. (Le R. P. Clém. Dumont.)
4. Sphagnum compactum v. rigidum Nees. — *HCB,* n° 1308. — Desmaz., *Pl. crypt. de Fr.,* nouvelle série, n° 284.
   Dans les fossés des marais tourbeux de la Campine.

LICHENÉES.

5. Stereocaulon nanum Ach. — *HCB,* n° 1314. — Desmaz., *Pl. crypt. de Fr.,* nouvelle série, n° 48.
   Sur la terre et les rochers, dans les Ardennes.

6. Stereocaulon condensatum Hoffm. — *HCB*, n° 1315. — Schær, *Lich. helv. exsicc.*, n° 509.

Sur la terre, dans les bruyères élevées et sèches de la Campine, du côté de Lommel. (M. Dumont.)

7. Stereocaulon cereolinum Ach. — *HCB*, n° 1316. — Körb., *Syst. lich. germ.*, p. 14.

Sur les rochers, dans le Luxembourg. (Le R. P. Clém. Dumont.)

8. Parmelia dentritica Pers. — Parm. olivacea β saxicola Schær., *Lich. helv. exsicc.*, n° 372.

Sur les pierres et roches schisteuses, dans le Hainaut. (Le R. P. Clém. Dumont.)

9. Nephroma lævigata Ach. — Peltigera resupinata β lævigata Fr. — Desmaz., *Pl. crypt.*, n° 1388.

Au pied des arbres, parmi les mousses, dans les forêts du Hainaut et du Luxembourg. (Le R. P. Clém. Dumont.)

10. Lecanora sulphurea Ach. — *HCB*, n° 1319. — Lec. polytropa δ sulphurea Schær., *Lich. helv. exs.*, n° 324.

Sur les rochers, dans le Luxembourg et le Hainaut. (Le R. P. Clém. Dumont.)

11. Lecanora subfusca β minuta Coem. — *HCB*, n° 1324. — Lec. subf. β graminicola Desmaz., *Pl. crypt. de Fr.*, nouvelle série, n° 390.

Sur les rhizomes déterrés de l'*Arundo arenaria*, dans les dunes d'Ostende, aux endroits les plus exposés aux vents de mer.

12. Urceolaria repanda (*forma deformata*) Schær., *Lich. helv. exs.*, n° 574. — Lepranta suffusa Duf. — Dirina massiliensis Dur. et Mont.

Sur les rochers, aux environs de Mons. (Le R. P. Clém. Dumont.)

13. Urceolaria actinostoma Pers. — Schær., *Lich. helv. exs.*, n° 573. — Thelotrema radiatum Pers. — Limboria actinostoma Körb.

Sur les rochers, dans le Luxembourg, du côté de la Roche. (Le R. P. Clém. Dumont.)

14. Lecidea subcarnea Ach. — Desmaz., *Pl. crypt. de Fr.*, n° 849. — Parmelia sordida β Fr. *Lich. Eur.* — Zeora sordida γ Körb.

15. Lecidea fumosa β grisella Flork. — Körb., *Syst. lich. germ.*, p. 253. — Biatora fumosa β Flot.

Sur les rochers, dans le Luxembourg et le Hainaut. (MM. Gust. Aubert et Clém. Dumont.)

16. Rhizocarpon montagnei Flot. — Körb., *Syst. lich. germ.*, p. 258. — Lecidea dispora Naeg. et Hepp. — Lecidea confervoides υ atro-alba Schær., *Lich. helv. exs.*, n° 443.

Sur les pierres et les rochers, aux environs de Mons. (Le R. P. Clém. Dumont.)

17. Sphinctrina microcephala Nyl. — *HCB,* n° 1527. — Desmaz., *Pl. crypt. de Fr.*, nouvelle série, n° 267.

Se rencontre parasite sur la croûte du *Pertusaria communis,* se développant sur de vieux troncs de chêne et de hêtre, dans les forêts. (Le R. P. Clém. Dumont.)

18. Pertusaria globulifera Sm. — *HCB,* n° 1334. — Pertusaria communis β sorediata *b* globulifera Fr., *Lich. Eur.*, p. 422. — Variolaria globulifera Ach. *Syn.*, p. 138.

Sur les troncs d'un châtaignier. (Le R. P. Clém. Dumont.)

19. Isidium Westringii Ach. — Desmaz., *Pl. crypt. de Fr.,* nouvelle série, n° 45. — Parmelia scruposa, crusta in isidium mutata Fr., *Lich. Eur.*

Sur les rochers, dans le Luxembourg. (MM. Gust. Aubert et Clém. Dumont.)

HYPOXYLÉES.

§ 1. — THÉCASPORÉES.

20. Claviceps purpurea Tul. — Desmaz., *Pl. crypt. de Fr.,* nouvelle série, n° 380. — *HCB,* n° 1201. — Sphæria purpurea Fr. — Cordiceps purpurea Fr.

En semant des ergots du seigle pour obtenir cette espèce, et suivant en tout point les préceptes donnés par M. Tulasne, dans son curieux et savant mémoire (*Ann. des sc. nat.,* 3me série, t. XX, pp. 45 et suiv.), pour cette culture, nous avons été à même de faire quelques remarques qui ne sont pas dénuées d'intérêt, d'autant plus qu'elles pourraient en quelque sorte infirmer ou tout au moins modifier les idées émises par ce savant, au sujet du développement et de la filiation de l'ergot et du claviceps.

Des ergots du seigle, récoltés pendant l'été de 1857 aux environs de Termonde et semés au mois d'octobre suivant, dans des terrines de jardinier, remplis de terre de bruyère, couverts d'une légère couche de mousse et d'un verre blanchi, et arrosés de temps en temps avec de l'eau de pluie, pour y entretenir une humidité constante et uniforme, n'ont produit aucune apparence de claviceps, pendant plus de quatre mois qu'ils sont restés en terre; mais depuis la mi-novembre jusqu'aux premiers jours de janvier 1858, tous ces ergots ont porté successivement un grand nombre d'individus d'un petit champignon éphémère, décrit et figuré par Batsch (*Elench. fung.,* p. 81, tab. XVII, *fig.* 78, *abcd*), sous le nom d'*Agaricus papillatus.* Après ce temps, plusieurs ergots, qui étaient à découvert, ont été envahis par le *Trichothecium domesticum,* d'autres par l'*Aspergillus glaucus,* tous, enfin, se sont peu à peu détruits.

Au mois de février 1858, je fis une nouvelle semaille avec des ergots de seigle récoltés pendant l'été de 1857, au camp de Beverloo, et cette fois je ne vis pas un seul agaric, mais bien le *Claviceps purpurea,* dont un grand nombre d'individus se sont développés successivement jusqu'au mois de juin, époque où j'ai dû abandonner mes expériences pour aller manœuvrer dans les plaines de Beverloo.

Que conclure maintenant des faits qui précèdent? A quoi tient cette différence dans les résultats obtenus par deux semailles faites de la même manière, avec les mêmes soins, dans la même espèce de terreau, mais à des époques différentes et avec des ergots qui n'avaient par la même provenance? Devrait-on admettre que l'ergot, ou mycélium scléroïde, comme on l'appelle à présent, peut, suivant certaines circonstances qui nous sont encore inconnues, produire des agarics ou des claviceps? Ne se pourrait-il pas que le *Sclerotium fibrillosum, fungorum* et *lacunosum,* qui produisent des agarics, produiraient aussi des claviceps ou d'autres Hypoxylées, s'ils étaient placés dans des circonstances favorables?

Il nous a été impossible, pour le moment, de résoudre les questions que nos observations nous ont suggérées et que nous posons seulement pour engager les personnes placées dans des positions plus stables que nous, de faire de nouvelles recherches sur ce point intéressant de la physiologie cryptogamique.

21. Cordyceps Wallaysii N. Sp. — Icon. nostr., *fig.* 1.

Tige grosse, tortueuse, courte, d'un peu plus d'un mill. de longueur, d'un jaune safrané, terminée supérieurement par une tête rugueuse, ovalaire, rougeâtre, d'environ 2 mill. de longueur sur 1 $^1/_2$ mill. de grosseur. Périthèces ovalaires, membraneux, placés à la périphérie de la tête et devenant proéminents. Thèques en massue très-allongées, presque cylindriques, de 8 à $^9/_{100}{}^{es}$ de mill. de longueur. Sporidies hyalines, capillaires, droites ou flexueuses, longues de 3 à $^4/_{100}{}^{es}$ de mill.

S'est développé sur une petite larve d'insecte morte dans un chaume de graminée, aux environs de Courtrai, où M. Wallays, à qui nous la dédions, l'a découvert.

22. Sphæria leucostigma Lev., *Fragm. myc.,* dans les *Ann. des sc. nat.,* 3^{me} série, t. IX, mars 1848, p. 142.

Sur des branches mortes et tombées à terre dans les bois des environs de Louette-S^t-Pierre. (M. Gust. Aubert.)

23. Sphæria disciformis β grisea Fr., *Syst. myc.,* p. 358. — *HCB.,* n° 1106. — Sphæria grisea Dec.

Sur de vieux troncs de hêtre et de bouleau, dans le bois des environs de Louette-S^t^-Pierre. (M. Gust. Aubert.)

24. Sphæria Tosquinetii N. Sp. — Icon. nostr., *fig.* 2.

Pustules saillantes, anguleuses, d'un noir mat, raboteuses à la surface supérieure, entourées par les débris de l'épiderme, d'un mill. de hauteur sur 1 $^1/_2$ mill. de largeur. Périthèces sphériques, noirs, réunis au nombre de 8 à 15, dans un strome blanchâtre. Ostioles plus ou moins longs et cylindriques, atteignant ou dépassant légèrement la surface du strome et la rendant comme mamelonnée. Thèques fusiformes, longuement pédicellées, longues de $^3/_{100}{}^e$ de mille, plus $^1/_{20}{}^e$ de mill. pour le pédicelle. Sporidies bisériées, cylindriques, droites ou légèrement courbées, hyalines, de $^1/_{200}{}^e$ de mill. de longueur.

Sur les branches mortes de l'*Acer pseudo-platanus*, à Mirwart (Luxembourg). C'est à notre ami et collègue, M. Tosquinet, médecin de bataillon et amateur passionné de la belle science, que nous dédions cette sphérie.

Se développe entre l'écorce et l'épiderme de la branche; mais on remarque des lignes noires qui circonscrivent chaque pustule et qui pénètrent jusque sur le bois.

25. Sphæria pustulata Desmaz., *Pl. crypt. de Fr.*, n° 1755. — *HBC.*, n° 1107. — Desmaz., *Ann. des sc. nat.*, 1846, 13^me^ notice, n° 15. (*Non* Hoffm., Sow., Moug. et Nestl.)

Sur les branches mortes de l'*Acer pseudo-platanus*, à Louette-S^t^-Pierre. (M. Gust. Aubert.)

26. Sphæria Limminghii N. Sp. — Icon. nostr., *fig.* 3.

Périthèces petits, sphériques, noirs, groupés au nombre de 6 à 15, nichés entre les fibres corticales et surmontés chacun d'un col cylindrique plus ou moins long. Les ostioles de chaque groupe se réunissent en convergeant pour soulever et percer transversalement l'épiderme, sous forme d'un disque arrondi, proéminent, mamelonné, noir et luisant. Thèques en massue presque cylindrique ou fusiforme, sans paraphyses, longues de 12 à $^{13}/_{100}{}^{es}$ de mill. Sporidies uni- ou bisériées, fusiformes, hyalines, de $^3/_{100}{}^{es}$ de mill. de longueur sur $^1/_{100}{}^e$ de mill. de largeur, et n'offrant à l'intérieur aucune trace de cloison, mais seulement quelques granules peu distincts.

Sur les branches mortes de l'orme, au parc de S^t^-Georges, à Courtrai. C'est à M. le comte Alfred de Limminghe, jeune et zélé botaniste, auteur de la *Flore mycologique de Gentinnes*, que nous dédions cette hypoxylée.

27. Sphæria Ryckholtii N. Sp. — Icon. nostr., *fig.* 4.

Périthèces sphériques, noirs, immergés, réunis par groupes de 4, 5 ou 6. Les ostioles cylindriques de chaque groupe se réunissent en faisceaux pour soulever, puis percer l'épiderme du support et le rendre raboteux.

Thèques en massue, à double membrane à peine visible, longues de 6 à $^{7}/_{100}$es de mill. Sporidies hyalines, ellipsoïdes, à une cloison au milieu de la longueur, et mesurant $^{1}/_{80}$e de mill. de longueur sur $^{1}/_{200}$e de mill. de largeur.

Cette espèce, que nous dédions à M. le baron De Ryckholt, colonel d'artillerie pensionné, connu par ses belles recherches sur la paléontologie du pays, se développe sur les branches du *Symphoricarpos racemosa,* dans le jardin de Mme Van Landeghem, à Termonde.

28. Sphæria excipuliformis Fr., *Syst. myc.,* II, p. 469.

Sur les troncs de vieux chênes, à Marck, près de Courtrai. (M. Wallays.)

29. Sphæria Landeghemiæ N. Sp. — Icon. nostr., *fig.* 5.

Périthèces petits, sphériques, membraneux-aréolés, réunis par groupes de 3, 4, 5 ou 6, nichés entre le liber et le bois, surmontés chacun d'un col cylindrique assez gros, qui soulève et perce isolément l'écorce, aux endroits où existent naturellement des fendillures. Nucléus blanchâtre. Thèques cylindriques ou fusiformes, à membranes peu visibles, très-petites, mesurant seulement $^{1}/_{30}$e à $^{1}/_{40}$e de mill. de longueur sur $^{1}/_{200}$e de mill. de largeur. Paraphyses nuls. Sporidies ovale-oblongues, hyalines, divisées en deux par une cloison médiane, longues de $^{1}/_{200}$e de mill. sur une largeur moitié moindre.

En arrachant l'écorce, les périthèces lui restent attachés par leurs ostioles, et sur le bois on remarque souvent des taches noires, allongées, assez grandes, au centre desquelles on voit le bois à nu et indiquant la place où notre plante s'est développée. Cette espèce est tout aussi difficile à voir à la surface de l'écorce que l'*Hendersonia philadelphi,* qui se trouve sur le même support.

Sur les branches mortes du *Philadelphus coronarius,* au jardin de Mme Van Landeghem-Anne, à Termonde.

30. Sphæria gigaspora Desmaz., *Pl. crypt. de Fr.*, no 2065. — *HCB,* no 1108. — Saccothecium corni Fr., *Sum. Veg.*

Sur les branches mortes d'un *Acer,* à Louette-St-Pierre, Namur. (M. Gust. Aubert.)

31. Sphæria callimorpha Mont. in Mer., *Nouv. fl. des env. de Par.,* 5me édit., t. I, p. 258. — *HCB,* no 1110. — Sphæria ruborum Lib.?

Sur les sarments morts et tombés à terre des ronces, dans les bois des environs de Courtrai.

32. Sphæria mamillana Fr., *Syst. myc.*, t. II, p. 487. — Diplodia mamillana Fr., *Sum. Veg.,* II, p. 417. — Icon. nostr., *fig.* 6.

Nous ne pouvons admettre avec M. Fries cette espèce parmi les *Diplodia,* attendu que l'examen microscopique des spécimens reçus de M. Desmazières, trouvés sur des rameaux de *Cornus sanguinea*, et qui sont identiques avec les nôtres, trouvés sur des sarments de ronce, nous ont prouvé que cette espèce a bien des thèques cylindriques, entremêlées de paraphyses, à sporidies unisériées, brunes, ovales ou ovale-allongées, offrant parfois, et d'une manière plus ou moins obscure, 1 à 3 cloisons transversales. Au micromètre, les thèques mesurent 15 à $^{16}/_{100}$es de mill. de longueur et les sporidies $^{1}/_{50}$e de mill. de longueur sur $^{1}/_{150}$ de mill. de largeur.

33. Sphæria conjuncta Nees. — Desmaz., *Pl. crypt. de Fr.*, n° 1258.

Sur des sarments de framboisier, dans les jardins, à Mons. (Le R. P. Clém. Dumont.)

34. Sphæria ulicis Fr.? Linnæa, t. V, p. 544. — Icon. nostr., *fig.* 7.

Les spécimens que nous a communiqués M. le comte Alfr. de Limminghe nous ont offert des thèques en massue sans paraphyses, longues de $^{1}/_{15}$e à $^{1}/_{20}$e de mill. Sporidies bisériées, ovale-oblongues, hyalines, à 2 ou 3 cloisons transversales et mesurant $^{1}/_{50}$e de mill. de longueur sur $^{1}/_{300}$e de mill. de largeur.

Nous ignorons si la plante citée par M. Mathieu (*Fl. gén. de Belg.*, II, p. 180), sous le nom de *Sphæria Spartii* β *ulicis*, est identique avec la nôtre. Si cela était, sa plante ne pourrait jamais être considérée comme une variété du *Sphæria Spartii*, à cause de la différence qui existe dans les organes fructificateurs des deux espèces.

Sur les branches mortes de l'*Ulex europæus*, aux environs de Gentinnes, près de Marbais, Brabant. (M. le comte A. de Limminghe.)

35. Sphæria decipiens Dec. — Chev., *Fl. Par.*, I, p. 489. — Fr., *Syst. myc.*, II, p. 371.

Les thèques sont fusiformes, longuement pédicellées, très-petites, n'ayant que $^{1}/_{25}$e de mill. de longueur. Les sporidies bisériées, ovale-oblongues, hyalines, n'ont que $^{1}/_{100}$e de mill. de longueur sur une largeur trois fois moindre.

Sur des branches de charme, aux environs de Louette-St-Pierre. (M. Gust. Aubert.)

36. Sphæria melasperma Fr., *Syst. myc.*, II, p. 389. — Icon. nostr., *fig.* 9.

Les thèques sont cylindriques, ou en massue, de $^{1}/_{10}$e de mill. de longueur, sans paraphyses. Sporidies uni- ou bisériées, brunes, ovales, à une cloison et mesurant $^{3}/_{200}$es de mill de longueur sur une largeur moitié moindre.

Sur un vieux tronc, aux environs de Mons. (M. Clém. Dumont.)

37. Sphæria Aubertii N. Sp. — Icon. nostr., *fig.* 10.

Périthèces petits ($^{1}/_{4}$e de mill.), sphériques, membraneux, aréolés, brun-noirâtres, réunis par groupes de 2 à 5 au plus, nichés entre les fibres corticales, et surmontés chacun d'un col court qui soulève l'épiderme, puis le perce, soit isolément, soit réunis plusieurs ensemble. Nucléus blanchâtre. Thèques fusiformes, très-petites ($^1/_{20}{}^{me}$ de mill. de long. sur $^1/_{100}{}^e$ de larg.), sans paraphyses. Sporidies bisériées, ovale-allongées, hyalines, offrant quelquefois une cloison au milieu et mesurant $^3/_{200}{}^{es}$ de mill. de longueur sur $^1/_{200}{}^e$ de largeur.

Sur les troncs morts du *Myrica gale*, à Kerkhove, près le camp de Beverloo. (M. Tosquinet.) Nous l'avons dédié à M. Gust. Aubert, jeune et zélé botaniste qui explore avec beaucoup de succès le Luxembourg et une partie de la province de Namur.

38. SPHÆRIA FRUTICUM Rob. — Desmaz., *Pl. crypt. de Fr.*, n° 2070. — *HCB*, n° 1207.

Sur les rameaux et les aiguillons de l'*Ononis spinosa*, aux environs de Namur. (M. Bellynck.)

39. SPHÆRIA BARBIERI N. Sp. — Icon. nostr., *fig.* 11.

Périthèces épars, sphériques ou lentiformes, très-petits ($^1/_8{}^e$ de mill.), d'abord recouverts par l'épiderme, puis nus à la moitié supérieure, noirs, luisants, surmontés d'un ostiole papilliforme. Nucléus blanchâtre. Thèques en massue, à double membrane, longues de $^1/_{16}{}^e$ à $^1/_{20}{}^e$ de mill., entremêlées de paraphyses filiformes. Sporidies ovale-oblongues, légèrement pointues aux extrémités, hyalines, partagées en deux par une cloison médiane, longues de $^3/_{200}{}^{es}$ de mill. sur $^1/_{200}{}^e$ de mill. de largeur.

Pour la forme extérieure, cette espèce, qui croît sur les troncs morts de l'*Erica vulgaris*, dans les bruyères de Beverloo, a quelque ressemblance avec le *Verrucaria cerasi* ou *carpini*. Nous la dédions aux frères Joseph et Victor Barbier, qui explorent avec beaucoup de succès les environs de Namur, comme botanistes.

40. SPHÆRIA AGNITA Desmaz., *Pl. crypt. de Fr.*, n° 713. — *HCB*, n° 1111. — SPHÆRIA COMPLANATA (nondum *Colapsa*) Fr.

Sur les tiges mortes de l'*Eupatorium canabinum*, aux environs de Mons (M. Clém. Dumont). Nous l'avons également trouvé au camp de Beverloo.

41. SPHÆRIA FENESTRANS Rabenh., *Herb. viv. myc.*, n° 1933. — *HCB*, n° 1208.

Sur les tiges mortes de l'*Epilobium spicatum*, aux environs d'Audenarde. (M. Tosquinet.)

42. SPHÆRIA MATHIEUI N. Sp. — Icon. nostr., *fig.* 12.

Périthèces épars, d'abord sphériques, puis s'affaissant au centre, noirs, immergés, soulevant légèrement l'épiderme, qui donne passage à un ostiole cylindrique égalant la hauteur de la sphérule. Thèques en massue très-allongée, presque cylindrique, entremêlées de paraphyses, longues de 10 à $^{15}/_{100}$es de mill. Sporidies capillaires, droites ou légèrement courbées, hyalines, longues d'environ $^{3}/_{100}$es de mill.

Sur les tiges mortes de l'*OEnothera biennis,* dans les plantations du camp de Beverloo. — C'est à M. C. Mathieu, auteur de la *Flore générale de Belgique,* que nous l'avons dédiée.

43. Sphæria devexa Desmaz., *Pl. crypt. de Fr.*, n° 367, de la nouvelle série.

Sur les tiges mortes du sarrasin (*Polygonum sarracenicum*), aux environs de Termonde.

44. Sphæria Bellynckii N. Sp. — Icon. nostr., *fig.* 13.

Périthèces épars, très-petits, membraneux, noirs, sphériques, aplatis ou affaissés par la sécheresse, immergés, recouverts par l'épiderme noirci par transparence. Ostiole papilliforme, perçant l'épiderme pour se montrer au dehors sous forme d'un point noir et luisant. Thèques en massue à double membrane, entremêlées de paraphyses, longues de $^{1}/_{25}$e à $^{1}/_{20}$e de mill. Sporidies uni- ou bisériées, hyalines, fusiformes, souvent un peu arquées, longues de $^{1}/_{50}$e de mill. sur $^{1}/_{400}$e de mill. de largeur, contenant 4 sporules globuleuses.

Sur les tiges mortes du *Convallaria polygonatum,* aux environs de Namur. Nous dédions cette sphérie à M. l'abbé Bellynck, professeur au collége de la Paix et auteur de la *Flore de Namur,* qui nous l'a fait connaître, avec un grand nombre d'autres cryptogames intéressantes de la même province.

45. Sphæria herbarum Fr. — Mesascium Stockii Berk.

Var. α. Asparagi West., *HCB,* n° 1112.
Var. β. Eryngii West., *HCB,* n° 1112.
Var. δ. Dianthi West., *HCB,* n° 1213.

La var. α se développe sur les tiges mortes de l'asperge, dans les jardins. — β sur celles de l'*Eryngium maritimum,* dans les dunes d'Ostende (M. Wallays), et la var. δ sur les calices d'un *Dianthus,* dans un jardin. (Le R. P. Clém. Dumont.)

46. Sphæria helicicola Desmaz., *Pl. crypt. de Fr.*, n° 2085. — *HCB,* n° 1113.

Sur les feuilles mortes du lierre, aux environs de Courtrai.

47. Sphæria melanoplaca Desmaz., *Pl. crypt. de Fr.,* n° 2097. — *Ann. des sc. nat.*, 1852, 20me notice, n° 10.

Sur les feuilles mortes du *Geum urbanum,* aux environs de Namur (M. Bellynck.)

48. Sphæria perpusilla Desmaz., *Ann. des sc. nat.*, 1846, 13me notice, p. 80. — *HCB,* n° 1114. — Sphæria punctiformis β graminaria Dec., Desmaz., *Pl. crypt. de Fr.*, n° 357.

Sur les feuilles des graminées, aux environs de Rochefort. (M. Crepin.)

49. SPHÆRIA PETASITIDIS Rabenh., *Herb. viv. myc.*, ed. nova, n° 733. — *HCB*, n° 1215.

Sur les feuilles du *Petasites vulgaris*, au parc de S[t]-Georges, à Courtrai.

50. SPHÆRIA IDÆI Rob., Desmaz., *Pl. crypt. de Fr.*, n° 1796. — *Ann. des sc. nat.*, 1846, 13[me] notice, n° 30.

Sur les feuilles des ronces, dans les bois des environs de Mons. (Le R. P. Clém. Dumont.)

51. SPHÆRIA (DEPAZEA) AUCUBÆ N. Sp. — *HCB*, n° 1217. — Icon. nostr., *fig.* 14.

Tache arrondie, épiphylle, brun-foncé devenant blanchâtre au centre, entourée d'une ligne épaissie. Périthèces sphériques, immergés, noirs, peu nombreux, éparpillés sur toute la tache. Ostiole papilliforme perçant l'épiderme. Thèques cylindriques, allongées, assez grandes ($^1/_4$ de mill.). Paraphyses nulles. Sporidies unisériées, ellipsoïdes, multiloculaires, brunâtres, longues de $^7/_{200}$[es] de mill. sur $^1/_{100}$[e] de mill. de largeur. Dans le jeune âge, quelques sporidies offrent un appendice filiforme, hyalin, dépassant, pour la longueur, celle de la sporidie.

Sur les feuilles vivantes de l'*Aucuba japonica*, dans les jardins. C'est le R. P. Clém. Dumont, jadis professeur au collége S[t]-Stanislas, à Mons, qui a exploré, avec tant de succès et de zèle, les environs de cette ville, sous le rapport cryptogamique, qui nous a fait connaître cette espèce.

52. SPHÆRIA MICHOTII N. Sp. — *HCB*, n° 1218. — Icon. nostr., *fig.* 15.

Périthèces épicaules, sphériques, noirs, immergés, épars, légèrement saillants. Ostioles papilliformes perçant l'épiderme. Thèques en massue, de $^1/_{100}$[e] de mill. de longueur. Sporidies ellipsoïdes, jaune-olivâtres, de $^1/_{50}$[e] de mill. de longueur sur $^1/_{200}$[e] de mill. de largeur, offrant, à l'intérieur, deux cloisons transversales qui la partagent en trois loges à peu près égales.

Sur les chaumes morts du *Juncus squarrosus*, dans les marais des environs de Beverloo. Nous dédions cette hypoxylée à M. l'abbé N. Michot, auteur de la *Flore du Hainaut* et de plusieurs autres opuscules concernant les sciences naturelles.

53. SPHÆRIA ALBO-PUNCTATA N. Sp. — *HCB*, n° 1216. — Icon. nostr., *fig.* 16.

Périthèces épars, nichés entre les deux lames de la gaîne, noirs, globuleux, souvent déprimés à la partie inférieure, par la dessiccation, et surmontés d'un ostiole droit et pyramidal qui perce à peine l'épiderme pour se montrer, à l'extérieur et au milieu d'un petit cercle blanchâtre, sous forme d'un point noir et luisant, imperceptible à l'œil nu. Thèques en massue cylindrique, grêle, à double membrane, entremêlées de paraphyses. Sporidies unisériées, ovale-allongées, pâle-brunâtres, un peu plus gros d'un côté que de l'autre, et offrant, à l'intérieur, 4 ou 5 cloisons transversales.

Les places occupées par cette sphérie se remarquent à l'extérieur par des taches allongées, noir-brunâtres atteignant jusqu'à 10 centimètres de longueur sur 5 mill. de largeur, et sur lesquelles on voit, par séries linéaires, les points blanchâtres dont le centre est occupé par l'ostiole.

Sur les gaînes des chaumes de l'*Arundo phragmites*, aux environs de Courtrai.

54. Sphæria Crepini West., *HCB*, n° 911. — Sphæria lycopodina Mont.? — Icon. nostr., *fig.* 17.

Périthèces sphériques, épars, membraneux-réticulés, noirs (ou bruns, vus par transparence au microscope), de $^1/_{10}{}^e$ de mill. de diamètre, à ostiole poriforme très-difficile à voir. Thèques en massue gros, presque cylindriques, se rétrécissant brusquement à la base pour former ensuite un petit tubercule pour s'attacher, longues de 7 à $^9/_{100}{}^{es}$ de mill. Sporidies au nombre de 6 à 8, bisériées, ovoïdes, hyalines, renfermant quatre sporules qui, par leur jonction, forment trois cloisons, mesurant $^1/_{50}{}^e$ de mill. de longueur sur une largeur trois fois moindre.

Cette espèce qui, pour l'aspect extérieur, offre une grande ressemblance avec le *Dilophospora graminis* Desmaz. (*Sphæria alopecuri* Auct.), en ce qu'elle tache également le support en noir, se développe sur les bractéoles des épis du *Lycopodium annotinum*, dans les forêts de S^t-Hubert, d'où M. Crepin, jeune botaniste, à qui nous la dédions, nous l'a fait connaître.

55. Sphæria merdaria Fr., Desmaz., *Pl. crypt. de Fr.*, n° 2067. — Hypocopra merdaria Fr., *Summ. Veg.*

Sur des crottins d'âne, dans les dunes de Nieuport.

56. Sphæria nardi Fr., Rabenh., *Herb. viv. myc.*, ed. nova, n° 640. — *HCB*, n° 1214.

Sur les feuilles du *Nardus stricta*, dans les bruyères de Beverloo.

57. Nectria punicea Rabenh., *Herb. viv. myc.*, ed. nova, n° 654. — Sphæria punicea Schm. — West. *HCB*, n° 1109. — Fr., *Syst. myc.*

Sur les branches du *Rhamnus frangula*, dans les bois des environs d'Audenarde. (M. Tosquinet.)

58. Nectria Lamyi Rob. in *Herb.* — Sphæria Lamyi Desmaz., *Pl. crypt. de Fr.*, n° 859.

Sur les branches et rameaux de l'épine-vinette, aux environs de Courtrai. (M. Wallays.)

59. Nectria Robergei Desmaz., *Pl. crypt. de Fr.*, nouvelle série, n° 574.

Sur le thalle du *Peltigera canina,* aux environs de Mons. (Le R. P. Clém. Dumont.)

60. DOTHIDEA (1) IRIDIS Desmaz., *Pl. crypt. de Fr.,* nouvelle série, n° 34. — *HCB,* n° 917.

Sur les feuilles de l'*Iris pseudo-acorus,* à la campagne de M. Willems, à Courtrai.

61. DOTHIDEA PROSTII Desmaz., *Pl. crypt. de Fr.,* nouvelle série, n° 87. — SPHÆRIA HELLEBORI Chaill.?

Sur les tiges mortes de l'*Helleborus fœtidus*, à Hamerenne, dans le Luxembourg. (M. J. Crepin.)

62. PHACIDIUM TINI Duby. — Desmaz., *Pl. crypt. de Fr.,* n° 995. — *HCB,* n° 920. — TROCHILA TINI Fr., *Summ. veg.*

Sur les feuilles mortes et tombées à terre du *Viburnum tinus,* dans le jardin de M. l'avocat Biebuyck, à Courtrai. (M. Wallays.)

63. PHACIDIUM LAURO-CERASI β. MAJOR Desmaz., *Pl. crypt. de Fr.,* n° 992. TROCHILA LAURO-CERASI β. Fr., *Summ. veg.*

Sur les feuilles du *Prunus lusitanicus*, dans les jardins. (Le R. P. Clém. Dumont.)

64. HYSTEROGRAPHIUM LINEARE Fr., *Summ. veg.*, II, p. 368. — *HCB,* n° 926. — HYSTERIUM LINEARE Fr.

Sur de vieux tronçons d'arbres coupés, à Marck, près de Courtrai.

65. HYSTEROGRAPHIUM ACERINUM West., *HCB,* n° 927. — Icon. nostr., *fig.* 18.

Périthèces épars ou groupés, saillants, noirs, lisses et luisants, ovales ou ovale-allongés, dépassant rarement 1 mill. de longueur sur $^1/_3{}^e$ de mill. de largeur. Fente linéaire à lèvres assez grosses. Thèques en massue assez grosses, à double membrane, entremêlées de paraphyses nombreuses et contenant 4 ou 5 sporidies ovale-allongées, brunes, à 4 cloisons transversales et mesurant $^1/_{50}{}^e$ de mill. de longueur sur $^1/_{200}{}^e$ de mill. de largeur.

Sur l'écorce d'un *Acer,* au parc de S^t^-Georges, à Courtrai. (M. Wallays.)

66. HYSTERIUM GRAMINEUM Pers. — Desmaz., *Pl. crypt. de Fr.,* nouvelle série, n° 170. — *HCB,* n° 1120. — HYSTERIUM CULMIGENUM β GRAMINEUM Fr.

Sur les chaumes d'un *Poa,* aux environs de Namur. (MM. le comte Alf. de Limminghe et J. Barbier.)

---

(1) Nous ferons remarquer que la plante que M. Mathieu a décrite (*Fl. gén. de Belg.*, Suppl., p. 23, n° 88) sous le nom de *Dothidea impatiens,* est, d'après l'examen des spécimens authentiques, le *Puccinia nolitangere* Corda, que nous avons publié au n° 1185 de notre Herbier.

67. Hysterium tumidum Fr., et la *var.* ? Trigonum Fr., *Syst. myc.*, II, p. 591. — *HCB*, n° 1121.

L'espèce se trouve sur les feuilles du hêtre et la *var.* β sur celles du chêne, dans les bois de Dave lez-Namur. (M. Bellynck.)

68. Hysterium pinastri α major et β minor West., *HCB*, n° 1222.

Ces deux variétés, dont les supports n'offrent pas les lignes noires transversales du type de l'espèce, qui croît sur les feuilles du *Pinus sylvestris*, s'en distinguent encore par leur grandeur relative. Le type de l'espèce, pris pour unité, a jusqu'à 1 mill. de longueur. La *var.* α acquiert jusqu'à 3 mill. et croît sur les feuilles du *Pinus maritimus*, dans les bois de la Campine (le R. P. Dumont). La *var.* β, qui croît sur les feuilles du *Pinus zembra*, dans le parc du palais, au camp de Beverloo, atteint tout au plus un demi-mill. de longueur.

69. Hysterium virgultorum Rob. et Desmaz.

Var. α. Salicis Desmaz., *Pl. crypt. de Fr.*, nouvelle série, n° 173.

Var. β. Thelephii.

Var. δ. Quercinæ West., *HCB*, n° 1119.

La *var.* α sur les rameaux secs de saule, dans un petit bois, aux environs de Courtrai (M. Wallays); la *var.* β sur les tiges mortes du *Sedum thelephium*, aux environs de Louette-S^t-Pierre (M. G. Aubert), et la *var.* δ sur les pétioles des feuilles du chêne, dans les bois des environs de Louette-S^t-Pierre.

§ 2. — TRICHOSPORÉES.

70. Pestalozzia rosæ N. Sp.

Périthèces épicaules, très-petits, bruns, épars et immergés. Ostiole soulevant et déchirant irrégulièrement l'épiderme. Sporidies fusiformes, à trois cloisons transversales, formant 4 loges, dont la supérieure, surmontée de 2 ou 3 cils divergents, est hyaline et les trois autres pâle-brunâtres. La sporidie mesure de $^1/_{50}{}^e$ à $^1/_{40}{}^e$ de mill. de longueur sur $^1/_{100}{}^e$ de mill. de largeur; les cils égalent la sporidie en longueur.

Sur des rameaux morts de rosier, dans un jardin, aux environs de Gand. (M. le pharmacien Demey.)

71. Pestolozzia Ilicis N. Sp. — Icon. nostr., *fig.* 21.

Périthèces épi- ou hypophylles, noirs, épars, immergés, assez saillants. Ostioles papilliformes, soulevant et déchirant l'épiderme, pour le passage de la matière sporidifère. Sporidies fusiformes, à 3 cloisons, formant 4 loges, dont la supérieure et l'inférieure sont hyalines et les deux du milieu brunes. Les cils qui surmontent la loge supérieure sont au nombre de 2 ou 3, hyalins, divergents et plus longs que la longueur de la sporidie. Celle-ci mesure $^1/_{40}{}^e$ de mill. de longueur sur $^5/_{400}{}^{es}$ de mill. de largeur.

Sur les feuilles de l'*Ilex aquifolia.* (Le R. P. Clém. Dumont.)

72. Monoplodia magnoliæ N. Sp. — Icon. nostr., *fig.* 19.

Périthèces épars, noirs, immergés, saillants, à ostioles papilliformes. Sporidies globuleuses, brunes, mesurant $^1/_{150}{}^e$ de mill. de diamètre, très-abondantes, et s'étalant à la surface du support à la manière des Stilbosporées.

Sur les feuilles du *Magnolia grandiflora.* (Le R. P. Clém. Dumont.)

73. Macroplodia mali N. Sp.

Périthèces épicaules, épars, immergés, saillants, noirs, membraneux, à ostioles papilliformes, soulevant et déchirant l'épiderme pour donner passage à la matière sporidifère. Sporidies brunes, ovales, de $^1/_{50}{}^e$ de mill. de longueur sur $^1/_{100}{}^e$ de mill. de largeur, s'étalant par l'humidité à la surface du support.

Sur les rameaux d'un pommier, aux environs d'Ath. (M. Tosquinet.)

74. Macroplodia conigena West., *HCB*, n° 1230. — Diplodia conigena Desmaz., *Pl. crypt. de Fr.*, n° 1882.

Sur les cônes du *Pinus maritima*, dans les bois de la Campine et du Hainaut. (Le R. P. Clém. Dumont.)

75. Diplodia rosarum Fr. — *HCB*, n° 1227. — Sphæria spurca Wallr.?

Périthèces épicaules, épars, noirs, sphériques, à ostiole papilliforme, déchirant l'épiderme noirci par transparence, pour le passage de la matière sporidifère. Sporidies ovales, biloculaires, étranglées à l'endroit de la cloison, et mesurant $^1/_{40}{}^e$ de mill. de longueur sur $^1/_{100}{}^e$ de mill. de largeur.

Sur les branches et rameaux du rosier, dans un jardin aux environs de Gand. (M. Demey.)

76. Staurosphæria (1) rhamni N. Sp. — Sphæria succincta Wallr.? — Icon. nostr., *fig.* 20.

Périthèces agrégés, noirs, membraneux, d'abord immergés puis superficiels et entourés par les débris de l'épiderme, et formant ainsi des pustules saillantes de 2 à 3 mill. de diamètre. Ostioles papilliformes caduques. Sporidies nombreuses, arrondies ou irrégulières, brunes, à 2, 3 ou 4 loges, qui, par leur jonction, produisent plusieurs cloisons conver-

---

(1) Ce nouveau genre a été créé par M. Rabenhorst (*Herb. viv. myc.*, ed. nova, n° 736) et caractérisé par la phrase suivante : *Perithecia cæspitosæ-erumpentia, massa sporophora farcta. Asci et paraphyses nulli. Sporæ acrogenæ globosæ coloratæ quadriloculares (perfecte evolutæ exacte cruciatum septatæ!).*

gents vers le centre, de manière à former une étoile plus ou moins régulière. Leur diamètre dépasse rarement $^1/_{100}{}^e$ de mill.

Sur les branches du *Rhamnus frangula*, aux environs d'Ath. (M. Tosquinet.)

77. Staurosphæria rosarum N. Sp.

Périthèces épars, très-petits, immergés, noirs, légèrement saillants. Ostiole papilliforme soulevant et déchirant irrégulièrement l'épiderme noirci par transparence. Sporidies nombreuses, brunâtres, arrondies, à 2 ou 3 cloisons convergentes, et variant, pour la grosseur, entre $^1/_{200}{}^e$ à $^1/_{100}{}^e$ de mill. de diamètre.

Sur les rameaux des rosiers, dans un jardin, aux environs de Gand. (M. Demey.)

78. Phoma lavateræ N. Sp.

Périthèces épicaules, très-petits, épars, noirs, immergés. Ostiole papilliforme, soulevant et déchirant irrégulièrement l'épiderme. Sporidies hyalines, ovale-allongées, de $^1/_{100}{}^e$ de mill. de longueur sur $^1/_{400}{}^e$ de mill. de largeur.

Sur les branches mortes du *Lavatera triloba*, au jardin de Mme Van Landeghem, à Termonde.

79. Phoma ruborum West., *HCB*, n° 1234.

Périthèces épars, immergés, arrondies ou ovales, assez grandes, atteignant jusqu'à 2 mill. dans leur grand diamètre, saillants, bruns et luisants. Ostiole nul. Sporidies hyalines, cylindriques, à extrémités arrondies, droites ou légèrement courbées, mesurant $^3/_{400}{}^{es}$ de mill. de longueur sur $^1/_{400}{}^e$ de mill. de largeur.

L'épiderme, bruni par transparence, se déchire souvent longitudinalement, et lui donne l'aspect d'un *Hysterium*.

Sur les rameaux d'un *Rubus*, dans les fortifications de la ville de Termonde.

80. Phoma saxifragarum N. Sp.

Périthèces épars, arrondis ou ovales, saillants, se déprimant par la sécheresse, brun-noirs, luisants, à ostiole poriforme à peine visible. Sporidies ovale-allongées, hyalines, de $^1/_{200}{}^e$ de mill. de longueur sur $^1/_{500}{}^e$ de mill. de largeur.

Sur les pédoncules des feuilles du *Saxifraga crassifolia*, dans le jardin de Mme Van Landeghem, à Termonde.

81. Phoma rusci N. Sp.

Périthèces épi- ou hypophylles, épars, noirs, immergés, à ostiole papilliforme qui soulève et déchire l'épiderme noirci par transparence. Sporidies ovale-allongées presque cylindriques, hyalines, de $^3/_{400}{}^{es}$ de mill. de longueur sur $^1/_{400}$ de mill. de largeur.

Les pustules paraissent un peu plus grandes et plus noires que celles du *Sphæria rusci,* qui a choisi le même support.

Sur les feuilles du *Ruscus aculeatus*, dans les jardins. (Le R. P. Clém. Dumont.)

82. Asteroma polygonati Dec. — Desmaz., *Pl. crypt. de Fr.*, n° 1340.

Sur les feuilles du *Polygonatum multiflorum*, aux environs de Louette-St-Pierre. (M. Gust. Aubert.)

83. Phillosticta ruscicola Desmaz., *Pl. crypt. de Fr.*, n° 1634.

Sur les feuilles du *Ruscus aculeatus*, dans les jardins. (Le R. P. Clém. Dumont.)

84. Septoria scrophulariæ West. in *Herb.* — Depazea purpurascens β scrophulariæ West. et V. Haes.

Sur les feuilles du *Scrophularia nodosa*, aux environs de Mons et de Bruxelles. (Le R. P. Clém. Dumont.)

85. Septoria heterochroa *v.* plantaginis Desm., *Pl. crypt. de Fr.*, n° 2172.

Sur les feuilles du *Plantago lanceolata*, aux environs de Courtrai (M. Wallays.)

EXPLICATION DE LA PLANCHE.

Fig. 1. *Cordiceps Wallaysii. a* grandeur naturelle, *b* le même grossi, *c* coupe de la tête, *d* et *e* thèques à différents degrés de grossissement, *f* sporidies grossies, *g* une sporidie fortement grossie.

2. *Sphæria Tosquinetii. a* thèques grossies, *b* une thèque fortement grossie, *c* et *d* sporidies fortement grossies.

3. *Sphæria Limminghii. a* thèques grossies, *b* et *c* sporidies fortement grossies.

4. *Sphæria Ryckholtii. a* thèques grossies, *b* et *c* sporidies fortement grossies.

5. *Sphæria Landeghemiæ. a* thèques grossies, *b* et *c* sporidies fortement grossies.

6. *Sphæria mamillana* Fr. *a* thèques et paraphyses grossies, *b* une thèque isolé grossie, *c* et *d* sporidies grossies.

7. *Sphæria ulicis* Fr. *a* thèque grossie, *b* et *c* sporidies grossies.

8. — *decipiens* Dec. *a* thèques grossies, *b* thèque fortement grossie, *c* et *d* sporidies grossies.

9. *Sphæria melasperma* Fr. *a* thèques grossies, *b* et *c* sporidies grossies.

10. — *Aubertii. a* thèques grossies, *b* et *c* sporidies grossies.

11. — *Barbierii. a* coupe d'une périthèce, *b* thèques grossies, *c* et *d* sporidies grossies.

Fig. 12. *Sphæria Mathieui.* *a* une thèque et paraphyses grossies, *b* thèque isolée grossie, *c* et *d* sporidies grossies.

13. *Sphæria Bellynckii.* *a* thèques et paraphyses grossies, *b* et *c* sporidies grossies.

14. *Sphæria Aucubæ.* *a* thèque grossies, *b* et *c* sporidies grossies.

15. — *Michotii.* *a* une thèque grossie, *b* et *c* sporidies grossies.

16. — *albo-punctata.* *a* fragment du support grossi, *b* thèques grossies, *c* et *d* sporidies grossies.

17. *Sphæria Crepini.* *a* une thèque grossie, *b* et *c* sporidies grossies.

18. *Hysterographium acerinum.* *a* thèques et paraphyses grossies, *b* et *c* sporidies grossies.

19. *Monoplodia magnoliæ.* *a* sporophores et sporidies grossies, *b* et *c* sporidies grossies.

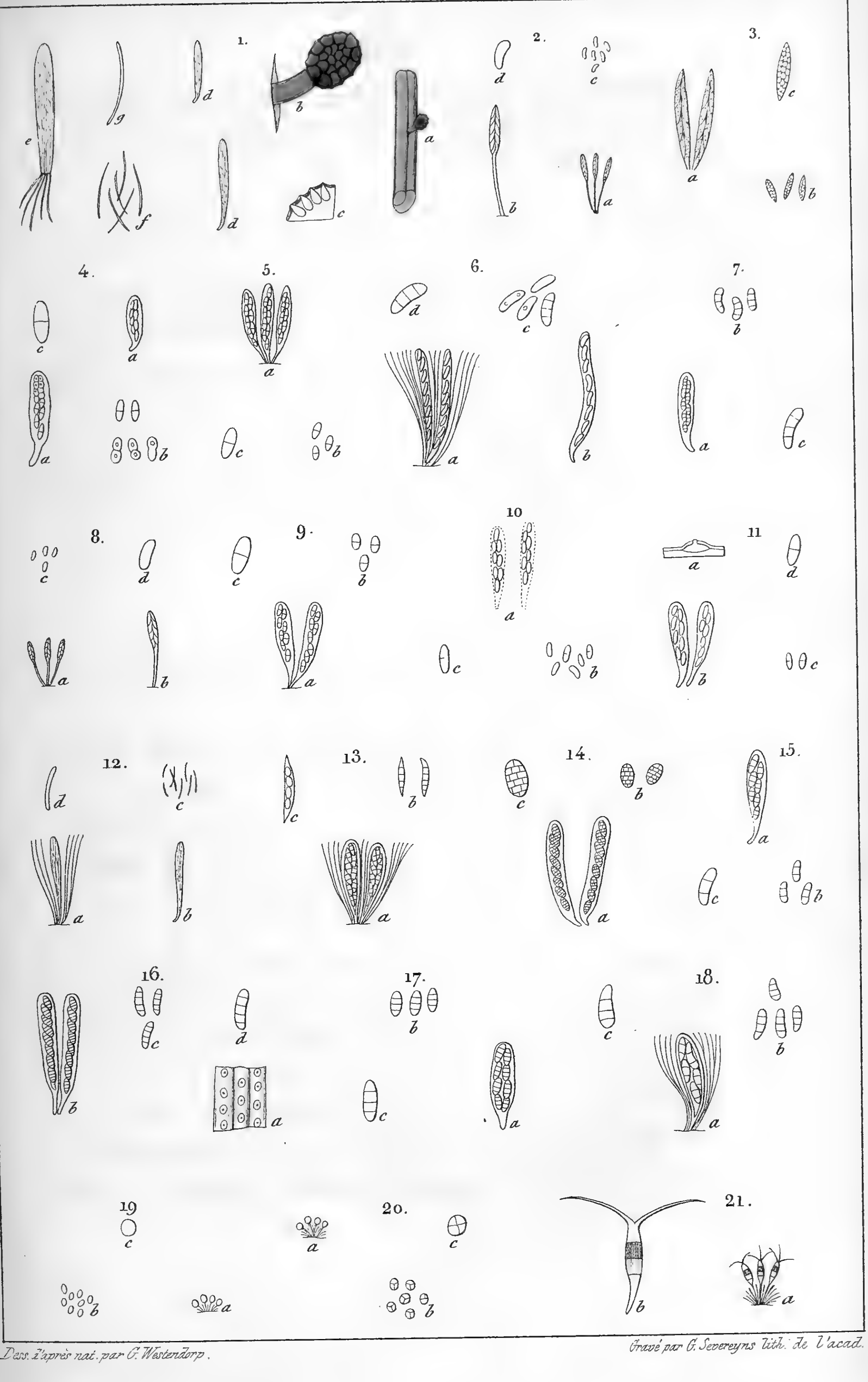
20. *Staurosphæria rhamni.* *a* sporophores et sporidies grossies, *b* et *c* sporidies grossies.

21. *Pestalozzia ilicis.* *a* sporophores et sporidies grossies, *b* sporidie fortement grossie.

Notes sur quelques plantes rares ou critiques de la Belgique; par François Crepin, de Rochefort.

Ce n'est pas sans appréhension que je publie ce mince recueil de notes, éloigné comme je le suis de tout centre scientifique et privé de la société d'hommes instruits, à l'expérience et à l'érudition desquels j'aurais pu soumettre les faits contenus dans les pages suivantes.

Il est bien difficile aujourd'hui, pour ne pas dire impossible, d'affirmer la nouveauté d'un fait ou d'une observation; ce qu'on croit inédit a souvent été traité dans l'un ou l'autre des nombreux bulletins et journaux scientifiques, imprimés en Angleterre, en France ou en Allemagne, recueils qui font généralement défaut dans la bibliothèque des jeunes naturalistes, et dont la réunion n'existe que dans les grandes capitales ou chez les riches amateurs.



Dess. d'après nat. par G. Westendorp. *Gravé par G. Severeyns lith. de l'acad.*

Cependant la crainte de publier des choses déjà connues ne m'a point arrêté ; j'ai mieux aimé courir la chance des redites que de taire des faits intéressants; d'ailleurs si je viens après d'autres traiter les mêmes sujets, mon travail ne sera point encore inutile : il viendra confirmer les observations de mes devanciers. Si, au contraire, cet opuscule contient des choses nouvelles et est accueilli avec quelque bienveillance, je continuerai, d'année en année, dans une suite de fascicules, à faire connaître des faits et des remarques que j'aurai recueillis dans le cours de chaque saison.

En Belgique, on me fera peut-être le reproche de n'avoir point fait suivre de descriptions plusieurs espèces nouvelles pour notre pays; à cela je répondrai que les bonnes flores de France et d'Allemagne, étant dans les mains de tout le monde et contenant d'excellentes descriptions de ces espèces, c'eût été grossir inutilement ce livret que de répéter des diagnoses connues.

Qu'il me soit permis, avant de finir, de témoigner publiquement ma reconnaissance à deux de mes honorables amis, M. le comte Alfred de Limminghe et le révérend père Bellynck, dont les nombreux prêts de livres ont contribué à rendre cet opuscule moins défectueux. Le premier de ces savants, non content de mettre à ma disposition ses vastes herbiers et son immense bibliothèque botanique, a eu l'extrême bonté de m'expédier, à plusieurs reprises, au fond des Ardennes, de grands ouvrages à gravures, des collections de plantes et de nombreux journaux, sans lesquels j'aurais dû retarder la publication de ces notes.

Rochefort, mars 1859.

Ranunculus trichophyllus Chaix. Gren. et Godr., *Fl. fr.*, I, 23.

Var. α. FLUITANS. Gren. et Godr., *l. c.*

Mares des terrains sablonneux et schisteux, entre Habay-la-Neuve et Vance; environs de Wellin (Luxembourg).

Cette espèce, obscurément signalée dans les flores du pays, se distingue facilement aux lanières de ses feuilles courtes et ne se réunissant pas en pinceau hors de l'eau. D'autres caractères distinctifs sont énumérés dans les bonnes flores de France et d'Allemagne.

Arenaria leptoclados Guss., Rchb., Ic, 4941, *b*; Lloyd, *Fl. ouest.*, 77; Boreau, *Fl. centr.*, 3me éd., 109; Godr., *Fl. Lor.*, 2me éd., I, 123.

J'ajouterai la note suivante aux caractères spécifiques, déjà signalés par ces auteurs :

A. LEPTOCLADOS Guss. Capsule *mince*, cédant, à la maturité, sous la pression du doigt sans craqueter ni se briser.

A. SERPYLLIFOLIA L. Capsule *épaisse, crustacée*, se brisant avec bruit sous la pression.

La première de ces espèces se rencontre dans les moissons, aux environs de Rochefort et dans la vallée de la Meuse, à Anseremme, Yvoir et Wepion (Namur).

Dans le centre et l'ouest de la France, elle croît de préférence sur les murs et dans les lieux pierreux.

Cerastium brachypetalum Desp.

Coteaux calcaires aux environs de Nismes et Dourbe (Namur), où il a été découvert par M. Determe, géomètre, à Mariembourg.

N'avait encore été signalé en Belgique, d'une manière positive, qu'aux environs de Verviers et Fays (Liége), par Lejeune.

Hypericum lineolatum Jord , Boreau, *Fl. centr.*, 3me éd. 123.

Bords des champs cultivés, fossés, etc., etc. Rochefort, Éprave. Suivant M. Gravet, cette espèce est plus répandue dans l'Ardenne namuroise que l'*H. perforatum*.

Papaver Lecoqii Lamot., Boreau. *Fl. centr.*, 3me éd., 30.

Croît aux environs de Rochefort, Hamerenne, Ave (sur le schiste).

M. Gravet l'a découvert à Javingue.

N'a encore été indiqué, du moins à ma connaissance, que dans le centre de la France.

Comme je n'ai point vu d'échantillon authentique, c'est avec quelque doute que je rapporte cette plante à celle de M. Lamotte.

Je noterai ici plusieurs caractères fournis par une étude attentive du fruit surtout :

Capsule atténuée dans ses deux tiers inférieurs; disque *relevé au centre en une pointe conique*, à crénelures ne dépassant pas le bord supérieur de la capsule, *arrondies* et non tronquées presque carrément, se recouvrant un peu à la base et non écartées; stigmates épais s'avançant très-près du bord des crénelures sans jamais les dépasser.

Suc de la plante *jaune* et non blanc.

Ce pavot, que je considère comme une espèce véritable (la différence de suc éloignant de l'esprit toute idée de variété), se distingue très-bien des formes nouvellement créées aux dépens du *P. dubium*, à savoir : *P. collinum* Bogenh , *P. modestum* Jord., et *P. Lamottei* Boreau. Dans ces trois papavers, le suc est toujours blanc, le disque de la capsule arrondi ou aplati au sommet à la parfaite maturité, à crénelures obscurément arrondies, souvent tronquées et ne se recouvrant point à la base.

Le *P. Lecoqii* m'a offert des pieds à graines *rosées*, qui ont reproduit la forme ordinaire à graines brunes.

Corydalis solida Smith (*C. bulbosa.* DC.).

Var. β. Integrata Godr., *Fl. lor.*, 2me éd., I, 59.

Trouvé un seul échantillon de cette rare variété le long d'une haie à Rochefort.

Barbarea intermedia Boreau, *Fl. centr.*, 2me éd., 53; 3me éd., 40; Gren. et Godr., *Fl. fr.*, I, 90. — B. vulgaris Lej. et Court, *Choix de pl.*, nº 372. — B. stricta Lej. et Court., *Comp. Fl. belg.*, II, 279. — Erysinum praecox Tinant, *Fl. lux.*, 541. — Barbarea praecox Mat., *Suppl. Fl. gén. belg.*, 7 (non Brown).

Très-répandu dans les provinces de Luxembourg, Namur et Liége, et plus abondant même que le *B. vulgaris* Br. Croît dans les jachères, moissons, bords des chemins, etc.

Jusqu'à présent, on a généralement pris, en Belgique, cette espèce pour le *B. praecox* Brown, et si j'en juge par des échantillons reçus de la province rhénane, cette confusion a été commise chez nos voisins de l'est. En Angleterre aussi, elle a été, jusqu'à ces derniers temps, confondue avec les variétés du *B. vulgaris* ou prise pour le *B. stricta* Andr., du moins c'est ce que je conclus d'une note de M. J.-G. Baker, communiquée, l'année dernière, à la société d'histoire naturelle de Thirsk (1). Dans cette même note, le botaniste anglais nous apprend que M. Nyman a déjà signalé le *B. intermedia* en Belgique.

---

(1) *Phytologist*, oct. 1858, p. 592.

Il y a quelque chose de singulier dans la distribution géographique de cette crucifère, qui, très-abondante dans le midi et surtout dans le centre de la France, vient à cesser peu au nord de la Loire, pour reparaître sur les croupes de l'Ardenne, d'où elle descend dans les plaines de nos provinces de Namur, Liége, etc.

En effet, dans la flore des environs de Paris, par MM. Cosson et Germain, cette plante n'est pas signalée, et le même silence est gardé dans la récente édition de la flore de Lorraine du docteur Godron.

Au delà des Vosges, dans le domaine de la flore d'Alsace, elle ne paraît point exister, suivant M. Kirschleger, et cependant, chose digne d'attention, plus au nord, dans la province rhénane, elle croît assez communément, surtout sur la rive gauche du Rhin et dans l'Eifel.

Il serait superflu de s'étendre sur les caractères si remarquables qui distinguent cette espèce, et si bien décrits dans les ouvrages de MM. Boreau, Grenier et Godron, que tout le monde a sous la main. J'insisterai toutefois sur la différence de saveur qui existe entre le *B. intermedia* et le *B. praecox :* le premier est d'une abominable amertume, tandis que le second n'a point de goût désagréable et de plus est mangé en salade. Si les phytographes avaient plus fréquemment insisté sur cette différence de saveur, nul doute que la confusion du *B. intermedia* avec le *praecox* n'eût été ni si prolongée ni si générale.

Avec M. Des Moulins (1), j'attirerai l'attention des observateurs sur la corne surmontant deux des divisions du calice, qui est courte et ne dépasse point le sépale dans le *B. intermedia*, au lieu que, dans le *B. vulgaris,* elle est longue et dépasse le sommet du sépale.

Barbarea praecox R. Brown., Rchb., ic. 4358. — B. PATULA Gren. et Godr., *Fl. fr.,* I, 92.

Lejeune et Courtois ont publié le véritable *B. praecox ,* dans leur *Choix de plantes de la Belgique,* n° 374, mais sans indication de localité.

Dans sa *Revue,* le Dr Lejeune signalait cette espèce aux environs de Liége et Aix-la-Chapelle.

Sinapis Schkuhriana Rchb., ic. 4425, *b.;* Boreau, *Fl. centr.,* 3me éd., p. 49. Assez rare. Moissons aux environs de Rochefort.

Draba aizoides L.

Rochers calcaires. Entre Houx et Yvoir (Namur).

A été découvert pour la première fois en Belgique, au mois de mai 1854,

---

(1) *Catalog. rais. des phan. de la Dord.,* 2me fasc. du suppl. Bordeaux, 1849.

par MM. J. Barbier et Alf. comte de Limminghe. Il paraît que ces botanistes n'avaient vu alors qu'une seule touffe de ce rare *Draba*, et cela dans un endroit très-escarpé. Au mois de juin, l'année dernière, je fus assez heureux pour retrouver cette espèce en grande quantité.

Thlaspi montanum L.

Var. *α*. Genuinum Nob. (Rchb., ic. 4187). Ovaire, pendant l'anthèse, élargi au sommet, *tronqué ou un peu émarginé;* silicule *profondément échancrée* à la maturité, à ailes larges.

Var. *β*. Dubium Nob. Ovaire, pendant l'anthèse, elliptique, *arrondi au sommet ou un peu atténué;* silicule *tronquée ou très-superficiellement émarginée*, à ailes étroites.

Croissent ensemble sur les rochers calcaires de Han-sur-Lesse, Nismes et Dourbes (Namur).

Il n'est pas exact de décrire et de figurer le style plus long que l'ovaire pendant l'anthèse; car, dans de nombreux échantillons de ce pays et d'autres provenant du Jura et du centre de la France, le *style égale l'ovaire pendant la floraison ou est plus court.*

Thlaspi erraticum Jord., pug., 12. Wirtgen, *Herb. crit. select.,* n° 262.

Habite les bois, les champs cultivés et les rochers. Entre Rochefort et Éprave, Han sur-Lesse, Javingue (Namur), Wellin (Luxembourg).

Je vais donner, après M. Jordan, quelques notes distinctives, concernant cette espèce et son congénère, le *Th. perfoliatum.*

Th. erraticum Jord. Ovaire, pendant l'anthèse, *arrondi* au sommet, à style égalant le tiers de sa hauteur; silicule dont la plus grande largeur *égale les trois quarts de la hauteur de la cloison.*

Sépales d'un *vert jaunâtre.*

Feuilles des rosettes à *limbe ovale-oblong, assez longuement atténué à la base.*

Th. perfoliatum L. Ovaire, pendant l'anthèse, *échancré ou tronqué* au sommet, à style égalant seulement le quart de sa hauteur; silicule à largeur *égalant la hauteur de la cloison.*

Sépales *brunâtres.*

Feuilles des rosettes à limbe *ovale ou suborbiculaire, brusquement atténué à la base.*

En outre, le *Th. erraticum* se distingue par son style plus allongé, par ses silicules moins gibbeuses, à ailes moins fortement relevées, par ses pétales un peu plus étroits, atténués moins brusquement en un onglet plus large, enfin par ses feuilles radicales moins dentées et les cotylédonaires moins larges, arrondies au sommet et non échancrées, comme cela arrive ordinairement dans l'espèce voisine.

Pour bien étudier les feuilles radicales, il faut examiner les plantes au sortir de l'hiver; car, pendant l'anthèse et la fructification, il est pour ainsi dire impossible de se rendre compte de leur forme, alors qu'elles sont desséchées et détruites en partie.

Capsella bursa-pastoris Mœnch.

Jusqu'aujourd'hui, on n'a fondé les variétés de cette crucifère que sur les différences des feuilles et sur l'absence des pétales.

Je vais proposer ici trois variétés établies sur la forme du fruit.

Var. *a.* Genuina Nob. Silicule *étroitement triangulaire,* sa largeur au sommet *dépassant les deux tiers de la hauteur de la cloison;* échancrure de profondeur moyenne, à style atteignant *le tiers de la hauteur des lobes.*

Var. β. Stenocarpa Nob. Silicule *étroite, renflée,* sa plus grande largeur *égalant les deux tiers de la hauteur de la cloison;* celle-ci plus large que dans les autres variétés; échancrure peu profonde, à style *égalant ordinairement le sommet des lobes.* Graines plus nombreuses que dans les var. α et γ.

Var. γ. Bifida Nob. Silicule *exactement triangulaire;* échancrure *très-profonde,* à style caché au fond.

Ces variétés se rencontrent pêle-mêle dans les jardins et les lieux cultivés, à Rochefort.

Sedum reflexum L.

Toutes les formes et variétés du *S. reflexum* de ce pays m'ont toujours présenté des *carpelles granulés-rugueux* et des *étamines ciliolées à la base par des poils transparents,* tandis que le *S. elegans* Lej. *S. globiferum* (espèce cultivée dont j'ignore la provenance) et deux ou trois variétés d'un *Sedum* voisin du *S. aureum* Wirtg., m'ont toujours offert des *carpelles lisses* et des *étamines à filet glabre.* Les carpelles et les étamines sont également lisses dans des échantillons authentiques des *S. aureum* Wirtg. et *S. trevirense* Rosbach, que m'a dernièrement envoyés M. le docteur Wirtgen, de Coblence.

Outre ces caractères importants, à mon avis, il existe encore une particularité assez constante qui distingue les nombreuses formes du *S. reflexum* des autres *Sedum* cités plus haut. Chez les premières, les fleurs ne s'épanouissent que sur les rameaux *relevés* de l'inflorescence et chez les seconds, les boutons s'épanouissent sur les rameaux encore *très-enroulés en crosse.*

Il serait curieux de vérifier ou de rechercher ces caractères chez les autres espèces du groupe : *S. albescens* Haw., *S. altissimum* Poir. et *S. anopetalum* Dc. Un jour on en viendra peut être à considérer les caractères tirés du fruit, des étamines et aussi peut-être du mode de l'inflorescence comme suffisants pour établir une sous-division dans le groupe du *S. reflexum*.

M. Grenier, dans la *Flore de France,* décrit son *S. altissimum* avec des étamines à filets couverts à la base de poils transparents, et assigne au *S. reflexum* des étamines glabres. Ce dernier point me paraît douteux et le premier dénote, ce me semble, l'affinité du *S. altissimum* avec le *S. reflexum,* tel que je le connais.

Fragaria Hagenbachiana Lang. Koch., *Synop.,* 2me éd., 234; Taschenb. 156.

Cette rare forme végète le long d'un chemin et sur le bord d'une prairie à Hamerenne, près Rochefort.

Son histoire, avec de nombreux détails, vient d'être exposée par le pasteur Münch, de Bâle, dans le *Flora* (1).

Agrimonia odorata Miller. Gren. et Godr., *Fl. fr.,* I, 262. Boreau. *Fl. centr.,* 3me éd., 211; Godr. *Fl. lor.,* 2me éd., 257; Lejeune. *Fl. sp.,* II, 309.

Paraît n'habiter, en Belgique, que la petite chaîne des collines ardennaises, où elle remplace l'*A. eupatoria* L.; je l'ai rencontrée à Harsin; dans le bois de Bande, vers Champlon, à Daverdisse et à Neupont. M. le Dr Moreau l'a constatée à Saint-Hubert, et M. Gravet à Malvoisin, Willerzie, Gedinne, Membre et Bohan.

N'avait encore été signalée qu'aux environs de Theux, par Lejeune. Quant à la plante de Tinant, elle n'est, à en juger par la description, qu'une variété majeure de l'espèce commune.

Le fruit, chez l'*A. odorata,* offre presque toujours deux akènes à la maturité, et si, par hasard, un des ovaires vient à avorter, les sillons du calice se montrent plus marqués, sans cependant arriver à la longueur de ceux de l'*A. eupatoria.* Dans ce dernier cas, la forme du tube calicinal, celle du bourrelet couronnant le fruit à la maturité, ainsi que la direction des épines ne sont point altérées. Les caractères distinctifs de l'une et l'autre espèce ne semblent point dépendre d'un développement plus ou moins considérable : les très-grands pieds de l'*A. eupatoria,* cultivés ou sauvages, conservent toujours le facies propre à cette espèce.

Epilobium lanceolatum Sebast. et Maur., Gren. et Godr., *Fl. fr.,* I, 581.

Crevasses des rochers secs et schisteux, entre Remouchamps et Noncevaux (Liége). C'est dans une herborisation, faite, en 1866, sur les bords de

---

(1) *Flora,* 28 juillet 1858.

l'Amblève, en compagnie de mon respectable ami le Dr Moreau, qu'eut lieu la découverte de cette rare espèce.

Cette plante est parfaitement caractérisée et conforme aux échantillons de l'*E. lanceolatum* des Vosges et de la vallée du Rhin, que m'ont envoyés MM. Grenier et Wirtgen.

Myriophyllum alterniflorum DC.

Les phytographes se sont accordés jusqu'à présent sur le caractère de l'alternance des fleurs mâles, et le considèrent comme très-important pour la délimitation de cette espèce; cependant, au mois de juin 1856, je découvris, dans une petite mare d'eau vive, sur les bords de l'Amblève, en amont de Remouchamps, une petite colonie en fleurs de ce *Myriophyllum,* si reconnaissable à ses épis *recourbés en hameçon* avant l'anthèse, dont un bon nombre de pieds présentaient, les uns des épis tous à fleurs mâles verticillées, d'autres seulement des fleurs mâles verticillées aux épis des axes primaires et des fleurs mâles alternes aux épis des axes secondaires ou latéraux.

Dans des échantillons publiés par M. Wirtgen, sous le no 297 de son Herbier de plantes critiques et rares, j'ai aussi observé sur le même pied un épi à fleurs mâles verticillées parmi plusieurs à fleurs alternes. La même particularité existe dans des échantillons récoltés à Gouloux (départ. de la Nièvre).

Ces faits me conduisent à penser que l'alternance des fleurs mâles au sommet de l'épi est le résultat d'*un appauvrissement* habituel. J'engage ici des botanistes qui disposent d'un *aquarium,* à cultiver cette plante de manière à en favoriser le développement, afin de s'assurer si, en devenant plus robuste, elle ne produira pas des épis à fleurs mâles verticillées.

La longueur relative des bractées est chose variable : tantôt très-entières et atteignant à peine la moitié des étamines, tantôt les égalant et serrulées.

Ce *Myriophyllum* doit être plus répandu qu'on ne le pense, du moins en Belgique, et c'est à lui que je rapporte la plante si abondante au fond de nos rivières et ruisseaux de l'Ardenne : l'Amblève, l'Ourte, l'Homme, la Lesse et leurs affluents. S'il a échappé jusqu'aujourd'hui aux recherches des explorateurs de nos montagnes, cela tient à ce qu'il fleurit très-rarement.

Carum verticillatum Koch. Taschenb., 203.

Découvert dans les prairies fraîches de Bruly (Namur), par M. Determe, zélé explorateur du canton de Couvin.

N'avait encore été que très-vaguement indiqué dans les Flandres, où personne, que je sache, ne l'a trouvé.

Répandue dans le centre de la France, cette espèce devient très-rare au nord de ce pays. En 1839, le baron de Melicocq (1) la signalait aux environs de Rocroy (dépar^{t} des Ardennes), où, dix ans après, M. Jules Remy (2) la découvrait de nouveau. M. Schultz de Bitche, en 1854, découvrait aussi ce *Carum* sur les frontières du Palatinat, entre Wissembourg et Lauterbourg (dép^{t} du Bas-Rhin). Enfin en Allemagne la seule station connue de cette ombellifère est Aix-la-Chapelle et ses environs (Prusse Rhénane).

Saxifraga sponhemica Gmel. Lej. et Court., *Choix de pl.,* n° 143; Koch., *Synop.,* 2^{me} éd., 302; Gren. et God., *Fl. fr.,* I, 653.

Abondamment disséminé à travers la chaîne des collines ardennaises : à l'est on le trouve sur la Warge et l'Amblève à Renastein et Malmedy, entre Aiwaille et Comblain-au-Pont; au midi, il se rencontre fréquemment sur tout le cours de la Semoy, à Chiny, Herbeumont, Bouillon (Luxembourg), Membre (Namur) et au delà de nos frontières, à Haulmé (dép^{t} des Ardennes). Il est probable que c'est cette espèce encore que MM. De Melicocq et Remy ont signalée à Monthermé, sous les noms de *S. aizoon* Murr, et *S. sternbergi* Willd.

Je ne l'ai point encore découvert sur le versant nord, dans les vallées de l'Ourte, de l'Homme et de la Lesse.

Saxifraga hypnoïdes L. Gren. et Godr., *Fl. fr.,* I, 633; Wirtgen, *Herb. crit. select.,* n° 131bis.

J'ai observé cette belle espèce en très-grande abondance dans un bois rocailleux et frais aux environs de Waulsort (Namur). N'avait encore été signalée en Belgique que sur un mur à Gembloux (3), où elle existe, sans nul doute, à l'état subspontané ou de naturalisation.

N'est-il pas singulier de rencontrer cette plante méridionale dans nos régions, où sa spontanéité ne peut être contestée? Cet exemple de la projection vers le nord et par saut d'espèces du midi n'est pas le seul que nous fournît la vallée de la Meuse, de Givet à Namur : au *Saxifraga hypnoïdes,* on peut ajouter l'*Arthemisia camphorata* Vill., si abondant sur les rochers de Givet, le *Sisymbrium austriacum* Jacq. et *Biscutella laevigata* L., qui dorent au printemps tous les rochers calcaires, surtout en amont de Dinant, le rare et précieux *Draba aizoïdes* L. et enfin le *Buxus sempervirens,* dont des forêts envahis-

---

(1) *Prodrome de la fl. des arrond. de Laon, Vervins, Rocroy,* etc.; 1839.

(2) *Excursion botanique à travers les Ardennes françaises;* 1849.

(3) Bellynck, *Flore de Namur ;* 1855, p. 107.

sent les rochers, les ravines, les taillis des deux côtés de la vallée de la Meuse, de Hastière à Namur.

Cirsium anglicum Lobel. Gren. et Godr., *Fl. fr.*, II, 219.

Rare espèce trouvée, en juillet dernier, par mon ami, M. Gravet, dans un pré humide, entre Gedinne et Louette-S[t]-Denis (Namur).

L'automne de la même année, ce botaniste me conduisit à l'endroit, peu étendu, où il avait récolté la plante, et une fois cette station restreinte constatée de nouveau, nous nous mîmes à parcourir toutes les prairies avoisinantes, arrosées par le ruisseau de Gedinne Après une heure de recherches persévérantes, nous fûmes assez heureux pour reconnaître la présence du *C. anglicum* dans toutes ces localités.

Autrefois Roucel l'a indiquée aux environs d'Ypres, de Furnes et de Gand, mais elle n'a point été retrouvée depuis lors.

Lappa tomentosa Lam.

Une étude attentive du genre *Lappa* m'a révélé plusieurs caractères importants, à mon avis, pour la délimitation de ses espèces. Je vais tâcher de les exposer par les phrases suivantes :

L. TOMENTOSA Lam. Renflement supérieur du tube de la corolle glanduleux, *large, arrondi à la base et resserré à la naissance des dents;* celles-ci *dressées-conniventes;* base de la corolle *très-renflée, accrescente, aussi large que le sommet du fruit* qu'elle couronne jusqu'à la parfaite maturité.

L. MAJOR Gaertn. Renflement supérieur de la corolle glabre, *beaucoup plus court que la portion tubuleuse, campanulé et atténué inférieurement, non resserré sous les dents;* celles-ci *étalées-dressées;* base de la corolle *peu renflée, peu ou point accrescente et plus étroite que le sommet du fruit.*

L. MINOR Dc. Renflement supérieur de la corolle glabre, *égalant la partie tubuleuse, campanulé et atténué inférieurement, non resserré sous les dents;* celles-ci *étalées-dressées;* base de la corolle *peu renflée, peu ou point accrescente et plus étroite que le sommet du fruit.*

Après ces différences dans la forme de la corolle et surtout de son renflement inférieur, le *L. tomentosa* se distingue par plusieurs autres particularités; ainsi ses fruits sont plus larges et moins allongés que ceux de ses congénères, à côtes primaires prolongées distinctement jusqu'au sommet, qui est lisse et ne dépasse point le disque sur lequel sont insérées la corolle et l'aigrette; cette dernière est plus fournie. Les capitules, chez le *L. tomentosa,* sont profondément ombiliqués à l'*état frais* et non tronqués ou arrondis à la base comme dans les *L. major* et *L. minor.*

Le véritable *L. tomentosa* est très-rare dans la partie méridionale de la Belgique : jusqu'aujourd'hui je ne l'ai vu qu'à Orval (Luxembourg). M. Boreau l'indique aussi très-rare dans le centre de la France.

Filago lutescens Jord., *Obs. fragm.* 3, 210, tab. 7; Boreau, *Fl. centr.*, 3me éd., 338.

Champs de pommes de terre, jachères et bords des chemins : Rochefort.

Filago neglecta DC. Gren. et Godr., *Fl. fr.*, II, 193; Godr., *Fl. lor.*, I, 420; Wirtgen, *Herb. crit. select.*, n° 278.

Se rencontre sur plusieurs points de l'étage schisteux situé au midi de la longue bande calcaire de la Famenne : Verdenne (vers Marche), On, Rochefort, Hamerenne. Au nord de ces calcaires, sur un autre étage argilo-schisteux, on le voit à Saint-Remy et à Ciergnon.

Cette plante rarissime n'avait encore été signalée qu'en France et sur un seul point, à Badonviller (département de la Meurthe).

Les auteurs qui ont écrit sur ce *Filago* ont toujours conservé quelque doute sur sa légitimité comme espèce, et plusieurs y ont vu une hybride du *Filago gallica* et du *Gnaphalium uliginosum*. Quant à moi, qui l'ai étudié pendant plusieurs années, l'ai souvent vu croître solitaire et en abondance, et l'ai toujours observé avec des graines fertiles, je ne puis le considérer comme un produit hybride. Je dois ajouter que le *Filago gallica* manque *absolument* dans nos régions et qu'en outre, sa présence en Belgique est très-douteuse.

Taraxacum udum Jord., pug. 114; Boreau, *Fl. centr.*, 3me éd., 376.

Prairies humides des terrains argilo-schisteux. Rochefort, Auffe, Louette-St-Pierre, Vresse (Namur).

Ledum palustre L.

Cette très-rare éricinée a été découverte, l'automne dernier, par M. Charles Grün, à Vierveld (Limbourg belge), sur les bords d'un marais, à proximité d'un ancien parc. Non loin de l'endroit où le *Ledum* se trouve *en abondance*, ce jeune botaniste a récolté plusieurs pieds d'une plante frutescente exotique, ce qui vient jeter quelque doute sur l'indigénat de l'espèce en question. Cependant M. le vicomte Vilain XIIII, propriétaire de cette portion du pays, assure, m'écrivait M. Grün, que depuis au moins 30 ans il voit croître le *Ledum* dans cette localité. De nouvelles recherches dans les landes du Limbourg viendront peut-être un jour dissiper nos doutes, en constatant la présence du *Ledum* sur d'autres points de la Campine.

Brunella alba Pallas. Gren. et Godr. *Fl. fr.*, II, 704.

Il est surprenant de voir cette espèce réunie, à titre de variété, au *B. vul-*

garis L. par certains auteurs. Une telle réunion n'a eu certainement lieu que par suite d'une étude superficielle des deux plantes.

Nous donnons ci-dessous les caractères distinctifs de la graine.

B. ALBA Pal., graine *oblongue, se détachant avec peine* du disque, à la maturité.

B. VULGARIS L., graine *obovale*, courte, plus petite, *se détachant avec la plus grande facilité* du disque.

Outre ces différences, les graines en présentent d'autres qu'il est difficile de décrire succinctement sans l'aide de figures; ainsi la disposition des stries colorées, la position du micropyle, l'aspect de la base du fruit, la forme du bec ou hile ne sont point identiques dans les deux plantes, de même que la forme du disque ou carpophore.

Les caractères préconisés par plusieurs auteurs sont sujets à varier. Dans le *B. alba*, la corolle est parfois aussi petite que chez le *B. vulgaris;* les dentelures de la lèvre supérieure du calice ne présentent pas de différence notable, et, quoiqu'en dise Koch (1), les nervures verticales des dents inférieures s'anastomosent entre elles, mais point aussi fréquemment que dans l'espèce voisine, et les veinules n'étant vues que par transparence; enfin l'appendice subulé des étamines est souvent droit ou peu recourbé pendant l'anthèse : c'est dans le bouton que cet organe est fortement recourbé, chose qui existe à un moindre degré chez le *B. vulgaris*. Malgré cette variation dans des caractères généralement admis, ces espèces n'en sont pas moins profondément distinctes, et d'autres caractères plus stables, je pense, peuvent être établis sur la forme générale du calice, sur celle des dents inférieures, sur la couleur de la corolle (blanc jaunâtre dans le *B. alba*, violette purpurine ou blanche dans le *B. vulgaris*), et peut être sur la forme du casque ou lèvre supérieure. Enfin la pilosité, la forme des feuilles sont différentes et, si j'ai bien remarqué, les tiges sont radicantes à la base chez le *B. vulgaris*, tandis qu'elles ne le sont point chez le *B. alba*. M. Boreau a déjà indiqué cette différence dans les tiges.

Ajuga pyramidalis L. Gren. et Godr., *Fl. fr.*, II, 706.

Largement répandu sur tout le plateau ardennais : clairières et lisières des bois, pâturages, bruyères, bords des chemins.

En commençant par nos limites de l'est, on le rencontre, suivant Lejeune, à Eupen (Prusse rhénane), Limbourg, Verviers; à mon tour, je l'ai observé près des ruines de Franchimont, entre Spa et Sart, au hameau

(1) *Synop.*, 2me éd., p. 660; *Taschenb.*, p. 398.

de Belva, près La Reid, puis sur les côtes de l'Ourte, entre Nadrin et Bériménil. Tinant le signale à Rambrouch et Folschette (Luxembourg hollandais).

C'est surtout au centre du plateau, dans les bassins de l'Homme, de la Lesse et de la Houille, qu'on le rencontre fréquemment : Saint-Hubert, Arville; — Transinne, Redu, Graide, Gembes, Haut-Fays, Fays; — Houdremont, Gedinne, Malvoisin et Felenne. Sur le versant méridional des côtes de la Semoy, M. Gravet ne l'a observé qu'à Baillamont, à la ferme de Charneuse, vers Nafraiture (Namur), et à Linchamps (département des Ardennes).

On ne peut confondre cette remarquable espèce avec l'*Ajuga genevensis*, qui se rencontre sur quelques points des lisières de l'Ardenne.

Thesium pratense Ehrh. Lej. et Court., *Comp. Fl. belg.*, I, 305. — Th. humifusum, Bellk., *Fl. nam.*, 228 (non DC.).

Cette espèce, la seule jusqu'ici signalée en Belgique, est indiquée, en premier lieu, par Lejeune, entre Verviers et Bilstain (Liége) et entre Renastein et Malmédy (Prusse rhénane), et ensuite par Tinant, dans les prairies montueuses de l'Ardenne : Neufchâteau, Saint-Hubert et Fays-les-Veneurs. Je l'ai moi-même trouvée au hameau de Belva (La Reid), entre Arville et Mirwart, Grupont, Smuid, baraques de Transinne, environs de Bertrix et Mont (commune de Gembes).

Se trouve aussi en plusieurs endroits, aux environs de Rochefort.

Observation. — Je rapporte au *Th. humifusum* DC. une espèce récoltée sur les dunes, aux environs de Furnes, qui m'a été envoyée, en 1854, par M. l'abbé Coemans, de Gand.

Gagea spathacea Schult. Kunth., *Enum. IV*, 257; Koch. *Synop.*, 2me éd., 824; Ledeb , *Fl. ross.*, IV, 140; Rchb., *Ic.*, t. 1039. — Ornithogalum spathaceum Hayne, in *Ust.*, ann. XV, 11, t. I; Red., *Lil.*, t. CCXXXXII, Sibth., *Fl. graec.*, t. CCCXXXI. — Ornith. minimum, *Fl. dan.*, t. DCXII (excl. syn.). — Ornith. Haynii, Roth., Sturm., *Fl. h.*, 27. — Ornith. fistulosum, Hocq., *Fl. jem.*, 151; Desmaz., *Suppl. bot. belg.*, 48 (non Ramond). — Ornith. belgicum Lej., *Rev.*, 67; Lej. et Court., *Comp., Fl. belg.*, II, 19.

Bulbes deux, inégaux, le plus gros situé à l'aisselle de la feuille inférieure, dont la gaîne close enveloppe le plus petit, né à l'aisselle de la seconde feuille, l'un et l'autre entourés extérieurement par les débris des anciens bulbes et les bases des feuilles desséchées; bulbilles nombreux, les plus récents ovoïdes, blanchâtres, cachés, pendant l'anthèse, sous la pellicule du bulbe épuisé de l'année antérieure et situés à la base du petit bulbe, ceux de la saison précédente agglomérés en dessous des premiers et adhérents encore un peu au plateau desséché de l'ancienne plante, ovoïdes, à tégument externe mince, d'un fauve pâle, réticulé. Feuilles radicales deux, glabres, filiformes (1-1 $^{1}/_{2}$ mill. de larg.), quelquefois un peu fistuleuses, semi-cylindriques; planes ou légèrement canaliculées en dessus, plus longues que la hampe florifère. Celle-ci s'élevant entre les deux bulbes, épaissie au sommet, obscurément triquètre, un peu fistuleuse, glabre, lisse. Feuille bractéale solitaire, glabre, rarement un peu ciliolée, élargie dans sa portion inférieure en forme de spathe et embrassant le pédoncule commun à la base, rétrécie à sa partie moyenne en forme de capuchon et terminée en une pointe étroite, linéaire, comprimée, égalant l'inflorescence ou plus longue. Pédoncule commun, glabre, lisse, surmonté par une ou deux fleurs longuement pédicellées, à pédicelles glabres, entourés à la base d'un faux verticille de trois bractéoles, petites, linéaires, ciliolées. Divisions du périanthe glabres, oblongues, arrondies-obtuses, 3-5 nerviées, verdâtres sur le dos, jaunes au bord et sur la face supérieure; étamines à filets étroits, très-peu élargis inférieurement; ovaire arrondi au sommet, subtriquètre, à angles très-obtus; style une bonne fois plus long que l'ovaire.

Hab. — Bords et clairières des bois frais. — Dans la province de Hainaut : bois de Braine, près de Soignies (Hocquart, 1814); bois des environs de Mons (Desmazières, 1823); Binche (Lejeune, 1824); bois de Lombise (J. Willem, jardinier, 1855). Dans la province de Brabant : forêt de Soignes, à une lieue de La Hulpe (J.-E. Bommer, 1856, C. Grün et J. Crepin, 1859), Viv. Avril.

Cette plante fut découverte pour la première fois en Belgique par l'abbé Hocquart et décrite par lui, dans sa *Flore de Jemmape,* en 1814, sous le nom d'*Ornithogalum fistulosum;* dix ans plus tard (1823), M. Desmazières, dans son *Supplément à la botanographie belgique*, l'indiquait aussi sous cette même dénomination; puis, en 1824, le Dr Lejeune, considérant la plante comme nouvelle, la décrivait sous le nom d'*Ornith. belgicum,* toutefois en signalant son extrême affinité avec l'*Ornith. spathaceum* de Hayne, dont elle ne différait, suivant lui que par « la hampe et ses feuilles filiformes, par sa spathe foliacée plus étroite. » (*Rev. fl. sp.*, 67). Ce même botaniste, en 1831, dans le t. II du *Compendium florae belgicae,* conservait sa plante sous le même nom et ajoutait après la diagnose, p. 19, « *Valde affine O. spathaceo,* Hayne. M. et K., 2, p. 547, *a quo scapo et foliis radicalibus filiformibus differt.* »

Reichenbach, dans son *Flora germanica excursoria*, p. 106, rapportait l'*Ornith. belgicum*, avec le signe du doute cependant, au *Gagea* *stenopetala*, rapprochement que Lejeune a condamné à la page 367, t. III, du *Compendium*. Après Reichenbach, Kunth fit le même rapprochement et, en outre, p. 241 de l'*Enumeratio*, l'*Ornith. belgicum*, est donné comme synonyme douteux du *Gagea bohemica*, Roem. et Schult.

M. Nyman, botaniste suédois, dans son *Silloge florae Europae* (1855) signale le *Gagea stenopetala* Rchb. en Belgique et lui rapporte, avec doute, le *Gagea belgica*. Dum. (sic), en synonyme.

Enfin, pour en finir avec l'histoire de l'*Ornithogalum belgicum*, je citerai la notice publiée, en 1856 (1), par M. J.-E. Bommer, du jardin botanique de Bruxelles, dans laquelle le *Gagea spathacea* est décrit, puis signalé comme ayant été découvert dans la forêt de Soignes. Ce botaniste considérait cette espèce comme entièrement nouvelle pour notre flore et ajoutait en observation qu'elle diffère de l'*Ornithogalum belgicum* de Lejeune par ses feuilles non fistuleuses, par ses fleurs non disposées en ombelle et surtout par la présence d'une spathe. Il est très-probable que M. Bommer n'a lu la description de la plante de Lejeune que dans la *Flore générale de la Belgique*, où elle est décrite d'une manière très-incomplète : autrement, s'il avait consulté la *Revue* et le *Compendium*, il aurait pu remarquer que les descriptions de l'*Ornith. belgicum* s'appliquaient parfaitement au *Gagea spathacea* de la forêt de Soignes, que j'ai en ce moment sous les yeux en nombreux pieds vivants (2).

Dès 1855, après examen d'un échantillon du *Gagea spathacea*, récolté à Lombise, non loin de la station citée par Hocquart pour son *Ornithogalum fistulosum*, j'étais fortement porté à admettre l'identité du *Gagea spathacea* et de l'*Ornithogalum belgicum*, mais je ne pouvais trancher, d'une manière positive, la question sans avoir vu des échantillons authentiques de cette dernière espèce. Pour élucider ce point intéressant, j'eus recours à l'herbier de Hocquart, et, sur ma demande, son possesseur actuel, M. Francqui, professeur de chimie à l'université de Bruxelles, eut l'extrême obligeance de me communiquer les deux exemplaires, que contenait cette collection, de l'*Ornithogalum fistulosum* Hocq. (non Ramond), espèce rapportée, avec certitude, par Lejeune à son *Ornith. belgicum*. Ces deux exemplaires, étiquetés de la main de Hocquart, sont identiques au *Gagea spathacea* de Lom-

---

(1) *Bulletins de l'Acad. roy. de Belg.*, t. XXII, n° 6.

(2) Cet article a été rédigé le 16 avril, après le premier envoi du manuscrit de ces notes.

bise, à ceux de la forêt de Soignes, ainsi qu'à des échantillons authentiques des diverses parties de l'Allemagne (dont un a été récolté à Hambourg, la localité classique) et provenant des herbiers de Sprengel, Walpers et Graves.

Après ceci, on ne peut conserver aucun doute sur la validité du rapprochement opéré. La distinction de Lejeune ne reposait, du reste, que sur une mince modification de largeur, qui n'était même pas réelle et provenait, à mon avis, du mode différent de dessiccation. En effet, les échantillons du *Gagea spathacea* desséchés au moyen d'une assez forte pression présentent des feuilles et des hampes sensiblement élargies, comparées à celles des échantillons frais ou préparés par une faible pression.

Je ne finirai par cet article sans entrer dans quelques détails sur les bulbes du *Gagea spathacea* comparés à ceux du *G. arvensis* Schult. Ces deux liliacées présentent, à l'époque de leur floraison, un petit plateau sur lequel s'élève une hampe florifère, puis deux feuilles, à l'aisselle desquelles se sont développés deux bulbes, dont le plus inférieur est gros et donnera, au printemps suivant, une plante florifère, l'autre est plus petit et se séparera du premier à la fin de la saison, pour végéter de sa vie propre, mais ne donnera de fleurs qu'après deux ou trois ans, alors qu'il aura acquis assez de force par plusieurs renouvellements successifs. La gaîne de la première feuille entoure la seconde feuille à la base.

Ces particularités sont communes aux deux espèces.

Dans le *Gagea spathacea*, la gaîne de la feuille inférieure est mince et ne se soude pas avec le bas de la hampe et la gaîne de la seconde feuille, comme cela arrive dans le *G. arvensis*, dont les gaînes sont très-épaisses. Chez celui-ci, le plateau est très-petit, oblique, chez l'autre, il est assez large et horizontal.

C'est surtout par le mode de production des bulbilles, par leur forme et la consistance du tégument externe que ces deux *Gagea* se distinguent. Disons, en premier lieu, que le *G. spathacea* produit des bulbilles pendant ses périodes foliifères et florifères et que le *G. arvensis* n'en produit point pendant l'année de sa floraison. Au moment de l'anthèse, la première de ces plantes offre, à la base du petit bulbe et derrière la pellicule du bulbe épuisé de l'année antérieure, une agglomération de bulbilles ovoïdes, blanchâtres et rangés grossièrement en cercle. En dessous de ces bulbilles récents, on aperçoit ceux de la saison précédente, encore un peu adhérents au plateau desséché de la vieille plante; ils sont ovoïdes, à tégument mince, d'un fauve pâle, veiné en réseau.

Dans les plantes simplement foliifères, les bulbilles sont moins nombreux, mais disposés de la même façon.

Dans le *G. arvensis* foliifère, les bulbilles naissent au sommet des bulbes, entre les feuilles, en une grappe compacte, courte; ils sont globuleux, blanchâtres et se détachent de la plante mère en automne. Au printemps suivant, on les trouve séparés au sommet des bulbes nouveaux, mais alors ils ont revêtu une apparence extraordinaire qui les ferait presque méconnaître : leur sac ou tégument extérieur est devenu crustacé, noir et profondément alvéolé. Le petit bulbe séparé de la plante mère a aussi subi ce changement et se distingue des bulbilles par sa grosseur et le stigmate de sa soudure avec la hampe florifère.

Allium complanatum Boreau, *Fl. centr.*, 3^{me} éd., 630; Gren. et Godr., *Fl. fr.*, 111, 207. — A. OLERACEUM Lej. et Court., *Comp. fl. belg.*, II, 15. — A. OLERACEUM, var. *latifolium* Koch., *Synop.*, 2^{me} éd., 851.

Très-répandu dans les champs, les moissons des terrains argilo-calcaires et sur les rochers des provinces de Namur, Luxembourg et Liége.

Le véritable *A. oleraceum* de Linné n'a point encore été rencontré, à ma connaissance, dans nos régions; il est commun dans le midi et le centre de la France et devient déjà très-rare en Lorraine, où M. Godron indique seulement trois localités : Nancy, Lunéville et Sarrebourg.

Orchis incarnata L., Gren. et Godr., *Fl. fr.*, III, 296.

Croît dans les prés humides des terrains siliceux. Environs de Spa (Liége); entre Bourdon et Marche; environs de Mirwart (Luxembourg) et Louette-S^t-Pierre (Namur).

Nouvelle espèce pour notre flore.

Triglochin palustre L.

La végétation souterraine de cette espèce paraissant avoir passé inaperçue en Belgique, en France et peut-être en Angleterre, je crois bien faire d'en esquisser les particularités les plus remarquables. Mes observations datent de 1855. Jusqu'aujourd'hui je croyais avoir été le premier à remarquer la curieuse végétation du *Tr. palustre*, mais je viens de lire, dans le *Botanische Zeitung*, deux notes (1855, p. 62; 1858, p. 178) qui annoncent que M. Irmisch a traité dès 1850 le même sujet, dans son ouvrage intitulé : *Zur Morphologie der Knollen- und Zwiebelgewächse*. Je regrette beaucoup de ne point posséder cet ouvrage de l'ingénieux rhizographe allemand, dans lequel j'aurais pu voir jusqu'où nos observations concordent au sujet du *Triglochin*.

Aussitôt après l'anthèse, au pied de la hampe fructifère et au centre de plusieurs feuilles commence à se montrer, ou plutôt à grossir, un bulbe, qui n'atteindra son complet développement qu'à l'automne; il est composé alors de plusieurs écailles charnues, féculifères, l'extérieure cachant, à son aisselle, un petit bourgeon qui se développera le printemps d'ensuite en une tige florifère accompagnée d'une rosette de feuilles nées d'un bourgeon caché au centre du bulbe en question et qui, lui, ne donnera sa tige que la troisième année.

Outre ce bulbe terminal, ordinairement sessile, la souche du *Triglochin* donne naissance, à son sommet et à ses articulations, à des bulbes, longuement pédicellés, qui, à leur tour, donneront naissance à d'autres bulbes, ce qui fait qu'une plante mère se trouve, après plusieurs générations, entourée de nombreux descendants, conservant avec elle des adhérences au moyen de rhizomes grêles.

Depuis le mois d'août 1855, j'observe ce mode intéressant de végétation le long d'un ruisseau, creusé dans un dépôt de tuf calcaire, où il est facile, à toutes les époques de l'année, d'extraire le *Triglochin.*

Potamogeton oblongus Viv., Coss. et Germ., *Fl. par.,* 569.

P. OBLONGUS Viv. Feuilles à nervures *obscures* à l'état frais.

P. NATANS L. Feuilles à nervures *transparentes* à l'état frais.

Ces caractères m'ont paru invariables chez de nombreux échantillons récoltés dans nos provinces. Il serait intéressant de vérifier mon observation sur des plantes fraîches d'autres pays.

J'ai recueilli en 1856, dans une mare profonde, entre Bande et Champlon (Luxembourg), des pieds de *P. oblongus* d'une dimension extraordinaire et dont les feuilles dépassaient d'un bon tiers les plus grandes que j'eusse encore vues du *P. natans;* cependant, malgré ce développement dans les feuilles et les tiges, les fruits et les épis avaient conservé leur petitesse ordinaire. Ce fait est loin de justifier l'opinion de certains botanistes, qui voient dans cette espèce une forme mineure du *P. natans.*

Carex muricata L.

Var. *α*. GENUINA Gren. et Godr., *Fl. fr.,* III, 394.

S.v. INCRASSATA Nob Utricule présentant, dans son tiers inférieur, un épaississement circulaire.

Var. *β*. VIRENS Koch, *Synop.,* 2me éd, 866.

S.v. INCRASSATA Nob. Utricule présentant, dans son tiers inférieur, un épaississement circulaire.

Ce renflement de la base de l'utricule est normal et nullement dû à la piqûre d'un insecte, comme on pourrait se l'imaginer en pensant à la déformation bien connue des fruits du *C. praecox* (*C. syocarpa* Leb.). Dans ces deux sous-variétés, les utricules viennent à parfaite maturité et donnent des akènes fertiles.

Comme dans le *C. praecox* Jacq, j'ai observé une fois les utricules du

C. muricata var. *virens*, déformés par le séjour d'une larve à leur base.

Carex leporina L.

Var. *β*. Pallescens Gren. et Godr., *Fl. fr.*, III, 397 (var. *Argyroglochin*, Anders., *Cyp.*, 64).

M. Gravet a trouvé cette rare variété dans un bois de haute futaie, à Louette-St-Pierre (Namur).

Carex digitata L. Gren. et Godr., *Fl. fr.*, III, 417; Anders., *Cryp.*, 28, fig. 88.

Var. Intermedia Nob. Utricules *dépassant les écailles*, à la maturité.

Croît abondamment avec le type dans les bois ombragés et frais et sur les rochers, aux environs de Rochefort, Han-sur-Lesse et Wavreille.

Cette variété, qui se rattache au type par des variations, n'en diffère que par le caractère précité; les épis sont espacés, l'inférieur longuement pédonculé, le supérieur seul dépasse un peu l'épi mâle, enfin les gaînes des feuilles et des pédoncules, ainsi que les écailles sont d'un rouge brun.

Plante robuste ou grêle.

Le *C. ornithopoda*. Wild., dont la valeur spécifique me paraît douteuse, du moins d'après les descriptions, se rattache par cette variété au *C. digitata genuina*.

Melica nebrodensis Perlatore. Gren. et Godr., *Fl. fr.*, III, 551. — M. ciliata Bellk., *Fl. nam.*, 293 (non L.).

Il a été reconnu, dans ces derniers temps, que l'espèce de l'ouest, prise pour le *M. ciliata* L., n'était pas le véritable *M. ciliata* de Linné, plante ne dépassant guère le Rhin, vers l'ouest, mais bien une autre espèce nommée *M. nebrodensis* par M. Perlatore.

Dans la province de Namur et une partie de la province de Liége, c'est cette dernière forme qui abonde sur les rochers calcaires.

A propos des caractères assignés aux deux *Melica* ci-dessus, je vais rapporter une expérience de culture faite avec soin. Des graines récoltées en 1856 sur des pieds de *M. nebrodensis* à feuilles *étroites enroulées* et à caryopse *chagriné à la face ventrale et lisse sur le dos*, ont produit, dans mon jardin, des pieds à feuilles *planes* n'ayant aucune tendance à s'enrouler, même à la fin de la saison. Une récolte faite sur ces pieds cultivés, le 30 juillet 1858, me donna des graines chagrinées d'un côté et lisses de l'autre, comme celles employées au semis, et par une autre récolte du 21 août suivant, j'obtins des graines dont les trois quarts étaient *complétement lisses*.

Aira caespitosa L.

Var. SETIFOLIA Koch., *Synop.*, 2me éd., 914; Ledebour, *Fl. ross.*, IV, 421. Feuilles radicales roides *très-étroites, sétacées,* à bords rapprochés et semblables à celles du *Festuca duriuscula.*

Bords de route, bois. Rochefort.

Cette variété, remarquable par sa petite taille, ses feuilles sétacées et souvent glaucescentes, végète au sommet sec des remblais schisteux de la route de Rochefort à Dinant; elle se relie à l'*A. caespitosa,* type des parties fraîches et herbeuses du bois voisin, ou des bords de mares, par des formes intermédiaires correspondant à des stations mixtes (fossés dénudés et quelquefois inondés des bords de la route).

L'*A. caespitosa* L. étant rapproché par cette variété de l'*A. media* Gouan, la détermination de cette dernière espèce devient fort difficile au moyen des caractères décrits par les auteurs. Les différentes dimensions des arêtes données par M. Godron, dans la *Flore de France,* me paraissent inexactes, du moins d'après l'examen de nombreux échantillons de l'*A. caespitosa* du pays et d'un exemplaire de l'*A media* Gouan provenant de Bourges, étiqueté par M. Grenier.

M. Lloyd, dans sa *Flore de l'Ouest,* décrit plus exactement la longueur des arêtes et leur insertion chez l'*A. media.* Il serait à désirer qu'on fît une étude approfondie de ces deux espèces et de leurs variétés.

Bromus squarrosus L.

Ce n'est point à titre d'espèce indigène que j'énumère ici cette graminée, mais pour en faire connaître une particularité intéressante et que je n'ai point encore vue signalée.

Tous les auteurs décrivent le *Bromus squarrosus* avec des arêtes divergentes, mais aucun n'a peut-être remarqué qu'elles ne deviennent divergentes qu'au soleil et que, pendant la nuit et les jours sombres ou pluvieux, elles se redressent. On peut provoquer artificiellement ce phénomène en arrachant, en plein jour, une touffe de ce Brome et en la transportant dans un lieu obscur; quelque temps après ce déplacement, les arêtes, qui étaient étalées horizontalement, se redressent puis s'étalent de nouveau si on remet la plante à la lumière.

Cette propriété hygrométrique explique comment M. de Moor (1) a pu dire que le *B. squarrosus* ne présente presque jamais, dans notre pays, des arêtes divergentes; il est probable que cet estimable botaniste, duquel je tiens la graine du Brome en question, a étudié la plante pendant des jours pluvieux et qu'en voyant les arêtes redressées, il a cru que cette particularité était une modification due au climat.

(1) *Traité des graminées et céréales*, 1854, p. 124.

Struthiopteris germanica Willd.

Cette magnifique fougère a été indiquée pour la première fois en 1835, par le D^{r} Lejeune, dans la vallée de la Vesdre, à Fays, et jusqu'aujourd'hui, c'était sa seule station connue en Belgique.

En 1855, MM. Strail, curé à Magnée, et Malaise, docteur en sciences naturelles à Liége, découvraient deux touffes de cette plante dans un bois aux environs de Tilff, dans la vallée de l'Ourte, et l'année suivante, j'avais moi-même, en compagnie de M. Gravet, le bonheur de la trouver aussi, mais en abondance, dans un bois frais de la vallée de l'Amblève vers Aiwaille.

Au delà du Rhin, ces trois localités de la province de Liége sont les stations de cette fougère les plus avancées à l'ouest.

Asplenium Halleri DC. Gren. et Godr., *Fl. fr.*, III, 635.

Lieux pierreux, dans le bois de Saint-Denis. — Très-rare.

C'est à mon jeune ami, M. Martinis, qu'on doit la découverte de cette très-rare fougère et nouvelle, je pense, pour la flore de Belgique, car j'ai cru reconnaître, par un rapide examen, que la fougère publiée par M. Westendorp, dans son *Herbier cryptogamique,* n° 152, sous le nom d'*Aspidium fontanum* Willd., n'était qu'une forme réduite de l'*Aspidium fragile* DC.

Lycopodium alpinum L.

Bruyères entre Odeigne et les baraques de Fraiture (Liége), à 650 mètres d'altitude.

C'est le 30 août 1854, sur la fin d'une longue herborisation solitaire à travers un des plateaux les plus élevés et les plus sauvages de l'Ardenne, que je découvris ce rare Lycopode, nouvelle espèce pour notre flore et dont j'étais loin de soupçonner l'existence en Belgique.

Lycopodium complanatum L. Koch., *Synop.,* 2^{me} éd., 971; Ettingshausen, *Phys. Plant. Austr.* tab. 42. — L. Chamaecyparissus, West., *Herb. crypt. belg.,* n° 119 (non Braun).

Trouvé entre Stavelot et Recht (Liége), dans une herborisation faite en compagnie de M. le D^{r} Moreau, le 19 juillet 1855.

Ne croît point en France; à l'est il est signalé en Bohême, en Moravie et en Silésie.

Lycopodium chamaecyparissus A. Braun. Koch., *Synop.,* 2^{me} éd., 970; Gren. et Godr., *Fl. fr.,* III, 655. — L. Complanatum Kickx, *Fl. cryp. Louv.,* 18; Mathieu, *Fl. gén. belg.,* II (non L.).

Bruyères à Freilange, vers Arlon (Crepin); bruyères à Andoumont, entre Gomzé et Fraipont (Strail); bois de sapins, aux environs de Herenthout, province d'Anvers (J. Willem), Helden, Limbourg hollandais (Mathieu).

N'ayant point vu la plante que Lejeune indique à Malmedy et Sougnez, je ne puis la citer parmi les synonymes : il est possible que cet auteur ait compris sous le nom de *L. complanatum* les deux espèces ci-dessus.

Comme ces deux Lycopodes ont été jusqu'ici confondus en Belgique, je vais indiquer les principaux caractères différentiels, tels que je les ai observés sur les plantes de ce pays et sur des échantillons de Silésie.

L. Complanatum L. Rameaux *ascendants à la base*, à ramifications *lâches, étalées en éventail*, très-comprimées à la face ventrale; feuilles du rang intérieur petites, très-appliquées; les latérales à pointes étalées sur les côtés.

L. Chamaecyparissus A. Braun. Rameaux *roides, dressés à la base*, à ramifications *denses, dressées-fastigiées*, peu comprimées; feuilles du rang intérieur égales aux autres, peu appliquées; les latérales à pointes dressées et souvent convergentes.

Ce dernier est beaucoup plus petit, plus grêle, à ramifications plus étroites et à épis moins gros.

Les ramifications présentent dans l'agencement et la forme des feuilles des différences notables, mais qu'il est fort difficile d'exprimer succinctement dans une diagnose; ainsi chez le *Lycopodium complanatum* les feuilles latérales sont creusées à la face interne de manière à produire sur les côtés des ramifications un canal très-apparent, tandis que dans l'espèce voisine, ces sillons sont très-peu visibles et fréquemment interrompus par les pointes convergentes des feuilles latérales, rejetées sur la face interne des ramifications.

Tous les auteurs que j'ai sous les yeux, à l'exception de Lejeune, décrivent les tiges de ces deux espèces *rampantes* sans rien ajouter, ce qui fait penser qu'elles sont rampantes à la manière de celles des *L. alpinum, annotinum, clavatum*, etc., chose qui n'existe pas, du moins dans les plantes de ce pays et celles de la Silésie. Les tiges de ces deux espèces sont *souterraines*, et Lejeune notait également ce fait quand il disait : *Caule subterraneo repente* (1).

(1) *Compendium florae belgicae*, III, 301.

Séance du 4 juin 1859.

M. Melsens, directeur.

M. Ad. Quetelet, secrétaire perpétuel.

Sont présents : MM. Sauveur, Wesmael, Martens, Cantraine, Kickx, Stas, De Koninck, Van Beneden, De Vaux, Edm. de Selys-Longchamps, Nyst, Gluge, Nerenburger, Schaar, Liagre, Duprez, Brasseur, Poelman, *membres;* Schwann, Lamarle, *associés;* Ern. Quetelet, Gloesener, Montigny, *correspondants.*

CORRESPONDANCE.

L'Académie apprend avec douleur la perte qu'elle vient de faire, par la mort de deux de ses associés les plus illustres, M. Alexandre de Humboldt et M. Lejeune Dirichlet, professeur de mathématiques à l'université de Göttingue.

M. de Humboldt avait été nommé membre de l'Académie de Belgique, le 3 août 1830, d'après un article de l'ancien règlement qui n'admettait que deux étrangers à ce même titre. Cet illustre savant atteignait sa quatre-vingt dixième année; il était né le 14 septembre 1769, et il est mort le 2 mai dernier.

Le secrétaire perpétuel lui rendra un dernier hommage dans le prochain *Annuaire de l'Académie*.

— Il est donné lecture d'une lettre de M. le Ministre de l'intérieur, exprimant le désir de voir l'Académie s'occuper de la *Biographie nationale*, demandée, en 1845, par un arrêté royal pris au moment de sa réorganisation et tendant à ce que la commission spéciale de la *Biographie nationale* soit complétée; M. Wesmael est invité à remplacer M. Morren, l'un des commissaires décédés.

— M. le président du Sénat remercie l'Académie pour l'envoi du XXXI^{me} volume de ses *Mémoires* et de ses derniers *Bulletins*.

— M. le vicomte de Seisal, ministre de Portugal, fait parvenir à l'Académie, par les soins de M. le professeur Mathias de Carvalho, une collection complète des ouvrages publiés, dans ces derniers temps, par MM. les professeurs de l'université de Coïmbre. — Remercîments.

— L'Académie royale de Munich remercie l'Académie pour la part qu'elle a prise à la célébration du centième anniversaire de sa création, et lui fait parvenir une médaille en bronze destinée à consacrer ce souvenir.

— L'Académie des sciences de la Nouvelle-Orléans et la Société des sciences des Indes néerlandaises à Batavia, adressent également des remercîments pour l'envoi des dernières publications.

— L'Observatoire royal de météorologie de Madrid fait parvenir le résumé de ses observations météorologiques pour 1859.

— M. Robert Ellery, directeur de l'Observatoire de Williamstown, Victoria (Australie), exprime le désir de recevoir, pour les comparer aux siennes, les observations de la lune et des étoiles du même parallèle pour différentes époques de 1858.

M. Quetelet dit qu'il a rassemblé toutes les observations semblables de l'Observatoire de Bruxelles, pendant les années 1857 et 1858, pour faire suite à celles déjà publiées des deux années précédentes et de 1835 à 1840. — L'impression de la notice est ordonnée.

— La classe ordonne l'impression des observations sur la végétation faites à Waremme, le 21 avril dernier, par MM. Michel Ghaye et Edm. de Selys-Longchamps, ainsi que le résumé des observations météorologiques faites à Gand, en 1858, par M. J. Duprez, membre de l'Académie.

M. de Selys présente, à propos de cette communication, quelques observations sur des infusoires rougeâtres qui coloraient d'une manière intense l'eau d'un vase après plusieurs mois de dépôt.

La classe reçoit également les ouvrages manuscrits suivants :

1° *Recherches sur la capillarité;* par M. Bède, professeur agrégé à l'université de Liége, 3^me mémoire (commissaires : MM. Plateau, Duprez et Lamarle);

2° *Mémoire sur l'origine et la nature de la matière fibreuse qui garnit le stipe de plusieurs espèces de palmiers et sur l'existence des stipules chez les monocotylédonées;* par M. J.-E. Bommer, attaché au Jardin Botanique de Bruxelles (commissaires : MM. Kickx et Martens);

3° *Nuevo metodo de obtencion de la quinquina y cinconica;* par M. Joaquin Aldir y Fernandez, de Madrid.

— M. Quetelet fait hommage du XIV^me volume des *Annales de l'Observatoire royal de Bruxelles*, contenant les observations astronomiques et météorologiques faites en 1855 et 1856.

RAPPORTS.

Notice sur les aimants de fer de fonte trempé; par M. Florimond, professeur au collége des Joséphites, à Louvain.

Rapport de M. Gloesener.

« L'Académie a chargé M. Ernest Quetelet et moi de lui faire un rapport sur une notice de M. Florimond, professeur au collége des Joséphites, à Louvain. Cette notice comprend trois points distincts.

Le premier concerne les aimants de fer de fonte trempé; le second est relatif à la déperdition de magnétisme qu'éprouve, dans les machines magnéto-électriques, la lame des aimants qui est en contact ou à peu près avec l'électro-aimant mobile; le troisième point a trait à une modification particulière que subissent les fils de laiton exposés à l'air sous l'influence de certaines variations de température.

Déjà, en 1854, M. Florimond a présenté à l'Académie une notice sur l'emploi de la fonte dans la confection d'aimants artificiels, notice sur laquelle feu M. Crahay a fait un rapport favorable inséré dans le tome XX des *Bulletins de l'Académie*.

Depuis ce temps, M. Florimond, qui a réussi le premier, que je sache, à construire des aimants énergiques en fer de fonte trempé, a étendu beaucoup ses recherches sur le même sujet, avec le louable désir de répandre le plus possible de bonnes machines magnéto-électriques à des prix notablement inférieurs à ceux de semblables machines confectionnées avec des aimants en acier, et de constater en même temps ce fait scientifique intéressant, que la fonte convenablement trempée est susceptible de subir une aimantation énergique.

Dans la dernière notice, le savant Joséphite modifie quelques-unes des indications données dans la première, et il précise des règles à suivre pour construire des aimants de fer de fonte. Ces règles peuvent être résumées ainsi :

1° La qualité de fonte qui convient le mieux pour faire des aimants est la qualité moyenne; la fonte grise, la fonte blanche, est-il dit dans la première notice, est trop fragile, et la fonte de première qualité ne donne que des résultats médiocres.

2° Les lames de fonte destinées à l'aimantation doivent être trois fois aussi épaisses que les lames d'acier. Il est même avantageux d'augmenter encore cette épaisseur.

3° Il faut que les lames de fonte, en forme de fer à cheval, soient très-courtes. Une longueur convenable est celle d'une fois et demie la largeur, mesure prise à l'extérieur.

4° Il faut tremper les lames de fonte à la plus haute température possible et sur toute leur longueur; après les avoir chauffées suffisamment, on les retire du feu une à une, on en saupoudre les deux faces opposées de prussiate de potasse pulvérisé sur la moitié de leur longueur à partir des pôles, et on les plonge dans une grande masse d'eau qu'on agite quelque temps.

5° On aimante chaque lame en frottant successivement ses deux faces opposées avec un électro-aimant en fer à cheval, animé par le courant d'une pile de quatre à cinq éléments Bunsen de médiocre grandeur.

6° Il faut rejeter les lames aimantées qui ne portent pas beaucoup plus que leur poids, sans qu'on puisse espérer d'en pouvoir augmenter la force par une nouvelle trempe ou autrement.

7° Ce sont de petites fentes transversales (dans le sens de la largeur des lames) provoquées par la trempe qui rendent les lames mauvaises. Ces fentes se rencontrent surtout dans la fonte de qualité inférieure. Les fentes qu'on observe quelquefois dans le sens de la longueur des lames ne paraissent avoir que peu ou point d'influence sur la force des aimants.

8° Enfin une lame de fonte aimantée par le courant de quelques éléments Bunsen, ne peut être aimantée en sens inverse au même degré qu'à l'aide d'un nombre d'éléments notablement plus grand. Il faudrait, d'après M. Florimond, douze à treize éléments, si la première aimantation avait été opérée avec deux.

Quant à la désaimantation de la lame antérieure des aimants composés de plusieurs lames et employés dans les machines magnéto-électriques, l'honorable professeur dit:

« La lame antérieure en contact ou à peu près avec l'élec-
» tro-aimant dans les machines magnéto-électriques perd,
» au bout de quelques mois, son magnétisme presque
» complétement, si l'axe de l'électro-aimant est perpendi-
» culaire à l'axe de la lame. Par là la machine perd, dit
» l'auteur de la notice, non-seulement parce que la pre-
» mière lame est inerte, mais encore parce que la dis-
» tance de l'électro-aimant aux autres est égale à l'épais-
» seur de la première lame. » M. Florimond ajoute
« qu'on remédie à l'inconvénient susdit, si l'on dispose la
» machine de manière que l'axe de l'électro-aimant et
» celui de la lame, c'est-à-dire de tout l'aimant, soient
» parallèles ou se trouvent sur la même direction. »

Il eût été bon d'examiner aussi si la lame extérieure de la face postérieure de l'aimant ne perd pas non plus de son magnétisme comme la première. La notice ne dit rien à ce sujet.

J'admets avec l'auteur que, si la première lame a perdu son magnétisme, la puissance de l'appareil est beaucoup diminuée, par la raison que l'électro-aimant est affecté par une lame de moins, et précisément par celle qui, à cause de sa très-grande proximité, eût agi le plus efficacement, si elle avait conservé toute sa force. Mais les autres lames se trouvent placées, par rapport à l'électro-aimant, à la même distance que la première lame, soit active ou inerte. La machine ne peut, par conséquent, perdre en énergie que par l'inactivité de la première lame.

J'ai aussi des doutes sur l'efficacité de la disposition proposée par M. Florimond pour empêcher la déperdition du magnétisme de la lame voisine de l'électro-aimant dans les machines magnéto-électriques. Il serait important, pour la construction de ces appareils, que les expériences fussent confirmées, ainsi que l'observation citée plus haut, que, s'il faut un certain nombre d'éléments d'une pile pour aimanter une lame de fonte, il sera nécessaire d'en employer un nombre beaucoup plus grand pour aimanter ce même aimant au même degré en sens contraire.

La troisième observation faite par M. Florimond est celle-ci : Les fils de laiton exposés à l'air extérieur deviennent fragiles, cassants par l'action de la gelée. Il cite à l'appui les faits suivants : Les fils de laiton, tendus dans un jardin pendant l'hiver pour supporter du linge à sécher, se sont rompus au bout d'un certain temps; les fils de laiton du carillon de Saint-Pierre à Louvain, placés depuis quelques mois, sont tous tombés en petits morceaux, pendant le temps de gelée et de brouillard, vers les fêtes de Noël, en 1858.

Le savant professeur de Louvain paraît disposé à croire que les fils de laiton deviennent fragiles, parce que, pendant le temps de gelée, ils passeraient d'un état fibreux à un état cristallin; il pense que les barreaux, les coussinets et autres pièces de laiton peuvent subir une modification du même genre que les fils, et croit son observation digne de toute l'attention des mécaniciens. Il a tenté, mais sans succès, de rendre des fils de laiton cassants par des expériences spéciales. Mais quelle était la qualité de laiton dont les fils étaient formés? étaient-ils écrouis? quelle tension avaient-ils à supporter? le vent était-il violent ou faible?

La notice de M. Florimond est intéressante et digne, suivant moi, d'être imprimée, sauf peut-être quelques modifications dans la rédaction. J'ai dit plus haut que j'avais des doutes sur plusieurs points. J'ai communiqué à M. Florimond mes remarques basées sur quelques expériences que j'ai faites, mais il persiste à croire les siennes concluantes. »

Sur les conclusions également favorables du second commissaire, M. Ernest Quetelet, la notice de M. Florimond sera insérée dans le *Bulletin de l'Académie.*

COMMUNICATIONS ET LECTURES.

Occultation de Saturne par la lune, le 8 mai 1859, à l'Observatoire royal de Bruxelles.

M. Quetelet communique les observations suivantes de l'occultation de Saturne qui a eu lieu au commencement du mois de mai.

« Le ciel a été très-défavorable à l'observation de ce phénomène. On a vu un instant les deux astres à travers une éclaircie, quand déjà le disque de Saturne était en partie couvert par la lune.

» Mon fils a observé l'instant de la disparition de la planète, et j'ai pu observer avec lui l'instant de la complète disparition de l'anneau.

Disparition de Saturne. .	$11^h 43^m 57^s,7$	EQ.	Temps sidéral de Bruxelles.
» de l'anneau .	11 44 8,5	AQ.	
» »	» » 8,7	EQ.	

Ces observations, à cause de l'état du ciel, ne méritent pas une très-grande confiance.

Observations des passages de la lune et des étoiles de même culmination, faites à l'Observatoire royal de Bruxelles, en 1857 et 1858. Communication de M. Ad. Quetelet, directeur de l'Observatoire royal.

J'ai présenté, dans les nos 4 et 5 des *Bulletins* de l'Académie pour l'année 1857 (1), les observations des passages de la lune et des étoiles de même culmination, qui ont été faites à l'Observatoire royal de Bruxelles, pendant les années 1835 à 1840 et 1855 à 1856; la première série d'observations comprenait 104 passages lunaires; la seconde en comprenait 59.

Je crois utile de continuer ici cette publication en communiquant les observations faites en 1857 et 1858 (2); elles font suite aux deux séries précédentes. Ce ne sont pas des positions absolues de la lune, mais simplement des positions relatives, calculées par rapport aux étoiles de culmination lunaire; elles pourront servir aux astronomes qui s'occupent des longitudes terrestres et qui désireraient rattacher leur position astronomique à la nôtre (3).

Les passages lunaires sont au nombre de 83, dont 67 ont été observés par mon fils, et 16 par M. Bouvy, deux de mes aides à l'Observatoire.

---

(1) *Bulletins de l'Académie royale de Belgique*, 2me série, tome I, p. 478, et tome II, p. 18.

(2) Les réductions de calcul et les corrections ont été faites par mon fils.

(3) Voyez plus haut la demande de M. Rob.-J. Ellery, directeur de l'Observatoire astronomique de Williamstown, Victoria, en Australie.

Observations des passages de la lune et des étoiles de même culmination 1857-58 (3me série).

DATES.	OBJET.	α OBSERVÉE.	Nombre DE FILS.	OBSERVATEUR.
1857.				
3 janvier . . .	45 Piscium. . .	0h 18m 19s,35	5	EQ.
	60 Piscium. . .	0 39 59,75	5	
	☾ I.	0 58 55,28	5	
	ο Piscium. . .	1 37 50,83	5	
	54 Ceti.	1 43 17,05	5	
31 — . . .	ε Piscium. . .	0 55 31,07	5	EQ.
	☾ I.	1 35 23,09	5	
	ι Arietis . . .	1 49 32,51	5	
	B.A.C. 652. . .	1 55 52,29	5	
1 février . . .	ι Arietis . . .	1 49 32,54	5	EQ.
	B.A.C. 652. . .	1 55 52,32	5	
	☾ I.	2 50 36,60	5	
	ε Arietis . . .	2 51 2,62	4	
	δ Arietis . . .	3 3 27,64	5	
2 — . . .	ε Arietis . . .	2 51 2,64	5	EQ.
	δ Arietis . . .	3 3 27,60	5	
	☾ I.	3 29 3,36	5	
	η Tauri	3 38 59,82	5	
3 — . . .	A¹ Tauri	3 56 15,36	5	EQ.
	☾ I.	4 30 53,66	5	
	β Tauri. . . .	5 17 16,27	5	
	χ Aurigæ . . .	5 23 26,57	5	

DATES.	OBJET.	α OBSERVÉE.	Nombre DE FILS.	OBSERVATEUR.
1857 (*suite*).				
4 février. . . .	β Tauri	5h 17m 16s,28	5	EQ.
	χ Aurigæ. . .	5 23 26,50	5	
	☾ I.	5 35 7,80	5	
	κ Aurigæ. . .	6 6 17,24	5	
	μ Geminorum.	6 14 19,61	5	
5 —	μ Geminorum.	6 14 19,98	5	B.
	☾ I.	6 39 41,40	5	
	δ Geminorum.	7 11 36,28	5	
	ι Geminorum.	7 16 52,17	5	
7 —	ψ² Cancri . . .	8 1 51,99	5	EQ.
	χ Cancri . . .	8 11 24,21	4	
	☾ I	8 40 42,09	5	
8 —	83 Cancri . . .	9 11 1,51	5	EQ.
	λ Leonis . . .	9 23 35,20	5	
	☾ II	9 37 1,65	5	
	κ Leonis	9 59 33,66	5	
	34 Leonis. . . .	10 3 58,24	5	
2 mars	6 Cancri	3 38 59,51	5	EQ.
	☾ I.	4 11 48,90	5	
	B. A. C. 1526 . .	4 49 7,34	5	
	103 Tauri . . .	4 59 24,48	5	
6 —	6 Cancri. . . .	7 54 45,55	4	EQ.
	☾ I	8 21 31,47	5	
	δ Cancri . . .	8 36 34,94	5	
7 —	δ Cancri . . .	8 36 34,96	5	EQ.
	☾ I	9 16 9,34	5	
	κ Leonis . . .	9 59 33,75	5	

DATES.	OBJET.	α OBSERVÉE.	Nombre DE FILS.	OBSERVATEUR.
1857 (*suite*).				
10 mars	σ Leonis . . .	$11^h 13^m 47^s,49$	5	EQ.
	τ Leonis . . .	11 20 36,66	4	
	☾ II.	11 40 59,04	5	
	10 Virginis. . .	12 2 23,45	5	
1 avril	ε Geminorum.	6 35 8,72	4	EQ.
	☾ I	7 3 34,40	5	
	β Geminorum.	7 36 34,78	5	
2 —	β Geminorum.	7 36 34,80	5	EQ.
	φ Geminorum.	7 44 45,63	5	
	☾ I.	8 4 6,44	5	
	η Cancri . . .	8 24 27,28	5	
	γ Cancri . . .	8 35 1,77	5	
7 —	β Virginis. . .	11 43 16,70	5	EQ.
	b Virginis. . .	11 52 39,37	5	
	☾ I.	12 7 48,86	5	
	f Virginis. . .	12 29 27,47	5	
	γ^1 Virg. (1re ét.)	12 34 26,84	5	
8 —	☾ I.	12 51 11,76	5	EQ.
	α Virginis. . .	13 17 41,65	5	
3 mai	l Leonis . . .	10 41 45,87	5	EQ.
	χ Leonis . . .	10 57 39,92	5	
	☾ I.	11 10 0,03	5	
	τ Leonis . . .	11 20 36,60	5	
	89 Leonis . . .	11 27 4,46	5	

DATES.	OBJET.	α OBSERVÉE.	Nombre DE FILS.	OBSERVATEUR.
1857 (*suite*).				
4 mai	τ Leonis ...	11h20m36s,63	5	EQ.
	89 Leonis ...	11 27 4,51	5	
	☾ I.......	11 53 55,13	5	
	10 Virginis. ..	12 2 23,49	5	
	η Virginis. ..	12 12 37,22	5	
5 —	10 Virginis. ..	12 2 23,58	5	EQ.
	η Virginis. ..	12 12 37,32	5	
	☾ I.......	12 37 7,06	5	
	ψ Virginis. ..	12 46 56,87	5	
6 —	ψ Virginis. ..	12 46 57,12	5	EQ.
	g Virginis. ..	13 0 26,38	5	
	☾ I.......	13 20 43,57	5	
	85 Virginis. ..	13 37 55,38	5	
7 —	B. A. C. 4531. .	13 27 6,81	3	B.
	85 Virginis. ..	13 37 55,56	5	
	☾ I.......	14 5 45,94	5	
	5 Libræ. ...	14 38 7,36	5	
	α^2 Libræ. ...	14 43 0,71	5	
8 —	5 Libræ. ...	14 38 7,23	5	EQ.
	α^2 Libræ. ...	14 43 0,63	5	
	☾ I.......	14 53 5,64	5	
	42 Libræ. ...	15 31 52,36	5	
	B. A. C. 5197. .	15 37 21,91	5	
31 —	☾ I.......	11 38 47,73	5	EQ.
	η Virginis. ..	12 12 37,07	4	

DATES.	OBJET.	α OBSERVÉE.	Nombre DE FILS.	OBSERVATEUR.
1857 (*suite*).				
1 juin	η Virginis. . .	12h12m37s,18	5	EQ.
	☾ I.	12 22 23,05	5	
	ψ Virginis. . .	12 46 56,88	5	
3 —	B. A. C. 4551. .	13 27 6,88	5	EQ.
	☾ I.	13 50 20,22	5	
	B. A. C. 4700. .	14 3 4,60	4	
	B. A. C. 4722. .	14 7 53,97	5	
4 —	B. A. C. 4700. .	14 3 4,58	3	B.
	B. A. C. 4722. .	14 7 53,96	5	
	☾ I.	14 36 51,29	5	
	20 Libræ. . . .	14 55 44,93	5	
	ι^1 Libræ. . . .	15 4 7,15	5	
5 —	20 Libræ. . . .	14 55 45,15	5	B.
	ι^1 Libræ. . . .	15 4 7,17	5	
	☾ I.	15 26 11,32	5	
	δ Scorpii . . .	15 51 55,78	5	
	c^2 Scorpii . . .	16 3 33,01	4	
3 juillet. . . .	A Scorpii . . .	15 45 4,85	5	EQ.
	☾ I.	15 59 11,00	5	
5 —	θ Ophiuchi . .	17 13 17,13	5	EQ.
	d Ophiuchi . .	17 18 16,92	5	
	☾ I.	17 51 7,91	5	
	δ Sagittarii. .	18 11 53,73	5	
	λ Sagittarii. .	18 19 12,04	5	

DATES.	OBJET.	α OBSERVÉE.	Nombre DE FILS.	OBSERVATEUR.
1857 (*suite*).				
6 juillet. . . .	δ Sagittarii. .	$18^h 11^m 53^s,97$	5	B.
	λ Sagittarii. .	18 19 12,15	5	
	☾ I.	18 49 39,78	5	
	τ Sagittarii. .	18 58 4,15	5	
	ψ Sagittarii. .	19 6 49,60	5	
29 —	☾ I.	14 48 4,84	5	EQ.
	20 Libræ. . . .	14 55 44,74	5	
30 —	☾ I.	15 38 14,91	5	EQ.
	σ Scorpii . . .	16 12 32,90	5	
	α Scorpii . . .	16 20 41,53	5	
1 août	θ Ophiuchi . .	17 13 17,02	5	EQ.
	d Ophiuchi . .	17 18 16,91	5	
	☾ I.	17 27 51,92	5	
	B. A. C. 6194. .	18 9 9,72	5	
	λ Sagittarii. .	18 19 12,17	5	
3 —	σ Sagittarii. .	18 46 27,71	1	B.
	ζ Sagittarii. .	18 53 34,39	5	
	☾ I.	19 24 52,53	5	
	b Sagittarii. .	19 48 13,84	3	
	c Sagittarii. .	19 53 55,23	5	
5 —	☾ II	21 20 31,26	5	EQ.
	γ Capricorni .	21 32 13,32	5	
	δ Capricorni .	21 39 12,13	5	
29 —	d Ophiuchi . .	17 18 16,52	5	EQ.
	☾ I.	18 0 50,99	5	
	φ Sagittarii. .	18 36 46,71	5	
	σ Sagittarii. .	18 46 27,34	5	

DATES.	OBJET.	α OBSERVÉE.	Nombre DE FILS.	OBSERVATEUR.
1857 (*suite*).				
30 août.	φ Sagittarii. .	18h 36m 46s,56	4	EQ.
	σ Sagittarii. .	18 46 27,21	5	
	☾ I.	18 59 4,17	5	
	χ^1 Sagittarii. .	19 16 37,85	5	
	h^2 Sagittarii. .	19 28 3,72	5	
1 septembre. .	ψ Capricorni .	20 37 41,29	5	EQ.
	☾ I.	20 53 39,98	3	
	γ Capricorni .	21 32 13,48	3	
	δ Capricorni .	21 39 12,31	4	
2 — . .	δ Capricorni .	21 39 12,23	5	EQ.
	☾ I.	21 48 22,41	5	
	ι Aquarii . . .	21 58 46,23	5	
	42 Aquarii . . .	22 9 12,01	5	
27 — . .	ζ Sagittarii. .	18 53 33,81	4	EQ.
	τ Sagittarii. .	18 58 3,69	5	
	☾ I.	19 31 6,38	5	
	A Sagittarii. .	19 50 17,57	5	
	B. A. C. 6889. .	19 56 36,22	5	
29 — . .	η Capricorni .	20 56 19,15	5	EQ.
	χ Capricorni .	21 0 25,39	5	
	☾ I.	21 22 7,91	5	
	γ Capricorni .	21 32 13,59	5	
	δ Capricorni .	21 39 12,23	5	
1 octobre . . .	σ Aquarii . . .	22 23 8,49	5	B.
	70 Aquarii . . .	22 41 2,12	5	
	☾ I.	23 7 45,43	5	
	ι Piscium . . .	23 32 39,58	5	
	19 Piscium . . .	23 39 8,51	4	

DATES.	OBJET.	α OBSERVÉE.	Nombre DE FILS.	OBSERVATEUR.
1857 (*suite*).				
2 octobre . .	ι Piscium. . .	$23^h 32^m 39^s,37$	5	B.
	19 Piscium. . .	23 39 8,67	5	
	☾ I.	0 0 10,64	5	
	d Piscium. . .	0 13 17,99	5	
	45 Piscium. . .	0 18 23,30	4	
27 — . .	γ Capricorni .	21 32 13,09	5	EQ.
	δ Capricorni .	21 39 11,91	5	
	☾ I.	21 50 11,77	5	
	50 Aquarii . . .	22 16 50,63	5	
	58 Aquarii . . .	22 24 9,63	5	
29 — . .	h^1 Aquarii . . .	22 57 45,73	4	EQ.
	φ Aquarii . . .	23 6 58,41	5	
	☾ I.	23 32 42,75	5	
	21 Piscium. . .	23 42 11,81	5	
	27 Piscium. . .	23 51 24,79	5	
30 — . .	21 Piscium. . .	23 42 11,65	5	EQ.
	27 Piscium. . .	23 51 24,69	5	
	☾ I.	0 25 2,41	5	
	δ Piscium. . .	0 41 19,61	5	
	ε Piscium. . .	0 55 35,21	5	
27 novembre. .	☾ I.	0 50 56,79	5	B.
	η Piscium. . .	1 23 54,01	5	
	π Piscium. . .	1 29 35,08	2	
30 — . .	11 Tauri	3 32 18,82	5	B.
	η Tauri	3 39 4,12	5	
	☾ I.	3 52 24,38	3	
	φ Tauri	4 11 38,57	5	
	$υ^1$ Tauri	4 17 30,00	5	

DATES.	OBJET.	α OBSERVÉE.	Nombre DE FILS.	OBSERVATEUR.
1857 (*suite*).				
28 décembre. .	11 Tauri. . . .	3h32m18s,83	5	B.
	η Tauri. . . .	3 39 4,09	5	
	☾ I.	4 24 31,03	5	
30 — . .	136 Tauri . . .	5 44 25,80	5	EQ.
	κ Aurigæ. . .	6 6 21,56	5	
	☾ II.	6 49 30,96	5	
	ι Geminorum.	7 16 56,02	5	
	β Geminorum.	7 36 39,20	5	
1858.				
26 janvier . . .	136 Tauri. . . .	5 44 25,94	5	EQ.
	139 Tauri. . . .	5 49 12,65	5	
	☾ I.	6 11 55,68	5	
	τ Geminorum.	7 2 8,12	5	
	δ Geminorum.	7 11 40,47	5	
27 — . . .	τ Geminorum.	7 2 8,07	5	EQ.
	☾ I.	7 20 41,55	5	
	β Geminorum.	7 36 39,42	5	
	φ Geminorum.	7 44 50,24	5	
28 — . . .	β Geminorum.	7 36 39,46	5	B.
	φ Geminorum.	7 44 50,29	5	
	☾ I.	8 25 40,26	5	
18 février . . .	η Piscium. . .	1 23 53,20	5	EQ.
	☾ I.	1 39 47,52	5	
	η Arietis. . . .	2 4 51,28	5	
19 — . . .	☾ I.	2 35 21,63	5	EQ.
	δ Arietis. . . .	3 3 31,21	5	

DATES.	OBJET.	α OBSERVÉE.	Nombre DE FILS.	OBSERVATEUR.
1858 (*suite*).				
22 février . . .	β Tauri	$5^h 17^m 20^s,27$	5	EQ.
	χ Aurigæ . . .	5 23 50,48	5	
	☾ I.	5 46 25,05	5	
	κ Aurigæ . . .	6 6 21,21	5	
	48 Aurigæ . . .	6 19 27,94	5	
23 — . . .	48 Aurigæ . . .	6 19 28,18	5	EQ.
	☾ I.	6 53 41,56	5	
	ι Geminorum.	7 16 56,15	5	
	υ Geminorum.	7 27 12,15	4	
24 — . . .	ι Geminorum.	7 16 56,19	5	EQ.
	υ Geminorum.	7 27 12,15	5	
	☾ I.	7 58 27,04	5	
	η Cancri . . .	8 24 31,74	5	
	γ Cancri . . .	8 35 6,00	5	
26 — . . .	☾ I.	9 54 47,63	5	EQ.
	45 Leonis . . .	10 20 10,91	5	
	ρ Leonis . . .	10 25 22,03	5	
25 mars . . .	☾ I.	9 34 42,70	5	B.
	ν Leonis . . .	9 50 36,94	5	
	α Leonis . . .	10 0 50,45	5	
26 — . . .	ν Leonis . . .	9 50 36,92	5	B.
	α Leonis . . .	10 0 50,45	5	
	☾ I.	10 26 45,33	5	
29 — . . .	η Virginis. . .	12 26 29,51	5	EQ.
	χ Virginis. . .	12 31 57,43	5	
	☾ II.	12 52 1,71	5	
	α Virginis. . .	13 17 45,07	5	
	h Virginis. . .	13 25 31,71	5	

DATES.	OBJET.	α OBSERVÉE.	Nombre DE FILS.	OBSERVATEUR.
1858 (*suite*).				
19 avril	☾ I.	$7^h 18^m 27^s,83$	5	EQ.
	ν Geminorum.	7 27 11,54	5	
	β Geminorum.	7 56 58,56	5	
21 —	79 Cancri . . .	9 2 12,69	5	EQ.
	83 Cancri . . .	9 11 4,72	5	
	☾ I.	9 18 7,76	5	
	ν Leonis. . . .	9 50 56,74	5	
	α Leonis. . . .	10 0 50,23	5	
22 —	ν Leonis. . . .	9 50 56,65	5	EQ.
	α Leonis. . . .	10 0 50,13	5	
	☾ I.	10 10 47,08	5	
	ρ Leonis. . . .	10 25 21,89	5	
23 —	ρ Leonis. . . .	10 25 21,88	5	EQ.
	l Leonis. . . .	10 41 49,43	5	
	☾ I.	10 59 58,18	5	
	τ Leonis. . . .	11 20 40,19	5	
	89 Leonis. . . .	11 27 7,94	5	
24 —	τ Leonis . . .	11 20 40,20	5	EQ.
	89 Leonis . . .	11 27 7,90	5	
	☾ I.	11 47 0,17	5	
	10 Virginis. . .	12 2 27,00	5	
	η Virginis. . .	12 12 40,68	5	
25 —	10 Virginis. . .	12 2 26,92	5	EQ.
	☾ I.	12 33 10,27	5	
	ψ Virginis. . .	12 47 0,58	5	

DATES.	OBJET.	α OBSERVÉE.	Nombre DE FILS.	OBSERVATEUR.
1858 (*suite*).				
28 avril	5 Libræ. . . .	14h 38m 10s,81	5	EQ.
	α^2 Libræ. . . .	14 45 4,11	5	
	☾ II.	14 59 9,59	5	
	γ Libræ. . . .	15 27 57,75	5	
	$\varkappa$ Libræ . . .	15 53 48,91	5	
21 juin	B. A. C. 4700 . .	14 5 7,97	5	EQ.
	☾ I.	14 24 25,26	5	
	12 Libræ. . . .	14 46 8,57	5	
	20 Libræ. . . .	14 55 48,77	5	
22 —	12 Libræ. . . .	14 46 8,47	5	EQ.
	20 Libræ. . . .	14 55 48,81	5	
	☾ I.	15 12 28,89	5	
	ρ Scorpii . . .	15 48 10,86	5	
	δ Scorpii . . .	15 51 59,79	5	
25 —	θ Ophiuchi . .	17 13 21,05	5	B.
	d Ophiuchi . .	17 18 21,04	5	
	☾ I.	17 56 50,47	5	
	δ Sagittarii . .	18 11 57,97	5	
	λ Sagittarii .	18 19 16,10	5	
22 juillet. . . .	A Ophiuc. (2e).	17 6 40,81	5	EQ.
	d Ophiuchi . .	17 18 21,10	5	
	☾ I.	17 38 11,66	5	
16 août	20 Libræ. . . .	14 55 48,26	5	EQ.
	☾ I	15 29 8,43	5	
	δ Scorpii . . .	15 51 59,47	5	

DATES.	OBJET.	α OBSERVÉE.	Nombre DE FILS.	OBSERVATEUR.
1858 (*suite*).				
17 août.	δ Scorpii . . .	15h 51m 59s,50	5	EQ.
	☾ I.	16 22 43,68	5	
	A Ophiuc. (mil.).	17 6 40,59	4	
23 —	ι Capricorni .	21 14 24,05	2	EQ.
	γ Capricorni .	21 32 17,24	5	
	☾ I.	21 43 24,44	5	
	50 Aquarii . . .	22 16 54,46	5	
20 octobre . . .	λ Piscium. . .	23 34 51,93	5	EQ.
	21 Piscium. . .	23 42 15,07	5	
	☾ I.	0 13 57,51	5	
	δ Piscium. . .	0 41 23,05	5	
	ε Piscium. . .	0 55 38,73	5	
21 —	δ Piscium. . .	0 41 23,14	5	B.
	ε Piscium. . .	0 55 38,53	5	
	☾ I.	1 4 50,41	5	
12 novembre. .	σ Capricorni .	20 11 14,71	3	EQ.
	ρ Capricorni .	20 20 48,48	5	
	☾ I.	20 40 40,72	5	
	θ Capricorni .	20 58 0,85	5	
	ι Capricorni .	21 14 23,38	5	
13 —	θ Capricorni .	20 58 0,85	5	EQ.
	ι Capricorni .	21 14 23,41	5	
	☾ I.	21 29 15,03	5	
	δ Capricorni .	21 39 15,28	3	
	μ Capricorni .	21 45 36,43	5	

DATES.	OBJET.	α OBSERVÉE.	Nombre DE FILS.	OBSERVATEUR.
1858 (*suite*).				
15 décembre. .	δ Piscium. . .	0h 41m 22s,82	4	EQ.
	ε Piscium. . .	0 55 38,59	4	
	☾ I.	1 4 32,27	3	
	ϰ Piscium. . .	1 25 37,45	4	
	101 Piscium. . .	1 28 15,19	4	
20 — . .	ϰ Geminorum.	6 6 23,89	5	EQ.
	μ Geminorum.	6 14 27,71	5	
	☾ II	6 25 57,98	5	
	b^1 Geminorum.	7 20 35,18	5	
	υ Geminorum.	7 27 15,67	4	

Grêle extraordinaire observée à Bruxelles, le 28 mai 1859. Note par M. A. Quetelet, directeur de l'Observatoire.

Le 28 mai 1859, éclata un orage assez violent vers 1 heure de l'après-midi; la grêle, chassée avec force, présentait des fragments remarquables par leur dimension. Ceux qui furent recueillis à l'Observatoire étaient d'environ 1 à 2 centimètres de diamètre; leur partie supérieure se terminait généralement en cône et était d'un blanc terne; leur partie inférieure, en segment sphérique, était plus ou moins transparente, comme si l'eau provenant de la fusion se fût glacée avant de tomber. On avait remarqué des signes prononcés d'électricité statique et dynamique pendant l'orage : le courant électrique du haut vers le bas avait fait dévier l'aiguille de 32° boréal à 8° austral ; et l'aiguille statique, au point le plus élevé de l'Observatoire, avait marqué successivement + 82° à midi, — 83° pendant l'orage et + 79° à 1 heure $^1/_2$, un quart d'heure après l'orage. Ces charges sont les plus fortes que l'instrument puisse donner. Le thermomètre marquait environ 22 à 23 degrés centigrades au rez-de-chaussée de l'Observatoire et vers le nord; le baromètre indiquait $0^m,75270$. Le vent changea plusieurs fois de direction, quoique celui de l'OSO prédominât. Le tonnerre s'était fait entendre depuis midi, mais ce n'est que vers 1 heure que l'orage éclata avec violence. La pluie tomba à partir de cet instant jusqu'à 1 heure et demie environ. Après la pluie, la température était de 15° centigrades dans le haut de l'Observatoire, et elle descendit à 11°,5 au plus fort de l'orage, d'après les annotations que me donna mon fils. La quantité d'eau recueillie fut assez considérable : elle marquait dans le récipient 159 divisions de l'échelle, ou 8 millimètres environ.

D'autres orages ont éclaté presque en même temps sur divers points du royaume. A Remouchamps, près de Spa, le 27 mai, l'un d'eux a provoqué une inondation assez forte et assez rapide pour causer la mort de 10 personnes qui ont été entraînées par les eaux avec leurs habitations.

Dans nos bulletins, j'ai cité plusieurs exemples de cas semblables observés en Belgique, et j'en ai donné communication à l'Académie, soit d'après des descriptions qui m'en avaient été faites, soit d'après mes propres observations.

Le 13 juin 1845, M. Leclercq, professeur à Liége, me fit connaître qu'entre 4 et 6 heures, il avait observé une grêle assez extraordinaire. « Les morceaux de glace étaient transparents, disait-il, et l'apparence qu'ils montraient se confondait avec celle du cristal; ils étaient plans, à l'exception toutefois de quelques morceaux qui étaient concaves vers le milieu et d'un côté; de l'autre convexes, mais assez faiblement; leur épaisseur ne dépassait pas $0^m,0045$; leur longueur et leur largeur étaient fort variables. Des morceaux recueillis sur des tas de foin recouvraient la paume de la main, ou étaient aussi longs et aussi larges que le petit doigt; je n'en ai point vu avec des dimensions plus fortes. Quant à la forme, elle était parallélogrammatique; les bords, quoique sinueux, étaient arrondis; des morceaux recueillis sur des appuis de fenêtres présentaient même ce caractère. » (*Bulletins de l'Acad.*, tome II, 2me partie, p. 14.)

Le 12 juin 1848, M. Mac Leod, d'Ostende, me communiqua une autre observation analogue, que j'eus soin de transmettre à l'Académie. Les grêlons, que l'auteur a représentés par une gravure ont à peu près 50 millimètres d'épaisseur sur une hauteur de 55, et présentent une forme plus régulière et plus complète. « Beaucoup de ces grêlons, dit-il, étaient brisés sur une ligne transversale et offraient alors des bandes concentriques. » L'auteur n'a pas ajouté d'explication à la lettre qu'il m'adressait, mais il paraît assez que les grêlons étaient plus complets que ceux du dernier orage. (*Bulletins de l'Acad.*, tome XVI, 1re partie, page 307.)

L'orage du 11 août 1852, dont les détails m'ont été donnés par M. Ad. Tommelcyn, professeur à l'école d'agriculture de Thourout, offre peut-être des circonstances plus exceptionnelles encore : pendant toute la journée du 11 août, il était tombé une pluie abondante, accompagnée, par intervalles, d'éclairs et de tonnerre. Vers 4 heures de l'après-midi, le vent s'accrut, les gouttes d'eau devinrent plus grosses, les éclairs plus multipliés. Bientôt à cette averse succéda une grêle effroyable, suivie de force éclairs et de coups de tonnerre : elle dura environ six minutes. Les grêlons, provenant du nuage orageux avaient un volume tel qu'on n'en avait jamais vu de pareils dans cette localité : le plus grand diamètre de quelques-uns s'élevait jusqu'à 7 ou 8 centimètres, et leur poids égalait au moins 75 grammes; la plupart cependant n'avaient qu'un poids de 40 à 45 grammes, et un diamètre *maximum* de 3 à 4 centimètres. La forme des grêlons était en général celle d'un œuf; quelques-uns étaient aplatis et anguleux; tous offraient à leur surface de fortes protubérances et les plus gros des pointes. Leur noyau se composait de couches concentriques généralement translucides et d'inégale épaisseur, dont le nombre variait de 8 à 14; leur température était 2°,1 au-dessous de zéro. Les dégâts causés par cet orage furent déplorables : les terres et les animaux souffrirent beaucoup, plusieurs de ceux-ci furent même tués et les personnes surprises par l'orage, grièvement blessées à la tête, etc. (*Bulletins de l'Acad.*, tome XIX, 3^{me} partie, page 28.)

Dans la soirée du 28 juin 1853, il éclata un orage dont j'ai donné les détails dans le volume X des *Annales de l'Observatoire* (*Climat de la Belgique,* 6^{e} partie, *de l'Hygrométrie*, p. 53). A 10 h. 10 m. du soir, les grêlons avaient de 12 à 14 millimètres de diamètre sur 4 à 5 d'épaisseur; ils étaient de forme lenticulaire, déprimés et légèrement concaves sur les deux faces, en sorte que le bord formait bourrelet; les deux faces concaves étaient lisses, tandis que le bourrelet était rugueux et inégal. Le vent était très-fort; l'orage, formé en France, avait passé par Valenciennes et franchi nos frontières entre Mons et Tournai; en passant sur Bruxelles il se dirigea vers la Campine, qui a probablement servi de terme à son parcours.

D'autres orages semblables, qui ont été suivis d'accidents assez graves, nous ont été signalés encore, mais sans que l'on pùt en préciser la date; nous avons cru qu'il pouvait être intéressant de rappeler les principales circonstances de quelques-uns, surtout de ceux qui furent remarquables par la grosseur des grêlons.

Réduction du temps des oscillations d'une aiguille aimantée à un arc évanouissant. — Lettre de M. Hansteen à M. Ernest Quetelet.

Si l'élongation de l'aiguille du méridien magnétique, dans le commencement de la première oscillation ou à la fin de l'oscillation o, est $= e_0$, on trouve que l'élongation à la fin de l'oscillation n est $= e_0 h^n$, où h est une fraction un peu moindre que 1, c'est-à-dire que, par la résistance de l'air, les élongations successives sont une progression géométrique. J'ai constaté cette loi par des observations, quand e_0 est $= 20°$; quand $e_0 = 30°$, elle commence à dévier un peu; mais comme la déviation est presque imperceptible pour les 100 premières oscillations, où la réduction est la plus grande, on peut regarder la loi comme assez correcte, même pour $e_0 = 30°$. Mais on ne doit pas aller plus loin.

Si t est le temps d'une oscillation dans un arc évanouissant, t' dans l'arc qui commence avec e_0 et finit avec $-e_0 h$, on a :

$$t' = t\left[1 + \frac{1}{2}(1+h^2)\left(\frac{e_0}{4}\right)^2 + \frac{11}{24}\left(1+h^4\right)\left(\frac{e_0}{4}\right)^4\right]. \qquad (1)$$

Si l'on a observé le moment a à la fin de l'oscillation o, et le moment b à la fin de l'oscillation n, quand l'élongation était $e_0 h^n$, $b - a = \Sigma t'$ sera le temps de n oscillations, dont les élongations initiales sont $+e_0$, $-e_0 h$, $+e_0 h^2 \ldots \pm e_0 h^{n-1}$. Si on introduit ces valeurs pour e_0 dans la série (1), et que l'on prenne la somme des termes dans les crochets, la somme du premier terme devient $= n$; le second terme aura le facteur $1 + \Sigma h^{2i}$; le troisième $1 + \Sigma h^{4i}$, où l'on doit donner à i toutes les valeurs entre $i = o$; et $i = n - 1$. Si on représente $\Sigma t'$ par T', on aura :

$$\begin{aligned} T' &= t\left[n + \frac{1}{2}\frac{1+h^2}{1-h^2}(1-h^{2n})\left(\frac{e_0}{4}\right)^2 + \frac{11}{24}\frac{1+h^4}{1-h^4}(1-h^{4n})\left(\frac{e_0}{4}\right)^4\right] \\ &= t\left[n + A(1-h^{2n})\left(\frac{e_0}{4}\right)^2 + B(1-h^{4n})\left(\frac{e_0}{4}\right)^4\right], \qquad (2) \end{aligned}$$

quand on pose

$$A = \frac{1}{2}\,\frac{1+h^2}{1-h^2}, \quad B = \frac{11}{24}\,\frac{1+h^4}{1-h^4}.$$

Si on observe chaque 10^{me} oscillation, on peut continuer l'observation jusqu'à la fin de l'oscillation $n + 10p$. Si on prend la différence des moments à la fin de l'oscillation o et n, 10 et $n + 10 \ldots 10p$ et $n + 10p$, on a $p + 1$ valeurs du temps de n oscillations. De chacune de ces $p + 1$ valeurs du temps de n oscillations on peut déduire le temps d'une oscillation dans un arc évanouissant, quand dans la formule (2) on remplace e_0 par $e_0 h^{10i}$, où i reçoit successivement toutes les valeurs entre $i = o$ et $i = p$. En divisant la somme de toutes ces valeurs par $p + 1$, on aura une équation qui donne t avec la plus grande précision. Mais entre les limites susdites, on trouve :

$$\Sigma\, h^{20i} = \frac{1 - h^{20(p+1)}}{1 - h^{20}}; \quad \Sigma\, h^{40i} = \frac{1 - h^{40(p+1)}}{1 - h^{40}}.$$

On a donc

$$\frac{1}{p+1}\,\Sigma T' = t\left[n + \frac{A}{p+1}\left(\frac{e_0}{4}\right)^2 \times \frac{1 - h^{20(p+1)}}{1 - h^{20}}(1 - h^{2n}) + \frac{B}{p+1}\left(\frac{e_0}{4}\right)^4 \times \frac{1 - h^{40(p+1)}}{1 - h^{40}}(1 - h^{4n})\right].$$

Si on place n hors des crochets et que l'on divise les derniers termes par n, puisque $nt = T$ est le temps de n oscillations dans les arcs évanouissants, on a :

$$\frac{1}{p+1}\,\Sigma T' = T\left[1 + \frac{A}{n(p+1)}\left(\frac{e_0}{4}\right)^2 \times \frac{1 - h^{20(p+1)}}{1 - h^{20}}(1 - h^{2n}) + \frac{B}{n(p+1)}\left(\frac{e_0}{4}\right)^4 \times \frac{1 - h^{40(p+1)}}{1 - h^{40}}(1 - h^{4n})\right] \quad (5).$$

Quand on soustrait le logarithme de l'expression entre crochets du logarithme de $\frac{1}{p+1}\Sigma T'$, on a le logarithme de T.

Dans les rubriques lithographiées de mes livres pour l'observation, je note toujours le nombre m de l'oscillation dont l'élongation est $= \frac{1}{2}\, e_0$. La table suivante contient la valeur du logarithme de la réduction, pour différentes valeurs de e_0, m, n, et $p + 1$, (tab. I a, tab. I b). Si on a seulement observé 200 oscillations, et si on veut les réduire à 300, la table II contient la réduction pour

$n = 200, p + 1 = 10$, mais augmentée du $\log \frac{3}{2} = \log 1{,}5$. Les tables supposent un calcul de 5 décimales.

	Table I *a*.		Table I *b*.		Table II. $n = 200$ $p + 1 = 10$.				
m	$n = 300$. $e_0 = 20°$.	$p+1=7$. $e_0 = 30°$.	$n = 300$. $e_0 = 20°$.	$p+1=10$. $e_0 = 30°$.	$e_0 = 20°$.	DIFFÉRENCE.	$e_0 = 30°$.	DIFFÉRENCE.	m
60	— 26	— 60	— 21	— 47	+ 0,17578	8	+ 0,17539	19	60
70	— 33	— 74	— 26	— 60	+ 0,17570	9	+ 0,17520	19	70
80	— 40	— 90	— 33	— 74	+ 0,17561	8	+ 0,17501	19	80
90	— 47	—105	— 39	— 88	+ 0,17553	9	+ 0,17482	20	90
100	— 54	—121	— 46	—103	+ 0,17544	8	+ 0,17462	18	100
110	— 60	—136	— 52	—117	+ 0,17536	8	+ 0,17444	18	110
120	— 67	—151	— 58	—132	+ 0,17528	8	+ 0,17426	18	120
130	— 73	—166	— 64	—145	+ 0,17520	7	+ 0,17408	16	130
140	— 80	—181	— 71	—159	+ 0,17513	7	+ 0,17392	16	140
150	— 86	—195	— 77	—173	+ 0,17506		+ 0,17376		150

Pour le *retard* du chronomètre de n secondes en 24 heures du temps moyen, il faut *ajouter* $\frac{1}{2} n$ à la 5me décimale du logarithme de T′, ou soustraire pour l'*accélération*.

Logarithmes de réduction pour θ degrés de Réaumur au-dessus de la température normale.

θ	r	θ	r	θ	r	θ	r
+ 1°	— 15	+ 10°	— 147	+ 19°	— 280	+ 28°	— 413
+ 2	— 29	+ 11	— 162	+ 20	— 295	+ 29	— 427
+ 3	— 44	+ 12	— 177	+ 21	— 309	+ 30	— 442
+ 4	— 59	+ 13	— 192	+ 22	— 324	+ 31	— 457
+ 5	— 74	+ 14	— 206	+ 23	— 339	+ 32	— 472
+ 6	— 88	+ 15	— 221	+ 24	— 354	+ 33	— 486
+ 7	—103	+ 16	— 236	+ 25	— 368	+ 34	— 501
+ 8	—118	+ 17	— 250	+ 26	— 383	+ 35	— 516
+ 9	—133	+ 18	— 265	+ 27	— 398	+ 36	— 530

J'ai trouvé cette correction pour mon cylindre d'acier fondu anglais : il est possible que pour des aiguilles de différentes sortes d'acier, elle peut être un peu différente ; mais pour la même sorte d'acier, j'ai trouvé presque le même résultat pour des cylindres de dimensions très-différentes.

Dans la table A qui se trouve à la suite de cette note, j'ai donné deux exemples de l'observation faite à Christiania et du calcul de réduction pour le 27 juin 1858, $10^h\ 6^m$ avant midi, et $6^h\ 7^m$ après midi, qui donnent la variation diurne à $10^h = 807^s,31$ et à 6^h après midi $805^s,65$, différence $= 1^s,66$.

Pour montrer l'usage de la table II, qui suppose $n = 200$, $p + 1 = 10$, je veux prendre la différence de 200 oscillations entre les secondes dans la troisième et la première colonne.

	A 10 heures avant midi. 200 oscillations.		A 6 heures après midi. 200 oscillations.		
	9^m	$1^s,5$		8^m $59^s,6$	
	—	1,2		— 59,3	
	—	0,9		— 59,4	
	—	0,8		— 59,2	
	—	0,8		— 59,0	
	—	0,6		— 58,8	
	—	0,6		— 58,9	
	—	0,4		— 58,5	
	—	0,6		— 58,6	
	—	0,3		— 58,7	
Moyenne. . .	9^m	$0^s,75$		8^m $59^s,00$	
	$T' =$	$540^s,75$	$T' =$	$539^s,00$	
	$\log T' =$	2,73299,6	$\log T' =$	2,73159	
Tab. II	$m = 105$ $e_0 = 20°$	0,17540	$m = 100$	$+$ 0,17544	
	$\theta = +8°,8$	— 150	$\theta = +5°,75$	— 84	
	Accél. + 4'	— 2	Accél. = + 4'	— 2	
	$\log T =$	2,90707	$\log T =$	2,90617	
	$T =$	$807^s,57$	$T =$	$805^s,69$	un contrôle très-satisfaisant.
	par 300 oscill.	807,31	par 300 oscill.	805,65	

Dans la table B qui termine cette note, on trouvera deux observations faites à Copenhague le 25 juillet avec $e_0 = 30^o$.

Pour contrôle à 11 h. 48 m. avant midi, temps de 200 premières osc. 527s,21.				A 0 h. 9 m. après midi 200 oscill. T′ = 527s,21.			
log T′	= 2,72198	T=785s,98		log T′	=2,72198	T=785s,93	
$m = 90$	+ 0,17482	T=786,01	300 osc.	$m = 85$	+0,17491,5	T=785,68	300 osc.
$\theta = +9°,7$	— 143			$\theta = 10°,55$—	155,2		
Retard.	+ 4			Ret.	+ 4		
log T =	2,89541			log T =	2,89538		

Pour montrer la justesse de ma correction pour la température, j'ajouterai encore les observations suivantes, faites à Krasnajarsk, en Sibérie.

NUMÉRO.	DATE.	HEURE.	T′	n	e_0	m	Accélération.	TEMPÉRAT.	$p+1$	Filament.
	1829.									
1	Janvier 23.	$10^h\ 11^m$ mat.	724s,09	300	20°	85	22s	—20°, 8 R.	7	1
2	Août 8 . .	5 47 soir.	732,13	300	20	100	0	+19, 9	7	2
3	» 31 . .	6 35 soir.	732,56	300	20	100	0	+16,35	7	2

Le filament 1 était un fil de cocon simple, dont la torsion était nulle; le filament 2 était composé de plusieurs fils et avait une force de torsion considérable.

N° 1. $\log T' = 2,85979$	$e_0 = 20°$, $m = 85$, $p + 1 = 7$	-43	
$+ 363$	Torsion 1. . . .	0	
	$\theta = -20°,8 - 7°,5 = -28°,3$	$+417$	$T = 730^s,16$
$\log T = 2,86342$	Accélérat. du chron.	-11	
		$+363$	

N° 2. $\log T' = 2,86459$	$e_0 = 20°$, $m = 100$, $p + 1 = 7$	-54	
$- 198$	Torsion 2.	$+39$	
	$\theta = +19°,9 - 7°,5 = +12°,4$	-183	$T = 728^s,80$
$\log T = 2,86261$	Retard $= 0$. . .	0	
		-198	

N° 3. $\log T' = 2,86482$	$e_0 = 20°$, $m = 100$, $p + 1 = 7$	-54	
$- 146$	Torsion 2 . . .	$+39$	
	$\theta = +16°,35 - 7°,5 = +8°,85$	-131	$T = 730^s,06$
$\log T = 2,86336$	Retard	0	
		-146	

Quoique la différence de T' du 23 janvier et du 8 août fût $= 8^s,04$, elle s'est évanouie après la réduction à cause de la grande différence des températures de $40°,7$ R.

Christiania. (Température normale = 7°5.)

A.

Le 27 juin 1858.
Temps moyen. . . = $10^h 6^m,5$ matin.

Chron. n° 1259. Acc. 4 sec
Commencem. 0 20^m + 15°,1
Fin . . . . 0 38 + 17,5
MOYENNE . $0^h 29^m$ + 16,3 θ = + 8°,8

Arc.	Sec.	Arc.	Sec.	Arc.	Sec.	Sec.	Temps de 300 oscillations.
20°	55s,0	10°	26s,1		56s,3	26s,3	13m31s,3
	22,2		53,1		23,4	53,3	31,1
	49,4		20,1		50,3	20,3	30,9
	16,5		47,2		17,3	47,2	30,7
15°	43,6		14,2		44,4	14,3	30,7
	10,7		41,3		11,3	41,4	30,7
	37,7		8,3		38,3	8,3	30,6
	5,0		35,3		5,4	35,3	30,3
	31,7		2,4		32,3	2,2	30,5
	59,1		29,3		59,4	29,2	30,1

Log T′ = 2,90885
Tabl. 1 *b*. θ = + 8°,8 —130
m = 105 — 49
Acc. + 4s — 2
Log T = 2,90704

MOYENNE. . = 13m 30s,69
T′ = 810s,69
T = 807,31

Le 27 juin 1858.
Temps moyen . . . . . = $6^h 7^m$ soir.

Chron. n° 1259. Acc. = + 4s.
Commencement. $8^h 21^m$ + 13°,1
Fin . . . . . 38 + 13°,2
MOYENNE . $8^h 29^m,5$ + 13°,25, θ = 5°,75

Arc.	Sec.	Arc.	Sec.	Arc.	Sec.	Sec.	Temps de 300 oscillations.
20°	21s,1	10°	51s,4		20s,7	50s,0	13m28s,9
	48,2		18,4		47,5	16,8	28,6
	15,2		45,2		14,6	43,4	28,2
	42,3		12,3		41,5	10,3	28,0
15°	9,4		39,1		8,4	37,5	28,1
	36,5		6,0		35,3	4,4	27,9
	3,4		33,0		2,3	31,3	27,9
	30,5		59,9		29,0	58,2	27,7
	57,4		26,5		56,0	25,2	27,8
	24,3	5°	53,6		23,0	52,2	27,9

Log T′ = 2,90747
m = 100 — 46
θ = + 5,75 — 84
Chron. acc. + 4s — 2
Log T = 2,90615

MOYENNE . . = 13m28s,10
T′ = 808s,10
T = 805,65

Copenhague.

B. Le 25 juillet 1845. Temps moyen . . . 11^h48^m matin.

Commencement .	10^h54^m	+ 17°,2
Fin	11 11	+ 17,2
Moyenne .	$11^h2,^m5$	$\theta = +$ 9°,7

Arc.	Sec.	Arc.	Sec.	Arc.	Sec.	Sec.	Temps de 300 oscillations.
30°	$10^s,2$		$35^s,3$		$58^s,7$	$21^s,6$	$13^m11^s,4$
	37,0		1,3		25,0	48,0	11,0
	3,5		28,1		51,2	14,2	10,7
	30,2		54,5		17,6	40,3	10,1
	56,7		20,8		44,0	7,0	10,3
	23,3		47,1		10,2	33,1	9,8
	49,8		13,3		36,5	59,7	9,9
	16,2		39,8		3,0	25,9	9,7
	42,6		6,1		29,1	52,0	9,4
15°	9,0		32,4		55,3	18,1	9,1

Log T′ = 2,89770
Tabl. 1 *b* $e_0 = 30°$ $m = 90$ — 88
$\theta = +9,7$ — 143
Retard 8^s + 4
Log T = 2,89543

Moyenne . . = $13^m10^s,14$
T′ = $790^s,14$
T = 786,01

Le 25 juillet 1845. Temps moyen = 0^h9^m.

Commencement.	11^h15^m	+ 17°2
Fin	11 33	+ 18,9
Moyenne .	11 24^m	+ 18°,05 $\theta = 10°,55$

Arc.	Sec.	Arc.	Sec.	Arc.	Sec.	Sec.	Temps de 300 oscillations.
30°	$54^s,0$		$19^s,3$		$42^s,5$	$5^s,2$	$13^m11^s,2$
	20,6		45,5		9,0	31,6	11,0
	47,3		12,0		35,1	58,0	10,7
	14,0		38,3		1,3	24,0	10,2
	40,5		4,4		27,5	50,2	9,7
	7,0		30,9		54,0	16,4	9,4
	33,4		57,1		20,3	43,0	9,6
	0,0		23,5		46,6	9,0	9,0
	26,4		50,0		12,8	35,3	8,9
15°	52,8		16,3		39,0	2,0	9,2

Log T′ = 2,89756,7
$\theta = +10°,55$ — 155,2
$m = 85$ — 81
Retard + 4
Log T = 2,89524,5

Moyenne . . = 13^m $9^s,89$
T′ = $789^s,89$
T = 785,68

Observatoire de Christiania, le 14 mai 1859.

Dans ma dernière lettre, je vous ai communiqué mes tables pour la réduction du temps d'un certain nombre d'oscillations d'une aiguille aimantée à un arc évanouissant et à une température normale. J'ajouterai encore ma méthode de réduire ce temps, si le filament de suspension a une *force de torsion sensible.*

Si le filament est un fil simple de cocon de soie, sa force de torsion peut être regardée comme évanouissante ($= o$), mais s'il est composé de plusieurs fils collés, la rotation de l'aiguille sera naturellement accélérée.

J'ai fait faire un cylindre de laiton du même poids et de la même longueur que le cylindre aimanté; soit désigné par M leur moment d'inertie. J'ai observé le temps d'un certain nombre d'oscillations du cylindre de laiton suspendu dans le filament composé et depuis le temps de 300 oscillations du cylindre magnétique dans le même filament, réduit à un arc évanouissant. Si h est la composante horizontale de l'intensité magnétique de la terre, m le moment magnétique du cylindre pour $h = 1$, son moment actuel est hm; si le moment de torsion du filament est $= \mu$, je désignerai $\frac{\mu}{hm}$ par q. Si T_0 est le temps de n oscillations du cylindre aimanté dans un filament, dont la force de torsion est $= o$, T_1 dans un filament dont la force de torsion est μ, on a

$$T_0 = n\pi \sqrt{\frac{M}{hm}}, \quad T_1 = n\pi \sqrt{\frac{M}{hm(1+q)}}, \quad T_0 = T_1 \sqrt{1+q}.$$

Si T est le temps de n oscillations du cylindre de laiton dans le filament dont la force de torsion $= \mu$, on a

$$T = n\pi\sqrt{\frac{M}{\mu}} = n\pi\sqrt{\frac{M}{hmq}} \quad \left(\frac{T}{T_1}\right)^2 = \frac{1+q}{q} \quad q = \frac{1}{\left(\frac{T}{T_1}\right)^2 - 1}$$

$$1 + q = \frac{\left(\frac{T}{T_1}\right)^2}{\left(\frac{T}{T_1}\right)^2 - 1} = \frac{1}{1 - \left(\frac{T_1}{T}\right)^2} = 1 + \left(\frac{T_1}{T}\right)^2,$$

parce que $\left(\frac{T_1}{T}\right)^2$ est une fraction si petite que son carré peut être négligé. Si, pour abréger, on désigne $\left(\frac{T_1}{T}\right)^2$ par v, on a

$$\log T_0 = \log T_1 + \tfrac{1}{2}\log(1 + v).$$

Dans mes observations, j'ai fait ordinairement usage d'un filament simple, mais comme tous les observateurs n'avaient pas la main aussi légère que moi, j'ai quelquefois employé un filament composé. Je citerai un exemple pour mieux faire comprendre ma méthode.

Le cylindre de laiton suspendu dans ce filament faisait les oscillations suivantes à Christiania, après le voyage :

Temps du chronomètre.	Temps d'une oscillation.	Nombre des oscillations.	Temps.
$23^m 36^s$	58^s	10 osc.	$9^m 33^s$
24 34	58,5	8	7 58
25 32,5	57,5	6	5 43,5
26 30	58	4	3 49
27 28	56	2	1 50
28 34	59		
29 23	56		
30 19	57		
31 16	56		
32 12	57		
33 9			

La valeur la plus probable d'une oscillation déduite de ces cinq valeurs est $= 57^s277$. Par une autre observation, j'ai trouvé 56^s812; la moyenne $= 57^s045$ et le temps de 300 oscillations $= T = 17113^s5$.

Le temps T_1 de 300 oscillations du cylindre aimanté dans le même filament fut observé :

Dans le jardin, loin de la maison . . .	$T_1 = 816^s,98$
Dans une chambre de la maison . .	$T_1 = 831,58$
	$T_1 = 831,48$

Pour	$T_1 = 816^s,98$	$T = 17113^s,5$	on trouve	$v = 0.0022791$
—	$T_1 = 831,58$	$T = 17113,5$	—	$v = 0.0023612$
—	$T_1 = 831,48$	$T = 17113,5$	—	$v = 0.0023606$

En les réduisant à $T_1 = 820^s$, on trouve (1)

$$v = 0.0022958$$
$$v = 0.0022959$$
$$v = 0.0022959$$

Pour $T_1 = 820^s$ on trouve $\log(1.0022958) = 0.000996$ et $\frac{1}{2}\log(1+v) = 0.00050$.

La moindre valeur de T_1 que j'aie trouvée en Sibérie était $= 600^s$, la plus grande $= 940^s$; pour ces deux valeurs, j'ai trouvé la correction (en 5 décimales) pour $T_1 = 600^s$, $+ 26$ et pour $T_1 = 940^s$, $+ 65$. J'ai calculé une table pour T_1 de 10 en 10 secondes entre 600^s et 940^s; mais elle est naturellement seulement applicable pour mon filament et mon cylindre.

Le capitaine Ph. Parker King, qui a fait un voyage de Londres jusqu'à Valparaiso, a commencé ses observations avec un filament simple, que je lui avais donné avec mon appareil; mais quand ce filament fut brisé, il a fait

---

(1) v est en proportion directe de T_1^2.

usage d'un fil ordinaire à coudre tordu, et repassant, à son retour, par les mêmes lieux, il a trouvé le temps T_1 d'environ 10^s plus court que la première fois. Cette correction ne doit donc pas être négligée (1).

Note sur les aimants de fer de fonte trempée et sur la fragilité des fils de laiton exposés à l'air sous l'influence de certaines variations de température; par M. Florimond, professeur au collége des Joséphites, à Louvain.

En 1854, l'Académie a inséré, dans son tome XX, n° 8 des *Bulletins*, une note présentée par feu M. Crahay, au nom de M. Florimond, sur les aimants de fer de *fonte trempée*. Je désire soumettre à l'Académie quelques nouvelles remarques sur ces aimants et sur leur application aux machines magnéto-électriques.

De nombreuses expériences ont démontré que les lames de fonte qu'on destine à l'aimantation doivent être fort épaisses; cette épaisseur peut être triple de celle qu'on a donnée jusqu'ici aux lames des aimants d'acier. Les lames de fonte, en forme de fer à cheval, ne doivent pas être longues; il est convenable que leur longueur soit 1 ½ fois la largeur, mesures prises à l'extérieur. Ces lames doivent être entièrement trempées à la plus haute température

---

(1) M. Hansteen indique quelques fautes à rectifier. Dans son article inséré à la page 355 du tome VI de la 2me série : au lieu de : qu'un observateur anglais « peut avec *la* plus grande facilité se procurer des copies exactes des » valeurs normales anglaises *et* françaises » lisez : « qu'il peut avec *plus* » grande facilité se procurer des valeurs normales anglaises *que* des fran- » çaises. »

possible, dans une grande quantité d'eau froide. Il importe qu'avant de les plonger dans l'eau, ces lames soient frottées dans du prussiate de potasse pulvérisé, étendu sur une planche, de manière qu'elles en soient imprégnées sur la moitié de leur longueur, à partir des pôles. Il faut les aimanter sur les deux faces, en les faisant glisser sur les pôles d'un bon électro-aimant. Les aimants de fonte, faits dans ces conditions, ne le cèdent, ni en énergie ni en persistance, aux meilleurs aimants d'acier.

L'Académie pourra le vérifier sur le modèle que j'ai l'honneur de lui soumettre.

La fonte qui convient le mieux n'est ni la plus fine ni la plus grossière : c'est la moyenne qualité qui fournit les meilleurs aimants. Il est bon de faire observer que toute lame de fonte trempée bien aimantée, qui ne porte pas beaucoup plus que son poids, doit être rejetée, sans espoir de la rendre meilleure par une nouvelle trempe ou par quelque autre moyen que ce soit. Lorsque cela arrive, on peut être certain qu'il existe de petites fentes dans le sens de la largeur des lames, c'est ce que j'ai constamment vérifié en cassant des pièces défectueuses. C'est surtout parce que la fonte de qualité inférieure est sujette à se fendiller ainsi, pendant la trempe, qu'elle ne convient pas pour faire des aimants. Les fentes que la trempe provoque quelquefois dans le sens de la longueur, paraissent n'avoir que peu ou point d'influence sur la force des aimants.

Quant à leur application, on sait que, dans la plupart des grandes machines magnéto-électriques, dite *de Clarke*, on dispose le faisceau aimanté dans un plan perpendiculaire à l'axe de rotation de l'électro-aimant. Or, il arrive toujours qu'après avoir fait usage de la machine pendant un temps peu considérable, quelques mois, par exemple, la lame la plus voisine des pôles de l'électro-aimant a perdu *absolument tout* son magnétisme. Alors l'appareil n'a pas seulement perdu de sa puissance à cause de l'inaction de cette dernière lame, mais encore par la distance qui se trouve entre les lames actives et les pôles de l'électro-aimant. Cet excès de distance est évidemment égal à l'épaisseur de la lame devenue inerte. Les lames de fonte ne résistent pas mieux que les lames d'acier à cette action désaimantante. J'ai vérifié le fait sur sept appareils différents et plusieurs fois sur l'un des sept; le résultat a été constamment le même. La disposition du faisceau perpendiculairement à l'axe de l'électro-aimant est donc vicieuse. On prévient l'inconvénient signalé en plaçant le faisceau aimanté de manière que son axe longitudinal soit sur le prolongement de l'axe de rotation de l'électro-aimant. Le fait que j'ai l'honneur de communiquer à l'Académie consiste en une modification singulière qu'éprouvent des fils de laiton tendus à l'air extérieur, sous l'influence de certaines variations de température. J'ai observé, en 1848, après quelques jours de gelée suivis d'un brouillard, que les fils de laiton qui reliaient les télégraphes électriques, s'étaient spontanément rompus, et les fragments en tombant à terre se brisaient en plusieurs morceaux. Ces morceaux étaient tellement fragiles, qu'il était difficile de trouver un bout de 5 centimètres de long qu'on pût plier à angle droit. J'ai essayé plus tard de provoquer ce phénomène en exposant des fils de laiton tendus à l'air; mais, soit que la température n'eût pas atteint les degrés convenables, soit que le fil de laiton ne fût pas dans les conditions chimiques qu'il faut, le phénomène ne se produisit pas. Cependant voici que le fait vient de se produire d'une manière inattendue, au carillon de l'église Saint-Pierre à Louvain. A la Noël 1858, le carillonneur trouva toutes brisées les cordes de laiton qui communiquent le mouvement du clavier aux cloches : ces cordes avaient été placées quelques mois auparavant.

Les morceaux que j'ai pu recueillir et que j'ai l'honneur de présenter à l'Académie sont fragiles, mais beaucoup moins que les morceaux que j'ai observés en 1858; ceux-là se brisaient en plusieurs pièces lorsqu'on les laissait tomber sur les pierres à trois pieds de hauteur.

A quoi est dû cet étrange phénomène? Est-ce à un état cristallin ou bien est-ce à une sorte de désagrégation que des circonstances atmosphériques provoquent?

Séance du 2 juillet 1859.

M. Melsens, directeur.

M. Ad. Quetelet, secrétaire perpétuel.

Sont présents : MM. d'Omalius d'Halloy, Timmermans, Wesmael, Martens, Stas, De Koninck, Van Beneden, le vicomte Du Bus, Gluge, Nerenburger, Schaar, Liagre, Duprez, Brasseur, Poelman, *membres;* Schwann, Lamarle, *associés;* Dewalque, d'Udekem, Montigny, *correspondants.*

CORRESPONDANCE.

M. Airy, directeur de l'observatoire royal de Greenwich et associé de l'Académie, fait parvenir un exemplaire du rapport de M. C.-P. Smyth, sur les observations astronomiques faites au Ténériffe, en 1855.

M. Th. Lacordaire, associé de l'Académie, présente le tome V de son *Genera des Coléoptères* qui vient de paraître.

L'observatoire de Madrid et celui du Capitole à Rome communiquent les résultats de leurs dernières observations météorologiques.

— L'Académie reçoit les ouvrages manuscrits suivants :

1° Des altérations que les coquilles éprouvent pendant la vie des animaux qui les habitent, par M. Marcel de Serres;

2° De l'ancienne existence des animaux invertébrés, perforants et particulièrement des mollusques, conchifères et tubicolorés de Lamarck, par le même auteur. (Commissaires pour les deux mémoires : MM. Van Beneden et De Koninck);

3° Deux mémoires de chimie par M. le professeur Baeyer, de Berlin. (Commissaires : MM. Stas et De Koninck).

— L'Académie royale de Munich a célébré, les 28, 29 et 30 mars dernier, le centième anniversaire de sa fondation. La plupart des Académies et des sociétés savantes s'étaient fait représenter à cette solennité, qui a eu lieu avec magnificence. S. M. le Roi et les hauts fonctionnaires du royaume ont pris part aux fêtes dont ils se sont attachés à relever l'éclat. Parmi les délégués de l'Académie se trouvaient M. de Ram, représentant de la classe des lettres, MM. Stas, De Koninck et Spring, représentants de la classe des sciences, lesquels ont rendu compte à la compagnie de leur voyage dans le rapport suivant, rédigé par M. Spring.

RAPPORTS.

Rapport de MM. de Ram, Stas, De Koninck et Spring, délégués à la fête séculaire de l'Académie royale de Munich.

« Répondant au désir manifesté par plusieurs de nos collègues, nous demandons la permission de présenter à l'Académie une relation succincte des fêtes auxquelles nous avons eu l'honneur de la représenter, à Munich, les 28, 29 et 30 mars derniers.

Fondée, le 28 mars 1759, par décret souverain du prince électeur de Bavière, Maximilien-Joseph, l'Académie royale des sciences et des lettres de Munich célébrait l'anniversaire *séculaire* de son installation. LL. MM. le roi régnant Maximilien II et le roi Louis de Bavière, ainsi que S. A. R. le prince Luitpold, les hauts fonctionnaires du pays, les chambres législatives, l'université et la ville de Munich concoururent pour donner de l'éclat à la solennité. La plupart des académies et sociétés savantes de l'Europe s'étaient fait représenter par des délégués, et dans la salle ordinaire des sciences de l'Académie étaient étalés des lettres de félicitation, des diplômes calligraphiés et ornés avec luxe, des livres et mémoires scientitiques, dont plusieurs composés exprès pour la circonstance et dédiés à l'Académie, puis des médailles et monnaies rares, enfin, quelques minéraux et objets ethnographiques précieux offerts par des naturalistes voyageurs.

L'Académie de Munich, de son côté, avait fait frapper une médaille commémorative dont elle offrait un exemplaire à chacun de ses membres et aux délégués. Elle avait, en outre, fait imprimer, dans le format de ses mémoires, et distribuer des *Monumenta saecularia*, trois volumes, un pour chacune des trois classes dont elle se compose. Celui de la classe d'histoire est accompagné d'un atlas, chef-d'œuvre de chromo-lithographie, reproduisant une collection de cartes anciennes jusque-là inédites, et relatives à la marche progressive de la découverte de l'Amérique.

Les fêtes se sont ouvertes le lundi 28 mars, à neuf heures du matin, par une cérémonie religieuse.

A dix heures et demie, on s'est rendu dans les appartements de l'Académie, où les membres et les délégués furent présentés individuellement à S. M. le roi Louis et à S. A. R. le prince Luitpold, chargé par le roi régnant de le représenter dans cette circonstance.

La séance publique s'ouvrit vers midi. Le savant président de l'Académie, M. de Thiersch, ayant été empêché par l'état de sa santé, sa place fut occupée par M. de Maurer, qui, dans une allocution fortement applaudie, établit le caractère et la portée de cette fête, et jeta un coup d'œil sur l'histoire de l'Académie et sur la part qui lui revient dans le progrès scientifique et littéraire en général, et dans celui de la Bavière en particulier. Il termina en signalant à la reconnaissance de l'Europe scientifique les larges encouragements que le roi Maximilien ne cesse de donner aux sciences et aux lettres, et les mesures généreuses prises par son gouvernement dans le but de relever de plus en plus le haut enseignement, et de répandre dans les masses le goût du beau et la connaissance des choses utiles.

Après M. de Maurer, le secrétaire de la première classe de l'Académie (sciences philosophiques et philologiques), M. Marc-Joseph Müller, obtint la parole pour retracer l'histoire particulière de cette classe pendant le premier siècle de son existence.

Un banquet offert par l'Académie réunit ce jour-là tous les membres et délégués, ainsi que les principales autorités. Le soir, on donna au théâtre particulier du roi, à l'intention de l'Académie, les *Adelphes* de Térence, dans une traduction presque littérale.

Le lendemain, 29 mars, eut lieu une seconde séance publique, dans laquelle le secrétaire de la deuxième classe, M. de Martius, dans un discours brillant et riche de grands aperçus, passa en revue les travaux académiques relatifs aux différentes branches des sciences physiques, naturelles et mathématiques, et rappela les noms des savants qui ont illustré l'Académie dans le cours du siècle.

La même tâche a été accomplie ensuite, pour les sciences historiques, par M. de Rudhart, secrétaire de la troisième classe, qui s'est attaché, en outre, à raconter l'histoire des sociétés scientifiques et littéraires qui ont fleuri en Bavière antérieurement à l'Académie. Une grande partie de son discours était consacrée à la mémoire des deux hommes qui ont contribué le plus à la fondation de l'Académie, des conseillers Dominique de Linbrunn et Georges de Lori.

Le même jour, les membres indigènes et étrangers, ainsi que les délégués, eurent l'honneur d'être reçus par S. M. le roi Maximilien, qui s'est entretenu avec chacun individuellement. Le banquet royal était ensuite servi dans une des salles de fête du nouveau palais. Le soir, des places étaient réservées, par ordre du roi, à la représentation au grand théâtre, où l'on donna *OEdipe à Colone*, de Sophocle.

La troisième journée était consacrée à la visite des établissements et des musées scientifiques et artistiques. Une soirée brillante et pleine d'entrain, offerte par la ville de Munich dans l'antique salle de l'hôtel de ville, termina les fêtes académiques.

L'accueil qu'on nous a fait à Munich mérite toute notre reconnaissance. Nous y avons constaté avec bonheur les liens sympathiques qui existent entre la Bavière et la Belgique en général, et entre les deux académies en particulier.

Nous ne croyons pouvoir terminer ce compte rendu qu'en priant l'Académie de décider qu'une lettre sera écrite à l'Académie royale des sciences de Munich, pour lui exprimer ses félicitations réitérées et des remercîments pour l'accueil fait à ses délégués. »

Ces propositions sont unanimement accueillies.

Sur la nature de la matière fibreuse, etc. Mémoire de M. Bommer.

Rapport de M. Kickx.

« M. Bommer a présenté à la classe un mémoire *Sur l'origine et la nature de la matière fibreuse qui garnit le stipe de plusieurs palmiers et sur l'existence des stipules chez les monocotylédones.*

L'auteur regarde cette matière fibreuse comme le produit des expansions engaînantes du pétiole. C'est aussi l'opinion qu'énonça, en 1841, Hugo Mohl, dans l'introduction (1) au grand ouvrage sur les palmiers de notre illustre confrère M. Martius, qui à son tour la reproduisit, chap. III, pag. XCIX, § 55; c'est enfin celle qu'admit encore plus récemment Kunth (2). L'auteur du mémoire que nous analysons n'a donc rien dit à cet égard qui ne soit connu. Il aurait pu ajouter, d'ailleurs, que, chez plusieurs palmiers, la spathe, restée stérile par défaut de développement du spadice, lorsqu'elle naît à l'aisselle des feuilles inférieures trop rapprochées, offre la même dégénérescence.

Les gaînes pétiolaires qui produisent la filasse réticulée, dont il vient d'être fait mention, constituent pour M. Bommer, si pas chez tous les palmiers au moins chez plusieurs d'entre eux, de véritables stipules. A cette occasion, l'auteur envisage d'abord cet organe d'une manière générale : « La plupart des auteurs, dit-il, n'ont fait jus-
» qu'à ce jour qu'ébaucher les caractères qui sont propres
» à la stipule : pour notre part, résumant le fruit de nos
» observations, nous essayerons de la caractériser et de
» la définir ainsi qu'il suit..... » Or, ce qui suit se trouve dans tous les bons traités de botanique, et notamment dans ceux d'Auguste Saint-Hilaire (3), de Kunth (4), etc.

D'autre part, l'idée de voir une stipule dans la gaîne pétiolaire des palmiers est bien loin d'être neuve ; elle ap-

---

(1) Page XXI, § 56.
(2) *Enum. plant.,* IV, pages 248, 283.
(3) *Leçons de morphologie*, page 185.
(4) *Lehrbüch der Botanik*, etc.

partient également à Hugo Mohl et à M. Martius (1). La plante figurée dans le *Genera palmarum* (tom. I, tab. V, fig. 1), à l'appui de cette opinion, est précisément l'une de celles (*Caryota urens*) que M. Bommer a fait dessiner dans le même but.

La question de savoir si de véritables stipules se rencontrent parmi les plantes monocotylédones a été traitée d'une manière très-incomplète, l'auteur s'étant contenté de reproduire quelques passages d'autres botanistes sans discuter la validité de leurs opinions.

Ce point de doctrine mériterait néanmoins d'être définitivement fixé; mais il faudrait avant tout bien préciser les caractères de la stipule, mot dont l'emploi a donné lieu à beaucoup de confusion, et examiner en particulier si la ligule est bien en effet, comme l'a prétendu Auguste Saint-Hilaire, une stipule axillaire soudée.

Quant à nous, nous sommes portés à croire que ces deux organes sont distincts. La vraie stipule, la seule qui mérite ce nom, est toujours insérée sur la tige ou sur le rameau, et son point d'insertion est essentiellement distinct de celui du pétiole ou de la nervure du limbe, qu'elle soit du reste soudée ou non et située latéralement ou de toute autre manière : c'est une feuille modifiée en vue d'une destination spéciale, la protection du bourgeon foliacé.

La ligule, d'autre part, est le résultat d'un dédoublement ou d'une hypertrophie : son insertion a toujours lieu au point de séparation de la gaîne et du limbe, ou de la gaîne et du pétiole, ou du pétiole et du limbe. Elle existe chez beaucoup de familles monocotylédones, même chez les palmiers, et devient rare et engainante (*ochrea*) chez

---

(1) Tome I, page XCIX, § 55.

les dicotylédones, où elle se présente à l'état de ligule florale dans les borraginées, les caryophyllées, etc.

Nous croyons avoir démontré, dans ce qui précède, que le travail de M. Bommer ne renferme rien qui puisse nous engager à en proposer l'impression ; nous nous bornons à demander que ce mémoire soit déposé aux archives et que des remercîments soient adressés à M. Bommer, conformément à l'usage. »

Rapport de M. Martens.

« Je partage complétement l'avis de mon honorable collègue, M. Kickx, sur le mérite du travail soumis à notre examen. Comme lui, je ne saurais voir une stipule dans la ligule des graminées, qui n'est certes pas un organe de protection du bourgeon foliacé et dont le lieu d'insertion est tout autre que celui des vraies stipules. Celles-ci, au reste, sont toujours au nombre de deux pour chaque feuille et ne deviennent un organe unique que par soudure. Rien de semblable n'a lieu pour la ligule des graminées, qui, comme toutes ou presque toutes les stipules dites axillaires, ne constitue pas une vraie stipule, mais ne forme qu'une dépendance de la feuille.

Quant à la gaîne pétiolaire des palmiers, il est loin d'être démontré que ce soit une stipule. Je ne saurais y voir qu'une simple expansion du pétiole, analogue à celle qui constitue l'*ochrea* des Polygonées.

Pour moi, les stipules sont des organes spéciaux, extra-axillaires, partant de la tige de chaque côté du lieu d'insertion de la feuille, se soudant parfois au pétiole contigu, et ayant pour fonction principale celle de protéger le bourgeon; aussi tombent-elles souvent immédiatement après le développement de celui-ci, comme chez les Magnoliacées.

En résumé, j'adopte les conclusions du rapport de M. Kickx. »

Conformément à l'avis de ses commissaires, la classe décide que le mémoire de M. Bommer sera déposé aux archives, et que des remercîments seront adressés à l'auteur.

M. De Koninck fait connaître que M. Chapuis a revu son travail sur les fossiles des terrains secondaires de la province de Luxembourg, travail dont l'impression avait été votée précédemment; il croit que les changements qui y ont été apportés ne sont pas de nature à devoir changer les dispositions déjà prises. La décision précédente est maintenue et le mémoire sera imprimé.

COMMUNICATIONS ET LECTURES.

Annales de l'Observatoire royal de Bruxelles. — Communication de M. Ad. Quetelet, secrétaire perpétuel.

J'ai présenté, dans la séance précédente, le 14^{me} volume des *Annales de l'Observatoire royal de Bruxelles;* je me permettrai d'ajouter quelques mots sur ce volume appartenant à une collection qui forme en quelque sorte le complément de nos publications académiques.

En effet, l'observatoire fut créé peu de temps après la réorganisation de l'Académie royale; et c'est sur les instances particulières de ce corps savant que M. Falck, l'un de nos honorables confrères, alors placé à la tête du ministère des sciences et des lettres, présida à son organisation (1). L'établissement ne fut cependant pas construit immédiatement, et il n'était point achevé quand éclata la révolution de 1830.

Ce ne fut que deux ans après que commencèrent les premiers travaux, intimement liés avec ceux de l'Académie. En instituant un observatoire, le Gouvernement n'avait pas seulement en vue de créer un centre pour les études astronomiques, centre qui n'avait jamais existé dans nos provinces, mais encore d'aider au développement de la météorologie et de la physique du globe. Ces deux dernières sciences, quoique offrant un caractère moins général que l'astronomie, exigeaient impérieusement des recherches qui ne se faisaient encore ni dans la capitale, ni dans les provinces : aussi les premiers soins leur furent-ils consacrés. On se borna d'abord à déterminer les principaux éléments géodésiques de l'établissement et à poser les bases des travaux astronomiques. Mais dès que les observations météorologiques le permirent, on s'occupa de les coordonner et d'en former un ensemble.

Le premier travail publié, fut l'*Aperçu historique des observations de météorologie faites en Belgique* antérieurement à 1833. Il fut facile de reconnaître par cet essai combien étaient incomplètes les données recueillies jus-

---

(1) Voyez la notice sur cet homme d'État distingué, page 104 de l'*Annuaire de l'Académie*, année 1844.

qu'alors dans le royaume, et combien il existait même de doute sur les points les plus importants.

Aussi l'observatoire dut-il étendre le cadre de ses travaux et demander l'appui de tous les observateurs du pays, pour recueillir les renseignements qui nous manquaient encore. La plupart des savants répondirent à cet appel avec une obligeance et une activité dont on ne saurait leur témoigner trop de reconnaissance. Le Gouvernement, de son côté, leur donna généreusement les instruments nécessaires, et l'Académie prêta ses recueils pour transmettre au public les observations recueillies.

L'observatoire, en même temps, entreprit la tâche difficile d'observer nuit et jour, pendant six années, non-seulement les instruments de météorologie, mais encore ceux de la physique du globe. On y commença dès lors des études suivies sur la déclinaison, sur l'inclinaison et sur la force du magnétisme terrestre, sur les températures diurnes et annuelles du sol, sur l'électricité statique et dynamique du globe; sur la feuillaison, la floraison, la fructification et la chute des feuilles, etc. Aucun des éléments qui constituent la météorologie et la physique du globe ne fut omis (1); on tâcha d'embrasser, dans un vaste

---

(1) Les lieux principaux, pour les observations et pour les observateurs, ont été :

Observations météorologiques.

Bruxelles, l'Observatoire royal;

Gand, M. Duprez, membre de l'Académie;

Louvain, M. Crahay, membre de l'Académie;

Liége, M. Leclercq, professeur de sciences;

Namur, M. Montigny, correspondant de l'Académie et plus tard M. Maas, professeur au collége de la Paix;

Alost, M. Maas, professeur au collége;

champ de recherches, tout ce qui sur notre planète est soumis à l'action des saisons et des jours. L'entreprise était immense; elle fut continnuée avec ardeur, et tandis qu'on amassait ainsi des observations, on s'occupait déjà du soin de les discuter.

C'est par des études semblables qu'il devint possible, après dix années, de songer à publier un aperçu du *climat de la Belgique*. Ce travail étendu, qui compte deux volumes in-quarto, fut successivement exécuté par parties dans les *Annales de l'Observatoire;* mais on le compléta, de façon que les matériaux embrassent aujourd'hui les vingt années de 1833 à 1852.

A cet ouvrage, il fallut joindre nécessairement son

St-Trond, M. Van Oyen, professeur au collége;
Stavelot, M. Dewalque, correspondant de l'Académie;
Hesbaye-la-Neuve, M. Raingo, professeur au collége;
Arlon, M. H. Loppens, professeur à l'Athénée;
Bastogne, M. Germain, professeur de physique;
Etc., etc.

Observations des sciences naturelles.

Bruxelles, MM. A. Quetelet, Gluge, B. Du Bus de Ghisignies, membres de l'Académie; Vincent Schram, Bommer, Forster;

Liége, MM. De Selys-Longchamps, Spring, Schwann, Dewalque, Ch. Morren, membre de l'Académie; Alf. De Borre;

Gand, MM. Kickx, Cantraine, membres de l'Académie; Donkelaer, Spae, Blanckaert;

Melle, M. Bernardin;

Louvain, MM. Van Beneden, Martens, membres de l'Académie;

Anvers, MM. Sommé, associé de l'Académie, Rigouts-Verbert;

Ostende, MM. Mac Leod, Ed. Lanszweert;

Jemeppe, M. Alf. De Borre;

Namur, M. Bellynck, Brabant, Bach;

Waremme, MM. De Selys-Longchamps, membre de l'Académie; Michel Ghaye;

complément, la *physique du globe* dans notre royaume, travail à peu près terminé aujourd'hui pour un quart de siècle et qui pourra paraître en entier dans le prochain volume des *Annales de l'Observatoire*. Ce sera la première fois, je pense, que cette science aura été traitée avec autant d'étendue. Je m'abstiendrai d'en parler ici davantage; je me réserve d'en donner un aperçu dès que le travail sera achevé.

Eu égard à ces œuvres, je regarde comme terminé ce qui concerne la météorologie et la physique du globe dans nos provinces; je ne renonce cependant pas à y ajouter des recherches ultérieures.

Il m'a été permis enfin de reprendre, depuis plusieurs

Verviers, M. Phocas Lejeune;
Chênée, près de Liége, M. Bourdon;
Stavelot, M. Dewalque, correspondant de l'Académie;
Aerschot, M. Husson;
Ostin, M. Bertrand;
Lierre, M. Émile Rodigas;
La Trapperie, Luxembourg, M. De Gauquier;
Virton, M. Husson;
Chimay, M. Deperre;
Vilvorde, M. A. Wesmael;
Thourout, M. René Van Dye;
Etc , etc.

Je pourrais citer, parmi ces noms, ceux des savants étrangers et ceux des observateurs anciens qui ont discontinué leurs recherches ou leurs envois, tels que MM. Zantedeschi, de Venise; Martius, de Munich; Fritsch et Kreel, à Vienne; Kupffes, à S[t] Pétersbourg; Hesse et Dorn, à Stettin; Heis, à Aix-la-Chapelle; De Caisne, Bravais, Martins, Roquemaurel; Dureau de la Malle; d'Hombres Firmas, Moreau, Fleuret, en France; Colla, Rondani, Passerini, Costa, en Italie; Jenyns, Couch, Broun, Black, Wall, Birt, en Angleterre et en Écosse; Van Hall, Breitenstein, Brants, Staring, Martiné, Van Gessen, en Hollande etc.

années, les travaux astronomiques. Malheureusement, la partie des calculs laisse de nombreuses lacunes, et les observations de 1850 à 1854 restent encore à réduire. Le Gouvernement, qui se montre bien disposé à aider les travaux scientifiques, surtout ceux qui concernent le pays, me donnera sans doute les moyens de combler cette lacune. Des mesures sont prises maintenant pour que ces diverses études puissent être continuées simultanément. Au seul aide qui, depuis vingt-cinq ans, me secondait avec zèle dans la partie si importante et si délicate des calculs astronomiques, j'en ai pu joindre un second qui, de plus, prend part aux observations régulières. Le volume que j'ai eu l'honneur de vous soumettre présente le premier exemple de ce que seront désormais nos travaux. Les observations d'astronomie, de météorologie et de physique du globe sont donnés au complet pour les années 1855 et 1856. J'espère pouvoir poursuivre ainsi, en comprenant dans chaque volume ce qui appartient à chacune de ces sciences, mais en réservant toujours à l'astronomie la première place qui lui appartient sous tous les rapports. L'étude des étoiles doubles et multiples, qui avait fait l'objet de nos premiers travaux, a été reprise, et mon fils vous en présentera bientôt les résultats calculés. Les déclinaisons n'étaient peut-être pas observées avec les mêmes soins que les ascensions droites; mais les mesures actuellement adoptées compléteront, je pense, ce qui pouvait manquer encore à ces travaux d'ensemble. Les commencements étaient surtout difficiles, il fallait tout organiser et combler un vide scientifique qui, peut-être, ne se trouvait aussi fortement prononcé dans aucune autre région de notre vieille Europe.

—

Note sur le fer oxydé octaédrique, dans le grès de Luxembourg; par G. Dewalque, correspondant de l'Académie.

On sait que M. Breithaupt a donné le nom de *martite* à des échantillons de fer oxydé rapportés du Brésil par MM. de Martius et Spix et affectant la forme de l'octaèdre régulier, au lieu de présenter la forme rhomboédrique qui caractérise l'oligiste : ce savant minéralogiste les considérait comme un état particulier du fer oxydé, qui offrait ainsi un nouveau cas de dimorphisme. La martite a été retrouvée depuis dans un certain nombre de localités, notamment au Pérou, au Puy-de-Dôme, à Framont, au Vésuve et aux États-Unis; mais l'existence de l'espèce a été fortement controversée; en effet, on pourrait considérer ces cristaux comme une épigénie de pyrite ou d'aimant, sans compter l'opinion de M. Scacchi, qui a démontré que l'octaèdre pouvait dériver de la combinaison de rhomboèdres basés. Aujourd'hui, on paraît généralement admettre le dimorphisme de l'oxyde ferrique. Ainsi, dans la dernière édition de son *Traité de minéralogie*, Dufrénoy considère les cristaux de Framont et du Vésuve comme essentiellement octaédriques, tandis que ceux du Pérou et du Puy-de-Dôme ne le seraient qu'accidentellement, les premiers résultant d'une épigénie de la pyrite, les seconds n'étant qu'un mélange d'aimant et d'oligiste auquel l'aimant aurait imprimé sa forme cristalline, comme le calcaire l'a fait pour le sable dans les grès cristallisés de Fontainebleau. Dufrénoy se basait surtout sur l'examen de la dureté et de la densité, propriétés qui, comme on sait, sont toujours beaucoup moindres dans les cristaux pseudomorphes que dans les substances à proprement parler cristallisées.

D'un autre côté, M. T.-S. Hunt, qui a fait connaître les cristaux de martite de Monroé, dans l'État de New-York, pense que leur association avec la hornblende dans laquelle ils sont engagés, ne permet pas de les regarder comme le résultat d'une épigénie; en effet, celle-ci ne paraît point pouvoir s'opérer sans altérer profondément l'oxyde ferreux que la hornblende renferme en grande quantité.

En parcourant dernièrement le Luxembourg avec les élèves de l'Université, nous avons rencontré aux environs d'Arlon, dans une carrière ouverte derrière Frassem, sur la route de Guirsch, une substance noirâtre, tapissant des fissures du grès calcarifère bien connu des géologues sous le nom de *grès de Luxembourg*. Elle s'y présente sous forme de petits cristaux octaédriques qui atteignent jusqu'à quatre millimètres de côté, et qui sont groupés irrégulièrement par petites plaques à la surface de la roche neptunienne. Leurs arêtes sont très-nettes, ainsi que les faces, mais celles-ci sont fréquemment marquées de profondes stries parallèles aux arêtes, de sorte qu'on ne pourrait guère prendre de mesures d'angle au goniomètre à réflexion ; avec le goniomètre de Haüy, j'ai trouvé les angles d'environ 109° de l'octaèdre régulier. Quelques cristaux sont régulièrement groupés, réunis par la face de l'octaèdre. Leur couleur est souvent d'un noir terne, mais certains échantillons sont d'un beau noir de fer avec un vif éclat métalloïde; ils sont inclivables; leur cassure, un peu inégale, est terreuse, mate, noire, mais la poussière est d'un beau rouge brique. Leur densité est de 4,35; leur dureté de 7-5; ils rayent le verre avec facilité.

Lorsque ces cristaux sont enlevés de la roche au moyen de la gouge et du maillet, on peut facilement les débarrasser de la croûte de grès qui y adhère, en les laissant digérer dans l'acide acétique étendu, puis les brossant fortement. D'après l'analyse que j'en ai faite, ils sont formés d'oxyde ferrique, avec un peu d'argile : j'ai trouvé, sur 1,000 parties, 33 de silice, 37 d'alumine et des traces de chaux et de magnésie. Le manganèse n'y existe qu'en quantité tout à fait inappréciable : c'est à peine si j'ai pu en constater la présence au moyen du chalumeau, après avoir séparé presque tout le fer par le succinate ammonique. Les cristaux ayant été attaqués par l'acide nitrique additionné d'un peu de chloride hydrique, j'ai pu reconnaître dans la dissolution la présence de 3 à 4 ‰ d'acide sulfurique, soit 2 ‰ de soufre.

Malgré la grande rareté de la pyrite dans le grès de Luxembourg, je considère ce contenu de soufre comme la meilleure preuve que les cristaux que je viens de décrire doivent être considérés comme une épigénie de fer sulfuré.

Je ne terminerai pas sans rappeler que Dumont a mentionné le fer oxydé octaédrique, par épigénie du fer oxydulé, dans les phyllades de l'Ardenne et du Brabant, mais cette indication, donnée dans sa belle et minutieuse description du terrain ardennais et du terrain rhénan, paraît avoir échappé à l'attention des minéralogistes. On sait que les phyllades de ces terrains contiennent souvent, dans certaines zones métamorphiques, surtout dans la bande devillienne de Monthermé, sur les bords de la Meuse, des quantités considérables de petits cristaux d'aimant, ordinairement orientés : exposées aux influences atmosphériques, ces roches finissent par se convertir en terre argileuse; mais longtemps avant le terme de cette altération, les cristaux se sont modifiés et transformés en oligiste, puis en limonite; celle-ci finit à son tour par disparaître. Suivant Dumont, le changement du fer oxydulé en fer oxydé précéderait même parfois toute altération appréciable du phyllade.

—

Sur la réunion des fibres nerveuses sensibles avec les fibres motrices; par G. Gluge, membre de l'Académie des sciences, et A. Thiernesse, membre de l'Académie de médecine.

Introduction. — L'existence des fibres nerveuses, sensibles et motrices, ayant été bien établie par l'expérience, il devait nécessairement se présenter la question suivante: les fonctions si différentes des fibres nerveuses sont-elles inhérentes à l'organisation de ces dernières, ou les effets si variés que produit l'action des nerfs dépendent-ils uniquement des centres où ils naissent et des organes où ils se rendent? La force nerveuse est-elle la même dans toutes les fibres nerveuses, et le produit seul varie-t-il selon la cause qui met cette force en mouvement et selon l'organe sur lequel le nerf doit agir?

Plusieurs physiologistes se sont occupés à résoudre ce problème intéressant de physiologie sans obtenir un résultat satisfaisant. Nous avons donc cru utile de reprendre l'étude de la question, et nous croyons avoir été assez heureux pour obtenir une solution satisfaisante, en instituant, pendant un an et demi environ, une série d'expériences.

1. Flourens, l'illustre secrétaire perpétuel de l'Aca-

démie des sciences de Paris, est le premier qui ait fait des expériences se rapportant à notre sujet (1).

Il coupa sur un coq les deux nerfs principaux qui du plexus brachial vont l'un à la face supérieure, l'autre à la face inférieure de l'aile. A la section de ces nerfs, l'aile traîna, et son extrémité ne se mut plus du tout. Il croisa ensuite les bouts des nerfs coupés, en croisant le bout supérieur d'une surface, avec le bout inférieur de l'autre et réciproquement, et maintint les bouts croisés par une suture. Au bout de quelques mois, l'animal avait repris l'usage complet du bout de l'aile. L'animal cria et l'aile se mut, quand on pinça le nerf au-dessus et au-dessous de la cicatrice et le point grossi de la réunion (la cicatrice). De plus, quand on pinçait le nerf supérieur au-dessus du point de réunion, c'étaient les muscles de la face inférieure de l'aile qui se contractaient; les muscles de la face supérieure se contractaient quand on pinçait le nerf inférieur au-dessus du point de la réunion.

Sur un autre coq, Flourens coupa le nerf pneumogastrique droit en travers, et réunit son bout inférieur avec le bout supérieur du nerf de la 5^me^ paire cervical préalablement coupé. La réunion par cicatrice eut lieu après trois mois; mais l'animal mourut le second jour de la seconde opération du côté gauche.

La même opération fut faite sur un canard. D'abord, d'un côté; de plus, le bout inférieur du cinquième nerf cervical fut réuni avec le bout supérieur du nerf pneumogastrique. La réunion était complète, et les bouts réunis

(1) *Recherches expérimentales sur les propriétés et les fonctions du système nerveux dans les animaux vertébrés*; 2^me^ édition. Paris, 1842, p. 272, mémoire présenté à l'Académie en 1827.

très-grossis au bout de trois mois; mais l'animal mourut également après la section du second pneumogastrique.

Ces expériences ne furent évidemment pas faites pour nier ou pour affirmer l'identité des fibres nerveuses; mais elles prouvèrent incontestablement la réunion par une cicatrice formée de fibres nerveuses, de nerfs de nature différente, quant à leurs fonctions. Cependant les expériences faites par Flourens, sur les nerfs qui tirent leur origine des parties différentes des centres nerveux, offrent encore un autre intérêt; elles nous semblent prouver que, malgré la réunion parfaite qui avait eu lieu entre le pneumogastrique et le nerf cervical, d'un côté, le pneumogastrique ne peut pas tirer le principe de ses fonctions de la moelle épinière, au lieu de le tirer de l'encéphale comme à l'état normal; car, s'il en était autrement, les animaux survivant longtemps à la section d'un seul nerf pneumogastrique, n'auraient pas succombé à la section du second.

2. C'est notre honorable confrère, M. Schwann, auquel la physiologie doit tant de grandes découvertes, qui le premier posa nettement la question, et fit une expérience des plus ingénieuses, mais qui resta sans résultat.

M. Schwann (1) coupa sur une grenouille les deux nerfs sciatiques, et les laissa se réunir par une cicatrice. La moelle épinière fut ensuite mise à nu, et les racines postérieures furent coupées, pour voir si leur excitation produirait des mouvements dans le cas où des fibres motrices se seraient réunies dans la cicatrice à des fibres sensibles. On n'obtint des contractions que par l'excitation des racines antérieures.

---

(1) Müller, *Physiologie*; 3me édition, t. I, p. 415.

Müller fait observer à cette occasion que ce fait ne prouverait rien contre la possibilité de la réunion de fibres de nature différente, parce que les fibres sensibles ne possèdent peut-être pas de courant nerveux centrifuge. On sait cependant maintenant que, même dans les fibres sensibles, l'excitation se propage dans toutes les directions (Dubois-Raymond).

La même expérience, faite par Steinrueck, donna le même résultat, et l'examen microscopique démontra, en outre, un développement incomplet de fibres nerveuses dans la cicatrice.

4. Bidder, en considérant ces résultats négatifs comme insuffisants pour décider la question, entreprit huit expériences sur six chiens, en suivant le plan adopté par Flourens. C'est sans doute le travail le plus considérable qui ait paru sur ce sujet.

M. Bidder choisit le nerf lingual et le nerf hypoglosse, l'un purement sensible et l'autre essentiellement moteur. Quatre fois on opéra de deux côtés dans des intervalles de 50 à 56 jours; quatre fois d'un côté seulement; six fois le bout central de l'hypoglosse fut réuni avec le bout périphérique du lingual; deux fois le bout central du dernier avec le bout périphérique du premier, de manière que deux des nerfs coupés furent seulement réunis, et les deux autres éloignés ou extirpés le plus loin possible.

Outre la paralysie et la perte de la sensibilité de la moitié de la langue ou de l'organe entier, M. Bidder remarqua des ulcérations déterminées par les dents qui se guérissaient après quatre semaines, la langue s'atrophiait; cependant, dans quelques cas, cet organe paraissait reprendre son volume normal.

Là où les nerfs avaient été coupés d'un seul côté, la pointe de la langue penchait de ce côté; quand les deux côtés avaient été opérés, la langue ne sortait pas de la bouche; elle n'atteignait pas les dents incisives, et l'animal ne pouvait plus laper. Après trois ou quatre mois, la langue pouvait être avancée un peu hors de la bouche : évidemment l'action des nerfs commençait à se rétablir. Un commencement de retour de la sensibilité put également être constaté dans quelques cas.

Il s'agissait maintenant de déterminer quelle part le lingual et l'hypoglosse prenaient à ces phénomènes.

L'excitation galvanique de l'hypoglosse par une pile de douze à vingt couples produisit dans le crâne des mouvements musculaires de la langue, après 136, 131 et 80, et non pas après 60 jours; mais ces mouvements étaient toujours faibles; de plus forts furent déterminés immédiatement au-dessus de la cicatrice.

Par contre, l'*excitation du lingual au-dessus et au-dessous de la cicatrice* ne détermina aucune contraction.

Le résultat négatif fut expliqué par l'autopsie, qui prouva que les nerfs ne s'étaient réunis, dans aucun cas, d'après l'intention de l'opérateur, mais étaient retournés plus ou moins dans leur position normale. Des six cas où le bout périphérique du lingual avait été réuni au bout central de l'hypoglosse, trois fois ce nerf s'était uni à sa propre continuation périphérique; le lingual s'était réuni de la même manière ou était resté divisé; trois fois la réunion avait eu lieu, mais les autres nerfs avaient concouru à la formation de la cicatrice. Des deux expériences où le bout périphérique de l'hypoglosse avait été réuni avec le bout central du lingual, le bout central de l'hypoglosse était rentré dans la cicatrice et une fois ces nerfs avaient repris leur rapport naturel.

La cicatrice, après 131 à 136 jours, montrait, dans quelques endroits, très-peu de différences avec le nerf sain.

Les éléments nerveux ne paraissaient pas après 62 jours, mais bien après 82, et les fibres pouvaient être partout isolées après 136 jours, et paraissaient distinctement après 82 jours. M. A. Bidder ajoute qu'il ne pouvait pas démontrer la réunion des fibres de différente nature dans le cas où une cicatrice commune s'était formée. Ces résultats complétement négatifs firent douter M. Bidder de la possibilité de la réunion des fibres nerveuses différentes, et il croit qu'après la section des nerfs mixtes, les fibres homonymes seules se réunissent.

En terminant, M. Bidder mentionne la différence entre l'excitation extérieure et celle de la volonté; Nasse l'avait déjà observée. Bidder déclare également que plusieurs fois il n'a pu remarquer pendant la vie des animaux la moindre influence de la volonté sur les nerfs au-dessous de la cicatrice, pendant que le galvanisme déterminait des contractions à travers celle-ci.

Pour finir cet aperçu historique, nous ajouterons que l'anatomie n'a pas donné jusqu'à présent des différences entre les fibres sensibles et les fibres nerveuses motrices d'un nerf mixte (1), et que le seul fait physiologique qui paraît parler en faveur d'une telle différence est le suivant : Des fibres nerveuses sensibles de la cinquième paire pénètrent dans les muscles de l'œil, mais leur excitation ne produit pas des contractions. Ce fait est cependant susceptible d'une autre explication, et la question reste entière.

---

(1) Ces différences anatomiques existeraient, au moins dans l'origine des fibres, si les importantes recherches de M. Jacubowitch se trouvaient confirmées.

Expériences relatives à la réunion des fibres nerveuses sensibles aux fibres motrices (1).

Afin de décider si les nerfs sensitifs se réunissent avec les nerfs moteurs et si, dans l'affirmative, les tubes sensitifs sont susceptibles de servir de courants moteurs, nous avons fait une série d'expériences dont nous allons donner le détail et les résultats. Ces expériences, au nombre de dix, ont été faites, à l'école de médecine vétérinaire, sur des chiens qui devaient y servir au cours d'anatomie et que M. le directeur de cet établissement a eu l'obligeance de mettre à notre disposition (2).

1re *expérience.* — Le 2 mars 1858, nous opérons, sur un chien, la section du nerf lingual du trijumeau et de l'hypoglosse d'un côté, et nous réunissons, au moyen d'un point de suture, le bout central du premier avec le bout périphérique du second.

Cet animal n'a éprouvé de cette opération aucun déran-

---

(1) Nous avons fait seulement des expériences qui permettent de constater le résultat par la contraction musculaire. Nous n'avons pas voulu expérimenter sur la sensibilité, parce qu'une expérience très-longue nous a appris combien l'erreur est facile. Il y a, parmi les animaux de la même espèce, des stoïciens pour qui la douleur n'existe pas, comme il y a des peureux auxquels une légère secousse arrache des cris. De là, sans doute, tant de divergence entre les physiologistes, quand il s'agit de déterminer la sensibilité des nerfs.

Nous devons, à cette occasion, exprimer le regret qu'en l'absence d'un institut physiologique, qui manque en Belgique, les règlements de l'école n'aient pas permis de conserver, aussi longtemps que nous l'aurions voulu, les sujets de nos expériences.

(2) M. Derache, répétiteur d'anatomie, et M. De Wilde, répétiteur de chimie, à l'école vétérinaire, ont bien voulu nous assister dans l'exécution de ces expériences.

gement. Le 22 mai 1858, nous le sacrifions et nous constatons que le bout central de l'hypoglosse, — que nous avions négligé de réséquer, — est soudé à la cicatrice très-solide qui unit le bout central du lingual au bout périphérique de l'hypoglosse.

Le courant galvanique établi sur le nerf lingual ne provoque néanmoins aucune contraction dans la langue, tandis que, quand il est dirigé sur le bout central, puis sur le bout périphérique de l'hypoglosse, il éveille de vives contractions dans les muscles de cet organe.

2me *expérience.* — Le 29 mars 1858, sur un chien, les nerfs lingual et hypoglosse étant disséqués, on les coupe, sans résection de l'un ni de l'autre, comme dans le cas précédent; puis, au moyen de simples points de suture, on réunit le bout central du lingual au bout périphérique de l'hypoglosse, et le bout central de celui-ci au bout périphérique du lingual.

L'animal n'a nullement été dérangé à la suite de cette opération. Il fut aussi tué le 28 mai suivant. On constata qu'une forte cicatrice d'un centimètre d'étendue réunissait crucialement les quatre bouts nerveux, le bout central du lingual ayant dû être dirigé en bas pour être fixé au bout périphérique de l'hypoglosse et réciproquement, et aucune précaution n'ayant été prise pour que les anses superposées en X restassent isolées l'une de l'autre au point de contact.

Or, la galvanisation de l'extrémité centrale de l'hypoglosse provoque de fortes contractions dans la langue; tandis que, opérée sur le nerf lingual, elle est absolument sans effet.

On peut observer les nerfs réunis, comme nous venons de l'exposer, sur la tête de l'animal disséquée et conservée dans l'alcool, à l'école de médecine vétérinaire.

3^{me} *expérience.* — Chez le chien qui est le sujet de cette expérience, on a opéré, le 28 mai 1858, du côté gauche, la section du lingual et de l'hypoglosse; puis, on a réuni le bout central du premier au bout périphérique du second, après avoir fait la résection de près de deux centimètres du bout central de l'hypoglosse et du bout périphérique du lingual, dans le but d'avoir plus tard une cicatrice dont seraient isolées l'extrémité centrale de l'hypoglosse et l'extrémité périphérique du lingual.

Une veine ayant été ouverte pendant l'opération, il en est résulté une hémorragie assez forte; puis, il s'est développé, dans la région gutturale, un engorgement considérable qui, pendant quatre jours, a rendu difficiles la mastication et la déglutition.

Le 14 juin 1858, l'animal étant très-bien portant, on l'opère, à droite, de la même manière qu'à gauche et sans le moindre accident. Il n'en paraît pas souffrir : il continue à manger et à boire, comme s'il n'avait subi aucune opération; seulement il ne sait plus laper. Il boit à la manière du porc, par un mouvement de mâchoires qu'il plonge dans le lait qui lui est présenté. La déglutition se fait aussi avec difficulté, la langue, ulcérée sur ses bords, restant contractée dans le fond de la bouche.

Huit à dix jours après, le chien devint triste, anxieux, perdit insensiblement l'appétit, maigrit de plus en plus, et tomba bientôt dans un marasme profond qui le conduisit à la mort. Il succomba le 1er juillet suivant et fut autopsié le lendemain.

Du côté gauche, le bout central de l'hypoglosse est terminé par un moignon renflé, uni et grisâtre, dont émergent des fibres qui se perdent à une distance de près de deux centimètres du bout périphérique du même nerf, lequel est réuni au bout central du lingual par une cicatrice complète, mais peu solide, et d'un aspect grisâtre contrastant avec l'aspect nacré du nerf.

Cette cicatrice forme une bandelette aplatie, légèrement adhérente au muscle basioglosse. L'analyse microscopique nous y révèle, dans un tissu conjonctif de nouvelle formation, de jeunes fibres nerveuses, sous forme de cellules allongées en fuseau et réunies par leurs extrémités, parmi lesquelles on aperçoit quelques tubes complétement développés et pourvus de la fibre centrale ou cylindre axile. En général, on remarque pour toutes ces expériences que les cicatrices ont la couleur grisâtre, qui est ordinaire chez les nerfs de l'embryon, et qui fait place à la couleur blanche avec l'âge de la cicatrice; mais elle n'atteint pas complétement la couleur des nerfs de l'adulte.

L'examen microscopique du moignon grisâtre qui termine en bas l'hypoglosse, démontre que ce renflement est également composé de tubes nerveux en voie de développement, plus pâles et moins larges que les tubes normaux du nerf.

Du côté droit, le bout périphérique de l'hypoglosse est terminé contre l'extrémité inférieure de la grande branche de l'os hyoïde par un moignon renflé, grisâtre, dont procèdent des fibres blanchâtres qui se perdent dans le tissu conjonctif sur la surface du muscle basioglosse.

Le bout central du lingual n'est pas soudé au bout périphérique de l'hypoglosse. Ces deux extrémités nerveuses sont à deux millimètres l'une de l'autre, mais elles se trouvent néanmoins reliées, sur la surface du muscle basioglosse, par du tissu conjonctif dans lequel on aperçoit quelques fibres blanchâtres qui paraissent être de nature nerveuse.

La langue, raccourcie et rétrécie, est ulcérée sur ses bords dans une étendue de trois à quatre centimètres.

4^{me} *expérience.* — Elle est commencée, le 31 mai 1858, sur un chien de grande taille, par la section, à droite, du lingual et de l'hypoglosse. On raccourcit de trente-quatre millimètres le bout central de l'hypoglosse et de deux centimètres le bout périphérique du lingual; puis, on réunit, par un point de suture, le bout central du lingual avec le bout périphérique de l'hypoglosse.

Le 21 juin suivant, ce chien n'ayant pas cessé de jouir d'une bonne santé, on lui pratique la même opération du côté gauche. Sauf la gêne qu'il éprouve pour avaler et l'impossibilité de laper, la langue étant rétrécie, ulcérée sur ses bords et contractée dans le fond de la bouche, il ne manifeste aucun dérangement.

Le 12 juillet, les ulcères sont cicatrisés.

Du 13 au 19 du même mois, on observe que l'animal avale avec plus de difficulté, surtout les liquides qu'il ne saisit qu'avec grande peine. Il a grande faim, il perd beaucoup de salive et maigrit sensiblement.

Le 20, il prend du lait auquel on a mélangé deux grammes de coloquinte, privée préalablement, au moyen de l'éther, de son principe purgatif et qui, par conséquent, ne recèle plus que le principe amer.

Du 20 au 26, il ne salive plus, mange mieux et paraît reprendre de l'embonpoint.

Le 29, il est bien portant; il prend avec avidité du lait contenant environ un demi-gramme de coloquinte pure. Un chien sain, non opéré, avait refusé ce lait, bien qu'il fût à jeun quand on le lui a présenté.

Le 24 août, il prend encore du lait renfermant de la coloquinte; mais une levrette, non opérée, à laquelle on offre la même potion, n'hésite pas à en boire également!

Le 15 octobre, ce chien n'a pas cessé de se bien porter. Après avoir de nouveau constaté qu'il ne sait plus laper, on le tue par une piqûre à la moelle allongée, et on en fait immédiatement l'autopsie. On constate que les bouts nerveux ne sont réunis ni à droite ni à gauche. Il est probable qu'après l'opération le fil de la suture se sera détaché.

Cette expérience est donc restée sans résultat. Nous nous sommes bornés à observer la persistance de la contractilité musculaire dans la langue et le degré d'irritabilité de l'extrémité périphérique de l'hypoglosse, au moyen du courant galvanique.

La galvanisation du bout périphérique du nerf hypoglosse, coupé depuis le 31 mai dernier, n'éveille que de faibles contractions dans les muscles extrinsèques de la langue. Il en est de même quand on applique les conducteurs de la pile sur ces muscles qui sont pâles et atrophiés. Les mêmes observations sont faites sur les muscles intrinsèques du même côté.

Le courant galvanique établi sur le bout périphérique de l'hypoglosse gauche, coupé le 21 juin 1858, éveille de fortes contractions dans la langue. De ce côté, les muscles tant intrinsèques qu'extrinsèques sont rouges, assez volumineux, et se contractent vivement quand on les touche avec les conducteurs de l'appareil galvanique.

Nous examinons au microscope le tissu des muscles frappés d'atrophie : les faisceaux primitifs sont très-pâles, et la plupart, dépourvus de stries transversales, sont réduits au sarcolème rempli de petits globules graisseux. Mais il existe une plus grande quantité de cette matière entre les faisceaux primitifs.

Dans ces muscles, les tubes nerveux ne présentent aucune altération.

5^{me} *expérience.* — Le 31 mai 1858, on opère de la même manière, du côté gauche, un chien griffon, qui, n'ayant cessé de se bien porter, est ensuite opéré, le 25 juin, à droite, en ayant soin, chaque fois, de réséquer un morceau d'environ deux centimètres au bout central de l'hypoglosse et au bout périphérique du lingual.

Le résultat en est le même, quant à l'impossibilité de laper et la difficulté d'avaler, la langue étant de même rétrécie, raccourcie et profondément ulcérée sur les bords.

Du reste, l'animal est gai et vif.

Le 12 juillet, après avoir de nouveau constaté qu'il ne peut laper, et que, quand il boit, il plonge le museau dans le liquide; ayant observé la cicatrice des ulcères de la langue, nous le tuons et nous disséquons les nerfs du côté droit, puis du côté gauche.

A droite, le bout central de l'hypoglosse est terminé, comme dans les expériences précédentes, par un moignon grisâtre, lisse et renflé.

L'extrémité périphérique du même nerf est réunie au bout central du lingual, — dont on ne sait plus découvrir l'extrémité périphérique, — par un commencement de cicatrice, où on voit encore le fil qui a servi à faire la suture.

A gauche, le bout central du lingual est bien soudé à l'extrémité périphérique de l'hypoglosse, dont le bout central présente, comme à droite, un moignon renflé et grisâtre, fixé sur le côté de l'hyoïde, à deux centimètres environ de la cicatrice.

Le courant galvanique, établi sur le nerf lingual du côté droit, ne suscite pas de contraction musculaire, tandis que dirigé sur le même nerf du côté gauche, — même après l'avoir isolé en maintenant sous lui une plaque de verre, — il en éveille de fortes du même côté de l'organe gustatif. Cette dernière épreuve de l'expérience a été répétée une dizaine de fois, et toujours avec le même résultat.

Ces nerfs sont disséqués et conservés avec la tête, dans leurs rapports naturels. Cette préparation, reproduite sur la planche ci-jointe que nous devons à un habile artiste de Bruxelles, M. Edmond Tschaggeny, est conservée dans l'alcool, à l'école de médecine vétérinaire.

6me *expérience.* — Le 27 juillet 1858, un jeune chien, paralysé du membre postérieur gauche, d'un tempérament très-excitable, est opéré, à gauche, de la même manière que dans les précédentes expériences.

Le 25 août, cet animal étant en bonne santé, nous lui faisons les mêmes sections, résections et suture à droite.

Le lendemain, il est souffrant et refuse toute nourriture.

Le 29, il est gai et mange avec appétit, mais il éprouve une grande gêne dans la mastication et la déglutition, et est dans l'impossibilité de porter la langue hors de la bouche et, par conséquent, de laper.

Nous comptions retrouver ce chien en vie à notre retour des vacances, mais il mourut pendant notre absence.

La tête nous en ayant été conservée, nous avons pu la disséquer et constater la réunion des nerfs du côté gauche par une cicatrice solide, et du côté opposé l'absence de cette cicatrice; le fil qui avait servi à la réunion des bouts nerveux n'était pas détaché.

7me *expérience.* — Sur un petit chien bien portant, les mêmes sections, résections et sutures sont faites : à gauche, le 18 octobre 1858, et à droite, le 15 novembre suivant.

On observe les mêmes altérations dans la langue, et par suite l'impossibilité de laper et une difficulté dans la déglutition. Il s'est bien porté jusqu'au mois de décembre, époque à laquelle il a commencé à dépérir; il mourut le 20 décembre.

A l'autopsie faite le lendemain, nous observons la cicatrisation des ulcérations de la langue, dont le volume n'a pas subi une diminution notable.

Le nerf lingual est, des deux côtés, solidement réuni à l'extrémité périphérique de l'hypoglosse.

Les cicatrices et les bouts nerveux qu'elles réunissent sont soumis à l'examen microscopique, et on distingue dans la plus ancienne cicatrice des fibres nerveuses avec leur moelle.

De chaque côté, le bout central de l'hypoglosse est terminé, sur le muscle basioglosse, par un moignon renflé duquel on voit irradier des fibres déliées.

8me *expérience.* — Les mêmes opérations sont exécutées sur un petit chien bien portant, à droite, le 19 octobre 1858, et à gauche, le 16 novembre suivant, avec les mêmes résultats du côté de la langue, etc.; mais sa santé ne subit aucune altération. Le 5 janvier 1859, cet animal fut tué. Le lingual et l'hypoglosse sont solidement réunis des deux côtés, et le bout central de ce dernier est remarquable par le même moignon, dont on voit aussi partir des fibres qui se rendent vers la cicatrice et se perdent sur les muscles basioglosse et styloglosse.

Le courant galvanique appliqué sur le nerf lingual et sur la cicatrice qui l'unit à l'hypoglosse ne provoque pas de contraction, tandis que, dirigé sur les fibres qui partent du moignon de l'hypoglosse, il en éveille dans les muscles basioglosse et styloglosse.

On fait les mêmes observations des deux côtés.

Chez ce chien, la langue n'est pas atrophiée. Elle ne présente d'autre altération que les cicatrices d'ulcères sur les bords.

La cicatrice des nerfs réunis du côté droit est floconneuse à la périphérie, dense à l'intérieur; on y voit distinctement les fibres du lingual se continuer dans celles de l'hypoglosse; du reste, les fibres sont difficiles à isoler. Du côté gauche, on distingue seulement des corps fusiformes ou allongés dans une substance finement granulée, alors que le tissu conjonctif qui environne la cicatrice est bien développé. Du reste, l'examen microscopique de la cicatrice du côté gauche donne une image analogue au dessin de M. Schwann, tab. IV, fig. 6, du nerf sciatique d'un embryon de porc (1).

9me *expérience.* — Le 7 juin 1859, nous tuons un jeune chien, qui a été opéré comme les précédents : à droite, le 28 février, et à gauche, le 14 avril dernier, et chez qui on a fait les mêmes observations, quant à l'atrophie et l'ulcération des bords de la langue, ainsi qu'à la gêne de la déglutition et l'impossibilité de laper.

Le bout central du lingual est, des deux côtés, solidement réuni au bout périphérique de l'hypoglosse, et le bout central de celui-ci est terminé à deux centimètres de la cicatrice par un moignon renflé, dur et grisâtre, duquel part un tissu de nouvelle formation qui atteint cette cicatrice.

---

(1) Schwann, *Mikroscopische Undersuchungen.* Berlin, 1839.

L'excitation galvanique du lingual ne détermine aucune contraction; tandis que, opérée sur le bout central de l'hypoglosse, elle en éveille de vives.

Lorsqu'on applique de la même manière les conducteurs de l'appareil galvanique sur la cicatrice, de légères contractions se manifestent dans la langue. Cet organe n'est pas notablement atrophié. Il se contracte vivement et frappe le palais, quand on touche sa face supérieure avec les fils conducteurs.

L'examen microscopique démontre le développement complet des fibres nerveuses dans la cicatrice et de nouvelles fibres naissant du moignon de l'hypoglosse; mais quelques filets nerveux qui naissent au-dessous de la cicatrice de l'hypoglosse ont subi la transformation graisseuse complète. Les tubes nerveux ne sont plus reconnaissables et sont remplacés par des séries régulières de globules de graisse (1). Il est à remarquer qu'à côté de ces fibres nerveuses dégénérées, il y en a d'autres parfaitement normales, et que les fibres dégénérées se trouvent seulement dans les rameaux et non dans le tronc de l'hypoglosse. (*Voir* les figures.)

10^me^ *expérience.* — Le sujet de cette expérience est un petit chien bien portant, auquel on fait les mêmes sections, résections et sutures : le 1^er^ mars 1859, du côté gauche, et le 16 avril suivant du côté droit.

La langue s'atrophie considérablement, s'ulcère sur les

---

(1) Disons en passant que c'est M. Fick, de Marbourg, qui, le premier, a donné une description exacte de la transformation graisseuse des fibres nerveuses même (Müller, *Archiv.*, 1842), pendant que l'un de nous avait déjà signalé, en 1838 (Gluge, *Bulletins de l'Académie*, t. V), le dépôt de graisse dans le moignon des nerfs des amputés.

bords et reste contractée dans le fond de la bouche, comme dans la plupart des expériences précédentes.

Ne pouvant plus la porter hors de la bouche, l'animal est dans l'impossibilité de laper et éprouve une grande gêne dans la déglutition. Pendant les premiers jours qui suivirent l'opération du deuxième côté, il ne prit presque pas de nourriture et maigrit considérablement.

Ce chien fut tué le 7 juin dernier. La dissection des nerfs du côté gauche fait constater la réunion du bout central du lingual avec le bout périphérique de l'hypoglosse, par une cicatrice solide, à laquelle aboutit un tissu blanchâtre partant du moignon qui termine le bout central de l'hypoglosse, à deux centimètres au moins de cette cicatrice.

Le courant galvanique appliqué sur le nerf lingual est sans effet; quand on l'établit, au contraire, sur la cicatrice qui l'unit à l'extrémité périphérique de l'hypoglosse ou sur le bout central de celui-ci, il provoque de fortes contractions dans la langue.

On observe les mêmes faits anatomiques du côté droit; mais l'excitation galvanique du bout central de l'hypoglosse, de la cicatrice résultant de la soudure de l'extrémité périphérique de ce nerf avec le bout central du lingual, ainsi que de cette dernière partie nerveuse, n'éveille aucune espèce de mouvement dans la langue.

L'examen microscopique donne le même résultat comme dans l'expérience 9. Le côté le plus anciennement opéré, a été seul examiné au microscope. On voit, du reste, par cette expérience, comme par les précédentes, qu'il faut un temps assez considérable pour développer un nouveau tissu nerveux capable de remplir la fonction physiologique, mais qu'il existe des différences individuelles qui échappent à une appréciation exacte.

A la relation que nous venons de faire de nos expériences, nous devons ajouter que, chez tous les chiens qui y ont été consacrés, le pincement du nerf hypoglosse a déterminé une vive sensibilité, manifestée par des cris et des mouvements pour s'y soustraire. On sait au reste que c'est là une sensibilité d'emprunt.

Résumé. — Dans toutes nos expériences, le nerf sensitif (lingual du trijumeau) et le nerf moteur (hypoglosse) de la langue ont été coupés.

On a raccourci ordinairement d'au moins deux centimètres le bout central de l'hypoglosse et le bout périphérique du lingual, et le bout central du lingual a été réuni, par un point de suture au bout périphérique de l'hypoglosse.

Cette opération a été pratiquée le plus souvent, sur chaque animal, des deux côtés, à un intervalle de trois à cinq semaines environ entre la première et la seconde opération (1).

L'animal a toujours accusé de la douleur au moment où on saisissait l'hypoglosse avec la pince.

Il n'a jamais éprouvé de dérangements notables après la première opération; mais, après avoir subi la seconde, il a constamment manifesté une grande gêne dans la masti-

---

(1) Dans la plupart de nos expériences, le bout central du nerf lingual avait été coupé avant d'y appliquer le galvanisme. Cette précaution n'avait pas été observée dans la 5me expérience, destinée à servir pour le dessin, et c'est la seule où le lingual ait donné des contractions. Nous croyons donc qu'il y a eu ici transmission de l'électricité par une mince couche de liquide répandu sur le verre placé sous le nerf et qui a échappé à notre attention, et nous devons refuser toute valeur affirmative à la 5me expérience.

Du reste, nous nous sommes servis, pour produire le courant électrique, des machines électromagnétiques avec pile de Bunsen ou de l'appareil à rotation, qui permettent tous les deux de modifier sensiblement les forces du courant.

cation, et surtout dans la déglutition. Il s'est aussi trouvé dans l'impossibilité de laper, la langue s'atrophiant alors plus ou moins, s'ulcérant sur les bords et se trouvant désormais contractée dans le fond de la bouche.

Les ulcères de la langue, quoique profonds, sont toujours cicatrisés au bout de quelques semaines.

Trois à six semaines environ après l'opération, le bout central du nerf sensitif est solidement soudé au bout périphérique de l'hypoglosse ou nerf moteur, et l'extrémité périphérique de celui-ci est terminée, près du niveau de l'extrémité inférieure de la grande branche de l'hyoïde, à deux centimètres au moins de la cicatrice, par un moignon renflé, dur, uni et grisâtre, qui est plus ou moins relié à celle-ci par du tissu conjonctif dans lequel on voit des fibrilles ayant l'aspect de filaments nerveux et dont la nature est confirmée par l'examen microscopique.

Le courant galvanique appliqué sur le nerf lingual n'a éveillé des contractions dans la langue que chez le chien de la cinquième expérience, où le bout central de l'hypoglosse n'était pas manifestement relié, par un tissu de nouvelle formation, à la cicatrice ou soudure nerveuse.

Cette excitation appliquée sur le bout central ou sur le bout périphérique de l'hypoglosse, ou seulement sur le tissu intermédiaire au moignon et à la cicatrice préindiquée, a suscité des contractions plus ou moins fortes dans la langue. Nous avons ainsi démontré par l'expérience l'existence d'un nouveau tissu nerveux dans le moignon des nerfs, capable de faire contracter les muscles. Il est bien remarquable que ce nouveau tissu nerveux moteur se dirigeait toujours vers la cicatrice ou vers l'hypoglosse ou vers les muscles, et jamais vers le lingual. On aura vu, dans l'analyse des expériences, que les contractions manquaient toujours du côté où le nouveau tissu nerveux n'avait pas eu assez de temps pour se développer.

L'analyse microscopique du tissu de la cicatrice nerveuse et du moignon terminal de l'hypoglosse y a démontré l'existence de fibres nerveuses en voie de développement. Nous avons constaté en outre que les nerfs isolés de leurs centres nerveux conservent encore, pendant quatre mois, la faculté de produire de fortes contractions musculaires. Les faibles persistent jusqu'à quatre mois et demi, contrairement à l'opinion reçue (1).

Nous concluons donc :

1° Que les fibres sensibles ne peuvent être transformées en fibres motrices;

2° Que le mouvement organique dans les fibres nerveuses, qui détermine la sensation, doit être différent de celui qui produit la contraction musculaire (2).

---

(1) C'est ainsi que nous lisons dans l'excellent traité de physiologie de Ludwig, 2^me^ édit., 1858, p. 125, que le bout du nerf séparé du cerveau et de la moelle perd, dans l'animal vivant, son irritabilité après cinq ou six jours, selon Müller et beaucoup d'autres observateurs.

L'un de nous a même vu le nerf sciatique coupé d'une grenouille conserver, pendant douze jours, son irritabilité. Müller parle du reste de cinq semaines, après lesquelles il a constaté l'absence d'irritabilité, comme du temps le plus court chez les mammifères.

Il est évident qu'il y a des différences individuelles dépendant des animaux, et surtout des nerfs opérés. — S'il est exact de dire que les nerfs perdent insensiblement leurs propriétés, il est donc impossible d'indiquer exactement le temps où cela arrive avant d'avoir examiné un plus grand nombre des nerfs.

(2) Ceci pourrait expliquer pourquoi la régénération des nerfs coupés ne détermine pas nécessairement une reproduction de la fonction; c'est ainsi que Nasse, tout en constatant la première, n'a jamais vu la seconde; dans ces cas, n'y avait-il pas union de fibres de nature différente?

EXPLICATION DES FIGURES.

Fig. 1. Cette figure représente la tête du chien de la 5me expérience, vue à droite, et à laquelle on a enlevé la branche droite du maxillaire inférieur.

a. Section de la branche maxillaire.
b. Surface articulaire du temporal avec la branche maxillaire enlevée.
c. Articulation de l'os malaire avec l'apophyse zygomatique du temporal.
d. Hiatus auditif externe.
e. Branche postérieure ou maxillo-dentaire du nerf trijumeau.
f. Nerf lingual.
g. Cicatrice de réunion du nerf lingual avec l'extrémité périphérique de l'hypoglosse.
h. Extrémité périphérique du nerf hypoglosse.
i. Bout central du nerf hypoglosse.
j. Moignon terminal du précédent nerf.
k. Un vestige du muscle mylo-hyoïdien.
l. Glande sub-linguale.
m. Muscle génio-hyoïdien.
n. — génioglosse.
o. — basioglosse.
p. Muqueuse linguale.
q. Muscle styloglosse ou kératoglosse.
r. Artère linguale.
s. Grande branche de l'os hyoïde.
t. Muscle hyo-pharyngien.
u. Extrémité hyoïdienne des muscles sterno-hyoïdiens.
v. Muscle thyro-pharyngien.
x. Artère carotide primitive.
y. Muscle crico-pharyngien.
z. Nerf pneumo-gastrique.

Fig. 2. Lingual et hypoglosse du chien qui a servi à la 9me expérience.

l. Lingual.
h. Hypoglosse.

E. Ischaggeny ad nat. del.
Lith. par G. Severeyns lith. de l'acad.

[illegible]

c. Cicatrice nerveuse.

nn. Tissu conjonctif attaché à l'hypoglosse avec des filaments nerveux, dont quelques-uns paraissent nouvellement formés; grandeur naturelle.

Fig. 3. Fibres nouvelles partant de l'hypoglosse, grossies 300 fois environ.

Fig. 4. Moignon central de l'hypoglosse; on distingue des fibres nerveuses qui en partent; le moignon est considérablement grossi par un tissu nerveux cicatriciel nouveau; grandeur naturelle.

Fig. 5. Fibres nerveuses nouvelles de ce moignon, qui en partent pour se diriger vers la cicatrice.

Fig. 6. Fibres nerveuses nouvelles de la cicatrice; on remarquera le peu de largeur des tubes, leur moelle granuleuse, des doubles contours peu distincts. Toutes ces figures proviennent de l'expérience n° 9.

Fig. 7. Moignon central de l'hypoglosse de l'expérience n° 10, avec les nerfs, qui partent du moignon. Au gonflement du bout s'est ajoutée une nouvelle intumescence formée de tissu conjonctif et de fibres nerveuses nouvelles.

Fig. 8. Fibres nerveuses de la cicatrice résultant de la réunion du nerf lingual avec l'hypoglosse de l'expérience n° 7.

Additions au Synopsis des Caloptérygines; par M. Edm. de Selys-Longchamps, membre de l'Académie.

Il y a six ans que j'ai publié, dans les *Bulletins de l'Académie*, le travail auquel je donne aujourd'hui une suite.

Je me bornerai à présenter la diagnose des espèces nouvelles, découvertes depuis 1853, et à indiquer la suppression de deux Caloptéryx, dont l'existence, comme types distincts, ne paraît pas constatée à mon collaborateur, M. le Dr Hagen (1).

---

(1) *Sylphis elegans*, Hag., n° 1, qui serait la femelle de *S. angustipennis*,

En 1853, j'ai décrit cent espèces. Le nombre de celles que j'y ajoute aujourd'hui est de dix-huit. On conçoit que cette adjonction importante, qui forme le cinquième des espèces que je connaissais alors, donnerait lieu à beaucoup de remaniement dans les diagnoses des anciennes espèces, d'autant plus qu'il y a des genres, des sous-genres et des groupes nouveaux qui nécessiteraient aussi un changement dans la classification. Si l'on y ajoute la découverte de sexes ou d'âges inconnus en 1853, celle de nouvelles localités, et enfin les erreurs et les fautes typographiques à redresser, on s'aperçoit que tout cela, présenté comme *additions*, donnerait lieu à un travail assez fatigant pour celui qui voudrait l'étudier avec fruit. Une nouvelle édition du *Synopsis* serait préférable, mais ne serait pas de nature à figurer dans les publications de l'Académie, qui n'admet avec raison que des travaux originaux. C'est pourquoi j'ai renfermé ces additions dans la caractéristique des groupes et des espèces tout à fait nouvelles.

Parmi les dix-huit espèces nouvelles, ici décrites, il y en a six qui m'ont été communiquées par M. Hagen, qui les a observées soit pendant un voyage qu'il a fait en Angleterre, soit d'après des exemplaires qu'il a reçus directement de l'Amérique septentrionale et de ses correspondants en Allemagne. La plupart des autres espèces que je fais connaître proviennent des chasses faites à Malacca et à Bornéo, par Wallace, l'infatigable explorateur anglais.

On remarquera sans doute, comme étant des découvertes de premier ordre, les genres *Caliphæa* et *Anisonevra*, et celle d'un nouveau sous-genre d'*Amphipteryx*.

---

nº 2. — *Calopteryx smaragdina De Selys*, nº 15, qui paraît une *C. atrata*, nº 15, à laquelle on aurait collé quelques segments de *C. virgo*.

La *Caliphæa* est tellement intermédiaire entre la légion des *Calopteryx* et celle des *Euphæa,* qu'il est difficile de décider à laquelle des deux elle appartient.

L'*Anisonevra* est tout aussi intéressante. Il ne m'est pas possible de dire avec certitude si elle est de la légion des *Euphæa*, de celle des *Dicterias* ou de celle des *Amphipteryx.* Quelle que soit la place qu'on lui assigne, il faudra, pour ce genre comme pour la *Caliphæa*, modifier les caractères donnés aux légions.

Le nouveau sous-genre d'*Amphipteryx* est également fort curieux, ainsi que la découverte de la patrie réelle de l'*A. lestoïdes,* qui provient réellement de l'Australie, où l'on n'avait encore observé, comme je l'ai dit, aucun insecte de la sous-famille des *Caloptérygines.*

Le nombre total des espèces se trouve porté à cent seize.

Genre 5*bis*. — CALIPHÆA, Hagen.

Ailes *pétiolées jusqu'au niveau de l'arculus,* qui n'est pas fracturé. Quadrilatère quatre fois plus long que large, élargi au bout, traversé par une nervule; *plus court que l'espace basilaire,* qui est libre. Secteur inférieur du triangle droit, sans rameau inférieur. Espace postcostal *d'un seul rang de cellules,* finissant beaucoup plus loin que le niveau du nodus, qui est au tiers de l'aile. Secteur principal contigu à la nervure médiane, le nodal et le médian un peu ramifiés au bord postérieur par des secteurs interposés. Ptérostigma petit, à peine plus long que large.

Tête assez forte; corps grêle. Pieds *grêles,* ciliés.

♂ Abdomen un peu élargi au bout. Appendices anals en feuilles contournées, courbés en dedans après leur première moitié, denticulés au milieu en dehors; les inférieurs *presque aussi longs, écartés,* bidentés au bout en dedans.

N. B. Ce grand genre est tellement intermédiaire entre la légion des *Calopteryx* et celle des *Euphæa,* qu'il est difficile de le placer avec certitude. Il participe de la première (et surtout des *Sapho*) par le ptérostigma court; de la seconde (et surtout des *Dicterias*) par la forme et la réticulation des ailes, qui est fort simple. C'est la forme des appendices anals et la disposition un peu ramifiée de plusieurs des secteurs qui me portent à placer ce groupe après les *Vestalis*, dans la légion des *Calopteryx*.

27*bis*. Caliphæa confusa, **Hagen.**

Abdomen 36mm. Aile inférieure 31.

♂ Taille moyenne. Ailes longues, étroites, hyalines. Ptérostigma brun. 15 nervules antécubitales, 30 postcubitales.

Corps bronzé obscur. Nasus vert luisant. Devant du thorax vert cuivreux, les côtés et le dessous jaunes. Abdomen cuivreux, plus foncé au bout. Lèvre inférieure, dessous de l'abdomen, appendices anals et pieds noirs.

♀ Inconnue.

Patrie : Le Népaul (par Hardwicke, Mus. Brit.).

49*bis*. **Hetærina californica, Hagen.**

Abdomen 33mm. Aile inférieure 28 $^1/_2$.

Taille petite.

♂ 24-27 anticubitales aux supérieures. Le bout des ailes supérieures non limbé, celui des inférieures à peine sali. La tache basale rouge très-grande, touchant la nervure costale et le bord postérieur dans presque toute l'étendue de la tache qui occupe les $^4/_5$ de la base au nodus, est droite en dehors; celle des supérieures cesse de toucher la côte vers sa fin; celle des inférieures un peu plus prolongée, au contraire, vers la côte. Lèvre supérieure roux brun, l'inférieure jaune au bout; épistome, front et ventre bronzés cuivre rouge foncé. Devant du thorax noir bronzé à reflets cuivrés violets; ligne humérale jaune suivie de deux larges bandes noir bronzé jusqu'à la 2e suture, et d'une moins large, plus noire entre celle-ci et le bord postérieur; le reste des côtés et du dessous roux jaunâtre terne. Appendices supérieurs noirâtres, plus longs que le 10e segment, peu courbés; la dilatation médiane en forme de gros tubercule quadrangulaire, suivie d'un autre tubercule beaucoup plus petit; appendices inférieurs moitié plus courts, gros à la base. Pieds noirs, longs, une bande latérale aux fémurs, et l'extérieur des tibias jaune roussâtre.

♂ Inconnue.

Patrie : Le nord de la Californie. (Collect. Hagen.)

N. B. Cette espèce est du groupe de la *Cruentata,* parce qu'elle n'a pas de ptérostigma, mais elle est excessivement voisine de la *Basalis.*

50*bis*. **Hetærina basalis, Hagen.**

Abdomen ♂ 36-37^{mm}; ♀ 32. Aile inférieure 26-29.

Ce n'est probablement qu'une race occidentale de l'*Americana;* elle en diffère surtout par ce qui suit :

♂ La tache basale sanguine est plus convexe en dehors et beaucoup plus étendue, puisqu'elle envahit les ailes jusqu'aux $^4/_5$ au moins de la base au nodus, et touche le bord costal et le postérieur dans presque toute la longueur de la tache (la dilatation médiane des appendices supérieurs en tubercule triangulaire).

♀ Corps moins robuste, vert bronzé plus vif; épines de l'abdomen plus prononcées. La base des ailes fortement lavée de brun jaunâtre jusqu'au delà du quadrilatère.

Patrie : La rivière Pecos, dans la haute Californie. (Collect. Hagen, Selys.)

N. B. Cette espèce appartient au groupe de la *Titia.*

62*bis*. **Euphæa impar, De Selys.**

Abdomen ♂ 30^{mm}; ♀ 25. Aile inférieure 24.

Taille médiocre, ptérostigma grand. Secteur sous-nodal naissant à mi-chemin de l'arculus au nodus; le nodal trois cellules après le nodus. Pieds assez longs, noirâtres; intérieur des fémurs jaunâtres.

♂ Ailes hyalines un peu jaunâtres; un petit limbe apical aux supérieures, brun; les inférieures plus courtes, et leur $^3/_8$ apical subitement noirâtre chatoyant. Thorax noir, avec une grande plaque bleu clair, occupant presque tous les côtés du thorax. Lèvre supérieure et côtés de la face bleu clair. La lèvre avec un point et une bordure noirs. Abdomen brun noir; un bouquet de poils aux côtés du 9^e segment.

♀ Ailes hyalines, un peu verdâtres, le bout des supérieures légèrement limbé d'enfumé. Thorax verdâtre avec des vestiges de sutures latérales et une large bande dorsale médiane brun noirâtre. Abdomen brun noir; la crête dorsale des quatre premiers segments et les côtés d'un jaune brunâtre.

Patrie : Le mont Ophir, à Malacca. Pris par M. Wallace. La femelle unique est de Singapore. (Collect. Selys.)

N. B. Cette espèce, l'*inæquipar* et la *Tricolor* appartiennent au groupe de la *Dispar*.

62*ter*. **Euphæa inæquipar, De Selys.**

Abdomen 31mm. Aile inférieure 23.

♂ Taille médiocre. Ptérostigma grand. Ailes hyalines un peu jaunâtres. Un petit limbe apical brun aux supérieures; les inférieures beaucoup plus courtes et un peu plus larges, ayant environ leur $^3/_7$ apical, subitement noirâtre chatoyant. Thorax noir avec deux bandes latérales bleuâtres, la première très-large. Lèvre supérieure et côtés de la face bleuâtres; la lèvre avec un point et une bordure noirs. Pieds assez longs, noirs; l'intérieur des fémurs jaunâtre. Abdomen noirâtre; un bouquet de poils aux côtés du 9e segment.

♀ Inconnue.

Patrie : Saratoga, dans l'île de Bornéo. Prise par M. Wallace. (Collect. Selys.)

N. B. M. Hagen doute que l'espèce soit différente d'*E. impar*.

62*quart*. **Euphæa tricolor, De Selys.**

Abdomen 33mm. Aile inférieure 23 $^1/_2$.

♂ Taille médiocre. Ptérostigma grand. Ailes hyalines un peu jaunâtres; un fin limbe apical enfumé aux supérieures; les inférieures notablement plus courtes et un peu plus larges; leur moitié apicale subitement opaque, noirâtre, ayant presque la moitié interne de cet espace d'un bleu acier brillant. Thorax noir, avec deux lignes latérales très-fines brunes. Lèvre supérieure et côtés de la face bleuâtre ou jaunâtre, la lèvre avec un point et une bordure noirs. Pieds noirâtres. Abdomen noirâtre, un bouquet de poils aux côtés des 8e et 9e segments.

♀ Inconnue.

Patrie : Saratoga, dans l'île de Bornéo. Prise par M. Wallace. (Collect. Selys.)

N. B. Diffère notablement des deux précédentes par le bout des ailes inférieures elliptique et non en demi-cercle.

64*bis*. **Euphæa ochracea, De Selys.**

Abdomen 34^{mm}. Aile inférieure 27.

♂ Taille médiocre. Ptérostigma grand. Les quatre ailes légèrement pétiolées, étroites, égales. Le secteur nodal naissant un peu après le nodus. Ailes hyalines, notablement lavées de jaune ocracé (moins colorées dans la seconde moitié des supérieures). Tête noirâtre sans taches. Thorax brun noir avec sept raies rougeâtres de chaque côté. Pieds longs, brun rougeâtre foncé; l'intérieur des fémurs plus clair. Abdomen brun, une fine crête dorsale claire sur les premiers segments.

Patrie : Le mont Ophir, à Malacca. Prise par M. Wallace. (Collect. Selys.)

N. B. Espèce assez voisine de l'*Aspasia*, mais différant de ce groupe par le manque de pointe latérale à la gaîne du pénis. Ressemblant au groupe de la *Dispar*, dont elle diffère par le système de coloration des ailes. C'est peut-être un groupe particulier.

70. *Addition à la Dysphæa dimidiata*, De Selys.

Race : **Dysphæa limbata, De Selys.**

Abdomen ♂ 34-38^{mm}; ♀ 24. Aile inférieure ♂ 28-31; ♀ 28.

♂ Diffère de la *Dimidiata* en ce que le limbe noir du bout des ailes est plus épais, ayant de 2 à 3 millimètres de diamètre, et coupant le bout de l'aile au niveau de l'extrémité du ptérostigma. Le noir, qui occupe la première moitié de l'aile s'étend souvent jusqu'au nodus.

♀ Ailes salies, lavées de jaunâtre ocracé surtout à la base; le bout des supérieures enfumé à partir du ptérostigma; aux inférieures la couleur enfumée commence insensiblement vers le nodus. Corps noirâtre, avec une bande au front; 5-6 raies de chaque côté du thorax, et une raie latérale interrompue des sept premiers segments de l'abdomen olivâtres.

Patrie : Mont Ophir, à Malacca; Singapore; Saratoga, à Bornéo. Prise par M. Wallace. (Collect. Selys.)

N. B. Ce n'est certainement qu'une race de la *D. dimidiata* de Java.

71*bis*. **Heliocharis brasiliensis, Hagen.**

Abdomen 39mm. Aile inférieure 31.

♂ Diffère d'*H. amazona* en ce que la taille est un peu plus forte; l'occiput plus taché, les bandes du thorax moins arrêtées, une seule nervule basilaire au lieu de quatre; trois rangs de cellules dans la partie de l'espace postcostal qui se trouve un peu avant son extrémité (chez l'*Amazona,* il n'y a qu'un seul rang dans tout l'espace postcostal).

♀ Inconnue.

Patrie : Bahia. (Musée de Berlin. Envoi de M. Boeck.)

72*bis*. **Dicteria sprocera, Hagen.**

Très-analogue, pour la forme et la coloration, à la *D. atrosanguinea,* mais de taille plus forte.

Patrie : Santarem, dans l'Amazone, envoyée par M. Bates. (Musée britannique.)

Genre 9*bis*. — ANISONEVRA, De Selys.

Ailes très-étroites, non colorées, très-longues, *pétiolées jusqu'au niveau de l'arculus.* Le nodus placé aux 2/5 de leur longueur; quadrilatère libre; le côté supérieur à peine plus court que l'inférieur, ayant le quart de l'espace basilaire; secteur principal non contigu à la nervure médiane, le médian s'en séparant à un tiers de l'arculus au nodus, le sous-nodal au second tiers, le nodal *bien après le nodus.* Secteur inférieur du triangle presque droit, aboutissant au bord postérieur plus loin que le niveau du nodus. Espace postcostal *de deux rangs.* Un seul et court secteur supplémentaire interposé entre le bréf et le médian. Secteur principal *droit depuis l'arculus.* Les deux premières nervules costales antécubitales *seules prolongées jusqu'à la nervure médiane*, les autres plus fines, non coïncidentes avec les sous-costales, qui sont *plus nombreuses qu'elles.* Ptérostigma oblong, à bords obliques, surtout en dedans.

Corps court, très-robuste. Tête robuste; derrière des yeux très-renflé; ceux-ci gros, peu distants. Lèvre supérieure à bord tronqué au milieu seulement; l'inférieure très-fendue, à bouts pointus. *Pieds très-longs, grêles,* à épines très-courtes, égales. Onglets bifides.

♂ Inconnu.

♀ 10e segment beaucoup plus court que le 9e; le bord postérieur non fendu.

Patrie : L'Himalaya.

N. B. Ce genre est peut-être le plus extraordinaire de la sous-famille. C'est, jusqu'ici, l'espèce la plus grande. Sa place dans la série est encore douteuse. Elle se rapproche des *Dicterias* américaines par ses longs pieds et ses ailes pétiolées; mais la non-coïncidence des nervules costales et sous-costales ne se retrouve que chez les *Thore* et les *Rhinocypha.* Enfin, la force des deux premières, qui seules coïncident, indique une sérieuse analogie avec les *Amphipteryx.* D'un autre côté la coupe des ailes et celle du corps sont analogues aux *Rhinocypha,* et le point de séparation du secteur principal et sous-nodal, la position du nodus et le quadrilatère, sont à peu près comme chez les *Euphœa* du sous-genre *Anisopleura.*

72ter. **Anisonevra montana, Hagen.**

Abdomen 47mm. Aile inférieure 52mm.

♂ Inconnue.

♀ Ailes hyalines, un peu salies, surtout au bout. Ptérostigma noir. 12 antécubitales, surmontant 19 sous-costales; 29 postcubitales aux supérieures, 24 aux inférieures. Corps noirâtre, pruineux surtout au thorax. Lèvre inférieure, derrière des yeux, quatre bandes de chaque côté du thorax (dont les médianes contiguës) deux bandes longitudinales de chaque côté de l'abdomen jaunâtres. Pieds longs, noirs, avec une bande latérale brune. Appendices anals bruns, longs, un peu courbés l'un vers l'autre.

Patrie : Les monts Himalaya. (Collect. Hagen.)

86*bis*. **Rhinocypha biseriata, De Selys.**

Abdomen ♂ 27mm; ♀ 25. Aile inférieure 23.

Ailes pointues, étroites. Le nodus plus rapproché de la base que du ptérostigma.

♂ Le dernier tiers des supérieures, et presque la dernière moitié des inférieures insensiblement brun foncé; la partie brune marquée aux inférieures de deux bandes transverses, courbées, vitrées, irisées, la première entre le nodus et le ptérostigma, composée de trois taches; la seconde plus large, de 3 à 5 taches oblongues rapprochées, finissant à la première moitié du ptérostigma.

♀ Ailes hyalines un peu verdâtres, le bout des inférieures légèrement limbé de brun. Ptérostigma un peu pâle au centre. 12 nervules antécubitales aux supérieures.

Patrie : Saratoga, dans l'île de Bornéo. Prise par M. Wallace. (Collect. Selys.)

N. B. Cette espèce et la *Biforata* se placent entre la *Fenestrata* et la *Bisignata*, ayant en outre une analogie marquée avec la *Perforata*.

86*ter*. **Rhinocypha biforata, De Selys.**

Abdomen ♂ 26mm; ♀ 28. Aile inférieure ♂ 23mm; ♀ 27.

Ailes pointues, très-étroites. Le nodus plus rapproché de la base que du ptérostigma.

♂ Le dernier cinquième des supérieures, et presque le dernier tiers des inférieures insensiblement brun foncé. La partie brune marquée aux inférieures de deux bandes transverses, courbées, irisées; la première entre le nodus et le ptérostigma, composée de trois taches entamant l'espace brun en dedans seulement; la seconde plus large, de quatre ou cinq taches oblongues rapprochées, finissant à la première moitié du ptérostigma.

♀ Ailes hyalines un peu verdâtres. Le bout des inférieures légèrement liséré de brun. Ptérostigma un peu pâle au centre. 16 nervules antécubitales aux supérieures. (Diffère de *Rh. biseriata* par la longueur des ailes.)

Patrie : Le mont Ophir, à Malacca. Prise par M. Wallace. (Collect. Selys, Hagen.)

88*bis*. **Rhinocypha petiolata, De Selys.**

Abdomen 15mm. Aile inférieure 20 $^1/_2$.

Ailes pointues, très-étroites, pétiolées jusqu'à l'arculus, hyalines; les inférieures ayant leur dernier quart subitement brun (excepté le sommet extrême, qui est limbé de blanc à partir du ptérostigma); celui-ci brun, mais son quart apical pâle aux supérieures, blanc aux inférieures. Le nodus plus rapproché de la base que du ptérostigma aux supérieures, à mi-chemin aux inférieures. Pieds bruns; fémurs avec deux ou trois anneaux noirâtres.

Patrie : Malacca. Prise par M. Wallace. (Collect. Selys.)

N. B. Voisine de la *Rh. heterostigma,* mais très-distincte par le point de départ du bord postérieur, qui ne commence qu'au niveau de l'arculus, et par la bande apicale brune, droite, courte des inférieures.

90*bis*. **Micromerus hyalinus, De Selys.**

Abdomen ♂ 13-15mm; ♀ 13. Aile inférieure ♂ 18-20; ♀ 19.

Ailes hyalines dans les deux sexes, très-légèrement salies. Ptérostigma surmontant 2 $^1/_2$ à 3 $^1/_2$ cellules. Dessus de la tête noir, avec quatre petits points jaunes, souvent oblitérés. Pieds noirâtres.

♂ Ptérostigma noir, *existant aux quatre ailes.* Prothorax noir sans points distincts. Thorax noir de charbon avec deux lignes latérales mal distinctes et vestige d'une humérale très-fine. Abdomen violet rougeâtre chatoyant au milieu, passant au noir aux deux extrémités, parfois en entier bronzé verdâtre.

♀ Ptérostigma blanc, noir à la base. Les quatre points du dessus de la tête, un point médian au lobe postérieur du prothorax, une ligne antéhumérale interrompue, une ligne humérale fine et deux bandes latérales au thorax jaunâtres. Abdomen noir avec une raie dorsale et une de chaque côté jaunes, maculaires.

Patrie : Malacca et Mont Ophir. Prise par M. Wallace. (Collect. Selys.)

N. B. Le mâle est distinct de tous par ses ailes supérieures sans taches, portant un ptérostigma, et la coloration noir violâtre de l'ensemble du corps; la femelle, analogue à celle du *Lineatus,* est distincte par l'exiguïté des dessins jaunes.

90*ter*. **Micromerus stigmatizans**, **De Selys.**

Abdomen 13-14^{mm}. Aile inférieure 16-17.

♂ Ptérostigma existant aux quatre ailes, noir, surmontant 3 $^1/_2$ cellules. Tache noire apicale des supérieures de 3 $^1/_3$^{mm}, plus longue que large, égale au cinquième de la longueur de l'aile. Deux taches cunéiformes oranges près des antennes, touchant celles du front; deux points et une ligne occipitale jaunes. Un point médian jaune au lobe postérieur du prothorax. Bande antéhumérale très-large; l'humérale nulle. Abdomen noir, avec des taches latérales oblongues, jaunâtres sur les 2^e, 3^e, 4^e, 5^e segments. Bandes latérales entières.

♀ Inconnue.

Patrie : Malacca, Mont Ophir, Singapore. Pris par M. Wallace. (Collect. Selys.)

Race? Un exemplaire de Bornéo (même collection) a des taches jaunes aux 6^e et 7^e segments, et les bandes latérales jaunes du thorax sont maculaires. Si c'est une espèce, je le nommerai *Micromerus sticticus*.

N. B. Analogue au *Lineatus* pour l'apparence. En diffère par l'existence d'un ptérostigma aux ailes supérieures, la tache apicale plus longue et le détail des dessins jaunes de tout le corps. Le *Lineatus* a d'ailleurs l'épistome plus subitement tronqué que les trois espèces nouvelles que je décris aujourd'hui.

L'existence des deux espèces que je viens de décrire, chez lesquelles le mâle porte un ptérostigma aux ailes supérieures, et dont l'un a ces mêmes ailes sans tache noire apicale, nécessite la suppression du caractère générique qui se trouve infirmé par ces espèces.

90*quart*. **Micromerus aurantiacus**, **De Selys.**

Abdomen 12-13^{mm}. Aile inférieure 15-16.

♂ Ptérostigma noir, surmontant 2 $^1/_2$ cellules, n'existant pas aux supérieures. La tache noire apicale de celles-ci (de 3^{mm}) plus longue que large, ayant le cinquième de la longueur des ailes. Ordinairement 5 nervules antécubitales. Quatre points oranges au-dessus de la tête. Un point médian orange au lobe postérieur du prothorax. Raie antéhumérale orangée et très-étroite, l'humérale réduite à un vestige supérieur, les latérales entières; abdomen orange, les articulations et une ligne latérale interrompue noires. Base du 2e segment et une raie transverse avant la fin, interrompue au milieu, noire.

♀ Inconnue.

Patrie : Malacca et Singapore. Pris par M. Wallace. (Collect. Selys.)

N. B. Voisin du *Blandus* par les couleurs. Le *Blandus* en diffère par la taille plus forte, deux points et une ligne occipitale jaunes, le bord postérieur du prothorax orange, le 2e segment avec une raie dorsale noire, les autres tachés de noir; enfin il a 6 antécubitales et 4 $^1/_2$ aréoles sous le ptérostigma.

Genre AMPHIPTERYX (*additions*).

En 1854, lorsque j'ai publié la *Monographie des Caloptérygines* (1), je prévoyais déjà que les deux espèces connues pourraient constituer deux groupes. Aujourd'hui la découverte d'une troisième espèce, plus différente encore, rend la subdivision en sous genre tout à fait convenable, d'autant plus que ces divisions sont en même temps géographiques, et qu'il y aura probablement lieu de placer encore à la suite le genre *Anisonevra* décrit plus haut.

1er *sous-genre.* — **TETRANEVRA, De Selys.**

Les *quatre* premières nervules costales seules prolongées dans l'espace sous-costal. Quadrilatère *divisé* en trois cellules. Le nodus placé au tiers de l'aile. Le secteur nodal ne se séparant du principal que 4-5 cellules après le nodus. Des secteurs interposés entre le bref et le premier du triangle.

Patrie : Malacca.

92bis. **Tetranevra argyoïdes, De Selys.**

Abdomen 31mm. Aile inférieure 27.

♂ Ailes hyalines, limbées de brun après le ptérostigma, qui est

---

(1) (Formant le tome IX des *Mémoires de la Société royale des sciences de Liége*).

brun, peu allongé, entouré d'une nervure noire, très-pointu en dedans, ne touchant la côte qu'après sa moitié. Côté inférieur du quadrilatère un peu plus long que le supérieur. 2e secteur du triangle aboutissant au bord postérieur plus loin que le niveau du nodus. 8 antécubitales, 27-29 postcubitales aux supérieures, 21-23 aux inférieures. Tête médiocre, acier métallique en avant et en dessus, marquée de livide. Thorax noirâtre, rayé de livide en avant et sur les cotés. Abdomen noirâtre à anneaux blanchâtres étroits à la base de presque tous les segments. Appendices supérieurs semi-circulaires bruns, un peu épaissis au bout; les inférieurs livides, épais, coniques, un peu écartés, plus courts.

♀ Inconnue.

Patrie : Singapore. Pris par M. Wallace. (Collect. Selys.)

2me *sous-genre.* — **AMPHIPTERYX, De Selys.** (Caractères rectifiés.)

Les *trois* premières nervules costales seules prolongées dans l'espace sous-costal. Quadrilatère libre. Le nodus placé un peu avant le tiers de l'aile. Le secteur nodal ne se séparant du principal que 4-5 cellules après le nodus. *Pas de secteurs interposés* entre le bref et le premier du triangle.

Patrie : Colombie. Espèce : *A. agrioïdes.* (De Selys, nº 92, collect. Selys.)

2me *sous-genre.* — **DINEVRA, De Selys.** MS.

Les *deux* premières nervules costales seules prolongées dans l'espace sous-costal. Quadrilatère libre. Le nodus placé un peu avant *la moitié* de l'aile. Le secteur nodal se séparant du principal *une cellule après le nodus.* Des secteurs interposés entre le bref et le premier du triangle.

Patrie : Australie. Espèce : *Amphipteryx lestoïdes.* (De Selys, nº 93, de *Melbourne*, collect. Selys.)

99bis. **Thore fastigiata, De Selys.**

Abdomen 40. Aile inférieure 30.

♂ Le nodus à mi-chemin de la base au ptérostigma, qui est médiocre noir. Ailes un peu arrondies, assez larges, un peu élargies au milieu. Environ 37 antécubitales aux supérieures, 26 aux inférieures; et 34 postcubitales aux quatre ailes, qui sont hyalines, un peu jaunâtres. Le bout subitement brun (formant le huitième aux supérieures, le quart aux inférieures), mais aux supérieures, le sommet, après le ptérostigma, est hyalin. Corps noirâtre; lèvre supérieure noire avec deux petites taches pâles. Thorax ayant cinq raies livides de chaque côté.

♀ Inconnue.

Patrie : Bogota. (Collect. Selys.)

P.-J.

La strobilation des scyphistomes; par M. Van Beneden, membre de l'Académie.

Depuis l'époque où je publiais mes premières observations sur les Campanulaires et les Tubulaires, je n'ai pas été une année sans observer quelques polypes en voie de développement, dans la perspective de compléter, d'une part, leur curieuse embryogénie et de réunir, d'autre part, des matériaux pour écrire la faune du littoral de Belgique.

Parmi ces observations, il en est une que je m'empresse de communiquer aujourd'hui, et qui décide un point important de l'histoire du développement de ces singuliers êtres, point resté en suspens aux yeux de divers naturalistes. Je veux parler de la formation des strobiles et du passage de ceux-ci en méduses.

La question à décider est celle-ci : Comment le scolex ou scyphistome devient-il strobile? Est-ce une transformation de la substance du corps lui-même, et le scyphistome se métamorphose-t-il, ou bien la strobilation n'est-elle qu'une apparition de gemmes engendrés par le scyphistome? La première opinion est celle de M. Sars, dont le nom rappellera toujours cette belle découverte. La seconde opinion est celle de M. De Sor, qui a été longtemps aussi la nôtre.

D'après plusieurs observations successives, j'avais cru devoir partager ce dernier avis et, je l'avoue, cette manière d'envisager ce curieux phénomène correspondait beaucoup mieux avec l'ensemble des faits constatés dans les polypes en général.

C'est même cette dernière opinion que j'ai exprimée dans le discours que j'ai eu l'honneur de prononcer à la séance publique de la classe, au mois de décembre dernier.

Tout en envisageant le phénomène comme un phénomène de gemmiparité, il restait toutefois encore divers points à élucider :

1° Que devient le pied ou la base du polype scyphistome après la naissance des méduses; continue-t-il à vivre sous sa première forme et produira-t-il de nouvelles générations agames ou sexuelles?

2° Si les méduses naissent par voie gemmipare, où ces gemmes surgissent-ils et comment deviennent-ils libres?

En envisageant, au contraire, le phénomène, dans le sens de Sars, c'est-à-dire comme une transformation, il restait à décider :

1° Les longs bras qui entourent la bouche du scyphistome que deviennent-ils?

2° La partie terminale du corps qui porte les bras tombe-t-elle avec ces appendices pour se flétrir, ou se transforme-t-elle?

3° Si la partie terminale du corps se transforme, quel rapport existe-t-il entre la bouche de la mère scyphistome et la bouche de sa fille méduse?

4° La méduse terminale, l'aînée de la colonie strobiloïde, parcourt-elle les mêmes phases de développement que ses sœurs, qui sont moins âgées?

5° Si les bras de la mère scyphistome disparaissent dans cet enfantement strobiloïde, et si elle continue à vivre, ces bras lui reviennent-ils et le corps reprend-il sa forme et son volume primitifs?

Des circonstances favorables m'ont mis à même, au mois de mars dernier, de répondre à ces divers *desiderata :* deux scyphistomes, attachés l'un à l'autre par la base, ont commencé à se strobiler, dans mon *aquarium*, à quelques jours d'intervalle, et si un phénomène se déroulait trop rapidement ou s'il restait du doute sur le mode d'évolution d'un organe chez l'un, toute mon attention était fixée sur l'autre scyphistome au moment précis de son apparition.

J'ai tenu ces strobiles en observation pendant toute la durée de leur gestation, constatant jour par jour, je pourrais dire heure par heure, les progrès de leur évolution embryonnaire.

C'est le résultat de ces recherches que j'ai l'honneur de communiquer à la classe, et je ne crois pouvoir mieux faire que d'y ajouter deux des nombreux dessins que j'ai faits et qui représentent les deux principales phases du développement strobilaire.

Je tenais depuis longtemps (huit à dix mois) des scyphistomes en observation, lorsque, le 6 du mois de mars, je m'aperçois qu'un de ces polypes est en pleine strobilation. Outre le pédicule, je compte onze segments, dont les bords sont déjà régulièrement découpés; les plus âgés, au nombre de sept, portent, déjà sous forme de pendeloques, les capsules sensoriales qui ornent les bords de l'ombrelle;

les autres segments, au nombre de quatre, ne montrent encore que les premiers indices de leur individualisation. Le pédicule n'a aucune apparence de bras ou de tentacules, tandis que le segment terminal, c'est-à-dire la méduse la plus âgée, porte encore les débris des bras qui entouraient la bouche du scyphistome avant la strobilation.

On comprend toute l'importance de cette première forme qui nous était tombée sous les yeux.

Jusqu'alors, j'avais toujours vu le pédicule des strobiles, garni de bras comme le scyphistome avant la strobilation, porter des méduses plus ou moins développées, prêtes à se détacher, comme dans les loges à méduses des Campanulaires ou comme un bourgeon d'Hydre devenue méduse et implantée à côté de la bouche; mais voici positivement un exemple de bourgeons qui n'ont pas pu naître par voie gemmipare sur le corps du pédicule.

Ces filaments que l'on découvre sur le dernier segment, sont-ce bien les bras flétris du scyphistome?

Les faits de cette période d'évolution devaient être observés avec soin, car c'est de l'appréciation exacte de ces faits que dépend la solution de la question.

Si le scyphistome engendre, par voie gemmipare, les jeunes méduses, le pédicule ou strobile doit nécessairement conserver ses bras; si, au contraire, il y a transformation du scyphistome, les longs bras implantés sur le corps de la méduse terminale doivent nécessairement disparaître.

A côté de ce premier strobile, qui est figuré à un âge un peu plus avancé sous le n° 1 de la page suivante, j'en trouve heureusement un second, notablement plus jeune qui porte le n° 2, dans lequel la segmentation ne fait que commencer et qui est pour ainsi dire encore scyphistome et strobile à la fois. Il a la bouche entourée de ses longs bras qui enlacent la proie comme aux plus beaux jours de la vie scyphistomaire.

La première question est donc tranchée : les bras de l'âge polypiaire disparaissent et ils disparaissent même sur le corps du segment terminal. Mais ce segment se développe-t-il entièrement en méduse, et cette méduse est-elle en tout semblable aux méduses ses sœurs, qui n'ont jamais porté de bras?

Le strobile n° 1, au bout de vingt-quatre heures, ne laisse plus apercevoir aucune trace de filaments au segment terminal, et je ne puis m'empêcher de me demander si j'ai bien vu la veille; les segments se complètent et avancent, tandis que le pédicule ne présente aucun changement.

Au bout de vingt-quatre heures, le strobile n° 2 subit aussi de notables changements; les bras, tout en restant étalés et prêts à saisir la proie, perdent plus ou moins de leur faculté de s'étendre aussi loin; ils deviennent plus ou moins noueux, mais rien n'indique encore que le segment qui les porte deviendra une méduse ou s'il se détachera avec sa couronne pour aller continuer ailleurs la vie de scyphistome, comme M. Sars l'avait supposé d'abord. Dans le strobile n° 1, le segment terminal, armé de bras, était peut-être tombé déjà.

Quarante-huit heures après, il n'y a d'autre changement dans les deux strobiles qu'un progrès dans la séparation des segments; dans le n° 1, les segments terminaux se sont notablement élargis, et les premiers mouvements de pulsation se manifestent. Le strobile n'est pas sans ressemblance avec une robe à volants largement tendue par la crinoline et dans laquelle le vent souffle par intervalle. Les premiers rudiments de tentacules commencent à poindre sur le bord uni du pédicule.

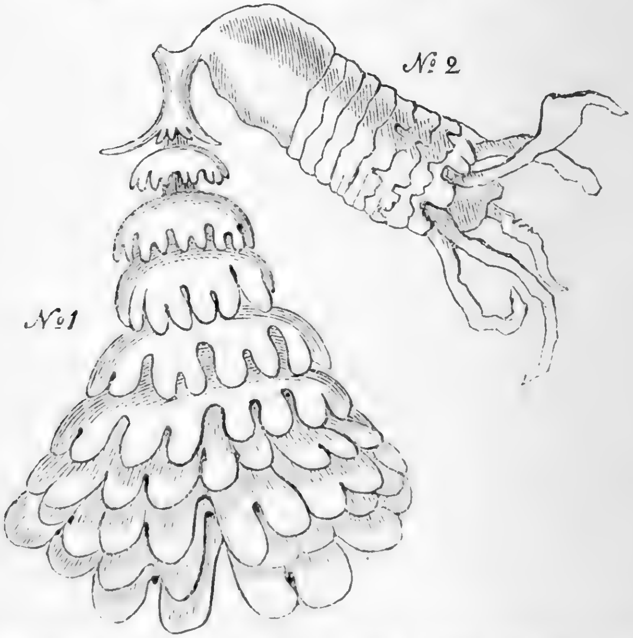
Le troisième jour, dans la matinée, mercredi 9 mars, une première méduse s'est détachée du strobile n° 1; une seconde la suit de près et une troisième naît dans l'après-midi. Les tentacules du pédicule croissent sensiblement.

Les bras du strobile n° 2 se raccourcissent de plus en plus, des nœuds plus gros se forment, et on voit en eux des organes dont la vie semble se retirer.

Je représente ici le n° 1 sous l'aspect que présente le strobile mercredi matin, après avoir donné le jour à deux méduses. Le pédicule indique l'apparition des bras nouveaux.

Jeudi matin, deux autres méduses naissent du n° 1 et le

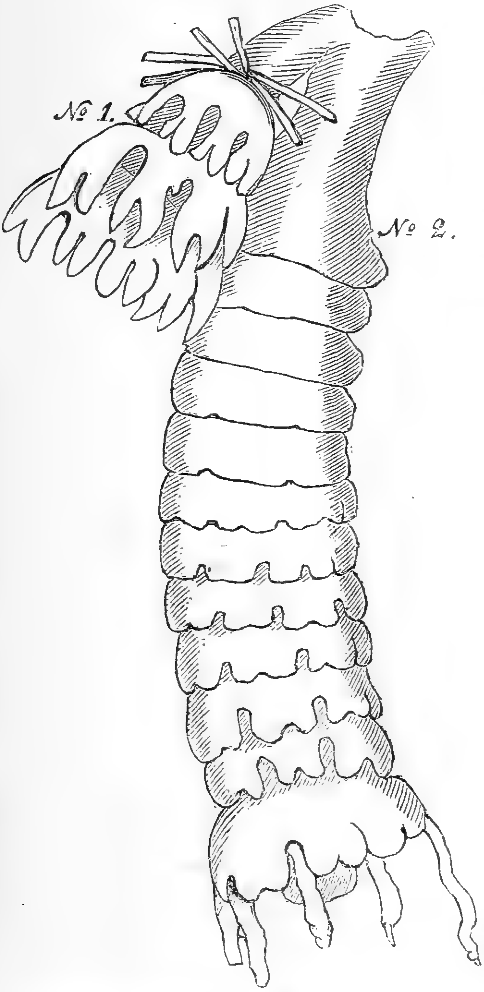
Strobiles de *Cyanea Capillata*, vus le 9 mars.



soir je n'en compte plus que cinq dans le strobile. Nous avons vu plus haut que ce strobile montrait d'abord onze segments, c'est-à-dire onze méduses à naître.

Le strobile n° 2 devient fort intéressant à ce degré de développement : le segment terminal commence à prendre tous les caractères d'une méduse, pendant que les bras noueux, aux trois quarts flétris et résorbés, garnissent encore le bord de l'ombrelle. Il est digne de remarque que ces bras, qui ne sont que des organes d'un autre âge, sont situés cependant sur le bord de cette ombrelle avec la plus grande régularité; on en voit un à chaque échancrure, et ce sont ceux qui occupent l'échancrure la moins profonde, celle au fond de laquelle loge la capsule du sens, ce sont ceux-là qui disparaissent les premiers, comme on peut le voir dans la figure ci-contre.

Les mêmes strobiles de *Cyanea capillata*, vus le 12 mars.



Vendredi 11 mars, il ne reste plus que quatre segments médusaires au n° 1, et les nouveaux bras ont atteint à peu près la longueur même du pédicule.

Il ne reste plus au strobile n° 2 que la moitié de ses bras, c'est-à-dire ceux qui occupent l'échancrure entre les lobes. Les autres sont tous *résorbés*.

Samedi 12 mars, le strobile n° 1 ne présente plus que trois méduses et la couronne de bras est presque complète. Dans le strobile n° 2, les bras, au nombre de cinq ou six au plus, gros, noueux et fort courts, ont presque disparu. Le pédicule n'en a pas encore. Cette figure représente les deux strobiles à cet âge.

Tous les autres changements qui surviennent au strobile n° 2, on les devine aisément d'après ce que nous avons vu au n° 1, et il est superflu de poursuivre plus loin les phases de cette seconde évolution.

Il est donc évident que le scyphistome, contrairement à l'hydre qui a donné des bourgeons, ne reste pas ce qu'il est; les anciens bras sont résorbés et de nouveaux bras surgissent au pédicule, qui se complète après la strobilation. Les méduses ne se forment donc pas ici par gemmation : c'est la substance même de la mère, y compris les bras et la bouche, qui se transforme et se métamorphose en plusieurs individus. M. Sars a donc bien interprété les phénomènes, et l'origine de l'opinion contraire, qui ne voit que des gemmes dans les segments, provient, comme MM. Sars et Gegenbaur l'ont dit, de ce que les bras nouveaux des pédicules de strobiles avaient été pris pour les bras anciens et que les premières phases de la strobilation avaient échappé. Du reste, ce qui devait augmenter la confiance dans cette interprétation, c'est que la gemmation faisait mieux rentrer ce phénomène dans le cadre général.

La strobilation n'a pas lieu simultanément dans toute la longueur du scyphistome; elle commence au bout, gagne successivement jusqu'au pédicule, et quand les derniers segments sont déjà fort avancés, de nouveaux segments surgissent encore à la base.

Tous les scyphistomes se strobilent-ils? Y a-t-il parmi eux des formes qui correspondent aux individus nourriciers et générateurs des Campanulaires et d'autres polypes?

Le pédicule redevenu scyphistome, au point qu'on ne peut le distinguer des autres, se trouve-t-il dans les mêmes conditions que les autres pour jeter des stolons et pour se strobiler plus tard de nouveau? Nous en sommes persuadé; mais, pour qu'il n'y ait pas de doute, nous poursuivons encore toujours les mêmes individus dont nous esquissons ici les phénomènes d'évolution.

Nous bornerons cette communication à la constatation de ces faits, nous réservant de les coordonner avec les phénomènes de digenèse de leurs congénères, dans un travail général que nous aurons bientôt l'honneur de présenter à la classe.

Nous résumons ainsi les faits :

1° Les scyphistomes n'engendrent pas de gemmes, mais une partie de leur propre substance se transforme en méduses.

2° Le segment terminal, chargé de bras, ne se détache pas sous la forme de scyphistome pour aller vivre ailleurs, mais il devient méduse, comme les autres, et les bras se résorbent sur place à mesure que la forme médusaire apparaît.

3° Le pédicule de strobile montre une nouvelle couronne de bras avant que les premières méduses se détachent.

4° La méduse terminale, portant des bras qui se résorbent et conservant la bouche de la mère scyphistome, ne subit donc pas les mêmes phénomènes d'évolution que les autres méduses ses sœurs.

Séance du 6 août 1859.

M. MELSENS, directeur.

M. AD. QUETELET, secrétaire perpétuel.

Sont présents : MM. d'Omalius d'Halloy, Sauveur, Timmermans, Wesmael, Martens, Cantraine, Kickx, Stas, De Koninck, Van Beneden, Devaux, Nerenburger, Schaar, Liagre, Duprez, Brasseur, Poelman, *membres ;* Schwann, *associé;* Maus, d'Udekem, Gloesener, Montigny, Candèze, *correspondants.*

M. Chalon, *membre de la classe des lettres,* assiste à la séance.

CORRESPONDANCE.

M. le Ministre de l'intérieur adresse, pour la bibliothèque de l'Académie, les exposés de la situation administrative des provinces en 1859, le tome XIV des *Annales de l'Observatoire royal*, et les livraisons 48 à 52 de l'ouvrage intitulé *Portefeuille* de John Cockerill.

— LL. EExc. les Ministres de France et des Pays-Bas font connaître qu'ils transmettront avec plaisir aux établissements scientifiques de leur pays, les publications académiques qui leur sont adressées.

— Sir William Logan, directeur de la commission géologique du Canada, annonce l'envoi de l'ouvrage : *Geological Survey of Canada*, 2 vol. in-8°, avec atlas.

— L'Institut de France accuse la réception des derniers envois de l'Académie royale de Belgique.

— M. le secrétaire perpétuel dépose, de la part de M. A. D. Bache, associé de l'Académie, la carte pour l'occultation des Pléiades, telle qu'elle sera vue à Bruxelles, le 17 septembre prochain.

MM. les astronomes sont invités à prendre part à ces observations.

— L'Université impériale de Kharkoff annonce que, du 1er au 10 septembre prochain (nouveau style), elle fera exécuter, au moyen d'une puissante machine galvanique, une série d'expériences dont elle donne le programme. Elle y joindra avec plaisir les expériences qui lui seraient recommandées par des membres de la compagnie.

— M. J. Van Raemdonck annonce qu'on vient de découvrir, en creusant la terre à Saint-Nicolas, pour y établir une usine à gaz, des ossements fossiles nombreux d'une grande dimension. Ces ossements ont été transportés à l'hôtel de ville, où les délégués de l'Académie pourraient en prendre connaissance.

MM. Nyst, De Koninck et Van Beneden sont nommés commissaires.

— M. Ch. Save envoie, de Paris, un mémoire sur les lois de coordination des corps célestes. (Commissaires : MM. Liagre et Ernest Quetelet.)

— M. E. Candèze, correspondant de l'Académie, fait hommage du tome II de sa *Monographie des Élatérides*. — Remercîments.

RAPPORTS.

Sur deux notices de M. le docteur Adolphe Baeyer, intitulées : l'une, SUR UN NOUVEAU DÉRIVÉ DE L'ACIDE PICRIQUE; *l'autre,* SUR LA NATURE DE L'ACIDE ALLOPHANIQUE.

Rapport de M. J.-S. Stas.

« M. Schlieper a observé que l'acide picrique éprouve une altération profonde par son contact avec les cyanures alcalins; de jaune qu'il est, il se transforme en une matière rouge. M. Carey Lea (1), qui vient tout récemment de soumettre l'acide picrique et les picrates à un nouvel examen, ayant également reconnu la réaction des cyanures sur ces corps, a pris ce corps rouge pour l'*acide picramique,* découvert par M. Woehler, en soumettant l'acide picrique à des causes désoxydantes, et est appelé par cet illustre chimiste *acide nitro-hématique.* M. Baeyer, en étudiant de près le phénomène observé par M. Schlieper, a constaté que l'action des cyanures sur l'acide picrique diffère suivant la concentration de la solution du cyanure employé. Ainsi, en mêlant une solution diluée d'un cyanure alcalin à du picrate de soude dissous, le liquide se colore en rouge au bout de quelques minutes et abandonne, après douze heures de repos, un précipité rouge volumineux, formé de petites aiguilles microscopiques. Ces aiguilles, insolubles dans une solution de cyanure de potassium, se dissolvent dans l'eau pure, surtout à chaud. La solution faite à chaud fournit, par le refroidissement, des cristaux opaques doués d'un éclat métallique vert foncé.

Un cyanure alcalin en solution concentrée attaque vivement l'acide picrique; le mélange s'échauffe, dégage de l'ammoniaque et finit par se prendre en une masse d'un rouge brun. Ce corps *rouge brun* paraît se produire également, lorsqu'on fait bouillir pendant longtemps la solution des cristaux dont je viens d'indiquer la formation.

M. Baeyer n'a pas déterminé jusqu'ici la nature et la composition de ce corps; son attention s'est portée sur la

---

(1) *Répertoire de chimie;* par M. A. Wurtz. Mars 1859.

matière cristalline; il a reconnu qu'elle constitue un sel de potasse auquel il a trouvé une composition pouvant être représentée par la formule $C^{16}H^{2}Az^{5}KO^{10}$. Ce n'est donc pas du picramate de potasse, comme Carey Lea le croit. Il fait remarquer avec raison que si cette formule exprime réellement la composition du sel, elle est dans un rapport fort simple avec l'acide picramique. Cet acide, en effet, est généralement regardé comme de l'acide picrique dans lequel le groupe AzO^{4} est remplacé par AzH^{2}. Dans le nouvel acide, ce dernier groupe serait à son tour remplacé par $AzCy^{2}$. Mais $AzCy^{2}$ représente l'amide renfermant 2 molécules de cyanogène au lieu de 2 molécules d'hydrogène. M. Baeyer propose, en conséquence, de donner au nouveau sel le nom de *picrocyamate de potasse*. Cette manière d'envisager la composition de ce corps est fort simple, ingénieuse et tout à fait conforme aux analogies.

M. Baeyer donne ensuite les propriétés du sel de potasse dont jusqu'ici il n'est pas parvenu à isoler l'acide picrocyamique. En effet, lorsqu'on essaye de mettre l'acide en liberté, il se modifie en donnant naissance à un corps rouge brun qui, à l'aide de la potasse, ne régénère pas le picrocyamate. L'auteur a reconnu l'existence d'autres picrocyamates : ceux qui sont solubles peuvent se préparer par l'action de l'acide picrique sur le cyanure du métal dont on veut obtenir le sel picrocyamé; les picrocyamates insolubles se produisent par double décomposition. Le sel d'argent est dans ce cas; malheureusement les lavages à l'eau paraissent le décomposer, de manière que ce sel se prête mal à l'analyse.

On conçoit que la réaction des cyanures sur l'acide picrique ne doit pas être une propriété exclusive de cet acide. Il est probable qu'un grand nombre de corps renfermant le groupe AzO^4 éprouveront une modification analogue. M. Baeyer a déjà constaté que l'acide *binitrophénique* produit, sous l'influence du cyanure de potassium, un corps semblable, cristallisé en mamelons rouges et susceptibles de prendre un reflet métallique; il se réserve d'étudier ce composé, ainsi que l'action qu'exercent en général les cyanures sur les composés nitrés.

L'auteur a joint à son travail une note dans laquelle il fait connaître que, depuis la rédaction de sa notice, il a paru, dans le numéro de juin des *Annalen der Chemie und Pharmacie*, un mémoire de M. Hlasiwetz, sur le même sujet. Ce chimiste déduit de ses analyses une formule qui diffère de celle admise par M. Baeyer de H^2O^2, c'est-à-dire par de l'eau en plus. M. Baeyer croit devoir attribuer cette différence à de l'eau retenue par le sel de potasse analysé par M. Hlasiwetz. Toutefois, il s'abstient de se prononcer et promet de soumettre la question à un nouvel examen, lorsqu'il sera dans la possibilité de reprendre ses travaux.

Dans la deuxième notice, M. Baeyer expose les recherches qu'il a faites dans le but de découvrir la véritable nature des corps qui résultent de l'action des vapeurs de l'acide cyanique hydraté sur les alcools. MM. Liebig et Woehler ont observé, il y a longtemps déjà, qu'en faisant réagir sur l'alcool ordinaire l'acide cyanique que l'on obtient par l'action de la chaleur sur l'acide cyanurique, cet acide cyanique s'unit directement à cet alcool en donnant naissance à un corps solide blanc, dont la composition peut être représentée par une combinaison directe de deux équivalents d'acide cyanique et d'un équivalent d'alcool. MM. Liebig et Woehler ont regardé cette combinaison comme un éther renfermant un acide particulier auquel ces illustres chimistes ont donné le nom d'*acide allophanique*. Deux molécules d'acide cyanique hydraté, en s'assimilant les éléments d'une molécule d'eau, produiraient l'acide $C^4Az^2H^3O^5$. Le résultat de l'action de l'acide cyanique sur l'alcool, ils le représentent donc par de l'allophanate d'oxyde d'éthyle :

$$C^4H^5O,\ C^4H^3Az^2O^5.$$

Ils sont parvenus à remplacer le groupement C^4H^5O par de l'oxyde de baryum, de potassium, etc.

Depuis, en faisant réagir l'acide cyanique hydraté sur les autres alcools de la formule $C^nH^{n+2}O^2$, on a découvert les composés correspondants, pouvant par conséquent être représentés par des combinaisons directes de deux molécules d'acide cyanique et d'une molécule de l'alcool employé, soit par de l'acide allophanique uni à l'éther de cet alcool. Dans le but de découvrir la nature de ces composés, M. Baeyer a fait réagir l'acide cyanique hydraté sur deux alcools polyatomiques, le *glycol* et la *glycérine*.

Il a découvert ainsi que la glycérine absorbe avec facilité la vapeur cyanique, en donnant naissance à un composé blanc, cristallisable en petits mamelons, inodores, fusibles, solubles dans l'alcool et dans l'eau. Les analyses que M. Baeyer en a faites conduisent à la formule $C^{10}H^{10}Az^2O^{10}$, qui est égale à la somme d'une molécule de glycérine et de deux molécules d'acide cyanique :

$$C^6H^8O^6 + 2\,(C^2HAzO^2) = C^{10}H^{10}Az^2O^{10}.$$

Ce composé que l'on peut, par analogie, appeler allophanate de glycérine, traité par la baryte hydratée, fournit du carbonate de baryte et de l'urée; tandis que les allophanates d'éthyle et de méthyle fournissent, dans la même circonstance, de l'allophanate de baryte.

Le glycol absorbe les vapeurs cyaniques avec plus d'avidité encore que ne le fait la glycérine, et produit ainsi une masse cristalline formée d'aiguilles blanches, brillantes, inodores, insipides, fusibles, solubles dans l'eau et dans l'alcool.

L'analyse de cette matière a donné des nombres qui concordent avec la formule

$$C^8 H^8 Az^2 O^8.$$

Ce corps se représente par une combinaison d'une molécule de glycol avec deux molécules d'acide cyanique :

$$C^4 H^6 O^4 + 2 (C^2 HAz O^2) = C^8 H^8 Az^2 O^8.$$

On peut également le regarder comme de l'allophanate de glycol.

En contact de la baryte hydratée, il se conduit comme l'allophanate de glycérine, c'est-à-dire que les éléments de l'acide cyanique se transforment ainsi en acide carbonique et en urée, au lieu de fournir de l'allophanate de baryte, comme le font les allophanates des alcools de la formule $C^n H^n + 2 O^2$.

M. Baeyer fait remarquer que le mode de formation des deux composés qu'il vient de découvrir est analogue à celui de l'allophanate d'éthyle, et que la basicité de l'alcool paraît être sans influence sur leur composition. Ce sont toujours 2 molécules d'acide cyanique qui s'unissent à 1 molécule d'un alcool, que cet alcool soit monobasique, bibasique ou tribasique. On pourrait donc leur appliquer la manière de voir que MM. Liebig et Woehler ont imaginée pour expliquer la formation et la nature de l'allophanate d'éthyle. D'après cela, ce seraient des éthers basiques d'alcools polyatomiques, comparables au monacétate de glycol et au monacétate de glycérine. Toutefois, cette manière d'interpréter la nature de ces composés glycolique et glycérique ne rend pas, suivant lui, suffisamment compte ni de leur formation ni de leur mode de décomposition. Elle explique, surtout, difficilement pourquoi ces deux alcools polyatomiques, qui devraient donner, l'un deux et l'autre trois composés distincts, le mono- et le biallophanate de glycol, le mono-, le bi- et le triallophanate de glycérine n'en produisent chacun qu'un seul, le monoallophanate de glycol et le monoallophanate de glycérine. L'hypothèse de ces illustres chimistes n'explique pas, d'ailleurs, la décomposition de l'allophanate d'éthyle en alcool et en acide cyanurique. Ces motifs le portent à rattacher tous les allophanates à l'acide cyanurique lui-même. Il considère donc ces corps comme appartenant à des types intermédiaires entre l'ammoniaque et l'eau. De même que l'on a déjà comparé l'acide cyanurique à un type égal à trois molécules d'ammoniaque,

$$\left.\begin{array}{c} C^2O^2 \\ H \\ C^2O^2 \\ H \\ C^2O^2 \\ H \end{array}\right\} Az^5,$$

de même aussi M. Baeyer compare les allophanates à un type formé de deux molécules d'ammoniaque et d'une, deux ou trois molécules d'eau.

On aurait ainsi

$$\left.\begin{array}{l} C^2O^2 \\ H \\ C^2O^2 \\ H \end{array}\right\} Az^2$$

$$\left.\begin{array}{l} H^2 \end{array}\right] O^2 \text{ (1)}$$

$$\left.\begin{array}{l} C^2O^2 \\ H \\ C^2O^2 \\ H \end{array}\right\} Az^2$$

$$\left.\begin{array}{l} H^4 \end{array}\right] O^4$$

$$\left.\begin{array}{l} C^2O^2 \\ H \\ C^2O^2 \end{array}\right\} Az^2$$

$$\left.\begin{array}{l} H^6 \end{array}\right] O^6.$$

A l'appui de son hypothèse, M. Baeyer rappelle la propriété parfaitement connue que présentent plusieurs dérivés du cyanogène, de tripler leur molécule; il y joint le fait suivant, complétement imprévu.

En faisant réagir les vapeurs cyaniques sur l'*acide eugénique*, il a obtenu un composé solide, très-facilement cristallisable, soluble dans l'alcool, insoluble dans l'eau, et auquel il a reconnu une composition représentée par la formule $C^{24}H^{14}Az^2O^8$, contenant, par conséquent, deux molécules d'acide cyanique et une molécule d'acide eugénique. C'est donc encore un allophanate. La baryte

(1) H^2O^2 = 4 vol. de vapeur d'eau.

hydratée le transforme en eugénate et en allophanate de baryte. Soumis à l'action de la chaleur, il se décompose en acide eugénique qui distille et en acide cyanurique qui reste pour résidu, absolument de la même manière que l'allophanate d'éthyle se décompose en alcool et en acide cyanurique. Quelque différence qu'il y ait entre les alcools monoatomiques et l'acide eugénique, l'analogie de composition et de propriétés de l'allophanate eugénique et des allophanates de ces alcools est complète.

L'idée qui consiste à regarder l'acide allophanique comme appartenant à un type intermédiaire entre l'ammoniaque et l'eau n'est pas nouvelle. Dans son mémoire (1) *Sur les combinaisons copulées et sur la théorie des radicaux polyatomiques*, M. Kekulé l'a déjà exprimée.

En effet, il a représenté cet acide par la formule typique

$$\left.\begin{matrix} H^3 \\ C^2\,O^2 \\ C^2\,O^2 \end{matrix}\right\} Az^2$$
$$\left.H\quad\right] O^2.$$

qui est bien identique à celle que j'ai tracée en interprétant l'hypothèse de M. Baeyer :

$$\left.\begin{matrix} C^2\,O^2 \\ H \\ C^2\,O^2 \\ H \end{matrix}\right\} Az^2$$
$$\left.H^2\quad\right] O^2.$$

(1) *Ann. der Chemie und Pharmacie,* t. CIV, 2me part., pag. 157.

Les chimistes qui n'admettent pas dans toute leur étendue les notions introduites tout récemment dans la science sur la nature fonctionnelle des alcools, et qui croient que le mode de formation et de décomposition des corps peut conduire à la connaissance de leur structure intime, n'auront certainement rien à objecter à l'hypothèse de M. Baeyer sur la nature des allophanates. Cette hypothèse explique, en effet, beaucoup mieux la transformation de ces corps que celle imaginée par MM. Liebig et Woehler; mais il me semble qu'elle soulève la même objection que celle qui a été faite contre la manière de voir de ces illustres chimistes. En assimilant les allophanates à un type intermédiaire entre l'ammoniaque et l'eau, ou, ce qui revient au même, en les rapprochant de l'acide cyanurique ou, ce que je préférerais, de son isomère la cyamélide, dans lequel une molécule d'acide cyanique est remplacée par une molécule d'un alcool quelconque monoatomique ou polyatomique, ou d'une molécule d'acide eugénique, on pose un principe contraire aux idées sur la nature fonctionnelle de ces alcools. En effet, on admet ainsi l'équivalence des molécules monoatomiques et des molécules polyatomiques, ce qui est évidemment contradictoire dans les termes.

L'hypothèse formulée par M. Baeyer est, je le sais, la simple expression des faits observés; mais, je le répète, ces faits, que j'admets parce que je considère leur exactitude à l'abri de toute contestation, sont, sinon le renversement de la théorie sur la nature fonctionnelle de certains corps composés, du moins la preuve qu'il faut apporter à cette théorie des changements qui en limitent la généralité.

On a constaté que toute action chimique ne s'accomplit pas nécessairement par *double décomposition*, comme Gerhardt l'avait pensé et proclamé. Des matières complexes peuvent se former, en effet, par addition de corps simples à des corps simples, de corps simples à des corps composés, et de corps composés à des corps composés. L'action chimique est donc double dans son essence, comme on l'a cru depuis Lavoisier; la nature fonctionnelle de certaines matières peut également être double. Lorsque deux corps se forment par double décomposition, les molécules polyatomiques conservent invariablement leur qualité; le double échange est même le seul moyen d'établir la nature fonctionnelle de ces molécules.

Dans la formation de corps par simple addition, les molécules polyatomiques des matières qui les constituent, qu'elles soient simples ou complexes, agissent ou comme éléments monoatomiques ou comme éléments polyatomiques.

L'oxygène, le soufre, l'azote, dont la nature polyatomique me paraît parfaitement prouvée dans certaines circonstances, ne montrent pas cette basicité dans toutes leurs combinaisons binaires, faites probablement par la simple addition de ces éléments à d'autres. La composition du chlorure de soufre S^2Ch, de l'oxyde d'azote AzO^2 est inconciliable avec la nature bibasique du soufre et de l'oxygène. La composition des oxydes d'azote Az^2O^2 (1) et AzO^2 est en désaccord avec la nature tribasique de l'azote. Dans l'ordre d'idées de la permanence de la nature polya-

---

(1) Az^2O^2 = 4 vol. de gaz protoxyde d'azote.

tomique révélée par ces éléments dans certaines combinaisons, les composés que je viens d'indiquer ne devraient pas exister, mais leur formation serait même radicalement impossible.

Je reviens au travail de M. Baeyer. L'auteur termine ce mémoire par l'annonce d'un fait nouveau, qui lui permet de prendre une conclusion générale sur l'action exercée par l'acide cyanique hydraté sur deux classes de corps. On sait déjà que les vapeurs de cet acide n'agissent pas de la même manière sur l'alcool ordinaire et sur son aldéhyde. Ses combinaisons avec cet alcool, comme avec tous les autres, se font sans élimination aucune, tandis qu'en réagissant sur l'aldéhyde pour former l'acide trigénique, il y a dégagement d'acide carbonique.

M. Baeyer s'est assuré que des aldéhydes, et entre autres l'*aldéhyde valérique,* se comportent comme l'aldéhyde ordinaire. Quoique le temps ne lui ait pas encore permis de terminer l'étude de cette nouvelle classe de corps, il se croit cependant en droit de déduire dès à présent de ses expériences, qu'en général l'acide cyanique, en réagissant sur les alcools, s'y combine directement, tandis qu'en réagissant sur les aldéhydes, il s'y unit avec élimination d'acide carbonique.

Cette découverte importante démontre bien la différence fondamentale qui existe entre les alcools et les aldéhydes, que quelques chimistes sont tentés de regarder comme des alcools nouveaux.

En résumé, les deux travaux que je viens d'analyser se recommandent par les découvertes positives qu'elles renferment et par les considérations théoriques importantes que l'auteur en a déduites. Ils révèlent un chimiste habile et ingénieux, qui d'ailleurs s'est fait déjà une position distinguée dans la science par ses belles recherches sur les combinaisons de l'arsenic avec le méthyle.

D'après ce qui précède, j'ai l'honneur de proposer à l'Académie de voter des remercîments à M. Baeyer, pour ses communications, de les imprimer dans les *Bulletins* de nos séances, et de l'engager à continuer ses recherches. »

Rapport de M. De Koninck.

« Les deux travaux de M. Baeyer, que mon savant confrère, M. Stas, a parfaitement résumés dans son rapport, présentent un grand intérêt.

Les résultats obtenus par l'auteur, en faisant réagir l'acide cyanique sur les alcools mono-, bi- et triatomiques, pouvaient être difficilement prévus. Ils ont démontré que si la théorie émise par MM. Liebig et Woehler, sur la constitution de l'acide allophanique, n'était pas probable, celle de Gerhardt, qui l'envisage comme bicarbonate d'urée, ne l'est pas davantage. Aussi M. Baeyer essaye-t-il de rattacher cette constitution à un type intermédiaire entre celui de l'eau et celui de l'ammoniaque, ou plutôt à un type dans lequel l'un et l'autre se trouveraient représentés simultanément.

Quoique l'admission d'un type semblable ne me paraisse présenter aucune difficulté, je crois devoir faire observer que rien n'oblige à y avoir recours.

En effet, on peut tout aussi bien assimiler l'acide cyanurique à trois doubles molécules d'eau qu'à une triple molécule d'ammoniaque :

$$\text{Au lieu de} \ldots \left.\begin{array}{c} C^2O^2 \\ H \\ C^2O^2 \\ H \\ C^2O^2 \\ H \end{array}\right\} Az^3 \qquad \text{On aurait.} \ldots \left.\begin{array}{c} Cy,H \\ Cy,H \\ Cy,H \end{array}\right\} O^6$$

En appliquant cette théorie à la constitution de l'acide allophanique et à celle des divers allophanates, l'acide allophanique serait représenté par :

$$\left.\begin{array}{r} Cy,H \\ Cy,H \\ H,H \end{array}\right\} O^6,$$

l'allophanate éthylique par :

$$\left.\begin{array}{r} Cy,H \\ Cy,H \\ C^4H^5,H \end{array}\right\} O^6,$$

l'allophanate glycolique par :

$$\left.\begin{array}{r} Cy,H \\ Cy,H \\ C^4H^4,H^2 \end{array}\right\} O^8,$$

et l'allophanate glycérique par :

$$\left.\begin{array}{r} Cy,H \\ Cy,H \\ C^6H^5,H^3 \end{array}\right\} O^{10}.$$

C'est-à-dire que les deux premiers auraient pour type trois doubles molécules d'eau, le troisième quatre et le quatrième cinq de ces mêmes molécules. Cette réserve faite, je n'ai rien à ajouter au rapport de M. Stas; comme lui, je suis persuadé que les recherches de M. Baeyer ont été faites avec le plus grand soin et que ses analyses méritent la plus entière confiance.

Je me rallie très-volontiers aux conclusions de mon savant confrère. »

D'après les conclusions de ces rapports, la classe a résolu d'imprimer dans son *Bulletin* les deux notices de M. Baeyer et de lui exprimer ses remercîments.

—

Sur la berbérine et ses sels; par M. Henry.

Rapport de M. Martens.

« Le mémoire de M. L. Henry, sur la berbérine et ses composés, présente d'autant plus d'intérêt que cette substance est encore peu connue.

M. Henry a, par de nombreuses expériences, cherché à compléter autant que possible l'histoire chimique de ce corps, et confirmé l'opinion, déjà émise par M. Fleitmann, qu'on devait classer la berbérine parmi les alcaloïdes, puisqu'elle forme des composés salins définis avec les principaux acides. Ce mémoire, qui renferme une foule d'analyses de sels de berbérine qui paraissent avoir été faites avec beaucoup de soin, mérite, suivant nous, d'être imprimé dans les recueils de la compagnie. »

—

Rapport de M. Stas.

« Dans ce travail, M. Henry s'est proposé d'établir les propriétés et la composition de la berbérine et de ses principaux sels. Cet alcaloïde, qui se rencontre dans des plantes très-différentes, n'est connue que d'une manière fort incomplète, malgré le travail auquel M. Fleitmann s'est livré sur cette substance. Ce chimiste a montré, le premier, que ce corps, qui jouit de toutes les propriétés des matières colorantes et qui est employé comme tel, est une véritable base organique; il a assigné à la berbérine combinée la formule de $C^{42} H^{18} AzO^{9}$, et à la berbérine desséchée à 120° la formule de $C^{42} H^{18} AzO^{9}, 2HO$.

Gerhardt, dont la science déplore la perte, se basant sur la loi empirique établie par Laurent et lui concernant la divisibilité des atomes composant les matières organiques, a proposé d'y substituer la formule $C^{42} H^{19} AzO^{10}$, tout en révoquant en doute la composition assignée par M. Fleitmann à la berbérine desséchée à 120°, hydratée suivant M. Fleitmann, anhydre d'après Gerhardt. M. Henry démontre péremptoirement, dans son travail, que le doute émis par Gerhardt est fondé, et que la berbérine chauffée à 120° est réellement anhydre. Il déduit de l'analyse de la berbérine anhydre et des principaux sels qu'il a produits et examinés pour la première fois, la formule donnée par Gerhardt. En effet, un grand nombre d'analyses consignées dans ce mémoire, analyses qui me paraissent faites avec soin et habileté, conduisent directement à cette composition. Cependant l'ensemble de ce travail et les résultats publiés antérieurement par MM. Fleitmann, Boedeker et Stenhouse, sur le chloroplatinate de berbérine, ne me paraissent pas susceptibles de cette interprétation.

La berbérine anhydre doit renfermer, d'après la formule donnée par Gerhardt et adoptée par M. Henry :

Carbone	69,04
Hydrogène	5,20

Deux combustions faites dans l'oxygène ont donné à M. Henry :

Carbone.	69,58 —	69,42
Hydrogène.	5,31 —	5,33

c'est-à-dire 0,50 en moyenne de carbone de plus que n'en exige la composition.

Ses analyses du bromhydrate, de l'iodhydrate, de picrate, du bitartrate, de l'azotate et du chloroplatinate présentent sur le calcul le même excès de carbone. Un écart aussi considérable s'observe entre cette formule et les déterminations publiées par Boedeker et Stenhouse du chloroplatinate, et par Fleitmann, du nitrate et du chloroplatinate. L'excès du carbone s'explique aisément dans l'analyse de quelques composés d'un corps, lorsque ces composés sont d'une purification difficile; mais la reproduction du même fait, observée par plusieurs chimistes pour un grand nombre de combinaisons bien définies et stables, ayant une origine différente, et susceptibles d'une purification facile, cette reproduction, dis-je, doit tenir à une autre cause. Je suis porté à croire qu'elle tient à l'inexactitude de la formule déduite de ces analyses. Je pense que la formule $C^{44} H^{19} AzO^{10}$ représente l'ensemble des résultats obtenus tant par M. Henry que par les différents chimistes que je viens d'indiquer.

Cette formule en effet exige :

Pour la berbérine chauffée à 120° :

	CALCUL.	EXPÉRIENCE.	
Carbone	70,00	69,58	Henry.
Hydrogène	5,04	5,31	

Pour le bromhydrate :

Carbone	57, 6	56,87	Henry.
Hydrogène	4, 3	4,78	

Pour l'iodhydrate :

Carbone	52, 2	51,59	Henry.
Hydrogène	3,98	4,23	

Pour le picrate :

Carbone	55,40	54,83	Henry.
Hydrogène	3,63	3,93	

Pour le bitartrate :

Carbone	59,20	58,60	Henry.
Hydrogène	4,76	4,99	

Pour l'azotate :

Carbone. .	60,00	59,44	Henry.	60,15—59,64	Fleitmann.
Hydrogène.	4,54	4,84		4,75— 4,62	

Pour le chloroplatinate :

Carbone	45,01	44,49	Henry.
Hydrogène	3,45	3,48	
Platine.	17,00	17,89	

L'analyse du chloroplatinate a fourni :

	A FLEITMANN.	A BOEDEKER.	A STENHOUSE.
Carbone . .	44,44—44,35	45,17	44,92—44, 6—45,10
Hydrogène .	3,42— 3,58	3,92	3,95— 3,55— 3,93
Platine. . .	18,11— 0,00	17,04	17,53—17,36—17,72

En exceptant les données fournies par l'analyse du chloroplatinate, qui, en ce qui concerne le carbone, coïncident entièrement avec le calcul, l'expérience offre sur la formule une perte moyenne de 0,50 pour 100, ce fait s'observe en général pour les déterminations des matières d'une combustion difficile, et la berbérine est dans ce cas. En effet, M. Henry a prouvé, dans son travail, qu'on commet, sur le dosage du carbone, une erreur s'élevant à 2 p. %, lorsqu'on se borne à brûler cet alcaloïde libre avec l'oxyde de cuivre seul, au lieu de se servir d'un courant d'oxygène. Mais l'auteur ne dit nulle part qu'il a pris cette précaution pour l'analyse des composés de la berbérine, qui doivent également présenter à la combustion complète une certaine difficulté. Cette difficulté dans la combustion explique, suivant moi, le léger écart entre l'expérience et le calcul déduit de la formule qui me paraît devoir être substituée à celle admise par M. Henry. Je crois donc qu'il ferait bien de faire disparaître l'objection que je viens de soulever, en soumettant de nouveau à l'analyse, soit le chlorhydrate, soit le bitartrate de berbérine, composés qui sont faciles à purifier.

L'analyse de ces composés devrait s'exécuter dans un courant d'oxygène, en faisant passer toutefois les produits de la combustion sur du cuivre métallique chauffé au rouge, afin de détruire les composés oxygénés de l'azote qui peuvent se produire et fausser l'exactitude de la détermination du carbone.

Quoi qu'il en soit de l'interprétation du résultat des analyses, le travail est fait avec soin et mérite l'approbation de l'Académie. J'ai, en conséquence, l'honneur de proposer de voter des remercîments à l'auteur, et d'imprimer son mémoire dans nos recueils. »

—

Rapport de M. De Koninck.

« J'ai examiné avec beaucoup d'attention ce travail, et, de même que mon savant confrère, M. Stas, j'ai été frappé, de l'écart qui s'observe dans les quantités de carbone obtenues par l'expérience et celles indiquées par le calcul, d'après la formule de la berbérine admise par l'auteur.

On remarque qu'en général, la première est supérieure à la seconde; les analyses du sulfocyanhydrate, du succinate et du chloraurate de berbérine sont les seules dans lesquelles la quantité de carbone ait été trouvée inférieure à celle que le calcul aurait dû y faire constater.

Il en résulte qu'il reste encore quelque doute sur la formule réelle par laquelle la berbérine doit être représentée; car si, d'un côté, M. Stas a fait voir que la formule $C^{44} H^{19} Az O^{10}$ s'applique sinon mieux, au moins aussi bien aux analyses de la berbérine pure, du bromhydrate, de l'iodhydrate, du picrate, du bitartrate, de l'azotate et du chloroplatinate de cette base, de l'autre côté, on peut dire que celle représentée par $C^{42} H^{19} Az O^{10}$ et adoptée par M. Henry, concorde plus exactement avec les analyses du chloraurate, du succinate et de l'oxalate.

En effet, ces trois sels ont fourni par l'expérience :

	Le chloraurate.	Le succinate.	L'oxalate.
Carbone	25,50	61,99	60,78
Hydrogène	2,94	5,80	4,67
Azote	27,75		

Calculé d'après la formule $C^{42} H^{19} Az O^{10}$:

	Le chloraurate.	Le succinate.	L'oxalate.
Carbone	35,74	62,11	60,66
Hydrogène	2,85	5,17	4,61
Azote	27,94		

Calculé d'après la formule $C^{44} H^{19} Az O^{10}$:

Carbone. . . .	56,82	Carbone. . . .	63,03	Carbone. . . .	61,67
Hydrogène. .	2,79	Hydrogène. .	5,05	Hydrogène. .	4,49
Azote.	27,47				

De nouvelles analyses semblent donc être requises avant que l'on puisse se fixer d'une manière définitive sur la composition de la berbérine.

Personne mieux que M. Henry ne serait en état de les entreprendre. J'ai donc l'honneur de proposer à l'Académie de décider que l'auteur sera engagé à continuer ses recherches, et que son mémoire, qui semble fait avec beaucoup de soin et qui révèle un chimiste de talent, sera inséré au *Bulletin.* »

Les conclusions des rapports de MM. Martens, Stas et De Koninck sont adoptées par l'Académie.

Recherches sur l'action des forces moléculaires des éléments chimiques; par M. Ch. V. Zenger.

Rapport de M. Dewalque.

« Le travail que la classe m'a fait l'honneur de renvoyer à mon examen est consacré à une des questions les plus obscures de la physique générale : la forme des corps cristallisés, dans ses rapports avec les forces qui la déterminent. Pour plus de simplicité, l'auteur s'est borné, comme le titre l'indique, à rechercher la cause de la forme cristalline des éléments chimiques, de ces corps que nous considérons comme simples tant qu'on n'aura pas réussi à les décomposer.

Malgré les rapports qui existent, ou qui sont admis, entre la forme des molécules et celle des cristaux, l'auteur se tait sur ce premier point; il me paraît d'ailleurs qu'il suppose les molécules sphériques. Je ne puis mieux faire, pour donner une idée de la manière dont il a compris son sujet, que de rapporter ici le dernier paragraphe de son travail.

« Nous pouvons résumer les lois de l'action moléculaire » des forces et de leur influence sur la forme cristallo- » graphique des éléments chimiques.

» 1° Il y a deux forces moléculaires, l'une attractive, » l'autre répulsive.

» 2° L'une est une force continue, inhérente à la ma- » tière; l'autre est momentanée, extérieure et n'agit que » par le contact.

» 3° La tangente de l'angle dièdre fondamental du » cristal ou de l'angle moléculaire exprime le rapport de » la distance moléculaire et de la chaleur spécifique des » éléments chimiques. Par conséquent, les éléments ne » peuvent cristalliser sous des formes entièrement régu- » lières.

» 4° La force continue ne pouvant être en équilibre » avec la force instantanée, l'action simultanée des forces » moléculaires produit un mouvement et les molécules » oscillent autour d'une position d'équilibre, ainsi que » M. Clausius l'a démontré pour les gaz.

» 5° Il n'y a point de raison pour attribuer à ces forces » moléculaires une virtualité différente de celle de l'at- » traction universelle et de la force centrifuge.

» 6° De là, il paraît recevable que les mêmes forces qui » causent les mouvements des corps célestes dans les » espaces incommensurables, produisent aussi les mou- » vements perpétuels des molécules qui échappent à nos

» sens et qui, par leur action simultanée, déterminent » leur position mutuelle et la figure des corps. »

Le simple énoncé de ces conclusions peut faire comprendre l'étendue du champ que l'auteur embrasse, ainsi que l'importance des problèmes dont il cherche la solution. L'examen de ces lois exigerait des développements que l'auteur n'a pu donner dans la note que j'ai à analyser, et j'espère que l'on me pardonnera de ne chercher à relever ni ces lacunes, ni les assertions qui nous paraissent contestables : nous serions bientôt entraîné, sans grand profit pour personne, dans un travail beaucoup plus long que celui qui est soumis à notre examen, et dans une catégorie de recherches pour lesquelles nous ne sommes pas compétent. Malgré notre penchant pour les théories, nous ne pouvons nous empêcher de ne voir dans de tels problèmes qu'un vaste champ ouvert aux spéculations les plus aventureuses sans que le contrôle immédiat des faits y vienne jamais apporter des bornes salutaires à la liberté de l'imagination. Au fond, la note de M. Zenger a pour but d'établir la troisième loi : appelant α l'angle dièdre fondamental du cristal, c'est-à-dire l'angle des arêtes terminales des rhomboèdres ou celui des arêtes latérales des octaèdres, r la distance moléculaire, qu'il fait égale à la racine cubique du volume moléculaire rapporté à celui de l'eau pris pour unité, s, la chaleur spécifique du corps, il cherche à établir l'équation : $\operatorname{tg} \alpha = \frac{r}{s}$, qu'il traduit comme suit : la tangente de l'angle dièdre fondamental exprime le rapport entre la distance moléculaire et la chaleur spécifique. Et comme la chaleur spécifique n'est jamais nulle, tg α, ne peut jamais être infinie ou α devenir un angle droit; d'où suit le corollaire qu'aucun corps simple ne peut appartenir au système régulier.

L'exactitude de la loi que je viens de transcrire peut être établie de deux manières, *à priori* et *à posteriori :* on peut partir de certains principes admis, que l'on traduit en chiffres qu'on transforme légitimement de manière à obtenir l'équation finale $\text{tg}\,\alpha = \frac{r}{s}$; ou bien, on peut considérer la loi comme une donnée hypothétique et en chercher la vérification expérimentale. L'auteur a fait l'un et l'autre, de sorte que sa note peut être divisée en deux parties.

Dans la première, l'auteur commence par faire remarquer que les formes des éléments polymorphes sont en relation intime avec leurs densités et leurs chaleurs spécifiques; elles présentent d'autant plus de régularité que la densité est plus grande et la chaleur spécifique plus petite. Il conclut de là que la forme cristalline des corps simples est une fonction de la densité et de la chaleur spécifique. Après des considérations très-contestables sur celle-ci, ou la force répulsive considérée comme force instantanée, il rapporte une formule donnée par Nordenskiöld pour calculer la densité des corps composés au moyen des poids atomiques et des poids spécifiques de leurs éléments. Cette formule consiste dans l'équation suivante que je n'ai pu vérifier, faute de citation :

$$\frac{M}{D^{\frac{1}{3}}} = \frac{m_1}{d_1^{\frac{1}{3}}} + \frac{m_2}{d_2^{\frac{1}{3}}} + \ldots.$$

où M, m_1, m_2, ... représente les poids atomiques, d_1, d_2, ... les densités.

Si l'on fait

$$\left(\frac{m}{D}\right)^{\frac{1}{3}} = R; \left(\frac{m_1}{d_1}\right)^{\frac{1}{3}} = r_1 \ldots$$

on obtient :

$$m\tfrac{1}{3}R = m_1\tfrac{1}{3}r_1 + m_2\tfrac{2}{3}r_2 + \dots$$

Et comme $\frac{m_1}{d_1} = v_1$ ou le volume atomique, nous avons :

$$r_1 = \sqrt[3]{v} = \left(\frac{m_1}{d_1}\right)^{\frac{1}{3}}.$$

Il considère r comme représentant la distance moléculaire. Puisque la densité ne peut être que l'effet de l'action simultanée des forces moléculaires, la distance moléculaire doit être une fonction de ces forces; et comme l'examen des corps polymorphes a montré que leurs formes cristallines varient avec leurs densités et leurs chaleurs spécifiques, la forme des éléments doit dépendre de ses propriétés, que l'auteur considère comme cas particuliers de l'attraction universelle et de la force centrifuge.

Examinant le cas de deux molécules soumises à l'action de ces forces, l'auteur obtient une résultante, faisant avec la normale à la ligne des centres un angle α tel que $\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{om''}{op}$, équation où om'' est la distance moléculaire et op une fonction de la chaleur spécifique. « Et comme » la force répulsive est une forme momentanée », on a

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{r}{fs} = \frac{r}{s}.$$

Si tous les calculs que je viens d'analyser aussi brièvement que possible, sont exacts, en tant qu'opérations mathématiques, il est facile de voir qu'ils pèchent par les raisonnements qui leur servent de base. Ainsi r, la distance moléculaire, ne peut être fait $= \sqrt[3]{v}$, le volume atomique, qu'à condition que le corps appartienne au système régulier et que ses molécules soient placées rectangulairement, de manière que huit d'entre elles correspondent aux huit angles solides d'un cube. En outre, je n'ai pu parvenir à comprendre comment l'auteur admet que $fs = s$: la circonstance que la chaleur spécifique serait une force instantanée, force qui serait proportionnelle à la vitesse, ne me paraît pas suffire à expliquer cette transformation. Enfin, l'auteur n'examine que le cas de l'attraction réciproque de deux molécules : il me semble qu'il aurait dû en faire intervenir au moins trois, puisqu'il s'agit de solides. D'un autre côté, je ne sais jusqu'à quel point il est exact de dire que l'examen des corps polymorphes ayant montré que leurs formes variaient avec leurs densités et leurs chaleurs spécifiques, la forme des éléments ne doit dépendre que de ces propriétés.

Si l'exactitude de la formule n'est pas mathématiquement démontrée, nous pouvons la considérer comme une donnée hypothétique et chercher si elle se vérifie par l'observation. C'est ce que l'auteur a fait et les résultats sont résumés dans un tableau contenant 24 corps simples, métalloïdes et métaux. Il faut observer que la distance moléculaire est la racine cubique du volume moléculaire, et que, pour obtenir celui-ci, les poids atomiques sont rapportés à celui de l'eau $= 1$, la densité et la chaleur spécifique étant rapportées à ce liquide.

L'examen de ce tableau montre un accord frappant entre les angles observés et les angles calculés pour les corps cristallisés en octaèdres ou en rhomboèdres, tandis que pour les corps simples du système cubique, il n'y a nulle concordance; nous avons déjà fait remarquer que la formule ne peut conduire à $\alpha = 90°$; l'auteur trouve qu'il ne peut dépasser $89°8'$, et nie positivement l'existence de cristaux réguliers dans les éléments chimiques : il explique l'opinion contraire par des imperfections dans les cristaux et dans les mesures d'angles. Mais je dois faire remarquer que nous possédons d'autres moyens pour déterminer le système cristallin et que, par exemple, les formes à vingt-quatre et à quarante-huit faces du diamant caractérisent absolument le système régulier.

Je ferai encore observer que la formule ne donne qu'une valeur d'angle, et qu'elle laisse indécis le système cristallin ; c'est l'observation seule qui le fait connaître. Cette lacune est d'autant plus regrettable que l'auteur mesure les angles dièdres terminaux des rhomboèdres et les angles latéraux des octaèdres, sans qu'on aperçoive la raison de cette différence.

Quoi qu'il en soit, on ne peut qu'être frappé de l'accord qui existe dans les formes appartenant aux systèmes non réguliers : une telle concordance ne peut être l'effet du hasard, et il doit y avoir dans les idées de l'auteur quelque vérité encore obscure qui mérite d'attirer l'attention des physiciens.

Il est quelques éléments dont la chaleur spécifique n'est pas encore connue, mais pour lesquels on connaît celle de certains composés; l'auteur calcule la chaleur spécifique approchée au moyen de la formule

$$s_1 = \frac{\text{MS} - (m_2 s_2 + m_3 s_3 + \ldots)}{m_1}$$

et l'angle fondamental par l'équation

$$\frac{s_1}{r_1} = \cos\alpha = \frac{\text{MS} - (m_2 s_2 + m_3 s_3 + \ldots)}{m_1 r_1}.$$

Les résultats obtenus sont réunis dans un tableau qui donne lieu aux mêmes observations.

En résumé, la loi que l'auteur cherche à établir ne nous paraît pas suffisamment fondée, et elle ne se vérifie que pour certaines catégories de faits. Son travail laisse en outre beaucoup à désirer au point de vue de la clarté et de la méthode, ce qui ne tient pas entièrement à l'ignorance de la langue française; c'est pourquoi je me trouve à regret dans la nécessité de ne pouvoir en proposer l'impression; mais comme il contient une idée qui me paraît digne d'attention, j'ai cherché à le résumer aussi clairement que possible, et j'ai l'honneur de proposer à la classe d'annexer aux rapports de ses commissaires le tableau où l'auteur résume ses résultats, avec les principaux exemples, de déposer le travail aux archives et de remercier M. Zenger de sa communication, en l'engageant à développer ses recherches. Si la classe adopte ces propositions, je me chargerai de l'extrait à joindre au *Bulletin.* »

M. L. De Koninck, second commissaire, souscrit à ce rapport.

Rapport de M. Gloesener.

« Le mémoire de M. Zenger sur l'action des forces moléculaires des éléments chimiques a pour objet de faire voir que les formes cristallines des éléments chimiques sont produites par deux forces moléculaires, dont l'une est attractive et permanente, et l'autre répulsive et momentanée. A cet effet, il calcule, au moyen des valeurs de ces deux forces que nous déterminerons à l'instant, la tangente de l'angle dièdre fondamental du cristal, c'est-à-dire de l'angle des arêtes terminales des rhomboèdres ou celui des arêtes latérales des octaèdres. Il compare l'angle trouvé au moyen d'une formule empirique, pour un grand nombre de substances, à l'angle donné par l'observation pour la même substance; et de l'accord trouvé entre les résultats du calcul et ceux de l'observation, il conclut que la formule admise représente des faits réels de la nature, et que, par suite, les deux forces moléculaires supposées suffisent pour expliquer les formes cristallines des éléments des corps.

Voici les caractères de ces deux forces : La force attractive est inhérente à la matière, et, par conséquent, celle en vertu de laquelle les molécules s'attirent; et elle ne différerait même pas, d'après M. Zenger, par sa nature, de l'attraction universelle. L'attraction des molécules variant, conformément à l'observation, avec leur densité et leur chaleur spécifique, le physicien de Neusohl la représente en grandeur par la distance entre les centres de deux molécules contiguës, y compris les espaces laissés entre elles et uniformément répartis; ou bien, en d'autres termes, par la racine cubique des volumes moléculaires qu'on obtient en divisant par le poids spécifique du corps simple son poids atomique rapporté d'abord à celui de l'hydrogène pris pour unité de poids, et ensuite à l'eau par la division par 9.

La force répulsive serait, d'après M. Zenger, la chaleur spécifique rapportée à l'eau et à l'unité de poids. Il admet que la chaleur spécifique des éléments agit comme les vitesses dans la théorie du choc des corps. Lorsqu'une force extérieure et momentanée imprime aux corps une impulsion suivant une direction déterminée, les éléments oscilleront, dit l'auteur du mémoire, autour d'une position d'équilibre, comme l'a admis Clausius pour les gaz, et de la même manière que les planètes tournent autour du soleil, en vertu de l'attraction et d'une impulsion primitive communiquée suivant une direction déterminée.

M. Zenger suppose que la répulsion oblique par rapport à la force attractive, soit décomposée en deux autres forces, dont l'une diminue un peu l'attraction réciproque des molécules et dont l'autre est perpendiculaire à cette dernière. Il admet aussi que la force répulsive qui est perpendiculaire à la distance moléculaire ou à la force attractive est proportionnelle à la chaleur spécifique. C'est sur la résultante de ces deux forces que les molécules du cristal se réunissent; elle fait avec la composante répulsive un angle α dont la tangente est égale à la distance moléculaire divisée par la chaleur spécifique.

Les développements que donne M. Zenger à ses idées sont un peu obscurs et hardis. Il faut regarder comme empirique la formule par laquelle il calcule l'angle dièdre fondamental α, et chercher à la vérifier par les résultats qu'elle fournit. Or, les tableaux annexés au mémoire que nous analysons montrent que les résultats du calcul s'accordent avec ceux de l'observation d'une manière telle qu'on ne peut s'empêcher de croire que M. Zenger, continuant ses recherches, parviendra à des résultats dignes de toute l'attention des cristallographes.

Je dois faire remarquer que les valeurs trouvées par le calcul pour les indices de réfraction et pour les angles de polarisation confirment celles que M. Zenger a trouvées pour les angles des arêtes fondamentaux; et réciproquement, par la raison que les formules qui ont servi à calculer les unes et les autres ne diffèrent qu'en ce que la racine carrée de tangente α est égale à l'indice de réfraction et à la tangente de l'angle de polarisation.

Je laisse à notre honorable collègue, M. Dewalque, l'examen de la question, si et jusqu'à quel point, les résultats du mémoire de M. Zenger sont applicables à tous les systèmes cristallins : j'adhère à son opinion sur cette question.

Il faudra certainement des recherches ultérieures pour apprécier toute l'importance du travail de M. Zenger. Il les fera sans doute lui-même; mais celles qu'il a communiquées dans son mémoire suffisent pour m'engager à prier l'Académie de vouloir bien remercier M. Zenger de sa communication, l'engager à continuer ses recherches et à faire insérer dans son *Bulletin* les tableaux qui contiennent les résultats de ses observations (1). »

Les conclusions du rapport de M. Gloesener sont adoptées par la classe.

— MM. Van Beneden et De Koninck présentent leurs rapports sur deux notices communiquées par M. Marcel de Serres, professeur dont la Faculté des sciences de Montpellier vient de célébrer le cinquantième anniversaire.

L'une de ces notices concerne l'ancienne existence des animaux invertébrés perforants et particulièrement des mollusques conchifères et tubicolés de Lamarck; l'autre traite des altérations que les coquilles éprouvent pendant la vie des animaux qui les habitent.

La classe décide qu'il sera adressé à M. Marcel de Serres des remercîments pour ses deux communications, ainsi que des félicitations sur la cinquantième année de son professorat.

---

(1) Conformément aux propositions du rapporteur, les tableaux calculés par M. Zenger ont été insérés dans le présent *Bulletin*. Voir pp. 608-610.

COMMUNICATIONS ET LECTURES.

Sur la variation des éléments magnétiques. Lettre du Père A. Secchi, directeur de l'Observatoire de Rome, à M. Quetelet.

Il y a longtemps que j'aurais dû répondre à votre aimable invitation et vous tenir au courant des travaux exécutés à notre observatoire; mais le temps qu'il m'a fallu employer pour mettre en ordre la plus grande partie de ces observations ou pour en préparer de nouvelles, m'a privé du plaisir de m'entretenir avec vous. En laissant de côté maintes choses que j'aurais à vous communiquer, je me permettrai de vous entretenir des résultats des observations magnétiques que je viens de faire avec la collection d'instruments que nous avons. Vous apprendrez avec plaisir comment je suis arrivé à obtenir des indications exactes et régulières, surtout de l'instrument à force verticale, semblable à celui que vous possédez. J'ai abandonné la lecture de l'échelle qui se fait à l'aide de deux microscopes, et je ne me sers de ceux-ci que pour les rectifications nécessaires : la lecture différentielle habituelle a lieu de cette manière :

Le barreau AB a été garni de deux appendices en aluminium, semblables à ceux de cuivre qu'il porte dans sa construction originale; seulement un de ces appendices, A, porte une petite pince dans laquelle j'ai fixé une échelle de cristal divisée en dixièmes de millimètre. On observe cette échelle avec un long microscope m, m' qui grossit environ 40 fois, ce qui permet de rester éloigné de l'instrument d'une distance de deux mètres. On éclaire l'échelle de cristal à l'aide de la lumière réfléchie par un prisme P. Depuis que je suis parvenu, au moyen des vis de registre du barreau, à rendre très-sensible l'instrument dont je me sers, je l'ai trouvé toujours régulier dans sa marche, et je pourrais même dire qu'il est le plus exact de tous. Un dixième de millimètre d'oscillation correspond à 0,000071 de la force verticale, et on peut apprécier les dixièmes de ces divisions très-facilement. Pour garantir l'instrument des variations brusques de température, la salle est préservée avec soin des influences personnelles, et celui-ci est recouvert par une seconde boîte qui couvre la première et les deux microscopes, et même la dalle de marbre qui supporte tout l'instrument. Les différentes parties du support de l'instrument et du long microscope sont fixées à un mur très-épais et souterrain du bâtiment. J'ai disposé l'appareil dans le méridien magnétique. Je ne doute point qu'en faisant de semblables améliorations à votre magnétomètre vertical, vous ne réussissiez à en tirer un bon parti.

Je passe maintenant aux résultats des observations. Aux époques des équinoxes et près des solstices, nous faisons, pendant 3 ou 4 jours et nuits, des observations horaires ou demi-horaires, en nombre suffisant pour fixer la marche des instruments: si en ces jours arrivent des perturbations, nous remettons nos observations à un temps où l'aiguille est moins agitée.

Déclinomètre. — La marche de cet instrument est si connue qu'il paraît superflu de s'y arrêter; cependant, j'y ai fait une attention spéciale, espérant trouver un fil qui puisse nous guider dans ce dédale des variations. On est accoutumé à prendre des moyennes et à en discuter les résultats : cela est bon pour plusieurs choses, mais cela gâte bien souvent les lois des détails : j'ai donc préféré de construire, l'une après l'autre, les courbes de mes observations pendant plusieurs jours et d'en observer la marche générale. Ce qui frappe au premier abord, c'est qu'on voit dans leur marche particulière des périodes évidemment tronquées : il n'y a pas de véritable continuité du jour à la nuit. J'avais tâché, en 1854, de réduire les variations à une période composée, diurne et semi-diurne, qui, en se superposant, représentait assez bien les *moyennes* des observations réduites par M. Sabine; mais une telle période donne nécessairement une loi de continuité dans le passage du jour à la nuit qui ne subsiste réellement pas. La marche de l'aiguille est interrompue à certaines heures du jour et durant presque toute la nuit. Pendant cette dernière période, il y a réellement un petit mouvement qu'on peut appeler la répétition de celui du jour extrêmement affaibli (1). La période véritable de l'aiguille, sans la suspension nocturne, serait une période semi-diurne, c'est-à-dire qu'entre les deux *maxima* consécutifs, il y aurait 12 heures comme dans le flux de la mer. Pour toute démonstration, il suffit de jeter un coup d'œil sur les dernières courbes

---

(1) La continuité apparente provient de ce que les moments de rebroussement arrivent à des heures diverses, en différents jours, et se superposent en s'oblitérant mutuellement dans les moyennes.

du solstice que je joins à cette lettre. Les lignes continues montrent la courbe telle qu'elle est décrite par l'instrument, et leur continuation ponctuée ce qu'elles seraient si le mouvement avait lieu avec la même intensité pendant la nuit. Je vous prie de remarquer avec attention les particularités suivantes : 1° le mouvement de l'aiguille se fait, dans l'est, depuis le lever du soleil, à 4 heures, jusqu'à 7 h. $\frac{1}{2}$ du matin; alors l'aiguille rebrousse chemin, marche à l'ouest jusqu'à une heure et demie du soir; de là elle marche de nouveau à l'est jusqu'à 6 heures du soir, où elle semble s'arrêter. Ce phénomène est caractéristique; car si la chaleur solaire produisait, soit directement soit indirectement, le mouvement, celui-ci devrait commencer dans le même temps que celui de la température au lever du soleil, passer au *maximum* avec lui et ne s'arrêter qu'à son coucher. J'ai tracé pour cela, pendant les jours d'observation, la courbe du thermomètre déduite de celle du thermographe. On remarquera la grande disparité qui existe entre ces deux courbes. De plus, on peut se demander pourquoi l'aiguille marche en sens contraire jusqu'à 7 $\frac{1}{2}$ heures, pourquoi son mouvement s'arrête à 6 heures, moment auquel elle paraît paralysée, malgré la présence du soleil. Il est difficile, sans doute, de répondre positivement à ces questions; mais on peut affirmer que la marche n'étant pas d'accord avec celle de la température, celle-ci *n'est pas* la *seule* et *véritable* cause. Arrêtons-nous pour un moment, et avant de conclure positivement, ayons soin de démontrer négativement l'exclusion de la cause prétendue de ces phénomènes. C'est ce que nous allons essayer, en nous servant d'un autre instrument qui nous éclairera davantage.

Composante verticale. — La courbe de cet instrument, placé aussi dans le méridien, est frappante. La nuit, l'instrument reste presque fixe, il a seulement un petit mouvement; au lever du soleil, il commence sa marche par un abaissement du pôle nord jusqu'à 6 heures; après cela, ce pôle se relève très-régulièrement jusqu'à midi, puis il redescend jusqu'à 5 à 6 heures du soir; ensuite il remonte jusqu'au coucher du soleil, moment où sa marche s'arrête presque entièrement jusqu'au matin. Je demande ici aux physiciens qui soutiennent l'opinion de la température, s'il n'y a aucune relation entre ces mouvements et ceux du thermomètre. L'illusion de la coïncidence des *maxima* et *minima* du thermomètre et du barreau disparaît même complétement; et nous voilà conduits à des fonctions de doubles angles horaires et d'une période semi-diurne qui frappe l'œil le moins exercé, si l'on complète les courbes nocturnes par des points, comme vous pouvez le voir. Je viens d'appliquer ces discussions aux observations d'été comme étant les plus remarquables, puisque le soleil reste sur l'horizon pendant les heures mentionnées ci-dessus et exerce une action opposée sur l'aiguille. Les observations du printemps montrent la même particularité, seulement les intervalles entre les *maxima* sont de plus courte durée. Près des équinoxes, l'aiguille de déclinaison se met en mouvement, vers l'est, au lever du soleil, et arrive au *maximum* à 8 ou 9 heures; elle est au *maximum* ouest à 2 heures; elle marche vers l'est jusqu'à 6 heures, temps où elle s'arrête et n'a plus que de petites oscillations dont la cause est assez problématique. Le pôle nord du magnétomètre vertical se met en mouvement descendant à 6 heures et arrive à sa plus grande dépression à 8 heures, ensuite il se relève jusqu'à 12 $\frac{1}{2}$

heures de l'après-midi, pour redescendre jusqu'à 4 heures et remonter ensuite jusqu'à 6 heures, temps où, après une petite ascension encore, il se trouve arrêté. Pendant la nuit, la marche de l'instrument est arrêtée. La seule différence entre les saisons est un *rétrécissement dans l'ouverture de la courbe*, du côté diurne. Passons au troisième instrument.

Le bifilaire. — Malheureusement cet instrument ne fonctionne pas avec la remarquable régularité des précédents. La construction en est si simple et tous les arrangements si bien combinés, que je ne doute point que les nombreuses irrégularités auxquelles il est sujet ne soient dues qu'à des causes réelles et magnétiques. C'est pour cette raison que les observations ont été continuées pendant plusieurs années consécutives, presque d'heure en heure, surtout l'après-midi, partie du jour où les irrégularités sont plus remarquables. Cependant une forme constante règne toujours dans la période de tranquillité, qui a un *minimum* entre 9 et 10 heures du matin et un *maximum* à 4 heures du soir. Ce *maximum* est bien souvent suivi d'un autre *minimum* relatif qui est plus petit que celui du matin; et, au coucher du soleil, le barreau commence à descendre lentement pour arriver à la position matinale pendant la nuit. Quoique naturellement imparfaites, ces conclusions nous montrent que la période semi-diurne est très-bien indiquée dans la distance de 6 heures environ du *maximum* au *minimum* principal. J'espère même que les irrégularités de l'instrument ouvriront quelque voie pour reconnaître leur source. En général, nous avons remarqué qu'elles sont très-nombreuses dans les jours chauds et avant les vents de N.-E.; ce qui prouve l'existence d'une influence météorologique non douteuse qui trouble la période principale. En effet, après avoir constaté l'action des aurores boréales, les grands éclairs pendant les orages (ce que j'ai vu plusieurs fois), et une variation assez sensible des oscillations après de grands refroidissements de l'atmosphère, on ne peut se dissimuler l'action des météores atmosphériques sur le magnétisme terrestre; mais le caractère général de ces influences est celui de causes perturbatrices et non de causes principales. Je ne vous rappellerai pas les essais que j'ai faits pour réduire tous ces phénomènes à un principe, car je suppose que vous les connaissez. Ce qui intéresse pour le moment, c'est de bien établir la partie négative de la question, c'est-à-dire la diversité essentielle de période dans les variations des instruments magnétiques et de la température. Toute explication qui ne satisfait pas à ces conditions, ou qui ne donne pas la raison de la loi de la période semi-diurne que le phénomène manifeste d'une manière si éclatante, doit être rejeté. Déjà on doit regarder comme un pas assez grand fait par la science moderne, que de considérer toutes les composantes de la force magnétique, et non pas seulement sa direction, comme on faisait autrefois. Nous avons encore à expliquer le rapport relatif de ces divers instruments, dont même les extrêmes horaires ne s'accordent ni entre eux ni avec la température.

Je ne prétends pas que les observations que je viens de faire puissent rivaliser avec les nombreuses observations qui se font habituellement; si je suis entré dans tous ces détails, c'est parce que Rome étant une station tout à fait nouvelle, il était très-intéressant de connaître ici la marche des phénomènes avec exactitude. Vous voyez donc que notre station est assez favorable pour la grande régularité du déclinomètre et du vertical. Pour le bifilaire, elle ne paraît pas si avantageuse. Cependant cela ne m'étonne pas : tout l'ensemble des lois magnétiques fait connaître des phénomènes que j'appelle complémentaires, et dans ce dernier instrument, je vois clairement l'instrument complémentaire du déclinomètre; car il peut bien arriver que lorsque l'un est calme, l'autre est troublé. J'avais déduit cette loi de complément de ma théorie, et je la vois vérifiée dans la série des intéressantes observations publiées par Sabine (dans le vol. 147, part. II, pag. 513, des *Transact. philos. de Londres*) et qui ont été faites à Point-Borrow, au cercle polaire. Là on voit la tendance du déclinomètre à une période simple, comme celle qu'on obtient à l'équateur avec le bifilaire.

Je crois devoir insister sur la loi des périodes des heures *tournantes* (*turning hours* des Anglais), car cela est très-important pour découvrir la loi des faits et ensuite leur cause. C'est ainsi qu'on agit pour le flux et reflux de la mer et pour la variation barométrique diurne, qui coïncident, on ne peut plus en douter, avec les actions thermiques du soleil. Pour les phénomènes magnétiques, l'expérience nous a prouvé que ces périodes dépendent beaucoup des positions du soleil, et non de la période thermique seulement; de plus, il y a l'influence des latitudes géographiques, laquelle a été heureusement constatée par des observations faites dans les colonies anglaises. Mais, par leur théorie, on ne pourra obtenir aucun bon résultat, sans avoir fait une comparaison de toutes les données obtenues des principaux observatoires du globe. Malheureusement les observations sont encore trop peu nombreuses, pour qu'on ne soit pas disposé à prendre de simples exceptions pour des lois générales.

Je finirai cette lettre déjà trop longue, en vous donnant le résultat de nos observations magnétiques pour Rome :

Intensité totale (unité de Gauss)	= 4,4079
Déclinaison, 1 janvier 1859.	= 13°48',6
Inclinaison	= 59°12',2

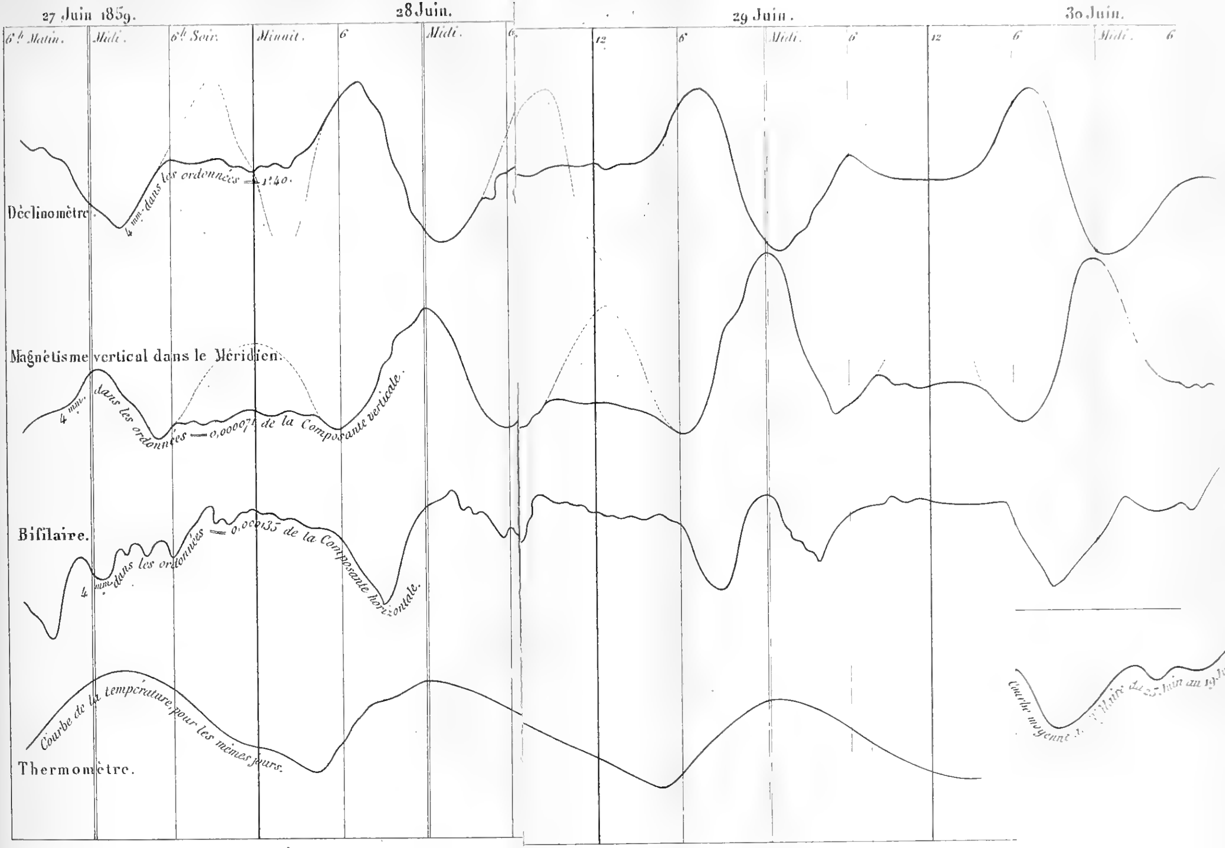
Note sur un arc-en-ciel remarquable ; par M. A. Quetelet, membre de l'Académie.

Le 31 juillet dernier, après une journée assez chaude, des nuages épais se sont formés; et, entre 5 et 8 heures du soir, il a plu à plusieurs reprises.

Vers 7 heures et demie, le ciel était extrêmement chargé près de l'horizon, à l'exception du nord et de l'ouest, et l'on a eu le spectacle d'un fort bel arc-en-ciel double. Son éclat était très-vif. Il a persisté longtemps; près d'un quart d'heure. A l'intérieur de l'arc principal, à côté du vert, on distinguait une bande d'un violet pâle, et plus à l'intérieur encore, une seconde bande d'un vert très-faible. La différence d'éclat du ciel, à l'intérieur de l'arc central et entre les deux arcs concentriques, était très-sensible : cette dernière partie était beaucoup moins claire que l'autre.

Le phénomène a continué à être visible pendant que le soleil se couchait; mon fils en a relevé les principaux caractères.

Ce qu'il y a de curieux, c'est qu'au même moment un


27 Juin 1859.
28 Juin.
29 Juin.
30 Juin.
6h Matin.
Midi.
6h Soir.
Minuit.
6
Midi.
6
12
6
Midi.
6
12
6
Midi.
6
Déclinomètre.
4 mm. dans les ordonnées = 1'.40.
Magnétisme vertical dans le Méridien.
4 mm. dans les ordonnées = 0,00007 de la Composante verticale.
Bifilaire.
4 mm. dans les ordonnées = 0,000135 de la Composante horizontale.
Courbe de la température pour les mêmes jours.
Thermomètre.
Courbe moyenne
du 25 Juin au 19 Juillet.

phénomène analogue attirait l'attention d'un autre observateur à Louvain et présentait des caractères analogues.

Les journaux nous apprennent que, le même jour, un orage épouvantable a éclaté sur le haut Rhin, et que la chute des grêlons, ou plutôt de véritables glaçons de 6 à 8 centimètres, a été si abondante qu'on a dû employer des voitures pour les emporter.

M. Florimond a écrit à M. Quetelet que le phénomène aperçu à Bruxelles a été vu aussi à Louvain.

« A 7 heures 20 minutes, des nimbus couvraient à peu près tout le ciel. Tout à coup, les nuages du N.-O. se peignirent uniformément d'une couleur orangée des plus vives, embrassant environ le tiers du ciel. Au N.-N.-O, on vit des nuages en forme de trombes, assez bien dessinées. Vers l'endroit du soleil apparurent des cumulus éblouissants entre lesquels se montrèrent des ouvertures semblables à des fournaises, quoique le soleil ne fût pas visible. Sous ces cumulus et fort près de l'horizon, apparut une bande qui reflétait un ciel bleu des plus purs. Tandis que dans la direction opposée, au S.-E., il y avait un magnifique arc-en-ciel, un des plus complets et des plus brillants qu'on puisse voir.

Cet arc-en-ciel a persisté jusqu'à 7 heures 48 minutes. A 7 heures 40 minutes, il a commencé à perdre de son éclat, mais il n'en a pas moins été bien visible jusque 2 *minutes après le coucher du soleil*, qui a eu lieu ce jour-là (d'après l'*Annuaire de l'observatoire de Bruxelles*) à 7 heures 46 minutes. La couleur rouge orangée du ciel a disparu graduellement et en même temps que l'arc-en-ciel. »

Additions au Synopsis des Gomphines; par M. De Selys-Longchamps, membre de l'Académie.

Je présente aujourd'hui, pour le *Synopsis des Gomphines*, publié dans les *Bulletins de l'Académie* en 1854, un supplément analogue à celui que j'ai donné récemment pour le *Synopsis des Caloptérygines*. De même que pour celui-ci, je n'entrerai pas davantage dans la rectification des erreurs de détail ni des fautes typographiques. Je me renfermerai dans la description des sous-genres et des espèces qui ne figurent pas au *Synopsis*, et je profiterai de l'occasion pour éliminer quelques espèces douteuses et remettre à leur place véritable quelques autres qui ont été mal classées.

Les additions aux Gomphines ont un caractère un peu différent de celles que j'ai données pour les Caloptérygines, la *Monographie* de ces derniers ayant paru presque en même temps que le *Synopsis*, ne comprenait que les mêmes espèces. Il n'en a pas été de même pour les Gomphines, dont la *Monographie* (formant le tome XI des *Mémoires de la Société royale des sciences de Liége*) n'a été publiée qu'en 1858; de sorte que, parmi les vingt-neuf espèces que j'ajoute au *Synopsis* de 1854, il n'y en a en réalité que six qui ne figurent pas dans la *Monographie;* ce sont : *Erpetogomphus boa*, *Neogomphus? specularis*, *Gomphoides suasa*, *Cyclophylla protracta*, *Aphylla tenuis* et *Aph. dentata*.

Le nombre des espèces décrites au *Synopsis* était de 117. Nous aurions donc maintenant 146 espèces de Gomphines décrites, mais ce chiffre doit être réduit à 138, parce qu'il y a huit espèces à supprimer, savoir :

N° 11. *Onychogomphus Lefebvrei*, De Selys, ne parait être qu'une race du *forcipatus* n° 10.

N° 20. *Ophiogomphus Menetriesii*, De Selys, est probablement identique avec le *crotalinus* n° 21.

N° 41. *Gomphus villosipes*, De Selys, est le mâle du *pallidus* n° 40.

N° 43. *G. sordidus*, Hagen, est le mâle du *lividus* n° 42.

N° 50. *G. elongatus*, De Selys, est la femelle du *notatus* n° 49.

N° 63. *Hemigomphus elegans*, De Selys, dont l'exemplaire n'a pu être examiné suffisamment et n'existe plus, doit être réuni provisoirement au *molestus* n° 64.

N° 91. *Ictinus præcox*, Hagen, n'est qu'une race du *rapax* n° 8.

N° 111. *Cordulegaster pictus*, De Selys, n° 111, est une simple race du *bidentatus* n° 109.

Il y a lieu de transférer dans d'autres groupes les espèces qui suivent.

N° 8. *Onychogomphus assimilis*, Schneider, est encore *incertæ sedis*, cependant je crois plus juste de le placer parmi les vrais *Ophiogomphus*.

N° 24. *Ophiogomphus cerastes*, De Selys, est au contraire un *Onychogomphus*.

N° 29. *Gomphus bistrigatus*, De Selys, est également un *Onychogomphus*.

N° 58. *Austrogomphus Gouldii*, De Selys, est un vrai *Hemigomphus*, à peine distinct de l'*heteroclytus*, et ce dernier, comme le *Gouldii*, est de la Nouvelle-Hollande, et non de l'Amérique.

N° 62. *Austrogomphus? interruptus*, De Selys, est probablement un *Onychogomphus* voisin du *ruptus* et du *præruptus* que je décris aujourd'hui.

N° 71. *Progomphus? stigmatus*, Say, est une vraie *Gomphoïdes* voisine de l'*audax* et de la *fuliginosa*. Les appendices anals du mâle sont analogues à ceux de la *semicircularis*. Je rectifie en même temps la patrie de la *fuliginosa*, qui est de la Guyane et non du Chili.

Des découvertes remarquables faites depuis la publication du *Synopsis*, sans parler des espèces nouvelles, qui augmentent d'un quart environ celles que je connaissais, je citerai :

Le sous-genre *Microgomphus ;* la connaissance du mâle de l'*annulatus* et du *parallelogramma* qui ont donné lieu à créer le sous-genre *Macrogomphus ;* la formation du sous-genre *Erpetogomphus ;* les deux espèces de *Gomphus*, qui constituent le groupe du *dorsalis;* la création du sous-genre *Neogomphus* par suite de la découverte de la patrie australienne des vrais *Hemigomphus;* le sous-genre *Phyllo petalia*, fondé sur deux magnifiques espèces du Chili, enfin le sous-genre *Tachopteryx*, de M. Uhler, créé pour une espèce des États-Unis, doublement remarquable par sa beauté et par sa provenance, puisqu'elle constate l'existence, dans le nord de l'Amérique, d'un insecte de la légion des *Petalura* jusqu'ici restreinte à deux espèces de la Nouvelle-Hollande et de la Nouvelle-Zélande, cette dernière formant aussi un nouveau sous-genre sous le nom de *Uropetala*.

Le nombre des sous-genres était de 35 en 1854. J'en ai ajouté sept, mais le nombre total ne doit être porté qu'à 39, parce que j'ai cru conforme aux principes de la classification de ne voir que de simples groupes géographiques dans les sous-genres *Dromogomphus, Tecagaster* et *Tæniogaster*, me rangeant en cela à l'opinion de M. le docteur Hagen, mon collaborateur pour la *Monographie* *des Gomphines,* pour celle des *Caloptérygines*, et pour la *Revue des Odonates d'Europe.*

ADDITIONS.

Sous-genre 1bis. — **MICROGOMPHUS**, **De Selys**, *Monographie des Gomphines*, 1857.

♂ Appendices anals supérieurs ayant à peu près le double du 10e segment, coniques, avec une fine branche interne basale, parallèle à la principale et aussi longue; appendice inférieur étroit, fourchu, un peu divariqué au bout seulement. Thorax noirâtre en avant, avec deux bandes verdâtres confluentes avec le collier. Les côtés olivâtres, avec une raie noire. Abdomen noir, non dilaté, un peu annelé d'olivâtre; 8e et 9e segments égaux, 10e moitié plus court.

12 nervules antécubitales aux supérieures; ptérostigma brun, médiocre, sa nervule interne non prolongée jusqu'au secteur principal; membranule nulle; angle anal obtus.

♀ Inconnue.

Patrie : Malacca.

2b . **Microgomphus chelifer**, **De Selys**, *Monog. des Gomph.*, n° 28.

Abdomen 25mm. Aile inférieure 18 $^1/_2$.

♂ Ailes hyalines. Costale noire. Ptérostigma brun, surmontant 3 cellules. Tête noire, une bande au-dessus du front, une tache latérale au nasus, une au rhinarium, deux à la lèvre supérieure et la base des mandibules olivâtres. Les deux bandes cunéiformes olivâtres du devant du thorax confluentes par en bas avec le collier, qui est très-interrompu au milieu; les côtés jaunes, avec une seule raie supérieure brune. Abdomen noir, avec un anneau basal oblitéré, étroit, interrompu à l'arête, et une fine ligne dorsale olivâtre jusqu'au 7e segment. Pieds noirs, avec une bande livide aux fémurs intérieurs.

♀ Inconnue.

Patrie : Le mont Ophir, à Malacca. Pris par M. Wallace. (Collection Selys).

Cette Gomphine, la plus petite de celles connues jusqu'ici, est voisine des *Macrogomphus*.

Sous-genre 1ter. — **MACROGOMPHUS**, **De Selys**, *Monographie des Gomphines.*

Heterogomphus 1er *groupe*, De Selys, *Syn.*

Ce nouveau sous-genre se compose des trois espèces du groupe *Robustus*, dont les mâles n'étaient pas connus. Voici le caractère de ce sexe :

♂ Appendices anals supérieurs à peu près de la longueur du 10e segment (qui n'a que le quart du 9e, ou à peu près la moitié du 8e), divisés en deux branches, la principale conique; l'interne plus fine, plus longue, divariquée. Appendice inférieur fourchu, formant deux branches aussi écartées que les supérieurs. 2e article du pénis avec une dent. Oreillettes fortes.

N. B. Les mâles des *M. parallelogramma* et *annulatus* sont décrits dans la *Monographie des Gomphines*, pages 403 et 405.

Ce sous-genre et le précédent (*Microgomphus*) sont très-voisins, et diffèrent au contraire beaucoup du sous-genre *Heterogomphus*, tel que je l'ai restreint dans la *Monographie.*

7bis. **Onychogomphus ruptus**, **De Selys**, *Monog.*, p. 393, no 30bis.

Abdomen 32mm. Aile supérieure 29.

♂ Jeune. Costale finement jaune en dehors. Triangle discoïdal des inférieures peu allongé, suivi de 2-3 cellules; ptérostigma jaune. Tête jaune, une bordure brune antérieure à la lèvre supérieure et derrière des yeux noirs. Occiput jaune cilié assez haut. Devant du thorax avec six bandes noires, très-épaisses, presque droites; les médianes presque contiguës, réservant de chaque côté un dessin jaune en forme de 7; l'antéhumérale et l'humérale séparées par une fine ligne jaune, qui est interrompue avant le haut. Les côtés jaunes avec une raie noire complète, et le commencement inférieur d'une seconde. Les taches jaunes dorsales des 3e, 4e et 5e segments arrondies. Pieds jaunâtres. Fémurs assez longs, olivâtres en dehors. Appendices (brisés).

♀ Inconnue.

Patrie : Le fleuve Amour, en Asie orientale. (Collect. Hagen.)

N. B. Voisin de l'*Austrog. interruptus*, n° 62, qui doit être un *Onychogomphus*.

7ter. **Onychogomphus præruptus, De Selys**, *Monog.* p. 395, n° 3ter.

Abdomen 38^{mm}. Aile inférieure 28 $^1/_2$.

♂ (Inconnu).

♀ Adulte. Costale noire. Triangle discoïdal des ailes inférieures assez allongé, suivi de 3 cellules; ptérostigma long, noir. Tête noire. Occiput jaune, cilié, portant au milieu deux petites pointes noires contiguës. Rhinarium, trois points au nasus et front jaunes. Lèvre supérieure jaune, largement traversée de noir. Devant du thorax avec six bandes noires très-épaisses, presque droites; les médianes presque contiguës, laissant de chaque côté un espace jaune en forme de 7; l'humérale et l'antéhumérale confondues, n'étant séparées qu'en haut, par un point jaune. Les côtés jaunes, avec une très-large bande noire médiane, qui porte en haut, sous les ailes, un gros point jaune. Abdomen avec une raie dorsale jaune, interrompue aux articulations, en anneau plus large au septième; les deux derniers sont noirs. Appendices jaunes. Écaille vulvaire prolongée en lames contiguës. Pieds médiocres, noirs, l'intérieur des fémurs antérieurs jaune.

Patrie : Adélaïde, en Australie. (Collect. Saunders.)

N. B. Voisine de l'*interruptus*. Cette espèce, par l'occiput, montre aussi de l'affinité avec le *cerastes*.

Sous-genre 3bis. — **ERPETOGOMPHUS**, **De Selys**, *Monog.*, 1857.

Ophiogomphus, 1er *groupe*, De Selys (*Syn.*).

Abdomen noirâtre, à tâches dorsales jaunes, lancéolées, très-larges. Pieds très courts. Occiput droit ou à peu près. Tête jaune. Costale jaune en dehors.

♂ 8^e et 9^e segments dilatés, égaux. Appendices anals supérieurs simples, subcylindriques, peu écartés, de la longueur du 10^e segment; l'inférieur presque égal, divisé jusqu'à la base en deux branches contiguës, très-recourbées en haut. Pas de dent au 2e article du pénis. Bord anal des ailes inférieures excavé; membranule très-étroite, allant jusqu'à l'angle.

♀ 8e, 9e et 10e segments diminuant successivement de longueur. Écaille vulvaire échancrée. Oreillettes presque nulles. Appendices anals plus longs que le 10e segment.

Patrie : Amérique septentrionale, tropicale et chaude.

N. B. Dans le *Synopsis* ces espèces formaient le 1er groupe du sous-genre *Ophiogomphus*. Je les divise en deux groupes.

1er *groupe :* (DESIGNATUS).

Ptérostigma noir. Thorax avec six bandes d'un brun noirâtre en avant.

26bis. **Erpetogomphus designatus**, **Hagen**, **De Selys**, *Monographie*, p. 401, no 16ter.

Abdomen ♂ 37, ♀ 38. Aile inférieure ♂ 30, ♀ 33 1/2.

Ptérostigma noirâtre, un léger vestige brun à l'origine des secteurs de l'arculus. Occiput renflé en tubercule en avant; espace des ocelles brun foncé. Thorax jaune, ayant en avant deux raies médianes subcontiguës brunes, isolées, ne touchant pas le bord; une antéhumérale isolée, assez courte, et une humérale étroite. Les côtés avec une ligne à la 2e suture, et un vestige à la 1re. 3e à 6e segments à fond noir; les autres mélangés de brun roux et de jaune. Pieds jaunes, avec une raie externe aux fémurs et aux tibias, et les tarses noirâtres.

♂ Appendices supérieurs renflés en dessous jusqu'au 1er tiers, et en dessus jusqu'à la moitié, où ils s'amincissent en pointe fine. L'inférieur à branches très-peu distantes, subitement recourbées en haut, atteignant les deux tiers des supérieurs, leur bout tronqué, aplati.

♀ 10e segment jaune, les 8e et 9e bruns en dessus.

Patrie : La rivière Pecos, au Texas occidental. (Coll. Hagen et Selys.)

21ter. **Erpetogomphus compositus**, **Hagen**, **De Selys**, *Monog.*, p. 400, no 16bis.

Abdomen 34mm. Aile inférieure 30.

♂ Inconnu.

♀ Occiput renflé en tubercule en avant; espace des ocelles noirâtre, thorax jaune, ayant en avant deux bandes médianes subcontiguës noires, épaisses, ne touchant pas le bord, une antéhumérale touchant finement le bord antérieur, et une humérale assez épaisse. Les côtés avec deux raies épaisses noires, complètes aux sutures. Fond de l'abdomen noir jusqu'au 8e segment; 9e et 10e jaunes. Appendices anals jaunes. Écaille vulvaire courte, peu échancrée. Pieds jaunes avec une bande externe aux fémurs et aux tibias, et les tarses noirâtres. Ptérostigma noir.

Patrie : La rivière Pecos, au Texas occidental. (Collect. Hagen.)

N. B. Très-voisin du *designatus*.

2me *groupe :* (CROTALINUS).

Ptérostigma brun ou jaune. Thorax jaune à dessins bruns peu distincts.

21quart. **Erpetogomphus boa, De Selys.**

Abdomen ♂ 39, ♀ 35. Aile inférieure ♂ 35, ♀ 32.

Ptérostigma brun jaunâtre clair. Tête et thorax jaunâtres, fémurs jaunâtres, à bande externe brune, courte, les quatre tarses antérieurs d'un brun noir.

♂ Appendices supérieurs renflés à la base, avec une dent mousse supérieure au bout du renflement; leur pointe arrondie, légèrement fléchie en dedans, velue. Appendice inférieur pas tout à fait divisé, à branches un peu distantes, atteignant les deux tiers des supérieurs. Occiput presque droit. Tibias bruns.

♀ Appendices jaunes, pointus, de la longueur du dernier segment, séparés par une forte protubérance jaune. Écaille vulvaire échancrée dans la moitié de sa longueur. Tibias jaunes en dehors avec une ligne noire. Occiput un peu échancré.

Patrie : Vera-Cruz, Mexique. Par M. Sallé. (Collect. Selys.)

N. B. Espèce voisine du *crotalinus* et du *cophias*.

21quint. **Erpetogomphus cophias, De Selys,** *Monog.,* n° 17.

Abdomen 34mm. Aile inférieure 30.

♂ Ptérostigma brun clair. Tête jaune. Espace des ocelles et celui entre les yeux brun foncé. Thorax jaune, ayant en avant l'apparence d'une bande humérale roussâtre pâle. 8e segment semblable aux précédents; 10e jaune, avec deux taches basales noires presque contiguës en dessus. Fémurs jaunes, à bande noirâtre en dehors; tarses et tibias noirs. Appendices anals supérieurs renflés à la base, avec une dent inférieure avant la moitié; leur pointe mousse. Appendice inférieur à branches un peu distantes, atteignant les deux tiers des supérieurs.

♀ Inconnue.

Patrie : Mexique. (Musée de Paris). Par M. de Sallé.

N. B. Espèce très-voisine du *crotalinus*.

21sext. **Erpetogomphus elaps**, De Selys, *Monog.*, n° 16.

Abdomen 30mm. Aile inférieure 25.

♂ Ptérostigma brun. Tête jaune; espace des ocelles brun foncé; celui entre les yeux jaunâtre. Thorax jaune, ayant en avant l'apparence d'une bande humérale roussâtre pâle. 7e segment à large anneau basal jaune; le 10e brun foncé, un peu plus clair au bout et sur les côtés. Appendices anals supérieurs non renflés à la base; leur pointe mousse, comprimée, un peu inclinée en dedans. Appendice inférieur à branches un peu distantes, atteignant les trois cinquièmes des supérieurs. Fémurs jaunâtres, à bande externe noirâtre. Le reste des pieds noirâtre.

♂ Jeune : Tête et thorax roux jaunâtre. 7e segment à dessins oblitérés.

♀ Inconnue.

Patrie : Mexique. (Musée de Paris et de Vienne.) Par MM. Sallé et Hell.

N. B. Assez voisin des précédents.

Genre GOMPHUS.

Groupe 1bis : (G. DORSALIS). De Selys, *Monog.*, p. 119.

Ptérostigma brun, assez court. Occiput cilié sur les côtés. Thorax jaune; presque sans tache sur les côtés; le devant noirâtre, avec une bande dorsale droite (et parfois une humérale) jaunes. Abdomen non dilaté, noir, à raie dorsale jaune, prolongée sur presque tous les segments. Membranule nulle. Pieds noirâtres, fémurs jaunes, à bandes noirâtres.

♂ Appendices anals supérieurs de la longueur du 10e segment, écartés, non divariqués; l'appendice inférieur plus court, très-fourchu, à branches très-divariquées. (Occiput redressé en pointe?).

♀ Écaille vulvaire courte, arrondie. Oreillettes distinctes. (Occiput bas, arrondi?).

N. B. Si ce groupe devait former un sous-genre, on pourrait le nommer *Notogomphus*.

Patrie : Afrique orientale et Afrique tropicale.

28bis. **Gomphus Ruppellii, De Selys**, *Monog.*, n° 56.

Abdomen 37 $^1/_2$mm. Aile inférieure 29.

♂ Costale jaunâtre en dehors. Ptérostigma assez court, brun. Occiput jaune, redressé en pointe au milieu. Face jaune, avec une courte bande noirâtre en haut, et une latérale en bas du nasus; la lèvre supérieure légèrement bordée et presque traversée de noirâtre. Pas de raie humérale jaune, mais un vestige supérieur. Raie dorsale jaune de l'abdomen prolongée sur tous les segments.

♀ Inconnue.

Patrie : Le Simmen en Abyssinie. Pris par M. le docteur Rüppell. (Musée de Francfort).

28ter. **Gomphus dorsalis, De Selys**, *Monog.*, n° 57.

Abdomen 26mm. Aile inférieure 26 $^1/_2$.

♂ Inconnu.

♀ Costale noirâtre; Ptérostigma court, brun jaunâtre. Occiput jaune, arrondi. Face jaune, avec une raie au bas du front et le nasus noirs, excepté une tache jaune latérale. Lèvre supérieure jaune, largement bordée et traversée de noir. Une raie jaune humérale complète. Raie dorsale jaune de l'abdomen nulle sur le 9e segment.

Patrie : Abyssinie. (Musée de Paris.)

N. B. Très-voisin du *G. Ruppellii*.

31bis. **Gomphus externus**, Hagen, De Selys, *Monog.*, p. 411, n° 37bis.

Abdomen ♂ 37mm, ♀ 38. Aile inférieure ♂ 30, ♀ 32 $^1/_2$.

Ptérostigma brun, mince ; costale jaune en dehors. Face toute jaune. Les six bandes noires du devant du thorax assez épaisses, l'humérale rapprochée de l'antéhumérale. Deux raies noires complètes sur les côtés. Bande dorsale maculaire jaune prolongée sur tous les segments. Pieds noirâtres, une bande aux fémurs et une ligne aux tibias jaunâtres. Une douzaine d'épines plus fortes aux fémurs postérieurs, qui sont assez longs.

♂ Appendices anals bruns, peu divariqués ; les supérieurs épaissis au milieu, coupés ensuite en biseau pour former la pointe finale.

♀ Écaille vulvaire prolongée au bout en deux lamelles un peu écartées à leur extrémité, où elles sont courbées en dehors.

Patrie : La rivière Pecos, dans le Texas occidental. (Collect. Hagen, De Selys.)

N. B. Espèce voisine du *dilatatus*, mais plus petite et distincte par sa face jaune.

34bis. **Gomphus kurilis**, Hagen, De Selys, *Monog.*, n° 41.

Abdomen 37mm. Aile inférieure 31.

♂ Costale jaune en dehors. Ptérostigma brun foncé. Occiput presque droit, jaune (non cilié). Vertex noir. Face et lèvre supérieure jaunes, sans lignes noires. Thorax jaune, avec six raies assez épaisses, brun noirâtre en avant ; les médianes contiguës, ayant un prolongement médian vers le prothorax, l'antéhumérale et l'humérale plus épaisses, presque contiguës, séparées seulement dans leur partie moyenne par une courte et fine ligne jaune. Une raie brune complète sur les côtés. Poitrine en partie jaune. Abdomen avec une raie dorsale maculaire jaune prolongée jusqu'au 8e segment, qui, ainsi que le 9e, est dilaté. Pieds tout noirs. Appendices anals noirs, les supérieurs, insensiblement pointus, dilatés en-dessous vers leur milieu ; l'inférieur à branches plus divariquées.

♀ (Inconnue.)

Patrie : Les îles Kuriles. (Musée de St-Pétersbourg.)

N. B. Très-voisin du *vulgatissimus*, distinct par la face jaune et les appendices supérieurs.

34ter. **Gomphus adelphus**, **De Selys**, *Monog.*, p. 413, n° 38bis.

Abdomen 32mm. Aile inférieure 25.

♂ Costale noire. Ptérostigma court, brun foncé. Occiput un peu arrondi, cilié de noir. Face jaune avec deux lignes noires dilatées, confluentes. Lèvre supérieure bordée et presque traversée de noir. Thorax jaune avec six raies noires en dessus; les médianes contiguës, ayant un prolongement médian vers le prothorax, plus étroites que l'humérale et l'antéhumérale, qui sont épaisses et confluentes avant le haut. Poitrine noirâtre. Abdomen avec une raie dorsale maculaire jaune sur les sept premiers segments seulement, qui, aux 5e, 6e, 7e, ne portent qu'un court triangle basal; les 8e et 9e dilatés, sans taches latérales. Pieds noirs, avec un point jaune à l'articulation des tibias. Appendices anals noirs, également divariqués, les supérieurs formant en dessous une pointe penchée vers le bas, à la place où ils sont coupés en biseau pour former le bout.

♀ Inconnue.

Patrie : New-York, par M. Asa Fitche. (Collect. Selys.)

N. B. Voisin du *vulgatissimus.* Remarquable par la forme des appendices supérieurs.

40bis. **Gomphus pilipes**, **Hagen**, **De Selys**, *Monog.*, n° 48.

Abdomen ♂ 39mm, ♀ 34. Aile inférieure ♂ 32, ♀ 33 ½.

Costale jaune en dehors. Ptérostigma mince, jaune; 10-13 antécubitales aux supérieures; 9-11 postcubitales. Occiput et face jaune pâle. Thorax olivâtre, avec six raies brunes étroites en avant; les médianes non contiguës, oblitérées, l'antéhumérale et l'humérale assez éloignées; des vestiges presque nuls sur les côtés. Abdomen un peu dilaté au 8e segment, brun clair, avec une bande dorsale maculaire large jaunâtre clair sur les six ou sept premiers segments. Pieds bruns, l'intérieur des fémurs et une raie externe aux tibias jaunâtres.

♂ Occiput assez élevé, un peu arrondi, cilié. Fémurs finement velus. Appendices anals jaunes, les supérieurs à pointe aiguë, un peu tournée en dedans, précédée en dehors par un tubercule inférieur noirâtre; l'appendice inférieur à branches plus écartées.

♀ Occiput assez élevé, un peu échancré, presque glabre. Écaille vulvaire saillante, un peu arrondie et presque fendue à son extrémité.

Patrie : Amérique septentrionale, Nouvelle-Orléans. (Collection Hagen et Musée de Francfort.)

N. B. Très-voisin du *pallidus* (dont le *villosipes* est le mâle). La forme de l'occiput l'en sépare.

44bis. **Gomphus militaris, Hagen, De Selys.** *Monog.*, p. 416, nº 51bis.

Abdomen ♂ 35mm, ♀ 37. Aile inférieure ♂ 29 $^1/_2$, ♀ 32 $^1/_2$.

Costale jaune en dehors. Ptérostigma jaune, assez long. 11-13 antécubitales et 12-13 postcubitales aux ailes supérieures. Occiput droit, jaune. Face jaune. Thorax jaune un peu verdâtre, avec deux bandes médianes contiguës égales, une antéhumérale, une humérale, très-rapprochée de la précédente et deux lignes latérales équidistantes noirâtres bien arrêtées. L'espace jaune entre la médiane et l'antéhumérale étant large et égal, ne forme pas un 7. Abdomen noir avec des taches dorsales lancéolées bi- ou trilobées jusqu'au 6e segment; les 9e et 10e d'un jaune roussâtre; le 9e un peu plus long que le 8e. Pieds bruns; une double bande aux fémurs et extérieur des tibias jaunes.

♂ Occiput glabre. Raie noire antéhumérale touchant les sinus et l'humérale. Appendices anals jaunâtres; les supérieurs assez rapprochés à la base, subconiques, tronqués obliquement au bout en dessus, de manière à former une pointe externe et une interne : celle-ci la plus longue. L'inférieur à branches également divariquées.

♀ Occiput très-bas, un peu cilié. Raie noire antéhumérale ne touchant pas les sinus. Appendices anals jaunâtres. 8e et 9e segments jaunâtres. Écaille vulvaire très-courte, presque droite.

Patrie : La rivière Pecos, dans le Texas occidental. (Collection Selys et Hagen.)

N. B. Espèce voisine du *spicatus* et du *minutus*.

44ter. **Gomphus intricatus, Hagen, De Selys,** *Monog.*, p. 418, nº 51ter.

Abdomen 32 $^1/_2$. Aile inférieure 27 $^1/_2$.

♂ Costale jaune en dehors. Ptérostigma livide, court. 12 antécubitales aux supérieures; 7-10 postcubitales. Vertex jaune, occiput jaune, élevé, droit, un peu cilié. Thorax jaune un peu verdâtre avec deux bandes médianes contiguës, épaisses, brunes, une antéhumérale touchant les sinus, une humérale assez éloignée, et deux latérales très-fines peu marquées. L'espace jaune entre la médiane et l'antéhumérale formant un 7 jaune, en se réunissant au demi-collier mésothoracique qui est interrompu au milieu. Abdomen brun noirâtre, avec une raie dorsale maculaire jaune jusqu'au 8e segment; les 9e et 10e jaunes; les trois derniers segments diminuant successivement de longueur. Pieds bruns, intérieur des fémurs et extérieur de tibias jaunes.

Appendices anals jaunâtres; les supérieurs très-rapprochés à la base, subconiques, pointus, coupés en biseau en dessous pour former la pointe; l'inférieur à branches également divariquées.

♀ Inconnue.

Patrie : La rivière Pecos, dans le Texas occidental. (Collection Hagen.)

N. B. Espèce voisine du *minutus.*

52bis. **Gomphus spoliatus**, **Hagen**, **De Selys**, *Monog.*, p. 409, n° 56bis.

Abdomen 45. Aile inférieure 35.

♂ Costale jaune vif en dehors. Ptérostigma jaune. Face toute jaune. Bandes antéhumérales jaunes non confluentes avec le demi-collier mésothoracique; les côtés jaunes avec des raies noires isolées complètes. Pieds noirâtres; fémurs antérieurs et postérieurs avec une raie jaunâtre, les derniers portant sept épines fortes. Les quatre derniers segments de l'abdomen presque tout jaunes. Appendices anals jaunes, à pointe noire; l'appendice inférieur à pointes un peu plus divariquées que les supérieurs.

♀ Inconnue.

Patrie : La rivière Pecos, dans le Texas occidental. (Collect. Hagen.)

N. B. Voisin de l'*armatus.* Diffère surtout par l'absence de bande noire au-devant du front. L'*armatus* et le *spinosus* formaient, dans le *Synopsis,* le sous-genre *Dromogomphus,* que je crois devoir supprimer, comme n'étant pas assez caractérisé, le groupe de l'*armatus* surtout paraissant trop voisin des vrais *Gomphus* du groupe du *dilatatus.*

Sous-genre 15bis. — **NEOGOMPHUS**, **De Selys**, *Monog.*, p. 419.

Hemigomphus, 1er *groupe,* De Selys, *Syn.*

J'ai formé ce nouveau sous-genre, démembré des *Hemigom-*

phus, pour y placer le 1er groupe, composé de l'*H. molestus*, attendu que le dessin du corps et la forme des appendices anals sont notablement différents de ceux de l'*hétéroclytus* qui, avec l'*Austrogomphus Gouldii*, forment le sous-genre *Hemigomphus* proprement dit et habitent la Nouvelle-Hollande. La patrie des *Néogomphus* est au contraire l'Amérique. Les caractères donnés pour le groupe *molestus* serviront pour le sous-genre nouveau, si ce n'est ce qui est dit du ptérostigma et des oreillettes, qui ne s'appliquerait pas au *specularis*, si ce dernier est bien un *Neogomphus*.

64bis. **Neogomphus? specularis, Hagen.**

Abdomen 32mm. Aile inférieure 28.

♂ Inconnu.

♀ Ptérostigma noir brun, assez long, plus long aux inférieures (où il a 3mm). Costale brune; membranule cendrée. Face et front jaunes; lèvre supérieure finement bordée et presque traversée de noir; vertex jaune, occiput très-bas, légèrement relevé au milieu, brun. Devant du thorax noirâtre, avec une grande plaque dorsale jaune médiane subovale, s'élargissant un peu au bord mésothoracique qu'elle touche, et une fine ligne humérale jaune, interrompue avant le haut, où elle reparaît en forme de point jaune; côtés et dessous jaunes. Abdomen égal, noirâtre, avec une strie dorsale jaune sur les sept premiers segments, large et lobée aux 1er et 2e, fine sur les autres; 8e, 9e et 10e non dilatés, diminuant successivement de longueur, ayant quelques petites taches jaunes, dont un point basal au 8e et un médian au 10e. Appendices anals jaunes, couchés sur un tubercule fourchu de même couleur, qui termine l'abdomen. Oreillettes distinctes. Écaille vulvaire ayant les trois quarts de la longueur du 9e segment, fendue, figurant deux festons accolés. Pieds courts; fémurs velus.

Patrie : Californie. (Collect. Hagen.)

N. B. Cette espèce est difficile à classer, le mâle étant inconnu. Par le dessin du devant du thorax, elle imite assez bien les *Gomphus* africains du groupe du *dorsalis*. Elle devrait, en tout cas, former un groupe dans les *Neogomphus*, à cause de la longueur du ptérostigma.

67bis. **Progomphus intricatus**, Hagen, De Selys, *Monog.*, p. 421, n° 68bis.

Abdomen ♂ 44, ♀ 45. Aile inférieure ♂ 24, ♀ 26.

Triangle discoïdal des supérieures divisé en 3 cellules; les trois autres triangles en 2 (ou même l'interne des inférieures accidentellement libre). Ptérostigma jaune roussâtre (de $3\,{}^1/_3$ à 4^{mm}); une petite ombre basale ocracée n'atteignant pas l'arculus. Occiput jaunâtre, liséré de brun, droit. Lèvres et face jaunâtre clair passant au gris sur le devant du front; le dessus du front avec une bande basale étroite, grisâtre, élargie au milieu. Thorax brun clair avec deux bandes en avant, un collier mésothoracique étroit, interrompu au milieu, une ligne humérale entière, un peu élargie à son sommet, deux bandes latérales très-larges, et une intermédiaire ovale distincte, jaune verdâtre. Abdomen jaunâtre; les articulations, les sutures et des taches latérales mal arrêtées, brun foncé. Pieds jaune olivâtre avec deux raies externes brun clair, mal arrêtées; l'intérieur des tibias noir.

♂ Appendices anals supérieurs jaunâtres, brun roux à la base. Les branches de l'inférieur brunes, courbées en dedans, bifides au bout; la dent externe assez forte.

♀ Appendices anals coniques, écartés, pointus, brun jaunâtre, de la longueur du 10e segment. Écaille vulvaire courte, très-échancrée en demi-cercle.

Patrie : Les bords de l'Amazone, au Para; par M. Bates. (Collection Selys et Saunders.)

N. B. Très-voisine du *costalis* et du *complicatus ;* en diffère par la ligne humérale entière et une coloration plus claire.

72bis. **Gomphoides suasa**, De Selys.

Abdomen 43^{mm}. Aile inférieure 41.

♂ Inconnu.

♀ *Très-jeune.* Triangle discoïdal de 3 cellules aux quatre ailes, qui sont hyalines. Ptérostigma brun (de $5\,{}^1/_4{}^{mm}$). Tout le corps d'un gris brun olivâtre, à dessins jaune pâle. Un collier mésothoracique très-étroit, et deux traits antérieurs assez courts non confluents avec lui; une raie humérale et trois latérales jaunâtres. Abdomen brun olivâtre, avec les vestiges d'une ligne dorsale interrompue, et des taches latérales jaunâtres, ces dernières plus larges au 7e segment. Bords des 8e et 9e non dilatés en feuilles. Appendices anals blanchâtres, ayant le double du dernier segment, écartés, droits, pointus. Pieds gris brun, un peu plus clairs aux fémurs.

Patrie : Vera-Cruz, par M. Sallé. (Collect. Selys.)

N. B. Espèce voisine de l'*infumata* du Brésil, dont la femelle est inconnue.

79bis. **Cyclophylla elongata, De Selys**, *Monog.*, no 81.

Abdomen 47mm. Aile inférieure 33.

♂ 16 antécubitales aux supérieures, dont le triangle discoïdal est de trois cellules, à côté supérieur un peu plus court que les autres; l'angle inférieur de 45°; triangle des secondes ailes de 2-3 cellules. Ptérostigma roussâtre (de $4\,^1/_2$mm). Ailes hyalines. Face olivâtre; lèvre supérieure largement entourée et traversée de noir. Thorax noirâtre, ayant en avant un collier mésothoracique, deux bandes droites confluentes avec lui, une humérale et trois latérales olivâtres (ces cinq raies de chaque côté presque égales et équidistantes). Abdomen long, noirâtre avec des taches basales courtes en anneaux complets, suivies d'une raie dorsale du 3e au 7e segment, l'anneau plus large sur ce dernier. Feuilles du 8e allongées, arrondies; celles du 9e petites, tronquées à angle droit. Fémurs antérieurs blanchâtres en dedans, les autres un peu brunâtres.

♀ Inconnue.

Patrie : Mexique, par M. Sallé. (Musée de Paris.)

N. B. Diffère des espèces voisines par le dessin de la lèvre supérieure.

79ter. **Cyclophylla protracta, De Selys.**

Abdomen ♂ 48, ♀ 47mm. Aile inférieure ♂ 36, ♀ 39.

Triangle discoïdal des supérieures de trois cellules; à côté supérieur un peu plus court que les autres; l'angle inférieur de 40°; le triangle des inférieures de deux cellules. Ptérostigma jaune brunâtre (de 3mm). Ailes hyalines (enfumées chez le mâle), 20-22 anticubitales aux supérieures. Face olivâtre marquée de jaunâtre; lèvre supérieure non traversée de noir. Thorax ayant en avant un collier mésothoracique, deux bandes droites, confluentes avec lui, une humérale et trois latérales claires (ces cinq raies de chaque côté presque égales et équidistantes). Abdomen long, avec des taches basales en anneaux complets du 5e au 7e segment (l'anneau plus large sur ce dernier). Fémurs pâles.

♂ Fond de la coloration noirâtre, à dessins verdâtres; feuille du 8e segment allongée, arrondie; celle du 9e petite, ayant une double courbure, non anguleuse. Les côtés du 10e prolongés en pointe à leur bord inférieur.

♀ Fond de la coloration brun jaunâtre, à dessins jaune foncé. Abdomen dilaté en petites feuilles arrondies aux 8e et 9e segments. Écaille vulvaire courte, échancrée. Appendices anals pointus, de la longueur du 10e segment.

Patrie : Matamoras, dans le Texas. (Collect. Hagen.)

N. B. Voisine de l'*elongata;* remarquable par sa grande taille et par un prolongement latéral inférieur terminal du 10e segment du mâle, rappelant les *Aphylla*.

80bis. Aphylla tenuis, **Hagen**.

Abdomen 35mm. Aile inférieure 32.

♂ *Très-jeune.* Triangle discoïdal des supérieures de trois cellules; celui des inférieures de deux cellules. Ailes hyalines assez larges. Ptérostigma jaunâtre (de 4mm). Bord anal des inférieures très-obliquement excavé. Tout le corps d'un gris brun olivâtre. Devant du thorax brun noirâtre sans dessins visibles. Articulations et sutures de l'abdomen cerclées de noirâtre; 8e et 9e segments à peine dilatés. Appendices anals supérieurs un peu courbés en haut au bout, non renflés en dent à la base. Pieds courts, tibias et tarses noirs.

♀ Inconnue.

Patrie : Nouvelle-Grenade. (Collect. Hagen.)

N. B. Très-voisine de la *brevipes*. Diffère par l'absence de dessins noirs et olivâtres à la tête et au thorax; par les ailes inférieures plus larges et leur bord anal excavé à angle plus obtus. L'exemplaire étant très-jeune et ayant séjourné dans l'alcool, il serait possible que le caractère tiré du dessin ne fût pas valable.

81bis. Aphylla dentata, **De Selys**.

Abdomen ♂ 48, ♀ 44mm. Aile inférieure, ♂ 35, ♀ 37.

Triangle discoïdal des supérieures de trois cellules, celui des inférieures de deux cellules. Ptérostigma brun foncé de (4 $^1/_2$ à 5mm).

Lèvres et face variées de roussâtre, de vert ou de jaune. Thorax noirâtre, avec un collier mésothoracique; deux bandes antéhumérales; une raie humérale et trois latérales distantes jaune olivâtre. Abdomen noirâtre, avec une marque à l'articulation basale et un vestige dorsal à la fin de l'arête des six premiers segments, et le 10e en partie olivâtres.

♂ Bandes antérieures olivâtres du thorax isolées, non confluentes avec le collier. Appendices anals supérieures légèrement courbés en bas au bout, leur base très-épaissie en-dessous, et formant une dent obtuse au premier tiers.

♀ Bandes antérieures du thorax restant assez éloignées du collier. Appendices anals bruns, coniques, un peu plus courts que le 10e segment, qui est plus court que le 9e. Échancrure de l'écaille vulvaire assez arrondie.

Patrie : Les bords de l'Amazone, par M. Bates. (Collect. Selys.)

N. B. Très-voisine de la *producta*. Le mâle en diffère bien par la dent basale des appendices supérieurs et le prolongement latéral du 10e segment moins courbé en bas, plus droit. La femelle a l'occiput plus bas, plus droit, l'abdomen plus mince au bout. Dans les deux sexes, les fémurs sont un peu plus courts.

90bis. **Ictinus melænops**, De Selys, *Monographie*, nº 92.

Abdomen ♂ 44, ♀ 41mm. Aile inférieure ♂ 55 1/2, ♀ 59.

Triangle discoïdal des supérieures de trois cellules, formé par trois veines confluentes au milieu. Lèvre supérieure, nasus et devant du front noirs, excepté une ligne fine égale supérieure jaune au front. Bande jaune humérale nulle, réduite à un point supérieur. Pas de raie jaune intermédiaire entre les deux bandes latérales du thorax, qui sont étroites; la bande terminale très-large. 3e, 4e, 5e, 6e segments à taches dorsales très-bifides en arrière, occupant le tiers basal; 7e à anneau jaune complet en dessus, mais bordé de noir sur les côtés, occupant moins de la moitié basale; 8e et 9e noirs, à taches basales tout à fait latérales jaunes; 10e noir. Feuilles du 8e étroites (♂), plus étroites (♀), médiocrement longues, denticulées.

♂ Appendices supérieurs brun noirâtre ayant une fois et demie la longueur du 10e segment, à pointe presque mousse, précédée en dedans de 4-5 dentelures. Pieds tout noirs.

♀ Appendices noirâtres un peu plus longs que le 10e segment.

Pieds noirâtres. Les premiers fémurs avec une petite bande jaune.

Patrie : Malacca, pris par M. Wallace. (Collect. Selys.)

N. B. Voisin du *dicoratus*, mais très-distinct par la face noire et l'absence de bande jaune humérale.

113bis. **Cordulegaster dorsalis**, **Hagen**, **De Selys**, *Monog.*, n° 115.

Abdomen 58mm. Aile inférieure 49.

♂ Inconnu.

♀ Costale brune en dehors; triangles discoïdaux de deux cellules; les internes libres; membranule blanchâtre. Occiput et derrière des yeux jaunâtre pâle. L'occiput triangulaire en avant, renflé en arrière, non élevé. Lèvre supérieure jaunâtre, largement bordée de brun. Rhinarium brun; nasus et front jaunâtres, ce dernier ayant en avant une bande transverse grise. Pas de raie intermédiaire entre les bandes jaunes latérales du thorax. Abdomen ayant des taches dorsales médianes uniques du 2e au 6e segment; le 7e à tache semblable mais double; les 8e et 9e à raie basale transversale. Lame vulvaire plus longue que l'abdomen, jaunâtre, brune ensuite. Pieds assez longs, bruns. Fémurs jaunâtres en dehors.

Patrie : Sitka, dans l'Amérique russe. (Musée de St-Pétersbourg.)

N. B. Cette espèce, qui appartient au groupe de l'*obliquus*, en diffère notablement par l'occiput non élevé en pointe, ce qui justifie la suppression du sous-genre *Tæniogaster* que, dans le *Synopsis*, j'avais proposé pour l'*obliquus*.

Genre 14. — PETALIA, Hagen. (Addition.)

Deux nouvelles espèces forment un nouveau sous-genre :

Sous-genre 33bis. — **PHYLLOPETALIA**, De Selys, *Monog.*, p. 556.

Ptérostigma brun unicolore.

♂ Une tache au bout des ailes, une basale, une nodale, une entre la base et le nodus, et une contre le ptérostigma d'un brun opaque. Une nervule transversale avant les triangles internes. Secteur nodal ondulé. Haut du front non échancré; le dessus noir, sans tache. Appendices anals supérieurs en feuilles peu courbées; l'inférieur plus long que les supérieurs. Abdomen cylindrique, le 7e segment au moins dilaté en petites feuilles glabres en dessous. Oreillettes grandes. Raies jaunes du devant du thorax étroites, égales. Deux raies latérales analogues. Pieds médiocres. Fémurs grêles.

1er *Groupe* : (STICTICA.)

Une feuille étroite aux 7e et 8e segments de l'abdomen. Front très-large, le double plus haut que le nasus.

114bis. Phylopetalia stictica, **Hagen**, **De Selys**, *Monog.*, nº 118.

Abdomen 46mm. Aile inférieure 35 ½.

♂ Membranule presque nulle; 12 antécubitales. Espace postcostal d'un rang aux supérieures. La tache basale brune très-courte, n'atteignant pas la première nervule antécubitale. Front noirâtre, excessivement large, le double plus haut que le nasus; son bord supérieur finement jaune. Nasus jaune. Lèvres roussâtres. Abdomen brun foncé avec des taches dorsales basales, oblongues, oblitérées, jaunâtres, séparées par l'arête dorsale, occupant la première moitié des segments jusqu'au 8e, et des petites taches basales latérales de même couleur. 7e et 8e segments dilatés en feuilles.

♀ Inconnue.

Patrie : Valdivia, Chili. (Collect. Hagen.)

2me *groupe* : (APICALIS.)

Une feuille étroite au 8e segment seulement. Front médiocre, de la hauteur du nasus.

114ter. Phyllopetalia apicalis, **De Selys**, *Monog.*, nº 119.

Abdomen 37mm. Aile inférieure 40-42.

♂ Membranule courte; 14 antécubitales. Espace postcostal de deux rangs aux ailes supérieures. Tache basale brune, presque double, dépassant la première nervule antécubitale. Front médiocrement large, de la hauteur du nasus. Lèvres roussâtres, la supérieure bordée de brun. Abdomen brun foncé, avec des taches basales, dorsales oblongues jaunâtres, séparées par l'arête dorsale, occupant plus de la première moitié des segments jusqu'au 8e, et des taches latérales de même couleur. 8e segment seul dilaté en feuilles étroites.

♀ Inconnue.

Patrie : Valdivia, Chili. (Collect. Hagen et Muséum de Paris.)

Genre 15. — PETALURA, Leach. (Addition.)

Le sous-genre 34 (*Petalura*) doit être restreint au 1^{er} groupe (*P. gigantea*). Deux autres sous-genres sont à ajouter :

Sous-genre 34^{bis}. UROPETALA, De Selys, *Monog.*, p. 368.

Petalura, 2^e *groupe*, De Selys, *Synopsis.*

Triangle discoïdal des supérieures divisé en 3 cellules, dont deux supérieures; le côté supérieur plus long que l'intérieur; l'externe le plus long. Soie des antennes articulée.

♂ Appendice inférieur en triangle allongé, rétréci et échancré à son extrémité, plus court que les supérieurs, qui sont très-dilatés en feuilles, avec une dent médiane au-dessous.

Patrie : Nouvelle-Zélande. (Espèce unique : *P. Carovei,* White, *Syn.,* n° 116.)

Sous-genre 34^{ter}. TACHOPTERYX, Uhler.

Uropetala, 2^e *groupe.* De Selys, *Monog.,* p. 369.

Triangle discoïdal des supérieures divisé en 3 cellules, dont deux supérieures; le côté supérieur plus long que l'intérieur; l'extérieur le plus long. Soie des antennes articulée.

♂ Appendice inférieur élargi et échancré au bout, rétréci et muni de deux dents au milieu; les supérieurs à peine dilatés en feuilles rudimentaires, avec un vestige de dent médiane en-dessous.

Patrie : Amérique septentrionale.

116^{bis}. Tachopteryx Thoreyi, Hagen.

Uropetala Thoreyi, De Selys, *Monog.,* n° 122.

Abdomen 48^{mm}. Aile inférieure 5.

♂ Réticulation noirâtre, costale jaunâtre. Front et face jaunâtres; bord antérieur du nasus, extrême base du front en-dessus, rhinarium et tour de la lèvre supérieure noirs. Occiput arrondi, un peu granuleux, jaune, bordé de noir. Thorax jaune olivâtre; les sutures noires; le devant du thorax à points noirs élevés, très-petits, très-nombreux. Abdomen olivâtre tacheté de noir. Les 3^e, 4^e, 5^e, 6^e, 7^e et 8^e segments ayant leur première moitié olivâtre avec une bande dorsale noire; leur seconde moitié noire avec une tache latérale olivâtre; le dessous tout noir. Pieds noirs.

♂ Inconnue.

Patrie : New-York. (Collect. De Selys et Hagen.)

Notice sur quelques parasites du JULIUS TERRESTRIS; par M. d'Udekem, correspondant de l'Académie.

En étudiant l'anatomie des Myriapodes, le hasard m'a fait découvrir, dans le canal intestinal d'une espèce de ce groupe (le *Julius terrestris*), plusieurs parasites dont deux Nématoïdes, un Infusoire et un Cryptogame.

La description de ces différentes espèces fait le sujet de la présente communication.

Les deux espèces de Nématoïdes sont nouvelles; elles appartiennent au genre *Rhabditis* créé par Dugès : ce sont elles qui m'ont principalement occupé.

L'étude de leur organisation m'a fait découvrir plusieurs particularités du plus haut intérêt pour l'anatomie et la physiologie comparées des Entozoaires.

La grande transparence des téguments de ces animaux et le grand nombre des exemplaires que j'ai eus à ma disposition, ont fait que j'ai pu étudier, je dirai à loisir, leurs organes de mastication et surtout leurs organes génitaux.

Dans aucune autre espèce de Nématoïde, je ne suis parvenu à distinguer avec la même netteté tout ce qui a trait au développement des œufs dans les différentes parties qui composent l'organe femelle.

Mais ce qui a le plus spécialement attiré mon attention, ce sont les Spermatozoïdes, si curieux par leur forme et par leurs énormes dimensions, quand on les compare à ceux de la plupart des autres animaux. L'intérêt qui s'attache à ces parasites est encore augmenté par les travaux remarquables auxquels ils ont donné lieu, ainsi que la polémique qu'ils ont soulevée entre plusieurs savants du premier mérite, parmi lesquels je citerai Nelson, Meissner, Schneider, Bischoff et Claparède.

Les auteurs que je viens de citer se sont presque tous occupés des Spermatozoïdes et de la fécondation considérés dans le genre *Ascaris*. Je ne crois pas que le genre *Rhabditis* ait déjà fait le sujet de semblables investigations.

La partie la plus importante de mes observations est celle qui traite du développement des Spermatozoïdes, de leur passage dans l'organe femelle, des modifications qu'ils y éprouvent, du chemin qu'ils y font à la rencontre de l'œuf, de leur absorption par ce dernier. J'ai donc pu voir se passer sous mes yeux cette mystérieuse fonction de la fécondation, je me suis assuré que le contact de l'œuf et du Spermatozoïde a lieu dans la partie des organes génitaux qui sécrète le vitellus, et que la fécondation a lieu avant la formation de la membrane vitelline.

Les autres parasites du *Julius terrestris,* quoique ne présentant pas un aussi grand intérêt que les deux *Rhabditis,* sont cependant très-remarquables. Il est, en effet, rare de trouver dans le canal intestinal d'un articulé des Infusoires, surtout d'en rencontrer chez un animal terrestre.

Quant au Cryptogame, il a déjà été vu par M. Robin, qui l'a décrit, sous le nom d'*Enterobryus juli terrestris*, dans son excellent ouvrage sur les végétaux qui croissent sur l'homme et les animaux.

J'ai donné le nom de *Rhabditis acuminatus* à la plus grande des deux espèces de Nématoïdes trouvées dans le canal intestinal du *Julius terrestris*. C'est un vers filiforme, long d'environ trois quarts de centimètre, large de $0^{mm},10$, cylindrique, aminci à une extrémité inférieure qui se termine par une queue longue et pointue. Le mâle est un peu plus petit que la femelle. (Pl. I, fig. 1.)

Les téguments sont nus, transparents; on y aperçoit des stries transversales très-fines, si on emploie de forts grossissements. Elles sont probablement dues à la présence de fibres musculaires transversales placées au-dessous du derme.

La bouche présente à son ouverture trois lèvres aplaties contenues par une espèce de replis des téguments. (Fig. 2.) Elle est suivie d'un pharynx prismatique élargi en arrière et se continuant avec un ventricule musculeux arrondi.

L'intérieur du pharynx est tapissé par trois lames solides, qui, chacune, se composent de deux parties allongées réunies sous un angle obtus; la partie angulaire ne présente pas de stries transversales à sa partie inférieure; chaque lame solide est arrondie. Les trois lames, que l'on pourrait comparer à autant de limes, s'emboîtent par leur face interne et jouent l'une sur l'autre longitudinalement. (Fig. 4 et 5.)

Le ventricule est également armé d'un appareil masticateur compliqué, dont les détails sont difficiles à saisir. Il m'a paru qu'il se composait de trois petites plaques triangulaires sillonnées transversalement sur leurs faces supérieures et internes; elles sont, de plus, légèrement courbées et à concavités inférieures et internes. Cet appareil est soutenu par six petites baguettes réunies deux par deux et articulées. La figure fera comprendre cette disposition beaucoup mieux que ne pourrait le faire une longue description. (Fig. 3.)

L'intestin est droit, couvert de grandes cellules hépatiques; il paraît jaunâtre sous le microscope et s'ouvre à l'extrémité inférieure du corps.

Le mâle, comme je l'ai déjà dit, est un peu plus petit que la femelle, mais a la même forme qu'elle.

Il se distingue de cette dernière par les organes génitaux, qui s'ouvrent près de l'anus, et par les spicules qui s'y trouvent; ensuite par des tubercules, en forme de ventouse, qui se trouvent au nombre de cinq paires au-devant de l'ouverture des organes génitaux. (Fig. 10, *b*.) On aperçoit encore un tubercule immédiatement en arrière de l'anus et deux autres plus petits placés l'un derrière l'autre au-dessous de l'extrémité de la queue.

L'organe génital mâle se compose d'un tube allongé terminé en cœcum, replié sur lui-même et qui atteint à peu près la longueur du corps de l'animal. (Fig. 11.)

On voit plusieurs parties bien distinctes dans cet organe; d'abord la partie terminale : elle représente le testicule; elle est plus étroite que les autres et fait plusieurs circonvolutions; elle contient des granules nageant dans un liquide clair et des cellules spermatiques à différents degrés de développement. La seconde partie des organes génitaux, que l'on peut considérer comme représentant une vésicule séminale, est remplie de Spermatozoïdes complétement développés. La troisième partie, qui est la dernière de l'organe mâle, est étroite, allongée; elle représente le canal déférent; elle ne sert qu'à conduire les Spermatozoïdes au dehors. L'orifice externe est placé immédiatement au-devant de l'anus; il est armé de deux longs spicules transparents et incolores, à l'extrémité courbée en arc et creusée en carène sous leur courbure. La partie supérieure de ces spicules est un peu plus large. Le spicule entier ressemble à un sabre dont l'extrémité élargie formerait le manche.

L'animal peut faire saillir ces spicules assez loin hors de l'orifice génital. Des muscles attachés à leurs extrémités internes les retirent en dedans.

Quant à la structure intime des parois de l'organe mâle, elle est partout musculaire, mais principalement dans les deux dernières parties, où l'on distingue aisément les fibres musculaires longitudinales et circulaires, surtout dans la partie que j'ai comparée aux canaux déférents : c'est elle aussi qui possède les parois les plus épaisses : on peut y constater des mouvements vermiculaires.

Les Spermatozoïdes se développent entièrement dans le testicule, ce qui n'a pas lieu chez l'*Ascaris mystax,* comme nous l'ont appris les recherches de Nelson et Meissner, qui ont constaté que la dernière période de leur développement avait lieu dans l'organe femelle.

Les Spermatozoïdes ressemblent, à s'y tromper, à des Grégarines, surtout à la Grégarine enchytrée .Ils sont très-grands; ils mesurent $0^{mm},09$; ils ont une forme allongée, renflée d'un côté, attenuée de l'autre : ce sont de véritables cellules à enveloppes très-transparentes et à contenu finement granulé, possédant un petit noyau composé de quatre ou cinq granulations accolées.

Ces Spermatozoïdes m'ont paru complétement immobiles; je n'ai pu y constater que les mouvements dépendants de l'élasticité de leur paroi ; je ne les ai jamais vus animés d'un mouvement de translation analogue à celui des amibes et qui paraît avoir été observé par Schneider, chez les Spermatozoïdes des Ascarides (1).

Le développement de ces Spermatozoïdes a lieu de la manière suivante : ce sont d'abord des granules qui, en descendant dans le testicule, s'entourent de granules plus petits, deviennent ensuite des cellules par la formation d'une membrane autour d'eux. Ces cellules grandissent, et dans leur intérieur se forment les Spermatozoïdes.

Dans l'intérieur des organes femelles, les Spermatozoïdes subissent quelques altérations de formes dont nous nous occuperons plus loin.

La femelle diffère du mâle par sa taille plus grande, par l'absence de tubercules qui ornent l'extrémité inférieure de ce dernier, par l'absence de spicules et, enfin, par l'orifice génital qui est placé au-devant de la réunion du tiers postérieur avec les deux tiers antérieurs du corps.

Les organes génitaux femelles se composent d'une vulve ou orifice externe, d'un vagin prolongé en un tube qui se divise en deux branches opposées terminées en cœcum. (Fig. 6.)

Chacune de ces deux branches opposées présente la même structure; elles sont très-longues, quelquefois un peu repliées sur elles-mêmes; elles remplissent presque tout le corps de l'animal, et contiennent ordinairement des œufs à différents degrés de développement.

---

(1) Depuis la présentation de cette notice, j'ai eu l'occasion de lire l'excellent travail de M. Claparède, *Sur la formation et la fécondation des œufs chez les vers nématoïdes ;* d'après les indications qu'il donne, j'ai recommencé mes observations sur les Spermatozoïdes en me servant d'eau sucrée au lieu d'eau pure; j'ai pu constater alors de très-légers mouvements amibiformes chez les Spermatozoïdes du *Rhabditis acuminatus ;* je n'ai pas été aussi heureux chez le *Rhabditis macrocephalus.*

Dans chacune des deux branches opposées, on peut distinguer facilement plusieurs parties. La portion terminale est transparente; on aperçoit à son intérieur des cellules (fig. 6, *a*), pourvues d'un nucléole (fig. 8) et d'un nucléolus: ce sont des vésicules germinatives en voie de développement, et la portion qui les contient est le germigène. Après le germigène, le tube génital s'élargit; il contient une grande quantité de granules opaques: le vitellogène et ces granules sont des granules vitellins. On trouve dans cet organe un grand nombre de vésicules germinatives d'autant plus entourées de vitellus qu'elles se trouvent plus éloignées du germigène. Les parois du vitellogène sont transparentes; on y distingue difficilement une structure; il m'a paru cependant que de grandes cellules entraient dans sa composition. La portion du tube génital qui suit le vitellogène est destinée à sécréter l'albumen et les capsules des œufs. Ses parois sont épaisses; on y aperçoit des fibres musculaires longitudinales et circulaires ainsi que de grandes cellules à contenu transparent, qui sont les glandes dans lesquelles se forment les produits de la sécrétion. Ces cellules, quand elles ont acquis le maximum de leur développement, crèvent et versent leur contenu dans l'intérieur du tube génital. Après cette portion glandulaire à laquelle je donnerai le nom de *capsulogène*, se trouve une espèce de bourrelet muni d'un rétrécissement. Les fibres musculaires circulaires paraissent y former une espèce de sphincter. Ce petit organe est probablement destiné à agir sur la capsule et à lui donner sa forme définitive. On pourrait le comparer à l'ootype des distomes. (Fig. 6, *l*.)

Le tube génital devient ensuite beaucoup plus large; ses parois sont uniquement musculaires; aucune glande n'entre plus dans sa composition; les fibres musculaires minces y sont nombreuses et apparentes. Cette dernière portion fait l'office de matrice; elle contient des œufs complétement formés et entourés de capsules. (Fig. 6, *e*.)

Les deux branches opposées de l'organe femelle se réunissent, forment un canal unique qui conserve, pendant quelque temps, la même structure que ces branches, et qui se continue directement avec le vagin. Ce dernier est long d'environ trois à quatre fois la largeur du corps cylindrique; ses parois, très-musculaires, présentent à sa partie supérieure un bourrelet composé de quatre lobes dans lesquels on voit se perdre les fibres musculaires. (Fig. 6, *f*.)

Il n'y a aucune continuité entre les fibres musculaires du vagin et celles de l'utérus; ces dernières sont plus minces et plus grêles.

L'orifice externe du vagin est arrondi.

Les œufs, dans leur complet état de développement, sont ovales; on n'y aperçoit plus de vésicule germinative; le vitellus présente des granulations nombreuses et opaques; il montre constamment le phénomène du sillonnement qui a lieu de la même manière que chez les œufs des autres Nématoïdes. La membrane vitelline est mince, transparente; la capsule est dure, résistante, à parois épaisses s'écrasant avec difficulté.

Les œufs se développent de la manière suivante: la vésicule germinative naît dans le germigène; elle possède une tache germinative d'abord claire et transparente qui se trouble ensuite et devient granuleuse à mesure que la vésicule germinative grandit. A sa sortie du germigène, la vésicule germinative s'entoure petit à petit de granules vitellins que lui fournit le vitellogène, et qui deviennent de plus en plus nombreux et unis à mesure que l'œuf, dès lors formé, se rapproche du capsulogène. On voit apparaître ensuite la membrane vitelline et la capsule; l'œuf, expulsé alors du capsulogène, pénètre dans la matrice par le rétrécissement dont nous avons parlé, et là il parcourt les premiers degrés de développement.

Où se fait la fécondation? Je suis à même de répondre à cette question d'une manière péremptoire; car j'ai pu suivre avec facilité la marche des Spermatozoïdes dans les organes génitaux femelles. J'en ai trouvé en grande quantité dans la matrice, vis-à-vis du rétrécissement; je les ai retrouvés ensuite dans le capsulogène et jusque dans le vitellogène, ils disparaissent dans les granules vitellins qui entourent les vésicules germinatives.

La fécondation a donc lieu avant que l'œuf s'entoure d'une membrane vitelline; le micropyle devient dès lors inutile; aussi ne trouve-t-on aucune trace de son existence.

Pendant leur parcours dans les organes génitaux femelles, les Spermatozoïdes subissent quelques changements de forme : d'aplatis qu'ils étaient, ils deviennent coniques; l'une de leurs extrémités se renfle en forme de sphère; ils ressemblent alors un peu aux Spermatozoïdes de l'*Ascaris mystan,* tels qu'ils ont été décrits par Nelson. Je crois que ce changement de forme est dû à l'endosmose. Les Spermatozoïdes absorbent les liquides contenus dans l'organe femelle, et ils finissent par éclater et verser leur contenu dans les œufs.

Comme je l'ai déjà dit, dans mon introduction, je n'ai pu saisir la cause de l'ascension des Spermatozoïdes dans l'organe femelle; ils m'ont toujours paru immobiles. Un mouvement péristaltique des parois de l'utérus rendrait peut-être compte de cette ascension. (Voir la note p. 567.)

J'ai donné le nom de *Rhabditis macrocephalus* à la plus petite des deux espèces de Nématoïdes que j'ai trouvées dans le canal intestinal du *Julius terrestris*, à cause de la largeur de l'extrémité antérieure comparée au restant du corps.

Ce *Rhabditis macrocephalus* est un ver filiforme à extrémité antérieure élargie; il est long d'environ un millimètre et large de $0^{mm},18$. Les téguments sont épais, transparents couverts çà et là de poils minces effilés, plus nombreux à l'extrémité inférieure que partout ailleurs. La queue est amincie brusquement, quelquefois terminée en fer de lance. (Pl. II, fig. 1.)

La bouche forme une cavité très-distincte qui s'élargit et se rétrécit à la volonté de l'animal; son ouverture présente trois lèvres, dont chacune possède une petite échancrure médiane. (Fig. 2.)

La bouche est suivie d'un pharynx musculeux fusiforme qui présente à son intérieur trois lames solides, dont chacune est formée de deux pièces striées transversalement et réunies vers un angle obtus; le coin de la lame ne présente pas de stries, et paraît au milieu d'elle comme une ligne claire. (Fig. 4.) Les trois lames s'emboîtent et ont un jeu semblable à celui d'une lime. Un œsophage très-mince fait suite au pharynx; il est ordinairement légèrement courbé en S, et s'ouvre dans un ventricule arrondi musculeux, armé d'un appareil dentaire assez compliqué, composé de trois lames triangulaires et recourbées qui se réunissent par leur sommet et qui présentent à leur face supérieure et interne des sillons transversaux. Au sommet de chacune de ces lames s'articule une tige solide qui, après s'être dirigée en dehors, s'articule à son tour avec une autre tige dont la direction a lieu vers l'intérieur. Entre ces tiges, il s'en trouve trois autres plus petites qui partent également du sommet des lames. (Fig. 5.)

Le pharynx, ainsi que le ventricule, sont munis de muscles qui les fixent aux téguments externes : sur le pharynx, on aperçoit trois taches brunâtres qui semblent être des corps glandulaires pourvus de pigment coloré.

Après le ventricule naît l'intestin, qui se dirige en ligne droite vers l'extrémité inférieure du corps. Au sortir du ventricule, il est ordinairement un peu renflé; il est couvert de grandes cellules hépatiques, et paraît jaunâtre sous le microscope.

Le mâle est un peu plus petit que la femelle; il en diffère extérieurement par un organe qui doit servir probablement pendant l'accouplement. Il est situé au-devant de l'ouverture des organes génitaux, où il forme une élévation arrondie qui paraît creusée d'un grand nombre d'ouvertures microscopiques qui sont probablement l'ouverture d'autant de glandes. Vu de profil, cet organe paraît denté sur ses bords. En arrière de l'anus, il existe encore un tubercule en forme de ventouse.

Les organes génitaux mâles se composent d'un tube long terminé en cœcum, replié sur lui-même, ayant à peu près la longueur du corps et dont le diamètre varie suivant l'endroit où on l'observe. Il s'ouvre immédiatement au-devant de l'anus et est armé en cet endroit de deux paires de spicules. On distingue facilement quatre parties dans l'organe génital mâle, d'abord la partie terminale, c'est la plus étroite; elle représente le testicule proprement dit; on y trouve des Spermatozoïdes en voie de développement. La partie de l'organe mâle qui suit est beaucoup plus large; elle est constamment remplie d'une grande quantité de Spermatozoïdes parfaitement formés: je la considère comme représentant la vésicule séminale. Ces deux premières portions que nous venons de décrire sont transparentes; les muscles n'y sont pas très-apparents. La troisième portion est plus courte; elle se distingue des premières par ses parois rendues opaques, par de grandes cellules à contenu granuleux. Cette portion est manifestement glandulaire et produit probablement un liquide qui doit se mêler au sperme. Enfin, la dernière portion de l'organe mâle est longue et étroite, à parois épaisses et à fibres musculaires très-marquées; elle représente le conduit déférent. Les spicules qui arment son extrémité sont au nombre de deux paires, deux grands et deux petits; tous sont transparents et incolores. Les grands spicules sont très-allongés, légèrement recourbés et pointus; les plus petits sont aussi un peu recourbés et creusés sur leur face interne; les plus grands peuvent saillir assez loin du corps de l'animal.

Les Spermatozoïdes sont extrêmement remarquables par leur grandeur; ils mesurent $0^{mm},10$. On peut facilement les apercevoir avec un grossissement de 50 à 100 diamètres; ils ont la forme d'un disque ovale allongé, l'une extrémité arrondie et l'autre effilée. Ces Spermatozoïdes sont de véritables cellules à parois très-transparentes, à contenu finement granuleux et à noyau petit et muriforme. Le développement de ces Spermatozoïdes est extrêmement simple, et a lieu identiquement comme dans l'espèce précédente. Ils se forment dans l'intérieur des cellules spermatiques.

La femelle de notre *Rhabditis* diffère du mâle par l'absence des tubercules qui sont placés en avant et en arrière de l'orifice des organes génitaux de ce dernier, par l'orifice des organes génitaux qui est placée à la réunion du quart postérieur du corps avec les trois quarts antérieurs; enfin, la femelle ne présente pas de spicules.

Les organes génitaux femelles sont formés par un vagin très-long et très-volumineux suivi d'un tube plus étroit, lequel se divise en deux branches, dont l'une se dirige en avant, l'autre en arrière du corps; ces deux branches se terminent en cœcum et présentent chacune plusieurs parties distinctes.

La partie terminale est étroite, courte, très-transparente, et ne contient que de petites cellules qui sont les vésicules germinatives à différents degrés de développement. Cette portion est le germigène; il est beaucoup plus petit que dans le *Rhabditis acuminatus*. La seconde partie est globuleuse, large, rendue opaque par des granules nombreux qui la remplissent: c'est le vitellogène. Vient ensuite la troisième partie, qui est plus longue et plus étroite, à parois épaisses et revêtues intérieurement de grandes cellules glandulaires qui sécrètent la substance dont se forme la capsule. Puis arrive un rétrécissement en forme de sphincter qui est beaucoup moins prononcé dans cette espèce que dans la précédente. Enfin, la dernière partie des branches de l'organe femelle est la seule qui contienne des œufs complétement formés et munis de leur capsule; elle est plus manifestement musculaire que les autres: c'est la matrice proprement dite. Les deux branches se réunissent alors, forment un canal unique, lequel fait plusieurs circonvolutions; ses parois ont la même structure que celles de la matrice.

Le vagin qui suit alors est très-grand, claviforme; ses parois sont épaisses et musculaires; les fibres qui entrent dans sa composition paraissent beaucoup plus fortes que celles qui forment les parois de la matrice.

L'orifice externe est large et arrondi; les œufs se développent entièrement de la même manière que chez le

Rhabditis acuminatus, mais leur développement est beaucoup plus difficile à étudier, à cause du peu de longueur de la glande vitellogène et de son opacité. Les œufs entièrement formés sont ordinairement très-peu nombreux dans la matrice, deux à quatre au plus; ils sont grands, mesurent $0^{mm},16$; ils sont ovales; leur capsule n'est pas à beaucoup près aussi solide que celle du *Rhabditis acuminatus*. Le vagin est ordinairement rempli d'une très-grande quantité de Spermatozoïdes. Il est beaucoup plus difficile que dans l'espèce précédente de suivre ces Spermatozoïdes jusqu'aux œufs, cependant avec un peu de peine on y parvient; ils présentent les mêmes phénomènes que ceux du *Rhabditis acuminatus*, que j'ai décrits plus haut.

L'Infusoire que j'ai trouvé dans le canal intestinal du *Julius terrestris*, en même temps que les *Nématoïdes* dont je viens de donner la description, appartient au genre Paramécie; il m'a paru plus globuleux et plus petit que le *Paramecium aurelia*. Sa bouche est grande, latérale, disposée comme chez l'espèce que je viens de citer; la vésicule contractile est grande et est placée à la partie inférieure de l'animal; des granules nombreux et fins remplissent son canal intestinal. Je n'ai eu à ma disposition qu'un trop petit nombre d'exemplaires pour pouvoir donner de ce parasite une description exacte. Je me contenterai donc actuellement d'avoir constaté son existence.

Quant au Cryptogame, comme je l'ai dit dans mon introduction, il a déjà été découvert par Robin qui en a donné une excellente description sous le nom d'*Enterobryus juli terrestris*. Je n'ai rien à ajouter aux détails si précis que nous en a donnés le judicieux micographe français. Je constaterai simplement que ce végétal se développe très-souvent sur le corps même des *Rhabditis acuminatus* et occupe ordinairement l'extrémité antérieure du corps; je n'en ai jamais trouvé sur le *Rhabditis macrocephalus*.

EXPLICATION DES PLANCHES.

PLANCHE I. — *Anatomie du* Rhabditis acuminatus.

Fig. 1. *Rhabditis acuminatus* fortement grossi. — *a*. Pharynx. — *b*. Ventricule. — *d*. Intestin. — *e*. Anus. — *f*. Vitellogène. — *h*. Œufs contenus dans l'oviducte. — *i*. Orifice interne du vagin.
— 2. Extrémité antérieure pour montrer la bouche entourée de ses trois lèvres.
— 3. Appareil masticatoire du ventricule.
— 4. Plaques rayées qui garnissent le pharynx.
— 5. Coupe transversale des trois plaques du pharynx pour montrer leurs rapports.
— 6. Organes génitaux femelles. — *a*. Germigène. — *b*. Vitellogène — *c*. Albuminogène. — *l*. Organe analogue à l'ootype. — *k*. Utérus. — *i*. Deuxième utérus. — *e*. Oviducte. — *f*. Vagin.
— 8. Germigène. — *a*. Vésicules germinatives. — *b*. Vésicules germinatives dont la tache germinative est granuleuse.
— 9. Œuf contenu dans le vitellogène.
— 10. Extrémité inférieure du mâle. — *a*. Spicule. — *b*. Tubercules en forme de verrues. — *e*. Muscles. — *c*. Orifice externe.
— 11. Organes génitaux mâles. — *a*. Partie du testicule dans lequel commence la formation des Spermatozoïdes. — *b*. Partie du testicule dans lequel les cellules spermatiques sont toutes formées. — *c*. Vésicule séminale. — *d*. Partie glanduleuse. — *e*. Canal déférent. — *f*. Orifice externe.
— 12. Spermatozoïdes à différents degrés de développement.

PLANCHE II. — *Anatomie du* Rhabditis Macrocephalus.

Fig. 1. Représente une femelle fortement grossie. — *a*. Pharynx. — *b*. Œsophage. — *c*. Ventricule. — *d*. Intestin — *i*. Anus. — *e*. Vitellogène.

loppe très-souvent sur le corps même des *Rhabditis ac*
minatus et occupe ordinairement l'extrémité antérieu
du corps; je n'en ai jamais trouvé sur le *Rhabditis macr*
cephalus.

EXPLICATION DES PLANCHES.

PLANCHE I. — *Anatomie du* RHABDITIS ACUMINATUS.

Fig. 1. *Rhabditis acuminatus* fortement grossi. — *a.* Pharynx. — *b.* V
tricule. — *d.* Intestin. — *e.* Anus. — *f.* Vitellogène. — *h.* Œ
contenus dans l'oviducte. — *i.* Orifice interne du vagin.

— 2. Extrémité antérieure pour montrer la bouche entourée de ses t
lèvres.

— 3. Appareil masticatoire du ventricule.

— 4. Plaques rayées qui garnissent le pharynx.

— 5. Coupe transversale des trois plaques du pharynx pour montrer le
rapports.

— 6. Organes génitaux femelles. — *a.* Germigène. — *b.* Vitellogène
e. Albuminogène. — *l.* Organe analogue à l'ootype. — *k.* Utér
— *i.* Deuxième utérus. — *e.* Oviducte. — *f.* Vagin.

— 8. Germigène. — *a.* Vésicules germinatives. — *b.* Vésicules germi
tives dont la tache germinative est granuleuse.

— 9. Œuf contenu dans le vitellogène.

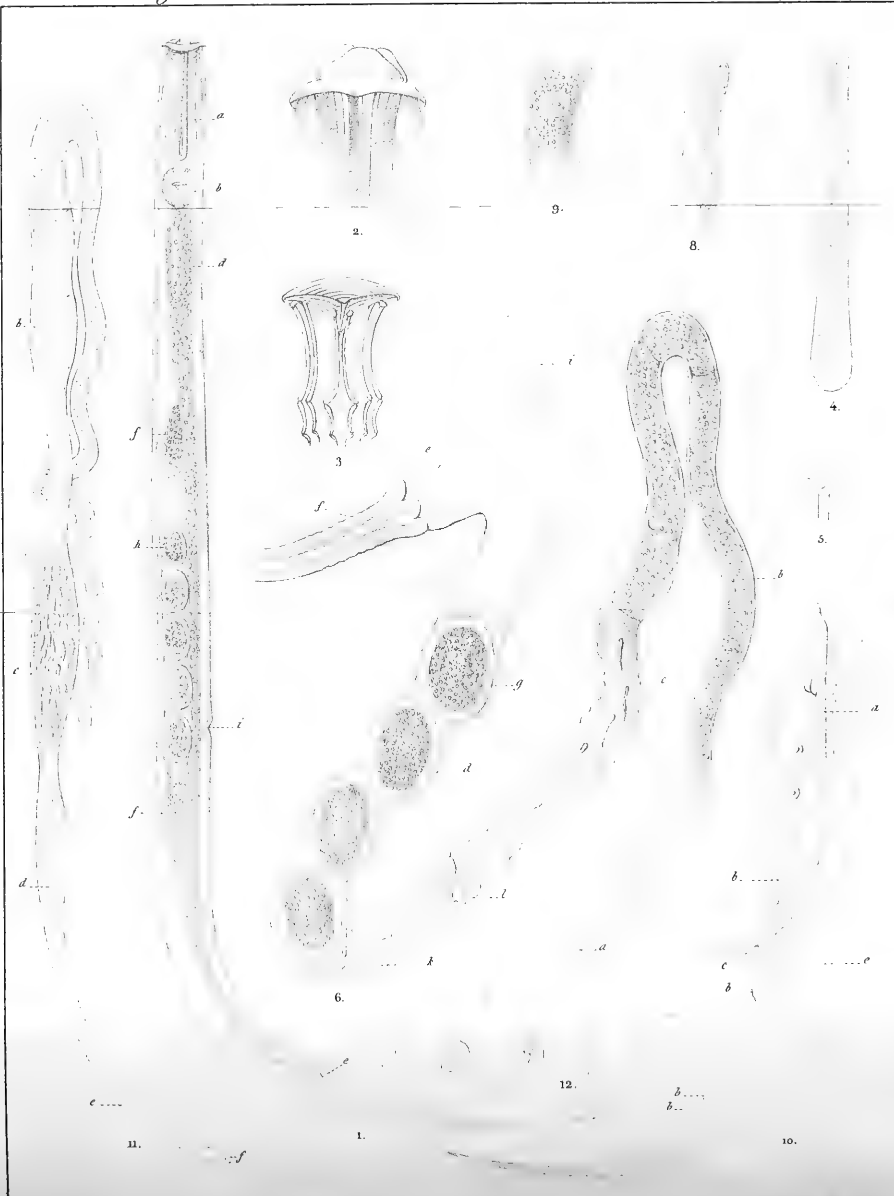
— 10. Extrémité inférieure du mâle. — *a.* Spicule. — *b.* Tubercules
forme de verrues. — *e.* Muscles. — *c.* Orifice externe.

— 11. Organes génitaux mâles. — *a.* Partie du testicule dans lequel co
mence la formation des Spermatozoïdes. — *b.* Partie du testic
dans lequel les cellules spermatiques sont toutes formées. — *c.* V
sicule séminale. — *d.* Partie glanduleuse. — *e.* Canal déférent.
f. Orifice externe.

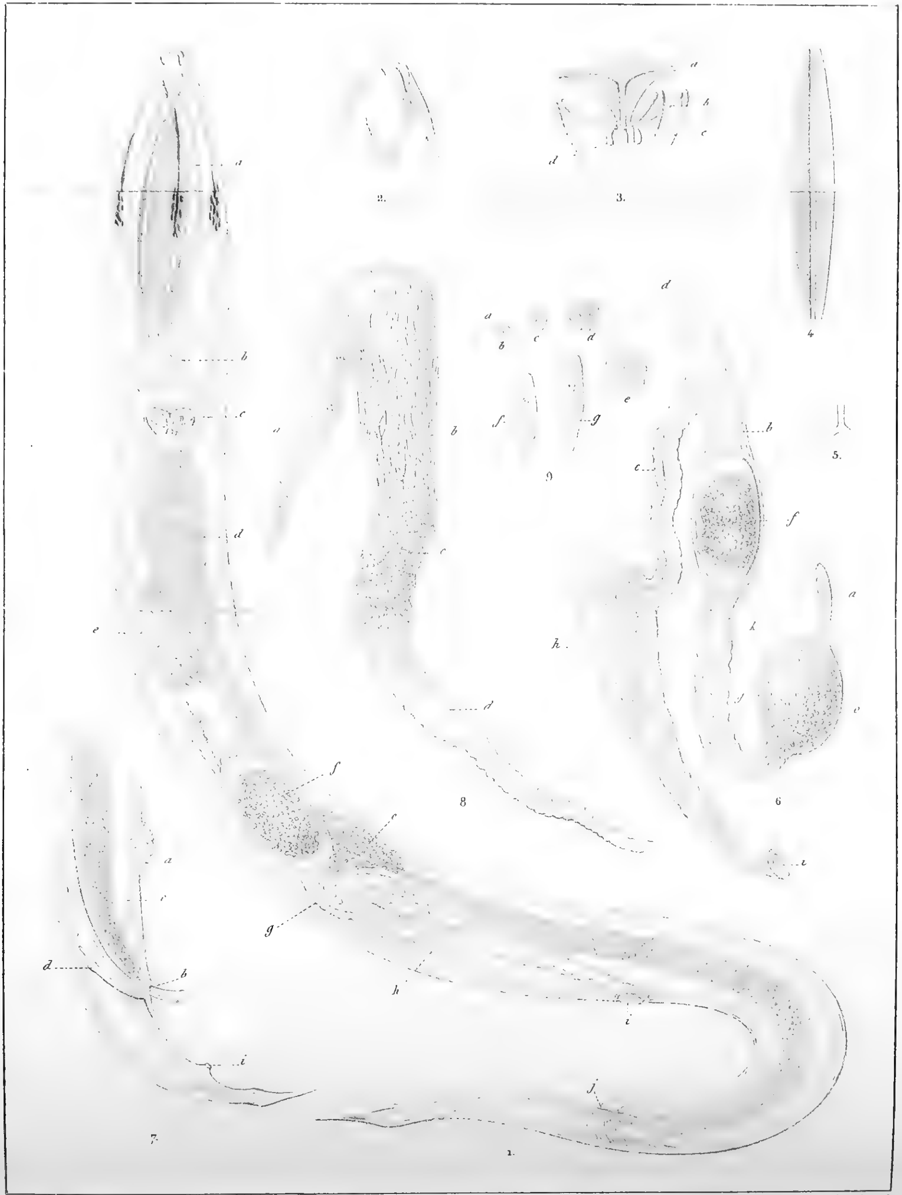
— 12. Spermatozoïdes à différents degrés de développement.

PLANCHE II. — *Anatomie du* RHABDITIS MACROCEPHALUS.

Fig. 1. Représente une femelle fortement grossie. — *a.* Pharynx. — *b.* Œs
phage. — *c.* Ventricule. — *d.* Intestin — *i.* Anus. — *e.* Vitellogè



J. D'Udekem ad nat. del.


1.
2.
3.
4
5.
6
7.
8
9
a
b
c
d
e
f
g
h
i
j
k

— *f.* Œuf contenu dans l'utérus. — *q.* Oviducte. — *h.* Vagin contenant des Spermatozoïdes.

Fig. 2. Extrémité antérieure fortement grossie.

— 3. Appareil masticatoire du ventricule. — *a.* Plaques rayées. — *b* et *e.* Tiges articulées. — *d.* Autre tige non articulée.

— 4. Plaque rayée du pharynx.

— 5. Coupe transversale des trois plaques du pharynx.

— 6. Organes génitaux femelles. — *a.* Germigène. — *e.* Vitellogène. — *g.* Albuminogène. — *k.* Ootype. — *b.* Utérus. — *f.* Œuf contenu dans l'utérus. — *d.* Commencement du second utérus. — *c.* Oviductes. — *h.* Vagin contenant des Spermatozoïdes. — *i* Orifice externe.

— 7. Extrémité inférieure d'un mâle. — *a.* Glande. — *b.* Spicules de la première paire. — *d.* Spicules de la deuxième paire. — *c.* Extrémité de l'intestin. — *i.* Protubérance en forme de verrue.

— 8. Organes génitaux mâles. — *a.* Testicule proprement dit. — *b.* Vésicule séminale. — *c.* Partie glanduleuse. — *d.* Canal déférent.

— 9. Développement des Spermatozoïdes. — *a.* Granules. — *b.* Cellules spermatiques naissantes. — *c.* Les mêmes cellules plus avancées. — *d* et *e.* Cellules dans lesquelles les Spermatozoïdes commencent à se fermer. — *g* et *f.* Spermatozoïdes.

Sur la nature de l'acide allophanique; par M. Adolphe Baeyer, docteur en sciences.

On connaît une série de corps très-curieux produits par l'action de l'acide cyanique sur les alcools. Liebig et Woehler, qui ont découvert ces corps, les considèrent comme des éthers formés par un acide particulier, l'acide allophanique. Les réactions remarquables offertes par ces éthers m'ont décidé à poursuivre leur étude.

Dans ce but, j'ai recherché l'action exercée par l'acide cyanique sur deux alcools polyatomiques, le glycol et la glycérine.

La glycérine absorbe avec facilité les vapeurs de l'acide cyanique; elle se transforme ainsi en une masse blanche onctueuse. Cette masse, reprise par de l'alcool bouillant qui la dissout, fournit une solution abandonnant par le refroidissement de petits mamelons blancs et transparents, et formant des croûtes dures; la glycérine excédante reste dissoute dans l'alcool. L'analyse des cristaux, convenablement purifiés, a donné les nombres suivants :

	EXPÉRIENCE.		CALCUL. $C_{10}H_{10}N_2O_{10}$
Carbone	35,5	35,8	35,7
Hydrogène	5,7	5,7	5,6
Azote.	15,5	. . .	15,7
Oxygène.	. . .	. . .	. . .

Ces analyses démontrent donc que ce corps s'est formé par la simple addition de 2 molécules d'acide cyanique à 1 molécule de glycérine.

$$2(C_2\,NHO_2) + C_6\,H_8\,O_6 = C_{10}\,H_{10}\,O_{10}\,N_2$$

Cette substance, que l'on peut appeler *allophanate de glycérine*, est assez soluble dans l'eau et dans l'alcool; elle ne présente ni saveur, ni odeur. Chauffée, elle se fond à 160° environ en produisant un liquide qui se prend, par le refroidissement, en une masse gélatineuse. Sous l'influence d'une température plus élevée, l'allophanate de glycérine se décompose; il dégage du carbonate d'ammoniaque en quantité considérable et finit par se brunir; dans ce cas, il émet une odeur de corne brûlée.

Les acides dilués ne l'attaquent pas, mais les acides nitrique et sulfurique concentrés le décomposent. Broyé avec de la baryte hydratée et de l'eau, il produit un liquide incolore, lequel, filtré, dépose, quelques moments après, des aiguilles fines formées uniquement de carbonate de baryte; le liquide retient de l'acide carbonique et de l'urée. On sait que l'allophanate d'éthyle, traité par de la baryte hydratée dissoute, produit de l'alcool et de l'allophanate de baryte. L'allophanate de glycérine, au contraire, ne donne naissance qu'à une très-petite quantité de ce sel barytique. On n'obtient que les produits de sa décomposition.

Le glycol absorbe les vapeurs cyaniques avec plus d'avidité encore que la glycérine; aussi est-il nécessaire de refroidir le vase contenant le glycol, lorsqu'on fait réagir l'acide cyanique sur lui. On obtient alors une masse blanche, soluble dans l'alcool bouillant; cette solution dépose, par le refroidissement, des paillettes ou des aiguilles blanches et brillantes.

Les produits de deux cristallisations différentes ont donné, à l'analyse, les nombres suivants :

	EXPÉRIENCE.		CALCUL. $C_8H_8N_2O_8$
Carbone	33,0	33,0	32,5
Hydrogène.	5,7	5,6	5,4
Azote	19,2	. . .	19,2
Oxygène	. . .	. . .	. . .

Cette substance représente donc l'*allophanate de glycol* correspondant à la combinaison glycérique :

$$2\,(C_2HNO_2) + C_4H_6O_4 = C_8H_8O_8N_2$$

L'allophanate de glycol se dissout plus facilement dans l'alcool et dans l'eau que le composé glycérique correspondant.

Il est sans saveur et sans odeur, fusible sans altération vers 160° environ. Après la fusion, il se prend en une masse cristalline par le refroidissement. Sous l'influence d'une température plus élevée, il dégage du carbonate d'ammoniaque; il distille, en même temps, un liquide visqueux et laisse un peu d'acide cyanurique pour résidu.

Les acides concentrés le décomposent. En contact avec de l'hydrate de baryte et de l'eau, il se comporte absolument comme l'allophanate de glycérine.

On voit facilement que le mode de formation des deux corps que je viens de faire connaître est absolument analogue à celui de l'allophanate d'éthyle.

Deux molécules d'acide cyanique se combinent avec l'alcool employé. La basicité de l'alcool paraît être sans influence. Une molécule d'alcool, quel qu'il soit, se combine à deux molécules d'acide cyanique; on a en effet :

$$2(C_2HNO_2) + C_4H_6O_2 = C_8H_8O_6N_2 \text{ allophanate éthylique.}$$
$$2(C_2HNO_2) + C_4H_6O_4 = C_8H_8O_8N_2 \text{ allophanate glycolique.}$$
$$2(C_2HNO_2) + C_6H_8O_6 = C_{10}H_{10}O_{10}N_2 \text{ allophanate glycérique.}$$

On pourrait donc appliquer aux deux corps nouveaux, décrits dans les pages précédentes, la manière de voir que Liebig et Woehler ont imaginée pour expliquer la nature de l'allophanate d'éthyle; c'est-à-dire qu'on pourrait envisager ces deux corps comme des éthers basiques d'alcools polyatomiques; on aurait ainsi :

Allophanate d'éthyle.	Allophanate de glycol.	Allophanate de glycérine.
$\left.\begin{matrix} C_4H_3N_2O_4 \\ C_4H_5 \end{matrix}\right\} O_2$	$\left.\begin{matrix} C_4H_3N_2O_4 \\ C_4H_4 \\ H \end{matrix}\right\} O_4$	$\left.\begin{matrix} C_4H_3N_2O_4 \\ C_6H_5 \\ H_2 \end{matrix}\right\} O_6$

Par cette manière de voir, on assimile ces corps à l'éther acétique, au monacétate de glycol et à la monacétine (monacétate de glycérine). Cependant cette interprétation ne me paraît pas rendre suffisamment compte de la formation et de la décomposition de ces substances. Elle explique difficilement pourquoi l'action de l'acide cyanique s'arrête toujours au premier degré de combinaison. En effet, puisqu'un alcool monoatomique se combine directement à deux molécules d'acide cyanique, le glycol étant biatomique et la glycérine triatomique, en s'unissant à ce même acide, devraient prendre l'un tantôt 2, tantôt 4 molécules d'acide cyanique, et l'autre respectivement 2, 4 et 6 molécules d'acide cyanique pour produire le mono- et biallophanate de glycol, et le mono-, le bi- et le triallophanate de glycérine; tandis que l'expérience paraît prouver qu'on n'obtient, dans les deux cas, que la combinaison correspondante à celle produite par un alcool monoatomique.

D'un autre côté, l'hypothèse qui consiste à regarder la combinaison du glycol et de la glycérine avec l'acide cyanique comme des éthers basiques, n'explique pas non plus pourquoi l'une et l'autre, en contact avec de l'hydrate de baryte, se comportent différemment de l'allophanate d'éthyle.

La décomposition de l'allophanate d'éthyle par la chaleur, en alcool et en acide cyanurique, et la décomposition tout à fait analogue d'un corps que je viens de découvrir et que je vais décrire plus bas, me semblent si nettes et rapprochent tant ces matières de la modification qu'éprouve l'acide cyanurique par la chaleur, qu'il me paraît nécessaire de rattacher les allophanates à l'acide cyanurique.

Dans cet ordre d'idées, on doit considérer ces corps comme appartenant à des types intermédiaires entre l'eau et l'ammoniaque. De la même manière que l'on a comparé l'acide cyanurique à un type égal à une triple molécule d'ammoniaque, on pourrait dire que les allophanates appartiennent à un type formé de deux molécules d'ammoniaque et de 1, 2 ou 3 molécules d'eau. Ces corps se présentent alors comme de l'acide cyanurique dans lequel une molécule d'acide cyanique est remplacée par une molécule d'alcool, de glycol ou de glycérine; on aurait ainsi :

Acide cyanurique.	Allophanate d'éthyle.	Alloph. de glycol.	Alloph. de glycérine.
C_2HNO_2	C_2HNO_2	C_2HNO_2	C_2HNO_2
C_2HNO_2	C_2HNO_2	C_2HNO_2	C_2HNO_2
C_2HNO_2	$C_4H_6O_2$	$C_4H_6O_4$	$C_6H_8O_6$

Comme on sait qu'un grand nombre des dérivés du cyanogène ont une tendance prononcée à tripler leurs molécules, notre manière d'envisager les allophanates ne paraîtra pas étrange.

L'acide cyanique agit d'une manière semblable sur des corps qui n'offrent qu'une faible ressemblance avec les alcools. Les vapeurs de cet acide dirigées dans de l'*acide eugénique*, sont absorbées en produisant un corps solide blanc, soluble dans l'alcool bouillant, qui le dépose par refroidissement sous la forme de belles aiguilles blanches inaltérables à l'air.

Convenablement purifié par des cristallisations successives dans l'alcool et soumis à l'analyse, ce corps a fourni les résultats suivants :

	EXPÉRIENCE.			CALCUL. $C_{24}H_{14}N_2O_8$
Carbone	57,0	57,3	57,9	57,6
Hydrogène	5,8	5,7	5,9	5,6
Azote	11,3	...	...	11,2
Oxygène	...	...	...	...

Ce corps est donc encore un allophanate contenant deux molécules d'acide cyanique et une molécule d'acide eugénique :

$$2(C_2HNO_2) + C_{20}H_{12}O_4 = C_{24}H_{14}N_2O_8$$

L'*allophanate eugénique* n'est pas soluble dans l'eau ; il est peu soluble dans l'alcool froid, mais très-soluble dans l'alcool bouillant. Il cristallise si facilement d'une solution alcoolique qu'une petite quantité de matière fournit des cristaux assez grands. L'éther le dissout aisément.

Les acides concentrés le décomposent. Broyé avec de la baryte hydratée et de l'eau, il donne naissance à une pâte cristalline formée d'eugénate et d'allophanate de baryte.

Chauffé, l'allophanate eugénique se décompose en acide cyanurique et en acide eugénique, comme le fait la combinaison éthylique. Cette réaction ressemble complétement à la décomposition de l'acide cyanurique : les différentes molécules qui entrent dans l'allophanate sont séparées; mais comme la chaleur qui suffit pour mettre en liberté l'acide eugénique est insuffisante pour dégager des vapeurs cyaniques, les molécules de cet acide se groupent pour former l'acide cyanurique, qu'une augmentation de chaleur subséquente divise à son tour dans ses parties constituantes.

Les allophanates de glycol et de glycérine ne se décomposent pas par la chaleur d'une manière si simple, comme je l'ai dit plus haut, mais, d'après moi, cette différence ne prouve rien contre leur comparaison avec l'acide cyanurique.

Ces alcools polyatomiques ont un point d'ébullition très-élevé, et possèdent en même temps les éléments de l'eau qu'ils fournissent à l'acide cyanique, très-facilement décomposable par ce corps, comme l'expérience le démontre.

Ainsi une molécule d'acide eugénique se combine directement à deux molécules d'acide cyanique. L'acide eugénique se comporte donc vis-à-vis de l'acide cyanique comme un véritable alcool; ils s'unissent pour donner naissance à une substance indifférente.

L'expérience a prouvé déjà que l'action de l'acide cyanique sur l'aldéhyde est tout à fait différente de celle qu'il exerce sur l'alcool. La formation de l'*acide trigénique* n'a rien d'analogue avec la production de l'allophanate d'éthyle et des substances correspondantes que je viens de faire connaître pour le glycol, la glycérine et l'acide eugénique. Je me suis assuré que d'autres aldéhydes, l'*aldéhyde valérique*, par exemple, se comportent vis-à-vis de l'acide cyanique comme l'aldéhyde ordinaire, en donnant naissance à des corps dont l'étude m'occupe encore. Mais je crois pouvoir déduire dès à présent de mes expériences, qu'*en général, l'acide cyanique, en réagissant sur les alcools, s'y combine directement, tandis qu'en réagissant sur les aldéhydes, il s'y unit avec élimination d'acide carbonique.*

Sur un nouveau dérivé de l'acide picrique; par M. Adolphe Baeyer, docteur en sciences.

M. Carey Lea a publié, dans le journal de Silliman (novembre 1858 (1)), un travail sur l'acide picrique dans

(1) *Répertoire de chimie*, par A. Wurtz, mars 1859.

lequel il annonce que cet acide se transforme en *acide picramique* sous l'influence du cyanure de potassium. La réaction du cyanure de potassium sur l'acide picrique a été observée pour la première fois par M. Schlieper : c'est sur l'invitation de ce chimiste que j'en ai entrepris l'étude. J'ai reconnu bientôt que le produit qui prend naissance n'est pas de l'acide picramique, comme le dit M. Carey Lea, mais bien un corps nouveau, restant combiné au potassium du cyanure employé.

En présence d'une solution concentrée d'un cyanure alcalin, l'acide picrique est vivement attaqué; il se développe considérablement de chaleur; le mélange devient rouge brun, s'épaissit et finit par dégager de l'ammoniaque.

Si, au contraire, le cyanure est en solution diluée, la réaction s'accomplit encore, mais cette fois-ci sans dégagement appréciable de chaleur. Le liquide rougit et dépose, au bout de 12 heures, un précipité rouge, volumineux, formé de petites aiguilles microscopiques. Ce précipité cristallin constitue le nouveau corps en question.

Pour l'obtenir toujours identique à lui-même, voici les conditions que je crois les plus convenables : on dissout un équivalent de picrate de soude dans quarante fois son poids d'eau, et on y ajoute une solution d'au moins trois équivalents de cyanure de potassium. Le liquide, qui se remplit immédiatement de petits cristaux de picrate de potasse, rougit après quelques minutes, et fournit, après 12 heures de dépôt, un volumineux précipité rouge et cristallin. Ce corps, insoluble dans une solution de cyanure de potassium, se dissout un peu dans l'eau, surtout à chaud, et s'en sépare, par le refroidissement, sous la forme de *cristaux opaques doués d'un éclat métallique vert foncé* qui donne une poudre rouge-brun.

Ces cristaux soumis à l'analyse ont donné les résultats suivants :

	EXPÉRIENCE.		CALCUL. $C_{16}H_2N_5KO_{10}$
Carbone	33,10	33,15	33,4
Hydrogène	0,92	0,98	0,7
Azote.	24,1	. . .	24,4
Potassium	13,6	. . .	13,6
Oxygène.	. . .	. . .	. . .

Si la formule

$$C_{16}\ H_2\ N_5\ KO_{10}$$

représente en réalité la composition de ce sel de potasse, ce qui cependant devra être vérifié par l'analyse d'autres sels du même acide, elle est dans un rapport très-simple avec la formule de l'acide picramique. Ce corps, on le sait, est considéré comme de l'acide picrique, dans lequel le groupe NO_4 est remplacé par NH_2. Dans l'acide du nouveau sel, NCy_2 prendrait la place de NH_2. Je propose donc de donner au sel analysé le nom de *picrocyamate de potasse.*

On aurait ainsi :

Picrate de potasse	$C_{12}\,H_2\,(NO_4)_2\,(NO_4)\ KO_2$
Picramate de potasse. . . .	$C_{12}\,H_2\,(NO_4)_2\,(NH_2)\ KO_2$
Picrocyanate de potasse . . .	$C_{12}\,H_2\,(NO_4)_2\,(NCy_2)\,KO_2$

Dans ce cas, la formation du picrocyamate peut s'expliquer de la manière suivante :

$$C_{12}H_2(NO_4)_3KO_2 + 3KCy + 3H_2O_2 = C_{12}H_2(NO_4)_2(NCy_2)KO_2 + NH_3 + C_2O_4 + 3(KHO_2).$$

Le picrocyamate de potasse détone violemment par la chaleur, en laissant un résidu charbonneux. Sa solution aqueuse maintenue en ébullition se décompose; il se produit un corps brun probablement identique à celui qui se forme par la réaction d'une solution concentrée de cyanure de potassium sur l'acide picrique et dont je n'ai pas encore achevé l'étude.

Jusqu'ici je ne suis pas parvenu à isoler l'acide picrocyamique. En effet, les acides faibles, comme l'acide acétique, ne réagissent point sur le picrocyamate de potasse; tandis que les acides forts produisent, dans sa solution, un précipité rouge brun qui ne régénère pas le sel de potasse par une addition d'alcool.

Le précipité rouge brun produit par les acides forts dans une solution de picrocyamate de potasse, est attaqué et dissous à chaud par l'acide azotique, en donnant un liquide jaune qui ne paraît pas renfermer de l'acide picrique. Par une action prolongée, ce liquide jaune fournit de l'acide oxalique.

L'acide azotique concentré et l'eau régale attaquent le picrocyamate de potasse avec beaucoup de violence.

La plupart des autres picrocyamates s'obtiennent par double décomposition. Ils sont tous des corps rouges, peu solubles dans l'eau, présentant un reflet métallique qui se produit surtout par le frottement avec un corps dur.

Le picrocyamate de baryte s'obtient en ajoutant du chlorure de baryum à une solution saturée à chaud de sel de potasse; il se dépose par le refroidissement en aiguilles dont la couleur est moins foncée que celle du sel de potasse. On peut le préparer directement en faisant réagir le cyanure de baryum sur l'acide picrique, absolument par le même moyen que j'ai décrit pour le sel de potasse.

Il est moins soluble dans l'eau que ce dernier, et sa solution se décompose moins vite par l'ébullition.

Les picrocyamates solubles produisent, dans les sels d'argent, un précipité rouge très-volumineux, peu soluble dans l'eau pure et tout à fait insoluble dans l'eau contenant des traces de nitrate d'argent.

Par la dessiccation, ce précipité diminue beaucoup de volume; tout à fait sec, il se présente sous la forme d'une masse amorphe douée d'un reflet métallique vert foncé. Ce corps paraît se décomposer par les lavages; du moins les produits de différentes préparations n'ont pas donné des nombres constants.

La réaction des cyanures alcalins sur l'acide picrique n'est pas un fait isolé; elle paraît avoir lieu avec d'autres corps nitrés. Ainsi l'acide binitrophénique m'a donné un corps semblable, cristallisé en mamelons rouges, qui prennent également un reflet métallique par le frottement.

J'ai l'intention d'étudier encore l'acide picrocyamique et l'action qu'exerce, en général, les cyanures sur les autres composés nitrés.

La présente note était déjà écrite depuis trois semaines, lors de la publication, dans les *Annalen der Chemie und Pharmacie*, tom. CX, p. 289 (juin 1859), d'un travail de M. Hlasiwetz sur la même substance.

Ce chimiste déduit de ses analyses une formule contenant H_2O_2 de plus que celle que je viens de proposer.

Je dois faire remarquer que j'ai trouvé, dans l'analyse de plusieurs sels, un excès d'hydrogène et une quantité plus faible de carbone (1); ce qui me paraît indiquer la

---

(1) Deux analyses du sel de potasse, par exemple, ont donné carbone :

présence d'une certaine quantité d'eau. Mais, me basant sur les analyses citées plus haut, j'ai cru devoir attribuer cette différence à des traces d'eau de cristallisation retenue, par ces sels, lors de leur dessiccation. Plusieurs picrates présentent également la propriété de retenir fortement l'eau. J'ajouterai que, d'après mes observations, les picrocyamates sont éminemment hygroscopiques.

La formule que j'ai déduite de l'analyse des sels de potasse purifiés et desséchés avec soin me paraît d'ailleurs exprimer, d'une manière assez simple, et la réaction qui donne naissance à l'acide picrocyamique et les relations de ce corps avec l'acide picrique et l'acide picramique.

Quoi qu'il en soit, étant, pour ce moment, dans l'impossibilité absolue de continuer mes travaux, je ne puis décider laquelle des deux formules représente la composition du picrocyamate de potasse. Dès que les circonstances me permettront de reprendre mes recherches, je tâcherai d'éclairer ce point et j'aurai l'honneur de communiquer mes résultats à l'Académie.

De la berbérine et de ses sels; par M. Louis Henry, professeur à l'université de Louvain.

La berbérine n'a presque pas d'histoire. Quelque remarquable qu'elle soit sous le rapport de ses qualités physiques, elle n'a guère joui jusqu'à présent du privilége de

---

32,8 et 32.83; hydrogène 1, 2, et 1,7, nombres qui se rapprochent de ceux calculés d'après la formule de M. Hlasiwetz (carbone 31,4).

fixer d'une manière bien soutenue l'attention des chimistes. Peut-être faut-il chercher la cause de cet abandon dans le peu d'étendue de ses applications aux arts industriels, ou dans son inutilité presque complète en thérapeutique.

Ce fut en 1836 que M. Buchner, de Munich (1), trouva dans l'écorce de la racine de l'épine-vinette (*Berberis vulgaris*, L.) une matière cristalline jaune, à laquelle il donna, pour rappeler son origine, le nom de *berbérine*. Après l'étude incomplète qu'il fit de ce nouveau principe, il le rangea dans la classe des sous-acides, au milieu des matières colorantes. Il en décrivit quelques-unes des propriétés physiques et chimiques, et crut remarquer que les alcalis et les terres alcalines, en le précipitant, s'y combinent. En étudiant l'action des acides sur cette substance, il fut conduit à les grouper en trois classes : la première comprenant ceux qui, à l'état concentré, comme l'acide sulfurique et l'acide azotique, la détruisent; la deuxième, ceux qui, à l'état dilué, comme l'acide chlorhydrique, la précipitent de ses dissolutions; la troisième, enfin, ceux qui, comme l'acide acétique, la dissolvent de même que l'eau. En ajoutant une solution de nitrate d'argent à la solution de son nouvel acide, M. Buchner crut obtenir une combinaison; ce fut de celle-ci qu'il se servit pour déterminer la formule et l'équivalent de la berbérine qu'il représenta par le symbole $C_{33}H_{18}NO_{12}$.

En 1846, à l'invitation de M. le professeur Will, de Giessen, M. Fleitmann reprit l'étude de ce corps, dont il n'avait plus été question depuis la publication du travail

(1) Buchner, *Ann. der Chem. und Pharm.*, XXIV, 228; 1837.

de M. Buchner (1). Il fut d'abord surpris, en remarquant, au début de ses recherches, que cette matière qui avait été prise pour une espèce primitive, n'était elle-même, au fond, qu'une combinaison d'une autre substance avec l'acide chlorhydrique. Il isola la véritable berbérine et fit voir à l'évidence que ce que l'on avait auparavant appelé de ce nom n'était que son chlorhydrate. La signification chimique de la berbérine fut dès lors changée. De la classe des matières colorantes, où semblait devoir la retenir son aspect physique, M. Fleitmann, se fondant sur sa nature fonctionnelle, la transporta au milieu des alcaloïdes où elle est restée depuis. Il en fit plusieurs analyses élémentaires d'où il déduisit la composition centésimale; il en établit l'équivalent par l'analyse de quelques sels, tels que le chlorhydrate, le chloroplatinate, le chromate, etc. C'est à cette occasion qu'il constata pour la première fois le fait si intéressant de l'union de l'acide chromique avec une matière organique.

On n'entendit plus parler dès lors de la berbérine que pour en apprendre l'existence dans d'autres végétaux que l'épine-vinette.

En 1849, M. Bœdeker (2), en faisant l'étude chimique de la racine de colombo (*Cocculus palmatus*, D. C.), y rencontra, en quantité relativement considérable, une matière colorante jaune, cristalline, que l'ensemble de ses propriétés et les analyses qu'il en fit, lui démontrèrent être identique avec la base isolée par M. Fleitmann.

En 1852, M. Perrins (3) la rencontra également dans

---

(1) Fleitmann, *Ann. der Chem. und Pharm.*, LIX, 160.
(2) Bœdeker, *Ann. der Chem. und Pharm.*, LXVI, p. 384; LXIX, p. 40.
(3) Perrins, *Ann. der Chem. und Pharm.*, LXXXIII, 276.

la racine de colombo de Ceylan (*Menispermum fenestratum*). Pendant tout ce laps de temps, la liste des combinaisons berbériques resta à peu près telle que l'avait constituée M. Fleitmann; elle ne s'enrichit que de deux sels doubles : le chloromercurate décrit par M. Huiterberger (1) et le cyanomercurate, par MM. G. Kohl et A. Swoboda (2), ceux que forme le chlorhydrate de berbérine avec le chlorure et le cyanure mercuriques.

L'étude de la berbérine semble avoir été réservée à l'initiative de M. le professeur Will; c'est aussi à son invitation que nous avons entrepris nos recherches. C'est dans son laboratoire, à Giessen, sous ses yeux et sous sa direction, qu'elles ont été exécutées. Qu'il nous permette de lui en offrir ici nos bien sincères remercîments.

—

PREMIÈRE PARTIE.

L'ammoniaque ne précipitant qu'incomplétement la berbérine de ses sels, nous avons toujours employé pour sa préparation le procédé dont M. Fleitmann s'est servi le premier avec tant d'avantage.

Le chlorhydrate de berbérine, préalablement purifié, est transformé en sulfate; la solution de ce sel est additionnée d'eau de baryte jusqu'à apparition d'une couleur brunâtre, signe de la décomposition complète du sel.

On fait passer dans la liqueur filtrée un courant d'acide carbonique, pour précipiter l'excès de baryte; puis on la porte à l'ébullition, laquelle est maintenue pendant quelque

(1) Liebig und Kopp, *Jahresbericht, etc.*, 1851, p. 474.
(2) *Bulletins de l'Académie des sciences de Vienne*, 1852, p. 255.

temps, afin de faire déposer complétement le carbonate de baryte que l'excès d'acide carbonique eût pu conserver en solution.

Le liquide est filtré une seconde fois et évaporé jusqu'à siccité au bain-marie. On dissout dans l'alcool la masse desséchée; on la précipite par l'éther et on la soumet ensuite à des cristallisations successives dans l'alcool et dans l'eau.

Malgré tous les soins que l'on peut apporter pour rendre les précipitations complètes et les filtrations parfaites, malgré de nombreuses cristallisations, il est extrêmement difficile d'arriver à se procurer de la berbérine tout à fait libre de substance minérale; nous n'avons été qu'une seule fois assez heureux pour en obtenir qui ne laissât aucun résidu sur la lame de platine : c'est celle-là qui nous a servi pour exécuter les analyses que nous rapportons plus bas.

Nous n'avons que très-peu de choses à ajouter à ce que l'on connaît déjà sur les propriétés de la berbérine; cristallisée dans l'alcool et dans l'eau, elle s'est toujours présentée à nous sous forme de petites aiguilles ou de prismes d'un jaune foncé, qui se disposent les uns à l'égard des autres de manière à former des surfaces veloutées. La poudre en est jaune, mais devient d'un rouge foncé quand elle reste soumise, pendant quelque temps, à la température de 100° centigrades.

Elle paraît être sans action sur la lumière polarisée, c'est du moins ce qui résulte des essais que feu M. le professeur Zamminer a bien voulu faire avec nous. Ces sortes de déterminations sont, du reste, rendues très-difficiles par la coloration trop intense des solutions; il est impossible d'en atténuer suffisamment la nuance, à moins de les étendre à un degré où l'on courrait risque de leur faire perdre toute activité.

Elle a une grande tendance à former des solutions sursaturées. Une fois dissoute dans l'alcool à chaud, on la voit souvent ne se déposer qu'avec une lenteur extrême. Nous avons observé un cas, où elle était maintenue en solution dans 25 parties d'alcool froid.

La formule donnée à la berbérine anhydre par M. Fleitmann, $C_{42}H_{18}NO_9$, reste en dehors des lois empiriques qui règlent le nombre des équivalents d'oxygène et la somme globale des équivalents d'hydrogène et d'azote des matières organiques. Nous n'avons pu croire que cette exception fût réelle. C'est pourquoi nous en avons refait l'analyse dès le début de notre travail.

Voici le résultat de trois combustions que nous avons faites, en nous plaçant dans les mêmes conditions que M. Fleitmann :

I. $0^{gr},2194$ de berbérine, desséchés au bain d'air de 110 à 120 degrés centigrades, brûlés par l'oxyde cuivrique, ont donné $0^{gr},5577$ d'acide carbonique et $0^{gr},1007$ d'eau.

II. $0^{gr},3029$ de la même substance, brûlés par le chromate plombique, ont fourni $0^{gr},7548$ d'acide carbonique et $0^{gr},1470$ d'eau.

III. $0^{gr},3247$ de berbérine fondue, desséchés au bain d'air à la température de 130° ou 140°, brûlés par l'oxyde cuivrique, ont fourni $0^{gr},8011$ d'acide carbonique et $0^{gr},1467$ d'eau.

Ce qui correspond en centièmes à

C = ...	67,19	67,66	67,28
H = ...	5,18	5,39	5,05.

M. Fleitmann avait trouvé

C = ...	67,35	66,66
H = ...	5,67	5,68.

Ces nombres s'accordent très-bien avec la formule corrigée de la berbérine $C_{42} H_{19} NO_{10} + Aq$, renfermant un équivalent d'eau de cristallisation :

C_{42}	252	67,37
H_{19}	19	5,34
N	14	
O_{10}	80	
Aq	9	
$C_{42} H_{19} NO_{10} + Aq = 374$		

Quelque soin que nous eussions pris à faire ces combustions, nous n'avons pu croire que ces nombres fussent réellement exacts. Il était difficile d'admettre qu'une matière organique, spécialement un alcaloïde maintenu en fusion, pût retenir encore de l'eau de cristallisation; évidemment nos combustions, par une circonstance sans doute inhérente à la nature du charbon produit par la berbérine, étaient incomplètes. Nous avons eu l'idée de faire passer dans l'appareil, à la fin de l'opération, un courant d'oxygène. Voici ce que nous avons obtenu :

I. $0^g,4123$ de berbérine fondue, desséchés au bain d'air à la température de 130° à 140°, brûlés par l'oxyde cuivrique, ont donné $1^g,0523$ d'acide carbonique et $0^g,1972$ d'eau.

II. $0^g,3542$ d'un 2^{me} échantillon, desséchés au bain d'air de 120° à 130°, ont fourni $0^g,9019$ d'acide carbonique et $0^g,1704$ d'eau. Ces nombres correspondent à la composition centésimale suivante :

	I.	II.
C = ...	69,58	69,42
H = ...	5,31	5,33

D'après la formule $C_{42} H_{19} NO_{10}$, formule corrigée par Gerhardt, on devrait obtenir :

C_{42}	252	69,04
H_{19}	19	5,20
N	14	
O_{10}	80	
$C_{42} H_{19} NO_{10}$ =	365	

L'accord entre les résultats que nous avons obtenus et ceux que l'on devrait obtenir d'après la formule $C_{42} H_{19} NO_{10}$ est assez satisfaisant pour nous faire regarder cette dernière comme exacte. Que l'équivalent de la berbérine doive être réellement représenté par le symbole $C_{42} H_{19} NO_{10}$, c'est ce qui résultera surabondamment de l'analyse des différents sels que nous décrirons plus loin. Le chloraurate, sel dont M. Hoffmann s'est si souvent servi avec avantage, nous a surtout donné les meilleurs résultats.

Nous pouvons pleinement confirmer ce que M. Fleitmann avait déjà remarqué et ce que Gerhardt semble n'accepter qu'avec peine (1), que la berbérine peut être assez longtemps maintenue en fusion sans subir de variation dans son poids.

La berbérine nous paraissant avoir de la ressemblance avec les matières colorantes, nous avons fait quelques

---

(1) *Traité de chimie organique*, t. IV, p. 207.

essais dans le but de la dédoubler en sucre et en une matière nouvelle, mais sans succès. Bouillie pendant longtemps avec l'acide chlorhydrique ou l'acide sulfurique dilués, elle n'a éprouvé aucune altération, et sa solution est restée complétement inerte sur les sels de cuivre.

Les alcalis libres la dissolvent comme l'ammoniaque; mais employés en excès, ils la précipitent. Cette insolubilité de notre alcaloïde dans les solutions basiques fait qu'il nous a été impossible de le dédoubler sous l'action d'une solution alcoolique de potasse, ainsi que l'a fait M. Strecker pour la pipérine, après MM. Babo et Keller. Nous n'avons obtenu, après une ébullition de quelques heures, qu'une masse résineuse dure et cassante.

Soumise à chaud à l'action d'une solution de baryte concentrée, la berbérine s'altère très-vite et très-profondément; il se dégage une vive odeur ammoniacale au milieu de laquelle il est possible de reconnaître la présence des ammoniaques composées inférieures; 15 grammes de berbérine, quantité relativement considérable eu égard à l'élévation de son prix, n'ont pas suffi pour nous donner des vapeurs assez abondantes qui, recueillies dans l'acide chlorhydrique, eussent pu être livrées à l'examen.

—

DEUXIÈME PARTIE.

Les sels que forme la berbérine constituent un groupe bien distinct au milieu de ceux de tous les autres alcaloïdes.

A défaut d'autres caractères, leur aspect physique suffirait déjà pour les différencier.

Tous ont une couleur jaunâtre qui varie, en passant par toutes les nuances, du jaune-serin parfait jusqu'au rouge presque pur. Leur saveur est d'une franche amertume; tous sont inodores. Chauffés sur la lame de platine, ils se boursouflent considérablement en produisant un charbon spongieux très-léger, très-difficile à brûler; en même temps, il se dégage des vapeurs jaunes d'une odeur nauséabonde tout à fait spéciale.

La plupart sont solubles dans l'eau et dans l'alcool; l'addition d'un acide dilué les précipite de leurs solutions quand elles sont neutres.

L'acide sulfurique concentré en dissout un grand nombre en leur faisant prendre une coloration verte ou rouge.

L'ammoniaque et les alcalis colorent leurs solutions en rouge en mettant l'alcaloïde en liberté.

Quelques-uns s'électrisent très-facilement par le frottement; le chloroplatinate et le chloraurate sont spécialement dans ce cas: ils se chargent si vite d'électricité par la compression que leur poudre est projetée au loin hors du mortier quand on les pulvérise.

Bromhydrate de berbérine.

$C_{42}\ H_{19}\ NO_{10},\ HBr.$

Nous l'avons obtenu en sursaturant une solution aqueuse de berbérine par le bromide hydrique liquide. Il se forme lentement au sein des liqueurs un abondant dépôt cristallin que l'on recueille sur un filtre et que l'on fait cristalliser, après lavage, dans l'alcool.

Ce sel cristallise en fines aiguilles d'un jaune fauve, il est très-soluble dans l'eau et l'alcool, spécialement à chaud.

I. $0^g,2205$ de ce sel, desséchés au bain d'air de 100° à 110°, brûlés par l'oxyde cuivrique, ont fourni $0^g,4599$ d'acide carbonique et $0^g,0951$ d'eau.

II. $0^g,5193$ d'un second échantillon de la même substance ont donné $0^g,1369$ de bromure argentique.

Ces nombres correspondent à la composition centésimale suivante :

			Calculé.	Trouvé. I.	Trouvé. II.
C_{42}	....	252	= 56,52	= 56,87	»
H_{20}	....	20	4,48	4,78	»
N	....	14	»	»	»
O_{10}	....	80	»	»	»
Br	....	80	17,91	»	18,16
$C_{42}H_{20}NO_{10}, Br$	=	446			

Iodhydrate de berbérine.

$C_{42}H_{19}NO_{10}, HI.$

Sa préparation est la même que celle du bromhydrate; sa grande insolubilité dans l'eau en favorise et active beaucoup le dépôt.

Cristallisé dans l'eau, il se présente sous forme de très-petites aiguilles d'un jaune roussâtre très-pur; il exige pour se dissoudre 2130 parties d'eau froide; à chaud, il est beaucoup plus soluble; d'une insolubilité presque complète dans l'alcool à toute température.

I. $0^g,5518$ de ce sel, desséchés au bain d'air de 100° à 120°, ont fourni $0^g,6655$ d'acide carbonique et $0^g,1540$ d'eau.

II. $0^g,3001$ d'un second échantillon de la même substance, pris dans les mêmes conditions, ont donné $0^g,1450$ d'iodure d'argent.

Ces nombres correspondent à la composition centésimale suivante :

		Calculé.	Trouvé. I.	Trouvé. II.
C_{42}	252	51,12	51,59	»
H_{20}	20	4,05	4,25	»
N	14	»	»	»
O_{10}	80	»	»	»
I	127,1	25,77	»	25,71
$C_{42}H_{20}NO_{10}, I$	= 493,1			

Ferrocyanhydrate de berbérine.

$2(C_{42}H_{19}NO_{10}HCy), FeCy.$

On précipite une solution de chlorhydrate de berbérine par le ferrocyanure de potassium. Le précipité recueilli sur un filtre est soigneusement lavé; puis on le fait cristalliser dans l'alcool ou dans l'eau.

Ce sel est très-peu soluble dans ces deux liquides, même à chaud. De ces deux solutions il se dépose sous forme d'aiguilles microscopiques d'un brun verdâtre, mais plus régulières et mieux définies quand on a employé des solutions alcooliques. Il exige pour se dissoudre 1250 parties d'eau froide. A la température de 100°, quand il est humide, il se décompose lentement en dégageant une vive odeur de cyanide hydrique.

0gr,3359 de ce sel, desséchés au bain d'air de 100° à 120°, ont fourni 0gr,0187 d'oxyde ferrique.

D'où il suit, par le calcul :

		Calculé.	Trouvé.
C_{90}	540	73,17	»
H_{40}	40	5,42	»
N_5	70	9,48	»
O_{20}	160	»	»
Fe	28	3,79	3,86
$C_{90}H_{40}N_5O_{20}Fe$	= 838		

Ferricyanhydrate de berbérine.

$3(C_{42} H_{19} NO_{10}, HCy), Fe_2 Cy_3$

Nous l'avons obtenu comme le précédent dont il se rapproche en tous points. Il ne s'en différencie que par sa couleur d'un jaune beaucoup mieux accusé; quand il est bien desséché, il devient vert-pomme.

0g,4615 de ce sel, desséchés de 100° à 110°, ont fourni 0g,0284 d'oxyde ferrique. Nous en déduisons la composition suivante :

		Calculé.	Trouvé.
C_{138}	828	63,20	»
H_{60}	60	4,57	»
N_9	126	9,61	»
O_{30}	240	»	»
Fe_2	56	4,27	4,30
$C_{183} H_{60} N_9 H_{30} Fe_2$ =	1310		

Chloraurate de berbérine.

$C_{42} H_{19} NO_{10}, HCl; Au Cl_3.$

Ce sel se prépare directement en précipitant une solution de chlorhydrate de berbérine par du chlorure aurique. On doit employer des solutions très-étendues et agiter constamment pendant le mélange, afin d'éviter l'agglomération du précipité. Avec des solutions dans l'acide chlorhydrique à chaud, on obtient un sel beaucoup plus stable.

C'est une poudre brune, amorphe, légèrement soluble dans le chloride hydrique concentré bouillant, plus soluble dans un mélange de chloride hydrique et d'alcool, d'où il se dépose sous forme de masses floconneuses formées d'aiguilles microscopiques. Il se décompose à la longue sous l'influence de la lumière, spécialement quand il est humide.

I. $0^{g},4698$ de ce sel, desséchés au bain d'air de 100° à 110°, ont donné, après calcination, $0^{g},1304$ d'or.

II. $0^{g},3636$ d'un second échantillon de la même substance, pris dans des conditions identiques, ont fourni, brûlés par l'oxyde cuivrique, $0^{g},4734$ d'acide carbonique et $0^{g},0967$ d'eau.

De là résulte la composition centésimale suivante :

		Calculé.	Trouvé. I.	Trouvé. II.
C_{42}	252	35,74	»	35,50
H_{20}	20	2,83	»	2,94
N	14	»	»	»
O_{10}	80	»	»	»
Au	197	27,94	27,75	»
Cl_4	142	»	»	»
$C_{42}H_{20}NO_{10}AuCl_4$ =	705			

Picrate de berbérine.

$$C_{42}H_{19}NO_{10}, HO; C_{12}H_2(NO_4)_3, O.$$

On l'obtient directement par la précipitation d'une solution moyennement concentrée de berbérine par une solution bouillante d'acide picrique. On recueille sur un filtre le précipité qu'on lave soigneusement et qu'on fait cristalliser dans l'alcool bouillant. C'est un des plus beaux sels que nous ayons préparés.

Il se présente sous forme de lamelles ou de paillettes brillantes jaune d'or, très-éclatantes, assez semblables à la chloranile; d'une insolubilité presque absolue dans l'alcool froid, légèrement solubles dans l'alcool bouillant.

$0^g,3410$ de cette substance, desséchés à 100°, brûlés par l'oxyde cuivrique, ont fourni $0^g,6857$ d'acide carbonique et $0^g,1212$ d'eau ; d'où il résulte :

		Calculé.	Trouvé.
C_{54}	324	54,54	54,83
H_{22}	22	3,70	3,93
N_4	56	»	»
O_{24}	192	»	»
$C_{54}H_{22}N_4O_{24} = 594$			

Succinate acide de berbérine.

$$C_{42}H_{19}NO_{10},\ 2HO;\ C_8H_4O_6.$$

On sursature une solution aqueuse de berbérine par l'acide succinique : le mélange dépose à la longue des aiguilles cristallines. On recueille ce dépôt et on le fait cristalliser dans l'eau plusieurs fois, afin de le débarrasser de l'excès d'acide.

Ce sel cristallise sous forme d'aiguilles brunâtres ; sa poudre est jaune ; il est soluble dans l'eau et dans l'alcool, spécialement à chaud.

$0^g,2401$ de ce sel, desséchés au bain d'air de 100 à 110°, brûlés par l'oxyde de cuivre, ont donné $0^g,5458$ d'acide carbonique et $0^g,1262$ d'eau.

Ce qui correspond à la composition centésimale suivante :

		Calculé.	Trouvé.
C_{50}	300	62,11	61,99
H_{25}	25	5,17	5,80
N	14	»	»
O_{18}	144	»	»
$C_{50}H_{25}NO_{18} = 483$			

Bitartrate de berbérine.

$$C_{42}\ H_{19}\ NO_{10},\ 2HO,\ C_8\ H_4\ O_{10} + Aq.$$

On l'obtient directement, comme le précédent, par la sursaturation d'une solution aqueuse de berbérine par l'acide tartrique; la couleur brune de la solution fait place à une couleur jaune clair, et, au bout de quelque temps, le mélange dépose une grande quantité de longues aiguilles s'arrangeant en groupes radiés. On recueille ce dépôt et on le soumet à des cristallisations successives, afin de le débarrasser de toute trace d'acide libre.

Ce sel se présente sous forme de longues aiguilles soyeuses d'un jaune-serin parfait; il est soluble dans 150 parties d'eau froide et dans la même quantité d'alcool fort; à chaud, sa solubilité, dans ces deux liquides, est beaucoup plus considérable.

Il renferme un équivalent d'eau de cristallisation qu'il perd à 100°.

I. $0^{g},2731$ de ce sel, séchés à 100°, brûlés par l'oxyde de cuivre, ont donné $0^{g},5777$ d'acide carbonique et $0^{g},1274$ d'eau.

II. $0^{g},3325$ de la même substance ont fourni $0^{g},7152$ d'acide carbonique et $0^{g},1494$ d'eau.

III. $0^{g},4105$ d'un second échantillon ont fourni $0^{g},2118$ de chloroplatinate d'ammoniaque.

IV. $0^{g},8402$ d'un troisième échantillon, desséchés dans le vide sur l'acide sulfurique, ont perdu, à la température de 100° à 120°, $0^{g},0136$ d'eau.

Ces nombres correspondent à la composition centésimale suivante :

		Calculé.	Trouvé. I.	II.	III.	IV.
C_{50}	300	58,25	57,69	58,60	»	»
H_{25}	25	4,85	5,18	4,99	»	»
N	14	2,71	»	»	3,16	»
O_{22}	176	»	»	»	»	»
Aq	9	1,71	»	»	»	1,62
$C_{50}H_{25}NO_{22} + Aq = 524$						

Bioxalate de berbérine.

$C_{42}\ H_{19}\ NO_{10}\ 2HO\ ;\ C_4\ O_6.$

Même préparation que la précédente. Il se produit à la longue au sein des liqueurs un abondant dépôt cristallin que l'on purifie par des cristallisations successives.

Ce sel diffère totalement de ceux que nous avons décrits jusqu'à présent ; il cristallise en petits mamelons arrondis de la grosseur d'une tête d'épingle, formés d'aiguilles groupées concentriquement. Ces mamelons ont une couleur brunâtre; la poudre est jaune.

$0^g,4368$ de ce sel, brûlés par l'oxyde de cuivre, desséchés de 100° à 110°, ont fourni, $0^g,9738$ d'acide carbonique et $0^g,1842$ d'eau.

Ce qui correspond aux nombres suivants :

		Calculé.	Trouvé.
C_{46}	276	60,66	60,78
H_{21}	21	4,61	4,67
N	14	»	»
O_{18}	144	»	»
$C_{46}H_{21}NO_{18} = 455$			

Cyanhydrate de berbérine.

$C_{42}\ H_{19}\ NO_{10}\ ,\ C_2\ NH.$

Il s'obtient par double décomposition en précipitant une solution de chlorhydrate de berbérine par le cyanure de potassium. La liqueur, d'un jaune clair d'abord, devient instantanément d'un rouge foncé, en même temps qu'il se forme un abondant précipité floconneux jaune sale. On le recueille sur un filtre, on le lave soigneusement à l'eau froide et on le fait cristalliser dans l'alcool.

Ce sel se distingue totalement de tous les autres composés de berbérine par son aspect extérieur et ses qualités physiques. Il cristallise sous forme de paillettes rhomboïdales très-bien définies; d'une couleur jaune brunâtre, analogue au sphène; sa poudre est d'un gris pâle. Il est très-peu soluble dans l'eau où il ne cristallise pas; sa solubilité dans l'alcool est plus grande, surtout à chaud; à 100°, quand il est sec, il ne subit aucune altération; mais quand il est humide, il se décompose à la longue. Ses solutions exhalent toujours une forte odeur d'acide cyanhydrique.

Au contact de l'acide azotique, même très-dilué, il prend une belle couleur rouge-sang qui se fonce de plus en plus jusqu'à devenir ponceau.

Nous avions pensé que ce sel jouerait, à l'exemple des cyanhydrates de quelques autres alcaloïdes, le rôle d'une base; mais il ne paraît pas pouvoir se combiner aux acides, ou du moins s'il le fait, les composés qu'il forme sont d'une très-grande instabilité.

Nous avons humecté d'acide chlorhydrique dilué du cyanhydrate de berbérine réduit en poudre fine; la poudre est redevenue aussitôt d'un jaune clair; en même temps, l'on pouvait remarquer une forte odeur d'acide cyanhydrique.

I. $0^{gr},3745$ de ce sel, cristallisés dans l'alcool et desséchés ensuite à 100°, ont fourni, $0^{gr},1330$ de chlorure d'argent, soit 8,78 %.

Le chlorhydrate de berbérine en exige 8,84 %, alors que le chlorhydrate d'hydrocyano-berbérine, sel que nous croyions obtenir, n'en demande que 8,28 %.

I. 0g,2132 de cette substance, desséchés au bain d'air de 100° à 110° et brûlés par l'oxyde de cuivre, ont fourni, 0g,5222 d'acide carbonique et 0g,1003 d'eau.

II. 0g,3405 d'un second échantillon ont donné 0g,1094 de cyanure d'argent.

Ces nombres correspondent aux résultats suivants :

		Calculé.	Trouvé. I.	Trouvé. II.
C_{44}	264	67,34	66,93	»
H_{20}	20	5,10	5,22	»
N_2	28	»	»	»
O_{10}	80	»	»	»
(C_2N)	(26)	6,63	»	6,22

$C_{44}H_{20}N_2O_{10} = 392$

Nous avons préparé, en humectant d'acide azotique dilué du cyanhydrate de berbérine, une certaine quantité de ce produit rouge dont nous avons déjà parlé plus haut.

Le phénomène de coloration est instantané, et l'on n'observe aucun dégagement d'acide cyanhydrique. Avec l'acide azotique concentré, on obtient une matière rouge foncé presque noir. Cette matière est assez soluble dans l'eau et dans l'alcool. De ces deux solutions, elle se dépose sous forme d'aiguilles microscopiques; cristallisée dans l'eau, elle a une nuance rouge foncé analogue à celle du sesquioxyde de fer anhydre; dans l'alcool, elle a une couleur rouge vif avec un reflet orange.

Voici le résultat d'une combustion que nous en avons faite :

0g,2160 de cette substance, desséchés au bain d'air de

100° à 110°, brûlés par l'oxyde de cuivre, ont fourni 0gr,4780 d'acide carbonique et 0,0935 d'eau. Ce qui correspond à

C	60,35 %
H	4,80 %

Le cyanhydrate de nitro-berbérine $C_{42}H_{18}(NO_4)NO_{10}$, HCy, exige :

C_{44}	264	60,41
H_{19}	19	4,34
N_3	42	»
O_{14}	112	»
$C_{44}H_{19}N_3O_{14} = 437$		

L'accord entre les nombres que nous avons obtenus et les nombres calculés est assez satisfaisant pour que nous nous croyions autorisé à regarder cette substance rouge comme de l'hydrocyano-nitro-berbérine.

Sulfocyanhydrate de berbérine.

$$C_{42}H_{19}NO_{10};\ H,\ C_2NS_2.$$

Nous avons obtenu ce sel, comme le précédent, par double décomposition. L'addition d'une solution de sulfocyanure de potassium, à une solution chaude et concentrée de chlorhydrate de berbérine, y occasionne un énorme précipité pulvérulent très-dense jaune verdâtre. On le recueille sur un filtre, on le soumet à des lavages réitérés à l'eau froide, afin de lui enlever toute trace de sulfocyanure de potassium employé en excès. On le fait dissoudre dans l'eau ou l'alcool bouillants, d'où il cristallise par refroidissement.

Ce sel se présente sous forme d'aiguilles allongées d'un jaune-serin parfait ou d'un jaune brunâtre, suivant qu'il s'est déposé dans l'alcool ou dans l'eau. Nous l'avons obtenu une fois d'une solution alcoolique par évaporation spontanée sous forme d'aiguilles contournées comme de la tournure de cuivre. Il est très-peu soluble dans l'eau et l'alcool froids. 4500 parties d'eau et 470 parties d'alcool fort n'en dissolvent qu'une seule à la température ordinaire. Il ne renferme pas d'eau de cristallisation : $2^g,3382$ de ce sel, desséchés dans le vide sur l'acide sulfurique, puis tenus au bain d'air à la température de 100° à 120°, n'ont subi aucune perte appréciable dans leur poids, après quelques heures.

I. $0^g,3442$ de sulfocyanure, desséchés de 100° à 110°, ont fourni, brûlés par du chromate de plomb, $0^g,7794$ d'acide carbonique et $0^g,1435$ d'eau.

II. $0^g,3030$ d'un second échantillon, ont donné $0^g,1229$ de sulfocyanure d'argent.

III. $0^g,6166$ d'un troisième échantillon, calcinés dans un tube de verre avec un mélange de chlorate de potasse et de carbonate de soude, ont fourni $0^g,3665$ de sulfate de baryte. Ces résultats nous conduisent à la composition centésimale suivante :

			Trouvé.		
		Calculé.	I.	II.	III.
C_{44}	264	62,26	61,85	»	»
H_{20}	20	4,71	4,64	»	»
N_2	28	»	»	»	»
O_{10}	80	»	»	»	»
S_2	32	7,54	»	»	8,10
(C_2NS_2)	(58)	13,67	»	14,16	»

$C_{42}H_{19}NO_{10}HC_2NS_2 = 424.$

Nous avons constaté que le chlorhydrate de berbérine s'unit très-facilement pour former des sels doubles avec la plupart des chlorures métalliques; nous avons obtenu les combinaisons avec les chlorures de magnésium, de manganèse, de zinc, de cadmium et d'urane, avec ceux de fer, d'étain et d'antimoine, etc. Tous ces sels cristallisent facilement en aiguilles, tous sont assez solubles dans l'eau; la plupart sont jaunes. Nous regrettons que le temps et la substance nous aient manqué pour les soumettre à l'analyse.

Nous rapportons ici quelques analyses de chloroplatinate de berbérine qui serviront, avec celles d'autres sels que nous avons exposées plus haut, à confirmer l'équivalent de notre alcaloïde. Dans la préparation du sel de platine, nous n'avons fait usage que de solutions dans l'acide chlorhydrique, chauffées à une chaleur modérée. Les précipités ont été soigneusement lavés, jusqu'à ce que les eaux ne donnassent plus de résidu sur la lame de platine.

I. $0^{g},3254$ de cette substance desséchés au bain d'air de 100° à 110°, brûlés par l'oxyde de cuivre, ont fourni $0^{g},5281$ d'acide carbonique et $0^{g},1075$ d'eau.

II. $0^{g},3160$ d'un second échantillon, brûlés par du chromate de plomb, ont donné $0^{g},5177$ d'acide carbonique et $0^{g},0992$ d'eau.

III. $0^{g},5025$ ont laissé, après calcination, $0^{g},0899$ de platine.

IV. $0^{g},6177$	—	—	0,1108	de platine.
V. $0^{g},3089$	—	—	0,0550	—
VI. $0^{g},4456$	—	—	0,0787	—

Ces analyses correspondent aux nombres centésimaux suivants :

		Calculé.	Trouvé. I.	II.	III.	IV.	V.	VI.
C_{42}	252	44,11	44,26	44,49	»	»	»	»
H_{20}	20	3,50	3,66	3,48	»	»	»	»
N	14	»	»	»	»	»	»	»
O_{10}	80	»	»	»	»	»	»	»
Pt	98,7	17,27	»	»	17,89	17,90	17,80	17,66
Cl_3	107,5	»	»	»	»	»	»	»
$C_{42}H_{20}NO_{10}PtCl_3 = 572,2$								

Azotate de berbérine. — La détermination du carbone dans l'azotate de berbérine, faite par M. Fleitmann, s'éloignant assez notablement des nombres que l'on doit obtenir en admettant l'équivalent de la berbérine que nous avons adopté, nous avons cru utile de reprendre l'analyse de ce sel ; la voici :

I. $0^g,1914$ de cette substance, desséchés au bain d'air de 100° à 110°, ont donné $0^g,4150$ d'acide carbonique et $0^g,0837$ d'eau.

II. $0^g,2357$ d'un second échantillon ont fourni $0^g,5140$ d'acide carbonique et $0^g,1026$ d'eau.

Ces nombres s'accordent assez bien avec la composition centésimale calculée :

		Calculé.	Trouvé.		Fleitmann.	
C_{42}	252	58,87	59,09	59,44	60,15	59,64
H_{20}	20	4,67	4,85	4,84	4,75	4,62
N_2	28	»	»	»	»	»
O_{16}	128	»	»	»	»	»
$C_{42}H_{20}N_2O_{16} = 428$						

TROISIÈME PARTIE.

Action du chlore. — L'action du chlore sur la berbérine et ses sels ne nous a donné aucun résultat positif. Quand on a fait passer un courant de chlore dans une solution aqueuse de berbérine, la coloration brune de la liqueur ne tarde pas à faire place à une nuance orange clair. Si l'on continue le passage du chlore, le liquide se trouble et dépose en grande abondance des grumeaux jaunâtres.

Ne les ayant pas pu obtenir à l'état cristallin, nous n'avons pas cru pouvoir les soumettre à l'analyse. Ils sont probablement constitués d'une matière fortement chlorée.

Nous avons fait aussi réagir deux équivalents de chlore à l'état d'eau chlorée sur un équivalent de chlorhydrate de berbérine en solution aqueuse. Le liquide rougit très-intensément, l'ammoniaque y occasionne un précipité noir pulvérulent qui se dissout avec difficulté dans l'alcool et dans l'eau, mais qui s'en sépare sous forme de masses floconneuses.

Action du brome. — Quand on ajoute par petites portions deux équivalents de brome en solution aqueuse très-étendue à un équivalent de berbérine en solution froide, l'odeur du brome disparaît rapidement, la liqueur rougit intensément en même temps qu'il se forme un abondant précipité jaune sale. Nous avons recueilli ce précipité sur un filtre et l'avons soigneusement lavé pour le débarrasser de toute eau mère. Dissous dans l'alcool bouillant, il a cristallisé par le refroidissement en longues aiguilles soyeuses jaunâtres. Voici les résultats que cette substance a donnés à l'analyse :

I. $0^{g},3196$, desséchés de 100° à 110°, ont donné $0^{g},6595$ d'acide carbonique et $0^{g},1435$ d'eau.

II. $0^{g},6660$ d'un second échantillon, calcinés dans un tube avec de la chaux vive, ont fourni $0^{g},2819$ de bromure d'argent : ces nombres correspondent à

C	56,26 %
H	4,97
Br	18,15

Le bromhydrate de berbérine demande :

C	56,52
H	4,48
Br	17,91

Nous n'avions donc obtenu, contre notre attente, que du bromhydrate de berbérine au lieu du bromhydrate de berbérine bromée.

L'ammoniaque précipite des eaux mères une matière noire résineuse que nous n'avons pas pu faire cristalliser.

Avec le chlorhydrate de berbérine en dissolution nous avons obtenu des phénomènes complétement identiques.

Le précipité jaunâtre recueilli, lavé, puis cristallisé dans l'alcool, a donné, comme le précédent, 17,27 et 17,59 p. % de brome. C'était aussi du bromhydrate de berbérine. Ces insuccès ont droit de nous étonner, lorsque nous voyons la harmaline, avec laquelle notre alcaloïde paraît avoir de grands rapports, donner, dans les mêmes conditions, des produits bromés avec tant de facilité.

Action de l'iodure d'éthyle. — Nous avons chauffé ensemblo, au bain-marie, une solution alcoolique concentrée de berbérine additionnée d'un excès d'iodure d'éthyle, dans un ballon mis en rapport avec un réfrigérant de Liebig, renversé de façon que les vapeurs condensées pussent toujours retomber. Il ne tarde pas à se former au sein du liquide un dépôt cristallin qui augmente progressivement et que l'on doit enlever à plusieurs reprises afin d'éviter les violents soubresauts qu'il provoque. En même temps la coloration de la liqueur s'éclaircit jusqu'à disparaître presque complétement. La réaction est terminée en quelques heures.

Cette matière se présente sous forme d'aiguilles d'un jaune très-clair. Elle est peu soluble dans l'eau froide; notablement plus soluble dans l'eau bouillante, d'où elle se dépose, sous forme de groupes radiés. L'alcool à chaud et à froid ne la dissout qu'en quantité très-minime.

Ce sel ne renferme pas d'eau de cristallisation.

I. $0^g,2509$ de cette substance, desséchés à 100°, ont fourni $0^g,4921$ d'acide carbonique et $0^g,1068$ d'eau.

II. $0^g,2359$ d'un second échantillon ont donné $0^g,4603$ d'acide carbonique et $0^g,1015$ d'eau.

III. $0^g,1620$ d'une seconde portion ont fourni $0^g,3128$ d'acide carbonique et $0^g,0717$ d'eau. Ces nombres conduisent à la composition centésimale suivante :

	I.	II.	III.
C = ...	53,48	53,21	52,66
H —	4,70	4,77	4,91

qui s'accorde sensiblement avec les résultats qu'eût dû donner l'iodhydrate d'éthyl-berbérine : $C_{42}H_{18}(C_4H_5)NO_{10}, HI$.

C_{46}	....	276	52,97
H_{24}	....	24	4,60
N	....	14	»
O_{10}	....	80	»
I	....	127,1	

$C_{46}H_{24}NO_{10}I = 511,1$

Nous n'avons pu, faute de matériaux, nous livrer à une étude plus complète de ce composé.

Le chlorure d'amyle n'a exercé aucune action sur la berbérine.

L'iodure d'amyle a donné lieu à la même réaction en apparence que l'iodure d'éthyle; mais, au fond, il ne s'est produit aucun phénomène de substitution. Le dépôt cristallin présentait en tous points la composition centésimale de l'iodhydrate de berbérine.

Action de l'acide azotique. — Nous avions entrepris d'examiner l'action de l'acide azotique sur la berbérine pour en obtenir des composés nitrés en même temps qu'un nouvel alcaloïde renfermant deux équivalents d'hydrogène de moins, $C_{42} H_{17} NO_{10}$ (1). Le temps nous a fait défaut pour achever cette étude.

L'action de l'acide azotique sur la berbérine est très-difficile à régler : ou bien elle est nulle, ou bien elle est trop énergique.

Voici ce que nous avons observé :

Une solution concentrée de chlorhydrate de berbérine additionnée d'acide chlorhydrique est traitée à chaud par 10 ou 15 fois son poids d'acide azotique concentré que l'on ajoute par petites portions. La liqueur rougit avec intensité; l'on aperçoit au bout de quelques instants un abondant précipité d'aiguilles parfaitement définies. On enlève loin du feu la solution, on sépare par filtration le dépôt d'aiguilles, qui s'est augmenté beaucoup par le refroidissement, et on le fait cristalliser dans l'alcool.

La solution de ce sel ne précipite plus par le nitrate d'argent; ce n'est autre chose que du nitrate de berbérine.

---

(1) La harmaline donne assez facilement ces produits de substitution et de déshydrogénation.

Voici ce qu'il nous a donné à l'analyse :

				Nitrate de Berbérine.
C = ...	58,20	58,40	59,26	58,87
H = ...	4,80	4,88	4,89	4,67

Quand on prolonge l'ébullition, le précipité se dissout de nouveau : une action violente se manifeste, et il se dégage des vapeurs rutilantes.

Le liquide, concentré par l'évaporation au bain-marie, laisse déposer de petits cristaux mamelonnés, l'eau mère renferme en grande quantité de l'acide oxalique; l'eau en précipite une matière résineuse sous forme de flocons, qui, en s'agrégeant, forment de petites masses très-dures.

Ces petits mamelons sont très-peu solubles dans l'eau et dans l'alcool; au microscope, ils paraissent être composés de cristaux de différente nature. La quantité que nous en possédions était trop minime pour pouvoir essayer de faire le triage de ces diverses substances.

Dans le but de produire ce nouvel alcaloïde renfermant deux équivalents d'hydrogène de moins, $C_{42}H_{17}NO_{10}$, nous avons soumis, pendant quelque temps, à une chaleur modérée une solution de chlorhydrate de berbérine, dans un mélange d'acide chlorhydrique et d'alcool, à l'action de l'acide azotique dilué. Les cristaux que la liqueur a déposés par le refroidissement nous ont donné :

C = ...	62,85
H = ...	5,10

Le chlorhydrate de berbérine exige

C = ...	62,76
H = ...	4,98

celui du nouvel alcaloïde $C_{42} H_{17} NO_{10}$,

C	=	....	63,07
H	—	....	4,50

Nous dirions difficilement auquel de ces deux composés nous avions affaire. La matière que nous avons analysée se rapprochait, du reste, beaucoup du chlorhydrate de berbérine par l'ensemble de ses caractères.

Avant de terminer, nous placerons ici la liste des combinaisons de berbérine jusqu'à présent connues :

Berbérine séchée à 120° . . .	$C_{42} H_{19} NO_{10}$ (Henry).
Chlorhydrate de berbérine. . .	$C_{42} H_{19} NO_{10}, HCl + 4Aq$ (Fleitmann).
Bromhydrate	$C_{42} H_{19} NO_{10}, HBr$.
Iodhydrate.	$C_{42} H_{19} NO_{10}, HI$.
Cyanhydrate	$C_{42} H_{19} NO_{10}, HCy$.
Nitro-cyanhydrate	$C_{42} H_{18} (NO_4) NO_{10}, HCy$.
Sulfocyanure	$C_{42} H_{19} NO_{10}, HC_2 NS_2$.
Chloraurate	$C_{42} H_{19} NO_{10}, HCl; Au Cl_3$.
Nitrate	$C_{42} H_{19} NO_{10}, HO; NO_5$.
Bisulfate	$C_{42} H_{19} NO_{10}, 2HO, S_2 O_6$.
Chlorate.	$C_{42} H_{19} NO_{10}, HO; ClO_5$.
Bichromate	$C_{42} H_{19} NO_{10}, 2HO; Cr_2O_6$.
Cyanomercurate	$C_{42} H_{19} NO_{10}, HCl; Hg Cy$.
Chloromercurate	$C_{42} H_{19} NO_{10}, HCl; Hg Cl$.
Picrate	$C_{42} H_{19} NO_{10}, HO; C_{12} H_2 (NO_4)_3 O$.
Bioxalate	$C_{42} H_{19} NO_{10}, 2HO; C_4 O_6$.
Bisuccinate.	$C_{42} H_{19} NO_{10}, 2HO; C_8 H_4 O_6$.
Bitartrate	$C_{42} H_{19} NO_{10}, 2HO; C_8 H_4 O_{10}$.
Ferrocyanhydrate	$2(C_{42} H_{19} NO_{10}, HCy); Fe Cy$.
Ferricyanhydrate.	$3 (C_{42} H_{19} NO_{10}, HCy); Fe_2 Cy_3$.

Tableau des angles fondamentaux des corps simples, observés et calculés d'après la formule : $\operatorname{tg}\alpha = \frac{r}{s}$; par M. Zenger.

Abréviations. — Les abréviations signifient : B., Breithaupt; H., Haidinger; M., Mitscherlich; Mh., Mohs; R., Rose; Rm., Rammelsberg; Sc., Secchi; Se., Sella; D., S^te-Claire Deville.

CORPS.	POIDS atomiques (HO=1).	DENSITÉS.	CHALEURS spécifiques.	ANGLES FONDAMENTAUX observés.	calculés.
Soufre α. .	1,785	2,045	0,20259	85°6′ Sc.–84°58′ M.	85°58′
— β. .	»	1,962	0,20684	84°14′ M.	83°54′
Bore α . . .	1,211	2,680	0,16992	78°21′ Se.–77°50′ D.	77°31′,4
Carbone α.	1,533	3,550	0,14687	Régulier.	77°57′
— β.	»	2,270	0,20009	Hexagonal.	76°30′,7
Silicium α.	2,469	2,490	0,08010	Régulier.	83°17′,6
— β.	»	?	0,11100	»	83°29′,5
Iode	17,622	4,948	0,05412	87°5′ M.	87°58′,2
Phosphore .	3,485	1,840	0,17880	Régulier M.	81°23′,2
Arsenic. . .	8,333	5,960	0,08140	85°26′ B. - 85°4′ R.	85°34′,9
Antimoine .	13,367	6,715	0,05077	87°39′ Mh.–87°35′R.	87°41′,3
Tellure . . .	7,127	6,245	0,04737	86°57′	86°55′,6
Bismuth . .	11,555	9,799	0,03084	90°52′ H.–87°40′ R.	87°45′,6
Plomb . . .	11,508	11,445	0,03140	Régulier?	88°14′
Platine. . .	10,952	21,500	0,03243	Régulier?	88° 9′,2
Iridium . .	7,049	21,830	0,03630	84°52′ R.	86°58′,2
Osmium . .	11,046	10,000	0,03150	Rhomboédrique.	88°14′
Palladium .	5,919	11,300	0,05909	Rhomboédrique.	85°48′,3
Or	21,852	19,340	0,03244	Régulier.	88°13′
Argent . . .	11,996	10,507	0,05701	Régulier.	87°13′,3
Mercure . .	11,123	13,596	0,03300	Régulier.	88° 9′
Etain. . . .	6,536	7,177	0,05623	Prismatique.	86°41′
Zinc	3,616	6,862	0,09555	Prismatique.	83°12′
Fer.	3,116	7,844	0,11379	Régulier.	81°12′
Sodium. . .	2,575	0,972	0,29340	Régulier?	82° 9′
Potassium .	4,349	0,865	0,18080	Régulier?	83°59′

N. B. Les poids atomiques du carbone, de l'antimoine et de l'or sont doublés; celui de l'iode est les 5/4, celui du bore, la moitié et celui de l'iridium, les 2/3 de ceux qui sont généralement admis. *G. D.*

Antimoine. — Le poids atomique rapporté à l'eau est $m = 13,367$; la densité

$$d = 6,715;\ \frac{m}{d} = v = 1,991 \text{ et } \sqrt[3]{v} = r = 1,258.$$

De là on tire

$$\text{tg. } \alpha = \frac{1,258}{0,05077}; \text{ log. tg. } \alpha = 11,39404,$$

et l'angle fontamental $\alpha = 87°41',5$.

Karsten a trouvé

$$v = 2,142; \text{ d'où log. tg. } \alpha = 11,40467 \text{ et } \alpha = 87°44',7.$$

L'angle observé par Rose est $\alpha = 87°55'$ et par Mohs $\alpha = 87°59'$.

Arsenic. — Le volume atomique est $v = 1,398$ ou, suivant Karsten, $v = 1,484$; de là on tire

$$\text{tg. } \alpha = \frac{\sqrt[3]{1,398}}{0,0814} \cdots \frac{\sqrt[3]{1,484}}{0,0814} \text{ et } \alpha = 85°50',2 \ldots 85°55'.$$

L'angle observé par H. Rose est $\alpha = 85°4'$ et par Breithaupt $\alpha = 85°26'$.

Odling a trouvé la chaleur spécifique $s = 0,086$; de là

$$\text{tg. } \alpha = \frac{1,118}{0,086} \text{ et } \alpha = 85°34',9.$$

Tellure. — La chaleur spécifique du tellure est $s = 0,04737$, suivant Regnault; $= 0,05155$, suivant Regnault; $= 0,0571$, suivant Karsten. De là, $\alpha = 87°20',6\ldots 87°10',5\ldots 86°55',6$.

Bismuth. — Le volume atomique est $v = 1,179$ ou, suivant Berzélius, 0,8037; ce qui donne $\alpha = 88°19',6$ et $\alpha = 88°6'$. Dulong et Petit ont trouvé $s = 0,0388$; de là on trouve $\alpha = 87°45',6$.

Platine. — La distance moléculaire $r = 0,798$, ce qui conduit à $\alpha = 87°40',4$; en doublant le poids atomique, on obtient $\alpha = 88°9',2$.

Le platine étant toujours accompagné d'osmium et d'iridium, ces trois métaux sont vraisemblablement isomorphes.

Mercure. — On arrive à $\alpha = 87°59'$. Le mercure cristallisé aura une chaleur spécifique moindre, probablement 0,03 environ : on obtient alors $\alpha = 88°9$.

Soufre α. — Il faut doubler la distance moléculaire pour obtenir $\alpha = 85°38'$. Dulong et Petit ont trouvé $s = 0{,}188$, ce qui donne $\alpha = 84°24'$.

Bore. — La chaleur spécifique calculée au moyen de celle des borates de soude et de potasse est $s = 0{,}16992$. En admettant que, dans les modifications du bore, la chaleur spécifique varie de la même manière que dans celles du carbone, c'est-à-dire que $C\alpha : C\beta : C\gamma = B\alpha : B\beta : B\gamma$, on peut trouver la chaleur spécifique des divers états du bore au moyen des relations :

$$B\alpha = \frac{C\alpha \times B\gamma}{C\gamma} = \frac{0{,}1469 \times 0{,}279}{0{,}2412} = 0{,}165$$

et

$$B\beta = \frac{C\beta \times B\gamma}{C\gamma} = \frac{0{,}201 \times 0{,}279}{0{,}2412} = 0{,}215,$$

en admettant que le borate renferme le bore γ.

Séance du 8 octobre 1859.

M. Melsens, directeur.
M. Ad. Quetelet, secrétaire perpétuel.

Sont présents : MM. d'Omalius d'Halloy, Sauveur, Wesmael, Martens, Cantraine, Kickx, De Koninck, Van Beneden, Gluge, Nerenburger, Schaar, Duprez, Brasseur, Poelman, *membres;* Schwann, *associé;* E. Quetelet, Jules d'Udekem, Gloesener, *correspondants.*

CORRESPONDANCE.

L'Institut de France, l'Académie impériale de médecine de Paris, la Société entomologique de Leyde, la Société des sciences d'Utrecht et plusieurs autres sociétés savantes remercient l'Académie pour l'envoi de ses publications.

— MM. Spring, Argelander et R. Murchison, associés de l'Académie, font parvenir différents ouvrages qui seront annoncés dans le bulletin bibliographique; M. De Koninck, membre de la classe, présente également la traduction d'un mémoire sur les Brachiopodes, par M. Ch. Davidson, mémoire qu'il a enrichi de notes.

— M. le marquis de Caligny signale à l'attention de l'Académie ses dernières publications et lui en fait hommage.

— M. Loppens, professeur à l'athénée d'Arlon, envoie les résultats des observations météorologiques qu'il a faites, en 1858, dans cette localité importante pour l'étude de la météorologie en Belgique.

— Madame Scarpellini transmet ses dernières observations météorologiques faites à Rome, ainsi qu'un aperçu sur la vie et les ouvrages d'Alexandre de Humboldt.

Les directeurs des observatoires de Madrid et de Lisbonne font parvenir également les observations recueillies dans ces derniers temps.

— M. Derote, consul général au Chili, envoie les résultats des observations astronomiques faites à Santiago, pendant ces dernières années, par M. Carlos Moesta.

— M. E. Uricoechea transmet le règlement d'une société scientifique qui vient de se former dans la Nouvelle-Grenade, et exprime le désir de recevoir les publications de l'Académie.

M. Uricoechea a passé quelque temps à l'observatoire de Bruxelles, et le directeur de cet établissement pense que cette société nouvelle pourra rendre des services utiles. Il sera satisfait à sa demande par l'envoi des bulletins.

— M. Télesphore Lois, de Gembloux, écrit de Quito que les gouvernements brésilien et péruvien ont promis de fortes primes à celui qui descendrait le fleuve des Amazones depuis sa source jusqu'à son embouchure. « J'ai réuni, dit-il, 64 hommes bien armés et bien décidés; nous avons 1,500 lieues de rivière à descendre, un pays immense à traverser, cent peuples barbares à visiter; j'espère que le bonheur qui m'a accompagné dans toutes mes expéditions ne me manquera pas dans cette occasion. Si je meurs, mes mesures sont prises pour faire transmettre mes manuscrits et mes collections à l'honorable Académie. »

M. le secrétaire perpétuel est chargé de répondre, au nom de la compagnie.

— La classe reçoit les ouvrages manuscrits suivants :

1° Essai sur le mouvement propre en ascension droite de 339 étoiles, par M. E. Quetelet, correspondant de l'Académie. (Commissaires : MM. Liagre et Ad. Quetelet.)

2° Note sur quelques propriétés des lignes tracées sur une surface quelconque, par M. Ph. Gilbert, professeur à l'université de Louvain. (Commissaires : MM. Schaar, Lamarle et Timmermans.)

3° Note sur un opuscule peu connu de Simon Stevin, de Bruges, par M. Ph. Gilbert, professeur à l'université de Louvain. (Commissaire : M. A. Quetelet.)

4° Notice sur le *Pilobolus crystallinus*, par M. Eugène Coemans. (Commissaires : MM. Kickx et Martens.)

5° Des modifications que les coquilles éprouvent et qui ne dépendent d'aucune affection morbide, par M. Marcel de Serres. (Commissaires : MM. Van Beneden et De Koninck.)

CONCOURS DE 1859.

La classe avait mis au concours de 1859 cinq questions, il est arrivé des réponses à deux de celles-ci :

PREMIÈRE QUESTION.

Ramener la théorie de la torsion des corps élastiques à des termes aussi simples et aussi élémentaires qu'on l'a fait pour la théorie de la flexion.

Le seul mémoire reçu porte pour devise : *Rien ne nous dispense d'étudier les choses en elles-mêmes......, et les résultats de nos calculs ont presque toujours besoin d'être vérifiés, d'un autre côté, par quelque raisonnement simple.* (M. Poinsot, *Théorie nouvelle de la rotation.*) (Commissaires : MM. Timmermans, Lamarle et Schaar.)

DEUXIÈME QUESTION.

Déterminer, par des recherches à la fois anatomiques et chimiques, la cause des changements de couleur qui subit la chair des bolets, en général, et plusieurs russules, quand on la brise ou qu'on la comprime.

Un seul mémoire est présenté; il porte pour devise : *La nature nous parle un langage particulier, le langage des phénomènes : elle répond à chacune des questions que nous lui adressons; et ces questions, ce sont nos expériences.* (Liebig, *Traité de Chimie organique,* Introd. XLIX.) (Commissaires : MM. Kickx, Martens et Melsens.)

RAPPORTS.

La classe avait reçu un mémoire de M. Ch. Save, de Paris, portant pour titre : *Les planètes décrivent des orbites dont la grandeur est proportionnelle à leurs volumes et à l'imperfection de leurs formes sphéroïdales.*

MM. Liagre et Ern. Quetelet, chargés d'examiner ce travail, font connaître à la classe qu'il n'est pas de nature à occuper l'attention de l'Académie.

M. Gloesener donne lecture du rapport suivant, sur un mémoire de M. Zenger, pour lequel il avait été nommé commissaire avec MM. Liagre et Duprez.

« L'Académie a bien voulu me charger de lui faire un rapport sur un mémoire reçu de M. Ch. Zenger, sous le titre: *Recherches sur la vitesse de la lumière et sur sa dépendance de l'action des forces moléculaires.*

L'objet de ce mémoire est de faire voir que les vitesses relatives de la lumière dans des milieux différents, ou que l'indice de réfraction dépend de deux propriétés chimiques des éléments des corps, dont l'une est la distance moléculaire et l'autre la chaleur spécifique; et que de ces deux propriétés on peut déduire tous les phénomènes optiques produits par les corps homogènes ou éléments chimiques.

L'auteur du mémoire admet que les figures des molécules sont cubiques et que la distance moléculaire est un des côtés des cubes qui représentent leurs figures, y compris les espaces laissés entre elles ; ou bien, que la distance moléculaire est la racine cubique du volume moléculaire. Il détermine ce volume, en divisant par le poids spécifique d'un élément ou corps simple son poids atomique pris par rapport à celui de l'hydrogène, regardé comme unité et rapporté ensuite à l'eau par la division par 9. Si l'on appelle r la distance moléculaire, le volume étant déterminé comme il vient d'être dit, s la valeur spécifique et ω l'indice de réfraction, ces trois quantités sont, d'après l'auteur du mémoire, liées entre elles de telle manière qu'on a la relation :

$$\omega = \sqrt{\frac{r}{s}}.$$

On peut diviser le mémoire que nous avons à examiner en trois parties : dans la première, M. Zenger cherche à démontrer la relation dont nous venons de parler. Dans la seconde, il calcule les indices de réfraction pour un grand nombre de corps simples, et détermine, au moyen des valeurs des indices trouvées, les angles de polarisation complète, d'après la loi de M. Brewster, ainsi que les intensités de la lumière réfléchie et réfractée dans certains cas, et les angles fondamentaux des arêtes de quelques cristaux. A côté des valeurs calculées, il place les valeurs correspondantes données par l'observation. Dans la troisième partie, M. Zenger réunit en un tableau les valeurs des indices de réfraction et des angles de polarisation, calculées à l'aide des distances moléculaires et des chaleurs spécifiques, et met en regard les valeurs observées des mêmes quantités. A ce tableau est annexée la conclusion qu'il croit pouvoir déduire de l'accord entre les résultats donnés par la formule admise ou supposée et ceux constatés par l'observation.

D'après M. Zenger, les phénomènes de la lumière sont produits par deux forces moléculaires des éléments des corps; l'une de ces forces est attractive et inhérente à la matière, et l'autre est momentanée et la même que la chaleur spécifique. Celle-ci agit suivant une direction déterminée par une force extérieure, et qui est en général différente de celle de la force attractive; mais elle peut être représentée par deux autres forces, dont l'une est perpendiculaire à la direction de la force attractive et dont l'autre lui est directement opposée. La différence entre la force attractive et la composante répulsive qui lui est opposée, produit, selon l'auteur du mémoire, la distance moléculaire.

Lorsque l'équilibre des molécules est dérangé par l'influence d'une force extérieure ou momentanée, les deux forces r et s, perpendiculaires l'une à l'autre, impriment aux molécules de masse m des vitesses différentes φ et φ', et partant des forces vives $m\varphi^2$ et $m\varphi'^2$. Ces forces sont, par conséquent, dit M. Zenger, proportionnelles à ces forces vives. De là M. Zenger déduit d'une manière peu permise, je crois, que l'indice de réfraction, regardé par lui comme une fonction des forces r et s, est égal à la racine carrée du rapport $\frac{r}{s}$.

L'auteur du mémoire que nous examinons, se basant sur la théorie du choc des corps élastiques, cherche à expliquer qu'en admettant l'éther lumineux comme pondérable et soumis aux lois de l'attraction universelle, et, en outre, deux forces, l'une attractive et inhérente aux molécules des éléments chimiques des corps, et l'autre répulsive, développée par l'action des forces extérieures momentanées, on pourra en déduire les lois de l'action de la lumière sur les éléments chimiques des corps.

L'intensité de la lumière correspondrait à l'intensité du choc qu'imprimerait un rayon lumineux aux molécules du corps qu'il rencontrerait. Le rayon de lumière déterminerait la direction du choc ; la réfraction et la réflexion seraient dues aux composantes des forces, desquelles composantes les directions seraient dépendantes de celle du rayon, par rapport à la direction de la résultante des forces moléculaires.

Je crois inutile d'entrer dans de plus longs détails sur la partie explicative du mémoire du physicien hongrois ; elle contient quelques idées peu reçues, d'autres un peu vagues et hasardées. L'exposition de ces idées laisse aussi à désirer, et la conclusion finale du mémoire relative à l'explication des phénomènes optiques dus aux éléments chimiques des corps ne peut être adoptée dans l'état actuel de la science.

La forme donnée plus haut pour calculer les indices de réfraction à l'aide de la distance moléculaire et de la chaleur spécifique des éléments chimiques des corps, n'est démontrée ni même rendue vraisemblable par les considérations dans lesquelles entre le physicien de Neusohl pour l'établir. On ne peut la regarder que comme une formule empirique ou hypothétique qu'il s'agit de vérifier *a posteriori*.

Or, c'est là ce que M. Zenger a fait dans la seconde partie et dans le tableau général, où se trouvent les valeurs calculées et celles données pour la même quantité par l'observation. L'accord entre le calcul et l'observation est très-remarquable pour un grand nombre d'éléments chimiques. Pour quelques-uns d'entre eux, il y a, il est vrai, des différences, même sensibles, mais il faut prendre en considération la difficulté du sujet à traiter et le petit nombre d'observations exactes que la science possède jusqu'ici pour plusieurs des éléments. Je n'ai encore rencontré, dans aucun ouvrage, des recherches du genre de celles que l'auteur du mémoire a entreprises. Je ne puis m'empêcher de croire que la formule proposée par M. Zenger n'exprime quelque chose de réel et de fondé dans la nature, et que, appliquée à de nouvelles observations bien faites, elle ne fournisse des résultats intéressants.

En conséquence, j'ai l'honneur de proposer à l'Académie de remercier M. Zenger de sa communication intéressante, de l'engager à continuer ses recherches et de faire insérer dans son *Bulletin* les paragraphes 6 et 7, abrégés et modifiés dans la rédaction, ainsi que le tableau final de son mémoire. »

Les conclusions de ce rapport, auxquelles adhèrent les deux autres commissaires, MM. Liagre et Duprez, sont adoptées par la classe.

COMMUNICATIONS ET LECTURES.

Sur le magnétisme terrestre et spécialement sur la déclinaison observée à Bruxelles. Lettre de M. Lamont, directeur de l'observatoire de Munich, à M. Ad. Quetelet.

Munich, le 4 août 1859.

Les observations magnétiques, que j'ai faites l'année passée dans le nord de l'Allemagne, en Belgique, en Hollande et en Danemark, ont été publiées il y a quelque temps. En combinant les observations de l'année passée avec celles de 1856, les valeurs définitives des constantes magnétiques sont, pour Bruxelles et pour l'époque du

1er janvier 1858 :

Déclinaison = 19°15',2. Intensité horizontale = 1,8030. Inclinaison = 67°39',8.

Les observations ont été faites dans le jardin de l'observatoire, près du champ des manœuvres et à côté du canal de Willebroek; les résultats s'accordent assez bien pour l'intensité et l'inclinaison, tandis que la déclinaison observée dans le jardin de l'observatoire excède de 28' celle que j'ai trouvée hors de la ville. Je soupçonne que je n'aurai pas bien déterminé, dans le jardin de l'observatoire, la direction du méridien astronomique, quoiqu'il soit assez remarquable que les observations que j'ai faites près du cabinet magnétique, en 1844 et 1856, s'accordent parfaitement. Au reste, il n'y a aucun doute que la valeur trouvée hors de la ville ne soit la *vraie* valeur, parce qu'elle s'accorde avec les déclinaisons observées en d'autres villes de la Belgique.

Voici les constantes magnétiques que j'ai trouvées pour les principales villes visitées par moi :

VILLES.	Constantes magnétiques réduites au 1er janvier 1858.		
	DÉCLINAISON.	INTENSITÉ.	INCLINAISON.
Berlin	14°23',8	1,8041	67°31',1
Altona	16 18,3	1,7440	68 35,4
Copenhague	15 12,5	1,6758	69 28,5
Leide	19 14,9	1,7561	68 21,7
Utrecht	18 48,6	1,7661	68 11,6
Breslau	12 12,4	1,8825	66 8,0
Königsberg	10 11,8	1,7167	68 49,2
Gotha	15 57,9	1,8479	66 50,4

La publication annoncée ci-dessus contient, dans son ensemble, les constantes magnétiques pour 30 endroits; à la fin de mon travail, j'ai ajouté des cartes magnétiques semblables à celles que j'ai publiées, l'année passée, pour la France et l'Espagne. Vous pouvez voir par ces cartes qu'à peu près au milieu de la Belgique, il doit y avoir une *force perturbatrice* qui produit, dans les courbes magnétiques, des inflexions très-remarquables. Mais, pour déterminer précisément la grandeur et la position de cette force, il faudrait multiplier les observations, car le nombre des stations déterminées jusqu'à présent est beaucoup trop petit. Une force perturbatrice encore plus grande se trouve entre Breslau et Königsberg; il y a aussi des inflexions considérables dans les lignes magnétiques, à l'ouest de Copenhague, vers Hensbourg.

A mesure qu'on s'approche de l'équateur, on trouve que l'inclinaison diminue et que l'intensité horizontale augmente. Entre les changements de ces deux éléments, il y a un rapport très-simple dont j'ai indiqué l'existence en 1849; mais ce n'est que par les observations de l'année passée que je suis parvenu à établir une expression algébrique qui représente ce rapport avec assez d'exactitude. En effet, j'ai trouvé qu'en désignant l'inclinaison par i, l'intensité horizontale par X et l'intensité totale par I, le rapport que donne l'observation entre di et dX peut être exprimé par l'équation :

$$di = -a \frac{\cos i}{I} dX,$$

a étant une constante. En intégrant cette équation, on trouve :

$$\text{tang } i = a \log \frac{X_0}{X},$$

où X_0 exprime l'intensité à l'équateur magnétique. Cette équation s'accorde d'une manière remarquable avec les résultats des observations faites jusqu'ici dans différentes parties de l'Europe, en écartant toutefois les observations affectées par des perturbations locales.

Quant à ces dernières, je m'en fais une idée différente de celle qu'on en a ordinairement. Je suppose que le globe terrestre consiste en une *écorce* composée de substances légères, terreuses, sans magnétisme, et d'un *noyau* probablement métallique, solide, magnétisé, tout comme si c'était un boulet d'acier. Je suppose, de plus, que la surface du noyau ait des inégalités, en d'autres termes des montagnes et des vallées. On sait que, dans une aiguille d'acier aimantée, c'est vers les pointes et les coins que se concentre le magnétisme. En appliquant cette analogie au noyau de la terre, il en résulte que chaque élévation présentera une force perturbatrice dont l'effet doit produire une modification dans les courbes magnétiques. Mais comme, au milieu d'un barreau aimanté, le magnétisme cesse dans les coins aussi bien que dans les parties planes de la surface, il doit exister à l'équateur magnétique du globe un état analogue, et les inégalités du noyau n'auront aucune influence. Donc, vers l'équateur magnétique, le système des courbes isodynamiques, isoclines et isogones doit être très-régulier et s'approcher d'un parallélisme parfait. Les grandes sources de perturbations qui existent vers les pôles auront toujours une certaine influence, de sorte que la *direction générale* des lignes magnétiques sera modifiée peu à peu. Quant aux inflexions brusques qu'on rencontre très-souvent vers les pôles, il est impossible qu'il y en ait dans les régions équatoriales. Je sais bien que l'hypothèse que je viens d'exposer sur la constitution de l'intérieur de la terre ne s'accorde pas avec les idées presque généralement adoptées aujourd'hui. Mais cette objection ne paraîtra d'aucune importance quand on considérera le degré de certitude que l'observation offre à cet égard. En effet, ceux qui s'occupent de physique du globe n'ont eu jusqu'ici que deux observations certaines qui permettent de tirer des conclusions sur la constitution de l'intérieur de la terre, c'est-à-dire l'accroissement de la température immédiatement au-dessous de la surface et la différence entre l'ellipticité actuelle et celle qu'aurait un sphéroïde homogène. Tout le monde conviendra sans doute que ces deux faits sont loin de prouver une progression régulière et croissante de la densité et de la température et un état de fusion vers le centre de la terre. Quant au magnétisme, on ne l'a pas encore considéré comme indiquant une certaine condition du globe terrestre, et cependant il me paraît qu'il n'y a aucun autre phénomène qui soit plus propre à donner des indications certaines sur la nature et l'état des substances dont le globe est composé.

Comme il est question ici d'hypothèses magnétiques, permettez-moi de faire mention encore d'une autre hypothèse que j'ai proposée, il y a près de quinze années, pour expliquer les variations diurnes du magnétisme. Je suppose que le soleil soit un corps assez fortement électrisé pour produire dans notre atmosphère, par induction, un certain état électrique, pour ainsi dire une onde électrique qui, par la rotation diurne, marche autour de la surface du globe en 24 heures. L'observation n'ayant depuis fourni aucun fait nouveau pour confirmer ou réfuter cette hypothèse, je ne m'en suis plus occupé depuis; mais dernièrement j'ai été conduit à la même hypothèse par un phénomène tout à fait différent, les oscillations diurnes du baromètre.

En réunissant les observations horaires du baromètre faites à l'observatoire de Munich, observations comprenant maintenant une période de 13 années, on y aperçoit une oscillation diurne très-régulière avec deux *maxima* et deux *minima*. Si on exprime les nombres donnés par l'observation au moyen d'une fonction périodique du temps, on obtient pour l'heure n, comptée du midi vrai, en se bornant aux premiers termes, les formules suivantes :

Janvier . . .	$+\overset{'''}{0}.038 \sin(15n + 169°44')$	$+\overset{'''}{0}.075 \sin(30n + 165°41')$
Février . . .	$+0.012 \sin(15n + 345\ 28)$	$+0.100 \sin(30n + 151\ 14)$
Mars	$+0.027 \sin(15n + 190\ 18)$	$+0.121 \sin(30n + 151\ 53)$
Avril.	$+0.091 \sin(15n + 179\ 11)$	$+0.130 \sin(30n + 148\ 25)$
Mai	$+0.111 \sin(15n + 192\ 22)$	$+0.126 \sin(30n + 148\ \ 5)$
Juin	$+0.121 \sin(15n + 198\ 37)$	$+0.112 \sin(30n + 144\ 10)$
Juillet. . . .	$+0.104 \sin(15n + 200\ \ 3)$	$+0.111 \sin(30n + 143\ 23)$
Août.	$+0.069 \sin(15n + 188\ \ 8)$	$+0.119 \sin(30n + 144\ 46)$
Septembre. .	$+0.067 \sin(15n + 175\ 44)$	$+0.111 \sin(30n + 145\ \ 7)$
Octobre . . .	$+0.037 \sin(15n + 216\ 22)$	$+0.122 \sin(30n + 150\ 14)$
Novembre. .	$+0.010 \sin(15n + 187\ 39)$	$+0.091 \sin(30n + 152\ 49)$
Décembre . .	$+0.013 \sin(15n + \ 34\ 33)$	$+0.095 \sin(30n + 155\ 23)$
Année. . . .	$+0.052 \sin(15n + 191\ \ 9)$	$+0.107 \sin(30n + 149\ 46)$

Dans ces formules, on remarquera, au premier coup d'œil, que le terme principal est le second, et que le coefficient de ce terme conserve à peu près la même valeur dans tous les mois, tandis que le premier terme a une grande valeur en été et une très-petite en hiver, augmentant et diminuant régulièrement avec la température de l'air. On pourrait supposer que ce terme soit composé de deux parties, d'une partie constante et d'une partie qui varie avec la température; mais comme, dans tous les cas, la partie constante doit nécessairement être très-petite, on peut sans scrupule admettre que le premier terme dépend entièrement de la température. En déterminant le rapport entre la température et l'oscillation barométrique qu'elle produit, il ne faut pas oublier que l'effet *suit* toujours la cause et ne se manifeste qu'après un certain intervalle de temps que nous appellerons x, de sorte qu'en désignant la température à l'heure n par

$$p \sin (15\, n + \mathrm{P}) + q \sin (30\, n + \mathrm{Q}),$$

on aura, pour l'effet que produit cette température sur la hauteur du baromètre à l'heure n :

$$fp \sin [15 (n - x) + \mathrm{P}] + fq \sin [30 (n - x) + \mathrm{Q}],$$

f étant une constante et égale à l'élévation du mercure que produit un degré d'accroissement dans la température.

Représentons maintenant l'oscillation barométrique entière par

$$p' \sin (15\, n + \mathrm{P}') + q' \sin (30\, n + \mathrm{Q}')$$

et retranchons-en l'effet de la température, nous aurons :

$$p' \sin (15 n + \mathrm{P}') + q' \sin (30\, n + \mathrm{Q}') - fp \sin [15 (n - x) + \mathrm{P}] \\ - fq \sin [30 (n - x) + \mathrm{Q}].$$

Comme j'ai supposé que le terme dépendant de $15n$ soit entièrement dû à la température, ce terme doit disparaître dans la formule précédente, et par cette condition on aura :

$$f = -\frac{p'}{p}, \quad x = \frac{1}{15} (\mathrm{P} - \mathrm{P}' + 180^{\circ}).$$

En appliquant ces formules aux expressions que j'ai données ci-dessus pour l'oscillation des douze mois, on trouve pour f et x des valeurs qui s'accordent assez bien, et le résultat est qu'un accroissement d'un degré dans la température fait baisser le baromètre de $0''',02$ et que l'effet se manifeste trois heures plus tard que la cause qui l'a produit. Quant à la partie de la variation diurne qui reste après en avoir retranché l'effet de la température, on trouve pour l'année entière :

$$0''',097 \sin (15\, n + 149^\circ 13'),$$

expression qui indique un mouvement analogue au flux et au reflux de la mer ayant en 24 heures deux *maxima* et deux *minima* à distances égales.

Avant de rechercher la cause de ce flux atmosphérique, il paraît nécessaire de considérer les modifications que subit le phénomène à différents points de la surface du globe. A cet effet, j'ai réuni les résultats des observations de Madras, Sainte-Hélène, Hobarton, Toronto, Prague, Saint-Pétersbourg, et je trouve les formules suivantes pour l'oscillation du baromètre :

Madras . . .	$+ 0'''.261 \sin (15\, n + 180^\circ 35') + 0'''.338 \sin (30\, n + 165^\circ 44') + \cdots$
Ste-Hélène. .	$+ 0.084 \sin (15\, n + 140\ 12) + 0.279 \sin (30\, n + 142\ 13) + \cdots$
Hobarton . .	$+ 0.139 \sin (15\, n + 230\ 27) + 0.165 \sin (30\, n + 190\ \ 7) + \cdots$
Toronto. . .	$+ 0.161 \sin (15\, n + 142\ 50) + 0.119 \sin (30\, n + 173\ 57) + \cdots$
Prague . . .	$+ 0.106 \sin (15\, n + 182\ 10) + 0.133 \sin (30\, n + 144\ 13) + \cdots$
Pétersbourg.	$+ 0.013 \sin (15\, n + 253\ 10) + 0.035 \sin (30\, n + 323\ 22) + \cdots$

Pour avoir le flux atmosphérique, il faudrait retrancher l'effet de la température, ce qui ferait disparaître le premier terme de la série et modifierait un peu le second; mais comme cette modification est très-petite, il sera permis de prendre le second terme tel qu'il est pour l'expression du flux atmosphérique. Or, en comparant pour les différents endroits les coefficients du second terme, on reconnaît que de l'équateur vers les pôles la grandeur du flux diminue peu à peu, de sorte qu'à la latitude de 60°, on n'en reconnaît presque plus l'existence. C'est, en effet, la même loi qui se manifeste dans le flux et dans le reflux de la mer.

Maintenant quelle est la force qui produit ce mouvement régulier de l'atmosphère?

Comme il est évident d'abord que l'effet est dû à une action directe ou indirecte du soleil, la première force à laquelle on pourrait l'attribuer est la *gravitation*, qui produit un mouvement semblable dans la couche d'eau qui recouvre la terre. M. Sabine a démontré, par les observations barométriques de Sainte-Hélène, que la lune produit un flux et reflux très-régulier dans l'atmosphère. Les observations de Singapore ont donné le même résultat, et on ne peut douter que le soleil ne doive produire un effet analogue. Mais comme le mouvement dû à l'attraction de la lune n'est que de $\frac{1}{20}$ de ligne à peu près à l'équateur, il est impossible que le soleil, dont l'action est beaucoup moins forte, produise un mouvement de plus d'une demiligne.

Quelques savants ont pensé qu'il faut attribuer la double oscillation du baromètre à la pression des vapeurs, cette pression ayant, comme on disait, deux *maxima* et deux *minima*. Il y a trois objections contre cette opinion.

1° On peut démontrer, comme je l'ai fait par plusieurs séries d'observations, que le mouvement du baromètre est indépendant de la pression locale des vapeurs indiquées par le psychromètre.

2° La pression des vapeurs dépend de la température, et depuis 3 heures du soir jusqu'à 9 heures du matin, il y a un accord parfait dans la marche du thermomètre et du psychromètre; ce n'est que vers midi que commence une divergence produite par le courant ascendant qui enlève les vapeurs plus vite qu'elles ne peuvent se renouveler par l'évaporation de l'eau. Cet effet se manifeste en été à mesure que la chaleur augmente et cesse en hiver presque tout à fait. D'après cela, on ne peut pas dire que la pression des vapeurs ait deux *maxima* et deux *minima* comparables au flux et reflux de la mer; la cause principale ne produit qu'un seul *maximum* et un seul *minimum* et une cause accessoire produit une légère diminution pendant la période de la plus grande chaleur.

3° La variation diurne du baromètre *augmente* vers l'équateur, tandis que la variation diurne de la pression des vapeurs diminue vers l'équateur; il est donc impossible d'attribuer le mouvement du baromètre à la pression des vapeurs.

Il y a plusieurs changements atmosphériques qui peuvent avoir une influence sur le baromètre; mais en considérant toutes les circonstances, on parviendra enfin à cette conclusion, savoir : que la chaleur du soleil avec tout ce qui en dépend ne peut expliquer l'oscillation du baromètre et qu'il faut l'attribuer à une force semblable à la gravitation qui, comme elle, produit, dans une couche fluide recouvrant la surface du globe, le *même* effet sur les points *diamétralement opposés.*

Parmi les forces dont l'existence a été reconnue ou supposée, il n'y en a qu'une seule qui réponde à cette condition : c'est la *force électrique*, qui se manifeste d'une manière indubitable dans les phénomènes des comètes. En effet, supposons que le soleil possède une grande quantité d'électricité positive, et que cette électricité agisse sur une sphère fluide isolée, les deux électricités seront séparées dans la sphère par induction, et l'hémisphère tourné vers le soleil sera *attiré*, tandis que l'hémisphère opposé sera *repoussé*, de sorte que la sphère prendra une forme ovale. Ainsi l'action de l'électricité du soleil produirait dans l'atmosphère un effet semblable à celui que produit la gravitation dans les eaux de la mer; et la même force qui (comme je l'ai remarqué plus haut) pourrait causer le mouvement diurne de l'aiguille, servirait encore à expliquer l'oscillation diurne du baromètre.

On peut aller encore plus loin. La coïncidence singulière qui semble exister entre l'amplitude des variations diurnes du magnétisme terrestre et le nombre des taches solaires, a été discutée par plusieurs savants sans que personne ait indiqué une liaison naturelle entre les deux phénomènes. Eh bien, l'électricité du soleil, une fois admise, fournira une explication facile. Il ne faut que supposer que les taches solaires soient des orages électriques ou qu'elles soient produites par des éruptions électriques, alors leur nombre indiquera une tension électrique extraordinaire qui doit produire dans notre atmosphère un effet correspondant.

Je me borne ici à donner une idée générale d'une hypothèse qui semble propre à coordonner plusieurs phénomènes, restés jusqu'ici sans explication. Une hypothèse, qui n'est même qu'une simple conjecture, peut déjà être utile à la science, en dirigeant l'attention des observateurs sur diverses circonstances qui peuvent devenir importantes pour la théorie. Voilà le seul avantage que j'ose attribuer en ce moment à l'hypothèse de l'électricité du soleil.

Dans mon rapport sur les travaux de l'observatoire pour 1858, dont je viens de vous envoyer un exemplaire, vous trouverez plusieurs considérations qui se rapportent aux sujets mentionnés ci-dessus; en outre, cette publication contient les observations que j'ai faites sur la forme et les changements de la comète de Donati, et une discussion sur les protubérances qu'on a observées pendant les éclipses totales de soleil. Je crois avoir démontré que ces protubérances ne sont que de petits nuages ou de petites masses de vapeur condensées dans l'ombre de la lune par la dépression de la température et flottant dans notre atmosphère. Dans cette supposition, les diverses circonstances du phénomène, la forme, la couleur, le mouvement, s'expliquent avec une grande facilité. Je me suis proposé d'aller en Espagne, l'année prochaine, pour observer l'éclipse totale du 18 juillet; peut-être sera-t-il possible de constater quelques circonstances qui serviront à décider la question.

Munich, le 5 octobre 1859.

Dans une lettre que j'ai eu l'honneur de vous adresser, il y a quelque temps, j'ai expliqué les causes auxquelles je crois devoir attribuer l'oscillation diurne du baromètre. D'après les principes que j'ai tâché d'établir, la marche diurne du baromètre, dans les parties méridionales de l'Europe, comme dans nos pays, doit manifester deux *maxima* et deux *minima* d'inégale grandeur, pendant les 24 heures. C'est en effet ce que l'observation faite en beaucoup d'endroits a déjà constaté. Il n'y a qu'une seule exception : c'est

Madrid, où le mouvement diurne est double de ce qu'on observe ailleurs, et où, selon les recherches de M. Delgado, il ne se montre qu'un seul *maximum* et un seul *minimum*. C'est pendant mon séjour à Madrid que j'ai eu connaissance de ce fait intéressant, par une publication de M. Rico, professeur à l'université, chargé maintenant de la direction des observations météorologiques à l'observatoire. Quant aux observations de M. Delgado, je ne sais si elles ont été publiées, et je n'ai reçu des données propres à déterminer la courbe barométrique à Madrid que lorsque M. Rico a commencé la publication de ses bulletins météorologiques mensuels, dont il a bien voulu m'envoyer régulièrement un exemplaire depuis le mois de mars de cette année. Voici les résultats des observations barométriques et thermométriques qui me sont parvenus jusqu'ici :

Baromètre (millimètres).

1859.	12^h (midi).	3^h	6^h	9^h	12^h (minuit).	6^h	9^h
	mm.	mm.	mm.	mm.	mm.	mm.	mm.
Mars.	709.73	708.68	708.75	709.50	709.61	709.75	710.52
Avril	705.45	704.46	704.46	705.25	705.08	705.08	705.56
Mai	703.19	702.41	702.42	703.48	703.22	703.22	703.47
Juin.	706.56	705.48	705.78	706.65	706.99	706.99	707.18
Juillet.	709.28	708.28	708.11	708.90	709.65	709.65	709.88
Août	706.70	705.77	705.41	706.17	706.95	706.95	707.43

Thermomètre (centigrade).

1839.	12h (midi).	3h	6h	9h	12h (minuit).	6h	9h
Mars	15°,0	17°,2	14°,0	9°,6	7°,5	4°,2	8°,4
Avril	17,7	19,5	17,1	13,3	10,4	9,0	13,7
Mai	17,9	19,0	16,4	12,9	11,0	10,0	14,3
Juin.	20,9	22,7	20,9	16,9	14,7	13,6	17,7
Juillet.	31,5	33,6	31,0	26,0	22,7	20,3	26,8
Août.	30,2	31,8	30,0	25,0	21,8	18,8	24,4

» On peut représenter ces nombres par les séries périodiques suivantes :

Baromètre (lignes de Paris).

Mars . $314'''.53 + 0'''.269 \sin(15^\circ n + 176^\circ 40') + 0'''.207 \sin(30^\circ n + 153^\circ 18')$

Avril. . $312.57 + 0.226 \sin(15\, n + 181\quad 6\,) + 0.189 \sin(30\, n + 136\ \ 12\,)$

Mai. . $311.69 + 0.183 \sin(15\, n + 210\ \ 27\,) + 0.172 \sin(30\, n + 142\ \ 50\,)$

Juin. . $312.99 + 0.228 \sin(15\, n + 183\ \ 24\,) + 0.170 \sin(30\, n + 165\ \ 42\,)$

Juillet. $314.34 + 0.339 \sin(15\, n + 182\quad 8\,) + 0.145 \sin(30\, n + 143\ \ 24\,)$

Août. . $313.17 + 0.349 \sin(15\, n + 172\ \ 44\,) + 0.151 \sin(30\, n + 142\quad 7\,)$

Thermomètre (Réaumur).

Mars. . $8°,14 + 4°,82 \sin(15^\circ n + 38^\circ 10') + 1°,27 \sin(30^\circ n + 42^\circ 27')$

Avril. . $10,93 + 4,36 \sin(15\, n + 44\ \ 34\,) + 0,46 \sin(30\, n + 61\ \ 11\,)$

Mai . . $11,10 + 5,89 \sin(15\, n + 49\quad 2\,) + 0,56 \sin(30\, n + 62\ \ 31\,)$

Juin. . $13,99 + 3,95 \sin(15\, n + 45\quad 4\,) + 0,29 \sin(30\, n + 61\ \ 23\,)$

Juillet. $21,15 + 5,56 \sin(15\, n + 43\ \ 53\,) + 0,59 \sin(30\, n + 82\quad 9\,)$

Août. . $20,03 + 5,50 \sin(15\, n + 39\ \ 37\,) + 0,66 \sin(30\, n + 77\ \ 40\,)$

» Pour appliquer à ces expressions la théorie que j'ai exposée dans ma dernière lettre, il faut d'abord déterminer l'abaissement du baromètre ($= f$), correspondant à un degré d'élévation dans la température et l'intervalle de temps ($= x$), qui est nécessaire pour que la température produise son effet. Les valeurs de ces deux quantités sont :

	f	x
	h	m
Mars.	0.055	2 47
Avril.	0.053	2 54
Mai	0.047	1 6
Juin.	0.058	2 47
Juillet.	0.061	2 47
Août.	0.064	3 8

» En employant ces valeurs pour déterminer l'effet de la température, et en retranchant cet effet de l'oscillation barométrique, on parvient aux quantités suivantes, qui expriment la grandeur du flux atmosphérique :

Mars. . . .	$0\overset{\prime\prime\prime}{,}140 \sin(30^\circ n + 160^\circ 11')$
Avril. . . .	$0,165 \sin(30 \ n + 133 \ 51)$
Mai	$0,162 \sin(30 \ n + 134 \ 38)$
Juin	$0,153 \sin(30 \ n + 166 \ 33)$
Juillet. . .	$0,117 \sin(30 \ n + 133 \ 13)$
Août. . . .	$0,113 \sin(30 \ n + 134 \ 12)$

» Si l'on compare les expressions données ci-dessus avec celles que j'ai trouvées pour Munich, on reconnaîtra facilement :

1° Que l'effet de la température se manifeste à Munich et à Madrid de la même manière et qu'il n'y a de différence que pour l'intensité de l'effet, qui est $2\frac{1}{2}$ fois plus forte à Madrid qu'à Munich;

2° Qu'à Madrid comme à Munich, l'effet suit la cause d'un intervalle de trois heures;

3° Que le flux atmosphérique à Madrid correspond parfaitement à celui de Munich, étant seulement un peu plus fort, comme il doit l'être, à cause de la latitude géographique.

» On voit donc qu'au lieu de former une exception, l'oscillation barométrique de Madrid est parfaitement conforme aux principes généraux et sert à confirmer la théorie que j'ai expliquée dans ma précédente lettre.

» Les courants qu'on a observés dans les fils télégraphiques pendant l'aurore boréale du 28 août, en Amérique comme en Europe, semblent mériter une attention toute particulière. On a considéré ces courants comme étant dus à l'aurore boréale et produits par la même force qui a affecté les instruments magnétiques. Mais comment une force qui ne fait dévier l'aiguille de déclinaison que de 30 ou 40 minutes, produira-t-elle de grandes oscillations dans l'aiguille du galvanomètre, dont la sensibilité est très-petite? Comment se peut-il que par une force qui affecte si peu les instruments magnétiques, il se forme des courants si forts et même sans égard à la direction des fils? car il est évident qu'une force galvanique doit, en général, produire un effet très-différent dans un fil isolé tendu de l'est à l'ouest, et dans un fil tendu du nord au sud. On parviendra cependant facilement à reconnaître qu'un courant perpendiculaire à la surface de la terre, c'est-à-dire dirigé vers le centre de la terre, peut expliquer les divers effets qu'on a observés, en admettant certaines restrictions. Du reste, il est possible aussi que la coïncidence des perturbations télégraphiques avec l'aurore boréale n'ait été qu'accidentelle; des observations suivies pourront décider de ce point. J'ai déjà fait les démarches nécessaires pour me procurer un registre complet de toutes les perturbations qui s'observent dans les fils télégraphiques en Bavière, et il serait à désirer que des données analogues fussent recueillies en d'autres pays. »

Note sur la déclinaison magnétique à Bruxelles; par M. Ern. Quetelet, correspondant de l'Académie.

Septembre 1859.

Depuis près de 30 années, mon père observe régulièrement les éléments magnétiques absolus dans le jardin de l'observatoire. La série des observations présente une marche très-régulière.

Cependant on sait que la valeur absolue des éléments magnétiques peut varier à la surface du globe par suite de causes locales. C'est ce que M. Lamont avait trouvé à Bruxelles par des observations faites dans la campagne, à quelque distance à l'est de l'observatoire. Mon père avait fourni à ce savant l'azimut de la station par rapport à l'observatoire, et la mesure prise présentait une discordance assez forte avec la valeur trouvée par M. Lamont dans le jardin.

Pour lever toute incertitude à cet égard, il a été décidé que l'on opérerait sur un point situé en pleine campagne avec le même instrument qui sert aux déterminations annuelles. Mon père m'a chargé de faire cette comparaison, et c'est le résultat que j'ai l'honneur de présenter.

Les 18 et 19 août, j'ai observé dans le jardin : trois déterminations ont été prises; j'ai observé en même temps le barreau de Gauss, et j'ai obtenu ainsi les trois équations suivantes :

$$19^\circ 33' 50'' = 55^d 74$$
$$19\ 31\ \ 7 = 56{,}00$$
$$19\ 34\ 52 = 54{,}92$$

Le 25 août, je me suis transporté dans la campagne à une distance de l'observatoire d'environ 1300 mètres, et sous un azimut de 49° 45′ 38″ à l'est, par rapport à la tourelle orientale du bâtiment.

J'ai pris également 3 déterminations de la déclinaison, pendant que le barreau était observé dans la salle magnétique. J'ai obtenu les relations suivantes :

$$19^\circ 6' 10'' = 54^d 05$$
$$19\ 4\ 19 = 53{,}90$$
$$19\ 9\ \ 5 = 54{,}44$$

Le méridien a été déterminé par le passage du soleil et contrôlé par l'observation d'un triangle dont fait partie la mire méridienne de l'observatoire. En prenant la moyenne des deux séries, on trouve :

$$19^\circ 33' 16'' = 55^d 55 \text{ à l'observatoire.}$$
$$19\ \ 6\ 31 = 54{,}13 \text{ à la campagne.}$$

Si l'on réduit ce dernier nombre à la même position du barreau que le précédent, on a

$$19^\circ 3' 14'' = 55^d 55\,;$$

d'où l'on trouve une différence de 30′ dans la déclinaison, c'est-à-dire que si l'on peut admettre qu'il n'existe aucune influence locale au point où j'ai observé dans la campagne, il paraît exister, dans le jardin de l'observatoire, une cause qui donne des déclinaisons trop fortes de 30′ environ.

Aurore boréale, perturbations magnétiques à l'Observatoire et sur les lignes télégraphiques de l'État; par M. Ad. Quetelet.

La nuit du 28 au 29 août et la journée suivante ont été remarquables par plusieurs phénomènes de la physique du globe. A la suite d'une belle aurore boréale, on observa des variations magnétiques considérables, et en même temps on put constater sur les lignes télégraphiques des perturbations magnétiques qui entravèrent le service dans presque toutes les directions. Nous nous bornons à communiquer ici les renseignements recueillis aux sources les plus sûres.

L'observation de l'aurore boréale fut faite par M. Edmond Marchal, attaché au secrétariat de l'Académie. Voici la note qu'il a bien voulu me remettre à ce sujet :

« Me trouvant dans un jardin de la chaussée d'Haecht, à Schaerbeek, j'eus occasion d'observer les premières manifestations de l'aurore boréale. A minuit 35 minutes, le ciel était légèrement voilé et d'une teinte uniforme, à l'exception de l'horizon nord, qui présentait un léger crépuscule oscillant. Bientôt apparut, dans le NO, une lueur rougeâtre qui prit en quelques secondes des proportions énormes : elle s'élevait à 60° de hauteur et éclairait toute cette région du ciel.

» Je me rendis à l'instant sur le plateau le plus élevé de Schaerbeek, entre la rue des Palais et la chaussée d'Haecht, afin d'embrasser dans son ensemble l'une des plus belles aurores boréales observées dans nos latitudes.

» La lueur rougeâtre avait augmenté assez sensiblement; elle était passée au pourpre, et son ensemble présentait l'aspect d'un vaste incendie : un mouvement d'oscillation continuel se faisait remarquer, et la lueur passait par moments d'un jaune clair au rouge le plus foncé. Près de l'horizon, le ciel était grisâtre et d'une teinte sale. De faibles traces d'un segment d'arc obscur paraissaient avoir pour centre le méridien magnétique. De vifs rayons d'un jaune blanchâtre s'élançaient de ce point de l'horizon, traversaient la grande lueur rougeâtre au NO et se terminaient en faisceau à 90° environ de leur point d'émanation.

» Vers minuit 45 minutes, la lueur crépusculaire qui éclairait toute la région N devint plus intense; la teinte générale restait d'un jaune clair blanchâtre, mais passait, aux extrémités E et O, au jaune vert; alors apparut, au NNE, une seconde lueur rougeâtre, mais moins prononcée que celle du NO; elle était traversée aussi par des rayons jaunes; mais ces derniers étaient beaucoup plus brillants et plus larges que ceux qui s'étaient élancés d'abord à travers la lueur du NO; ces rayons se terminaient également en faisceau à 45° du point d'émanation.

» Plus tard, l'aurore a continué à présenter des alternatives d'un éclat plus ou moins grand, mais l'aspect général du phénomène restait le même et continuait encore à 2 heures du matin, moment où j'ai cessé de l'observer. »

Le 29 août, à 9 heures du matin, M. Bouvy, en faisant les observations diurnes, put constater le dérangement des instruments magnétiques. Peu de temps après, un des employés des chemins de fer vint, de la part de M. Vinchent, ingénieur principal chargé du service des télégraphes électriques de l'État, et donna connaissance à mon fils des perturbations qu'éprouvaient les instruments dans les différentes directions.

On continua à observer les déviations magnétiques. MM. Bouvy, Hooreman et Ern. Quetelet furent successivement chargés de ce soin. Nous ne donnerons pour chaque heure que les valeurs extrêmes, en abandonnant cependant celles de l'intensité horizontale entre 9 et 10 heures du matin, qui était devenue trop forte pour que l'on pût, au moyen de la lunette fixe, suivre le barreau.

DATE.	HEURE.	DÉCLINAISON		INTENSITÉ horizontale.		THERMOMETRE Fahr.
		maximum.	minimum.	maxim.	minim.	
29 août 1859.	9 à 10^{h}	$50^{d}12$	$58^{d}63$	?	?	$73^{\circ}0$
»	10 à 11	49,33	53,60	$1^{d}07$	$-2^{d}84$	73,3
»	11 à 12	51,77	55,89	1,89	—0,85	73,5
»	12 à 1	51,68	53,58	6,50	2,53	73,6
»	1 à 2	52,68	53,32	6,47	5,00	73,9
»	2 à 3	53,13	53,85	6,04	5,40	74,1
»	3 à 4	53,54	57,55	9,63	4,93	74,2
»	4^{h} 30^{m}	57,96	»	8,83	4,60	»
»	5^{h}	57,02	»	5,34		»
»	6^{h} 30^{m}	56,60	»	5,78		73,8
»	8^{h}	55,43	»	6,12		73,4
»	9^{h}	55,73	»	5,85		73,2

Voici maintenant les renseignements qu'a bien voulu me transmettre M. Vinchent :

« Vers minuit, les employés de service au bureau télégraphique de Bruxelles (station du Nord) ont constaté, dans les sonneries et les appareils de ce bureau, des appels intermittents semblables à ceux que l'on constate en temps orageux. Ce sont des attractions successives des armatures des électro-aimants, semblables aux effets que l'on obtiendrait par des envois de courants, sur la ligne télégraphique, à intervalles irréguliers.

» Ces effets ont été remarqués surtout aux appareils communiquant avec Gand, Ostende, Liége, Mons et Charleroy. Les bureaux de Mons, Anvers, Gand et Ostende ont été réveillés par leurs sonneries de nuit et ont demandé ce qu'on leur voulait.

» On travaillait avec Paris, Londres et Berlin. Ces communications ont été interrompues jusqu'à 1^h30^m, époque où les phénomènes ont cessé. Paris et Londres ont demandé à nos agents s'ils voyaient une lueur au ciel. Aux premières perturbations, ceux-ci étaient allés au dehors, et avaient vu cette lueur vers le nord-ouest. Ils ont fait la même question aux employés de Berlin, qui ont déclaré n'avoir pas été à l'air pendant le laps de temps indiqué.

» Il n'est resté de traces du phénomène que dans la ligne sous-marine d'Ostende à Douvres, qui est restée chargée d'électricité pendant toute la matinée. Le service a été à peu près impossible, et ce n'est que vers 5 heures et demie, en doublant à peu près les piles, que la correspondance a été rétablie.

» J'ai adressé à Paris un complément à notre Bulletin météorologique ordinaire..... »

Le 2 septembre 1859, entre 5 et 6 heures du matin, il se manifesta une seconde perturbation sur toutes les lignes télégraphiques. Il n'y avait plus de communications entre Bruxelles, Paris et Londres; mais la Haye communiquait encore avec l'Angleterre.

Voici quelles furent, à l'observatoire de Bruxelles, les principales indications reçues dans le courant de cette journée et de la suivante :

DATE.	HEURE.	DÉCLINAISON maximum.	DÉCLINAISON minimum.	INTENSITÉ horizontale. maximum.	INTENSITÉ horizontale. minimum.	THERMOMÈTRE. Fahr.
2 sept. 1859.	9 à 10h	54d75	57d65	10d43	6d25	65°,0
»	10 à 11	53,62	59,40	9,82	3,36	65,4
»	11 à 12	53,72	58,15	9,30	4,64	65,6
»	12 à 1	52,06	66,24	8,05	7,36	66,0
»	1 à 2	49,34	62,81	?	?	66,5
»	2 à 3	43,40	57,87	17,79	0,00	66,7
»	3 à 4	48,32	58,40	15,53	10,12	66,8
»	4 à 5	51,15	55,00	14,01	10,48	66,6
»	5 0	54,75		10,24		66,5
»	6 0m	54,44		8,87		66,4
»	7 5	56,67		7,80		66,1
»	8 24	56,59		7,21		65,8
»	9 0	60,62		5,64		65,7
»	10 0	53,47		8,04		65,7
3 sept. 1859.	9 à 10h	57,17	58,23	4,89	4,09	65,8
»	10 à 11	54,56	56,53	5,21	4,46	66,3
»	11 à 12	53,73	54,96	7,08	5,55	66,3
»	12 à 1	50,59	53,63	10,64	7,40	66,3
»	1 à 2	51,03	53,15	11,28	8,88	66,3
»	2 à 3	51,63	51,90	10,42	8,75	»
»	3 à 4	48,37	51,52	13,75	8,36	66,3
»	4 30m	51,52		12,50		»
»	5 0	53,50		14,83		»
»	9 0	57,58		7,31		65,9

M. Duprez fait connaître que, le 1er octobre, vers 8 heures du soir, il a vu à Gand les commencements d'une aurore boréale.

Aurore boréale observée à Porto-Rico. Lettre de M. Th. Du Colombier à M. Ad. Quetelet.

Bruxelles, le 6 octobre 1859.

« Par le dernier courrier des Indes occidentales, mon frère qui dirige une plantation de sucre dans l'île de Porto-Rico (Antilles espagnoles), m'écrit que le 2 septembre, s'étant éveillé à deux heures et demie du matin, il fut fort étonné de voir les vitres de sa porte située au nord illuminées d'une brillante clarté pourpre. S'étant aussitôt levé, il reconnut que cette clarté provenait d'une magnifique aurore boréale qui, au dire des gens de garde, avait commencé à deux heures, et qu'il put observer jusqu'à quatre heures.

» Les rayons lumineux rouges, pourpres, violacés s'étendaient jusqu'au zénith. Mon frère, dépourvu d'instruments, n'a pu faire aucune des observations qui auraient pu être intéressantes à communiquer; je dois donc me borner à vous faire part du fait seul de cette aurore boréale, phénomène si rare dans ces contrées que les plus vieux habitants déclarent n'en avoir jamais été témoins, et dont la quasi-coïncidence avec les phénomènes électriques observés chez nous ne manquera pas de vous frapper.

» La plantation, nommée l'*Amistad*, est située à trois lieues de la ville de San-German et à cinq du port de Mayaguez, qui est lui-même au milieu environ de la côte ouest de l'île de Porto-Rico, soit vers le 18^{me} degré de latitude septentrionale et le 69^{me} degré de longitude occidentale de Paris, etc.

Observations sur les aurores boréales, la lumière zodiacale et les étoiles filantes, recueillies par M. le docteur Heis, de Münster, et communiquées par M. Ad. Quetelet.

I. *Aurores boréales.* 1859.

1. Aurore boréale observée à Münster, Naugard et Prague, le 23 février. Perturbations magnétiques à Prague.

2. Aurore boréale observée à Münster, le 22 avril.

3. L'aurore boréale du 28-29 août fut observée en plusieurs lieux de l'Allemagne : à Münster, le temps était mauvais. Perturbations du télégraphe électrique à Münster; ces perturbations se sont manifestées aussi le 2 septembre.

4. Aurore boréale observée à Münster, le 5 septembre, de 9 à 10^h.

5. Aurore boréale à Münster, le 24 septembre, de 9^h à 10^h.

6. Traces d'une aurore boréale à Münster, le 25 septembre de 9^h à 10^h.

7. Aurore boréale à Münster, le 1er octobre, de 9 à 12^h. La plus grande intensité était à $10^h\ 58^m$, t. m.

II. *Lumière zodiacale.*

Janvier 4, 7^h. Bord supérieur : $300° + 12°$, $310° + 11°$, $320° + 9°$, $335° + 1°$, $340° + 4°$. Pointe $344° + 3°$. Bord inférieur : $340° - 3°$, $330° - 11°$, $320° - 18°$.

» 5, 7^h. Bord supérieur : $340° + 9°$, $350° + 9°$, $0° + 9°$. Pointe $8° + 8°$. Bord inférieur : $7° + 0°$, $0° - 7°$, $300° - 12°$, $340° - 17°$, $330° - 18°$.

» 7, 7^h. L. Z. comme le 5; 18^h, traces de la L. Z. jusqu'à Libra.

» 21, L. Z. passablement forte.

» 22, 6^h,5. Bord supérieur : $320° + 17°$, $340° + 15°$, $0° + 17°$, $10° + 18°$, $20° + 19°$, $30° + 18°$. Pointe : $37° + 27°$. Bord inférieur : $30° + 9°$, $20° - 5°$, $10° - 12°$, $0° - 20°$.

» 27, L. Z. passablement forte.

Février 19, L. Z. passablement forte.

» 25, La lumière zodiacale était très-diffuse.

Mars 7, 9^h, 1. Après le coucher de la lune, bord supérieur : $0° + 35°$, $20° + 35°$, $30° + 34°$, $40° + 32°$, $50° + 30°$. Coin : $57° + 27°$. Bord inférieur : $50° + 12°$, $40° + 0°$.

» 22. Bord supérieur : $30° + 34°$, $40° + 33°$, $50° + 32°$, $60° + 30°$.

Coin . 63° + 27°. Bord inférieur : 60° + 20°, 50° + 8°.

Mars 28. Bord supérieur : 0° + 40°, 20° + 38°, 30° + 36°, 40° + 36°, 50° + 33°, 60° + 30°. Coin : 66° + 26°. Bord inférieur : 60° + 18°, 50° + 8°, 40° — 2°.

Sept. 29, 16h. Bord supérieur : 170° + 31°, 180° + 28°, 140° + 26°, 130° + 23°, Coin : 127° + 20°. Bord inférieur : 130° + 16°, 140° + 10°, 150° + 6°.

III. *Étoiles filantes périodiques de juillet et août.*

TEMPS.		Grandeur			SOMME.	Traînée.	NOMBRE horaire.
		1re.	2me.	3-6me.			
1. Münster. (M. Heis, avec 15 étudiants.)							
Juillet 26.	10h41m - 10h51m	1	1	5	7	1	42
Août 1.	10 6 - 11 6	10	11	8	29	14	29
» 3.	10 5 - 11 46	8	21	16	45	16	26
» 5.	9 49 - 10 13	1	1	10	12	2	30
» 6.	10 16 - 11 0	4	14	8	26	12	35
»	11 0 - 11 55	2	7	11	20	3	22
Somme.	10 16 - 11 55	6	21	19	46	15	28
Août. 7.	9 28 - 10 0	«	6	2	8	2	15
	10 0 - 11 0	4	12	14	30	11	30
	11 0 - 12 0	7	19	9	35	17	35
Somme.	9 28 - 12 0	11	37	25	73	30	29
Août 8.	9 27 - 11 1	6	12	4	22	12	14
» 11.	9 58 - 11 37	15	10	4	29	16	18
Juillet 26 - août 11.	. .	58	114	91	263	106	25

TEMPS.			Grandeur 1re.	2me.	3-6me.	SOMME.	Traînée.	NOMBRE horaire.
2. Rheine. (Observateur M. Schwilte.)								
Août	8.	9h 18m – 10h 30m	7	7	»	14	9	12
»	11.	9 11 – 10 39	5	8	»	13	5	9
3. Essen. (Observateur M. Cossmann.)								
Août	7.	8h 52m – 9h 54m	1	1	1	3	2	»
»	11.	9 11 – 11 0	1	7	4	12	1	»
4. Wiedenbrück. (Observateur M. Heising.)								
Août	6.	9h 14m – 10h 0m	3	4	2	9	6	12
		10 0 – 11 0	4	5	6	15	9	15
		11 0 – 11 18	»	9	1	10	8	33
Somme.		9 14 – 11 18	7	18	9	34	23	17
Août.	7.	8 28 – 10 0	3	2	4	9	3	17
		10 0 – 11 0	»	5	3	8	3	8
		11 0 – 12 0	5	8	10	23	10	23
Somme.		8 28 – 12 0	8	15	17	40	19	11
Août	8.	9 0 – 10 0	2	2	2	6	3	6
		10 0 – 11 0	2	3	5	10	4	10
Somme.		9 0 – 11 0	4	5	7	16	17	8
5. Bonn. (Observateurs M. le Dr Schoenfeld et M. Conrads.)								
Juillet	26.	10h 8m – 11h 55m	10	3	6	19	6	11

TEMPS.	Grandeur 1re.	Grandeur 2me.	Grandeur 3-6me.	SOMME.	Traînée.	NOMBRE horaire.

6. Aix-la-Chapelle. (Observateur M. Pützer.)

Juillet 26. $10^h - 12^h$	3	5	5	13	3	7

7. Francfort. (Observateur M. le Dr Lorey.)

Août 8, 1 étoile filante; août 11, 7 étoiles filantes.

8. Heiligenstadt. (Observateur M. Kruse.)

Août 5. $10^h 13^m - 10^h 53^m$	1	9	5	15	1	24
» 6. 9 19 – 11 2	7	11	4	22	10	12
» 8. 9 42 – 10 19	3	3	2	8	»	13

9. Cassel. (Observateur M. le 1er lieutenant de Dorck.)

Août 2. $9^h 41^m - 9^h 47^m$	1	1	»	2	1	»
» 3. 9 39 – 10 26	4	7	3	14	1	18
» 5. 9 41 – 9 53	2	1	»	3	1	15
» 7. 9 24 – 10 53	6	4	»	10	4	»
» 11. 9 0 – 9 9	2	»	»	2	»	»

10. Braunsberg, Prusse orientale. (Observateur M. le prof. Dr Feldt.)

Juillet 26, 2; juillet 27, 5; juillet 29, 6; juillet 30, 8 étoiles filantes. 5 de ces étoiles filantes étaient de 1re grandeur; 5 de 1-2me grandeur; 11 de 3-4me grandeur; 12 étaient blanchâtres et les autres bleuâtres.

Août 8, 31; août 9, 2; août 10, 20 étoiles filantes. 18 de ces 53 étoiles filantes étaient de 1re grandeur; 15 de 1-2me grandeur; 20 de 3-4me grandeur; 30 étaient blanches, 12 bleuâtres et 3 jaunâtres.

11. Prague. (Observateur M. Karlinski.)

Août 8. $11^h 0^m - 12^h 0^m$	2	5	5	12	5	12
» 11. 10 34 – 12 0	3	6	7	16	3	11

12. Athènes. M. Jules Schmidt, directeur de l'observatoire d'Athènes, a observé soigneusement le nombre horaire des étoiles filantes :

DATES.	Heures					DATES.	Heures						
	9-10	10-11	11-12	12-13	13-14		9-10	10-11	11-12	12-13	13-14	14-15	15-16
Juill. 18.	12	»	»	»	»	Juill. 31.	7	13	25	33	44	56	»
» 19.	6	»	»	»	»	Août 1.	20	»	24	32	»	37	»
» 20.	17	»	»	»	»	» 2.	»	32	»	30	»	»	»
» 22.	7	12	»	»	»	» 3.	10	»	»	30	»	34	»
» 23.	10	11	»	»	»	» 4.	»	16	»	28	28	»	»
» 24.	»	11	»	17	»	» 5.	»	»	25	»	33	37	»
» 25.	8	12	25	22	»	» 6.	»	»	»	26	»	»	»
» 26.	»	»	24	29	31	» 7.	»	»	»	29	33	31	»
» 27.	15	21	25	35	36	» 8.	»	»	»	»	29	44	31
» 28.	»	18	»	»	40	» 9.	»	»	21	31	44	58	»
» 29.	10	21	»	26	40	» 10.	»	»	»	»	46	80	100
» 30.	15	»	»	29	»	» 11.	»	»	»	»	»	58	»

Plusieurs étoiles filantes furent observées en même temps en plusieurs lieux. Je déduirai des observations des directions apparentes les mouvements vrais de ces corps.

—

M. Leuckärt écrit de Giessen à M. Van Beneden, à la date du 8 août 1859 :

« Ce qui intéressera probablement votre Académie, c'est que j'ai vu le *Trichina spiralis* de l'homme se transformer en *Trichocephalus dispar* (*Tr. crenatus*) dans le tube digestif du cochon. — J'ai donné à avaler à un jeune cochon, âgé de six semaines environ, une centaine de Trichines enkystées, et au bout de cinq semaines, l'animal n'ayant pris que des aliments cuits, il contenait, dans le gros intestin, une douzaine de Trichocéphales complets et sexués et la plupart mâles. »

Séance du 5 novembre 1859.

M. Melsens, directeur.
M. Ad. Quetelet, secrétaire perpétuel.

Sont présents : MM. d'Omalius, Wesmael, Martens, Cantraine, Kickx, Stas, De Koninck, Van Beneden, Nyst, Gluge, Nerenburger, Melsens, Liagre, Duprez, Brasseur, Poelman, *membres;* Lamarle, *associé;* Jules d'Udekem, Montigny, Gloesener, *correspondants.*

CORRESPONDANCE.

M. le Ministre de l'intérieur demande, dans un but d'utilité publique, quelques renseignements sur les avantages résultant du placement des paratonnerres. Il désirerait « une note concise, de nature à être publiée et destinée à démontrer à l'évidence, d'une part, les effets réels du paratonnerre et, de l'autre part, l'inanité des préjugés populaires qui peuvent exister encore en ce qui concerne cet appareil. » (Commissaires : MM. Plateau, Duprez et Ad. Quetelet.)

— L'Académie reçoit les deux manuscrits suivants :

1° Note sur les tremblements de terre en 1857, avec suppléments pour les années antérieures, par M. Alexis Perrey, professeur à Dijon. (Commissaires : MM Plateau, Duprez et Ad. Quetelet.)

2° Action du chlore sur l'hydrure de valéryle, par M. le docteur Th. Kundig. (Commissaire : M. Stas.)

MM. Ad. Quetelet et Bernardin déposent les résultats de leurs observations, faites le 21 octobre dernier, sur la chute des feuilles.

— M. Ed. Morren annonce que la Société de la Vieille-Montagne, à Angleur, près de Liége, a l'intention d'établir une station météorologique; elle observera les phénomènes périodiques dans l'une de ces usines, et communiquera ses résultats à l'Académie. M. Ed. Morren demande quelques éclaircissements sur la marche à suivre, ainsi que le programme des observations recommandées par l'Académie. M. le secrétaire perpétuel est chargé de satisfaire à sa demande.

RAPPORTS.

Sur la découverte d'ossements fossiles, faite à Saint-Nicolas.

Rapport de M. Nyst.

« Chargé par la classe de recueillir des renseignements sur les ossements fossiles récemment découverts à Saint-Nicolas et dont M. le docteur Van Raemdonck lui avait adressé la liste, je me suis rendu sur les lieux. A mon arrivée, M. Siret et M. le docteur Van Raemdonck ont eu l'obligeance de me conduire à l'hôtel de ville où tous les objets découverts jusqu'à présent étaient déposés. Ces fossiles ont été trouvés à une profondeur de quatre mètres et demi, dans un sable gris verdâtre très-fin appartenant au crag des Anglais (système scaldisien Dumont). Ils se composent entre autres de vertèbres qui nous paraissent être les mêmes que celles que l'on rencontre fréquemment aux environs d'Anvers et que M. Owen rapporte au genre *Balaenoptera*. Ainsi le crag s'étend non-seulement au sud de la province d'Anvers jusqu'à Hemixem et jusqu'au polder de Verrebroek, dans la Flandre orientale, d'après la carte de Dumont, mais encore dans cette dernière province jusqu'à Saint-Nicolas. Les coquilles qui accompagnent les vertèbres toutes caractéristiques de ce terrain, telles que *Cyprina islandica* et *tumida*, ainsi que les os d'oreilles (os de tympan) de *Balaenoptera*, ne nous semblent laisser aucun doute à cet égard.

M. Van Raemdonck m'a communiqué, en outre, quelques coquilles recueillies par lui à trois quarts de lieue au sud de Saint-Nicolas : elles sont aussi caractéristiques du crag scaldisien supérieur : nous citerons spécialement parmi elles les *Cyprina tumida*, *Tellina Benedenii*, *Astarte Basteroti*, *Turritella triplicata*, *Cardita orbicularis*, *Ostrea undulata* et *Pectunculus variabilis*.

Nous disions tantôt que les vertèbres de cétacés que nous avons vues semblaient être celles d'un *Balaenoptera*. Comme il en existe dans le crag d'Anvers qui appartiennent à des espèces différentes, et que d'autre part nous ignorons si les ossements recueillis jusqu'à présent à Anvers ont été positivement déterminés, nous avons cru devoir informer MM. De Koninck et Van Beneden, nommés commissaires avec nous, du résultat de nos investigations, en leur laissant le soin de spécifier plus exactement que nous ne pouvons le faire l'origine de ces vertèbres.

Pendant mon séjour à Saint-Nicolas, j'ai été aussi visiter le puits que l'on y creuse pour l'établissement du gazomètre. J'ai constaté, à cette occasion, qu'immédiatement sous la formation du crag dont il est question plus haut, s'étend l'argile rupélienne, avec ses *Ludus Helmontii* et les coquilles qui la caractérisent, telles, par exemple, que *Leda* (*Nucula*) *Deshayesiana*, *Nucula Duchastelii*, *Astarte Kickxii*, *Pecten Hoeninghausii*, *Fusus erraticus*, *Pleurotoma Selysii*, c'est là un fait nouveau, que nous avons cru devoir communiquer en même temps à l'Académie.

La classe pourrait, croyons-nous, adresser des remercîments à M. le docteur Van Raemdonck. En notre particulier, je désire lui exprimer, ainsi qu'à M. Siret, toute ma gratitude pour l'obligeance qu'ils ont mise à me faciliter l'objet de ma mission. »

Rapport de M. De Koninck.

« Dans l'une des dernières séances de l'Académie, il a été donné lecture d'une lettre de M. le docteur Van Raemdonck, relative à la découverte d'ossements fossiles, faite à Saint-Nicolas.

La Compagnie m'ayant fait l'honneur de me nommer au nombre des commissaires chargés de lui présenter un rapport sur la communication susdite, j'ai cru ne pouvoir mieux remplir mon mandat qu'en me rendant sur les lieux, afin de m'assurer *de visu* de l'importance de la découverte annoncée. Je me suis entendu à cet effet avec mon savant confrère M. Nyst, également désigné par la classe, et nous nous sommes rendus ensemble à Saint-Nicolas. Je constate avec plaisir que nous avons trouvé chez MM. Siret, commissaire d'arrondissement, le bourgmestre de Saint-Nicolas et le docteur Van Raemdonck, tout l'empressement désirable pour nous fournir les renseignements qui pouvaient nous être de quelque utilité. M. le bourgmestre voulut nous faire l'honneur de nous accompagner à l'hôtel de ville, et nous montrer les débris fossiles qui y ont été déposés par ses soins, et provisoirement classés par le docteur Van Raemdonck, dont le zèle, dans cette circonstance, mérite les plus grands éloges.

Ce dernier ainsi que M. Siret nous conduisirent ensuite à l'endroit même d'où les os avaient été extraits, et où nous pûmes constater exactement la nature du terrain et faire les observations dont il sera question plus loin.

Avant d'entrer dans ces détails, j'ai cru qu'un coup d'œil jeté rapidement sur les découvertes analogues à celle qui vient d'être faite à Saint-Nicolas ne serait pas déplacé ici.

Déjà vers le milieu du XVI^{me} siècle, un auteur belge, natif d'Anvers, ayant pour nom Jean Goropius Becanus ou Van Gorp, observa l'existence d'un grand nombre de dents de poissons et de coquilles fossiles aux environs de sa ville natale.

Il a consigné ses remarques dans un ouvrage encore recherché aujourd'hui, ayant pour titre : *Origines Antwerpianae* et sorti des presses de notre célèbre typographe Plantin. J'ai été étonné de n'y trouver aucune indication relative à des ossements semblables à ceux qui se sont trouvés à Saint-Nicolas, et qui néanmoins ne font pas défaut aux environs d'Anvers. Cela est d'autant plus remarquable, que Goropius parle assez longuement d'une grosse dent qui passa, pendant longtemps, à Anvers, pour une dent de géant, et dont il fut le premier à reconnaître la nature, en l'attribuant à un éléphant; il fait en outre mention d'autres dents provenant d'animaux de même genre, trouvées aux environs de Vilvorde, pendant le creusement du canal de Bruxelles, et dans d'autres localités de la Belgique.

Les premières données relatives à la découverte d'ossements fossiles dans la province d'Anvers se trouvent, si je ne me trompe, dans un mémoire publié, en 1774, par le baron de Hupsch, dans lequel il décrit des tympans d'oreille de baleine, dont il a eu le rare mérite, pour cette époque, de reconnaître parfaitement la nature (1). Plus tard, Cuvier fait une mention spéciale d'ossements de cétacés trouvés à Anvers, dans son célèbre ouvrage sur les ossements fossiles.

L'illustre naturaliste y constate « que la magnifique
» entreprise des bassins d'Anvers ayant obligé à des
» fouilles immenses, il s'y trouva beaucoup de fossiles.

» Le bassin à flot, dit-il, exécuté en 1809, et situé
» entre la rive droite du fleuve et la maison anséatique,
» ne présenta que des coquillages fort abondants ou avec
» quelques vertèbres et quelques côtes de cétacés et quel-
» ques dents de poissons; mais dans le grand arrière-
» bassin, il se trouva trois parties de têtes pétrifiées,
» très-remarquables. Elles étaient dans le dernier banc
» déblayé, et par conséquent tout à fait au fond du bassin.

» La plus entière fut trouvée le 23 juillet 1812 : elle
» était à 400 mètres de la rive de l'Escaut et à 10 mètres
» au-dessous du sol moyen de la ville d'Anvers (2). »

C'est cette dernière qui lui servit principalement à la description et à la représentation de l'espèce pour laquelle il créa le genre *Ziphius* et à laquelle il imposa le nom spécifique de *planirostris*.

J'aurai à revenir plus loin sur cette espèce. Quant aux

---

(1) *Der Naturforscher,* III Stück, p. 179.

(2) *Recherches sur les ossements fossiles*, t. V (1823), p. 356, et t. VIII (1835), 2me partie, pp. 237 et suiv.

vertèbres et autres débris trouvés en même temps que les *Ziphius*, Cuvier ne semble pas y avoir prêté grande attention, et je pense qu'il commit une erreur en les attribuant pour ainsi dire uniquement à deux ou trois espèces de dauphins de taille différente.

Il est vrai qu'il a soin de dire que « ces morceaux, » tout en prouvant de plus en plus l'existence des cétacés » parmi les fossiles, ne nous apprennent rien d'assez po- » sitif sur les espèces dont ils proviennent, pour que nous » devions y arrêter nos lecteurs (1). »

Espérons que de nouvelles découvertes fourniront des matériaux plus complets que ceux qui ont été à la disposition de Cuvier, et qu'elles suffiront à résoudre le problème auquel il a dû renoncer.

En 1819, M. Arnault, de l'Académie française, trouva, à Hullingenrode, près d'Anvers, trois grandes vertèbres de cétacés, accompagnées d'un grand nombre de coquilles et de dents de poissons.

Cette découverte a été consignée dans le deuxième volume des *Annales des sciences physiques*, publiées à cette époque par Bory de Saint-Vincent, Drapiez et Van Mons (2).

Une mention analogue est faite par Lajonkaire, dans une *Notice géologique sur les environs d'Anvers*, insérée dans le premier volume des *Mémoires de la Société d'histoire naturelle de Paris*, et publiée en 1823 (3).

Ces deux auteurs sont d'accord sur l'ordre des animaux auquel appartiennent les débris qu'ils ont rencontrés; mais

---

(1) *Ossements fossiles*, t. VIII, 2^{me} partie (1835), p. 325.

(2) Tom. II, pp. 124 et suiv.

(3) Tom. I, p. 115.

ni l'un ni l'autre n'essayent de les apprécier davantage. Ce dernier constate encore qu'ils se trouvaient déposés à la partie inférieure du terrain sablonneux qui les renferme, et immédiatement au-dessus de la couche argileuse qui sert d'assise à ce terrain. C'est exactement la position occupée par les ossements trouvés à Saint-Nicolas.

A partir de 1835, l'attention de l'Académie a été appelée assez fréquemment sur la découverte d'ossements provenant du crag d'Anvers.

C'est d'abord M. Van Beneden qui lui adresse quelques observations sur ces fossiles, sur lesquels il annonce *avoir commencé un travail qui ne pourra être achevé qu'après quelques recherches qui lui restaient encore à faire* (1).

Il dit avoir observé plusieurs espèces, parmi lesquelles *il croit avoir reconnu un Rorqual*, d'après une vertèbre déterrée, en 1832, à Eeckeren (2).

Vient ensuite un rapport du savant Fohmann sur une vertèbre de cétacé trouvée à Tuyvenberg, et communiquée à l'Académie par M. le Ministre de l'intérieur, qui lui-même l'avait reçue de M. Borgnet.

---

(1) *Bulletins de l'Académie*, tom. II, pp. 67 et suiv.

(2) Je ne dois pas oublier de faire remarquer qu'en 1836, M. Van Beneden a communiqué, à l'Académie des sciences de Paris, une note dans laquelle il a fait voir que les caisses auditives, ou os du tympan des cétacés, offrent des caractères spécifiques assez faciles à saisir. C'est en s'emparant de ces caractères, appliqués à des échantillons fossiles de ces os, qu'il a pu établir l'existence, dans les sables tertiaires d'Anvers, d'une espèce de *Rorqual* différente de celles de notre époque, ou du moins non encore connue. On verra plus loin que M. Owen s'est servi du même moyen pour déterminer les espèces de cétacés du crag de Suffolk, entièrement semblable au crag d'Anvers. (*Comptes rendus de l'Académie des sciences de Paris*, tom. II, p. 401.)

Le célèbre professeur de Liége y exprime le désir que M. le Ministre fasse recueillir les fossiles rencontrés dans les travaux de déblayement ou autres, exécutés aux frais de l'État.

Ce désir, auquel l'Académie s'est associée et qu'elle a renouvelé à plusieurs reprises dans des occasions analogues, n'a pour ainsi dire pas été réalisé ou n'a produit que de très-minces résultats.

Dix ans plus tard, M. Van Beneden lit une note sur deux cétacés fossiles provenant du bassin d'Anvers et appartenant à M. Van Genechten, président du tribunal de Turnhout (1). Les restes de ces animaux se composent d'une partie du crâne formée presque uniquement du rostre et de la partie basilaire de la mâchoire supérieure appartenant à deux espèces de *Ziphius*, dont l'une paraît être identique avec le *Z. planirostris* de Cuvier, mais dont l'autre a été reconnue par M. Van Beneden, postérieurement à la lecture de sa note, différente du *Z. longirostris*, Cuv., duquel il l'avait rapprochée avec doute. Il l'a désignée depuis sous le nom de *Z.* (*Dioplodon*) *Becanii* (2), en l'honneur de Goropius Becanus, qui le premier a constaté l'existence de coquilles et de dents de poissons fossiles à Anvers.

En 1851, M. Van Beneden met sous les yeux de l'Académie deux tympans de baleine appartenant à la division des Balénoptères (précédemment désignés sous le nom de *Rorquals*), et recueillis, par M. Verbert, dans les fouilles exécutées au Jardin de zoologie d'Anvers.

---

(1) *Bulletins de l'Académie*, tom. XIII, 1re partie, pp. 257 et suiv.

(2) Voyez Gervais, *Paléontol. française*, tom. II, explication de la planche XXXVIII, p. 2.

Deux ans plus tard, il décrit une dent canine de phoque trouvée, par M. Nyst, dans la même localité et provenant d'une espèce voisine des *Otaria.* Moi-même j'ai trouvé une vertèbre caudale et une première côte que je crois pouvoir attribuer à la même espèce (1).

Je dois, en outre, à l'obligeance de mon savant ami, M. Nyst, une dent molaire d'une grande espèce de phoque, également très-voisine des *Otaria,* ainsi qu'un énorme fragment de dent canine d'une espèce de *Trichechus* ou morse. Je compte bientôt communiquer à la classe la description de ces fossiles.

Enfin, j'ai moi-même annoncé, dans la séance du 7 octobre 1854, la découverte d'un grand nombre de vertèbres, d'une mâchoire et de diverses autres parties des squelettes de baleines dans les travaux qui s'exécutaient à cette époque aux environs d'Anvers, pour la terminaison du canal d'Herenthals.

J'ajoutais qu'aux termes du cahier des charges, ces ossements avaient été remis aux ingénieurs MM. Kummer et Lemmens, qui en ont pris possession, au nom du Gouvernement.

J'ignore si depuis lors ces ossements ont été déposés dans l'un des musées de l'État, ainsi que l'Académie en a exprimé le désir.

Quelque faibles que soient nos connaissances relativement à la détermination des ossements trouvés dans le crag d'Anvers, elles ne sont guère inférieures à celles que l'on possède à l'égard des mammifères marins provenant du crag de Suffolk. On sait que ce crag est analogue à celui de

---

(1) *Bulletins de l'Académie*, tom. XX, 2me partie, pp. 256 et suiv.

notre pays, avec cette différence que sa formation, quant à ses couches inférieures au moins, est d'origine fluvio-marine, tandis que celle de notre crag paraît être d'origine exclusivement marine.

C'est ce qui fait que ce dernier ne renferme que des mammifères marins, tandis que dans l'autre, les restes de ces animaux sont mêlés à ceux d'animaux terrestres, tels que rhinocéros, tapir, porc, cheval, cerf, chat et chien, dont les espèces sont généralement différentes de celles de l'époque actuelle.

Toutes ces espèces ont été décrites par M. Owen, dans une sorte de revue générale des mammifères trouvés dans le crag rouge de Suffolk, qu'il a publiée en 1856 (1) et dans laquelle il résume ses recherches antérieures sur les restes de ces animaux (2).

Les mammifères marins observés par M. Owen consistent dans une espèce de *Balaenodon*, genre qu'il a créé, en 1846, pour une dent de cétacé qu'il n'a pu identifier avec celles d'aucune espèce connue et qu'il a désignée sous le nom de *Balaenodon physaloïdes* (3).

C'est à ce même genre qu'il a rapporté avec un certain doute les os du tympan de quatre espèces différentes de cétacés, trouvés dans la même localité que celle d'où provenait la dent, et considérés par lui, en 1843, comme appartenant au genre *Balaenoptera* de Lacépède.

Ces quatre espèces, qui toutes semblent être éteintes

---

(1) *Quart. Journal of the geol. Soc. of London*, tom. XII, pp. 217 et suiv.

(2) *Ibid.*, tom. I, pag. 40.

(3) *Hist. of brit. Foss.*, MAMMAL. AND BIRDS, pp. 526-542, and fig. 221-225.

aujourd'hui, portent les noms de *Balaena (Balaenodon?) affinis, definita, gibbosa et emarginata* (1).

Parmi les autres débris de cétacés, M. Owen cite encore une dent semblable, pour la forme et la grandeur, à celles figurées par M. Gervais (2), sous le nom de *Hoplocetus crassidens;* des dents dont les caractères s'accordent avec ceux du *Phocaena orca;* des os de tympan d'une espèce de dauphin de la taille de l'*Orca* et quelques autres d'une espèce plus petite; enfin, un fragment de *Ziphius* ou *Dioplodon* (Gervais), semblable au *Dioplodon Becanii* (Van Beneden).

Il est assez extraordinaire que le crag de Suffolk, qui renferme à peu près les mêmes espèces de cétacés que celles qui se trouvent dans le crag d'Anvers, n'ait pas encore fourni des restes de phoque ou d'autre animal appartenant à la même division que celui-ci.

Il n'est pas moins remarquable encore que toutes les espèces d'animaux vertébrés connues, provenant de ce terrain, aient disparu de la faune actuelle, tandis que parmi les coquilles il s'en trouve un assez grand nombre qui ont continué leur existence dans la mer du Nord.

Si je suis entré dans les détails qui précèdent et qui seront peut-être critiqués par quelques-uns de mes confrères, c'est afin de montrer combien il reste encore à faire pour amener l'étude des cétacés et autres mammifères ma-

(1) Je crois devoir faire remarquer que ces os de tympan ont la plus grande similitude avec ceux trouvés en Belgique, ainsi que j'ai pu le constater moi-même pendant mon séjour en Angleterre. Comme ceux de notre pays, ils ont roulé et sont plus ou moins usés et fracturés sur les bords.

(2) *Paléont. franç.*, pl. XX, fig. 11 et 12.

rins fossiles au niveau de celle de la plupart des autres ordres d'animaux vertébrés; c'est surtout afin de faire comprendre aux personnes à qui le hasard fait rencontrer des débris de ces animaux, l'intérêt qu'il y a à les recueillir avec soin, et à fournir ainsi une nouvelle occasion de faire progresser la science.

Sous ce rapport, l'administration communale de Saint-Nicolas a donné un excellent exemple que nous serions heureux de voir suivre partout dans les mêmes circonstances. Elle a compris, sous l'inspiration du docteur Van Raemdonck, que rien de ce que l'on pouvait rencontrer ne devait se perdre et que des fragments, quelquefois insignifiants aux yeux du vulgaire, pouvaient avoir leur signification et leur importance pour le paléontologiste. Aussi, tout a-t-il été religieusement recueilli et déposé dans une des salles de l'hôtel de ville.

Dans la tranchée ouverte pour la construction du gazomètre destiné à l'usine à gaz d'éclairage, j'ai pu étudier à mon aise la nature du terrain qui forme la base du sol sur lequel la ville de Saint-Nicolas est bâtie.

Cette tranchée avait environ quatre mètres et demi de profondeur. Le fond en est composé d'une argile d'un gris bleuâtre, parfaitement identique à celle que l'on exploite en grande quantité aux environs de Boom et de Rupelmonde, pour la fabrication des briques, et que Dumont a désignée, sous le nom d'*argile rupelienne* (ou de système rupelien).

Si j'avais pu conserver le moindre doute à cet égard, il aurait été promptement dissipé par les fossiles que j'y ai rencontrés, tels que *Pecten Hoeninghausii*, *Leda Deshayesiana*, *Astarte Kickxii*, *Pleurotoma Selysii*, etc., et qui tous sont caractéristiques de cet étage. Autant que j'ai pu m'en assurer par la faible étendue de l'ouverture pratiquée dans le sol et par la direction des veines colorées du sable auquel elle sert d'assise, cette argile possède une direction à peu près horizontale.

D'après des renseignements pris sur les lieux et confirmés par M. le docteur Van Raemdonck, cette argile s'étendrait à plusieurs kilomètres encore au sud de Saint-Nicolas et aurait une épaisseur moyenne de six à sept mètres; elle repose sur un sable blanc, très-aquifère, que l'on cherche à atteindre dans la construction des puits destinés à l'alimentation des nombreuses fabriques de la localité. Ce sable, dont malheureusement je n'ai pu me procurer encore un échantillon, appartient probablement au système tongrien de Dumont; il fournit une eau claire, limpide et fort douce, qui est d'une grande ressource pour l'industrie cotonnière.

C'est immédiatement au-dessus de cette argile, dont une épaisseur d'environ un demi-mètre avait été enlevée, que se sont trouvés les ossements dont nous aurons à parler tout de suite.

Ces ossements se trouvaient dans un sable légèrement argileux, d'une couleur verdâtre assez foncée et très-ferrugineux. Eux-mêmes étaient d'une nuance noirâtre au moment de leur découverte et d'un poids relativement fort considérable. Après le lavage et la dessiccation, la couleur est devenue beaucoup plus grise et leur poids a fortement diminué.

Ils étaient accompagnés de quelques fragments de coquilles et de dents de poissons, parmi lesquelles j'ai reconnu des *Carcharodon*, des *Lamna* et des *Oxyrhina*.

Les coquilles appartenaient aux plus caractéristiques du crag d'Anvers, telles que *Cyprina tumida*, *Astarte Omalii*, *Burtini*, etc.

On voit donc qu'à la profondeur près, ces ossements se sont trouvés dans une position parfaitement identique à celle dans laquelle on a rencontré, en 1812, à Anvers, les vertèbres de cétacés et les têtes de *Ziphius* décrits par Cuvier (1).

Un peu au-dessus de la couche à ossements, qui n'a que quelques centimètres d'épaisseur, la couleur du sable se modifie avec sa nature; la partie argileuse disparaît pour donner place à une partie ocreuse dont le sable est alternativement plus ou moins chargé, comme l'indique la couleur plus ou moins jaunâtre, jaune verdâtre ou rougeâtre des veines qui se succèdent jusqu'à environ soixante à soixante et dix centimètres de la surface. Cette dernière partie est composée de terre végétale.

---

(1) L'illustre professeur du Muséum donne une coupe très-détaillée du terrain d'Anvers, d'après des notes qui lui avaient été communiquées par le comte Dejean, alors premier inspecteur général du génie militaire. (V. t. VIII, 1835, 2^{me} partie, pp. 240 et suiv.) Voici cette coupe dont la connaissance peut avoir son utilité au moment où l'on projette des travaux de terrassement considérables dans ce même terrain :

	m
1° Terre mêlée de décombres.	0,35
2° Terre végétale.	0,65
3° Terre glaise et tourbeuse	0,50
4° Sable gras et mêlé de coquilles . . .	0,60
5° Sable brun.	1,00
6° Sable pur gris verdâtre.	2,90
7° Banc de coquilles.	0,20
8° Sable noir un peu vaseux	0,30
Total.	6,50

Il est à remarquer que le sable coquillier proprement dit, et si riche en coquilles aux environs d'Anvers, fait défaut ici. Celui dont je viens de parler ne renferme en effet que quelques débris de cette nature.

Il est probable que cela ne tient qu'à un accident local, puisque la couche coquillière vient affleurer dans un endroit situé à trois quarts de lieue au sud de la ville et où le docteur Van Raemdonck a eu l'obligeance de nous accompagner.

Là, le sol est jonché de nombreux fragments de coquilles, parmi lesquelles j'ai reconnu, avec M. Nyst, *Cyprina tumida*, *Tellina Benedenii*, *Astarte Basteroti*, *Pectunculus glycimeris*, *Cardita orbicularis*, *Ostrea princeps*, *Turritella triplicata*, etc., toutes espèces caractéristiques du crag, tant en Belgique qu'en Angleterre, et très-abondantes dans cette formation.

Le temps nous a manqué pour nous assurer si celle-ci, comme j'ai lieu de le croire, s'étend encore au delà de l'endroit visité par nous; nous l'avons d'autant plus vivement regretté que la carte de Dumont, dont l'exactitude ne peut, en général, être contestée, ne fait aucune mention de l'existence du *système scaldisien*, ou crag, aux environs de Saint-Nicolas; cette omission est au reste très-excusable, à cause de la situation, au milieu des terres cultivées, de l'affleurement dont je viens de parler.

J'arrive, enfin, à l'objet principal de mon rapport, à l'examen de la note de M. le docteur Van Raemdonck.

Dans cette note, l'auteur fait l'énumération des divers ossements découverts à Saint-Nicolas.

21 de ces morceaux proviennent, d'après lui, de la tête; 38 constituent des vertèbres de diverses grandeurs, dont la plus forte mesure 20 centimètres de haut sur 32

centimètres de circonférence; 2 appartiennent aux membres, et le reste est formé de fragments de côtes et autres parties qui n'avaient pu être encore déterminées.

Il a suffi d'un coup d'œil jeté sur tous ces débris pour me convaincre que la plupart d'entre eux appartenaient à des cétacés; la porosité des os, la forme et le volume des vertèbres, et surtout la découverte de deux os de tympans parfaitement semblables à ceux décrits et figurés par M. Owen, ne pouvaient laisser exister le moindre doute à cet égard.

La plupart des déterminations faites par M. Van Raemdonck m'ont paru être exactes, et les faibles erreurs qu'il a pu commettre ne doivent être attribuées qu'à son inexpérience en ces sortes de recherches dans lesquelles les plus habiles naturalistes se sont trompés.

Je n'entrerai pas dans plus de détails à l'égard de ces ossements, parce que n'ayant pu les étudier à mon aise, comme a pu le faire M. Van Beneden, à qui l'administration communale de Saint-Nicolas vient de les confier, je crains de commettre quelque erreur. Je ne possède pas, d'ailleurs, les nombreux matériaux qui se trouvent à la disposition de M. Van Beneden dans le cabinet zoologique de Louvain, et qui sont de nature à faciliter considérablement ses recherches.

J'abandonne à mon savant confrère le soin de préciser, plus que je n'ai pu le faire, par suite de circonstances qui n'ont pas dépendu de ma volonté, les objets que l'Académie nous a chargés d'examiner. Je me joins à mon confrère, M. Nyst, pour demander que la classe vote des remercîments à M. le docteur Van Raemdonck pour la communication de sa notice et pour le zèle et les soins avec lesquels il a contribué à recueillir et à classer les fossiles dont il y est fait mention, ainsi qu'à M. le bourgmestre de Saint-Nicolas et à M. Siret, commissaire d'arrondissement, pour la part qui leur revient dans la conservation de ces mêmes fossiles.

Je terminerai, en priant l'Académie de décider qu'elle fera, par l'intermédiaire de son bureau, de nouvelles démarches auprès de MM. les Ministres de l'intérieur, de la guerre et des travaux publics, afin d'engager ces hauts fonctionnaires à prendre toutes les mesures nécessaires pour préserver de la destruction les nombreux fossiles que l'on ne peut pas manquer de rencontrer pendant les immenses travaux qui bientôt s'exécuteront aux environs d'Anvers et sur d'autres points du pays, et pour faire déposer ces fossiles dans l'un des musées de l'État. »

Rapport de M. Van Beneden.

« A la séance du 6 août, l'Académie a été informée, par notre savant confrère de la classe des beaux-arts, M. Siret, et par le docteur Van Raemdonck, que des ossements fossiles venaient d'être découverts à Saint-Nicolas, et elle m'a chargé, ainsi que mes savants confrères MM. Nyst et De Koninck, de lui faire connaître l'importance et la nature de cette découverte.

M. Nyst a eu l'obligeance de me faire part de sa première visite à Saint-Nicolas, et ce n'est que quelques jours plus tard, après avoir reçu une lettre fort détaillée du docteur Van Raemdonck, que je me suis rendu sur les lieux.

Mes deux honorables collègues avaient déjà terminé cette visite quand je suis arrivé, et comme aucun d'eux n'avait manifesté le désir de recevoir ces ossements en communication, j'ai dû penser que la charge d'en rendre compte m'incombait. C'est dans cette vue que j'avais préparé mon rapport pour la dernière séance du mois d'octobre.

Vous venez d'entendre la lecture des deux intéressants rapports de MM. Nyst et De Koninck, sur l'importance de cette découverte au point de vue géologique, avec l'indication, si précieuse pour ceux qui s'occupent de cette question, de tous les travaux qui se rattachent à ce sujet. Il me reste donc à examiner ces ossements au point de vue paléontologique.

Il n'y a pas longtemps, on pouvait encore demander si les animaux aquatiques des dernières époques géologiques montraient ces mêmes successions de formes bizarres qu'on observe dans les faunes terrestres, et si le milieu qu'ils habitaient ne les avait pas préservés de ces extinctions subites qui ont fait disparaître les dinothérium, les mastodontes et tant d'autres genres remarquables.

Le bassin géologique d'Anvers, ou, pour mieux dire, le sable connu sous le nom de *crag* et qui s'étend dans une grande partie de cette province, recèle une si grande quantité d'ossements que, pour la solution de cette question, notre métropole commerciale et ses environs peuvent passer pour un des points les plus importants du globe. L'Alabama, avec ses monstrueux zeuglodons, est peut-être le seul endroit qui puisse lui disputer cette palme.

Aujourd'hui la découverte d'un cétacé est un événement sur nos côtes. La mer qui baigne notre littoral nourrit à peine quelques dauphins ou marsouins, tandis que les eaux qui ont déposé le sable dont nous venons de parler, et que notre regrettable confrère Dumont appelle *système scaldisien*, eaux évidemment salées, nourrissaient en si grand nombre des cétacés, des carnassiers amphibies et des poissons plagiostomes de toutes les dimensions, que leurs débris forment, sur un rayon de plusieurs lieues d'étendue, un véritable ossuaire où des milliers de squelettes gisent pêle-mêle dans le plus complet désordre.

L'Académie a vu, par le rapport de M. De Koninck, que c'est d'ancienne date que nous nous occupons de cette question, et, comme nous ne l'avons pas perdue de vue depuis 1835, elle comprendra aisément que nous attachions du prix à joindre notre appréciation à celle des deux autres commissaires.

C'est, en effet, depuis 1835, comme le rappelle notre savant collègue, que je prépare un travail sur ce sujet, et je me félicite de ne l'avoir pas communiqué plus tôt : je pourrai le rendre bien plus complet, grâce aux nombreux matériaux qui m'ont été communiqués pendant ces dernières années.

Depuis 1835, nous avions reconnu, parmi les ossements d'Anvers, l'existence de cétacés voisins des balénoptères, et non en 1846, comme on pourrait le supposer d'après un passage du beau mémoire de sir C. Lyell sur nos terrains tertiaires (1).

---

(1) Sir C. Lyell, *On the tertiary Strata*..... (*Quarterly Journal of the geol. Soc. of London ;* vol. VIII; 1852), et une traduction de MM. Ch. Le Hardy de Beaulieu et Albert Toiliez, *Annales des travaux publics de Belgique*, tom. XIV; Bruxelles, 1856.

Dans le même travail, je remarque une autre petite inexactitude : ce n'est pas un fragment de *Solen ensis* que j'ai fait connaître le premier, mais, le premier, j'ai signalé l'existence de fossiles dans le terrain diestien, et j'ai conduit notre confrère Dumont sur les lieux pour les lui montrer en

Nous pouvons bien l'avouer, depuis le jour où les affinités zoologiques de ces ossements d'Anvers ont été reconnues, nous avons eu l'ambition d'écrire l'histoire de ces géants de nos eaux, et c'est dans ce but que le Musée de Louvain a été constamment enrichi par nos soins de tous les squelettes de dauphins et de baleines que les circonstances nous ont fait rencontrer.

Chaque nation doit elle-même écrire son histoire, à commencer par les terrains, et cette histoire doit comprendre les animaux comme les plantes qui y ont vécu aux diverses époques géologiques, aussi bien que ceux qui y vivent encore actuellement. Nous ne subirons plus cette humiliation, j'espère, de voir les richesses de notre sol contribuer à augmenter les titres de gloire de nos voisins.

Lors de notre arrivée à Saint-Nicolas, nous avons trouvé tous ces ossements soigneusement rangés à l'hôtel de ville par les soins intelligents du docteur Van Raemdonck, et comme je les jugeais fort intéressants pour la science, M. le bourgmestre, guidé par cette obligeance parfaite qui dénote un esprit éclairé et le goût des travaux intellectuels, a bien voulu, avec le consentement du conseil, me confier tout ce riche dépôt.

D'après une communication de M. le docteur Van Raemdonck, c'est le 30 juillet et les jours suivants qu'on a trouvé à Saint-Nicolas même, à une profondeur de 4 mètres, dans la dernière couche de sable mouvant, presque à la surface de l'argile, une charretée d'ossements disséminés par groupes. Depuis lors, on en a encore découvert d'autres, et M. Van Raemdonck m'annonce qu'en 1844 des

---

place. M. Dumont s'est plu à le reconnaître dans une notice insérée dans les *Bulletins de l'Académie*.

ossements semblables avaient été recueillis déjà dans les mêmes localités (1).

---

(1) Voici comment M. le docteur Van Raemdonck s'exprime au sujet de la distribution des terrains :

« De la surface vers la profondeur, on trouve successivement :

» 1° *Terre végétale* dont la composition, les propriétés chimiques et physiques, ainsi que la vertu productive varient considérablement, même dans une petite étendue. Son épaisseur varie entre 50 centimètres et 1 mètre.

» 2° *Sable ferme*. C'est une terre sèche et assez ferme pour recevoir les fondements de constructions ordinaires; elle est, selon le plus ou moins de fer qu'elle renferme, ou d'un jaune pâle, ou d'un brun foncé. Dans ce dernier cas, on la nomme ici *rogsteen,* et on l'emploie quelquefois pour sophistiquer la chicorée; elle mesure ordinairement un mètre d'épaisseur. Dans quelques endroits, au sable jaune ou brun succède du sable blanc. Pour abaisser le niveau des terres trop arides, et pour mieux conserver leur humidité, comme disent les cultivateurs, on extrait quelquefois le sable ferme dont le blanc s'emploie pour l'usage des appartements.

» 3° *Sable mouvant*. Terre très-chargée de chaux au point qu'elle crispe l'épiderme de la main qui y travaille; elle renferme également une masse de petits cailloux roulés qui font crier la bêche; c'est une terre qui s'éboule, et par conséquent impropre à porter les fondements des maisons; elle est d'abord assez sèche, difficile à traverser et jaune verdâtre pour devenir bientôt humide, aisée à traverser, et gris bleuâtre : c'est ici qu'on rencontre une première nappe d'eau. Pour avoir de la bonne eau potable, sans la masse, on ne creuse pas plus profondément. Son épaisseur et de 1 à 2 mètres.

» 4° *Argile*. Son épaisseur varie de 2 à 4 mètres: c'est l'argile bleue de Boom décrite par M. Dumont. L'argile jaune est excessivement rare ici. Notre argile est très-compacte et sert admirablement pour assises des grandes constructions et pour former le fond des bassins d'eau; elle contient beaucoup de fossiles de mollusques de mer.

» 5° *Sable mouvant*. Cette deuxième couche de sable mouvant diffère de la première en ce qu'elle se rapproche davantage du sable de mer par sa composition et qu'elle contient une seconde nappe d'eau beaucoup plus abondante. Cette eau est peu calcaire, peu bonne à boire, mais excellente pour les lessives et les teintureries : c'est presque de l'eau de pluie. Son épaisseur n'a pas encore été traversée, elle est donc inconnue. Quelquefois cependant, à 1 mètre sous l'argile, cette deuxième couche de sable mouvant finit, pour faire place à une nouvelle couche d'argile, au-dessous de laquelle la

Tous ces ossements découverts à Saint-Nicolas appartiennent à des animaux marins, et la presque totalité provient de cétacés souffleurs ayant des affinités assez grandes avec les balénoptères de l'époque actuelle.

Après avoir déterminé les os qui présentent quelques caractères distinctifs et après avoir reconnu des occipitaux, des frontaux, des temporaux avec les rochers, leurs apophyses et la caisse du tympan, des jugaux, des maxillaires inférieurs, des vertèbres de toutes les régions, parmi lesquelles se trouvent plusieurs axis et des atlas assez complets, des os en V, des côtes, des omoplates et des humérus, des radius et des sternum plus ou moins fracturés, nous avons cherché à rapprocher toutes les pièces qui pouvaient avoir appartenu au même individu, et à reconstituer autant que possible les divers squelettes.

Nous avons réussi à restaurer assez complétement certains os, et les plus fragiles ont été imprégnés de verre liquide, opération qui assure à jamais leur conservation en leur laissant leur aspect primitif.

Nous demandons à l'Académie la permission de nous arrêter un instant à l'examen de quelques-uns de ces ossements qui font ressortir l'importance de la découverte.

---

sable mouvant recommence encore; mais c'est là une exception très-rare.

» Cette distribution de ces cinq couches de terrains n'est pas toujours régulière : il arrive, par exemple, que, sous la terre végétale, on tombe sur l'argile presque sans sable ferme ou mouvant intermédiaire.

» C'est dans la dernière zone du sable mouvant sus-argileux, presque à la surface de l'argile, que ces ossements fossiles ont été trouvés, le 30 juillet et jours suivants, en creusant la citerne du gazomètre situé au nord de la ville. Les ossements s'y trouvaient disséminés par groupes à une profondeur seulement de 4 mètres.

Il y a d'abord plusieurs fragments de maxillaire inférieur, dont deux extrémités, l'une libre et l'autre articulaire, sont à peu près complètes. Cet os, courbé comme dans les espèces vivantes, montre à son bord supérieur les trous mentonniers si caractéristiques des balénides, et, à côté d'eux un sillon d'autant plus distinct, qu'on approche davantage de l'extrémité antérieure. Ce maxillaire est fortement aplati en avant et montre en arrière, outre la base de l'apophyse coronoïde, le commencement du grand canal dentaire, ainsi que les gouttières caractéristiques de l'extrémité glénoïdale.

La longueur de cet os est de 90 centimètres, sa hauteur de 68 millimètres.

Les trous mentonniers sont disposés comme dans les espèces vivantes, avec cette différence seulement que leurs orifices sont plus près du bord supérieur, tandis que, chez le *Balenoptera rostrata*, par exemple, ces orifices sont plus externes.

La gouttière longitudinale que l'on observe dans les espèces vivantes se reproduit aussi dans notre fossile, mais elle a une direction moins oblique en avant, et elle diviserait, si on la prolongeait, la mandibule en deux moitiés à peu près égales.

Une différence encore, c'est que l'os maxillaire dans toute sa longueur est moins bombé à la surface externe que dans le *Balenoptera rostrata*, et partant il est plus aplati dans toute la longueur.

Outre ce maxillaire inférieur, presque complet, nous trouvons encore une extrémité antérieure et une extrémité articulaire d'un maxillaire indiquant un animal d'un tiers plus grand, sa hauteur étant de 11 centimètres, et deux portions d'un autre maxillaire du double plus grand que le premier. En jugeant de sa longueur par la hauteur, qui est de 17 centimètres, nous estimons cet os à 2 mètres et quelques centimètres.

Nous trouvons donc des maxillaires de trois dimensions différentes, et nous ferons remarquer que le tissu de la plus petite longueur n'est pas du tout le plus spongieux.

Ce maxillaire connu, une question importante se trouve tranchée. L'animal auquel cette mandibule a appartenu devait nécessairement porter des fanons et, malgré la petite taille de quelques-uns d'entre eux, ce ne sont pas moins de vrais balénides ou animaux à fanons. La plus petite espèce vivante compte de 25 à 30 pieds de long.

Nous espérons que l'on découvrira bientôt quelque fragment de maxillaire inférieur de *Ziphius*, afin de pouvoir assigner à ce genre, contemporain des balénides fossiles d'Anvers, sa place aujourd'hui encore douteuse.

Quelques pièces du crâne sont également remarquables. Parmi elles, il y a un temporal, dont les parties principales sont assez bien conservées. Il montre une portion de la surface glénoïde, une grande partie de l'arcade zygomatique, les sillons caractéristiques du conduit auditif et la base de l'apophyse mastoïdienne. Les os sont extraordinairement épais, et ce temporal se rapporte évidemment à l'animal de la plus grande taille qui ait été trouvé ici.

Deux autres temporaux presque intacts et provenant d'un même individu présentent non moins d'intérêt. Ils nous montrent toute l'étendue de la cavité glénoïde, l'arcade zygomatique qui doit s'articuler en avant avec le jugal, l'apophyse mastoïdienne, la gouttière si caractéristique du conduit auditif, la petite partie du temporal qui concourt à former la face interne de la boîte crânienne, les surfaces articulaires si remarquables, et enfin les sillons qui logent la grande apophyse du rocher.

Outre les temporaux dont nous venons de parler, un très-grand et deux autres fort petits, nous en trouvons encore deux de grandeur moyenne qui, tout en n'étant pas aussi bien conservés que les précédents, ne peuvent cependant laisser aucun doute sur leur nature. Par leur forme, ils se rapprochent plus du grand animal que du petit.

Nous trouvons donc aussi des os temporaux se rapportant à des animaux de trois dimensions différentes.

C'est ici le lieu de parler d'une dépendance de l'os temporal, qui se soude avec lui dans la plupart des mammifères et que l'on désigne, à cause de sa forme, sous le nom de *caisse de l'oreille, os de l'oreille* ou *caisse du tympan.*

Comme on le pense bien, nous attachons beaucoup de prix à ces os, qui fournissent des caractères si constants et si peu variables avec l'âge.

Parmi les ossements de Saint-Nicolas nous trouvons d'abord deux caisses de tympan qui proviennent sans aucun doute d'un même animal. La caisse de droite n'est représentée que par des fragments provenant du bord libre du feuillet externe; la caisse de gauche heureusement est assez complète et montre dans toute son évidence les caractères distinctifs.

Ces pièces méritent sous tous les rapports une description quelque peu détaillée.

D'abord on n'aperçoit point, dans la texture de ces os d'oreille, la disposition spongieuse qui distingue les os en général, et, à voir la surface des fractures, comme la forme particulière du corps, si on ne les prend pas pour des morceaux de silex roulé, on ne peut s'empêcher de les regarder comme quelque moule de coquillage.

Le baron Van Hupsch, vers la fin du siècle dernier, avait reconnu ces caisses de l'oreille, et il avait rapproché ces fossiles des lamantins (1).

Ces os ne ressemblent pas mal à ces coquilles connues sous le nom de *pyrule*, à columelle très-courte et dont le dernier tour de spire enveloppe tous les autres.

Le corps de l'os est pyriforme. Du côté de l'ouverture, on croirait voir, à la base, les traces des premiers tours de spire. Du côté opposé, on voit deux crêtes qui se réunissent à l'un des pôles et divisent ce côté en trois faces distinctes : celle du milieu est plane, celle qui aboutit en dedans est convexe, la troisième, qui forme le bord externe du repli, est légèrement excavée.

Comme ces os, dans les baleines proprement dites, sont aplatis et de forme carrée, c'est sur cette face opposée à la bouche qu'on lit les vrais caractères distinctifs de ces animaux.

Une autre caisse du tympan de la même localité diffère assez de la précédente pour ne pas être rapportée à la même espèce. Indépendamment de la taille, le corps de l'os est moins massif, toute la caisse est plus étroite, et les deux crêtes de la surface externe, au lieu de se réunir à la base, s'éloignent, au contraire, l'une de l'autre à mesure qu'elles approchent de la base.

Une troisième caisse de tympan, celle dont nous avons fait mention en 1855, dans les *Bulletins de l'Académie*, est plus forte et plus grande que les précédentes, et, quant aux caractères extérieurs, elle ressemble plus à la der-

(1) Baron van Hupsch, *Beschreibung einiger neuentdeckten versteinten Theile grosser Seethiere*. (*Der Naturforscher*, 1774, 3ᵉ St., p. 179.)

nière, qui est la plus petite, qu'aux deux précédentes.

Aux deux temporaux correspond un occipital provenant du même individu, et qui nous permet de juger de la base ainsi que de la partie postérieure du crâne.

Le trou occipital est complet dans sa moitié inférieure; les deux surfaces articulaires ou condyles sont entières; en dessous, on voit toute la portion basilaire avec ses éminences en avant, et sur le côté tout le bord libre de la grande face qui loge le rocher avec la caisse du tympan.

Un autre occipital, d'un individu un peu plus grand, est beaucoup plus incomplet, au point de n'avoir conservé que les condyles articulaires, mais montre assez bien la surface interne et postérieure de la cavité crânienne.

Parmi les os les plus importants, nous citerons aussi les os jugaux. Nous en avons trouvé deux appartenant à une grande espèce. La tête de ces fossiles, contrairement à nos premières suppositions, au lieu d'être effilée et pointue, comme plusieurs espèces d'aujourd'hui, était, au contraire, très-lourde et massive, si nous en jugeons pas ces deux os de la face. Le jugal est effilé comme un stylet dans les dauphins en général, quatre ou cinq fois aussi large que long dans les balénides vivantes. Chez nos animaux fossiles, il a en largeur la moitié de la longueur et montre une grande épaisseur aux extrémités articulaires.

Comme on le pense bien, de tous les os du squelette, ce sont les vertèbres qui sont le mieux conservées et que l'on découvre le plus abondamment.

Dans ces ossements de Saint-Nicolas, nous trouvons heureusement plusieurs vertèbres cervicales, et comme elles sont bien caractérisées, il s'attache un grand intérêt à leur examen.

Comme dans les balénoptères, et contrairement à ce qui existe chez les vraies baleines, toutes les vertèbres de cette région sont libres et complétement séparées les unes des autres. L'on sait, depuis les belles découvertes d'Eschricht, que la séparation ou la soudure des vertèbres cervicales n'est pas, comme on l'a cru pendant si longtemps, un effet de l'âge, que les dispositions de l'animal adulte sont déjà clairement marquées dans les cartilages de l'époque embryonnaire.

Des sept vertèbres de cette région, nous en trouvons cinq, l'atlas et l'axis, la quatrième, la sixième et la septième. Ces vertèbres s'adaptent parfaitement les unes aux autres et appartiennent au même individu. Depuis la première jusqu'à la dernière, toutes montrent proportionnellement plus d'épaisseur que dans les espèces vivantes, surtout la septième, dont l'épaisseur égale les quatre dernières cervicales réunies. Il en résulte que le cou est proportionnellement plus long, et, en le comparant à celui de la *Balenoptera rostrata* de Fabricius, on voit qu'il a au moins le double de la longueur de cette espèce vivante.

Ces vertèbres ont conservé assez bien leurs apophyses, de manière que, sous ce rapport aussi, nous pouvons juger également de leur ressemblance avec le petit rorqual que nous venons de citer.

L'atlas ne diffère guère par ses surfaces articulaires; les apophyses transverses sont insérées moins bas, et le canal spinal est un peu moins large : on dirait que ce canal a gagné en longueur ce qu'il a perdu en largeur. On sait que cette vertèbre livre passage, en haut et sur le côté, à l'artère vertébrale, qui pénètre par là dans la boite crânienne : souvent c'est une gouttière qui loge cette artère, ici c'est un véritable tunnel creusé dans l'os.

Les deux apophyses transverses de l'axis sont très-développées, les supérieures comme les inférieures, et, quoique brisées au bout, on voit qu'elles forment, comme dans les espèces vivantes, une très-large ouverture.

La troisième et la quatrième cervicale montrent encore des apophyses transverses supérieures et inférieures; mais, pendant que les supérieures augmentent en force, les inférieures deviennent insensiblement plus faibles, et disparaissent même dans les deux dernières.

Dans la petite balénoptère qui sert de point de comparaison, les apophyses transverses vont, au contraire, en augmentant, à commencer de la troisième jusqu'à la sixième.

Indépendamment des cinq vertèbres dont nous venons de parler, nous trouvons encore trois axis très-reconnaissables, à peu près de la même grandeur, puis la moitié inférieure d'un atlas qui s'adapte à la portion basilaire de l'occipital dont nous avons parlé plus haut.

Cette longueur plus grande du cou doit avoir eu une grande influence sur le genre de vie de cet animal, et suffirait, sans doute, pour séparer plus complétement ces animaux de ceux qui vivent encore actuellement. Il est évident que la tête devait jouir de plus de mobilité, que le corps devait avoir plus de souplesse, et partant, comme l'indique l'omoplate dont nous allons signaler la singulière conformation, que les membres antérieurs devaient intervenir plus efficacement dans le phénomène de la locomotion. Les vraies baleines d'aujourd'hui ont les vertèbres du cou soudées, les ptérobaleines les ont toutes libres, mais elles ont de commun avec les cétacés vivants, d'avoir le cou excessivement court. Les fossiles dont il est question ici devaient donc être moins bons nageurs que ne le sont leurs congénères vivants.

Il y a peut-être lieu de faire remarquer que les baleines véritables, dont on ne connaît pas avec certitude des débris fossiles, représentent la région cervicale la plus avantageuse pour la natation, et que les balénoptères occupent, sous ce rapport, le milieu entre nos animaux fossiles et les baleines vivantes.

Trois vertèbres dorsales, la huitième, la neuvième et la dixième appartiennent au même animal; puis, à juger par leurs apophyses, d'autres vertèbres correspondent à la quatorzième, à la dix-septième, à la vingtième, à la vingt-sixième et à la trentième; enfin, à ce même individu nous rapportons trois vertèbres caudales, dont la dernière, très-reconnaissable, cependant, à ses gouttières, est complétement dépourvue d'apophyses.

Parmi ces dernières, il y en a une que nous croyons être la trente-sixième, en prenant la petite balénoptère vivante pour point de comparaison; elle est parfaitement conservée; le canal spinal est assez étroit, et l'apophyse épineuse dépasse à peine les apophyses articulaires.

Les autres vertèbres appartiennent à des animaux beaucoup plus grands et font partie de trois colonnes vertébrales différentes.

Une première colonne se compose des 14^{me} et 18^{me} dorsales et de deux caudales; une seconde colonne comprend deux cervicales, deux premières dorsales et une lombaire; enfin, dans la troisième, nous trouvons les 11^{me} et 13^{me} dorsales, la 20^{me} lombaire et cinq ou six vertèbres caudales.

Nous avons trouvé aussi deux omoplates, et ce ne sont pas les pièces les moins importantes de ces squelettes.

Ces os, comme on le pense bien, sont brisés; toute la portion plate a disparu; mais, en suivant avec soin les lignes, on peut avec assez de certitude reproduire leur contour. En arrière, le bord libre se courbe bien plus brusquement que dans aucune autre espèce, et en avant, au contraire, ce bord semble fort peu courbé. L'apophyse acromion est située en général non loin de la surface articulaire dans les espèces connues; elle est plus ou moins plate et dans une direction horizontale, tandis que, dans ces espèces fossiles, elle est placée très-haut, se recourbe en quart de cercle et se dirige de bas en haut en prenant un grand développement.

L'apophyse coracoïde manque.

Il est digne de remarque que l'omoplate de la *Balenoptera longimana* ou rorqual du Cap, de Cuvier, dont Eschricht a fait avec raison un genre à part, n'a aucune apophyse, tandis que les balénoptères vivantes les ont toutes les deux très-développées. L'omoplate de nos cétacés fossiles occupe le milieu entre ces animaux.

Comme c'est un des organes qui doivent le plus influer sur le mode de locomotion, on comprend que l'omoplate mérite un examen particulier.

Il y a aussi quelques os de membres.

Nous trouvons d'abord un humérus presque complet, dont la tête est entière et montre les mêmes caractères à peu près que l'on a observés dans les espèces vivantes. Le corps de l'os diffère surtout parce qu'il est sensiblement aplati. Cet humérus est long de $0^m,24$ et large de $0^m,09$ vers le milieu de la diaphyse.

Il se trouve parmi ces ossements un autre humérus beaucoup plus grand, dont la tête a un diamètre de $0^m,17$, mais dont le corps de l'os n'a pas été retrouvé.

Deux radius assez complets, l'un long de $0^m,56$ sur $0^m,10$

de large, l'autre seulement de $0^m,20$ sur $0^m,08$ de large, indiquent un membre nageoire très-fort et bien conformé pour la nage.

Indépendamment de ces os, il n'a pas été difficile de reconnaître, parmi les débris, des fragments de côtes de diverses grandeurs, des portions de cubitus et de sternum, mais ceux-ci ne nous ont rien offert d'important.

Les os qui manquent sont donc ceux de la face, et si nous considérons que les *Ziphius* n'ont laissé que les os de cette partie de la tête, nous voyons qu'il a dû exister une différence considérable entre les os de ces deux groupes d'animaux qui peuplaient la même mer.

Après la répartition des os en divers squelettes, nous trouvons qu'ils appartiennent au moins à neuf individus, dont quatre sont à peu près de la taille de la petite balénoptère vivante, deux de la moitié à peu près de cette longueur et trois, beaucoup plus grands et plus robustes, dépassent les précédents de plusieurs mètres.

Reste à déterminer si tous ces squelettes appartiennent à une seule et même espèce, et si ce sont des balénoptères semblables à celles qui vivent encore actuellement.

Comme on le comprend bien, c'est ici que les difficultés sérieuses commencent. Heureusement nous possédons plusieurs squelettes d'espèces vivantes qui pourront nous guider dans cette appréciation.

Il est bien connu que les os indiquent assez bien l'âge de l'animal, et que le degré de soudure des épiphyses fournit des indications certaines sur l'état adulte.

En tenant compte de cette considération, nous pouvons répartir ces neuf squelettes en trois catégories de grandeur différente et, comme à ces diverses grandeurs correspondent quelques particularités de conformation, nous n'hésitons pas à voir trois espèces distinctes dans ces ossements du crag.

Ainsi que nous l'avons déjà fait remarquer, l'os maxillaire inférieur indique clairement que ces animaux portaient des fanons dans la bouche : ce ne sont donc pas des cétacés à dents, mais des balénides.

Quant au genre, nous avons reconnu depuis longtemps, par la caisse tympanique, l'affinité de ces cétacés avec les balénoptères vivantes; mais, après avoir comparé les os du crâne, les vertèbres cervicales et les fragments de l'omoplate et du bras avec ces mêmes os des espèces vivantes, nous voyons dans ces cétacés fossiles des animaux plus sveltes, à corps plus souple, à cou plus long, à tête plus robuste et dont la puissance de natation ne devait pas être aussi grande que celle des espèces vivantes. A voir les omoplates, les membres antérieurs doivent venir plus en aide aux divers mouvements que dans ces dernières. D'où il résulte qu'étant moins bons nageurs, leurs limites géographiques étaient sans doute bien moins étendues, et nous ne croyons pas aller trop loin en admettant que tout ce groupe d'animaux était peut-être exclusivement circonscrit dans la mer du Nord de cette époque.

Eu égard à ces particularités de structure, nous n'hésitons pas à séparer génériquement ces cétacés fossiles des genres vivants, et nous proposons de leur donner le nom générique de Plesiocetus (1), qui rappelle le nom de *Plesiosaures*, sous lequel on désigne les remarquables reptiles fossiles à long cou d'une époque beaucoup plus ancienne.

Ces plésiocètes se distinguent donc des autres balé-

---

(1) *Plesiocetus*, de πλησιος, *proximus*.

nides par leurs vertèbres libres et proportionnellement épaisses; par un omoplate dont l'apophyse coracoïde est rudimentaire, tandis que l'acromion est très-développé, situé très-haut et dans une direction oblique de bas en haut; par des caisses de tympan pyruliformes, à surface externe anguleuse; et enfin par les os du crâne, qui indiquent une tête plus robuste et moins effilée.

Nous proposons de donner à la première espèce ou la plus petite, le nom de *Plesiocetus Hupschii* (1).

Elle est longue de 5 mètres à 5 mètres et demi et est représentée par deux squelettes, dont l'un nous offre un très-haut intérêt, à cause d'un occipital avec les deux condyles articulaires presque complets, ainsi que la partie basilaire intacte jusqu'au sphénoïde, et de deux temporaux complets du même animal, dont les surfaces articulaires sont parfaitement conservées; il montre fort bien l'espace qu'a dû occuper la caisse tympanique, qui est assez bien conservée. Il est à supposer que la tête entière, si pas tout le cadavre, s'est trouvée là en place. L'autre squelette appartient à un individu un peu plus fort; nous n'en avons trouvé que les deux condyles encore réunis d'un occipital, avec une portion correspondante de l'atlas, qui indique parfaitement la disposition de la partie postérieure et inférieure de la cavité crânienne.

Ce second animal doit avoir eu quelques centimètres de plus que le précédent.

Nous possédons quatre ou cinq vertèbres, ainsi que plusieurs fragments de côtés, qui se rapportent à un animal de cette même dimension.

---

(1) En souvenir du baron von Hupsch, de Cologne, qui a reconnu, à la fin du siècle dernier, les os d'oreille de ces animaux.

La seconde espèce portera le nom de *Plesiocetus Burtinii* (1). Il a une longueur de 5 mètres. Nous trouvons des os de quatre individus différents. Cette seconde espèce est représentée par plusieurs pièces également importantes: c'est elle qui nous montre le plus grand nombre d'os du squelette.

Nous sommes, en effet, en possession d'un maxillaire inférieur presque complet, de deux os temporaux, de deux caisses de tympan, de l'atlas et de l'axis presque intacts, de trois autres cervicales, des trois premières dorsales, de plusieurs lombaires, de trois caudales, de plusieurs côtes, de deux omoplates fracturés, d'un humérus assez bien conservé et d'un radius.

Nous trouvons quatre axis de cette espèce, et c'est à peine s'il existe une légère différence de taille entre eux.

La troisième espèce aura le nom de *Plesiocetus Garopii* (2).

Cette espèce atteint jusqu'à 10 mètres. Nous en avons des débris appartenant à trois squelettes.

Le plus complet possède deux fragments de maxillaire inférieur, un os temporal assez complet, deux os jugaux, des os en V, des vertèbres assez complètes des diverses régions du corps, une tête d'humérus avec radius et cubitus et des fragments de côte.

Indépendamment des ossements de *Plesiocetus*, il se trouve encore parmi les ossements de Saint-Nicolas, une

---

(1) L'auteur de l'*Oryctographie des environs de Bruxelles.*

(2) « Le savant médecin Van Gorp (*Goropius Becanus*) a combattu dès le XVI^{me} siècle, dit Cuvier (*Ossements fossiles,* vol. I, p. 111, nouv. édit. in-4°, 1821), les préjugés, qui faisaient attribuer à des géants des os et des dents trouvés anciennement aux environs d'Anvers. » (*Orig. Antv.* lib., II, p. 107. *Gigantomachia.*

vertèbre lombaire d'un dauphin de la taille d'un fort marsouin (Dauphin de Waes) et d'autres vertèbres beaucoup plus fortes et très-allongées, mais qui sont encore indéterminées. Enfin on trouve au milieu de ces ossements des dents de poissons plagiostomes, dont les plus remarquables sont celles du *Carcharodon megalodon*, qui ne devaient pas avoir moins de 70 pieds de longueur. Le produit de plusieurs bateaux de pêche ne suffirait pas à un repas ordinaire de ces monstrueux requins. Les autres dents appartiennent au *Carcharodon disauris*, *Oxyrhina hastalis*, *Carcharodon plicatilis*, des *Lamna* et des *Notidanus*.

Nous nous proposons de publier la description de ces objets dans le travail dont il est question plus haut, qui comprendra, en outre, la description de quelques pièces intéressantes et de plusieurs ossements d'animaux nouveaux du bassin d'Anvers. Nous citerons entre autres des dents incisives et une énorme canine du même phoque, voisin des *Otaries*, dont il a déjà été question dans nos *Bulletins* et que je propose de nommer *Paleophoca Nystii*, Je dois cette canine à l'amitié de notre honorable confrère, M. Nyst. Nous y ferons figurer aussi un autre fossile d'Anvers, une dent extrêmement remarquable, provenant de l'animal que M. Paul Gervais a appelé *Hoplocetus* (d'après une dent des faluns de Romans (Drôme) et qui a été recueillie lors des derniers travaux autour d'Anvers.

En Angleterre, on a trouvé dans le red-crag de Felixton une racine de dent, qui a quelque ressemblance, d'après Gervais, avec les *Hoplocetus* dont il est question ici; mais a défaut de l'ouvrage, dans lequel elle est décrite (1) sous

---

(1) R. Owen, *British fossil mammals;* London, 1846.

le nom de *Balaenodon physaloïdes*, nous devons nous borner à signaler ce rapprochement.

MM. Gervais et Owen sont d'avis que ces dents appartiennent à un cétacé nouveau. Ne serait-ce pas une dent de *Ziphius?*

Nous y ajouterons également la description d'une vertèbre provenant de la région lombaire d'un dauphin nouveau (une des premières) et qui est bien différente de celle dont nous parlons plus haut. Je dois cette dernière vertèbre, ainsi que la dent d'*Hoplocetus* et une incisive de phoque, à l'obligeance éclairée du général de Lannoy, qui a toujours montré dans ses hautes fonctions, un grand empressement à faciliter les travaux scientifiques. Nous nous plaisons à donner au général, inspecteur général des fortifications et du corps du génie, ce témoignage public de notre reconnaissance, et nous espérons qu'il voudra bien nous permettre de lui dédier cette espèce. Enfin, dans ce même travail figurera un nouveau genre dont je possède un atlas et un humérus, mais dont les affinités ne sont pas encore établies. A en juger par la dimension de la vertèbre cervicale, cet animal a une fois et demie la longueur de la *Balenoptera minor*.

Nous finirons par les réflexions suivantes.

Il est évident que ces os, disséminés et presque toujours sans apophyses, ont été soumis, pendant un temps plus ou moins long, à l'action des vagues. Il est bien rare en effet de trouver plusieurs os réunis. A Saint-Nicolas, il n'en est pas tout à fait de même, et peut-être est-il permis d'en conclure, par la raison que nous dirons plus loin, que nous sommes là dans le voisinage de la côte.

Il est toujours hors de doute que cette mer scaldisienne nourrissait une foule de grands animaux marins et qu'elle formait un immense golfe dans ces mêmes parages où nous voyons aujourd'hui le sol le plus fertile de la Belgique.

Ces nombreux cétacés, vivant au milieu des gigantesques carcharodons, dont les plus grands requins d'aujourd'hui ne sont que des rejetons rabougris, pouvaient-ils vivre ensemble dans cet étroit espace où on découvre aujourd'hui leurs débris? Il paraîtrait que non, et on aura même de la peine à croire que cette mer ait pu suffire à l'entretien d'hôtes aussi gigantesques et aussi voraces. Que de mollusques et de poissons n'a-t-il pas fallu pour nourrir des baleines et des requins de cette taille? Aussi, pour nous rendre compte de la présence de ces débris accumulés, probablement pendant des siècles, ne trouvons-nous d'autre explication que de supposer que les vents, les marées et les courants ont conduit, pendant un long laps de temps, les cadavres flottants dans ces parages mêmes où gisent aujourd'hui leurs débris, et ceux que les hautes marées pouvaient jeter au delà de la *laisse* ordinaire, ont seuls pu être soustraits à l'action du flux et du reflux et nous laisser des os plus ou moins intacts. Ce ne sont pas les pièces les plus lourdes qui sont le mieux conservées en général, ce qui indique que la conservation n'est pas due à la quantité plus ou moins grande de sable qui les recouvrait après leur dépôt.

L'accumulation des os sur certaines côtes est, du reste, un phénomène qui a lieu encore de nos jours. Il y a quelques années, je vis à Liverpool un navire, venant de la côte d'Afrique, décharger une cargaison d'ossements de baleines, que, à défaut de guano, le capitaine avait fait prendre sur la côte et qui y avaient été ramassés en peu de temps.

Tous les jours, le cercle de ce riche dépôt d'ossements fossiles s'étend. Il y a deux ans, M. Alexis Montens a eu l'extrême obligeance de m'envoyer des ossements trouvés à Massenhoven, dans le lit du canal de la Campine; aujourd'hui c'est sur la rive gauche de l'Escaut qu'on en signale, et M. le professeur Van Breda m'a assuré qu'il connaît, en Hollande, une localité où un squelette entier de baleine est encore enfoui dans le sable.

En résumé, les ossements fossiles de Saint-Nicolas proviennent de trois espèces différentes de balénides voisines des balénoptères et dont nous avons fait un genre nouveau sous le nom de *Plesiocetus.* Nous avons donné à ces trois espèces le nom de trois hommes distingués par leurs travaux, *Plesiocetus Hupschii*, *Burtinii* et *Garopii;* en outre, dans ces ossements se trouvent encore d'autres vertèbres qui ne sont pas déterminées, et une vertèbre lombaire d'un dauphin de la taille du marsouin; enfin, on trouve parmi des dents de poissons plagiostomes, dont la plus remarquable provient du *Carcharodon megalodon.*

Nous trouvons donc dans la faune marine du système scaldisien de Dumont :

1° *Palaeophoca Nystii,* Van Ben., phoque fossile, voisin des otaries;

2° L'*Hoplocetus crassidens;*

5° Le *Delphinus de Lannoy;*

4° Le — *Waes*;

5° Le *Dioplodon Becanii,* Van Ben*;*

6° Le *Choneziphius* (*Ziphius*) *planirostris;*

7° Le *Plesiocetus Garopii* Van Ben.;

8° Le — *Burtinii* id.

9° Le — *Hupschii* id.

10° Un genre encore indéterminé, éloigné de tous ceux qui sont connus jusqu'aujourd'hui.

Je me rallie avec empressement à la proposition de mes honorables confrères, de voter des remercîments à M. le bourgmestre de Saint-Nicolas et à tout son conseil, à M. le docteur Van Raemdonk et à notre honorable confrère de la classe des beaux-arts, M. Siret, commissaire d'arrondissement, pour les soins que ces messieurs ont mis à faire tourner cette découverte au profit de la science. Sans leur active et intelligente intervention, ces objets seraient peut-être déjà aujourd'hui complétement perdus pour les paléontologistes. »

Après la lecture des trois rapports présentés par MM. Nyst, De Koninck et Van Beneden, la classe en ordonne l'impression et vote des remercîments aux rapporteurs.

—

Essai sur le mouvement propre en ascension droite de quelques étoiles; par M. E. Quetelet.

Rapport du major Liagre.

« Jusqu'au commencement du XVIII^{me} siècle, les étoiles ont paru mériter réellement le nom de *fixes*, qu'elles avaient reçu de l'antiquité : ce n'est qu'en 1717 que leur immobilité absolue a été, pour la première fois, sérieusement mise en doute par Halley.

Depuis lors, cette branche de l'astronomie sidérale a été cultivée avec soin dans tous les observatoires pourvus d'instruments d'une précision suffisante, et l'on a reconnu non-seulement qu'il existe des étoiles douées d'un mouvement propre, mais que la plupart d'entre elles, et probablement toutes, décrivent d'immenses orbites dont les éléments nous sont encore inconnus. Pénétrant plus avant dans ce genre de recherches, les astronomes ont ensuite rattaché, par des considérations très-ingénieuses, le déplacement séculaire du soleil à celui des étoiles; de sorte que la question du mouvement propre de ces dernières n'est plus seulement une question d'astronomie sidérale : elle se lie à l'état de notre système planétaire, à ses rapports avec les systèmes voisins, à sa translation dans l'espace et à ses destinées futures.

Le nombre des étoiles dont le mouvement propre a été reconnu et mesuré s'élève aujourd'hui à trois ou quatre mille, et tous les grands observatoires de l'Europe ont apporté à ce résultat un contingent plus ou moins important. Le mémoire que M. Ernest Quetelet vient de communiquer à l'Académie a pour objet de donner, pour l'époque de 1856, une nouvelle détermination du mouvement propre annuel d'un certain nombre d'étoiles déjà signalées antérieurement comme étant douées de ce mouvement.

L'utilité d'un pareil travail ne saurait être méconnue; car il ne suffit pas que le déplacement d'une étoile soit constaté, il faut qu'il soit déterminé en *grandeur* et en *direction*, et que cette détermination soit renouvelée à *différentes* époques. En effet, la *grandeur* du mouvement propre d'une étoile peut avoir des relations curieuses avec sa position, son éclat et sa distance; la *direction* qu'il affecte peut être intimement liée, soit avec la situation des groupes stellaires les plus voisins, soit avec le déplacement du système solaire; enfin les *variations* qu'il présentera seront de nature à dévoiler l'existence de certains centres d'attraction, invisibles pour nous, ou que la science ne fait encore que soupçonner.

M. Ernest Quetelet n'a considéré, de ce premier essai, que les composantes en ascension droite; de sorte que son travail devra être complété plus tard par l'étude des composantes en déclinaison, afin que les mouvements propres soient déterminés en direction et en grandeur. La marche qu'a suivie l'auteur est très-facile à comprendre : elle consiste à comparer les positions de l'époque actuelle aux positions que fournissent les catalogues dressés pour une époque antérieure. Il a employé à cet objet les observations méridiennes faites, en 1855 et 1856, à l'Observatoire royal de Bruxelles, réduites au 1er janvier 1856, et a choisi pour termes de comparaison les quatre catalogues d'Argelander, de Struve, de Pond et d'Airy. Ces derniers catalogues se rapportant à l'époque de 1830, la comparaison embrasse une période de 26 ans. Cet espace de temps serait trop peu considérable pour fournir, à lui seul, une détermination exacte des mouvements propres très-faibles; mais ceux-ci sont les moins importants. D'ailleurs la brièveté de la période, qui présente l'avantage de mettre en évidence la variabilité des mouvements, peut être compensée par la précision des observations; et il résulte d'un travail inséré dans nos *Bulletins* que, sous le rapport de la précision, les observations faites à la lunette méridienne de l'Observatoire de Bruxelles peuvent lutter avec celles des meilleurs observatoires. Notre confiance à cet égard est encore fortifiée par l'accord remarquable qui existe, presque constamment, entre les nouvelles déterminations calculées par M. Ernest Quetelet et celles qui ont déjà été obtenues par d'autres astronomes.

En général, deux catalogues d'étoiles ne sont pas immédiatement comparables ; en d'autres termes, lorsqu'on les réduit à une même époque, ils n'assignent pas nécessairement la même position à un même astre. La différence peut provenir soit de l'observateur, soit de son instrument, soit enfin des constantes uranographiques qu'il a adoptées dans ses réductions. Pour identifier les positions obtenues à Bruxelles avec celles des quatre catalogues cités précédemment, M. Ernest Quetelet a pris comme termes de comparaison les étoiles fondamentales du *Nautical Almanac :* ce travail préliminaire fait l'objet de la table n° 1.

La table n° 2 présente, pour le 1er janvier 1856, les positions moyennes de 345 étoiles, ayant été observées, à Bruxelles, cinq fois au moins dans le courant des années 1855 et 1856, et se trouvant dans l'un des quatre catalogues déjà cités.

Enfin, une dernière table fournit le résultat de la comparaison de ces positions moyennes avec les quatre mêmes catalogues, c'est-à-dire les mouvements propres annuels.

L'auteur s'est abstenu, pour le moment, de tirer aucune conséquence de cette comparaison, se réservant, sans doute, de le faire lorsqu'il aura réuni des éléments plus nombreux et plus complets. Cette réserve est sage ; mais nous croyons qu'il aurait pu prendre date dès à présent pour signaler la variabilité que paraît présenter le mouvement propre de quelques-unes des étoiles de son catalogue. Nous citerons, entre autres, β Ursæ minoris, γ Ursæ minoris, et 5719 Groombridge qui, par la grandeur de leurs écarts, méritent d'être suivies avec une attention particulière. La précision d'un passage méridien étant connue, il est facile de comparer l'erreur probable d'une position à la grandeur du mouvement propre observé, et d'en déduire le degré de certitude que présentera le résultat : ces quelques mots suffisent pour indiquer notre idée, et nous croyons inutile de la développer davantage.

En résumé, le mémoire de M. Ernest Quetelet, fondé sur des observations qui ne peuvent se faire que dans des établissements munis d'instruments très-précis, traite d'un sujet astronomique intéressant et sérieux. Outre le mérite de confirmer l'existence d'un grand nombre de mouvements propres, il a celui de préciser davantage leurs grandeurs numériques, et de fournir des documents précieux pour l'étude de la constitution de l'univers. Je propose donc à la classe d'adresser des remercîments à l'auteur pour sa communication, de l'inviter à poursuivre le travail qu'il a commencé, et de décider l'impression de son mémoire dans les recueils de l'Académie. »

Après avoir entendu le second commissaire, M. Ad. Quetelet, la classe a ordonné l'impression de ce mémoire, et a voté des remercîments à l'auteur.

—

M. Ad. Quetelet, commissaire pour l'examen d'une note de M. J.-H. Gilbert, professeur à l'université de Louvain, *sur un opuscule peu connu de Simon Stevin de Bruges,* fait un rapport favorable sur cet écrit, qui sera inséré dans le *Bulletin* de la séance.

—

MM. De Koninck et Van Beneden font connaître qu'ils ont pris connaissance de la notice de M. Marcel de Serres, *sur les modifications que les coquilles éprouvent et qui ne dépendent d'aucune affection morbide.* Ils concluent à ce que l'Académie remercie l'auteur pour la communication qu'il a bien voulu lui faire.

Ces conclusions sont adoptées.

Histoire du développement du Pilobolus crystallinus; par M. Eugène Coemans.

Rapport de M. Kickx.

« La notice de M. Eugène Coemans a pour objet l'histoire du développement du *Pilobolus crystallinus,* petite mucorinée des plus curieuses. Elle croît principalement sur la fiente de porc, sur le crottin du cheval et sur la bouse de vache; n'atteint que quelques millimètres de hauteur; parcourt toutes les phases de son existence dans l'espace d'une nuit, pour se montrer, le matin, parée des grâces de la fraîcheur, répandre presque aussitôt ses spores et disparaître. La rapidité de sa croissance, la simplicité de sa structure, la délicatesse de son port, son aspect cristallin, les gouttelettes limpides qui brillent à sa surface, et surtout le mode de dissémination, donnent à son étude le plus vif intérêt.

On sait que chez les cryptogames, aussi bien que chez les phanérogames, la dissémination se fait d'une foule de manières différentes, toujours en rapport avec les conditions d'existence de l'espèce. Chez les unes, comme chez les autres, se présentent deux cas principaux : tantôt les spores ou les graines sont simplement mises en liberté, et tombent par leur propre poids ou sous l'influence des agents extérieurs; tantôt, au contraire, elles sont projetées au loin avec une force plus ou moins grande, par un mécanisme particulier qui diffère presque toujours d'un genre à un autre, et dont la cause, quelquefois en apparence purement physique, n'en est pas moins sous la dépendance directe d'une fonction vitale qui la provoque.

C'est à la seconde de ces catégories qu'appartient le *Pilobolus crystallinus.* On le voit, à l'état de maturité, lancer perpendiculairement son globule sporifère, et comme la plante s'offre toujours réunie en groupes considérables, on voit le phénomène se répéter successivement et presque instantanément sur tous les individus adultes du groupe: on dirait un jeu de paume où les balles se croisent.

Primitivement découvert par Tode, puis décrit et figuré par Bulliard, par Nees von Esenbeck et par d'autres auteurs, le *Pilobolus* fut ensuite l'objet des recherches de Durieu de Maisonneuve, de Leveillé et de Montagne. Mais ces recherches, toutes incomplètes, faisaient vivement désirer de nouvelles observations.

L'auteur de la notice que nous avons été chargé d'examiner prend la plante à sa naissance et la suit dans toute sa durée. Il la considère à la fois sous le triple rapport anatomique, morphologique et physiologique, et jette surtout un jour nouveau sur sa structure, son évolution, la projection de la spore et sa germination. Nous ne craignons pas d'avancer que l'élégant pilobole n'a jamais été étudié aussi complétement.

Il serait difficile d'entrer dans plus de détails sans reproduire en grande partie ceux donnés par M. Coemans, dont le travail révèle partout le botaniste instruit, ainsi que l'observateur habile et consciencieux.

Nous concluons en proposant à la classe d'imprimer, dans les *Bulletins*, le beau mémoire de M. Coemans, avec la planche qui l'accompagne. »

Rapport de M. Martens.

Je partage entièrement l'avis de mon honorable collègue, M. Kickx, sur le mérite du mémoire qui a été soumis à notre appréciation collective. Toutefois, je regrette qu'aux nombreux travaux que M. Coemans a consultés, il n'ait pu joindre les recherches morphologiques et physiologiques que MM. Cohn (1), Bail (2) et Currey (3) ont faites récemment sur le genre *Pilobolus* qui a été l'objet de ses études.

Les observations qu'il a faites sur la structure et le développement de la partie végétative du *Pilobolus crystallinus* ne diffèrent pas notablement de celles de M. Cohn, publiées en 1851, et dont MM. Bail et Currey ont depuis constaté l'exactitude. Mais la structure que M. Coemans donne au globule sporifère est très-différente de celle que lui ont trouvée ces trois derniers observateurs. La mem-

---

(1) Ferd. Cohn, *Die Entwicklungsgeschichte des* PILOBOLUS CRYSTALLINUS, *Nova Acta Academiae C. L. C. naturae curiosorum*, t. XXIII, Pars I (1851).

(2) Th. Bail, *Mykologische Berichte*, PILOBOLUS, *Bot. Zeit.*, 1855, p. 650.

(3) Fr. Currey, *On a Species of* PILOBOLUS; *Journal of Proceedings of the Linnean Society*, vol. I, p. 162 (1857).

brane noire si singulière, qui, d'après ceux-ci, recouvre le globule dans toute sa hauteur, ne serait, d'après M. Coemans, qu'une calotte hémisphérique n'occupant que la moitié supérieure du globule, dont l'autre moitié présenterait une membrane hyaline, reliée à la première par une troisième membrane qui les recouvrirait toutes deux. M. Coemans a aussi signalé, le premier, les remarquables épaississements pigmentaires qui se dessinent sur la membrane noire du globule.

Il a fait connaître également la structure et les propriétés chimiques de la paroi qui limite les autres cellules du *Pilolobus* et l'a trouvée formée de deux pellicules, l'une interne azotée, qui n'est sans doute que l'utricule primordial (*Primordialschlauch* de Schacht), l'autre externe, constituant la paroi cellulaire proprement dite, formée de cellulose modifiée, comme on la rencontre dans les champignons. M. Coemans assimile cette membrane à la cuticule, comme recouvrant, dit-il, la plante tout d'une pièce; mais cette assimilation me paraît inexacte, puisque la membrane en question fait partie des cloisons transversales de la plante, et que, si jusqu'ici on ne l'a pas aperçue dans la seule cloison médiane, c'est que celle-ci se forme la dernière et que, dans la multiplication des cellules par division, la cloison, à son début, n'est formée que par l'utricule primordial.

La partie la plus importante du travail de M. Coemans me paraît être celle où il traite de la projection du globule sporifère. Ses expériences lui font établir, comme cause principale de cette projection, la contraction des parois du pédicelle sous l'action excitatrice de la lumière solaire, et comme cause prédisposante, le gonflement par endosmose de la cupule sous-globulaire et, par suite, la tension de la cloison qui la sépare du globule. M. Cohn, qui s'est occupé aussi de ce curieux phénomène, ne l'attribue qu'à la tension de la membrane dont il s'agit (1), sans tenir aucun compte de l'action de la lumière, dont M. Coemans a parfaitement démontré l'influence.

Quoi qu'il en soit de ces remarques, et tout en admettant que le travail de M. Coemans puisse laisser à désirer en quelques points, son mémoire n'en est pas moins remarquable par plusieurs observations neuves et importantes, et mérite à tous égards d'être publié dans les *Bulletins de l'Académie.* »

La classe, conformément aux conclusions de ses commissaires, décide que des remercîments seront adressés à M. Eugène Coemans et que son travail sera inséré dans les *Bulletins.*

COMMUNICATIONS ET LECTURES.

Sur la différence de longitude des observatoires de Bruxelles et de Berlin, déterminée, en 1857, *par des signaux galvaniques.*

M. Quetelet présente à l'Académie les résultats d'un travail assez important qui vient d'être fait entre les deux observatoires royaux de Berlin et de Bruxelles: c'est la détermination de la différence des longitudes de ces deux

---

(1) Mémoire cité, p. 517.

établissements, obtenue par des signaux galvaniques. L'exposé des observations se trouve dans un mémoire de M. l'astronome Encke, qui a été inséré dans les Mémoires de l'Académie royale de Berlin et qui vient d'être reproduit en français dans les *Annales de l'Observatoire de Bruxelles*. Les observateurs pour Berlin étaient MM. Encke et ses deux aides, MM. Bruhns et Forster; pour Bruxelles, les observations étaient faites par M. Ernest Quetelet seul; l'état de maladie de son père, à cette époque, n'a pas permis à ce dernier de prendre part au travail.

Le célèbre astronome Encke a présenté en même temps les résultats du travail pour la détermination de la longitude entre Berlin et Kœnigsberg, faite en commun avec l'astronome Wichmann, que les sciences viennent de perdre.

Déjà précédemment, l'astronome royal d'Angleterre, M. Airy, avait contribué à déterminer la différence des longitudes entre Bruxelles et Greenwich, puis entre Greenwich et Édimbourg, de sorte que l'on a actuellement l'étendue la plus grande que l'on ait mesurée en Europe par les courants électriques, savoir :

Lieux d'observation.	Différence de longitude.
—	—
Kœnigsberg et Berlin	$28^m24^s,1$
Berlin et Bruxelles	36 6,5
Bruxelles et Londres.	17 28,9
Londres et Édimbourg	12 43,048

M. Airy prévient toutefois que cette différence de longitude entre Londres et Édimbourg, qui vient d'être observée avec le plus grand soin par la télégraphie électrique, n'est pas encore dégagée de l'équation personnelle des observateurs.

—

Perturbations atmosphériques.

M. A. Quetelet communique quelques renseignements au sujet des grandes perturbations atmosphériques qui ont signalé la fin du mois d'octobre.

M. Maas, professeur au collége de la Paix à Namur, qui possède un baromètre enregistreur semblable à celui de l'observatoire de Bruxelles, écrit que, du 19 octobre, à 10 heures du matin, au 21, à 6 heures du matin, son baromètre est descendu de $752^{mm},6$ à $732^{mm},5$. A Bruxelles, le *maximum* du 19 ($756^{mm},6$) s'est présenté à la même heure qu'à Namur; le *minimum* du 21 ($736^{mm},7$) s'est produit deux heures plus tôt. Cette chute barométrique n'a, du reste, rien de bien extraordinaire à cette époque de l'année; mais la neige tombée dans la matinée du 22 et qui était accompagnée d'une rapide ascension du baromètre mérite d'être signalée. Depuis 1833, quatre fois seulement il est tombé de la neige à Bruxelles pendant le mois d'octobre, savoir : le 30 en 1836; le 12 en 1838; le 29 en 1839, et enfin le 22 du mois dernier.

« A Namur, le 22, à 6 heures 30 minutes du matin, écrit M. Maas, la neige est tombée et s'est fondue sur le sol; elle est restée persistante pendant quelque temps sur tout l'horizon, à une hauteur nettement limitée que j'estime à environ 50 mètres. La température *minimum* près du sol était de $1^{\circ},1$.

» Le 23, de 5 à 6 heures du matin, la lumière cendrée de la lune présentait un éclat extraordinaire : la couleur était le bleu moutonné de blanc. Les bords m'ont semblé plus éclairés que la partie centrale. Cette grande clarté, remarquée par plus d'un observateur, n'indique-t-elle pas que la partie de la terre tournée vers la lune doit avoir été très-sereine? »

Cette question, je ne la résoudrai pas, et je me bornerai à indiquer ici les ondes barométriques qui se sont manifestées à l'Observatoire, avant et pendant la tempête, si cruellement ressentie sur les côtes de l'Atlantique et de la mer du Nord.

			mm
Le 30 octobre,	à 10^h m.	. . . . . .	748,0
31 »	à 3^h m.	. . . . . .	735,9
» »	à 3^h s.	. . . . . .	741,2
Le 1er novembre,	à $2^h\ ^1/_2$ m.	. . . . .	731,3
» »	à 5^h s.	. . . . . .	733,1
2 »	à 9^h s.	. . . . . .	756,2

Sur les mouvements propres des étoiles et du soleil; par M. le major Liagre, membre de l'Académie.

L'immense éloignement des étoiles suffirait pour nous expliquer leur apparente immobilité, alors même qu'elles seraient animées en réalité d'un mouvement propre très-considérable. C'est dans l'ouvrage du P. Schyrlœus, intitulé: *Oculus Enoch et Eliae,* 1645, ouvrage où abondent du reste une foule de puérilités, que nous rencontrons pour la première fois cette idée aussi grande que juste. « Les étoiles, dit-il, pourraient avoir leurs mouvements propres, que l'énormité de leur distance nous empêcherait d'apercevoir. »

A de si grandes distances, en effet, de notables déplacements *linéaires* ne donnent naissance qu'à des déplacements *angulaires* insensibles; et ce n'est que par des observations très-exactes, continuées pendant une longue série d'années, que l'on est parvenu à décider si les étoiles méritent bien le nom de *fixes*, dont elles ont été en possession de toute antiquité.

Halley est le premier astronome qui ait appelé sur ce point une attention sérieuse (*Phil. Trans.*, 1717). En comparant le catalogue de Flamsteed à celui de Ptolémée, pour déduire de cette comparaison la valeur de la précession des équinoxes, il reconnut que trois belles étoiles, Sirius, Arcturus et Aldébaran, avaient changé de latitude depuis l'époque d'Hipparque. Ce mouvement s'était opéré dans une direction opposée à celle de toutes les autres étoiles, et dans un sens contraire à celui qu'exigeait la variation d'obliquité de l'écliptique.

Ce nouveau champ de recherches fut aussitôt cultivé par un grand nombre d'astronomes. Jacques Cassini, comparant ses propres observations à celles de Tycho, trouva que, dans l'espace de 152 ans, la latitude d'Arcturus avait varié de cinq minutes, tandis qu'elle n'avait pas varié pour une étoile de son voisinage, η du Bouvier. Plusieurs autres belles étoiles, Régulus, la Chèvre, α de l'Aigle, etc., lui offrirent aussi des mouvements propres bien caractérisés, soit en longitude, soit en latitude.

Tobie Mayer (*Opera inedita*, 1775), comparant les positions de 80 étoiles, déterminées par Roemer en 1706, avec leurs positions observées par Lacaille en 1750, et par lui-même en 1756, trouva de son côté que le plus grand nombre d'entre elles possédait un mouvement propre; et plus les recherches faites sur ce sujet intéressant acquirent d'extension et d'exactitude, plus s'accrut le nombre des étoiles douées d'un pareil mouvement. Il est même permis de croire que ceux de ces astres chez lesquels aucun déplacement n'a encore été observé, ne s'en meuvent pas moins; mais que leur immense éloignement, la lenteur ou la direction de leur mouvement propre, ont empêché jusqu'ici de reconnaître ce déplacement.

Déjà, dans la *Connaissance des temps pour* 1808, on trouve une table des mouvements propres de plus de 500 étoiles, fondée sur les observations de Mayer, Bradley et Lacaille d'un côté, et de l'autre sur celles de Maskelyne, Piazzi, Lalande et Delambre. Aujourd'hui enfin, grâce surtout aux travaux de Bessel, d'Argelander, de Struve, de Mädler, de Main, etc., nous connaissons trois à quatre mille étoiles dont le mouvement propre est certain.

La détermination des mouvements propres peu rapides exige que les observations que l'on compare entre elles soient, ou très-exactes, ou séparées par un long intervalle de temps. Admettons, par exemple, que la précision des observations soit de ± 2 secondes d'arc : le résultat de leur comparaison pourra être en erreur de $\pm 4''$, et il faudra 400 ans pour qu'il soit permis de se prononcer avec certitude sur les mouvements propres annuels qui ne seraient pas supérieurs à un centième de seconde.

Les observations d'Hipparque et de Ptolémée présentent quelquefois des erreurs d'*un demi-degré :* elles ne peuvent donc servir aujourd'hui qu'à reconnaître les mouvements propres qui s'élèvent à $1''$ environ par année. Or, d'aussi rapides déplacements sont extrêmement rares.

Des erreurs d'observation, de copie ou d'impression se rencontrent, même dans les catalogues les plus estimés : par suite, on ne doit trancher définitivement la question du mouvement propre d'une étoile, que lorsqu'on en possède *trois* observations faites à des époques suffisamment éloignées l'une de l'autre. Les observations actuelles, comparées aux positions fournies par les catalogues de Bradley et de Piazzi, pour les époques de 1755 et de 1800, sont aujourd'hui les éléments les plus propres à concourir avec succès à ce genre de recherche.

Les étoiles brillantes étant, suivant les probabilités, les plus voisines, nous devons naturellement nous attendre à trouver des mouvements propres plus *fréquents* chez les premières que chez toutes les autres, et c'est en effet ce qui a lieu. Mais, circonstance singulière, les mouvements propres les plus *rapides* que l'on connaisse, appartiennent à des astres de faible éclat et à des étoiles doubles. Ainsi, Argelander a découvert un mouvement propre annuel de $6'',974$ à une étoile de 7^{me} grandeur, le n° 1830 du catalogue de Groombridge; et d'Arrest a trouvé que ε de l'Indien, étoile de 5^{me} grandeur, se déplace annuellement de $7'',74$: ce sont les deux mouvements propres les plus rapides qui aient encore été enregistrés. Viennent ensuite la 61^{me} du Cygne, composée de deux étoiles de 6^{me} grandeur; le n° 21185 de Lalande, de 8^{me} grandeur; la 40^{me} de l'Éridan, étoile double, dont la principale est de 4^{me} grandeur et la secondaire de 9^{me}; et μ de Cassiopée, de 6^{me} grandeur. Les mouvements propres de ces quatre derniers astres sont respectivement de $5'',3$; $4'',7$; $4'',1$; et $3'',8$.

Au contraire, plusieurs très-belles étoiles de première grandeur n'ont qu'un mouvement assez faible, comparativement à ceux que nous venons d'indiquer; exemples : Altaïr, $0'',66$ par année; Wéga, $0'',37$; Régulus, $0'',26$; Aldébaran, $0'',19$; α d'Orion, $0'',05$; β d'Orion, $0'',04$. Parmi les belles étoiles à mouvement propre considérable, nous citerons particulièrement α du Centaure, superbe étoile double qui se déplace, suivant Henderson, de $3'',58$ par an; viennent ensuite Arcturus, qui se déplace de $2'',26$; puis Procyon, de $1'',32$; Sirius, de $1'',23$, etc.

Il se présente ici une question intéressante : c'est celle de savoir si les déplacements progressifs, observés dans un grand nombre d'étoiles, proviennent d'un mouvement *réel* de ces astres, ou s'ils ne sont pas uniquement un effet de *parallaxe,* résultant de la translation du soleil et de tout notre système à travers les espaces célestes. Cette seconde hypothèse serait très-séduisante par sa simplicité, mais nous allons voir qu'elle a contre elle le raisonnement et l'observation.

En effet, dès que l'on accorde au soleil un mouvement de translation dans l'espace, peut-on, sans heurter l'analogie, le refuser aux étoiles, qui ne sont autre chose que des soleils très-éloignés?

En second lieu, si les changements que l'on observe dans la position des étoiles étaient de simples apparences, provenant de ce que le soleil chemine dans le ciel, entraînant avec lui son cortége de planètes, alors *toutes* les étoiles devraient paraître fuir en arrière, avec des vitesses d'autant plus grandes que leurs distances seraient moindres. Elles décriraient donc des arcs de grand cercle convergeant vers un pôle unique, et ces arcs, suffisamment prolongés, devraient tous s'entrecouper en un seul point, celui où le mouvement du soleil, supposé rectiligne, aurait pris naissance. Or, c'est ce qui n'a pas lieu : *les étoiles se déplacent dans toutes les directions.*

Nous sommes donc forcés de conclure que les étoiles ont des mouvements qui leur sont *propres*, des mouvements qui ne sont pas dus à une pure illusion d'optique.

Mais d'un autre côté, si les étoiles se déplacent dans le ciel, n'est-il pas naturel de croire qu'il en est de même pour notre soleil? n'est-on pas en droit de soupçonner que les mouvements qu'on reconnaît aux étoiles sont dus *à la combinaison* de leur déplacement propre et de celui du soleil?

Mayer et Bradley le conjecturaient, tout en pensant avec raison que la découverte des lois du mouvement solaire exigerait plusieurs siècles d'observations; Fontenelle, Prévost, Wilson, donnèrent des aperçus très-ingénieux sur le déplacement du soleil combiné avec celui des étoiles; Lambert et Lalande regardaient la *translation* du soleil comme une conséquence forcée de l'impulsion qu'il avait reçue pour *tourner* sur son axe. Mais c'est Herschel qui, le premier, appuya ces conjectures sur des faits positifs, sur des déductions mathématiques. A la largeur des idées, qui fait pressentir les grands phénomènes de la nature, cet illustre astronome joignait la patience d'investigation qui les dévoile : aidé des observations exactes de Maskelyne, il parvint non-seulement à démontrer le mouvement propre de notre système, mais encore à en assigner la direction; et cette grande découverte comptera toujours parmi ses plus beaux titres de gloire.

L'observation prouve, avons-nous dit plus haut, que les étoiles se meuvent dans tous les sens : Herschel reconnut ce fait, mais il remarqua en même temps qu'elles ne se déplacent pas *indifféremment* dans tous les sens; que les trajectoires stellaires, bien que ne concourant pas en un même point de la sphère céleste, ont une certaine *tendance* vers ce dernier état. Pour saisir cette tendance, et en déduire la direction du mouvement propre de notre système, il fallait une sagacité rare et un tact astronomique tout particulier : Herschel possédait ces qualités à un degré éminent; aussi, quoiqu'il n'eût à sa disposition qu'un nombre très-restreint de mouvements propres, il y reconnut, à la première vue, un caractère général, dû à l'intervention d'une force étrangère dans les données du problème : cette force affectait l'ensemble des mouvements, mais d'une manière plus ou moins prononcée pour chacun d'eux.

C'est ainsi qu'il parvint à démêler, dans les déplacements des diverses étoiles, la portion qui appartenait *réellement* à l'astre de celle qui n'était que l'effet d'une *parallaxe* d'un ordre supérieur : nous l'appellerons parallaxe *systématique* ou *séculaire*, parce qu'elle provient du mouvement général de notre *système*, et qu'elle n'est rendue sensible que par des *siècles* d'observations.

Guidé par les considérations que nous venons d'exposer, Herschel trouva que le mouvement général des étoiles paraissait les entraîner vers un point de la sphère céleste diamétralement opposé à l'étoile λ de la constellation d'Hercule; et il en conclut que notre soleil marche directement vers cette étoile, ou, plus exactement, vers un point du ciel qui, en 1790, était situé par

260°34′ d'ascension droite, et
26°17′ de déclinaison boréale.

La recherche d'Herschel, basée sur les mouvements propres de 35 étoiles seulement, était si délicate et si épineuse, que beaucoup d'astronomes refusèrent d'abord d'admettre ses idées sur le mouvement et la direction du système solaire. Maskelyne les combattit, malgré les résultats concordants obtenus par Prévost et Klugel; Bessel, Biot, Lindenau, les regardèrent comme prématurées; mais Gauss les appuya par la discussion des mouvements propres de 71 étoiles, tirés des *Astronomiae Fundamenta*. Dans ces derniers temps, les travaux d'Argelander, de Lundahl, d'Otto Struve, ont donné une éclatante confirmation à la théorie d'Herschel, et mis hors de doute le mouvement propre du soleil. Les résultats obtenus par ces divers astronomes sont consignés dans le tableau suivant :

	OBSERVATEURS.	Ascension droite.	Erreur probable.	Déclinaison boréale.	Erreur probable.	Étoiles employées.
Époque de 1790.	Argelander I. .	256°25',1	± 12°21',5	38°37',2	± 9°21',4	21
	Argelander II .	255 9,7	± 8 34,0	38 34,5	± 5 55,6	50
	Argelander III.	261 10,7	± 3 48,9	30 58,1	± 2 31,4	319
	Lundahl IV . .	252 24,4	± 5 25,5	14 26,1	± 4 29,3	147
	O. Struve V . .	261 23,1	± 4 49,9	37 35,7	± 4 11,8	392

Résultat moyen 259°9',4 ± 2°57',5   34°36',5 ± 3°24',5.

Si l'on combine cette valeur avec celle que Mädler a trouvée récemment, au moyen de 2163 étoiles douées d'un mouvement propre annuel supérieur à 0'',4, savoir :

261°38',8 d'ascension droite et + 39°53',9 de déclinaison,

on obtient, pour le point de direction du système solaire, la position suivante :

Ascension droite 260°24',1
Déclinaison boréale 37°15',2.

Les étoiles sur lesquelles sont basées ces déterminations sont toutes visibles dans l'hémisphère nord, et il était intéressant de déterminer le point de direction du système solaire à l'aide d'étoiles visibles particulièrement dans l'hémisphère sud. Cette recherche a été faite, en 1847, par Thomas Galloway au moyen de 81 étoiles observées par Lacaille en 1751 et 1752. Comparant leurs positions à celles qui ont été obtenues par Johnson, à Sainte-Hélène, de 1829 à 1833, et par Henderson, au Cap, en 1830 et 1831, Galloway a trouvé que le point de l'espace vers lequel marche le soleil est situé par

$$\left.\begin{array}{r}260^\circ\ 0',6 \text{ d'ascension droite et} \\ 36^\circ 23',4 \text{ de déclinaison boréale;}\end{array}\right\} \text{époque de 1790,}$$

résultat très-concordant aussi avec celui d'Herschel, et presque identique avec la dernière moyenne précédemment obtenue.

La science ne s'est pas contentée d'indiquer la direction que suit le mouvement propre du soleil; elle a essayé de calculer la rapidité de sa marche. Admettant pour la parallaxe moyenne des étoiles de première grandeur la quantité $0'',209$ qu'avait trouvée son père, O. Struve a obtenu $0'',339$ pour la valeur angulaire du mouvement annuel du soleil, tel qu'il se présenterait vu sous un angle droit, et de la distance moyenne des étoiles de première grandeur. Cette quantité, réduite en mesure linéaire, équivaut à 1,623 (le rayon de l'orbite terrestre étant pris pour unité.)

D'après ces considérations, W. Struve, dans ses *Études d'astronomie stellaire,* regarde comme un fait acquis à la science « que le mouvement du système solaire, dans l'es-
» pace, est dirigé vers un point de la voûte céleste situé
» sur la droite qui joint les deux étoiles de troisième
» grandeur π et μ d'Hercule, et à un quart de la distance
» apparente de ces deux étoiles, à partir de la première.
» La vitesse de ce mouvement est telle que le soleil, avec
» tous les corps qui en dépendent, avance annuellement

» dans la direction indiquée, d'un peu plus d'une fois et
» demie le rayon de l'écliptique, ou plus exactement de
» 55 millions de lieues. L'erreur probable de ce dernier
» chiffre ne s'élève, dit-il, qu'à un septième de la valeur
» trouvée. »

Telle est la séduction exercée sur l'esprit par les brillantes idées, que nous nous décidons avec regret à poser des restrictions à ces conclusions grandioses. L'astronomie stellaire ne fait que de naître; elle est loin de posséder le degré de positivisme auquel est parvenue l'astronomie planétaire. Nous déclarons donc ici que, suivant nous, le résultat qui vient d'être énoncé sur la vitesse du mouvement propre du soleil doit être admis, non pas comme une vérité rigoureusement démontrée, mais comme une hypothèse digne d'être prise en sérieuse considération. C'est un fait que l'avenir pourra rectifier, mais qui n'en est pas moins très-important, en ce qu'il caractérise l'état actuel de nos connaissances dans cette partie intéressante de la philosophie naturelle.

Le calcul de Struve est fondé sur plusieurs suppositions, dont l'une, qui est capitale, est l'*indépendance* absolue des mouvements propres des étoiles. Rien ne prouve, cependant, que ces astres se meuvent *indifféremment* dans tous les sens, ou qu'en combinant un grand nombre de mouvements propres *réels*, on doive obtenir une résultante à peu près égale à zéro; il n'est nullement impossible que le système d'étoiles dont le soleil fait partie soit animé d'un mouvement de rotation autour de son centre de gravité, et peut-être même d'un mouvement de translation à travers l'immensité des cieux. Or, la grande majorité, sinon la totalité des mouvements propres observés, appartenant à des étoiles de notre système, la seule conclusion qu'on puisse tirer des observations, c'est que le soleil est emporté, soit vers la constellation d'Hercule, soit vers la région opposée, suivant qu'on lui accorde une vitesse supérieure ou inférieure à la vitesse moyenne des étoiles qui composent notre système stellaire.

Quoi qu'il en soit de la rapidité du mouvement propre du soleil, ce mouvement lui-même n'en est pas moins incontestable, et il doit donner naissance, ainsi que Pond l'a très-ingénieusement fait remarquer, à une troisième espèce d'*aberration*, que j'appellerai *séculaire*. En vertu de cette nouvelle illusion d'optique, les étoiles doivent obéir à un petit mouvement général de convergence apparente vers le point de direction actuel du soleil; elles divergent, au contraire, à partir du point diamétralement opposé. La grandeur de l'aberration séculaire doit être à celle de l'aberration annuelle, comme la vitesse de translation du soleil dans l'espace est à celle de la terre dans son orbite, ou comme 1 est à 4, en admettant le résultat de Struve énoncé plus haut. Ce résultat devant être un *minimum*, puisque Struve regarde comme absolus des mouvements qui ne sont probablement que relatifs, on peut dire que l'aberration séculaire doit s'élever à 5″ au moins.

Cette valeur restera constante, et par suite l'observation sera impuissante à la mettre en évidence, aussi longtemps que le soleil aura une marche sensiblement uniforme et rectiligne. Mais s'il est vrai que la gravitation étend son empire sur tout le monde matériel, le mouvement du soleil doit obéir aux lois de Kepler, et, dans la suite des siècles, la vitesse de cet astre variera de direction et d'intensité. Alors, on en sera averti par un déplacement général de toutes les étoiles, qui sembleront se diriger vers un nouveau point du ciel, et ce déplacement, par sa grandeur, pourra devenir très-sensible aux observations.

Nous sommes donc amenés à reconnaître trois espèces distinctes d'aberration :

1° L'aberration *diurne,* produite par la rotation de la terre sur elle-même ;

2° L'aberration *annuelle,* due à sa translation autour du soleil ;

3° L'aberration *séculaire,* provenant du mouvement propre du soleil, mouvement qui s'effectue autour d'un centre dont la position est encore inconnue.

Si la *vitesse* avec laquelle la terre se meut, comparée à la *rapidité* de transmission de la lumière, produit l'*aberration,* l'*espace* que la terre parcourt, combiné avec la *distance* qui la sépare d'un corps céleste, produit la *parallaxe;* nous devons donc compter aussi trois espèces de parallaxe :

1° La parallaxe *diurne,* sensible seulement dans les limites du système solaire ; on la corrige en ramenant les observations à être *géocentriques ;*

2° La parallaxe *annuelle,* qui exerce une influence très-grande sur la marche et la position des planètes, en produisant leurs stations et leurs rétrogradations. Son effet s'étend même sur les étoiles les plus voisines. On s'en affranchit par les réductions *héliocentriques ;*

3° Enfin, la parallaxe *séculaire,* dont la grandeur doit dépendre de la nature de l'orbite que décrit le soleil autour du corps ou du système central à l'attraction duquel il obéit. Cette orbite une fois connue, on corrigera les effets de la troisième espèce de parallaxe par les réductions *systémocentriques.*

Nous n'hésitons pas à croire que, si l'on parvient un jour à posséder des notions exactes sur la nature de l'orbite parcourue par le soleil, et sur la situation du centre d'attraction qui régit ses mouvements, on en sera redevable aux variations de l'aberration séculaire, qui seront bien plus faciles à constater et bien plus concluantes que les variations de la parallaxe séculaire. C'est ainsi que, longtemps avant que les astronomes pussent se flatter de connaître, même approximativement, la parallaxe annuelle d'une seule étoile, ils possédaient, dans l'aberration annuelle, une preuve irréfragable de la translation de la terre autour du soleil.

Il est vrai que les observations fourniront l'aberration et la parallaxe séculaires confondues, et que l'ignorance totale où l'on sera, relativement aux éléments de l'orbite solaire, empêchera de séparer *à priori* les effets de ces deux phénomènes, comme on le fait pour l'aberration et la parallaxe annuelles. Mais il est une considération qui pourra guider l'astronome : c'est que l'aberration n'affectera les étoiles que par suite de leur position, tandis que la parallaxe les affectera en raison de leur position et de leur distance. Or, l'éclat des étoiles étant, en général, un indice de leur éloignement, on entrevoit déjà comment il faudra combiner les mouvements observés dans une même classe d'étoiles, avec ceux des classes différentes, pour effectuer la séparation des deux inconnues.

Sous l'empire de la gravitation universelle, les mouvements propres des étoiles doivent à chaque instant dévier de la ligne droite; et si, jusqu'aujourd'hui, ils ont paru sensiblement rectilignes, c'est que leur courbure ne peut être mise en évidence que par une longue série d'observations très-exactes. Déjà deux étoiles très-brillantes, Sirius et Procyon, ont paru à Bessel douées d'un mouvement propre qui ne serait ni rectiligne ni uniforme. Soumettant ses observations à une analyse rigoureuse, l'astronome de Königsberg reconnut que la cause de cette anomalie ne pouvait être cherchée que dans l'attraction d'un corps de grande masse, situé à proximité de chacune des deux étoiles. Or, comme on ne voit point de semblable corps dans le voisinage de Sirius ni de Procyon, Bessel fut conduit à admettre l'existence de grands corps opaques, autour desquels chacune des deux étoiles mentionnées décrirait son orbite. Cette idée aussi neuve que hardie ouvrirait un champ immense aux recherches des astronomes, mais elle a encore besoin d'être confirmée par des observations précises et assidues. En effet, Struve, ayant soumis le travail de Bessel à un examen attentif, n'a pas trouvé d'irrégularité suffisamment constatée dans les mouvements propres des deux étoiles. Peters, au contraire, a fait voir récemment qu'en assignant à Sirius une orbite très-elliptique, décrite dans une période de 50 années, on corrigeait avec une exactitude remarquable les anomalies observées, et l'on ramenait à l'uniformité le mouvement propre restant.

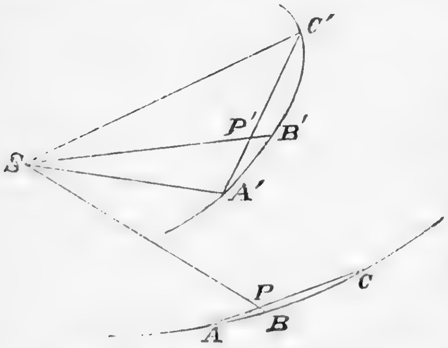
C'est particulièrement pour l'étude des mouvements propres variables qu'on aura besoin de compenser, par la précision des résultats, la brièveté des périodes de comparaison : ce serait ici le cas, croyons-nous, de faire usage de la méthode des déterminations *relatives*, c'est-à-dire de rapporter à quelques étoiles voisines la position des étoiles soupçonnées de posséder un mouvement propre variable.

Si l'hypothèse de Bessel se vérifiait, elle réaliserait la dernière des quatre combinaisons qui peuvent se présenter, dans les mouvements relatifs de corps opaques et de corps lumineux tournant les uns autour des autres, savoir :

Corps	opaques	tournant autour de corps	lumineux	(planètes autour du soleil).
»	»	»	opaques	(satellites autour des planètes).
»	lumineux	»	lumineux	(étoiles doubles et multiples).
»	»	»	opaques	(Sirius et Procyon).

Note sur la détermination du rayon vecteur d'une planète nouvelle; par J.-C. Houzeau, membre de l'Académie.

1. Dans l'orbite de la terre et dans celle d'une autre planète, prenons des lieux A et A′, B et B′, C et C′, contemporains deux à deux. Menons les cordes AC et A′C′ entre les points extrêmes, et les rayons vecteurs SB et SB′ des positions intermédiaires. Olbers a fait remarquer que les cordes sont coupées en P et P′ en segments sensiblement proportionnels aux temps, et c'est là le fondement de sa méthode. Nous allons faire voir que les flèches PB et P′B′ sont sensiblement réciproques aux carrés des rayons vecteurs auxquels elles appartiennent. Ce rapport, qui n'a pas été indiqué jusqu'ici, facilite la détermination de la distance d'une pla-



nète nouvelle au soleil, et, par conséquent, le calcul de ses éléments.

2. Cherchons d'abord l'expression de la flèche φ dans un cercle de rayon ρ. En supposant l'arc total ξ divisé proportionnellement aux temps t et t', et en mettant les petits arcs à la place de leurs sinus, on trouve immédiatement

$$\varphi = \tfrac{1}{2}\rho\xi^2 \frac{tt'}{(t+t')^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Dans une courbe du second ordre, nous pourrons considérer cette flèche comme celle du cercle osculateur. Or on sait qu'en appelant p le demi-paramètre, 6 l'angle héliocentrique, r' le rayon vecteur, et i l'inclinaison de ce rayon vecteur sur la normale au point que l'on considère, on a la relation exacte

$$\rho = \frac{p}{\cos^3 i},$$

et l'on peut poser, en outre, pour un arc d'une faible étendue

$$\rho\xi = \frac{r'6}{\cos i};$$

d'où l'on tire

$$\rho\xi^2 = \frac{r'^2 6^2 \cos i}{p} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Mais le paramètre d'une orbite planétaire se déduit de l'aire décrite dans l'unité de temps. Si l'on prend pour unité linéaire le demi-grand axe de l'orbite terrestre, et que l'on désigne par A la durée de l'année sidérale, par π le rapport de la circonférence au diamètre, et par μ

l'aire du secteur A′SC′, on tire des lois de Kepler l'égalité connue

$$p = \left(\frac{\mu A}{\pi(t + t')}\right)^2,$$

ou, en mettant pour μ son expression approchée $\frac{1}{2}r'^2\mathfrak{C}$,

$$p = \frac{r'^4\mathfrak{C}^2 A^2}{4\pi^2(t + t')^2}.$$

Substituant maintenant cette valeur dans (2), il vient

$$\rho\xi^2 = \frac{4\pi^2(t + t')^2 \cos i}{r'^2 A^2}.$$

Mettons ensuite pour $\rho\zeta^2$, dans la formule (1), la valeur précédente, et réduisons

$$\rho = \frac{2\pi^2 tt' \cos i}{r'^2 A^2}.$$

3. Telle est l'expression de la flèche dans le cercle osculateur, mesurée par conséquent sur la normale. Il suffira de diviser par le cosinus de l'angle i pour la projeter sur le rayon vecteur, en sorte que la valeur f que nous cherchons de P′B′ sera finalement

$$f = \frac{2\pi^2 tt'}{r'^2 A^2}.$$

Mais il est visible qu'on aurait de même dans l'orbite de la terre ou de toute autre planète,

$$F = \frac{2\pi^2 tt'}{R'^2 A^2}.$$

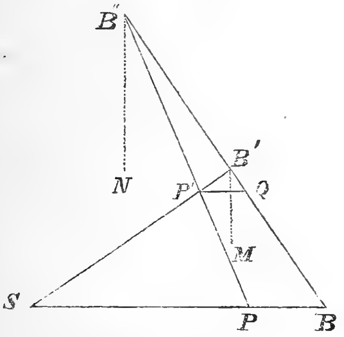
en désignant par F la flèche PB, et par R′ le rayon vecteur SB du second astre. Ainsi se vérifie le rapport

$$\frac{f}{F} = \frac{R'^2}{r'^2}$$

que nous avons annoncé.

4. On pourra introduire ce rapport, comme une condition particulière, dans la plupart des méthodes qui servent à déterminer les éléments des orbites planétaires d'après trois observations. La simplicité de cette application dépendra d'ailleurs du système de coordonnées que l'on aura choisi, et de la forme des approximations employées.

La marche qui nous a paru la plus avantageuse consiste à adopter l'écliptique pour plan de xy, à former immédiatement les équations des rayons visuels AA′, BB′, CC′, et à calculer le rapport α qui existe entre les ordonnées z et z'' des deux positions extrêmes de la planète. On détermine ensuite l'ordonnée ζ du point B″ dans lequel la flèche se réduirait à zéro. Nous rappellerons tout à l'heure les formules que l'on emploie pour ces différents objets, et sur lesquelles nous n'insisterons pas parce qu'elles sont connues.



Dans le plan qui contient le soleil S et les lieux intermédiaires B et B′ des deux corps, prolongeons le rayon visuel BB′, et la droite PP′ qui joint les pieds des flèches. Cette droite est le lieu géométrique des intersections du rayon vecteur intermédiaire et de la corde, dans l'hypothèse où les segments de celle-ci sont proportionnels aux temps. Le point B″ où les deux droites se rencontrent appartiendrait à une orbite rectiligne. L'ordonnée B″N est celle que nous avons appelée ζ; l'ordonnée B′M est z'.

Mais en menant P′Q parallèle à PB, on voit que

$$\frac{P'Q}{PB} = \frac{B''N - B'M}{B''N}, \quad \text{ou} \quad \frac{P'Q}{F} = 1 - \frac{z'}{\zeta};$$

de plus les triangles semblables P′B′Q et SB′B nous donnent

$$\frac{P'Q}{SB} = \frac{P'B'}{SB'}, \qquad \text{ou} \quad \frac{P'Q}{R'} = \frac{f}{z'};$$

d'où l'on tire, en éliminant P′Q,

$$\frac{fR'}{Fr'} = 1 - \frac{z'}{\zeta}.$$

Enfin, en vertu du rapport entre les flèches établi dans le numéro précédent,

$$\frac{R'^3}{r'^3} = 1 - \frac{z'}{\zeta},$$

ou

$$r'^3 = \frac{R'^3\zeta}{\zeta - z'}. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

5. Cette équation ne renferme que deux inconnues, savoir : le rayon vecteur r' et l'ordonnée z' qui appartiennent à la position intermédiaire de la planète. En y joignant une seconde équation entre les mêmes inconnues, le problème sera déterminé. C'est ce que nous ferons en prenant l'expression du rayon vecteur

$$r'^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2.$$

Les coordonnées x' et y' peuvent être exprimées en fonction de z', à l'aide des équations des rayons visuels, et notre seconde équation prend la forme

$$r'^2 = R'^2 + Pz' + Qz'^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

R' est toujours le rayon vecteur de la terre dans la seconde observation; et P et Q sont des coefficients numériques, qui ne dépendent que des coordonnées de la terre et des longitudes et latitudes de la planète.

On a donc, en définitive, pour déterminer r' et z', les deux équations

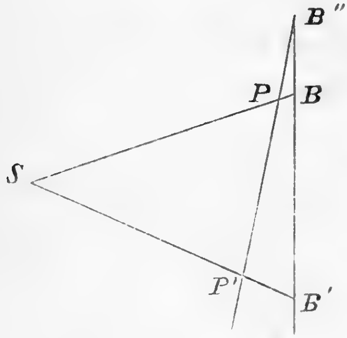
$$\left.\begin{array}{l} r'^3 = \dfrac{R'^3\zeta}{\zeta - z'}, \\ \text{et} \\ r'^2 = R'^2 + Pz' + Qz'^2 \end{array}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

La manière la plus expéditive de les traiter sera de faire des hypothèses sur z', et de corriger ces hypothèses jusqu'à ce que les valeurs de r' concourent, ce que l'on obtiendra d'ailleurs très-rapidement.

6. On reconnaît au reste, du premier coup d'œil, entre quelles limites les essais sur z' doivent être renfermés. Le signe de z' est celui de la latitude de la planète en B'. Lorsque ζ sera du même signe, il est évident que z' doit être compris entre o et ζ, c'est-à-dire que l'orbite se trouve située entre celle de la terre et celle qui serait rectiligne.

Le rayon visuel AA' qui joint les deux mobiles, et qui reste par conséquent appuyé sur les deux courbes, engendre, comme on l'a remarqué depuis longtemps, un paraboloïde elliptique. Nous ajouterons que la droite PP', qui se meut le long des cordes, donne par le mode de génération (une droite qui reste appuyée sur deux droites non contenues dans un plan) une surface hyperboloïde. La limite dont nous venons de parler est à l'intersection de ces deux surfaces.

Si z' et ζ sont de signes différents, la limite inférieure de



z' est encore o; mais la flèche P'B' tombe entre les prolongements divergents des droites B''B et B''P. Il est facile de voir néanmoins que la plus grande valeur possible de z' est inférieure à celle qui correspondrait à la condition $r' = R'$, ou $z' = -\frac{P}{Q}$. Déjà si $SB' = SB$, la flèche P'B', plus grande que PB, ne satisfait plus au rapport voulu des flèches; et en augmentant r' et z', l'incompatibilité deviendrait toujours plus grande.

Ajoutons enfin que quand ζ est extrêmement grand, on doit en conclure que B''B et B''P approchent du parallélisme, et qu'ainsi f est à peu près égal à F, et par conséquent r' diffère peu de R'.

L'application numérique aux formules (5) indiquera d'ailleurs rapidement vers quelles valeurs de z' il faut multiplier les essais. Les premières hypothèses exigeront seulement les tables à cinq décimales, et le résultat définitif ne demande qu'un travail de calcul très-limité.

7. Nous calculerons ci-dessous un exemple, choisi à dessein dans une condition fort défavorable, celle où la planète est voisine à la fois de l'opposition et de l'écliptique. Les flèches sont alors fort obliques sur les rayons visuels, et par conséquent mal déterminées.

Nous nommons

AR les ascensions droites de la planète ou comète,
D ses déclinaisons,
$\odot$ les longitudes du soleil aux mêmes instants,
R les rayons vecteurs correspondants de la terre,
enfin ω l'obliquité actuelle de l'écliptique ;

ce sont les données immédiates du problème. On renferme entre crochets [ ] les quantités qui sont représentées par leurs logarithmes.

Nous tirons du *Berliner astronomisches Jahrbuch* pour 1855, les données suivantes relatives à la planète Pallas :

Dates, 1855.			AR	D
Septembre	$21^j,5$	$t = 4^j,0$	348°56′18″,5	— 3°39′11″,6
	25,5	$t' = 4,0$	348.12.36,6	— 4.34.18,9
	29,5		347.30.55,8	— 5.28.16,0
			$\odot$	R
			178°22′42″,5	[0,001 550 9]
			182.17.53,3	[0,001 034 6]
			186.13.35,9	[0,000 540 3]

$$\omega = 23^\circ 27' 37'',2.$$

8. Prenons l'écliptique pour plan de xy, les x positifs comptés sur la droite menée du soleil au point vernal, les y positifs sur la droite menée de ce corps au point solsticial d'été, et les z positifs vers le pôle nord. Les petits caractères x, y, z désignent les coordonnées de la planète, et les capitales X, Y, Z, celles de l'observateur. Nous distinguons les positions successives en ajoutant des accents.

On peut prendre pour les coordonnées de l'observateur celles du centre de la terre

$$X = -R\cos\odot, \qquad Y = -R\sin\odot, \qquad Z = o.$$

Dans notre exemple

$$\begin{array}{ll} X = +1,005\ 129\ 5, & Y = -0,028\ 397\ 15, \\ X' = +1,001\ 578\ 8, & Y' = +0,040\ 194\ 97, \\ X'' = +0,995\ 338\ 0; & Y'' = +0,108\ 596\ 60. \end{array}$$

Les équations des rayons visuels sont de la forme

$$x = X + az, \quad y = Y + bz,$$

dans lesquelles

$$a = \frac{\cos l}{\operatorname{tang} \lambda}, \quad \text{et} \quad b = \frac{\sin l}{\operatorname{tang} \lambda},$$

en appelant l la longitude géocentrique de la planète, et λ la latitude. Mais pour éviter la transformation des coordonnées, on a coutume d'exprimer directement a et b en fonction de AR et D, et d'un angle auxiliaire ψ qui a pour expression

$$\operatorname{tang} \psi = \frac{\sin AR}{\operatorname{tang} D}.$$

On obtient alors

$$\frac{1}{a} = \operatorname{tang} AR \sin \omega (\cot \psi \cot \omega - 1), \quad b = \operatorname{tang} (\psi + \omega).$$

Ces formules, appliquées aux données qui précèdent, fournissent respectivement :

$$\begin{array}{lll} \psi = 71^\circ 35' 38'',1, & a = +\ 55,\ 091\ 75, & b = -\ 11,306\ 74, \\ \psi' = 68.\ 37.\ 34\ ,8, & a' = +122,\ 530\ 75, & b' = -\ 27,445\ 90, \\ \psi'' = 66.\ \ 6.12\ ,4; & a'' = -542,\ 386\ 37; & b'' = +131,342\ 88; \end{array}$$

et les équations des rayons visuels sont :

$$\begin{array}{l} x = +1,005\ 129\ \ 5 + \ 55,091\ 75\ z, \\ x' = +1,001\ 578\ \ 8 + 122,530\ 75\ z', \\ x'' = +0,995\ 338\ \ 0 - 542,386\ 37\ z''; \end{array}$$

$$\begin{array}{l} y = -0,028\ 397\ 15 - \ 11,306\ 74\ z, \\ y' = +0,040\ 194\ 97 - \ 27,445\ 90\ z', \\ y'' = +0,108\ 596\ 60 + 131,342\ 88\ z''. \end{array}$$

On voit en outre aisément que la latitude est boréale dans la seconde observation; donc z' sera positif.

9. La double condition des aires et du plan fournit le rapport α, démontré dans différents auteurs, entre les ordonnées z et z'', tellement que $z'' = \alpha z$:

$$\alpha = \frac{t}{t'} \cdot \frac{(a' - a)\,Y' - (b' - b)\,X'}{(a'' - a')\,Y' - (b'' - b')\,X'} \;(*).$$

Dans notre exemple

$$\alpha = - [\bar{1},006\ 929\ 4];$$

le signe — signifie que z et z'' sont situés de côtés différents de l'écliptique, comme on pouvait le reconnaître d'ailleurs par le changement de signe des latitudes.

L'ordonnée Z du pied de la flèche sera par suite βz, en faisant

$$\beta = \frac{\alpha t + t'}{t + t'};$$

et l'on obtient également, avec quelque attention, l'ordonnée ζ du point B'',

$$\zeta = \frac{(Mk + nK\beta) - (mK + Nk\beta)}{Hk - hK},$$

où l'on a posé

$$\begin{aligned}
H &= a' - a + (a'' - a')\,\alpha, & h &= b' - b + (b'' - b')\,\alpha,\\
K &= (a'' - a)\,\alpha, & k &= (b'' - b)\,\alpha,\\
M &= X'' - X' + (X' - X)\,\alpha, & m &= Y'' - Y' + (Y' - Y)\,\alpha,\\
N &= X'' - X; & n &= Y'' - Y.
\end{aligned}$$

(*) Quand les intervalles partiels sont très-inégaux, on substitue avec avantage à leur rapport $\frac{t}{t'}$ celui des triangles rectilignes compris dans l'orbite de la terre

$$\frac{X'Y'' - X''Y'}{XY' - X'Y}.$$

L'application numérique nous donne

$$\beta = + [\bar{1},652\ 435\ 6];$$

$$\begin{aligned} H &= + 135,000\ 13, & h &= - 32,273\ 35, \\ K &= + [1,783\ 251\ 4], & k &= - [1,161\ 200\ 1], \\ M &= - \ 0,006\ 083\ 3, & m &= + \ 0,061\ 432\ 10, \\ N &= - \ 0,007\ 791\ 3; & n &= + \ 0,136\ 993\ 75; \end{aligned}$$

$$\zeta = + 0,017\ 318\ 2.$$

10. Ces préparations étant effectuées, c'est maintenant le lieu de recourir à nos équations (5), qui nous feront connaître le rayon vecteur r'. On posera la première immédiatement. Pour la seconde, il faudra former les coefficients P et Q. Dans l'expression

$$r'^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2,$$

on remplace x' et y' par leurs valeurs en z' tirées des équations des rayons visuels, et observant que $X'^2 + Y'^2 = R'^2$, on obtient

$$r'^2 = R'^2 + 2(a'X' + b'Y')z' + (a'^2 + b'^2 + 1)z'^2,$$

que nous avons écrit précédemment (n° 5)

$$r'^2 = R'^2 + Pz' + Qz'^2,$$

c'est-à-dire que

$$P = 2(a'X' + b'Y'), \quad Q = a'^2 + b'^2 + 1.$$

Après la mise en nombres,

$$\begin{aligned} P &= + \quad 243,242\ 2, \\ Q &= + \ 15708,058; \end{aligned}$$

et enfin pour les deux équations (5) :

$$\left.\begin{aligned} r'^3 &= \frac{[\bar{2},241\ 606\ 1]}{0,017\ 318\ 2 - z'}, \\ r'^2 &= 1,004\ 776 + [2,386\ 039\ 0]\ z' + [4,197\ 778\ 2]\ z'^2 \end{aligned}\right\} \ldots (5)$$

11. Les limites sont :

1° Si ζ et z' sont de même signe,

$$z' = o \quad \text{et} \quad z' = \zeta;$$

2° Si ζ et z' sont de signes différents,

$$z' = o \quad \text{et} \quad z' = -\frac{P}{Q}.$$

On a déjà vu que, dans notre exemple, z' est positif comme ζ; donc limites de z' :

$$z' = o \quad \text{et} \quad z' = +\ 0,017\ 318\ 2.$$

J'essaie d'abord, en me servant des tables à cinq décimales, les trois valeurs $z' = +\ 0,005$, $z' = +\ 0,010$, $z' = +\ 0,015$, qui donnent respectivement, en les substituant dans les équations (5) :

$$\begin{array}{llll} z' = +\ 0,005, & r'^3 = [0,151\ 07], & \text{d'où} & r' = [0,050\ 36], \\ & r'^2 = [0,417\ 50], & \text{d'où} & r' = [0,208\ 75]; \\ z' = +\ 0,010, & r'^3 = [0,377\ 21], & \text{d'où} & r' = [0,125\ 74], \\ & r'^2 = [0,700\ 18], & \text{d'où} & r' = [0,350\ 09]; \\ z' = +\ 0,015, & r'^3 = [0,876\ 46], & \text{d'où} & r' = [0,292\ 15], \\ & r'^2 = [0,913\ 88], & \text{d'où} & r' = [0,456\ 94]. \end{array}$$

Ces premiers essais sont l'affaire de quelques minutes ; ils indiquent que les valeurs de r' convergent entre $z' = +\ 0,015$ et $z' = +\ 0,017$; et en traçant grossièrement les courbes, pour chercher l'intersection approchée, on se déterminera à faire les trois nouveaux essais $z' = +0{,}016\,6$, $z' = +0{,}016\,7$, $z' = +0{,}016\,8$, toujours avec les tables à cinq décimales ; ce qui donne respectivement

$$
\begin{array}{llll}
z' = +\ 0{,}016\ 6, & r'^3 = [1{,}385\ 36], & \text{d'où} & r' = [0{,}461\ 79], \\
 & r'^2 = [0{,}972\ 56], & \text{d'où} & r' = [0{,}486\ 28]; \\
z' = +\ 0{,}016\ 7, & r'^3 = [1{,}450\ 48], & \text{d'où} & r' = [0{,}483\ 49], \\
 & r'^2 = [0{,}976\ 10], & \text{d'où} & r' = [0{,}488\ 05]; \\
z' = +\ 0{,}016\ 8, & r'^3 = [1{,}527\ 11], & \text{d'où} & r' = [0{,}509\ 04], \\
 & r'^2 = [0{,}979\ 63], & \text{d'où} & r' = [0{,}489\ 81].
\end{array}
$$

On en conclut aisément que z' est renfermé entre $+\ 0{,}016\ 72$ et $+\ 0{,}016\ 73$, et l'on opérera ces deux derniers essais en se servant des tables à sept décimales, pour en conclure la valeur définitive, comme suit :

$$
\begin{array}{llll}
z' = +\ 0{,}016\ 72, & r'^3 = [1{,}464\ 759\ 7], & \text{d'où} & r' = [0{,}488\ 253\ 2], \\
 & r'^2 = [0{,}976\ 802\ 9], & \text{d'où} & r' = [0{,}488\ 401\ 4]; \\
= +\ 0{,}016\ 73, & r'^3 = [1{,}472\ 081\ 1], & \text{d'où} & r' = [0490,\ 693\ 7], \\
 & r'^2 = [0{,}977\ 155\ 7], & \text{d'où} & r' = [0{,}488\ 577\ 8].
\end{array}
$$

et par les parties proportionnelles

$$z' = +\ 0{,}016\ 720\ 65, \quad r' = [0{,}488\ 413\ 0] = 3{,}079\ 024.$$

Ce rayon vecteur diffère de celui du *Jahrbuch* de 0,006 32, ou $\frac{1}{487}$ seulement de sa valeur. Il répondrait à un point de l'orbite situé entre la deuxième et la troisième observation, contenu, par conséquent, dans l'étendue de l'arc héliocentrique que l'on s'était donné.

12. La position absolue de la planète dans l'espace se trouve déterminée par ce qui précède. Le calcul des éléments de l'orbite n'offre plus alors de difficulté. Pour compléter cette note au point de vue pratique, nous in-

diquerons la manière la plus simple de l'effectuer, en tirant parti des quantités que nous avons déjà calculées, et sans recourir à des systèmes différents de formules ou de coordonnées.

Après avoir obtenu, comme on l'a fait dans le n° 11, l'ordonnée z' du second lieu B′ de la planète, on passe à l'ordonnée Z du pied P′ de la flèche en observant que $\frac{z'}{Z} = \frac{r'}{r'-f}$, d'où

$$Z = z'\left(1 - \frac{f}{r'}\right).$$

Or, on a vu (n° 3) que

$$f = \frac{2\pi^2 tt'}{r'^2 A^2};$$

donc

$$\frac{f}{r'} = \frac{2\pi^2}{A^2} \cdot \frac{tt'}{r'^3} = [\bar{4},170\ 13]\ \frac{tt'}{r'^3}.$$

Dans notre exemple,

$$\frac{f}{r'} = [\bar{5},909\ 01], \quad \text{et} \quad Z = +[\bar{2},223\ 217\ 9].$$

Mais on a aussi $Z = \beta z$ (n° 9), d'où l'on tire la valeur de z et par suite celle $z'' = \alpha z$:

$$z = +\ 0,037\ 220\ 51, \qquad z'' = -\ 0,003\ 781\ 91;$$

et aussitôt, à l'aide des équations des rayons visuels,

$$x = +\ 3,053\ 672\ 1, \qquad x'' = +\ 3,046\ 597\ 0,$$
$$y = -\ 0,449\ 239\ 7, \qquad y'' = -\ 0,388\ 130\ 9;$$

enfin, en vertu de la relation $\quad r^2 = x^2 + y^2 + z^2$,

$$r = 3,086\ 764, \qquad r'' = 3,071\ 224.$$

Nous négligeons les coordonnées du lieu intermédiaire, dont nous n'aurons plus besoin par la suite.

On voit déjà que la planète va en se rapprochant du soleil, et que, par conséquent, elle n'a pas encore atteint son périhélie.

13. La situation du plan de l'orbite résulte de ces premières déterminations. Des différentes manières de l'obtenir, nous préférerons celle qui recourt immédiatement à la trigonométrie sphérique, parce que les longitudes et les latitudes héliocentriques nous seront encore nécessaires par la suite. Soient donc L et Λ ces coordonnées, telles que

$$\text{tang } L = \frac{y}{x}, \qquad \sin \Lambda = \frac{z}{r},$$

on sait que la longitude N du nœud ascendant et l'inclinaison I de l'orbite, comptée de 0° à 180°, résultent des relations

$$\sin N \text{ tang } I = \frac{\text{tang } \Lambda'' \sin L - \text{tang } \Lambda \sin L''}{\sin (L'' - L)},$$

et

$$\cos N \text{ tang } I = \frac{\text{tang } \Lambda'' \cos L - \text{tang } \Lambda \cos L''}{\sin (L'' - L)}.$$

Dans notre exemple

$$L = 351^\circ 37' 51'',56. \qquad \Lambda = +\ 0^\circ 41' 27'',2,$$
$$L'' = 352.44.23\ ,04; \qquad \Lambda'' = -\ 0.\ 4.14\ ,0;$$

d'où

$$\sin N \text{ tang } I = +\ [\bar{2},944\ 584\ 7],$$

et

$$\cos N \text{ tang } I = -\ [\bar{1},833\ 252\ 8];$$

et enfin

$$N = 172^\circ 38' 13'', \quad \text{et} \quad I = 34^\circ 28' 57''.$$

Le mouvement est *direct* toutes les fois que $I < 90^\circ$.

Les angles σ et σ'' des rayons vecteurs avec la ligne des nœuds, dans le plan de l'orbite, ont pour expression

$$\sin\sigma = \frac{\sin\Lambda}{\sin I}.$$

Ici

$$\sigma = 178^\circ 46' 46'',58, \quad \text{et} \quad \sigma'' = 180^\circ 7' 28'',63;$$

et l'arc héliocentrique 6, égal à leur différence $\sigma'' - \sigma$, est

$$6 = 1^\circ 20' 42'',05.$$

14. L'aire du secteur héliocentrique A′SC′ fait connaître ensuite le paramètre de l'orbite. L'aire du triangle rectiligne compris dans ce secteur serait $\frac{1}{2}\, rr'' \sin 6$. On pourra souvent se contenter de cette expression approximative, que l'on rendrait d'ailleurs un peu plus approchée en y substituant $\frac{1}{2}\, rr''\, \frac{6 + \sin 6}{2}$. Alors le demi-paramètre p est déterminé par la formule

$$p = \frac{A^2}{16\pi^2}\left(\frac{rr''}{t+t'}\right)^2 \cdot (6 + \sin 6)^2 = [2{,}926\,775\,6]\left(\frac{rr''}{t+t'}\right)^2 \cdot (6 + \sin 6)^2.$$

Dans notre exemple

$$p = 2{,}614\,890.$$

Maintenant on sait que les anomalies vraies qui correspondent aux rayons vecteurs r et r'' résultent des formules exactes

$$\tan v = \cot 6 - \frac{1}{\sin 6} \cdot \frac{r}{r''} \cdot \frac{p - r''}{p - r},$$

$$\tan v'' = -\cot 6 + \frac{1}{\sin 6} \cdot \frac{r''}{r} \cdot \frac{p - r}{p - r''}.$$

Avant le passage par le périhélie l'angle v est négatif; il est positif après le passage. Dans notre exemple

$$\begin{aligned} v &= -\ 130°12'45'', \\ v'' &= -\ 128.52.\ 5. \end{aligned}$$

L'arc héliocentrique $v'' - v$ présente une différence de $2''$ avec l'angle 6; pour la faire disparaître, nous en porterons la moitié sur chacune des anomalies, et nous adopterons

$$\begin{aligned} v &= -\ 130°12'46'', \\ v'' &= -\ 128.52.\ 4. \end{aligned}$$

La distance du nœud au périhélie est $\Pi = \sigma - v$, et la longitude π du périhélie sur l'orbite, $\pi = N + \Pi$, savoir

$$\Pi = 308°59'33'', \qquad \pi = 121°37'46''.$$

Jusqu'ici l'on n'a fait aucune hypothèse sur la nature de la conique décrite par la planète, et les formules conviennent à une orbite ouverte comme à une orbite fermée.

15. L'excentricité résultera des données. Il suffit de prendre l'équation polaire des courbes du second ordre

$$e = \frac{p - r}{r \cos v}.$$

On a pareillement, comme vérification,

$$e = \frac{p - r''}{r'' \cos v''}.$$

La valeur, concordante des deux parts, est dans notre exemple

$$e = 0{,}236\ 777.$$

Le demi-grand axe

$$a = \frac{p}{1 - e^2}, \qquad \text{ici} \quad [0,442\,510\,6]$$

le moyen mouvement m et la durée Θ de la révolution, M et A étant les mêmes choses pour la terre,

$$m = \frac{M}{a^{\frac{3}{2}}} = \frac{[3,550\,007\,3]}{a^{\frac{3}{2}}}, \quad \Theta = Aa^{\frac{3}{2}} = [2,562\,597\,7]\; a^{\frac{3}{2}}.$$

Les logarithmes des constantes supposent M exprimé en secondes sexagésimales, et A en jours moyens. Dans notre exemple,

$$m = 354'',819, \quad \Theta = 1684^{j},08.$$

16. Il reste enfin à fixer l'époque du passage par le périhélie. Pour la première fois nous avons à distinguer ici le genre de la courbe, suivant que e est plus petit ou plus grand que 1. Dans le premier cas ou l'*ellipse*, on recourra à l'anomalie excentrique u,

$$\tan \tfrac{1}{2} u = \sqrt{\frac{1 - e}{1 + e}} \cdot \tan \tfrac{1}{2} v,$$

et nommant τ l'instant d'une observation, l'époque T du passage par le périhélie résultera de l'équation

$$T = \tau - \frac{u - e \sin u}{m}.$$

Dans notre exemple, on a par v et par la position du 21,5 septembre,

$$u = 118^\circ 51' 26'', \qquad T = 1857\ 33^{j},932\,9;$$

par v'' et la position du 29,5 septembre,

$$u = 117^\circ 19' \; 7'', \qquad T = 1857 \;\; 53^j,932\,2;$$

et prenant la moyenne de ces deux valeurs de T on peut adopter

$$T = 1857 \;\; 53^j,932\,5.$$

Dans le second cas ou l'*hyperbole*, lorsque $e > 1$, on emploiera les formules

$$\operatorname{tang} \tfrac{1}{2} u = \sqrt{\frac{e-1}{e+1}} \cdot \operatorname{tang} \tfrac{1}{2} v,$$

et

$$T = \tau - \frac{Q \log \operatorname{tang} (u + 45^\circ) - e \operatorname{tang} u}{m},$$

où Q est le facteur constant 2,302 585 qui sert à convertir les logarithmes vulgaires en logarithmes hyperboliques.

17. Lorsqu'on voudra se borner à l'hypothèse de la *parabole*, ou $e = 1$, comme on a l'habitude de le faire pour la plupart des comètes, on pourra recourir avec avantage aux tables générales, dans lesquelles l'anomalie est calculée d'après l'argument $\frac{r}{2p}$. Quelle que soit la marche que l'on suive, l'introduction de la condition particulière

$$\frac{f}{F} = \frac{R'^2}{r'^2}$$

est de nature à abréger et à faciliter les premiers calculs.

Sur les indices de réfraction; par M. Ch.-V. Zenger.

TABLEAU des indices de réfraction moyenne de la lumière et des angles de polarisation observés, et calculés par M. Zenger, d'après les formules : $\mu = \sqrt{\frac{r}{s}}$, *et* $\tang \beta = \mu$.

(Les lettres signifient : μ, indice de réfraction moyenne; β, angle de polarisation; s, chaleur spécifique; r, distance moléculaire. Cette distance r est $= \sqrt[3]{V} = \sqrt[3]{\frac{P}{9.D}}$; où V est le volume moléculaire; D, le poids spécifique, et P le poids atomique rapporté à celui de l'hydrogène pris pour unité, et ensuite à l'eau par la division par 9. Les noms des observateurs sont indiqués comme suit : *Herschel* par H; *Eisenlohr* par E; *Regnault* par R; *Desains* par De; *Brewster* par Br.

CORPS.	r	s	β observé.	β calculé.	μ observé.	μ calculé.	OBSERV.
Soufre α . . .	0,958	0,20259	63° 2',5	65° 18',15"	2.1486	2.1746	Br.
»	0,9544	0,20259	»	65 18,15	»	2.1705	Br.
Soufre β . . .	0,9544	0,2068	»	65 2,30	»	2.1484	Br.
Sélène	1,200	0,07616	—	75 51.55	—	3.9694	
»	1,200	0,0837	—	75 13,10	—	3.7864	
Phosphore α.	1,197	0,17886	67° 5,2	68 52,36	2.4247	2.6186	E.
»	»	0,194	»	68 4,23	»	2 4842	
»	»	0,2045	»	67 32,21	»	2.4196	
Carbone α . .	0,728	0,1469	65 52,3	65 48,38	2 224	2 224	Br.
»	0,728	0,1192	68 6'	68 11,52	2.484	2.4999	H.
Carbone β. .	0,838	0,20010	65 48,3	64 27, 0	2.2406	2.0921	H.
Carbone γ . .	0,838	0,24150	62 32,5	62 52,30	1.9206	1.9541	
Bore α	0,768	0,16992	64 48,6	65 5,30	2.154	2.1268	De.
Bore β. . . .	0,768	0,19600	»	63 8, 0	—	1.9740	
Silicium . . .	0,973	0,08010	—	73 53,30	—	3.4860	
Fer.	0,735	0,10379	771°	68 31,30	2.9052	2.5416	H.
Mercure . . .	0,9350	0,0333	76 30'	79 12, 0	5.8296	5.2460	H.
Argent. . . .	1,045	0,05071	—	77 54,42	—	4.5406	
Platine. . . .	0,798	0,03243	—	78 56,12	—	4.9610	
Plomb	1,005	0,03140	—	79 58,12	—	5.6580	
Bismuth . . .	1,056	0,03084	78 38,3	80 18, 8	4.9554	5.8516	R.
Étain.	0,972	0,05623	—	76 25, 0	—	4.1576	
Zinc	0,801	0,09555	—	70 58, 0	—	2.8980	
Natrium . . .	2,063	0,29340	—	70 20,15	—	2.6520	
Potassium . .	1,713	0,18080	—	72 0,14	—	3.0784	
Arsenic. . . .	1,118	0,08740	73 38	74 55,58	3.40'50"	3.6220	
Antimoine . .	1,258	0,03077	78 24	78 38,30	4.8680	4.978	R.
Tellure. . . .	1,045	0,04737	77 0,0	77 28,36	4.3333	4.502	
Or	1,041	0,03244	750	79 59,42	—	5.6680	

Ce tableau appartient au mémoire adressé à l'Académie par M. Zenger, et en a été extrait par M. Gloesener.

Note sur un opuscule peu connu de Simon Stevin, de Bruges. Lettre à M. Ad. Quetelet, par M. P.-L. Gilbert, professeur à l'Université de Louvain.

« Monsieur,

» Dans la notice que j'ai consacrée au mathématicien louvaniste Adrianus Romanus, j'ai fait l'observation que, d'après le témoignage de ce géomètre remarquable, Ludolph van Collen, connu par plusieurs ouvrages et par l'expression du rapport π avec 35 décimales, aurait été en possession d'une méthode pour la résolution des équations numériques de tous les degrés, par approximation (1). En continuant les recherches que j'avais entreprises sur les travaux de Romanus, et en parcourant les ouvrages de sa bibliothèque qui se trouvent à Louvain, j'ai rencontré un opuscule de Simon Stevin, qui me paraît avoir échappé aux recherches des biographes de l'illustre mathématicien brugeois, et où j'ai trouvé la confirmation complète de ce fait, qui intéresse l'histoire de la science dans les Pays-Bas.

» Cet opuscule fait partie d'un volume qui renferme l'*Arithmétique* de Stevin; sa traduction des quatre premiers livres de l'algèbre de Diophante; la *Pratique* d'arithmé-

(1) Voy. *Revue catholique*, mai 1859. — « Mihi saepe asseruit, reque « ipsa comprobavit, non posse tot inter se aequari quantitates algebraïcas, « etiamsi viginti vel triginta proponerentur, quin valorem singularum in « numeris vulgaribus possit exhibere, etiamsi quantitates quaesitae absurdo « (ut vocant) numero exprimi debeant. » *Methodus Polygonorum*, authore A. Romano, in Praef.

tique, la *Disme*, le *Traité des incommensurables grandeurs*, le tout écrit en français et imprimé à Leyde en 1585 (1); puis l'algèbre de Gosselin, en latin. Ces divers écrits sont reliés ensemble avec l'estampille de Romanus. On sait qu'une nouvelle édition de ces ouvrages de Stevin fut faite à Leyde en 1625 par les soins d'Albert Girard (2), qui réunit enfin, en 1634, tous les travaux mathématiques de Stevin et les publia, à Leyde, en un volume in-folio (3) : cette dernière édition est en quelque sorte l'édition classique des œuvres du géomètre de Bruges, mais, non plus que la précédente, elle ne renferme l'opuscule qui fait l'objet de cette note.

» Dans la notice que vous même, Monsieur, avez consacrée à cet homme éminent (4), vous vous êtes plus attaché à caractériser l'ensemble de ses découvertes et de ses idées qu'à donner le détail de ses écrits; mais celle de M. Goethals, qui est assez étendue et où se trouvent des indica-

---

(1) L'*Arithmétique de Simon Stevin de Bruges*, contenant les computations des nombres arithmétiques ou vulgaires; aussi l'algèbre avec les équations de cinq quantités; ensemble les quatre premiers livres d'algèbre de Diophante d'Alexandrie, maintenant premièrement traduits en françois; encore un livre particulier de la Pratique d'arithmétique contenant entre autres les Tables d'intérêt, la Disme, etc... A Leyde, de l'imprimerie de Christophe Plantin, CIϽ IϽ LXXXV, in-8°.

(2) L'*Arithmétique de Simon Stevin de Bruges*, reveuë, corrigée et augmentée de plusieurs traictés et adnotations, par Albert Girard Samielois, mathématicien. A Leyde, de l'imprimerie des Elzevirs, CIϽ ICXXV, in-8°.

(3) Les *OEuvres mathématiques de Simon Stevin de Bruges*, où sont insérées les mémoires mathématiques esquelles s'est exercé le très-haut et très-illustre prince Maurice de Nassau, prince d'Aurenge, etc... Le tout reveu, corrigé et augmenté par Albert Girard Samielois, mathématicien A Leyde, chez Bonaventure et Abraham Elzevier, imprimeurs ordinaires de l'Université, CIϽ IϽCXXXIV, in-folio.

(4) Simon Stevin, notice par M. Quetelet, dans *Les Belges illustres*, t. III, p. 117.

tions très-complètes sur les œuvres de Stevin (1), ne mentionne pas cet opuscule; il en est de même des nombreuses notices sur Stevin qu'il m'a été possible de parcourir. Je suis donc porté à croire qu'il n'a pas été connu de ceux qui ont recueilli avec le plus de soin les travaux de l'illustre Brugeois, et comme le moindre fragment sorti de cette plume puissante doit être soigneusement conservé, j'ai pensé que l'Académie verrait avec plaisir une analyse de celui-ci, qui est probablement fort rare.

» Cet opuscule, sans nom d'imprimeur, a pour titre : *Appendice algébraique de Simon Stevin, de Bruges, contenant règle générale de toutes équations. 1594.* Les premières lignes indiquent suffisamment son objet :

« Nous avons descrit, l'an 1585, une arithmétique contenant entre autres l'algèbre avec les équations que nous
» estimions alors être trouvées. Mais ayant puis après inventé une règle générale de toutes quantités proposées
» pour en trouver la valeur de 1 (I) ou parfaictement (2),
» ou par infini approchement, c'est-à-dire qu'elle diffère
» si peu du vray qu'on ne sauroit donner nombre si petit
» que la différence ne se prouvera moindre, il m'a semblé
» convenable pour faire chose agréable aux gens studieux
» d'icelle matière, de divulguer la mesme invention comme
» appendice de la susdite algèbre, déclarant le contenu
» par telle proposition comme s'ensuit. »

» C'est donc une méthode pour la résolution numérique des équations de tous les degrés.

---

(1) *Notice historique sur la vie et les travaux de Simon Stevin, de Bruges*; par F. Goethals, bibliothécaire de la ville de Bruxelles. Bruxelles, 1841.

(2) On sait que le signe (I) désigne l'inconnue dans les écrits de Stevin.

» Stevin énonce d'abord le problème qu'il entend traiter par sa méthode : c'est une équation numérique du troisième degré qui s'écrirait, au moyen de nos signes actuels :

$$x^3 = 300\,x + 33.915.024.$$

La marche qu'il emploie pour résoudre cette équation (marche qui s'applique d'ailleurs, comme il a soin de le faire observer, à une équation d'un degré quelconque) est un procédé de tâtonnements successifs adroitement dirigés, dont voici l'analyse. Stevin cherche en premier lieu combien l'inconnue x aura de chiffres entiers, en attribuant successivement à x les valeurs 1, 10, 100, 1000, etc. La supposition $x = 100$ rendant le premier membre plus petit que le second, et $x = 1000$ l'inverse, il conclut que x est compris entre 100 et 1000, et a, par conséquent, trois chiffres entiers. Il cherche donc le chiffre des centaines, qui doit être l'un des suivants :

$$1,\quad 2,\quad 3,\ \ldots\ 9,$$

en faisant $x = 100$, $x = 200$, $x = 300$, etc..., et il s'assure, comme ci-dessus, que $x = 300$ est trop peu, que $x = 400$ est trop; ce qui prouve que le premier chiffre à gauche de la valeur de x est 3. De même, le second chiffre, celui des dizaines, est 0 ou 1, 2, 3,... 9 : il essaye successivement chacun d'eux, et, comme ci-dessus, il trouve que x est compris entre 320 et 330, donc le chiffre des dizaines est 2. Enfin, le chiffre des unités est encore à trouver, et il suffit d'essayer 0, 1, 2, 3,..., pour reconnaître que 4 est le chiffre cherché, et que 324 est la valeur exacte de x.

» Ce tâtonnement régulier conduit à la valeur exacte de x, lorsque l'inconnue est un nombre entier; mais, comme l'observe Stevin, si l'inconnue est un nombre fractionnaire ou incommensurable, il fera d'abord connaître la partie entière, et on le continuera facilement de manière à trouver la valeur exacte de l'inconnue ou à en approcher indéfiniment. Stevin considère, au lieu de l'équation précédente, celle-ci :

$$x^3 = 300\,x + 33.900.000$$

et obtient, par la méthode précédente, 323 pour partie entière de x. Ce nombre étant trop petit, il l'écrit sous la forme : $\frac{3230}{10}$, et cherche parmi les chiffres 1, 2, 3... 9, celui qu'il doit substituer à 0, au numérateur; cela se fait par des substitutions successives comme ci-dessus et sans plus de difficultés. Après l'avoir trouvé, s'il veut pousser l'approximation plus loin, il multiplie de nouveau par 10 les deux termes de la fraction déjà trouvée, et obtient ensuite le chiffre des centièmes de la même manière; en sorte que l'on a le moyen d'approcher indéfiniment de la valeur de x. Il est à remarquer que, dans ce calcul, Stevin ne fait pas usage de la notation des fractions décimales qu'il avait proposée dans sa *Disme*.

» Viennent ensuite quelques observations sur le cas où l'inconnue est un « rompu », c'est-à-dire une fraction moindre que l'unité, cas qui se traite d'une manière tout à fait analogue; toutefois, Stevin observe que certaines fractions ne pourront être données, dans sa méthode, que par une approximation indéfinie.

» Le tâtonnement proposé par S. Stevin est, on le voit, assez ingénieux; il n'exige que des calculs simples et peut conduire rapidement à la valeur de l'inconnue, en adoptant certaines simplifications que l'habitude montre bien vite. Il est vrai que Stevin ne s'occupe pas de la multiplicité des racines, ni des modifications qu'elle entraîne nécessairement dans sa méthode; mais il n'en reste pas moins curieux qu'il ait donné un procédé pour résoudre numériquement les équations de tous les degrés, à une époque où ce problème était à peine soupçonné.

» Une note termine cet opuscule :

« Mon especial et familier ami, maistre Ludolph van
» Collen, m'a dict d'avoir aussi inventé une manière gé-
» nérale des équations, voire il l'a prouvé en effect par
» certaines questions fort difficiles par lui solvées. La-
» quelle son invention il a promis de divulguer. »

» Cette note confirme d'une manière complète le fait que j'avais avancé d'après Romanus; mais rien ne m'a indiqué jusqu'ici quelle était cette invention de van Collen. »

Sur la découverte d'ossements fossiles faite à Saint-Nicolas. Lettre de M. le docteur Van Raemdonck, communiquée à la classe par M. Ad. Siret, correspondant de la classe des beaux-arts.

« Conformément à vos désirs, je vous envoie un premier inventaire des ossements fossiles qu'on vient de découvrir, en cette ville, dans la pièce de terre où l'on construit l'usine au gaz. Je compléterai mon inventaire lorsque les fouilles seront entièrement achevées.

» A une profondeur de 4 mètres seulement, dans la dernière zone du sable mouvant (que nos ouvriers terrassiers appellent *kwelmgrond*), presque immédiatement avant la couche argileuse, on a trouvé :

» *Pièces de la tête.*— 1° Une grande pièce d'un poids considérable, dont le diamètre antéro-postérieur mesure 25 centimètres, portant à sa surface des anfractuosités, des ouvertures, des rainures et conduits organisés : cette pièce me semble un fragment de la moitié droite de l'os maxillaire supérieur.

» 2° Une autre pièce moins grande, arquée, pourvue de deux tubérosités en guise de cornes, dont le diamètre transversal a 20 centimètres : cette pièce, quoique n'ayant pu être ajustée jusqu'ici, me paraît cependant appartenir à la première.

» 3° Dix-neuf autres pièces, de formes variées et de moindre volume, que je suppose également devoir faire partie de la tête de l'animal.

» *Dents.* — 4° Un grand nombre de dents aplaties et coupées en angle, pointues, à bords dentelés comme une scie, de grandeurs différentes, couvertes de leur vernis d'ivoire encore intact, sessiles ou peu profondément implantées dans les os de la bouche.

» 5° Deux pièces allongées, dont la plus longue mesure 49 centimètres et a une largeur de 6 ½ centimètres, légèrement courbées sur le plat, sans ivoire, mais d'une texture plus compacte que celle des autres ossements : je les considère comme des fragments de la mâchoire inférieure.

» *Vertèbres.* — 6° Trente-huit vertèbres des diverses régions de la colonne vertébrale; une d'elles possède encore son cartilage intra-articulaire; les unes sont cylindriques, les autres comprimées; presque toutes portent leurs apophyses épineuses et transverses, ainsi que les ouvertures pour le passage des nerfs spinaux. Pour donner une idée de leur volume, je vous indiquerai les dimensions de la plus grande d'entre elles : le corps de la plus grande vertèbre mesure 20 centimètres de haut sur 52 centimètres de circonférence. On peut en conclure que ces fossiles appartiennent à des animaux de proportion colossale.

» *Membres.* — 7° Deux pièces dont les têtes articulaires sont intactes et prouvent une articulation faible, non faite pour la marche : j'en augure que le milieu où vivait l'animal était l'eau et non l'air, ou du moins qu'il était amphibie. Ces pièces paraissent évidemment appartenir aux membres qui, je pense, étaient des nageoires.

» *Côtes.* — 8° Un très-grand nombre de pièces aplaties, plus ou moins courbées sur le plat, de longueurs très-variées, qui ont probablement fait partie des côtes.

» *Varia.* — 9° Un nombre très-considérable de pièces fragmentaires que je ne suis pas encore parvenu à ajuster.

Ces os sont carbonisés, quelques-uns pétrifiés et très-pesants, spongieux, absorbant rapidement une masse d'eau; la trame cellulaire existe intacte.

Tous ces débris seront demain transportés dans une chambre de l'hôtel de ville que j'ai demandée à cette fin. J'ai jusqu'ici trop peu d'éléments pour me fixer sur le genre de l'animal : il me serait agréable de me mettre en rapport avec un de nos savants académiciens, afin de profiter de ses lumières (1).

Notice sur le PILOBOLUS CRYSTALLINUS; par Eug. Coemans.

Le *Pilobolus crystallinus* est un de ces jolis et intéressants champignons qui, tant par l'élégance de leurs formes que par leur organisation singulière, attirèrent de

---

(1) C'est à la suite de la communication de la lettre précédente que MM. Nyst, De Koninck et Van Beneden ont été invités à faire des rapports, lesquels sont insérés pp. 107-123.

bonne heure l'attention des botanistes ; aussi le trouvons-nous décrit et figuré dans un grand nombre d'ouvrages de mycologie. Tode, le premier, et après lui Dickson, Nees von Esenbeck, Bulliard, Persoon et Chevallier en donnèrent des dessins plus ou moins fidèles (1) ; mais son anatomie et son organisation intérieure ne furent, du moins à notre connaissance, l'objet d'aucune étude spéciale. Nous ne trouvons pas même cette plante dans le grand ouvrage de Corda sur les champignons.

Le *Pilobolus crystallinus* est généralement assez rare : je le trouvai pour la première fois en abondance, à la fin du mois d'août de cette année, sur des bouses de vache, dans plusieurs prés aux environs de Gand. Comme ce petit champignon reparaît d'ordinaire plusieurs jours de suite, j'eus l'occasion d'observer et d'étudier à l'aise son développement et son organisation intime, et ils m'ont paru assez remarquables pour mériter de faire l'objet d'une notice spéciale.

Le *Pilobolus* pourrait être compté parmi les champignons nocturnes. C'est l'après-midi ou vers le soir qu'il commence à se montrer sous forme de petits points jaunes. Il est facile, à l'aide de la loupe, d'observer toutes les phases de son développement. D'abord ces petits points jaunes s'allongent et deviennent de petites massues de même couleur et d'une hauteur de 3 à 4 millimètres : on les prendrait alors pour de jeunes clavaires. Mais insensiblement le sommet de ces massues se gonfle et devient globuleux ; le pédicelle qui le supporte perd en même temps sa couleur primitive, devient clair et cristallin, et le

(1) Les figures de Nees et de Chevallier sont particulièrement mauvaises.

globule terminal conserve seul la couleur jaunâtre. Cette coloration, cependant, n'est que passagère : le jaune passe bientôt au bistre et celui-ci au noir violet.

La plante alors a déjà acquis une hauteur de 6 à 7 millimètres, qui est sa hauteur normale, et il ne lui a fallu que 6 à 7 heures pour atteindre cette limite de croissance. Le reste de la nuit, la plante gagne en ampleur; le sommet du pédicelle globulifère, primitivement à peine élargi à sa partie supérieure, se dilate en une espèce de cupule allongée et gracieuse, un peu rétrécie au sommet : on dirait un verre sur pied de cristal, qui supporte une boule de belle ébène.

Le globule, à cette époque, a sensiblement perdu de sa forme sphérique primitive; il s'est aplati et paraît formé de deux hémisphères superposés et se rejoignant sous un rebord un peu saillant.

C'est ainsi qu'on trouve la jeune plante au lever du soleil, brillante de fraîcheur et toute chargée de gouttelettes cristallines et tremblotantes, qui lui donnent un aspect charmant. Mais ces grâces et cette beauté doivent disparaître avec le jour : vers 8 ou 9 heures, quand le soleil s'est élevé, et que la lumière a acquis une certaine intensité, on voit ces cupules légères crever les unes après les autres, projetant perpendiculairement, et avec une certaine force, leurs petits globules sporifères. Vers 10 heures, on ne trouve souvent plus que les pellicules desséchées de ce champignon éphémère.

Si l'on examine maintenant au microscope les différentes phases de ce développement, on voit la plante suivre une véritable série graduée de formes, dont nous retracerons ici les plus remarquables :

1° La forme primitive du champignon est celle d'une petite vésicule arrondie ou ovoïde, remplie d'un protoplasma jaunâtre qui lui communique cette couleur. (Fig. 1.)

Ce protoplasma se compose d'un liquide aqueux, de granules généralement arrondies, dont quelques-unes ressemblent parfaitement à des vacuoles, et d'un principe colorant, qui est une huile épaisse d'un jaune vif et pur. Cette forme a été prise à tort par M. Léveillé pour un Sclerotium donnant naissance au *Pilobolus* (1).

2° La vésicule primitive émet une ou deux radicelles, plus claires que la vésicule, qui, remplie de protoplasma, reste longtemps opaque. (Fig. 2.)

3° La vésicule fortifie et développe son système radicellaire ou descendant, qui se sépare d'elle par une cloison très-marquée. La partie supérieure de la racine forme alors une grande cellule conique plus claire que la vésicule. (Fig. 3, *a*.)

En même temps le sommet opposé s'allonge et prend également la forme conique; il est sensiblement plus clair que le reste de la vésicule : c'est le pédicelle ou système ascendant qui commence à se former. (Fig. 3, *b*.)

4° Le système radicellaire subit peu de modification, mais le pédicelle s'allonge rapidement; un protoplasma abondant le remplit tout entier. (Fig. 4.)

C'est sous cette forme que nous voyons ordinairement la plante percer la bouse de vache.

5° Nous ne parlerons plus du système radicellaire, qui ne change plus guère. Le pédicelle, au contraire, s'allonge et se renfle en massue. Ce renflement est dû au protoplasma qui monte et se condense visiblement à sa partie supérieure. (Fig. 5.)

---

(1) Léveillé, *Mémoire sur le gen. Sclerotium* : ANN. DES SC. NAT., t. XX. (1843.)

Cette forme et celle qui précède sont très-propres à observer le phénomène de l'endosmose : la membrane cellulaire étant très-perméable aux liquides, on voit des courants très-marqués s'établir à travers la paroi de cette grande cellule.

6° Le pédicelle se renfle de plus en plus à sa partie supérieure, qui finit par devenir sphérique. Tout le protoplasma s'est porté vers ce sommet, qui est distendu et particulièrement opaque. Le pédicelle, au contraire, est devenu clair, et ne renferme plus qu'une faible portion de protoplasma : un liquide hyalin l'a remplacé. (Fig. 6.)

7° La plante ne présentait jusqu'alors que deux grandes cellules, la cellule radicale et la cellule caulinaire; une troisième cellule vient se former à cette époque : c'est la cellule sporifère. Pour la former, le sommet du pédicelle s'étrangle, et une cloison, d'abord mince et fragile, vient le séparer du reste de la plante. (Fig. 7.)

Une partie du protoplasma non utilisée, mais peu considérable, reste souvent dans la cupule du pédicelle, et en occupe le fond sous forme de bande jaune; le reste, placé au-dessus de la cloison sous-globulaire, s'épaissit et se modifie insensiblement en spores.

8° Dans la plante adulte, le pédicelle est clair et à peu près transparent; son sommet forme une cupule élégante que surmonte un globule noir et brillant. Ce globule paraît d'abord à demi plongé dans la cupule; mais insensiblement il s'élève et finit par paraître superposé. Sa moitié supérieure est foncée et son contour légèrement anguleux; sa moitié inférieure, plus pâle et d'un jaune verdâtre, se perd dans la cupule. (Fig. 8.)

Les gouttelettes cristallines qui couvrent la plante à ses différents âges ont, peut-être, une double origine; elles proviennent en grande partie du liquide interne traversant la paroi cellulaire en vertu d'une pression intérieure qui doit être assez considérable, et rougissent le papier de tournesol, comme le fait le liquide contenu dans la plante. Mais elles doivent aussi quelquefois leur abondance aux substances aqueuses qui s'évaporent alentour et se condensent sur les *Pilobolus*. Aussi ai-je remarqué que ces gouttelettes étaient moins nombreuses, surtout à la partie supérieure des cupules, quand les bouses de vache, qui servent de sol à la plante, avaient été préalablement desséchées.

La membrane cellulaire du *Pilobolus* est formée de cellulose; elle résiste aux acides et à l'action de la potasse caustique. L'oxyde de cuivre ammoniacal ne la dissout pas. L'iode la colore en rose pâle, et l'addition d'acide sulfurique lui donne une teinte fauve. L'acide nitrique décolore rapidement la partie supérieure du globule; on voit très-bien, sous le microscope, se détacher les globules pigmentaires auxquels cette partie doit sa coloration.

Cette membrane cellulaire, en apparence si fine et si délicate, est néanmoins encore double. Si on laisse macérer pendant dix ou douze heures, et même moins, la plante dans l'acide nitrique, on voit parfaitement les deux membranes se détacher, et l'intérieure se contracter assez sensiblement. (Fig. 9.) Je suis parvenu à dédoubler facilement des plantes ainsi préparées. De ces deux membranes, l'extérieure, ou cuticule, est claire et n'offre aucune texture; elle recouvre la plante entière tout d'une pièce, et me paraît l'analogue du périderme (*Kützing*) des algues. L'interne est opaque et finement granuleuse, riche en substances azotées, et se montre la plus sensible aux réactifs chimiques.

La plante, considérée d'une manière générale, forme un tube allongé, gonflé aux deux bouts, et divisé par trois cloisons. De ces cloisons, la *cloison radicale* (fig. 9, *a*) appartient à la cuticule, la membrane interne la double, néanmoins, sur ses deux faces. La *cloison sous-cupulaire* (fig. 8, *f*), dont nous parlerons tout à l'heure, n'est qu'une dépendance de la membrane interne; et la *cloison sous-globulaire* (fig. 7, *a*) se forme d'une petite membrane de même nature que la cuticule, que recouvre inférieurement la membrane interne de la cupule. La cloison radicale se forme la première et naît avec la racine, la cloison sous-globulaire se forme la seconde, et la cloison sous-cupulaire se montre la dernière.

La plante parfaite présente trois parties distinctes, savoir :

1° *La racine* formée de la cellule conique et de nombreuses radicelles, partant généralement d'une racine principale. Ces radicelles charrient un liquide clair et sont arrondies à leurs extrémités. (Fig. 10.) Le système radicellaire supérieur (fig. 8, *a*), renferme en outre un protoplasma granuleux, jaune verdâtre, et ne montre des cloisons que dans quelques radicelles stoloniformes.

2° *La tige* formée du renflement inférieur (fig. 8, *b*), du pédicelle cylindrique, droit ou légèrement flexueux (fig. 8, *c*) et de la cupule (fig. 8, *d*.).

Cette tige est remplie d'un liquide acide, légèrement visqueux, qui la ballonne fortement, comme on peut s'en convaincre en la pressant doucement avec des pinces légères.

Le pédicelle proprement dit est séparé de la cupule par une cloison très-mince (fig. 8, *f*), de même nature que la membrane cellulaire interne. Cette cloison n'est pas toujours facile à trouver, car la moindre pression la déchire souvent et la fait disparaître, mais une bande de protoplasma jaune indique toujours suffisamment sa place au fond de la cupule; elle ne se forme que très-tard et paraît manquer complétement dans les plantes faibles.

3° *Le globule.*—La structure des deux premières parties était assez simple; celle du globule est plus compliquée. Pour bien l'étudier il faut le laisser macérer quelques heures dans une solution de potasse caustique ou dans l'acide sulfurique; on le trouve alors formé de trois membranes : *a.* d'une membrane supérieure, colorée, formant une calotte hémisphérique, *b.* d'une membrane inférieure et *c.* d'une membrane médiane réunissant les deux précédentes.

a. La *membrane supérieure* (fig. 11, *a*) forme un véritable hémisphère creux, entièrement libre quand la plante a acquis son plein développement, et retenu seulement par la cuticule générale. Elle est d'un beau noir violacé, et finement granuleuse.

Aplatie et examinée au microscope (fig. 12), on reconnaît que son centre est occupé par une alvéole hexagonale, au milieu de laquelle on remarque une espèce d'ombilic, ou plus souvent une tache blanchâtre, quand celui-ci a disparu.

A chacun des côtés de ce polyèdre se trouve adossée une alvéole de même forme et de même nature, s'allongeant souvent un peu vers le bord de la membrane. Leur ensemble forme autour de l'alvéole central un rang d'alvéoles hexagonaux; rarement on remarque les commencements d'un second rang. Le pourtour de la membrane est uniformément coloré.

Ces alvéoles ne se touchent point immédiatement par leurs côtés; une partie de membrane restée plus claire les sépare, et leur sert pour ainsi dire de charnière. Il résulte de cette structure que quand le globule est fortement gonflé, sa surface supérieure n'est pas parfaitement arrondie, mais légèrement polyédrique.

Quand le globule sporifère a été lancé, il retombe de manière à présenter au ciel sa surface colorée et polyédrique; bientôt après, il se dessèche et s'affaisse; mais les sept alvéoles hexagonaux, se pliant alors sur leurs charnières, restent debout pour former une espèce de maisonnette qui servira à loger et à couvrir les spores. Ces alvéoles hexagonaux dont nous venons de parler ne sont pas des cellules proprement dites, ce sont plutôt des épaississements pigmentaires qui se dessinent dans la membrane sous forme de cellules polyédriques.

b). *La membrane inférieure* (fig. 11, *b*) forme une espèce de soucoupe dont le fond relevé s'étrangle pour se dilater ensuite sous forme de vésicule rentrante dans le globule (fig. 11, *c*). C'est évidemment la pression du liquide inférieur qui force cette membrane à se conformer ainsi; car si l'on plonge la plante entière dans l'acide nitrique, cette pression diminuant par l'absorption qui a lieu, on voit la vésicule descendre dans la cupule et former un nouveau fond à la membrane inférieure (fig. 11 *bis*).

Le fond de cette membrane, autour de la vésicule, est garni d'un anneau vert, celluloso-gélatineux (fig. 11, *d*.), qui paraît porter les spores. (Cet anneau est parfois peu marqué, et toute la surface de la vésicule paraît alors sporifère). De cet anneau s'élèvent également quelques filaments de même nature (fig. 15), qui vont aboutir peut-être aux centres des cellules hexagonales de la membrane supérieure; les petits ombilics dont nous avons parlé plus haut ne seraient alors que les bouts d'attache de ces filaments sporifères.

c). *La membrane médiane* (fig. 11, *f*) n'est autre chose qu'une portion de la cuticule générale, qui s'est étendue et relie les deux membranes précédentes. Primitivement, quand le globule était jeune, ces deux membranes se touchaient, et leur éloignement subséquent n'est dû qu'à la formation et au développement des spores.

Le globule contient un grand nombre de spores ovalaires, simples, claires, légèrement granuleuses au centre, de couleur jaune verdâtre, mesurant en moyenne 0,010-12 millimètres de longueur sur 0,005-6 millimètres de largeur et paraissant finement bordées (fig. 14, *a, b*). Elles ont aussi parfois la forme ovoïde ou même arrondie; irrégularité qui se rencontre encore chez d'autres mucorinées.

Ces spores germent (fig. 15) d'une manière bien différente de celle de la plupart des champignons, et qui se rapproche plutôt de celle de certaines Algues. Au lieu d'émettre, en effet, un ou plusieurs filaments mycéliens, on voit la spore se développer uniformément dans tous les sens, sans changer notablement de forme, jusqu'à acquérir des proportions au moins doubles de son volume primitif. En grandissant, la spore perd néanmoins souvent un peu de sa forme ovalaire et tend à s'arrondir. Ayant observé, pendant plus de quinze jours, la germination de ces spores, je ne les ai vues subir, pendant la dernière huitaine aucune modification remarquable; au contraire, se développant dans les conditions toujours défavorables d'une germination artificielle, elles m'ont paru plutôt dépérir. Leur forme et leur grandeur se rapprochent néanmoins assez des jeunes plantes rudimentaires (fig. 1 et 2), trouvées à l'état de nature, pour me faire supposer que leur développement ultérieur n'aurait été autre qu'un simple accroissement de volume.

Cette germination n'est pas non plus sans quelque analogie avec celle des phanérogames, chez qui la graine, après s'être gonflée, émet directement une radicelle et une tigelle, à peu près comme nous l'avons observé ici.

Il nous reste encore à parler de la projection du globule sporifère, phénomène qui semble mettre fin à la vie de cette fragile plante.

Tous les mycologues, d'abord, n'admirent point également la réalité de cette projection. Tode, qui, le premier, avait bien observé cette espèce, croyait que la capsule sporifère était lancée avec élasticité dans les airs; Bulliard, au contraire, et beaucoup d'autres avec lui, pensèrent que le liquide cristallin s'éjaculait latéralement et que le globule ne se détachait point de la plante : et la figure 480 de cet auteur représente bien cette manière de voir.

Le fait est que les uns et les autres sont partiellement dans le vrai. Normalement le globule est projeté dans les airs, selon l'axe de la plante, même à une hauteur de 2 à 3 pieds, et un petit bruit sec, mais parfaitement distinct, accompagne cette projection; mais il arrive aussi que la plante ne parvienne pas à parfaite maturité; elle s'affaisse alors et se dessèche, sans perdre son globule. Je n'ai cependant jamais observé cette rupture de membrane et cette éjaculation latérale que représente la figure de Bulliard.

Fixant avec patience une même plante, j'ai pu saisir et observer le moment de la projection. On voyait monter lentement le globule, comme un bouchon poussé par un gaz élastique, et la plante gonflée souffrait une forte distension; puis, sans cause apparente, on remarquait un petit ébranlement, comme une espèce d'élancement, et le globule avait disparu. Le pédicelle flasque et à peu près vide se trouvait seul collé contre le sol.

Observant l'endroit où la rupture s'était faite, j'ai trouvé que d'ordinaire la cuticule, ou membrane externe, se rompt régulièrement et circulairement là où la membrane médiane du globule se soude à la cupule, mais que la membrane interne se détache plus bas (fig. 8, *f*), à l'endroit de la cloison sous-cupulaire. C'est cette partie de membrane qui, contractée et tordue sur elle-même, forme cette espèce de queue ou d'appendice qui accompagne souvent le globule.

Je me suis donné assez de peine pour découvrir la cause de ce phénomène, mais sans parvenir à des résultats bien satisfaisants; je ne puis donc exposer ici que quelques hypothèses, l'une plus acceptable que l'autre.

D'abord, on ne peut admettre une cause mécanique, comme chez les *Sphaerobolus*, l'anatomie de la plante n'indique aucun organe, aucune disposition qui puisse servir à une projection de ce genre. La chose se passe à peu près, pour me servir d'une comparaison vulgaire, comme quand le bouchon saute d'un flacon qui contient un liquide en fermentation. Cela m'a fait penser naturellement à la présence du gaz qui, se développant à l'intérieur de la plante, et parvenu à un *maximum* de tension, la ferait crever à l'endroit le moins résistant, qui est évidemment celui où le globule n'est retenu sur le pédicelle que par la simple cuticule générale. Peut-être est-ce l'acide carbonique que les champignons dégagent assez souvent? Cette opinion a quelques probabilités pour elle: d'abord, la cupule crève avec un petit bruit; ensuite, le liquide projeté rougit le papier de tournesol avec la même intensité que le fait l'eau fortement chargée d'acide carbonique; enfin, une absorption assez forte se fait remarquer quand on plonge la plante dans une solution de potasse caustique. Mais, par contre, la chaleur, qui augmente cependant la force expansive des gaz, a ici une action toute contraire. Mis sous une cloche chauffée à l'alcool ou à la vapeur d'eau, le *Pilobolus* perd bientôt sa turgescence et ne tarde pas à se flétrir. Exposée aux rayons du soleil, traversant un verre coloré en rouge, bleu ou violet, la plante s'affaisse également sans projeter son globule. Mais exposée aux rayons directs du soleil, elle lance bientôt, et avec force, son petit globule, au moins quand la plante est parvenue à une maturité suffisante. La chaleur ne favorise donc pas la projection, mais l'action de la lumière l'accélère sensiblement. J'ai observé, dans le même sens, que les jours sombres et couverts la vie de notre plante était de plusieurs heures plus longue que les jours clairs et sereins; de même que les individus, croissant accidentellement dans les dépressions profondes ou sombres des bouses de vache, avaient une existence plus longue que ceux que leur position exposait à l'action directe de la lumière. Voulant m'assurer encore davantage de cette influence, j'enfermai dans une terrine bien close toute une petite peuplade de *Pilobolus*, encore non entièrement mûrs. Après trente heures, je les trouvai encore en vie et tous munis de leurs globules. Il n'en fut pas de même à une seconde visite, faite quelques heures après : tout avait disparu et de nombreux globules couvraient le couvercle de la terrine; l'action de la lumière, pendant quelques instants, avait suffi pour déterminer ce phénomène. Répétant la même expérience une seconde fois, je laissai séjourner, pendant quarante-huit heures, les *Pilobolus* dans l'obscurité, mais ce temps avait été trop long; car, quand je vins ouvrir la terrine tous les globules étaient déjà lancés. La lumière favorise donc incontestablement la projection, mais n'en est pas le seul agent déterminatif. Il faut encore, en outre, je crois, un certain degré de maturité qui prépare et facilite la désunion des membranes qui rattachent le globule au pédicelle. C'est également un degré de maturation voulu qui détache le pédoncule du fruit du *Momordica elaterium*, et les opercules des mousses et de certaines hépathiques.

Cette première hypothèse, celle de la présence d'un gaz élastique, me paraît néanmoins peu satisfaisante et fort insolite pour le règne végétal. J'aime donc mieux, et il me paraît plus conforme à l'observation de l'ensemble des faits, d'attribuer la projection du globule à une double cause : à une pression d'endosmose et à un mouvement de contraction, déterminé par la lumière. Ces deux causes agiraient dans le même sens et à peu près simultanément.

La cloison sous-cupulaire, la plus mince des cloisons de la plante, serait ici la membrane perméable, et le liquide du pédicelle, le liquide moins dense, tendant à s'allier au liquide plus dense de la cupule. Mais hâtons-nous de dire que cette différence de densité entre ces deux liquides n'est pas une simple supposition toute gratuite; d'abord le liquide du pédicelle m'a toujours paru plus limpide que celui de la cupule, quand on perce séparément ces deux parties; de plus, la cupule, vers la fin de la vie de la plante, est le siége d'une exsudation beaucoup plus abondante que ne l'est le pédicelle, ce qui doit rendre le liquide qu'elle contient plus dense, supposant à bon droit que ce soit la partie la plus claire du liquide qui s'exsude en gouttelettes. Le phénomène de l'endosmose se continuant ainsi pendant plusieurs heures, il résulterait de l'extrême implétion de la cupule une pression de distension générale sur toute la paroi interne, jusqu'à provoquer une réaction de la part de cette membrane élastique. Ce serait là une première cause de propulsion du globule. L'observation vient confirmer cette théorie, en ce que la cupule offre, après l'éjaculation du liquide, un volume moindre que celui qu'elle possédait avant la projection du globule.

A cette première cause, incapable seule de produire une pareille projection, viendrait s'ajouter une seconde, un mouvement de contraction générale de la membrane cellulaire de la plante, déterminé par l'action de la lumière. La lumière est le grand agent de l'excitabilité végétale; c'est elle qui provoque ces mouvements quasi spontanés que nous remarquons chez le *Mimosa pudica,* le *Robinia pseudo-acacia*, chez les *Oxalis*, les *Phaseolus*, chez le *Drosera rotundifolia*, etc. L'influence de la lumière étant, dans ce cas donné, incontestable, et son action étant suivie de ce mouvement d'élancement que nous remarquons au moment de la projection, il est au moins, je crois, probable, même très-probable, que la lumière soit un des agents déterminatifs de ce phénomène. Je crois d'autant plus ici à l'influence de la lumière comme agent excitateur, que j'ai vu de jeunes *Pilobolus*, s'affaissant aux rayons du soleil pour cause de maturité insuffisante, exécuter des mouvements si marqués et si singuliers, que je ne pourrais les expliquer par aucune cause physique.

La réaction due à l'implétion d'endosmose et la contraction due à l'influence de la lumière, agissant dans le même sens, c'est-à-dire faisant contracter la plante, qui, considérée dans son ensemble, peut être regardée comme un cylindre creux, auraient pour résultat nécessaire de propulser, de faire monter vivement la colonne de liquide du milieu de la plante, et ce serait l'éjaculation de cette colonne qui enlèverait et chasserait le globule.

Le mouvement d'ascension doit, du reste, encore être déterminé et facilité par l'ascension naturelle de liquide qui se fait dans la pédicelle et qui résulte de l'endosmose et de l'absorption radicellaire (1).

Je ne sais pourquoi Nees, Chevallier et d'autres représentent la plante, privée de son globule, comme terminée en pointe. Fries lui-même signale ce sommet aigu. Quand la plante perd son globule, ou qu'on le lui enlève, le liquide intérieur monte et vient former une grosse goutte à son sommet (fig. 16, *a*), et ce liquide un peu visqueux sort souvent sous forme conique; c'est peut-être ce qui a donné lieu à cette méprise. Ou mieux encore, il arrive que le globule se détache naturellement, laissant adhérer

---

(1) M. Léveillé (*) croit que le globule est chassé par une espèce de ressort, qui serait une vésicule diaphane remplie de liquide, faisant irruption de la cupule, et projetant ainsi le globule sporifère. Cette vésicule, ainsi que nous le dirons bientôt, n'est autre chose qu'une partie restante du liquide intérieur de la cupule sortant de son ouverture, sous forme de grosse goutte arrondie ou un peu allongée. Nous nous sommes assuré plus d'une fois de l'absence de toute membrane enveloppante, en absorbant cette goutte au moyen d'un léger pinceau mouillé ou d'une fine bandelette de papier buvard.

MM. Léveillé et Durieu de Maisonneuve (**) signalent également la présence de petits vers nageant dans le liquide du *Pilobolus*. Nous n'avons vu ces vers que dans les gouttelettes extérieures de la plante. Ils naissent en grand nombre dans la bouse de vache, qui sert de sol à notre plante et montent en se tortillant le long des pédicelles. On les trouve aussi fréquemment dans les cupules de l'*Ascobolus pulcherrimus*, Cr., et sur celles de l'*Ascobolus papillatus*, Pers. Je les ai encore trouvés dans d'autres conditions, au milieu des sphacélies déliquescentes du *Sclerotium clavus* et des *Sclerotium varium* et *compactum*, même une fois dans ces gouttelettes qui surmontent souvent la première feuille des graminées en germination.

(*) *Mémoire sur le Pilobolus crystallinus* : Mém. de la Société Linn. de Paris, tom. IV, p. 262.

(**) *Notice sur le Pilobolus crystallinus* : Annales des sciences natur., tom. IX, p. 221 (1826).

sa membrane inférieure à la cupule, qui paraît alors comme munie d'un opercule obtus et conique et qui a pu être considéré comme un sommet aigu. Mais, en réalité, la cupule examinée au microscope, après la projection, ne présente généralement qu'une ouverture béante et munie d'un léger rebord (fig. 16, *b*).

Le genre *Pilobolus* possède une espèce très-voisine de celle dont nous nous sommes occupé, le *Pilobolus roridus*, que je ne connais que par la description et la figure de Bolton (tom. III, tab. 132, fig. 4). Mais à en juger par ses caractères extérieurs, elle se rapproche tellement de certaines formes du *Pilobolus crystallinus*, que j'ai vues se développer dans l'obscurité, que je ne serais nullement étonné de l'y voir réunir plus tard (1). Le *Pilobolus crystallinus* varie beaucoup de forme et de grandeur, comme on peut s'en convaincre en l'observant dans des stations différentes, raison de plus pour ne pas admettre facilement de nouvelles espèces.

Le genre *Pilobolus* est généralement placé parmi les Mucorinées; un moment, cependant, la nature de son système radicellaire me fit croire qu'il fallait l'en retirer; et, en effet, on ne peut que difficilement considérer ce système comme une réunion de vrais *Hypha;* c'est aussi peut-être une des raisons qui engagèrent Fries à placer ce genre, dans son *Systema*, parmi les champignons angiogastres, carpoboles; mais l'examen comparatif des radicelles de vraies Mucorinées, entre autres de celles de l'*Ascophora mucedo* (fig. 17), me rassura pleinement sur cette parenté

---

(1) M. Th. Bail avait déjà fait cette remarque, dans une note sur le *Pilobolus crystallinus :* Bot. Zeit. 1855, p. 629. (Note ajoutée pendant l'impression.)

et me montra que certaines Mucorinées peuvent, comme le *P. crystallinus*, se reproduire plusieurs jours de suite au moyen des stolons radicellaires.

Je dois la planche qui accompagne cette notice à l'obligeance de mon ami, M. Gustave Boddaert, qui, à de belles connaissances en histoire naturelle, joint l'heureux talent de retracer la nature avec une fidélité parfaite.

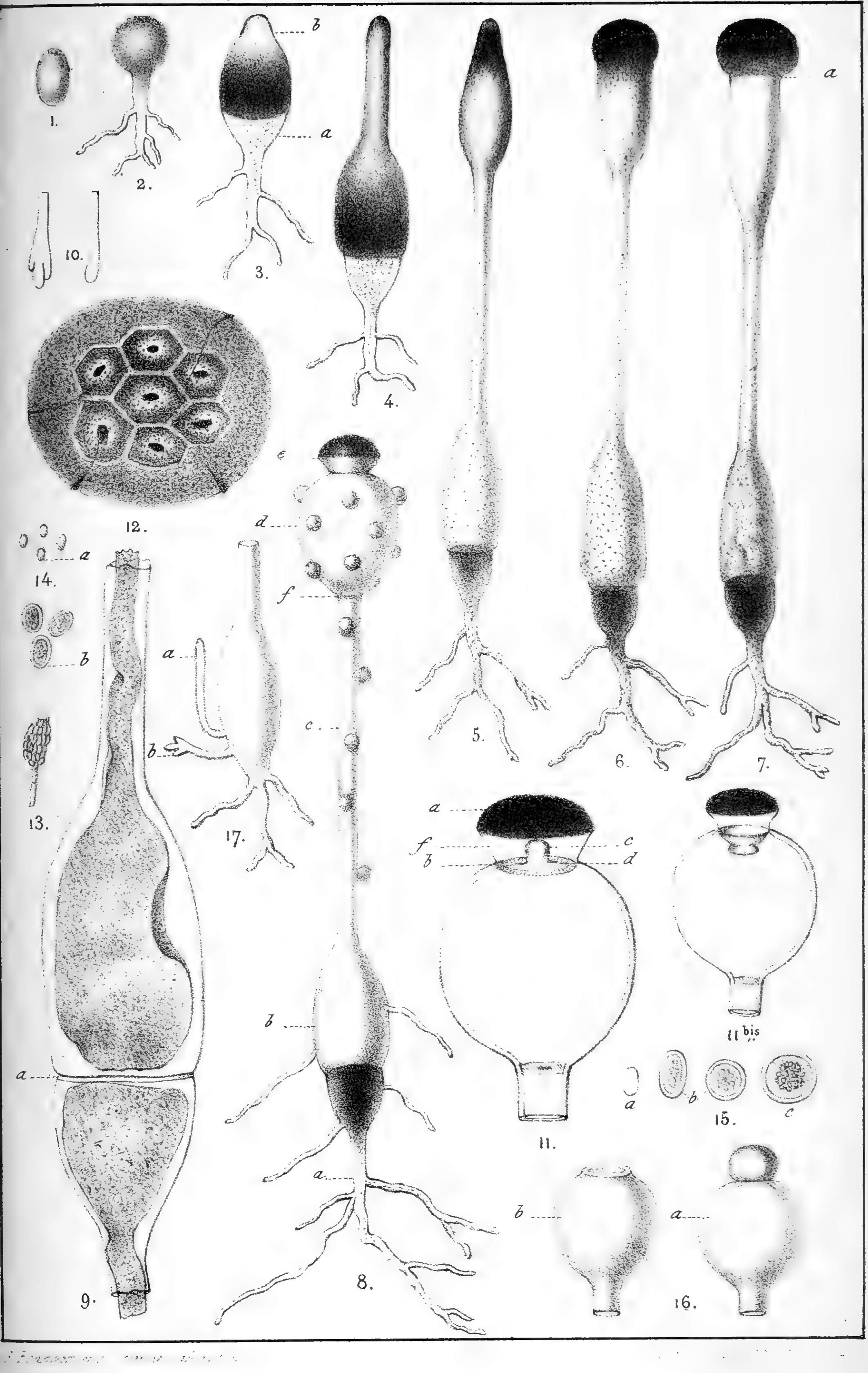
EXPLICATION DES FIGURES.

Fig. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Divers états gradués de développement du *Pilobolus crystallinus*, Tode.

8. Plante adulte : *a.* racine; *b.* renflement inférieur du pédicelle; *c.* pédicelle; *d.* cupule; *e.* globule; *f.* cloison sous-cupulaire.
9. Partie du pédicelle et de la racine fortement grossie et traitée par l'acide nitrique.
10. Extrémités radicellaires.
11. Anatomie du globule : *a.* membrane supérieure; *b.* membrane inférieure; *c.* vésicule interne; *d.* anneau sporifère; *f.* membrane médiane.

11*bis* Globule traité par l'acide nitrique et émettant la vésicule interne.

12. Opercule ou membrane supérieure du globule.
13. Filament sporifère principal.
14. Spores : *a.* grossies 180 fois; *b.* grossies 500 fois.
15. Germination des spores : *a.* premier jour; *b.* huitième et dixième jours; *c.* spore maladive au vingtième jour.
16. Cupules privées de globule : *a.* émettant le liquide interne; *b.* cupule vide.
17. Racine de l'*Ascophora mucedo* : *a.* stolon pour le jour suivant, *b.* stolons rudimentaires.


1.
2.
3.
4.
5.
6.
7.
8.
9.
10.
11.
11 bis
12.
13.
14.
15.
16.
17.

Séance du 5 décembre 1859.

M. Van Beneden, vice-directeur, occupe le fauteuil.
M. Ad. Quetelet, secrétaire perpétuel.

Sont présents : MM. d'Omalius, Sauveur, Timmermans, Wesmael, Martens, Cantraine, Stas, De Koninck, De Vaux, de Selys-Longchamps, Gluge, Nerenburger, Liagre, Duprez, Brasseur, Poelman, *membres;* Lamarle, *associé;* Montigny, *correspondant.*

M. Éd. Fétis, *membre de la classe des beaux-arts*, assiste à la séance.

CORRESPONDANCE.

M. le Ministre de l'intérieur fait connaître que son intention serait de consacrer par des inscriptions publiques le souvenir des hommes éminents auxquels la Belgique s'honore d'avoir donné naissance. Afin que l'exécution de ce projet ait le caractère d'unité qu'elle doit offrir et qu'elle soit aussi complète que possible, M. le Ministre demande de former une liste des hommes nés dans nos provinces dont la mémoire mérite l'hommage spécial que le Gouvernement entend leur assurer. L'Académie est invitée à joindre à cette nomenclature les indications sommaires propres à éclairer les administrations communales sur le contenu des inscriptions à graver.

D'après les désirs de la classe, qui seront communiqués à celles des lettres et des beaux-arts, la question sera renvoyée à la commission chargée de la rédaction d'une biographie nationale commission composée du président et du secrétaire perpétuel de l'Académie, ainsi que des deux délégués de chacune des trois classes, savoir : MM. Kickx, Wesmael, le baron de Gerlache, le baron de Saint-Genois, F. Fétis et Van Hasselt.

— L'Institut égyptien, nouvellement fondé à Alexandrie, donne connaissance de sa fondation; il se compose de cinquante membres titulaires, qui sont classés dans les cinq sections suivantes : 1° section des lettres et d'histoire; 2° section des arts; 3° section des sciences physiques; 4° section des sciences naturelles; 5° section des sciences médicales. L'Institut se compose, en outre, de membres honoraires et de correspondants.

M. le secrétaire perpétuel est chargé de répondre favorablement aux propositions d'échange faites à l'Académie par l'Institut égyptien.

— La Société royale de Copenhague, la Société géographique impériale de Russie, la Société de biologie de France, la Société impériale d'agriculture de Douai, etc., remercient l'Académie pour l'envoi de ses publications.

— M. Ed. Scheutz, de Stockholm, fait connaître que sa nouvelle machine à calculer, construite à Londres pour le gouvernement de la Grande-Bretagne, a été favorablement accueillie par la Société royale de Londres, et il fait parvenir le rapport qui a été publié à ce sujet.

— M. Montigny, correspondant de l'Académie, présente une note *Sur la vitesse du bruit du tonnerre.* (Commissaires : MM. Plateau, Ad. Quetelet et Liagre.)

M. Eugène Coemans fait parvenir un travail intitulé: *Recherches sur la genèse et les métamorphoses de la* PEZIZA SCLEROTIORUM. (Commissaires : MM. Martens et Kickx.)

— La classe décide qu'on insérera dans le *Bulletin* de la séance un extrait d'une lettre sur les étoiles filantes observées au mois d'août dernier, par M. Ed.-C. Herrick, ainsi qu'un extrait d'une lettre de M. Hansteen, associé de l'Académie, sur la *Réduction des observations magnétiques faites en Allemagne et en Hollande, par M. Ernest Quetelet, pendant l'année 1857.*

— M. le secrétaire perpétuel rend compte des instructions générales pour l'observation des *Phénomènes phénologiques des plantes et des animaux,* qui ont été rédigées à la suite du troisième congrès de statistique tenu à Vienne en 1857. Elles ont pour but d'imprimer une direction uniforme à toutes les recherches de ce genre qui se feront par la suite sur différents points du globe.

L'illustre Linné appela le premier l'attention des naturalistes sur ces phénomènes intéressants; mais l'absence complète de principes, pour que les observations fussent uniformes et comparables, rendit inutiles les premiers essais de ce grand naturaliste.

L'idée devenue plus commune des moyennes et de la comparabilité des résultats a permis de reprendre ces phénomènes à peu près en même temps en Belgique et dans le fond de l'Allemagne. Plusieurs autres centres d'observation se sont établis depuis, et, à la dernière séance de l'association statistique de Vienne, ce genre de phénomènes put être examiné et discuté dans toutes ses parties. Des hommes de la plus grande distinction et appartenant à trente-deux nations différentes, assistaient à la discussion intéressante qui eut lieu à ce sujet. Il fut décidé, à l'unanimité, qu'un programme uniforme serait rédigé pour les différentes parties du monde. On se borna à poser les principes suivants (1) :

« 1° Permettre au comité d'adresser aux gouvernements de différents pays une invitation et un exemplaire des instructions pour faciliter les observations qu'on pourrait y faire;

» 2° Permettre au même comité de former un programme général sur la marche qu'on aurait à suivre;

» 3° S'entendre avec les savants qui conduisent les observations dans d'autres pays, et chercher à s'assurer la

---

(1) *Instruction für phänologische Beobachtungen aus dem Pflanzen- und Thierreiche,* von Karl Fritsch. Wien, 1859, in-8°.

franchise de port pour la correspondance écrite jusqu'à l'époque du quatrième congrès statistique. »

Le soin de la rédaction du projet de programme fut confié à MM. Charles Fritsch, du bureau de météorologie et de magnétisme terrestre à Vienne, et à M. Ad. Quetelet, président du comité de la sixième section du congrès. Ce programme sera soumis au prochain congrès de l'association statistique, qui se réunira, en 1860, à Londres.

— La classe reçoit les résultats de l'observation des phénomènes périodiques, pendant l'année 1859, à Vienne, par M. Ch. Fritsch; à Bruxelles, par MM. Ad. Quetelet et Vincent; à Spa, par M. Husson; à Thourout, par M. Phocas Lejeune.

Il est également donné connaissance de l'état de la végétation, le 21 octobre dernier, par MM. Quetelet, à Bruxelles; Bernardin, à Mell, près de Gand, et H. Husson à Spa.

La classe a reçu les observations météorologiques faites pendant les quatre mois de mars à juin de cette année, à Bogota, dans l'Amérique du Sud, par M. Uricocehea.

— M. P.-J. Van Beneden fait hommage de la première livraison de son ouvrage intitulé : *Iconographie des vers helminthes ou des vers parasites de l'homme. Vers cestoïdes*, in-4°. Louvain, 1860. — Remercîments.

RAPPORTS.

Rapport sur une note de M. Alexis Perrey, de Dijon, relative aux tremblements de terre.

M. F. Duprez fait connaître, dans les termes suivants, son avis sur la nouvelle notice que M. Perrey a soumise à l'Académie.

« La note de M. Perrey sur les tremblements de terre est divisée en trois parties. La première renferme les suppléments aux catalogues antérieurs du même auteur et remonte jusqu'à 1843; la deuxième est spécialement consacrée aux tremblements de terre ressentis au Chili et s'étend de 1847 à 1856; la troisième concerne les tremblements de terre qui ont eu lieu en 1857. Convaincu de l'utilité des recherches auxquelles M. Perrey se livre avec une si grande persévérance depuis tant d'années, l'Académie a donné place dans ses *Bulletins* à plusieurs travaux de ce savant sur le même sujet; je crois qu'elle continuera d'agir dans l'intérêt de la science en accordant encore son bienveillant appui au travail actuel et en l'imprimant dans son recueil. »

Cette proposition, appuyée par les deux autres commissaires, MM. Plateau et Ad. Quetelet, est admise par la classe.

— M. le Ministre de l'intérieur avait demandé à la classe de rédiger une note sur les effets réels des paratonnerres et sur l'inanité des préjugés populaires qui peuvent exister en ce qui concerne cet appareil.

Les commissaires, MM. Plateau, Duprez et Ad. Quetelet, sont d'avis qu'il suffirait de recommander au Gouvernement la brochure contenant l'*instruction sur les paratonnerres*, adoptée, il y a quelques années, par l'Institut de France.

MM. Plateau et Ad. Quetelet pensent, du reste, qu'on pourrait engager M. Duprez à rédiger, comme document supplémentaire, une note qui renfermerait, entre autres, les principaux résultats auxquels il a été conduit dans sa *Statistique des coups de foudre qui ont frappé des paratonnerres ou des édifices et des navires armés de ces appareils.*

Cet avis est adopté par la classe.

COMMUNICATIONS ET LECTURES.

M. Ad. Quetelet donne lecture de la notice historique qu'il a rédigée sur le baron François-Alexandre-Henri de Humboldt, associé de l'Académie. Cet écrit, destiné à être inséré dans l'*Annuaire* de 1860, sera inscrit au programme de la prochaine séance publique de la classe des sciences, qui aura lieu le 17 de ce mois.

Il dépose également sa notice sur Daniel-Joseph-Benoît Mareska, correspondant de l'Académie. Elle sera insérée dans la même publication, ainsi que celle que M. le professeur Kickx a bien voulu se charger de rédiger sur la vie et les travaux de son collègue, M. Lejeune, de Verviers.

Note sur un cétacé trouvé mort en mer; par **P.-J. Van Beneden**, membre de l'Académie.

Au milieu de la nuit du 12 au 13 de ce mois, les pêcheurs de Heyst trouvèrent en mer, flottante à la surface, une masse assez volumineuse qu'ils prirent d'abord pour un énorme baril : c'était le cadavre d'un cétacé qui venait d'expirer dans des conditions très-singulières, conditions qui n'échappèrent pas à la perspicacité des pêcheurs. Nous avons pris une mère, morte en couches, disaient-ils, en venant amarrer le monstrueux animal sur l'estran; les pêcheurs disaient vrai.

Nous achetâmes, pour le cabinet de zoologie de l'université de Louvain, le squelette avec la peau et le jeune, s'il y en avait.

Arrivé sur les lieux le 14, nous trouvons le cadavre, long d'une vingtaine de pieds, encore intact. La bouche entr'ouverte laisse voir deux rangées de dents espacées, assez petites et à sommet usé. La forme du corps est bien remarquable : la tête, tronquée en avant, rappelle, par sa forme globuleuse, un monstre hydrocéphale, et toute la région caudale, c'est-à-dire la distance qui sépare l'anus de la nageoire caudale, est élevée comme une crête et extraordinairement aplatie : on dirait que cette partie du corps a passé par un étau. Toute la peau est noire, surtout celle de la tête, ainsi que celle des nageoires pectorale, dorsale et caudale; la partie inférieure du thorax et de l'abdomen est seule blanchâtre. Les nageoires-membres sont très-effilées et leur forme gracieuse les fait ressembler aux ailes dont les artistes affublent communément les anges.

En ouvrant le ventre, nous voyons un jeune, de près de cinq pieds de long, remplir toute la matrice, prêt à franchir l'étroit espace de quelques pouces d'étendue qui le sépare du monde. Il est très-savamment replié sur lui-même, afin d'occuper le moins de place possible et pour ne pas offrir d'obstacle, par la saillie des nageoires, pendant l'acte de la parturition.

Le résultat de nos observations sur la forme et la coloration de ce fœtus, la disposition des poils de ses moustaches, le nombre et l'arrangement de ses dents, les caractères du placenta et du cordon ombilical, la disposition des mamelles de la mère ainsi que la nature des aliments trouvés dans son estomac, feront le sujet d'un travail que j'aurai l'honneur de communiquer à la classe, peut-être à la séance prochaine. J'y joindrai quelques détails sur deux *Lagénorhynques albirostres* harponnés par les pêcheurs d'Ostende, qui sont nouveaux pour la faune de notre littoral, ainsi qu'un mot sur le *Lagénorhynque d'Eschricht*, dont nous possédons également un squelette à Louvain.

Quel est le nom de cet animal! Voilà la première question qui nous est adressée de tous côtés, et, après le nom, tout le monde désire savoir de quel pays il est ou plutôt quelle mer il habite.

Pour répondre en deux mots à ces questions, nous dirons : cet animal est le *Grindewall* des habitants des îles Faero, le *Claingwhale* des Shetlandais, le *Nisarnak* des Islandais, le *Delphinus melas* ou *Delphinus globiceps* des naturalistes. Tous les ans, on en prend des milliers d'individus sur la côte des îles Faero, lors de leur passage des mers polaires à l'Atlantique, dit mon savant ami Eschricht. Il paraît dans le détroit de Davis, sans y faire un séjour régulier, jusqu'à Godthaab, mais ne va pas au delà du 66^{me} degré de latitude. Il en échoua jusqu'à soixante et dix à la fois auprès de Paimpol (Côtes-du-Nord), en 1812; et, dans la *Fauna Japonica,* il est cité comme propre à la mer du Japon et à l'océan Pacifique.

Il y a deux ans, une autre femelle est venue échouer sur nos côtes. Voulant sauver son petit qui s'était fourvoyé dans un bas-fond, elle n'a pu, à défaut d'eau, reprendre la mer : son petit seul avait assez d'eau pour se sauver. Son squelette est déposé au Musée de Bruxelles.

Ce *Grindewall* est donc un animal cosmopolite, mais qui doit figurer dans la faune des îles Faero en qualité d'animal de passage, puisque l'on en prend tous les ans sur ces côtes des milliers d'individus, comme on prend ici au passage des alouettes et des grives. La chair de certains cétacés est, pour les habitants de ces îles, un mets délicat, dit Eschricht, et, s'ils font défaut, la récolte est manquée, comme ailleurs la récolte du blé.

Réduction des observations magnétiques de M. E. Quetelet; par M. Hansteen, associé de l'Académie royale.

« Dans les *Bulletins de l'Académie royale de Belgique*, 2^{me} série, tome V, n° 8, j'ai tâché de déterminer la valeur de l'intensité magnétique horizontale H, pour plusieurs points de l'Europe, dans l'unité absolue de Gauss, par les observations du temps de l'oscillation de deux cylindres, faites par M. E. Quetelet et insérées dans les *Bulletins* pour 1856, page 495. Comme j'avais émis quelque doute sur la méthode de réduction employée par l'observateur, il a eu la bonté de me confier son journal original de voyage, sur lequel je remarque qu'il a toujours commencé l'observation avec une amplitude de 50° (une élongation initiale e_0 de 25° du méridien magnétique) et noté l'amplitude finale à la dernière oscillation. Il a observé le moment de chaque 10^{me} passage du cylindre par le méridien magnétique jusqu'au 60^{me}; ensuite de chaque 20^{me} jusqu'au 300^{me}; et enfin de chaque 10^{me} jusqu'au 360^{me}. De ces sept valeurs de 300 oscillations entre 0 et 300, entre 10 et 310, etc., etc., entre 60 et 360, il a pris la moyenne; puis il a divisé cette valeur par 3 et donné la valeur de 100 oscillations.

» Mais, à Bruxelles, le 9 août, il a omis les oscillations 20 et 320 de l'aiguille I et les oscillations 60 et 360 de l'aiguille II. Afin d'avoir une moyenne de sept valeurs, il a, pour l'aiguille I, substitué les oscillations 80 et 380, et pour l'aiguille II, les oscillations 70 et 370. Cette méthode n'est pas tout à fait juste, parce que l'intervalle 80 — 380 est plus petit que l'intervalle 20 — 320, à cause du décroissement continuel de l'élongation de l'aiguille. Dans ces cas, j'ai interpolé les passages omis, et je me suis arrêté aux passages 60 — 360. Sans cela, les observations ne sont pas strictement comparables, et la réduction à un arc évanouissant devient très-compliquée. Je trouve aussi plus utile de donner les résultats immédiats de l'observation.

» A l'aide de l'amplitude initiale et finale, j'ai calculé le nombre m de l'oscillation, dont l'élongation est $= \frac{1}{2}\, e_0$ (12°,5), et la réduction logarithmique pour différentes valeurs de m, dans la table suivante, pour l'élongation initiale $e_0 = 25^o$ d'une moyenne de sept valeurs de 300 oscillations avec des logarithmes de cinq décimales :

m.		$e_0 = 25^o$.
120	—	105
130	—	115
140	—	125
150	—	135
160	—	144
170	—	153
180	—	161

» J'ai pris la réduction à la température normale + 10° R., dans la table imprimée dans l'extrait des *Bulletins*, 2me série, tome VII, n° 6, qui est peu différente de celle employée par M. E. Quetelet.

» Comme l'observateur n'a pas fait connaître la marche de son chronomètre, je ne suis pas en état de l'appliquer; mais si elle a été assez régulière entre le 7 août et le 3 octobre, elle influera presque insensiblement sur les derniers résultats, parce qu'ils sont tous relatifs et basés sur l'intensité à Goettingue.

» La table suivante donne le temps T de 300 oscillations des deux aiguilles, et le temps T′ du même nombre réduit à la température de + 10° R., et à un arc évanouissant par la valeur de m. On voit que la valeur de m a été très-variable, ce qui peut être causé par le magnétisme de rotation produit dans le fond de la boîte, quand l'aiguille a eu différentes hauteurs au-dessus du fond : c'est une expérience que j'ai faite moi-même dans mes observations, en 1821 et 1822, même avant la découverte d'Arago.

AIGUILLE N° 1.

N°	LIEU.	1856.	T	THERMOM.	m	T′	n
1	Bruxelles . . .	Août 7.	1080,00	+19,4	»	1073,10	+21
2		» 9.	1083,11	+18,95	164	1076,17	+19
3		» 11.	1083,64	+21,5	146	1076,27	+17
4	Cologne. . . .	» 13.	1076,86	+22,15	170	1068,66	+15
5	Bonn Kreuzb.	» 15.	1071,93	+21,2	»	1064,07	+13
6	Popesdorf. . .	» 17.	1084,07	+23,85	118	1076,44	+11
7	»	» 19.	1082,50	+16,65	174	1076,17	+ 9
8	Gotha, maison.	» 23.	1081,64	+16,5	185	1075,70	+ 5
9	— jardin .	» 23.	1078,57	+15,0	122	1074,11	+ 5
10	»	» 24.	1077,29	+15,65	145	1072,01	+ 4
11	Goettingue . .	» 28.	1085,79	+12,7	132	1081,90	0
12	Berlin.	Sept. 3.	1089,24	+11,95	141	1085,55	— 6
13		» 6.	1089,57	+12,7	162	1085,00	— 9
14	Altona.	» 11.	1108,61	+17,6	185	1101,56	—14
15		» 11.	1108,29	+16,6	»	1101,60	—14
16	Hambourg. . .	» 12.	1106,50	+12,8	121	1102,76	—15
17	Amsterdam . .	» 23.	1105,71	+15,15	130	1100,85	—26
18	Rotterdam. . .	» 30.	1102,74	+13,65	121	1098,68	—33
19	Bruxelles . . .	Oct. 2.	1094,00	+10,7	167	1089,96	—35
20		» 3.	1091,76	+11,8	183	1087,02	—36

REMARQUES.

N° 1. L'arc initial et final n'est pas marqué ; j'ai fait $m = 155$.
N° 5. L'arc final est oublié; j'ai fait $m = 174$.
N° 15. L'arc final oublié; m supposé $= 185$.
n est le nombre de jours avant l'observation à Goettingue, le 28 août.

AIGUILLE N° 2.

N°	LIEU.	1836.	T	THERMOM.	m	T′	n
1	Bruxelles . . .	Août 7.	1072^s,45	+19°,4	»	1065^s,22	+21
2		» 9.	1072,66	+18,6	169	1065,79	+19
3		» 11.	1074,64	+21,15	172	1066,77	+17
4	Cologne	» 13.	1067,21	+22,5	»	1058,93	+15
5	Bonn Kreuzb.	» 15.	1063,00	+21,55	144	1055,02	+13
6	Popesdorf. . .	» 17.	1073,71	+25,7	127	1065,25	+11
7	»	» 19.	1066,86	+16,3	174	1060,77	+ 9
8	Gotha	» 24.	1064,64	+16,9	136	1059,20	+ 4
9	Goettingue . .	» 28.	1073,07	+12,6	136	1069,18	0
10	Berlin.	Sept. 6.	1077,14	+13,1	153	1072,63	— 9
11	Altona	» 11.	1093,27	+18,2	175	1088,28	—14
12		» 11.	1093,09	+16,3	136	1089,76	—14
13	Hambourg . .	» 12.	1093,57	+13,55	130	1089,56	—15
14	Amsterdam . .	» 23.	1092,42	+14,5	122	1087,98	—26
15	Rotterdam . .	» 30.	1089,14	+13,3	»	1085,28	—33
16	Bruxelles . . .	Oct. 2.	1078,79	+11,2	172	1074,43	—35
17		» 3.	1077,74	+11,45	172	1073,33	—36

REMARQUES.

N° 1. L'amplitude oubliée ; j'ai supposé $m = 171$.

N° 4. L'amplitude finale oubliée ; m supposé $= 170$.

N° 14. 298 oscillations au lieu de 300 ; j'aj ajouté le temps de 2 oscillations $= 7^s,21$.

N° 15. L'amplitude finale oubliée ; j'ai supposé $m = 122$.

n est le nombre des jours avant l'observation à Goettingue, le 28 août.

» La valeur moyenne des trois premières et des deux dernières valeurs de T′, pour l'aiguille I, est

Août 9	T′ = 1075s,18	log T′ =	3s,03148
Oct. 2,5	T′ = 1088,49	log T′ =	3,03683

Augmentation en 54,5 jours = 535, pour 1 jour = 9,825.

Pour l'aiguille II,

Août 9	T′ = 1065s,93	log T′ =	3s,02773
Oct. 2,5	T′ = 1073,89	log T′ =	3,03096

Augmentation en 54,5 jours = 323; pour 1 jour = 5,927.

» Pour exprimer les intensités dans l'unité absolue de Gauss, il faut partir de Goettingue, où pour 1856,

Août 28, on a	H = 1,8055,	log H =	0,25660
Pour l'aiguille I,	T′ = 1081s90,	2log T′ =	6,06838
Pour l'aiguille II,	T′ = 1069s18,	2log T′ =	6,05810
Par conséquent, pour l'aiguille I,		log C =	6,32498
— pour l'aiguille II,		log C =	6,31470

» Si le moment magnétique des aiguilles avait été constant, on aurait pour chaque lieu

$$\log H = \log C - 2 \log T'.$$

Mais, comme ce moment est variable, il faut réduire le temps T′ à août 28 par les variations journalières 9,325 et 5,927, en les multipliant par le nombre n des jours avant (+) et après (—). La table suivante contient le logarithme réduit T″ et la valeur de l'intensité horizontale H donnée par les deux aiguilles I et II.

LIEU.	1856.		AIGUILLE I.		AIGUILLE II.	
			log T″	H	log T″	H
Bruxelles	Août	7.	3,03270	1,8179	3,02868	1,8086
	»	9.	3,03375	1,8092	3,02880	1,8076
	»	11.	3,03359	1,8105	3,02908	1,8053
Cologne	»	13.	3,03031	1,8381	3,02576	1,8331
Bonn, Kreuzb. .	»	15.	3,02823	1,8558	3,02408	1,8473
Popesdorf	»	17.	3,03307	1,8148	3,02810	1,8134
»	»	19.	3,03276	1,8174	3,02615	1,8298
Gotha	»	23.	3,03218	1,8223	»	»
	»	23.	3,03154	1,8277	»	»
	»	24.	3,03059	1,8357	3,02522	1,8376
Berlin	Sept.	3.	3,03498	1,7990	»	»
	»	6.	3,03459	1,8022	3,02992	1,7983
Altona.	»	11.	3,04071	1,7521	3,03591	1,7494
	»	11.	3,04105	1,7494	3,03650	1,7446
Hambourg. . . .	»	12.	3,04101	1,7497	3,03656	1,7457
Amsterdam . . .	»	23.	3,03918	1,7645	3,03508	1,7561
Rotterdam. . . .	»	30.	3,03765	1,7771	3,03358	1,7682
Bruxelles	Oct.	2.	3,03397	1,8073	3,02911	1,8050
	»	3.	3,03230	1,8179	3,02861	1,8092

» Pour Bruxelles, la valeur moyenne de H est pour

	AIGUILLE I.	AIGUILLE II.
Août 7, 9, 11	1,8125	1,8072
Octobre 2, 3	1,8126	1,8071.

» L'aiguille II a toujours donné une valeur de H plus petite que l'aiguille I; la différence moyenne est 0,0057. Il est regrettable que M. Quetelet n'ait fait à Goettingue, qu'une seule observation avec chacune des aiguilles, sur lesquelles H est basé.

» La table suivante contient la valeur moyenne de H, l'inclinaison observée *i*, l'intensité totale R et la composante verticale V.

VILLES.	H	*i*	R	V
Bruxelles	1,8098	67° 35',2	4,7466	4,3879
Cologne	1,8356	67 9,5	4,7287	4,3578
Bonn	1,8515	67 0,2	4,7391	4,3425
Popesdorf	1,8188	»	»	»
Gotha	1,8347	66 46,2	4,6517	4,2745
Goettingue	1,8055	67 6,7	4,6422	4,2767
Berlin	1,7995	67 25,0	4,6859	4,3265
Altona, Hambourg	1,7485	68 24,8	4,7526	4,4188
Amsterdam	1,7605	68 12,5	4,7418	4,4029
Rotterdam	1,7726	68 4,2	4,7462	4,4028

» Je crois que ces valeurs de H sont plus correctes que celles que j'ai données dans l'extrait des *Bulletins*, 2^me^ série, t. V, n° 8, d'après les données de M. Ernest Quetelet, qui diffèrent plus ou moins de celles-ci.

» Comme il est nécessaire, pour l'étude du magnétisme terrestre, d'avoir des valeurs absolues dans plusieurs villes en Europe, comme bases des observations relatives, et afin de pouvoir déterminer les variations séculaires, j'ai trouvé bon de réduire ces observations de M. Ern. Quetelet aussi correctement que possible. J'ajouterai, comme exemple, les observations d'Altona :

	T.	H.
Hansteen	1827,62	1,6809
Id.	1839,63	1,7115
Quetelet.	1856,70	1,7485

Ces valeurs sont représentées par la formule

$$H = 1,6809 + 27,05\,(T - 1827,62) - 0,1308\,(T - 1827,62)^2.$$

Sur les étoiles filantes du 10 *août* 1859, *l'aurore boréale du* 28 *août* 1859 *et la lumière zodiacale;* lettre de M. Herrick à M. Ad. Quetelet.

New-Haven, le 28 octobre 1859.

« Vous apprendrez avec intérêt, j'en suis persuadé, le résultat des observations faites sur les étoiles filantes à l'époque du mois d'août dernier; vous serez charmé de savoir que le phénomène météorologique de cette période n'a pas manqué de se reproduire, quoique le nombre des étoiles filantes semble avoir un peu diminué.

» A Chicago, dans l'Illinois (lat. nord 42°, longit. occ. 87° 38′), les observations ont été faites par M. Francis Bradley, qui m'a secondé précédemment dans mes recherches astronomiques.

» Le 5 août 1859, observant seul, M. Bradley aperçut, de 11^h du soir à minuit, 19 étoiles filantes, dont 7 ou 8 partaient du point rayonnant ordinaire.

» Du 9 au 10, il a observé conjointement avec d'autres personnes, et il a obtenu les résultats suivants :

» Le 9, de 11^h du soir à minuit, trois observateurs; étoiles filantes aperçues :

Au nord	12
A l'ouest	7
A l'est	6
TOTAL	25

le 10, de minuit à 1^h du matin :

Au nord	12
A l'ouest	13
A l'est	14
TOTAL	39

id., de 1^h à 3^h du matin, quatre observateurs :

Au nord	54
A l'est	33
Au sud	61
A l'ouest	78
TOTAL	226

id., de 3^h à $3^h\frac{1}{2}$ du matin :

Au nord	24
A l'est	10
Au sud	22
A l'ouest	22
TOTAL	78

» Pendant cette période, le ciel resta à peu près découvert; mais la lune mit obstacle aux observations jusque vers 1 heure. Ce n'est pas avec intention qu'on a réuni les observations faites de 1^h à 3^h : l'alarme avait été donnée pour un incendie et avait empêché d'entendre sonner deux heures. Les météores devenaient beaucoup plus nombreux pendant la dernière période de temps. Il n'y en avait pas beaucoup de grands ni de splendides; mais il est digne de remarque que peu d'entre eux seulement ne partaient pas du point rayonnant du mois d'août, c'est-à-dire du voisinage de la poignée de l'épée de Persée.

» La nuit du 10 au 11 ne fut claire qu'en partie, et la présence de la lune aurait rendu les observations inutiles pour la plupart.

» A Boston (Massachusets), des observations furent faites par le professeur A.-C. Twining. »

« Le 10 août 1859, j'observai, dit-il, de $2^h\,15^m$ à $3^h\,30^m$
» du matin, 45 étoiles filantes partant du point rayon-
» nant et 11 étoiles, qui ne partaient pas de ce point,
» mais étaient comprises dans un espace autour du point
» rayonnant, dont le diamètre était à peu près la moitié
» de l'arc compris entre le pôle et α du Taureau. Le ciel
» était clair, les orbites des météores ni longues ni bril-
» lantes, quoique laissant des traces visibles pendant en-
» viron six secondes. Le point rayonnant moyen, pendant
» la durée des observations, était environ à 38° 30′ de
» longitude et de 57° 15′ de latitude. »

« Pendant la dernière saison, l'aurore boréale, qui, depuis plusieurs années, s'était montrée sur une échelle réduite, nous a visités dans toute la splendeur de la période de 1835 à 1852. L'apparition la plus remarquable fut celle de la nuit du dimanche 28 août 1859; elle atteignit au plus haut degré de grandeur et dura toute la nuit.

On l'aperçut depuis la Californie jusque dans l'Europe centrale ou orientale, et elle fut visible à Cuba. Entre $8^h\,{}^1/_2$ et 9^h du soir (le 28), une onde lumineuse d'aurore ou rideau passa par notre zénith et s'étendit presque jusqu'à l'horizon vers le midi. Le *minimum* d'altitude où descendit le bord inférieur de ce rideau fut observé et mesuré par des étoiles ou d'autres moyens, en six endroits des États-Unis. Ces observations constituèrent une série d'un accord remarquable, et donnèrent une parallaxe dont l'erreur est renfermée dans d'étroites limites. Il en résulte que le bord inférieur du rideau n'était pas distant de la surface de la terre de plus de 50 milles anglais, ni de moins de 40 milles. La limite supérieure ne peut pas être déterminée avec la même exactitude, mais ne devait pas probablement être au-dessous de 400 milles. L'aurore parut de nouveau le 2 et le 4 septembre, mais d'une manière moins frappante. L'effet produit sur les lignes du télégraphe électrique dans les États du nord et du centre dépasse tout ce qu'on avait vu jusqu'alors. Il y eut des instants où il était tout à fait impossible de transmettre un message, et après, les courants d'induction produits par l'aurore étaient suffisants pour faire marcher le télégraphe.

» J'ai lu votre rapport sur l'aurore boréale du 21 avril 1815, mais je ne puis dire si cette aurore a été aperçue chez nous. J'ai cessé, depuis plusieurs années, de tenir le registre d'aurores que j'avais continué pendant une longue période, et il arrive rarement aujourd'hui que j'enregistre quelques cas, mes occupations ne me permettant pas de donner beaucoup de temps aux observations scientifiques.

» Vous avez sans doute reçu connaissance des importantes découvertes du révérend George Jones, de la marine des États-Unis, sur la lumière zodiacale. Il trouve que, sous les tropiques, on peut la voir se répandre dans le ciel, chaque fois que la nuit est claire et qu'il n'y a pas de lune. Sous notre latitude, on peut, au printemps, suivre, le matin de bonne heure, sa trace sur le firmament. Mais sommes-nous, dès à présent, en état de décider en quoi elle consiste et où elle se trouve dans l'espace ? »

Séance du 16 décembre 1859.

M. Melsens, directeur.
M. Ad. Quetelet, secrétaire perpétuel.

Sont présents : MM. d'Omalius d'Halloy, Sauveur, Timmermans, Wesmael, Martens, Cantraine, Kickx, Stas, De Koninck, Van Beneden, Devaux, de Selys-Longchamps, Nyst, Gluge, Nerenburger, Schaar, Liagre, Brasseur, Poelman, *membres;* Lacordaire, *associé.*

CORRESPONDANCE.

M. le Ministre de l'intérieur fait connaître que le jury chargé de décerner le prix quinquennal des sciences physiques et mathématiques a eu le regret de ne pouvoir accorder la récompense mise à sa disposition. Son intention est que l'emploi de la somme de cinq mille francs puisse être réglé par l'Académie royale, pour en former le prix d'un ou de plusieurs concours extraordinaires, dont elle déterminera le sujet, dans le cercle des sciences physiques et mathématiques.

Il sera demandé à M. le Ministre si les membres de l'Académie seront admis à prendre part à ces concours.

— L'Institut impérial de France et la Société des Naturalistes de Cher remercient l'Académie pour l'envoi de ses publications.

— M. Airy, directeur de l'observatoire de Greenwich et associé de l'Académie, fait connaître, par l'intermédiaire de M. Quetelet, qu'il compte s'occuper d'un travail sur la position précise des petites planètes et qu'il recevrait avec intérêt les observations faites en Belgique.

— M. le professeur E.-D. Heis transmet la suite de ses observations sur les aurores boréales et la lumière zodiacale pendant l'année 1859.

— M. de Selys-Longchamps dépose le résultat des observations qu'il a faites, avec M. Michel Ghaye, sur l'état de la végétation à Waremme, le 21 octobre dernier; les mêmes observations sont présentées par M. A. Bellynck, pour Namur, en même temps que les observations sur les phénomènes périodiques des plantes pendant l'année 1859.

— M. Ch. V. Zenger, professeur de mathématiques, à Neusohl, transmet deux notices manuscrites :

1° Sur la vitesse de la lumière et sur la dépendance des forces moléculaires;

2° Sur les indices de réfraction et les constantes de la dispersion des milieux homogènes calculés et observés. (Commissaires : MM. Timmermans, Lamarle et Schaar.)

— M. Maury, directeur de l'observatoire de Washington et associé de l'Académie, fait parvenir un exemplaire de ses *Nautical monographs*, n° 1. — Remercîments.

— S. E. le Ministre des États-Unis mexicains, résidant à Paris, donne communication du décret qui déclare le baron de Humboldt *bien méritant de la patrie*, et ordonne qu'une statue lui sera érigée dans l'école des Mines de Mexico.

Le comité de la fondation de Humboldt invite l'Académie à se joindre à lui, pour ériger un monument à cet homme illustre.

« En poursuivant ce noble but, dit-il, nous n'ignorons point que nous rencontrerons des difficultés; mais nous ne nous en effrayons pas, heureux de poursuivre la mission pacifique de la science qui doit être un lien d'union entre tous les peuples. C'est pour rendre hommage à la mémoire, si digne de reconnaissance, d'Alexandre de Humboldt, et dès lors ce ne peut être un projet irréalisable; nous prions donc les souverains et les princes qui l'ont honoré, les citoyens de l'État auquel il appartient par sa naissance, les amis éclairés de la science qui l'ont admiré, les savants que son esprit centralisateur réunissait en un faisceau autour de lui, les centres de commerce et d'industrie auxquels ses investigations ont grandement profité, les hommes éminents de l'Europe, au milieu desquels il a travaillé, et ceux des deux mondes qu'il éclairait scientifiquement et auxquels il ouvrait les voies de l'avenir, de s'unir pour consacrer à son nom un monument vivant qui, de génération en génération, puisse promouvoir sans cesse les intérêts et les progrès de la science. »

Le comité indique ensuite que son but est de réaliser une fondation ayant pour destination d'assurer un appui efficace à tous les talents éprouvés, partout où ils pourront se trouver et dans toutes les directions où de Humboldt déploya son activité scientifique.

L'Académie royale de Berlin s'est chargée de tracer le plan et les statuts de la fondation, et la maison de banque Mendelssohn et C^e, de la même ville, a accepté la mission de recueillir les fonds de la souscription.

CONCOURS DE 1859.

La classe avait mis au concours pour l'année 1859, cinq questions; elle a reçu une réponse à la première et une à la deuxième question de son programme.

PREMIÈRE QUESTION.

Ramener la théorie de la torsion des corps élastiques à des termes aussi simples et aussi élémentaires qu'on l'a fait pour la théorie de la flexion.

Rapport de M. Lamarle.

« La théorie adoptée par l'auteur du mémoire est celle que M. de Saint-Venant a développée dans un travail considérable publié, en 1856, par l'Institut de France, et intitulé *Mémoire sur la torsion des prismes.* En exposant cette théorie, l'auteur s'efforce de la dégager des considérations de mécanique moléculaire sur lesquelles M. de

Saint-Venant s'appuie, et de la réduire à la forme la plus simple, la plus élémentaire. Quelques pages lui suffisent pour parvenir aux équations fondamentales dont il a besoin, et qu'il présente comme résumant la solution demandée.

La marche que suit l'auteur pour établir les formules générales données par M. de Saint-Venant, a l'avantage d'être très-rapide. Je dirai même qu'elle est trop rapide, vu qu'elle laisse à peine entrevoir le degré d'exactitude ou d'approximation que comportent les résultats définitifs.

Il était entendu, sans doute, qu'il s'agissait avant tout d'une théorie réductible à des termes très-simples. Toutefois, l'emploi du calcul différentiel ne pouvait être exclu, et, du moment qu'on faisait usage de la considération des infiniment petits, il convenait que l'on procédât rigoureusement, suivant l'esprit de cette méthode, et que, après avoir fixé d'une manière bien précise les données premières sur lesquelles on se fonde, on montrât au besoin comment se justifient les simplifications introduites par la suppression des quantités qu'on néglige.

Il semble, d'après l'exposé de l'auteur, que les mêmes sections, qu'il considère dans un prisme tordu, sont traitées par lui tantôt comme étant planes, tantôt comme étant courbes. La différence de ces deux points de vue ne permet pas qu'on passe de l'un à l'autre sans tenir compte des changements qui peuvent en résulter. Au moins, faut-il indiquer ces changements et, s'ils n'affectent pas sensiblement les résultats obtenus, donner, à cet égard, les éclaircissements nécessaires.

En négligeant ce soin, l'auteur a laissé prise à des objections qu'il importait de prévenir dans une théorie tout élémentaire.

On a dit avec raison (1) que rien ne nous dispense d'étudier les choses en elles-mêmes, et que les résultats de nos calculs ont presque toujours besoin d'être vérifiés par quelque raisonnement simple. Ce serait peut-être se montrer trop exigeant que d'imposer ici comme règle absolue cette sorte de vérification. Toutefois, il n'y a rien d'exagéré à ne point admettre sans explication les points qui se présentent à première vue comme contradictoires.

L'auteur admet que les sections d'un prisme, si elles sont déformées par la torsion, le sont toutes de la même manière.

Il admet, en outre, qu'il y a déformation des sections transversales toutes les fois que le prisme n'est point à base circulaire.

Représentons-nous un prisme droit à section carrée, sollicité par deux couples égaux et de sens contraire, chacun de ces couples agissant à l'une des extrémités du prisme et perpendiculairement à son axe.

Il paraît évident qu'à raison de la symétrie, la section transversale, équidistante des plans où agissent les couples sollicitants, ne peut cesser d'être plane. D'après la théorie de l'auteur, cette même section deviendrait courbe en même temps et de la manière que toutes les autres.

Le défaut d'accord que je viens de signaler entre la théorie de l'auteur et la considération très-simple exposée ci-dessus soulève une difficulté sérieuse.

Quelques développements seraient indispensables pour lever cette difficulté.

Eu égard aux observations précédentes, je suis d'avis

(1) M. Poisson, *Théorie nouvelle de la rotation des corps.*

qu'il y a lieu de maintenir au concours de l'année prochaine la question proposée. L'auteur du mémoire reçu par l'Académie serait ainsi mis à même de compléter son œuvre, en élucidant les points restés douteux dans son exposé général.

D'autres concurrents pourraient, d'ailleurs, intervenir, et ajouter ce qui manque aux éléments déjà acquis d'une bonne solution. »

Ce rapport, auquel ont adhéré les deux autres commissaires, MM. Timmermans et Schaar, est approuvé par la classe.

DEUXIÈME QUESTION.

Déterminer par des recherches, à la fois anatomiques et chimiques, la cause des changements de couleur que subit la chair des bolets, en général, et de plusieurs russules, quand on la brise ou qu'on la comprime.

Rapport de M. Kickx.

« Le phénomène qu'il s'agissait de faire connaître dans tous ses détails et d'expliquer, est connu depuis très-longtemps et a excité à plusieurs reprises l'attention des naturalistes. Déjà, anciennement, Saladin et Bulliard s'en sont occupés. Le premier conclut de ses expériences, faites dans l'obscurité, que l'air (il aurait mieux dit la lumière) ne joue aucun rôle dans cette coloration. Le second se contente d'une explication purement hypothétique qui pourtant ne présente rien d'absolument impossible : pour lui, le changement de couleur serait dû à un liquide renfermé dans de très-petits vaisseaux où sa couleur n'est pas sensible, tandis qu'elle le deviendrait quand ce liquide a pu se réunir en gouttelettes.

Ce n'est pas seulement au point de vue scientifique que le phénomène méritait d'être étudié. A la curiosité du naturaliste venait s'adjoindre un motif d'utilité publique. En effet, bien que Linné eût dit que les champignons conviennent mieux à nourrir des insectes qu'à servir d'aliment à l'homme, l'usage alimentaire de ces plantes n'en continuait pas moins à s'étendre. Les bolets, surtout, étaient devenus, par leur volume et par l'épaisseur de leur chair, un objet de convoitise; plusieurs et des plus succulents eussent fait les délices de maint Apicius moderne, s'ils n'avaient été regardés comme vénéneux, à cause de leur propriété de se colorer subitement aussitôt qu'on les entame. Sans être aujourd'hui aussi exclusive, cette opinion est encore, pour certaines espèces au moins, celle de beaucoup d'auteurs qui ont écrit sur les champignons comestibles. Changer de couleur n'est pas, à la vérité, toujours et d'une manière absolue, l'indice d'un naturel malfaisant; mais rien n'est plus propre à inspirer de la défiance que la versatilité.

Macaire (1) entreprit à son tour des recherches sur le *Boletus cyanescens*, espèce où non-seulement la coloration est très-intense, mais d'où s'écoule, en outre, en abondance, par la compression, un suc également bleu. Voici comment il explique le phénomène : le fer existe, dit-il, dans ce bolet à l'état de protoacétate ou de protosulfate, et la plante renferme en même temps une grande quantité d'air atmosphérique; lorsqu'on ouvre le champignon, l'air

---

(1) *Mémoires de la Société d'histoire naturelle de Genève*, 1825, t. II, 2me partie.

interne mis en liberté fait passer le sel à un second degré d'oxydation, et la chair alors bleuit : ce bleuissement est bientôt suivi, sous l'influence de l'air extérieur, d'un troisième degré d'oxydation indiqué par une coloration jaune. Personne n'ignore en effet que l'on peut produire de la même manière ces divers changements dans les laboratoires.

Quelque satisfaisante que paraisse cette explication, il est évident qu'on ne peut l'admettre comme théorie générale que pour autant que la présence de ces sels de fer aurait été constatée chez tous ou chez la plupart des champignons bleuissants. Encore faudrait-il, ainsi qu'on l'a déjà fait remarquer, que l'air fût renfermé, à l'intérieur du bolet, dans des organes creux, autres que ceux où se trouveraient les sels de fer, et n'offrant aucun moyen de communication avec ceux-ci; sans cela la couleur primitive de la chair ne serait guère blanche avant la rupture. D'ailleurs, tous les bolets à chair changeante ne bleuissent pas : il y en a qui jaunissent (*Boletus aeneus,* Fr.), qui noircissent (*Boletus rutilus*), qui rougissent (*Boletus satanas*) et qui verdissent directement sans passer par le bleu (*Boletus fragrans*). D'autres ne changent de couleur qu'immédiatement au-dessous de la peau (*Boletus impolitus, vaccinus*); quelques-uns ne bleuissent que dans la partie de la chair avoisinant l'hyménium (*Boletus badius*); il en est enfin qui rougissent près de l'hyménium et bleuissent vers la surface du chapeau (*Boletus sulfureus, Boletus pruinatus*), et même qui bleuissent pour reprendre ensuite leur première couleur (*Boletus rubro-testaceus* et *radicans*, Secr. (1).

---

(1) *Voir* Secretan, *Mycologie suisse,* III, p. 26 et 27.

On voit donc aisément ce qui restait à faire, et c'est dans cet état que M. Schoenbein (1) trouva la question en 1856.

M. Schoenbein opéra sur le *Boletus luridus*. Il y découvrit une matière résineuse particulière analogue à la résine de gaïac, à l'instar de laquelle elle bleuit lorsqu'elle vient en contact, non pas avec l'oxygène ordinaire, mais avec l'oxygène à l'état d'ozone. L'ozonification se ferait, d'après l'auteur, sous l'influence d'un corps protéinique.

Il n'est pas douteux que ces recherches ne soient venues jeter un nouveau jour sur le phénomène dont il s'agit. Mais, tout en préférant les vues de Schoenbein à celles de Macaire, nous ne croyons pas la question résolue. Plusieurs des observations, présentées contre la théorie précédente, s'appliquent aussi à celle du chimiste bavarois. Le bleu n'est point, en effet, la seule couleur que prennent les bolets quand on les brise. Puis encore, pourquoi le changement de coloration ne se fait-il point spontanément, sans rupture, puisque tous les éléments qui interviennent dans le phénomène sont produits par la plante, sous l'influence de son organisation et de l'élaboration dont elle est le siége? Comment la simple compression provoque-t-elle souvent le même effet que la rupture? Pourquoi d'autres bolets ne changent-ils jamais?

Une grande importance s'attachait à l'étude du sujet, au point de vue physiologique. Une série nouvelle de recherches, d'observations et d'expériences, entreprises d'après un autre plan et non exclusivement chimiques, était devenue nécessaire. Il fallait, pour élucider convenablement la question :

---

(1) *Ueber die nächste Ursache der spontanen Bläuung einiger Pilze.* München, 1856, in-4°.

1° Interroger en détail la structure anatomique des bolets qui se colorent;

2° La comparer à celle des bolets immutables;

3° Faire des analyses chimiques comparatives des uns et des autres;

4° Étudier, sous le double rapport anatomique et chimique, la même espèce à des âges différents;

5° Tenir compte des différences que peuvent offrir, quant à la coloration et dans une même espèce, la chair du chapeau et l'hyménium;

6° Chercher dans quels organes se trouve la matière sujette à se colorer;

7° Vérifier si elle existe, en dehors du genre bolet, dans d'autres champignons où des changements analogues ont été constatés (par exemple, *Russula nigricans, Lactarius theiogalus et subdulcis*, *Amanita rubescens*, *Agaricus rachodes*, etc.);

8° Rechercher s'il existe ou non une relation entre le phénomène qui fait l'objet de ce rapport et la lactescence que l'on observe dans la même famille;

9° Examiner, au même point de vue, la mutation de couleur que subit le suc de certains lactaires, suc qui devient tantôt jaune (*Lactarius scobiculatus et flexuosus*), tantôt rouge (*Lactarius luridus*, *acris*, etc.), et qui d'autres fois (*Lactarius vellereus et insulsus,* par exemple) ne subit aucune altération après la rupture du chapeau.

Nous comprenons combien ce programme est vaste; mais nous n'hésitons pas à dire qu'en dehors de ces termes, la question ne sera jamais entièrement résolue.

Une seule réponse a été adressée à l'Académie. Elle porte pour devise ce passage de Liebig : « La nature » nous parle un langage particulier, le langage des phé-

» nomènes ; elle répond à chacune des questions que
» nous lui adressons, et ces questions ce sont nos expé-
» riences. »

Le mémoire est écrit tout d'un bout sans être divisé en chapitres. L'auteur entre en matière par des généralités sur les principes colorants des végétaux ; il passe ensuite à ceux des champignons proprement dits et particulièrement des bolets. Il décrit l'hyménium du genre *Boletus*, et en donne une idée évidemment erronée : les bolets sont, en effet, reconnus aujourd'hui pour être basidiospores. Suivent des détails sur l'intensité des couleurs chez différentes espèces, puis quelques lignes sur la structure anatomique des *Boletus luridus et cyanescens.* Nous nous y arrêterons un instant.

Le tissu où se fait la coloration se compose, dit l'auteur, « de ces longues cellules fusiformes propres aux
» champignons et qui forment ce qu'on a l'habitude d'ap-
» peler le tissu feutré. » Ce tissu feutré (*Filzgewebe, tela contexta*) se présente effectivement chez les champignons en général, mais il est inexact de lui attribuer des cellules en fuseau qui en feraient un tissu de prosenchyme. Elles sont, au contraire, cylindriques, très-allongées, dichotomes ou bifurquées, diversement réunies par des anastomoses et repliées sur elles-mêmes, tenant en quelque sorte le milieu entre les tubes du pleurenchyme et les tubes, ou vaisseaux, comme on les appelle, latexifères. Feu notre collègue M. Morren (1) et Schleiden (2) en ont figuré plusieurs formes. En disant donc que la chair des *Boletus luridus* et *cyanescens* est constituée d'un tissu

(1) *Bulletins*, tome VI, 1re partie, page 34.
(2) *Grundzuge der wissenschaftlichen Botanik*, vol. I, page 269.

feutré, sans examiner les modifications que ce tissu offre dans ces espèces, — et quand bien même, d'autre part, la nature des cellules aurait été exactement indiquée, — l'auteur n'a certes rien avancé de neuf. Avec ce tissu, d'ailleurs ordinairement assez homogène, paraît-il, chez les champignons ligneux, coexistent souvent, dans ceux qui sont charnus, d'autres tubes plus larges qui renferment, d'après Schacht (1), un suc laiteux, puis une sorte particulière de tissu septé (2) et quelquefois aussi, d'après nos propres observations, des cellules parenchymateuses en petit nombre diversement disposées sans être réunies entre elles, et qui ne sont pas sans présenter de l'analogie avec les opanges. Sur tous ces points le mémoire se tait, aussi bien que sur la différence ou la similitude de structure dans les bolets à chair changeante comparativement aux autres.

C'est dans ce tissu feutré, le seul organe anatomique que l'auteur admette, non-seulement chez les bolets, mais encore dans tous les champignons en général, que se formerait, d'après lui, à l'état incolore et dans le liquide même occupant la cavité cellulaire, la matière colorante qui, elle aussi, est liquide. Cette matière colorante imbibe toujours, d'après l'auteur du mémoire, toutes les cellules indistinctement : son apparition n'est liée à aucun organe particulier; elle pénètre, avec le liquide qui la contient, de cellule en cellule, par endosmose. Nous devons avouer que tout cela est très-vague. Si la matière colorante est uniquement formée, comme le croit l'auteur, dans l'inté-

---

(1) *Grundriss der Anatomie und Physiologie der Gewachse,* p. 56.

(2) Bonorden, *Ueber den Bau der Agaricinen.* (*Botanische Zeit.* 1858, n^os 28 et 29.)

rieur des cellules du tissu feutré qui constitue à lui seul toute la masse charnue du champignon, l'on ne comprend point quelles sont les cellules où la matière colorante aurait besoin de pénétrer par endosmose. Ce tissu feutré se retrouve, d'ailleurs, aussi dans les bolets qui ne changent point de couleur.

Le reste du mémoire est entièrement relatif à la partie chimique. Bien que j'en abandonne l'examen à mes honorables corapporteurs, je dirai, cependant, que cette partie me semble un simple résumé de faits connus. L'auteur reproduit, en définitive, la théorie de M. Schoenbein : seulement il assimile l'espèce de résine particulière, que Schoenbein compare à celle du gaïac, à l'aniline, alcaloïde liquide que l'on obtient par l'action du bisulfhydrate d'ammoniaque sur la nitrobenzine, mais qu'on n'a pas encore trouvé dans la nature.

Sans rien préjuger sur l'avis de mes honorables confrères, MM. Martens et Melsens, dont j'attendrai le rapport pour me prononcer, je suis cependant porté à croire que le mémoire dont il s'agit ne saurait être, de la part de la classe, l'objet d'une distinction honorifique. »

Rapport de M. Martens.

« Mon honorable collègue, M. Kickx, ayant fait un rapport détaillé sur la partie botanique du mémoire dont il s'agit, et l'ayant trouvée, avec raison, très-imparfaite, je me bornerai à dire quelques mots de la partie chimique.

L'auteur du mémoire expose et adopte les vues ingénieuses de M. Schönbein sur la coloration des champignons, sans avoir cherché à les confirmer par des expériences nouvelles. La plupart des faits qu'il cite en faveur de sa théorie, et qu'il semble s'attribuer comme nouveaux, ont déjà été publiés depuis longtemps par le savant chimiste de Bâle, dont il ne paraît pas avoir consulté tous les travaux, notamment ceux consignés dans les *Verhandlungen der naturforschenden Gesellschaft zu Basel.*

On sait que la chair du *Boletus luridus,* qui bleuit à l'air, se décolore ensuite presque instantanément dans une atmosphère désoxydante d'hydrogène sulfuré ou d'acide sulfureux, et peut être ramenée de nouveau au bleu par la plupart des agents oxydants énergiques. En tout cas, la coloration bleue se dissipe à la longue à l'air, et ne peut plus alors être reproduite par aucun moyen, ce qui montre que le principe colorant est une matière organique très-altérable.

En laissant macérer le *Boletus luridus* pendant 24 heures dans de l'alcool, le pressant ensuite à travers un linge et filtrant, M. Schönbein a obtenu un liquide clair d'un jaune brun foncé (*Pilztinctur*) qui ne change pas de couleur à l'air, mais se colore immédiatement en bleu verdâtre par une foule de substances oxydantes qui bleuissent également la teinture de gaïac, telles que l'oxygène ozonisé, les solutions faibles de chlore, de brome, d'acide hypermanganique, les bioxydes de manganèse, de plomb, etc. Le bioxyde de plomb la colore tellement qu'il la rend opaque. Les deux teintures bleues peuvent être décolorées immédiatement par les agents désoxydants (hydrogène sulfuré, acides sulfureux, gallique, pyrogallique, etc.), et recolorées ensuite de nouveau par oxygénation. Si la coloration et la décoloration se répètent plusieurs fois, les deux teintures perdent, enfin, la propriété de se colorer de nouveau.

M. Schönbein présume, d'après cela, que la substance bleuissante des bolets est de nature résineuse, comme celle du gaïac, vu surtout qu'elle s'extrait par l'alcool et qu'elle offre plusieurs propriétés analogues; mais il n'a pas cherché à vérifier cette supposition par l'analyse chimique. Toutefois, comme la coloration bleue de la résine de gaïac se forme, d'après le savant chimiste suisse, par une combinaison faible de la résine avec l'ozone (combinaison analogue à celle de l'iode avec l'amidon), il est probable qu'il en est de même de la substance colorante des bolets bleuissants.

Or, la substance colorante des bolets, séparée des autres principes du champignon à l'aide de l'alcool, ne bleuissant pas spontanément à l'air, M. Schönbein en conclut que les bolets doivent contenir une autre substance propre à ozonifier l'oxygène de l'air, substance analogue à celle qui existe dans l'écorce des pommes de terre et dans d'autres plantes qui ont la propriété de bleuir la teinture de gaïac au contact de l'air.

Cette substance, agissant à l'instar d'un ferment oxydant ou de l'essence de térébenthine, s'unirait momentanément à l'ozone produit, pour le céder immédiatement soit à la résine de gaïac, soit à la résine du champignon : de là la coloration bleue. Les expériences suivantes confirment cette manière de voir.

Beaucoup de champignons qui ne bleuissent pas à l'air se colorent en bleu quand on les enduit soit de teinture de gaïac, soit de teinture du *Boletus luridus*.

Si l'on presse à travers un linge le suc d'un champignon à chair non colorable, le liquide clair obtenu se colore en bleu par l'addition de la teinture du *Boletus luridus*. La substance ozonifiante des champignons est donc soluble dans l'eau, et, de même qu'un ferment, elle perd, par l'ébullition, sa faculté bleuissante.

Les écorces de pommes de terre crues, en contact avec l'air, colorent également la *Pilztinctur* en bleu.

On peut donc admettre avec M. Schönbein que la coloration que prennent certains champignons, quand on les brise, et qui est toujours l'effet d'une oxygénation, est subordonnée à la présence, dans ces végétaux, d'une substance qui se charge facilement d'oxygène ozonifié et le transmet au principe colorant qu'il suppose être de nature résineuse. Il ne paraît pas douteux non plus que ce soit l'oxygène ozonifié seul qui produit la coloration, puisque c'est au contact de l'air ozonisé que la teinture de gaïac et celle des bolets bleuissants se colorent rapidement, qu'elles se décolorent en dehors de l'ozone par l'action d'agents désoxydants, pour se recolorer de nouveau au contact de l'ozone, et finir, enfin, par perdre toute propriété bleuissante, après quelques colorations et décolorations successives.

Voilà où en est l'état de nos connaissances chimiques sur le phénomène de la coloration des champignons. L'auteur du mémoire n'y a rien ajouté, et tous les faits d'oxygénation qu'il cite, à la page 8 de son mémoire, à l'appui de ses vues théoriques, et qu'il donne en grande partie comme nouveaux, sont connus depuis longtemps et ont été publiés la plupart par M. Schönbein dans diverses notices successives.

L'auteur aurait dû faire un pas en avant et tenter quelques recherches pour isoler le principe colorant des bolets bleuissants, ou au moins pour établir les caractères physiques et chimiques de la substance colorable que l'alcool extrait de ces bolets; mais il n'en a rien fait. Il affirme bien, à la vérité, que le principe colorant des bolets ne saurait être le même que celui du gaïac, parce qu'il offre quelques propriétés différentes, et entre autres celle d'avoir plus d'affinité pour l'oxygène; car, dit l'auteur, le principe incolore des bolets mis en présence de la résine de gaïac récemment bleuie par l'ozone, lui enlève l'oxygène et la décolore tout en devenant bleu lui-même. Mais ce seul phénomène est loin de pouvoir caractériser le principe colorant des champignons. L'auteur se hasarde ensuite à présenter une nouvelle hypothèse sur la nature de ce principe colorant. Il présume qu'il n'est autre chose que l'aniline, alcaloïde qui est également colorable par oxygénation. Mais s'il en était ainsi, il faudrait qu'une solution alcoolique d'aniline incolore bleuît rapidement en la versant à la surface des mêmes champignons brisés qui colorent instantanément à l'air la solution alcoolique du *Boletus luridus,* ce que l'auteur n'a pas même songé à constater; il n'a pas non plus cherché à vérifier si les réactions propres à l'aniline, et entre autres celle qu'elle présente avec l'acide chromique, peuvent être obtenues également avec les bolets bleuissants; enfin, il aurait dû chercher à extraire l'aniline de ces derniers, ce qui ne pouvait pas offrir une bien grande difficulté. En tout cas, l'hypothèse de l'auteur me paraît entièrement invraisemblable, 1° parce que l'aniline n'a été trouvée jusqu'ici dans aucun végétal; 2° parce que ses propriétés l'éloignent considérablement des matières neutres, colorables, existant dans une foule de végétaux qui se colorent à l'air, comme le suc du brou de noix, celui des pommes de terre, etc.

L'Académie comprendra aisément, d'après ce qui précède, que le mémoire en question ne saurait être l'objet d'aucune distinction honorifique.

Je serai, toutefois, d'avis que la question fût remise au concours, afin que l'auteur du mémoire, mieux éclairé par la lecture de nos rapports, pût faire les recherches nécessaires pour la solution d'une question qui offre incontestablement un grand intérêt. »

Conformément aux conclusions de ces deux rapports, auxquelles adhère le troisième commissaire, M. Melsens, la classe n'a pas cru devoir décerner sa médaille d'or.

COMMUNICATIONS ET LECTURES.

Lettre de M. le Dr Heis, de Münster, à M. Ad. Quetelet, sur les perturbations magnétiques et la lumière zodiacale observées en 1857, 1858 et 1859.

Le 9 décembre 1859, à $5^h 22^m,5$, t. m. de Münster, j'ai observé ici un bolide dans la constellation de l'Aigle; sa marche ascendante était de 203° 5′ AR + 5° en déclinaison, jusqu'à 303° AR + 9° en déclinaison. Sa course était dirigée vers les régions environnant *Bruxelles*, où on l'aura observé, apparemment dans toute sa plénitude. A Münster, le diamètre de ce bolide était presque le $^1/_5$ de celui de la lune.

Suite des observations sur les aurores boréales et la lumière zodiacale.

1859, le 12 octobre, au soir, une aurore boréale a été observée en *Westphalie;* elle fut aussi remarquée à Dresde, Berlin, Naugard en Poméranie, Stettin, Cassel et Francfort.

M. Neumeyer, de Melbourne, m'écrit qu'on a observé, en Australie, les 28-29 août et le 2 septembre, de magnifiques *aurores australes* et de grandes perturbations magnétiques. Il me donne une liste des lumières australes qu'il a observées à *Melbourne*, depuis son séjour en Australie.

Plusieurs aurores australes et perturbations magnétiques furent observées en même temps que se produisaient, en Europe, des aurores boréales et des perturbations magnétiques. Voici les coïncidences :

1857, *décembre* 17. — Aurore australe à Melbourne, de 8^h 10^m à 12^h 45^m. Aurore boréale observée ainsi qu'une grande perturbation magnétique à Bruxelles.

A Bruxelles, la plus forte perturbation magnétique a été observée à midi. (9^h $^1/_5$ du soir, temps de Melbourne).

1858, *décembre* 4-5. — Perturbations magnétiques à Melbourne. L'intensité la plus grande a été observée le 5, de 4^h à 6^h du matin. Lumière australe observée en plusieurs lieux de l'Australie. — Une aurore boréale fut observée le 4 décembre, de 9^h à 12^h 17^m, à Münster et en plusieurs endroits de l'Allemagne. Des perturbations magnétiques furent observées à Prague, le 4, après midi, et à Christiania.

— *octobre* 7, au matin. — Aurore australe à Melbourne. Les perturbations magnétiques n'étaient pas très-fortes.

— *avril* 9. — Aurore australe à Melbourne et aurore boréale à Münster.

— *août* 21. — Perturbations magnétiques le soir; aurore boréale à Christiania.

— *août* 20, à 8^h 8^m. — Aurore australe et perturbations magnétiques à Melbourne; aurore boréale à Christiania.

1859, *septembre* 21, à 9^h du soir. — Aurore australe et perturbations magnétiques à Melbourne; aurore boréale à Christiania.

— *février* 23. — Grandes perturbations magnétiques de 7^h 15^m du matin à 5^h du soir, à Melbourne. Aurore boréale à Münster, de 7^h à 11^h 23^m (en même temps qu'on observait à Melbourne des perturbations magnétiques). Aurore boréale à Naugard, Prague et à Christiania. Perturbations magnétiques à Prague et à Christiania.

— *février* 24. — Perturbations magnétiques à Melbourne et à Christiania.

— *avril* 21. — Perturbations magnétiques à Melbourne. La plus grande perturbation a eu lieu le 21 avril à 14^h. Le navire *l'Horizon* a observé, le 22 avril, de 2^h du matin jusqu'au crépuscule, une lumière australe à 40° 44′ lat. aust., 126° 51′ long. E. de Greenwich, ainsi qu'une magnifique aurore australe. Le 24 avril, au soir, grande aurore boréale en Allemagne, à Bruxelles, à Paris et à Dorpat. Fortes perturbations magnétiques à Prague, Munich et à Bruxelles.

Lumière zodiacale.

1859, *novembre* 20, 7^h. — Bord supérieur : 300° — 12°, 310° — 12°. Sommet : 325° — 15°. Bord inférieur : 320 — 17°, 310° — 19°, 300° — 10°.

— *novembre* 23. Matin 17^h. — Bord supérieur : 220° + 5°, 210° + 3°, 200° + 3°. Sommet : 188° + 1°. Bord inférieur : 200° — 12°, 210° — 19.

ÉLECTIONS.

M. le secrétaire perpétuel a fait connaître ensuite les résultats des dernières élections faites par la classe.

La classe avait à pourvoir au remplacement de quatre de ses associés, MM. Gergonne, Lejeune-Dirichlet, de Humboldt et Robert Brown.

La section des sciences physiques et mathématiques a élu comme associés :

MM. Lamont, directeur de l'observatoire de Munich,
Struve, directeur de l'observatoire de Pulkowa.

La section des sciences naturelles a élu :

MM. Von Baer, à Saint-Pétersbourg,
Sir Charles Lyell, à Londres.

La classe avait également à pourvoir au remplacement de deux de ses membres dans la section des sciences naturelles, par suite du décès de MM. Morren et Lejeune; ses suffrages se sont portés sur :

MM. Dewalque, professeur à l'université de Liége,
Jules d'Udekem, professeur à l'université libre.

Ces nominations seront soumises à l'aprobation du Roi, conformément à l'article 7 des statuts organiques.

—

Aux termes de l'arrêté royal du 29 novembre 1851, instituant les prix quinquennaux des sciences et des lettres, « le jugement du jury doit être proclamé dans la séance publique de la classe sur la proposition de laquelle le jury a été nommé. »

M. le Ministre a écrit à l'Académie.

Conformément à cette disposition, j'ai l'honneur de faire connaître que le jury « a décidé, à l'unanimité de ses membres, qu'il n'y avait pas lieu de décerner le prix quinquennal des sciences physiques et mathématiques. »

En faisant connaître cette décision, M. le Ministre ajoute :

« Bien que le jury n'ait pas rencontré de travail dont le mérite exceptionnel justifiât la haute distinction qu'il était maître de décerner, son rapport atteste cependant que la période quinquennale à laquelle s'étendaient ses investigations a vu paraître un certain nombre d'ouvrages scientifiques d'une valeur incontestable...

» La somme de 5,000 francs restera à la disposition de l'Académie pour former le prix d'un ou de plusieurs concours extraordinaires dont elle déterminera le sujet, dans le cercle des sciences physiques et mathématiques. L'Académie aura d'ailleurs à examiner si, dans le choix des matières de ces concours extraordinaires, elle ne pourra concilier avantageusement l'intérêt scientifique avec celui des applications industrielles. »

Séance publique du 17 décembre 1859.

M. MELSENS, directeur de la classe.
M. VAN BENEDEN, vice-directeur.
M. AD. QUETELET, secrétaire perpétuel.

Sont présents : MM. d'Omalius d'Halloy, Sauveur, Wesmael, Martens, Cantraine, Stas, De Koninck, Ad. De Vaux, De Selys-Longchamps, le vicomte B. Du Bus, Nyst, Gluge, Nerenburger, Schaar, Liagre, Brasseur, Poelman, *membres;* Schwann, Spring, Lacordaire, *associés;* Ernest Quetelet, J. d'Udekem, Gloesener, Montigny, *correspondants.*

Assistent à la séance :

Classe des lettres. — MM. Gachard, *vice-directeur;* De Decker, Arendt, *membres;* Nolet de Brauwere Van Steeland, *associé.*

Classe des beaux-arts. — MM. Baron, *vice-directeur;* Alvin, Braemt, Roelandt, Suys, Jos. Geefs, Érin Corr, Snel, Ed. Fétis, De Busscher, *membres.*

La séance est ouverte à 1 heure.

M. Melsens, directeur de la classe, donne lecture du discours suivant :

MESSIEURS,

C'est la première fois que, grâce à la bienveillance de l'Académie, je suis obligé d'entreprendre une tâche qui me paraît bien lourde; il n'a fallu rien moins que l'idée du devoir pour ne pas reculer devant son accomplissement. J'ose compter sur votre indulgence; j'espère que votre sympathique attention m'est acquise.

J'aurais voulu vous soumettre quelques résultats de mes méditations relatives aux effets constatés pour notre pays par suite du régime des lois sur l'enseignement; mais ce sujet si vaste, si grave, comporte des détails que je ne crois pas avoir suffisamment mûris, pour lesquels le concours de tous les membres de l'Académie, celui de tous ceux dont la misssion, ou mieux encore le sacerdoce, est d'enseigner à tous les degrés, me serait nécessaire, depuis le recteur des universités jusqu'au plus modeste *maître d'école.*

Il leur appartient à tous d'éclairer l'administration en dévoilant les lacunes et les besoins; mais il appartient à l'Académie, le premier corps savant de la Belgique, à ses membres qui ont approfondi toutes les branches des connaissances humaines, d'éclairer le pays, en lui révélant le précipice vers lequel marche l'avenir scientifique de la patrie.

Tous, vous voulez que les jeunes générations reçoivent une instruction solide; tous, vous gémissez sur l'abandon ou la désertion du temple de la science; vous voyez que le vide se fait, que le nombre des adeptes diminue; vos efforts réunis, votre exemple, sont momentanément impuissants à arrêter les progrès de cette décadence, à couper, dans sa racine, ce mal qui semble miner quelques sociétés modernes, sinon toutes.

Ne couvrons pas d'un voile ce triste état des choses; cherchons à éviter qu'il n'atteigne pour nous les proportions d'une calamité publique.

Vous qui, dans les sciences, les lettres et les arts, marchez de pair avec les savants des nations civilisées, assurez-vous des successeurs dignes de vous, dignes d'être les continuateurs de votre noble et grande mission.

L'un de nos directeurs, professeur distingué dans le haut enseignement, nous l'a dit : *C'est par l'intelligence que les nations se créent une mémoire impérissable dans l'histoire.*

Nous devons donc, par tous les moyens, empêcher l'affaiblissement de ce dépôt sacré.

Il est de votre devoir d'en agir ainsi ; je dirai plus : la conscience nous l'ordonne.

En effet, si mon illustre prédécesseur, qui occupe une si haute position dans la législature, vous a montré avec tant de talent les différences qui existent entre les races brunes et les races blondes; s'il vous a fait voir chez l'une les tendances au *développement, à la persistance, à la fécondité*, ne serait-il pas présomptueux de ma part d'ajouter un trait à ce tableau peint avec tant de science, avec cette autorité qui commande le respect pour l'opinion du savant et du législateur?

Qu'on m'en permette l'essai en quelques mots :

La race noire est déplacée par la race brune, qui se développe à ses dépens; mais la race brune est déplacée par la race blanche, à laquelle nous appartenons et dans laquelle notre savant confrère distingue un type brun et un type blond; ce dernier est plus persistant, plus fécond, se développe mieux; aussi déplace-t-il le premier.

Je me demande si l'on ne peut classer la race blonde en intelligente et inintelligente?

Une loi naturelle nous montre que l'intelligence et le travail déplacent la paresse et l'inintelligence.

Évitons l'application de cette loi à nos neveux!

Je livre ces faits à la méditation de nos législateurs, de nos administrateurs, qui seuls porteront devant l'histoire la responsabilité de leurs actes et des résultats déplorables auxquels ils peuvent conduire dans l'avenir.

Soyez-en bien convaincus, Messieurs, nos législateurs, nos administrateurs vous aideront quand vous leur aurez montré la voie. Celle-ci ouverte, la jeunesse y entrera; elle la parcourra avec zèle, avec bonheur, quand on aura enlevé les épines, les obstacles.

Encourager, soutenir la jeunesse; faciliter son travail, là est notre mission, la vraie, la seule mission du savant et surtout du professeur. Nous aurons alors une génération aussi intelligente que morale, aussi calme que forte. Celle-ci n'aura pas à craindre l'envahissement étranger, car elle représentera au plus haut degré la race du type blond persistante, féconde, prouvant ses forces par son développement.

L'histoire est là; elle nous apprend que la force brutale, devenue maîtresse un instant, finit par céder à la puissance intellectuelle.

Disons donc hardiment à ces jeunes amis qui nous écoutent : si vous voulez être forts, développez en vous cette puissance que nul ne peut détruire; développez ce noble attribut de l'homme : l'intelligence! Travaillez.

Le travail est l'élément moralisateur de la société; il sera votre consolation dans les adversités et les durs moments de la vie! c'est lui qui sauvegarde la dignité de l'homme.

Ornez votre intelligence! là se trouve votre félicité individuelle; je dirai plus, là se trouve notre puissance comme nation libre, indépendante.

La liberté, ce bien suprême, cette grande vertu, n'est pas le partage des races déshéritées, soumises brutale-ment; mais n'oubliez pas que la liberté, arme précieuse entre les mains que la raison guide, devient un danger entre celles qui sont privées de ce levier, dont vous pouvez indéfiniment augmenter la puissance. Secouez ces langes qui vous empêchent de prendre votre essor! Brisez ces barrières qui maintiennent certaines nations dans une enfance décrépite, perpétuelle.

Developpez et exercez ces facultés qui font de l'homme le roi de la création; l'indépendance et la liberté lui appartiennent à jamais, et il transmet cet héritage à ses descendants.

—

Partant de ces considérations, qui méritent une si grave attention, M. Melsens a jeté un coup d'œil sur les sciences chez les anciens. Il a cherché à caractériser ce qui les distingue des modernes et a montré comment, parmi les erreurs les plus grossières, on retrouve cependant, dans les travaux des âges les plus reculés, quelques vérités appartenant à l'ordre le plus élevé de la philosophie naturelle; mais ces grandes vérités, admises par les modernes, sont basées aujourd'hui sur des preuves matérielles, capables d'être soumises au calcul ou qui ont au moins en leur faveur l'analogie.

Tout en rendant justice aux anciens, au point de vue des idées spéculatives en général et, plus particulièrement, sous le rapport des arts chimiques, il a cherché à faire voir que la véritable science de la matière, *la chimie,* en un mot, ne date, comme *science,* que depuis *Lavoisier* et qu'on la confond trop souvent avec les *arts chimiques pratiques.* Ceux-ci préparent, il est vrai, ces innombrables matériaux destinés à augmenter les jouissances physiques, à subvenir aux besoins croissants de l'homme civilisé; ils devancent même parfois les données scientifiques, mais ils sont éclairés dans leur marche progressive par la science proprement dite. Celle-ci s'étend depuis les arts chimiques jusques aux considérations philosophiques les plus élevées auxquelles puisse atteindre l'entendement humain, quoiqu'elle n'ait d'autre point de départ que l'étude expérimentale de la matière, cette *Mère des Êtres.*

Cette dernière partie du discours prononcé par le directeur paraîtra ultérieurement dans le *Bulletin.*

— M. Ad. Quetelet, secrétaire perpétuel de l'Académie, a ensuite rendu un dernier hommage à la mémoire du doyen des naturalistes, au célèbre de Humboldt, que les sciences ont perdu dans le cours de cette année. (Cette notice sera insérée dans l'*Annuaire* de l'Académie pour 1860.)

Après cette deuxième lecture, M. Liagre a prononcé le discours suivant, *Sur la pluralité des mondes.*

Messieurs,

Rien n'est plus propre que la science à rabaisser l'orgueil de l'homme. Dans l'ordre intellectuel, l'horizon de l'inconnu s'élargit à mesure que l'esprit s'élève : plus on devient savant et mieux l'on se rend compte de son ignorance. Dans l'ordre matériel, chaque nouvelle découverte qui agrandit la sphère du monde visible ne sert qu'à nous rapetisser à nos propres yeux; pour qui se fait une idée de l'échelle gigantesque de l'univers, notre terre, notre soleil, notre système planétaire lui-même n'est qu'un point dans l'immensité.

Les peuples primitifs croient que la Terre est une vaste plaine dont ils habitent le centre, et qui elle-même est située au centre du monde. Le firmament, avec tous ses astres, tourne autour d'eux et pour eux. Combien n'a-t-il pas fallu de siècles d'observations et d'études, pour forcer l'homme à reconnaître qu'il vit à la surface d'un globe isolé dans l'espace; que ce globe n'est qu'une planète de médiocre dimension; qu'il circule, comme les autres planètes, autour du soleil; et que le soleil lui-même, cet astre si glorieux en apparence, n'est en réalité ni plus grand, ni plus éclatant que la plupart de ces innombrables points lumineux dont le ciel est parsemé pendant une nuit sereine!

Le même orgueil, qui a si longtemps fait croire à l'homme que le grain de sable qu'il habite était le corps central et dominateur de l'univers, lui persuade également que ce séjour de prédilection est le seul auquel le Créateur ait accordé des habitants. A la Terre seule une riche et luxuriante végétation; à elle seule la vie animale, répandue avec une prodigalité et une profusion inconcevables: aux autres mondes le règne minéral tout au plus, c'est-à-dire la stérilité et la mort.

La première illusion a dû s'évanouir, grâce aux lumières de la science positive: aujourd'hui le rang cosmologique de la Terre est réduit à sa juste et modeste valeur. Mais la seconde illusion persiste, et il sera, je l'avoue, bien difficile de la détruire par des faits d'observation. Des symptômes certains de vie n'ont pu encore être constatés, même à la surface de notre satellite; et cependant la lune est si proche de nous que, comparativement aux autres corps célestes, elle est, pour ainsi dire, à la portée de notre main.

L'immobilité glacée, absolue, que révèle à nos yeux la face de la lune, donne-t-elle le droit de conclure que la vie en est absente? Nos moyens d'observation permettraient-ils d'y discerner le mouvement, si le mouvement s'y manifestait? C'est là une question capitale qu'il importe d'examiner avant d'aller plus loin.

On n'est pas encore parvenu, il s'en faut de beaucoup, à fabriquer des objectifs de lunettes ou des miroirs de télescopes, assez larges et assez parfaits pour qu'ils puissent supporter, dans l'observation de la lune, un grossissement utile de mille diamètres; mais supposons que l'on y parvienne: l'observateur se trouvera alors dans la même condition que s'il examinait cet astre, à l'œil nu, d'une distance de 80 lieues.

Supposons, en outre, qu'il soit doué d'une vue assez nette pour distinguer à 30 centimètres (distance de la vision normale) une ligne d'un cinquantième de millimètre d'épaisseur : cette ligne, transportée à 80 lieues, devrait avoir une épaisseur de 26 mètres, pour continuer à soutendre le même angle au fond de l'œil.

Des animaux six fois plus hauts que nos éléphants pourraient donc parcourir la lune, sans que l'observateur en question soupçonnât leur existence. Des constructions, couvrant un espace de 650 mètres carrés, pourraient y être élevées ou abattues, sans que rien lui parût changé à la surface du sol.

Si l'on réfléchit aux conditions de visibilité, extrêmement favorables, sur lesquelles j'ai basé le calcul précédent; si l'on admet, en outre, que la taille des habitants doive, en général, être proportionnée à la grandeur de la planète habitée, de même que, sur la Terre, la taille des animaux semble proportionnée aux dimensions des milieux qu'ils fréquentent, on en conclura que l'absence de toute apparence de vie ou de mouvement, à la surface de la lune, ne peut être invoquée aujourd'hui par ceux qui refusent des habitants à notre satellite. Mais on reconnaîtra en même temps que, pour être en état d'y observer des signes de vie, il suffirait d'apporter à nos instruments d'optique des perfectionnements qui n'offrent rien d'impossible. Notre siècle, si fécond en merveilleuses découvertes, ne s'écoulera peut-être pas avant que le moyen n'ait été trouvé : le pas à faire est bien moins grand que celui qui sépare la lunette de Galilée du télescope de lord Rosse.

L'objection que je viens de rencontrer n'est pas la seule qui ait été faite. La lune, dit-on, est dépourvue d'atmosphère : toute espèce de vie végétale ou animale y est donc impossible. Cet astre, il est vrai, n'a plus d'atmosphère appréciable, ou du moins son atmosphère, s'il en a une, ne s'élève pas aujourd'hui au-dessus des montagnes que nous y voyons. Mais il *a dû* avoir de l'eau pour produire ses terrains d'alluvion, désignés improprement sous le nom de mers, et dont la surface verdâtre semble offrir à plusieurs astronomes, notamment à Olbers, des indices de végétation. Or la présence de l'*eau* implique nécessairement celle de l'*air;* car, sans une pression atmosphérique suffisante, l'eau se transformerait en vapeur, et l'évaporation se continuerait jusqu'à ce que le poids de la masse gazeuse fût assez considérable pour maintenir l'eau à l'état liquide. J'admettrai, si l'on veut, avec Buffon, que la lune est un globe éteint, un astre mort; mais c'est du moins un corps qui a vécu. C'est évidemment le cadavre d'une terre, et d'une terre qui présente des analogies frappantes avec certaines contrées volcaniques de notre globe.

Pour ma part, cependant, je ne fais cette concession qu'à regret. Il me répugne d'admettre que la vie ait aujourd'hui totalement disparu de la surface de la lune : j'aime mieux croire que ce satellite (comme probablement tous les autres) n'est habitable que sur un hémisphère, et que cet hémisphère est précisément celui qui est invisible pour la planète centrale. Cette idée demande quelque développement.

On sait que la lune présente toujours la même face du côté de la Terre, et des observations incontestables ont prouvé qu'un phénomène analogue se manifeste chez d'autres satellites. Cette circonstance s'explique en admettant, avec Lagrange et Laplace, que la lune est un corps allongé dans le sens de la ligne qui joint son centre à celui de la terre. La stabilité de l'équilibre exige en outre, suivant la remarque très-ingénieuse faite récemment par le professeur Hansen, que le centre de gravité de l'ellipsoïde lunaire soit situé, par rapport à nous, *au delà* de son centre de figure. Si donc la lune a été primitivement recouverte d'un fluide quelconque, le fluide, pour se mettre *de niveau,* a dû couler vers le lieu *le plus bas*, c'est-à-dire vers la partie de la surface qui est la plus voisine du centre de gravité du corps; il a formé un océan vers le milieu de l'hémisphère le plus dense, tandis que l'hémisphère le moins dense a émergé sous forme de continent. Supposons que l'*excentricité*, ou la distance du centre de gravité de la masse lunaire à son centre de figure, soit de dix lieues : cette quantité représentera l'élévation générale de l'hémisphère continental (tourné vers nous) au-dessus de l'hémisphère océanique (tourné du côté opposé).

Les conditions d'équilibre de l'air étant les mêmes que celles de l'eau, l'atmosphère lunaire a reflué au-dessus de l'hémisphère océanique, et y a formé un *lac d'air*, dont les couches doivent être d'une extrême rareté à l'altitude de dix lieues. L'absence d'eau et d'atmosphère, de ce côté-ci de la lune, ne permet donc pas de conclure que l'autre côté soit également privé de ces deux fluides, et qu'il soit, par conséquent, impropre à entretenir toute espèce de vie végétale ou animale.

Bien que l'*excentricité* sur laquelle repose le raisonnement précédent, soit une conséquence rigoureuse des lois de la mécanique, un adversaire spirituel croira peut-être me réfuter en disant que je m'appuie sur une *hypothèse excentrique.* Ma réplique sera simple : je lui mets sous les yeux une mappemonde projetée sur l'horizon de Londres; qu'y remarque-t-il? — Un des deux hémisphères de la projection, celui qui a au centre la magnifique position commerciale de Londres, contient toute la partie continentale de la Terre, ou peu s'en faut; tandis que l'autre est presque totalement occupé par la mer. Le globe que nous habitons a donc aussi son *excentricité;* il est partagé en deux hémisphères de densités inégales : le plus léger des deux est l'hémisphère continental, et le centre de gravité tombe dans l'hémisphère océanique, verticalement au-dessous du milieu de l'océan Pacifique. A l'opposite de ce point milieu, s'élèvent le grand plateau de l'Inde et les sommets de l'Hymalaya, au haut desquels l'air est trois fois plus rare qu'au niveau de la mer, et d'où l'existence animale est bannie à jamais.

Les données positives, les faits évidents, nous manquent aujourd'hui, je le reconnais, et nous manqueront peut-être longtemps encore pour trancher la question de la pluralité des mondes, même en ce qui concerne notre satellite. Mais cette absence de preuves matérielles nous met-elle dans la nécessité de déclarer la question insoluble, ou de la résoudre négativement? — Non, il nous reste, pour former notre opinion, la ressource des probabilités et de l'analogie ; et cette ressource n'est certes pas à dédaigner, car sans elle, comme l'a fait remarquer Laplace, l'ensemble des connaissances humaines se réduirait presque à rien. « Pour des êtres d'une intelligence limitée, » dit Butler (1), la probabilité est le véritable guide de la » vie. » — « Les fondements de notre croyance, ajoute le » professeur Owen (2), varient avec la probabilité d'une » proposition : là où l'on ne peut avoir rien de mieux que » l'analogie, la croyance doit être basée sur l'analogie. »

Malheureusement, l'analogie produit des effets très-divers, suivant la disposition, la tournure, le tempérament, dirai-je, des esprits auxquels elle s'adresse : c'est une force dont l'énergie varie suivant son point d'application. Pour certaines intelligences, l'analogie bien déduite amène avec elle une conviction aussi profonde que le ferait une démonstration mathématique; pour d'autres, elle n'est d'aucune valeur, parce qu'elle fournit des probabilités et non des preuves.

Quelques mots de Fontenelle, à propos du sujet qui m'occupe, montrent combien cet esprit si lucide était fortement impressionné par la puissance de l'analogie. A une personne qui lui demandait si les planètes sont habitées,

---

(1) *Analogy,* introd.

(2) D. Brewster, *More worlds than one*, ch. IV.

il répondait simplement « pourquoi non? » A une autre qui désirait quelques détails sur la figure des habitants de la lune, il disait : « Je ne les ai point vus; ce n'est pas pour » les avoir vus que j'en parle. »

Par contre, l'auteur d'un ouvrage, très-remarquable sous certains rapports, publié récemment en Angleterre (1), ne semble frappé que des dissemblances qui existent entre les planètes, et n'admet de ressemblances que celles qui sont constatées par des observations incontestables. « A » ceux qui croient Vénus habitée, dit-il, je répondrai une » seule chose : c'est que je ne vois aucun fondement à » cette opinion. » A la question : Pourquoi Mars ne serait-il pas habité, il répond : « Pourquoi le serait-il? »

C'est à l'analogie et à l'induction que sont dues la plupart des belles découvertes dont l'esprit humain s'enorgueillit. Le génie pressent les grandes vérités de la nature, et se contente de les proclamer : il dit, comme Kepler, *planè hoc est*, c'est ainsi. L'instinct populaire, frappé de ces révélations, les accepte et dit : cela doit être. L'observation et le calcul luttent ensuite de patience et de sagacité pour arriver à des démonstrations. Lorsque Copernic publia, en 1543, son immortel ouvrage : *De orbium coelestium revolutionibus*, il n'avait à apporter à l'appui de son système que des raisons de convenance : il cherchait la simplicité de l'effet, comme Kepler chercha ensuite l'harmonie des proportions, et Newton enfin la simplicité de la cause; mais tous les phénomènes célestes étaient aussi exactement représentés en supposant le soleil mobile autour de la Terre, qu'en supposant, contrairement au té-

(1) *Of the plurality of Worlds; an Essay*, 1853.

moignage des sens, la Terre mobile autour du soleil. Kepler n'avait pas encore renversé le préjugé du mouvement circulaire, brisé les épicycles compliqués qu'il entraînait, ni assigné à la Terre la place qui lui revient, dans le cortége des planètes, en vertu de la longueur de son année. Le système des satellites de Jupiter, cette minature du véritable système planétaire, n'était pas découvert. On n'avait aucune idée des lois de la pesanteur universelle. La topographie des planètes, leurs dimensions, leurs masses, leur rotation étaient inconnues. Richer, par son expérience du pendule à Cayenne, n'avait pas encore apporté la preuve directe de la variation de la force centrifuge à la surface de notre globe; les académiciens français n'avaient pas encore mesuré son aplatissement : la rotation diurne de la Terre était donc une simple hypothèse, en faveur de laquelle on ne pouvait même pas citer un seul fait analogique. L'aberration de la lumière n'avait pas encore reflété, aux yeux de Bradley, la translation annuelle de notre globe, et toutes les recherches entreprises sur la parallaxe des fixes devaient, pendant près de trois siècles, ne conduire les astronomes qu'à des résultats négatifs et décourageants. On voit que, pendant bien longtemps, le système de Copernic n'a eu pour base que l'analogie, et n'a pu invoquer en sa faveur plus de preuves physiques qu'aujourd'hui la théorie de la pluralité des mondes.

Il serait impossible de remonter à l'époque où a pris naissance cette opinion de la pluralité des mondes. De tout temps, certains esprits d'élite ont devancé leur siècle, en lançant des aperçus d'une hardiesse et d'une justesse étonnantes : quelques-uns de ces aperçus ont même paru si merveilleux qu'on a eu recours, pour les expliquer, à une civilisation anté-historique très-avancée, dont tous les monuments auraient disparu par suite d'un cataclysme général. Quelques grandes idées seulement auraient surnagé par tradition : telles sont, en astronomie, la rotation et la translation de la Terre, enseignées il y a plus de deux mille ans; telle est aussi l'opinion de la pluralité des mondes, que l'on retrouve dans un des plus anciens débris de la littérature grecque. En effet, un fragment inséré à la suite des Argonautiques (1) place dans la lune non-seulement des montagnes, mais encore des villes et des palais:

...... Σελήνη,
ἣ πόλλ' οὔρε' ἔχει, πόλλ' ἄστεα, πολλὰ μέλαθρα.

La même idée est attribuée par Cicéron à Xénophanès, le fondateur de l'école d'Élée, qui vivait cinq siècles et demi avant l'ère chrétienne : *Habitari ait Xenophanes in lunâ, eamque esse terram multarum urbium et montium* (2).

La lune est donc le premier globe céleste que l'imagination des hommes ait peuplé d'habitants, et il devait en être ainsi. Sa grandeur apparente, les irrégularités de sa surface, rendues sensibles à l'œil par la différence des teintes, y ont naturellement fait supposer des montagnes, des mers, des continents, des îles, et par suite des habitants.

Presque tous les philosophes grecs, notamment les disciples de Pythagore et de Thalès, professaient l'opinion que les planètes sont habitées. Héraclite, selon Plutarque, allait même plus loin : il enseignait que « chaque

(1) Extrait du commentaire de Proclus sur le Timée de Platon.
(2) *Quaest. acad.*, lib. IV.

» étoile est un monde, ayant autour de lui une terre, des » planètes, et une atmosphère particulière dans l'éther » infini. » *ἕκαστον τῶν ἀστέρων κοσμον ὑπάρχειν, γῆν περιέχοντα, ἄστρατε, καὶ αἰθέρα ἐν τῷ ἀπείρῳ αἰθέρι.* (Opin. des philosophes.)

Lactance, après avoir ridiculisé ceux qui donnaient à la Terre la forme d'un globe, et avoir signalé la doctrine des antipodes comme dangereuse et hérétique, combattit l'idée de la pluralité des mondes. Il nous apprend à ce sujet que certains philosophes stoïciens accordaient des habitants à la lune, et commettaient l'inconséquence d'en refuser au soleil.

Dans les temps modernes, Bruno, Tycho, Kepler, le cardinal de Cusa, Montaigne, ont défendu la pluralité des mondes, ou s'en sont montrés partisans dans leurs écrits; mais ce n'est qu'à la fin du XVII^{me} siècle que ce sujet a été traité d'une manière spéciale et avec succès, par un écrivain de grand talent : on a déjà compris que je veux parler des célèbres *Entretiens sur la pluralité des mondes*. Grâce à un style clair, facile, spirituel; grâce surtout à sa haute position littéraire et scientifique, Fontenelle mit ce sujet à l'ordre du jour et passionna les masses. Mais les esprits sérieux s'expliquent difficilement aujourd'hui l'immense succès de son ouvrage, ou plutôt de son roman. Quelques réflexions fines, quelques déductions analogiques justes, mais incomplètes, voilà tout ce qui mérite un peu d'attention dans ses *Entretiens*. Sa hardiesse s'arrête devant l'idée que le soleil puisse servir de demeure à des êtres vivants, et le seul motif qu'il en donne, c'est que cet astre *ne paraît nullement propre à être habité.* C'est pourtant dommage, ajoute-t-il, l'habitation serait belle! Par une autre inconséquence, Fontenelle, après avoir accordé des habitants au globe de Saturne, en refuse à son anneau, qu'il croit solide, mais qui lui *paraît une habitation trop irrégulière.*

Quant aux caractères physiques des corps célestes, caractères indispensables pour permettre de juger de leur degré d'habitabilité, Fontenelle n'en dit mot. Il est vrai qu'à son époque la topographie de la lune était la seule qui fût un peu connue : celle des autres corps du système planétaire n'a été sérieusement étudiée que depuis Schröter et Herschel, grâce aux progrès réalisés dans la fabrication des instruments d'optique.

Peu après la publication des *Entretiens* de Fontenelle, Huygens composa, sur la pluralité des mondes, un ouvrage très-attrayant, intitulé : *Théorie de l'univers, ou conjectures sur les corps célestes et leurs habitants* (1). Ce livre, d'un tout autre genre, et beaucoup plus nourri que celui de Fontenelle, constitue en quelque sorte un traité populaire d'astronomie, où l'on trouve réuni tout ce qui était alors connu sur les planètes et leurs satellites. Il présente, par voie de déduction analogique, des aperçus variés sur les plantes et les animaux des diverses planètes, sur la nature et la condition de leurs habitants.

De nos jours enfin, on trouve, parmi les plus illustres partisans de la pluralité des mondes, les deux Herschel, Chalmers, Isaac Taylor, Lardner et sir David Brewster en Angleterre; Schröter, Bode et Olbers en Allemagne; Laplace et Arago en France; le P. Angelo Secchi en Italie. Dans le camp opposé, je citerai Maxwell, Birks, et, en

---

(1) *Cosmotheoros, sive de terris coelestibus, earumque ornatu conjecturae* (ouvrage posthume; 1698).

dernier lieu, le Dr Whewell, s'il est vrai que l'on doive attribuer à ce savant distingué l'*Essai* anonyme intitulé : *De la pluralité des mondes*, qui a paru en 1853.

Cet essai remarquable est, depuis le livre de Huygens, le premier ouvrage où la question ait été traitée *ex professo*. Son titre pourrait faire supposer que l'auteur croit la plupart des mondes habités : c'est le système contraire qu'il défend. Pour lui, la Terre seule, parmi les globes innombrables qui roulent dans l'espace, a le privilége d'être la résidence d'un être intelligent, moral et religieux; elle est l'objet spécial des soins du Créateur; le plus grand corps solide opaque de notre système; une oasis enfin dans le désert planétaire. Les planètes extérieures ne sont que des masses embryonnaires dont l'évolution n'a pas été complète; des ouvrages qui ont manqué à la façon (*which have failed in the making*); des globes de glace, d'eau et de vapeur, propres tout au plus à recevoir des animaux analogues aux mollusques et aux sauriens. Quant aux planètes intérieures, si leur sol de lave est recouvert d'une légère couche de vie, on ne peut guère y placer que ces créatures microscopiques à carapaces siliceuses qui, au dire des observateurs modernes, sont presque indestructibles à la chaleur. L'auteur regarde le soleil comme le corps le plus considérable de l'univers, et ne discute même pas la possibilité que cet astre soit habité. Rien ne lui prouve que les étoiles, même celles de 1re grandeur, soient des corps semblables au soleil, et entourés aussi d'un cortége de planètes : quoiqu'elles nous paraissent comme de simples points lumineux, elles peuvent, vu leur distance, avoir en réalité d'énormes diamètres, et, par conséquent, des densités aussi faibles que celle de la queue des comètes. Les nébuleuses ne sont guère, suivant lui, plus éloignées que les étoiles : les nébuleuses *résolubles* sont d'une structure granulée, et se composent de *points* brillants (*shining dots*), qui ne ressemblent pas plus à des étoiles véritables que celles-ci ne ressemblent au soleil; quant aux nébuleuses *irrésolubles*, elles ne sont que des flocons vaporeux d'une ténuité excessive.

Telle est l'analyse, très-sommaire, d'un ouvrage qui vient d'avoir, en Angleterre, un immense retentissement. Jamais, il faut le reconnaître, autant d'érudition, de talent, de dialectique n'avaient été mis au service de la cause défendue par l'auteur : aussi un illustre adversaire a-t-il cru de son devoir de chercher à détruire l'effet produit par cette publication. Sir David Brewster a pris la plume pour réfuter un livre qui est de nature, dit-il, « à » rabaisser l'astronomie, et à jeter du doute sur les plus » nobles vérités de la science. »

L'ouvrage de sir David, qui a paru en 1854, a pour titre « Plus qu'un seul monde, croyance du philosophe et » espoir du chrétien (1). » Toutes les questions d'astronomie physique et de philosophie naturelle y sont traitées de main de maître, et avec une incontestable supériorité. Dans le large tableau du ciel qui s'y trouve esquissé à grands traits, les résultats positifs, établis par l'observation directe, sont mis vigoureusement en lumière; puis, rattachés et fondus aux résultats probables par la teinte harmonieuse de l'analogie, ils remplissent complétement le cadre et ne laissent aucune place au scepticisme scientifique. Malheureusement, l'auteur a suivi avec vivacité

(1) *More worlds than one, the creed of the philosopher and the hope of the christian.*

son adversaire sur le terrain religieux, où celui-ci s'était imprudemment placé, et sa discussion a pris parfois une teinte théologique et acrimonieuse, qui fait tort à la cause qu'il défend. Non content d'invoquer le raisonnement contre les opinions qu'il combat, il les rejette parfois comme *contraires à l'Écriture sainte* (*at variance with Scripture*).

Certes, on doit respecter les bonnes intentions de ceux qui cherchent à combiner la religion avec la science, et à les corroborer l'une par l'autre; mais je ne saurais, pour ma part, approuver ce mélange de deux choses hétérogènes. Pourquoi vouloir établir une alliance entre la foi et la raison, puisque la première exige qu'on lui subordonne entièrement la seconde? Laissons à l'une son autorité naturelle sur le cœur humain, à l'autre ses prérogatives sur l'intelligence; que chacune d'elles marche indépendante dans sa propre voie : l'avantage qu'il y aurait à les trouver parfois d'accord n'est pas à comparer aux inconvénients qui ont trop souvent résulté de leur discordance.

La diversité que l'on remarque dans les notions religieuses des différents peuples du globe, l'unité que l'on trouve au contraire dans leurs notions scientifiques, viennent à l'appui de la séparation que je réclame, et qui me sera contestée, je le sais. Elles nous font voir que l'homme a mille manières de manifester son impuissance à comprendre la création; qu'il en a une seule de manifester les facultés inhérentes à l'essence même de sa nature. Elles prouvent enfin que, si le raisonnement scientifique est susceptible d'être discipliné, le sentiment religieux doit rester libre.

J'ai cité plus haut le P. Angelo Secchi parmi les savants qui croient à la pluralité des mondes. La légitime autorité que le directeur de l'observatoire du Collége romain s'est acquise, par son caractère autant que par sa science, m'engage à terminer cette revue historique en traduisant quelques-unes de ses paroles : elles sont extraites d'un ouvrage astronomique publié à Rome en 1856, et revêtu de l'*imprimatur* (1).

« C'est avec un doux sentiment, dit le P. Secchi, que
» l'homme pense à ces mondes sans nombre, où chaque
» étoile est un soleil qui, ministre de la bonté divine, dis-
» tribue la vie et le bonheur à d'autres êtres innombra-
» bles, bénis de la main du Tout-Puissant. Son cœur se
» sent inondé de joie, quand il songe qu'il fait partie lui-
» même de cet ordre privilégié de créatures intelligentes
» qui, des profondeurs du ciel, adressent un hymne de
» louanges à leur créateur. »

Si une planète, par sa constitution géologique et météorologique était reconnue *habitable* pour l'homme, peu de personnes, me paraît-il, refuseraient de la croire *habitée* par des êtres analogues à l'homme. Je vais donc, me plaçant au point de vue purement physique, analyser maintenant les caractères que doit présenter un corps céleste pour être habitable, et examiner si ces caractères se rencontrent sur une autre planète que la Terre.

Les éléments nécessaires à la vie ont été indiqués par les anciens, d'une manière générale, sous le nom d'éléments de la nature; ce sont la terre, l'eau, l'air et le feu. En d'autres termes un globe, pour être habitable, a besoin

(1) *Memorie dell' osservatorio del Collegio romano*, 1852-1855, p. 158.

de substances solides, liquides, gazeuses, et de calorique. Il faut en outre, et subsidiairement, que les conditions de température et de pesanteur à sa surface soient compatibles avec le jeu régulier des organes de la vie, tels que nous les connaissons.

Mars est, de toutes les planètes, celle dont la topographie nous est le mieux connue; on en a même construit des cartes assez détaillées : voyons si ce corps céleste satisfait aux conditions qui viennent d'être énoncées.

En l'observant au télescope, on y remarque de grandes taches permanentes, à contours irréguliers, les unes verdâtres, les autres rougeâtres : sa surface offre évidemment deux espèces de substances, réfléchissant la lumière d'une manière très-différente, comme le feraient des mers et des continents. Particularité singulière, la forme et la distribution de ces deux substances offrent une certaine analogie avec la forme et la distribution des mers et des continents sur notre globe.

L'existence de l'eau, si elle était démontrée, entraînerait nécessairement celle d'une atmosphère, comme j'ai déjà eu l'occasion de le faire remarquer. Réciproquement, la présence d'une atmosphère, et surtout d'une atmosphère nuageuse, déposant en certains lieux et à certaines époques de la neige et de la glace, impliquerait forcément l'existence de l'eau à la surface de la planète.

Or Schröter prétend avoir observé, sur le corps de Mars, des taches douées d'un mouvement propre; et il les regarde comme des masses de nuages, poussées par un vent violent.

Il y a plus, on remarque, vers les pôles de la planète, deux taches dont la blancheur éclatante contraste singulièrement avec l'aspect du reste du disque. Signalées pour la première fois par Maraldi, en 1716, ces deux taches ont été observées attentivement depuis par tous les astronomes, et, chose très-curieuse, elles augmentent ou diminuent d'une manière graduelle et nettement caractérisée, suivant que le pôle qu'elles environnent est plus voisin de son hiver ou de son été. C'est ainsi, par exemple, que la tache située au pôle nord atteint sa plus grande étendue dans la saison qui, sur Mars, correspond au milieu de notre mois de janvier; elle est réduite à sa moindre dimension vers l'époque correspondant chez nous au milieu de juillet. On ne saurait expliquer ce phénomène qu'en admettant que les régions polaires de Mars, comme celles de la Terre, sont recouvertes de deux zones de glace et de neige, dont l'étendue va en diminuant ou en augmentant, suivant qu'elles restent plus ou moins longtemps exposées aux rayons solaires.

Il existe donc, à la surface de Mars, des substances solides, liquides et gazeuses ayant, sous le rapport de leur aspect physique, une grande analogie avec celles que nous observons sur la Terre. Quant à la constitution géologique du sol, il me paraît que, non-seulement Mars, mais toutes les planètes de notre système doivent être formées des mêmes substances que la Terre : la différence ne doit résider que dans la proportion, la distribution et l'état de densité de ces substances.

La théorie et l'observation sont d'accord pour confirmer cette opinion.

Beaucoup d'astronomes philosophes admettent en effet aujourd'hui les idées théoriques d'Herschel et de Laplace sur la formation des planètes. Le soleil, sous la forme d'une immense nébulosité, s'étendait autrefois jusqu'aux limites de notre système : cette nébulosité, douée d'un rapide mouvement de rotation, était fortement aplatie. Sa masse, en se refroidissant, s'est contractée, et a abandonné (dans la région de Neptune, je suppose,) un premier anneau doué de rotation comme le reste du disque. Le moindre défaut d'homogénéité dans la substance de l'anneau gazeux y a créé un point faible: il s'est d'abord aminci, puis brisé en cet endroit; et la matière, refluant sur elle-même, a pris la forme d'un disque gazeux, tournant dans le même sens que l'anneau primitif.

La haute température et la faible densité de ce disque le constituaient dans un état analogue à celui de la nébulosité mère : les phénomènes que je viens de décrire se sont répétés à son égard, et les satellites successifs ont été formés. Par une exception unique, un anneau a persisté jusqu'aujourd'hui autour d'une planète; mais il est possible qu'il soit destiné à disparaître tôt ou tard, soit pour se précipiter sur le corps de la planète, soit pour donner naissance à un dernier satellite. Les observations les plus récentes et les plus délicates donnent lieu de croire, en effet, que l'anneau de Saturne est de nature gazeuse ou liquide, et elles ne laissent aucun doute sur l'instabilité et la variabilité de sa forme.

Continuant à se condenser, la nébulosité mère a abandonné successivement différents anneaux planétaires, qui se sont comportés comme je viens de l'indiquer. Mais dans la région des astéroïdes, l'anneau s'est brisé simultanément en un grand nombre de fragments : cette particularité caractérise une époque cosmogonique qui a dû être très-remarquable; car la zone des astéroïdes sert de démarcation entre deux classes de planètes présentant des caractères physiques tout à fait distincts.

La conséquence de cette théorie est évidente: c'est que toutes les planètes de notre système, formées de la substance d'une nébulosité unique, doivent présenter beaucoup de caractères communs quant à la composition de leur matière.

Je sais bien que l'*hypothèse nébulaire* (c'est le nom qu'a reçu en Angleterre la théorie que je viens d'exposer) ne rend pas compte de certains détails, et qu'elle a parfois été jugée fort sévèrement. Sir David Brewster, entre autres, dans l'ouvrage déjà cité, s'élève contre elle avec une grande vigueur: il la considère comme une dangereuse spéculation, conduisant à l'athéisme. « Les mondes, dit-il, n'ont pas » été faits par l'opération d'une loi, mais par l'action » immédiate du Tout-Puissant... L'hypothèse nébulaire » est à la fois téméraire et fantasque, subversive de tous » les principes de la philosophie inductive, dégradante » pour la science, incompatible avec la vérité religieuse, » et déshonorante pour le grand auteur de l'univers maté- » riel, etc. » Mais l'indignation de sir David ne me paraît nullement justifiée. Que notre système planétaire, tel qu'il existe, ait été créé d'un seul coup ou formé successivement; qu'il soit l'effet d'une cause primaire ou de causes secondaires, la puissance de l'auteur de toutes choses n'y est intéressée en aucune façon. L'hypothèse nébulaire, si elle n'est pas certaine, est plausible, car, comme le dit fort bien Airy (1), « elle rend compte de phénomènes qui » semblent exiger une cause unique pour expliquer leur » similarité générale. »

Outre la théorie, l'observation, ai-je dit, confirme l'opinion que j'ai émise précédemment au sujet de l'identité de

---

(1) *Mem. of the astron. Soc.*, vol. X.

substance de toutes les planètes de notre système. Je ne prétends certes pas que les grosses planètes, ni même la lune, comme on l'a supposé quelquefois, nous aient envoyé des échantillons de leur constitution géologique; mais je vais en quelque sorte plus loin : des planètes entières arrivent fréquemment dans la sphère d'attraction de notre globe, éclatent dans les hautes régions, et tombent sur la Terre en fragments plus ou moins gros. D'où peuvent provenir en effet les aérolithes, ces petits corps célestes qu'Azaïs propose avec raison d'appeler *cosmolithes*, et qu'un autre savant spirituel a qualifiés de *planètes de poche?* — Le voici, si je ne me trompe.

Dans son mouvement de concentration, la grande nébulosité solaire ne s'est pas bornée à abandonner, à certains moments, de larges zones de matière, destinées à former des planètes : à chaque instant s'en séparaient des fragments plus ou moins volumineux, qui ont continué à circuler autour du centre commun, en se condensant progressivement. Telle est l'origine de la poussière cosmique et des aérolithes. Ces derniers corps sont donc de véritables planètes; seulement, à cause de la faiblesse de leurs masses, les moindres perturbations suffisent pour altérer considérablement l'inclinaison et la forme de leurs orbites. Légers lambeaux de l'étoffe des mondes, flocons détachés pendant la fabrication, ils décrivent dans l'espace des courbes incertaines, et viennent de temps en temps se précipiter sur l'une ou l'autre des grosses planètes.

Or l'analyse chimique n'a fait reconnaître jusqu'aujourd'hui, dans les aérolithes, aucune substance qui ne se rencontre également sur la Terre : ils sont tous composés, en grande partie, d'oxyde de fer, de silice et de magnésie. Il y a plus, une pierre météorique tombée en 1857 à Kaba, en Hongrie, et analysée par Wöhler, renfermait, outre les éléments ordinaires, du charbon amorphe et une matière *organique bitumineuse*, constatée, dit le savant chimiste allemand, d'une manière parfaitement sûre. La même matière a été trouvée dans l'analyse d'une pierre tombée au Cap, en 1838.

La présence d'un produit de nature organique, dans un aérolithe, me paraît un fait cosmogonique de la plus haute importance: elle prouve qu'il y a eu organisation et vie à la surface du corps céleste dont l'aérolithe est un fragment, et apporte un nouvel argument en faveur de l'analogie que doivent présenter entre elles les diverses planètes, quant à la composition géologique de leur sol. L'analogie doit surtout être très-grande entre Mars et la Terre, vu que ces deux corps ont presque exactement la même densité.

Si la température d'une planète dépendait uniquement du rayonnement solaire, c'est-à-dire de sa distance au soleil, je dirais que la chaleur à la surface de Mars doit, comme la lumière, être moindre que sur la Terre de plus de moitié (0,48) : l'homme pourrait donc y vivre, car il supporte, sous nos différents climats, des différences de température qui vont à 100°. D'ailleurs, la fonte abondante des neiges, observée pendant l'été des régions polaires de Mars, indique que le rayonnement solaire doit suffire pour rendre habitables les régions tempérées de cette planète.

Mais une foule d'autres circonstances influent sur la température des corps planétaires : la chaleur intérieure primitive, l'activité de la circulation électrique, la distribution des continents et des mers, la direction des vents dominants, la nature du sol, la constitution de l'atmosphère surtout, peuvent produire des effets bien supérieurs à ceux du rayonnement solaire, et donner naissance à des états thermiques tout à fait inattendus.

La durée du jour de Mars ne surpasse celle du jour terrestre que de 39 minutes; son année climatologique comprend 668 de ses jours, et elle est divisée en quatre saisons qui, sous le rapport de la variété, se rapprochent beaucoup des nôtres, puisque l'inclinaison de l'équateur sur l'orbite est à peu près la même pour les deux planètes.

L'intensité de la pesanteur est une dernière condition dont il faut tenir compte, lorsque l'on examine si une planète est susceptible ou non d'être habitée par des êtres organisés comme nous. La pesanteur est une force qui réprime constamment la puissance musculaire et l'activité animale : supposons qu'elle devienne 30 fois plus grande, comme elle l'est à la surface du soleil, et la moindre chute, 30 fois plus rapide, nous sera mortelle; nos muscles et nos os se briseront au moindre effort; notre charpente ne pourra même supporter le poids de notre corps, devenu 30 fois plus considérable. Sur un astéroïde, au contraire, la gravité, 15 à 20 fois plus faible que sur la Terre, laisserait notre force musculaire agir avec une expansion difficile à arrêter : l'effort que fait ici un homme, pour franchir une barrière de 70 centimètres de hauteur, le transporterait là d'un seul bond au-dessus des plus hauts édifices. La pesanteur, à la surface de Mars, étant moitié seulement de ce qu'elle est à la surface de la Terre, permettrait à l'homme d'y vivre avec une grande facilité : il y serait deux fois plus léger, deux fois plus agile, et le même travail mécanique qu'il exerce ici ne lui demanderait là qu'une dépense de force musculaire moitié moindre.

C'est donc avec raison que Mars est rangé parmi les planètes que l'on a qualifiées de *tellustriques*, à cause de leur ressemblance avec la Terre; sa constitution topographique, climatologique et physique rend la vie végétale et animale *possible* à sa surface; il n'y a aucune raison *physique* pour que Mars ne soit pas habité, et cette considération est suffisante pour nous persuader qu'il *l'est* réellement. Or, dès que l'on admet la vie sur une planète autre que la Terre, il n'existe plus de raison *morale* pour la refuser à aucune des autres planètes.

Certes, les conditions physiques diffèrent énormément de l'un à l'autre de ces corps célestes; et de même que je viens de prouver que l'homme pourrait vivre sur le globe de Mars, de même je prouverais qu'il lui est impossible, constitué comme il l'est, de vivre sur certaines autres planètes. Mais ici encore, nous devons nous dépouiller de ce préjugé qui a sa source dans l'orgueil humain, et qui nous porte à nous regarder comme le chef-d'œuvre de la création universelle, comme l'image de Dieu même. Est-ce bien Dieu, cependant, qui a fait l'homme à son image; n'est-ce pas plutôt, comme on l'a dit, l'homme qui a figuré Dieu sur la sienne? L'imagination ne pouvant rien voir nettement au delà de la portée des sens, nous ne concevons pas d'être construits sur un autre plan que les animaux terrestres, pourvus d'organes qui n'aient rien de commun avec les nôtres, doués de sens qui nous soient totalement inconnus. En dépit de toutes nos protestations, lorsque nous voulons nous représenter des habitants extraordinaires sur la lune ou sur les planètes, nous en arrivons toujours,

suivant l'expression pittoresque de Bessel (1), « à les sup-
» poser aussi semblables à l'homme qu'un œuf à un autre
» œuf. » Nous bornons les ressources de la nature à celles qu'elle a daigné dévoiler à nos yeux : mais lorsqu'on réfléchit à la prodigieuse variété qu'elle a répandue sur notre étroite habitation, que penser de celle qu'elle a dû déployer à l'égard de deux planètes placées dans des conditions physiques essentiellement différentes! Si la vie pullule sous tant de formes diverses à la surface de la Terre; si une goutte d'eau renferme tout un monde d'êtres vivants; si, dans un centimètre cube de tripoli, on compte plusieurs centaines de millions de squelettes (2), quelle activité, quelle richesse, ne doit pas offrir l'organisation animale sur Vénus et sur Mercure, beaucoup plus voisins que nous du foyer fécondant! si enfin notre globe si mesquin a été jugé digne de servir d'habitation à une créature aussi intelligente que l'homme, que penser du degré d'intelligence qui doit distinguer l'échelle supérieure des êtres résidant sur les globes majestueux de Saturne ou de Jupiter!

Oui, une inconcevable variété physique est nécessaire pour rendre simultanément habitables des corps aussi différents que Mercure et Neptune; mais bien loin que cette variété soit un obstacle, elle est pour moi un motif à leur habitabilité. La nature se sera plu à déployer les ressources admirables dont elle est si prodigue, pour mettre chaque globe en harmonie avec sa distance au soleil; et quand elle aura dédaigné d'agir sur le globe lui-même, en modifiant ses conditions climatologiques, elle

---

(1) *Populäre Vorlesungen*, etc.
(2) *Galionella ferruginea*, Ehrenberg.

aura agi sur les êtres qui l'habitent, en modifiant leur organisation. La vie végétale et animale aura été rendue possible, ici dans une air extrêmement rare, là dans une atmosphère très-épaisse; ici sous un ciel de feu, là dans un climat glacé; partout enfin la force de résistance de la matière organisée aura été mise en rapport avec l'intensité de la pesanteur.

Et ce travail de prévoyance et d'appropriation n'est pas une hypothèse gratuite : nous en voyons mille exemples sur la Terre : c'est la chaleur elle-même qui engendre la brise; c'est elle qui appelle sur la zone torride la fraîcheur des vents alisés, et qui, sur les contrées polaires, déverse l'air chaud des régions équatoriales. Les animaux d'une taille gigantesque ont été placés dans un liquide qui annule presque entièrement leur poids, et permet à ces lourdes masses de se mouvoir avec agilité : c'est ici une ressource indirecte que la nature a employée; mais la force de ressort de certains insectes, énorme relativement à leur taille, est un exemple de ce que le Créateur aurait pu faire, s'il avait voulu proportionner directement l'énergie musculaire des grands animaux à la dimension de leur corps. L'aspect des végétaux et des animaux fossiles montre enfin que la nature organique s'est modifiée, sur la Terre elle-même, avec l'état géologique de notre planète; de sorte que les formes successives sous lesquelles s'y est manifestée la vie, ont toujours été admirablement appropriées au milieu destiné à l'entretenir.

Les objections que l'on a soulevées contre la pluralité des mondes, en les tirant des conditions *excessives* dans lesquelles se trouveraient les habitants de certaines planètes, ne sont donc d'aucune valeur; le mot *excessif* a le tort d'être relatif à notre personnalité. Les saturniens, s'ils sont aussi peu sages que certains d'entre nous, doivent reculer devant l'idée de l'ardente fournaise où seraient plongés les hommes, si, par impossible, il en existait sur la Terre. Les habitants de Mercure, au contraire, doivent frissonner, rien qu'en songeant au climat glacé qui règne sur notre séjour de désolation.

Résumons, en définitive, les conditions physiques qui peuvent influer sur la propriété que possède une planète, d'être habitable ou non. Ce sont :

Sa grosseur et sa figure;

La densité de sa substance et celle de son atmosphère;

La durée de sa rotation, et l'inclinaison de son équateur sur le plan de son orbite;

Sa distance au soleil;

Enfin, les variations de cette distance, résultant de la forme plus ou moins allongée de son orbite.

Or, lorsque l'on compare entre elles toutes les planètes connues, en les considérant au point de vue de chacune de ces propriétés, on remarque que la Terre, dans *aucun* des cas, n'occupe une des deux limites extrêmes. Ce n'est donc pas une planète *exceptionnelle*, et puisqu'elle est habitée, toutes les autres, ou certaines autres au moins le sont. On ne peut rien opposer à ce simple raisonnement, rien que le ridicule amour-propre qui nous fait rapporter tout à nous-mêmes. J'ai lu quelque part qu'une vieille femme, qui n'avait jamais quitté sa chambre de la rue Saint-Honoré, voyant des carrosses passer chaque fois qu'elle se mettait à la fenêtre, en était venue à se persuader qu'ils passaient à son intention, et que tous les seigneurs de la cour de Louis XIV défilaient chaque jour en équipage vis-à-vis de chez elle, dans l'espoir d'attirer ses regards. En vérité l'homme qui s'imagine que tous les astres du firmament, même ceux qu'il ne peut voir, ont été placés là dans le but unique de récréer ses yeux, est-il beaucoup plus sage que la vieille de la rue Saint-Honoré?

Bien que le soleil ne soit autre chose que la planète centrale de notre système, l'idée d'un feu ardent que l'on s'en fait dans le vulgaire permet difficilement de le regarder comme habitable : c'est donc cette idée qu'il convient avant tout de chercher à combattre.

L'aspect du soleil, lorsqu'on l'observe à l'aide des instruments d'optique, n'est nullement celui d'un feu terrestre : on ne voit à sa surface ni agitation, ni flammes; son disque est tranquille, et aussi nettement terminé que celui de la lune.

L'observation a prouvé depuis longtemps que le soleil est formé d'un noyau obscur, comme le corps des planètes; qu'il est entouré d'une atmosphère lumineuse, et qu'il effectue sa rotation sur lui-même en 25 jours et demi. Mais c'est seulement depuis quelques années, et grâce à un ingénieux procédé imaginé par Dawes, que l'observation des taches du soleil a fourni des détails bien précis sur la constitution physique de cet astre.

Une tache solaire présente, lorsqu'elle est complète :

1° Un *noyau* central, d'un noir très-intense et de forme arrondie, que l'on suppose être le corps même du soleil. Ce noyau n'avait pas été discerné avant Dawes ;

2° Une *ombre* moins foncée, et à contours moins réguliers, qui entoure le noyau, et offre parfois un phénomène très-remarquable : c'est un mouvement de rotation sur elle-même, et dans son propre plan. Jusqu'ici, les observateurs avaient pris cette ombre pour la surface même du soleil; mais le tourbillonnement qu'on y a remarqué montre qu'elle doit appartenir à une première atmosphère inférieure, que Dawes appelle *strate nuageuse (cloudy stratum)*;

3° Une *pénombre* claire, entourant l'ombre, et devant provenir d'une seconde atmosphère, composée d'un fluide élastique compact et fortement réfléchissant.

Autour de la tache, on observe souvent des *facules*, ou espèces de rides plus brillantes que le reste du disque : elles paraissent dues à une condensation, à une agglomération locale de la troisième atmosphère, laquelle a reçu le nom de *photosphère*. C'est elle qui engendre la lumière solaire, et sa consistance semble analogue à celle de nos nuages. Sa hauteur au-dessus du noyau, évaluée d'après la mesure de la profondeur des taches, est portée à mille lieues par quelques observateurs. Certaines perturbations météorologiques, de la nature de nos trombes, produisent accidentellement, peut-être même périodiquement, des ouvertures dans la photosphère; et c'est à travers ces ouvertures, larges quelquefois de 15000 lieues, que l'on entrevoit les deux atmosphères inférieures et le corps du soleil.

Enfin, au-dessus de la surface lumineuse, se manifeste d'une manière bien évidente la présence d'une quatrième atmosphère, de nature gazeuse, et d'une transparence imparfaite : voici les principales raisons qui démontrent l'existence de cette quatrième atmosphère.

Il résulte des lois de l'optique qu'un globe lumineux, vu à une grande distance, doit nous apparaître comme un disque plat, également brillant sur toute sa surface : tel est en effet l'aspect que présente la pleine lune, abstraction faite de ses taches. Mais si le globe en question est entouré d'une atmosphère imparfaitement transparente, les rayons qui nous viendront de ses bords, auront à traverser une couche d'atmosphère plus épaisse que les rayons émanant du centre : les premiers subiront donc une absorption plus considérable que les derniers, et le disque, au lieu de présenter un éclat uniforme, paraîtra plus brillant vers le centre que vers les bords. C'est ce qui a lieu effectivement pour le soleil, et l'on doit s'étonner qu'un fait aussi palpable, aussi facile à vérifier, ait pu être nié par Arago (1). En outre, et par un motif analogue, l'intensité du calorique rayonné doit être plus grande pour le centre de l'astre que pour ses bords : le fait résulte d'expériences très-précises, dues au P. Secchi (2). Le rayonnement calorifique est au moins deux fois plus considérable dans le premier cas que dans le second.

Enfin la couronne lumineuse et les protubérances singulières que l'on a observées dans les éclipses totales de soleil, sont attribuées, par beaucoup d'astronomes, à cette atmosphère extérieure qui paraît s'élever à la hauteur énorme de 12 à 15 mille lieues.

On voit que le soleil, globe solide obscur, enveloppé de quatre atmosphères successives de natures différentes, est bien loin d'être une simple masse rudimentaire en ignition; et si le perfectionnement des corps planétaires est accompagné du raffinement et de la complication de leurs organes, comme on le voit chez nous dans l'échelle animale, on peut dire que le soleil est la planète la plus perfectionnée de notre système.

---

(1) J. Herschel, *Outlines of Astron.*, p. 395.

(2) *Astron. Nachr.*, nos 806 et 835. — *Comptes rendus*, 26 août 1852. — *Memorie dell' osserv. del Coll. rom.* p. 152; 1855.

A quel degré les deux atmosphères inférieures sont-elles douées de la faculté de réfléchir et d'absorber la chaleur rayonnée par la photosphère? c'est ce qu'il est impossible de préciser; mais l'absorption de lumière est évidente, et a été mesurée. Remarquons en outre que, si l'atmosphère terrestre était transportée à la surface du soleil, elle y serait soumise à une attraction 30 fois plus forte, et acquerrait, par conséquent, une densité 30 fois plus considérable. A cette grande densité ajoutons une hauteur d'un millier de lieues, et nous concevrons que le corps du soleil puisse être suffisamment garanti du rayonnement de la photosphère. Alors cet astre s'offrira à notre imagination, non plus comme un océan de feu, comme un foyer dévorant et destructeur, mais comme le plus imposant des globes planétaires; séjour majestueux où la perfection des êtres organisés doit être, n'en doutons pas, en harmonie avec la magnificence de l'habitation.

Toute étoile est un soleil analogue au nôtre : c'est là une vérité astronomique universellement admise, qui n'a été contestée que par des hommes prévenus, et à l'aide de raisons très-faibles. Il suffit, pour avoir le sentiment profond et intime de cette vérité, d'observer quelques étoiles dans de grands télescopes : leur lumière vive, serrée, pénétrante, éblouit les yeux. Leur diamètre apparent, il est vrai, est insensible à toute mesure angulaire; nous ne voyons que leur faux disque, qui diminue d'autant plus que l'instrument employé est plus puissant et plus parfait. Mais leur distance est telle, qu'une étoile, ayant un diamètre réel égal à celui de l'orbite terrestre, ne paraîtrait encore que comme un simple point. Des expériences photométriques, aussi exactes que le comporte ce genre très-délicat d'observations, ont permis de comparer l'éclat de plusieurs étoiles à celui que conserverait le soleil, s'il était transporté à leur distance; et l'on en a conclu que le soleil est une étoile de moyen éclat. Quelques astres le surpassent énormément sous ce rapport : Sirius, par exemple, est 225 fois plus brillant que lui.

Si chaque étoile est un soleil, elle doit, comme le nôtre, éclairer, échauffer, gouverner un cortége de planètes : c'est une conséquence analogique à laquelle on ne peut se refuser. Notre imagination reste confondue, lorsque nous songeons à l'abondance de vie répandue sur les cent millions de systèmes solaires que l'on a comptés dans le ciel, et sur les milliards qu'on y soupçonne. Faisant alors un retour sur nous-mêmes, nous nous demandons ce que signifie cette orgueilleuse expression, *la Terre et le le ciel :* comme si la Terre pouvait être mise en parallèle avec le reste du ciel; comme si elle siégeait en dehors du ciel; comme si elle était autre chose qu'un des globes sans nombre que la main prodigue du Tout-Puissant a semés avec profusion dans l'espace infini ! Comparant enfin les deux opinions en présence, nous voyons l'une glorifier la créature aux dépens du Créateur, en voulant persuader à l'homme que la Divinité s'occupe de lui seul; que tout a été fait pour lui; que le globe qu'il habite est le séjour par excellence; qu'il est enfin le seul être intelligent de la nature, la seule perle jetée dans l'immense océan de l'univers. L'idée de la pluralité des mondes, au contraire, nous montre le Créateur sur un théâtre vraiment digne de sa Toute-Puissance; elle agrandit la sphère de notre âme, nous détache de la Terre, et dirige nos pensées vers des domaines bien plus élevés que cet atome imperceptible, sur lequel s'agitent tant de mesquines intrigues, tant d'ambitions éphémères, et trop souvent hélas tant de passions sanglantes !

On aura remarqué sans doute que, dans le cours de cette étude, j'ai toujours basé mes raisonnements sur l'observation, l'induction et l'analogie. J'ai évité de recourir au principe des *causes finales*, parce que l'abus que l'on en a fait parfois a jeté un discrédit immérité sur ce mode d'argumentation. Je ne puis cependant m'empêcher de demander, en terminant, aux adversaires de la pluralité des mondes, *à quoi serviraient* ces globes innombrables de matière inerte d'où la vie serait bannie. On a répondu que l'aspect imposant de la voûte étoilée avait pour but d'élever l'âme humaine vers Dieu : *Coeli enarrant gloriam Dei;* que le soleil avait sa fonction : celle de verser sur la Terre la lumière et la chaleur, et de régler par sa masse les mouvements du système planétaire; que la lune remplissait également sa fonction, en éclairant nos nuits, et en produisant les marées si utiles à la navigation. Mais quel serait alors le but de ces milliards d'étoiles télescopiques, dont la vue n'est permise qu'à quelques observateurs privilégiés? Pourquoi le soleil distribuerait-il des jours, des nuits et des saisons à des planètes sans habitants? Pourquoi des brises bienfaisantes, accusées par les bandes équatoriales de Jupiter et de Saturne, souffleraient-elles perpétuellement sur des zones inanimées? Pourquoi les lunes si variées, qui circulent autour de ces deux mondes, promèneraient-elles tristement leurs rayons argentés sur de vastes mers de glace et sur des continents désolés? A quoi serviraient, comme notre poëte Ch. Potvin l'a demandé avec éloquence,

A quoi donc serviraient ces lunes, ces flambeaux,
Si leur vaine clarté se perd sur des tombeaux?

Quoi! *la matière* serait répandue à l'infini, et *la vie* serait reléguée et accumulée dans un seul coin de l'univers! Non, rien n'a été fait sans but, et le but de la matière est de recevoir la vie. Là où la matière se trouve, là aussi doit se trouver la vie. Une vie universelle sur une matière universelle, me paraît *une idée instinctive* de l'esprit humain, et par conséquent *une vérité.*