



FOR THE PEOPLE
FOR EDUCATION
FOR SCIENCE

LIBRARY
OF
THE AMERICAN MUSEUM
OF
NATURAL HISTORY

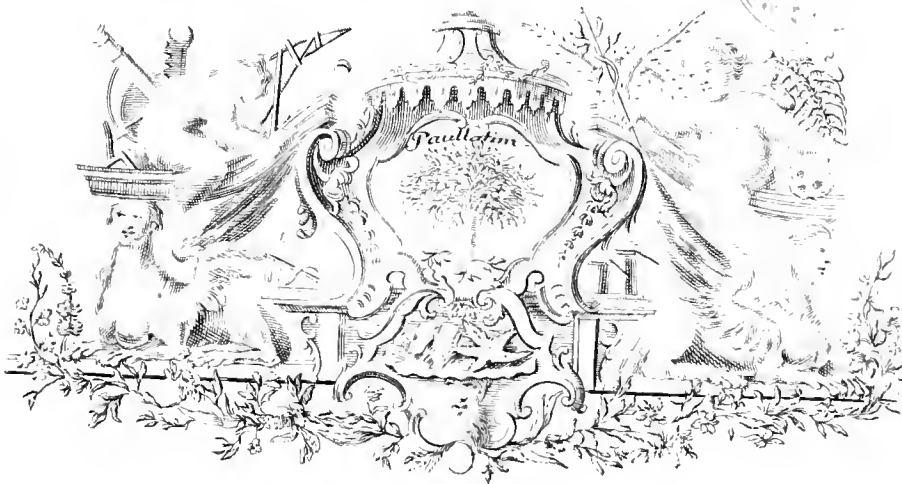
Bound at
A.M.N.H.
1916





COMMENTARIII
ACADEMIAE
SCIENTIARVM
IMPERIALIS
PETROPOLITANAE

TOMVS III.
AD ANNUM clb lccc xxviii.



PETROPOLI
TYPIS ACADEMIAE
clb lccc xxxi.

INDEX COMMENTARIORVM

In CLASSE MATHEMATICA.

- Iac. Hermanni* Noua Ratio deducendi Regulam iam passim traditam pro Centro oscillationis penduli cuiusque compositi. pag. 1.
- Iob. Bernoulli* Meditationes de chordis vibrantibus, cum pondusculis aequali interuallo a se inuicem distitis. p. 13.
- Frid. Christoph. Maier* de Arithmetica Figurata, eiusque vsibus aliquot. p. 28.
- Eiusdem Propositiones Cyclometricae aliquot. p. 53.
- Dan. Bernoulli* Methodus vniuersalis determinandae Curuaturae filii a potentiis extensi. p. 62.
- Leonb. Euleri* Solutio de inuenienda Curua, quam format Lamina utcumque Elastica et grauis. p. 70.
- Dan. Bernoulli* Observationes de seriebus recurrentibus. p. 85.
- Georg. Wolffg. Kraft* Consideratio Curuarum quarundam altioris generis, quae facile describi possunt. p. 101.
- Leonb. Euler* de Linea breuissima in superficie quacunque duo quaelibet puncta iungente. p. 110.
- Eiusdem Noua Methodus innumerabiles Aequationes Differentiales secundi gradus reducendi ad primum gradum. p. 124.
- Iob. Georg. Leutmanni* Explicatio Inuenti Hydrostatici de pondere argenti cupro mixti inuestigando. p. 138.

*

Iob.

Iob. Georg. Leutmann de Sulcis cochleatis ad datam
distantiam tubis sclopetorum recte inducendis. p.
156.

Christianus Goldbach de Terminis Generalibus se-
rierum. p. 164.

In CLASSE
PHYSICA.

Iob. Georg. Duvernoi Monstrum Casanense p. 177.
Eiusdem Monstrum Petropolitanum. p. 188.

Georg. Bernh. Bülfingeri Dissertatio de Thermome-
tris, et eorum emendatione p. 196.

Dan. Bernoulli Dissertationes de Actione fluidorum
in corpora solida, et motu solidorum in fluidis
continuatio. p. 214.

Georg. Bernh. Bülfinger, An aer sanguini pulmones
transeunti misceatur. p. 230.

Eiusdem, de effectu caloris vel frigoris subitanei in
expansionem vel contractionem vitrorum. p. 242.

Iob. Georg. Gmelin de Radiis articulatis lapideis. p. 246

Iob. Christ. Buxbaum, de propagatione Fungorum
per radices. p. 264.

Eiusdem de Periclymeno humili Norwegico. p. 268.

Eiusdem Observationes circa quasdam Plantas Ingrid-
cas. p. 270.

Observationes Anatomicae. p. 274.

Disquisitiones Physicae de Tubulis capillaribus a *Ia-
cobo Jurino* ad Academiam transmissae, vna cum
notis *Georg. Bernh. Bülfingeri*. p. 281.

In

In CLASSE
HISTORICA.

Theoph. Sigfr. Bayeri Chronologia Scythica. pag.
295.

Eiusdem Memoriae Scythicae ad Alexandrum M.
p. 351.

Eiusdem Elementa Litteraturae Brahmanicae,
Tangutanae, Mungalicae. p. 389.

* * *

Observationes Astronomicae *Iosephi Nicolai De*
L'Isle p. 425.

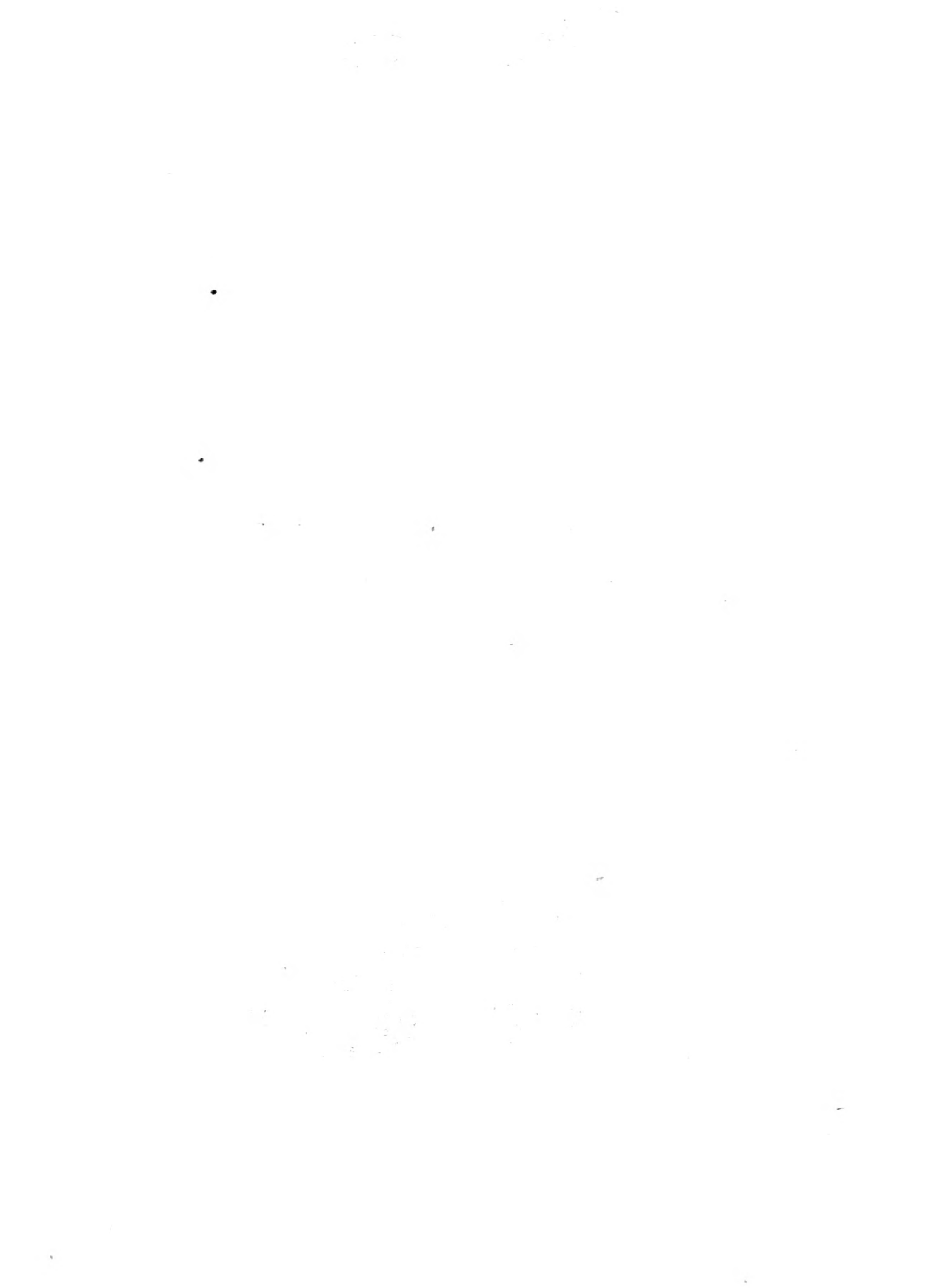
- - - *Ludouici De L'Isle de la Croyere.*
p. 433.



CLASSIS PRIMA

continens

MATHEMATICA



ANNAE

R V S S O R V M

IMPERATRICI



T qualiscunque industriae nostrae specimina quae hoc tertio volumine comprehenduntur, ante quam in publicum prodirent, TIBI, AVGVSTA, offerremus, et si opusculorum prohibebat exilitas, incredibilis tuae erga collegium nostrum benigni-

nignitatis fiducia effecit ; quando quidem *Petri I. Imperatoris* Patruī tui aēta confirmas, eiusque immortalia in Ruffiam merita nouis beneficiis quotidie auges atque illuftras, hanc uero, quam illius fapientia fundauit, Academiam, fingulari clementia fic compleēteris ut artes ingenuas, nunc praefertim, quando flos nobilitatis et iuuentutis omni genere doētrinae et exercitii militaris praecclare institutus in fpem patriae tuendae ornandaeque adolefcit, nusquam cultas felicius, nusquam liberalius acceptas quam tuo ſub imperio exiſtimemus.

Hac felicitate temporum dum TE ſalua fruimur, dum placidiſſimam pacem, qua nihil eſt humano generi optabilius, TE imperante non ſolum in Europa ſeruata, ſed nuper etiam tuis auſpiciis in Perſarum finibus reſtitutam Ruſſiae gratulamur, ingratiſſimi mortaliū, tuoque beneficio indigni ſimus,
nifi

nisi eius magnitudinem spectemus meritisque laudibus eo ardentius extollamus, quo certior nobis spes est, hanc diuinitus concessam tranquillitatem TE incolumi constantem ac perpetuam fore, postquam finitimos populos vel foederum religio, vel metus armorum tuorum et certissimae calamitatis suae, si fidem datam violarent, in officio continet.

Nos interea, quae muneris nostri ratio postulat, alacriter exsequemur, tuaque auctoritate et summa beneuolentia freti operam dabimus, vt Imperio Russico tot rebus terra marique prospere gestis inclito atque ad fastigium gloriae tua prudentia euecto non minimum decus etiam a litterarum et humanitatis studiis accedat.

Petropoli
Cal. Sept.
MDCXXXII.

Academicorum nomine
Christianus Goldbach.



NOVA RATIO
DEDUCENDI REGVLAM IAM PASSIM
TRADITAM
PRO CENTRO OSCILLATIONIS
PENDVLI CVIVSque COMPOSITI,
PETITA EX THEORIA MOTVS GRAVIVM
IN ARCVBVS CIRCVLARIBVS.

Autore
Iacobo Hermanno.

Posteaquam primum Hugenius in tertia Parte Horologii Oscillatorii, postea vero et ex interuallo Viri Celeberrimi Fratres Bernoullii, Iacobus et Ioannes, quisque methodum suam peculiarem inueniendi centrum oscillationis in pendulis compositis dederunt, Geometris actum agere videbor, quod de eodem hoc argumento nunc aliquid iterum promere mecum constitui, et quidem diu postquam ipse quoque in Phoronomia de eo iam fusius egi, sed alio fundamento innixus Sed si deducendi modus nouus est, quo regulam sic
Tom. III. M. Febr. 1728.
A fatis

2 DE CENTRO OSCILLATIONIS

fatis tritam ex suis principiis genuinis eruere docebo, non puto id mihi vitio verfum iri, quod eum hoc loco publicare sustinuerim.

1. Sit ergo pendulum CPQ ponderibus quotcunque P, Q, &c. compositum: in schemate quidem non nisi duo pondera P, Q, expressa sunt, sed quotcunque alia in hisce duobus subintelligi debent, quorum centra vel in eodem plano existant, aut in planis diuersis; conficiat hoc pendulum oscillationes suas circa axem per C transeuntem, quem plano huius chartae perpendiculariter insistere. Ponamus insuper punctum M denotare centrum grauitatis omnium partium, quibus pendulum componitur, hancque ipsam litteram designare summam omnium ponderum ipsius penduli. Recta CMN quam in plano huius chartae existere fingo, dicatur *axis* penduli compositi. Quod si praeterea CN sit longitudo penduli simplicis composito *tautochrone*, oscillationes suas eodem tempore, quo pendulum compositum absoluentis, ducatur per axem oscillationis C linea horizontalis CY, et ex M et N perpendiculares in eam demittantur MD, NY.

Fig. 1.

2. His praemissis, liquet, quod lapsu accelerato axis penduli CM, ex situ horizontali CY in CM, singulae partes penduli P, Q, &c. et commune ipsarum centrum grauitatis M acquisuisse debeant celeritates aliquas, quas p , q , &c. et u , vocabimus, quae propter connexionem partium penduli, distantis CP, CQ, et CM ab axe oscillationis C, proportionales erunt. Hae vero CP, CQ &c. in vnum idemque punctum suspensionis conuergent, si
cen-

centra pondusculorum P, Q, &c. in vno eodemque verticali plano CYN exstiterint, sed si ponduscula haec extra dictum planum fuerint, tunc saltem ipsae CP, CQ, &c. eorum distantias ab axe oscillationis indicabunt, sed non in vno eodemque plano existent.

3. Vt vim accelerantem penduli inuenire possimus, cogitandum omnes eius partes componentes P, Q, &c. velut in vnum corpus in centro earum communi grauitatis M collectas esse, exponet enim massa M, omnibus partibus P, Q, &c. aequalis, ducta in distantiam eius MC ab axe oscillationis, quam distantiam deinceps a nominabimus, exponet inquam aM sollicitationem accelerantem in directione DM horizonti perpendiculari. Ductis vero per terminum inferiorem arculi Mm tempusculo dt descripti, $m\mu$ parallela MD, et per M altera $M\mu$ parallela CY, erit aM sollicitatio grauitatis in directione DM, ad sollicitationem accelerantem in directione arculi Mm, vel tangentis eius in M, vt Mm ad $m\mu$. Quare vocando verticalem $MD=x$, eius elementum $m\mu=dx$, et arculum $Mm=ds$, inuenietur sollicitatio grauitatis tangentialis vel arcualis in $M=\frac{aMdx}{ds}$.

4. Effectus vero, quem sollicitatio ista temporis elemento dt producit, est summa incrementorum motus in singulis penduli partibus P, Q, &c. productorum, hoc est, P. CP. dp +Q. CQ. dq +&c. nam $p, q, \&c.$ denotant celeritates iam descensu acquisitas partibus P, Q, &c. et $dp, dq \&c.$ earum e-

lementa. Iam quia sollicitatio agens ducta in tempus, quo effectum suum praestat, aequipollet effectui producto, ideo nascetur aequatio $\frac{aMdxdt}{ds} = P.CP.dp + Q.CQ.dq + \&c.$

5. Cum vero celeritas actualis in arcu Mm acquisita (§. 2.) fit $=u$, et tempusculum, quo percurritur $=dt$, erit $dt = \frac{ds}{u}$, quod in praecedenti aequatione $\frac{aMdxdt}{ds} = P.CP.dp + Q.CQ.dq + \&c.$ suffectum, praebet $\frac{aMdx}{u} = P.CP.dp + Q.CQ.dq + \&c.$ vel $aMdx = P.CP.udp + Q.CQ.udq + \&c.$ Verum (§. 2.) habetur etiam $CM(a) : CP :: u : p$, et ductis extremis et mediis in se inuicem, inuenietur $CP.u = ap$; et simili argumento fit in reliquis $CQ.u = aq$, &c. quibus in praecedenti aequatione suffectis prouenit aequatio, quae diuisa per a , praebet $Mdx = Ppdp + Qqdq + \&c.$ Quare sumtis integralibus fit $2Mx = Ppp + Qqq + \&c.$

6. Quia vero (§. 5.) $p = \frac{CP.u}{a}$, $q = \frac{CQ.u}{a}$, &c. aequatio praecedens abit in hanc aliam $2Mx = (P.CP^2 + Q.CQ^2 + \&c.) \frac{uu}{aa}$. ad abbreviandum vero, pro summa indefinita $P.CP^2 + Q.CQ^2 + \&c.$, scribam deinceps $\int P.CP^2$. est ergo $2Mx = \frac{u \int P.CP^2}{aa}$, quare $uu = \frac{2aaMx}{\int P.CP^2}$. Breuitatis causa pro $\frac{M}{\int P.CP^2}$ scribatur R , eritque $u = a\sqrt{2Rx}$.

7. Propter triangula similia vero MCD et $Mm\mu$, reperitur $Mm = ds = \frac{adx}{\sqrt{(aa-xx)}}$ et $dt (= \frac{ds}{u}) = \frac{1}{x} \frac{dx}{\sqrt{(aa-xx)^3}}$

$x \frac{dx}{\sqrt{(aax-x^3)}}$. Adeoque tempus descensus penduli compositi ex CY in CM, est $= \frac{1}{\sqrt{2R}} \int \frac{dx}{\sqrt{(aax-x^3)}}$.

8. Quod si iam CN fit longitudo penduli simplicis tautochroni, quae dicatur $= l$, erit tempus descensus eius ex CY in CN $= \int \frac{ldy}{\sqrt{(2ly-2y^3)}}$, existente

NY $= y$. Sed propter triangula similia CMD et CNY, fit $y = \frac{lx}{a}$, quare $\int \frac{ldy}{\sqrt{(2ly-2y^3)}} = \sqrt{\frac{al}{2}} \int \frac{dx}{\sqrt{(aax-x^3)}}$.

Propter Tautochronismum vero penduli simplicis et compositi, fit $\sqrt{\frac{al}{2}} \int \frac{dx}{\sqrt{(aax-x^3)}} = \frac{1}{\sqrt{2R}} \int \frac{dx}{\sqrt{(aax-x^3)}}$, ita-

que diuifa hac aequatione per $\int \frac{dx}{\sqrt{(aax-x^3)}}$, inuenitur

$\sqrt{\frac{al}{2}} = \sqrt{\frac{1}{2R}}$; atque adeo $l = \frac{1}{aR}$, atqui R (hyp.) $= \frac{M}{fP.CP^2}$

ergo $l (= \frac{1}{aR}) = \frac{fP.CP^2}{M.CM}$. Et haec est ipsissima regula,

quam Hugenius propositione quinta in tractatu de centro oscillationis dedit, sed ex alio fundamento deriuauit.

9. Principium enim, cui vir summus suam theoriam inaedificauit, hoc est, quod commune centrum grauitatis omnium partium penduli compositi ad eandem altitudinem ascendere debeat, si solutis vinculis vnaquaeque pars motum, quem descendendo acquisuerat, verticaliter in altum conuertat, ex qua ceciderat, dum omnes eius partes adhuc connexae essent. Hoc principium vero aliud non est, quam principium conseruationis virium, quod etsi supra omnem obiectionum vim positum

6 DE CENTRO OSCILLATIONIS

existimo , a nonnullis in dubium vocabatur. Illud vero, quatenus pendulis applicatur, ex praecedentibus haud difficulter demonstratur.

Fig. 2.

10. Ponamus enim pendulum CPQ descen-
diffe ex situ CY in situm CM, et hoc descensu pon-
dus P acquisiuisse celeritatem , qua a reliquis a-
nulum in verticali PY fursum conuertens pertinge-
re possit in S, alterum Q, in verticali QZ, vsque
in T, et sic de reliquis, et postquam ad S, T, &c.
peruenerunt sit commune ipsorum centrum graui-
tatis in V, adeoque (§. 45.) *Pbor.* $M.MV = P.PS +$
 $Q.QT + \&c.$ adeoque $2M.MV = 2P.PS + 2Q.QT +$
 $\&c.$ Sunt vero (§. 150. *Pbor.*) $pp = 2PS, qq = 2QT,$
 $\&c.$ Quare (§. 5. hui.) $2Mx = 2M.DM = 2P.SP +$
 $2Q.TQ = 2M.VM$, adeoque $MV = DM$. Quod e-
rat &c.

11. Nunc paucis quoque usus regulae $l = \frac{SP.CP^2}{M.CM}$
supra (§. 8. hui.) inuentae, est ostendendus. Figu-
rae oscillantes sunt vel *lineae*, vel *superficies*, vel
solida. Si sunt lineae, erunt rectae vel curuae, re-
ctas hoc loco mittamus solas curuas contemplaturi,
et quidem eas tantum, quae sunt in eodem plano.
Huiusmodi curuae vero gemino sensu circa axem
oscillationis agitari possunt, in *Planum* vel in *Latus*.
Curua in planum oscillatur, cum planum, in quo est
curua et axis oscillationis, sunt semper in eodem
plano, quod etiam de figuris planis in planum agi-
tatis, est intelligendum. In latus vero linea cur-
ua vel figura plana oscillari dicitur cum planum, in
quo

quo est curua vel superficies agitata axi ofcillationis rectum est.

12. Sit ergo curua circa axem OO ofcillans Fig. 3. BAB , eius axis feu axis penduli CD, et agitetur primum curua in planum : vt CD perpendicularis est ad OO ita ordinatim applicata BB eidem parallela.

Dicantur nunc CA= m , AD= x BD= y , elementum curuae Bb= ds . Omnia pondera huius penduli compositi sunt elementa curuae Bb= ds , et distantiae eorum ab axe ofcillationis OO sunt CD= $m+x$, quando curua BAA vel eius planum , in planum agitur. In formula generali $l = \frac{\int P.CP^2}{M.CM}$, denominator M.CM significat summam momentorum omnium Bb= ds , feu CD.Bb= $\int(m+x) ds$ et numerator $\int P.CP^2 = \int(mm + 2mx + xx) ds$ adeoque $l = \frac{\int P.CP^2}{M.CM} = \frac{\int(mm + 2mx + xx) ds}{\int(m+x) ds}$.

Sed si axis ofcillationis fuisset in $\sphericalangle O \sphericalangle O$, ita vt punctum D cadat inter $\sphericalangle C$ et A , in praecedenti formula tantum mutari debet signum ipsius m , vbi haec litera est vnus dimensionis, et inuenietur $l = \frac{\int(mm - 2mx + xx) ds}{\int(-m+x) ds} = \frac{-\int(mm - 2mx + xx) ds}{\int(m-x) ds}$. Hoc loco , et in omnibus similibus casibus signum — in numeratore aliud non significat, quam quod valor positius ipsius l , capi debeat in axe penduli a puncto $\sphericalangle C$, in partem contrariam illi in quam abscissa AD vergunt , id est ex $\sphericalangle C$ versus A.

13. Si planum curuae BAB axi OO ad angulos

8 DE CENTRO OSCILLATIONIS

los rectos occurrit, hoc est, si curua in latus oscil-
latur, tunc quidem elementa Bb adhuc ponduscula
 P , in formula generali significabunt, sed eorum di-
stantiae iam erunt $CB = \sqrt{(mm + 2mx + xx + yy)}$,
adeoque $\int P.CP^2$ nunc significabit $\int (mm + 2mx + xx + yy) ds$. Et $M.CM$ nunc iterum $= \int (m+x) ds$, his-
cevero in formula $l = \frac{\int P.CP^2}{M.CM}$ suffectis inuenitur $l =$
 $\frac{-\int (mm + 2mx + xx + yy) ds}{\int (m+x) ds}$, si axis oscillationis est in OO .
 $l = \frac{-\int (mm - 2mx + xx + yy) ds}{\int (m-x) ds}$, si axis oscillationis est in
 $2O2O$.

14. Oscilletur iam figura plana BAC in pla-
num, et nunc elementa $BBb = 2ydx$ erunt pon-
duscula P in formula generali, eorum distantiae ab
axe oscillationis $CD = m+x$. Adeoque $\int P.CP^2 =$
 $\int (2mmydx + 4maydx + 2xydx)$. Et $M.CM =$
 $\int (2mydx + 2xydx)$ adeoque $l = \frac{\int P.CP^2}{M.CM} =$
 $\frac{\int (2mm + 4mx + 2xx)ydx - \int (mm + 2mx + xx)ydx}{\int (2m + 2x)ydx}$
vel $l = \frac{-\int (mm - 2mx + xx)ydx}{\int (m-x)ydx}$ si axis oscillationis est in
 $2O2O$.

15. Agitetur iam figura BAB in latus, hoc
casu vero singula puncta ordinatae BB distantiam ab
axe oscillationis OO variant: v. gr. puncti E di-
stantia est CE , et alius puncti distantia est alia; hanc
ob causam primum $\int CE^2 \times Ee$, in vna semiordinata
est indaganda. Sit ergo $DE = u$, et $Ee = du$, et e-
rit $CE^2 \times Ee = mmdu + 2mxdu + xxdu + uudu$, et
sumtis integralibus considerando iam x aequae ac m
constantem solamque u variabilem, inuenietur $\int CE^2$,
 $Ee = mmu + 2mxu + xxu + \frac{1}{3}u^3$, et conuertendo u
in

in y inuenietur pro tota semiordinata BD , summa omnium CE^2 . $Ee = (mm + 2mx + xx + \frac{1}{3}yy)y$; erit ergo nunc $\int P.CP^2 = \int (mm + 2mx + xx + \frac{1}{3}yy)y dx$, et $M.MC = \int (m+x)y dx$, adeoque

$$l = \frac{\int (mm + 2mx + xx + \frac{1}{3}yy)y dx}{\int (m+x)y dx} \dots \text{ si axis oscillationis est}$$

$$OO. \text{ Et } l = \frac{-\int (mm - 2mx + xx + \frac{1}{3}yy)y dx}{\int (m-x)y dx}, \text{ si axis oscillationis est } 2O2O.$$

16. Consideremus porro superficies solidorum rotundorum ex reuolutione figurae cuiuscunque BAD circa axem CD ortas. Hoc casu ponduscula P , fiunt zonulae conicae, quae nascuntur ex elemento Bb curuae circa axem CD in gyrum acta, vocando vero peripheriam circuli p , cuius radius est r , eiusmodi zonula fiet $= py ds$, eius distantia ab axe oscillationis $= \sqrt{(mm + 2mx + xx + yy)}$ adeo ut fit $\int P.CP^2 = \int (mm + 2mx + xx + yy) py ds$. Item $M.CM = \int (m+x) y p ds$, ergo

$$l = \left(\frac{\int P.CP^2}{M.CM} \right) = \frac{\int (mm + 2mx + xx + yy)y ds}{\int (m+x)y ds}, \text{ vel}$$

$$l = \frac{-\int (mm - 2mx + xx + yy)y ds}{\int (m-x)y ds}, \text{ si axis oscillationis fit in altera parte } 2O2O.$$

17. Quantum ad haec solida rotunda ipsa, si eorum centrum oscillationis inueniendum sit, cuius quaelibet sectio axi normalis est circulus BHI cuius radius $BD = y$. Sit in semicirculo HBI zonula $FEGgef$ cuius radius $DE = u$, primum inueniri debet summa omnium $CE^2.FEGgef$, quae continentur in toto semicirculo HBI ; est vero semicirculus $FEG = \frac{1}{2}puu$, si p iterum designet circumferentiam

Tom. III. B cuius

cuius radius r , et zonula $FeG = \frac{1}{2} p u d u$. Distantia $CE = \sqrt{(mm + 2mx + xx + yy)}$, quare $CE^2, FeG = \frac{1}{2} p m m u d u + p m x u d u + \frac{1}{2} p x x u d u + \frac{1}{2} p u^3 d u$, et $\int CE^2 . FeG = (mm + 2mx + xx + \frac{1}{2} u u) . \frac{1}{4} p d u$, convertatur nunc iterum u in y , et habebimus $\int CE^2 . FeG = (mm + 2mx + xx + \frac{1}{2} yy) . \frac{1}{4} p y y d x$, quare fit $\int P . CP^2 = \int (mm + 2mx + xx + \frac{1}{2} yy) . \frac{1}{4} p y y d x$, $M . CM = \int (m + x) . \frac{1}{8} p y y d x$, quare $l = \frac{\int (mm + 2mx + xx + \frac{1}{2} yy) . 2yy d x}{\int (m + x) yy d x}$ vel $l = \frac{-\int (mm + mx + xx + \frac{1}{2} yy) . 2yy d x}{\int (m - x) yy d x}$ pro axe oscillationis posito in $2O2O$.

Fig. 5.

Non immorabimur nunc applicationi praecedentium canonum generalium ad exempla particularia, quippe quae nullam prorsus difficultatem inuoluit, cum res sit puri calculi.

De Centro Oscillationis aquae in Siphone oscillantis.

18. Sit tubus cylindricus $ABCH$ utrobique apertus, atque inflexus in duo crura BA, CH ad partem horizontalem BC . Sit sinus anguli $ABC = p$; et sinus anguli $HCB = q$ existente sinu toto $= r$. Sit porro tubus ille aqua plenus vsque ad horizontalem MN , et vocetur L longitudo partis tubi $MBCN$ aqua plenae; eruntque agitati liquoris in tubo oscillationes tam maiores quam minores tautochronae. Quaeritur autem longitudo penduli simplicis oscillationes eodem tempore perficientis cum aqua in tubo oscillante.

Fig. 6.

Pertingat aqua oscillationes suas peragens in tubo HC vsque ad D , et in altero AB vsque in E .

Du-

Ducatur horizontalis Ef , et huic agatur normalis CG , horizontalem MN secans in I . Propter continuitatem aquae in utroque tubo erit $DN=ME$. Dicantur $HN=e$, $HD=x$, erit $DN=e-x=ME$. Fiat ut sinus totus (1) ad finem anguli $NME(p)$, ita $ME(e-x)$ ad $IF(ep-px)$, postea ut sinus anguli $MNI(q)$ ad finem totum (1) ita $IF(ep-px)$ ad $Nf(\frac{ep-px}{q})$.

Hinc $Df=e-x+\frac{ep-px}{q}-\frac{(p+q)(e-x)}{q}=\frac{er-rx}{q}$, facta $r=p+q$. Fiat denuo ut sinus totus (1) ad finem anguli $CDf(q)$, ita $Df(\frac{er-rx}{q})$ ad $OF(er-rx)$. Haec vero OF est potentia in tubo aquam agitans, et quia haec potentia in elementum (dt) temporis, quo effectum suum edit, ducta, est ut effectus productus, id est, ut incrementum celeritatis (du) ductum in massam agitandam L , posita celeritate actuali aquae $=u$, ideo habetur $(er-rx)dt=Ldu$. Atqui $dt=\frac{dx}{u}$, ergo $\frac{erdx-rxdx}{u}=Ldu$, vel $erdx-rxdx=Ludu$, et sumtis integralibus $2erx-rxx=Luu$, et $u=\sqrt{(\frac{2erx-rxx}{L})}$.

Quare elementum temporis descensus aquae per spatium HD , id est $\frac{dx}{u}=\frac{dx\sqrt{(L:r)}}{\sqrt{(2er-xx)}}$, iam si A significet angulum, cuius sinus versus $=x$, erit eius elementum $dA=\frac{dx}{\sqrt{(2er-xx)}}$, adeoque $\frac{dx}{u}=\frac{dA\sqrt{L}}{\sqrt{r}}$, et tempus descensus per $HD=\frac{A\sqrt{L}}{\sqrt{r}}$, consequenter descensus per $HN=\frac{ang. rect. \sqrt{L}}{\sqrt{r}}$. Nam angulus cuius sinus versus aequat radium, est rectus. Sed alibi (§. 174. *Phor.*) demonstraui, quod duratio dimidia vibrationis alicuius penduli, cuius longitudo $=l$ futura sit $=$ angulo recto in \sqrt{l} , quare faciendo ang.

rect. in $Vl = \frac{\text{ang. recto in } \sqrt{L}}{\sqrt{r}}$, habetur $Vl = \frac{\sqrt{L}}{\sqrt{r}}$, atque adeo $l = \frac{L}{r} = \frac{L}{p+q}$. Ergo tale pendulum suas oscillationes eodem tempore conficiet, quo aqua suas oscillationes in tubo ABCH. Quod erat inueniendum.

Si $p=q=1$, hoc est si rami AB, HC ramo horizontali BC perpendiculariter insistant, fiet $l = \frac{1}{2}L$, ut *Newtonus in Principiis suis Philosophiæ* invenit et demonstravit. Sed generaliter, casus qualem hic demonstratum dedi, *Cel. Ioanni Bernoulli* est acceptus ferendus, qui illum in Tomo Secundo *Commentariorum huius Academiae* ad demonstrandam conservationem Virium viuarum, una cum aliis nonnullis theorematibus ad eandem rem facientibus, sine demonstratione publicari curavit.

IOH. BERNOULLI

MEDITATIONES

*De chordis vibrantibus, cum pondusculis
aequali interuallo a se invicem distitis,
vbi nimirum ex principio virium
viuarum quaeritur numerus vibra-
tionum chordae pro vna oscillatione
penduli datae longitudinis D.*

Conf. Comm. Tom. II. p. 220.

CHorda vibrans ACDEF &c. cui ad distantias Tab. II,
Fig. I.
aequales affixa sunt ponduscula aequalia,
C, D, E, F, &c. in eam se componere
debet figuram, vt singula ponduscula si-
mul perueniant in situm rectilineum AB. vnde sequi-
tur, singulorum velocitates adeoque et vires acce-
leratrices proportionales esse debere longitudinibus
percurrendis, Cc, Dd, Ee, &c. Sed per prin-
cipia statica, tensio chordae est ad vim qua pondu-
sculum quoduis, ex. gr. E, vrgetur versus e, vt si-
nus ang. DEe ad sin. ang. DEF, vel IEF, i. e. (ob
figuram chordae fere rectam, et pondusculorum
interualla aqualia) vt sinus totus ad FI. Ergo ex ae-
quo distantiae Cc, Dd, Ee, &c. proportionales sunt ipsis
DG, EH, FI, &c. respectiue. Iam $DG = Gd - Dd = 2Cc -$
B 2
Dd =

$Dd=2a-x$; $HE=He-Ee=2Dd-Cc-Ee=2x-a-y$; $FI=If-Ff=2Ee-Dd-Ff=2y-x-z$; &c. vnde $2a-x.a::2x-a-y.a::2x-a-y.x::2y-x-z.y::2z-y-t.z::\&c.$ Hinc sequentia fluunt Lemmata.

1. Si duo sint ponduscula, erit $x=a$, $y=0$, reliqua non considerantur.

2. Si tria sint ponduscula, erit $y=a$, $z=0$, reliquis non consideratis, adeoque $2a-x.a::2x-2a.x$, vnde $2ax-x^2=2ax-2a^2$, & $x=a\sqrt{2}$.

3. Si quatuor sint ponduscula, erit $y=x$, $z=a$, & $t=0$, non consideratis reliquis, adeoque $2a-x.a::x-a.x$; vnde $2ax-x^2=ax-a^2$, & $x=\frac{1}{2}a+\sqrt{\frac{3}{4}a^2}$.

4. Si quinque sint ponduscula, erit $z=x$, $t=a$, $u=0$, reliquis neglectis: adeoque $2a-x.a::2x-a-y.x::2y-2x.y$; hinc duae aequationes habentur, $x^2=a^2+ay$ & $yx=2ax$. Ex priori aequatione est $y=\frac{x^2-a^2}{a}$ ex posteriori. $y=2a$, vnde $x=a\sqrt{3}$.

5. Si sex sint ponduscula erit $z=y$, $t=x$, $u=a$, $s=0$, reliquis neglectis: adeoque $2a-x.a::2x-a-y.x::y-x:y$. hinc duae aequationes. $x^2=a^2+ay$, & $ay-yx=-ax$. Ex posteriori aequatione $y=\frac{ax}{-a+x}$; ex altera $y=\frac{x^2-a^2}{a}$, vnde $a^2x=x^3-ax^2-a^2x+a^3$, seu $x^3-ax^2-2a^2x+a^3=0$.

6. Si septem sint ponduscula, erit $t=y$, $u=x$, $s=a$, $w=0$, non attento ad reliqua. Adeoque $2a-x.a::2x-a-y.x::2y-x-z.y::2z-2y.z$, & ita tres habentur aequationes $x^2=aa+ay$, $xy=ax+az$ & $xz=2ay$. Ex aequatione secunda $z=\frac{xy-ax}{a}$, ex

ter-

tia $z = \frac{2ay}{x}$, vnde $y = \frac{ax^2}{x^2 - 2a^2}$ & $z = \frac{2a^2 x}{x^2 - 2a^2}$; Est vero

ex aequatione prima $y = \frac{x^2 - a^2}{a}$, igitur $\frac{x^2 - a^2}{a} = \frac{ax^2}{x^2 - 2a^2}$
 vnde $a^2 x^2 = x^4 - 3a^2 x^2 + 2a^4$, seu $x^4 - 4a^2 x^2 + 2a^4 = 0$, adeoque $x^2 = 2a^2 \pm a^2 \sqrt{2}$, & $x = a\sqrt{2 \pm \sqrt{2}}$;
 $y = a \pm a\sqrt{2}$; $z = \frac{2a \pm 2a\sqrt{2}}{\sqrt{2 \pm \sqrt{2}}} = \pm a\sqrt{4 \pm 2\sqrt{2}}$. Vbi notandum signa inferiora huc non quadrare.

Probl. 1. Sit nunc chorda vel filum ALB omnis crassitie expers oneratum in medio pondusculo L, sitque filum tensum a pondere P; quaeritur tempus semivibrationis per LC. Est LC = a, AL vel AC = b erit $AL - AC = \frac{AL^2 - AC^2}{AL + AC} = \frac{LC^2}{2AC} = \frac{a^2}{2b}$, & $ALB - AB = \frac{a^2}{b}$ = descensui ponderis P filum tendentis; sit z = altitudini verticali per quam graue libere descendens acquirit velocitatem aequalem illi quam habet punctum L quando peruenit in C, quae velocitas adeo erit = \sqrt{z} . Erit vis viua pondusculi L = $Lz = vi\ viuae\ ponderis\ tendentis = \frac{a^2}{b} \times P$, vnde $z = \frac{a^2 \times P}{b \times L}$: Quia vero vis trahens punctum L versus C semper est proportionalis distantiae LC, erit supponendo diametrum circuli ad eius circumferentiam vt 1 ad p; & v velocitatem puncti L in C, tempus per LC seu tempus semivibrationis = $\frac{a p}{2v} = \frac{a p}{2\sqrt{z}} = \frac{p\sqrt{b} \cdot L}{2\sqrt{P}}$, & tempus vnus semiofcillationis penduli datae longitudinis D, = $p\sqrt{\frac{1}{2}} D$. Ergo $p\sqrt{\frac{1}{2}} D$
 di-

Fig. 2.

diuisum per $\frac{2\sqrt{b}L}{2\sqrt{P}}$, hoc est, $\frac{\sqrt{2D \times P}}{\sqrt{b \times L}}$ dabit numerum vibrationum fili durante vna oscillatione penduli

$$D = \frac{\sqrt{4D \times P}}{\sqrt{AB \times L}} = \frac{2\sqrt{D \times P}}{\sqrt{AB \times L}}$$

Fig. 3.

2. Sit nunc filum AFGB tenfum a pondere P et oneratum duobus pondusculis aequalibus, quorum vnumquodque $= \frac{1}{2}L$, & quae diuidant filum in tres partes aequales, AF, FG, GB. Sit iterum FC = GE = a & AC = CE = EB = b, erit AF - AC = BG - BE = $\frac{a^2}{2b}$, adeoque AFGB - AB = $\frac{a^2}{b}$ = descensui ponderis P. Sit iterum \sqrt{z} = velocitati puncti F in C vel puncti G in E; erunt vires viuae pondusculorum F & G simul = Lz = vi viuae ponderis tendentis P, = $\frac{a^2}{b} \times P$, vnde $z = \frac{a^2 \times P}{b \times L}$: reliqua ergo inueniuntur vt prius, nisi quod iam ponendum fit pro numero vibrationum $\frac{\sqrt{2D \times P}}{\sqrt{b \times L}} = \frac{\sqrt{2D \times P}}{\sqrt{\frac{1}{3}AB \times L}} = \frac{\sqrt{6D \times P}}{\sqrt{AB \times L}}$.

3. Sint iam tria ponduscula singula = $\frac{1}{3}L$, erit rursus AF - AC = BH - BI = $\frac{a^2}{2b}$. Sed FG - CE = HG - IE = (ex Lemm. 2.) $\frac{3a^2 - 2a^2 \sqrt{2}}{2b}$. Hinc AFGHB - AB = $\frac{4a^2 - 2a^2 \sqrt{2}}{b}$ = descensui ponderis P filum tendentis: erit nunc, vocata \sqrt{z} velocitate puncti F in C, velocitas puncti G in E = $\sqrt{2z}$, vnde quantitas virium viuarum omnium pondusculorum simul = $\frac{4}{3}z \times L$ = vi viuae ponderis tendentis = $\frac{4a^2 - 2a^2 \sqrt{2}}{b} \times P$, adeoque $z = \frac{6a^2 - 3a^2 \sqrt{2}}{2b \times L} \times P$ = $\frac{(12a^2 - 6a^2 \sqrt{2}) \times P}{AB \times L}$, et sic \sqrt{z} vel $v = \frac{\sqrt{12a^2 - 6a^2 \sqrt{2}} \times \sqrt{P}}{\sqrt{AB \times L}}$ et

tem-

tempus per FC, seu $\frac{ap}{2v} = \frac{p\sqrt{AB \times L}}{2\sqrt{12-6\sqrt{2} \times P}}$. Igitur $P\sqrt{\frac{1}{2}D}$ diuisum per $\frac{ap}{2v}$, hoc est, $\frac{2\sqrt{6-3\sqrt{2} \times P \times D}}{\sqrt{AB \times L}}$ dabit numerum vibrationum fili in vna oscillatione penduli dati D.

4. Sint ponduscula quatuor, singula $=\frac{1}{4}L$, Fig. 5. supponendo tantisper $GE=HI=x$, reliquis vt prius manentibus. Erit iterum $AF-AC=BK-BM=\frac{a^2}{2b}$;

$FG-CE=KH-MI=\frac{x^2-2ax+a^2}{2b}$, vnde AFGHKB

$-AB=\frac{x^2-2ax+a^2}{b}$ descensui ponderis P. Vocetur velocitas puncti F in C $=Vz$, erit velocitas puncti G in E $=\frac{x}{a}Vz$; ac proinde summa virium viuarum omnium pondusculorum

$=\frac{a^2+x^2}{2} \times z \times L = vi\ viuae\ ponderis\ P = \frac{x^2-2ax+a^2}{b} \times P$;

$=\frac{a^2+x^2}{2} \times z \times L = vi\ viuae\ ponderis\ P = \frac{x^2-2ax+a^2}{b} \times P$;

igitur $z = \frac{2a^2x^2 - 4a^3x + 4a^4 \times P}{a^2 + x^2 \times bL}$. Quare Vz vel v

$= \frac{a\sqrt{2x^2 - 4ax + 4a^2} \times P}{\sqrt{a^2 + x^2} \times bL}$; atque tempus per FC $= \frac{ap}{2v}$

$= \frac{p\sqrt{a^2 + x^2} \times bL}{2\sqrt{2x^2 - 4ax + 4a^2} \times P}$. Ideoque $p\sqrt{\frac{1}{2}D}$ diuisum per $\frac{ap}{2v}$,

h. e. $\frac{\sqrt{4x^2 - 8ax + 8a^2} \times D \times P}{\sqrt{a^2 + x^2} \times bL} =$ (quia per Lemma 3. $x = \frac{1}{2}$

$a + a\sqrt{\frac{5}{4}}$) $\frac{2\sqrt{5-5\sqrt{5} \times D \times P}}{\sqrt{5+5\sqrt{5}} \times bL} = \frac{2\sqrt{25-5\sqrt{5} \times D \times P}}{\sqrt{5+5\sqrt{5}} \times AB \times L}$ dabit numerum

vibrationum fili semel oscillante pendulo D.

5. Sint iam quinque ponduscula, quorum v-
Tom. III. C num-

numquodque $= \frac{1}{5}L$. Supponendo iterum $GE=KM$
 $=x$, reliquis semper manentibus, erit HI seu y
(per Lemma 4.) $=2a$ & $x=av\sqrt{3}$, & $AF-AC=BN$
 $-BO=\frac{a^2}{2b}$; $FG-CE=NK-OM=\frac{x^2-2ax+a^2}{2b}=\frac{4a^2-2a^2\sqrt{3}}{2b}$;
 $GH-EI=KH-MI=\frac{y^2-2yx+x^2}{2b}=\frac{7a^2-4a^2\sqrt{3}}{2b}$; quo-
circa $AFGHKNB-AB=\frac{12a^2-6a^2\sqrt{3}}{b}$ descensui pon-
deris P. Est autem summa Vz pro velocitate puncti
F in C, velocitas puncti G in E $=V\sqrt{3}z$, et veloci-
tas puncti H in I $=2Vz$. Per consequens aggrega-
tum virium viuarum omnium pondusculorum $=\frac{1}{5}$
 $\times L =$ vi viuae ponderis tendentis $P=\frac{12a^2-6a^2\sqrt{3}}{b} \times P$,
proinde $z=\frac{10a^2-5a^2\sqrt{3} \times P}{2b \times L}=\frac{30a^2-15a^2\sqrt{3} \times P}{\Delta B \times L}$; et ita
 Vz vel $v=\frac{a\sqrt{30-15\sqrt{3}} \times P}{\sqrt{\Delta B \times L}}$, vnde tempus per FC seu
 $\frac{ap}{2v}=\frac{p\sqrt{\Delta B \times L}}{2v\sqrt{30-15\sqrt{3}} \times P}$. Ideoque $pV\sqrt{\frac{1}{2}}D$ diuisum per
 $\frac{ap}{2v}$ h. e. $\frac{\sqrt{60-30\sqrt{3}} \times D \times P}{\sqrt{\Delta B \times L}}$, dabit numerum vibrationum
fili durante vna oscillatione penduli D.

6. Sinto ponduscula sex, quorum singula $=\frac{1}{6}L$,
Pofitis nunc $GE=NO=x$, $HI=KM=y$ erit $AF-$
 $AC=BR-BS=\frac{a^2}{2b}$, $FG-CE=RN-OM=\frac{x^2-2ax+a^2}{2b}$,
 $GH-EI=NK-OM=\frac{y^2-2yx+x^2}{2b}$, propterea
 $AFGHKNRB-AB=\frac{2x^2-2ax+2a^2+y^2-2yx}{b}$ descen-
sui ponderis P. Est vero summa Vz pro velocitate
puncti F in C, velocitas puncti G in E $=\frac{xVz}{a}$, et ve-
locitas puncti H in I $=\frac{yVz}{a}$, vnde summa virium vi-
varum

varum omnium pondusculorum $\frac{a^2 + x^2 + y^2}{3a^2} \approx \times L =$
 vi viuae ponderis tendentis $P = \frac{2x^2 - 2ax + 2a^2 + y^2 - 2yx}{b}$
 $\times P$, et ideo $V \approx \frac{\sqrt{6a^2 x^2 - 6a^3 x + 6a^4 - 3a^2 y^2 - 6a^2 yx \cdot P}}{\sqrt{a^2 + x^2 + y^2} \times bL}$.

Hinc tempus per FC $\frac{ap}{2v}$
 $= \frac{ap \sqrt{a^2 + x^2 + y^2} \times bL}{2 \sqrt{6a^2 x^2 - 6a^3 x + 6a^4 - 3a^2 y^2 - 6a^2 yx \cdot P}}$.

Idcirco $p \sqrt{\frac{1}{2} D}$ diuisum per $\frac{ap}{2v}$, h. e.

$$\frac{\sqrt{12a^2 x^2 - 12a^3 x + 12a^4 + 6a^2 y^2 - 12a^2 yx \cdot D \cdot P}}{a \sqrt{a^2 + x^2 + y^2} \times bL}$$

$=$ (ob Lemma 5. vbi $y = \frac{ax}{-a+x}$ et $y = \frac{x^2 - a^2}{a}$, indeque
 $y^2 = x^2 + ax$) $\frac{\sqrt{18a^2 x^2 + 6a^3 x + 12a^4 - 12ax^3 \times D \times P}}{a \sqrt{a^2 + 2x^2 + ax} \times bL} =$
 $\frac{\sqrt{126ax^2 + 42a^2 x + 84a^3 - 84x^3 \times D \times P}}{\sqrt{a^3 + 2ax^2 + a^2} \times a \times b \times L} =$ (ob Lemma 5 x^3
 $= ax^2 + 2a^2 x - a^3$) $\frac{\sqrt{42ax^2 - 126a^2 x + 168a^3 \times D \times P}}{\sqrt{a^3 + 2ax^2 + a^2} \times a \times b \times L} =$
 $\frac{\sqrt{42x^2 - 126ax + 168a^2 \times D \times P}}{\sqrt{2x^2 + ax + a^2} \times a \times b \times L}$ dabit numerum vibratio-

num fili oscillante semel pendulo dato D, posteaquam pro x substitutus fuerit eius valor, qui est radix huius aequationis $x^3 - ax^2 - 2a^2 x + a^3 = 0$.

*Solutiones eorundem Problematum ex
principiis staticis*

Lemma 1. Sit vis gravitatis naturalis g , qua corpora naturaliter animantur, h. e. ad descensum urgentur. Sit x altitudo per quam descendit, v velocitas in fine descensus, t tempus descensus, M massa ponderis P ; erit $M \times g = P$; $\frac{g dx}{v} = dv$, adeoque $\sqrt{2gx} = v$.

Lemma 2. $\frac{dx}{v} = dt = \frac{dx}{\sqrt{2gx}}$; adeoque $t = \frac{\sqrt{2x}}{\sqrt{g}}$.

Lemma 3. Quia alibi demonstratum, tempus descensus naturalis per diametrum alicuius circuli ad tempus semioscillationis in cycloide aequae altae cum circulo ut $1 : \frac{1}{2}p : 2 : p$, erit tempus semioscillationis penduli datae longitudinis D , $= \frac{p\sqrt{D}}{2\sqrt{g}}$, est enim per Lemma praecedens, tempus descensus per diametrum $= \frac{\sqrt{D}}{\sqrt{g}}$.

Fig. 6.

Lemma 4. Tendat punctum F ad C viribus quae sunt proportionales distantis FC , demonstratum est, undecunque punctum F incipiat moveri, aequalibus semper temporibus percurrere distantiam FC . Sit itaque vis qua in qualibet distantia urgetur $= f \times FC$ (per f intelligo parametrum illius vis, ut vis absolute sumta augeri et minui possit): His positis, sit distantia FC a puncto quietis sumta, $= a$, pars quaelibet $FO = x$; erit $\frac{f \cdot a - x \cdot dx}{v} = dv$ adeoque $v = \sqrt{f \cdot 2ax - x^2}$, hinc $dt = \frac{dx}{\sqrt{f \cdot 2ax - x^2}}$ atque

$t = \frac{1}{\sqrt{f}} \cdot \int \frac{dx}{\sqrt{2ax - x^2}}$. Ergo tempus per totam FC , $= \frac{p}{2\sqrt{f}}$.

Probl.

Problema 1. Producat^r AF in secunda figura Fig. 2.
 et sequeⁿtibus. Vis ponderis P est ad vim qua punctum F versus C vrgetur, vt sinus anguli AFC ad sinum ang. VFB = sin. ang. AFC : sin. dupli ang. FAC = ¶ (quia FAC pro infinite paruo habetur) AC. 2FC :: b. 2a, adeoque vis qua punctum F versus C vrgetur = $\frac{2a}{b} \times P = \frac{2a}{b} M \times g$ (intelligo per M massam ponderis P. Quia vero pondusculum L, a cuius grauitate nunc abstrahitur, considerando tantum eius massulam, vrgeridebet ad C, vi quae exprimitur per $f \times a \times L$, erit $\frac{2a}{b} M \times g = f \times a \times L$, vnde $f = \frac{2gM}{bL}$, adeoque per Lemma 4. huius, erit tempus per FC ($\frac{p}{2\sqrt{f}}$) = $\frac{p\sqrt{bL}}{2\sqrt{2gM}}$ tempusculo semiuibrationis fili; diuidendo itaque tempus semioscillationis penduli dati D, quod (per Lemma 3.) = $\frac{p\sqrt{D}}{2\sqrt{g}}$, per tempusculum semiuibrationis fili $\frac{p\sqrt{bL}}{2\sqrt{2gM}}$, quod prouenit $\frac{\sqrt{2D \times M}}{\sqrt{b \times L}}$ (substituendo pro massis pondera) $\frac{2\sqrt{D \times P}}{\sqrt{AB \times L}}$ dabit numerum quaesitum vibrationum fili, prorsus vt in solutione praecedente per vires viuas eruta.

Problema 2. Nunc est P ad vim puncti Fig. 3.
 F versus C vt sinus AFC ad sinum VFG seu sin. FAC :: b : a; vnde vis puncti F ad C = $\frac{a}{b} M \times g = f \times a \times \frac{1}{2} L$, adeoque $f = \frac{2gM}{bL}$, et tempus per FC ($\frac{p}{2\sqrt{f}}$) = $\frac{p\sqrt{bL}}{2\sqrt{2gM}}$ tempusculo semiuibrationis fili. Diuisum itaque $\frac{p\sqrt{D}}{2\sqrt{g}}$ per $\frac{p\sqrt{bL}}{2\sqrt{2gM}}$ dabit $\frac{\sqrt{2D \times M}}{\sqrt{bL}} = \frac{\sqrt{6D \times P}}{\sqrt{AB \times L}}$ pro numero vibrationum quaesito, vt supra.

Problema 3. Vocetur hic et in sequen- Fig. 4.
 tibus Φ vis puncti F versus C; erit iam $P. \Phi :: f \text{ AFC. } \sqrt{\text{VFG}}$; (per f intelligo sinum anguli). Est vero ex

Lemmate secundo priori methodo praemisso, $\int VFG$ (quia infinite parvus) $= 2a - a\sqrt{2}$, sumto b pro radio : hinc $\Phi = \frac{2a - a\sqrt{2}}{b} \times P = \frac{2a - a\sqrt{2}}{b} \times Mg = f a \times \frac{1}{3} L$, vnde $f = \frac{6 - 3\sqrt{2} \cdot Mg}{bL}$, tempusque per FC $(\frac{p}{2\sqrt{f}})$ $= \frac{p\sqrt{bL}}{2\sqrt{6 - 3\sqrt{2}} \times Mg}$ tempusculo semi vibrationis fili; adeoque diuidendo $\frac{p\sqrt{D}}{2\sqrt{g}}$ per $\frac{p\sqrt{bL}}{2\sqrt{6 - 3\sqrt{2}} \times Mg}$, quod orietur $\frac{\sqrt{6 - 3\sqrt{2}} \times D \times M}{\sqrt{bL}} = \frac{2\sqrt{6 - 3\sqrt{2}} \times D \times P}{\sqrt{AB \times L}}$ dabit quaesitum numerum vt ante.

Fig. 5.

Probl. 4. Hic iterum $P : \Phi : f AFC : \int VFG$ est autem, ex Lemmate 3. pro superiori methodo, $\int VFG$ (quia infinite parvus) $= \frac{3}{2} a - \sqrt{\frac{1}{5}} a^2 = \frac{3a - a\sqrt{5}}{2}$ sumto b pro sinu toto : vnde $\Phi = \frac{3a - a\sqrt{5}}{2b} \times P = \frac{3a - a\sqrt{5}}{2b} \times Mg = f a \times \frac{1}{4} L$, ex quo $f = \frac{6 - 2\sqrt{5} \times Mg}{bL}$, ac tempus per FC $(\frac{p}{2\sqrt{f}})$ $= \frac{p\sqrt{bL}}{2\sqrt{6 - 2\sqrt{5}} \times Mg}$ tempusculo semi vibrationis fili. Hinc diuidendo $\frac{p\sqrt{D}}{2\sqrt{g}}$ per $\frac{p\sqrt{bL}}{2\sqrt{6 - 2\sqrt{5}} \times Mg}$ acquiritur $\frac{\sqrt{6 - 2\sqrt{5}} \times D \times M}{\sqrt{bL}} = \frac{\sqrt{30 - 10\sqrt{5}} \times D \times P}{\sqrt{AB \times L}}$, quod dabit numerum vibrationum conformem superiori, nam $\frac{\sqrt{30 - 10\sqrt{5}} \times D \times P}{\sqrt{AB \times L}}$, $= \frac{2\sqrt{25 - 5\sqrt{5}} \times D \times P}{\sqrt{5 + \sqrt{5}} \times AB \times L}$.

Probl. 5. Figura in mente concipienda est. Hic habemus ex Lem. 4. praeliminari, $\int VFG$ infinite paruum $= 2a - a\sqrt{3}$; adeoque $\Phi = \frac{2a - a\sqrt{3}}{b} \times P = \frac{2a - a\sqrt{3}}{b} \times Mg = f a \times \frac{1}{5} L$, vnde $f = \frac{10 - 5\sqrt{3} \times Mg}{bL}$, & tempus per FC $(\frac{p}{2\sqrt{f}})$ $= \frac{p\sqrt{bL}}{2\sqrt{10 - 5\sqrt{3}} \times Mg}$ tempusculo semi vibrationis fili; quare diuidendo $\frac{p\sqrt{D}}{2\sqrt{g}}$ per hoc, prodit $\frac{\sqrt{10 - 5\sqrt{3}} \times D \times M}{\sqrt{bL}} = \frac{\sqrt{60 - 30\sqrt{3}} \times D \times P}{\sqrt{AB \times L}}$ pro numero vibrationum quaesito vt supra.

Probl.

Probl. 6. Ex Lemmate 5. praeliminari hic erit $\int \sqrt{FG}$ (ob infinite paruum) $= 2a - x$, vbi x est radix huius aequationis $x^3 - ax^2 - 2a^2x + a^3 = 0$, eritque $\Phi = \frac{2a-x}{b} \times P = \frac{2a-x}{b} \times Mg = fa \times \frac{1}{6}L$, vnde $f = \frac{1}{6} \frac{2a-6x}{ab \times L} \times Mg$, et tempus per FC $(\frac{p}{2\sqrt{f}}) = \frac{p\sqrt{ab.L}}{2\sqrt{1}{2a-6x.Mg}}$ $=$ tempusculo semiuibrationis fili; Diuidendo itaque $\frac{p\sqrt{D}}{2\sqrt{g}}$ per hoc, oritur $\frac{\sqrt{1}{2a-6x \times M \times D}}{\sqrt{ab \times L}} = \frac{\sqrt{8}{4a-4x \times D \times P}}{\sqrt{a.AB.L}}$ $= \frac{\sqrt{4x^2 - 126ax + 168a^2} \times D \times P}{\sqrt{2x^2 + ax + a^2} \times D \times P}$ vt multiplicanti per crucem patebit.

Scholium

Res generaliter tractari potest pro quocunque numero pondusculorum: Sit enim numerus pondusculorum n , et habebitur $\Phi = \frac{2a-x}{b} \times Mg = fa \times \frac{1}{n}L$, unde $f = \frac{2na-nx \times Mg}{ab \times L}$, et tempus per FC $(\frac{p}{2\sqrt{f}}) = \frac{p\sqrt{ab \times L}}{2\sqrt{2na-nx \times Mg}}$ $=$ tempusculo semiuibrationis fili. Ergo diuiso $\frac{p\sqrt{D}}{2\sqrt{g}}$ per hoc prodibit $\frac{\sqrt{2na-nx \times D \times M}}{\sqrt{ab.L}} = \frac{\sqrt{n+1} \cdot \frac{2na-nx \times D \times P}{\sqrt{a \times AB \times L}}}{\sqrt{a.AB.L}}$ $=$ numero qui quaeritur vibrationum fili oscillante semel pendulo dato D . In qua expressione pro x substituendus est eius valor, qui quaeri debet per methodum in Lemmatibus praeliminaribus adhibitam. Sic ex.gr. si septem sint ponduscula, in quo casu $n=7$, et x (per Lemma praeliminare 6tum) $= a\sqrt{2 + \sqrt{2}}$, erit $\frac{\sqrt{n+1} \cdot \frac{2na-nx \times D \times P}{\sqrt{a \times AB \times L}}}{\sqrt{a.AB.L}} = \frac{2\sqrt{28-14\sqrt{2} + \sqrt{2}} \times D \times P}{\sqrt{AB \times L}}$, $=$ numero quaesito vibrationum, qui quam proxime accedit ad $\frac{2\sqrt{2} \cdot D \times P}{\sqrt{AB \times L}}$, iusto minorem.

Probl.

Probl. 7. Esto nunc chorda musica AB vni-
formiter crassa, cuius quantitas materiae = L, eaque
tensa a pondere P = Mg, quaeritur numerus vibra-
tionum in vna oscillatione penduli dati D.

Fig. 7.

Solutio Induat chorda extra situm rectili-
neum AB figuram curuilineam AEB, quae ea esse
debet, vt quodlibet eius punctum K eodem tempu-
sculo perueniat ad punctum correspondens H in situ
rectilineo, quo punctum medium E peruenit ad C;
id quod facit, vt vis acceleratrix qua punctum K
versus H vrgetur, vbique sit proportionalis distan-
tiae KH. Ductis ergo duabus tangentibus proximis
KG, GF; et ex K et S applicatis KH, SI: erit ex
principio statico pondus P seu Mg ad vim qua par-
ticula chordae KS versus H vrgetur, vt sinus anguli
KSO, qui pro recto habetur, ad sin. ang. GKF, hoc
est, vt 1 ad $\frac{FG}{KC}$, potest enim KF considerari tan-
quam perpendicularis ad axem CF, erit itaque vis
illa in K = $\frac{FG \times Mg}{KG} = f \times KH \times dL$, et inde vis ipsa accele-
ratrix seu $f \times KH = \frac{FG \times Mg}{KG \times dL}$. Vt autem determinetur
 $\frac{FG}{KC}$, notandum est, curuam AEB esse trochoidis
fociam elongatam, h. e. eius naturae, vt descripto
quadrante circuli EMN, et ducta KR parallela basi
AC, sit AC. KR :: EMN. EM. cuius demonstra-
tionem infra adiciemus. Sit nunc EC = a,
ER = x, EM = s, EMN = $\frac{1}{2}pa$ (intelligo semper 1 ad
p vt diametrum ad circumferentiam); Sit etiam AC.
EMN :: n. 1, erit KR = ns, et reperietur subtangens
RG =

$RG = \frac{\sqrt{2ax-x^2}}{a}$, $CG = a-x + \frac{\sqrt{2ax-x^2}}{a}$, eiusque differentialis $FG = -dx + \frac{asdx - xsdx}{a\sqrt{2ax-x^2}} + dx = \frac{asdx - xsdx}{a\sqrt{2ax-x^2}}$, adeoque $\frac{FG}{KG}$ vel quod idem est $\frac{FG}{KR} = \frac{asdx - xsdx}{na\sqrt{2ax-x^2}}$, ipsum

vero elementum KS , quod censetur aequale ipsi KO , $=nds = \frac{nadx}{\sqrt{2ax-x^2}}$. Est autem $AB.HI(KO):L.dL$,

unde $dL = \frac{KO}{AB} \times L = \frac{nadx}{AB\sqrt{2ax-x^2}} L$; quibus ergo substitutis

in vi acceleratrice habetur $\frac{FG \times Mg}{KG \times DL} = \frac{AB \times a - x \times Mg}{n^2 a^2 \times L}$ (quia

$npa = AB$) $\frac{p^2 \frac{a-x.Mg}{AB \times L}}{AB \times L} = \frac{p^2 KH}{AB \times L} \times Mg = f \times KH$; adeoque

$f = \frac{p^2 \times Mg}{AB \times L}$, et tempus per KH $(\frac{p}{2\sqrt{f}}) = \frac{\sqrt{AB \times L}}{2\sqrt{M \times g}}$ = tempus-

sculo femiivibrationis chordae musicae; diuiso itaque $\frac{p\sqrt{D}}{2\sqrt{g}}$ per $\frac{\sqrt{AB \times L}}{2\sqrt{M \times g}}$ acquiritur $\frac{p\sqrt{D} \times M}{\sqrt{AB \times L}} = \frac{P\sqrt{D} \times P}{\sqrt{AB \times L}}$; numerus

vibrationum chordae durante vna oscillatione penduli datae longitudinis D ; quemadmodum inuenit Taylorus. vid. Meth. Increm. p. 93. Et sicuti ego quoque inueni ex principio virium viuarum, vt sequitur.

Sit $DN = x$; $NG = y = n \int \frac{adx}{\sqrt{2ax-x^2}}$; $DG = s$; DC Fig. 8.

$$= a.ds - dy = \frac{ds^2 - dy^2}{ds+dy} = \frac{dx^2}{2dy} = \left(\text{ob } y = n \int \frac{adx}{\sqrt{2ax-x^2}} \right) dx^2 :$$

$$\frac{2nadx}{\sqrt{2ax-x^2}} - \frac{dx \sqrt{2ax-x^2}}{2na}; \text{ adeoque } DA - CA = \int \frac{dx^2}{2dy} = \int \frac{dx \sqrt{2ax-x^2}}{2na} = \frac{1}{2} \frac{CD \cdot DEF}{2nCD} = \frac{1}{4} \frac{DEF}{n} = \frac{DEF}{4n} = \frac{AC}{4n^2} = \frac{AB^2}{8n^2}; \text{ hinc}$$

$2DA - 2CA = ADB - AB = \frac{AB}{2} =$ differentiae inter
 arcum et chordam. Radius osculi in G , posito e-
 lemento Gg vel ds constante, est generaliter $\frac{ds}{d^2x} =$

(in curvis maxime elongatis ubi $dy = ds$) $\frac{dy}{d^2x}$. Ergo

in hoc casu trochoidis fociae maxime elongatae ubi
 $dy = ds = \sqrt{\frac{nadx}{2ax-x^2}} =$ constanti, erit $nad^2x \sqrt{2ax-x^2}$

$\frac{-na^2 dx^2 + nadx^2}{\sqrt{2ax-x^2}} = 0$, vnde $d^2x = \frac{a-x}{2ax-x^2} dx^2$, adeoque ra-

dus osculi $= \frac{dy}{d^2x} = \frac{n^2 a^2 dx^2}{2ax-x^2} : \frac{a-x}{2ax-x^2} = \frac{n^2 a^2}{a-x}$. h. e. radii

osculi sunt reciproce vt GH . Sit nunc pondus ten-
 dens chordam P , pondus chordae ipsius AB , L ;
 velocitas puncti D cum vibrando venerit in $C = \sqrt{S}$
 (intelligendo per S spatium per quod graue libere
 descendens acquirit velocitatem puncti D in C) erit
 puncti cuiuslibet G in H velocitas $= \frac{GH}{DC} \sqrt{S} = \frac{a-x}{a} \sqrt{S}$,

adeoque $\frac{a-x^2}{a^2} S \times \frac{Hb}{AB} \times L = \frac{a-x^2}{a^2} \times \frac{dy}{AB} \frac{L.S}{a-x^2} \times S \times$
 $\frac{ndx.L}{AB \times 2ax-x^2} =$ vi vivae particulae chordae Gg vel Hb

in $H = \frac{nS.L}{a.AB} \times \frac{a-x^2}{2ax-x^2} dx^2$, id quod integrando habetur

$\frac{nS.L}{a.AB} \times a-x \sqrt{2ax-x^2} + \int dx \sqrt{2ax-x^2} =$ (pro tota chor-
 da) $\frac{nS.L}{a.AB} \times \frac{1}{2} \times DEF = \frac{nS.DEF}{AB} = \frac{1}{2} L.S =$ quantitati vi-
 rium vivarum totius chordae; Haec autem est ae-
 qualis vi vivae ponderis P descendens per $\frac{AB}{2}$, =

$$P \times \frac{AB}{4n^2}. \text{ Ergo } S = \frac{P \times AB}{2n^2 \times L} = \frac{2P \cdot DEF^2}{L \times AB} \text{ et } \sqrt{S} = DEF \sqrt{\frac{2P}{L \cdot AB}}$$

Hinc inuenitur tempus per $DC = \frac{\sqrt{L \times AB}}{\sqrt{2P}}$. Est autem tempus semiofcillationis penduli simplicis cuius longitudo fit $C = \frac{DEF}{DC} \times \sqrt{2C}$; vt igitur haec duo tempora sint aequalia, faciendum est $\frac{\sqrt{L \times AB}}{\sqrt{2P}} = \frac{DEF \times \sqrt{2C}}{DC}$, vnde

$$C = \frac{DC^2 \cdot AB \times L}{4DEF^2 \cdot P}. \text{ Ergo numerus vibrationum chordae}$$

in tempore vnus vibrationis penduli datae longitudinis $D = \frac{2DEF \times \sqrt{D \cdot XP}}{DC \times \sqrt{AB \times L}}$ (fupposito $\frac{2DEF}{DC} = p$) $\frac{p \sqrt{D \times P}}{\sqrt{AB \times L}}$, vt habet Taylorus, cui L et N sunt quod mihi AB et L .

Sequitur demonftratio eius, quod fupra afferitur, chordam vibrantem ADB (vid. fig. praeced.) induere figuram fociae trochoidis elongatae.

Oftenfum est in fuperioribus, finum anguli contactus in puncto chordae quocunq; G proportionalem effe longitudini percurrendae GH . Iam retentis iisdem fymbolis, quibus fupra vfi fumus,

erit finus anguli contactus $= \frac{d^2 x}{ds^2}$ (ob figuram ma-

xime elongatam et confequenter $ds = dy = \frac{d^2 x}{dy^2}$, pofitis nimirum dy constantibus: longitudo autem per-

currenda $GH = a - x$. Ergo $\frac{d^2 x}{dy^2}$ ad $a - x$ in ratione conftante. Sit illa ratio vt dy ad $n^2 a^2$, eritque

$$\frac{n^2 a^2 d^2 x}{dy^2} = a dy - x dy, \text{ feu (diuid. per } dy) \frac{n^2 a^2 d^2 x}{dy^2} = a - x.$$

Multiplicetur vtrumque membrum per dx , et habe-

bitur $\frac{n^2 a^2 dx d^2 x}{dy^2} = a dx - x dx$, sumtisque integralibus
 $\frac{n^2 a^2 dx^2}{dy^2} = a x - \frac{x^2}{2}$, seu $n^2 a^2 dx^2 = (2ax - x^2) dy^2$, vnde
 $\frac{n a dx}{\sqrt{2ax - x^2}} = dy$ et $n \int \frac{a dx}{\sqrt{2ax - x^2}} = y$. Est itaque y (NG).
 $\int \frac{a dx}{\sqrt{2ax - x^2}}$ (arc. DE) :: n . I. i. e. applicata NG ad ar-
 cum DE in ratione constante, eaque valde magna;
 Est enim ratio AC ad CD valde magna (per hyp.)
 Ergo etiam ratio AC ad quadrantem DEF valde
 magna erit. Sed AC.DEF :: n . I. (per demonstr.)
 quare constat propositum.

DE ARITHMETICA FIGVRATA

EIVSQVE VSIBVS ALIQVOT

Autore

Fr. Chr. Maiero.

I.

M. Febr.
1726.

Commodiorem hisce meditationibus titu-
 lum non inueni, quam qui praefixus est;
 Considero enim naturam serierum nu-
 mericarum possibilium omnium, quae
 eo modo generantur quo series numerorum figura-
 torum generari solent; atque ita numeri figurati
 comprehenduntur sub meis seriebus (quas collectiuas
 nominare liceat) tanquam species sub genere. Dif-
 ferunt

ferunt meae series praeterea a numeris figuratis in eo, quod eae vsus aliquot non spernendos praestent, dum Figurata Arithmetica vulgaris tanquam sterilis haud immerito reputari solet.

2. Noua non sunt omnia quae affero, modus enim ea tractandi, (qui forsan nouus est) requirebat vt miscerem mea alienjs. Sufficit mihi si id praestitisse iudicet, quod in vnum locum congesserim quae ex variis libris conquirenda essent Lectori, quod difficilem alias materiam facilem reddiderim, et accessionibus auxerim non contemnendis. Diu est, quod haec meditatui fui, et cum amico communicauit, cuius demum monito intellexi, eorum nonnulla etiam alibi, sed aliter extare.

CAPVT I.

De natura serierum collectiuarum.

3. **A**ssumatur series numerorum aequalium (qualis ea est quae in subiecto exemplo littera B signatur) dicaturque series primi ordinis; Ex hac serie formetur secundi ordinis series (C) cuius primus terminus sit qualiscunque numerus; secundus autem sit summa ex primo huius et secundo termino prioris seriei conflata; ex quo secundo, et tertio priore, fiat tertius; eodemque modo reliqui colligantur. Pro serie tertii ordinis (D) assumatur qualiscunque primus terminus, reliqui autem formantur ex secunda serie, vti termini seriei secundae ex prima formabantur. Pari ratione formantur quo-

D 3

que

que series E, F et quotcunque aliae. Has series collectiuas nomino ; numeros in serie A qui indicant quotitatem cuiusuis termini , radices uoco ; numeros tandem qui indicant quoti ordinis sit aliqua series , indices dicere liceat. Exemplum rei sequentes series exhibent.

Radices	A....	1	2	3	4	5	6	7	8	9 ..
Indices	1 B...	3	3	3	3	3	3	3	3	3 ..
	2 C...	5	8	11	14	17	20	23	26	29 ..
	3 D...	5	13	24	38	55	75	98	124	153 ..
	4 E...	6	19	43	81	136	211	309	433	586 ..
	5 F...	13	32	75	156	292	503	812	1245

4. Ex data definitione intelligitur quoque quomodo series retro continuari possint. Prima enim series vbique eodum et datos habet terminos; secunda autem retroagitur subtrahendo primae seriei terminum superstantem quemlibet a suo substante in secunda serie ; qui enim restat numerus est terminus ille qui substantem praecedat. Eodem modo continuatur tertia series retro, ope secundae seriei ; quarta ope tertiae , et sic porro. Ceterum id quoque manifestum est , quod serierum retroactarum radices negatiuae euadant. Terminos, qui primos quoslibet immediate praecedunt, differentias originales nomino , quarum consequenter radices sunt nihilo aequales. Quae dixi, exemplo sequenti declaro.

Radices - 4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 . .

Indices	{	1	3	3	3	3	3	3	3	3	3 . . .	
		2	-10	-7	-4	-1	2	5	8	11	14	17 . .
		3	10	3	-1	-2	0	5	13	24	38	55 . .
		4	-1	4	3	1	1	6	19	43	81	136 . .
		5	- 2	2	5	6	7	13	32	75	156	292 . .

5. Duas serierum collectiuarum classes facio : prima eas series continet quarum differentia originales omnes praeter primam , nihilo aequales sunt; has series voco puras. Altera classis continet series mixtas, quarum differentiae originales sunt numeri quicunque. Ad posteriorem classem exempla antecedentia pertinent. Prioris exemplum mox sequetur.

6. Vt collectiuarum serierum natura manifesta fiat , incipio a seriebus puris. Has omnes vnica complecti licet serie vniuersali , quae quidem hunc in modum inuenitur : Assumatur prima differentia originalis $=a$. et cum reliquae omnes sint nihilo aequales (§. 5.) datae eae iam sunt, quarum ope series cuiuslibet ordinis construere licet (§. 3. et 4.) Constructis aliquot eiusmodi seriebus , quotientes inter duos terminos vicinos quoslibet, diuidendo sequentem in antecedentem , inquiri, eosque binis suis terminis interpono , vti sequitur.

Radi-

Radices . . .	0	1	2	3	4	5	6					
1	.. a	a	a	a	a	a	a					
2	.. 0	$\frac{1}{0} a$	a^2	$2a$	$1\frac{1}{2}$	$3a$	$1\frac{1}{3}$	$4a$	$1\frac{1}{4}$	$5a$	$1\frac{1}{5}$	$6a$
3	.. 0	$\frac{1}{0} a$	a^3	$3a$	2	$6a$	$1\frac{2}{3}$	$10a$	$1\frac{2}{4}$	$15a$	$1\frac{2}{5}$	$21a$
4	.. 0	$\frac{1}{0} a$	a^4	$4a$	$2\frac{1}{2}$	$10a$	2	$20a$	$1\frac{3}{4}$	$35a$	$1\frac{3}{5}$	$56a$
5	.. 0	$\frac{1}{0} a$	a^5	$5a$	3	$15a$	$2\frac{1}{3}$	$35a$	2	$70a$	$1\frac{4}{5}$	$126a$
6	.. 0	$\frac{1}{0} a$	a^6	$6a$	$3\frac{1}{2}$	$21a$	$2\frac{2}{3}$	$56a$	$2\frac{1}{4}$	$126a$	2	$252a$

Primo statim intuitu apparet quotientes hos progredi in feriebus aequidifferentibus : ex. gr. ferie quotientum inter primos et secundos haec est :

inter secundos et tertios

1	2	3	4	5	6	7	8	9	...
---	---	---	---	---	---	---	---	---	-----

inter tertios et quartos

1	$1\frac{1}{2}$	2	$2\frac{1}{2}$	3	$3\frac{1}{2}$	4	$4\frac{1}{2}$	5	$5\frac{1}{2}$
---	----------------	---	----------------	---	----------------	---	----------------	---	----------------

inter quartos et quintos

1	$1\frac{1}{3}$	$1\frac{2}{3}$	2	$2\frac{1}{3}$	$2\frac{2}{3}$	3	$3\frac{1}{3}$	$3\frac{2}{3}$	4
---	----------------	----------------	---	----------------	----------------	---	----------------	----------------	---

has quotientum series vnica generali ferie exhibeo :
 Posita enim quavis radice antecedente (in feriebus collectiuis) = x erit differentia, qua progrediuntur ferie quotientum, aequalis $\frac{1}{x}$ (quod inductione patet) : Et quia omnes ab vnitate incipiunt habetur generalis quotientum series sequens :

$$1 \quad 1 + \frac{1}{x} \quad 1 + \frac{2}{x} \quad 1 + \frac{3}{x} \quad 1 + \frac{4}{x} \quad 1 + \frac{5}{x} \quad \dots$$

sive haec :

$$1 \quad \frac{x+1}{x} \quad \frac{x+2}{x} \quad \frac{x+3}{x} \quad \frac{x+4}{x} \quad \frac{x+5}{x} \quad \dots$$

Pona-

Ponatur praeterea exponens cuiusuis termini in serie hac aequalis literae n . (qui quidem exponens idem est cum indice serierum collectiuarum generali), habebitur sic generalis expressio cuiusuis quotientis haec: $\frac{x+n-1}{x}$. Dato itaque termino quouis antecedente, in aliqua serie collectiua, sequens terminus habetur quoque, is enim est factum ex antecedente et quotiente intermedio dato. Si ergo primus terminus in serie collectiua vniuersali statuatur $=a$ et index seriei $=n$. ipsa series per regulam inuentam emergit talis:

$$a. \frac{n}{1}a \quad \frac{n}{1} \cdot \frac{n+1}{2}a. \quad \frac{n}{1} \cdot \frac{n+1}{2} \cdot \frac{n+2}{3}a. \dots\dots\dots$$

Huius seriei continuandae lex statim in oculos incurrit. Q. E. I.

7. Posita radice generali seriei praecedentis $=x$. erit generalis formula cuiusuis termini puri $=\frac{n}{1} \cdot \frac{n+1}{2} \cdot \frac{n+2}{3} \cdot \frac{n+3}{4} \cdot \frac{n+4}{5} \dots\dots \frac{n+x-2}{x-1}a$ quod facile intelligitur attendendo ad priora. Vel si formula inuertatur, habebitur

$$\frac{n+x-2}{x-1} \cdot \frac{n+x-3}{x-2} \cdot \frac{n+x-4}{x-3} \cdot \frac{n+x-5}{x-4} \dots\dots \frac{n}{1}a.$$

8. Si generalis index ($=n$) determinetur formula finita euadit. Ex. gr. fit $n=4$ sic terminus generalis cuiusuis seriei purae quarti ordinis fiet $=\frac{x+2}{x-1} \cdot \frac{x+1}{x-2} \cdot \frac{x}{x-3} \cdot \frac{x-1}{x-4} \cdot \frac{x-2}{x-5} \dots\dots \frac{4}{1}a.$

quae si deprimatur, delendo aequales factores supra et infra, habebitur ea $=\frac{x+2}{1} \cdot \frac{x+1}{2} \cdot \frac{x}{3}a.$ Hoc modo inuenitur terminus generalis seriei purae ordinis

Primi	$= a$
Secundi	$= a \cdot \frac{x}{1}$
Tertii	$= a \frac{x}{1} \cdot \frac{x+1}{2}$
Quarti	$= a \frac{x}{1} \cdot \frac{x+1}{2} \cdot \frac{x+2}{3}$
Quinti	$= a \frac{x}{1} \cdot \frac{x+1}{2} \cdot \frac{x+2}{3} \cdot \frac{x+3}{4}$
Sexti	$= a \frac{x}{1} \cdot \frac{x+1}{2} \cdot \frac{x+2}{3} \cdot \frac{x+3}{4} \cdot \frac{x+4}{5}$
Indefiniti	$= a \frac{x}{1} \cdot \frac{x+1}{2} \cdot \frac{x+2}{3} \cdot \dots \cdot \frac{x+n-2}{n-1}$

Atque hic terminus indefiniti ordinis forma dif- fert ab eo quem dedi supra (§. 7.) ceterum vltro patet quomodo hic indefinitus terminus Inductionis ope a praecedentibus definitis abstractus fuerit.

9. Progredior ad series mixtas. Harum ter- minos vniuersaliter expressos sic inuestigau: As- sumsi differentias originales indefinitas, primam $fc. = a$. secundam $= b$. reliquas suo ordine $= c, = d, = e$, &c. ex hisce series formaui mixtas generales eo mo- do qui describitur supra (§. 3. et 4.) quem et sequens exemplum exhibet:

Radices	0	1	2	3	4
1	a	a	a	a	a
2	b	$a+b$	$2a+b$	$3a+b$	$4a+b$
3	c	$a+b+c$	$3a+2b+c$	$6a+3b+c$	$10a+4b+c$

Intellexi autem tam ex ipsa generatione serierum, quam ex intuitu terminorum, quod quilibet termi- nus mixtus conflatus sit ex tot terminis puris, quot index seriei vnitates habet, primus quidem termi- nus purus pertinet ad seriem puram cuius differen- tia originalis est $= a$. eiusque index idem est cum indice seriei mixtae (ponatur ille $= n$) secundus ter- minus

minus purus pertinet ad feriem puram cuius diff. orig. est $=b$. et cuius index est $=n-1$. Tertius purus oritur ex tertia differ. orig. $=c$ et indice $=n-2$. Atque hoc ordine reliqui. Hac lege cognita facile erat componere ex terminis puris generalibus (§. 8.) terminos generales mixtos sequentes: sc. pro ordine

- Primo $= a$
- Secundo $= a\frac{x}{1} + b$.
- Tertio $= a\frac{x}{1} \cdot \frac{x+1}{2} + b\frac{x}{1} + c$
- Quarto $= a\frac{x}{1} \cdot \frac{x+1}{2} \cdot \frac{x+2}{3} + b\frac{x}{1} \cdot \frac{x+1}{2} + c\frac{x}{1} + d$.
- Quinto $= a\frac{x}{1} \cdot \frac{x+1}{2} \cdot \frac{x+2}{3} \cdot \frac{x+3}{4} + b\frac{x}{1} \cdot \frac{x+1}{2} \cdot \frac{x+2}{3} + c\frac{x}{1} \cdot \frac{x+1}{2} + d\frac{x}{1} + e$.

Imo et pro ordine indefinito generalis forma conditur, ponendo vltimam differentiam originalem $=M$. penultimam $=N$. reliquasque suo ordine antecedentes $=P=Q=R$ etc. Ea enim ob legem quam seruant ordines definiti, talis erit: $M + N\frac{x}{1} + P\frac{x}{1} \cdot \frac{x+1}{2} + Q\frac{x}{1} \cdot \frac{x+1}{2} \cdot \frac{x+2}{3} + R\frac{x}{1} \cdot \frac{x+1}{2} \cdot \frac{x+2}{3} \cdot \frac{x+3}{4} \dots \dots \dots \&c.$

10. Termini hi aliam acquirunt formam si factores indicati actu in se ducantur, erit enim generalis terminus ordinis

- Primi $= a$
- Secundi $= ax + b$
- Tertii $= \frac{a}{2}x^2 + \frac{a+2b}{2}x + c$.
- Quarti $= \frac{a}{6}x^3 + \frac{a+b}{2}x^2 + \frac{2a+3b+6c}{6}x + d$.
- Quinti $= \frac{a}{24}x^4 + \frac{3a+2b}{12}x^3 + \frac{11a+12b+12c}{24}x^2 + \frac{6a+3b+12c+24d}{24}x + e$

vel paulo aliter ita

Primi = a

Secundi = $ax + b$

Tertii = $\left. \begin{matrix} \frac{a}{1 \cdot 2} x^2 + \frac{a}{1 \cdot 2} \\ + b \end{matrix} \right\} x + c.$

Quarti = $\left. \begin{matrix} \frac{a}{1 \cdot 2 \cdot 3} x^3 + \frac{3a}{1 \cdot 2 \cdot 3} \\ + \frac{b}{1 \cdot 2} \end{matrix} \right\} x^2 + \frac{2a}{1 \cdot 2 \cdot 3} \\ + c \left. \right\} x + d.$

Hae posteriores formulae legem observant, quae reliquae altiores ex prioribus gignuntur. Ex. gr. si formulam quinti ordinis condere velim, ex solo intuitu formularum praecedentium iudico, eam talem futuram esse

$$\left. \begin{matrix} \frac{a}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} x^4 + \frac{*a}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \\ + \frac{*b}{1 \cdot 2 \cdot 3} \end{matrix} \right\} x^3 + \frac{*a}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \\ + \frac{*b}{1 \cdot 2 \cdot 3} \left. \right\} x^2 + \frac{*a}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \\ + \frac{*c}{1 \cdot 2} \left. \right\} x + e$$

vbi stellulas posui (*), ibi desunt coefficients numerici, quorum natura non tam clare in oculos incurrit, quam ceterorum leges. Hos autem numeros excerpandos esse ex seriebus sequentibus mox ostendam. Series autem istae omnes ab unitate incipiant, et lex qua generantur exprimitur hac formula: $A(n+r-2) + S.$ quae quidem exprimit naturam cuiusvis termini sequentis, A est terminus quaesitus antecedens, S est sequentis, seu quaesiti, superstans, $n.$ est seriei exponens, $r.$ est termini sequentis seu quaesiti exponens. Ecce series aliquot

Ter-

terminorum ex-
ponentes =

1 2 3 4 5 6

Sericum exponentes

1	1	/	1	/	2	/	6	/	24	/	120
2	1	/	3	/	11	/	50	/	274	/	
3	1	/	6	/	35	/	225	/	1624	/	
4	1	/	10	/	85	/	735	/	6769	/	
5	1	/	15	/	175	/		1960	/		
6	1	/	21	/	322	/					
7	1	/	28	/							

transuersales lineae punctulatae modum excerpendi numeros coëfficientes indicant, sic numeri inter transuersales tertiam et quartam sunt coëfficientes omnium. *a.* in formula praecedente. Inter transuersales secundam et tertiam habentur coëfficientes omnium. *b.* atque ita deinceps; vnde formula integra talis emergit :

E 3

^a
1.2.3.4

$$\left. \begin{aligned} \frac{a}{1.2.3.4} x^4 + \frac{6a}{1.2.3.4} x^3 + \frac{11a}{1.2.3.4} x^2 + \frac{6a}{1.2.3.4} x + \frac{1}{1.2} \end{aligned} \right\} x^4 + e$$

11. Omnes praeecedentes formulae sub vniuersali hac comprehenduntur : $px^m + qx^{m-1} + rx^{m-2} + \dots$ et vicissim, omnes formulae quae sub hac vniuersali formula continentur, sunt termini serierum collectiuarum generales.

12. Hic occurrit problema sequens soluendum : Dato termino aliquo generali seriei collectiuae, describere ipsam seriem per solam additionem continuatam. Sit ex. gr. proposita haec formula : $2x^3 + 5x^2 - 3x - 7$. Id vltro apparet, si in formula successiue substituantur pro x . numeri 0, 1, 2, 3, 4, &c. prodituram esse seriem quaesitam; verum problema postulat vt series per additionem prodeat; Hunc finem duplici modo obtinere licet. Primus est, si per substitutionem dictam obtineantur tot prioris seriei termini, quot maxima radice dignitas vnitatis aucta vnitates continet; in praesenti exemplo ergo quatuor sunt obtinendi, nimirum hi : -7. -3. 23. 38. hos terminos sibi oportet mutuo subtrahere, praecedentem quemlibet a suo sequente, residuum quoduis ponatur supra terminum sequentem : Eodem modo subtrahantur quoque a se inuicem residua et residuorum residua, quousque licet; ecce typum calculi !

			12
		22	34
	4	26	60
-7	-3.	23.	83

Cum haec subtractio nihil sit nisi resolutio seriei collectivae in suas ordine priores, (quod intelligitur ex §. 3.) patet vltimum residuum (hic. 12.) esse terminum seriei primae qui per totam seriem idem est. (§. 3.) habetur ergo series prima, et ex seriebus succedentibus habentur quoque aliquot termini, quorum consequenter ope omnes series adeoque et series quaesita per solam additionem prorsum et retrorsum continuantur (per §. 3. et 4.) Calculus ergo erit talis :

Radices	— 2	— 1	0	1	2	3	4	5
	12	12	12	12	12	12	12	12
	-26	-14	-2	10	22	34	46	58
	10	-4	-6	4	26	60	106	164
	5	1	-7	-3	23	83	189	353

13. Alter modus hic est : Conferatur proposita formula cum formula vniuersali correspondenti (§. 10.) aequationibusque inter coëfficientes eosdem pro more institutis, eliciantur valores differentiarum originalium. Sic proposita nostra formula $2x^3 + 5x^2 - 3x - 7$ conferenda est cum vniuersali formula quarti ordinis, inde fiet

$$\frac{a}{6} = 2 \text{ adeoque } a = 12.$$

$$\frac{a+b}{2} = 12 + b = 6 + \frac{1}{2}b = 5 \text{ adeoque } b = -2.$$

$$\frac{2a + 3b + 6c}{6} = \frac{24 - 6 + 6c}{6} = 3 + c = -3 \text{ adeoque } c = -6$$

$$d = -7.$$

haben-

habentur ergo differentiae originales 1, 2, -6, -7. quarum ope desiderata series adornatur (per §. 3 et 4.)

14. Commoditatis gratia, ne in singulis casibus operosa opus sit investigatione differentiarum originalium, possunt illae generaliter determinari pro formula magis generali ordinis secundi

$$px + q \begin{cases} a = p \\ b = q \end{cases}$$

pro formula ordinis tertii $px^2 + qx + r$ habetur

$$a = 1 \cdot 2p$$

$$b = q - p$$

$$c = r.$$

pro formula ordinis quarti $px^3 + qx^2 + rx + s$ habetur

$$a = 1 \cdot 2 \cdot 3p$$

$$b = (q - 3p) \cdot 1 \cdot 2.$$

$$c = r - q + p.$$

$$d = s$$

pro formula ordinis quinti $px^4 + qx^3 + rx^2 + sx + t$, habetur

$$a = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot p.$$

$$b = 1 \cdot 2 \cdot 3(q - 6p)$$

$$c = 1 \cdot 2 \cdot (r - 3q + 7p)$$

$$d = 1 \cdot (s - r + q - p)$$

$$e = t.$$

15. Cui volupe est continuare tabellam hanc pro altioribus formulis, is ex contemplatione datorum perspiciet continuandi legem vltro in oculos incurrere (si numeros coefficients excipias.) Nam si pro formula ordinis sexti hac, $px^5 + qx^4 + rx^3$.

+

$+sx^2+tx+v$ valores differentiarum originalium habere velis apparet eos tales esse debere.

$$\begin{aligned} a &= 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot p. \\ b &= 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot (q - *p) \\ c &= 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot (r - *q + *p) \\ d &= 1 \cdot 2 \cdot (s - *r + *q - *p) \\ e &= 1 \cdot (t - f + r - q + p) \\ f &= v. \end{aligned}$$

Vbi stellulas posui, ibi numeri ex sequentibus numerorum seriebus substituendi sunt.

Exponentes terminorum

	1	2	3	4	5	6
Exponentes ferierum.	1	1	1	1	1	1
	2	1	3	7	15	31
	3	1	6	25	90	301
	4	1	10	65	350	1701

nimirum ex prima serie excerpuntur numeri coëfficientes pro differ. orig. penultima (hoc est vnitates) ex secunda habentur numeri pro antepenultima et sic deinceps. Ceterum natura harum serierum ab vnitate incipientium explicatur per formulam hanc : $Ar+S$. vbi fórmula ipfa designat quemvis terminum quaesitum seu sequentem, A , antecedentem, S sequentis superstantem et r . exponentem seriei. Valores igitur differentiarum originalium ordinis sexti sunt sequentes

$$\begin{aligned}
 a &= 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5p \\
 b &= 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4(q - 10p) \\
 c &= 1 \cdot 2 \cdot 3(r - 6q + 25p) \\
 d &= 1 \cdot 2(s - 3r + 7q - 15p) \\
 e &= 1 \cdot (t - s + r - q + p) \\
 f &= v
 \end{aligned}$$

16. Ex dictis intelligitur quomodo tabellae pro numerorum integrorum potentiis quibuslibet concinnari debeant per solam additionem continuatam. Si, ex. gr., biquadratorum omnium series adornanda foret, quorum formula generalis est x^4 . video eam pertinere ad formulam serierum collectiuarum magis generalem quinti ordinis hanc: $px^4 + qx^3 + rx^2 + sx + t$. in qua consequenter est $p=1$. $q=r=s=t=0$. et differentiae originales per §. 14. fient

$$\begin{aligned}
 a &= 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 &= & 24 \\
 b &= 1 \cdot 2 \cdot 3(-6) &= & -36 \\
 c &= 1 \cdot 2(+7) &= & 14 \\
 d &= 1(-1) &= & -1 \\
 e &= 0. &= & 1
 \end{aligned}$$

quibus datis ipsum quaesitum obtinetur per §. 3. hoc modo

Radices ...	0	1	2	3	4	5	6
	24	24	24	24	24	24	24
	-36	-12	12	36	60	84	108
	14	2	14	50	110	194	302
Series	- 1	1	15	65	175	369	671
quaesitae =	0	1	16	81	256	625	1269

CAPVT II.

De Summatione Serierum collectiuarum.

17. **S**I alicuius seriei collectiuæ differentia originalis nihilo aequalis est, quilibet terminus in ea serie erit summa omnium terminorum qui sunt in serie prioris ordinis: Ex. gr. fit

Radices	0	1	2	3	4	5
Prior series =	0	5	18	42	80	135
Posterior =	0	5	23	65	145	280

Quartus terminus in serie posteriori 145 est = 80 + 52 + 18 + 5. hoc est, aequatur summae omnium quatuor terminorum prioris seriei; id quod intelligitur ex constructione ipsarum serierum (§. 3.)

18. Quod si ergo formula alicuius seriei generalis proponatur, transmutetur illa in formulam sequentis seriei in qua vltima differentia originalis nihilo aequanda est, sic haec noua formula erit prioris summatrix. Ex. gr. fit proposita haec series. 5. 11. 19. 29. 41. 55. 71. 89. cuius generalis terminus est $=x^2+3x+1$ pertinens ad generalio-rem formulam tertii generis ($\frac{a}{2}x^2+\frac{a+2b}{2}x+c$), erit proinde hoc in casu $a=2$, $b=2$ et $c=1$. Quarti au-tem generis formula est $\frac{a}{6}x^3+\frac{a+b}{2}x^2+\frac{2a+3b+6c}{6}x+o$. substitutis ergo substituendis habebitur sum-
matrix $=\frac{1}{3}x^3+2x^2+\frac{8}{3}x=\frac{x^3+6x^2+8x}{3}$. Verbigra-
tia, si summa septem priorum terminorum expeta-
tur, fiat in formula $x=7$. vt abeat in $\frac{7^3+6\cdot7^2+8\cdot7}{3}$.

$\frac{=343+294+156}{3} = \frac{693}{3} = 231$. quae est summa quae-
sita.

19. Imo si generalioris huius formulae $px^2 + qx + qr$ expetatur summatricum, erit, per §. 14. $a = 2p$ $b = q - p$, et $c = r$. quibus in posteriore formula substitutis habebitur summatricum =

$$\frac{2px^3 + 3(p+q)x^2 + (p+3q+6r)x}{6}$$

Hoc modo erit etiam

$$\int (px + q) = \frac{px^2 + (p+2q)x}{2}$$

item $\int (px^3 + qx^2 + rx + s)$

$$\text{erit} = \frac{3px^4 + 2(3p+2q)x^3 + 3(p+2q+2r)x^2 + 2(q+3r+6s)x}{12}$$

Possit prolixior talium summatricum tabula concinnari, si ea opus esset.

20. Cum progressio arithmetica vulgaris nil aliud sit quam series collectiva secundi ordinis in qua primus terminus est $= a + b$ et differentia terminorum $= a$. ponatur primus terminus $= m$. ut fiat $b = m - a$ adeoque generalis formula omnium terminorum (per §. 10) $ax + m - a$; sic prodibit substitutione legitima facta, summatricum progressionum arithmeticarum, (per §. 19) $= \frac{ax^2 + (2m-a)x}{2}$ quae vulgo iam nota est.

21. Summatio potentiarum non nisi casus specialis est eorum quae ante (§. 19.) dicta sunt. Ex. gr. summatricum omnium cuborum erit

$$\frac{=3x^4 + 6x^3 + 3x^2 + x}{12} = \frac{x^4 + 2x^3 + x^2}{4}$$

Cuborum enim formula oritur ex generali hac $px^3 + qx^2 + rx + s$ ponendo $p = 1$ $q = r = s = 0$ substitutis igitur hisce valoribus litterarum p, q, r, s . in sum-

summatrice supra (§. 19.) data , emergit inde summatrix cuborum quaesita. Hoc problema difficultatem alioquin habere solet , hic vero eius solutio brevis est et facilis.

22. Si res tanti foret, possem hic quoque modum explicare summandi ipsas summarum quarumcunque summas. Cui volupe est rem penitus inquirere , is inueniet in ante dictis quae huc faciunt.

CAPVT III.

De Vsibus nonnullis serierum collectiuarum.

23. **S**I Aequationes Algebraicae contineant radices integris numeris aequales , ope serierum collectiuarum eas detegere licet. Si vero radices fuerint numeri irrationales , limites earum vnitate differentes assignari possunt, idque sequenti modo :

24. Omnis Aequatio Algebraica sub hac vniversali comprehenditur formula , $x^m + px^{m-1} + qx^{m-2} + rx^{m-3} + \dots = A$. Igitur aequationis pars sinistra siue incognita nil aliud est quam terminus generalis seriei alicuius collectiuae, quod patet ex §. 11. Pars consequenter dextra siue cognita (quia priori aequalis est) est terminus aliquis particularis seriei illius, qui si exacte inueniatur in serie descripta , exacta simul datur eius radix ; si vero quam proxime inueniatur , et ipsa radix talis erit. So-

lutio ergo problematis in eo breuiter consistit, vt pro parte aequationis sinistra describatur series collectiua, (per §§. 12. 13. 14.) In descripta serie quaeratur pars aequationis dextra vna cum supra scripta radice: sic inuenitur quod quaerebatur.

25. Res exemplo digna est; sit proposita aequatio: $x^5 + x^4 - 37x^3 - 71x^2 + 346x + 840 = 0$. Sinistra pars aequationis est terminus generalis seriei collectiuae alicuius sexti ordinis; Eius igitur differentiae originales inueniantur per §. 15. vbi ponatur $p = 1$. $q = 1$. $r = -37$. $s = -71$. $t = 346$, et $v = 840$. vt emergat $a = 120$. $b = -216$. $c = -108$. $d = 64$. $e = 380$. et $f = 840$.

quarum ope sequens construatur series:

Radices	-5,	-4,	-3,	-2,	-1	0,	1,	2,	3,	4,	5,	6,
	120	120	120	120	120	120	120	120	120	120	120	120
	-816	-696	-576	-456	-336	-216	-96	24	144	264	384	504
	2172	1476	900	444	108	-108	-204	-108	-36	228	612	1116
	-2756	1280	-380	64	172	64	-140	-320	-356	-128	484	1600
	820	-460	80	144	316	380	240	-80	-436	-564	-80	1520
	380	-80	0	144	460	840	1080	1000	564	0	-80	1440
	*	*	*							*	*	*

Sub radicibus $+4$ et -3 . inuenitur pars dextra aequationis exacte, hae ergo radices sunt integrae et exactae. Inter radices 5 et 6 existit pars aequationis quoque quia sub 5^{1a} est -80 et sub 6^{1a} est $+1440$ ab vno autem ad alterum terminum transitus non fit nisi eundo per 0. nihilum ita intercipitur, ergo et radix eius intercipitur inter 5 et 6. Idem intellige de duabus radicibus -5 et -4 quas inter alia aequationis radix ambigit.

26. Si radices magnae sunt, magnae quoque requiruntur series, quae taediosum calculum pariunt;

riunt ; sed notandum est non esse necesse vt series a primis radicibus inchoetur, potest ea vbique inchoari, per artificium quod innui §. 12^{mo} adeoque calculus contrahi. Potest etiam aequatio transmutari in aliam quae minores radices contineat. Haec monuisse sufficit.

27. Series interdum tot radices non detegit quot aequatio gradus habet, quod tamen fieri debebat. Hoc autem indicio est in aequatione contineri radices aut aequales aut imaginarias ; has deteges, si aequationem diuidas per radices inuentas, et pro noua aequatione, quae prodit, nouas describas series hae enim detegent aequales, si adsint ; aut, si imaginariae adsint, nullas detegent. Res tanti non est vt exemplo illustretur.

28. Nisi laboriosus nimium foret, ostenderem quoque modum quo limites radicum non integrarum tam propinqui, quam quis cuperet, inueniri possunt. Nititur ille transmutatione aequationis in aliam cuius radix prioris multipla est, pro qua seriem collectiuam construere oportet. Tentet id qui volet.

29. Alter harum serierum vsus est quem praestant in theorematibus vniuersalibus adornandis. Necesse est interdum ex pluribus formulis specialibus vniuersalem conficere, vbi numeri qui quantitatibus indefinitis adhaerent difficulter ad vniuersalitatē reuocantur. Quod si contingat vt tales numeri (quos vncias vocant aliqui) sint ex genere collectiuorum, modum nunc ostendam quo illi vniuersales reddi possint.

30. Exemplo vnico omnia declarabo : Sit theorema inueniendum quo quantitas bimembris $(a+b)$ ad dignitatem indefinitam euehitur. Conſcribantur ab initio in forma tabellae aliquot definitae dignitates eiusdem quantitatis hunc fere in modum :

$$(a+b)^1 = a+b$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

$$(a+b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$$

$$(a+b)^6 = a^6 + 6a^5b + 15a^4b^2 + 20a^3b^3 + 15a^2b^4 + 6ab^5 + b^6$$

Deinde conferantur inter feſe hae dignitates, vt appareat qua lege vna ex altera progignatur : Hic in praefente caſu pars huius legis mox in oculos incurrit ; neglectis enim numeris , intelligitur indefinitam dignitatem ſic exprimendam eſſe

$$(a+b)^m = a^m + ma^{m-1}b + *a^{m-2}b^2 + *a^{m-2}b^3 +$$

reſtat ita hoc ſolum , vt numeri coefficientes (quorum loca ſtellulis expleui) generaliter exprimantur quoque.

31. Videndum igitur eſt vtrumne tales numeri pertineant ad ſeries collectiuas ? Id vero deprehenditur , ſi eorum ſeries reſoluatur eo modo quem ſupra (§. 12) oſtendi : nam ſi vltima reſidua huius reſolutionis omnia ſiant aequalia , id indicio eſt , numerus conſtituere ſeriem collectiuam : Ex. gr. numeri qui tertia potentiarum membra afficiunt ſic reſoluantur :

		1	1	1
	2	3	4	5
1	3	6	10	15

Ultima hic residua sunt omnia aequalia , constituunt ergo seriem collectiuam ordinis primi (§. 3.)

32. Hoc cognito , series inuentae retroagantur, vt appareat quae sit earum differentiae originalis (§.4.) hoc fere modo :

Radices	0	1	2	3	4	5
	1	1	1 / 1	1	1	1
			/			
	0	1 / 2	3	4	5	
		/				
	0 / 1	3	6	10	15	

sic obseruo, quod series numerorum horum constituent seriem tertii ordinis puri (§. 5.) in quibus $a=1$. quarumque consequenter formula generalis est $\frac{x}{1}$. $\frac{x+1}{2}$ (§. 8.)

33. Atque ita obtinui horum numerorum expressionem generalem desideratam. Video autem praeterea ex tabula superiori (§. 39.) quod primus seriei terminus pertineat ad potentiam secundam ; secundus ad tertiam, tertius ad quartam ; et posito exponente potentiae $=m$. quod radix seriei sit $=m-1$. fiat ergo $x=m-1$ vt formula numerorum abeat in hanc $\frac{m-1}{1} \cdot \frac{m}{2}$.

34. Eodem prorsus modo inueniuntur et reliqui coefficientes indeterminati ; paucis autem inuentis , lex innotescit protinus qua reliqui in infi-

nitum progrediuntur formula itaque generalis quaefita erit

$$a^m + \frac{m}{1} a^{m-1} b + \frac{m \cdot m-1}{2} a^{m-2} b^2 + \frac{m \cdot m-1}{1} \cdot \frac{m-2}{2} a^{m-3} b^3 + \dots$$

35. Sufficit vnicum hoc attulisse exemplum; erit vt alia data occasione plura et difficiliora forsan in medium proferam , quae vtilitatem huius theoriae magis commendent.

36. Tertio , ad interpolationes accuratiores multum faciunt series collectivae. Numerorum enim series , inter quos alii interpolandi sunt , considerantur tanquam collectivae , et resoluuntur in suas priores , vti supra factum est (§. 12. et 40.) postea indagantur differentiae originales ex quibus formula generalis conditur (vti antea §. 42.) quae non tantum propositos numeros sub se complectitur, sed et quoslibet intermedios.

37. Exemplo vnico totum artificium dispalescet. Sint dati tres numeri 5. 7. 11. instituetur igitur eius resolutio et simul differentiarum originalium inuentio vti sequitur.

Radices	0	1	2	3
Differentiae originales.	2	2	2	2
	-2	0	2	4
	5	5	7	11

Vltimum residum habeatur pro termino seriei ordinis primi , cuius ope series retroaguntur et differentiae originales inueniuntur (§. 4.) quibus datis, gene-

generalis formula vltro sequitur per ea quae ante dixi (§. 10.) nimirum talis $x^2 - x + 5$. iam si inter binos numeros vnicus interpolandus sit, substituatur in formula pro x successiue $1\frac{1}{2}$ et $2\frac{1}{2}$ vt prodeant duo intermedii quaesiti, primus $5\frac{3}{4}$ et secundus $8\frac{3}{4}$. Si duo inter binos interpolandi sint, substituatur pro x successiue $1\frac{1}{3}$, $1\frac{2}{3}$, $2\frac{1}{3}$, $2\frac{2}{3}$. sic emergent intermedii quaesiti iterum. Idem suo modo intelligas de tribus, quatuor et pluribus interpolandis.

38. Imperfectus tamen est hic interpolandi modus, valet enim tantum in eis casibus vbi exponentes siue radices numerorum interpolandorum progrediuntur per differentias aequales, quemadmodum etiam radices serierum collectiuarum progredi solent. Verum, quid si inaequaliter differant radices? Pro hoc casu alium modum excogitavi, quem suo tempore vna cum insigni vsu quem praestit, communicabo.

39. Quarto etiam ad vsus serierum collectivarum refero, quod earum ope tota vulgaris Arithmetica figurata breuiter tradi et facile intelligi possit. Subtilia sunt, prolixa simul et perplexa quae a veteribus de numeris figuratis accepimus, et quod paulo peius esse videtur, nullum fere vsum figuratorum numerorum ostenderunt, nisi qui forsan ad ingenium exercendum spectat. Si quis tamen sit cui sint in deliciis, is ad sequentia velit attendere.

40. Tota polygonorum et pyramidalium familia pertinet ad series collectiuas illas, quarum differentia originalis prima ponitur $= a$. secunda $= 1 - a$, reliquae vero omnes $= 0$. In tertio ha-

rum ferierum ordine continentur omnes polygони numeri : In quarto pyramidales primi , in quinto pyramidales secundi , et sic deinceps : Ergo tota haec familia generali formula exhibetur (§. 9.) quae fequitur.

$$a_1^x \cdot \frac{x+1}{2} \cdot \frac{x+2}{3} \cdot \dots \cdot \frac{x+n-1}{n} + (1-a)_1^x \cdot \frac{x-1}{2} \cdot \dots \cdot \frac{x+n-2}{n-1}.$$

vbi a radicem siue latus numeri figurati significat, et, in indicem ordinis ad quem figuratus numerus pertinet.

41. In specie , quia Polygони pertinent ad ordinem tertium (§. 48.) erit eorum formula $= a_1^x \cdot \frac{x+1}{2} + (1-a)_1^x$. Pyramidales primi erunt consequenter $a_1^x \cdot \frac{x+1}{2} \cdot \frac{x+2}{3} + (1-a)_1^x \cdot \frac{x+1}{2}$. Pyramidales secundi $= a_1^x \cdot \frac{x+1}{2} \cdot \frac{x+2}{3} \cdot \frac{x+3}{4} + (1-a)_1^x \cdot \frac{x+1}{2} \cdot \frac{x+2}{3}$. Et sic porro.

42. Quod si fiat $a=1$. tum vocantur hi numeri triangulares, si $a=3$, vocantur quadrangulares, et in genere, si numerus angulorum fit $=p$ erit $a=p-2$. hoc ergo valore substituto in formula figuratorum generali (§. 48.) fiet illa $= (p-2)_1^x \cdot \frac{x+1}{2} \cdot \frac{x+n-2}{n-1} + (3-p)_1^x \cdot \frac{x+1}{2} \cdot \frac{x+n-3}{n-2}$.

43. Numeri triangulares formula exprimuntur omnium simplicissima, posito enim $p=3$ habebitur omnium triangularium expressio $= \frac{x}{1} \cdot \frac{x+1}{2} \cdot \frac{x+2}{3} \cdot \frac{x+3}{4} \cdot \dots \cdot \frac{x+n-2}{n-1}$. In specie autem posito $n=3$ erunt polygони triangulares $= \frac{x}{1} \cdot \frac{x+1}{2}$. posito $a=4$ erunt triangulares pyramidales primi $= \frac{x}{1} \cdot \frac{x+1}{2} \cdot \frac{x+2}{3}$. Et sic deinceps. Collatis his expressionibus cum coef-

coefficientibus potentiarum bimembrium (§§. 41. 42. 43.) apparet illos esse numeros triangulares.

44. Eodem modo tractanda sunt reliqua figuratorum genera ; Ex eorum definitionibus enim semper dispalescit quales supponant differentias originales (§. 40.) quibus datis omnia reliqua vltro se produunt.

PROPOSITIONES CYCLOMETRICAЕ ALIQVOT.

Autore

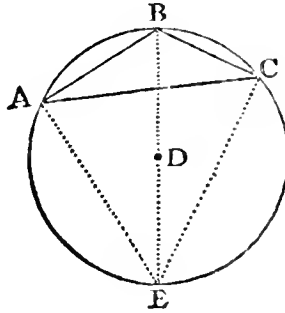
Frid. Chr. Maiero.

I.

P Romisi nuper (videatur Dissertatio de Arithm. figur. §. 35.) me plura suppeditaturum esse exempla quibus secundus vsus (§. 24. l. c.) serierum collectiuarum illustratur. M. Dec. 1726.
 Circulum igitur elegi ; de quo nunc propositiones aliquot nouas partim, partim noua methodo elicittas proferre consitui. Dabo nimirum generale theorema chordarum pro arcubus multiplis et submultiplis ; Ex hoc deducam aequationem generalem pro lateribus figurarum regularium ; tandem refectionem circuli nouam forsan ex fundamentis praeiacctis adornabo. Haec omnia qua potero perspicua breuitate concipiam.

2. Pri-

2. Primum problema hoc esto : Datis radio



circuli BD et arcuum AB, BC chordis. Inuenire chordam AC arcus AC ex prioribus arcubus datis compositi. Ponatur radius $DE=BD=r$. Chorda $AB=a$ chorda $BC=b$. chorda quaesita $AC=x$. Ducta diametro BE lineisque AE et CE, erunt anguli BAE et BCE recti, adeoque per Pythagorae theorema fiet linea $AE=\sqrt{4r^2-a^2}$ et $CE=\sqrt{4r^2-b^2}$ Exinde per theorema Ptolomaei habebitur

$$AB \times CE + BC \times AE = BE \times AC.$$

siue

$$a\sqrt{4r^2-b^2} + b\sqrt{4r^2-a^2} = 2rx$$

consequenter

$$\frac{a\sqrt{4r^2-b^2} + b\sqrt{4r^2-a^2}}{2r} = x. \quad \text{Q. E. I.}$$

3. Ex problemate priori pendet solutio sequentis : Datis chorda arcus simpli et radio circuli; inuenire chordas arcuum multorum : fiat in prior problemate $a=b$ sic obtinebitur chorda arcus dupli

pli $= r = \frac{a\sqrt{4r^2 - a^2}}{r}$, fiat porro $b = \frac{a\sqrt{4r^2 - a^2}}{r}$ sic
 chorda arcus tripli emerget $\frac{3ar^2 - a^3}{r^2}$, si fuerit $b =$
 $\frac{3ar^2 - a^3}{r^2}$ habebitur chorda arcus quadrupli
 $= (2r^2a - r^3)\sqrt{\frac{4r^2 - a^2}{3}}$. Atque hoc modo pergere
 licet ad quoslibet arcus multiplos.

4. Quod si autem vniuersalis formula deside-
 retur, quae omnes particulares multiplo-
 rum choras continet, neceffe est (vi methodi meae in dis-
 fert. de Arith. figur. §§. 30. seqq. descriptae) aliquot
 formulas particulares in tabella ob oculos ponere,
 eius fere modi cuius sequens est :

Chorda arcus

Simpli $= a.$

Dupli $= a\sqrt{\frac{4r^2 - a^2}{r}}$

Tripli $= \frac{3ar^2 - a^3}{r^2}$

Quadrupli $= \left(\frac{2a}{r} - \frac{a^3}{3}\right)\sqrt{4r^2 - a^2}$

Quintupli $= 5a - \frac{5a^3}{r^2} + \frac{a^5}{r^4}$

Haec tabella ostendit multiplos pares aliam sequi le-
 gem quam impares; iuuat ergo eam in duas dispi-
 cere tabulas;

5. Prima fit multiplo-
 rum imparium;
 Est nempe chorda arcus

Sim-

$$\text{Simpli} = a$$

$$\text{Tripli} = 3a - \frac{a^3}{r^2}$$

$$\text{Quintupli} = 5a - \frac{5a^3}{r^2} + \frac{a^5}{r^4}$$

$$\text{Septupli} = 7a - \frac{14a^3}{r^2} + \frac{7a^5}{r^4} - \frac{a^7}{r^6}$$

$$\text{Noncupli} = 9a - \frac{30a^3}{r^2} + \frac{27a^5}{r^4} - \frac{9a^7}{r^6} + \frac{a^9}{r^8}$$

6. Primus tabellae huius intuitus legis partem aperit, qua una formula alteram excipit; posito enim multiplicatis indice $=m$ dissimulatisque numeris coefficientibus, formula generalis erit

$$= ma - \frac{*a^3}{r^2} + \frac{*a^5}{r^4} - \frac{*a^7}{r^6} + \frac{*a^9}{r^8} .$$

7. Vt vero etiam lex numerorum coefficientium innotescat, dispiciendum est vtrumne sint collectivi generis? incipiamus a numeris secundorum membrorum (nam prima membra ducuntur simpliciter in multiplicatis indicem) quorum series talis est: 1. 5. 14. 30. 55. quae series resolvi debet hoc modo:

			2	2
		5	7	9
	4	9	16	25
1	5	14	30	55

quoniam vltima residua aequalia fiunt, video seriem esse collectivam.

8. Retroagatur itaque series, vt differentiae ori-

originales patefaciant , quarum ope formula generalis condi debet : ecce typum operationis.

Radices	0	1	2	3	4
Differentiae originales	2	2	2	2/	2
	-1	1	3/	5	7
	0	1	4	9	16
	0	/1	5	14	30

posita iam radice $=x$ erit terminus seriei generalis $= 2 \frac{x}{1} \cdot \frac{x+1}{2} \cdot \frac{x+2}{3} - \frac{x}{1} \cdot \frac{x+1}{2}$. sicuti in priori meo scripto ostendi.

9. Obseruandum est praeterea , quod primus seriei terminus competat triplo arcui , secundus quintuplo , et sic porro prout adiectae series vltius declarant ;

Radices	1	2	3	4	5	6
Indices multipl.	3	5	7	9	11	13

difficile non est intelligere , quod index multipli quilibet vnitute minutus fit duplus respondentis radice ; radix ergo potest determinari ex indice multipli , eo enim posito $=m$ erit radix respondens $= \frac{m-1}{2}$. quo valore in generali formula substituto habebitur coefferiens membrorum secundorum generalis quaesitus $= 2 \frac{m-1}{2} \cdot \frac{m+1}{4} \cdot \frac{m+3}{6} - \frac{m-1}{2} \cdot \frac{m+1}{4}$. vel , si paulo immutetur $= \frac{m+1}{1} \cdot \frac{m-1}{2} \cdot \frac{m}{3 \cdot 2}$.

10. Eodem prorsus modo inuenitur coefferiens

membrorum tertiorum $\frac{m+3}{1} \cdot \frac{m+1}{2} \cdot \frac{m-1}{3} \cdot \frac{m-3}{4} \cdot \frac{m}{4^2}$

quartorum $\frac{m+5}{1} \cdot \frac{m+3}{2} \cdot \frac{m+1}{3} \cdot \frac{m-1}{4} \cdot \frac{m-3}{5} \cdot \frac{m-5}{6} \cdot \frac{m}{6^2}$

Reliquorum membrorum natura ex consideratione horum haud difficulter cognoscitur.

II. Formula vero multiplo-
rum imparium

haec erit. $ma \frac{m+1}{1} \cdot \frac{m-1}{2} \cdot \frac{ma^3}{3^2 r^2} + \frac{m+3}{1} \cdot \frac{m+1}{2} \cdot \frac{m-1}{3} \cdot \frac{m-3}{4}$

$\frac{ma^5}{5 \cdot 2^4 r^4}$ vel ponendo $2r = d$ diametro

$ma \frac{m+1}{1} \cdot \frac{m-1}{2} \cdot \frac{ma^3}{3d^2} + \frac{m+3}{1} \cdot \frac{m+1}{2} \cdot \frac{m-1}{3} \cdot \frac{m-3}{4} \cdot \frac{ma^5}{5d^4}$

II Non opus est sigillatim recensere quomodo formulam pro chordis multiplo-
rum elicuerim, eodem enim omnia modo peraguntur quo iam dixi; formula autem pro paribus multi-
plis talis est:

$V(d^2 - a^2) \left(\frac{ma}{d} - \frac{m+2}{1} \cdot \frac{m+2}{2} \cdot \frac{ma^3}{3d^3} + \frac{m+4}{1} \cdot \frac{m+2}{2} \cdot \frac{m-2}{3} \cdot \frac{m-4}{4} \right)$

$\frac{ma^5}{5 \cdot d^5} - \frac{m+6}{1} \cdot \frac{m+4}{2} \cdot \frac{m+2}{3} \cdot \frac{m-2}{4} \cdot \frac{m-4}{5} \cdot \frac{m-6}{6} \cdot \frac{ma^7}{7 \cdot d^7} + \dots$

III Quod si data fuerit chorda arcus multipli, quaeraturque arcus simpli, tum problema duplicem admittit solutionem: prima est, si ponatur chorda arcus simpli $=x$ index multiplici-
tatis $=m$ chorda arcus multipli data $=a$, sic obtinebitur per priora aequatio pro multiplis imparibus

$a = mx - \frac{m+1}{1} \cdot \frac{m-1}{2} \cdot \frac{mx^3}{3d^2} + \dots$ (§. 10.)

pro multiplis paribus

$a =$

$$a = \sqrt{(d^2 - x^2)} \left(\frac{mx}{d} - \frac{m+2}{1} \cdot \frac{m-2}{2} \cdot \frac{mx^3}{3d^3} + \dots \right) \text{ (§. 12.)}$$

quae aequationes in casibus definitis abrumpuntur et finitae fiunt. Ex. gr. si in formula imparium fiat $m=3$ habebitur

$$a = 3x - \frac{3+1}{1} \cdot \frac{3-1}{2} \cdot \frac{3x^3}{3d^3} + \frac{3+3}{1} \cdot \frac{3+1}{2} \cdot \frac{3-1}{3} \cdot \frac{3-3}{4} \cdot \frac{3x^5}{5d^5}$$

hoc est ob $3-3=0$.

$$a = 3x - 4 \frac{x^3}{d^2} \text{ siue } ad^2 = 3d^2x - 4x^3 \text{ siue (quia } d^2 = 4r^2)$$

$ar^2 = 3r^2x - x^3$. siue $x^3 - 3x + ar^2 = 0$ ex qua aequatione radix extrahenda est, vt habeatur chorda arcus subtripli.

14. Quoniam subtensa quae totum circulum subtendit aequalis est nihilo, igitur si in aequationibus prioribus (§. 13.) statuatur $a=0$ erit x chorda arcus totius peripheriae circularis submultipli, hoc est, erit latus polygoni alicuius regularis: aequatio igitur pro omnibus polygonis imparibus, erit

$$0 = m - \frac{m+1}{1} \cdot \frac{m-1}{2} \cdot \frac{m}{3 \cdot 2} \frac{x^2}{r^2} + \frac{m+3}{1} \cdot \frac{m+1}{2} \cdot \frac{m-1}{3} \cdot \frac{m-3}{4}$$

$\frac{m}{5 \cdot 2} \frac{x^4}{r^4}$ — ponendo scilicet in superiori formula

(§. 13.) $d=2r$ eamque diuidendo in x . Sic et aequatio pro polygonis paribus emergit talis $0 = m - \frac{m+2}{1}$

$$\frac{m-2}{2} \cdot \frac{m}{3 \cdot 2} \frac{x^2}{r^2} + \frac{m+4}{1} \cdot \frac{m+2}{2} \cdot \frac{m-2}{3} \cdot \frac{m-4}{4} \cdot \frac{m}{5 \cdot 2} \frac{x^4}{r^4}$$

diuidendo scilicet superiorem aequationem (§. 13.) in $\sqrt{(d^2 - x^2)}$ et ponendo $d=2r$. Notandum vero est,

quod hae aequationes abrumpantur in casibus specialibus.

15. Alter modus soluendi problema articulo 13. propositum, hac nititur consideratione: Quoniam in formulis chordarum pro arcubus multiplis generalibus (§§. 11. 12.) index multiplici- tatis (= m) adeo generalis est, vt per numerum quemcunque determinari possit, patet, si determinetur per fractionem, formulas abire in tales, quae chordas arcuum submultiplas exhibent, quod quidem in problemate petitur. Fiat igitur in dictis formulis $m = \frac{1}{n}$ vt habeatur formula submultiplorum imparium

$$\frac{a}{n} + \frac{n+1}{1} \cdot \frac{n-1}{2} \cdot \frac{a}{3^3 d^2} + \frac{3m+1}{1} \cdot \frac{m+1}{2} \cdot \frac{m-1}{3} \cdot \frac{3m-1}{4} \\ \frac{a^5}{5^5 d^4} + \dots \text{ et submultiplorum parium}$$

$$\sqrt{(d^2 - a^2)} \left(\frac{a}{nd} + \frac{2n+1}{1} \cdot \frac{2n-1}{2} \cdot \frac{a^3}{3^3 d^3} + \dots \right)$$

sed fatendum est has formulas incommodas nimis esse pro casibus specialibus, imo prorsus incongruas pro lateribus polygonorum determinandis. Alius autem finis est, propter quem eas huc adferre volui, scilicet propter solutionem problematis quod sequitur.

16. Data diametro et chorda, inuenire arcum a chorda subtensum. Si formulae arcuum submultiplorum (§. 15.) ducantur in indicem multiplici- tatis, manifestum est factum aequale fore summae omnium chordarum quas recipit multiplus arcus cuius chorda data fuit. Sic in formula submultiplorum imparium summa omnium chordarum erit

—

$$= a + \frac{n+1}{1} \cdot \frac{n-1}{2} \cdot \frac{a^3}{3 \cdot n^2 \cdot d^2} + \frac{3n+1}{1} \cdot \frac{n+1}{2} \cdot \frac{n-1}{3} \cdot \frac{n-1}{4} \cdot \dots$$

$\frac{a^5}{5 \cdot n^4 \cdot d^4} + \dots$ iam si index multipli ($=n$) fiat infinite multus, summa haec aequalis erit ipsi arcui cui chorda data subtenditur. Hoc autem casu vnitas quae additur aut demitur indici infinito in coefficientibus ($\frac{n+1}{1} \cdot \frac{n+1}{2} \cdot \frac{n-1}{3}$ &c.) euanescit, indicis enim respectu nihil est; abit itaque formula in hanc.

$$a + \frac{a^3}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot d^3} + \frac{3^2 a^5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot d^4} + \frac{3 \cdot 2^2 a^7}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot d^7} + \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot a^9}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 9 \cdot d^9} + \dots \text{ vel}$$

$$a + \frac{a^3}{2 \cdot 3 \cdot d^2} + \frac{3a^5}{2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot d^4} + \frac{3 \cdot 5 \cdot a^7}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 7 \cdot d^6} + \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot a^9}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 9 \cdot d^8} + \dots$$

cuius progrediendi lex intuenti mox apparet. Atque hac serie infinita exprimitur quantitas arcus quaesita. Q. E. I.

17. Iam difficile non est rectificari peripheriam circuli multis modis; vnicum adferam qui mihi maxime idoneus esse videtur. Cum sexta pars peripheriae circularis subtendatur a semidiametro, fiat in priori formula (§. 16.) $a = \frac{1}{2}d = r$. vt in hanc degeneret.

$$r + \frac{r}{2 \cdot 3 \cdot 2} + \frac{3r}{2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 2^4} + \frac{3 \cdot 5 \cdot r}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 2^6} + \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot r}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 2^8} + \dots$$

quae quidem aequalis est sextanti peripheriae circularis. Si insuper ducatur in senarium, producet series qua integra circuli peripheria exprimitur, hoc modo:

$$6r + \frac{r}{4} + \frac{9r}{320} + \frac{15r}{3384} + \frac{105r}{147756} + \dots$$

vel

$$6r + \frac{1^2 P}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{3^2 P}{4 \cdot 5 \cdot 4} + \frac{5^2 P}{6 \cdot 7 \cdot 4} + \frac{7^2 P}{8 \cdot 9 \cdot 4} + \frac{9^2 P}{10 \cdot 11 \cdot 4} + \dots$$

vbi P denotat quodlibet membrum praecedens. Haec series calculo satis apta est; approximatur etiam ita ut quodlibet eius membrum numerum procedentem una nota augeat: Ex. gr. si quinque priora membra summentur, peripheria erit = 6. 2830. (posito $r=1$) qui numerus quinque constat notis numericis.

METHODVS VNIVERSALIS

Determinandae curvaturae filii a potentiis quamcunque legem inter se observantibus extensi, una cum solutione problematum quorundam novorum eo pertinentium.

Autore

Daniele Bernoulli I. F.

I.

Mense Feb.
1728.
Tab. III.

CVM filium extenditur a solis potentiis verticalibus aut solis normalibus ad curvam, facile lex quaedam uniformis inter potentias applicatas et angulorum quorundam sinus perspicitur, ita ut quamcunque habeant legem
haec

hae potentiae possit curuatura fili semper aequatione differentiali secundi ordinis definiri, quae saepe ad simpliciter differentialem se reduci patitur: Ita catenaria, velaria, lintearia, elastica aliaeque curvae olim a summis Geometris fuerunt erutae. At si in vnoquoque fili puncto plures diuersae potentiae sub variis directionibus applicatae sint, deficit illa vniformitas, neque aliter quam quantitibus differentialibus tertii ordinis curuae proprietatem determinare possumus, si in generalibus subsistamus: Vt methodus mea, quae quidem pro hoc negotio generalis est, eo clarius perspiciatur, fingam in vnoquoque fili puncto duas saltem potentias applicari; alteram ad curuam perpendicularem, alteram datum constantem angulum cum axe formantem, quae tamen lex ita late se extendit, vt omnes curuas hactenus a Geometris hac in re consideratas, vt specialissima exempla sub se comprehendat. Postmodum problematum quorundam mihi primo consideratorum solutionem ostendam.

2. *Lemma 1.* Sit filum (fig. 1.) ABCD affixum punctis A et D diuisumque in tres partes aequales AB, BC, CD. Intelligentur in punctis B et C applicatae potentiae BK et CI quarum directiones bisecent aequaliter angulos ABC et BCD: vt et potentiae BH et CL, quarum directiones sunt inter se parallelae, erit productis lineis demissisque perpendicularibus quas figura ostendit atque designatis potentiis BK, CI, BH et CL per A, B, C et D,
erit

erit inquam $\frac{\sin. \text{ang. } ABR}{\sin. \text{ang. } ABm} A + \frac{\sin. \text{ang. } ABM}{\sin. \text{ang. } ABm} C - \frac{\sin. \text{ang. } BCd}{\sin. \text{ang. } BCn} B$
 $+ \frac{\sin. \text{ang. } DCX}{\sin. \text{ang. } BCn} D$ seu sumpta $A\theta = BC = CD$ pro sinu
 toto, erit $\frac{AO}{Am} A + \frac{AM}{Am} C = \frac{Ba}{En} B + \frac{DX}{En} D$. Demonstratio
 constat ex mechanicis atque facile deducitur ex
 compositione potentiarum, cuius ope determinan-
 tur potentiae punctum aliquod in BC assumptum ver-
 sus B et G trahentes, quae inter se debent esse ae-
 quales.

3. *Lemma 2.* Si anguli ABm et OCn sint infi-
 nite parvi neglectis negligendis, erit $AO = AB$,
 $Am = 2Bo$; $BQ = BC = AB$ et $Bn = 2Ca$, si praeterea
 radius circuli per tria puncta A, B, C transeuntis
 ponatur $= R$ et radius circuli per tria alia puncta $B,$
 C, D transeuntis $= S$, erit $2BO = \frac{AB^2}{R}$ et $Ca = \frac{BC^2}{S}$
 $= \frac{AB^2}{S}$, vnde substitutis hisce valoribus mutabitur ae-
 quatio praecedentis lemmatis in hanc $\frac{R.A}{AB} + \frac{AM.R.C}{AB^2} =$
 $\frac{S.B}{AB} + \frac{DX.S.D}{AB^2}$.

4. *Problema.* Inuenire curvaturam fili, cu-
 ius singula puncta datis duabus quibuscunque poten-
 tiis, altera ad curuam normali, altera ad datam
 lineam vbique parallela trahuntur.

Solutio. Sint tria elementa curuae quaesitae
 tres lineolae aequales AB, BC et CD ; retentisque
 significationibus iisdem sumantur abscissae x in axe
 perpendiculari ad directionem potentiarum paralel-
 larum: applicatae y sint ad axem perpendiculares,
 radius osculi in puncto B sit $= R$; elementum cur-
 vac

vae $AB = ds$; ita erit $AM = dx$, $DX = dx + 2ddx$,
 $B = A + dA$, $D = C + dC$, $S = R + dR$: facta itaque
 applicatione lemmatis secundi ad praesentem ca-
 sum , habebitur $\frac{R \cdot A}{ds} + \frac{dx \cdot R \cdot C}{ds^2} = \frac{(R+dR) \times (A+dA)}{ds} +$
 $\frac{(dx+2ddx) \times (R+dR) \times (C+dC)}{ds^2}$: qua aequatione recte per-

tractata fit $-AdRds - RdAds = RdCdx + 2CRddx +$
 $Cdx dR$; vel $-ARds - CRdx = CRddx$, vel (ponen-
 do $dyds$ loco $Rddx$) $-ARds - CRdx = dsjCdy$. Q. E. I.

5. *Corollarium 1.* Si $C = 0$, id est , si solae
 potentiae ad curuam normaliter insistentes adsint ,
 fit $AR =$ quantitati constanti , id quod indicat esse
 in huiusmodi curuis semper et vbique radium osculi re-
 ciproce proportionalem potentiae : estque haec pro-
 prietas pro elastica, vel aria, lintearia aliisque infinitis.

6. *Coroll. 2.* Si vero $A = 0$, id est , si solae
 potentiae inter se parallelae filum trahant, inseruiet
 haec aequatio $-CRdx = dsjCdy$: ad quam reducen-
 dam sumo differentialia $-CRddx - Cdx dR - Rdx dC$
 $= Cdyds = CRdx$ seu $-Cdx dR - Rdx dC = 2CRddx$;
 et diuidendo per $CRdx$, oritur $-\frac{dR}{R} - \frac{C}{C} = \frac{2ddx}{dx}$, et
 integrando $-\log. CR = 2 \log. dx - \log. gds^2$, sumtis-
 que numeris $\frac{1}{CR} = \frac{dx^2}{gds^2}$, aut $CRdx^2 = gds^2$, ex qua

aequatione cognoscitur , esse vbique potentiam in
 ratione reciproca composita ex radio osculi et qua-
 drato sinus anguli , quem potentia facit cum axe :
 inseruietque aequatio pro determinanda curuatura ca-
 tenarum vtcunque inaequaliter crassarum. Atque
 hisce duobus corollariis continentur omnes curuae,
 Tom. III. I quae

quae hactenus Geometris consideratae fuerunt circa hoc argumentum; lubet nunc alias quasdam superaddere novas, quas natura affectat.

7. *Problema.* Inuenire curuaturam lintei grauis aqua repleti.

Solut. Assumitur linteam uniformis esse crassitiei idemque explicatum habere figuram rectanguli, cuius latera opposita sint duobus baculis firmis alligata; itaque fiet ut singula fila ad eandem curuam se component, cuius natura iam est indaganda: apparet autem singula fili puncta trahi a duabus potentiis, quarum altera a pressione fluidi linteo superincumbentis oriunda perpendicularis est ad curuam ipsique altitudini fluidi proportionalis sumtis ds constantibus, altera vero, quae grauitati lintei debetur, vbique est verticalis et constans. Si itaque axis curuae sumatur in superficie fluidi, dicanturque abscissae in axe sumtae x , applicatae verticalee y , substituendum erit in vltima aequatione §. 4. $myds$ pro A et nds pro C , et sic habebitur $-myRds^2 - nRdxds = dsfmyndsdy = myds^2 + a^3ds^2$ (per a^3ds^2 intelligo quantitatem constantem ad arbitrium sumendam): ponatur loco R valor ipsius $\frac{dyds}{dax}$, et erit recte dispositis terminis $-mydyds = myddx + ndydx + a^3ddx$, quae integrata cum additione constantis b^3ds dat $b^3ds - \frac{1}{2}myyds = mydx + a^3dx$, qua reducta aequatione oritur denique $dx = (b^3 - \frac{1}{2}myy)dy : \sqrt{(nmy + a^3)^2 - (b^3 - \frac{1}{2}myy)^2}$.
Q. E. I.

8. *Coroll. I.* Si grauitas lintei euanescat praepondere fluidi superincumbentis oritur curuatura
lin-

linthei Patruo meo Iacobo Bernoulli primo considerata, nam hoc in casu est $n=0$ fitque $dx=(b^3-\frac{1}{2}myy)$
 $dy: \sqrt{a^6-(b^3-\frac{1}{2}myy)^2}$.

9. *Coroll. 2.* Si vero grauitas fluidi superincumbentis ponatur nulla, ita vt lintheum solo suo pondere incuruetur, oritur funicularia seu catenaria a Patre meo primo Geometris proposita, tunc nempe est $m=0$, habeturque talis aequatio: $dx=b^3$
 $dy: \sqrt{(nny+a^3)^2-b^6}$.

10. *Problema.* Inuenire curuaturam laminae elasticae partim proprio pondere, partim pondere appenso incuruatae.

Solutio. Assumam laminam per totam suam longitudinem aequabilis esse structurae, vtvt problema non difficilius fiat, si lamina sit inaequalis structurae. Sit vero longitudo totius laminae l , pondus ipsius p , pondus appensum P , ponaturque laminam NsQ (fig. 2.) parieti verticali NM insertam ad angulum quemcunque, eiusque extremitati Q appensum esse pondus P . Consideremus iam elementum curuae bs , ducamusque horizontalem sq : Sit centrum grauitatis arcus sQ in o : ducatur verticalis or , eique parallela Qq ; ficque patet pondus arcus sQ agere in vectem sr , pondusque appensum P agere in vectem sq : faciunt autem haec duo pondera, vt elementum curuae (quod alias in directum iaceret cum elemento proxime cb , situmque haberet in ba) inflectatur in bs . porro constat lineolam sa (perpendiculararem ad curuam) proportionalem esse vi elementum bs inflectenti; vnde superest

Fig. 2.

vt vis inflectens quaeratur. Sit vero arcus $Qs = s$, abscissa QT horizontalis $= x$, $sr = q$; sic erit pondus arcus $Qs = \frac{sp}{l}$, quod ductum in vectem sr dat potentiam absolutam $= \frac{sqp}{l}$, cui si addatur xP , habebitur vis totalis elementum bs inflectens $\frac{sqp}{l} + xP$, quod est proportionale ipsi as seu reciproce proportionale radio osculi sA , quem vocabo R ; unde habetur talis aequatio:

$$\frac{sqp}{l} + xp = \frac{m}{R}.$$

At vero cum in hac aequatione reperiatur q , haec quantitas eliminanda est; ad hoc requiritur, vt aequatio habeatur inter q , s et x , quae sequenti modo obtinetur. Diuidatur bifariam elementum sb in puncto g , ducaturque ro ; tunc si fiat talis analogia: $s \cdot ds :: og \cdot oe = \frac{ds \cdot og}{s}$ erit e centrum grauitatis arcus $s + ds$, si ducatur dein eb parallela ipsi bm , erit $eb = qds : s = nr$ et est fluxus puncti r seu $dq = bm - sr = dx - nr = (\text{quia } nr = \frac{qds}{s}) dx - \frac{qds}{s}$ vel $sdq + qds = sdx$ aut $qs = fsdx$; quem valorem substituendo in aequatione ad curuam, oritur $\frac{2}{l}fsdx + Px = \frac{m}{R}$. Q.E.I.

11. *Coroll.* Si $p = 0$, oritur elastica ordinaria; et si $P = 0$ prodit elastica nona, ad quam se componit lamina proprio se pondere incuruans: cuius adeoque proprietas talis est vt $fsdx$ sit reciproce proportionalis radio osculi: vteriozem reductionem nondum satis tentavi, dubito tamen an vterius reduci possit aequatio.

12. *Problema.* Inuenire curuaturam funis tam elasticitate quam grauitate praediti.

Sa-

Solutio. Problema hoc, quod ante plures annos Geometris propositum, sed a nemine quod sciam publice solutum fuit, facile nunc ad modum praecedentis problematis soluitur. Id solummodo insuper considerandum est, punctum Q non pondere verticaliter deorsum sed potentia alia sub quacunque directione QR trahi. Ponemus rursus potentiam QR exprimi per P reliquas denominationes retinendo easdem quas modo posuimus; resoluenda autem est potentia QR in QB et QC. Sint vero BQ, QC, QR, vt, m, n, g ; erit ergo potentia $QB = \frac{mP}{g}$, potentia $QC = \frac{n}{g}P$; agit autem pot. QB in vectem Qq seu Ts = y; vnde ipsius momentum = $\frac{mPy}{g}$ et potentia QC agit in vectem sq = TQ = x, ergo ipsius momentum = $\frac{nPx}{g}$ et momentum ponderis arcus sQ est iterum $\frac{sqp}{l} = \frac{pfsdx}{l}$; ergo $as = \frac{m}{R} = \frac{\frac{mPy}{g} + \frac{nPx}{g} + \frac{pfsdx}{l}}{g}$, quae est aequatio ad funem elasticum et grauem parieti verticali sub angulo quocunque infixi in N, et duabus potentiis quibuscunque siue affirmatiuis, siue negatiuis tracti. Q. E. I.

13. *Scholium.* Facillimum nunc est generalissime rem expedire: Exprimat nempe α pondus arcus Qs, β vim elateris in puncto s, ceteraeque denominationes retineantur vt ante; habebitur talis aequatio $\int \alpha dx + \frac{mPy + nPx}{g} = \frac{\beta}{R}$; sub qua continetur quicquid circa praesens curuarum genus excogitari potest, quod probe notauit Clarissimus noster Eulerus, qui problemata haec a me sibi proposita ita soluit, vt nihil superaddi posse videatur.

SOLVTIO PROBLEMATIS

DE

*Inuenienda curua, quam format lamina ut-
cunque elastica in singulis punctis a
potentiis quibuscunque sollicitata.*

Auctore

Leonhardo Eulero.

M. Febr.
1728
Tab. IV.

Curua, quam Cel. Iacobus Bernoulli primus et postea plures alii laminae elasticae incuruatae assignarunt, quaeque nomine curuae elasticae nota est, non nisi laminae elasticae grauitatis experti competere ex solutionibus eorum intelligitur. Curuatura autem laminae elasticae grauis, tametsi haec sola in rerum natura locum obtinere queat, tamen a nemine adhuc, quantum scio, determinata est. Incidimus nuper Clar. D. Bernoulli, et ego in hanc quaestionem, eamque non inelegantem existimantes aggressi, atque solutiones eodem tempore et egregie inter se congruentes consequuti sumus. Cum vero solutio prima fronte non nihil difficilis inuentu visa sit solutionem meam hic quoque exponere non abs re fore arbitratus sum. Quaestio quidem primum tantum ad hoc extendebatur, ut inueniatur curua,
quam

quam lamina elastica grauis vno termino firmata, altero potentiam quamuis applicatam habens format. Nunc vero hanc rem generalius complectar laminam in singulis punctis vtcunque elasticam, et praeter pondus appensum qualescunque applicatas habentem positurus; Idque eapropter, tum, quod, etsi quis vnum vel alterum casum particularem elicuerit, problema tamen hoc modo perceptum exinde non adeo facile solvatur; tum propter summam eius vniuersalitatem: etenim non solum ad curuaturas laminarum quomodocunque elasticarum extenditur. Verum etiam ad curuas corporum perfecte flexibilium et a potentiis quomodocunque sollicitatorum accommodari potest; ita ut ex eo omnium corporum flexibilium curuaturae inueniri possint. Accedit praeterea, quod soluti problematis hoc sensu accepti vix prolixior evadat, quam in quouis casu speciali. Ante vero quam ipsum problema aggredi possim, necesse est nonnulla praemittere solutioni inferuentia.

Hypothesis.

Si duae virgae aB , BC in B elatere iunctae a potentia AD in situm ABC torqueantur, vt ang. ABa comprehendat. Erit momentum potentiae AD in B vt vis elastica in B et angulus ABa coniunctim. Hoc scilicet factum aequipollet facto ex potentia AD in AB . Assumitur vulgo haec hypothesis; eius tamen veritas si angulus ABa est vehementer paruus satis probabiliter potest physice demonstrari.

Fig. 1.

Lem-

Fig. 2.

Lemma 1. Si curuae ANM in puncto quocunque N applicata sit potentia NO, eaque resoluetur in horizontalem NS et verticalem NR. Erit vis pot. NO ad curuam AM circa M rotandam seu eius momentum aequale NR.FP + NS.GQ. Ductis MQ, AP horizontalibus et AQ, PM verticalibus.

Demonstratio. Potentia NO aequialet duabus NR et NS simul agentibus. Momentum vero potentiae NR in M est, vt ex principiis staticis constat, NR. PF; et momentum potentiae NS in M. est NS. GQ. Ergo cum ambae potentiae curuam AM versus eandem plagam conuertere conentur, erit momentum ambarum seu momentum potentiae NO = NR.FP + NS.GQ. Q.E.D.

Fig. 3.

Lemma 2. Si curuae AM in singulis punctis N potentiae parallelae perpendiculares nimirum in AP, applicatae, fuerint determinatae a curua BG, ita vt in punctum N agat potentia, quae est vt QN. Construaturque alia curua AVT, cuius applicatae QV sint vt areae AQHB. Erit summa momentorum omnium potentialium ad curuam ANB circa M flectendam vt area APT.

Demonstratio. Momentum potentiae QH in M est QH.QP. Puncto M assumatur proximum *m*. ductaque applicata *mp*; erit momentum potentiae QH in *m* aequale QH.Q*p*. Ergo differentia horum momentorum est QH.P*p*. Idem cum de singulis potentiis valeat, erit differentia omnium momentorum in M et in *m* agentium aequalis areae ABGP in P*p* seu PT.P*p*. i. e. elemento P*p*T. Si iam ponatur summa omnium

mo-

momentorum in $m=M+dM$, quarum differentia est dM ; erit igitur $dM=Ppdt$, consequenter M erit = areae APT . Q. E. D.

Dicantur iam abscissae in AP assumtae, x , et respondentes applicatae in curva AT , P . Designat autem P summam omnium potentiarum in x contentarum; ergo summa omnium momentorum in $M = \int P dx$.

Problema Generale.

Sit lamina BMA utcumque elastica et in singulis punctis a potentiis quibusvis sollicitata, fixa autem ea sit in B , atque in A duo pondera appensa habens E et F , quorum E secundum verticalem AE , et alterum F secundum horizontalem AC trahit. Oportet determinare curvam AMB iuxta quam lamina hoc modo sollicitata flectitur.

Fig. 4.

Solutio. Sumatur horizontalis AC pro axe, in quo capiantur abscissae $AP=x$. Sit ei orthogonalis $PM=y$ et $AM=s$, cuius elementa constantia accipiantur. Ponatur radius curvedinis in $M=r$; erit angulus, quem duo elementa in M constituunt, reciproce ut r . Designetur vis elastica in M litera v ; erit vis hunc angulum producens ut $\frac{v}{r}$. (hyp.) Huic ergo proportionalis esse debet summa omnium momentorum in M agentium tam ortorum a singulis potentiis curvae AP applicatis, quam a ponderibus E et F . Est autem momentum potentiae seu ponderis E in $M = E \cdot AP = Ex$ (Lemma 1.) et ponderis F momentum est $= F \cdot PM = Fy$ (cit.) Praeter haec sollicitatur punctum M etiam a potentiis singulorum

punctorum arcus AM. Iis in verticales secundum AE et horizontales secundum AC agentes resolutis, vocetur summa omnium verticalium P, et horizontalium ab A in M vsque, Q. Erit summa momentorum potentiarum verticalium $= \int P dx$ (Lem. 2.) et summa momentorum potentiarum horizontalium $= \int Q dy$. Erit itaque tota vis in M agens $= Ex + Fy + \int P dx + \int Q dy$. Cui cum proportionalis esse debeat $\frac{v}{r}$, habebitur haec aequatio $\frac{Av}{r} = Ex + Fy + \int P dx + \int Q dy$. Si loco P + E scribatur tantum P, et Q loco Q + F; habebitur $\frac{Av}{r} = \int P dx + \int Q dy$, fit $\frac{Av}{r} = Z$; erit $Z = \int P dx + \int Q dy$ seu $dZ = P dx + Q dy$ Ex qua natura curvae AMB cognoscitur. Q. E. I.

Vt usus huius aequationis melius percipiatur, ad casus particulares eam accommodabo, eosque partim iam tractatos, ut congruentia eorum perspici queat, partim vero ad nondum agitados, ut plurimas a natura formatas curvas adhuc ignotas in lucem producam.

Problema. Inuenire aequationem generalem pro curuis, quas corpora perfecte flexibilia a potentiis quomodocunque sollicitata formant.

Solutio. Obtinebimus corpora perfecte flexibilia, quando vis elastica vbique euanescit, tum enim vel minima vis duo elementa ad quemuis angulum inclinare valebit; Exprimatur autem quantitas vis elasticae litera v ponatur igitur $v = 0$ et resultat aequatio $0 = Ex + Fy + \int P dx + \int Q dy$, quae ergo satisfaciet quaesito. Q. E. I.

Vt autem P et Q, quippe quae a summatione
pen-

pendent, eliminantur, et loco eorum dP et dQ introducuntur, quae denotant potentias ipsas in punctis M applicatas, differentietur aequatio et habebitur $Edx + Fdy + Pdx + Qdy = 0$. Ergo $Q + \frac{Pdx}{dy} + F + \frac{Edx}{dy} = 0$. Vnde $dQ + \frac{Pdyddx - Pdxddy}{dy^2} + \frac{dPdx}{dy} + \frac{Edyddx - Edxddy}{dy^2} = 0$. Sed cum ponatur ds constans erit

$$dyddy = -dxddx. \text{ et } dyddx - dxddy = ds^2 \frac{ddx}{dy}. \text{ Quare}$$

$$dQ + \frac{Pds^2 ddx}{dy^3} + \frac{Eds^2 ddx}{dy^3} + \frac{dPdx}{dy} = 0. \text{ Et ex hac } \frac{dQdy^3}{ds^2 ddx}$$

$$P + E + \frac{dPdy^2 dx}{ds^2 ddx} = 0. \text{ Vnde porro } \frac{dy^3 ddQ}{ds^2 ddx} +$$

$$\frac{3dQdy^2 ddxddy - dQdy^3 d^3 x}{ds^2 ddx^2} + dP + \frac{dy^2 dxddP}{ds^2 ddx} +$$

$$\frac{2dPdydxddyddx + dPdy^2 ddx^2 - dPdy^2 dx d^3 x}{ds^2 ddx^2} = 0. \text{ Ex hac}$$

$$\text{prodibit haec } dy^3 ddQddx - 3dQdydxddx^2 - dQdy^3 d^3 x + dy^2 dxddPddx - 3dPdx^2 ddx^2 + dPds^2 ddx^2 - dPdy^2 dx d^3 x = 0. \text{ Haec aequatio fiet multum simplicior, si}$$

introducatur radius osculi r , qui est $= \frac{dsdy}{dax} = \frac{dsdx}{ddy}$

tunc enim prodibit $o = rdxddP + 2dPdsdy + dPdrdx + rdyddQ - 2dQdsdx + dQdrdy$. Quae aequatio omnes possibiles curvas, quas corpora perfecte flexibilia quomodocunque sollicitata formare possunt sub se comprehendit.

Probl. Inuenire curuam, quam format filum perfecte flexile, cui in singulis punctis potentiae verticales sunt applicatae.

Solut. Euanescunt igitur hoc in casu potentiae

horizontales, unde $Q=0$. Quare $0=Ex + Fy + \int Pdx$; et hinc $Edx + Fdy + Pdx=0$: porroque $dP + \frac{Fdxddy - Fdyddx}{dx^2} = 0$; seu $dPdx^2 dy = Fds^2 ddx$. Est vero $\frac{dsdy}{dax} = r$, unde $r dPdx^2 = Fds^3$. Et ex hisce aequationibus curua in exemplis specialibus cognoscetur. Q. E. I. Dat haec aequatio omnis generis catenarias.

Sit $dP = ads$ seu potentiae sint vbique aequales, prodire debet catenaria communis pro catenis aequaliter crassis. Habebitur autem $adx^2 dy = Fds ddx$; quae integrata dat $ay = C - \frac{Fds}{dx}$ seu neglecta constante C , quae naturam curuae non immutat, et loco F posito $-F$ obtinetur $ay dx = Fds$, et hinc $dx = \frac{Fdy}{\sqrt{aayy - FF}}$ quae est aequatio pro catenaria, hoc modo applicanda: ob F negatiue assumptum, pondus ea littera indicatum trahere debet in plagam contrariam ei, versus quam F trahere initio ponebamus. Ex A demittatur verticalis $Aa = Fa$, et horizontalis aP erit axis curuae AMB , quae erit convexa versus aP et tangentem in A habebit parallelam axi aP , erit igitur AB catenaria vulgaris.

Fig 5.

Sit $dP = adx$. erit $adx^3 dy = Fds^2 ddx$ ergo $ay = -\frac{Fds^2}{2dx}$. seu sumto F negatiuo erit $2ay dx^2 - Fdx^2 = Fdy^2$. Unde $dx = \frac{dy\sqrt{F}}{\sqrt{-ay - F}}$ quae est aequatio pro parabola appolloniana, vt constat.

Problema. Inuenire curuam, quam format filum flexile, cui in singulis punctis potentiae normales sunt applicatae.

Solutio.

Solutio. Sit curua AMB , et vt supra $AP=x$, Fig. 6.
 $PM=y$, et $AM=s$. Sit potentia in M normalis
 $MR=dN$ resoluatur ea in verticalem et horizontalem,
 erit verticalis $dP=\frac{dNdx}{ds}$ et horizontalis $dQ=\frac{dNdy}{ds}$
 vnde $P=\int\frac{dNdx}{ds}$ et $Q=\int\frac{dNdy}{ds}$; atque $ddP=\frac{d^2Ndx+dxddN}{ds}$
 et $ddQ=\frac{d^2Ndy+dyddN}{ds}$; quibus valoribus
 substitutis in aequatione generali pro corporibus
 perfecte flexibilibus; sed loco ddP , $\frac{d^2Ndy}{r}+\frac{dxddN}{ds}$ et
 loco ddQ , $-\frac{d^2Ndx}{r}+\frac{dyddN}{ds}$, vt radius osculi in com-
 putum ducatur; inuenietur $dNdr+rddN=0$ vnde
 $rdN=Cds$. Est igitur potentia normalis reciproce
 vt radius osculi. Q. E. I.

Conuenit haec proprietas cum iam inuentis,
 quare non immorabor deriuandis ex ea curuis lin-
 teariis, velariis, et quae ex hac proprietate con-
 sequuntur.

Haec duo postrema problemata iam dudum a
 Geometris solutiones nacta sunt. Quando scilicet
 potentiarum directiones vel inter se parallelae vel
 in curuam formatam normales sunt. Quomodo au-
 tem curuae corporum flexibilium, quibus poten-
 tia qualescunque sunt applicatae, inueniri debeant,
 nemo adhuc monstrauit, praeter Celeberrimum
 Iac. Hermannum, cuius in Phoronomia extat huius
 problematis solutio.

Problema. Inuenire curuam, quam format fi- Fig. 7.
 lum AMB perfecte flexile, cui in singulis punctis
 M applicatae sunt duae potentiae verticales et nor-
 males.

Solutio. Resoluatur normalis MR, in laterales MN et MK, quarum MK sit verticalis et MN horizontalis. Erit $dP = ML + MK$ et $dQ = MN$. Dicitur $ML = dL$ et $MR = dN$. Erit $MK = \frac{dNdx}{ds}$ et $MN = \frac{dNdy}{ds}$; vnde $dP = dL + \frac{dNdx}{ds}$ et $dQ = \frac{dNdy}{ds}$. Et ulterius $ddP = ddL + \frac{dNddx + dxddN}{ds} = ddL + \frac{dNdy}{r} + \frac{dxddN}{ds}$. Atque $ddQ = \frac{dNddy + dyddN}{ds} = \frac{dNdx}{r} + \frac{dyddN}{ds}$. Quibus valoribus substitutis obtinebitur $dNdsdr + rdsddN + rdxddl + dLdxdr + 2dLdsdy = 0$. seu $rdsdN + rdx dL + fdLdsdy = 0$. Vnde natura curvae patebit. Q. E. I.

Ponatur potentia verticalis dL , proportionalis elemento curvae ds . Vt habeatur filum vbique aequaliter crassum et graue. Sit igitur $dL = ads$ habebitur $rdsdN + ardsdx + ayds^2 C = ds^2$, quae diuisa per ds , dat $rdN + ardx + ayds = Cds$.

Fig. 8.

Sit AMB lintearia grauis vsque in BI liquore repleta, erit vis normalis dN vt MI, sit $PI = b$; erit $MI = b - y$. Ponatur igitur $dN = bds - yds$; erit $brds - yrds + ardx + ayds = Cds$. Est autem $r = \frac{dsdy}{ddx}$; vnde $bsdy - ydsdy + adxdy + ayddx = Cddx$, quae integrata dat $byds - \frac{1}{2}yds^2 + aydx = eds + Cdx$ seu $(yy - by + e)ds = aydx - Cdx$. Mutatis constantibus, vt numeri euententur: haec aequatio transibit in sequentem $dx = \frac{(yy - by + e)dy}{\sqrt{(ay - c)^2 - (yy - by + e)^2}}$ vt haec aequatio pro axe AP valeat, oportet vt euanescente y fiat $dy:dx = 0$: r. eritque $cc = ee$. et $c = \pm e$. Si a fiat $= 0$, habebitur aequatio pro nota lintei curua.

Fig. 9.

Quaeratur curuatura velariae grauis vniformis
AMB

AMB. Irruat ventus secundum TM parallelam axi AP. Erit eius vis, qua in curuam normaliter agit vt quadratum finus anguli AMT id est vt $\frac{dy^2}{ds^2}$ ponatur

tur itaque $dN = \frac{dy^2}{ds}$, habebitur $\frac{r dy^2}{ds} + ar dx + ay ds = C ds$. Cum autem sit $r = \frac{ds dy}{ddx}$ erit $dy^3 + ads dy dx + ay ds ddx = C ds ddx$. Est autem $ddx = \frac{dy ddy}{dx}$ ergo $dy^2 dx + ads dx^2 - ay ds ddy + C ds ddy = 0$ ponatur $ds = p dy$; erit $ddy = \frac{dp dy}{p}$ et $dx = dy \sqrt{pp-1}$. Vnde erit $dy \sqrt{pp-1} + ap(\frac{dp}{p} \sqrt{pp-1}) dy = cd p - ay dp$, seu $\frac{dy}{c-ay} = \frac{dp}{\sqrt{(pp-1)+ap(pp-1)}}$. Sit $\sqrt{pp-1} = p-q$; erit $\frac{dy}{c-ay} = \frac{dp}{\frac{-4q dq}{4}}$ resoluat $4qq + a - aq^4$ in duos facto-

res $1 + \beta qq$ et $a + \delta qq$; vbi est $\beta = \frac{2}{a} + \sqrt{\frac{4}{aa} + 1}$ et $\delta = 2 - \sqrt{4 + aa}$. Et hinc erit $\frac{dy}{c-ay} = \frac{m dq}{1 + \beta qq} + \frac{n dq}{a + \delta qq}$, vbi $m = \frac{-4 - 2\sqrt{4+aa}}{a\sqrt{4+aa}}$ et $n = \frac{2 - \sqrt{4+aa}}{\sqrt{4+aa}}$. Erit igitur $\frac{1}{a} l(c-ay) = \frac{m}{2\beta} l(1 + \beta qq) + \frac{n}{2\delta} l(a + \delta qq) = \frac{l(1 + \beta qq) + l(a + \delta qq)}{\sqrt{4+aa}} = \frac{1}{\sqrt{4+aa}} l \frac{a^2 + aqq(2 - \sqrt{4+aa})}{a + qq(2 + \sqrt{4+aa})}$, est autem $q = p - \sqrt{pp-1} = \frac{ds-dx}{dy}$ vnde habebitur $(\frac{c-ay}{D})^{\sqrt{4+aa}:a}$

$\frac{ady^2 + (ds-dx)^2 (2 + \sqrt{4+aa})}{ady^2 + (ds-dx)^2 (2 - \sqrt{4+aa})}$ pro velaria graui.

Si ventus incidat deorsum iuxta TM, erit eius vis in velum vt quadratum finus anguli AMT: id est vt $\frac{dx^2}{ds^2}$. Ponatur igitur $DN = \frac{dx^2}{ds}$ habebitur $\frac{r dx^2}{ds} + ar dx + ay ds = C ds$. Quia autem $r = \frac{ds dy}{ddx}$, erit $dx^2 dy + ads dx^2 ddx = C ds ddx$. Est autem $ddx = \frac{dy ddy}{dx}$ ergo $dx^2 dy + ads dx^2 ddx - ay ds ddy + C ds ddy = 0$ ponatur $ds = p dy$; erit $ddy = \frac{dp dy}{p}$ et $dx = dy \sqrt{pp-1}$. Vnde erit $dy \sqrt{pp-1} + ap(\frac{dp}{p} \sqrt{pp-1}) dy = cd p - ay dp$, seu $\frac{dy}{c-ay} = \frac{dp}{\sqrt{(pp-1)+ap(pp-1)}}$. Sit $\sqrt{pp-1} = p-q$; erit $\frac{dy}{c-ay} = \frac{dp}{\frac{-4q dq}{4}}$ resoluat $4qq + a - aq^4$ in duos facto-

res $1 + \beta qq$ et $a + \delta qq$; vbi est $\beta = \frac{2}{a} + \sqrt{\frac{4}{aa} + 1}$ et $\delta = 2 - \sqrt{4 + aa}$. Et hinc erit $\frac{dy}{c-ay} = \frac{m dq}{1 + \beta qq} + \frac{n dq}{a + \delta qq}$, vbi $m = \frac{-4 - 2\sqrt{4+aa}}{a\sqrt{4+aa}}$ et $n = \frac{2 - \sqrt{4+aa}}{\sqrt{4+aa}}$. Erit igitur $\frac{1}{a} l(c-ay) = \frac{m}{2\beta} l(1 + \beta qq) + \frac{n}{2\delta} l(a + \delta qq) = \frac{l(1 + \beta qq) + l(a + \delta qq)}{\sqrt{4+aa}} = \frac{1}{\sqrt{4+aa}} l \frac{a^2 + aqq(2 - \sqrt{4+aa})}{a + qq(2 + \sqrt{4+aa})}$, est autem $q = p - \sqrt{pp-1} = \frac{ds-dx}{dy}$ vnde habebitur $(\frac{c-ay}{D})^{\sqrt{4+aa}:a}$

Fig. 10.

+

$+adsdx dy + ayds ddx = Cds ddx$, unde $\frac{dy}{cds - ayds} = \frac{ddx}{dx^2 + ads dx}$
 $= \frac{1}{ads} \frac{ddx}{dx} - \frac{1}{ads} \cdot \frac{ddx}{dx + ads}$ quae integrata abit
 in hanc $\frac{1}{ads} (cds - ayds) = \frac{1}{ads} \frac{dx + ads}{dx} + \frac{1}{eds}$. Ergo
 $\frac{e - ay}{b} = \frac{dx + ads}{dx}$ seu $cdx - ay dx = bdx + abds$. Sit $e - b = e$;
 erit $dx^2 (e - ay)^2 = aabds^2$ consequenter $dx = \frac{abdy}{\sqrt{(e - ay)^2 - aabb}}$,
 $y = 0$ erit ergo $e = \pm ab$. Ideoque $dx = \frac{bdy}{\sqrt{(ay \pm bby)}}$

Quae est aequatio pro catenaria eademque manet quomodocunque a varietur, ut ergo non a pondere fili pendeat. Hoc autem ita accidere oportere ex eo patet, quod tam vis venti, quam grauitatis seorsim eandem catenariam producant.

Sit vis normalis quoque constans, nempe $dN = bds$ erit $brds + ardx + ayds = cds$. quia vero $r = \frac{ds dy}{ddx}$ erit $bds dy + ardx dy + ay ddx = c ddx$, quae integra dat $\frac{eds}{e - ay} = bds + ardx$. Sit $e = bc + ac$; erit $cds = cdx - byds - aydx$. atque $dx = \frac{(c + by)dy}{\sqrt{(c - ay) - (c + by)^2}}$.

Fig. II.

Problema. Si curuae AMB in quouis puncto M duae potentiae applicatae fuerint, quarum altera normalis in curuam ut MN , altera tangentialis MT : inuenire aequationem pro curua, quam format filum perfecte flexile.

Solutio. Resoluantur ambae potentiae in laterales, quarum vna verticalis altera horizontalis, nempe MN in MR et RN , et MT in MS et TS ; Erit $dP = MR + MS$ et $dQ = NR - TS$. Sit autem $MN = dN$. et $MT = dT$. Erit $MR = \frac{dM dx}{ds}$, $NR = \frac{dN dy}{ds}$, $MS = \frac{dT dy}{ds}$ et $TS = \frac{dT dx}{ds}$. Ergo $dP = \frac{dN dx + dT dy}{ds}$ et $dQ =$

$dQ = \frac{dNdy - dTdx}{ds}$; unde $ddP = \frac{dNddx + dxddN + dTddy + dyddT}{ds}$
 $= \frac{dNdy}{r} - \frac{dTdx}{r} + \frac{dxddN}{ds} + \frac{dyddT}{ds}$. Et $ddQ = \frac{-dNdx}{r} - \frac{dRdy}{r}$
 $+ \frac{dyddN}{ds} - \frac{dxddT}{ds}$. Quibus valoribus substitutis obtinebitur
 sequens aequatio $dNdr + rddNd + Tds = 0$ feu post integrationem $rdN + Tds = Cds$; unde obr $= \frac{dsdy}{dx}$
 erit $dNdy + Tddx = Cddx$. Q. E. I.

Haec aequatio hunc habet vfum, vt, cum admodum simplex fit, facile ad omnes casus applicari possit, sed nihilominus generalis est, etenim omnis potentia in normalem et tangentialem resolui potest. Praeterea istud adhuc monendum esse puto, aequationem generalissimam quoque hoc modo succinctiorem reddi, loco verticalium et horizontalium normales et tangentiales in computum ducendo, haec autem oritur $dNdrds + rdsddN + dTds^2 = rds^2Z + drddZ + \frac{ds^2dz}{r}$ vbi $Z = \frac{uv}{r}$.

Fig. 12,

Problema. Inuenire aequationem generalem pro curuis, quas fila vtcunque elastica in singulis punctis nullas potentias applicatas habentia, formare debent.

Solutio. Erit ergo hoc in casu et $dP = 0$, et $dQ = 0$. Ergo $rd^3z + drddz + \frac{ds^2dz}{r} = 0$, ex aequatione generali modo concinnata; erit enim in ea $dN = 0$ et $dT = 0$: unde $rrddz + rdrddz^2 + ds^2dzddz = 0$, quae integrata dat $rrddz^2 + ds^2dz^2 = ads^4$ feu $rddz = ds\sqrt{(ads^2 - dz^2)}$ Est autem $r = \frac{dsdy}{dx}$, unde $\frac{ddz}{\sqrt{(ads^2 - dz^2)}}$
 $= \frac{ddx}{dy} = \sqrt{\frac{ddx}{ds^2 - dx^2}}$. Hac opelogarithmorum integra-

$$\begin{aligned}
& \text{ta obtinebitur } \frac{1}{\sqrt{-1}} \int \frac{dz + \sqrt{(dz^2 - ads^2)}}{ds\sqrt{-a}} = \frac{1}{\sqrt{-1}} \int \frac{dx + \sqrt{(dx^2 - ds^2)}}{ds\sqrt{-b}} \\
& \text{feu } \frac{dz + \sqrt{(dz^2 - ads^2)}}{\sqrt{a}} = \frac{dx + \sqrt{(dx^2 - ds^2)}}{\sqrt{b}} = \frac{dx + dy\sqrt{-1}}{\sqrt{b}} \\
& \text{vnde } \frac{dz}{\sqrt{a}} = \frac{dx}{\sqrt{b}} = \frac{dy\sqrt{-1}}{\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{(dz^2 - ads^2)}}{\sqrt{a}}. \text{ Ex qua oritur} \\
& \frac{dz^2}{a} = \frac{2dzdx}{\sqrt{ab}} + \frac{dx^2}{b} = \frac{-dy^2}{b} + \frac{dz^2}{a} - ds^2 = \frac{2\sqrt{(ads^2 - dy^2 - dz^2)}}{\sqrt{ab}} \\
& \text{feu } \frac{(b+1)ds^2}{b} = \frac{2dzdx}{\sqrt{ab}} - \frac{2\sqrt{(ads^2 - dy^2 - dz^2)}}{\sqrt{ab}}; \text{ porro } \frac{(b+1)^2 ds^4}{b} \\
& + \frac{4dx^2 dz^2}{a} - \frac{4(b+1)ds^2 dx dz}{\sqrt{ab}} - \frac{4ads^2 dy^2}{a} - \frac{4dy^2 dz^2}{a} \text{ feu} \\
& \frac{(b+1)^2 ds^2}{b} + \frac{4dz^2}{a} - 4dy^2 = \frac{4(b+1)dx dz}{\sqrt{ab}}. \text{ Et } \frac{2dz}{\sqrt{a}} = \frac{(b+1)dx}{\sqrt{b}} \\
& + \sqrt{\left(\frac{(b+1)^2 dx^2}{b} - \frac{(b+1)^2 ds^2}{b} + 4dy^2\right)} = \frac{(b+1)xd}{\sqrt{b}} + dy \\
& \sqrt{4 - \frac{(b+1)^2}{b}} \text{ Ergo } \frac{2z}{\sqrt{a}} = \frac{(b+1)x}{\sqrt{b}} + y\sqrt{4 - \frac{(b+1)^2}{b}} \text{ feu } z = \\
& Ex + Fy = \frac{\Delta v}{r}.
\end{aligned}$$

Eadem aequatio inuenitur ex primo inuenta aequatione, vbi $\int Pdx$ et $\int Qdy$ euanescent adeoque restat $Ex + Fy = \frac{\Delta v}{r}$ Q. E. I.

Fig. 13.

Problema. Inuenire curvaturam elateris grauitatis expertis, et vbiuis eiusdem vis elasticae.

Solutio. Cum vis elastica vbique sit eadem ponatur $v = a$; eritque $Ex + Fy = \frac{\Delta a}{r}$. Poni potest loco $Ex + Fy = Gt$, vbi t denotet abscissam alio loco assumptam, eritque $Gt = \frac{\Delta a}{r}$, quae aequatio praebet curuam elasticam iam cognitam, hoc vero modo integrabitur. Erit $Ex ds dy + Fy ds dy = A addx$ feu $x dy + \frac{1}{E} dy = \frac{\Delta addx}{E ds}$. Etiam autem est $Ex ds dx + Fy ds dx = -A addy$ feu $y dx + \frac{Ex dx}{E} = -\frac{\Delta addy}{F ds}$. Consequenter ad-

den-

dendo et integrando habebitur $yx + \frac{Exx}{2F} + \frac{Fyy}{2E} = \frac{\Lambda dx}{Ed} - \frac{\Lambda ady}{F d s} + C$. Ergo $2FE dx ds + EEx ds + FFyy ds = 2AF adx - 2AE ady + 2EFC ds = ds(Ex + Fy)^2$. Quae dabit etiam elasticam. Q. E. I.

Problema. Inuenire curuam quam format filum, AMB aequabiliter graue, et aequabiliter vbiq; elasticum. Fig. 12.

Solutio. Cum filum sit vbiq; aequaliter graue, erit dP constans, nempe $= ads$: vnde $P = a$ et $Q = 0$. Praeterea quia elasticitas vbiuis eadem, ponatur $v = b$; erit $\frac{\Lambda b}{r} = Ex + Fy + f as dx$. Augeatur as constanti E et aequatio non immutabitur, eritque $\frac{\Lambda b}{r} = Fy + f as dx$ seu $\frac{\Lambda b dr}{rr} = Fdy + as dx$: atque abiiciendis superfluis constantibus $as dx + c dy + \frac{b dr}{rr} = 0$. Est autem $r = \frac{ds dy}{d dx}$; ergo $\frac{1}{r} = \frac{d dx}{ds dy}$: ex quo $\frac{dr}{rr} = \frac{d dx d dy - dy d^3 x}{ds dy^2} = \frac{d x d dx^2 - dy^2 d^3 x}{ds dy^3}$. Ergo $as ds dx dy^3 + c ds dy^4 = b dx d dx^2 + b dy^2 d^3 x$. Ponatur $dx = p ds$, erit $dy = ds \sqrt{(1 - pp)}$ et $d dx = dp ds$ et $d^3 x = ds d dp$. Quibus substitutis habebitur $aps(1 - pp)^3 + 2 ds^2 + c(1 - pp)^2 ds^2 = b p dp^2 + b d dp(1 - pp)$. Hanc vero aequationem nullo pacto eo reducere potui, vt constructui possit.

Caeterum elegans est hoc problema, quod veram curuam tam filorum perfecte flexibilium quam laminarum elasticarum exhibeat: etenim nullus extat funis, qui perfecte sit flexilis, neque vlla lamina elastica, quae non sit grauis, nisi forte in fluido aequalis grauitatis specifica flectatur. Idem hoc problema in Act. Eruditorum Lips. A. 1724. pro-

positum est, vt curuatura funis elastici seu non perfecte flexilis inueniatur, nec vero quantum scio solutionem hucusque vllus dedit, praeter Clar. Dan. Bernoulli, qui eodem propemodum tempore, quo ego, solutionem nactus est.

Fig. 14.

Problema. Inuenire curuam, quam format lamina elastica BMA in B fixa proprioque pondere incuruata.

Solutio. Fluit ex praecedente, vbi duntaxat F et E pondera applicata euanescere debent, quare haec habebitur aequatio $\frac{Ab}{r} = \int as dx$ seu neglectio superfluis constantibus $\frac{A}{r} = \int s dx$ quae vt supra ad sequentem reducitur $sp^2(1-pp)^{\frac{3}{2}} ds^2 = A p dp^2 + A(1-pp) ddp$. At neque haec ad construendum accommodata effici potest.

Fig. 15.

Problema. Inuenire curuam fili AB in A fixi in B liberi, agitati a vento NM.

Solutio. Sit vis grauitatis in M $= ads$, et vis venti $= -\frac{bxy}{ds}^2$. Inuenietur haec aequatio $brdy^2 = ar ds dx + ay ds^2$. Est r radius osculi $= \frac{ds dy}{ddx}$. Quare $bds dy^3 = ads^2 dx dy + ay ds^2 ddx$. seu $b dy^3 = ads dx dy + ay ds ddx$. Ponatur $dx = pdy$ erit $ddx = pddy + dpdy =$ (ob $dx ddx = -dy ddy = \frac{p dx ddx}{dy} + dpdy$, ex qua inuenitur $ddx = \frac{dpdy}{1+pp}$). His factis substitutionibus orietur aequatio $b dy \sqrt{1+pp} = apdy(1+pp) + aydp$ et $\frac{dy}{y} = \frac{adp}{b\sqrt{1+pp} - ap(1+pp)}$. In qua indeterminatae sunt a se inuicem separatae, et propterea curua quaesita construi potest.

DA-

DANIELIS BERNOVLLI, IO. Fil.
OBSERVATIONES DE SE-
RIEBVS

QVAE FORMANTVR EX ADDITIONE
VEL SVBTRACTIONE QVACVNQVE TER-
MINORVM SE MUTVO CONSEQVENTIVM,

Vbi praefertim earundem insignis vsus pro inue-
niendis radicem omnium Aequationum Al-
gebraicarum ostenditur.

I.

ANni sunt fere quinque , quod Venetiis a- M. Sept.
1728.
gens tumultuarias quasdam circa series
obseruationes cum Nobili Veneto com-
municaueram , quas paulo post idem
Nobilis, meo tamen nomine, imprimi curauit vna cum
aliis theorematibus geometricis sub titulo *Exercita-
tionum Geometricarum*. Mentionem ibi feceram serie-
rum quarum quilibet terminus duorum praecedentium
summae aequatur, nescius illas primo a Keplero
postea a Domino Cassini fuisse adhibitas, et denique
a Cel. Geometris Dominis Montmort, Moivre,
Goldbach, Nicolao Bernoulli Patrueli meo aliisque
omni successu exploratas et quidem sub facie
multo generaliori: imo praestitisse doctissimos viros,
quod fieri posse tunc nondum putabam, nimirum
terminum generalem inuenisse pro omnibus
istius modi seriebus, quarum exemplum allatum a

me fuerat contra sententiam eruditissimi Dni Goldbach, *series omnes, modo certam progressionis legem seruent ad formulam aliquam seu terminum generalem reduci posse*, afferentis. Horum me primo certior fecit D. Nicolaus Bernoulli, in litteris d. 21. Nov. 1724. Venetias ad me datis, dein ipse Dominus Goldbach, addens vterque formulas suas pro termino generali serierum, de quibus sermo est. His intellectis, mox ipsemet totum rei mysterium penetraueram, et ita quidem vt nihil insuper hac in re desiderari posse videretur: neque profecto amplius de seriebus istis cogitarem, nisi de nouo examini meo illas commendasset praememoratus Patruelis meus in litteris nouissimis 22. Aug. 1728. ad me scriptis, subiungens *posse earum ope solui problema sectionum angularium sine infinite paruis aut seriebus indefinitis, ita se inuenisse quod existente sinu toto = 1 sinu arcus A = z, sinus arcus multipli nA sit =*
$$[(\sqrt{1-zz} + z\sqrt{-1})^n - (\sqrt{1-zz} - z\sqrt{-1})^n] : 2\sqrt{-1}$$
. Ruminando itaque argumentum, incidi in noua theoremata eaque non minus vtilia quam elegantia. Singula ordine percurram et quantum potero breuiter.

2. Lex generalissima serierum nostrarum postulat, vt denotantibus A, B, C, D, E, terminos quoscunque ordine retrogrado se mutuo in serie consequentes, sit semper vltimus $A = mB + nC + pD + qE$, vbi coëfficientes m, n, p, q, possunt significare numeros quoscunque integros aut fractos, eosque tam affirmatiuos quam negatiuos. Possunt hae series habere perio-

riodos siue ratione signorum siue ratione numerorum, in quas vsque recurrunt, veluti sequens in qua quilibet terminus aequalis est differentiae duorum praecedentium 0. 1. 1. 0. -1. -1. 0. 1. 1. 0. -1. -1. 0. etc. hinc procul dubio est, quod generaliter *recurrentes* nominari coeperint. Quoties autem adsunt huiusmodi periodi terminus generalis non aliter quam per quantitates imaginarias exprimi potest.

3. Proprietas haud inelegans est serierum recurrentium, quod comprehendunt omnes algebraicas simul atque geometricas. De progressionibus geometricis res satis obuia est, et magis illustrabitur in sequentibus: de algebraicis nunc dicemus (voco autem series algebraicas, quarum terminus generalis hac formula catholica comprehenditur $a+bx+cx^2+dx^3+\dots$ illasque dico pertinere ad ordinem n , quando maxima dimensio ipsius x in termino generali est $= n$ et per x intelligo exponentem termini.) Theorema circa hanc rem se mihi obtulit, quod non credideram, vlli antea fuisse obseruatum, quod vero postmodum iam a Moivre in tractatu suo *de mensura sortis* detectum fuisse intellexi: Ecce illud.

4. *Theorema generale pro omnibus seriebus algebraicis.*

In omni serie algebraica ordinis cuiuscunque $n-1$. si excerpantur ordine retrogrado termini contigui, numero $n+1$, designati litteris A, B, C, D, E, &c. dico fore semper $A = nB - \frac{n(n-1)}{2}C + \frac{n(n-1)(n-2)}{2 \cdot 3}D - \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{2 \cdot 3 \cdot 4}E + \dots$

Coroll.

Coroll. 1. Omnes series secundi ordinis habent terminum quemcumque aequalem triplo praecedentis seu ultimi minus triplo penultimi plus antepenultimo.

Exempli loco sint numeri trigonales 1. 3. 6. 10. 15. 21. &c. erit $21 = 3 \cdot 15 - 3 \cdot 10 + 6$ aut $15 = 3 \cdot 10 - 3 \cdot 6 + 3$.

Coroll. 2. In omnibus seriebus tertii ordinis est terminus cuius $=$ quadruplo ultimi minus sextuplo penultimi plus quadruplo antepenultimi minus penantepenultimo.

Exempli gratia sint cubi numerorum naturalium 1. 8. 27. 64. 125. 216. 343. &c. erit $343 = 4 \cdot 125 - 6 \cdot 64 + 4 \cdot 27 - 8$.

5. Apparet ex praecedente theoremate, quamam lege series recurrentes construi debeant, ita ut fiant algebraicae. Si vero alia, quam quae modo definita fuit, lex fingatur, semper series orientur *transcendentes*, seu potius *exponentiales*, quarum terminus generalis ut inveniatur, sequens propositio inferuiet.

Lemma. Quaecumque sint coefficientes m, n, p, \dots, q , poterit semper exhiberi series numerorum continue proportionalium talis, ut denotantibus iterum litteris A, B, C, D, \dots . E terminos contiguos ordine retrogrado e serie excerptos, quorum numerus indicatur per N, sit $A = mB + nC + pD \dots + qE$.

Demonstratio. Si enim terminus generalis in progressionem geometricam quaesita sit a^x , hincque po-
natur

natur = A, erit $B = \alpha^{x-1}$, $C = \alpha^{x-2}$, $D = \alpha^{x-3}$...
 $E = \alpha^{x-N+1}$, hinc aequatione facta ad legem pro-
 positionis eademque diuisa per α^{x-N+1} , habebitur
 $\alpha^{N-1} = m.\alpha^{N-2} + n.\alpha^{N-3} + p.\alpha^{N-4} \dots + q$, ope
 cuius aequationis quam *primariam* voco eruetur va-
 lor ipsius α , et cum aequatio habeat $N-1$ radices
 totidem progressionem geometricam desiderato satis-
 facientes inuenientur, quarum quaelibet per nume-
 rum constantem multiplicari potest.

6. Sint iam radices praecedentis aequationis
 P, Q, R, S, haud difficulter apparet, omnes
 series possibiles conditioni praecedentis lemmatis
 satisfaciens comprehendendi sub hoc termino genera-
 li $\beta.P^x + \gamma.P^x + \delta.R^x \dots + \epsilon.S^x$, et cum eadem
 series tot habeant ab initio terminos arbitrarios,
 quot sunt unitates in $N-1$. id est, quot sunt radices
 P, Q, R, S, inseruiunt coefficients $\beta, \gamma, \delta, \dots, \epsilon$
 ad terminos arbitrarios definiendos, hinc igitur
 patet modus vniuersalis inueniendi terminum gene-
 ralem omnium serierum nostrarum §. 2. definita-
 rum.

7. E re potius erit regulam expositam exem-
 plo quodam illustrari, quam vltioribus verbis ex-
 plicare. Sit inueniendus terminus generalis huius se-
 riei.

1. 1. 2. 3. 5. 8. 13. 21. 34. 55. &c.

in qua quilibet terminus duorum praecedentium
 summa est, quaeque incipit a duobus terminis arbi-
 trariis 1. 1. Erit aequatio *primaria* §. 5. $\alpha x = \alpha + 1$. cuius
 radices sunt $\alpha = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ et $\alpha = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$, indicandae

litteris P et Q. vnde terminus generalis pro omnibus seriebus, quarum termini vbique duorum praecedentium summae aequales sunt, fit $\beta \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^x + \gamma \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^x$, qui inferuet pro exemplo particulari modo allato, si posito successiue $x=0, x=1$, quantitates resultantes ponantur aequales nihilo et vnitati (qui sunt termini quorum exponentes sunt 0 et 1); ergo $\beta + \gamma = 0$, et $\beta \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right) + \gamma \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right) = 1$; seu $\beta = \frac{1}{\sqrt{5}}$ et $\gamma = -\frac{1}{\sqrt{5}}$, ita vt tandem terminus generalis allatae seriei fit $\left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^x - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^x\right] : \sqrt{5}$.

8. Hinc manifestum est, haud futurum fuisse vt terminus generalis exhiberi posset, nisi tot essent aequationis *primariae* radices, quot termini concurrunt ad formandum sequentem. Quid ergo si in eadem aequatione duae pluresue radices eadem sint? huic autem incommodo remedium afferetur, si radix in termino generali multiplicata intelligatur per $b+cx+dx^2+\dots+ex^{m-1}$, vbi m indicat, quoties radix comprehenditur in aequatione hocque de singulis radicibus obseruandum est. Sit v. gr. terminus generalis indagandus huius seriei

0. 0. 0. 0. 1. 0. 15.-10. 165.-228. &c.
incipientis a quinque terminis arbitrariis, et cuius lex requirit, vt sit vbique $A=0 B+15 C-10 D-60 E+72 F$. hic aequatio *primaria* lemmatis dat $a^5 - 15a^3 + 10aa + 60a - 72 = 0$, cuius quinque radices sunt $a=2, a=2, a=2, a=-3$ et $a=-3$. Dico itaque terminum generalem propositae seriei fore $(b+cx+dx^2). 2^x + (e+fx). (-3)^x$ et posse ex comparationibus quinquies institutis termini generalis cum
ter-

terminis seriei correspondentibus haberi valores litterarum b, c, d, e , et f , ficque denique fore terminum generalem

$$\frac{(1026-1035x+225xx).2^x+(224-80x).(-3)^x}{90000}$$

9. Intelligitur ex praecedente §. origo theorematism nostri §. 4. expositi; si enim radices singulae aequationis *primariae* sint aequales vnitati, id est, si aequatio *primaria* sit $\alpha^n - n\alpha^{n-1} - \frac{n \cdot n-1}{2} \alpha^{n-2} + \frac{n \cdot n-1 \cdot n-2}{2 \cdot 3} \alpha^{n-3} - \text{etc.}$ habebit terminus generalis hanc formam $b+cx+dx^2 \dots +ex^n$, qui omnes algebraicas continet series.

10. Verbum addam de methodo summandi omnes series, quarum haecenus mentio facta fuit. Equidem si in termino generali singula membra specialiter spectentur, nullum erit, quod non sub hac formula comprehendatur $bx^m a^x$. dico autem, summam seriei, cuius terminus generalis est $bx^m a^x$, esse $=(cx^m+dx^{m-1}+ex^{m-2} \dots +f) a^x - f$: valores litterarum $c, d, e \dots f$. obtinentur ex comparationibus diuersis summae generalis cum summis particularibus: regulas generales pro hoc negotio si quis cupiat, sibi ipsi facile formabit. Sit verbi gr. terminus generalis seriei summandae xa^x , erit summa seriei $(\frac{ax}{a-1} - \frac{a}{(a-1)^2}). a^x + \frac{a}{(a-1)^2}$, vbi notari potest formulas haecce exponentiales fieri semper algebraicas quoties $a=1$. nempe $\frac{xx+x}{2}$ pro casu allato, modo calculus recte instituat. Caeterum si seriei summandae terminus generalis ex pluribus membris constet, cum singulis erit faciendum quod de vno mon-

strauimus; praefero autem hanc summam methodum aliis ob vniuersalitatem eius.

11. Haec tenus dicta pleraque iam ante hos quatuor annos mihi innotuerunt, et antea quoque plurimas proprietates detexeram, quibus series nostrae plane abundant, quasque hic exponerem, nisi in generalibus subsistere constituiffem. Sed vnum non praetergrediar, quod nunc demum mihi fuit observatum, posse ope serierum nostrarum radices omnium aequationum algebraicarum, cuiuscunque sint dimensionis, expedita, tuta et facili appropinquatione haberi sine vlla praecua tentatione quas reliquae methodi postulare solent. Est mihi methodus duplex, altera pro minima, altera pro maxima aequationis radice inuenienda, attentione non facta ad signa radicibus praefixa, ita vt sic radix tam quae maxime quam quae minime a nihilo distat, determinari possit.

12. *Methodus noua inueniendi radices omnes cuiuscunque aequationis affectae tam numericae quam algebraicae.*

Concilietur aequationi propositae haec forma

$$1 = ax + bxx + cx^3 + ex^4 + \&c.$$

Dein formetur series incipiendo a tot terminis arbitrariis, quot dimensiones aequatio habet, ea lege, vt si A, B, C, D, E &c. denotent terminos se invicem directo ordine consequentes, sit vbique $E = aD + bC + cB + eA + \&c.$ sintque in hac serie satis continuata duo termini proximi M et N, erit terminus antecedens M diuisus per consequentem N proxime aequalis radici quaesitae.

13. Exemplum capiemus ab hac aequatione

$$1 = -2x + 5xx - 4x^3 + x^4.$$

fiat series incipiendo a quatuor numeris arbitrariis (quia scilicet aequatio proposita totidem habet dimensiones) 1. 1. 1. 1. talis ut semper terminus novus formetur ex duplo ultimi negative sumti plus quintuplo penultimi, minus quadruplo antepenultimi plus antepenultimo. Series haec est.

1. 1. 1. 1. 0. 2. -7. 25. -93. 341. -1254.

hinc erit radix quaesita proxime $= -\frac{341}{1254}$.

14. Sit porro $1 = x + 2xx + 3x^3 + 4x^4 + 5x^5$

Construatur sequens series incipiendo nunc a quinque terminis arbitrariis

1. 1. 1. 1. 1. 15. 29. 71. 183. 477. 1239. 3171. &c.

erit $\frac{1239}{3171}$ aut $\frac{59}{151}$ proxime radix minima aequationis propositae. Et sic de omnibus reliquis.

15. Duo sunt casus qui difficultatem aliquam pariunt; primus, quando radix minima aequationis potest tam affirmatiue quam negatiue accipi; secundus, quando radix minima est imaginaria, veluti si aequatio has haberet radices $\sqrt{-4}$, $-\sqrt{4}$ et 5, quarum vltima realis maior i. e. magis a nihilo distans censenda est quam quaevis duarum reliquarum. Dicam quid hic agendum sit. In primo casu respiciendi tantum sunt termini alterni, qui si ad constantem rationem vergunt, dum termini contigui magis vagantur, aequalitatem arguunt inter affirmatiuam radicem et negatiuam; atque hoc in casu terminus ex serie diuidendus est per illum qui secundo loco sequitur et erit radix quadrata quotientis radix quaesita aequationis: veluti si habeatur

$$1 = -y + 4y - 4y^3.$$

formeturque series per regulam §. 12. expositam
 1. 1. 0. 8. - 4. 36. - 20. 148. - 84. 596. - 340. 2388. &c.
 erit decimus terminus 596 diuisus per duodecimum
 2388, id est, $\frac{149}{597}$ proxime = quadrato radicis quaesita $\pm \sqrt{\frac{149}{597}}$. patet ex hoc exemplo series nostras sat cito ad optatum scopum perducere, siquidem inuentus numerus $\frac{596}{2388}$ a vero tantum deficit hac minima quantitate $\frac{1}{2388}$; vera enim radix est $\pm \frac{1}{2}$. Potest eidem incommodo medela afferri ponendo $x = y + a$ et quaerendo ex methodo ordinaria valorem ipsius y .

16. In altero casu dispiciendum est, num radix futura sit affirmatiua, num negatiua; si prius, ponendum est in aequatione proposita $x = y + a$, si posterius $x = y - a$, et dein semper per regulam nostram valor ipsius y inueniri poterit, modo a maior assumpta fuerit, quam est valor quaesitus ipsius x ; nunquam falleremur ergo assumendo numerum maximum pro a ; verum hic obseruandum est, seriem eo citius et facilius conducere ad radicem quaesitam, quo minor fuerit quantitas $a - x$; neque adeo sine omni circumspectione in hoc casu res tentanda est; totam rem duplici exemplo illustrabo. Sit

$$1 = \frac{x + xx - x^3}{2}$$

Hic si velim sine vilo examine seriem formare, qualis v. gr. est.

$$1. 1. 1. \frac{1}{2}. \frac{1}{4}. -\frac{1}{8}. -\frac{3}{16}. -\frac{9}{32}. -\frac{11}{64}. -\frac{17}{128}. -\frac{3}{256}. \frac{7}{512}.$$

haec vel in infinitum continuata nullam dat radicem
 sim-

simplicem, vtpote cuius termini minime vergunt ad rationem constantem, at si ponam $x=y-2$ (video enim radicem esse negativam neque posse magnam esse) habebitur talis aequatio.

$$1 = \frac{15y - 7yy + y^3}{8}$$

vel si fractiones evitare velimus, potest poni $y=8z$, id est, $x=8z-2$; et sic erit

$$1 = 15z - 56zz + 64z^3.$$

ad cuius posterioris aequationis normam talis construatur series

1. 1. 1. 23. 353. 4071. 42769. 436151.

hinc ergo erit $z = \frac{42769}{436151}$ et $x = -\frac{530150}{436151}$.

Accipiatur porro haec aequatio loco alterius exempli

$$1 = \frac{x - xx + x^3}{2}$$

Ex qua fieri potest talis series.

1. 1. 1. $-\frac{1}{2}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{5}{8}$. $-\frac{11}{16}$. $\frac{5}{32}$. $\frac{37}{64}$. $-\frac{91}{128}$. &c.

Quae iterum nullam aequationis radicem indicare potest; verum si ponatur $x=y+3$ (apparet enim valorem ipsius x iam affirmatiuam esse) oritur haec

altera aequatio $1 = \frac{-20y - 8yy - y^3}{13}$, vel potius posito $y=13z$, id est, $x=13z+3$.

$$1 = -20z - 104zz - 169z^3$$

quae posterior aequatio dat sequentem seriem.

0. 0. 1. -20. 296. -4009. 52776. -688608.

vnde $z = -\frac{52776}{688608}$ et $x = \frac{1379736}{688608} = 2,0036$ proxime, reuera autem est $x=2$.

17. Circa incommodum §. 15. indicatum, posse nimirum duas radices esse aequales, id praeterea

notandum est, posse similem regulam adhiberi pro casu, quo plures quam duae radices sunt inter se aequales, modo omnes sint reales. Superest vt dicam quid faciendum sit, cum radicum aequalium aliae sint imaginariae aliae reales: veluti cum fuerit $x^4 - 1 = 0$: est $x = 1, x = -1, x = \sqrt{-1}$ et $x = -\sqrt{-1}$, quae omnes radices per definitionem nostram censendae sunt aequales seu a nihilo aequidistantes. Huic rursus incommodo subueniemus ponendo $x = y + a$, quod adeoque remedium vniuersale est: hanc vero substitutionem si non faciamus, et contineat aequatio proposita hanc alteram aequationem $x^m - a = 0$, obseruabimus in serie, conuergere terminos illos ad rationem constantem $\frac{a}{x}$ quos inter termini numero $m - 1$ existunt.

18. Inferuit annotatio praecedentis §. ad extractiones radicum ex potentiis. Sit verbi gratia extrahenda radix cubica ex binario: erit aequatio

$$x^3 = 2, \text{ vel}$$

$$1 = * * \frac{1}{2} x^3$$

atque series ad normam aequationis constructa
1. 1. 1. $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{8}$. $\frac{1}{8}$. $\frac{1}{8}$, quae ipsa nihil aliud indicat quam esse $x^3 = 2$. verum posito $x = y + 1$, ita vt aequatio proposita mutetur in hanc

$$1 = 3y + 3y^2 + y^3$$

iam tuto series formari poterit, qualis est sequens

$$1. 1. 1. 7. 25. 97. 373. 1435. 5521.$$

ergo $y = \frac{1435}{5521}$ et $x = \frac{6956}{5521} = 1,2597$, qualis proxime est, adeo vt nullo negotio sic inueniatur, quod alias multum temporis et laboris requirit.

Si velim radicem biquadratam extrahere ex 20, facio $x^4 = 20$, et posito $x = y + 2$, erit

$$1 =$$

$x = 8y + 6yy + 2y^3 + \frac{1}{4}y^4$. ergo obtinet haec series
 0. 0. 0. 1. 8. 70. 610. 5316 $\frac{1}{4}$. 46332 &c. unde $y = \frac{21265}{185328}$
 et $x = 2\frac{21265}{185328}$; quae radix certe longe exactissima
 est, ita ut aubitem, posse vlla alia methodo illam
 tam breui compendio eademque accuratione obtine-
 ri. Sit porro radix quadrata extrahenda ex 26; erit
 $xx = 26$; ponatur $x = y + 5$; erit recte disposita ac-
 quatione $x = 10y + yy$: hinc habetur series
 0. 1. 10. 101. 1020. 10301. 104030. ergo
 $y = \frac{10301}{104030}$ et x seu $\sqrt{26} = 5\frac{10301}{104030} =$
 5,09901951360, et per regulam ordinariam inue-
 nitur 5. 09901951359, qui duo numeri sola vni-
 tate differunt.

19. Superessent quaedam adhuc, circa iam
 dicta monenda, plurima vero noua dicenda; malo
 autem haec lectoris attentioni relinquere; id solum
 superaddam, posse methodo nostra etiam radices
 compositas inueniri; veluti cum aequatio proposita
 hanc habet radicem compositam $x^m + ax^{m-1} +$
 $bx^{m-2} + \dots + c = 0$, possum proxime ope serie-
 rum determinare litteras a, b, \dots, c modo non sint
 imaginariae, quod saepe vsui venire potest, necta-
 men ab vlllo edoctum. Patet etiam regulam no-
 stram non subsistere modo in exemplis numericis, sed se
 extendere omnino ad aequationes algebraicas, veluti
 si fuerit aequatio cubica generalis $x = ax + bxx + cx^3$
 formeturque series 0. 0. 0. 1. $a. aa + b. a^3 + 2ab + c.$
 $a^4 + 3aab + 2ac + bb. a^5 + 4a^3b + 3aac + 3abb + 2bc.$
 &c. erit proxime $x = \frac{a^4 + 3aab + 2ac + bb}{a^5 + 4a^2b + 3aac + 3abb + 2bc}$, pos-

Tom. III.

N
sunt-

suntque similes formulae omnes purae algebraicae et rationales pro cunctis aequationibus algebraicis exhiberi. Denique me vel non monente liquet, posse successive omnes radices reales inueniri, quia aequatio per inuentam primam radicem diuidi, posteaque secunda radix inueniri potest; debet autem residuum diuisionis, quod semper minimum erit, negligi, aut quod fatius est, inuenta vna radice, ponatur $x = y + a$: hac enim positione recte instituta quaevis radix in minimam aut maximam pro lubitu mutari potest; de his forsitan alio tempore: nunc paucis indicabo methodum alteram, de qua §. 11. dixi, illam inferuire omnium aequationum radici maximae inueniendae.

20. Proposita rursus sit aequatio catholica, sed in sequentem modum disposita.

$$x^m = ax^{m-1} + bx^{m-2} + cx^{m-3} \dots + d.$$

formeturque series incipiendo a tot terminis arbitrariis quot dimensionum aequatio est talis, vt si A, B, C, D, E etc. denotent terminos directo ordine e serie excerptos et contiguos, sit vbique $E = aD + bC + cB + dA$ etc. sintque in hac serie satis continuata duo termini proximi M et N, erit terminus consequens N diuisus per antecedentem M proxime aequalis radici quaesitae.

21. Exempli loco eandem sumemus aequationem quae §. 13. est et cuius radix minima erat $-\frac{3+4\sqrt{17}}{12\sqrt{5}}$, sed ita dispositam

$$x^4 = 4x^3 - 5xx + 2x - 1.$$

Quod si iam fiat talis series:

I. I. I. I. O. -4. -15. -41. -97. -209.
 erit $\frac{209}{97}$ proxime aequalis radici maximae aequationis propositae. Circa hanc alteram methodum mutatis mutandis vsu venient omnia ea, quae §§. 15. 16. 17. et 18. memorata sunt, nimirum posse omnibus incommodis obuiam iri huiusmodi positionibus $x = y + a$. Vtraque saepissime methodus sine vlla praeparatione locum habet, aliquando vnica, et aliquando neutra: quod posterius tamen raro contingit; sed ambae semper post positionem debite factam $x = y + a$, modo radices reales adsint succedunt; aliquando etiam vna, interdum altera compendiosius adhibetur.

22. Superest vt ostendam, quomodo fractionum incommodo remedium afferri possit in vtraque methodo: proposita fuerit aequatio generalis intelligendo per a, b, c, d etc. numeros integros ad quam aequationem omnes reduci possunt, nempe haec

$$a = bx + cx^2 + dx^3 +$$

Obuiam ibitur fractionibus ponendo $x = ay$. Verum si in secunda methodo occurrat aequatio $ax^m = bx^{m-1} + cx^{m-2} + \dots + d$ ponendum erit $x = \frac{y}{a}$. saepe tamen non male omittitur haec substitutio.

23, Finiam praesentem dissertationem demonstratione theorematis Dni Bernoulli, ne qua in re desim humanissimae inuitationi Celeberrimi Viri, cuius amicitiam et consanguinitatem semper colam.

Lemma. Si AB, AC, et AD sint arcus circulares arithmetice proportionales dicaturque radius

Tab. IV.
Fig. 16.

$=1$, cofinus differentiae communis BC vel CD $=c$, erit finus ED arcus maximi $=$ finui GC ducto in $2c - HB$. Demonstrationem per se satis obuiam non addo.

24. *Theorema.* Existente finu toto $=1$, finu arcus AB $=z$, erit finus arcus $nAB = [(V_{1-zz} + zV_{-1})^n - (V_{1-zz} - zV_{-1})^n] : 2V_{-1}$.

Demonstratio. Quoniam finus arcus AE $= BC = CD$ etc. $= z$, eiusque cofinus $= c$; erit GC (per praeced. lemma) $= 2cz$, ED $= 4cz - z$, et sic porro. Formetur adeoque series incipiendo a duobus terminis z et $2cz$ talis, vt quilibet terminus sit aequalis praecedenti multiplicato per $2c$ minus termino qui hunc praecedebat, et manifestum est fore, vt terminus cuius exponens est n exprimat finum arcus nA . est autem series talis

$z. 2cz. 4ccz - z. 8c^3z - 4ccz. 16c^4z - 8c^3z - 4ccz + z. \&c.$ cuius terminus generalis est $[(c + zV_{-1})^n - (c - zV_{-1})^n] : 2V_{-1} =$ (ponendo V_{1-zz} , loco c) $[(V_{1-zz} + zV_{-1})^n - (V_{1-zz} - zV_{-1})^n] : 2V_{-1}$. Q. E. D.

Scholium. Si duo primi arcus AB et BC sint inaequales poterit ope lemmatis nostri ex datis finibus horum arcuum inueniri finus arcus $AB + nBC$ vel finus arcus $AB - nBC$; neque ad hoc requiritur, vt innotescat prius finus arcus nBC methodoque ordinaria quaeratur finus arc. $AB + nBC$ vel $AB - nBC$; ita enim ad expressionem valde compositam perueni-remus.

CON.

CONSIDERATIO
 CVRVARVM QVARVNDAM
 ALTIORIS GENERIS, QVAE FACILE DE-
 SCRIBI POSSVNT.

Autore
 Georg. Wolffg. Krafft.

§. I.

Iudicavit olim Ill. Tschirnhusius, ad omne id quod in tota Mathefi absconditum est, detegendum, requiri tantum, vt omnes curvae possibiles considerentur: suntque in eadem sententia etiam hodie omnes illi, qui in interiora Geometriae penetralia mentem immittunt. Notum praeterea, Celebrem Autorem citatum distinxisse curvas in classes varias, in quarum tertiam illas locat, ad quarum formationem non rectae, vt in sectionibus conicis, sed aliae curvae adhiberi debent. Venit igitur in mentem illa methodus, quam Illustr. Hospitalius in suis sectionibus conicis adhibet, pro Parabola motu continuo describenda, quae in eo consistit, vt Fig. 1. exponatur linea recta AB, quam directricem vocat, huic applicetur alia perpendicularis CD mobilis iuxta directricem, ita vt parallelismum constanter seruet, haec praeterea in altero sui extremo D filum annexum habeat, longitudinis DC, replicatum vero in E, ibique firmatum. Igitur in nodum apud F formatum insertus stylus, si

M. Oetob.
 1728
 Tab. V.

Fig. 1.

N 3

CD

CD versus A feratur , describet Parabolam Apollonianam FG , vti fusius id legitur loco citato. Secutus igitur sum generaliter hanc methodum , videndo quales curvae proventurae sint , si loco directricis rectae sumantur lineae curvae pro lubitu electae, quas ad imitationem etiam directrices vocabo , exinde autem modo praescripto genitas curvas , simpliciter appellabo genitas.

§. 2.

Fig. 2.

Sit igitur Directrix Curva quaecunque AC Fig. 2 in huius axe assumatur recta arbitrariae longitudinis AK , cui in K affixum sit filum eiusdem longitudinis AK , replicetur deinde huius fili longitudo quaelibet AE , ita vt alterum extremum A veniat in G. ibique firmetur clauo ad planum in quo curva describi debet ; sinus vero quem filum in medio lineae AG formabit habeat insertum stylum in E, moveatur deinde recta AK motu sibi semper parallelo, ita vt extremitas A semper sit in Directrice data AC et praeterea filum in omni situ rectae AK sit aequaliter tensum , describetur ita curva noua FD, cuius natura est inquirenda Veniat recta AK in situm CD quemcunque, cuius est , partem fili ID adhaerere rectae ID, partem vero DG extendi a G vbi filum firmatum est ad D. Ducantur applicatae orthogoniae DF, CB, quae intra parallelas CI, AK contentae per hyp. aequales erunt. Hisce suppositis statuatur $AB = x$, $BC = FD = r$, $EF = t$ pars fili replicata $AE = EG = a$; erit ergo $FG = a - t$ $AF = a + t$, $BF = AF - AB = a + t - x$ atque per Pythagoricum $DG = \sqrt{\quad}$

$=V(y^2+a^2-2at+t^2)$. Itaque ob $DG=DC=BF$, obtinebitur aequatio haec $V(y^2+a^2-2at+t^2)=a+t-x$, ex qua deducitur $y^2=4at-2ax-2tx+x^2$, vel $y^2=2a-x \cdot 2t-x$. Si iam ex natura curvae AC cognita detur x in ipsis y et constantibus, poterit hic valor ipsius x in aequatione modo inuenta substitui, atque obtinebitur alia ex meris y et t constans, quae exprimet naturam genitae ED. Quamuis autem assumatur longitudo fili maior quam est ipsa AK, apparebit ex calculo inde deducto, nihil in curva genita ED mutari, adeoque eius speciem dependere tantum ex magnitudine portionis replicatae in filo quam hic vocauimus a .

§. 3.

Possunt autem omnes haec curvae per motum continuum facile describi sequenti mechanismo, nempe (1) afferculus NOYZ Fig. 3. modicae crassitie excavetur in curuam datam NAO, et super planum in quo desiderata curua describi debet firmetur. (2) Paretur gnomon ADCE in parte superiori A in acutum desinens, vt illa parte curuae datae OAN semper possit applicari, firmetur deinde in C filum longitudinis CA, et replicetur in F ibique plano in quo curua esse debet, affigatur. (3) Aptetur parallelogrammum PQRS ex eadem materia afferculi NOYZ, quod intra duas regulas fixas LG, MK, leniter moueri possit, vt ascendat vel descendat. (4) In medio ipsius AF, id est in T, inferatur sinui fili stylus, et moueatur gnomon ADE, sic vt semper in A curuae datae applicetur, ac simul parte sui altera DE leniter

Fig. 3.

ter descendat, filumque semper aequaliter tendat, movebitur hac ratione linea AC motu sibi semper parallelo, punctumque A in omni situ curvae datae OAN applicabitur, adeoque describetur in hunc modum curva quaesita.

§. 4.

Quodsi in Fig. 2. coniungantur puncta C et G, erit CDG triangulum aequicrurum, adeoque angulos C et G apparet esse aequales; quo longius vero abit recta CI ab axe curvae AK, eo maior fit angulus DCG, donec in situ LM rectae mobilis, apud applicatam GL ex puncto fili fixo G ductam, fit rectus, adeoque triangulum ibi desinit, et duo latera aequalia sua, habet inter se parallela; vnde manifestum est, in eo situ punctum curvae dari non posse, ubi fit $AB = AG = 2a$. Vnde simul apparet, quo maior portio fili replicetur, hoc est quo maior fit distantia punctorum AG, eo maiorem curvae partem describi posse. Geometricè autem porro quaelibet puncta curvae genitae sic determinantur; si ex puncto quocunque curvae datae C ducatur recta in punctum constans G, atque deinde fiat angulus DGC aequalis angulo GCD contento intra ductam CG et parallelam axi CI, secabit ducta sub inuento angulo recta GD rectam axi parallelam in puncto D, quod erit in curva quaesita. Ex quibus simul patet, problema ita quoque posse proponi. Fig. 4. fit series triangulorum aequicrurorum, quae omnia terminentur in eodem puncto G, habeant vero latera CD, BE, AF parallela, et sint praeterea puncta
ABC

Fig. 4.

ABC in data aliqua curua , quaeritur in quam curua futuri sint omnes vertices horum triangulorum, FED, poterit enim facile problema hoc ad casum §. 2. applicari , atque adeo quaesitum inueniri.

§. 5.

Ex aequatione generali §. 2. inuenta $y^2 = 4at - 2ax - 2tx + x^2$, deducitur $t = \frac{2ax + y^2 - x^2}{4a - 2x}$, adeoque si curua genita data fit , inuenietur ipsius directrix, si pro t substituatur valor hic modo inuentus. Est vero etiam $t = \frac{1}{2}x + \frac{y^2}{4a - 2x}$ adeoque $ydt = \frac{1}{2}ydx + \frac{2ay^2 dy - 4xy^2 dy + \frac{2}{3}y^3 dx}{(4a - 2x)^2} + \frac{\frac{2}{3}y^3 dx}{4a - 2x}$ cuius integralis est $\int ydt = \frac{1}{2} \int ydx + \frac{\frac{2}{3}y^3}{4a - 2x} + \int \frac{\frac{2}{3}y^3 dx}{4a - 2x}$, vnde patet , quod quadratura curuae genitae dependeat a quadratura curuae directricis, et praeterea a quadratura elementi $\frac{2}{3} \frac{y^3 dx}{4a - 2x}$. Cum praeterea in curua genita fit subtangens $\frac{ydt}{dy}$, in directrice vero eadem $\frac{ydx}{dy}$, erunt subtangentes vtriusque curuae inter se in ratione elementorum abscissae in vtraque curua.

§. 6.

Assumam nunc directricem esse semicirculum, cuius radius sit $= r$, erit ergo $y^2 = 2rx - x^2$, vnde deducitur $x = r + \sqrt{rr - yy}$. Ergo aequatio ad genitam habebitur haec $r + \sqrt{rr - yy} = a + t - \sqrt{yy + aa - 2at + tt}$ ponatur autem $r = a$, prodibit exinde aequatio $y^2 = 2at - t^2$ quae rursus est ad circulum eiusdem radii

Fig. 5.

dii vti prior in directrice assumtus ; generabitur itaque hoc modo alius arcus circularis , quod etiam in hunc modum facile demonstratur : Sit semicirculus ABD , cuius centrum est C ; describatur iam centro D radio DC arcus circularis CB , et ducatur diametro AD parallela EF , cum radiis EC , FD , et applicatis EG , FH ; quoniam applicatae EG , FH , intra parallelas EF , AD , continentur , per hyp. erunt aequales , consequenter anguli ACE , CDF aequales et rectae quoque EC , FD parallelae erunt , igitur $EF = CD = FD$, consequenter triangulum EFD aequicrurum euadet in omni situ rectae EF . Adeoque manifestum est , si directrix linea sit semicirculus , et pars fili replicata assumatur radio aequalis , genitam curuam fore arcum circularem CB contentum intra semicirculum AE.B.

§. 7.

Vt vero inueniantur omnes curuae possibiles , quae genitas suas directrici habent similes aut aequales , facile apparet , debere valorem ipsius t poni ad x in ratione constanti . Fiet ergo $\frac{2ax + y^2 - xx}{4a - x} : v = m : n$, vnde prodit aequatio generalis pro omnibus eiusmodi curuis $xy + \frac{2m-n}{n} xx - \frac{2m-n}{n} 2ax = 0$, quae generaliter est ad sectiones conicas , ita quidem vt si $2m-n=0$ adeoque xx euanescat , et ratio $m : n = 1 : 2$, inde prodeat parabola . Si vero $n < 2m$, vt xx habeat signum positium , proueniet ellipsis , quae sub se continebit etiam circulum ; si vero $n > 2m$ orietur hyperbola ; adeoque haec methodus id singulare habet , vt quaelibet sectionum conicarum pro directrice

ce

ce assumpta genitam habeat in certis casibus sui similem: de circulo res patet ex praecedenti paragra-
pho, de reliquis autem facile idem demonstrabitur.

§. 8.

Pro parabola construenda adhibuit Ill. Hospita-
lius modum qui directricem lineam rectam facit, de-
feruit autem hanc analogiam in hyperbola, quam
alia methodo vfitatori descriptam supposuit, insti-
tuto suo sine dubio commodiori. Generabitur ve-
ro etiam hyperbola si eadem recta pro directrice as-
sumatur, inclinata vero ad horizontalem qualis est
recta AC. sint enim $AB = a$ $BC = b$, ita ut an-
gulus ad A qualiscunque esse possit, porro $AD = x$,
 $DE = GH = y$, $FG = t$. Erit per §. 2. $x = a + t -$
 $\sqrt{yy + aa - 2at + tt}$, ergo ob $AD(x):DE(y) = BC$
 $(b):AB(a)$ elicitur aequatio pro curua FH sequens

Fig. 6.

$ty + \frac{aa - bb \cdot y^2}{2ab} + ay - \frac{a^2}{b} t = 0$ quae indicat curuam FH
hoc modo genitam hyperbolam esse ad Asymptotos
relatam. Constructur autem haec aequatio hunc in
modum:

Sint duae coordinatae orthogoniae AP, PM,
in A erigatur perpendicularis $AB = 2ab$. Fig. 7.
Cum $BE = aa - bb$ parallela ipsi AP coniungantur pun-
cta AE, et producat PA in D ut fit $DA = \frac{a^3}{b^2}$ ex D
ducatur recta DCK, in qua sumatur $DC = \frac{a \cdot AE}{bb}$, CK
 $= AE$, denique ex K fit $KL = \frac{a^4}{b^4}$ parallela ipsi AP,
construatur iam hyperbola inter asymptotos CK,
O 2 CH,

CH, quae transeat per punctum L, et huic hyperbolae construatur opposita MA, quae satisfaciet aequationi antea inuentae, vocatis AP t , et PM y . Quoniam vero $AD \times DC = \frac{a^3}{b^2} \times \frac{a \cdot AE}{b^2} = \frac{a^4 \cdot AE}{b^4} = KL \times KC = CS \times SA$, transibit hyperbola per punctum A, critique idem A vertex hyperbolae, C vero centrum, CA semiaxis transuersus, et CS^2 potentia eiusdem; ex his ergo patet, quod posita $t=0$ etiam y debeat

esse $=0$, sed si in aequatione $ty + \frac{aa-bb}{2ab}y^2 + ay - \frac{2a^2}{b}t = 0$ ponatur $t=0$ prodibit $y = -\frac{2abb}{aa-bb}$ id quod iam inuentis contrariari videtur. Sed cautione aliqua adhibita poterit produci omnino $y=0$, nempe hac; ex posita $t=0$ prodit $\frac{aa-bb}{2ab}y^2 + ay = 0$, adeoque $y^2 + \frac{2a^2b}{aa-bb}y = 0$, omittatur iam hic diuisio per y et fiet $y^2 + \frac{2a^2b}{aa-bb} + \frac{a^4b^2}{aa-bb^2} = \frac{a^4b^2}{aa-bb^2}$ hoc est extracta vtrunque radice $y + \frac{a^2b}{aa-bb} = \frac{a^2b}{aa-bb}$ vnde tandem legitime emergit $y=0$.

§. 9.

Vti vero linea recta oblique posita hyperbolam gignit; ita sola hyperbola certis legibus posita et pro directrice assumpta lineam rectam gignit. Vt enim genita linea sit recta, ponendum erit e x §. 5. t hoc est $\frac{2ax+y^2-x^2}{4a-2x} : y = a : b$, vnde prodit aequatio $y^2 + \frac{2a}{b}xy - x^2 - \frac{4a}{b}y + 2ax = 0$. quae est ad hyperbolam

bolam cum relatione ad diametrum cuius situm et reliquas circumstantias praetereo, cum facile haec omnia ex vulgaribus formulis definiantur.

§. 10.

Methodo hucusque expositae analogae est haec sequens quam idcirco adiungere placet. Sit Fig. 8.
 gnomon GAC, circa centrum G mobilis, habeat is uti haecenus factum est, in H affixum filum longitudinis HA, replicatum in C, ita ut AB=BC, moveatur gnomon circa G, quaeritur qualem lineam stylus sinui fili B insertus, sit descripturus? statim apparet punctum gnomonis A describere circulum, cuius centrum est G, radius vero GA, veniat ergo gnomon in situm GFD, erit rursus DC=DF erigatur in D perpendicularis ad DE applicatam quae sit DI et ponatur GA=a, AB=BC=b, BE=t, ED=u, erit ergo AE=t+b CE=b-t, hinc CD=(u²+b²-2bt+t²)=DF, ex natura circuli erit AI(u):IL=IL:IM (2a-u), vnde IL=√(2aa-uu)=IK. porro ob DF circulum in F tangentem orietur DL:DF=DF:DK, hinc DI=√(b²-2bt+t²+2au)=AE=b+t, vnde quadratis membris exsurgit au=2bt, quod ostendit lineam genitam esse rectam in qua ducta GC sit BE (t): ED(u)=AG(a):AC(2b), adeoque triangula BDE et GCA esse similia; si vero angulus GAH loco recti assumatur obtusus aut acutus, quaelibet conici sectio assumpto angulo nunc maiori nunc minori exinde generabitur.

DE LINEA BREVISSIMA
IN SUPERFICIE QUACUNQUE DVO QVAE-
LIBET PUNCTA IUNGENTE.

Auctore

Leonh. Eulero.

I.

M. Nov.
1728.
Tab. VI.

CUICUNQUE notum est, et a multis tanquam axioma ponitur, lineam seu viam brevissimam a dato puncto ad aliud quodcunque esse lineam rectam. Ex hoc facile intelligitur, in superficie plana lineam brevissimam duo quaelibet puncta iungentem esse rectam, quae ab altero ad alterum ducitur. In superficie sphaerica, in qua linea recta duci non potest, statuitur a Geometris viam brevissimam esse circulum maximum, qui data duo puncta coniungit.

2. Quae autem in superficie quacunque siue connexa, siue concava, siue ex his mixta sit via brevissima, quae ex dato puncto ad aliud quodcunque ducitur, nondum est generaliter determinatum. Proposuit mihi hanc quaestionem Cel. Ioh. Bernoulli, significans se uniuersalem inuenisse aequationem, quae ad lineam brevissimam determinandam cuique superficiei accommodari possit. Solui ego etiam hoc problema, solutionemque hac dissertatione exponere volui.

3. Me-

3. Mechanice hoc problema facillime soluitur ope fili, quod per data duo puncta ductum tenditur, quantum fieri potest, hoc enim filum in superficie proposita designabit viam breuissimam. Necessè est autem, vt hoc filum vbique superficiem tangat, quemadmodum si superficies conuexa sit, in superficiebus quidem concauis non arcum curuae sed chordam repraesentabit. Hoc igitur in casu filum ita applicari debet, vel applicatum concipi, vt semper superficiem in parte conuexa tangat.

4. Hac vero constructione geometra contentus esse non potest, qui naturam huius lineae intimam perspicere desiderat, eamque, vt fieri solet, aequatione exponere. In mechanica autem constructione linea quaesita tantum aspectui exponitur, neque ex hoc natura eius potest perspicì. Propterea hic methodum sum traditurus, qua pro omnibus superficiebus, dummodo aequationibus exprimi possunt, linea breuissima determinari potest.

5. Ad hoc igitur opus est, vt superficieum naturae aequationibus includantur; quo tota operatio analytice possit absolui. Solent lineae curuae in eodem plano sitae exprimi aequationibus inter duas coordinatas, ex quibus cuiusque puncti situs secundum longitudinem et latitudinem definitur. In superficiebus autem tres considerandae sunt positionum relationes, cum puncti cuiuslibet in superficie locus secundum tres dimensiones debeat esse determinatus. Tribus igitur in aequationibus superficieum vti conuenit variabilibus; quarum vna locum
 pun-

puncti secundum longitudinem, altera secundum latitudinem et tertia secundum altitudinem determinat.

Fig. 1.

6. Concipiatur planum, quod in figura congruit cum plano chartae, et quod horizontale appellabimus, in eoque recta pro lubitu ducta AP , quae tanquam axis erit consideranda. Sit nunc M punctum cuiuspiam superficiei extra hoc planum situm, demittatur ex eo in planum horizontale perpendicularum MQ plano in Q occurrens, et ex Q in lineam seu axem AP ducatur perpendicularis QP . Perspicuum nunc est datis tribus lineis AP , PQ , et QM quantitate, situm puncti M fore determinatum.

7. Hae igitur tres lineae AP , PQ et QM nobis erunt indeterminatae, ex quibus cum constantibus aequatio pro superficie punctis M terminata conficitur. Vocabimus AP , t PQ , x , et QM , y , atque pro qualibet superficie, de qua quidquam quaeritur, oportet aequationem inter has indeterminatas inuestigare. Simili deinceps modo ex huiusmodi aequationibus proprietates eruentur, quo ex aequationibus curvarum earum proprietates deriuantur. Vti si superficies fuerit sphaerica, cuius centrum in A et radius $=a$, erit aequatio eius naturam continens $aa = tt + xx + yy$.

8. Quemadmodum porro in linea curva certum punctum definitur vel determinato valore alterutri indeterminatae assignando, vel alia quadam aequatione cum aequatione locali coniungenda. Sic in superficiebus, si quaedam trium indeterminatarum de-

ter-

terminatur, vel alia aequatio cum aequatione superficie definiente coniungitur; habebitur aequatio pro linea quadam in ea superficie sita, quae formatur intersectione datae superficiei et alius noua aequatione expressae. Punctum denique fixum in superficie constituetur, vel duabus indeterminatis determinandis, vel duabus nouis aequationibus adiungendis.

9. Quamobrem ad lineam breuissimaem in superficie quacunque, cuius cognita est aequatio, ducendam aliam aequationem inuestigabo, quae cum illa iuncta definit in superficie ea lineam breuissimam quaesitam. Ex his deinde duabus aequationibus omnia, quae ad situm lineae breuissimae cognoscendum pertinent, elici poterunt. Projectio scilicet in plano horizontali definietur aequatione, quae ex illis duabus prodit exterminata y . Projectio in plano verticali horizontale in AP secantehabetur exterminanda x . Et projectio in plano verticali et perpendiculari ad AP habetur eliminanda littera t .

10. Ad soluendum nunc hoc problema uti oportet *methodo maximorum et minimorum* prout ipsa quaestio postulat. Quaeritur autem in superficie data inter omnes lineas eisdem terminos habentes ea, quae est minima. Proprietas haec minimi non solum in integram lineam quaesitam competet, sed etiam in singulas eius particulas; ita ut duo elementa eius contigua designent intra suos terminos viam breuissimam. Ex hoc igitur facilius nascitur modus ad aequationem perueniendi.

Fig. 2.

11. Ad determinandam nunc positionem duorum elementorum viam intra suos terminos brevissimam constituentium sequens praemitto lemma. Sint duo puncta fixa I et H et curua inter ea extensa I K. Quaerendum est in ea punctum M tale, vt via (ductis rectis GM et MH) $GM + MH$ sit omnium, quae per alia puncta curuae IK duci possunt, minima. Notum est ex *methodo maximorum et minimorum* poni oportere, sumto m puncto proximo ipsi M, $GM + MH = Gm + mH$, ex hacque aequatione inueniri locum puncti M, per quod transiens via $GM + MH$ est minima.

12. Demissis ex punctis G, H, M, et m ad planum horizontale perpendiculis GE, HE, MP et mp , producat pP in C eique iungatur normalis AC in plano eodem horizontali sita, quae tanquam axis consideretur; ad hancque ducantur perpendiculares EB et FD. Ponamus BC et CD esse aequales, tales enim in sequentibus assumere licebit. Sint $BC = CD = a$; $BE = b$; $EG = c$; $DF = f$; $FH = g$. Sit porro $CP = x$ et $PM = y$, quae sunt coordinatae curuae IK. Erit igitur $Cp = x + dx$ et $pm = y + dy$.

13. Ex his inuenietur $GM = \sqrt{[a^2 + (x - b)^2 + (y - c)^2]}$: est enim $GM^2 = (PM - GE)^2 + (CP - BE)^2 + BC^2$. Similiter habebitur $HM = \sqrt{[a^2 + (f - x)^2 + (g - y)^2]}$. Tota igitur via $GM + MH$ erit $= \sqrt{[a^2 + (x - b)^2 + (y - c)^2]} + \sqrt{[a^2 + (f - x)^2 + (g - y)^2]}$, quae ergo quantitas debet naturam minimi habere. Variabiles eius quantitates sunt x et y , a quibus punctum M quaesitum pendet. Differentietur igitur ista quantitas exprimens

mens GM+MH, et, quod prouenit, ponatur = 0. Orieturque haec aequatio, $\frac{(x-b) dx + (y-c) dy}{\sqrt{[a^2 + (x-b)^2 + (y-c)^2]}}$ = $\frac{(f-x)dx + (g-y)dy}{\sqrt{[a^2 + (f-x)^2 + (g-y)^2]}}$. Ex qua locus puncti M determinabitur.

14. Quia curua IK ponitur data, dabitur aequatio inter eius coordinatas x et y : Opus autem est tantum aequatione differentiali, propterea ponamus relationem elementorum dx et dy dari hac aequatione $Pdx = Qdy$, seu $dx:dy = Q:P$. Positis nunc his valoribus proportionalibus loco dx et dy , prodibit aequatio $\frac{(x-b)Q + (y-c)P}{\sqrt{a^2 + (x-b)^2 + (y-c)^2}} = \frac{(f-x)Q + (g-y)P}{\sqrt{a^2 + (f-x)^2 + (g-y)^2}}$ quae vacua est a differentialibus quantitatibus.

15. Consideremus iam lineas GM et MH tanquam duo elementa lineae breuissimae in superficie, in qua sumta sunt puncta G et H et curua IK, ducendae. Ponamus $AC = t$, suntque iam factae $CP = x$ et $PM = y$. Erit $BC = CD = a = dt$; $DF = f = x + dx$; $FH = g = y + dy$; $BE = b = x - dx + ddx$; $EG = c = y - dy + ddy$. Substituantur hi valores pro a, b, c, f et g in aequatione supra inuenta, orietur aequatio haec $\frac{Q(dx-ddx) + P(dy-ddy)}{\sqrt{(dt^2 + (dx-ddx)^2 + (dy-ddy)^2)}} = \frac{Qdx + Pdy}{\sqrt{dt^2 + dx^2 + dy^2}}$

16. Aequatio haec aliud non significat, nisi quod differentiale huius quantitatis $\frac{Qdx + Pdy}{\sqrt{dt^2 + dx^2 + dy^2}}$ aequale sit faciendum nihilo, positis P, Q et dt constantibus (dt quidem re ipsa constans ponitur.) Habebitur ergo ex hac differentiatione aequatio haec $(Qddx + Pddy) \sqrt{(dt^2 + dx^2 + dy^2)} = (Qdx + Pdy) P \ 2 \ (dxddx)$

$(dxddx + dyddy) : \sqrt{(dt^2 + dx^2 + dy^2)}$. Quae in ordinem reducta abit in hanc $\frac{Qddx + Pddy}{Qdx + Pdy} = \frac{dxddx + dyddy}{dt^2 + dx^2 + dy^2}$.

17. Introducamus nunc etiam in calculum naturam superficiei; quae aequatione inter tres coordinatas t , x et y commodissime exprimitur. Quia vero hic tantum utimur aequatione differentiali, fit ea $Pdx = Qdy + Rdt$. Ex hac elici debet aequatio pro curva IK, quippe quae in superficie proposita est sita. Aequatio autem pro ea inuenitur si in aequatione superficiei t ponitur aequalis constanti AC, i. e. Si fit $dt = 0$. Proueniet itaque pro curva IK aequatio $Pdx = Qdy$, eadem, quae supra erat assumpta. Propterea autem aequationem $Pdx = Qdy + Rdt$ assumimus, ut ex ea altera resultaret, atque ne nouis substitutionibus opus esset.

18. Ex his ergo duabus aequationibus in duabus praecedentibus paragr: datis, quarum altera est pro superficie proposita, altera ex natura minimi deducta, inueniri poterit linea breuissima in superficie ducenda. Ad hoc coniungi debent duae illae aequationes ex iisque noua confici, quae tantum duas indeterminatas inuoluit. Haecque noua aequatio determinabit projectionem quampiam lineae breuissimae in aliquo plano, quod ex coordinatis binis remanentibus cognoscetur. Linea itaque breuissima quaesita elicienda est ex his duabus aequationibus $Pdx = Qdy + Rdt$, et $\frac{Qidx + Pddy}{Qdx + Pdy} = \frac{dxddx + dyddy}{dt^2 + dx^2 + dy^2}$.

19. Generalem hanc solutionem ad tria praecipua formarum superficierum genera accommodabimus

bimus : quae sunt cylindrica, conica et rotunda seu tornata. Ad genus cylindricum non tantum refero cylindros communes bases circulares habentes, sed omnia corpora, quorum sectiones ad axem perpendiculares sunt inter se aequales et similes. Huiusmodi cylinder sit BHCFGD, cuius axis est linea AE. In hoc si ponatur abscissa in axe AQ=t, huicque perpendicularis quaecunque in plano horizontali BCFD sumpta QP=x et verticalis PM ad superficiem pertingens=y. Oportet ut cuicumque constanti aequali facta t semper eadem prodeat aequatio inter x et y.

Fig. 3.

20. Aequatio igitur pro huiusmodi superficiebus erit $Pdx=Qdy$, in qua P et Q non inuoluunt litteram t. Si enim vel adesset tertius terminus Rdt vel P et Q a t penderent aequationes pro variis sectionibus ad axem perpendicularibus variae prodirent, quod esset contra naturam corporum cylindricorum. Eadem igitur aequatio $Pdx=Qdy$ exprimet naturam basis BHC. Facta enim in basi hac AP=x et PM=y, aequatio pro hac basi erit etiam $Pdx=Qdy$. Pro cylindris igitur communibus, in quibus BHC est circulus, si A fuerit eius centrum erit $x dx=-y dy$.

21. Ad lineam nunc breuissimam in superficiebus cylindricis determinandam loco aequationis generalis $Pdx=Qdy+Rdt$ hac uti debemus $Pdx=Qdy$, seu $P:Q=dy:dx$. His igitur proportionalibus loco P et Q in aequatione $\frac{Qddx+\frac{Pddy}{Pdy}}{Qdx+\frac{Pddy}{Pdy}}=\frac{dxddx+dyddy}{dt^2+dx^2+dy^2}$, substitutis prodibit haec $\frac{dxddx+dyddy}{dx^2+dy^2}=\frac{dxddx+dyddy}{dt^2+dx^2+dy^2}$, quae integrata dat $\sqrt{(dx^2+dy^2)}=m\sqrt{(dt^2+dx^2+dy^2)}$,

cui aequialet haec $dx^2 + dy^2 = mdt^2$. Consequenter est $nt = \int \sqrt{dx^2 + dy^2} + C$; seu t semper est proportionalis arcui in respondente sectione transuersa a linea breuissima abscissi, constante quapiam aucti vel minuti.

22. Sumamus loco aequationis $dx^2 + dy^2 = n^2 dt^2$ hanc $dx^2 + dy^2 + dt^2 = n^2 dt^2$, licet enim pro n numerum quemlibet substituere, erit $nt = \int \sqrt{dx^2 + dy^2 + dt^2}$. Ex quo intelligitur longitudinem lineae breuissimae esse vbique, vt respondentem abscissam in axe t . Ex superiore aequatione autem $nt = \int \sqrt{dx^2 + dy^2} + \text{const.}$ concluditur, si $n = 0$ fore arcus in sectionibus transuersis a linea breuissima abscissos omnes aequales, et propterea lineam breuissimam esse rectam in superficie ductam et axi parallelam. Porro est etiam $\int \sqrt{dx^2 + dy^2} + \text{const.} = n \int \sqrt{dx^2 + dy^2 + dt^2}$; in qua si $n = 1$, erit linea breuissima ipse perimeter sectionis transuersae.

23. Sit, transuersa cylindri sectio circulus axisque per centrum transeat, erit $x dx = -y dy$ seu $xx + yy = aa$; cum hac coniungatur aequatio $nt + b = \int \sqrt{dx^2 + dy^2}$ seu differentialis tantum $n^2 dt^2 = dx^2 + dy^2$. Ex his aequationibus deriuetur noua y carens, quae projectionem lineae breuissimae in plano horizontali determinabit. Prodibit autem $ndt = \frac{adx}{\sqrt{aa-xx}}$ seu $nt = \int \frac{adx}{(\sqrt{aa-xx})}$. Quae dat hanc constructionem: sumta $AQ = t$ abscindatur in basi arcus $HM = nt$, eiusque sinus AP erit aequalis applicatae QP et punctum P in projectione, quae igitur est linea sinuum.

24. Corpora conoidica hic mihi denotant solidida

lida lineis rectis ex curvae cuiuslibet singulis punctis ad punctum fixum extra planum curvae assumptum ductis terminata. Haec in conos ordinarios abeunt si curvae illae fuerint sectiones conicae. Huiusmodi corpus conoidicum sit $ACFDA$, eius axis AQB , et planum horizontale ACD . Ponamus basem $CBDE$ esse perpendicularem ad axem AB . Manifestum nunc est, omnes sectiones axi perpendiculares fore singulas similes, et proportionales quadratis distantiarum a vertice A . Vocentur ut ante AQ, t ; QP, x et PM, y .

Fig. 4.

25. Quia omnes sectiones transuersae sunt similes, aequatio inter t, x et y talis esse debet, ut auctis vel minutis duabus harum coordinatarum tertia eadem ratione augeatur vel minuatur. Siue si in aequatione ponatur loco t, x et y hae nt, nx , et ny , ut aequatio immutata persistat. Haec vero est proprietas aequationum homogenearum, in quibus t, x , et y vbique eundem dimensionum numerum constituunt. In his enim facta substitutione memorata in omnibus terminis n eandem habebit potestatem, et propterea ea diuisione tolli poterit, et aequatio prior prodibit.

26. Hanc ergo corpora conoidica habent proprietatem, ut aequatio eorum inter t, x et y facta sit homogenea, i. e. ut in singulis eius terminis idem sit dimensionum numerus ab indeterminatis t, x et y formatus. Si igitur ex hac aequatione quaeratur quid sit t , reperietur t aequalis functioni ex x et y compositae homogeneae et vnius dimensionis. Quamobrem $\frac{t}{x}$ aequabitur functioni ex x
et

y compositae etiam homogeneae et nullius dimensionis.

27. Vocetur haec functio F ; erit $\frac{t}{x} = F$. Differentiale vero huius functionis F habebit hanc formam $Mdx + Ndy$. In qua litterae M et N hanc habebunt inter se relationem, ut sit $Mx + Ny = 0$. Nam ponatur in functione $Fy = qx$, mutabitur ea, quia est homogenea et nullius dimensionis, in aliam, in qua tantum littera q occurret, neque x neque y amplius in ea reperietur. Propterea eius differentiale habebit hanc formam Ldq . Est vero $Ldq = \frac{Ldy}{x} - \frac{Lydx}{xx} = Mdx + Ndy$. Erit igitur $M = -\frac{Ly}{xx}$ et $N = \frac{L}{x}$. Ex quo apparet fore $Mx + Ny = 0$. Habetur ergo $N = -\frac{Mx}{y}$ vel $M = -\frac{Ny}{x}$.

28. Quia est $\frac{t}{x} = F$; erit $\frac{xdx - tdx}{xx} = dF = Mdx + Ndy = -\frac{Nydx}{x} + Ndy$. Ex hac prodibit ista aequatio $tdx - Nxydx = -Nxydy + xdt$ quae comparata cum generali $Pdx = Qdy + Rdt$ dabit $P = t - Nxy$; $Q = -Nxy$; et $R = x$. Ex aequationibus vero duabus $tdx - Nxydx = -Nxydy + xdt$ et $Mx + Ny = 0$, inuenitur $N = \frac{xdx - tdx}{xxy - xydx}$ et $M = \frac{yxdx - tydx}{xxydx - x^3dy}$. Erit igitur $P = \frac{txdy - xydt}{xxy - xydx}$ et $Q = \frac{yxdx - tydx}{xxydx - x^3dy}$. Factis his substitutionibus in aequatione generali $\frac{Qddx + Pddy}{Qdx + Pdy} = \frac{dxddx + dyddy}{dt^2 + dx^2 + dy^2}$ inuenitur haec aequatio $\frac{yxdtdx - tydx^2 - txdy^2 + xyddx}{yxdtdx - tydx^2 + txdy^2 - xyddy} = \frac{dxddx + dyddy}{dt^2 + dx^2 + dy^2}$.

29. Ad hanc aequationem reducendam pono $tt + xx + yy = ss$, et $dt^2 + dx^2 + dy^2 = ds^2$; erit xdx

$x dx + y dy = z dz - t dt$, et $dx^2 + dy^2 = ds^2 - dt^2$. Porro $dx ddx + dy ddy = ds dds$, et $y dy + x ddx = z ddz + dz^2 - ds^2$. Ope horum valorum peruenitur ad hanc aequationem

$$\frac{z dt dz + dt dz^2 - dt ds^2 - t ds dds - \frac{dds}{ds}}{z dz dt - t ds^2}.$$

Ex hac erit $\frac{z ds ddz + dz^2 ds - z dz dds}{ds^2} = ds$. Quae integrata dat $\frac{z dz}{ds}$

$= s$ haecque iterum integrata hanc $ss = zz + C = tt + xx + yy + C$. Erit igitur longitudo lineae brevissimae $s = \sqrt{(tt + xx + yy + C)}$. Et ex hac proprietate in quolibet casu particulari determinabitur linea brevissima quaesita. Pro cono recto, in quo omnes sectiones transuersae sunt circuli, est $yy + xx = nntt$. Erit ergo $s = \sqrt{(nn + 1)tt + C}$.

30. Haec quae haecenus de linea brevissima ducenda in superficiebus cylindricis tradidimus, alia methodo facilius inueniuntur ex ea horum corporum proprietate, quod eorum superficies euolutione in planas transmutentur. Quae igitur linea in his planis est brevissima, erit etiam in ipsis superficiebus cylindricis et conicis brevissima. Quare linea brevissima in huius modi superficiebus hanc habere debet proprietatem, vt superficiebus euolutis et in planas transmutatis linea brevissima transmutetur in rectam.

31. Haec vero methodus latius non patet, neque ad alias superficies, quae non possunt euolutione in planas mutari, potest accommodari. Pro talibus vero methodus hac differtatione exposita aequae ac pro illis valet. Vtatur igitur hac methodo in superficiebus corporum rotundorum seu tornato-

rum, quae generantur circumrotatione cuiusque figurae circa axem immobilem; quemadmodum sphaera generatur conuersione semicirculi circa diametrum; conus rectus trianguli conuersione circa alterutrum latus; cylinder rectus conuersione parallelogrammi circa latus.

Fig. 5.

32. Sit huiusmodi corpus rotundum ABMC generatum conuersione curuae AQC circa axem AQ. In eo sit BMC sectio transuersa, quae erit circulus, cuius centrum in Q. Vocentur ut ante BQ, t ; QP, x et PM, y . Aequatio inter has coordinatas hanc debet habere proprietatem, ut posito t constante seu $dt=0$, ea abeat in aequationem circuli $ax+yy=Const.$ seu $x dy = -y dx$. Quamobrem aequatio pro solidis rotundis est $ax+yy=T$ ubi T denotat functionem quamcunque ipsius t et constantium. Haec igitur differentiatam dat $x dx = -y dy + R dt$, in qua RQ solis t et constantibus pendet.

33. Hac aequatione in generali §. 10 $\frac{Q dx + P dy}{Q dx + P dy} = \frac{ax dx + y dy}{dt^2 + dx^2 + dy^2}$ substitutis orietur aequatio ista $\frac{ax dy - y dx}{x y - y dx} = \frac{dx dx + dy dy}{dt^2 + dx^2 + dy^2}$. Cuius integralis aequatio est $l(x dy - y dx) = l(dt^2 + dx^2 + dy^2) + la$, vel $x dy - y dx = a \sqrt{(dt^2 + dx^2 + dy^2)}$. Haec si coniungatur cum aequatione naturam superficiei exprimente $ax dx = -y dy + R dt$ determinabit lineam breuissimam.

34. Litera a est arbitraria seu pendet a loco punctorum per quae linea breuissima transire debet. Si ponatur $a=0$; erit $x dy = y dx$ atque $y = nx$. Vnde cognoscitur peripheriam curuae circa axem rotatae
in

in quolibet situ repraesentare lineam breuissimam inter suos terminos. Hic ergo casus valet, si duo puncta inter quae linea breuissima duci debet, sunt cum axe in eodem plano. Ex hisce apparet in sphaera lineam breuissimam semper esse circulum maximum: quia sphaera conuersione circuli circa diametrum generatur, et sibi vbique est aequalis et similis.

35. Ad aequationem tractabiliorem efficiendam pono $ax + yy = zsz$, et $dx^2 + dy^2 = ds^2$; erit $x dx + y dy = z dz$. Ex his apparet fore $z z ds^2 - z z dz^2 = (x dy - y dx)^2$. Quare cum sit $x dy - y dx = aV(dt^2 + dx^2 + dy^2)$, erit $z^2 ds^2 - z z dz^2 = aadt^2 + aads^2$ atque $ds = \sqrt{\frac{z z dz^2 - aadt^2}{z z - aa}}$. Si ulterius ponatur elementum ipsius lineae breuissimae $= dv$, erit $dv = \sqrt{(ds^2 + dt^2)} = z \sqrt{\left(\frac{dz^2 + dt^2}{z z - aa}\right)}$. Etsi hic duae variables z et t occurrere videntur, tamen in quolibet casu ex aequatione pro superficie determinabitur t in z , et longitudo lineae breuissimae saltem per quadraturas cognoscetur.

36. Haec sunt tria praecipua corporum genera in quorum superficiebus lineas breuissimas delineandi methodus hic fusius est tradita. Habent hi casus hanc prae aliis proprietatem, vt generalis aequatio ad hos accommodata reduci possit ad differentialem primi gradus. Ex his vero alii se produnt casus similiter integrationem admittentes. Vt pro corporibus cylindricis aequatio est $P dx = Q dy$. In qua P et Q ab x et y pendere dicta sunt. Perspicuum autem est reductionem acque succedere, si P et Q et-

iam a t penderent, quo in casu aequatio non est amplius pro corporibus cylindricis. Simili modo in aequatione pro corporibus rotundis $x dx = y dy + R dt$, R tantum a t pendet. Si igitur R etiam x et y in se comprehendat, aequatio erit pro nouo superficierum genere, et nihilominus reductionem admittit,

Proposuit mihi hanc quaestionem Cel. Ioh. Bernoulli, postquam ipsi hanc meam solutionem scripsissem, ut nimirum praeter tria exposita superficierum genera alia inuestigarem, quae etiam ad aequationes integrabiles perducant. Solutionem igitur huius quaestionis, quia tam facile ex antecedentibus fluit, hic adiungere volui.

NOVA METHODVS
INNUMERABILES AEQVATIONES DIFFERENTIALIALES SECUNDI GRADVS REDV-
CENDI AD AEQVATIONES DIFFERENTIALIALES PRIMI GRADVS.

Auctore

Leonh. Eulero.

I.

M. Sept.
1728.

QVando ad aequationes differentiales secundi vel altioris cuiuspiam gradus perueniunt analytae, in iis resoluendis duplici modo versantur. Primo inquirunt, an in promptu sit eas integrare: id si fuerit, obtinuerunt

runt, quod desiderabant. Cum autem integratio vel prorsus impossibilis, vel saltem difficilior videtur, conantur eas ad differentiales primi gradus reducere; quippe de quibus facilius iudicari potest, an construi queant; nullaeque aequationes differentiales, nisi primi gradus, adhuc cognitae methodis construi possint. Quod ad illud attinet, de eo hac dissertatione explicare non est propositum; quomodo autem aequationes differentiales altiorum graduum praesertim vero secundi ad differentiales primi gradus sint reducendae, methodum quandam adhuc inusitatam, et quae latissime patet in sequentibus sum expositurus.

2. Iam quidem saepenumero Mathematici, quando aequationes differentiales secundi vel altiorum graduum occurrerunt, eas ad differentiales primi gradus reducerunt, atque deinde construxerunt; quemadmodum videre licet in constructionibus catenariae, elasticae, prosectoriae in medio quocunque resistenti pluriumque aliarum curvarum, quarum aequationes primo differentiales secundi vel tertii gradus sunt inuentae. Pleraque quidem earum reipsa integrabiles sunt, sed tamen eas facilius erat integrare, postquam ad differentiales primi gradus fuerant reductae. Earum autem aequationum ratio ita est comparata, ut vel utraque vel saltem alterutra indeterminata ipsa desit, earum eiusque differentialibus et differentio-differentialibus aequationes tantum ingredientibus.

3. Si autem in aequatione differentio-diffe-

rentiali alterutra indeterminata caret : facile est eam ad simpliciter differentialem reducere substituendo loco differentialis quantitatis deficientis factum ex noua quadam indeterminata in alterum differentiale. Hac enim ratione , si constans quoddam differentiale fuerit positum , differentio-differentiale aequale inuenitur simpliciter differentiale ; quo substituto aequatio habetur differentialis primi gradus. Vt in hac aequatione $Pdy^n = Qdv^n + dv^{n-2} ddv$, vbi P et Q significant functiones quascunque ipsius y , atque dy constans ponitur. Quia ipsa v non ingrediatur aequationem , fiat $dv = szdy$, erit $ddv = dszdy$. His substitutis ista oritur aequatio $Pdy^n = Qs^n d^n + s^{n-2} dy^{n-1} ds$, diuisaque hac per dy^{n-1} ista $Pdy = Qs^n dy + s^{n-2} ds$; quae est simpliciter differentialis.

4. Alias aequationes differentio differentiales, nisi huiusmodi , nemo adhuc , quantum scio, ad differentiales primi gradus vnquam reduxit , nisi forte in promptu fuerit eas prorsus integrare. Hic autem methodum exponam , qua non quidem omnes, sed tamen innumerabiles aequationes differentio-differentiales vnt ab vtraque indeterminata affectae ad simpliciter differentiales reduci poterunt. Ita vero in iis reducendis versor , vt eas certa quadam substitutione in alias transformem, in quibus alterutra indeterminata deest. Quo facto ope substitutionis §. praeced. expositae eae aequationes penitus ad differentiales primi gradus reducentur.

5. Cum obseruassem eam esse quantitatum exponentialium , seu potius earum dignitatum , quarum

rum exponens est variabilis manente quantitate elevata constante, proprietatem, ut si differentientur, deuoque differentientur, semper variabilis finita ipsa nonnisi exponentem afficiat; atque differentia- lia sunt facta ex ipso integrali in differentialia expo- nentis. Quantitas huiusmodi est c^x vbi c denotet numerum, cuius logarithmus est vnitas; erit eius differentiale $c^x dx$, differentio - differentiale $c^x(dx + dx^2)$, vbi x nonnisi in exponentem ingre- ditur. Haec considerans perspexi, si in aequatione differentio-differentiali loco indeterminatarum huius- modi exponentialia substituuntur: tum ipsas variabi- les tantummodo in exponentibus superfuturas esse. Quo cognito oportet, ut ea exponentialia loco in- determinatarum substituenda ita accommodentur, ut facta substitutione, ea diuisione tolli queant; hoc modo alterutra saltem indeterminata ex aequatione eliminabitur, eiusque duntaxat differentialia super- erunt.

6. Haec quidem operatio non in omnibus ae- quationibus succedit; verumtamen eam tria aequa- tionum differentialium 2^{di} gradus genera admittere obseruavi. Primum genus est omnium earum ae- quationum, quae nonnisi duobus constant terminis. Alterutrum eas comprehendit aequationes, in qua- rum singulis terminis indeterminatae aequalem di- mensionum numerum constituunt: neque vero indeter- minata ipsa solum, sed etiam eius differentialia cuius- que gradus dimensionem vniam constituere existiman- da sunt. Ad tertium genus eas refero aequationes,

in

in quarum singulis terminis alterutra indeterminata eundem obtinet dimensionum numerum; quorum eadem pertinent, quae modo de aestimatione dimensionum allata sunt. Omnes igitur aequationes ad haec tria genera pertinentes hic reducere docebo.

7. Omnes aequationes ad primum genus pertinentes sub hac generali formula comprehenduntur: $a x^m dx^p = y^n dy^{p-2} ddy$, ubi dx constans ponitur. Et si enim in aequatione quapiam neque dx neque dy constans accipiatur; sed aliud quoddam differentiale inde pendens, id nihil difficultatis habet, cum cognitum sit methodus, quod constans erat differentiale, variabile faciendi et vice eius aliud quoddam constans. Ad hanc vero aequationem reducendam pono $x = e^{av}$, et $y = e^{vt}$. Erit $dx = ac^{av} dv$, et $dy = e^{vt}(dt + t dv)$. Atque hinc $ddx = ac^{av}(ddv + a dv^2)$ et $ddy = e^{vt}(ddt + 2 dt dv + t ddv^2)$. Sed cum dx ponatur constans erit $ddx = 0$, adeoque $ddv = -a dv^2$. Hoc substituto loco ddv , habebitur $ddy = e^{vt}(ddt + 2 dt dv + (1 - a) t dv^2)$. Surrogentur hi valores loco x et y in aequatione proposita, transformabitur ea in hanc $ac^{av(m+p)} a^p dv^p = e^{(n+p-1)v} t^n (dt + t dv)^{p-2} (ddt + 2 dt dv + (1 - a) t dv^2)$.

8. Iam a determinari debet ita, vt exponentialia diuisione tolli possint. Hoc vt fiat, oportet fit $ax^{(m+p)} = (n+p-1)v$, inde colligitur $a = \frac{n+p-1}{m+p}$. Superior igitur aequatio determinato a abibit in sequentem $a^{\frac{n+p-1}{m+p}} p dv^p = t^n (dt + t dv)^{p-2} (ddt + 2 dt dv + \frac{m-n+1}{m+p} t dv^2)$. Quae protinus ex proposita eruta fuis-

fuiſſet, ſi poſuiſſem $x = c^{(n+p-1)v:(m+p)}$, et $y = c^vt$.
 Eſt autem $n+p-1$ numerus dimensionum, quas y
 conſtituit; et $m+p$ quas x . Facile ergo in quouis
 caſu particulari α determinatur ſtatimque debita ſub-
 ſtitutio habebitur. In aequatione inuenta, cum ab-
 ſit v , ponatur $dv = zdt$, erit $ddv = zddt + dzdt$, ſed
 $ddv = -adv^2 = \frac{1-n-p}{m+p} z^2 dt^2$. Hinc inuenitur $ddt =$
 $\frac{-dzdt}{z} + \frac{1-n-p}{m+p} zdt^2$. His ſubſtitutis emergit $a^{\frac{(n+p-1)p}{m+p}}$
 $z^p dt^p = t^n (dt + tzdt)^{p-2} (\frac{1-n-p}{m+p} zdt^2 - \frac{dzdt}{z} + 2zdt^2 +$
 $\frac{m-n+1}{m+p} tz zdt^2)$. Quae diuiſa per dt^{p-1} dabit $a^{\frac{(n+p-1)p}{m+p}}$
 $z^p dt = t^n (1 + tz)^{p-2} (\frac{1+2m-n+p}{m+p} zdt - \frac{dz}{z} + \frac{m-n+1}{m+p} tz^2 dt)$.

9. Reducta ergo eſt aequatio generalis pro-
 poſita $ax^m da^p = y^n dy^{p-2} ddy$ ad hanc differentialem
 primi gradus $a^{\frac{(n+p-1)p}{m+p}} z^{p+1} dt = tz^n (1+z)^{p-2}$
 $(\frac{1+2m-n+p}{m+p} z^2 dt + \frac{m-n+1}{m+p} tz^3 dt - dz)$, multiplicata ae-
 quatione inuenta per z . Haec aequatio vnico actu
 ex ea inueniri poteſt, poſito in prima ſubſtitutione
 loco v hoc $\int zdt$. Fieri ergo debet
 $x = c^{(n+p-1)\int zdt:(m+p)}$ et loco y poni debet $c^{\int zdt} t$ ſive
 quod eodem redit, ponatur $x = c^{(n+p-1)\int zdt}$
 et $y = c^{(m+p)\int zdt} t$. Si ex aequatione differentiali in-
 uenta iterum propoſita differentialis ſecundi gradus
 inueniri debeat, videamus quales loco z et t ſub-
 ſtitutiones adhiberi debeant. Cum ſit $x = c^{(n+p-1)\int zdt}$
 erit $t^{\int zdt} = x^{1:(n+p-1)}$; quare $y = x^{(m+p):(n+p-1)} t$. Vn-
 de habetur $t = y x^{-(m+p):(n+p-1)}$. Deinde quia
 $c^{\int zdt} = x^{1:(n+p-1)}$ erit $\int zdt = \frac{1}{n+p-1} \ln x$; ergo $zdt =$
 $\frac{dx}{(n+p-1)x}$. Sed eſt $dt = x^{-(m+p):(n+p-1)} dy - \frac{(m+p)}{n+p-1}$
 $y x^{-(m-n-2p+1):(n+p-1)} dx$. Conſequenter inuenietur

Tom. III. R z =

$z = dx : [(n+p-1)x^{-(m-n+1)}(n+p-1)dy - (m+p)y^{-(m+p)(n+p-1)}dx]$. Perfpicuum autem est, fi z in t vel t in z detur etiam relationem, quam x et y inter se habeant, inveniri posse.

10. Illustremus haec, quae generaliter inventa sunt exemplo quodam particulari. Sit $x dx dy = y ddy$, quae reducitur diuidendo per dy , ad ad hanc $x dx = y dy^{-1} ddy$. Huic generali accommodata, habebitur $a = 1, m = 1, p = 1, n = 1$. Substitutis his in aequatione differentiali primi gradus, habebitur ea, ad quam proposita reducitur, $\frac{1}{2} z dt = (1+tz)^{-1} (\frac{3}{2} z^2 dt + \frac{1}{2} t z^3 dt - dz)$, quae abit in $z^2 dt + t z^3 dt = 3 t z^2 dt + t^2 z^3 dt - 2 t dz$. Ad hanc aequationem proposita $x dx dy = y ddy$ reducitur, si fiat $x = e^{\int z dt}$ et $y = e^{2 \int z dt}$. Constructio ergo aequationis propositae pendet a constructione aequationis differentialis inventae; haec si construi poterit, et ea constructur; si fuerit reipsa integrabilis, ea quoque integrari poterit.

11. Secundum genus aequationum differentio-differentialium, quas mea methodo ad differentiales primi gradus reducere possum, eas complectitur, quae in singulis terminis eundem dimensionum, quas indeterminatae earumque differentia constituant, numerum tenent. Aequatio generalis huc pertinens est sequens $ax^m y^{-m-1} dx^p dy^{2-p} + bx^n y^{-n-1} dx^q dy^{2-q} = ddy$. In huius singulis terminis est vnica dimensio indeterminatarum: poniturque dx constans. Etsi vero aequatio haec assumpta tribus tantum constat terminis: tamen quodcunque libuerit insuper adici possunt, operatio enim

ea-

eadem manet. Possent adhuc addi $ex^ry^{n-1}dx^q$
 dy^{2-q} et huiusmodi quotquot libuerit; prout exem-
 pla particularia, ad quae reducenda generalis accom-
 modari debet, pluribus paucioribusue constant termi-
 nis. Tres vero terminos, ut dixi, assumisse sufficit: cum
 plures alium reducendi modum non requirant.

12. Aequationem propositam reduco substi-
 tuendis loco z , c^v et loco y , c^vt . Cum igitur sit $x =$
 c^v et $y = c^vt$, erit $dx = c^v dv$ et $dy = c^v(dt + t dv)$: por-
 roque $ddx = c^v(ddv + dv^2)$ et $ddy = c^v(ddt + 2tdv +$
 $t dv^2 + t ddv)$. Quia vero dx ponitur constans, erit
 $ddx = 0$, hinc igitur $ddv = -dv^2$, hanc ob rem habebit-
 tur $ddy = c^v(ddt + 2tdv)$. Ponantur hi valores in ae-
 quatione loco x, y, dx, dy et ddy , transformabitur ea in
 sequentem: $ac^vt^{m-1} dv^p(dt + t dv)^{2-p} + bc^vt^{n-1} dz^q(dt +$
 $t dv)^{2-q} = c^v(ddt + 2tdv)$. Quae diuisa per c^v abibit in
 hanc $at^{m-1} dv^p(dt + t dv)^{2-p} + bt^{n-1} dz^q(dt + t dv)$
 $^{2-q} = ddt + 2tdv$. In hac cum desit v pono $dv = zdt$ e-
 rit $ddv = zddt + dzdt$, sed $ddv = -dv^2 = -z^2 dt^2$ ergo
 $ddt = -zdt^2 - \frac{dzdt}{z}$. Hinc ista obtinebitur aequatio,
 $at^{m-1} z^p dt^p(dt + ztdt)^{2-p} + bt^{n-1} z^q dt^q$
 $(dt + ztdt)^{2-q} = zdt^2 - \frac{dzdt}{z} + 2zdt^2$ seu haec ordinatio
 $at^{m-r} z^p dt(1 + zt)^{2-p} + bt^{n-1} z^q dt(1 + zt)^{2-q} = zdt - \frac{dz}{z}$.

13. Aequatio haec differentialis primi gradus
 unico actu ex proposita elici potuisset, si statim po-
 situm esset $x = c^{\int z dt}$ et $y = c^{\int z dt} t$; unde foret $dx = c^{\int z dt}$
 zdt et $dy = c^{\int z dt}(dt + t zdt)$; atque $ddx = c^{\int z dt}(zddt +$
 $dzt + z^2 dt^2) = 0$. quare $ddt = -zdt^2 - dzdt : z$. Hoc in
 usum vocato habebitur $ddy = c^{\int z dt}(zdt^2 - dzdt : z)$. Pro-
 positum sit hoc exemplum $y^{\alpha+1} ddy = x^\alpha dx^2$, mute-
 tur id in $ddy = x^\alpha y^{-\alpha-1} dx^2$. Collato hoc cum gene-

rali aequatione fiet $a=1$, $b=0$, $m=\alpha$, $p=2$. Si ergo hoc exemplum, ut generalis formula, reducat, haec inuenietur aequatio $t^{-\alpha-1}z^2dt = zdt - dz:z$. Siue haec $t^{-\alpha-1}z^3dt = z^2dt - dz:z$. Quae si constructionem admitteret, et differentialis secundi gradus ex ea construi posset. Notandum est, semper fere ad eiusmodi aequationes differentiales perueniri, quae admodum difficulter vel prorsus non construi queant.

14. Assumo aliud exemplum, $x dx dy - y dx^2 = y^2 ddy$, quod ad modum generalis aequationis hanc induit formam $xy^{-2} dx dy - y^{-1} dx^2 = ddy$. Reducatur huc generalis aequatio, et erit $\alpha=1$, $m=1$, $p=1$, $b=-1$, $n=0$, $q=2$. Respondet ergo exemplo proposito sequens aequatio differentialis $t^{-2}z dt(1+zt) - t^{-1}z^2 dt = z dt - dz:z$. Multiplicetur haec per t^2z , habebitur $z^2 dt + z^3 t dt - z^3 t dt = z^2 t^2 dt - t^2 dz$ siue $z^2 dt = z t^2 dt^2 - t^2 dz$, quae separata dat $dz:z^2 = dt(t^2 - 1):tt$ et integrata hanc $-1:z = t + 1:t - a$ siue $atz - t = t^2z + z$. Est vero $z = dv:dt$. Itaque $at dv - t dt = t^2 dv + dv$. seu $dv = t dt:(at - tt - 11)$. Quia vero $c^v = x$ erit $v = lx$ et $t = y: x$ ergo $dv = dx: x$ et $dt = (x dy - y dx):xx$ consequenter $y dy + x dx = ay dx$. Haec aequatio iterum integrari potest, eum vero tantum noto casum, quod si $a=0$ ea transeat in aequationem circuli.

15. Accipio nunc casum, quo plures, quam in generali aequatione, sint termini $yy dx^3 + xx dy^3 + yx dx dy^2 - yx dx^2 dy + yx^2 dx ddy - y^2 x dx ddy = 0$. Hoc exemplum modo supra exposito reducere licebit. Cum dx ponatur constans, maneant eadem substitutiones scilicet, $x = c^v$, $y = c^v t$; $dx = c^v dv$; $dy = c^v$
(dt)

$(dt + t dv)$ et $ddy = c^v(dt + 2tdv)$. Est vero $ddv = -dv^2$. His substitutis atque aequatione proueniente ordinata, inuenitur $dt^3 + 2tdt^2dv - ttdtdv^2 + tdt dv^2 + tdvd dt - ttdvd dt = 0$. Hic cum desit v , ponatur $dv = zdt$, erit vt ante $ddt = -zdt^2 - dzdt : z$. Exinde reperitur haec aequatio in ordinem reducta, $dt + ztzdt - tds + ttdz = 0$. Quae, cum z vnicam tantum habeat dimensionem separari potest methodo a Cel. Ioh. Bernoulli in Actis Lips. tradita. Sed sine vlla substitutione eam eique similes quascunque statim integrare seu ad integram formam solum reducere possum, sequenti modo.

16. Reducatur aequatio nostra ad hanc $dz + \frac{zdt}{t-1} + \frac{dt}{tt-t} = 0$, vt dz nullo affectum sit coefficiente tum sumatur id, quo z est affectum, nempe $\frac{zdt}{t-1}$ cuius integrale exprimitur per $2\int \frac{dt}{t-1}$. Iam aequa-

tio proposita multiplicetur per $c^{2\int \frac{dt}{t-1}}$ et habebitur

$$c^{2\int \frac{dt}{t-1}} dz + \frac{2c^{2\int \frac{dt}{t-1}} zdt}{t-1} + c^{\frac{2\int \frac{dt}{t-1}}{tt-t}} dt = 0.$$

Nunc autem aequatio integrabilis est facta, duorum enim prio-

rum terminorum integrale est $c^{2\int \frac{dt}{t-1}} z$. Est igitur

$$c^{2\int \frac{dt}{t-1}} z + \int c^{\frac{2\int \frac{dt}{t-1}}{tt-t}} dt = a.$$

Sed cum fit $\int \frac{dt}{t-1} = l(t-1)$

erit $c^{2\int \frac{dt}{t-1}} = (t-1)^2$. Ergo $(t-1)^2 z + \int \frac{(t-1)dt}{t} = a$, hincque $(t-1)^2 z + t - lt = a$. Hoc modo omnes aequationes differentiales in quibus alterutra variabilis vna plures dimensiones nusquam habet, integrari seu

faltem construibiles redduntur. Hac de industria methodo sum vsus, quo magis intelligatur quanti sint vsus exponentialia in tractandis aequationibus.

17. Aequatio ad quam est peruentum haec est $(t-1)^2 z + t - lt = a$. Haec vltius reducatur, vt tandem aequatio inter x et y rursus obtineatur: quoniam erat $dv = z dt$ erit $z = dv : dt$: quamobrem aequatio abibit in $(t-1)^2 dv + t dt - dt lt = a dt$ haec vero in $dv = \frac{adt - tdt + dt lt}{(t-1)^2}$. Quae denuo integrationem admittit; integrata vero hanc habet formam $v = \frac{-z + t - lt}{t-1}$ constante vero addita hanc $v = \frac{b-a+t-bt-lt}{t-1}$. Quia vero est $x = e^v$; erit $v = lx$. Et cum sit $y = e^{vt}$ erit $y = tx$ et ideo $t = y : x$. His substitutis habebitur sequens aequatio $lx = \frac{bx-ax+y-by-yly+ylx}{y-x}$. Vnde oritur haec $(b-a)x + (1-b)y = yly - xlx$. Ponatur brevitatis causa $b-a=f$, et $1-b=g$; erit $fx + gy = yly - xlx$. Quae est integralis aequatio propositae §. 15. Si fiat $f=0$, et $g=0$, erit $yly = xlx$. Ex qua sumendis numeris reperitur haec $y^y = x^x$.

18. Tertium genus aequationum quarum hic reducendarum methodum trado, eas complectitur, in quarum singulis terminis alterutra indeterminata eundem tenet dimensionum numerum. Hic duo distinguendi sunt casus, prout vel ipsius illius variabilis vbiq; eundem dimensionum habentis differentiale constans ponitur vel secus. Ad primum casum spectat sequens aequatio vniuersalis $Px^m dy^{m+2} + Qx^{m-b} dx^b dy^{m+2-b} = dx^m ddy$. In qua x in singulis terminis m habet dimensiones, et dx ponitur constans. Significant autem P et Q functiones quascun-
que

que ipsius y . Ad hanc reducendam vnica substitutione opus est : nempe fiat $x=c^v$ erit $dx=c^v dv$ et $ddx=c^v(ddv+dv^2)=0$. ergo $ddv=-dv^2$. His subrogatis habetur $Pdy^{m+2} + Qdv^b dy^{m+2-b} = dv^m ddy$. Postquam nimirum diuisa est per c^{mv} .

19. Cum in aequatione inuenta v non deprehendatur reducetur substituendo loco dv, zdy . Erit $ddv = zddy + dydz = -dv^2 = -z^2 dy^2$. Hinc inuenietur $ddy = -zdy^2 - dydz : z$. substituantur ergo in aequatione inuenta loco dv et ddy hi valores reperti et habebitur haec aequatio $Pdy^{m+2} + Qz^b dy^{m+2} = -z^{m+1} dy^{m+2} - z^{m-1} dy^{m+1} dz$. Quae diuisa per dy^{m+1} abit in hanc $Pdy + Qz^b dy = -z^{m+1} dy - z^{m-1} dz$. Quae est primi gradus, vt erat propositum. Ad hanc statim perueniri potuisset, si positum esset $x=c^{zdy}$. Vnde foret $dx = c^{zdy} zdy$ et $ddx = c^{zdy} (zdy^2 + dzdy + zddy) = 0$ et hinc $ddy = -zdy^2 - dzdy : z$. Hi valores loco x, dx, ddy substituti statim inuentam aequationem praebent.

20. Alter casus aequationum ad genus tertium pertinentium respicit sequentem generalem aequationem. $Px^m dy^{m+1} + Qx^{m-b} dx^b dy^{m-b+1} = dx^{m-1} ddx$. In qua aequatione dy ponitur constans, P et Q designant functiones ipsius y quascunque. Et vt perspicuum est x in singulis terminis m tenet dimensiones. Ponatur, vt ante, $z=c^v$; erit $dx=c^v dv$, et $ddx=c^v (ddv+dv^2)$. Hisce in aequatione substitutis, resultat haec aequatio diuisione facta per c^{mv} , $Pdy^{m+1} + Qdv^b dy^{m-b+1} = dv^{m+1} + dv^{m-1} ddv$. Haec aequatio, vt vltius reducatur, cum v desit, ponatur $dv=zdy$
erit

erit ob dy constans $dx = dz dy$. Hanc ob rem aequatio vltima transmutabitur in $Pdy^{m+1} + Qz^b dy^{m+1} = z^{m+1} dy^{m+1} + z^{m-1} dy^m dz$. Haec autem, si diuidatur per dy^m , dabit istam $Pdy + Qz^b dy = z^{m+1} dy + z^{m-1} dz$. Pendet ergo constructio propositae aequationis a constructione huius inuentae.

21. Ex hisce, arbitror, intelligitur, quomodo aequationes differentiales secundi gradus ad vnum aliquod trium expositorum genus pertinentes tractari oporteat. Facile quidem concedo raro admodum ad tales aequationes perueniri, in quibus non alterutra indeterminata desit; Tamen a nemine hoc nomine vtilitatem huius inuenti impugnatum iri puto. Fieri potest, vt nouus aliquis campus aperiat problemata suggerens quorum resolutio ad aequationes tales deducat. Memini me aliquando physicum problema quoddam resoluentem ad hanc peruenisse aequationem $y^2 dy = x dx dy$. Qua tum temporis neque a me neque ab aliis, cum quibus communicaueram, vlllo modo reduci potuerat. Nunc vero, cum et ad primum et ad secundum genus pertineat, reductio facile successit vt ex §. 10 videre licet.

22. Hoc vero praeterea de assumenda constante monendum duxi: In aequationibus ad secundum genus relatis nihil interest, quodcunque differentiale constans sit assumtum. Potest id esse vel differentiale alterutrius variabilis, vel aliud differentiale ex vtriusque variabilis differentialibus vt libet compositum, modo id sit, vt natura rei exigit, homogeneum

neum. Illud quidem in generali exemplo locum obtinuit; sed ex illa operatione simul intelligitur, quomodo, si differentiale constans sit qualecunque, aequationes tractari oporteat. Aliter res se habet in duobus reliquis generibus primo et tertio; ibi enim necesse est, ut alterutrius variabilis differentiale constans sit positum. Id si non fuerit methodo exposita reductio non succedit. Hic vero in casibus constans debet immutari, et aequatio in aliam transformari, in qua alterutrius variabilis differentiale sit constans.

23. Methodus in hac dissertazione exposita aequationes differentiales secundi gradus ad simpliciter differentiales reducendi consistit in idonea substitutione quantitatum exponentialium pro indeterminatis. Ea vero adhuc latius patet, quam hic est expositum. Possunt eius beneficio infinitae aequationes differentiales tertii ordinis ad alias, quae sint tantum secundi ordinis reduci. Et generaliter aequationes differentiales ordinis n . ad alias reducentur, quae sint ordinis tantum $n-1$. Aequationum vero cuiusque ordinis differentialium, quae hac methodo reducuntur, quoque sunt tria genera constituenda, eademque, quae hic sunt exposita. Ex his igitur etiam intelligitur, quantum huiusmodi substitutiones in aequationibus differentialibus primi gradus tractandis usum habere possint. Sed de his non opus est plura exponere.

EXPLICATIO
INVENTI HYDROSTATICI
 DE PONDERE ARGENTI CVPRO MIXTI
 INVESTIGANDO ,
 hæcenus
 Theoretice explicati et in calculo demonstrati,
 sed praxin omnem eludentis,
 nunc
 ad praxin perducti et re ipsa ante oculos positi
 per
Ioh. Georg Leutmann.

I.

M. Mart.
 1728.
 Tab. VIII.

In signem in hydrostaticis usum bilancis recens inuentae, qua mediante ponderi octies maiori, respondet onus octies minus, eique aequilibre est, hic explicabo.

Descripta extat bilanx Comment. Societ. Petropol. Tom. II. p. 64. eamque Petersburgicam a loco inuentionis nominare placuit.

2. Notum est problema hydrostaticum: Data massa metalli ex duobus diuersis mixti inuenire per librationem in aqua vtriusque quantitatem, si differentia inter vtrumque fuerit nota. vid. Wolff. Elem. Math. Tom. I. Hydrost. p. 717.

3. Ad usum hoc posset accommodari si metallorum differentia in minori metalli volumine per bilancem librato, prodiret sensibilis.

4. Quia

4. Quia vero differentia est valde exigua e. g. in \textcircled{D} et \textcircled{F} vt bilanx eam non prodat, hinc per calculum quidem ea potest exprimi hypothetice, scil. si haec vel illa quantitas argenti tanto cupro erit permixta, tunc hoc vel illud pondus, ponderato in aqua metallo mixto, emergere debet. Quae tamen differentia euanescit in bilance et insensus propter exiguitatem non incurrit.

5. Id quod expertus etiam est eruditus Italus Corradi nel Giornale de Letterati d'Ital. qui in hoc problemate ad praxin perducendo operam frustra se impendisse ingenue fatetur.

6. Siquidem iuxta data Senguerti (vid. §. 22.) massa \textcircled{D} \textcircled{F} 16. L. grauis, in qua

15 L. \textcircled{D} } = 288 græn. in aqua aequiponderan-

1 L. \textcircled{F} } tur $260\frac{50}{334}$ gr.

14 L. \textcircled{D} } = 288 græn. in aqua aequiponderan-

2 L. \textcircled{F} } tur $259\frac{1621}{2216}$ gr.

Haec mixta diuersa nullam sensibilem differentiam in bilance indicant quanquam notabile discrimen in iis sit valoris. Multo minus differentia perceptibilis est in bilance, si cum primo exemplo comparentur sequentia

14 L. 17 græn. \textcircled{D} } = 288 græn, in aqua aequi-

1 L. 1 græn. \textcircled{F} } pond. $260\frac{39}{334}$ græn.

vbi tam exigua est differentia, vt plane in bilance euanescat scil. $\frac{11}{334}$ græn, quae omnino in bilance absorbetur, et tantum calculo exprimi potest, maxime quia aqua longe difficiliorem motum lanci concedit quam aer.

Et quid dicam de moneta $3\frac{7}{8}$ græna seu granilla (non grana) pendente, quis hic differentiam per bilancem obseruare poterit.

7. Ex eo est quod nullum vsum practice hoc problema habeat in determinanda quantitate $\text{Det}\text{♀}$ inuicem certa proportione mixtis, quia differentia in volumine minori disparet, in maiori maiorem bilancem requirente non indicatur, talis enim bilanx maior vix inuenietur, quae suo officio in hoc passu recte fungatur.

8. Si vero talis bilanx, quam loco cit. descripsi adhibetur, tunc res ex voto cedit, et argenti quantitas aequae ac cupri determinari potest, ita vt vasorum argenteorum monetarum rariorum et antiquitate aestimandarum etc. si ex argento cupro mixto paratae sunt, quantitas et valor argenti, absque catino probatorio, et sine deperditione formae, determinari egregie possit.

9. Explicabo itaque, quomodo res aggredienda, vt voti compotes fieri possimus et problema in commodum vitae ciuilibus et rei literariae cedat.

10. Praeparetur illa bilanx, quae octies maiori ponderi accommodata est, vt ad hunc finem idonea reddatur, h. m.

Fig, Aa et
Ab.

I. In tota bilance nihil mutetur, nisi quod lanx longioris brachii remoueat. Et talis lanx in eius locum substituatur, quae filis aurichalceis loco fericeorum instructa sit et formam retis vel corbis habeat (a) excipiendis rebus ponderandis apta.

II. In medio fere filorum metallicorum annexa fit lanx exigua (*b*) Dependeat rete cum exigua bilance ex brachii longioris loco consueto, et quidem dependeat rete seu corbis longius quam altera lanx brachii breuioris.

III. Huius brachii breuioris filis applicetur etiam exigua lanx in medio filorum *bb*.

IV. Vtrisque *b* et *bb* imponantur patellae valde exiguae duae *pp* eiusdem plane ponderis seu grauitatis.

V. Redigatur lanx ex breuiori brachio dependens *q* ad aequilibrium cum corbe longioris brachii (*a*) iuxta datas leges.

VI. Aequilibrata corbis immittatur in vitrum capax aqua repletum, ita vt lanx in medio haerens (*b*) extra aquam maneat et solum corbis (*a*) immersa fit. Et aequilibrium per aquam sublatur restituitur, eximendo ex lance minoris brachii tantum ponderis quantum ad aequilibrium restaurandum requiritur, sed in trabe plane nihil mutetur. Et sic quae ad bilancem spectant recte erunt adornata.

II. Deinde ratio aquae est habenda. Adhibui aquam pluuialem, per chartam bibulam filtratam, quia animaduerti aquam fluuialem eiusdem fluuii diuersis temporibus diuersam habere consistentiam, pluuialem semper fere eandem. Diu fatis eandem aquam pluuialem fermentatione seu putrefactione purificatam adhibere potui, modo post 8. vel 10. dies iterum filtratur aqua, eamque praefero aquae destillatione purificatae, quia in destillatione

alia vna cum aqua ascendunt et in vas recipiens descendunt levioresque moleculas terreas secum rapiunt. In putrefacta vero aqua salia in auras abeunt, quae odorem grauem causantur, moleculae vero terreae exutis salibus, quibus infixae erant, fundum petunt, et sic aqua purior redditur quam per distillationem.

11. Tandem scrinium, in quo asseruatur bifanx, ita fit constructum, vt superius cum laterali tegumento amoueri possit, inferiore tabulato (c) cum fulcimento bilancis (d) intacto manente, quo eo liberius cum bilance atque vitro aqua repleto agere possit scrutator operationem tractans.

13. In tabulato illo inferiori aptetur orbiculus (e) in quo ponatur vitrum (f), quod ope cochleae (g) et eleuari et demitti potest. Vitrum enim ita est replendum aqua, vt corbis ex filis orichalceis nonstructa eundem immersionis situm semper retineat, et nec profundius neque altius quam in prima vequilibratione in aquam immittatur. Id quod in eaqaporata et ex eo imminuta quantitate aquae, vel allua noua adhibita, obtineri hoc modo potest. Imminuto enim volumine aquae sursum impellatur vitrum, largius affusa aqua demittatur, vsque dum indiculus situm iustum fuerit adeptus.

14. Vbi adhuc hoc notandum, quod post novam infusionem aquae, non statim libratio atque demissio Marti in aquam instituitur, sed aqua per horas sex et ultra quieti permittenda, vt particulae
aereae

aereae aquae per infusionem admixtae atque turgidae exhalent et aqua sedata reddatur.

15. Deinde quod aere existente calidiore profundius immergatur lanx ideo vitrum ope cochleae eleuandum, frigidiore altius in aqua natet lanx et tunc demittendum est vitrum vsque dum instet indiculus in vtroque casu.

16. Iam ad pondera erit respiciendum. Optime adhiberi possunt pondera Ruthenica, modo vt exactissime rectificentur. Nam quae in systemate vnus pondo Ruthenici continentur partes, quod vulgo venale est, multum inaequalitatis habent, ideoque ad exactissimam bilancem erunt examinanda et corrigenda.

17. Deinde quia in maiori bilance exactitudo maiusculorum ponderum e. g. 2. vel 4. vnciarum non sistitur, quin minimus aliquis vel excessus vel defectus absorbeatur, quem libra indicare non valeat, vncias plures simplices numero 16. in bilance mea probatoria aequiponderavi, eisque loco maiorum ponderum in vno frusto combinatorum vtor. e. g. si 7. vnciae desiderentur, loco vnus ponderis 7 vncias in vno volumine continentis, 7 vncias separatas coniungo in lance, et sic exactissimum pondus habeo ab omni errore liberatum.

18. Systema vero vnus pondo Ruthenici continet partes, quae sequentem habent valorem: Capsula systematis in quam reliqua pondera imponuntur feu

| | | | | | | | | | |
|-----------------|-----------|---------|---|--------------------|---|--------------------|---|----------------------|----------|
| 1 ^{ma} | parse est | 16 Loth | = | 48 Solot. | = | 144 gran | = | 288 graen | |
| 2 | — | 8 L. | = | 24 Sol. | = | 72 gr. | = | 144 graen | |
| 3 | — | 4 L. | = | 12 Sol. | = | 36 gr. | = | 72 graen | |
| 4 | — | 2 L. | = | 6 Sol. | = | 18 gr. | = | 36 graen | |
| 5 | — | 1 L. | = | 3 Sol. | = | 9 gr. | = | 18 graen | |
| 6 | — | 00 | — | 2 Sol. | = | 6 gr. | = | 12 graen | |
| 7 | — | 00 | — | $\frac{1}{2}$ Sol. | = | $1\frac{1}{2}$ gr. | = | 3 graen | |
| 8 | — | 00 | — | $\frac{1}{4}$ Sol. | = | $\frac{3}{4}$ gr. | = | $1\frac{1}{2}$ graen | } = 3 gr |
| 9 | — | 00 | — | $\frac{1}{8}$ Sol. | = | $\frac{3}{8}$ gr. | = | $\frac{3}{4}$ graen | |
| 10 | — | 00 | — | $\frac{1}{8}$ Sol. | = | $\frac{3}{8}$ gr. | = | $\frac{3}{4}$ graen | |

In nonnullis systematibus nouem tantum partes seu impositiones inueniuntur et tunc 8. et 9. pars pendit:

| | | | | | | | | | |
|---|-----|----|-----|--------------------|---|-------------------|---|----------------------|-------------|
| 8 | - - | 00 | - - | $\frac{1}{4}$ Sol. | = | $\frac{3}{4}$ gr. | = | $1\frac{1}{2}$ graen | } = 3 graen |
| 9 | - - | 00 | - - | $\frac{1}{8}$ Sol. | = | $\frac{3}{8}$ gr. | = | $1\frac{1}{2}$ graen | |

Ad meum vero usum accommodaui partes istas nouem hac ratione, vt priores sex maneat antecedentibus vulgaribus aequales, sed posteriores tres scil. 7. 8. atque 9. sequentem proportionem habeant atque valorem.

| | | | | | | | | |
|---|-----|----|-----|--------------------|---|---------------------|---|---------------------------|
| 7 | - - | 00 | - - | $\frac{1}{2}$ Sol. | = | $1\frac{1}{2}$ gran | = | 3 graen |
| 8 | - - | 00 | - - | $\frac{1}{3}$ Sol. | = | 1 gran | = | 2 gran |
| 9 | - - | 00 | - - | $\frac{1}{6}$ Sol. | = | $\frac{1}{2}$ gran | = | 1 gran = $\frac{1}{8}$ L. |

Vt ita totum systema consistat ex graenis integris et non fractis.

19. Deinde conficiatur pondus 1. graenum grae, quod est $\frac{1}{18}$ pars vnius Loth seu 1 graen, et dispescatur illud in partes 18, quarum prima sit ipsum graen = $\frac{18}{18}$ graen, secunda $\frac{17}{18}$, tertia $\frac{16}{18}$, quar-

ta

ta $\frac{16}{8}$ &c. vsque ad pondus vltimum seu partem decimam octauam quarum $\frac{16}{8}$ 1 graeno respondent.

20. His omnibus accuratissime confectis aggrederis inquisitionem proportionis argenti mixti.

I. Ponderetur massa argenti in trutina, ita vt exactissime instet indiculus. Si in aequilibrio pauculum desideretur, adiciatur $\frac{1}{8}$ graen, si ab eo excedat aequilibrium, eximatur iterum $\frac{1}{8}$ graen, ante adiectum, et aequilibrium concilietur adiciendo plumbum diminutum, vsque dum defectus fuerit correctus.

II. Annotetur summa ponderum, plumbum vero adiectum imponatur in alterius bilancis, ad hoc opus perficiendum praeparatae brachii longioris et in aqua haerentis lancem exiguam PB, aequilibratur cum lance minoris brachii plumbo tantum iniecto in lancem huius brachii minoris PB, vt lanx aquae immersa aequilibrium recipiat cum lance minoris brachii in aere haerente.

III. Tandem in lancem aquae immersam ponatur argentum examinandum, et exploretur eius pondus exactissimum, cuius summa iterum annotetur.

IV. Tandem calculentur termini inuenti per regulam de tribus hoc modo, vt pondus argenti in trutina examinati locum primum occupet.

Pondus argenti in aqua librati, secundo stet loco. Tertium terminum absoluat numerus 288 quod est desideratum scil. quantum argenti in 16. Loth = 288. graen contineatur.

5. Quotum quaeratur in sequenti Tab. I. columna posteriore graena indicante, et responsum dabit prima columna Tab. dictae I. scil. quantum D et quantum ♀ in massa 16. L. seu 1. Marca contineatur. Haec enim tabula, non sine taedioſo calculo a me constructa, huic satisfaciet negotio.

41. Inquirendum in $\frac{1}{8}$ Imperialem a Christiano Episc. Mogunt. Ao. 1636. cufum cum signo Z quod in monetis significat argentum purum. Totum negotium hac ratione expediui : Hic $\frac{1}{8}$ Imperialis pendebat ex trutina probatoria ordinaria in aere $4\frac{15}{18}$ graen.

Per bilancem octies maius pondus postulantem pendebat in aqua $34\frac{17}{18}$ graen.

Ergo ita erat ponendum

$$\frac{4\frac{15}{18}}{87} - \frac{34\frac{17}{18}}{629} = \frac{288}{181152} \text{ facit } 2082\frac{18}{97}$$

Quia vero residuae fractionis nominator 87 in columna fractionum Tab. I. in hac qualitate non inuenitur, ita erit faciendum :

Ponatur in R. aurea

$$\begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} 87 - 18 - 18 \\ \text{facit } 3\frac{63}{97} \\ \text{i. e. fere } 3\frac{3}{4} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Fractionis nominator } 87 \text{ primo loco} \\ \text{Fractionis numerator } 18 \text{ secundo loco} \\ \text{Fractionis vsualis et} \\ \text{perpetuae in columna} \end{array} \\ \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Tabulae Nominator } 18 \text{ tertio loco} \end{array} \end{array}$$

Ergo loco $\frac{18}{97}$ substituatur $\frac{3\frac{3}{4}}{18}$

Hac ratione numerus emergens erit $2082\frac{3\frac{3}{4}}{18}$ qui in tabula I quaerendus, et indicat ibi

15 L.

15. L. $\frac{3}{18}$ graen. ($\dagger \frac{3}{18}$) graen. ☉

$\frac{14}{18}$ graen. ($\dagger \frac{1}{18}$) graen. ♀

Quae quantitas continebatur in 1. Marca ☉ti ♀ro ligati ex qua cufa est moneta data.

22. Fundamenta, quae iam Du. Wolff et alii dederunt, non tangam, tantum hic quae ad meum spectant inuentum, et quibus totum negotium practicum superstructum est, explicabo. Notavit ex Senguerdo (quem ad manum non habeo) Leupold in theatro Hydrostat. pag. 228 *

argentum purum 554 grana graue
amittere in aqua libratum 53 gran
et cuprum purum 554 graue
amittere in aqua libratum 64 gran.

23. At vero, quia tam insensibilis differentia in minori quantitate massae ex ☉ et ♀ mixtae per bilancem non discernitur, si vtriusque metalli mixti

T 2

partes

* Notandum hic in Leupoldi recensione errorem esse commissum, dicit enim: Wenn jedes Gold Metall, in der Luft gewogen, 554 gr. hat es im Wasser gehalten ☉ 53 gr. ♀ 64 gr. quod idem est ☉ in aere pendens 554 pendit in ∇ 53 gr.

♀ in aere pendens 554 pendit in ∇ 64 gr.

quod tamen fallere, dicendum foisset: Metalla 554 gr. amississe in ∇ ☉ 57 gr. ♀ 64 gr. ita vt volumen

☉ in aere 554 gr. pendens, pendat in ∇ 501 gran.

et sic amittit 53 gr.

♀ in aere 554 gr. pendens, pendat in ∇ 490 gr.

et sic amittit 64 gr.

Id quod non satis circumspectum lectorem seducere omnino potest.

partes exigua quantitate in diuersis compositionibus adhibuerunt operatores, impossibile fuit haftenus problema hoc praëctice exequi et in vsum conuertere.

23. E. gr. In 1. Marca = 16 L. metalli mixti argentum est 15 L. — et Cuprum 1 L. In 1 Mr. = 16 L. metalli mixti argentum est $15\frac{1}{4}$ L. et Cuprum $\frac{3}{4}$ Loth, ex his diuersis metallis cusi sunt duo nummi argentei, quorum quiuis 1 L. grauis deprehenditur. Inter vtrosque nummos nulla plane differentia etiam in optimae notae bilancibus percipitur, maxime quia aqua difficiliorem bilanci concedit motum, et quum nullum datum apparet, problema his metallis praëctice applicatum inanimatum est, et nullum vsum habet.

At iuxta bilancem octies maius requirentem pondus, in his nummis differentia est perceptibilis, et per pondus exprimitur sensibiliter, hinc problema reuiuiscit, et vsui accommodari potest.

24. Nouum hoc esse inuentum nemo negare poterit, quia bilancis talis a nemine haftenus fuit adornata, sed a me primum hic Petropoli inuenta.

25. Vium non esse contemnendum in re literaria, quia valor antiquarum monetarum, si ☉ eorum ♀ fuerit ligatum, absque destructione formae per hoc inuentum inuestigari potest. In civili vita argentum egregie potest examinari cuius tenoris id sit.

26. Nunc omnino data Senguerti, ex recensione Leupoldi, experimentis accuratioribus erunt examinaanda, et primo quidem videndum, vtrum

con-

concordet eius assertum cum experimentis , quando statuit quod 554 grana ☽ amittant in aqua 53 gran. Dubitari enim posset , an iustam bilancem habuerit, quae certe rarissima, et deinde vtrum ☽ purissimum, ab omni additamento ♀ liberatum, adhibuerit. Vtrumque igitur ad examen erit reuocandum.

27. Equidem mihi notum est, quanta differentia sit inter ☽ quod ex casis argenti purificationi destinatis, prodit, vbi in vna Marca ☽ certas ob causas vna drachma ♀ relinquitur ; et si per capellam studio totum abigitur ♀ , et ita purificatur ☽ , vt purum iudicetur , tamen nequaquam purum id esse probari potest , siquidem et ☿ in hac operatione adhibitus ☽ halitum communicat ♀ reum, ☽ vero, quod arte chymica profundiori plane purum et ab omni inquinamento ♀ eo purificatum producit, talem halitum non habet.

28. Quod ☽ per cupellam seu catinum probatorum aut cineritium non omnimodam nanciscatur puritatem, hoc modo experimur. Si ☽ lamellatum ⚱ calcinatur, et superaffunditur Ω vrinae aut ❄ci, tunc colore ceruleo aliquantulum adhuc tingitur spiritus, manifesto indicio, cupreum halitum inquinasse ☽ , et ☿ hunc ipsi communicasse , quia id ♀ reum vt plurimum reperitur, vnde color liquoris.

29. Vt vero ☽ purissimum, spiritum vrinae nequaquam tingentem, acquirerem, hoc modo egi: ☽ exacte cupellatum ⊕ quater fudi, et scoriae post primam fusionem producebantur ceruleae, post secundam, pallidae, post tertiam et quartam, crystal-

linae, et nullo colore tinctae, hoc indicio erat, nihil plane ♀ inesse ☽. Et illud ☽ calcinatum ♁re, spiritum urinae purum reddidit affusum, et nullo colore inquinatum. Hoc demum ☽ purum est dicendum, quod paucissimis, etiam argentariis, videre contigit.

30. Hoc ☽ ponderavi in aere, et quidem in minima quantitate, quia bilanx probatoria pondus maiusculum ferre incapax est, sed eo ipso exactius cuncta percipere potui.

31. Substitui enim pro Senguerti 554 granis ☽ $\frac{554}{18}$ graena et sic pro 1. grano $\frac{1}{3}$ partem unius grani, (2. graena constituunt 1 granum) et quia bilanx adhibita in octupla proportione grauitatem metitur, indicabat ea h. l. $\frac{1}{2}$ partem unius grani.

32. Has partes seu $\frac{554}{18}$ graena diuisi per 2, prodibant $\frac{277}{9}$ graena, easque tanquam fundamentum assumpsi, quia bilanx probatoria eas sine damno ferre poterat, itaque bilanci octuplum argenti subicci, et inueni per librationem in aqua $111\frac{6\frac{1}{2}}{18}$ graena, quae per 18 multiplicata dabant $\frac{2004\frac{1}{2}}{18}$ graenorum, tantum scil. pendebant $\frac{277}{9}$ graena.

33. Quia vero de $\frac{554}{18}$ graenis quaestio est, ideo emergentia $\frac{2004\frac{1}{2}}{18}$ erant duplicanda, et sic proveniebant $\frac{4009}{18}$ graena. Ergo $\frac{554}{18}$ dant $\frac{4009}{18}$ graena

His

His per 8. diuisis prodeunt $\frac{501\frac{1}{8}}{18}$ graen.

quae $\frac{554}{18}$ graena in aqua pendunt.

34. Vnde per subtractionem huius dati atque inuenti patet, quod 554 grana amittant in aqua $52\frac{7}{8}$ gran $= 52$ gran $15\frac{3}{4}$ graen, mutato enim nomine graenorum, restituitur nomen granorum.

35. Tantum scil. amittebant 554 gran \textcircled{D} in aqua libratae nempe 52 gran $\frac{15\frac{3}{4}}{18}$ graen. et quidem argenti finisimi, quod dicitur, seu purissimi arte chymica redditi.

36. Deinde \textcircled{D} tantum exacte cupellatum, et non \textcircled{D} purificatum, quod ideo spiritum vrinae pallide ceruleo adhuc tingebat colore, eodem modo libraui et inueni quod 554 grana amittant in aqua 52 gran $\frac{16}{18}$ graen part. et aliquantulum minus, et ita non $\frac{16}{18}$ graena plena.

37. Ex quo iudicavi fuisse Senguerti \textcircled{D} vel non satis purum, vel eius bilancem non adeo exactam, vel ad hoc opus indagandum insufficientem, vel haec tria concurrisse et differentiam peperisse, quae exigua quidem videtur, sed in maiori volumine \textcircled{D} maximopere aucta deprehenditur, quando quidem ille afferit 554. grana amittere 53. grana per librationem in aqua, id quod neque in \textcircled{D} purissimo, neque in \textcircled{D} cupellato deprehendi, sed imminutionem ponderis in aqua inueni :

in

in ☽ purissimo 554 gr. amittunt 52 gran $\frac{15^3}{18^4}$ graen.
 in ☽ capellato 554 gr. amittunt 52 gran $\frac{16^3}{18^4}$ graen.

38. Suspiciandum igitur Senguerti bilancem, propter magnitudinem ponderis librandi fuisse maiusculam, ideoque insufficientem minutias indicandi, quia bilanx probatoria ordinaria pondus 554 granorum ferre non potest sed tantum 1 Drachm. Ruthenicum = 3. gran = 6 graen ferendis est apta. Seuiuxta pondera in Germania recepta 1. Drachm. seu Quentl. = $2\frac{1}{4}$ gran = $4\frac{1}{2}$ graen.

39. Deinde ♀ varias species vel potius ♀ variorum natalium examinaui. Cupri cuiuscunque differentiam in aqua ponderati dedit Senguertus quod scil. 554 grana amittant in aqua 64. grana, sed inueni differentiam sequentium specierum talem:

554 partes ♀ Iaponici amittunt in aqua $62\frac{3}{4}$ part.

| | | | | |
|-----------|---|---|---|------------------------|
| Suecici | } | — | — | 63 $\frac{1}{4}$ part. |
| Hungarici | | — | — | |
| Anglicani | | — | — | 63 $\frac{3}{4}$ part. |

40. Ex diuersis itaque his ponderibus ♀ pri patet quod illud vulgariter non haberi possit purum, Notum enim est in ♀ ro delitescere et particulas ☉res et ☽res ut et ♂les. Cogitaui itaque de purgando ♀ro ab omnibus his particulis alienis, quarum priores scil. ☉res et ☽res tanquam minutiae et impensae impares negliguntur in coctione atque praeparatione ordinaria ♀ri, posteriores scil. ♂les etiam relinquuntur intactae, ne de substantia ♀ri aliquid deperdat, hac vero omnes in communi usu cupro nihil efficiunt.

41. Quandoquidem vero monetarii et fabri argentarii in suis operationibus commune ♀ addere soleant ☉, quam mitionem ligaturam seu legaturam appellant, itaque necesse erat ut et de tali ♀ calculum meum instituerem, ideo gravitatem ♀ Suecici, cum Hungarico concordantem, adhibui, et de ♀ purissimo non aeque fui sollicitus hic loci, quam de ☉ exactissime purgando a particulis ♀reis, quanquam et in ☉ a particulis ☉ibus separandis etiam abstinerem, ne praxis laederetur nimia accuratatione.

42. Sed quando librationem in aqua ☉ applicabo, quod, Deo volente, mihi proposui, tunc et ☉ a part. ☉. Et ♀ a part. ☉☉ et ♂. Et ☉ purificationem excellentiorem, quam quae fusione per ♀ peragitur, dabo, et modum explicabo, ex quo horum metallorum gravitas specifica determinari poterit.

43. Ut vero comprobatum darem verum calculum et ☉ puriss. et ♀ vulgaris Suecici in Tab. I. propositum, et iuxta mea inuenta, non vero Senguerti data, exaratum, eumque re ipsa demonstrarem cum praxi concordantem, hoc modo egi.

44. Sumsi ☉ 6 graen: $\frac{1}{2}$ Marc = 8 L. }
 ♀ 6 graen: $\frac{1}{2}$ Marc = 8 L. }

Singulis seorsim in aere libratis, haec frustra ☉ et ♀ coniunctim immisi in aquam, pendebant $85\frac{17}{18}$ graen. Calculo iuxta §. 20. rite ducto, quaesivi numerum emergentem qui erat $2062\frac{82}{18}$ in Tabula mea I. quae indicabat, in 1 Marca ☉ hoc modo ligati inesse

☉ 7 Loth 17 graen— ♀ 8 L. 1 graen *
 Iuxta Senguert. ☉ 8 L. 12 graen— ♀ 7 L. 6 graen *
 Totum calculum hic apponere placet quoad ordinationem terminorum.

$$\begin{array}{r}
 \text{☉ et ♀} \\
 \hline
 \begin{array}{r}
 12 \text{ graen} \\
 216
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \text{-----} \\
 \text{-----} \\
 \text{-----}
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 85\frac{17}{18} \\
 1547 \\
 27\text{-----}13\text{-----}18
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \text{-----} \\
 \text{-----} \\
 \text{-----}
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 288. \text{ facit } 2062\frac{13}{27} \\
 445536 \\
 18 \text{ facit } 8\frac{2}{18}
 \end{array}
 \end{array}$$

Ergo 12 graen pendent in aqua $85\frac{17}{18}$ dant $2062\frac{8\frac{2}{18}}{18}$ graen.

Deinde hoc tentavi cum

☉ 12 graen: $\frac{3}{4}$ Marc = 12 L. } pendent in aqua
 ♀ 4 graen: $\frac{1}{4}$ Marc = 4 L. } $115\frac{4\frac{2}{3}}{18}$ graen.
 Numerus emergens $2074\frac{12}{18}$ dat 12 L. — — ☉ 4 L. ♀
 iuxta Senguert. 12 L. 16 graen ☉ 3 L. 2 graen ♀

Porro ☉ 6 graen: $\frac{3}{4}$ Marc = 12 L. } pendent in aqua
 ♀ 2 graen: $\frac{1}{4}$ Marc = 4 L. } $57\frac{11\frac{1}{3}}{18}$ graen
 Numerus emergens $2074\frac{12}{18}$ dat 12 L. ☉ 4 L. ♀
 iuxta Senguert 12 L. 16 graen ☉ 3 L. 2 graen ♀

Tandem ☉ 2 graen: $\frac{1}{4}$ Marc = 4 L. } pendent in aqua
 ♀ 6 graen: $\frac{3}{4}$ Marc = 12 L. } $56\frac{17\frac{3}{4}}{18}$ graen
 Numerus emergens $2051\frac{9}{18}$ dat 4 L. ☉ — — 12 L ♀
 iuxta Sengu. 4 L. 14 graen ☉ — — — 11 L. 4 ♀

45. Haec praxis docebat quod mea tabula fit exacta, et tuto adhibenda in praxi, cum tabula iuxta data Senguerti adornata, erroneam indicationem producat ideoque eam hic apponere nolui.

46. Exigua illa differentia, quam nonnunquam in numero emergente cum Tabula non exacte conveniente (e. gr. in experimento primo praeanteced. §. 44.) obseruare licet, aut defectui minimorum ponderum adscribendum, quartas enim tantum partes de $\frac{1}{18}$ graen dignoscere possum, ita vt $\frac{1}{72}$ pars vnius graen perceptibilis sit per aquam, minores ea non prodit vid. ad finem §. 6. aut impuritati metallorum debetur, quandoquidem nec ♀ a particulis ○ ☽ et ♂ repurgatum neque ab ☽ separatae erant partic. ○ in illis metallis forte adhuc delitescentes vid. §. 41. f.

*Nummi antiqui e Museo Imperatorio sub
examen vocati :*

1. Nummus Graecus quem Ampliff. Dn. Prof. Bayer Coll. honoratiff. peculiari dissertatioue illustravit :

Caput Iouis ΑΙΓΙΕΩΝ = Monogramma Achaiae disiectis circa monogramma literis ΑΠΙ . . TOΔ . . ΜΟC (Αἰγισόδαμος, Aegiensium magistratus, vt Collega noster explicat)
pendit in aere $2\frac{1}{18}$ graen. In aqua $20\frac{1}{18}$ emergit numerus 2060 $5\frac{1}{18}$ facit } ☽ 7 L. $2\frac{1}{2}$ graen.
♀ 8 L. $15\frac{1}{2}$ graen.

2. Nummus Romanus: Caput Aemilii Lepidi: LE-

PIDVS PON. MAX. III. V. R. P. C. = Caput Octavianii Caesaris. CAESAR — — — VIR. R. P. C.

in aere $5\frac{2}{13}$ graen. In aqua $36\frac{1}{13}$ Numerus 2078.

dat } ☉ 13 L. 2 graen
 } ♀ 2 L. 16 graen

- 3 Denarius Romanus : Caput Romae M. CIPI. MF = Bigae et triremis ROMA.

in aere $4\frac{1}{13}$ graen. In aqua $34\frac{2}{13}$ Numerus 2073.

dat } ☉ 11 L. $13\frac{3}{4}$ graen.
 } ♀ 4 L. $4\frac{1}{4}$ graen.

4. Caput Herculis cum claua = Duo equites et mus TI . . .

in aere $4\frac{1}{13}$ graen. In aqua $34\frac{2}{13}$. Numerus $2073\frac{1}{13}$

dat } ☉ 11 L. 14 graen
 } ♀ 4 L. 4 graen

- 5 Caput Ptolomaei regis = Aquila et nomen pene obliteratum . . TOAEMA . . O

Moneta haec Aegyptiaca examini bilancis non respondet , prodit enim numerus maior quam argento purissimo conuenit , ideoque suspicor quod multum ☉ ei insit , cuius etiam vestigia in lapide Lydio, post aquae fortis adhibitionem, oculo armato obseruantur.

- 6 Denarius Romanus : Caput Romae = Augur et altera persona ad columnam stantes , super columna ROMA ad vtriusque personae latera . . ANAVL et . . GVRINI. Nummus similis fere illi quem Laur. Begerus produxit e museo Regis Prussiae Thesauri Brandeburgici Tom. II. p. 565.

Haec

Haec moneta falsata est ad vexandos atque confundendos antiquarios, sunt enim duae monetae diversae, ita combinatae, ut unciam constituent, sed margo dolum prodit.

Vnum latus cum capite Romae praestantius argentum habet altero cum viris et columna. Hic numerus propter metallum ad combinationem adhibitum ineptus est ad examen per aquam.

7 Ad manus sunt plures nummi Arabici, admodum albi et gliscentes, ac si ☿rio fricati essent, incurvaturae impatientes et fragiles, malleati adhuc fragiliores redduntur, lapidi Lydio adfricti, adfrictum omne consumebat aqua fortis, ideoque ☉ expertes. Hi examen bilancis respuunt, emergit enim numerus maior quam argenti purissimi, ideoque ex missione plurium metallorum eos constare autumo. Pendit nummus in aere $1\frac{1}{8}$ graen in aqua $12\frac{1}{8}$ graen numerum dat calculus 2097 cum tamen ☽ puriss. $2084\frac{2}{8}$ tantum pendat, quemadmodum ex tabula cognoscitur.

Tale quid etiam expertus sum in variis vasis, armillis idolis etc. in Tattaricis regionibus e sepulchris erutis, ad nos translatis et in gazophylacio curioso Imperatorio hic Petropoli asseruatis.

TAB. I. De argento cupro mixto.

☉ 16L. - - - 208 4 ²/₅

| | | | |
|----------------|--------------------------------------|--------------|--------------------------------------|
| ☉ 15L. 17gracn | } 208 4 ⁶ / ₅ | ☉ 14L. 17gr. | } 208 1 ¹² / ₅ |
| ♀ - - 1gracn | | ♀ 1L. 1gr. | |
| ☉ 15L. 16gr. | } 208 4 ³ / ₅ | ☉ 14L. 16gr. | } 208 1 ¹¹ / ₅ |
| ♀ - - 2gr. | | ♀ 1L. 2gr. | |
| ☉ 15L. 15gr. | } 208 4 - | ☉ 14L. 15gr. | } 208 1 ⁹ / ₅ |
| ♀ - 3gr. | | ♀ 1L. 3gr. | |
| ☉ 15L. 14gr. | } 208 3 ¹⁵ / ₅ | ☉ 14L. 14gr. | } 208 1 ⁷ / ₅ |
| ♀ - 4gr. | | ♀ 1L. 4gr. | |
| ☉ 15L. 13gr. | } 208 3 ¹² / ₅ | ☉ 14L. 13gr. | } 208 1 ⁶ / ₅ |
| ♀ - 5gr. | | ♀ 1L. 5gr. | |
| ☉ 15L. 12gr. | } 208 3 ⁹ / ₅ | ☉ 14L. 12gr. | } 208 1 ⁴ / ₅ |
| ♀ - 6gr. | | ♀ 1L. 6gr. | |
| ☉ 15L. 11gr. | } 208 3 ⁶ / ₅ | ☉ 14L. 11gr. | } 208 1 ² / ₅ |
| ♀ - 7gr. | | ♀ 1L. 7gr. | |
| ☉ 15L. 10gr. | } 208 3 ³ / ₅ | ☉ 14L. 10gr. | } 208 1 |
| ♀ - 8gr. | | ♀ 1L. 8gr. | |
| ☉ 15L. 9gr. | } 208 3 - | ☉ 14L. 9gr. | } 208 0 ¹⁷ / ₅ |
| ♀ - 9gr. | | ♀ 1L. 9gr. | |
| ☉ 15L. 8gr. | } 208 2 ¹⁶ / ₅ | ☉ 14L. 8gr. | } 208 0 ¹⁵ / ₅ |
| ♀ - 10gr. | | ♀ 1L. 10gr. | |
| ☉ 15L. 7gr. | } 208 2 ¹³ / ₅ | ☉ 14L. 7gr. | } 208 0 ¹⁴ / ₅ |
| ♀ - 11gr. | | ♀ 1L. 11gr. | |
| ☉ 15L. 6gr. | } 208 2 ¹⁰ / ₅ | ☉ 14L. 6gr. | } 208 0 ¹² / ₅ |
| ♀ - 12gr. | | ♀ 1L. 12gr. | |
| ☉ 15L. 5gr. | } 208 2 ⁸ / ₅ | ☉ 14L. 5gr. | } 208 0 ¹⁰ / ₅ |
| ♀ - 13gr. | | ♀ 1L. 13gr. | |
| ☉ 15L. 4gr. | } 208 2 ⁵ / ₅ | ☉ 14L. 4gr. | } 208 0 ⁹ / ₅ |
| ♀ - 4gr. | | ♀ 1L. 14gr. | |
| ☉ 15L. 3gr. | } 208 2 ² / ₅ | ☉ 14L. 3gr. | } 208 0 ⁷ / ₅ |
| ♀ - 15gr. | | ♀ 1L. 15gr. | |
| ☉ 15L. 2gr. | } 208 2 - | ☉ 14L. 2gr. | } 208 0 ⁶ / ₅ |
| ♀ - 16gr. | | ♀ 1L. 16gr. | |
| ☉ 15L. 1gr. | } 208 1 ¹⁶ / ₅ | ☉ 14L. 1gr. | } 208 0 ⁴ / ₅ |
| ♀ - 17gr. | | ♀ 1L. 17gr. | |
| ☉ 15L. - - | } 208 1 ¹⁴ / ₅ | ☉ 14L. - - | } 208 0 ³ / ₅ |
| ♀ 1L. - - | | ♀ 2L. - - | |

| | | | |
|---|-------|----------|------------------------|
| ☾ | 13 L. | 17 graen | } 2080 |
| ♀ | 2 L. | 1 graen | |
| ☾ | 13 L. | 16 gr. | } 2079 $\frac{16}{18}$ |
| ♀ | 2 L. | 2 gr. | |
| ☾ | 13 L. | 15 gr. | } 2079 $\frac{13}{18}$ |
| ♀ | 2 L. | 3 gr. | |
| ☾ | 13 L. | 14 gr. | } 2079 $\frac{11}{18}$ |
| ♀ | 2 L. | 4 gr. | |
| ☾ | 13 L. | 13 gr. | } 2079 $\frac{8}{18}$ |
| ♀ | 2 L. | 5 gr. | |
| ☾ | 13 L. | 12 gr. | } 2079 $\frac{5}{18}$ |
| ♀ | 2 L. | 6 gr. | |
| ☾ | 13 L. | 11 gr. | } 2079 $\frac{3}{18}$ |
| ♀ | 2 L. | 7 gr. | |
| ☾ | 13 L. | 10 gr. | } 2079 — |
| ♀ | 2 L. | 8 gr. | |
| ☾ | 13 L. | 9 gr. | } 2078 $\frac{16}{18}$ |
| ♀ | 2 L. | 9 gr. | |
| ☾ | 13 L. | 8 gr. | } 2078 $\frac{14}{18}$ |
| ♀ | 2 L. | 10 gr. | |
| ☾ | 13 L. | 7 gr. | } 2078 $\frac{12}{18}$ |
| ♀ | 2 L. | 11 gr. | |
| ☾ | 13 L. | 6 gr. | } 2078 $\frac{10}{18}$ |
| ♀ | 2 L. | 12 gr. | |
| ☾ | 13 L. | 5 gr. | } 2078 $\frac{8}{18}$ |
| ♀ | 2 L. | 13 gr. | |
| ☾ | 13 L. | 4 gr. | } 2078 $\frac{4}{18}$ |
| ♀ | 2 L. | 14 gr. | |
| ☾ | 13 L. | 3 gr. | } 2078 $\frac{2}{18}$ |
| ♀ | 2 L. | 15 gr. | |
| ☾ | 13 L. | 2 gr. | } 2078 |
| ♀ | 2 L. | 16 gr. | |
| ☾ | 13 L. | 1 gr. | } 2077 $\frac{16}{18}$ |
| ♀ | 2 L. | 17 gr. | |
| ☾ | 13 L. | — | } 2077 $\frac{14}{18}$ |
| ♀ | 3 L. | — | |

| | | | |
|---|-------|----------|------------------------|
| ☾ | 12 L. | 17 graen | } 2077 $\frac{11}{18}$ |
| ♀ | 3 L. | 1 graen | |
| ☾ | 12 L. | 16 gr. | } 2077 $\frac{8}{18}$ |
| ♀ | 3 L. | 2 gr. | |
| ☾ | 12 L. | 15 gr. | } 2077 $\frac{5}{18}$ |
| ♀ | 3 L. | 3 gr. | |
| ☾ | 12 L. | 14 gr. | } 2077 $\frac{2}{18}$ |
| ♀ | 3 L. | 4 gr. | |
| ☾ | 12 L. | 13 gr. | } 2076 $\frac{17}{18}$ |
| ♀ | 3 L. | 5 gr. | |
| ☾ | 12 L. | 12 gr. | } 2076 $\frac{13}{18}$ |
| ♀ | 3 L. | 6 gr. | |
| ☾ | 12 L. | 11 gr. | } 2076 $\frac{10}{18}$ |
| ♀ | 3 L. | 7 gr. | |
| ☾ | 12 L. | 10 gr. | } 2076 $\frac{7}{18}$ |
| ♀ | 3 L. | 8 gr. | |
| ☾ | 12 L. | 9 gr. | } 2076 $\frac{4}{18}$ |
| ♀ | 3 L. | 9 gr. | |
| ☾ | 12 L. | 8 gr. | } 2076 $\frac{1}{18}$ |
| ♀ | 3 L. | 10 gr. | |
| ☾ | 12 L. | 7 gr. | } 2075 $\frac{16}{18}$ |
| ♀ | 3 L. | 11 gr. | |
| ☾ | 12 L. | 6 gr. | } 2075 $\frac{13}{18}$ |
| ♀ | 3 L. | 12 gr. | |
| ☾ | 12 L. | 5 gr. | } 2075 $\frac{9}{18}$ |
| ♀ | 3 L. | 13 gr. | |
| ☾ | 12 L. | 4 gr. | } 2075 $\frac{6}{18}$ |
| ♀ | 3 L. | 14 gr. | |
| ☾ | 12 L. | 3 gr. | } 2075 $\frac{3}{18}$ |
| ♀ | 3 L. | 15 gr. | |
| ☾ | 12 L. | 2 gr. | } 2075 |
| ♀ | 3 L. | 16 gr. | |
| ☾ | 12 L. | 1 gr. | } 2074 $\frac{14}{18}$ |
| ♀ | 3 L. | 17 gr. | |
| ☾ | 12 L. | — | } 2074 $\frac{12}{18}$ |
| ♀ | 4 L. | — | |

| | | | | | | | |
|---|-------|----------|----------------------|---|-------|---------|----------------------|
| ☾ | 11 L. | 17 graen | } 207 $\frac{5}{13}$ | ☾ | 10 L. | 7 graen | } 207 $\frac{0}{13}$ |
| ♀ | 4 L. | 1 graen | | ☾ | 5 L. | 1 graen | |
| ☾ | 11 L. | 16 gr. | } 207 $\frac{4}{13}$ | ☾ | 10 L. | 16 gr. | } 207 $\frac{0}{13}$ |
| ♀ | 4 L. | 2 gr. | | ☾ | 5 L. | 2 gr. | |
| ☾ | 11 L. | 15 gr. | } 207 $\frac{4}{13}$ | ☾ | 10 L. | 15 gr. | } 207 $\frac{0}{13}$ |
| ♀ | 4 L. | 3 gr. | | ☾ | 5 L. | 3 gr. | |
| ☾ | 11 L. | 14 gr. | } 207 $\frac{3}{13}$ | ☾ | 10 L. | 14 gr. | } 207 $\frac{0}{13}$ |
| ♀ | 4 L. | 4 gr. | | ☾ | 5 L. | 4 gr. | |
| ☾ | 11 L. | 13 gr. | } 207 $\frac{3}{13}$ | ☾ | 10 L. | 13 gr. | } 207 $\frac{0}{13}$ |
| ♀ | 4 L. | 5 gr. | | ☾ | 5 L. | 5 gr. | |
| ☾ | 11 L. | 12 gr. | } 207 $\frac{3}{13}$ | ☾ | 10 L. | 12 gr. | } 207 $\frac{0}{13}$ |
| ♀ | 4 L. | 6 gr. | | ☾ | 5 L. | 6 gr. | |
| ☾ | 11 L. | 11 gr. | } 207 $\frac{2}{13}$ | ☾ | 10 L. | 11 gr. | } 207 $\frac{0}{13}$ |
| ♀ | 4 L. | 7 gr. | | ☾ | 5 L. | 7 gr. | |
| ☾ | 11 L. | 10 gr. | } 207 $\frac{2}{13}$ | ☾ | 10 L. | 10 gr. | } 206 $\frac{9}{13}$ |
| ♀ | 4 L. | 8 gr. | | ☾ | 5 L. | 8 gr. | |
| ☾ | 11 L. | 9 gr. | } 207 $\frac{2}{13}$ | ☾ | 10 L. | 9 gr. | } 206 $\frac{9}{13}$ |
| ♀ | 4 L. | 9 gr. | | ☾ | 5 L. | 9 gr. | |
| ☾ | 11 L. | 8 gr. | } 207 $\frac{2}{13}$ | ☾ | 10 L. | 8 gr. | } 206 $\frac{9}{13}$ |
| ♀ | 4 L. | 10 gr. | | ☾ | 5 L. | 10 gr. | |
| ☾ | 11 L. | 7 gr. | } 207 $\frac{2}{13}$ | ☾ | 10 L. | 7 gr. | } 206 $\frac{9}{13}$ |
| ♀ | 4 L. | 11 gr. | | ☾ | 5 L. | 11 gr. | |
| ☾ | 11 L. | 6 gr. | } 207 $\frac{1}{13}$ | ☾ | 10 L. | 6 gr. | } 206 $\frac{9}{13}$ |
| ♀ | 4 L. | 12 gr. | | ☾ | 5 L. | 12 gr. | |
| ☾ | 11 L. | 5 gr. | } 207 $\frac{1}{13}$ | ☾ | 10 L. | 5 gr. | } 206 $\frac{9}{13}$ |
| ♀ | 4 L. | 13 gr. | | ☾ | 5 L. | 13 gr. | |
| ☾ | 11 L. | 4 gr. | } 207 $\frac{1}{13}$ | ☾ | 10 L. | 4 gr. | } 206 $\frac{9}{13}$ |
| ♀ | 4 L. | 14 gr. | | ☾ | 5 L. | 14 gr. | |
| ☾ | 11 L. | 3 gr. | } 207 $\frac{1}{13}$ | ☾ | 10 L. | 3 gr. | } 206 $\frac{8}{13}$ |
| ♀ | 4 L. | 15 gr. | | ☾ | 5 L. | 15 gr. | |
| ☾ | 11 L. | 2 gr. | } 207 $\frac{1}{13}$ | ☾ | 10 L. | 2 gr. | } 206 $\frac{8}{13}$ |
| ♀ | 4 L. | 16 gr. | | ☾ | 5 L. | 16 gr. | |
| ☾ | 11 L. | 1 gr. | } 207 $\frac{1}{13}$ | ☾ | 10 L. | 1 gr. | } 206 $\frac{8}{13}$ |
| ♀ | 4 L. | 17 gr. | | ☾ | 5 L. | 17 gr. | |
| ☾ | 11 L. | — | } 207 $\frac{0}{13}$ | ☾ | 10 L. | — | } 206 $\frac{8}{13}$ |
| ♀ | 5 L. | — | | ☾ | 6 L. | — | |

| | | | |
|---|-----|----------|------------------------|
| ☾ | 9L. | 17 graen | } 2068 $\frac{7}{18}$ |
| ♀ | 6L. | 1 graen | |
| ☾ | 9L. | 16 gr. | } 2068 $\frac{4}{18}$ |
| ♀ | 6L. | 2 gr. | |
| ☾ | 9L. | 15 gr. | } 2068 $\frac{1}{18}$ |
| ♀ | 6L. | 3 gr. | |
| ☾ | 9L. | 14 gr. | } 2067 $\frac{6}{8}$ |
| ♀ | 6L. | 4 gr. | |
| ☾ | 9L. | 13 gr. | } 2067 $\frac{13}{18}$ |
| ♀ | 6L. | 5 gr. | |
| ☾ | 9L. | 12 gr. | } 2067 $\frac{10}{18}$ |
| ♀ | 6L. | 6 gr. | |
| ☾ | 9L. | 11 gr. | } 2067 $\frac{8}{18}$ |
| ♀ | 6L. | 7 gr. | |
| ☾ | 9L. | 10 gr. | } 2067 $\frac{5}{18}$ |
| ♀ | 6L. | 8 gr. | |
| ☾ | 9L. | 9 gr. | } 2067 $\frac{2}{18}$ |
| ♀ | 6L. | 9 gr. | |
| ☾ | 9L. | 8 gr. | } 2066 $\frac{17}{18}$ |
| ♀ | 6L. | 10 gr. | |
| ☾ | 9L. | 7 gr. | } 2066 $\frac{14}{18}$ |
| ♀ | 6L. | 11 gr. | |
| ☾ | 9L. | 6 gr. | } 2066 $\frac{11}{18}$ |
| ♀ | 6L. | 12 gr. | |
| ☾ | 9L. | 5 gr. | } 2066 $\frac{8}{18}$ |
| ♀ | 6L. | 13 gr. | |
| ☾ | 9L. | 4 gr. | } 2066 $\frac{5}{18}$ |
| ♀ | 6L. | 14 gr. | |
| ☾ | 9L. | 3 gr. | } 2066 $\frac{3}{18}$ |
| ♀ | 6L. | 15 gr. | |
| ☾ | 9L. | 2 gr. | } 2066 |
| ♀ | 6L. | 16 gr. | |
| ☾ | 9L. | 1 gr. | } 2065 $\frac{15}{18}$ |
| ♀ | 6L. | 17 gr. | |
| ☾ | 9L. | — | } 2065 $\frac{13}{18}$ |
| ♀ | 7L. | — | |

| | | | |
|---|-----|----------|-----------------------------------|
| ☾ | 8L. | 17 graen | } 2065 $\frac{10}{18}$ |
| ♀ | 7L. | 1 graen | |
| ☾ | 8L. | 16 gr. | } 2065 $\frac{7}{18}$ |
| ♀ | 7L. | 2 gr. | |
| ☾ | 8L. | 15 gr. | } 2065 $\frac{4}{18}$ |
| ♀ | 7L. | 3 gr. | |
| ☾ | 8L. | 14 gr. | } 2065 $\frac{1}{18}$ |
| ♀ | 7L. | 4 gr. | |
| ☾ | 8L. | 13 gr. | } 2064 $\frac{16}{18}$ |
| ♀ | 7L. | 5 gr. | |
| ☾ | 8L. | 12 gr. | } 2064 $\frac{13}{18}$ |
| ♀ | 7L. | 6 gr. | |
| ☾ | 8L. | 11 gr. | } 2064 $\frac{10}{18}$ |
| ♀ | 7L. | 7 gr. | |
| ☾ | 8L. | 10 gr. | } 2064 $\frac{7}{18}$ |
| ♀ | 7L. | 8 gr. | |
| ☾ | 8L. | 9 gr. | } 2064 $\frac{4}{18}$ |
| ♂ | 7L. | 9 gr. | |
| ☾ | 8L. | 8 gr. | } 2064 $\frac{1}{18}$ |
| ♀ | 7L. | 10 gr. | |
| ☾ | 8L. | 7 gr. | } 2063 $\frac{16}{18}$ |
| ♀ | 7L. | 11 gr. | |
| ☾ | 8L. | 6 gr. | } 2063 $\frac{13}{18}$ |
| ♀ | 7L. | 12 gr. | |
| ☾ | 8L. | 5 gr. | } 2063 $\frac{10}{18}$ |
| ♀ | 7L. | 13 gr. | |
| ☾ | 8L. | 4 gr. | } 2063 $\frac{7}{18}$ |
| ♀ | 7L. | 14 gr. | |
| ☾ | 8L. | 3 gr. | } 2063 $\frac{4}{18}$ |
| ♀ | 7L. | 15 gr. | |
| ☾ | 8L. | 2 gr. | } 2063 $\frac{1}{18}$ |
| ♀ | 7L. | 16 gr. | |
| ☾ | 8L. | 1 gr. | } 2062 $\frac{16}{18}$ |
| ♀ | 7L. | 17 gr. | |
| ☾ | 8L. | — | } 2062 $\frac{13\frac{1}{2}}{18}$ |
| ♀ | 8L. | — | |

X

☾ 7L.

| | | | | | | | |
|---|-----|----------|------------------------|---|-----|----------|------------------------|
| ☾ | 7L. | 17 graen | } 2062 $\frac{11}{15}$ | ☾ | 6L. | 17 graen | } 2059 $\frac{16}{18}$ |
| ♀ | 8L. | 1 graen | | ♀ | 9L. | 1 graen | |
| ☾ | 7L. | 16 gr. | } 2062 $\frac{8}{15}$ | ☾ | 6L. | 16 gr. | } 2059 $\frac{13}{18}$ |
| ♀ | 8L. | 2 gr. | | ♀ | 9L. | 2 gr. | |
| ☾ | 7L. | 15 gr. | } 2062 $\frac{5}{15}$ | ☾ | 6L. | 15 gr. | } 2059 $\frac{9}{18}$ |
| ♀ | 8L. | 5 gr. | | ♀ | 9L. | 3 gr. | |
| ☾ | 7L. | 14 gr. | } 2062 $\frac{2}{15}$ | ☾ | 6L. | 14 gr. | } 2059 $\frac{6}{18}$ |
| ♀ | 8L. | 4 gr. | | ♀ | 9L. | 4 gr. | |
| ☾ | 7L. | 13 gr. | } 2061 $\frac{17}{15}$ | ☾ | 6L. | 13 gr. | } 2059 $\frac{3}{18}$ |
| ♀ | 8L. | 5 gr. | | ♀ | 9L. | 5 gr. | |
| ☾ | 7L. | 12 gr. | } 2061 $\frac{14}{15}$ | ☾ | 6L. | 12 gr. | } 2059 |
| ♀ | 8L. | 6 gr. | | ♀ | 9L. | 6 gr. | |
| ☾ | 7L. | 11 gr. | } 2061 $\frac{11}{15}$ | ☾ | 6L. | 11 gr. | } 2058 $\frac{16}{18}$ |
| ♀ | 8L. | 7 gr. | | ♀ | 9L. | 7 gr. | |
| ☾ | 7L. | 10 gr. | } 2061 $\frac{8}{15}$ | ☾ | 6L. | 10 gr. | } 2058 $\frac{13}{18}$ |
| ♀ | 8L. | 8 gr. | | ♀ | 9L. | 8 gr. | |
| ☾ | 7L. | 9 gr. | } 2061 $\frac{5}{15}$ | ☾ | 6L. | 9 gr. | } 2058 $\frac{10}{18}$ |
| ♀ | 8L. | 9 gr. | | ♀ | 9L. | 9 gr. | |
| ☾ | 7L. | 8 gr. | } 2061 $\frac{2}{15}$ | ☾ | 6L. | 8 gr. | } 2058 $\frac{8}{18}$ |
| ♀ | 8L. | 10 gr. | | ♀ | 9L. | 10 gr. | |
| ☾ | 7L. | 7 gr. | } 2060 | ☾ | 6L. | 7 gr. | } 2058 $\frac{5}{18}$ |
| ♀ | 8L. | 11 gr. | | ♀ | 9L. | 11 gr. | |
| ☾ | 7L. | 6 gr. | } 2060 $\frac{15}{18}$ | ☾ | 6L. | 6 gr. | } 2058 $\frac{3}{18}$ |
| ♀ | 8L. | 12 gr. | | ♀ | 9L. | 12 gr. | |
| ☾ | 7L. | 5 gr. | } 2060 $\frac{12}{15}$ | ☾ | 6L. | 5 gr. | } 2058 |
| ♀ | 8L. | 13 gr. | | ♀ | 9L. | 13 gr. | |
| ☾ | 7L. | 4 gr. | } 2060 $\frac{10}{18}$ | ☾ | 6L. | 4 gr. | } 2057 $\frac{16}{18}$ |
| ♀ | 8L. | 14 gr. | | ♀ | 9L. | 14 gr. | |
| ☾ | 7L. | 3 gr. | } 2060 $\frac{7}{18}$ | ☾ | 6L. | 3 gr. | } 2057 $\frac{13}{18}$ |
| ♀ | 8L. | 15 gr. | | ♀ | 9L. | 15 gr. | |
| ☾ | 7L. | 2 gr. | } 2060 $\frac{4}{18}$ | ☾ | 6L. | 2 gr. | } 2057 $\frac{10}{18}$ |
| ♀ | 8L. | 16 gr. | | ♀ | 9L. | 16 gr. | |
| ☾ | 7L. | 1 gr. | } 2060 $\frac{2}{18}$ | ☾ | 6L. | 1 gr. | } 2057 $\frac{8}{18}$ |
| ♀ | 8L. | 17 gr. | | ♀ | 9L. | 17 gr. | |
| ☾ | 7L. | — | } 2060 $\frac{1}{18}$ | ☾ | 6L. | — | } 2057 |
| ♀ | 9L. | — | | ♀ | 9L. | — | |

☾ 5L.

| | | | | |
|---|-------|----------|---|----------------------|
| ☾ | 5 L. | 17 graen | } | 2057 $\frac{3}{18}$ |
| ♀ | 10 L. | 1 graen | | |
| ☾ | 5 L. | 16 gr. | } | 2057 |
| ♀ | 10 L. | 2 gr. | | |
| ☾ | 5 L. | 15 gr. | } | 2056 $\frac{15}{18}$ |
| ♀ | 10 L. | 3 gr. | | |
| ☾ | 5 L. | 14 gr. | } | 2056 $\frac{12}{18}$ |
| ♀ | 10 L. | 4 gr. | | |
| ☾ | 5 L. | 13 gr. | } | 2056 $\frac{9}{18}$ |
| ♀ | 10 L. | 5 gr. | | |
| ☾ | 5 L. | 12 gr. | } | 2056 $\frac{6}{18}$ |
| ♀ | 10 L. | 6 gr. | | |
| ☾ | 5 L. | 11 gr. | } | 2056 $\frac{3}{18}$ |
| ♀ | 10 L. | 7 gr. | | |
| ☾ | 5 L. | 10 gr. | } | 2056 |
| ♀ | 10 L. | 8 gr. | | |
| ☾ | 5 L. | 9 gr. | } | 2055 $\frac{16}{18}$ |
| ♀ | 10 L. | 9 gr. | | |
| ☾ | 5 L. | 8 gr. | } | 2055 $\frac{13}{18}$ |
| ♀ | 10 L. | 10 gr. | | |
| ☾ | 5 L. | 7 gr. | } | 2055 $\frac{10}{18}$ |
| ♀ | 10 L. | 11 gr. | | |
| ☾ | 5 L. | 6 gr. | } | 2055 $\frac{8}{18}$ |
| ♀ | 10 L. | 12 gr. | | |
| ☾ | 5 L. | 5 gr. | } | 2055 $\frac{5}{18}$ |
| ♀ | 10 L. | 13 gr. | | |
| ☾ | 5 L. | 4 gr. | } | 2055 $\frac{2}{18}$ |
| ♀ | 10 L. | 14 gr. | | |
| ☾ | 5 L. | 3 gr. | } | 2055 |
| ♀ | 10 L. | 15 gr. | | |
| ☾ | 5 L. | 2 gr. | } | 2054 $\frac{15}{18}$ |
| ♀ | 10 L. | 16 gr. | | |
| ☾ | 5 L. | 1 gr. | } | 2054 $\frac{13}{18}$ |
| ♀ | 10 L. | 17 gr. | | |
| ☾ | 5 L. | — | } | 2054 $\frac{11}{18}$ |
| ♀ | 11 L. | — | | |

| | | | | |
|---|-------|----------|---|----------------------|
| ☾ | 4 L. | 17 graen | } | 2054 $\frac{8}{18}$ |
| ♀ | 11 L. | 1 graen | | |
| ☾ | 4 L. | 16 gr. | } | 2054 $\frac{5}{18}$ |
| ♀ | 11 L. | 2 gr. | | |
| ☾ | 4 L. | 15 gr. | } | 2054 $\frac{2}{18}$ |
| ♀ | 11 L. | 3 gr. | | |
| ☾ | 4 L. | 14 gr. | } | 2053 $\frac{17}{18}$ |
| ♀ | 11 L. | 4 gr. | | |
| ☾ | 4 L. | 13 gr. | } | 2053 $\frac{14}{18}$ |
| ♀ | 11 L. | 5 gr. | | |
| ☾ | 4 L. | 12 gr. | } | 2053 $\frac{11}{18}$ |
| ♀ | 11 L. | 6 gr. | | |
| ☾ | 4 L. | 11 gr. | } | 2053 $\frac{8}{18}$ |
| ♀ | 11 L. | 7 gr. | | |
| ☾ | 4 L. | 10 gr. | } | 2053 $\frac{5}{18}$ |
| ♀ | 11 L. | 8 gr. | | |
| ☾ | 4 L. | 9 gr. | } | 2053 $\frac{2}{18}$ |
| ♀ | 11 L. | 9 gr. | | |
| ☾ | 4 L. | 8 gr. | } | 2052 $\frac{17}{18}$ |
| ♀ | 11 L. | 16 gr. | | |
| ☾ | 4 L. | 8 gr. | } | 2052 $\frac{14}{18}$ |
| ♀ | 11 L. | 16 gr. | | |
| ☾ | 4 L. | 6 gr. | } | 2052 $\frac{11}{18}$ |
| ♀ | 11 L. | 12 gr. | | |
| ☾ | 4 L. | 5 gr. | } | 2052 $\frac{8}{18}$ |
| ♀ | 11 L. | 13 gr. | | |
| ☾ | 4 L. | 4 gr. | } | 2052 $\frac{4}{18}$ |
| ♀ | 11 L. | 14 gr. | | |
| ☾ | 4 L. | 3 gr. | } | 1052 $\frac{1}{18}$ |
| ♀ | 11 L. | 15 gr. | | |
| ☾ | 4 L. | 2 gr. | } | 2051 $\frac{16}{18}$ |
| ♀ | 11 L. | 16 gr. | | |
| ☾ | 4 L. | 1 gr. | } | 2051 $\frac{12}{18}$ |
| ♀ | 11 L. | 17 gr. | | |
| ☾ | 4 L. | — | } | 2051 $\frac{9}{18}$ |
| ♀ | 12 L. | — | | |

| | | | |
|-----------------|-------------------------|-----------------|------------------------|
| ☾ 3 L. 17 graen | } 205 1 $\frac{6}{18}$ | ☾ 2 L. 17 graen | } 2049 |
| ♀ 12 L. 1 graen | | ♀ 13 L. 1 graen | |
| ☾ 3 L. 16 gr. | } 205 1 $\frac{3}{18}$ | ☾ 2 L. 16 gr. | } 2048 $\frac{15}{18}$ |
| ♀ 12 L. 2 gr. | | ♀ 13 L. 2 gr. | |
| ☾ 3 L. 15 gr. | } 205 1 | ☾ 2 L. 15 gr. | } 2048 $\frac{12}{18}$ |
| ♀ 12 L. 3 gr. | | ♀ 13 L. 3 gr. | |
| ☾ 3 L. 14 gr. | } 205 0 $\frac{16}{18}$ | ☾ 2 L. 14 gr. | } 2048 $\frac{9}{18}$ |
| ♀ 12 L. 4 gr. | | ♀ 13 L. 4 gr. | |
| ☾ 3 L. 13 gr. | } 205 0 $\frac{14}{18}$ | ☾ 2 L. 13 gr. | } 2048 $\frac{6}{18}$ |
| ♀ 12 L. 5 gr. | | ♀ 13 L. 5 gr. | |
| ☾ 3 L. 12 gr. | } 205 0 $\frac{12}{18}$ | ☾ 2 L. 12 gr. | } 2048 $\frac{3}{18}$ |
| ♀ 12 L. 6 gr. | | ♀ 13 L. 6 gr. | |
| ☾ 3 L. 11 gr. | } 205 0 $\frac{10}{18}$ | ☾ 2 L. 11 gr. | } 2048 |
| ♀ 12 L. 7 gr. | | ♀ 13 L. 7 gr. | |
| ☾ 3 L. 10 gr. | } 205 0 $\frac{8}{18}$ | ☾ 2 L. 10 gr. | } 2047 $\frac{16}{18}$ |
| ♀ 12 L. 8 gr. | | ♀ 13 L. 8 gr. | |
| ☾ 3 L. 9 gr. | } 205 0 $\frac{6}{18}$ | ☾ 2 L. 9 gr. | } 2047 $\frac{13}{18}$ |
| ♀ 12 L. 9 gr. | | ♀ 13 L. 9 gr. | |
| ☾ 3 L. 8 gr. | } 205 0 $\frac{4}{18}$ | ☾ 2 L. 8 gr. | } 2047 $\frac{10}{18}$ |
| ♀ 12 L. 10 gr. | | ♀ 13 L. 10 gr. | |
| ☾ 3 L. 7 gr. | } 205 0 $\frac{1}{18}$ | ☾ 2 L. 7 gr. | } 2047 $\frac{7}{18}$ |
| ♀ 12 L. 11 gr. | | ♀ 13 L. 11 gr. | |
| ☾ 3 L. 6 gr. | } 2049 $\frac{17}{18}$ | ☾ 2 L. 6 gr. | } 2047 $\frac{4}{18}$ |
| ♀ 12 L. 12 gr. | | ♀ 13 L. 12 gr. | |
| ☾ 3 L. 5 gr. | } 2049 $\frac{15}{18}$ | ☾ 2 L. 5 gr. | } 2047 $\frac{1}{18}$ |
| ♀ 12 L. 13 gr. | | ♀ 13 L. 13 gr. | |
| ☾ 3 L. 4 gr. | } 2049 $\frac{13}{18}$ | ☾ 2 L. 4 gr. | } 2046 $\frac{16}{18}$ |
| ♀ 12 L. 14 gr. | | ♀ 13 L. 14 gr. | |
| ☾ 3 L. 3 gr. | } 2049 $\frac{11}{18}$ | ☾ 2 L. 3 gr. | } 2046 $\frac{14}{18}$ |
| ♀ 12 L. 15 gr. | | ♀ 13 L. 15 gr. | |
| ☾ 3 L. 2 gr. | } 2049 $\frac{8}{18}$ | ☾ 2 L. 2 gr. | } 2046 $\frac{12}{18}$ |
| ♀ 12 L. 16 gr. | | ♀ 13 L. 16 gr. | |
| ☾ 3 L. 1 gr. | } 2049 $\frac{6}{18}$ | ☾ 2 L. 1 gr. | } 2046 $\frac{10}{18}$ |
| ♀ 12 L. 17 gr. | | ♀ 13 L. 17 gr. | |
| ☾ 3 L. — — | } 2049 $\frac{3}{18}$ | ☾ 2 L. — — | } 2046 $\frac{8}{18}$ |
| ♀ 13 L. — — | | ♀ 14 L. — — | |

| | | | |
|---|-------|----------|------------------------|
| ☉ | 1 L. | 17 graen | } 2046 $\frac{6}{18}$ |
| ♀ | 14 L. | 1 graen | |
| ☉ | 1 L. | 16 gr. | } 2046 $\frac{3}{18}$ |
| ♀ | 14 L. | 2 gr. | |
| ☉ | 1 L. | 15 gr. | } 2046 |
| ♀ | 14 L. | 3 gr. | |
| ☉ | 1 L. | 14 gr. | } 2045 $\frac{15}{18}$ |
| ♀ | 14 L. | 4 gr. | |
| ☉ | 1 L. | 13 gr. | } 2045 $\frac{12}{18}$ |
| ♀ | 14 L. | 6 gr. | |
| ☉ | 1 L. | 12 gr. | } 2045 $\frac{9}{18}$ |
| ♀ | 14 L. | 6 gr. | |
| ☉ | 1 L. | 11 gr. | } 2045 $\frac{6}{18}$ |
| ♀ | 14 L. | 7 gr. | |
| ☉ | 1 L. | 10 gr. | } 2045 $\frac{3}{18}$ |
| ♀ | 14 L. | 8 gr. | |
| ☉ | 1 L. | 9 gr. | } 2045 |
| ♀ | 14 L. | 9 gr. | |
| ☉ | 1 L. | 8 gr. | } 2044 $\frac{16}{18}$ |
| ♀ | 14 L. | 10 gr. | |
| ☉ | 1 L. | 7 gr. | } 2044 $\frac{13}{18}$ |
| ♀ | 14 L. | 11 gr. | |
| ☉ | 1 L. | 6 gr. | } 2044 $\frac{10}{18}$ |
| ♀ | 14 L. | 12 gr. | |
| ☉ | 1 L. | 5 gr. | } 2044 $\frac{7}{18}$ |
| ♀ | 14 L. | 14 gr. | |
| ☉ | 1 L. | 4 gr. | } 2044 $\frac{4}{18}$ |
| ♀ | 14 L. | 14 gr. | |
| ☉ | 1 L. | 3 gr. | } 2044 $\frac{2}{18}$ |
| ♀ | 14 L. | 15 gr. | |
| ☉ | 1 L. | 2 gr. | } 2044 |
| ♀ | 14 L. | 17 gr. | |
| ☉ | 1 L. | 1 gr. | } 2043 $\frac{15}{18}$ |
| ♀ | 14 L. | 17 gr. | |
| ☉ | 1 L. | — | } 2043 $\frac{13}{18}$ |
| ♀ | 15 L. | — | |

| | | | |
|---|---------|----------|------------------------|
| ☉ | 0 L. | 17 graen | } 2043 $\frac{10}{18}$ |
| ♀ | 15 L. | 1 graen | |
| ☉ | 0 L. | 16 gr. | } 2043 $\frac{7}{18}$ |
| ♀ | 15 L. | 2 gr. | |
| ☉ | 0 L. | 15 gr. | } 2043 $\frac{4}{18}$ |
| ♀ | 15 L. | 3 gr. | |
| ☉ | 0 L. | 14 gr. | } 2043 $\frac{2}{18}$ |
| ♀ | 15 L. | 4 gr. | |
| ☉ | 0 L. | 13 gr. | } 2043 |
| ♀ | 15 L. | 5 gr. | |
| ☉ | 0 L. | 12 gr. | } 2042 $\frac{15}{18}$ |
| ♀ | 15 L. | 6 gr. | |
| ☉ | 0 L. | 11 gr. | } 2042 $\frac{12}{18}$ |
| ♀ | 15 L. | 7 gr. | |
| ☉ | 0 L. | 10 gr. | } 2042 $\frac{9}{18}$ |
| ♀ | 15 L. | 8 gr. | |
| ☉ | 0 L. | 9 gr. | } 2042 $\frac{6}{18}$ |
| ♀ | 15 L. | 9 gr. | |
| ☉ | 0 L. | 8 gr. | } 2042 $\frac{3}{18}$ |
| ♀ | 15 L. | 10 gr. | |
| ☉ | 0 L. | 7 gr. | } 2042 |
| ♀ | 15 L. | 11 gr. | |
| ☉ | 0 L. | 6 gr. | } 2041 $\frac{16}{18}$ |
| ♀ | 15 L. | 12 gr. | |
| ☉ | 0 L. | 5 gr. | } 2041 $\frac{13}{18}$ |
| ♀ | 15 L. | 13 gr. | |
| ☉ | 0 L. | 4 gr. | } 2041 $\frac{10}{18}$ |
| ♀ | 15 L. | 14 gr. | |
| ☉ | 0 L. | 3 gr. | } 2041 $\frac{7}{18}$ |
| ♀ | 15 L. | 15 gr. | |
| ☉ | 0 L. | 2 gr. | } 2041 $\frac{4}{18}$ |
| ♀ | 15 L. | 16 gr. | |
| ☉ | 0 L. | 1 gr. | } 2041 $\frac{2}{18}$ |
| ♀ | 15 L. | 17 gr. | |
| | ♀ 16 L. | — | 2041 |

DE SVLCIS COCHLEATIS

ad datam distantiam

TVBIS SCLOPETORVM

recte inducendis.

Ioh. Georg. Leutmann.

I.

TVbos sclopetorum cochleis intus excau-
tos, et ratione structurae, et ratione
effectus, ad Mechanicam pertinere, ne-
minem esse puto qui dubitet, et quan-
quam opificium labor sit, eas perficere, attamen
iustam et debitam inductionem helicum, nisi labor
a perito Mechanico dirigatur, ab eoque informati
atque edocti fuerint opifices, vitiosam deprehen-
dentes et intentioni minus respondentem.

2. Primus, qui hanc finxit in tubis formam,
procul dubio eum habuit finem, ut globus per gy-
rum, ope cochlearum, inductum, aerem tere-
brando facilius penetret atque secet, prohibeatque
ne linea directionis, globum impellens, a recta ni-
miam deflectat via, et tandem corpus resistens, ad
quod tendit globus, vehementius feriatur et traie-
ctetur, quando globus gyrando illud perterebrat.

3. Haec nunquam obtinebitur intentio, nisi
helices acquabili plane gyro tubo fuerint inductae,

gy-

gyrumque exacte parallelum feruent, vt motum glo-
bulo vniformem imprimere valeant.

4. Cognoscitur vitium helicum, si in tubum sclopeti plumbum liquefactum infundatur, et cylindrus plumbeus refrigeratus helicibus prominentibus, ad modulum tubi factus, et spitamæ longitudinis, formetur. Hic, si ope virgulæ ferreæ, seu potius chalybeæ, per totum canalem sclopeti pertrudatur atque vi expellatur, indicabit vel iustam vel vitiosam helicum formam.

5. Si enim leniter et sine magna resistentia protrudi potest cylindrus plumbeus, et facile cedit, postquam oleo intus bene inunctus fuerit tubus, indicio est, helices tubi recte esse efformatas. Si vero magna cum vehementia et vi propellendus est cylindrus, tunc videbis, helices eius protuberantes e situ suo debito esse depulsas et deflexas, vel graciliores redditas, vel plane deprauatas, quod docebit vitium in elaborandis helicibus tubi commissum.

6. Modus conficiendi eiusmodi canales cochleatos, quo vtuntur optimi artifices, in eo consistit, vt canali eiusmodi ferreo, recte iam helicibus excavato, immittant virgam chalybeam duplicis longitudinis canalisi, et ad eius medium, in extremo tubi positum, superinfundant in canalem plumbum liquefactum, formentque eiusmodi cylindrum plumbeum, virgæ chalybeæ circumfusum, eique firmiter adhaerentem, qualem §. 4. descripsimus.

7. In virgæ extremo adaptant atque firmant cylindrum ligneum. Huic cylindro immittunt li-
mam

mam tenuem aliquantulum oblique fitam, ad ductum helicum in tubo iamiam exaratarum.

8. Cylindrus ligneus foramini conficiendi novi sclopeti proportionalis fit , illudque exacte repleat , ita tamen , vt obsequiose cis et retro agitari possit. Lima vero , in ligneo hoc cylindro recondita , acie aliquantulum promineat , vt pertruso cylindro tubo rimam levem inducat , et quando leniter transit lima , papyro subiecto cleuetur tantisper , vt iterum ulterius excavet gyralem rimam , et sic iteratis ductibus cylindri , et elevationibus limae , sulcus satis profunde exaratur.

9. His recte praeparatis , utrique tubi , et cochleatus et cochleandus , in linea recta firmantur , et pertruditur virga chalybea per utrosque , operationeque , vt iam indicatum , perficitur. Hoc modo recipit novus tubus prima lineamenta de helice inducenda , ulteriusque perficitur.

10. Totam operationem describere superfedeo , ad opificem ea magis pertinet , quam ad Mechanicum. Totum vero modum indicare volui , vt intelligatur , quomodo nouo tubo idem gyrus helicum inducatur , qui in elaborato tubo tanquam prototypo erat expressus. Prodiit itaque novus tubus in quo vnus circuitus helicum aequalis est distantiae gyrarum alterius.

11. Quandoquidem vero vulgarem gyrationem helicum ita conficere soleant artis sclopetariae magistri , vt vnus circuitus helices duos pedes aequet vt plurimum , ita vt quando gyrus lineam rectam , a
qua

qua incepit, iterum tangit, longitudo lineae rectae duos pedes absoluat, et formata tandem machina exarandis tubis cochleatis apta, ad quam construendam tubum cochleatum ab alio magistro pro modulo sibi comparant, nullam amplius vel extensioem formam, vel concisioem, quae difficilior, tubis incidere valeant, quam quae ipsorum machinae respondet, et sine tubo, in quo aliter incisae sunt helices, aliam formam in nouo tubo conficiendo parare nesciunt. Inueni et in praxin deduxi methodum, qua mediante ad quamuis datam longitudinem vnus circuitus helicum formari potest, et quidem exactissime absque vitio in circuitu helicum metuendo.

12. Formetur (1) ex charta parallelogrammum, quod exacte cylindro ligneo circumuolutum, eum includere aptum est.

(2) Cylindrus torno accurate fit elaboratus 3 fere digitos in diametro habens, longitudo fit ad placitum.

(3) Si itaque desideretur distantia helices cylindro imprimendae vnus pedis, vt intra hanc longitudinem helix vnum circuitum absoluat,

(4) Delineetur longitudo vnus pedis in parallelogrammo chartaceo, in vtroque latere longitudinali, et per latitudinem ducatur recta, et fiat etiam in parallelogrammo isto vnum pedem longo diagonalis. Hoc repetatur in noua charta toties, quoties longitudo cylindri id requirit.

(5) Circumuoluatur parallelogrammum cylindro et agglutinetur super cylindrum, vt latera sibi ex-

ac̄te respondeant, absque extensione parallelogrammi chartacei. Addatur alterum parallelogrammum, ita vt ductae diagonales sese excipiant, tunc istae formabunt gyrum vniformiter circa cylindrum progredientem, et ad vnus pedis distantiam circuitum vnum absoluentem.

(6) Incidatur gyrus helcis lima acuta et tenui in cylindro ligneo ad profunditatem lineae vnus digiti, et habebis delineationem helcis desideratae in cylindro ligneo signatam.

13. Vt vero de exactitudine atque parallelo ductu helcis certus sis, poteris probam sequenti ratione instituire:

(1) Ducatur recta per totum cylindrum, eique parallelae aequidistantes plures e. gr. 6. 8. 10.

(2) Fiant ad vnum circuitum helcis, h. l. ad longitudinem vnus pedis, circuli aequidistantes et cylindrum circumdantes tot, quot lineae per longitudinem cylindri fuerunt ductae. Tunc videbis quod per sectiones circulorum cum rectis helix accurate transeat, quod indicio est helicem esse accuratam.

14. Simul vero concipi potest inaequalis progressus helicum, qui vitiosus, si scil. circuli inaequaliter distent, vel rectae modo latius modo arctius occupent spatium, et tamen helix ex vno intersectionis puncto per alterum ducatur, tunc circumuoluta helix vitiatur, et hoc modo exarati in tubum sclopeti fulci, sclopetum facient vitiosum motumque globulo, aequaliter imprimendum, turbabunt.

15. Maxime hoc contigisse obseruavi in plurimis

rimis tubis, quibus ope cylindrioli chalybei acie et prominente et tanta obliquitate, quantam helici convenientem arbitrati, sunt praediti, et vi impulsivi ut per tubum transeat acieque sua fulcum cochleae formet. In illis vix inter triginta unicum tubum, recte constitutum, inveni in quo fortuito recte cessit opus, id quod per criterium §. 4. datum, experiri poteram. Talia scelopeta in Curonia et Liunia a rusticis fabris ferrariis elaborantur, et raro adipiscuntur iustum helicis ductum.

16. Ut vero recte ducta helix §. 12. descripta, usui cedat, fiat

(1) Parallelepipedum ligneum 7. dig. crassum, intus cavitate rotunda peruium, diameter cavitatis aequet 3 dig. longitudo parallelepipedi spatiam.

(2) Muniantur utraque extrema annulis ferreis externe, ad cavitatem internam recipiant duos annulos orichalceos torno elaboratos, eiusdem plane amplitudinis qualem cylindrus §. 12. descriptus requirit, ut arte quidem, sed non coacte pertransire possit annulos cylindrus, lati sint annuli 2. dig. crassi duas vel tres lineas.

(3) Hi annuli immittantur et firmentur in cavitatis parallelepipedi extremis interioribus, ut firmi stent atque immobiles.

(4) In superiore parte parallelepipedi caui fiat foramen rotundum, in cavitatem usque, 1 dig. in diametro. Elaboretur cylindriolus metallicus, in medio per longitudinem quadrato foramine oblongo peruius, longus et latus ad proportionem foraminis

in parallelepipedo facti, in superiore superficie latum satis orbem seu limbum habens, cuius diameter ad minimum 3. dig. aequet crassities 1. lin.

(5) In cylindrioli foramen oblongo quadratum imponatur prisma quadrangulare chalybeum, foramini exacte aptum, cuius longitudo excedat ad 3. et ultra lineas longitudinem cylindri metallici, et in vno extremo in aciem longam instar cultri desinat ad vtrumque latus prismatis latius.

(6) Metallicus cylindrus immittatur in foramen parallelepipedi lignei, vt in eo circumgyrari possit, incumbente superiore orbe seu limbo lateri superiori parallelepipedi.

(7) In parallelepipedum cauum immittatur cylindrus ligneus §. 12. descriptus, et ita dirigatur, vt circumducendo metallicum cylindriolum, eius prismatis quadrati acies ad crenam cochleae, ligneo cylindro incisae, quadret, eamque intret.

(8) Firmetur tunc limbus cylindrioli metallici, vt datum situm mutuare, aut eius prisma chalybeum ex crena cylindri lignei extorqueri nequeat. Super prisma vero chalybeum adaptetur cochleae mas, quae, in foemina sua circumducta, nitatur in prisma, ne retrocedat, sed in crena sua semper contineatur atque conferuetur.

(9) Cylindrus vero ligneus ita sit adornatus, vt ope manubrii transverse positi atque versatilis, facile huc et illuc agitari, simulque in isto motu circumgyrari possit, id quod sua sponte fiet, quia acies prismatis, in crena helice posita, spontaneam circum-

cumgyrationem caufabitur in adducendo et reducendo cylindro, non resistente manubrio verfatili.

(10) Agitatio itaque hoc cylindro ligneo, dens feu prisma chalybeum in crena cylindri fe continens, nullum alium cylindro concedit motum, quam gyralem, ad ductum crenae in longitudinem procedentem.

(11) Tandem cochlea prismati incumbens ad quartam partem fui gyri adducatur, et fic vi imprimatur aliquantisper prisma, acie praeditum, in cylindrum ligneam, et agitetur cylindrus, vt dens impreflus crenam fuam radat, eamque ampliozem reddat. Hoc faepius reiteratum, crenam et latam et profundam pro lubitu faciet dens, acies vero femper ad centrum vergens viam excauabit, ex qua prismati excedere non dabitur. Et fic gyratio cylindri ad defideratam distantiam helicis erit inftituta, et machina exarandis fulcis fclopetorum cochleatis parata.

17. Caeterum quomodo virga chalybea, cum embolo ligneo, lima tenui praedito, ad inducendas crenas, in tubum fclopeti ferreum, fit adornanda, quod artis rei fclopetariae peritis fatis notum, non opus vt describatur.

18. Conftat vero ex iam dictis, quomodo quaelibet helix, ad datam distantiam, recte describi, iuste excauari, et conficiendis tubis fclopetorum, intus cochleandis, applicari debeat, vt fclopeto prodeant perfectiora, rei venatoriae maxime vtilia ac neceffaria.

DE TERMINIS GENERALIBVS SERIERVM,

Auctore

C. G.

I.

Terminus generalis seriei est formula quae per quantitatem quandam variabilem x aequalem exponenti termini quaesiti exhibet ipsum terminum quaesitum seriei, vt si terminus generalis sit $x^2 + x + 1$. et quaeratur terminus decimus seriei, habebitur $100 + 10 + 1$. = termino quaesito 111; si $x^2 + a^x + a^x$. sit terminus generalis erit terminus tertius $27 + a^3 + 3^a$ &c.

II. *Lex progressionis* est formula, cuius ope ex dato vno vel pluribus terminis seriei inuenitur terminus alius antecedens vel consequens; vt si lex terminorum sit $mA = B$. vbi A denotet terminum quemcunque datum, m numerum datum, B terminum proxime sequentem inueniendum, vel si lex terminorum sit $\frac{mA + nB}{A + B} = C$. vbi A. et B. significant terminos datos contiguos, m . et n . numeros datos, C. terminum proxime sequentem inueniendum.

III. Est autem *lex progressionis* duplex vel (1) *constans* et *certa* quae scilicet dato vno vel pluribus terminis terminum alium sequentem vel antecedentem

tem

tem sufficienter definit, quales sunt formulae quas modo allegauimus, datis enim quantitibus m et A . per legem progressionis formula $mA = B$. expressam recte determinatur quantitas B . vti etiam datis quantitibus m et n . atque terminis A et B . per legem progressionis $\frac{mA+nB}{A+B} = C$. certo definitur terminus C . vel (2) *variabilis* quae dato vno vel pluribus terminis seriei nequit exprimere terminum quaesitum sequentem vel antecedentem nisi etiam exponentes terminorum datorum dati sint, hoc est, nisi constet quotus terminus in serie sit datus A vel B . huiusmodi lex progressionis est $Ax = B$. dato enim termino $A = 6$. per hanc legem progressionis non determinatur quantitas B . nisi praeterea constet quotus sit terminus A . in sua serie; quem si ponamus tertium fiet $x = 3$ adeoque $6 \cdot 3 = 18 = B$.

IV. Inter series constantis progressionis, facillimae sunt quae *recurrentes* vocantur et reduci possunt ad aequationem $mA + nB + pC + \&c. = N$. vbi $A, B, C, \&c.$ denotant terminos ordine sequentes, $m, n, p, \&c.$ numeros constantes, N . terminum sequentem ex datis definiendum. Terminum vero generalem harum serierum exprimere docuit Cl. Daniel Bernoullius nec dubito quin methodus qua vtitur ad inueniendos alios serierum constantis progressionis terminos generales ducat, si porro excolatur; simili enim ratione terminus generalis seriei cuius terminus primus $= 1$. lex progressionis $mA + n = B$. deprehenditur $\frac{(m+n-1)m^{x-1} - n}{m-1}$ vbi m . fit numerus qui-

quicumque constans praeter unitatem quo casu satisfacit terminus generalis $nx - n + 1$. Si datae seriei duo priores termini sint α . et β . lex progressionis

$$\frac{mB}{\frac{A}{(xx-3x+2):2} \beta^{x-1}} = C. \text{ erit terminus generalis huius seriei}$$

$$\frac{\alpha}{m} \frac{\beta^{x-1}}{x-2} \&c.$$

Quod ad alterum genus progressionum attinet in quarum formulis quantitas variabilis x reperitur, fatendum quidem est dari series progressionis planae ac perspicuae, vt $Ax = B$; $A + \frac{1}{x} = B$ &c. quarum termini generales adhuc desiderantur, sed tamen e contrario multae quarum progressio perquam obscura est ad terminum generalem adhibita industria reduci possunt; sic data lege progressionis $Ax + (x+1)^m - x(x-1)^{m+1} = B$ non illico apparet formulam terminorum qui huic legi respondeant esse $a^m + (x-1)^{m+1}$ vel formulam terminorum qui respondeant legi $m(A - a^x) + a^{x+1} = B$ esse $a^x + m^x$. vel legem progressionis $Ax + (x+1)^{x+1} - x(x-1)^x = B$. conuenire termino generali $a^x + (x-1)^x$. si nempe in his exemplis sumatur x pro exponente termini dati A .

V. Sed quaecunque sit ista progressionum varietas, certum est series omnes ad terminum generalem saltem infinitum reuocari posse. Sit enim data series

$$(A)a + b + c + d + \&c.$$

erit formula eius seu terminus generalis saltem infinitus

(B)

$$(B) a + (b-a)(x-1) + (c-2b+a)(x-1)\left(\frac{x-2}{2}\right) \\ + (d-3c+3b-a)(x-1)\left(\frac{x-2}{2}\right)\left(\frac{x-3}{3}\right) + \&c.$$

secundum hunc Canonem exempli gratia series

$$(C) 1 + \frac{3}{2} + \frac{1}{6} + \frac{25}{12} + \frac{137}{60} + \frac{49}{20} + \&c.$$

quae est summatix seriei $\frac{1}{x}$

$$(D) 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \&c.$$

comparando terminis (C) cum terminis (A) $a=1$, $b=\frac{3}{2}$, $c=\frac{1}{6}$, $d=\frac{25}{12}$, &c. iisque valoribus substitutis in B reducitur ad terminum generalem.

$$(E) 1 + \frac{1}{2}(x-1) - \frac{1}{6}(x-1)\left(\frac{x-2}{2}\right) + \frac{1}{12}(x-1)\left(\frac{x-2}{2}\right)\left(\frac{x-3}{3}\right) \&c.$$

6. Vfus huius termini generalis praecipuus est in interpolandis serierum terminis siue in exprimendis per seriem valoribus terminorum qui exponenti cuius non-integro respondent ; nam si verbi gr. in serie (C) quaeratur terminus medius inter terminum primum 1 et secundum $\frac{3}{2}$, valor huius termini quaesiti exprimetur per seriem (E) si in eadem pro exponente x ponatur exponens termini quaesiti $\frac{3}{2}$ hoc modo

$$(F) 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{24} + \frac{1}{120} + \frac{1}{720} + \frac{1}{5040} + \&c.$$

sed cum aliunde notum sit summam seriei $\frac{f}{xx+fx}$ aequalem esse tot terminis seriei (D) quot numerus f continet vnitates (nempe summam seriei $\frac{1}{xx+x}$ esse $=1$ summam seriei $\frac{2}{xx+2x}$ esse $=1 + \frac{1}{2}$ et similiter ceteras) consequitur dictam seriem $\frac{f}{xx+fx}$ dato f numero constante quocunque aequalem esse seriei (E) si in hac pro x ponatur f adeoque in nostro casu seriem (F) esse aequalem

$$(G) \frac{3}{5} + \frac{3}{14} + \frac{3}{27} + \frac{3}{44} + \&c.$$

7. Simili ratione summam datae cuiuscunque seriei reducere licebit ad terminum aliquem medium alius seriei, nam si x . fumatur = numero cuidam affirmatiuo non-integro et fiat datae seriei terminus = $(c-2b_4a)(x-1)^{\frac{x-2}{2}}$ et sic reliqui, reducta erit summa seriei prioris ad terminum respondentem exponenti x . in hac serie $a+b+c+\&c$. Sic data exempli gratia serie $1+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{3}{8}-\frac{1}{2}+\frac{3}{8}+\frac{5}{8}+\frac{3}{8}+\frac{5}{8}+\frac{7}{16}+\&c$. positoque $x=\frac{3}{2}$ fiet $a=1.b=2.c=4.\&c$. cuius nouae seriei terminus generalis est 2^{x-1} in quo si rursus ponatur $x=\frac{3}{2}$ obtinebitur summa seriei datae = $\sqrt{2}$.

8. Quin etiam ex his patet quantitatem $\alpha\beta$ (vbi β fit = seriei cuiuscunque $a+b+c+d+\&c$.) esse aequalem seriei $a^a+(a^b-a^a)(x-1)+(a^c-2a^b+a^a)(x-1)^{\frac{x-2}{2}}+\&c$. posito x = numero non-integro.

9. Sed fieri potest vt series quae elicitur ex formula (B) fit diuergens atque adeo minus apta ad exprimendum valorem qui quaeritur, nisi in aliam convergentem transmutetur. Sit data series

$$(H) 1+1.2+1.2.3+1.2.3.4+\&c.$$

quae seruat legem progressionis $A(x+1)=B$. reducetur ea per formulam (B) ad terminum generalem. (I) $1+(x-1)+3(x-1)^{\frac{x-2}{2}}+11(x-1)^{\frac{x-3}{3}}+\&c$. igitur si quaeratur terminus medius inter primum et secundum, exprimetur is facto $x=\frac{3}{2}$ per seriem.

$$(K) 1+\frac{1}{2}-\frac{3}{8}+\frac{11}{16}-\frac{265}{128}+\&c.$$

quae cum sit diuergens, valor eius per seriem convergentem dabitur hoc modo: inuertantur omnes termini seriei (H) vt fiat

(L)

$$(L) \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{24} + \&c.$$

in hac per formulam (B) inuenietur terminus respondens exponenti $\frac{3}{2}$

$$(M) 1 - \frac{1}{2} \cdot 2 - \frac{1}{6} \cdot 2 \cdot 4 + \frac{1}{24} \cdot 2 \cdot 4 \cdot 6 + \frac{1}{120} \cdot 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 + \&c.$$

quam seriem aggregatis terminorum qui per signa + vel - coniuncti sunt continuo decrefcentibus patet esse conuergentem; posito igitur valore eius = m erit terminus quaesitus inter primum et secundum seriei (H) = $\frac{1}{m}$. Eundem valorem etiam per seriem terminorum prorsus affirmatiuorum consequemur, si sumamus terminum medium inter primum et secundum seriei

$$(N) \frac{1}{1} + \frac{2}{2} + \frac{3}{6} + \frac{4}{24} + \frac{5}{120} + \&c.$$

cuius numeratores progrediuntur ordine numerorum naturali, denominatores autem secundum seriem (H) erit is terminus medius =

$$(O) 1 + 0 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4 + \frac{2}{3} \cdot 2 \cdot 4 \cdot 6 + \frac{5}{8} \cdot 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 + \&c.$$

cuius seriei summam si ponamus = n erit valor termini medii inter primum et secundum in serie (H) = $\frac{3}{2n}$.

10. Terminum generalem haecenus dedimus qui exponenti non integro conueniat, per summam alicuius seriei infinitae, cuius nimirum termini continuo addendi sunt, superest alia forma termini generalis quae per continuas multiplicationes procedens vnicum quidem numerum, sed saepe in infinitum extensum efficit. Sit series data quaecunque

(P) $a + ab + ab^2c^2 + ab^3c^6d^6 + ab^4c^{12}d^{24}e^{24} + \&c.$
erit eius terminus generalis.

$$(Q) ab^{x-1}c^{(x-1)(x-2)}d^{(x-1)(x-2)(x-3)}e^{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)} \\ \&c.$$

Si exempli gratia fuerit series

$$(R) 1 + 2 + 36 + 23887872 + \&c.$$

comparatis singulis terminis seriei (R) cum terminis seriei (P) inuenietur $a=1, b=2, c=3$ &c. igitur si verbi gr. quaeratur terminus medius inter primum et secundum seriei (R) valor eius exprimeretur per seriem

$$(Q) \text{ factò } x = \frac{3}{2}.$$

$$1.2.\frac{1}{3}.\frac{-1}{4}.\frac{3}{5}.\frac{-3.5}{18}6.\frac{3.5.7}{32}7.\frac{-3.5.7.9}{64} \&c.$$

similiter si series data fuerit

$$a^1 + a^2 + a^{11} + a^{\frac{108}{5}} + a^{\frac{323}{7}} + \&c.$$

$$\text{hoc est } a=b=c, d=a^{\frac{1}{3}}, e=a^{\frac{1}{5}}, f=a^{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} \cdot 7} \&c.$$

erit terminus medius inter primum et secundum

$$a^{(1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{16} + \&c.)} = a^{\frac{4}{3}}.$$

perinde ac si terminus medius inter primum et secundum in serie exponentium $1 + 2 + 5 + 11 + \frac{108}{5} + \&c.$ ope formulae (B) quaesitus fuisset.

11. Si quis denique secum expendat formulas *exponentiales*, quae optimo successu ad exprimendas multarum serierum leges adhibentur nonnisi arbitrario quodam consensu ab Arithmetiis receptas fuisse ita vt posito verbi gratia a^x . quantitas a . toties in se ducenda intelligatur quot ipsa exponens x . continet vnitates, is sane fatebitur nihil ob stare, quin alia inueniantur compendia quibus plures quantitates diuersae tum addendae, tum multiplicandae vna formula designari possint, qua de re iam dicere constitui

stitui. Littera e . hoc loco vtar pro exponents
successiva ita vt numeris 1, 2, 3. &c. deinceps ae-
 qualis ponenda sit donec fiat $=n$. hoc est numero
 cuiusque determinanti quot termini vel addendi
 vel multiplicandi sint, denotabit autem linea supe-
 rior \bar{n} . exponentem terminorum addendorum, in-
 ferior \underline{n} . exponentem terminorum multiplicando-
 rum quod exemplis declarabimus. Sit data formula
 $(ex+f)^{\bar{3}}$. fiet $\bar{n}=3$. hoc est tres numeri sunt addendi
 quos vt etiam sit $(1)e=1$. erit terminus primus $x+f$;
 $(2)e=2$. ergo terminus secundus $2x+f$. et similiter
 tertius $3x+f$. igitur $(ex+f)^{\bar{3}}=6x+3f$. et $(ex+f)^{\bar{3}}$
 $=(x+f)(2x+f)(3x+f)=6x^3+11fx^2+6f^2x+f^3$
 Simili modo fiet $[(ee+e)xx+e^x]^{\bar{2}}=$
 $(2xx+1)+(6xx+2^x)$ et $[(ee+e)$
 $xx+e^x]^{\underline{2}}=(2xx+1)(6xx+2^x)$.
 &c. vnde patet quotiescunque exponens terminorum
 addendorum \bar{n} . vel exponens terminorum multipli-
 candorum \underline{n} . fuerit numerus integer determinatus,
 hasce formulas etiam vsitato modo (quamuis saepe
 multo maiore characterum numero opus sit) describi
 posse, sin vero n . vel numerus indeterminatus, vel
 fractus sordisue fuerit, non item.

12. Ad hoc formularum genus non modo
 ipsae formulae serierum Algebraicae atque exponen-
 tiales reuocari, sed etiam innumerac aliae series quae
 neutris subiici posse credebantur, nullo negotio tra-
 duci possunt, vt si data sit series quam supra consi-
 derauimus (H) terminus eius generalis hac methodo
 fiet e^z nam si verbi gr. quaeratur terminus eius ter-

tius fiat (1) $e=1$. (2) $e=2$. (3) $e=3$. hi numeri in se ducti dant 6. terminum quaesitum. Eodem modo series.

$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \&c.$ reuocatur ad terminum generalem $e^{\frac{x(x+1)}{2}}$

13. Hic inprimis occurrendum puto eorum opinioni qui hanc methodum, nondum perfecta utilitate, propterea reiicient, quod huiusmodi terminus generalis a nobis descriptus non minuat laborem in inuestigando termino seriei, qui quaeritur, quandoquidem verbi gr. decimus terminus inueniri non potest nisi post nouem antecedentes inuentos; Quibus respondeo ad terminum generalem seriei non id requiri vt terminum quaesitum citissime prodatur, sed hoc solum sufficere vt terminos omnes seriei ope quantitatis cuiusdam variabilis atque exponenti terminorum respondentis aequabiliter exprimat. Sic nemo negauerit seriem terminorum $a + a^2 + a^3 + a^4 + \&c.$ recte exprimi per terminum generalem a^x . at si posito $a=7$. $x=3$. inueniendus sit terminus tertius seriei, quid quaeso confert formula generalis a^x . ad numerum 7. ter in se ducendum vt prodeat 343? Quin imo si facilior in quibusdam seriebus terminorum progressio est, id ex recepto numerandi genere per decades potius, quam ex formula termini generalis deducendum videtur, vt si in serie a^x . ponatur $a=10$.

14. Neque moror aliam difficultatem, quod valores terminorum exponentibus fractis respon-

den-

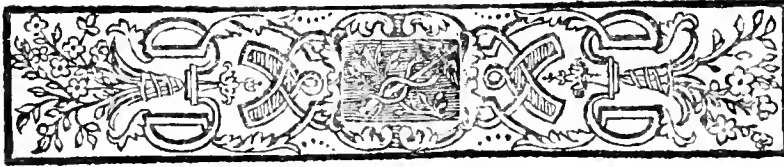
dentium per hoc nouum formularum genus non exprimantur distincte, eadem enim difficultas est in omnibus formulis *exponentialibus*, nec vitari omnino potest; et quid iuuat terminum medium inter primum et secundum in serie 2^{x-1} exprimere per $2^{\frac{1}{2}}$ vel $\sqrt{2}$. nisi magnitudini eius limites statuamus per approximationes vel series? Nam et vulgaris extractis radicis quadratae ex numero 2. nihil aliud est quam series $1 + \frac{a}{10} + \frac{b}{100} + \frac{c}{1000} + \& = \sqrt{2}$.

Hac lege vt numeratores *a. b. c. &c.* sint numeri integri affirmatiui non maiores quam 9. Quod si igitur obscurus videatur eiusmodi valor $e^{\frac{3}{2}}$ eundem non minus accurate quam valorem $\sqrt{2}$. determinare licebit methodo quam §. 9. indicauimus. Vfus vero nouarum formularum eo patebit, quod innumeras series, etiam summatrices, quarum leges non nisi per multas ambages describi possent, quam breuissime exprimant, vti alio loco ostendemus.

CLASSIS
SECUNDA
CONTINENS
PHYSICA.

Tom. III.

A 2



MONSTRUM
CASANENSE

Cuius Pag. 416 Commentarior. Acad. Tom. II,

mentio facta est

A

Io. Georg Du Vernoi,

Ecce! opinor prodigii, si ita loqui fas est, microcosmici formidabilem excessum, in ea speciatim hypothese, qua ante conceptum omnium partium cum contentarum tum continentium formatio seu praeeistentia, nexusque et consensus earundem stabilitur.

Sint nempe gemellae optime conformatae. Casum finge, in quo artificiosa dissectione, tota pars antica pectoris, prout in incisione cadauerum in usu

est , vnaque regio ventris vmbilicotenus resecta fuerit : Eodem tempore , duo ossa sterni e sua sede naturali auulsa ac in vtrumque latus transposita: Item ambo capita verticaliter iuxta ductum futurae coronalis et sagittalis anterioris posteriorisque ad foramen vsque occipitis sic diuisa , vt integrum hemisphaerium capitis vtrinque deficiat : Postea finge, ventres, pectora et capita sic patula, more duorum hominum sibi incumbentium super imposita mutuo iungi ac ita rursus consociari , vt vita in saluo sit.

Equidem, si iuxta hypothesein talia in vtero portenta fieri possunt, si totum calvariae hemisphaerium a summo vertice vsque ad inum mentum et occiput tollere fas est, si menyngum, cerebri, medullae oblongatae, vasorum neruorumque insignium iactura fieri, si membra in nihilum redigi aut translocari, si vasa maxima absque suppuratione aperiri, si sanguis ex vno in aliud corpus transfundi potest, verbo, si tam stupendae demolitiones, compositiones operationesque nouae salua vita, salua conformatione contingere possunt, ecquid demum in corporis humani scientia, in praeceptis et fundamentis medicis, quibus hodie ars medica superstructa est, firmum erit? Ecceur similia portenta extra vterum non obseruantur? Vndenam effectuum adeo contrariorum causa naturalis petenda erit, saluis aeternis legibus humanae naturae impressis innatisque, a quibus ipsa ne latum vnguem recedere potest, teste omnium aetatum experientia.

Quamobrem necesse est, ad vitandas hasce difficult-

ficultates credere , dari certum tempus post conceptum , in quo non totius corporis , verum duntaxat partium quarundam architectura inchoata est, illudque tempus esse , in quo duo foetus adhuc imperfecti ac semi-elaborati variis modis inuicem incorporantur, antequam caput, pectus et abdomen clausum sit : Nam sub isto tempore cauitates corporis instar scaphae vel aedificii sine tecto conspiciuntur : Viscera foris pendula ac informia sunt , nondum compacta , eorumque stamina in fluido a quo vix differunt , instar nebulae adhuc oberrant, in quo propterea statu haud difficile est , vt in generationis negotio praefata stamina semi-elaborata, cum aliis affinibus, (vel per nudam inclinationem vel per modum alium aequae obscurum) in mutuos nexus veniant, communi vita gaudeant, adolescant, ac denique absoluto generationis opere communibus integumentis circumuestiantur.

Hisce praemissis , ad descriptionem anatomicam *Monstri monocephalo bicorporei* nunc deueniendum est, incipiendo ab iis deformitatibus quae ante dissectionem in conspectum veniunt. Hae sunt seqq.

1. Capitis duabus ceruicibus insidentis vnitas.
2. Vultus non in directum, sed versus humeros prospiciens.
3. Quaternae auriculae , duae nempe in situ ordinario, totidemque posterius in occipite, sed mutuo coalitae et coecae, vicemque forte meatuum auditoriorum duo foramina gerunt, praefatis auriculis posticis subiecta , quae in palato desinunt.

4. In medio ventre perfecta concretio pectorum apparet, cum geminis vtrunque mamillis, duobus dorsis sibi oppositis duobusque brachiorum paribus.

5. In imo denique ventre, confimilis iunctio observatur ad umbilicum vsque, a quo perfecta gemellarum separatio incipit, cum omnium membrorum perfecta conformatione notisque sexus foemini vtrunque eleganter expressis. Haec extrinsecus.

Consideranti capitis interiorem compagem, tota quidem faciei verticisque compages in numero, figura et situ ossium, more aliorum hominum conspicua est. Vbi vero ad occiput ventum est, tria ossa futuris novis ac inconsuetis a se inuicem discreta, partem cranii posticam quae vno naturaliter osse constat, efformare conspiciuntur. In hac ossium triaga, duo ossa occipitalia geminam spinalem medullam transmittentia internoscere proclive est. Tertium in medio constitutum, ad figuram rhomboideam accedens, ossa syncipitis repraesentat.

Pari modo in cavitare seu basi cranii, duo paria ossium petrosorum internoscere licet: Nam praeter binas in exteriori parte cranii sitas ac osse sphenoidae diuisas apophyses, duae adhuc aliae sibi contiguae ac iuxta longitudinem locatae, in ima et postica cranii regione observantur, quae auriculas posticas ad quas originaliter pertinent, directe respiciunt, quodque admodum mirandum est, cum organorum ad auditum necessariorum integro apparatu. Deus Immortalis! qualis combinatio et compages mixturaque admirabilis rerum stupendarum, puta, exorbi-

tan-

iantiarum defectuumue ! Quam pulchra concretio et si ita loqui fas est, metamorphosis duorum capitum in vnam communem testam seu caluariam, in qua vnica duntaxat cauitas adest. Sed ecce! dum ista contingunt, nouum prodigium. Ambo cerebra seruata ad sensum ordinaria ac consueta conformatione in unum coalescunt. Viceuerfa duo cerebella geminaeque medullae oblongatae et spinales, intactae, adeoque distinctae ac separatae prouti supra indicavimus, apparent. Fluida denique omnia, gemino corde vasis duplicibus ad praefatum caput vecta, massam communem, spirituumque adeo officinam mixtam indicare videntur : Propterea haud incredibile est fore, vt harum Sororum animae coniunctis ac conspirantibus viribus mutuo cooperantes, per cogitationum actionumque communicationem, imperium commune in geminum corpus exercuissent, si ad maturitatem peruenissent, ad quam vero matris fortassis culpa, potius quam conformationis vitio monstra raro perducuntur.

Sed quis? linguae intuitu geminae, duorum item laryngum, totidemque arteriarum asperarum, quibus vnus solummodo canalis alimentarius interiacet, stupore non afficitur. Duarum nempe sororum organa loquela ac gustui dicata vno ore simul continentur, harumque linguarum vna, quae sublimior est, maxillam superiorem seu palati fornicem, altera ei subiecta inferiorem maxillam respicit, easque duplex arteria aspera vnusque amplus oesophagus prouti dictum est, a se inuicem separat. Nihil in
bi-

binis linguis , quod a conformatione ordinaria alienum est , nisi leuis solummodo in lingua superiori molis defectus nec non in eius basi,quaedam particula obseruatur , estque officulum arcus instar incuruum, spongiosum , valde asperum , cui lingua mediante membrana rubra totum officulum inuestiente cohaeret. Haud tamen simplex , sed geminum os est , duoque alia ei contigua sunt corpuscula, mollia intra eandem membranam contenta , officulum minutissimum, cauum, forma dimidii seminis cannabini includentia , quae omnia simul sumpta, forte maxillarum dentiumque rudimenta significant. Postremo, ad eiusdem linguae radicem , duo foramina supra iam memorata conspicua sunt , ad aures posticas tendentia , quae nil aliud sunt , quam tubarum Eustachii repraesentationes , quo fit , vt pro pari auricularum numero , quatuor tubae vno ore contineantur. Ac tantum de capite ,

Nunc venter medius , in quo ante omnia coalitus seu iunctio pectorum , de qua supra , oculos ad se trahit. Idcirco apertionem thoracis non anterieus , vti alias in vsu est , verum ad latus vtrumque instituire necesse fuit. Ast haec tantum modo minima minusque principalis obseruatio vocanda est. Neque etiam alteram obseruationem admodum insignem aut raram nuncupo , quod in vno thorace , geminum partium agmen , quatuor scilicet pulmones , duo corda , duo thymi et sic porro contineantur ; Verum praedictorum viscerum vitalium inuersio , noua vasorum oeconomia , coniunctiões ca-
na-

nalium inusitatae, partium nobilium defectus, potiori iure capitales dici merentur, de quibus mox, postquam super liquorem pericardii animaduersionem haud inutilem exposuero.

Saepe in examine foetuum rem obseruavi attentione dignissimam, quae ad componendam antiquam litem de origine aquae pericardii vsuque thymi, inferuire potest, nimirum aquam pericardii abundare magis eodem tempore quo thymus pericardio incumbens mole sua luxuriat. Sed de hac re alias.

Primo viscerum intuitu procliue est, eorum inuersum positum sedemque mutatam agnoscere, utpote ad normam positionemque sterni praeter naturalem, de qua supra, accommodata lateribusque thoracis parallela: Quamobrem ambarum fororum viscera sic diuisa sunt, ut neutra fororum ea in proprio pectore collectim gerat, verum dimidia pars eorum, in cauitatem alterius ceu alienum domicilium recipitur et viceuersa. Ceterum, ad collisionem euitandam, septum membranaceum, pellucidum, ambabus spinis firmiter affixum est, quo gemini thoracis separatio efformatur.

Ex duobus cordibus, quae hic conspicua sunt, vnum (quod respectu faciei anticum appello,) cauitatum quidem et auricularum numero ac conformatione debita, alterum vero oppositum et posticum vnica duntaxat cauitate instructum est magnitudineque priori cedit.

Cuilibet cauitati cordis antici arteria magna vtrinque in arcum inflexa ac iuxta geminae spinæ

longitudinem descendens propria est, Viceversa truncus arteriae pulmonalis deficit. Ad defectum hunc refarciendum, vna praedicta arteriarum e dextro sinu egressa, prope sui initium duos aequales ramos ad pulmonem tendentes efformat: Vice canalis arteriosi ductus alius incuruus ab vno arcu in alterum protensus cernitur. Ex praefati ductus dorso, carotidum vna exoritur: Cetera tum capitis tum brachiorum vasa, ex arcu geminae aortae originem trahunt. Inter vasa venosa, sola vena subclauia sinistra, quae loco venae cauae, pulmonalem subit, a lege ordinaria aberrat.

In corde altero seu opposito, vnus duntaxat sinus, et in eo triplex ostium, gemina scilicet arteria, ac sinus amplius venosus venae cauae et pulmonali communis observatur. Arteriarum vna, quae in tres diuisa est ramos, pulmonariae et canalis arteriosi vices gerit. Altera siue magna arteria, primo arcum constituit, cum quo praememoratus canalis arteriosus inosculetur, ex cuius dein dorso aequalis vasorum capitis et brachiorum numerus, sicuti in altero latere, conspicuus est. In fine arcus subito, ac si truncata esset, intermittit inque oppositi lateris aortam amplo ostio desinens, pulchram ac stupendam transfusionis societatisque inter ambo corda imaginem oculis exhibet.

Restat descriptio imae regionis corporis, in qua ventres gemellarum, prouti diximus, toto eo spatio quod a scrobiculo cordis vsque ad vmbilicos ex-

ten-

tenditur in vnum coaliti sunt, cetera diuisi ac separati. Propterea triplex abdomen vno conspectu intueri fas est, vnum commune inter thoraces et vmbilicos, in quo funiculi vmbilicalis simplicis insertio conspicua est, ac vnum cuique suum proprium distinctum, quod ad ossa vsque pubis extenditur.

Ad conspectum vero partium contentarum rite habendum curiosa ac inusitata cultri directione vti necesse fuit ; Nam coeptæ in sectione thoracis methode insistendo, vna sectione ab vno latere versus alterum latus facta, idque per interstitium seu lineam quae ambas gemellas separat, abdomen commune primum incisum est, postea per incisionem longitudinalem, duo ventres particulares more vulgari separatim aperti fuere.

In neutro horum particularium ventrium, oeconomia partium alterata ac corrupta ; Verum singula organa situ, numero ac conformatione naturae consentanea obseruantur.

Incipit solummodo viscerum facies immutari supra vmbilicum in abdomine communi ; Etenim 1. ambo diaphragmata sic inuicem commixta sunt, vt vnum, amplum, musculare planum, cum bis geminis appendicibus sibi e diametro oppositis componant.

2. Viscerum diaphragmati immediate subiectorum cum figura, tum situs, instar viscerum thoracis inuersus est: Nam vice gemini hepatis, massa oblonga, ex amborum hepatum facie concaua mutuo sibi agglu-

tinata constans sub diaphragmate pendula est; Verum loco partis conuexae, qua cum illo coniungi solet, situ contrario nempe margine seu limbo, deorsum spectante, ope triplicis vinculum diaphragmate connectitur, cuius situs inuersi causa factum est, vt pars vtraque conuexa praefati hepatis monstrosi, ambo hypochondria respiciat contra naturae consuetum ordinem. Haud tamen illa duorum hepatum agglutinatio seu iunctio tam perfecta est, quin in parte ima inter vtrumque marginem, hiatus seu interstitium sufficiens appareat pro sede folliculi longioris, in quo copiabilis atrae continetur. Gaudet etiam ductu cystico bifurcato, vna cum hepatico in cholidochum desinente.

Loco geminae venae vmbilicalis, vnica adest, sed adeo magna, vt venam cauam sua amplitudine aequet, ex qua nec non arteriis bis geminis funiculus vmbilicalis conflatus est.

Vice gemini ventriculi, vnus solummodo conspicuus est, ex amborum agglutinatione efformatus, cuius iunctionis notae partim ex gemino fundo ac amplitudine oesophagi et pylori, partim ex numero vasorum, item lienum et omentorum satis certae ac euidentes sunt, in qua porro iunctione ventriculorum, eos situm mutauisse palam est: Is enim more aliorum hominum non tranuersus, sed instar lagenae, erectae altero orificiorum fursum, altero deorsum spectante obseruatur.

Quamobrem vice gemini duodeni, vnum simplex intestinum ex duobus conglutinatum a pyloro
rectae

reſta descendit, columnæ spiralis formam assumens, ac per medium mesenterii, ad inferiorem eius tendens ſimbriam inque appendiculam vermiformem optime conformatam desinens. a qua ductus intestinalis dextrorsum sinistrorsumque versus geminam mesenterii ſimbriam ad plurimum palmorum longitudinem prolongatur, donec absoluto ambitu, relictoque communi abdomine, in ventrem utriusque particularem descendat, ex quo demum series intestinorum crassorum ac speciatim appendix vermiformis in utroque ventre efformatur.

Itaque, praeter supra memoratam vermiformem appendiculam, quae communis est, ad huc duas alias, triplexque adeo coecum obseruare in hoc subiecto proclive est: Cuilibet enim ventri particulari sua propria viscera naturalia more consueto insunt, absque vilo apparente defectu aut inordinatione, nisi pro tali habere velimus bifurcationem, quae in vterere sinistri renis vnus gemellae conspicua est.

MONSTRVM PETROPO- LITANVM

*Cuius Pag. 416. Commentarior. Acad. Tom. II.
mentio facta est.*

A

I. G. D.

Vetus traditio est, edi monstra saepius a mu-
lieribus, quibus alias conceptuum numerus
familiaris est; Cuius certe initio praece-
dentis anni, in hac Vrbe Imperiali vi-
vum exemplar nobis oblatum est, in persona mu-
lieris Rullicae, quae duorum simul foetuum partum
aliquoties experta, tandem non sine foecunditatis
fastidio vice geminae prolis, foetum enixa est *bice-
phalo-monocorporeum*, in quo defectuum excessuum-
ve admirabilis permixtio oculos spectantium ani-
mumque laud parum afficit.

Concipe duos infantes separatos, quibus a sum-
mo humero vsque ad commissuram ossium pubis, di-
midium corporis latus cum brachio et crure ampu-
tatum est, eo solummodo discrimine, quod in vno
dextrum, in altero finistrum latus deficiat. Postea
concipe, corpora sic mutilata ad se inuicem adduci ac
copulari communibusque integumentis inuestiri ac si
vnus simplex truncus foret.

Equi-

Equidem ante dissectionem nulla exterius deformitas partium in tota trunci superficie conspicua est, nullus excessus, nullus defectus sensibilis: Pectus, dorsum, venter, umbilicus, exitus excrementorum, genitalia, mamillae, clunes, extremitates, simplices apparent; verum, numerus tantummodo capitum et collorum, item cuspidis seu cornu inter duo colla eminens, monstri aliquid alere videntur: Cuspidis nempe longa, instar cornu dura altitudinemque gemini capitis attingens duobus collis interposita est, quae detracta cute et pinguedine eam inuestiente, nil aliud quam chaos seu tristes duorum brachiorum seu extremitatum superiorum reliquias exhibet: Nam duae exiguae scapulae spinarum solummodo defectu laborantes, postquam costa sua inferiore in contactum venere, communem ceruicem efformant, quae basin praedictae cuspidi suppeditat: Haec vero in tres partes diuisa est, namque osse constat maiore, cuius amplum et sphaericum caput praefato sinui inarticulatum est, a quo sensim gracilescens in cuspidem definit, ea que pars loco humeri est. Huic appendix seu cartilago oblonga mobilis, duarum duntaxat linearum longitudine, cubiti vices implet, Denique in extremo, duo exigua tubercula seu verrucae, manuum forte digitorumue rudimenta non immerito appellari possunt. Ad geminam porro apophysi coracoideam, ossiculum vtrinque adhaeret, cuius etsi forma et situs irregulares sint, connexio tamen praefata claviculas esse arguit, quia ambo haec ossicula longa ac sibi parallela versus ster-

ni

ni principium recta descendunt ibique terminantur. Haecenus de primo capitali obiecto, quod in exteriore superficie occurrit. Cetera non ante conspicua sunt, quam ubi remota sunt integumenta.

Ac ante omnia quidem, in compage thoracis, curiosa synthesis duarum spinarum dorsalium cum quadruplici ordine costarum in conspectum venit: Nam quia vnaquaeque spina dorsalis non solum convenienti vertebrarum numero, sed et gemina costarum serie seu duodecim utrinque costis instructa est, ideo in vno thorace 48 costae continentur, quarum scilicet duodecim ex vno tantum eoque externo latere utriusque spinae prodeuntes eaeque integrae ac inuiolatae, latera thoracis pectusque, mediante osse sterni, claviculisque utrinque perfectis, illudque latum et amplum efformant; Aliae vero duodecim costae quae ex opposito seu interno utriusque spinae latere prodeunt, mutuo sibi iunctae, pectus alterum seu spurium, cuius vertici cuspis infidet, efficiunt; Hae vero costae a priorum conformatione multum differunt: Non enim in arcum flexae, verum rectae, breuiores ac veluti abscissae, adinstar graduum scalae inter geminam spinam dorsalem tranuersim positae ac sine medio inuicem copulatae sunt, quia Os sterni deficit, cuius vices forte implet officulum oblongum, tres inter superiores costulas utriusque lateris medium: Reliquae, uti dixi, sine medio inuicem coeunt, ac oblique ad angulum acutum concurrentes spectaculum singulare oculis exhibent.

Trun-

Trunci basis eiusque structura non minus curiosa et admirabilis est: Nam quum duae spinae dorsales, vti dictum est, adsint, duplex simul os sacrum adest eas suffulciens, quae ambo simul per symphisin concreta et connexa sunt. Igitur illo latere, quo ista concretio facta est, ossa innominata penitus deficiunt, inque opposito duntaxat vtriusque ossis sacri latere externo, dicta ossa conspicua sunt: Ex quo aliud nouumque emergit phaenomenum, scilicet quod vice duarum, vna solummodo peluis datur. Ceterum, seu absentia iacturae ossium innominatorum extremitatumque inferiorum quae penitus deficiunt, seu translocatio eorum in aliam sedem, res admiratione dignissima est. Nam quemadmodum super thoracem spurium cuspis posita est vicem brachiorum implens, pari modo infra hunc super ambo sacra, quoddam osseum corpus pollicem latum informe iacet, quod vicem forte ossium innominatorum artuumque inferiorum implet.

Tantum a communi lege ac statu ordinario structura huiusce monstri exterior aliena est, minime tamen sine partium interiorum (quae sub tanta reuolutione magno in discrimine sicuti consideranti patet constitutae fuerunt,) insigni catastrophe, de qua adhuc modo agendum est.

Prima itaque obseruatio generalis haec est, quod extremitates respectivae musculorum, neruorum, vasorum, membranarumque sub iunctione vtriusque corpusculi, mutuo connexae sint, ex qua vnione, communicatio motuum ac sensationum transfusioque

humorum admirabilis consequntur. 2. quod viscera mediæ ventris, ad vnumquodque individuum speciatim pertinentia, haud distinctis cavitatibus, vti decet, verum vno communi domicilio inclusa sunt, in quo duo thymi, duo corda, quatuor pulmones, duæ arteriæ magnæ, duæ pulmonares, duæ venæ caueæ totidemque pulmonariæ, (duo forte etiam ductus chyli ferè) cum gemino diaphragmate conspicua sunt. 3. Quod loco gemini ventris, vnum commune abdomen adest, cum visceribus fere omnibus duplicatis in eo contentis.

Ad particulares porro circumstantias ac phaenomena singulis partibus propria quod attinet, ea sic se habere nobis visa sunt.

1. Tres in thorace caueæ admodum distinctæ conspicuæ sunt, quarum duæ, dextra scilicet et sinistra, principales et maiores ac propriis septis transversis a ventre inferiore seclusæ, duobus item mediastinalis e spina dorsali vtriusque oriundis et sterni annexis ab inuicem separatae sunt.

2. Inter duo præfata mediastina duasque inter spinas dorsales, tertia cauea eiusdem longitudinis dualus prioribus interiacens conspicua est, in qua illud singulare occurrit, quod septo careat transverso veriusque abdomen aperta sit eamque eo communicationem habeat. In ea, mirum dictu! ventriculus, intestinum duodenum, magna hepatis portio absque folliculo, lien, pancreas, omentum sedem suam habere obseruantur.

3. In duabus aliis caueis vitalia organa pari
nu-

numero oculis sistuntur, ac primo quidem Thymus utrinque adest, dexter scilicet venae subclaviae, sinister venae cauae incumbens. 2. Pericardium geminum seu bicapsulare, multam aquam citrinam continens. 3. Duo corda perfecta et inuiolata, vnum dextrorsum, alterum sinistrorsum. 4. Pulmo utrinque more ordinario conformatus. 5. Vasa omnia gemina pro corde gemino, ac in corde quidem dextro ad eius dextrum sinum duo vasa exstant, vnum venosum, quod recta versus inferiorem ventrem descendit, data solummodo dextra iugulari et subclauia, quae ad caput dextrum spectant: Alterum arteriosum ex quo postquam duo canales ad dextri pulmones utrumque lobum tendentes egressi sunt, arcus demum efformatur, qui tres e dorso ramos carotidem scilicet sinistram dextri capitis, subclauiam dextram, ac denique ramum cuspidi proprium producens sinistrorsum reflectitur aortamque mentitur.

In altero seu sinistro corde, ad sinum dextrum vena caua superior in arcum flexa, e duobus ramis iugulares et subclauias efformantibus constans sub oculos cadit, isque postea arcus venas sinistras alterius corpusculi producit. Iuxta praefatam venam, arteria magna ex eodem sinu egreditur, quae duobus ramis ad sinistram pulmonem transmissis, formaque arcus assumpta deorsum iuxta spinae sinistrae ductum tendit, e cuius arcus dorso hinc dextra, illinc sinistra subclauia pullulat.

Totidem denique vasa e sinistro sinu emergentia conspicua sunt, nimirum vena ad pulmonem spe-

ctans. 2. Arteria in tres ramos definens, quorum dexter cum subclauiam tum carotidem dextram in vsum supra memoratae cuspidis gignit ; Medius carotidem sinistram , sinister subclauiam sinistram exhibet.

Supra vidimus, ventriculum cum intestino duodeno , magnaue hepatis portione , item lienem, pancreas, omentumque Thorace inclusa esse; Eo non obstante, praefata viscera in abdomine similiter occurrunt, nimirum ventriculus cum liene , pancreate , omento ac hepate ambo hypochondria occupante , in quo duae vesiculae bilariae pauca bile admodum fluida imbutae conspicuae sunt. Hoc vno excepto , conditiones reliquae naturales apparent.

Renum contra difformitas statusque praeternaturalis , item renum succenturiatorum tam in hocce quam in Casanenfi monstro aliisque foetibus notata dispositio , digna sunt , vt oculis subiiciantur annotenturque : Nam , quod ad renes attinet succenturiatos, non sola magnitudo eorum, verum copia sanguinis diluti imprimis conspicua est, quam in se continent ac in modum receptaculi, in renum forte gratiam recipiunt , sicuti de hac re aliquando sententiam meam suppeditabo.

Loco bis gemini renis succenturiati, duo solummodo inueniuntur, quorum cauitates , vti modo dixi, cruore fluido ac diluto distentae sunt.

Pariter in numero renum , defectum obseruare licet: Nam quum in hocce subiecto duplex spinae dorsalis dextra sinistraque adsit , necesse est , vt ad
vtram-

utramque spinam duo renes in conspectum veniant, qui simul sumti numerum quaternarium efficiunt. Loco autem allegati numeri, in latere dextro ad externum quidem spinæ latus, vnus duntaxat ren tuberosus et rotundus iacet, e cuius media regione duo vretes, qui factò breui itinere rursus coeunt, producantur, in altera e contra parte eiusdem spinæ, ren penitus deficit. Super spinam oppositam longa ac femilunaris figuræ massa, quæ transuerso situ vertebris lumbaribus incumbens, vtrumque spinæ latus occupat, vicemque duorum renum sustinet, conspicua est, nihilque aliud est, quam vtriusque renis mutua connexio, sicuti geminus vretes e concaua ac sursum spectante superficie in vtraque extremitate oriundus indicare videtur. Duo autem præfati vretes mox inuicem iunguntur ac ductum simplicem conficiunt, qui ad vesicam tendit.

Postremo quod ad notas sexus attinet, eae virginem esse declarant, prout id partim ex vteribene conformati præsentia, partim ex signis exterioribus iudicare licet.

DE
THERMOMETRIS
ET
EORVM EMENDATIONE
DISSERTATIO
G. B. Bülfingeri,

I.

M. Ian.
1728

Annus est , et quod excurrit , ex quo de Barometris commentati, nouam illis accessionem fecimus , separandi grauitatis et caloris atmosphaerici mixtos inter se effectus. Id nunc *ex Thermoscopico* applicabimus, similem Thermoscopiis officiositatem praestituri; exhibendo scilicet methodos, quibus, opitulante Barometro, praesertim nostro, ad mensuram reuocari caloris in aerem effectus possunt.

2. Notum est , passim desiderari ab eruditis *mensuram* , secundum quam definiiri et replicari exacte intensitas *caloris* , atque adeo comparari calor vnus ad alterum in ratione lineae rectae ad rectam possit. Quaesitam illam a variis, sed parum felici euentu, dolentes vulgo fatemur.

3. Nescio autem, an *quaerendi modus* in culpa fuerit? Incubuerunt viri egregii huic curae, vt *gradum caloris fixum* definirent, cuius replicatione ceteros

teros deinde cognoscerent. Talem ego nullum spero inuentum iri, caloremque ipsum in sese ad mensuram reuocari posse non autumo.

4. Omnis mea spes redit *ad mensurandos* quosdam caloris *effectus*. Et hi quidem varii sunt : sed non omnes aeque commodi instituto. Optionem igitur facias necesse est, atque ad illos praecipue effectus attendas, qui et mensuris aptiores sunt, et finibus mensurae propiores.

5. Equidem Thermometra *ordinarie* destinantur cognoscendis effectibus frigoris aut caloris in atmosphaeram. Conuenit igitur scopo machinae, vt variatio aeris a calore oriunda per illam indicetur, et definiatur.

6. Atque huic fini proximum fuit, includere vitro aerem, vt expandi tamen et comprimi a calore aut frigore possit. Id a *Drebbelio* factum nouimus, ea ratione, vt in tubo recuruo, duabus instructo phialis vitreis, altera conclusum aerem contineret, altera aperta mercurium, qui incarcerato aeri post auctum a calore elaterem cederet.

7. Qualis eo tempore fiebat machina, miscebat illa *effectum grauitatis* Atmosphaericae cum effectu *caloris*. Itaque multorum incurrit reprehensiones, facile retundendas, vti ex sequentibus patebit, si quis, parente mortuo, pupilli curam suscepisset.

8. Dum vero id neglectum est, *Academicis Florentini* aliam priori machinam substituerant; liberam ab incommodo pressionis Atmosphaericae, quoniam
niam

niam externo aeri aditum praecloserunt ; sed aliis subiectam incommodis, quae non omnia exprobari vulgo solent.

9. Phialam tenui tubo iunctam, et partem tubi ipsius, spiritu vini colorato repluerunt, et hermetice tubum sigillarunt : longitudinemque tubuli numeris in suas partes diuiserunt, ut phœa signantes locum, quem spiritus attingit temperie aeris inter frigus et calorem interiecta.

10. Hic utique multa incurrunt, quae scrupulum faciunt. *Arbitraria* est hæcenus *diuisio* tubuli nec quisquam est, qui spondere audeat, receptam in partes aequales diuidendi methodum respondere proportioni caloris aut frigoris.

11. Quin imo, si quid coniectura assequi possumus, praestaret utique, diuisiones quoad longitudinem tubuli inaequales admittere : easdemque instituire pro capacitate tubuli et phialae coniunctim. Ita saltem hoc obtineres, ut conferre liceret volumina spiritus expansi et contracti.

12. Sed *non ideo statim* inferri posset, calorem vnum esse ad alterum in ratione voluminum. Id experiundo discere oportet. Namque coniectatione potius contrarium mihi persuadeam : si expansio pendet a materia quadam interflua spiritui, ut vulgo credimus.

13. Tum vero etiam illud grande incommodum est, quod *ex suprema* tubi *parte* enascitur. Vis esse *vacuam* ab aere ? quod fieri potest, si a deo expandas aucto calore spiritum, ut tantum non attingat

gat

summitatem tubuli in fistulam capillarem desinentis, atque tum hermetice figes. Sed ita e spiritu refrigerascente auolabit fluidum internum, cui expansio passim imputatur: minueturque incertum qua proportione expansio.

14. *Vis aere* ordinario, vel paululum rarefacto *plenam* esse tubi partem a spiritu vacuum? Ita scilicet antagonistas sibi opponis, aerem et spiritum vini, utrosque per calorem expandendos contrariis nisibus. Quis eo facto definiat ex data spiritus expansione vim caloris, aut frigoris ex contractione?

15. Ut nihil dicam de *rarioribus* phaenomenis, quale illud est *Cbr. Wolfio* memoratum in *Experim. Physic.* Tom. II. c. 5. §. 6. p. 156. seqq. Aerem frigoris vi e spiritu euolasse, et postmodum sese effectui caloris in expansione spiritus plurimum opposuisse.

16. Quae cum ita sint, nescio an non praestitisset, *medelam Drebbeliano* afferre Thermoscopio, quam id penitus negligere prae Florentino. Et potuisset afferri, si cum Barometro iungi Drebbelianam contigisset machinam, leuiter immutatam; quin ausim dicere, eam hoc modo instructam Florentinis praestare plurimum; quoniam a vera graduum caloris mensura parum aberit.

17. *Eius autem rei hic ordo* est. 1. effectus caloris proximus in aerem est augmentum elateris, 2. aucti elateris effectus est expansio voluminis, nisi impediatur, 3. expanditur autem aer eousque, donec, manente impedimento eodem, volumina sunt

elateribus sensibilibiter proportionalia. Atque haec sunt hypothefes vulgo cognitae et concessae.

18. *Ex illis conficitur* : 1. data aeris massa constanti , datoque impedimento expansionis , et datis voluminibus aeris a calore expansi vel a frigore contracti , inueniri posse rationem inter effectus caloris et frigoris in hunc datum aerem. Eo autem obtento , 2. transitus ex hoc aere concluso ad externum libere fluitantem, etsi non sit perfecte exploratus , longe tamen praestat illo saltu , quo ab aqua, vel spiritu vini concluso ad liberum aerem transfilitur.

19. *Quaeritur itaque machina* , in qua 1. exponi possit calori atmosphaerae constans aeris massa: in qua 2. expansionis impedimentum vel idem sit, vel ad datum aliquod conferri exacte possit: in qua 3. aer aut ad idem volumen reduci, aut diuersa aeris volumina menturari possint: denique in qua 4. tanto sit structurae simplicitas, vt conclusus in machina aer easdem cum externo mutationes quam proxime subeat.

20. *Primum , tertium et quartum* nihil difficultatis alunt. Potest data aeris massa multis modis includi vitreo tubulo, et mercurio mediante sic contineri, vt constans maneat, et liberam tamen expansionem exercere, et contractionem pati queat. *Secundum* difficilior est requisitum, quod variis tamen praestari posse modis videtur.

Tab. IX.
Fig. 1.

21. Sit tubus tenuis et phiala instructus , **A B C D** , directus aut recuruus , diuisus in partes capacitate

pacitate aequales, et cum capacitate phialae comparatas. (*) Habeat aerem ex A in B, sed in B b. mercurium: in b per c vsque ad D aerem cum atmosphaera communicantem. Dico, si machinulam hanc horizontaliter collocatam Barometro meo adiungas, factum esse, quod quaeritur.

22. Id facile sic intelligitur. Si eandem semper gravitatem atmosphaera servaret: impedimentum expansionis, idem et constans foret; adeoque elater aeris conclusi, atque adeo effectus caloris atque frigoris in hunc aerem proportionalis volumini, cuius ex contractione mensura datur.

23. Sed quoniam Atmosphaerae gravitas diuersa est diuersis temporibus, oportet *reducere* praesentem quamcunque ad priorem, quae constructionis tempore, vel alio quocunque obtinuit. Id ope Barometri mei fieri potest, separato caloris in Barometrum influxu. Itaque de vera atmosphaerae gravitate constabit spectatori.

Dd 2

24.

* Nequis in *construendi modo* haereat, dicam qua methodo fieri facilis diuisio possit. Mihi quidem haec adhibita fuit. Impleui mercurio phialam totam et solam; immersione fistulae capillaris apertae, et ipsius bullulae in mercurium, vel et suctione. Eo facto curavi, ut mercurius e bullula sensim deflueret in tubulum inclinatum sine aere admixto. Obseruata autem tubuli mercurio illo repleti longitudine obtinui spatium aequale capacitati bullulae. Si maior bullulae quam tubi capacitas fuerit, per se patet repetendam esse operationem. Hoc peracto admisi paululum mercurii in extremitatem tubuli, et notavi longitudinem spatii, quod ea in parte occupabat. Inclinato deinceps tubo, et attentione adhibita, ne vel nimium promoueretur mercurius, vel aliquid eius adhaereret vitri lateribus, signavi spatia omnia, quae successiue huic mercurii quantitati respondebant ad ipsam usque bullulam. Ita de spatiis vbique aequalibus me certiorrem feci, ut si vel maxime iraequalitates, curuedinesque aut aliae irregularitates tubo non desint, nihil illae mensuram vitare meam possint.

24. Hac obtenta sic inferas: Vt *altitudo* mercurii praesens ad praeteritam, ita *impedimentum* expansionis praesens, ad impedimentum praeteritum, ita etiam *volumen* aeris praeterito tempore obseruatum, ad volumen eiusdem aeris obseruandum, si impedimentum praesens defuisset. Atque iterum, uti hoc volumen praeterito tempore obseruandum, ad volumen praesens obseruatum, ita elater tempore praeteriti ad elaterem praesentem; habetur itaque proportio inter elaterem praeteritum & praesentem, hoc est, inter effectum caloris praeteritum et praesentem.

25. In Symbolis rem ita concipe. Sit, tempore *constructionis* machinae, elater aeris inclusi = E, grauitas atmosphaerae = A. impedimentum expansionis = I volumen aeris = V. Tempore *observationis* conferendae elater = e, grauitas atmosphaerae = a, impedimentum expansionis = i, volumen aeris = v. Denique volumen tempore constructionis obseruandum, si pro impedimento I fuisset i, ponatur = w.

26. Erit his positis

$$A: a = I: i = w: V$$

$$\text{adeoque } w = \frac{V \cdot A}{a}$$

Porro E: e = w: v = $\frac{V \cdot A}{a}$: v. Hoc est,

$$E: e = V \cdot A: v \cdot a.$$

Hoc est, effectus caloris sunt in ratione composita directa voluminum aeris, et grauitatis Atmosphaerae.

27. Facilis est haec machina, et facilis computus.

putus. Neque impossibile foret, tabulam construere, in qua numeri sine calculo inuestigari possent; ad modum tabulae Pythagoricae, sic vt in columna horizontali altitudines A, a, in verticali Volumina V, v, collocarentur, et in cellulis angularibus facta V, A, *v. a.* Id vnusquisque pro sua Voluminum diuisione computabit, si velit.

28. Patet vero, rem omnem redire ad Thermoscopium Drebbelianum *leuiter* immutatum, sic vt ex verticali fiat tubus horizontalis. Si verticalem placeat seruare, nihilo res difficilior erit, modo altitudinem aut profunditatem mercurii in tubo supra aut infra libellam mercurii in vase, velis attendere, illam demere, et hanc addere grauitati Atmosphaerae.

29. Id tamen fatendum est, in hoc casu miscere se illud, quicquid est, irregularitatis, quod ab *expansione* ipsius mercurii per calorem facta oritur; quod tanti ab Eruditis quibusdam Gallis, praesertim Amontonio, fieri videmus, vt ea de causa Barometra neget exacta esse, nisi eam expansionis irregularitatem noris euitare aut corrigere.

30. Nec diffiteor hanc causam officere etiam ingenioso plane consilio, quo *ex Barometro* quocunque *Thermometrum* facere exemplo docuit suo Anonymus Gallus A. 1710. Equidem id facile omnibus anteferri Thermoscopiis mereretur, si ab hoc incommodo liberum praestari posset. Conf. Acta Erud. Lips. ad A. 1711. m. Iul. p. 320. et Comment. Acad. nostrae ad A. 1726. p. 320. §. 6.

31. Eidem obstaculo etiam illud tribuo, quod *sequens machina*, etsi aliquo sensu praestare videatur priori, eadem tamen haud paulo inferior sit. Venerat in mentem, commodius fore instrumentum, si mensura capacitatis tubi aut phialae non opus habeat; Vt autem euitari illa possit, curandum esse, vt aer conclusus idem semper volumen occupet: quo in casu vis expansiua respondeat impedimento expansionis.

32. Instruenda igitur eo modo machina, vt *impedimentum expansionis augeri minuique* pro arbitrio possit, momento temporis: Hoc est, vt pressioni atmosphaerae per Barometrum cognitae, addi aut demi pressio noua possit, eademque cognita et comparabilis pressioni atmosphaerae.

Fig. 2.

33. Id facile sic obtineas. Iungatur tubo in phialam desinenti ABC tubus alius CDE ad angulum acutum. Sit aeris in AB conclusi ea copia, vt in summo frigore et situ tubi ABC horizontali, non vltra AB comprimatur: spatium vero BCDE sit mercurio repletum; et nota sit altitudo FG. Erit impedimentum expansionis in situ horizontali aequale altitudini mercurii FG vna cum altitudine eius in Barometro.

Fig. 3.

34. Rarefiat aer in AB, sic vt occupet spatium AG incognitum, dico, eleuandum esse angulariter instrumentum, vt acquirat situm punctatum ab c d e. Erit altitudo mercurii maior priore FG: adeoque maior et cognita iterum pressio, aequalis scilicet altitudini mercurii, quae respondeat atmosphae-

sphaerae et lineae fg ; quae subinde maior et maior esse potest respectu FG , prout radius CE , *cc* maior est ratione CB , *cb*.

35. Quomodo fieri talis machina possit, facile cuius succurrat. Potest tabulae verticali horizontalis, cui tubus incumbat, sic iungi, vt haec rotari circa axem queat. Potest scala pollicum et linearum probe diuisa et mobilis applicari altitudini FG , vel fg cuicumque in tabula verticali notata: vel circino capi altitudo, et ad scalam examinari immobilem.

36. Vtrique negotio seruiet diuisio tabulae verticalis per lineas horizontales, et numeris designatas, vt intelligas, quam earum attingat punctum E , *e*, et ad quam pertingat punctum B , *b*: ita enim sine mensura aut calculo habebitur distantia FG , fg .

37. Si velis ex angulo rem designare: Potest ex data radorum CB , et CE differentia, datoque elevationis angulo computari altitudo FG , fg ; et in verticali tabula sic designari, vt a dato aliquo machinae puncto numeri quesiti demonstrantur. Quae omnia sunt longe facillima.

38. Possit etiam deprimi infra lineam horizontalem tubus CBA , si quando id frigoris intensitas requireret: modo tubi capacitas non fuerit admodum ampla, quo in casu metus foret, ne diffuente mercurio aliquid aeris e carcere suo erumperet. Itaque praestat eam aeris copiam et id punctum B feligere, quod in situ horizontali dato maximo frigore extra bullam A inter ABC cadat.

39. Ne inter rotationem frangi tubulum superiorem mercurio oneratum metuas, fulci et tubulum et praecipue bullulam E brachio, cui incumbat bullula. Sic et de tubulo capillari in A non est quod metuas ab actione mercurii prementis. Comperi, tenuissima tubuli capillaris latera restitisse pressioni, quae ter et amplius aequabat pressionem atmosphaerae integram.

40. Ita igitur bina dedimus instrumenta, quorum mea sententia hoc meritum est, ut incertitas hactenus thermoscopii mensuras, ad eam perducant exactitudinem, quae Barometrorum est: a qua hucusque plurimum abfuerunt. Si enim Barometro utaris Simplicis, nihil pateris incommodi praeter id unum, quod ab expansione ipsius mercurii per calorem oritur. §. 29. 30.

41. Potest tamen et hoc ipsum, si nolis, aut nequeas meo uti Barometro, cuitari etiam in Simplicis. Quid enim? Seruetur Barometrum in loco temperato: ostendet altitudinem mercurii sine vitio ex calore orto. Thermometrum solum colloces eo in loco, cuius nosse et metiri temperiem velis.

42. Ita scilicet cuitari in priori mea machina §. 21. seq. incommodum potest, quod ab altera Anonymi Galli §. 30. sciungi nunquam, sed corrigi fortassis Amontonianis aut aliis potest artificiiis. In secunda autem mea §§. seqq. tanto minor erit huius incommodi effectus, quanto minor est altitudo FG, fg , quam ea, quae pressioni Atmosphaerae respondet.

43. Cum isthaec prima vice animum subirent, eademque amico indicarem, respondit, me eadem opera et Thermometrum construere et *Manometrum*. Equidem de Manometro nihil cogitaueram: fecit tamen id moniti, vt animaduertentem, vulgaria *defectu* laborare Manometra. Sunt illa hisce Thermometris similia. Videamus, quo iure?

44. Ab initio certum est, in structura priore §. 21. seqq. mensurari posse *densitates* aeris *conclusi*; sunt enim reciprocae voluminibus. Secundo autem loco *lubricus* est *transitus* a densitate aeris conclusi ad densitatem externi. Finge, aerem externum vaporibus inquinari pluribus, dum in eodem statu Barometrum et Thermometrum vulgaria persistant. Nihil nostra mutabitur machina, quae tantum a pressione aeris et calore eius afficitur. Nihil igitur conclusi in machina aeris densitas mutabitur: sed augetur externi.

45. Pace igitur Virorum egregiorum dixero: Quoniam *humoribus trans vitrum* via non patet; et patet tamen *calori*: ideo seruire machinam pro Thermometris posse rectius, quam pro Manometris.

46. *Excipio* casus tamen, quibus aut soli directo, aut igni machina exponitur: Cum enim certum sit ad eundem solem aut ignem aliud corpus alio aptius esse ad recipiendum gradum caloris fortiorum: itaque fieri potest, vt ob calorem vitri maiorem, etiam inclusus vitro aer magis incalescat, quam circumfusus exterior. Quare pro illis machinam com-

mendo casibus , quo ipsius vitri calor ab aere circumfuso oritur , et ad conclusum transfunditur.

47. Virtutis loco est , si machina seruiat comparandis *diuersarum regionum* locis : Hunc enim disquisitioni suae scopum praefixere , qui in calorem fixum inquisiuerunt. Iam dixi , talem me nullum sperare. Igitur in eo acquiesco , vt ope huius machinae fieri alia inter diuersos obseruatores communicatio possit , et commodior illa quam haectenus obtinuit.

48. Florentina si adhibeas Thermometra , fieri graduatio actualis debet , dum pro singulis quasi calorum differentiis eidem temperiei bina exponuntur Thermometra. Id nimis vtique molestum est. Nostra compraesentiam postulant , sed sufficit , vt semel et in *vnica* aeris temperie comparentur. Obtento semel hoc communi proportionum termino conferri inuicem omnes aeris status possunt ; vt facile intelligitur. Quod si igitur cum cura fiant machinulae §. 21. descriptae , et in D sigillentur hermetice , transmitti commodissime per orbem vniuersum possunt ; et vbi in locum obseruationis futurae peruenerint , aperiri in D et facere officium suum.

49. Superest , vt moneam , an non operae pretium sit *comparare* inuicem *plura* huiusmodi Thermometra eidem aeri exposita , vt intelligatur , an omnino conspirent mensurae ? an pro diuersa aerismole ? an pro diuersitate temporis , quo ille concluditur ? vel pro diurnitate temporis , quo ille con-

clufus feruatur ? an pro aliis eiusmodi circumftantiis emergant menfurarum differentiae ? Nondum enim haec fatis explorata effe vulgo conquerimur.

SUPPLEMENTVM

ad

Disertationem praecedentem.

50. Dum ifta relego, vt typis committantur, M. Mart, nouus fe animo lufus offert. Eum hic accessionis loco adiungam potius, quam vt specialem illi commentationem impendam. Potest machina §§. 21. feqq. defcripta, fic adhiberi, vt fequens foluat

Problema :

Facere inftrumentum aliquod simpliciffimum, quod et Barometrum fit et Thermometrum : hoc efl, cuius ope et grauitas aeris cognofci poffit et calor.

51. Nimirum pro vfu Barometrico notandum efl, fi mercurius in fitu tubuli horizontali occupet fpacium CD aliquot pollicum, eundem in fitu verticali vno occupare fpacium BC propius bullulae, et in altero fpacium DE remotius a phiala.

52. Sit nunc fpacium $AB=a$, $AC=b$, $AD=c$. Altitudo mercurii $BC=f$, $CD=g$, $DE=b$. et altitudo mercurii respondens grauitati Atmosphaerae $=x$.

E c 2

Erit

Erit vis expansiva aeris conclusi aequalis facto ex spatio in impedimentum expansionis per §. 26. adeoque

$$a(x+f) = bx = c(x-b) \text{ unde fit}$$

$$x = \frac{af}{b-a} = \frac{cb}{c-b} = \frac{af+cb}{c-a}$$

vel, si tubulus sit cylindricus, adeoque $f = g = b$: erit

$$x = g \frac{a}{b-a} = g \frac{c}{c-b} = g \frac{c+a}{c-a}. \quad \text{Q. E. I.}$$

53. Obtenta autem pressione Atmosphaerae, pro usu Thermometrico nihil aliud requiritur, praeter id, quod supra iam ostendimus. Vis caloris expansiva est ut factum ex spatio in impedimentum: Dicatur illa y : erit

$$y = ab \frac{f}{b-a} = bc \frac{b}{c-b} = ac \frac{f+b}{c-a} = b \frac{af+cb}{c-a}$$

et positis $f = g = b$, erit

$$y = ab \frac{g}{b-a} = bc \frac{g}{c-b} = ac \frac{2g}{c-a} = bg \frac{a+c}{c-a}. \quad \text{Q. E. I.}$$

Corollarium.

54. Ope huius machinulae possumus *differentias caloris* comparare cum *pondere mercurii*. Exempli gratia d. $\frac{1}{12}$ Mart. 1730. cum intenso frigore aer rigebat, deprehendi spatium b in libero aere = 50. Sed in hypocaufto calefacto = 54. Cum mox erigeretur tubus verticaliter, deprehendi spatium a = 50, et altitudinem mercurii f 3. poll. Igitur altitudo mercurii 3. poll. aequipollebat pressione sua differentiae actionis expansivae caloris in aere libero et in hypocaufto.

55. Patet autem, si status praesens *calidior* comparandus sit cum praeterito frigidior, tubum sic erigendum esse, ut bullula inum teneat. Sin *frigidior* praesens cum calidior praeterito, sic vertendum esse tubulum, ut summum bullula occupet.

56. Si maior est compressio vel expansio aeris conclusi a mercurio veniens in situ verticali, quam requiritur ad statum pristinum, quocum conferri praefens compressio aut expansio debet: *successive eleuari* tubulus potest, donec desideratus obtineatur compressionis vel expansionis gradus. Atque tum ex angulo eleuationis intelligitur altitudo mercurii verticalis, computo, vel per machinam ad eum finem aptatam.

57. Sin denique *mercurii pondus non sufficiat* ad praestandam compressionem vel expansionem quaesitam: res facili formula inuestigari potest. Exempli gratia: Si aer in situ horizontali occuparet spatium b , et in verticali spatium $a+p$, cum deberet comprimi in spatium a : quaeri potest altitudo mercurii adhuc addenda, vt haec compressio succedat. Sit illa $=z$ et altitudo mercurii in tubo $=f$ altitudo autem eiusdem respondens pressioni atmosphaerae $=G$ erit:

$$b \times G = (a+p) (G+f) = a(G+f+z), \text{ vnde fit}$$

$$z = \frac{bG - aG - af}{f} = p \frac{G+f}{a}$$

58. Sin mercurius horizontaliter positus relinquat aeri incluso spatium b , et tubo inuerso ita, vt bullula summum teneat, aer occupet spatium $c-q$, cum deberet ex scopo comparationis amplius expandi, donec spatium esset c . Sit altitudo mercurii addenda $=t$: et, caeteris vt antea positis, habebitur:

$$b \times G = (c-q) (G-f) = c \times (G-f-t) \text{ vnde fit}$$

$$t = \frac{cG - bG - cf - q \frac{G-f}{c}}{c}$$

Scholium.

59. De *meritis* huius *machinae* sic statuo. Illam in usu Barometrico ordinariis et simplicibus Barometris non esse praefendam: Sed in Thermometrico praestare Thermoscopiis vulgaribus. Hoc postremum patet ex superiori dissertatione; cui omnino hoc commode accedit, quod, si necessum fuerit, instructa hoc modo machina, supplere vicem Barometri sibi coniungendi valeat.

60. Barometris in eo concedit machina, quoniam calculo opus habet, licet facili et breui, concedit etiam, quod observatione duplici opus habet, et a calore eius, qui observat, facilem patitur mutationem.

61. Quoad *sensibilitatem* differentiae pressionum atmosphaerae, non facile melior est vulgari Barometro, nisi tubum adhibeas praelongum. Id in exemplo patebit. Sit altitudo mercurii in tubo inclusi 6. poll. Capacitas bullulae ea, quae respondeat capacitati tubi 50 poll. longi. Sit spatium 6 in observatione nostra = 71 poll. Si Atmosphaera respondeat pressioni mercurii 30 poll. alti, fiet $a=60$ et $c=90$. Sin atmosphaerae minor pressio fuerit, aequipollens solum 28 poll. mercurii: erit $a=59\frac{4}{7}$ et $c=91\frac{8}{9}$ adeoque tota differentia $c-a=30$ poll. in primo casu, et in secundo = $3\frac{1}{2}$ quod parum superat sensibilitatem Barometri ipsius ordinarii.

62. Neque de remedio anxius sum, quoniam speculationi potius quam usui hancce machinulam de-

destinaui. Illud tamen notare iuvat : In situ machinae horizontali *frictionum* esse aliquod momentum. Quapropter , ne ea res etiam thermometrico fini officiat, duplex illi remedium placet opponere.

63. Si haereas, an debito consistat loco mercurius in tubo horizontaliter posito : attendes inclinando tubum et reclinando , in quam partem mercurius iterum horizontaliter repositus *conatum* progrediendi exerceat. Si in nullam, bene est.

64. Similiter attendes, si placet, an in altero extremo terminetur *conuexa superficie*, et in altero caua. Tum vero promouebis in eam partem, quam conuexa respicit extremitas tamdiu , donec superficie terminetur ad fensum plana. Plana autem erit in confinio eorum situum , quorum alter conuexam praestat, alter concauam.

65. Ceterum id me non monente intelligitur, necessum esse, vt easdem obseruator *cautelae* adhibeat circa hanc machinam , quas Drebbeliana et Florentina postulant Thermoscopia : Vt vel muniat phialam cum tubo suo contra halitum et attactum , vel ab emittendo versus machinam spiritu tantisper abstineat.

D. B. I. F.
 DISSERTATIONIS
 DE ACTIONE FLUIDORVM
 IN CORPORA SOLIDA
 ET MOTV SOLIDORVM IN FLVIDIS
 CONTINVTATIO

Conf. Comm. Tom. II. p. 304. et seqq.

Pars Quinta.

*De motu Corporum horizontali in mediis resistentibus
 perfecte fluidis.*

I.

Mens. Oct.
 1727.

Postquam motum corporum verticalem tum ascendentem tum descendentem in mediis resistentibus ita pertractauimus, vt vbique mensuras absolutas sine spatorum, sine temporum sine etiam velocitatum ex sufficientibus datis per regulas nostras inuenire liceat; Postquam praesertim in parte quarta (reliqua enim faciliora sunt) docuimus occasione experimentorum de globis ex tormentis bellicis explosis sumtorum methodum, qua ex solo tempore in ascensum descensumque simul insumto inueniri possit 1) *tempus quod in ascensum seorsim tum etiam in descensum impenditur*, 2) *altitudo ad quam globus peruenit*, et 3) *altitudo ad quam globus eadem vi explosus in vacuo ascendere possit* &c. Postquam, inquam, haec ita satis prolixè exposui-

posuimus, nunc quaedam etiam adiciemus de motu corporum horizontali in mediis resistentibus.

2. Vtemur mensuris et denominationibus iisdem, quibus in Tomo superiori: velocitatem v mensurabimus ex numero pedum quos mobile motu uniformi tempore vnus minuti secundi perficere potest: Resistentiam (quam ceu pro mediis resistentibus perfecte fluidis ponimus proportionalem quadratis velocitatum) designabimus per nv . Demonstrauimus autem in Tom. II. p. 324. quod posito pondere fluidae massae globo moto aequalis b , summaque ratione, quae est inter mensuram vnus pedis Anglici et diametrum globi vt 1 ad m , sit $n = \frac{27b}{2320m}$, vel $n = \frac{3b}{160m} \times \frac{1}{16\frac{1}{2}}$, qui numerus $16\frac{1}{2}$ assumptus fuit.

pro spatio, quod vocabimus α , et quod percurritur a corpore graui ex quiete libere cadente intra minutum secundum. Sic igitur assumtis hisce mensuris erit ponendum $n = \frac{3b}{16m\alpha}$.

3. Praeterea, cum dicimus incrementa vel decrementsa velocitatum in omni motu proportionalia esse vi sollicitanti vel retardanti ductae in tempusculum, id est, cum ponimus $+dv = \gamma p dt$, vbi γ est numerus constans, p exprimit pressionem et dt elementum temporis; fieri non potest, vt numerus γ eruatur, nisi ab aliquo exemplo a natura desumpto. Quod cum ita sit huius exempli loco considerabimus motum corporum vi naturali grauitatis a quiete libere cadentium, quem talem esse nouimus, vt qui tempore vnus minuti secundi generatur, pos-

fit celeritate sua vniformi eodem tempore absolue-
re spatium 2α ($32\frac{2}{5}$ ped. Angl.): Vnde si iam ponatur actio grauitatis in dato corpore seu pondus illius in vacuo $=a$ et rursus aequatio fiat $dv = \gamma adt$, siue integrata $v = \gamma at$, eruemus valorem numeri constantis γ , si in praedicto casu particulari ponatur $v =$ (numero pedum quos mobile velocitate sua vniformi tempore vnus minuti secundum perficere valet $=$) 2α et $t =$ (numero minutorum secundorum, quo ista velocitas generatur $=$) 1 : sic habetur $2\alpha = \gamma a$, seu $\gamma = \frac{2\alpha}{a}$, qui valor in omni aequatione, quamotum aliquem, quiscunque fuerit, definire animus est, substituendus erit.

4. Sit vero iam motus horizontalis in medio ad hypothefin nostram resistente post datum tempus residuus, indagandus, huncque in finem ponamus velocitatem initialem q , velocitatem post datum tempus t residuam v ; erit vis in eodem temporis puncto retardans $=nv$, igitur aequatio generalis ($dv = \gamma pdt$), hic est $-dv = \frac{2\alpha}{a} nvv dt$, seuposito pro n valore eius $\frac{3b}{16m\alpha}$ (conf. §. 2.) fit $-dv = \frac{3bvvd t}{8am}$, seu $\frac{-dv}{vv} = \frac{3bd t}{8am}$, quae integrata dat $\frac{1}{v} - \frac{1}{q} = \frac{3bt}{8am}$: Vnde denique $\frac{v}{q} = \frac{8am}{8am + 3bt}$, vbi per a intelligatur pondus globi in vacuo et per b pondus fluidi eiusdem cum globo molis, seu vbi $\frac{a}{b}$ exprimat rationem inter grauitates specificas corporis et fluidi: tempus autem quo velocitas datum gradum attingit tali exprimitur aequatione $t = \frac{8amq - 8amv}{3bv}$.

5. Apparet hinc in motu horizontali nihil respi-

spiciendum esse ad absolutam grauitatis actionem, quia littera α ex computo euauit. Secus rem se habere in motibus non horizontalibus apparet ex iis quae in superiori Tomo habentur.

6. Exemplum capiamus istarum aequationum a planeta aliquo: terram v. gr. consideremus circa solem motam, eandemque moueri fingamus in medio resistente, cuius grauitas specifica sit ter millies millenis vicibus minor grauitate specifica totius globi visari quantam motus diminutionem intra bis mille annos seu 63113900000 scrupula temporis secunda exinde acceptura sit: diametro terrae demus 41870000 pedes Angl. quibus sic positis, erit $a = 3000000$; $b = 1$; $m = 41870000$ et $t = 63113900000$, ergo $\frac{v}{q} = \left(\frac{8am}{8am + 3bt} \right) \frac{10048800000}{10050693717}$ ex quo concludere licet velocitatem vna fere quinquies millesima trecentesima parte decrefcere debuisse (seposita tamen consideratione eius, quod diminutio velocitatis planetam ad centrum virium seu solem appropinquare cum aliquo velocitatis incremento faciat) quod decrementum quoniam Astronomos fugere non potuisset, statuendum est, quod dixi p. 318. Tom. II. materiam planetas ambientem eorundemque motui resistentem, si quiescat, minimum 3000000 vicibus esse rariorem, quam est materia planetae, quod exemplo terrae nunc explicuimus.

7. Atque hoc modo cognosci semper poterit velocitas globi residua ex tempore motus: Verum si eadem velocitas quaerenda sit ex spatio percurso,

alio non opus est, quam ut in aequatione fundamentali paragraphi quarti ($-dv = \frac{3bvdv}{8am}$) substituaturs ds loco vdt ; hinc oritur $-dv = \frac{3bvds}{8am}$ vel $-\frac{dv}{v} = \frac{3bds}{8am}$, atque peracta debita integratione, $\frac{v}{m} = \frac{3s}{8a} : \log. \frac{a}{s}$, quae posterior aequatio indicat quot diametros globus percurrere possit dum ad datum velocitatis gradum reducitur.

§ Sit v. gr. fluidum eiusdem cum globo gravitatis specificae nempe $a = b$, propositumque fuerit indagare, quotnam diametros globus perficiat dum dimidium velocitatis perdit; erit $\frac{a}{s} = 2$, atque sic $\frac{s}{m} = \frac{8}{3} \log. 2 = 1.548$. id est, globus morus in medio resistente perfecte fluido, cum quo habet communem gravitatem specificam, dimidium velocitatis initialis partem amittit, dum spatium unius diametri cum octingentis octoginta quatuor millesimis partibus percurrit: Dicit autem Newtonus in Princ. Math. Phil. nat. edit. 3. Coroll. 4. p. 343. *Globus in fluido compresso quiescente eiusdem secum densitatis movendo dimidium motus sui partem prius amittit quam longitudinem duarum ipsius diametrorum descriperit*; quae ab nostris minime recedunt. Fluidum vero compressum vult Newtonus, quia a compressione oritur particularum contiguitas, quae facit ut resistentia fluidorum disidia sit eius quae foret si particulae parvis interstitiis essent positae prouti demonstravi in Tom. II. Comm. p. 308. §. V. atque hoc in casu valor ipsius n §. 2. exhibitus duplicandus esset aut etiam quadruplicandus, si particulae fluidi con-

fide-

siderantur vt perfecte elasticae vid. loc. cit. §. 11. vnde aequatio finalis haec esset $\frac{s}{m} = \frac{4^a}{3^b}$: $\log. \frac{q}{v}$ aut etiam haec $\frac{s}{m} = \frac{2^a}{3^b}$: $\log. \frac{q}{v}$, prouti in fluido particulae non contiguae molles vel elasticae finguntur. Haec ideo moneo , ne si quis forte incidat in Dissertationem Paternam A. 1727 Parisiis editam *de legibus motuum* attentoque animo perlegat quae ibi habentur de collisione corporis in multa alia corpora, ex quibus methodo plane noua et a nostra diuersa, communibus tamen principiis superinstructa, etiam deducitur natura motus corporum in medio resistente, ne inquam , mea a Paternis dissentire putet, prouti prima fronte ex exemplis ab vtraque theoria inter se collatis facile iudicauerit. Sic v. gr. Pater dicit p. 70 de globo plumbeo in aere moto (grauitates specificas plumbi et aeris facit vt 8000 ad 1) super plano horizontali, *fore vt dimidium velocitatis initialis perdiderit, cum propè 3700 diametros percurrerit.* Nos vero si in aequatione $\frac{s}{m} = \frac{8^a}{3^b}$: $\log. \frac{q}{v}$ ponamus pro isto casu $\frac{a}{b} = 8000$, $\frac{q}{v} = 2$. fit $\frac{s}{m} =$ (proxime) 14800, qui nempe numerus praecise quadruplus est prioris, quod ex hoc oritur, quia Pater aërem considerauit vt fluidum compositum ex particulis perfecta elasticitate praeditis, et paruis interstitiis a se inuicem separatis (*composé, sic dicit p. 69. de molécules douées d'une parfaite élasticité et séparées les unes des autres par de petits interstices*). Hinc resistentia quadruplicata et spatium a globo percurrendum ad quartam vsque partem diminutum, quod i-

dem dicendum de reliquis, quae Pater allegat, exemplis, quae sic, si ad diuersitatem hypotheseum respicias, cum nostris ad amissum consentire intelligis. Hicque consensus egregie confirmat regulas, quas Pater dedit, nouas de motu corporis a percussione plurium corporum.

9. Si in aequationibus §. §. 4. et 7. ponatur $v=0$, fit tam tempus quam spatium infinitum, sic ut nunquam pro nostra resistentiarum hypothesei omnis cesset motus, istoque tempore infinito spatium etiam infinitum absoluetur. Erunt fortasse quibus superfluum videatur posterius hoc monuisse quandoquidem tempore motus infinito non possit non spatium percurri infinitum facile quis cogitare possit: casus tamen dantur in quibus ressecus se habet, nempe cum resistentiae proportionales ponuntur velocitatum dignitati, quae sit maior unitate vel eidem aequalis sed minor binario. Quod ut percipiatur, ponemus resistentias proportionales generaliter v^p , et inueniemus retentis litteris §. 4. assumptaque littera A pro constante $t = \frac{A}{v-p} \times (q^{1-p} - v^{1-p})$ in qua si ponatur $v=0$, prodit $t = \frac{A}{1-p} \times (q^{1-p} - 0^{1-p})$, quae quantitas manifeste est finita, si p est minor unitate: At vero cum p praecise est aequalis unitati quaeri potest num tempus sit finitum an infinitum, ad quod respondeo esse quidem infinitum, sed tale tamen, quod cum nullo comparari possit infinito, quocumque signo radicali id sit affectum; minus enim est
quam

quam V^∞ , quantuscunque fuerit numerus n assignabilis: fit nempe $t = \frac{A}{O} (1 - \frac{1}{\infty}^O) = \log. \infty$.

Similiter aequatio §. 7. generalis reddita si per B intelligatur numerus constans haec fit $s = \frac{B}{2-p} \times (q^{2-p} - v^{2-p})$ et posita $v=0$, est $s = \frac{B}{2-p} \times (q^{2-p} - 0^{2-p})$, ergo spatium finitum percurritur, si p est minor binario, at infinitum cum p vel est aequalis vel maior binario. Facta iam comparatione inter valores spatiorum et temporum, sequitur, quod affirmari, tempus motus sine fine durare, spatium tamen finitum durante toto motu percurri, si p est vel aequalis unitati vel maior unitate sed minor binario.

Pars Sexta

Quae continet commentationes generales de resistētia fluidorum.

I.

HActenus fluidorum considerauimus resistētia vnice illam, quae ab eiusdem particularum inertia oriri possit; et sane sola considerari meretur, cum motus non sunt valde tardi, in fluidis vt aqua vel aere parum tenacibus, quod plurima testantur experimenta. At vero in motibus lentissimis alia se manifestat insuper resistētia, quae alteram saepe aequare, imo et superare potest: Hoc ipsum autem probat, quod si haec altera resistētia species a velocitate corporis pendet, non possit non parua esse

se velocitatis dignitas , cui resistentia ista ponitur proportionalis. Si enim ad instar prioris resistentiae esset quadrato velocitatis proportionalis, non magis se manifestaret in motibus velocioribus quam tardioribus , et si dignitas altior assumatur contrarium quam quod dictum est contingere vides.

2. Hoc igitur respectu non male dicitur altera resistentia a fluidorum tenacitate oriunda velocitatibus corporum simpliciter proportionalis ; idque etiam statuisse videtur Neutonius priusquam de tertia *Princ. Phil.* editione cogitaret, quae fortasse opinio fecit , ut theorematum plurima de motu corporum in mediis, quae partim in simplici et partim in duplicata velocitatum ratione resistant operi infereret. At difficile est causam vel modum resistentiae excogitare, quae sit velocitati corporis proportionata, hincque ipse Neutonius istam hypothese[m] mathematicam potius quam naturalem dicit in ultima editione eiusdem operis pag. 239. qua relicta ponit pag. 274. resistentiam, de qua dicimus, temporum momentis proportionalem, id est, constantem eandem in eodem corpore eodemque fluido nullo habito ad velocitates respectu.

3. Videtur altera haec hypothesis priori magis naturae convenire, quantum ad causam physicam resistentiae quae fluidorum tenacitati debetur. Licet enim rem hanc in modum considerare, corpus nempe motum perpetuo a guttulis fluidi circumfluis dinelli et, quia numerus harum guttularum ubique idem sit, qualiscunque fuerit corporis velocitas, resistentiam

sistentiam quoque eandem vbique esse: huc etiam redit talis explicatio. Priusquam gutta pendula in duas dissepiscitur partes, videmus illam totam elongari, rupturae autem momento vtrumque dimidium citissime in globulos se restituere. Igitur cum corpus a guttulis circumfluis sibi adhaerentibus diuellitur continue filamenta fluidi ceu totidem quasi elastra extendit satisque extensa rumpit, vnde in hoc motu vis viua perditur in tensionem elastulorum minimorum impensa, quae ceteris paribus spatiosis descriptis proportionalis est. Talis adeoque est resistentia, vt decremента vis viuae sint elementis spatiosorum proportionalia, qui effectus rursus indicat, esse resistentiam ad instar actionis grauitatis constantem sed directioni motus oppositam. Est haec resistentiae idea eo magis verae similis, quod corpora oleo illinita citius mouentur quam non illinita, quia scilicet in illis guttulae aquae non ita facile superficiei adhaerent, atque adeo minori numero adsunt diuellendae.

4. Cum prosequimur hanc hypothesin, percipimus diuersam fore resistentiam tenacitatis manentibus fluido, figura, grauitate, magnitudine et velocitate corporis, mutata solum corporis materia, quia fluidi particulae aliis corporibus facilius adhaerent aliis difficilius: numeri igitur constantes per calculum erui non possunt, prouti in casu alterius resistentiae quae inertiae particularum debetur, nisi et fluidum et materia corporis permaneant eadem, atque tum etiam experimentum aliquod re-

Tom. III. G g qui-

quiritur , quod reliquis basis fit , et cuius ope actio resistentiae cum actione grauitatis possit comparari.

5. Manentibus itaque tum fluido , tum materia corporum motorum conuicere est , resistentiam esse proxime in ratione superficierum istorum corporum , nullo habito respectu ad figuram , cuius rei fundamentum quilibet videt : ergo in globis diuersarum magnitudinum erunt resistentiae in quadrata ratione diametrorum.

6. Si vera sit praememorata istius resistentiae hypothesis, nihil commodius accidere potuisset computis Geometricis : quandoquidem nihil fere excogitari possit , quod alterius huius resistentiae consideratio reddat difficilius , dum omnis alia hypothesis, quae velocitatum rationem habet , geometricae limites, vel potius Geometricarum vires in motibus curuilineis facile transgrediatur : Vtrumque posset exemplis illustrari, quia vero haecenus abstinui a consideratione motuum curuilineorum, quam in proximam occasionem reseruo, de his nihil superaddam. Non aliter quam physice argumentum praesens percurrere constitui, idque breuiter : considerabimus itaque casum saltem simplicissimum, nempe cum globus in medio leuiori a quiete verticaliter descendit, vt facta comparatione experimenta inter et calculum appareat, quousque positiones cum rei natura conueniant. Fatendum quidem est, aptiora huic instituto quodammodo esse experimenta ab oscillationibus corporum in medio

dio resistente desumpta, sed, vt dixi, hanc theoriam in proximam occasionem differo.

7. Propositum cum est aequationem inuenire inter descensum globi duplicem resistantiam superantis et tempus descensu intumtum, aliud plane nihil faciendum est, quam quod in superiori Tomo pag. 320. et seqq. iam prolixè satis actum fuit, mutato solum valore litterae a pondus corporis in fluido denotantis; c enim tam grauitas corporis quam resistantia tenacitatis vniformiter agant, posterior autem priori sit contraria, sic rem concipere licet, vt si grauitas tantum esset diminuta quantum tenacitas fluidi resistit. Posito igitur pondus corporis in fluido esse A , resistantiam vero tenacitatis α , considerabimus abesse omnem tenacitatis resistantiam, pondus vero corporis in fluido esse $A-\alpha$: Sic si intelligamus per a quod hic est $A-\alpha$, valebit in praesenti casu quodcunque erutum fuit in allegatis paginis. Inuenimus autem pag. 324. hanc aequationem inter tempus t et spatium s

$t = [\log. (c^{\frac{27bs}{2320m}} + \sqrt{(c^{\frac{27bs}{116cm}} - 1)})] \cdot \sqrt{\frac{27ab}{232cm}}$, in qua t exprimatur in minutis secundis, s in pedibus Anglicis, c denotet numerum, cuius logarithmus est vnitas, $\frac{1}{m}$ exprimat rationem pedis Anglici ad diametrum globi; a sit differentia inter pondus globi in fluido et resistantiam tenacitatis, nempe $a = A - \alpha$ et $b =$ ponderi massae fluidi globo aequalis. Isti aequationi proxime aequiualeat, in motibus tardioribus, quos hic solos consideramus, sine

ullo sensibili errore haec altera aequatio, qua sola deinceps utemur.

$$t = \left(\frac{27bs}{2320m} + \log. 2. \right) \sqrt{\frac{27cb}{2320m}}$$

Denique demonstratum fuit pag. 325. in calculis numericis ponendum esse $a = 32\frac{2}{9} - b$; quo facto erit

$$t = \left(\frac{27bs}{2320m} + \log. 2. \right) \sqrt{\frac{87cb - 27bb}{2320m}}$$

Fuerit nunc grauitas specifica globi in vacuo ad grauitatem specificam fluidi, ut q ad 1 , erit $A + b. b :: q. 1$ vel (quia $A - a = a = 32\frac{2}{9} - b$, id est, $A = 32\frac{2}{9} + a - b$) erit $32\frac{2}{9} + a. b :: q. 1$; vnde habetur $b = \frac{290 + 9a}{97}$; substitutoque hoc valore oritur aequatio finalis $t = \left(\frac{870s + 27as}{2320m} + \log. 2. \right) \sqrt{\frac{252300q + 7830aq - 243aa - 15660a - 252300}{20550m}}$

8. Per praecedentem aequationem ad calculum reuocari potest quantum temporis requiratur, ut globus certae diametri in medio cuius grauitas specifica ratione globi datur per datum spatium descendat, modo innotescat valor litterae a ; cognosceatur autem ex vnico experimento, quod reliquis basis erit, et quod adeo accuratissime est instituendum.

Equidem Newtonus plurima recenset experimenta a se instituta de globis cereis particulas plumbi continentibus, quae videre est in Princ. Math. E. di. 3. pag. 346. et seqq. Postquam autem maximam partem calculo subiecissim, deprehendi haec experimenta plane conuenire cum aequationibus in superiori Tomo pag. 324. exhibitis, ita ut tenacitatis resistentiae nulla sit fere habenda ratio, et ne tunc quidem cum motus corporis satis esset lentus, veluti
in

in experimento octauo. Vnicum est, quod tenacitatem sensibilem arguit, in quo motus erat lentissimus, nempe experimentum, quod Newtono est tertium, quodque extat pagina 347. „Globi tres,, aequales quorum pondera seorsim erant 121 gr., in aere et 1 gr. in aqua successiue demittebantur,, et cadebant in aqua temporibus 46'' 47'' et 50'', describentes altitudinem digitorum 112. „

Seligemus hoc experimentum pro determinando valore litterae α ; Quoniam autem in tribus globis diuersus fuit successus, casum primum considerabimus, quo globus tempore quadraginta sex minutorum secundorum delapsus fuit; nam causae multae sunt *accidentales*, quae corpus retardare, nullae praeter impulsum, quae accelerare possint.

In hoc experimentorum casu est $t = 46$; $s = 9\frac{2}{3}$; $m = 0.0808$; $q = 1.00832$. qui valores posteriores si substituuntur in nostra aequatione modo inuenta et animus abstrahatur a resistentia tenacitatis, posito scil. $\alpha = 0$, prodit $t = 39\frac{1}{2}$; sic vt globus descendere debuisset tempore triginta nouem minutorum secundorum cum dimidio; quia autem insumfisse quadraginta sex reperitum fuit, indicium est, obstaculo notabili motui fuisse tenacitatem, quod pariter in omnibus aliis experimentis de motu tardissimo sumtis semperprehenditur: inuenitur autem tempori quadraginta sex minutorum secundorum satisfieri, si sumatur proxima $\alpha = 0.071$.

9. Postquam valorem litterae α pro isto experimento particulari inuenimus, poterit idem valor pro omni globo, cuius sphaericae facies cera obducta est

et cuius diameter est $\equiv m$, determinari, si modo tenacitatis resistentia sit in ratione quadrata diametrorum: erit scilicet generaliter $a \equiv \frac{mm}{(0.0808.)^2} \times 0,071 \equiv 10,88mm$.

10. Si iam alia extarent huiusmodi experimenta de globis cereis lentissime descendentibus sumpta, experiri daretur, quantum hypothesis conveniat cum vera tenacitatis resistentia. Duplicet autem in hac re ut ait fatis caeterum probabili, quod gravitas globi superare possit sit notabiliter gravitatem specificam fluidi, dum globus plane non descendere deberet sed suspensus in aqua haerere, quale quid nunquam observatum fuisse puto, et quod tamen secundum aequationem ultimam §. 7. succedere deberet, statim atque denominator curvescere incipit

11. Ut vero intelligatur, quanta sit resistentia tenacitatis, quae vi praememorati experimenti inuenta fuit, ratione ponderis globi in aqua; quaerendus est valor A per aequationes, quae circa finem §. 7. datae fuerunt, nempe $A \equiv 32\frac{2}{3} + a - b$, et $b \equiv \frac{290 + 2a}{99}$; ita enim inuenitur $A \equiv 0,2669$. hoc igitur in casu reperitur resistentia tenacitatis ad pondus quod globus habet sub fluido, ut 71 ad 266, id est, maior quam quarta pars ponderis; atque adeo si globus similis sub aqua pondus tantum haberet quartae grani partis, is non descendere deberet vi hypotheseos, hac in parte parum commendabilis.

An

An vero et quousque experimento sit fidendum nescio ; difficile est pondera minima accurate sumere, et multa alia sunt , quae faciunt , vt experimenta in motibus lentissimis minus sint tuta. Sed quantumcunque fuerit valoris resistentia designata per α , semper tamen inde sequitur corpora dari aqua specificè non parum grauiora notabilisque magnitudinis quae in aqua suspensa haereant. Summa hæc redit. Provti theoria motuum in mediis resistentibus, qualem in præcedente Tomo exposui , egregie cum experimentis conuenit si modo media sint fluidissima motusque non admodum lenti sint , ita si tenacitas fluidi notabilis insit aut motus fuerit lentissimus , difficile est aliquid dicere quod et rationi et experimentis ex æsse satisfaciatur: credi interim potest in his casibus, varia impedimenta esse , quae vix ad certas mensuras reduci se patiantur.

AN AER SANGVINI ,
 PVLMONES TRANSEVNTI,
 MISCEATVR,
 PER EXPERIMENTA QVAESIVIT
 G. B. Bülfinger.

I.

MM. Mart.
 et Mai.
 1728.

CUm varia Auctorum de PVLMONIBVS
 statuta sint, quae ancipites adhuc lectores
 relinquunt, operae pretium fuerit, repe-
 titis sollicitè experimentis inquirere, quid
 in eo negotio poni extra dubium possit, quid secus?
 Placet e pluribus vnã hoc loco quaestionem selige-
 re, multis tractatam, sed in contrarias decem partes ;
An aer sanguini, pulmones ex officio suo trans-
eunti admisceatur?

II. Equidem *id fieri* dilucide asserit *Clar. Mery*
 in *Memoriis Acad. Scient. Paris.* ad A. 1700. p.
 279.

Aussi voit on, que l'air, que l'on souffle par la
trachee artere dans le Poumon passe de ses
vesicules par ses veines dans le ventricule gau-
che du coeur ; et que l'air que l'on souffle
dans le ventricule droit, repasse par les ra-
meaux de l'arbre du poumon dans les mê-
 mes

mes vesicules , d'ou il s'échappe au dehors par l'apre artere. Ainsi le poumon , qui sert a l'entrée de l'air , sert aussi a sa sortie.

Et in iisdem Memoriis ad A. 1707. p. 210.

Que l'on souffle de l'air en masse , je veux dire tel , que le respirent les animaux , par la trachée artere dans le poumon , il passe de ses cellules par ses veines dans le coeur, et n'y peut entrer par les arteres.

III. Trahit vero momentum hic locus, quoniam *experientiae* innititur Viri industrii testimonium vt nihil de ratiociniis dicam, quae mutuatus ab *Homborgio* recensuit loco cit. p. 212. 213. Lubens fa-teor, me subinde tantum his dictis tribuisse , vt a-rem ingredi in pulmone sanguinem et ipse credide-rim , et aliis persuadere conatus fuerim. Tandem vero , vbi aliquos huic asserto constanter reluctan-tes deprehendi , visum est decretorio id negotium experimento definire.

IV. Experimentum *primum*, praesente et au-xilium ferente amicissimo Collega, *Dn. Du Vernoi*, feci in cadauere viri fulmine icti , d. 12. Maii A. 1727. Praeparatio machinae haec erat. Ad An-tliam Muschenbroekianam firmaui tubulum aeneum recuruum , cuius extremitas deorsum spectans desi-nebat in cochleam marem. Huic firmiter alligauit arteriam lobi pulmonaris integri , cui adhuc adhae-rebant trunci vasorum maiorum, venae atque arte-riae, sanguine fluido repleti.

V. 1. Exhausti aerem primo loco , vt quan-
 Tom. III. Hh tum

tum fieri posset, pulmo comprimeretur. Imminuta est tantillum moles eius: praecipue truncus asperae arteriae sub tubuli sine valide compressus apparuit. Sed sanguinis nihil intravit in tubulum, neque sanguis in vasorum maiorum aperturis stagnans expressus est, aut mutationem quamcunque subire visus.

2. Admissio aere naturali, augeri paululum pulmonis volumen et praecipue tracheam sub tubulo restitui: sed mutationem in aperturis arteriae et venae nullam fieri observauimus.

3. Eo facto aerem ope Antliae violenter insufflavi, sic, ut moles pulmonis plurimum aueretur. Etiam in hoc statu, nihil aeris per sanguinem in vasorum extremitatibus apertis stagnantem exiit, neque in copia neque per bullulas. Neque expressus est ipse sanguis: neque observata est sensibilis mutatio.

4. Cum alicubi frustulum lobi cultro separaretur, aer magna vi per apertos quosdam ductus egressus est, sed per vasa sanguinea, simul abscissa et hiantia, nullum sensimus prorumpere.

VI. Licebit ex hisce phaenomenis inferre: nisi proprium huic lobo impedimentum conatibus nostris intercedat, aerem inspiratum sanguini in pulmonibus non misceri. Nec tamen illationi noceret suspicio, fortassis in hoc cadavere vias minimas coagulato sanguine obstructas negasse aeri transitum, olim liberum, sed fulminis ictu praepeditum: itaque idem experimentum in pulmonibus aliis debita cautela

tela repetendum duximus. Similiter ne quis existimet, fortassis moto trans pulmonem sanguini facilius misceri aerem, quam stagnanti: experimentum et huic circumstantiae accommodandum iudicauimus.

VII. Obtulit se d. 19 Octobr. 1727. noua melior occasio. In cadauere Viri iuuenis subita morte in caupona extincti, cuius sani erant pulmones et probe eloti, sequentia obseruauimus.

5. Lobus integer ad Antliam aptatus est modo, quo diximus. Extracto aere, post diutinam moram, nihil noui aeris per venam et arteriam patulas intrasse visum est, tum, quia trachea compressa mansit sub tubulo acneo, tum quia aer data per Antliae epistomium apertura cum strepitu in tubulum irrupit. Hoc tentamen bis factum est.

6. Idem lobus aere per Antliam violenter inflatus est, atque tum per laesionem fortuitam tunicae pulmonalis extimae magna vi aer egressus est, teste vento, et bullulis, cum aqua affunderetur, citissime se insequentibus.

7. Ex aduerso per arteriam et venam patulas nihil aeris, exiisse iudicauimus; quia a) nec ventum sensimus, nec b) bullulas per affusam aquam prorumpere, nec c) ligatis vasorum horum aperturis eadem infra ligaturam intumescere obseruauimus. Reperitum est aliquoties hoc examen.

VIII. Assumpto lobo pulmonis altero, alias deinde vias tentauimus, et liquores alios.

8. Iniecta per arteriam pulmonarem ope siphonis ordinarii aqua tepida, vidimus a) egredi il-

lam per tracheam et venam pulmonarem: *b*) et multo copiosorem quidem per tracheam quam per venam: *c*) spumofam fuisse, quae per tracheam prodit: *d*) per venam raras aperuisse, sed maiores bullulas, cum aqua et per aquam egredientes: *e*) iniectionem leniter et sine violentia peractam fuisse.

9. Iniecta pari methodo per tracheam aqua, exiit illa *a*) per venam et arteriam: sed *b*) copiosior per venam, quam per arteriam: et *c*) per arteriam veniebat paululum spumosa: *d*) iniectio erat priori similis et blanda.

10. Per venam iniici aqua non potuit, *a*) nisi adhibita vi longe maiori: *b*) exiit vero per tracheam satis copiose: *c*) per arteriam egrediens observari non potuit.

IX. Cum haecenus aqua transfret, ubicunque inieceretur, redii die sequenti, 20. Octobr. ad aërem, et lobum §. 7. adhibitum.

11. Aptata ad Anliam arteria, iniectus est aer: Idemque egressus *a*) per tracheam et venam; *b*) sed copiosior per venam.

12. Hoc visò solvimus arteriam a tubulo et tracheam illi accomodavimus: iniecto postmodum aëre, et valide compresso, vehementer expandi pulmonem vidimus: Sed *a*) aer neque per venam neque per arteriam prorupit: *b*) in eodem expansionis statu iniecta est aqua per arteriam, eademque egressa per tracheam et venam: et *c*) per venam sine aëre admixto, *d*) iniici non fuit difficilis. Denique *e*) cum aer anliae rarefieret, ut comprimi pulmo
ab

ab ambiente posset , effluxus aquae iniectae largus contigit per venam , parcior per arteriam.

X. Transeo tentamina quae per iniectiones ichtyocollae coloratae ad detegendam pulmonis interiorum structuram variis modis institui , tum , quod ad praesentem quaestionem necessaria non sint , tum , quod nondum omnia perficere licuit , denique etiam , quod sine exacta , iucundae speciei , delineatione , qualem eo tempore obtinere non potui , nihil dici eximium possit.

XI. Intuli autem ex praemissis :

1. *Aeri in tracheam ingresso nullas in venam vias patere , neque illum sanguinae pulmones trans-eunti massae permisceri in bullulis.* Talem scilicet Auctores mixtionem postulant ; Merius dicit *en masse* , ut hunc miscelae modum distinguat ab altero , quo aer interfluit omni fluido , etiam sanguineo inesse vulgo conceditur. Pertinent ad hanc conclusionem tentamina §. V. N. 3. §. VII. N. 7. et §. IX. N. 12.

2. *Non obviare conclusioni nostrae suspiciones* §. VI. quoniam prima per experimentum §. VII. N. 7. et secunda per alterum §. IX. N. 12. depellitur.

3. *Facilem esse sanguini ingressum , cum pulmo expanditur , et eundem exprimi , cum subsidit pulmo* (vid. §. IX. N. 12.) plane uti vulgo contendunt. Conf. Pitcairn. de Respiratione. p. 51.

4. *Falli virum egregium , si generaliter contendat , in pulmone nimiam viscentia impediri sanguinis transitum , v. l. c. p. 53.* Exemplum contrarium vicimus §. IX. N. 12. lit. *b c d.* Fateor ,
in

in omni expansione duratura deesse adminiculum expellens aerem, de quo Lit. *e* testatur. Sed non ideo impeditur transitus a vi impellente cordis profectus. Dabo etiam hoc, si distensio oriatur a materia pulmonem infarciante, impediri postmodum liberum sanguinis transitum. Non item, si ab aere solo expandatur. Hic tamen posterior casus attenditur, nisi fallor, ubi v. gr. *fulmen* nimia pulmonis expansione creditur necare homines.

XII. Formari etiam *quaestiones* possunt *physiologicae*.

1. Cum in experimento §. VIII. N. 8. pateat, facillimum aquae transitum patere ex arteria in tracheam. Cur non fiunt perpetuae *sanguinis* per tracheam *excreationes*?

2. Cum facilius aquae ex trachea in venam transitus appareat §. VIII. N. 9. cur vel vnica fluidi *gut-tula* in tracheam illapsa *ingentes* excitat *motus*? Tantis ne est internae tunicae sensus, et contra ipsam aquam tumultus?

3. An recte ex hisce phaenomenis intelligitur, quod in inflammatione pulmonis, vel auido nimium sanguinis motu, *eruenti* sciretus sequi possint *sine ruptura* vasorum: quodque imminuto per venae sectionem aut assumpta intus medicamina motu sanguinis violento *cessare* sciretus illi?

XIII. Ista quidem satis mihi visa erant explorata. Cum vero eodem tempore, quo haec Societati praelegerentur, (Mense scilicet Martii A. 1728.) nouum ad manus cadauer esset, placuit nobis id honoris

noris exhibere Manibus *Meryanis*, vt noua coram *Societate* tentamina fierent, methodo, quam Vir egregius memorat ll. cc. Illa in fequenti conuentu, cui per morbum interesse mihi non licebat, a *Cel. Dn. Du Vernoi* facta, eum habuerunt fucceffum, vt fides quidem obferuatoris *Meryi* in faluo collocaretur, fed de caufa phaenomeni diuiderentur fententiae, nouisque et repetitis tentaminibus locus fieret.

XIV. Accipe, quid mihi relatum fuerit.

13. Extracti funt e thorace pulmones cordi adhuc annexi, iidemque integri, et experimento maxime idonei. Inflatu in tracheam aer ope tubuli, et obferuatum intumefcere venam pulmonalem cordi contiguam, quin ipfas cordis auriculas et ventriculos vtrosque. Tum vero facta in facco venae pulmonaris incifione egredi aeris nonnihil.

XV. Hic vero varias oriri fufpicionem. Mihi, audito experimento in mentem venit, inflato pulmone vrgeri vafa fanguifera, et liquorem, fi quis fit, aut aerem in illis ftagnantem exprimi potius, quam vt nouus per tracheam inflatus e vena prodeat. Repetitum poft ridie in mea domo experimentum potuiffet eam fufpicionem refellere, nifi altera eidem fuccenturiata illam confirmaffet et ab argumento contrario defendiffet. Dum enim faepius repereretur inflatio pulmonis per tubulum, femper aliquid aeris per incifionem memoratam prodibat, vt omnino plus aeris tandem exierit, quam in cauitate venae pulmonaris ftagnare ab initio potuerat. Sed

ve-

vero, cum non nisi per intervalla fieri insufflatio posset, vidum est, aerem decumescente in illo temporis articulo pulmone, sic ingredi ceno per incisionem, atque sic alternis vicibus admitti et exprimi.

XVI. Re igitur nondum explorata, redimus ad Antliam, abscisso a pulmonibus corae.

14. Iniecto per tracheam aere, vidimus *a*) aliquando pauculum aeris egredi ex trunco venae et arteriae, *b*) aliquando per longum temporis intervallum nihil eius prodire: *c*) Prodire autem eo tempore, quo aeri externo per intervalla aditus patuit in aperturas vasorum eidem expositas.

15. Tum vero et aquam iniecimus per tracheam, ea copia, ut pulmo impleretur: postea aerem eadem via per antliam. Vbi manibus pulmonem compressimus, ut exiret aqua et aer iniectus: *a*) venit in principio paucus aer; deinde *b*) nullus, durante licet aquae fluxu: *c*) quoties vero remisimus compressionem et repetimus, venit aliquis aer, et cum illo suspicio mea §. 15. quam *d*) linteo licet adhibito et pulmone circumvolato declinare non potuimus, quia ne sic quidem satis continue licuit pulmonem comprimere. Illud *e*) potius suspicioni meae accommodum fuit, in medio compressionis continuae nihil aeris apparuisse per venam.

16. Ut autem ab eo scrupulo liberaremur, tandem iniecta est in Antliam magna aquae copia,

ea-

eademque ope Antliae in pulmonem protrusa per tracheam. Obseruauimus, *a*) fere ab initio apparere aeris per venam et arteriam egredientes bullulas, *b*) non tamen sine aliqua horum vasorum differentia; sed continuata licet antliae agitatione, additaque hac cautela, vt dum embolus retraheretur, orificium venae, cui attendebamus, semper aqua exterius affusa plenum conseruaretur *c*) solam sine bullulis aeris aquam produisse, *d*) neglecta hac cautela sub finem aereas bullulas vidimus. Cetera autem *e*) per laesiones quasdam externae pulmonis tunicae aerem violenter erupisse notauimus.

XVII. Parum absuit, quin huic experimento acquiesceremus: succurrit scrupulus tamen alicui e spectatoribus nostris. Fortassis nos iusto citius desisse in continuando hoc experimento, vtique aquam omnem Antliae iniectam sine aeris admixtione prius egredi debere: Sed, vbi semel haec egressa fuerit, tum demum cum aqua aerem quoque erupturum esse. Equidem huic dubio videbatur responderi posse, quod per repetitas illas Antliae agitationes iam dudum tanta aeris copia in pulmonem protrusa fuerit, vt, si qua illi in venam via patefceret, non potuisset non cum aqua prodire. Praeterea aerem dudum erupisse per laesionem tunicae memoratae, adeoque dudum etiam peruasisse minimas tracheae ramificationes, ex quibus si in venam transitus pateat, non potuisset non alicubi commisceri aquae,

Tom. III. Ii et

et cum illa erumpere. * Quia imo post operationem adeo diuturnam facile supponi posse, aquam omnem pulmoni iniectam iamiam expulsam esse, et quae nunc prodeat, ab externa effusione venisse, adeoque aerem, si transire possit, per illam debuisse dudum erumpere.

Placuit tamen repetere denuo experimentum, sed sine successu: Cum enim aeris per Antliam iniectio continuaretur, donec parum aquae afflueret, non potuimus ita uniformiter comprimere pulmonem vel affundere aquam, ut constanter plenum maneret venae orificium: Unde per hoc tentamen nihil obtinuimus noui.

XVIII. Alio igitur tempore, d. 16. Apr. 1728. rem denuo aggressi haec fecimus et vidimus.

17. Pulmones integricum corde per tracheam antliae aptati sunt, et intrusus aer repetitis vicibus. Effluxit *a*) per aortam plurimum aquae, cui antea pulmones immerfi erant, sed *b*) sine omni bullula aerea.

18. Postquam cor abscissum erat, ne aerem in ventriculo restare quis causetur, iniecta est per arteriam pulmonarem aqua, *a*) copiose per venam effluxit; *b*) fere ab initio aliquot maiores aeris bullulae cum aqua apparuerunt; sed *c*) deinde constanter sine bullulis admixtis effluxit aqua per arteriam iniecta; et si *d*) pulmones per Antliam subinde magis magisque inflarentur.

XIX.

* Ita vidi, cum lac iniceretur per tracheam, nec e vena prodiret, nisi multo aere compresso vrgeretur, prodisse tamen aquam post lac et aerem iniectam.

XIX. Quoniam in vltimo hoc tentamine ad factum naturae proxime accessit imitatio nostra , et aqua tamen per arteriam iniecta prodiit sine admixto aere , modo , qui exceptionem §. XVII. non admittat: Ausim concludere.

1. *Aerem sanguini pulmones transeunti ordinarie non commisceri.*
2. Experimenta *Meriana* §. II. et nostra §. XIV. XV. XVI. admixtas habuisse bullulas aereas *ex accidenti* , oriundas e causis , quales diximus.
3. Idemque in *aliis* obtingere posse casibus , si v. gr. laesionem passus fuerit pulmo internam , qualem nos externam memorauimus §. XVI. n. 16. lit. e.
4. Nouum hic exemplum esse , quod aliquando *aqua* transeat , *vbi aer* non potest. Nota sunt experimenta *Virorum* de vesicis , quae non male ad rem nostram faciunt. Conf. *Memoir. Acad. Scient. Paris.* ad A. 1714. p. m. 77. seq. Denique
5. Etiam id annotari meretur , *patere* aditum aeri *ex arteria* in tracheam , non item vice versa. v. §. IX. n. 11. 12.

XX. Quid igitur de pulmone fiet , inquis , si non infert sanguini aerem ? Id ego ex factis doceri malim , quam coniectura praeuertere sollicitum examen. Quae haecenus didici , nondum eo sufficiunt , vt ausim officia pulmoni praescribere , aut in quo praecipua eius munia versentur , definire liquido possim. Superest , de quo naturam interroges.

DE
EFFECTV CALORIS VEL FRIGORIS
SVBITANEI
IN
EXPANSIONEM VEL CONTRACTIONEM
VITRORVM
EXPERIMENTVM
G. B. Bülfingeri.

I.

M. Nov.,
1728.
Tab. X.

Vulgatum est inter Physicos experimentum, quo ostenditur, si bullula Thermometri Florentini vitrea immergatur aquae *calidiori*, primo instanti descendere in tubulo liquorem, et deinceps demum ascendere: illud phaenomenon ex aucta vitri capacitate, hoc ex rarefactione liquoris oriri plerique omnes autumant. Vid. honoris causa *Amontoni* in *Memoiriis Acad. Scient. Paris.* ad A. 1700. p. 153. et ad A. 1705. p. 101. edit. Batauae.

2. Conuersum prioris phaenomenon primus addidit, quod ego sciam, *Homborgius*, qui mersa thermometri phiala in *glacialem* aquam, aduertit primo *ascensum* fieri subitaneum, ob capacitatem vasis compressam, deinde *descensum* sequi liquoris a
fri-

frigore condensati v. Memorias Acad. Paris ad A. 1710. p. 563.

3. Sunt haec passim cognita Eruditis, et approbata: Itaque in mea de Barometris dissertatione antecessorum tradita sine vltiori cautione secutus fueram; donec eius phaenomeni veritas in dubium vocaretur a *Viro industrio*, qui se *experientia* domestica contrarium deprehendisse testaretur.

4. Repetitis igitur coram Societate experimentis cognouimus rem omnino habere, vti traditur. Successum autem in tentaminibus Viri eximii priuatis contrarium ex eo ortum esse, quod non fuisset subitanea frigoris et caloris alternatio, sed lenta solum successio. v. Commentar. Acad. nostrae Tom. I. p. 332.

5. De *caussa* experimenti nulla mihi vnquam dubitatio fuit: etsi non ignorarem, quid *Godofredo* visum sit in Memoriis Acad. Scient. Paris. ad A. 1700 p. 153. 154. Motum est dubium ab eodem Viro egregio, qui culpam liquori potius, quam vitro transcribere maluit. Visum igitur, experimento vel conuellere vel confirmare receptam, quam §. 1. 2. dixi, veterum traditionem.

6. Placuit igitur phialam sic instruere, vt contrarii prioribus effectus consequantur, si vera est vulgaris expositio; et vt eadem persenerent phaenomena, si a liquore res pendeat. Velim, vt Lectores iudicent, quid Phaenomenorum in sequenti machi-

chinula expectari utroque in casu debeat, antequam ipsa legunt tentamina nostra.

7. Fieri curavi ab Artifice Vitriario coniunctam tubulo recurvo phialam vitream paulo plus quam hemisphaericam, cuius fundus introrsum retractus in superficiem curvabatur exteriori ad solum parallelam. *Schema sectionis per medium factae* Tab. X. exhibet.

Fig. 9.

8. Eam spiritu Vini Rhabarbara tincto in modum Thermometri Florentini exacte repletam, sic, ut ad medium tubuli refrigeratus liquor pertingeret, superius hermetico, quod aiunt, sigillo idem artifex occlusit; quod tamen seu feceris, seu omiseris, perinde est.

9. Experimentorum domi factorum hic ordo fuit.

1.) Infudit in superiorem Phialae cavitatem amicus tentamini praefens aquam tepidam, dum ego supremae liquoris superficiei sollicitus attendi: Nullum observaui descensum liquoris subitanum; quin potius.

2.) In *primo* effusionis momento *saltulum* vidi sursum fieri citissimum, quem a reliquo subsequente ascensu liquoris facillime licuit distinguere. Effusa ex cavitae phialae aqua tepida,

3.) Substituta est frigida, non tamen glacialis; nullum denuo ascensum vidi subitanum, sed

4. Ce-

4.) Celerrimum ab initio descensum, cui non respondebat subsequens; ut nullus dubio locus fuerit, quin primo instanti *saltulus* deorsum factus fuerit.

5.) His observatis merfi phialam utriusque aquae alternis vicibus, ea cura, ut superficiem vitri convexam ambiret, sed in concavam aqua non illabere-
tur: observavi saltus, qui vulgo solent in thermometris ordinariis, v. §. 1. et 2.

6.) Nolui simul tentare contraria, immergendo phialam calidae, et infundendo illi frigidam vel vice versa, ne damnum vitro inferretur, et quia gradus solum, non species phaenomenorum iudicavi mutatum iri.

10. Dum ista *coram societate* repeti, constantia esse omniaprehendimus. Tum vero et illud iucundum vidimus phaenomenon.

7.) Cum aqua superiori cavitati infunderetur iusto largius, ut *ad latera* deflueret, rediisse phaenomena ordinaria. Ex. gr. Dum frigida superne infunderetur, vidimus primo descensum citissimum, quem saltum interpretor; tum descensum lentum; et, quo momento ad latera haec aqua difflueret, ascensum denuo celerem; tum vero descensum fieri. Ex aduerso, cum infunderetur calida, primo ascensum esse citissimum, tum sequi lentum: et ubi difflueret aqua, descensum fieri celerem, et deinceps redire ascensum.

11. Sunt haec omnia *receptae* adeo congrua sententiae, ut firmari per haec phaenomena expositio-

sitionem antiquam nullus dubitem. Causa Phaenomenorum vel in vitri mutatione consistit, vel liquoris. Sed liquore similiter affecto phaenomena procedunt contraria, vbi contrarius est vitri status. Igitur a vitro effectus oritur; non a liquoris natura.

12. Neque me male habet, tenuissimam vitri laminam, a subitanea temperiei contrariae successione, pati mutationes subitaneas, cum, successu temporis, densissima etiam corpora mutationes pati a calore et frigore apud alios iam dudum in comperito sit.

DE
RADIIS ARTICVLATIS LAPI-
DEIS,

Auct.

I. G. Gmelin.

1.

EXcurrenti mihi aestate A. MDCCXXVIII. in campum, accidit vt in confiniis Templi cuiusdam Finnici prope pagum Slowianka, 29. leuc. Russ. Petropoli distantem, sparios hinc inde reperirem lapides figuratos, quorum forma et exterior facies, cum peculiaris visa

esset et nondum satis cognita, ansam mihi dedit, ut observationes de iis collectas eodem adhuc anno in Conuentu Academico praelegerem, quare etiam in Commentariorum Tomo ad hunc annum excusso comparent. Notari enim velim, eas multis aliis in sequente anno factis locupletatas fuisse, quas operae pretium erat, ut prioribus adderem, quo tractatio de lapidibus hisce plenior et perfectior redderetur. Accesserunt alia etiam, ad perficiendam eorum historiam haud parum conferentia. Cum enim in itinere, quod aestate anni MDCCXXVII. huc dirigebam, Lubecam in transitu salutassem, selectissimum Rev. Viri, *Jacobi a Melle*, rerum naturalium thesaurum penitus inspicere humanissime concessum fuit, unde inter plurima alia lapides quidam, ab ipso *Radii articulati* appellati, memoriae infixi manebant, quorum idea ex iis, quos hic reperi, revocata commouit me, ut Rev. Virum litteris roga-rem, velit ea, quae de suis lapidibus obscure animo obuerfarentur, clariora reddere, ut experirer, an cum meis conueniant plane, an aliqua ex parte discrepent? Quae et ille beneuole praestitit, communicando historiam radiorum suorum scripto exarata, quam pace illius observationibus nostris subinde interpolare licebit.

2. *Sueciae Regnum*, in primis vero Insula ipsius *Oelandia*, iis natiuitatem dedit, quos Mellius possidet. In *Silesia* etiam tales reperiri, testes sunt icones quaedam, a Georg. Anton. *Volkmanno* in *Silesia subterranea* exhibitae. *Prußiam* insuper iis fertilem

tilem ex quibusdam figuris in Georg. Andr. *Helwingii Lithographia Ankerburgica* conspicuis non solum, sed et vno vel altero huius generis lapide, a *Mejerschnidjo* et *Cotbwaldo* Museo Imperatorio illato, iudicare licet. Quos prius inueneram, relicti videbantur a basi Templi supra dicti, ex puris eiusmodi lapidibus extructa, quem ideo locum pro loco natali nollem haberi: Cui vero substituo integram illam *regionem cluofam*, in Ingriae ea parte, quae *Duderhofsio*, 30. leuc. Russ. Petropoli distant, vicina est, sitam.

3. Obtigit enim, ut hisce in locis quosdam horum lapidum in campis fitos reperirem, variisque circumstantiis detegerem, eos in vicinia effossos fuisse, et quidem proxime infra pagum *Krasna sieldo* dictum. Eodem igitur loco, mercenariis pro effodiendo conductis, per tres continuo dies magnam horum lapidum copiam collegi; Eadem vero opera et *stratorum*, quibus lapides isti immiscentur, et quae, uti terebra metallica edocuit, cum stratis totius illius regionis conueniunt, *disspositionem* inspicere licuit, confirmatam et supplementam relationibus egregii cuiusdam Viri, officinis metallicis eiusdem loci praefecti. *Terra* primo eruitur, haecque duas perticas in profundum protenditur; sequitur *lapis calcarius*, cui ferri minera ochracea nonnunquam, lapides autem nostri copiosissime immiscentur; hocque stratum ad octo perticas extenditur. Succedit *lapis scissilis*, et cupri et ferri ferax, cui *selenitici* quidam *radiati lapides*, de quibus alio tempore, subinde interseruntur. Ex-

ten-

tenditur hoc stratum ad vnam perticam. Sequitur denique *arena* ex candido cinerea, subtilis, quae licet profunde admodum terebra metallica profecuta, emensa tamen haecenus non fuit. Lapidum calcarii et scissilis strata, vbi decem perticas progressa sunt, vnam perticam versus occidentem, et $\frac{1}{4}$ perticae versus septentrionem deprimuntur.

4. Lapidus isti figurati, calcario lapidi intermixti, etsi primo intuitu omnes inter se conuenire videantur, eam tamen satis notabilem differentiam exhibent, quod aliqui in rectum extensi, alii incurvati conspiciantur.

5. Priores in duo dispescuntur genera, quorum prius in duas abit species. Prima ergo sit: *Radius articulatus rectus alueolo coniuente, laevis*. Constat ex *patellis* plurimis rotundis, parallele sibi invicem incumbentibus, in altera parte conuexis, (A) in altera concavis, (B) hac ratione, ut pars conuexa vnius recipiatur in concavitate alterius, quae dein partem conuexam recipit sequentis, et ita porro. Patellae istae diametro fere aequales sunt per totam lapidis longitudinem: In diuersis autem lapidibus diuersae sunt diametri, ut maximam duos pollices Rhenanos non multum excedere minimamque infra vnum pollicem rarissime constitui haecenus obserauerim. Aream suam circularem integram non habent. In qualibet enim versus peripheriam exacta cernitur lunula quaedam, (*aaaa*) forma fere circulari, pro recipiendo lapide quodam cylindrico, non articulado, quem *alueolum* voco. Is omnes hasce lunulas

Tab. XI.
Fig. 1, 2, 3.

Fig. 4.
Fig. 5.

Fig. 6, 7.

nulas continuo ductu percurrens prominet extra patellas (Fig. 1. 2. 3.) et specie quadam fasciarum plus minus elatarum cinctus est, quae respondent totidem patellis, vnde nimirum faciem hanc externam obtinuisse videtur. Vbi enim alueolus de radio suo forte excidit, pluribus tum iniuriis obnoxius breui laevis redditur.

6. Generalia haec sunt, et omnibus huius speciei lapidibus communia. Singularia, quae in diversis obuenerunt exemplaribus, iam annotare liceat. Possideo specimina, vbi et patellae et aluoli extra eas prominens pars vndique *cooperta* sunt *crassa* quadam ceu cortice, tenui satis, cuius substantia *testaceae* multum accedit. Aliud, vnicum quidem, prostat exemplar, vbi euidenter conspicitur, corticem hunc vere testaceum insinuare se in substantiam radii distinctis quibusdam in locis, cellulas quasi constituentem vel *septa*, ita, vt inter duo talia relictum spatium materia sit substantiae matricis analogae refertum; Vt probabile admodum sit, huius speciei lapides naturaliter cortice quodam testaceo coopertos esse, qui se per interualla versus interiorrem partem expandat septaque efformet: Sic vero patellae priori §. descriptae erunt ea substantia lapidea, quae spatium inter duo septa relictum implevit; Constant enim in omnibus exemplaribus, vbi nihil testacei cernitur, solida et pura ea substantia, qua matrix lapidum. Egregie nostris coniecturis conueniunt, quae Mellius tradidit. „ Adhuc alia, „ inquit, interne gaudent structura duplici. Primo „ enim

„enim, continent canaliculum, partim vacuum,
 „partim vero materia selenitica refertum, qui to-
 „tum cylindri (siue coni) longitudinem permeat, ita
 „tamen, vt medium ipsius spatium non occupet,
 „sed lateris vnus cortici sit propior. Deinde reli-
 „quum corpus, ex eadem materia selenitica constans,
 „varias cauitates femilunares habet siue concamera-
 „tiones, quae suis interstitiis ab inuicem separatae,
 „et innumeris chrystallis leniter rubentibus, vel co-
 „loris carnei, refertae sunt. „ Vid. etiam Volk-
 „manni Siles. subterr. Tab. XXVIII. N. 14. vbi chry-
 „stallificationes in huius generis lapidibus occurrentes
 expressis verbis annotantur.

7. Visuntur nonnunquam in parte alueolo-
 rum extra patellas prominente per interualla, *cor-
 puscula* quaedam *transuersa*, quae ceu duobus cruri-
 bus acutum angulum efficientibus constantur, ambas
 patellarum extremitates quasi coniungentia. (cccc)
 Substantia eorum a reliquo lapide plane diuersa ei
 accedit, qua aliis testacea in lapidem versa, (ostrea
 inprimis) gaudent. Et in aliis, etsi haec corpuscu-
 la non conspiciantur, conspiciuntur tamen relictæ
 ab iis impressiones (cccc) squamarum figuram imitan-
 tes, quas Volkmannum commouisse puto, vt lapi-
 dem eiusmodi l. c. App. Tab. VI. fig. 1. et 2. deli-
 neatum spinæ dorsæ aquaticæ cuiusdam animalis, la-
 tis costis præditi, facie imponi sibi passus sit.

8. Contigit radium inuenire, cui alueolus for-
 te sius deficiebat. Canaliculus vero, alueoli cor-
 pori respondens, *crusta* quadam ex albo cinerea te-

flacca

Fig. 8.

Fig. 9.

staccæ naturæ intus inuestitus erat. An hæc ei coorta et connata? Ita sane de Belemnitæ maximi onyrrhynchi calicibus membranacea quadam testa interne obductis sentit Ed. *Luidius* Ichnogr. Epist. IV. p. 116. Obs. 3.

Fig. 7. 10. 3.

9. Multa alueolorum specimina inueni, insigniter compressa et distorta, quaedam extra radium suum, quaedam intra eum adhuc recondita, in quo posteriori casu radio etiam vel patellis cum componentibus eadem fors obtigit. Singulare huius exemplum prostat in specimine fig. 14. exhibito, vbi alueolus (*aabb*) ex tereti sua figura in oualem redactus figuram exprimit ellipsoos, cuius ambæ diametri longioris extremitates acutæ sunt.

Fig. 14.

10. Oportet igitur, vt illi *alueoli* olim tanta soliditate haud gauisi sint, quali in præsentia, imo apparet, *cauos* olim extitisse. Id mihi videre visus sum in specimine citato. Linea enim quaedam elliptica, diuerso a reliquo lapide colore prædita, (*c*) locum huius cavitatis indicare videtur. Distincte hoc cernitur in alio specimine, vbi *alueolus* (*AA*) *alium* adhuc versus alteram extremitatem situm (*aa*) et vti videtur, ex articulis constantem (superficies enim, quæ conspicitur, caua et laevis est, quasi recepta ibi fuisset articuli conuexi facies) in se *continet*, in cuius medio *siphunculus* ingens fatis (*bb*) conspicitur.

Fig. 25.

11. Alter ille alueolus, internus nimirum, in plurimis huius generis lapidibus non in conspectum venit, sed vnicus saltim et solidus (Fig. 6. 7.) cernitur

nitur alueolus, qui nonnunquam in duas sponte separatus occurrit partes, externam et internam. Externa cingit internam, et ex vtraque sui laterali parte crassior est, idque eo magis, quo magis in longitudinem excurrit, versus medium vero, tam ex anteriori, quam posteriori parte tenuior existit. *Interna* igitur pars *conica* necessario esse debet et in anteriori sui parte, quoniam externus alueolus eo in loco tenuissimus, *spina* quasi, (*dddd*) Cornuum Ammonis simpliciter spinatorum analoga, *exornata*.

Fig. 10. 11.
12. 13.

12. Haec interna alueoli pars, cum nec articulorum nec siphunculi vestigia exhibeat, eodem tamen loco sita sit, ac alueolus internus (§. 10.) nucleus videtur esse alueoli interni, olim forte casu quodam excussi.

13. Internam hanc alueoli partem eandem esse coniicio, quam inter alia fragmenta e radiis articulatis exenta ita describit Mellius: „Et alia quidem „Belemnitarum instar, sunt mere solida, absque „vilo cavitatis cuiusdam vel articulationis indicio, „ceu cuspis illa conica testatur. &c. „

14. Solui etiam iam potest, ad quod figuratorum genus referendi sint lapides in massa quadam lapidea obuii Angerburgenses, quorum figuras Cl. Io. Henr. Linckius, prototyporum possessor, mecum communicavit. Duo figurata in hac massa obveniunt. Alterum est radius articulatus §. 5. descriptus, alterum eiusdem radii alueolus, (§. 10. 11.) alium adhuc alueolum continens.

15. Attentius omnia lustranti nullae occurrunt

runt *differentiae* , quae species huius radii diuersas constituere possent , nisi forte *ex patellarum crassitie* earumque *vel arcta vel laxa ad se inuicem appositione*, quid desumatur. Haec tamen nihil determinare ausim.

16. Extremitatem huiusmodi radii assequi nondum licuit ; etsi copia eorum , quos collegi , ad 3. centenarios excurrat. Profecutus aliquando sum, summa in sodiando cautione adhibita , talem radium ad $1\frac{1}{2}$ ped. Rhem. in longitudinem exprorectum ; Is sese tandem intra lapideam matricem , nescio quo modo , surripuit , aequaliter crassus, cylindrica ubique seruata figura, quam et omnes reliqui possident. Nec enim vel unicum reperire potui frustulum, quod crassitie sensibilibiter decresceret. Cui tamen contrarium videtur , quod Mellius in historia sua scripto tradidit. Ita enim ille: „ Ex amplissimo Sueciae,, Regno - - frequenter ad nos perferuntur tabulae,, quadratae faxeae , coloris atque magnitudinis haud,, vnus, et altero quidem latere laeuigatae , altero,, autem rudes ac impolitae, quarum varius vsus est. „ In laeuigata tabularum harum superficie haud raro,, conspiciuntur radii, pedes duos tresue longitudine,, aequantes, et a basi latiori vnus aut duorum , et ,, quod nonnunquam excurrit, pollicum, in acuminatam,, cuspidem recta linea protensi, sic vt latitudo sem,, per decrescat , quae curuaturis plurimis arcuatis,, vel semilunaribus , sibi inuicem succedentibus, ab,, soluitur. Efformant autem tales radios oblonga,, quaedam petrefacta corpora, in conuoluto tenuioris for,,
mam,,

„mam protensa et saxo inhaerentia , cum quo si-
„mul secundum longitudinem dissecta sunt. „ Re-
latio Cel. Viri nimis accurata est , vt vel leuissimam
negligentiae suspicionem mouere possit. De cete-
ro enim facile fuisset suspicari , quasi forte hae tabu-
lae non ad horizontalem situm radiorum , quibus
ornantur , sed stratorum , quibus in terra sepultae in-
cedebant , politae fuissent , vt adeo radii oblique re-
spectu tabularum siti patellas suas , quibus constant ,
minores semper politura exhibuissent , quo magis
intra tabulas reconditae fuissent. Sed vt exercitata
in hisce rebus opera Rev. Viri magnum fati scrupu-
lum huic coniecturae iniecisset , omnem dubitandi
locum eximunt ea , quae Vir Cel. prioribus addit ,
„ posse et talia corpora in cono tenuioris formam pro-
„ tensa alias , si saxum malleo prouide diffringatur , ex
„ eo eximi. „ Ita enim politura accusari non pot-
est. Interim ex discrepantia ista haec sequi videntur.
Vel radii dantur tales cylindroidaei non solum
sed et conici , vti in Belemnitarum genere obtinet ,
vel conici solum dantur , et ego haud adeo fortuna-
ta forte natus sum , vt apicem cono detegere potue-
rim. Graues tamen sunt rationes , quae prius sua-
dent , etsi posterius temere negare nolim. Decer-
nent de hoc aliae Curiosorum de hisce lapidibus col-
lectiones , et forte melior fors mihi aliquando euen-
tura. Ceterum apposite ad nostram descriptio-
nem transferantur verba Mellii , ex Io. Frid. Leo-
poldi relatione itineris Succici ad D. Woodward fa-
cta , quae Londini in 8vo prodiit , adducta p. 27.
Tom. III. LI dieen-

tis : - - - ,, De Tabulis hisce (Oelandicis) adhuc,,
notandum, in superficie illarum polita non raro con-,,
spici cornua quasi longiuscula, ex maculis semilu-,,
naribus composita, quae marmore crudo facile ex-,,
cutiuntur et excussa teretis sunt figurae, crustis dua-,,
bus indurata, quorum interior coloris est cinerei, ,,
exterior purpurei. Intima pars circa unum latus,,
lapidem alium continet, in varias valuulas distin- ,,
ctum, cuius extremitates Lunae exhibent faciem, ,,
colore cinereo; intimi vero loci residuum minu- ,,
tis quasi chrysellulis existit repletum. ,,

Tab. XII.
Fig. 16.
17. 18.

17. Secunda radiorum articularum recto-
rum alveolo coniuente, species est: *Radius articu-*
latus rectus, alveolo coniuente, striatus. Constat *pa-*
tellis, parallele sibi inuicem incumbentibus, arctio-
ri nexu unitis, conuexis in altera superficie, in al-
tera concavis, quarum diameter, ubi plures iunctae,
sensim at vix sensibilibiter decrefcere videtur. (Fig.
18.) *Continent* hae patellae *alveolum*, qui, uti
in priori specie, cylindricus laterisque vnus corti-
ci propior est et intra patellas coniuet. Figura
patellarum elliptica propemodum est, hac ratione,
ut in extremitate minoris diametri alveolus situs sit,
cuius diameter habita proportione ad diametrum pa-
tellarum, quibus cingitur, est fere, ut 2:7. cum in
priori specie sit, ut 3:7. Patellarum superficies te-
nui quodam cortice, quem striae circulares vndique
cingunt, tecta est.

18. Is cortex omnibus fere huius speciei lapi-
dibus arcte adhaeret, et cinereo colore gaudet, cum
reli-

reliquum lapidis albescenti. Quodsi vero adhaeret, tum patellarum distinctio haud in conspectum venit, ast singulae circulo quodam eminenti, etiam in cortice conspicuo, se produnt. In hoc casu et alueolus vix fere conspicitur, etsi eius praesentia eminentia quadam in altera extremitate obuia se prodant.

19. Nec alueolum huius lapidis, nec patellas vnquam singulatim et separatim offendi, quod vtrumque arctae patellarum ad se inuicem appositioni tribuendum esse censeo. Simplicem alueolum tantummodo vidi, nunquam duplicem. Longissimi huius speciei lapides, quos inuenire contigit, vltra $4\frac{3}{4}$ pollic. Rhen. haud excurrunt, breuissimi vero non infra pollicem constituuntur. Crassitie maximos $\frac{120}{1000}$ ped. Rhen. minimos $\frac{46}{1000}$ eiusd. ped. in diametro maiori aequare haecenus obseruari. Rarius occurrunt ac praecedentes.

20. Differunt a prioribus, si cortice suo tecti, striis, quibus cinguntur; si eo denudati, patellarum haud aequabili seruata diametro, alueolo minori, habita proportione ad diametrum patellarum vtriusque speciei, patellis denique arcte magis sibi inuicem appositis. An Belemnites striatus in orbiculatum lapillum redactus Luid. l. c. capf. XXIII. N. 1733?

21. Secundum genus radiorum articulorum rectorum est: *Radius articulatus rector, siphunculo medio percurrente. Constat patellis, aequalis dia-*

Fig. 19. 20.

Fig. 21.

xis in altera parte (A) in altera concavis, (B) mutuo sese recipientibus. Per harum medium *transit siphunculus* (aa) eadem qua lapis conflatur, materia refertus. Is non in omnibus speciebus satis distincte apparet, imo in plurimis plane obliterated est, ceu siphunculus alveoli Belemnitae. Exinde coniicio, huc et pertinere eam speciem, quam sic describit Mellius: „Alia, licet cauitate careant, sunt „tamen articulata, et alveolorum in morem ex plu-„rimis quasi patellis constant, quarum partes conue-„xae incumbentium partibus concavis insertae sunt. „An forte Belemnitae congener cylindraceus lapis maiorculus, Volgiolum terebratum dictus Luid. l. c. N. 1747? Inspice etiam figuram Tab. XXVIII. apud Volkmannum l. c.

Fig. 22.

22. Est adhuc *radius* quidam, priori quoad omnia fere similis, sed *articulati* saltim *facie* apprens. Loco enim patellarum conspiciuntur annuli quidam eminentes (bbbb) serpentino quasi ductu vel fere circulari totum cingentes lapidem, inter quorum duos superficialis quidam sinus relictus est. De cetero crassities eius, quo magis in longitudinem excurrit, minui videtur. In altera sui extremitate (aa) conuexus est, ad modum patellarum praecedentium radiorum, huicque conuexae parti siphunculo (c) pertusae, de cetero politissimae, fragmenta hinc inde adhaerent tenuis cuiusdam et subtilissimae crustae, testam fere dixeris, quae et in reliqua lapidis superficie quibusdam locis extat, ob teneritatem suam figuris non exprimenda. Substantia huius radii
radii

radii est fere, vti lapidis lydii, rudior tamen, et color magis ad cinereum quam ad nigrum vergit, cum reliquorum omnium sit calcaria. Hoc exemplum in Museo prostat Imperatorio, quo ex Gothwaldiana collectione delatum est.

23. Eundem hunc lapidem existimo cum eo, qui 21. §. descriptus est, cortice saltem suo adhuc tectum. Nil enim obstat testa, qua superficies lapidis hinc inde conspersa est, cum eadem testa pluribus lamellis constare possit. Fauet vero quam maxime opinioni meae conuexitas in altera extremitate apparens et conuenientia cum priori in reliquis.

24. Altera radiorum articulatorum classis est *incuruatorum*. Hi rarissime omnium mihi oblati sunt. *Patellis constant* pene rotundis, vel ad ellipsin accedentibus, conuexis in vna superficie, concavis in altera. *Siphunculo* quodam exiguo (*a*) *per-*
tusi sunt, quem tamen in vnico quodam exemplo discernere saltem licet, non in medio, sed ad latus transeunte. Hoc genus radiorum ultra magnitudinem figuris expressam excurrere nunquam obseruaui. Duae forte eius species constitui possunt: *Radius articulatus, incuruatus, patellis tenuibus*, (Fig. 24. 25. 26.) et *radius articulatus incuruatus patellis crassioribus*. (Fig. 23.) Tantum ad descriptionem!

Fig. 26.

Fig. 23, 24,
25, 26.

25. Concinna omnino, regularis et artificiosa radiorum nostrorum structura magnum suggerit argumentum, eos originis haud esse mineralis. Vel igitur vegetabilis vel animalis sunt. Ausim vero af-

firmare, eos ex *testaceorum* genere prodiisse. Ipsa enim substantia testacea in quibusdam sese prodidit exemplaribus (§§. 6. 7. 8. 22.) : Haecque testacea, unde radii nostri originem trahunt, ad classem *testaceorum univaluim in concamerationes distinctorum*, si hoc nimirum praedicatum ceu character generalis assumatur, pertinere, prouti de Belemnitis statuit Ehrhartus, pluribus argumentis euinci posse videtur.

26. Ex structura radii articulati recti, alueolo coniuente laeuis, considerata, conchylii, a quo natales ducit, sequens descriptio adornari poterit. Testaceum univalue cylindricum (aut forte acuminatum) laeue, in concamerationes diuisum, ita vt septa concamerationes efficientia non sint integra, sed versus peripheriam in aliquo loco lunulae instar quasi exsecta. (§§. 5. 6.) Per has lunulas aliud transit testaceum cylindricum, in concamerationes diuisum, ita vt septa concamerationes constituentia ad latus foramine quodam, quod, quo magis conchylium in longitudinem protenditur, eo minus erit, pertusa sint. (§§. 9. 10. 11.) Per haec in concamerationibus pertusa foramina aliud adhuc transibit testaceum, acuminatum, in concamerationes diuisum et in medio siphunculo quodam pertusum (§. 10.)

27. Igitur testaceum hoc *trium* quasi *testaceorum intra sese latitantium compages* erit. Vt vero concipiatur eius generatio, supponere necesse erit, tria haec testacea quibusdam foraminulis vel fissuris inter se communicare. Requiritur enim, ceu observationes exactissimae docent, vt animal testaceum:

ceum immediate locetur sub testa sua , quo haec effluuiis animalis generari queat. Iam vero, si cauda animalis testacei , vel pes , vel quomodocunque id vocare placuerit, siphunculo interioris conchylii abscondatur, lobique inde ad latera prodeant, poterunt inde septa et testa efformari , ideoque totum interius testaceum , medium non item , nisi ope communicationis cuiusdam animalculum corpus suum eo expandat. Idem ratiocinium et de exteriori valet testaceo. Alia meam coniecturam roborans ratio ex ratione lapidificationis , quam olim testacea haec perpeffa sunt, reddi potest. Quodsi nullum horum testaceorum inter se commercium esset, qui potuisset fieri, vt materia lapidea in omnia sese insinuasset, nisi vim magnam conchylio illatam supponeremus? Talis vero vis in nostris lapidibus nullo se prodit indicio, vt aequalis potius et regularis omnium partium constituentium obseruetur coordinatio. Sequi exinde videtur, materiam lapideam per siphunculum testacei interioris influentem distribuisse se per illius concamerationes, indeque se diffudisse per concamerationes medii, abhinc per eas, quae exteriori cylindro respondent.

28. Radius articulatus rectus, alueolo connivente, striatus, sequenti accommodari potest conchylio. Conchylium vniualue cylindroidaeum, striatum, in concamerationes diuisum, ita, vt septa concamerationes constituenta versus peripheriae aliquem locum exsecta quasi sint. Septa huic,

ra-

ratione inita, plura sunt, ac priori conchylio (§§. 17. 18. 19.)

29. Pro radio articulado recto, siphunculo medium percurrente, testaceum concipio cylindroidaeum, in concamerationes diuisum, quarum septa in medio siphunculo pertusa sint. (§§. 21. 22.)

30. Pro radiis articulatis incuruatis conchyliis fingo vniualuia, incuruata, in concamerationes distincta, septis versus unum latus siphunculo pertusis. (§. 24.) Haec descriptio egregie conuenit *Cornuum Ammonis integre diuisorum familiae*, eiusque imprimis speciei, quam sub *Ostrei* nomine describit Philipp. Bonannus in Mus. Kirch. Cl. II. test. vniualv. n. et fig. 39.

31. Liceat *originem* horum conchyliorum ex *mari* repetere. Lapides enim, quorum ea prototypa cenfeo, pectinitas eleganter striatos variorum generum, conchitas anomios, et quaedam alia, forte echinitarum, forte asteriarum, petrefacta officula &c. indiuiduos vbique comites habent. Vt plus largiar, mare Balthicum antiquis temporibus eo sese exporrexisset, ubi radii nostri inueniuntur, radiis his ibidem, cum littora pristina relinquens alia peteret, in sicco resitantibus, coniecturare audeo. Solum pro ratione climatis fertilissimum, ingentis molis lapides in campis dispersi et cliuosa regio (§. 3.) pro priori militant. Fundus etiam et littora maris Balthici, et quae eius continuatio est, Finnici arenosa sunt, solum hoc itidem. Pro posteriori faciunt, quod nullus haecenus, quod sciam, in Europa

ropa locus radiorum nostrorum fertilis cognitus sit, nisi qui mari Balthico propior. Haec enim in iis obseruata cognatio eandem prodere videtur originem. Huc et apprime refertur obseruatio quorundam, maria huius loci imo et flumina pleraque a plaga Australi et Orientali sensim sensimque recedere et petere Borealem et Occidentalem. Id de lacu Ladogaënsi inprimis quidam pro certo affirmant. Cum vero mare Finnicum non longe distet a loco nostrorum lapidum natali, situmque sit versus Boream et Occidentem, probabile est, id ibi olim extitisse; quod magis adhuc illustratur depressione illa stratorum, quibus lapides nostri sepeliebantur, versus Boream et Occidentem. (§. 3.)

32. Doleo saltim, eiusmodi conchyliia in litoribus maris Balthici non amplius prostare. Forte piscium, cancerorum et nonnullorum conchyliorum more prius suum habitaculum deferentia alio aufugerunt, forte in fundo saltim maris degunt. &c.

35. Superest, vt de conuenientia radiorum nostrorum cum aliis figuratis pauca memorem. Sub eadem classe cum Belemnitis, Nautilitis et Cornubus Ammonis comprehendi possunt, sed non sub eodem genere. Differentia tam notabilis est, vt rerum harum notitia imbuto mox in oculos incurrat. Radius articulatus rectus, siphunculo medium transeunte differt a Belemnitarum alueolis vel cauda canceri Gesneri siphunculo non ad latus, sed in medio transeunte; Radii incuruati distinguuntur a Nautilitis,

Tom. III. M m alueo-

alucolo non in medio sed ad latus inserto, minorique curvatura.

De Figuris nihil est, quod moneam; Naturalem prototyporum exprimunt magnitudinem, si excipias.

Fig. 9. Radium dimidia parte minorem sistentem.

Fig. 4. Exhibet radium articulatum rectum, alucolo connidente, laevem, in posteriori parte politum, politura cum alucolo parallele instituta.

DE
PROPAGATIONE FUNGORVM
PER RADICES

Auct.

I. C. Buxbaum.

M. Malo.
1728.
Tab XIII.

AN Fungi radices habeant nec ne, lis est inter antiquos Botanicos, de quo videri potest Bodaeus a Stapel in Theophrastum. Nostra sententia est, multos fungorum per radices se propagare, adeoque plantas esse perennes, quod sequentibus probamus exemplis.

1. Dantur Fungi, qui ex terra erumpentes aut iuniores pediculo non alte in terram demisso seu
bres

breuius radicato insident. Sed successu temporis, quando capitulum cum lamellis marcescere et corruptioni obnoxium fieri incipit, radix fit crassior, profundius in terram descendit et paruum quasi tuber evadit, non alium in finem, quam ut ibi perduret et sequenti anno novum producat fungum. Exemplum huius rei praebet Fungus bufonius orbicularis C. B. secundus magis orbiculatus, superne modo fuscus ex albo pallescens, modo flavus fuligine infectus, maculis albis et nigris aspersis, rubetae colorem referens, inferne albus striis subfuscis tenuibus distinctus, uti ipsum describit C. Bauhinus in Pin. Huius figuram, quoniam nondum prostat apud Botanicos, hic exhibemus, et quidem iuniorem in Fig. 1. antiquiorem vero et radice auctum Fig. 2. Huic similis Fungus in palustribus frequens, nobis audiens *Fungus palustris capitulo pustulato longissime radicans*, qui radice repente instructus longius repit. Nec non alius minor, *Fungus minor fuscus capitulo conico* nobis dictus, qui inter muscos radice longissima et perenni provenit.

2. Dantur Fungi lignis putridis adnascentes, qui pariter in illis radices longius agunt et per hyemem durant. Talis est Fungus dumetorum ex vno pede multiplex Tournesf. Inst. qui quando putrescit, in radices ab it longissimas nigricantes, secundum tractum ligni putridi descendentes et media hyeme adhuc conspicuas, non aliam ob causam, quam ut anno sequenti novos producant fungos. Ex his facile patet, quid sint illi fungi a quibusdam autoribus intra ipsum lignum observati, nempe nihil aliud, quam

radices Agaricorum et Fungorum aliorum ex lignis nascentium. Videmus enim, vbi Agarici exeunt, in ligno esse tubercula fungosa, pro radicibus merito habenda. Sic fungus coriaceus quercinus haematodes Breyn. videtur fuisse radix Fungi intybacei I. B. Fungus ignarius cylindraceus Dill. Cat. est radix Fungi dumetorum supra nominati.

3. Est genus fungorum, qui principio, vbi iuniores orbiculares, nullis fibris aut radicibus instructi, quando putrescunt et in puluerem fatiscunt, radices acquirunt multas, inter quas radices simul proueniunt iisque adhaerent parui globuli, qui nihil aliud, quam radices seu semina noui fungi ad futurum annum conseruanda. Insigne huius praebet exemplum Boletus ceruinus vulgaris, qui antiquior multas acquirit radices fibrosas albicantes, quibus supra dicti adhaerent globuli ceu parui bulbuli. Simile quid accidere obseruamus Lycoperdo globoso radice crassapulpa granulata, a nobis in Cent. I. Plant. minus cognit. descripto.

Notauit pariter hoc Raius in Synopf. in Fungo phalloide I. B. quod late sub terram radicibus ceu filis longissimis albis varie implexis reperat, quibus radicibus hinc inde adnascantur globuli Voluae dicti. Fungus violaceus Herpetis modo lignis irrepens Rai. Syn. est radix Agarici mesenterici violacei coloris Dill. Cat. Fungus niger compressus varie diuaticatus et implexus inter lignum et corticem Rai. Syn. est Fungus digitatus niger Menzelii in radice adhuc constitutus, vel in crescendo impeditus.

4. Occurrunt Fungi , qui pediculis repunt et hinc inde radices agunt et novos producunt, vti obseruamus in plantis cauliculis repentibus. Tales sunt Fungi parui albi ex cono Abietis rubrae deiecto nati, quos descripsimus in Cent. I. Plant. minus cognitarum ; et plures alii in lignis putridis et foliis nascentes , quos omnes radice se propagare pro certo cognouimus.

Haec sunt, quae de Fungorum propagatione per radices accurata et saepius repetita obseruatione didicimus. Commendamus Botanophilis vltiorem fungorum indagationem , in primis , quando oriuntur et quando pereunt. Nullum enim est dubium, plerorumque imo forsitan omnium generationem sic posse demonstrari. Quod si ita est, omnes isti scrupuli, qui haecenus multos de seminio et generatione fungorum sollicitos torserunt , sublati sunt.

Explicatio Figurarum.

- Fig. 1. Fungus Bufonius orbicularis C. B. iunior.
 2. Idem radice auctus.
 3. Fungus palustris capitulo pustulato, longissime radicans.
 4. Fungus minor fuscus capitulo conico, cum radice.
 5. Fungus perniciosus ex vno pediculo multiplex Tournef. Inst. cum parte.
 6. Boletus ceruinus officinarum, cum radicibus, quas vetustior acquirit.

DE
**PERICLYMENO HUMILI NOR-
 WEGICO C. B.**

Auct.

Ioh. Christ. Buxbaum.

Planta in nostris Septentrionalibus frequen-
 tissima est Periclymenum humile Norwegi-
 cum C. B. Botanicis tamen multis cele-
 brioribus ignota, imo nec ipsi visa Tourne-
 fortio, qui alias huius fecisset mentionem. De hac
 et eius genuino caractere haecenus ignoto acturi,
 breuem eius historiam praemittere non abs re visum
 est.

Primus hoc Periclymenum a Pennaeo Medico
 Londinensi acceptum descripsit Carolus Clusius in
 Historia Plantarum. Descriptio est sequens: Radi-
 ce est reptatrice; cauliculis sesquipalmaribus aut do-
 drantalibus, quibus quatuor, sex, aut etiam octo,
 ex aduerso per intervalia adhaerent folia, in imis fur-
 culis minora, in extimis ampliora, Aescyri foliis sa-
 tis similia, in mucronem desinentia, quinque ner-
 vis insignioribus ab ipso pediculo ad mucronem ex-
 currentibus. E quorum sinu ad latus pediculi flo-
 rem sustentis aliquando vnicus, vt plurimum bini,
 vtrinque scilicet vnus, exsurgunt ramuli, binis aut
 qua-

quaternis foliis simili serie dispositis praediti. Florem porro summis cauliculis nitentem, quatuor petalis candicantibus constantem producit, in cuius medio multae bacculae, petiolis suis inhaerentes, per maturitatem rubentes, intus albae, racematim cohaerentes, succulentae, sapore admodum dulci.

Duas fecit species C. Bauhinus; sed unam eandemque plantam esse *Periclymenum humile* C. B. seu *Chamaepericlymenum Clusii* et *Periclymenum humile Norwegicum* C. B. seu *Chamaepericlymenum tenerius* aliud Clus. Hist. quod Raius iam adnotavit, certissimum est et differentia solo loco natali adscribenda venit.

Adsignat huic *Periclymeno* certum locum et novum inde genus constituit Raius Meth. emend. et aucta. Huius notas facit: Plures acinos suis singuli petiolis haerentes (non in baccas constipatos,) singulis floribus succedentes; Folia Aescyri, florem tetrapetalum. Et hoc novum genus cum Clusio *Chamaepericlymenum* vocat.

Notandum autem, illum florem tetrapetalum, quem describit Clusius et Raius pro flore habet, non esse florem sed perianthium eleganter striatum et instar floris coloratum. Gaudet equidem notis flori competentibus, colore nempe et fugacitate, et alio praeterea ornatur perianthio, sed sterilis est, et in sinu suo complectitur plures flores tetrapetalos, in flore recenti optime conspicuos, satis magnos, lutescentes, ex quatuor petalis acutis cruciatim positos conflatos, suis petiolis innixos, quos sequuntur bac-

cae supra descriptae. Hinc aut duplex Chamaepericlymeno flos sterilis, nempe maior et fertiles minores aut duplex perianthium adscribendum venit, quod cuique liberum relinquo, sufficit genuinum eius exhibuisse characterem.

Finnis et Ingris in usu sunt folia decocta aduersus febres. Baccas colligunt et siccant, quorum pulverem nephriticis prodesse dicunt.

Observandum adhuc de huius floribus spuris (sic vocamus flores tetrapetalos albos seu calyces) quod non omnes in sinu suo complectantur flores luteos foecundos et baccas ferentes, sed plurimos esse inanes, et nullum procreantes fructum, qui si marcescunt, sui tantum vestigia relinquunt, uti observamus in cucurbitis aliisque flores steriles et fertiles generantibus plantis.

OBSERVATIONES

CIRCA

QVASDAM PLANTAS INGRICAS

Auct.

I. C. Buxbaum.

Tab. XIV.

Omnium Botanicorum recentiorum consensu pro genuina *Alfines* specie haecenus credita est *Alfina* maritima folio *Portulacae* C. B. seu *Alfines* genus pelagicum *Clusii*. Ex accuratiore observatione tamen didici, illam

illam flore et fructu ab *Alfina* maxime esse diuersam. Petala enim floris non sunt bifida, vti in *Alfina*, sed rotunda, quasi crispa, raro multum aperta, sed plerumque contracta. Fructus est ex ouato acuminatus, tribus valuis dehiscens, feminibus foetus aliquot rotundis. Ex his patet, quod magis cum *Telephio legitimo Imperati* conueniat quam cum *Alfina*, a qua praeterea toto habitu differt. Refertur itaque ad *Telephium* et *Telephium maritimum* *Portulacae* folio dici poterit. Si quis tamen ob folia coniugata ad *Helianthemum* referre mallet, me non habebit dissonantem.

Plantaginellae nouum genus fecit *Raius Meth.* em. sed florem putat esse pentapetalum, qui tamen monopetalus in quinque laciniis dissectus. Sub *Plantaginis aquaticae* vero speciebus ex obseruatione *Pluk.* contra *Hermann.* in *Hort. L. B.* haec planta comprehendi nequit.

Nouam Lunariae speciem fecit *Breynius Cent. I.* quam vocat *Lunariam folio Matricariae*: sed illa nihil aliud est, quam *Lunaria vulgaris*, nonnunquam ita varians, vt magnitudine ac ramorum maiori numero pro diuersa specie imponat. Varietas pariter, non distincta species a *Lunaria vulgari*: *Lunaria folio Adianthi* eiusdem *Breynii*. Omnes nostrae *Ingriae* satis frequentes plantae, et folia in vna saepe planta varie ludunt et diuersa proueniunt.

Genuina *Musci* species est *Muscus Norwegicus*, umbraculo ruberrimo insignitus *Mus. Pet.* quem *Tournefortius* incongrue *Lichenibus* accensuit et *Li-*
Tom. III. Nn che-

chenem capillaceo folio, elatiorem pelui ruberrima vocat, deceptus forte a scuto, quod hic in summo fert pediculo, quum sciret, multos ex Lichenibus esse scutigeros. Sed hoc scutum in hoc Musco vires gerit calyptrae, summo nempe capitulo pyriformi impositum, et est calyptra quasi expansa, quod iam obseruauit Plukenetius in Almag. qui inquit, quod eius capitula umbellae fatis amplae, elegantis phoeniceae coloris, scutum quodammodo referentis, medio innitantur.

Agaricus fraxineus, niger, durus, orbiculatus Tournef. Inst. est Agaricus pedis equini facie Tournef. Inst. seu Fungus ignarius Trag. qui aquae diu immerfus nigrum contrahit colorem, quod et interdum ipsi accidit a pluuiis.

Ranunculus rotundifolius vernus, sylvaticus, maior vel Cassubicus foliis Thorae siue Calthae Breyn. Prodr. est Ranunculi rotundifolii verni sylvatici I. B. varietas maior. Notandum etiam de Pentaphylloide palustri rubro foliis crassioribus villosis Tournef. Inst. seu Pentaphyllo pallustri rubro, crassis et villosis foliis Suecico et Hybernico Pluk. idem esse cum Pentaphyllo palustri rubro C. B. Huc etiam pertinet Lychnis Suecica Been album folio, habitu calyce amplissimis, Gumpfungas siue scrotum arietis dicta Boerhav. Ind. H. L. B. quae Been albi officinarum I. B. varietas maior.

Lichen crustae modo arboribus adnascens, tenuiter diuisus Tournef. Inst. peltas profert instar Lichenis terrestris cinerei Rai. II. vid. Fig. 1.

In

In truncis arborum frequens Musci parui elegans species, ex qua nouum genus Vaillantius in Bot. Paris. sub nomine *Muscoïdes*, et iam ante ipsum Dillenius Cat. Gieff. sub nomine *Mnion perangustis et brevibus foliis*, constituerunt, descripta iam a Raio in Syn. vocatur Muscus coronatus minimus, foliolis, capitulis et pediculis minimis erectis Morif. Hist. Oxon. vbi figura sed minus bona, hinc meliorem dare placuit. vid. Fig. 2.

Lichenis nona species crescit in truncis salicum circa riulos et fontes, splendide nigricat et consistentia ad Lichenes gelatinosos accedit, exhibemus hic huius figuram et *Lichenem arboreum membranaceum, nigricantem* appellamus. vid. Fig. 3.

Postremo mentio facienda est plantae Liuonicae, quae Alyssi species et Alyffo folio Veronicæ Tournefortii simillima, sed flores fert luteos. Quod cum constanter faciat, merito pro noua habetur specie. Occurrit circa Weseberg et floret Maio.

OBSERVATIONES ANATO-
MICAE

*De duplici ossis femoris luxatione oppido
rara, dein de statu p. n. in duobus cra-
niis, quorum alter alteri contrarius
plane erat, ex doctissimi Viri Io.
Saltzmanni litteris d. 4. Iunii 1727.
excerptae.*

I.

IN cranio fabri ferrarii, cuius cadaver ob non
leuem veneni dati suspicionem cultro a-
natomico subiectum fuit, duae exostoses
substantia osseo - spongiosa constantes for-
te fortuna reperiuntur sinistro ossi bregma-
matis accretae et super os frontis aliquatenus exten-
sae, altera exteriori tabulae annexa erat altera in-
terna, haec satis rotunda haemisphaerium globuli
feu globi minoris aequabat, illa paulo minor. Ab
interna cerebrum multum compressum fuisse conie-
ctu facile est, vnde etiam homo iste, cum in vivis
adhuc esset, ad quascunque actiones paulo segnior
erat,

erat, sensibusque praeprimis internis non adeo ac alii solent pollebat.

II.

Alter casus exhibet cranium carie notabiliter exesum eo in loco, vbi in infantibus fontanella conspicienda est ad laeuam paululum vergente foramine thalero maiori, per quod materia fungosa durae matri adnata erumpebat et integumenta in magnum fatis tumorem eleuabat. Nobilis foemina non aliam huius mali causam allegare poterat praeter ictum, quem a tribus abhinc annis acceperat, a quo tamen, si relationi eius fidem adhibere licet, vel nullum vel leuem prorsus dolorem percepit, qui haud diu subsistit, sed breui euauit neque postea rediit, quem tamen pericranii membranae valde sensibilis erosio excitare vtique debuisset. Materia fungosa dictum foramen adeo obturavit, vt dissectis licet integumentis et parte huius materiae sectione ablata locus non daretur et spatium humores sub cranio latentes stagnantesque euacuandi, et malum radicitus auferendi, vnde factum, vt omni etiam a Medicis et Chirurgis adhibita cura et opera Nobilis illa Matrona post continuos vomitus multum debilitata exspirauit.

III.

De luxatione ossis femoris gemina pauca quaedam adiiciam, quae haud ita pridem in Theatro nostro Anatomico obseruata fuit, altera sine fractura colli, altera vero cum

eadem vel potius cum secessu epiphyseos coniuncta. In hac videre erat id quod Cl. Ruyschius quoque annotavit, nempe dicta epiphysis velut annihilata erat, nullo plane vestigio eiusdem superstiti, et colli parte, vbi illa adnata antea fuerat, adhuc dum inaequali. Et huius collum et alterius illius capitulum ex acetabulo ossis coxendicis elapsum ossis illi sedi externae paulo supra nominatum sinum infistebat, et ab attritu a longo tempore facto cavitatem quandam et sinum velut superficialem efformauerat, vnde pede breuiore licet existente vtramque subiectum, quorum prius masculinum, posterius vero foemini-num erat, quamuis non expedite gressus firmare et progredi vtcunque poterat. Ea quae in Differtatione de luxatione femoris rara, fractura frequentiore ante aliquot annos stabiliui, obseruatis hisce aliquatenus conuelli prima fronte videntur. Sed videntur, praeter enim quod in vno horum subiecto-rum fractura cum luxatione complicata erat, in aliis haecenus illam frequentius quam hanc deprehen-dere mihi licuit, neque dubito, quin experientia o-ptima rerum magistra ea, quae in allegata dissertatio-ne probatum iui, indies magis magisque confirma-tura sit. *Haecenus Celeberrimus Saltzmannus.*

IV.

DE infolenti et explicatu difficillimo genere *hydatidum* in primo Tomo Commentariorum Acad. Imper. memorabile exemplum vnaque super earum formationem coniectura proponitur. vid. pag.

379. et seqq. Hae non, vti simplices hydatides de quibus vulgo exempla afferuntur, steriles sunt ac puram aquam continentes; Verum alias in se vesiculas includunt ac propterea proliferae sunt. *A Nicolao Stenone* in anatome *Rangiferi* duae in omenti circumferentia hydatides repertae sunt, vna magna instar oui gallinacei, altera parua instar oui columbini, quarum singulae aquam purissimam continebant, illa tamen praeter aquam, materiam quandam gypseam pisi maioris magnitudine in se complectebatur. Et minor vesicula Lymphatica in maiori continebatur *quasi praegnante*. Hae hydatides, *inquit*, videntur in ceruorum genere naturales, in aliis antea a me visae. In historia quoque Acad. Regiae Paris 1722. serius mihi oblata exemplum talium hydatidum exstat.

Secunda modo vice eas mihi obseruare contigit die 15. Ianuarii huius anni, contemplanti foeminae vetulae tubas Fallopianas: Namque membrana haec inter et ouaria intercedens, plurimis vesiculis crystallinis grani tritici magnitudinem haud excedentibus obsita erat, quale vitium saepe numero in vetularum ouariis solet contingere. Harum nonnullae sola aqua distentae erant seu infoecundae. Aliae minoribus vesiculis in liquore crystallino immerfis impraegnatae: iucundo sane spectaculo post aspectum tristissimum cadaveris, cuius posteriora ad plantas pedum vsque igne torrefacta inque locis nonnullis adeo consumta erant, vt tendines ossaque de-

nudata apparerent , his adde fissuram magnam in cranio , ad occipitis foramen magnum terminatam, vtraique tabulam penetrantem , absque vlla effusione sanguinis. Sed an ignis talem effectum producere potest?

V.

Cur viris mamillae a natura datae sunt ? apud Anatomicos saepe disquiritur. De hocce problema-
te , hoc anno coram Academia dissertatio praelecta fuit , quae vero ante sui publicationem maiorem praecisionem experimentorum postulat. Video equidem perdifficile esse persuadere , quod lactis generatio haud functio sit solis foeminis propria quodque a viri grauitate seu dignitate vel ab ipsa rei veritate minime alienum sit affirmare, commune id esse vtrique sexui beneficium, non obstante eo , quod multi hocce beneficio careant aut illud non aduertant: Nam sicuti foeminae non omnes nec quolibet tempore lacti generando aptae sunt , ita quoque plures esse caussae possunt , ob quas apud vnam gentem virorum mamillae magis succulentae et lacti producendo aptiores sunt quam apud alteram, quales caussae sunt coeli , educationis , vitae generis , temperamenti varia dispositio. Apud Thomam Bartholinum Anatom. Libr. II. Cap. I. edit. Lugd. Batav. mentio fit integrae nationis in nouo orbe , cuius viri pene omnes magna lactis copia abundant. In Russia id amplius rarum non est hodie, postquam mos cadauerum inspiciendorum introductus est. Obseruavi enim virorum pene omnium mamillas post leuam compressionem succum dare modo lacteum modo serosum,

sum, pluribus etiam post mortem diebus, non obstante aere gelidissimo.

VI.

Solet quoque in plurimis subiectis haud raro observari columella bifurcata instar dentis molaris. Haec particula, quae alias unico apice constat, vulgo plectrum vocis appellatur. An a primaeva conformatione? vel ab exercitio vocis aut vociferationibus? vtrumque probabile est. Namque haud impossibile esse videtur, ut duo cylindruli musculares, qui in columella laxius uniti ac solummodo contigui sunt, successu temporis laxato eorum vinculo simulque membrana glandulosa eos inuestiente, a se inuicem remoueantur hacque diffociatione duo apices in columella enascantur. Ceterum, ut reliqua corporis membra, sic in specie organa vocis admodum valida et robusta huicce genti a natura concessa sunt.

VII.

Longa et periculosissima per vterum nauigatio est, donec in portum nouus hospes proiciatur, pro uti innumera exempla asserto fidem faciunt. Sed quam virtute tenellus embryo atrocissimis plagis, vulneribus, tormentisque resistet intra potius quam extra vterum? Id equidem captum nostrum transcendit. Infans in hac vrbe natus est cum enormi vulnere totum verticem occupante, ac tenui solummodo pellicula obducto, per quam anfractus cerebri in conspectum veniebant. Posterius duo globi seu tumores exstabant, sinister pugni magnitudinem

ter ouum gallinaceum aequans amboque molles ad tactum erant.

VIII.

Contemplanti vterum , in quo molam membranaceam geminam inueni , ecce in exteriore cervicis circumferentia , quam ori tincae piscis assimilant anatomici , plurima ostiola valde conspicua oblata sunt , quorum octodecim numeravi . Ex eorum numero , vti opinor , bina sunt ductuum oscula a *Celeb. Santorino* in posteriore parte cervicis observata quarum mentionem facit Cap. XI. *Observ. Anat. Art. IX.* Hi autem ductus a vesiculis ovalibus prorsus distincti nullamque cum iis societatem habere visi sunt.

IX.

Ex duobus fratribus gemellis die 15. Sept. huius anni simul natis , primus in lucem prodiens seu praecursor triste oculis spectaculum exposuit . Quid enim tristius est , quam nasci vt truncus sine brachiis . Nullum in eo cum dextri tum sinistri vestigium siue humeri siue brachii ; Verum cutis instar sacci imperforata , costasque immediate attingens intuenti oblata est , plana ac sine cicatrice aut coloris diuersitate . Caeterum , quoad molem corporis ac praestantiam sensuum motuumque vitalium naturaliumque a suo fratre minime diuersus apparebat , cum quo etiam , vt in transitu id moneam , communis ei placenta fuit . Ambo die prima Octobris vitales adhuc erant.

P. S.

P. S. Dum haec praelo committuntur, Cadaver accepimus praefati pueri in lucem sine brachiis editi, occasioneque sic nata, in confessu publico Academiae d. 5. Maii 1731. celebrato, rarum illud spectaculum expositum, fuit.

DISQUISITIONES PHYSICAE

DE

TUBVLIS CAPILLARIBVS

a Iacobo Iurino

AD ACADEMIAM TRANSMISSAE
VT EIVSDEM COMMENTARIIS INSERERENTVR,

VNA CVM NOTIS

a Georgio Bernhardo Bülffingero,
AD QVEM ID NEGOTIVM PERTINUIT,
ADIECTIS

conf. Comm. Tom. II. p. 233. et seqq.

INlegenda pererudita Differtatione Cl. Bülffingeri de Tubulis Capillaribus, voluptatem, vt verum fateamur, non vulgarem cepimus, quod explicationem nostram istiusmodi phaenomenon, caeteris omnibus Doctissimorum Scriptorum Hypothesibus, quas ibi fusius recenset et examinat,

tanto auctore videremus anteferri. Qui tamen cum scrupulo teneatur vno aut altero, quo minus ad sententiam nostram accedat, videmur nobis operam Viro laudatissimo non ingrati praestituri, si hos illi eximere pro viribus conemur.

I.

Primo itaque loco displicere videmus Viro Cl. quod attractionis voce vsi simus ad exponendam actionem vitri in aquam suspensam, cum is dolere sibi profiteretur, *misceri et officere nostrae, quam vocat, Hypothesi vulgarem de attractionibus litem.* Quae etiam causa excusationem quandam subiicit ad explanationem nostram *hoc vinculo soluendam.* Candide sane et perhumaniter! Eam vero nos perlibenter accepimus, quoniam tanti Viri sententia excusatione omnino indigere videmur. Ceterum si attractionis loco aliam vocem, utpote congruitatem, cohaesionem, propensionem, siue etiam impulsum aquae ad vitrum substitui placeat, nullam nos litem mouebimus. Res modo constet, verba non morabimur.*

Atqui, si libuisset, non dico Cl. Bülfingero, sed aliis quibusdam, qui has lites toties reintegrant, animum adtendere ad Newtoni verba, quo principe recepta est in Philosophiam ea vox, minus profecto istis litibus laboraret Respublica Litteraria. Magnus ille Vir statim ab initio Philosophiae Naturalis
Prin-

* Egregie vero ista. Nihil est, quod in hac doctrina aut desiderem, aut mutatum velim.

Principiorum Mathematicorum , nempe sub finem definitionis octauae , fatis , vt putabat, per verba sequentia cauerat ab huiusmodi cauillationibus. *Voces autem attractionis , impulsus , vel propensionis cuiuscunque in centrum , indifferenter et pro se mutuo promiscue vsurpo ; has vires non physice , sed mathematice tantum considerando. * Vnde caueat lector , ne per huiusmodi voces cogitet me speciem vel modum actionis , causamue aut rationem physicam alicubi definire , vel centris (quae sunt puncta mathematica) vires vere et physice tribuere ; si forte aut centra trahere , aut vires centrorum esse dixero. Item sectione vndecima libri primi significat, se considerare vires centripetas tanquam attractiones , quamuis fortasse , si physice loquamur , verius dicantur impulsus. In Scholio vero Prop. LXIX. Libri eiusdem haec habet. Vocem attractionis hic generaliter vsurpo pro corporum conatu quocunque accedendi ad inuicem ; siue conatus iste fiat ab actione corporum , vel se mutuo petentium , vel per spiritus emissos se inuicem agitantium , siue is ab actione aetheris aut aeris , mediue cuiuscunque seu corporei seu incorporei oriatur corpora inuicem in se inuicem utcunque impellentis* Quodsi consulantur quae sub finem

* Nihil potest melius dici. In consideratione Mathematica non utique phaenomeni causa quaeritur , sed quantitas : Igitur perinde est, quocunque vtaris nomine , modo mensuram teneas. In physica expositione phaenomenon specialium licet illa reducere ad generale aliquod naturae factum. Id si certum sit, potest utique appellatio eius relinqui arbitrio philosophantium , modo cauerint cum Newtono et Iurino , ne id nominis obsit diligentiae eorum , qui generalis phaenomeni originem physicam ulterius inquirere instituunt. Id quoniam hoc ipso paragrapho faciunt Viri insignes , nescio sane , quid ab illis postulari amplius possit !

secundae et tertiae Editionis Principiorum de spiritu quodam subtilissimo adiecit, liquebit tantum abesse ut Newtonus attractionem pro qualitate corporum primaria habuerit, ut ipse eius attractionis causam data opera inuestigauerit.

Haec autem fusius adnotare volui non tam Cl. Bülfingeri causa, qui sua sponte rem apte et candidè interpretatur, sed aliorum quorundam, quibus ad attractionis mentionem confestim bilis mouetur, quique eam vocem cane peius et angue deuitant, adeo ut actionem mutuam inter vitrum et aquam, si de ea forte loquendum sit, amicitiae potius, aut consanguinitatis, vel etiam nuptiarum, si diis placet, quam attractionis nomine appellaturi videantur. Quorum contentiones et clamores tantum potuerunt, ut facta sit quasi quaedam Schibboleth inter philosophantes ista vox, *Attractio*.

II.

Secundum scrupulum * mouet Vir Cl. ex Phae-
nome-

* Rectè scrupulum appellat Vir Eximius id, quicquid fuit, dubitationis meae. Neque enim eo tempore, quo dissertatio mea typis excusa est in eo argumento aliquid confusus sum. Sed non licuit mihi id silentio praeterire. Quid igitur facerem? Inflexi rem omnem, ut transpareret scopus meus, nec tamen argumenti commemoratio officeret famae Viri Clarissimi. Dixi: ita visum fuisse, cum prima vice haec expenderem, et falso mercurii parum puri phaenomeno deluderer. Vide, si placet, Tom. II. Comment p. 282. lin. 3. seqq. Vbi repetito tentamine aliter de mercurio non adulterato constitit, verum eius phaenomenon plane conuenire hypothese Iuriniæ liquido pronunciaui l. c. lin. 1. a fine. Addidi: nec phaenomenon aquae penitus aduersari, si huc transferas, quod alia occasi ne Vir Ingeniosus monuerit, cum de gutta mercurii inter duas vitri (male impressum est, aquae) superficies constituta, differeret. Et ne deessem Viro Me-
ritis-

nomeno 46. suae dissertationis. *Cum aqua trans tubum fugitur gracilem, idemque madidus horizontaliter reponitur, obseruare licet particulas aquae lateribus fistulae internis adhaerentes sensim sensimque coire in cylindros aequos, totam internam cauitatem replentes, terminari illas vero superficiebus concauis. Hinc videtur viro laudato non posse concedi fortio rem aquae ad vitrum, quam ad seipsam attractionem. Expendamus ergo id Phaenomeni.*

I. Superficies concauae praedictae aperte nobiscum faciunt. Quid enim prohibet, harum superficialium extremitates vitro adhaerentes ab eodem re-

cc-

fitissimo, explicationem istam enarrari atque his verbis conclusi: si hoc aut simile aliquid applicari ad aquam in Phaenomeno nostro 46. possit, saluam esse etiam hac in parte sententiam. Expleui istam spem meam Vir Clarissimus, igitur loco nouae exceptionis gratias potius, et assensum accipiat meum. Tum vero pro excusatione eius paragraphi mei audiat hanc rei gestae seriem. Quo tempore mercurius me sefellerat parum viuus, eo coram Societate nostra vsus eram argumento huius phaenomeni, neque id imbelle habitum fuit. Quid enim? Si mercurius vtcunque positus internis fistulae vitreae lateribus adhaeret, non colligendus in bullulas, dum ex aduerso aqua similiter posita a vitro se retrahit coitque in bullulas et cylindros: an non inde liceat arguere, maiorem esse mercurii ad vitrum, quam ad seipsum, attractionem, et aquae esse maiorem ad se, quam ad vitrum? Sed vbi repositum argento vere viuo tentamen aliud docuit: aequum censui et Iurini nominis honori debitum. ut de mercurio contrarium diserte testarer et de aqua monerem, nondum id experimenti conficere hanc causam; esse quod respondeat Vir Doctissimus. Potuissim omnino liberare sententiam Viri ab ea obiectione. Id nolui, ne praeriperem Lectoribus interpretationem authenticam. Superficies aquae concauas iuuare sententiam intellexi et profectus sum, vbi conuexas mercurii plane illi conuenire dixi. De altero sententiae momento poteram haerere. Nescius quantum attractio aquae ad vitrum superet attractionem eius ad seipsam, ex mente Cl. Iurini, debebam ambigere, an ex vi illius differentiae diffuere potius guttulae aequae, et per omnem vitri superficiem distendi, an ob differentiam contactum debeant confluere? Id postquam Vir Eximius definiuit, nihil repugno, quominus et hoc phaenomenon inter illa referat, quae sententiae ipsius amica esse in ipsa prima mea dissertatione sponte asserui.

cedere, et aquae reliquae coniungi, cuius attractioni sollicitantur ad formandam superficiem conuexam, ut omnes aquae particulae ad se inuicem quantum fieri potest accedant? Obstat nempe fortior vitri attractio.

2. Notandum est guttularum tubi madidi parietibus adhaerentium duas esse superficies, alteram vitro contiguam, alteram aeri expositam, quam vocemus liberam. Cum autem binae vel plures harum guttularum, quas positas esse contigit intra sphaeram mutuae attractionis, sensim coeunt et in cylindrum formantur, fit id quidem attractione mutua aquae ad aquam, et superficies antea liberae iam inuicem applicantur et cohaerent. Superficies autem prius vitro contiguae adhuc eidem contiguae sunt. Fieri quidem aliquando potest, ut minor aliquantulo sit superficies vitro cohaerens totius cylindri, quam fuerat summa superficierum vitro contiguarum ante guttularum coitionem: sed hoc abunde compensatur ex cohaesione inter se superficierum prius liberarum. Conducit ergo ad coniunctionem guttularum attractio aquae ad aquam, nihil vel parum repugnat attractio aquae ad vitrum. Vnde hic casus reducitur ad casum guttulae hydrargyri inter duas vitri superficies constitutae, cuius Phaenomeni solutionem nostram satisfecisse video Doctissimo Auctori.

III.

Tertia, eaque omnium grauiissima, difficultas oritur Viro Clarissimo ex Phaenomeno 49. suae Dis-

ser-

fertationis, quod his verbis proponit. *Sit Tubus inaequaliter amplus, et immergatur in aquam aere suo purgatam nonnihil profundius, madesiat superne tubulus in vacuo, et extrahatur aliquantum: apparebit altitudinem utriusque aquae simul sumtam respondere altitudini, quae conuenit tubo angustiiori, et multo maiorem esse, quam quae ampliori debetur.*

Solutionem nostram huius phaenomeni, cum in aere sit experimentum, utcunque admittit Vir Doctissimus. In vacuo difficillimum censet ut explicetur. Ego impossibile esse aio, cum in vacuo id experimenti neque factum sit, nec nostra sententia fieri omnino possit. At, inquit, nobis auctoribus Vir Cl. *experimentum etiam in vacuo succedere.* Doleo profecto Virum egregium in id erroris incidisse, quod fidem haberet non nobis quidem, sed Editori Epitomes Actorum Londinensium, quo libro eum usum esse videmus. Huius enim Editoris incuria et negligentia factum est, dum Dissertationes nostras suo more redigere voluerit in compendium, ut crediderit Cl. Bülfingerus experimentum in aere factum, quod in secunda nostra Dissertatione ad erroneam Viri cuiusdam Doctissimi opinionem de aquae suspensione refutandam adducitur, etiam in vacuo fuisse repetitum eodem euentu, cum nos id solum dixissemus, Experimentorum omnium in priori nostra dissertatione memoratorum eundem in vacuo fuisse euentum, atque in aere fuerat. Agnosco igitur vim argumentorum Viri Acutissimi, firmissimorum fane et validissimorum si contra factum ipsum potius,

Tom. III. Pp quam

quam contra facti explicationem adducta fuissent: agnosco pariter summam eius humanitatem et candorem, quod rem ab omni verisimilitudine alienam fide tamen, ut putabat, nostra credere dignatus sit.*

IV.

* Hic vero me ab ingenti onere liberas, Vir Clarissime! Nisi id in Te iniurium esse persuasum habuisssem, dudum illi experimento refragatus essem; quoniam id vnum se pertinaciter opposuit meae phaenomenorum capillarum expositioni. Dicam, quod res est. Tantam ego dicis, quae Tua credidi, fidem habui, ut non nisi inuitus cogitauerim de repetendo illo tentamine, ne si me forte destituat industria, ad sollicitandam assertiones Tuas veritatem immerito pelliciar. Nunc, ubi intelligo, in vacuo id experimenti factum non esse: gratissimum est, solum me molesta necessitate explicandi illud phaenomenon. Et quando addis, neque id Tua sententia fieri omnino posse in vacuo: Id ita interpretor, ut neges tantum experimenti in vacuo successum, non ipsam tentaminis in vacuo faciendi possibilitatem. Equidem institui id experimentum ipsa illa, qua Petropolin reliqui, die $\frac{16}{27}$ Ianuarii, neque me facti poenitet. Recte dicis, non succedere experimentum in vacuo: atque ita executis vicem illam, quam Tuae expositioni cum aliqua animi fiducia opposui, difficultatem, magna cum mea voluptate.

Experimenti autem mei, ut et Lectoribus de illo constet, haec ratio fuit. Tubulum inaequaliter amplum bacillorum ope ad vitrum aqua plenum sic aptavi, ut erectus consisteret sibi relictus, et inter bacillos sursum trahi et deorsum posset recidere. Eidem tubulo brachium affixi deorsum inclinatum. Atque haec singula conclusi sub campana ex earum genere, quae feruiunt motibus in vacuo excitandis. Tum vero filum aeneum, quod superiorem eiusmodi campanarum partem transire solet, ita instruxi brachio suo, ut facta rotatione sibi guttula ex brachio pendens summitatem fistulae attingeret, et ingrederetur; utque at illi fistula ex aqua subiecta posset ope brachiorum sibi a neci et tubuli. Exhausto igitur aere, rotam filum, ut guttula aquae fistulam vitream ingrederetur: Sublatoque altius tubulo vidi utranque aquam deorsum labi, supremam in angustiore fistula, et inferioriorem in tubulo ampliore. Successit enim promptus id phaenomenon, quo minor aeris resistit suspicio fuit. Ceterum in ea festinatione non potui omnia persequi ex voto. Igitur haec obiter dicta velim sic accipi, ut aliis incitamento sint, si qui repetendum id tentamen iudicent.

IV.

Supereſt adhuc Viro Cl. ſcrupulus vnus circa idem experimentum , cum in aere perficitur.

Quaerit enim, (vid. Fig. 13. Tab. XVII. laudatae diſſertationis) *Cur nulla fit mentio peripheriae inferioris D guttulae AB? Annon dici poteſt, quantum guttula A ſurſum trahitur a contractu peripheriae ſuperioris, tantundem trahi illam quoque deorſum a contractu inferioris: deſtruere igitur ſe inuicem contrarias traſiones, et rem omnem reſolui in peripheriam FG, quae non ſufficit altitudini FB? An omnino negligi debet haec ſuperficies D deorſum trabens? et, cur eo caſu altitudo aquae non fit maior, ob duas ſuperficies attrabentes in A et in FG? An peripheria FG ſurſum trabens, et peripheria D deorſum vrgens ſemper ſibi aequivalent? et quae cauſa eſt, vt amplior FG non pro ſua diametro trahat, ſed pro altera in D aut vice verſa? &c.* Sentio acumen argumenti, vnde negandum video altitudinem vtriuſque aquae ſimul ſumptam reſpondere altitudini, quae conuenit tubo anguſtiori. At iſta verba ex Viri Cl. phaenomeno 49. ſumpta nullibi apud nos reperiuntur, quippe quibus propoſitum erat ope praediſti experimenti, non quidem deſignare ad quantam altitudinem ſuſpenderetur aqua, quod iam aliis experimentis ſatis erat compertum, ſed oſtendere, contra ſententiam praediſti Celeberrimi Philoſophi, aquam quantacunque ſuſpenderetur, virtute attractionis peripheriae ſuperioris ſuſpendi. Nihil itaque erat neceſſe aut peripheriae inferioris guttulae, aut peripheriae FG facere mentionem. Iam vero, quoniam

niam hic scrupulus Cl. Bülfingero obortus est, et alios morari potest, operae pretium erit earum quoque Peripheriarum vires paullo attentius considerare. *

Hic vero ante omnia animaduertendum est, multo ampliorem esse peripheriam annularem inferiorem guttulae periphēria superiore eiusdem, quod tubus, conii in modum, sensim vergat ex acumine capillari in amplitudinem satis conspicuam. Quod si non conicam, sed cylindricam esse contigerit ipsam tubi extremitatem, labetur guttula deorsum per minimum spatium, donec superior eius superficies in parte cylindrica constituta fuerit, et inferior superficies eiusdem in latiori vergentis tubi periphēria subsistat. Periphēria itaque guttulae inferior trahet quidem aquam deorsum; sed quanto latior est periphēria superior, tanto minus fortiter aquam deorsum trahet, quam superior eandem trahit versus superiora. Porro periphēria FG, quae ex omnibus latissima est, et ipsa aquam sursum trahit, sed omnium debilissime. Sit ergo *a* altitudo, ad quam periphēria superior aquam suspensura sit in tubo cylindrico; sint

* Gaudeo profecto, Virum Praestantissimum data hac occasione sic usum esse, ut et hoc argumentum examinaverit. Optime illata sunt, quae hic subiicit: Nec illa ab experimentis ablutere conido. Nondum tamen instituire examen licuit, versanti in itinere. Illud saepe expertus sum, in tubulis sic factis Cylindricis summam columnarum aquae uterque interruptarum exhibuisse altitudinem vel eandem, vel paulo maiorem ea, quae fuerat columnae contiguae. Praestat autem, ea singula repetitis experiri vicibus. Tum vero, ne suspensos teneam Lectores, silentium meum capiti pro assensu velim. Si praeter speciem Iurinianam et meam res cadat, id sequenti Volumine breuiter indicabo.

sint etiam b et c altitudines , ad quas peripheria inferior guttulae , et peripheria FG aquam sublaturae sint respectiue in tubis itidem cylindricis, pro ratione reciproca harum peripheriarum. Hinc dabitur altitudo aquae suspensae in tubo nostro inaequali, demendo ex altitudine a differentiam altitudinum b, c .

Si ista , quod speramus Cl. Bülfingero satisfecerint , pollicemur nobis, pro candore et aequitate Viri humanissimi , eum in posterum explicationem horum phaenomenon non amplius pro hypothese , siue futili ingenii commento , *

Pp 3

sed

* Ignosce Vir Nobilissime , si quid probri est in voce hypotheseos Ego hypothesein non interpretor futile ingenii, commentum : sed honesta appellatione dico hypothesein Cl. Iurini de Tubis Capillaribus , quemadmodum omnes Eruditi dicunt ex, gr. In hypothese Gallilaei de grauitate Naturali curua projectorum in vacuo est parabola ; vel , in hypothese Copernica axis terrae motae est axi mundano parallelus, &c

Quandoquidem vero nunc sententiam Viri Doctissimi meam requirit, saluo peritiorum iudicio , ita mihi videtur. 1) Nullum ego de Capillaribus experimentum noui, quod huic expositioni repugnet. 2) Non dubito , quin specialia omnia possint ad hoc generale attractionis phaenomenon reduci, et ex illo explicari. 3) Non intercedo, si quis generalem corpusculorum minorum ad se inuicem accessum statuatur. Neque 4) vocem attractionis odi ! Modo 5) Leges illius attractionis pro singulis corporum speciebus circumspecte eruantur ex phaenomenis , vti hic factum esse a Cel. Iurinio vidimus. Tum vero 6) quemadmodum pro mea coniectatione generalis corpusculorum accessus pendet ab aetione fluidi subtilis , cuius leges nondum exploratae sunt : Ita 7) in specialibus casibus tentandum puto, annon inuestigari caussa physica possit, quae attractionem illam, ex, gr. aquae ad vitrum praestet. Facit hoc 8) ad plenitudinem , si non conuictionis , saltem acquiescentiae in data phaenomenorum solutione. Ita igitur 9) in Cel. Iurini expositione nihil reprehendo. Optime de hoc argumento meritis est , dum speciale phaenomenon ad generalem naturae consuetudinem feliciter exegit. Superest 10) ad solutionem perfectam, vt aliquando attractionis generaliter sumtae causam physicam , et leges, modum, mensurasque et conditiones applicationis ad specialia philosophi eruant. Id donec perfecerit posterorum industria , fruamur praesentibus , neque fraudemus laude sua Viros eximios , quorum industria haecenus eo profecimus , vt ex vno generali phaenomeno infinica intelligamus specialia. Talem praedico Clar. Iurinum in praesenti argumento.

fed pro vera et indubitata eorundem Theoria habiturum.

Vnum monendum superest, admissum esse aliquid errati * in phaenomenis 22. et 49. laudatae Dissertationis exponendis, quod Vir Celeberrimus ad quasdam experimentorum nostrorum minutias minus attentus, experimenta duo dissimilia pro similibus habuerit. Id vero ipse vel per se, vel ex antedictis facile correcturus est.

* Recte mones, Vir praestantissime! Differentiam intercedere inter phaenom. 22. et 49. ex superioribus Tuis nunc intelligo: illam nempe, quae pertinet ad falsam de experimentis in vacuo factis persuasionem, de qua diximus ad §. 3. Eam vero culpam p̄ se a me amouisti, et transtulisti in alium. Atque id candoris est, qualem saepe inter Eruditos desideramus. Ego gratias Tibi, Vir Eximie, publicas ago, atque hoc Tuum exemplum et mihi et aliis ad imitationem propono. Libero Te etiam ab obiectionibus §. LIV. phaenom. 50. quas falsae illius persuasioni filias esse luculenter patet. Vale, et scientias, vti facis, porro auge,

CLASSIS

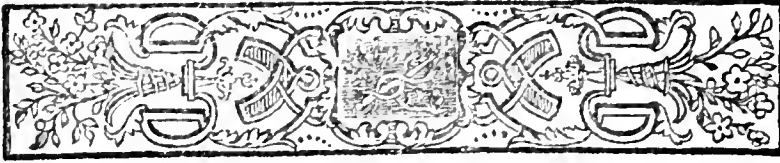
TERTIA

CONTINENS

HISTORICA

ET,

CRITICA



CHRONOLOGIA SCYTHICA

VETVS.

T. S. B.

INstituenti mihi priscam memoriam rerum Scythicarum litteris mandare, et tradendi quemvis rumorem et per errorem corrupta arguendi iusta causa fuit. Originem gentis, ut in compendio dicam quae prolixè a me sunt explicata, sic fere informatam animo habeo. Maiores eorum ab Caucaso Armeniae, primo austrum, postea orientem petiisse, ita ut a sinistris haberent littora Caspia, denique flexisse borapelioten et in orientalibus Volgae regionibus confedisse: hic vero illam inconditam et dispersam multitudinem, mille annis ante Darii expeditionem Scythicam, (Herodotus τὰ σύμπαντα εἶναι χιλίων, ἢ πλέων, ἀλλὰ τοσαῦτα) circiter A. P. I. 3200 in vnum corpus et rem publicam coiisse, Tartar. III. Qq gia-

gitao quodam , viro principe et sapiente summam rei moderante , nomenque vniuersos Scolotorum, tamquam *rerum dominos* dicas , suscepisse : diuifos autem esse inter populos , *Paralatas*, seu regias familias , *Auchatas* et *Catiaros* seu *Trafpies*. Iisdem temporibus Cimmericos tenuisse regiones Cisuolganas ad Borysthenem vsque et Tiram : Scolotos autem vexatos ab Issedonibus, (Issedones enim a finitimis populis et maxime ab Arimaspijs vrgebantur) traiecit Volgam et pulsit Cimmericis , non modo has terras, illarum loco , quas Issedonibus reliquerant, occupasse , verum etiam impressionem fecisse in superiorem Asiam atque ab illo tempore , fama eorum in sagittando Graeciam peruagante, dictos fuisse a Graecis *Scythas*, hoc est *Sagittarios*. Illa enim in arte adeo excellentes fuerunt , vt Cyaxares rex Medorum Scythis liberos suos instituendos tradiderit, quod postea amplius declarabo , et Graeci vero Herculem suum censuerint haud aliunde sagittandi artem sibi comparasse , quam a Scythis. Quare Theocritus: (1)

Ἀμφιτρυωνιάδας δὲ ταρασσόμενος περὶ παιδὶ
 Ὀχετο , Μαιωτισὶ λαβῶν ἑυκαμπέα τόξα
 Καὶ ῥόπαλον

Μαιωτισὶ Scholiasta recte Σκυθισὶ. ἔχεῖτο δὲ Ἡρακλῆς τοῖς Σκυθικοῖς τόξοις , διδασκῆς παρὰ τινος Σκύθου Τευάρου , ὡς ἰσορεῖ Ἡρόδοτος ἢ Καλλιμαχος. Morem ipsum sagitrandi Neocles Grammaticus ver-

tus

(1) Idyllo 17. v. 55.

tus in Eustathii parecbolis Homericis (2) tradidit, λέγων, Σκυθικήν εἶναι τὴν τῆς νευρᾶς ἔλξιν, πρὸς τὸν ὄμω ἀπὸ τῆς Φησιῶν ἐλκυομένην νόμῳ Σκυθῶν, *cum discere vult, Scythicum morem trabendi chordam arcus, chordam dicit versus humerum trahi consuetudine Scythica.* Ceterum et Plato in Legibus ait: (3) τῶν Σκυθῶν νόμος, ἅ ἐν ἀρίστερᾷ μὲν τόξον ἀπάγων, ἐν δεξιᾷ δ' οἰσὼν προσαγόμενος μόνον, ἀλλ' ὁμοίως ἐκατέρωθεν ἐπ' ἀμφοτέρωθεν χρώμενος, *Scytharum more, non sinistra sola arcum tractari et dextera imponi sagittam, sed ad utrumque officium utramque manum assuesactam esse.* Et alibi (4) Plato: non minus cominus congregientes ita pugnare Scythas, quam fugientes. Hanc opinionem secutus sum, ut vero maxime consentaneam, quippe quae ab ipsis Scythis in hunc modum prodita est, et quam minimum vanitatis habet. Nam quae Trogus Pompeius et ex eo Iustinus ostentandae causa eloquentiae, non ex Scytharum sententia, sed ex ingenio aut suo aut Graeculorum, de antiquitate gentis prodigiosa declamarunt, haec, quod idoneis auctoritatibus ad fidem non sunt confirmata, promte et uno verbo refutaueris. Quid Scythae ipsi apud Herodotum? (5) Ὡς δὲ Σκύθαι λέγουσι, νεώτατον ἀπάντων ἐθνέων εἶναι τὸ σφέτερον, *suam gentem omnium gentium nouissimam esse, Scythae dicunt.*

Attamen Graeci quidam apud Herodotum (6)

Qq 2

et

(2) p. 715. ed. om. (3) l. VII. p. 571. ed. Henrici Petri

(4) Laches Platonis p. 256. (5) l. IV. c. 5. (6) l. IV.

c. 8.

et Diodorum Siculum, (*) diuerfa ab opinione no-
 ftra et Herodoti ipforumque Scytharum relationibus
 prodiderunt, quae vt scenae comparata fuiſſe viden-
 tur, ita neque magni facio, neque plane contemno.
 Herculem, aiunt, in longa peregrinatione ex Hispania
 Geryones boues ducentem perueniſſe in Scythiam,
 inhabitabile et dereliſtum a mortalibus ſolum: labo-
 re autem et frigore confeſtum ſuper illa leonina pel-
 le quietem cepiſſe: ſoluto ſomno nuſquam veſtigia
 bouum apparuiſſe, nedum ipſas, donec incertus ani-
 mi Hercules in Hylaeam venit: iſthic eum vidifſe in
 ſpecu ſemiuirginem, quae extremis membris in draco-
 nem deſerit, ex qua cum quaereret, num quas bo-
 ves errare in agro ſuo vidifſet, reſponſum tulifſe, ſe-
 cum illas eſſe, neque redditum iri, niſi pro officio et
 mercede: mercedem concubitus petiſſe, Hercu-
 lem, conditionem accepiſſe. Illam deinde, vbi
 ſe amplius vna prole impletam ſenſit, rogafſe Her-
 culem, quid fieri vellet, cum editi in lucem eſſent
 liberi? Herculem tradidiſſe arcum (duos enim ante
 id tempus geſtabat, inquiunt homines profeſto aſtu-
 ti) et ζωσῆμα, ἔχοντα ἀπ' ἀρκυς ſυμβολῆς Φιάλην χρυ-
 σέην, *cingulum, a quo patera aurea in ipſa ſubulae
 commiſſura pendeat*, his cum mandatis, qui filiorum
 arcum iſtum tendere poſſet, eone ſe cingulo con-
 ſtringere, vti is cum matre maneret, ceteri abirent
 in colonias. Natos ex hoc diuino monſtro filios
 tres

(6) l. II. c. 43.

tres, *Agathyrsum*, *Gelonum* et *Scytham*. Illis alias in terras dimissis, a Scythia esse Βασιλῆας seu *Regios* prognatos, qui Herculeae stirpis signum, phialam de pelliceo cingulo pendentem gestarint. Diodorus Siculus addit, ex Scythiae nepotibus *Palum* et *Napum* genitos, regum potentissimos, capita Palorum Naporumque exstitisse. Hos puto Diodorum in animo habuisse, qui paullo ante eum cum Mithridate res gesserunt. Palacus enim Scythia, pro quo Palum dixisse videtur Diodorus, cum quinquaginta fratribus eo in bello celebratur. Ab hac fabula Stephanus Byzantius sua illa accepit: Σκύθαι ἀπὸ Σκύθου παιδὸς Ἡρακλέους. Et ne mediocriter iocularis esset, addit: τινὲς δ' ἀπὸ τῆς σκύζεσθαι, ὅτι γιλῶτατοι γὰρ, alii dictos censent a σκύζεσθαι irasci: sunt enim perquam iracundi. Non magis hoc verum, quam quod Thracicae stirpis gentem fuisse contendit. At totam illam fabulam, Scythia ipsis ignotam, a Graecis circa Pontum coloniis excusam et pictam esse, Herodotus testatur. Id eo factum opinor, quod Hercules a vetustissimis ad Pontum coloniis, una cum Hyllo, filio perquam religiose colebatur. Et erat tum genus quoddam cultus, ut quam amplissime et vanissime de diis heroibusque, quae neque facta, neque fieri potuerunt, tamen comminiscerentur, veluti laus ex vero hausta nihil admirationis haberet, nisi si esset magno quodam et impudenti mendacio coinquinata. Nunc occasio fallendi ex quo ducta sit, cognoscite. Graeci ad Pontum intellexerant ex sermone Scytharum, quod Herculis aetate nulli adhuc Scy-

Scythae regiones inter Borysthenem et Tanaim tenuerint, eo solitudinem fuisse ferebant. Praeterea hoc quoque in Graecis peruulgatum erat, Agathyrfos et Gelonos vetustas fuisse colonias a reliquo Scytharum corpore, quocumque casu seiunctas: et denique Scythas Paralatas phialam cum cingulo pelliceo, nobilitatis insignia, gerere. Aulus Gellius ex Erasistrati, qui Aristotelis philosophi e filia nepos fuit, Διαθέσεων primo libro hoc fragmentum produxit:

(7) ἄθισμένῳ δ' ἄσι ἔσι Σκύται, ὅταν διὰ τινα καιρὸν ἀναγκάζονται ἄσιτοι εἶναι, ζώναις πλαταίαις τῆν κοιλίαν διασφιγγεν, ὡς τῆς πάνης αὐτῆς ἦττον ἐνοχλῶσης. σχεδὸν δὲ ἔστι ὅταν πλήρης ἡ κοιλία ἦ, διὰ τὸ κένωμα ἐν αὐτῇ μηδὲν εἶναι, διὰ τῆτο ἔπανώσιν, ὅταν δὲ σφύδρα συμπεπωτωκῆα ἦ, κένωμα ἔκ' ἔχει.

Consueuerunt autem Scythae, cum per aliquot tempus in mediam perferendi necessitas est, latis zonis ventrem constringere, veluti sic eis fames minori molestiae sit: sorte etiam cum venter repletus est, quia nihil in eo inane est, idcirco non esuriunt, cum autem valde constrictus est venter, inane nihil habet. Nunc quoque inter Lithuanos, inter quos aliquamdiu versatus sum adolescens, cingulum pelliceum latum multum ambitionis et fastus habet atque nobiles homines et divites praefectosque eius nationis ab infima faece plebis discernit. Haec quasi materia et caementa fuerunt, ex quibus illi artifices Graeculi longam fabulam, sed sine calce exaedificarunt. Diodorus Siculus autem in Scythicis partem Herodotum sequitur, partem alios:

(7) l. XVI c. 3.

lios: ea, cum inter se vehementer dissentiunt, vnum in corpus redacta monstrum quoddam pariunt, *informe, ingens, cui lumen ademtum*. Mirum adeo non est, si nihil in Diodori Scythicis reperias quod ad temporum rationes constituendas non repugnet. Sed redeamus ad nostram de Scythis opinionem.

Igitur Scythas, vrgentibus a tergo potentioribus populis, nouas sedes traiecto Volga quaesiuisset, pulsisque Cimmeriis, regionem omnem a Tanai ad Borysthenem occupasse diximus. Postquam etiam illius regionis situm descripsimus, id nunc agemus, vt, in quam aetatem haec Scytharum in Cisuolgas prouincias impressio, incidat, explicatum habeamus. Hieronymus in epitaphio Fabiolae, Scythas sub Darii Medo in Asiam excursionem fecisse autumat. Bene hoc, si Darii Medi omnis memoria non multo esset obscurissima. Nos, quantum potest, non recedemus ab Herodoto, diligentissimo inuestigatore antiquitatis, ex quo nobis videtur temporis illius rationem comperisse. Et persequemur deinde cetera quoque, quae ad omnem Scythicam chronologiam poterunt probabili ingenio definiri. Vt explicatis temporum ordinibus, vno in conspectu omnia videres, totam illam chronologiam *κατὰ πλάτος* exhibui, tum quibus rationibus ductus fuerim, ostendam.

| A. P. I. Antc
C. N. | A. Naboa | Olymp. Reges | Mediac Reges | Lydiac Reges | Aegypti |
|------------------------|----------------|--------------|--|---|---------------------------------------|
| 4070644 | 104
Iad. 31 | 34. 114 | <i>Phra-
ortis
regis</i> | 37 <i>Ar-
dyos
regis</i> | 29 <i>Pjam-
metichi
regis</i> |
| 4071643 | 105 | 215 | | 38 | 30 |
| 4072642 | 106 | 316 | | 39 | 31 |
| 4073641 | 107 | 417 | | 40 | 32 |
| 4074640 | 108. 30 | 35. 118 | | 41 | 33 |
| 4075639 | 109 | 219 | | 42 <i>Cim-
merii a
Scythis
pulsi A-
siae cher-
rhone-
sum in-
vadunt.</i> | 34 |
| 4076638 | 110 | 320 | <i>Mady-
as Proto-
thyaе si-
lius rex
Scytha-
rum</i> | 43 | 35 |
| 4077637 | 111 | 421 | <i>Scy-
thae per
Caspia
claustra
Asiam su-
periorein
petunt.</i> | 44 | 36 |
| 4078636 | 112 | 2936. 122 | | 45 | 37 |

| A. P. I. Anno
C. N. | A. Nabon | Olymp. | Reges
Melliae | Reges
Lydiae | Reges
Aegypti |
|------------------------|----------|--------|--|-------------------------|------------------|
| 4079 635 | 113 | 2 | CILZAZA-
RES
Phraortes
Babylonis
caeso, pa-
tris cla-
dem cultu-
rus, Ni-
num ur-
bem obfi-
det. Scy-
thae vero
eum ador-
ti praelio
vincunt | +6 | 38 |
| 4080 634 | 114 | 3 | 2 | 47 | 39 |
| 4081 633 | 115 | 4 | 3 | 48 | 40 |
| 4082 632 | 116. | 28 37. | 14 | 49 | 41 |
| 4083 631 | 117 | 25 | Scythae
Palaefti-
nam ag-
greduntur. | SADY-
ATTES | 42 |
| 4084 630 | 118 | 3 | 6 | 2 | +3 |
| 4085 629 | 119 | 4 | 7 | 3 | +4 |
| 4086 628 | 120. | 27 38. | 18 | 4 | +5 |
| 4087 627 | 121 | 2 | 9 | 5 } Bellum
} Cimicum | +6 |
| 4088 626 | 122 | 3 | 10 | 6 } ricum. | +7 |

Tom. III.

Rr

4089

| A. P. I. | Ante
C. N. | A. Nabon | Olymp. | Reges
Mediae | Reges
Lydiae | Reges
Aegypti |
|----------|---------------|----------|--------|-----------------|---|------------------|
| 4089 | 625 | 123 | 4 | 11 | 7 <i>Bellum
cum Mi-
leſiis</i> | 48 |
| 4090 | 624 | 124. 26 | 39. 1 | 12 | 8 | 49 |
| 4091 | 623 | 125 | 2 | 13 | 9 | 50 |
| 4092 | 622 | 126 | 3 | 14 | 10 | 51 |
| 4093 | 621 | 127 | 4 | 15 | 11 | 52 |
| 4094 | 620 | 128. 25 | 40. 1 | 16 | 12 | 53 |
| 4095 | 619 | 129 | 2 | 17 | ALYAT
TES | 54 |
| 4096 | 618 | 130 | 3 | 18 | 2 | NECVS |
| 4097 | 617 | 131 | 4 | 19 | 3 | 2 |
| 4098 | 616 | 132. 24 | 41. 1 | 20 | 4 | 3 |
| 4099 | 615 | 133 | 2 | 21 | 5 | 4 |
| 4100 | 614 | 134 | 3 | 22 | 6 <i>Bellum
cum Mi-
leſiis com-
poſitum</i> | 5 |
| 4101 | 613 | 135 | 4 | 23 | 7 | 6 |
| 4102 | 612 | 136. 23 | 42. 1 | 24 | 8 | 7 |
| 4103 | 611 | 137 | 2 | 25 | 9 | 8 |

| A. P. J. | Ante
CNI | A. Nabon | Olymp. | RegesMediae | RegesLydiae | RegesAegypti |
|----------|-------------|----------|--------|--|-------------|--------------|
| 4104 | 610 | 138 | 326 | <i>Aut</i>
<i>extremo</i>
<i>anno, au.</i>
<i>sequentis</i>
<i>anni ini-</i>
<i>tio Scy-</i>
<i>thae ex</i>
<i>tota A-</i>
<i>sia supe-</i>
<i>riori a</i>
<i>Medis</i>
<i>pulsi, do-</i>
<i>mi bellum</i>
<i>feruile in</i>
<i>ueniunt.</i>
<i>Orta in-</i>
<i>ter Scy-</i>
<i>thas dis-</i>
<i>sensione,</i>
<i>quidam a</i>
<i>ceteris</i>
<i>oppressi,</i>
<i>ad Cya-</i>
<i>xarem</i>
<i>fugiunt</i>
<i>supplices.</i> | 10 | 9 |
| | | | | Rr 2 | | 4105 |

| A. P. I. | Ante
C. N. | A. Nabon | Olymp. | Reges Mediae | Reges Lydiae | Reges Aegypti |
|----------|---------------|----------|-----------|---|--------------|---------------|
| 4105 | 609 | 139 | 427 | <i>Cyaxares N-
num obfi-
det ei ca-
pit. Scy-
thae iup-
plices a
Cyaxare
jugiunt
ad Aly-
atten.</i> | 11 | 10 |
| 4106 | 608 | 140. | 2243. 128 | <i>Bellum
inter
Medos
et Lydios
ortum ob
Scythas
transju-
gas.</i> | 12 | 11 |
| 4107 | 607 | 141 | 229 | <i>Caluifi
eclipsis</i> | 13 | 12 |
| 4108 | 606 | 142 | 330 | | 14 | 13 |
| 4109 | 605 | 143 | 431 | | 15 | 14 |
| 4110 | 604 | 44. 21 | 44. 132 | | 16 | 15 |

| A. P. I. | Ante
C.N. | A. Nabon | Olymp. | Reges Mediae | Reges Lydiae | Reges Aegypti |
|----------|--------------|----------|--------|---|---|---------------|
| 4111 | 603 | 145 | 233 | <i>Eclipsis XVII
Mali inter hor.
9-10. pugnam inter Medos et Lydios dirimit.
Pax initiata</i> | 17 | 16 |
| 4112 | 602 | 146 | 334 | | 18 <i>Cimmerii eiciuntur ex Asia intra Halyn fluvium.</i> | 17 |
| 4113 | 601 | 147 | 435 | <i>Vsserii eclipsis</i> | 19 | PSAM-
MIS |
| 4114 | 600 | 148. 20 | 45. 1 | 36 | 20 | 2 |
| 4115 | 599 | 149 | | 237 | 21 | 3 |
| 4116 | 598 | 150 | | 338 | 22 | 4 |
| 4117 | 597 | 151 | | 439 <i>Petavii eclipsis.</i> | 23 | 5 |
| 4118 | 596 | 152. 19 | 46. 1 | 40 | 24 | 6 |

| A. P. J. Ante
C. N. | A. Nabon | Olym. | RegesMedise | RegesLydiæ | RegesAegypti |
|------------------------|----------|--------|--|------------|--------------|
| 4119595 | 153 | 2 | ASITA
GLS. | 25 | AFRICES |
| 4120594 | 154 | 3 | 2 | 26 | 2 |
| 4121593 | 155 | 4 | 3 | 27 | 3 |
| 4122592 | 156. 18 | 47. 1 | 4 Ana-
charfis
Scytha
Athens
venit
Sauliu
Gnari-
lius Ana-
charfides
frater
rex Scy- | 28 | 4 |
| 4123591 | 157 | 25 | tharam. | 29 | 5 |
| 4124590 | 158 | 36 | | 30 | 6 |
| 4125589 | 159 | 47 | | 31 | 7 |
| 4126588 | 160. 17 | 48. 18 | | 32 | 8 |
| 4127587 | 161 | 29 | | 33 | 9 |
| 4128586 | 162 | 310 | | 34 | 10 |
| 4129585 | 163 | 411 | Eratc-
sthenis
eclipsis
Plinii
eclipsis. | 35 | 11 |
| 4130584 | 164. 16 | 49. 11 | | 36 | 12 |

| A. P. I. | Ante
C. N. | A. Nabon | Olymp. | Reges
Mediae | Reges
Lydiae | Reges
Aegypti |
|----------|---------------|----------|--------|---------------------------------|-----------------|------------------|
| 4131 | 583 | 165 | 2 | 13 Scali-
geri ecli-
psis | 37 | 13 |
| 4132 | 582 | 166 | 3 | 14 | 38 | 14 |
| 4133 | 581 | 167 | 4 | 15 | 39 | 15 |
| 4134 | 580 | 168. 15 | 50. 1 | 16 | 40 | 16 |
| 4135 | 579 | 169 | 2 | 17 | 41 | 17 |
| 4136 | 578 | 170 | 3 | 18 | 42 | 18 |
| 4137 | 577 | 171 | 4 | 19 | 43 | 19 |
| 4138 | 576 | 172 1+ | 51. 1 | 20 | 44 | 20 |
| 4139 | 575 | 173 | 2 | 21 | 45 | 21 |
| 4140 | 574 | 174 | 3 | 22 | 46 | 22 |
| 4141 | 573 | 175 | 4 | 23 | 47 | 23 |
| 4142 | 572 | 176. 13 | 52. 1 | 24 | 48 | 24 |
| 4143 | 571 | 177 | 2 | 25 | 49 | 25 |
| 4144 | 570 | 178 | 3 | 26 | 50 | AMA-
SIS |
| 4145 | 569 | 179 | 4 | 27 | 51 | 2 |
| 4146 | 568 | 180. 12 | 53. 1 | 28 | 52 | 3 |
| 4147 | 567 | 181 | 2 | 29 | 53 | 4 |
| 4148 | 566 | 182 | 3 | 30 | 54 | 5 |
| 4149 | 565 | 183 | 4 | 31 | 55 | 6 |
| 4150 | 564 | 184. 11 | 54. 1 | 32 | 56 | 7 |
| 4151 | 563 | 185 | 2 | 33 | 57 | 8 |
| 4152 | 562 | 186 | 3 | 34 | CROE-
SVS | 9 |
| 4153 | 561 | 187 | 4 | 35 | 2 | 10 |

| A. P. Ante
C.N. | A. Nabon | Olymp. | RegesMediae | RegesLydiae | RegesAegypti |
|--------------------|----------|--------|---|-----------------|--------------|
| 4154500 | 188. | 1055. | 1 Ciris | 3 | 11 |
| 4155559 | 189 | | 2 2 | 4 | 12 |
| 4156558 | 190 | | 3 3 | 5 | 13 |
| 4157557 | 191 | | 4 4 | 6 | 14 |
| 4158556 | 192. | 956. | 5 5 | 7 | 15 |
| 4159555 | 193 | | 6 6 | 8 | 16 |
| 4160554 | 194 | | 7 7 | 9 | 17 |
| 4161553 | 195 | | 8 8 | 10 | 18 |
| 4162552 | 196. | 857. | 9 9 | 11 | 19 |
| 4163551 | 197 | | 10 10 | 12 | 20 |
| 4164550 | 198 | | 11 11 | 13 | 21 |
| 4165549 | 199 | | 12 12 | 14 | 22 |
| 4166548 | 200. | 758. | 13 Cyru
Sardes
capti
RegesPoniae | Sardes
capti | 23 |
| 4167547 | 201 | | 2 14 | | 24 |
| 4168546 | 202. | | 3 15 Neuri
veliclis
jedibus,
Boyssthe
nem tra-
liciumt | | 25 |
| 4169545 | 203 | | 4 16 | | 26 |
| 4170544 | 204. | 659. | 1 17 | | 27 |
| 4171543 | 205 | | 2 18 | | 28 |
| 4172542 | 206 | | 3 19 | | 29 |
| 4173541 | 107 | | 4 20 | | 30 |

| A. P. I. Ante
C. N. | Olymp. | Reges Persiae | Reges Aegypti |
|------------------------|--------|--|---|
| 4174 540 | 60. 1 | 21 | 31 |
| 4175 539 | | 22 | 32 |
| 4176 538 | | 323 | 33 |
| 4177 537 | | 424 | 34 |
| 4178 536 | 61. 1 | 25 | 35 |
| 4179 535 | | 226 | 36 |
| 4180 534 | | 327 | 37 |
| 4181 533 | | 428 | 38 |
| 4182 532 | 62. 1 | 29 | 39 |
| 4183 531 | | 230 Cyrus Scy-
thas et Mas-
sagetas bello
petit | 40 |
| 4184 530 | | 3 CAMBY-
SES | 41 |
| 4185 529 | | 42 | 42 |
| 4186 528 | 63. 1 | 3 | 43 |
| 4187 527 | | 24 | 44 |
| 4188 526* | | 35 Cambyfes in-
vadit Aegy-
ptum | PSAMME-
NITVS A-
masi defuncto
succedit, Cam-
byse in armis
appropinquan-
te. Regno
exuitur. |
| 4189 525 | | 46 | |
| 4190 524 | 64. 1 | 7 | |
| 4191 523 | | 2 Cambyfes cum
regnasset 7.
annos 5. men-
ses, decedit. | |
| 4192 522 | | 3 | |
| 4193 521 | | 4 DARIVS HYSTASPIS | |
| 4194 520 | 65. 1 | 2 | |

| A. P. l. | Ante C. N. | Olymp. | |
|----------|------------|--------|--|
| 4195 | 519 | | 23 |
| 4196 | 518 | | 34 |
| 4197 | 517 | | 45 |
| 4198 | 516 | 66. | 16 <i>Indathyrfus Saulii filius, rex Scytharum Nomadum, iam senex.</i> |
| 4199 | 515 | | 27 <i>Darius Babylonem cepit, contra Scythas mouit.</i> |
| 4200 | 514 | | 38 |
| 4201 | 513 | | 49 <i>Ariantbas rex Scytharum Nomadum</i> |
| 4202 | 512 | 67. | 110 |
| 4203 | 511 | | 211 |
| 4204 | 510 | | 312 |
| 4205 | 509 | | 413 |
| 4206 | 508 | 68. | 114 |
| 4207 | 507 | | 215 |
| 4208 | 506 | | 316 |
| 4209 | 505 | | 417 |
| 4210 | 504 | 69. | 118 |
| 4211 | 503 | | 219 |
| 4212 | 502 | | 320 |
| 4213 | 501 | | 421 |
| 4214 | 500 | 70. | 122 |
| 4215 | 499 | | 223 |
| 4216 | 498 | | 324 |

| A. P. I. | Ante C. N. | Olymp. | |
|----------|------------|--------|--|
| 4217 | 497 | | 4 25 |
| 4218 | 496 | 71. | 1 26 |
| 4219 | 495 | | 27 |
| 4220 | 494 | | 3 28 |
| 4221 | 493 | | 4 29 |
| 4222 | 492 | 72. | 1 30 <i>Clades Persarum
ad Marathonam</i> |
| 4223 | 491 | | 2 31 |
| 4224 | 490 | | 3 32 |
| 4225 | 489 | | 4 33 |
| 4226 | 488 | 73. | 1 34 |
| 4227 | 487 | | 2 35 |
| 4228 | 486 | | 3 36 |
| 4229 | 485 | | 4 XERXES |
| 4230 | 484 | 74. | 1 <i>Herodotus natus</i> |
| 4231 | 483 | | 2 |
| 4232 | 482 | | 3 |
| 4233 | 481 | | 4 |
| 4234 | 480 | 75. | 1 |
| 4235 | 479 | | 2 <i>Xerxis expeditio in
Graeciam</i> |
| 4236 | 478 | | 3 <i>Pugna ad Plataeas et
Mycalen</i> |
| 4237 | 477 | | 4 |
| 4238 | 476 | 76. | 1 <i>Aripithes rex Scy-
tharum Nomadum</i> |
| 4239 | 475 | | 2 |
| 4240 | 474 | | 3 |
| 4241 | 473 | | 4 |
| | | Ss | 2 |
| | | | 4241 |

| A. P. I. | Antè C. N. | Olymp. | |
|----------|------------|--------|---|
| 4242 | 472 | 77. 1 | |
| 4243 | 471 | 2 | |
| 4244 | 470 | 3 | |
| 4245 | 469 | 4 | |
| 4246 | 468 | 78. 1 | |
| 4247 | 467 | 2 | |
| 4248 | 466 | 3 | |
| 4249 | 465 | 4 | |
| 4250 | 464 | 79. 1 | |
| 4251 | 463 | 2 | |
| 4252 | 462 | 3 | |
| 4253 | 461 | 4 | |
| 4254 | 460 | 80. 1 | |
| 4255 | 459 | 2 | |
| 4256 | 458 | 3 | |
| 4257 | 457 | 4 | |
| 4258 | 456 | 81. 1 | <i>Spargapithes rex Agathyrforum</i> |
| 4259 | 455 | 2 | <i>Sciles Aripithae filius rex Scytharum Nomadum</i> |
| 4260 | 454 | 3 | |
| 4261 | 453 | 4 | |
| 4262 | 452 | 82. 1 | |
| 4263 | 451 | 2 | |
| 4264 | 450 | 3 | <i>Oltamafades Aripithae filius, rex Scytharum Nomadum.</i> |

| A. P. I. | Ante C. N. | Olymp. |
|----------|------------|--------|
| 4265 | 449 | 4 |
| 4266 | 448 | 83. I |
| 4267 | 447 | 2 |
| 4268 | 446 | 3 |
| 4269 | 445 | 4 |
| 4270 | 444 | 84. I |
| 4271 | 443 | 2 |
| 4272 | 442 | 3 |
| 4273 | 441 | 4 |
| 4274 | 440 | 85. I |
| 4275 | 439 | 2 |
| 4276 | 438 | 3 |
| 4277 | 437 | 4 |
| 4278 | 436 | 86. I |
| 4279 | 435 | 2 |
| 4280 | 434 | 3 |
| 4281 | 433 | 4 |
| 4282 | 432 | 87. I |
| 4283 | 431 | 2 |
| 4284 | 430 | 3 |
| 4285 | 429 | 4 |

Herodotus, ubi historiam suam in Panathenaicis initio Sextilis recitavit, Thucydios proficiscitur, aut hoc autumno, aut sequentis anni vere.

Belli Peloponnesiaci annus primus

| | Ante C. N. | Olymp. | |
|------|------------|--------|------------------------------------|
| 4286 | 428 | 88. 1 | |
| 4287 | 427 | 2 | |
| 4288 | 426 | 3 | |
| 4289 | 425 | 4 | |
| 4290 | 424 | 89. 1 | <i>Sitalces rex Thracum obiit.</i> |
| 4191 | 423 | 2 | |
| 3292 | 422 | 3 | |
| 4293 | 421 | 4 | |

Ad inuestigandam Scytharum chronologiam hos characteres ab Herodoto propofitos oculis et animo fubiecimus. Ardys Lydorum rex erat, cum Cimmerici a Scythis pulfi per Caucafea clauftra Cherrhonesum illam magnam, quam Graeci fine adiecto Afiam nuncupabant, peterent, Sardes praeter acropolin occuparent, aliarum illius regionis vrbium Graecarum agros diriperent et Cherrhonesum tenerent Sinopicam. (8) Alyattes Ardyos nepos Cimmericos Asia expulfit omni, ἄστος, inquit Herodotus, Κυαξάρη τε τῷ Δηϊόκω ἀπογόνῳ ἐπολέμησε ἃ Μήδοισι, Κίμμερις τε ἐκ τῆς Ἀσιης ἐξήλασεν, ut, si verborum ordinem fequamur, Cimmerici pulfi fint post bellum cum Cyaxare gefum. A Sadyatte quidem iam antea Cimmericorum ferocia repressa fuiffe videtur, fed cur non obtrita ab eo prorfus fuerit,

(8) Herodotus l. I. c. 6. et 15. l. IV. c. 12.

rit, ex fragmento Nicolai Damasceni intelligo. (9) Ait enim is: ὅτι Σαδυάττης ὁ Λυδῶν βασιλεὺς ἦν μὲν τὰ πολέμια γενναῖος, ἄλλως δ' ἀκόλαστος, *Sadyattes Lydorum rex bello quidem fortis erat, attamen idem voluptatum auceps.* Amores eius Nicolaus Damascenus narrat. Talis cum effret Sadyattes, mirum non est, si contentus ab Lydiae finibus Cimmericos esse reiectos, tamen intra Halyn fluvium Sinopicam cherrhonesum tenere passus est. Sex autem extremis annis Sadyattes, etiam bello cum Milesiis districtus fuit, ne Cimmericis molestus esset: quod bellum Alyattes, filius, aut potius, quoniam ad modum puer erat, tutores eius, sexto anno regni composuerunt. Tum vero Alyattes, aut maior aliquantum annis, superiores Asiae huius prouincias inuasit: videtur. Per tot et tam bellicosas gentes lentius peruenit ad Cimmericos in cherrhoneso Sinopica. Croesus filius paternae virtutis aemulus Lycios, Cilices aliosque populos in interioribus regionibus eiusdem Asiae deuicit et Graecas in ea vrbes tributarias fecit. Tum vero Croesus Asiam omnem etiam intra Halyn occupauit. Ex quo intelligimus quoque, primum quidem, Alyatten nondum omnem intra Halyn Asiam tenuisse, cum contra Cyaxarem bellum gereret: et bello illo confecto denique Cimmericos ab Sinopica cherrhoneso ad Halyn exterminatos esse.

Postquam Cimmerici a Scythis pulsi, in Asiam per Caucaesa claustra irruerunt, Scythae, compositis in noua regione, inter Borysthenem et Tanaim rebus, et vxoribus seruisque cum reliqua imbelli multitu-

(9) Excerpta Peiresciana p. 453.

titudine isthic relictis, duce Madya Protothyaе filio in Asiam vsque Cimmericos persequi constituerunt. Cum autem a via aberrarent, per Caspia claustra in Mediam, regionem a Cimmericis fugitiuis auersam, inciderunt. Erat eo tempore Medorum rex Cyaxares. Eius Pater Phraortes bello cum Assyriis gesto ceciderat. Is igitur vindicandae cladis et ignominiae causa Ninum urbem tum maxime oppugnabat, (10) cum de impressione Scytharum ad eum nuncius perferret. Ducto aduersum novos hostes exercitu, Scythicis armis succubuit. Scythae Asiae superiori (sic Graeci omnem regionem ultra Euphratem vocabant) potiti, Palaestinam inuasērunt. Psammitichus Aegyptiorum rex, qui tum in Palaestina erat, Scythas muneribus et officiis mitigatos a se dimisit. Pars maior Ascalonem praeteruecti sine maleficio, pauci in extremo agmine sauum Veneris Caelestis spoliarunt. Postquam annos octo et viginti Asiae incubuerant oraniaque lascitia et rapinis, ne dicam tributis, diu exauerant, Cyaxares atque Medo Scytharum insignem multitudinem hospitio comiter acceptos et liberaliter inuitatos trucidarunt intermentas: ceteri vi atque repentino terrore confrenati ex Asia profugerunt, (1) et domi bellum inuenere cum seruis, qui coniugiis dominorum illuserant, ductis uxoribus, quae maritorum diuturnum desiderium impatientius ferebant et cum liberis stirpe seruili. (2) Sub
id

(10) Herodotus I. 1. c. 103. 104. I. IV. c. 12. I. VII. c. 20. (1) Herodotus I. 1. c. 105. 106. (2) Herodotus I. IV. 1. Lucianus I. II. c. 3. 5.

id tempus quoque inter Scythas Nomadas orta seditione, (3) pars, quae factionibus erat impar in Mediam concessit ad Cyaxarem regem. Is Scythas supplices benigne accepit et in honore habuit, filiumque tradidit, quem et sagittare et Scythice loqui docerent. Interiecto tempore, cum Scythae venatum exirent et nonnumquam domum redirent inanes, Cyaxares aspere et cum contumelia veluti inertes tractabat. Homines libertatis vnice amantes, rem indignam rati, si pro mancipiis haberentur, vnum puerorum, quos cum filio regis instituendos acceperant, mactant, apparatusque, veluti ferinam, regi mittunt et conscensis equis ad Alyattes supplices profugiunt Sardes. Quos cum Alyattes Cyaxari petenti tradere nollet, bellum ortum est inter Lydos Medosque et varia fortuna gestum. Sextus istius belli annus erat, cum in medio vtriusque exercitus certamine, caelo sereno, obscurata lux est, luna sub orbem solis subeunte. Iones, qui in exercitu Alyattis militabant, id eo tempore futurum meminerant: praedixerat enim eis causamque rei explicuerat Thales Milesius. Lydi autem Medique consternati ob repentinae noctis prodigium, non modo a praelio abstinent, verum etiam de pacis conditionibus agunt et foedus faciunt, Syenenfi Cilice et Labynetio Babylonio arbitris. Firmandae pacis causa Alyattes Arienin filiam Astyagi Cyaxaris filio despondit. Id praelium intra Halyn com-

Tom. III. Tt mis-

(3) Herodotus l. I, c. 73.

missum videtur , cum Cyaxares omnem superiorem Asiam teneret , Alyattes vero intra Halyn, et satis magno interuallo ab illo flumine, opes suas terminaret , vt verosimile sit in finitimis vtriusque regni agris bellum esse gestum, varia fortuna et aequata vtriusque populi potentia.

Haec sunt momenta ad Scythicam chronologiam constituendam , quibus vt recte vtar , successionem regum Mediae et Lydiae et Aegypti ex Herodoto explicandam esse video. Licet enim hoc loco Iosephus Scaliger ab Herodoto paene conuictis et denunciatione scaeni omnis nos absterreat, (4) Diodori autem Siculi βασιλικὰς διφθέρας venditet, tamen obduramus et certo iudicio Herodotum viae ducem sequimur. Illum enim Diodorum Scaliger ipse cum istis diphtheris regiis alio in loco plorare iussit , (5) hic cur adeo insanire putet, qui Diodorum spernunt , profecto non video. Non autem diffiteor , rem esse perdifficilem , ex Herodoto aliquod certum tempus sic definire , vt non aliunde assumendum sit aliquid , in quo facile fieri potest, vt ab eius vera opinione aberremus. Sed necesse est in eo auctore , vt hoc discrimen plerumque subeamus. Sic hoc loco ipsum fundamentum successionis regum Mediae extrinsecus adsumendum est, quia Herodotus ipse non posuit. Ex Iulio Africano (6) inquam, qui Polybium , Diodorum Siculum, Thallum, Phlegontem, Castorem, alios omnes, auctores se habere praec-

(4) In canonibus isagogicis p. 321. (5) In Fragmenta p. 42.

(6) In Eusebii praeparatione Euangelica p. 428.

praedicat, initia Cyri in primo anno Olympiadis LV. hoc est in annum periodi Iulianae 4154. extremum conferri oportere. Phlegon Trallianus aliqua sua parte, et satis magna, adhuc existat, quod miror doctos viros fugere. Iosephus Scaliger enim ab Isaacio Casaubono accepit ex ἀνεπιγράφων libro bibliothecae regiae Parisiensis Ολυμπιάδων ἀναγραφήν (7) eamque inter Graeca Eusebii edidit: cum in epistolis ad Isaacium Casaubonum, hunc ipsum Iulii Africani libellum esse contendit, in editione ipsa nescio cur dissimularit. Mirum quod quibusdam in mentem venit, Scaligerum hanc ἀναγραφήν confinxisse: addidisse eum quaedam inuenio, minime laudabili diligentia. Henricus Doduellus in cyclis Graecis eidem Iulio Africano attribuit librum. (8) Nihil sane est verius. At Phlegontem Trallianum eodem illo libro contineri, non sensit Scaliger et vehementer amissum deplorat. (9) Esse autem hunc Phlegontis, manifestum erit, si, quae Photius (10) περὶ τῆς Ολυμπιονικῶν ἔχρονικῶν συναγωγῆς ex Phlegonte habet, ceteraque Phlegontis fragmenta conferas cum libro. Atque ut Iulius Africanus hunc ipsum Phlegontis canonem tanquam suum suscepit et ad A. C. 221. Olymp. CCL. 1. seu Antoninum Ela-

T t 2

(7) Scaligeri epistolae p. 251. seq. 261, (8) p. 743. „Africani, quod semel monuisse sufficiat. praestantissimum fragmentum Olympionicarum Scaligero debeamus. in Graecis suis Eusebianis. „ (9) De emendatione temporum p. 1. „ Quod si Thalli, Castoris, Phlegontis, Eratosthenis canones, exstarent, nulla potius ratio haberetur librorum quorundam, qui hodie in penuria meliorum nobis in pretio sunt. „ (10) Codice XCVII.

gabulum suppleuit , ita Phlegon videtur in hoc suo libro Eratosthenis Cyrenaei Olympionicas conseruatas ad Hadrianum vsque continuasse, vt Eratosthenes ipse Aristotelis. Argumento mihi fuere fragmenta in aliis scriptoribus considerata et collata cum hoc libro. Phlegon igitur et Iulius Africanus in hac ἀναγραφή ad Olympiadis LV. annum primum ita habent Κῦρος Περσῶν βασιλεύει , *Cyrus rex Persarum.* Sed, vt supra monui, Phlegon Eratosthenis Cyrenaei Olympionica transcripsit in librum hunc suum , vt multo viciniorem illis temporibus producere possimus testem Eratosthenem , quam aut Polybius est, aut quisquam eorum, quos Tatianus et Iulius Africanus apud Eusebium citant. Immo Aristotelem dicere poteram , adhuc antiquiorem , cuius elenchum Olympionicarum Eratosthenes quoque transcripsisse videtur. Is autem ex Persarum diphtheris διὰ τῆς τῆς Ἀλεξάνδρου μεγαλοπρεπείας ἢ μεγαλοψυχίας sua prodidit ad Eratosthenem et Phlegontem. Eusebius quoque Iulii Africani testimonio vsus (Eusebius enim ipse in Africani scripto illas Aristotelis et Eratosthenis auctoritates non sensit) initia Cyri Olympiadis LV. 1. ponit et anno superiori extrema Astyagis. Nam Iulius Africanus alio loco disertius locutus, dixerat (1) Κῦρος Περσῶν ἐβασίλευσεν , ὃ ἔτι Ὀλυμπιάς ἤχθη νέε eo anno regnare coepit , quo acta est Olympias LV. vt plane A. P. I. 4154. demonstratur, cuius aetate Olympias acta est , quod pluribus argumentis demon-

(1) apud Eusebium de praeparatione euangelica. p. 488.

demonstravit Iosephus Scaliger in emendatione temporum. Si quis Xenophontis de Cyro fabulam sequi malit, scitam illam et lepidam fabulam, quam Herodotum, is suo ingenio utatur: ego comperisse mihi videor, scriptam esse delectandi causa populi, quo sibi victum quaereret Xenophon ad levandam esuriam. Cognosce mecum Xenophontis fortunam et scripta, sic meam opinionem minime reprehendes. Scio quidem, Scaligerum, quem ego virum ob singularem eruditionem magni facio et vnicum diligo, extrema Astyagis in anno quarto Cyri ponere, sed hac in causa ab eo dissentio. Non hic locus est, ut longam disputationem et ab instituto alienam ingrediar, quae aliud argumentum et aliud tempus requirit. Igitur oportet nos A. P. I. 4154. respicientes, regum Medorum annos certis intervalis disponere, ut sunt ab Herodoto consignati. Astyages inquit ille, (2) βασιλεύσας ἐπ' ἕτερα πέντε ἔτριήκοντα praelio summo victus est a Cyro. Si annos integros in eo, ut in ceteris, numeremus, Astyages regnum iniit ante Olympiadis XLVI. 1. Antecum Cyaxares regnavit annos quadraginta, (3) ergo regnare coepit ante Olympiadis XXXVI. 1. Phraortes annos duos et viginti Medos rexit, (4) itaque rerum potitus est Olymp. XXX. 3.

In Lydiae regum successione clades Croesi nobis quasi cardo est. Id negotium simili ratiocinio conficitur. Phlegontis et Eratosthenis illa Olympioni-

T t 3

ca

(2) I. I. c. 130. (3) I. I. c. 106. (4) I. I. c. 102.

ca, regni Lydii extrema ponunt ad Olymp. LVIII. 1. Κύρος Σάρδεις εἶλε, *Cyrus Sardes cepit.* Ab his non valde discrepant Graeca excerpta Eusebiana, (5) quae hoc loco ducta sunt e Georgio Syncello. (6) Nam extremum annum Croesi cum decimo quarto Cyri componunt. Chronicon marmoreum Sardes expugnatas refert ad Olymp. LIX. 2. Enimvero si Socraten audimus, (7) infra Olympiadem LVIII. procedere nobis non licet: nam ea Olympiade Socrates tradit, Thaletem Milesium, qui, cum Croesus aduersus Cyrum duceret, in exercitu fuit, diem obiisse supremum. Iam Croesus, ut Herodotus habet, (8) annos quatuordecim regnavit, itaque auspiciatus est regnum Olymp. LIV. 2. Alyattes regnavit (9) annos septem et quinquaginta, ergo rerum potitus est admodum puer Olymp. XL. 1. Sadyattes ante eum regnavit annos duodecim ab Olymp. XXXVII. 1. Ardys ante eum annos novem et quadraginta.

Adieci in canone reges Aegyptios secundum annos, quos cuique Herodotus attribuit. In hoc negotio respexi Olymp. LXIII. 3. annum, quem extremum Amasidi fuisse, ista Olympionica tradunt. Puto annum eum, in quem Olympias LXIII. 3. incidit. Itaque Psammitichi annus ultimus est Olymp. XL. 1. ineunte ponendus, ultra quod tempus irruptio Scytharum in Palaestinam non potest collocari. Hieronymi Eusebius ad Olymp. XXXVII. 2. *Scythae*

21-

(5) p. 52. (6) p. 24c. (7) apud Diogenem Laertium in Thalete p. 3, ed. Lond. (8) l. l. c. 26. (9) l. l. c. 27.

vsque ad Palaestinam penetrarunt. Nihil incommodi in eo est. Vt autem Scythae Pflammetichum in Palaestina offenderent, eo accidit, quia, teste Herodoto, tum maxime Azotum obsidebat: obsedit autem eam urbem nouem et viginti annos, donec cepit.

Vbi haec bene sese habent, quaerendus nobis est sextus annus belli inter Cyaxaren Medum et Alyatten Lydum, cuius characterem habemus, eclipsin maximam in Asia circa Halyn fluium. Opponit se quidem clarissimis e vetustate monumentis Henricus Doduellus, vir acutissimus, (10) *nec enim, inquit, Thaleti peritiam illam astronomiae facile concessero, quae necessaria erat ad eclipsin praedicendam: nondum scilicet a Cleostrato diuiso per signa zodiaco, nec constituto supputationis exordio ab ariete: nondum vel spatio lunaris syzigiae menstruo satis accurate constituto: nondum inventis illius cyclis aut epicyclis aut nodis: nondum vel ipso satis confessio, corporum opacorum interpositionibus eclipses esse tribuendas. His nondum exploratis, quae poterant esse caelestium luminarium tabulae, quae accuratae supputationes?* Ergo suspicatur, quas Thales ille physicus e regionis situ et tempestatum natura obseruauerit. Nempe oportet ex Doduelli sententia iis temporibus naturae multo explanationem rationem Thaleti constituisse, quam hodie omnibus physicis. Quis hoc nunc potest, ut heri
aut

(10) In addendis ad veteres cyclos p. 910. 911.

aut nudius tertius agrum aliquem ingressus, in crastinum praedicat, quae tempestas futura sit? Sic dum omnem astronomiam Thaleti adimit Doducllus, ob temporum istorum summam imperitiam, quasi in vicem, physices tantam facultatem tribuit, quanta nunc nulla est in tanta omnis scientiae disciplinarumque copia. At non ita bene de nobis meriti sunt veteres in ἀστὲρολογικῆς ἱστορίας prodenda, ut aut Anaximandrum Milesium, aut Cleostratum, aut alium aliquem Graecum illa per se primos reperisse sine controversia credamus. Acceperunt prisca Graeci sua forte, ut Scaliger iudicat, (1) ἀναπόδοκτα, ex Babyloniorum observatione et expoliuerunt: sed convulgarunt in Graecia pro suis, ne quam partem laudis concederent barbaris, in quo posteritas fuit aequior. Vide in exemplo quam cupidus alienae laudis Thaletis aequales fuerint. Malo autem te isthuc cognoscere verbis Appuleii Madaurensis, qui Floridorum quarto libro (2) sic fatus est: *Thales Milesius iam procliui senectute rationem de sole commentus est, quotiens sol magnitudine sua circulum, quem permeat, metiatur. Id a se recens inuentum Thales memoratur edocuisse Mandraytum Priensensem, qui noua et inopinata cognitione impendio delectatus, optare iussit, quantam vellet mercedem, sibi pro tanto documento rependi, satis, inquit, mibi fuerit mercedis, Thales sapiens, si id, quod a me didicisti, cum proferre ad quosdam coeperis, tibi non adsciueris, sed eius inuenti me potius quam alium repperorem praedicaueris.* Nempe hi tum mores Graecorum

(1) De emendatione temporum p. 97. (2) p. 39. ed. Basil.

corum erant, ut multi, aut ab aliis cognita aut inventa ab se, in arcanis haberent, tamquam, quod excelsae mentes iudicabant, nondum satis exulta et matura, (plura enim veluti crepera in luce videbant animo, quam quae in lumine posuerant) donec aliquis gloriae cupidus, cui illi sua fouenda commenda-
verant, enunciaret et sibi vindicaret. Ne Thalem quidem aut cyclum illum suum solis, qui necessario cum cyclo aliquo lunae comparatus fuit, aut eclipsium qualemcumque rationem primum reperisse patior, perpoliuisse nec protulisse tamen ad populum, non dubito. Qui autem existimare possumus adeo infantem fuisse Thalem, ut eum Doduellus fuisse cupit? cum, quae Mandrayto Prieniensi in aurem dixit, ista fere omnia desiderant, quae Doduellus Thaleti adimit. Illo igitur tam infirmo Doduelli praeiudicio omnem prisca aevi fidem conuellere audebimus? Quid autem Doduellus ipse in hac chronologiae parte egit? *Annum, inquit, praelii ex historicis monumentis certiore existimo, quam eclipsin.* Nimirum cum Plinius in praelio Medorum Lydorumque, quod sexto anno belli commissum est, solem defecisse scribit Olymp. XLVIII. 4. rem eo utique anno gestam censuit Doduellas, eclipsin ipsam rei gestae accommodatam fuisse testimoniis. Ex eo iudicavit, Scythas Olympiadis XLIII $\frac{2}{3}$ ex Asia fuisse exterminatos. In hoc tempore nobiscum concordat. Sed infirma sunt omnia illa Doduelli ratiocinia, ut nec ipse sibi satisfecisse videatur, ne dum aliis.

Ioannes Baptista Ricciolus in chronologia re-

formata, Plinii eclipsin defendit. Sed manifestioris tenetur. Ait enim, *A. P. I. 4129 Maii XXVIII. hora 9. 17. 4. Sardibus digitorum 12. 1. 36. secundum Rudolphinas tabulas eclipsis fuit.* Primum malle, non Sardes respexisset, sed regiones ad Halyu fluvium: non enim ante moenia urbis, sed in finibus regni Lydiae pugnatum est. Tum vero eclipsis, quae *A. P. I. 4129. Maii XXVIII.* fuit, Pliniana dici non potest. Nam *A. P. I. 4129.* Iulio mense demum coepit Olympiadis *XLVIII. 4.* annus. Itaque oportuit Ricciolum aliquam eclipsin post Iulium mensem aut *A. P. I. 4130.* ante Iulium mensem indicare, quae Pliniana diceretur. Cum diversas sententias de Thaletis eclipsi esse sentirem, aliis eam in alium annum conferentibus, virum doctissimum Fridericum Christianum Maierum, collegam nostrum, consului, qui pro singulari in his calculis doctrina et exercitatione hanc molestiam non invitus suscepit, ut omnes eclipses, quae inter *A. P. I. 4106* usque ad *A. P. I. 4158* in Asia minori contingere potuerunt, inuestigaret, omniumque, quae de Thaletis eclipsi existant, examinaret sententias. Is de hac Riccioli eclipsi ad tabulas Rudolphinas exacta ita mihi respondit „*A. P. I. 4129.* in Maium mensem eiusque diem *XXVIII.* eclipsis quidem incidit, „cuius umbra mediterraneum mare, secundum eius „longitudinem, emensa est: verum, quia ad littora „Asiae minoris sub solis occasum appulit, in „Natalia nulla fuit eclipsis totalis, quin nec conspicua,

„ob

, ob instantem solis occasum. “ Calculum ipsum cum huius eclipseos, tum ceterarum, duplici artificio institutum, apud me deposuit, si quis forte eum requireret.

Praeterea haec Plinii et Riccioli sententia omnem veterum monumentorum fidem conuellit. Herodotus Cyaxarem Medorum regem, non Astyagen Cyaxaris filium cum Alyatte bellum gessisse testatur: at Plinius et Ricciolus incidunt in annum XIII. Astyagis. Eudemus in historia astrologiae auctor est (5) βασιλεύοντος Κυαξάρου μὲν τῷ Αστιάγος πατρός, Μήδων, Αλυάττης δὲ τῷ Κροίσις, Λυδῶν, regnante Cyaxare patre Astyagis in Media et Alyatte patre Croesi in Lydia, eclipsin eam obseruatam esse. Hic quidem Clemens Alexandrinus addit circiter L. Olympiadem, sed hoc ab Eudemi opinione abhorret, ut quoque ab Cyaxaris regno. Obseruari etiam velim, e quibus erroribus eclipsis Thaletis Pliniana sit orta. Ολυμπιονικῶν συναγωγῇ ad Olympiadis XLVIII. tertium annum, qui A. P. I. 4129. XXVIII. Maii diem continebat, ἔκλειψις ἡλίου, ἣν Θαλῆς συμβησομένην προεβόηκε, *eclipsis solis, quam Thales futuram praedixit.* Haec sane est eclipsis Riccioli, et Plinius pro tertio anno perperam scripsit quartum. Phlegontis Olympionica Plinius videre non potuit, ut Eratosthenis vidit canones, in quibus hoc ipsum exstabat.

V V 2

Re-

(5) Apud Clementem Alexandrinum p. 302. Diogenem Laertium p. 5 ne quid dicam de Theone Smyrnaeo.

Reliqua iam culpa Eratosthenis , qui cum forte in Aristotelis Stadioniceis, aut aliquo alio ad Olympiadis XLVIII. 3. reperit ἑκλειψις ἡλίου , nullam deinde aliam eclipsin in vicino notatam , hanc ipsam Thaletis fuisse , quam Herodotus commemorat, credidit, et de suo adiecit ἡν Θαλῆς συμβησομένην προεεῖκα. Qui hunc secuti sunt ducem , nihilo minus auctoritate Herodoti commoti, sub Cyaxare rege istam eclipsin ponunt , ut Clemens Alexandrinus, ut ipse Ricciolus. Alii in eo circumspēcti, Cyaxarem scena excedere cogunt , Astyagen vero cum Alyatte committunt, ut fecit Eusebius, et is, quem Cicero primo de divinatione libro sequitur : *et quidem, inquit, idem Thales primus defectionem solis, quae Astyage regnante facta est, praedixisse fertur.* Nescio an idem fecerit Plinius , aut an scopulum euitauerit, cum nec Cyaxarem nominaret, nec Astyagen, sed solum Alyatten, de quo ob diuturnum regnum nulla potest esse controversia. Sic autem Plinius : (6) *Thales Milesius Olymp. XLVIII. 4. praedicto solis defectu, qui Alyatte rege factus est.* Hic tamen quidam malunt legere *Astyage rege.* Sane Solinus et *Astyagen* et *Alyatten* nominibus citat.

Eclipsis, quam Iosephus Scaliger pro Thaletis eclipsi indicavit , (7) idem incommodum habet. *A. P. I. 4131. Kal. Octobribus Nabonassar 164. Tybi XIII.*

(6) I. II. c. 12. (7) In fragmenta p. 14. 42. In canonibus Hægoticis p. 321. in animadversionibus Eusebianis p. 89.

XIII. feria quarta Olympiadis XLIX. 2. Ita enim diuersis in locis posuit. Annum istum plane dicere voluisse Scaligerum Olymp. XLIX. 2. declarat. In anno Naborassareo autem error residet. Nam A. P. I. 4131. A. Naborassareus 165. a 16. Ian. iniiit, vt XIII. Tybi XXIX Maii Iuliani, Kal. vero Octobres illo anno XIX. Pachon essent, erat enim annus Iulianus bifextilis. De eclipsi ipsa consultus Maier noster, ita mihi respondit: ,, Quae A. P. I. 4131. Kal. Octob. accidit ecclipsis, in Natolia prorsus non,, potuit obseruari, quia ibi alta iam nox fuit, nam,, cum lunae umbra medium terrae discum illumina-,, tum teneret, Vranoburgi fuit pomeridiana 5. 22.,, et Sardibus Lydiae numerata est 6. 54. quae in no-,, ctem incidit.,, Igitur Scaligerum quoque bona cum venia dimittemus.

Vt is eclipsin Plinianam proxime consequitur, ita Dionysius Petauius, quem Ioannes Harduinus in LXX. hebdomadibus Danielis secutus est, Plinianam anteuertit. Ponit suo e calculo A. P. I. 4117. Hanc cum doctissimus collega examinasset, ,, profecto, ,, inquit, eclipsis, quae Iulii nona fuit, melius mul-,, tum quadrat, quam Vfferii, verum exacte non,, quadrat: eius enim umbra supra Pontum Euxinum,, transiit per Scythiam et Maeotin paludem.,, Itaque in Asia minori non potuit totalis eclipsis obseruari.

Iacobus Vfferius Armachanus quoque in caelo non errauit, sed in terra. Ponit A. P. I. 4113. 20. Sept.

Sept. „ At, inquit Collega noster, quae hoc anno
 „mense Septembri 19 fuit (fuit enim annus bisextilis,
 „quod Vfferius non animaduertit) solis eclipsis,vm-
 „bram in terras proiecit longe supra Pontum Euxi-
 „num versus boream existentes. De Sethi Caluiffi
 eclipsi quoque adiecit amicus „ Caluiffius eam re-
 „fert ad A. P. I. 4207. Contigit quidem hoc anno
 „solis eclipsis Iulii die 30. cuius umbra cum medium
 „telluris discum occuparet, Vranoburgi hora fere
 „decima ante meridiem numerabatur: sed quia vm-
 „bra, prope aequatorem, telluris superficiem peruasit,
 „in Chersoneso illa non potuit videri. Caluiffius
 „eclipsin refert ad Febr. 2. anni huius: verum illa e-
 „clipsis contigit, cum in Natolia media nox esset.
 „Itaque hic annus missus fiat. „

Dum ita tot annorum eclipses calculo suo exi-
 git, deprehendit vnā a nemine pro Thaletis ecli-
 psi proditam, quae nostris rationibus vnice conuenit.
 Summa e calculo Maieriano haec exiit:

- „A. P. I. 4111. qui est ante Christum 603. men-
 „se Maio die 17. ante meridiem S. 18. sub
 „meridiano Vranoburgi.
 „Fuit luminarium copula in ζ 19. 14. locus no-
 „di Ω — ϑ 14. 42. contigit ergo eclipsis solis.
 „Umbra ab interiecta luna in terram delapsa, in-
 „uasit primo littora Aethiopiae, prope aequa-
 „torem, vbi nimirum altitudo poli arctici est 1.^o
 „40 et longitudo loci ab insula Ferro numerata,
 „23.^o fere. Perrexit dehinc versus Nili ostia per-
 renit-

„venitque ad Cyprum, cum ibi horam antemeridi-
 „dianam numerarent nonam fere. A Cypro te-
 „tendit per Ciliciam et Cappadociam appulitque
 „ad Trapezuntem Ponti, cum ibi esset hora 10 $\frac{1}{2}$.
 „fere, ante meridiem, horas inter nonam et de-
 „cimam. Migravit deinde per mediam Asiam et
 „mare pacificum ingressa, terram excessit. Quia
 „luna fuit perigaea et sol apogaeus, umbra ingen-
 „tem terrae tractum occupavit, latum scilicet
 „46 milliaria Germanica, in quo sol ubique peni-
 „tus emanavit: verum et quae ad latera huius tra-
 „ctus sunt regiones solem valde laborantem vide-
 „runt, lucemque diei fere perdididerunt, ita ut
 „plebs satis potuerit expauescere. Pertinet ad
 „hos tractus laterales Lycia, Pamphilia, pars
 „Phrygiae maioris itemque Galatiae.

Per characteres, quos historia suppeditavit, nul-
 la alia eclipsis nobis opportuna est et vel tolerabilis,
 quam Vfferiana et Maieriana; altera ab altera non
 magno intervallo distat. Illam tamen nos oportet
 abdicare, hanc ut veram sequi. Nunc vide, ut
 Scytharum res suis annis definiam. A. P. I. 4111.
 Maii 17. pugna inter Cyaxarem et Alyatten com-
 missa est, quam lux solis obscurata ante meridiem
 inter horam 9. et 10. diremit. Tum vero annus
 sextus belli inter Medos et Lydios inierat. Coepit
 igitur bellum ob Scythas transfugas, A. P. I. 4106.
 ineunte. Ante illud bellum Ninus vrbs capta est a
 Cyaxare. Ponamus captam A. P. I. 4105. et anno
 eodem Scythas transfugas aut supplices venisse ad
 Cya-

Cyaxarem, at anno P. I. 4104. extremo, pulsos ex Asia esse Scythas. Potuere etiam A. P. I. 4105. in-
eunte pelli, ita tamen vt annus vnus Cyaxari vacuus in-
tercederet inter cladem Scythicam et bellum Lydium,
ad inuadendos in otio Assyrios et Ninum capiendam.
Hieronymi Eusebius Olymp. XLIII. 2. *Cyaxares Me-
dus subuertit Ninum.* Herodotus non euerfam, sed
captam testatur. (9) Medi, inquit, Scythas extermin-
narunt, ἢ στῶ ἀνεσώσαντο τὴν ἀρχὴν ἢ ἐπεκράτησαν
τῶν περὶ ἢ πρότερον, τήν τε Νῖνον ἄλλον, sic imperium
recuperarunt, et ea, quae antea tenuerant, immo et-
iam Ninum cepere. Quare Scaliger argute autumat,
in Graecis Eusebianis exstitisse, Κυαξάρης ὁ Μηδὸς
τὴν Νῖνον αἰεῖ, quod ambiguitate sua vel euertisse
vel cepisse significat. Sed annum captae Nini in Eu-
sebio nihil moror. Porro cum Scythae XXVIII.
annos populis in Asia superiori graues fuerunt, se-
quitur, eos Asiam inuasisse A. P. I. 4077. Et quo-
niam non illico, vt Volgam et Tanaim traiecerunt,
irrumperere potuere in Asiam, cum eos res suas ordi-
nare nouamque ditionem inter gentes suas describe-
re et familiis prospicere oportuit, ideo probabile
est, A. P. I. 4075. Cimmericos a Scythis pulsos, par-
tem vltra Borysthenem concessisse, partem per Cau-
casea claustra fugisse in Asiam. Sic res illae Cimme-
riae incidunt in aetatem Ardyos Lydiae regis. At
dicet quisquam, isto modo Scythae Asiam superio-
rem adorti sunt, non Cyaxare regnante in Media, sed
Phraorte. Fateor equidem hunc scrupulum me diu

at-

(9) L. I. c. 105.

atque acriter excruciasse, ut Vfferianae hypothefi vehementer fuerem, per quam mihi ferupulus ille eximi videbatur, quamquam ne ab eo quidem totus. Vide, quae possint ad defendendam hanc sententiam meam dici. Primum manifestum quidem est, neque Cyaxaren annos quadraginta, neque Phraorten annos duos et viginti ita exacte regnasse, neque ceteros fortassis deinceps omnes suos annos solidos exegisse, ut non aliquid in duobus annis extremis Phraortis decedere, aut principio Cyaxaris adici possit. Sed hoc tantum non fuerit, opinor, ut nos hic iuuare queat. In annorum quantitate nihil quoque mutari potest, quia anni tota in Asia videntur fuisse Nabonassarei 365 dierum sine horarum sex residuo, sine intercalatione vlla. Itaque saltem non absurdum, Scythas propter difficultates a potentia Medorum obiectas, non, veluti turbine quodam, paucis mensibus tota Asia excursionem fecisse. Sero utique in Palaestinam venerunt, ut sublitisse eos appareat duos annos primos in finitimis Mediae prouinciis et paullatim promouisse. Occupauerint primo impetu Caspiae portas et vicinas regiones, altero anno auctos ab domo suorum numero, aut in Armeniae aut Mesopotamiae florentissimis vrbibus diripiendis sublitisse verosimile est. Quid autem? eane res potuit Phraorten ab Assyriis abducere contra Scythas, aut eo caeso, Cyaxaren ab obsidenda Nino auertere in novos hostes? Multa in eundem modum quaeri possunt, non modo in vetustis factis, sed etiam in recentibus historiis. Nimirum non omnia geruntur eo iudicio, quod

rebus gestis ferre solemus , pleraque impetu quodam animorum ad euentus caeco peraguntur , quorum gloria non in consiliis , sed in fortunae exitu sita est. Etiam hoc plerumque accidit , vt notus hostis plus terroris habuerit et inuidiae,quam recens. Cognoscite hoc ex rebus CPlitanis aduersus Perfes magna vi gestis , dum a septentrionalibus barbaris non item caueretur.Itaque Scythae, cum Phraortem caesum , Cyaxarem cum exercitu ad vindicandam patris mortem contra Ninum mouisse audirent , capto animo, ipsam in Mediam impetum fecerunt A. P. I. 4079. et Cyaxarem, is ab Nino trepidis nunciis accitus occurrit, praelio vicerunt.

Credo equidem , neminem horum temporum rationes magis certas explicaturum esse. Si quis dubitat , huic ego, bona verba praefatus, vehementer faueo et auctor sum , vt se saltem hisce excitari patiatur , vt quod effici posse nego , ipse confectum tradat, meque conuincat, ἵνα ἐπιτυχέστατον ψεύσμα² ψευδέμενος ᾧ , vt ille sapiens senex quondam dicebat. Homerus omnium in Graecia scriptorum antiquissimus hanc nostram de Scytharum migratione sententiam confirmat. Is enim *Cimmerios* canit et *Thracas* et *Mysios* ad Istrum, et *Galactophagos*, *Agavos*, *Hippomolgos*, *Abios*, (10) *Scythas* vero nullos. Et is erat Homerus, qui, quantum ea aetate res barbarorum et situs regionum vrbiumque, cum intra Graeciam, tum extra eam, exstabant et cognoscebantur

(10) Iliade N. v. 4. Odyssæa Λ. v. 17.

eur, et sibi visus est scire et studiose, qua potuit, ostentavit, quoniam in eo prudentiae summam laudem posuit, si quis

πολλῶν ἀνθρώπων ἶδεν ἄστεα ἢ νόον ἔγνω

multorum prouidus vrbes et mores hominum inspexit.
Attamen callidus ille πολυσοφίας ostentator, nihil de Scythis: certo argumento, nullos iis temporibus Scythas ad Pontum coluisse, vbi tum Cimmerici Homero noti coluerunt. Strabo (1) contra ea Nomadas Homero cognitos fuisse contendit: sed id vocabuli frustra in poeta quaesieris. Forfan, cum apud vetustos grammaticos Strabo legeret, vt nunc in minoribus scholiis est, *Abios, Αμαζοβις ἢ Νόμαδας ἐνομαζομένους*, memoriae lapsu ipso in Homero *Nomadadas* se legisse censuit. Ab eodem errore abreptus Stephanus Byzantius: *Σκύθαι ἐκαλῶντο πρότερον Νομαῖοι.* Scio equidem omnes Homeri interpretes, quos Eustathius Theffalonicensis, non magni vir iudicii, secutus est, *Abios et Agauos et Hippomolgos*, vno nomine explicare Scythas: Nicolaum vero Damascenum in *Galactophagis Homericis* tanquam Scythis acquiescere. Sed ego ipsum Scytharum nomen iure meritoque requiro, Abios autem et Agauos et Hippomolgos ad quoscumque alios, etiam ad Cimmericos, eadem facilitate referre me posse video, qua illi ad Scythas. Ne dicam, nomina haec per se ipsa nos circumfistere et flagitare, vt se ingenio poetae conficta fuisse patiamur: sunt enim plane Graeca.

XX 2

EO-

(1) p. 30. 31. ed. Henri Petri. Sic etiam Nicephorus Gregoras historiae Byzantiae l. II. c. 4. qui autem totum paene genus humanum cum Scythis commiscet, ipsosque Cimmericos et hic tamen Homerum testem citat.

Eodem argumento iam Cyrenaeus ille Eratosthenes ostendit, Homerum Scythas non nouisse, ob id ipsum, Straboni, dici vix potest, quam inuisus. (2) Ac de Homeri aetate nihil quidem certi constitui potest, quis enim nescit, quam multa hic disputari soleant? mihi tamen quam proxime abesse a veritate videntur, qui poetam longiori interuallo a Troia euerfa collocant, quod ipse vehementer postulat, quoties illud suum ἔτι νῦν ἔσται ἔτιν ingemiscit. Mover me quoque auctoritas Herodoti, (3) qui Homerum quadringentis duobus et viginti ante se annis scripsisse testatur. Herodotus circa quadragesimum aetatis annum Olympiadis LXXXIII. anno tertio historiam in Panathenaeis edidit: igitur Homerus fuit annis ipsis nonaginta et uno ante Olympiadas Iphiti, annis autem ducentis viginti nouem ante Cimmericos a Scythis pulsos. Atque si quis ex Theopompo et Euphorione in Olympiadem XXIII. et annum quingentesimum a Troia capta Homerum conferre malit cum Doduello, quae citima aetas est, ut iuniorem cum aliqua specie veri proditurus sit nemo, tamen etiam sic annis octo et sexaginta Scytharum expeditionem antecessit.

Eratosthenes quidem (4) Hesiodi versum protulit,

(2) Strabo p. 338. 340. (3) Scio Herodotum in vita Homeri edere annos 022. ab Homero, ad expeditionem Xerxis. Et Scaliger quidem ad Eustbium p. 102. pro ἔτιν ἔσται legi vult τετρακόσια, at frustra locum illum sollicitat, ut ex annis ab Ilyo capto, isthic apparet. Immo vero ipse liber Herodoto est suppositus a Graeculo quodam, ut demonstrari potest. (4) Apud Strabonem p. 340.

lit, in quo Σκύθαι ἰσχυρολογοῖσι citantur, sed ne quid dicam de Hesiodi aetate, quae est paene incertior, quam Homeri, hic ipse versus an Hesiodi sit, dubitare nos oportet. Multi enim ferebantur Homeri et Hesiodi versus, qui neutrius essent, sed quos Ομηριδαὶ ἄπτεῶν ἐπέων τὰ πολλὰ αἰδοῖσι, ut Pindari in Nemeis voce utar confarcinarunt. Boeoti ad Heliconem de ciue suo Hesiodo a maioribus acceperunt, nihil aliud, quam Ἔργα edidisse Hesiodum, ut adeo cetera nomen eius mentiantur. Equidem saepenumero mecum sum miratus, doctos et sagacis ingenii viros non sensisse, quantum ὁ χαρακτήρ τῶν Ἔργων ad Homericam simplicitatem et ad vetustatem accedit propius, tantundem Theogoniam discrepare. Quanto rursus et politius et eruditius ipsa Theogonia est Scutum Herculis? ut ne id quidem Theogoniae partem, nedum eiusdem Hesiodi, qui Ἔργα scripsit, opus esse persuaderi mihi patiar. Et Theogoniam utique aliquem Thaleti aequalem auctorem habere, haud contemnendis argumentis Doduellus adfirmavit. (5) Quid nunc faciamus huic minuto ἀποσπασματιῶ Hesiodi, quod neque quale fuerit, neque ex quo quanta eque sinceritatis opere productum sit, apparet?

Minoris iam sunt, quae non ex coaenis scriptoribus, sed raptim ex indoctis aut improuidis contra nostram sententiam corradi possunt. Quale est isthuc, cum Lycophronis Cassandra Tentarum Scytham

X x 3

Am-

(5) in cyclis p. 124. adie p. 250.

Amphitruonis bubulcum in iaculandi arte Herculem erudiuisse eique arcum donasse canit : cum eadem Philoctetem ῥοιβῶ χῆρας ὠπλισαι Σκῦθη δ' ἐράκοντι *curio dracone Scythico* (seu arcu) *armasse manus* somniat. Quale illud, cum Onomacritus, Apollonius Rhodius, Valerius Flaccus, Scythas Argonauticis rebus immiscet, siue cum poetae Nioben tranasse Bosphorum in Scythiam ferunt, aut, ut Apollodorus paullo cautior, *in Scythiam et Cammeriam terram*. Quale etiam, cum ille Chalcidentis Amazonas inducit, uti

ὁπῆθ' κελαινὸν Ἴσθρον ἤλασαν Σκῦθας Ἴωπας

Quamquam etiam Isocrates, in panegyrico, veluti rem testatam et illustrem praedicat, Thracas cum Eumolpo Neptuni filio, et post eos aliquanto tempore Scythas cum Amazonibus Marte fatis Athenas inuasisse ante bellum Troianum. Quale etiam illud, cum Tragicis et ex iis chronicon marmoreum, Oedipoda in Scythia expiatum fuisse ferunt. Damus hanc veniam poetarum fictionibus, quae etiam homines mutant in lapides, et deos in quas quis requirat formas: *rhetoribus autem*, ut ait summus orator in Bruto, *concessum est ementiri in historiis, et aliquid dicere possint argutius*. Magis me mouent, tamquam in vera historia, quae de Sesostris Herodotus narrat; siue ille potius sit dicendus Sesoosis, ut Diodorus Siculus habet, seu Rhamfes, ut est ex obelisco nomen eius proditum ab hierophantis apud Tacitum, aut Rhamestes, ut ex eodem obelisco Ammianus Marcellinus. Nam utique fuisse aliquem regem Aegypti,

pti, qui Asiam peruagatus, magnam nominis et rerum gestarum famam ad posteritatem reliquerit, inconsulte inficiari nos non delectat, neque adeo priscis monumentis obstrepere decet. Eusebius totis annis quingentis hunc regem ponit ante Olympiodas Iphiti. De hoc rege Cornelius Tacitus (6) scribit, seniores sacerdotem Aegyptium apud Thebas ita Germanico Caesari prodidisse: *cum septingentis millibus aetate militari Rhamsen, Libya, Aethiopia, Medisque et Persis et Bactriano ac Scythia potitum, quasque terras Suri (Syrii) Armenique et contigui Cappadoces colunt, inde Bithynum, hinc Lycium ad mare imperio tenuisse.* Herodotus autem ita accepit a sacerdotibus Aegyptiis, cum quibus versatus est, (7) Sesostrin primum classibus obiisse mare Erythraeum et populos subegisse, tum pedestri expeditione suscepta Asiam debellasse, inde iam in Europam transgressum Scythis et Thracibus subactis, ad Phasin usque penetrasse: obscuram deinceps rerum famam esse, nisi quod Colchos Aegyptii ex illius exercitu iis in regionibus confedisse ferebant. Enimvero nego ex eo sequi, Scythas illic iuxta Thracas Sesostris temporibus et ab omni aevo coluisse. Cum hieromanthae Scythas et Thracas ex obelisco interpretati sunt, non illa nomina in faxo hieroglyphico erant, sed ab interpretibus earum nomina gentium prodebantur, quae tum his locis agebant, in quibus Sesostrin tot
seu-

(6) *Annalium* I, II, c. 60. (7) I, II, c. 102 seq.

seculis antea bellum gessisse acceperant. Immo ut Hadrianus Aug. Serviano scripsit, (8) *Aegyptum tantam se didicisse leuem, pendulam et ad omnia seminae momenta volitantem*, talis illa omni tempore fuit, sui aestimatrix, contemtrix aliarum gentium, plena invidiae, ventosa, alienae laudis furacissima. Insignis est locus apud Herodotum de Sanacheribo Assyrio 9. ubi rerum, quae in Iudaea contigerant, manifesto plagio se inquinarunt Aegyptii. Sed vel hoc ipso loco Aegyptiorum vanitas deprehenditur. Exstat enim, siue Hermapionis, ut Ammianus Marcellinus (1) eum vocat, siue, ut Tertullianus, (2) Hermatelis interpretatio Rameffiaci obelisci, utcumque eam explodit Athanasius Kircherus, tamen fide multo dignior, quam divinationes sunt Kircherianae, in qua sic tertium σχρον in australi parte obelisci explicat: *Απόλλων, κρατερός Ηλίου παῖς, παμφόγγος, ὃν Ἥλιος προέκρινεν ἔξ Αἰθιῶν ἀλαίματος ἐδώρησαντο, ἃ τὰ ἀγαθὰ ἐν παντί διαμένει καὶ ἄ, ὃν Ἀρμενὸν ἀγασθῆ, πληρώσας τὸν ναῦν τῶν Φοινίκων ἀγασθῆ, ὃ θεοῦ ζωῆς χεῖρον ἐδώρησαντο. Απολλων κρατερός υἱὸς Ἡρωῦ βασιλεὺς ΟΙΚΟΥΜΕΝΗΣ Παρμέσης, ὃς ἐφύλαξεν Αἴγυπτον, τὸς ἀλλοεθνεῖς καὶ ἄσας, ὃν Ἥλιος Φιλῆ, ὃ πολλὸν χεῖρον ζωῆς ἐδώρησαντο θεοῦ, δεσποτῆς ΟΙΚΟΥΜΕΝΗΣ Παρμέσης, αἰωνόβιος. Apollo potens solis filius, totus fulgidus, quem sol primo honore mastra-*
vit,

(8) Flavianus Vopiscus in Saturnino c. 2. (9) Herodotus l. II. c. 141. Eustathius H. A. in Homeri p. 34. 35. ed. Rom. (1) p. 125. ed. Gron. (2) de spectaculis c. 2.

vit, et Mars strenuus donis repleuit, cuius bona omni tempore permanent, quem Ammon diligit, repleuitque templum bonis Phoenicis, cui dii vitæ tempus donarunt. Apollo fortis, filius Heronis, rex ORBIS TERRARVM Ramestes, qui custodiuit Aegyptum, alienigenis deuictis, quem Sol diligit, cui multum tempus vitæ donarunt dii, dominus ORBIS TERRARVM Ramestes longacius. Haec erat vetus memoria, quam cum hieromantæ, siue Herodoto, siue Dario Hystaspis (*) siue Germanico Caesari interpretarentur, tum illi vero praeturgidi ambitione, gentes τῆς ΟΙΚΟΥΜΕΝΗΣ recensabant deuictas, quarum in obelisco nomina extabant nulla, sed quas sua ætate orbem terrarum incolere audiebant. Sic Constantinus Manasses (3) Hunnos in Sefostris exercitu fuisse cecinit :

Καὶ Πάρθος μετωνόμασε τῆς Οὔνης ἦτοι Σκύθας.
 Quo in errore Constantino praeiuit Arrianus Photii (*) Parthos inde a Sefostri et Landyso rege Scytharum prodens. Hesychius Milesius ἐν πατρίοις Κωνσταντίνου πόλεως (4) tradit : Οδρῦσιν τὸν τῶν Σκυθῶν βασιλέα, traiecit Ἰστρο, vsque ad moenia Byzantii cum exercitu venisse contra Byzantem: illum inquam patrem urbis et conditorem, quem etiam in numis signarunt Byzantii. Si Byzantium Olymp. XXX. 3. conditum est, vt Eusebius Hieronymi annotauit, nihil quidem impedit, quin annis XX post, Byzas et superstes fuerit et bellum habuerit cum Scythis. At ipsum no-

Tom. III. Y y nem

(*) Herodotus l. II, c. 110. (3) p. 12. (*) p. 24. ed. Hoschelii (4) p. 26.

men Οδρύσης Thracicum est , ut hic potius Hefychium illum illustrem aliquid humani passum arbitrer. Scio deinde Byzantii origines ab aliis alia in tempora referri : at causa eadem Hefychii et error manet.

Remoratur me adhuc res una , quod , cum Aristeeas Caustrobii Proconnesius de Scytharum migratione tamquam suae aetatis negotio , si Herodotum audimus , (4) versus edidit , is ipse Aristeeas seu ultra Homeri aetatem , Tatiani iudicio , seu aliquanto citra eam constituitur , tanto inquam , ante descriptam a nobis Scythicae historiae epocham interuallo , quanto Homerus ipse fuit. Verum Herodotus (5) recte iudicavit , *οἱ δὲ πρότερον ποιηταὶ λεγόμενοι τῶν τῶν ἀνδρῶν γενέσθαι , ὕστερον , ἐμοί γε δοκέειν , ἐγένοντο τῶν τῶν , qui ante Homerum et Hesiodum dicuntur fuisse poetae , et ego arbitror , post eos fuerunt.* Magnus illorum est numerus , quos Ioannes Albertus Fabricius in Bibliotheca Graeca , more suo , diligentissime recensuit. Quae autem Herodotus de Aristeeae ad Scythas et Issedonas Arimasque profectioe refert , ea fabulis aptiora sunt , quam verae historiae. Septem annis , inquit ille , ab Proconneso absuit , eos enim annos inter Scythas et Arimas egit , deinde cum rediit. *Ἀξιμάστωα* scripsit atque iterum evanuit : occurrit tamen alicui Cyzicum petenti : denique trecentis annis et quadraginta post , tamquam longaeuiae umbra Sibyllae Metapontinis visus est praecipere , ut Apollini aram ponerent et statuam sibi ad

(4) l. IV. c. 13. 14. 15. (5) l. II. c. 53.

ad eam aream dedicarent : Apollinem enim Scythicas terras obiisse, se illum corui sub specie secutum, nunc sibi restitutum, iterum hominem, iterum Aristeam esse : hoc dicto disparuit. Adde illis trecentis et quadraginta annis, quibus Aristetas non fuit et iterum fuit, aliquot annos ab eo tempore, cum Metaponti est visus, vsque ad Herodotum qui haec narrat, iam erit Homero aequalis, aut etiam superior. Quid huic spectro faciemus ? Pseudomanti Samosatensis scurrae, an Philospeudi inferemus ? Ita mihi videtur, ita fuit visum Dionysio Halicarnassensi, fallaciam illam esse et meras nugas. Neque aliter sensit Herodotus. Fuit Aristetas aliquis, quem Proconnesii ad Hyperboreos, hoc est, ad Graecas colonias in septentrionali littore Ponti profectum meminerant. Redierit ille Aristetas et repentino aliquo fato perierit, is tamen non fuit, qui *Ἀριστεύου* scripsit. Sed casus Aristetae, multis post annis Proconnesium aliquem, forte Bionem Proconnesium, Pherecydis Syrii aequalem, incendit, ut Metapontinis illuderet atque ut istius Aristetae nomine ederet Arimaspeia. Non illa tamen prorsus contemnenda, cum Proconnesus libero Ponto commercioque cum Scythis vteretur, ut situs regionum illarum resque Scytharum, Arimasparum, Issedonum, ut tum erant, et paullo ante gestae, percommode illa in vrbe cognoscerentur. Igitur Herodotum non reprehendo, qui Aristeam hunc, dum nihil a Scytharum et Graecorum Ponticorum narratione alienum adferret, historiae suae inseruit: laudo magis, quod non dissimulauit, circumspicte at-

que parece a se huic erronei fidem adhiberi. Arimaspsia autem tribus libris bellum Arimasparum cum Gryphibus complectebantur, ex quibus Dionysius Longinus (6) hos versus profert:

Θαῦμα ἢ μὲν ἢ τῷτο μέγα Φρεσὶν ἡμετέρεσιν,
 Ἄνδρες ὕψω ναισιν ἀπὸ χθορὸς ἐν πελάγεσσι.
 Δύσηνοι τινὲς ἄσιν. ἔχουσι γὰρ ἔργα πονηρὰ.
 Οἰμματα ἐν ἄσροισι, ψυχὴν ἐν πόντῳ ἔχουσι.
 Ἦως πολλὰ θεοῖσι φίλας ἀνα χεῖρας ἔχοντες
 Εὔχονται σπλάγγχοισι κακῶς ἀναβαλλομένοισι.
Percussere animos sed et haec miracula nostros:
Desertis homines terris habitant mare Ponti.
Heu genus infelix, facies quos dira laborum
Exercet: namque astra oculos, animum occupat
aequor.

*Saepe supinatas tendunt ad sidera palmas,
 Vota sed immanes discerpunt irrita venti.*

Vt quoque apponam elegantem interpretationem, Tzetzes in Chiliadibus hoc quasi fragmentum Arimaspiorum adfert:

Ἴσσηδοὶ χαιτήσιν ἀγαλλόμενοι ταναῆσι,
 Καὶ σφῶς ἀνθρώπος εἶναι καθύπερθεν ὁμήρου
 Πρὸς βορέω πολλὰς τε ἢ ἐσθλὰς κάρτα μαχητὰς,
 Ἀφνηὲς ἰπποισι, πολυέξηνας, πολυέστας,
 Ὀφθαλμὸν δ' ἐν ἑκαστος ἔχει χαριεντι μετώπῳ
 Χαιτήσι λάσιοι, πάντων σιδαρότατοι ἀνδρῶν.
Issedones crinibus gaudentes promissis,
Dicunt, supra se esse homines conterminos

Ad

(6) περὶ ὕψους c. X, p. 82, ed. Tollé

*Ad boream, multos illos et bonos in primis bellatores,
Diuites etiam equis et ouibus late pascentibus:
Oculum autem unusquisque unum habet in fronte:
Hirsuti capillos, omnium robustissimi hominum.*

Vides dici Arimaspas. Aulus Gellius quoque ex Aristae Arimaspi quaedam recitauit, (7) *Scythas penitissimos* sub ipsis septemtrionibus, humana carne vesci et *Ανθρωποφάγος* ex eo nominari: esse Arimaspas sub eadem caeli regione, vno oculo: alios vno pede, pernitate tamen incredibili et quae sunt alia. Neque tantum in Scythia et Hyperboreis, sed omnium terrarum in angulis, ipso in caelo omnia se vidisse et contemplatum finxit Aristaeas.

Salua res est: philosophatur quoque iam, non mendare modo est.

Qua in re Maximi Tyrii (8) scite dictum placet, ἢ ἢν πιθανώτερος ταῦτα λέγων ὁ Αριστέας, ἢ ὁ Ξεναγόρας, ἢ τις ἄλλος τῶν ἐξηγησαμένων τὰ ὄντα, ὡς ἔχει. Qualis fuit Celsi illius philosophi simplicitas, quam idcirco Origenes depexam dedit. (9) Ne quis denique miretur, fuisse in Graecia homines, qui sui monumenta ingenii alienis nominibus inscripserint. Eorum enim scriptorum, qui e mentito nomine commentarios ederent, magna semper copia in Graecis fuit. Hoc ut neminem fugere potest, qui istarum aetatum res cognouit, ita operae pretium erit, vno eximio exemplo commendari. Simmiae cuiusdam in Apollinem carmen

Y y 3

exsti-

(7) l. IX. c. 4. (8) p. 223. ed. Heinfii (9) p. 125. ed. Spenser.

exstitit, ex quo intelligo, illum siue Rhodium Simmiam sub Ptolemaeo Philadelpho, cuius ludicra Iephraestion et Parthenius memorant, cuius *ouum, alae, secures* leguntur, seu quem alium, eiusdem nomine Aristaeae itinera sua recensuisse. Non, inquam, veluti Simmias scriberet, sed plane Aristaeas Proconnesius. Cognosce e Tzetzae Chiliadibus hoc fragmentum:

Τηλυγέτων δ' ὄφραϊν Ὑπερβορέων ἀνὰ δῆμον.
 Τοῖς δ' ἢ ποτ' ἀναξ' ἦρος παρεδάσατο Περσεύς.
 Ἐνθα δ' ἔμασσαγέται ἔθνος, ἐπιδήτορες ἰωπῶν
 Ναισι, τόξοισι παροιστότες ὠκυρόλοισι,
 Θεσπέσιόν τε περὶ ἔθρον ἤλυθον ἀεγνάοιο
 Καμπάσῃ, ὅς ἄλα δ' ἴαν ἐς ἀθανάτην Φέροι ὕδαζ,
 Ἐκ δὲ ἰκόμεν ἔλαιασι περὶ χλωρῆσιν, ἔρμυνας
 Νήσους, ὑψηλόμοισιν ἐπὶ χερσέας δονάκεσιν
 Ημικόνων τ' ἐνόησα γένος τερωπίον ἀνδρῶν
 Τῶν ὧμων ἐφύπερθεν εὖσεφέων κόνων κρᾶς
 Τέτραφε γαμφηλῆσι, περὶ κρατέεσσιν ἔρμυμόν.
 Τῶν μὲν θ' ὥσε κυῶν ὑλακὴ πέλαι, σδ' ἔτι τήγη.
 Ἄλλων ἀγνώσσοσι βροτῶν ὄνομακλυτὸν αὐδ' ἦν.

*Longe sitorum in diuite populo Hyperboreorum,
 Apud quos olim rex herosque Perseus hospes,
 Deinde Massagetae celerium equorum vectores
 Habitant, fidentes longe iaculantibus arcibus.
 Pertingunt quoque ad diuinos fluctus perennantis
 Campasi, qui aquam deuoluit ad sanctum et im-
 mortale mare.*

Perueni quoque circum virides oleas, in desertas
 In-

Insulas, altisque se efferentes arundinibus.

*Et cognoui semicanum hominum genus numerosum,
Quorum super aptis agilibusque humeris caninum
caput*

*Nutrit eos maxillis, homines robore minime va-
lentes.*

Eorum sermo, ut canum latratus est :

Aliorum mortalium sermonem ignorant.

Post res illas, quibus Scythae in Asia maxime celebrati sunt, nihil ita magnopere accidit, ut in Graecia amplius cognoscerentur, quam quod Anacharsis Scythae, Graeci sermonis non ignarus, Athenas venit Olympiadis XLVII. anno primo, annis admodum octodecim postquam Asiae imperio exciderant Scythae (10) Scio Iustinum plures expeditiones Scytharum commemorare et unam antiquissimam Tanai regis. Matthias Belius, vir amicissimus, quem, ut meritis est, honoris causa nomino, in Historia Hungaricae prodromo, (1) hanc Tanai vetustatem iure suo vocat *absconam et extra modum absurdam*. Mallem vero, mecum potius extirpasset omnes istas Trogi Pompeii fabulas, ut inutiles herbas, quam transplantasset alium in agrum. Immo vero relinquamus tandem aliquando hunc Scytharum Artotrogum Pompeium. Cyri expeditionem non modo in Massagetas, sed etiam in Scythas fuisse susceptam, iam alio tempore dixi, me non immerito suspicari. Sacae utique, Caucasus populus, teste

He-

(10) In Commentariis huius Academiae Imperatoriae T. I. p. 400. pro XLVII obrepit XLVIII. (1) p. 7.

Herodoto (2) Persis paruerunt. Et ad eum equidem populum, aut alium aliquem in Caucaſo, reſero Iepidam fabulam quam e Chareto Mitylenaeo Athenaeus (3) produxit de Zariadre praefecto Perſico regionum ſupra Caſpiae portas ad Tanaim uſque. At Omar-tem, quem ille regem Scytharum uocat, Maſſagetis tribuo, cuius regia octingentis ſtadiis ad orientem fuit. Nota ſunt et teſtata tragica de exitu Cyri: quibus Xenophon fidem non potuit adimere omnem. Sed totus ordo rerum a Cyro aduerſus illos populos geſtarum caliginosa nocte premitur, nedum ut per eam res Scythicae eluceſcant. De Budinorum et Neurorum migratione etiam dixi, et erit dicendi locus, cum Scythiae res ſub Mithridatica tempora explicabimus. Tum enim ab his migrationum in ſeptentrionales terras initiis et ab Othino primo exorſus, uſque ad Othinum ſecundum, cum Scythae hinc a Gethis iſthinc a Mithridate, aliisque populis pulſi ſunt e Cherrhoneſo et ab Botyſthene Tanaique, conuerſiones Scythicas perſequar, inde iam nouas gentes, quales Auguſteo ſeculo fuere, in tabula deſcribam.

(2) l. VII. c. 64. l. III. c. 2. (3) p. 575.

MEMORIAE SCYTHICAE

AD

ALEXANDRVM MAGNVM

T. S. B.

DE magnitudine populi Scythici diuersae sententiae ad Herodotum (1) perferebantur, vt inter eas anceps nihil certi adfirmaret. Alii ingentem edebant multitudinem, qui videntur omnes intra Istrum et Tanaim populos complexi, alii, qui solum, vt puto, Scythicum nomen respiciebant, insignem paucitatem. *Αριαντὰς Ariantas* rex, cum numerum Scytharum cognoscere vellet, iussit, vt Scythae singuli singulos aculeos sagittarum conferrent in vnum locum, capitis poena indicta, qui mandato non paruisset. Ex his aculeis ahenum fecit et in Exampaeo inter Hypanim atque Borysthenem dedicauit. Herodotus, cum isthic terrarum versaretur, ahenum ipse vidit, amplitudine sexcentarum amphorarum, sex crassum digitos, ex quo argumentum capit, quanta populi istius multitudo fuerit. Et Herodotus quidem argute rationes iniit, sed calculus ille non

Tom. III. Zz appa-

(1) L. IV. c. 81.

apparet, Scytharum populum solum contineat, an alias etiam gentes, ut Agathyrsos, Neuros, Gelonos, Budinos, qui non proprie in nomine Scythico censebantur, et Sauromatas etiam, Melanchlaenos, Androphagos, alios, qui alterius stirpis erant homines, Scythis tamen dicto audientes. Ipsi Scythici populi inter sese ritibus quibusdam et consuetudinibus discrepabant ita, ut nulla gens aliquem alterius ritum reciperet. (2) Libertatis vero Scythicae non tantam opinionem Herodotus prodidit, quam alii postea fuisse, nescio qua fide iactarunt. Regio enim imperio subiecti, principes quoque inter se habuerunt, quos Herodotus modo νομάρχας aut ut in aliis codicibus est ἑνομάρχας (3) modo τῶν Σκυθῶν περσεῖται vocat, qui reges aduersus leges aliquid molientes coercebant: *ditiones* eorum Herodotus ἀρχηιάς dixit. Scylen regem proceres illi, quod Graeca bachanalia celebrasset Borysthene, regno expulerunt. Primus eam regni formam, cum ultra Volgam degerent Scythae, instituit Targitaus. (5) Is tres filios reliquit: minimus natu caelesti miraculo, ut Scythae ferebant, regnum in omnes Scythas consecutus est. Ferunt autem ex caelo decidisse aratrum, iugum, securim et phialam ex auro solido. Lipoxais natu maximus, ut haec palladia tolleret, accessit quidem, sed vasa aurea ardere visa ostento perculerunt. Eodem prodigio Arpoxais medius filio-

(2) l. IV. c. 76. (3) l. IV. 66. et 79. l. IV. 62. (4) l. IV. 79. (5) l. IV. 5. sc3.

liorum Targitai absterritus est: at Colaxais minimus⁹ auro iam non ardente, vasa domum suam tulit. Ex eo tempore maximo natu Scythae Auchatae, medio Catiari et Traspies, minimo Paralatae dicto audientes fuerunt, ita tamen vt huius Colaxis summa in omnes esset potestas. Haec diuisio ratioque regnandi in Scythis Nomadibus ad Darium vsque ser- uata est, ita vt tres reges essent. Et Colaxis qui- dem ipse deinde totum regnum in tria regna diuisum filiis tribus reliquit, ita tamen, vt vnus rex maxi- mus esset, isque insignia regni, vasa aurea, secum ha- beret, quae summi illi reges sancte custodiuerunt et quotannis maximis sacrificiis coluerunt. Qui ea apud reges in custodia habebat, huic festiuitatis an- nuae die non licebat sub dio dormire, si dormiuisset, eodem anno extinctum iri credebant: quare ei tri- butum est beneficii causa tantum terrae spatium, quantum eques vno die circumire poterat. Illis tem- poribus, cum Scythae Cyaxarem vicerunt, Μαδύνης Πρωτοθύεω παῖς summus rex erat, (6) siue is ipse Madyas Scythas ab Transuolganis regionibus duxe- rit, siue pater eius Protothyas rex. Cum Darius Scythas peteret, rex summus Ἰδανθύεσος (7) *Idan- thyrfus* fuit, qui Scythiae magnam partem tenebat: se- cundae parti rex praecerat Τόξαις *Toxakis*: tertiae

Zz 2

ad

(6) l. l. c. 103. (7) Tancyrum vocat Iustinus. Clemens Alexandrinus e Pherecyde Syrio p. 567. Ἰδανθύεω Quaedam Herodoti exemplaria Ἰνδαθύεσος. at alteram lectionem Strabo quoque habet. Scio Ctesiam in Photii excerptis Scytharum regem Scytharum nobis edere: tamen id reliquendum statui, cum quam vanus fuerit Ctesias neminem fugiat.

ad Tanaim et Maeotin Σκόπασις *Scopasis*. Herodotus hunc Indathirsum Saulii regis filium fuisse refert, eius inquam Saulii, qui Anacharsin fratrem, quod Athenis fuisset et sacra Graeca sectaretur, interfecit. Ab Anacharsis profectio, cum Athenas venit, ad Darii usque expeditionem intercedunt 77. anni. Quod facit, ut res nobis non videatur incredibilis. Fuerit tum, cum Darius in Scythiam mouit, annos natus sexaginta Indathyrsum: fuerit Saulius eo tempore, cum Anacharsis Athenas peteret, adolescens et septendecim annis post genuerit Indathyrsum, ita rationes sane concordant. Et fortassis ne tum quidem cum Anacharsis Athenas venit, regnavit Saulius: forte ut a longa peregrinatione per orbem terrarum rediit Anacharsis, fratrem reperit regnantem. Nihil enim definiri potest, absurdum tamen quid in alterutro sit, non video. Saulius rex Gnuri filius erat, Lyci nepos, Spargapithae pronepos. Illinc igitur etiam summi reges Scythiae fuerunt? Neque id inuenio in monumentis, neque vel afferuerim ipse vel negauerim. At post Indathyrsum Αριπειθης *Aripithes*, tum Aripithis filius Σκόλης *Scyles* et Scylae frater Οκταμασάδης *Octamafades* fuerunt, ad Herodotum usque. Nam Herodotus testatur, (8) πολλοῖσιν ἔτεσιν ὕστερον, *multis annis post* quam Anacharsis interiit, Scylen regem simili fato occubuisse. Cognouit ea Herodotus ἐκ Τιμνέω τῆς Αριπειθεος ἐπιτρούως, aut ut in aliis

CO-

(8) l. IV. 78. 80.

codicibus Σπαργαπιθεος. (9) Timnes ἐπιτροπος tutor Laurentio Vallae : malo procuratorem aut proregem aut eiusmodi administrationis aliud quiddam , (10) tutelam regni, non regis. Si Aripithis ἐπιτροπος fuit, magna est auctoritas summi consiliiarii : sin Spargapithis regis, ut puto, Agathyrforum, non minor sane est. Nam hic Spargapithes rex illis ipsis temporibus fuit. Aripithes rex Scylen genuit ex Istrina coniuge, (1) Oricum ex Opoea, Octamafadem ex Threiffa Tercei regis filia : dolo autem Spargapithis Agathyrforum regis interiit. Scyles filius regnum suscepit, et nouercam duxit in matrimonium Opoeam. Is, ut erat a matre Istrina Graecis caeremoniis institutus, ita Scythicis moribus non aequè ut Graecis delectabatur. Olbiam seu Borysthenem saepe diuertit, qua in vrbe vxorem quoque Graecam duxit et aedificauit palatium magnificum, in spatio autem laxo circa palatium, qualem insulam Romano more diceremus, gryphes et sphinges ex candido lapide dedicauit. Eo quoties uenit, exercitu in suburbanis relicto, solus moenia ingressus, portis clausis, liberius more Graeco vixit. Graeca enim veste sumpta, in foro, nullo satellitio, comitatu nullo, Olbitis ciuibus permistus agebat, et cum disciplinas audiebat cupide, tum diis quoque faciebat more Graeco. Mense vno exacto aut amplius, veste Scythica recepta ad suas se copias conferebat.

Zz 3

Cum

(9) l. IV. c. 76. (10). Sic ἐπιτροπὸν εἶπεν dixit Herodotus l. III. 242. (1) l. IV. 78. 80.

Cum aliquando Bacchicis quoque initiaretur sacris , palatium fulminis ictu conflagrauit : ille nihilo minus initiationem peregit. Interim Olbita aliquis principibus Scytharum quae fierent per iocum et impotentiam concepti ex regia superstitione gaudii e-nunciat. Scythae enim Graecorum bacchanalia saepe numero irriferunt , quibus absurdum videbatur, eum inuenisse , quod in insaniam vertat homines. Principes Scythae , hoc cognito , cum Olbita illo ferris in turrin moenium ascendunt , vident Scylen regem cum thiaso bacchantium ritu discurrere et a daemone agitari , ad exercitum redeunt, turpitudinem suam dolent. Inde autem cum ad sedes suas sunt reuersi, dissimulatam indignationem aperiunt et Octamafade fratre regis in regnum euecto , seditionem tota Scythia mouent. Scyles id agitari sentiens profugit ad Thracas. At vbi Octamafades cum exercitu ad Istrum mouit , Sitalces Terei filius Thracum rex iis conditionibus Scylen tradidit , vt germanum suum a Scythis reciperet. Scyles eodem die quo in Octamafadis manus venit , capitis supplicio adfectus est. Vt supra dixi , Octamafades matre natus est Terei regis filia , Sitalcis forore. Sitalces is ipse , qui multis post Xerxis expeditionem annis Atheniensium studiosus fuit (2) et bello Peloponnesiaco res gessit, anno autem octauo belli, hieme , hoc est Olymp. LXXXIX. 1. occidit. (3) Sic ipsum Scylen habemus aequalem Herodoto , Octamafaden vero tum maxime regnantem,

(2) Herodotus l. VII. c. 137. (3) Thucydides l. II. et IV.

tem, cum suas ederet Herodotus historias. Cui nunc aetati inferemus Ariantum regem. Cum Octamafades breui interuallo ante Olympiadis LXXXIII. 3. regnum adiit, ante eum autem Scyles rex fuit non multos annos, erunt ab Indathyrso ad Scylen anni fere sexaginta vacui, quibus solum Aripithen regem inferere non ausim. Quare Arianthas rex ante Aripithen fuisse videtur, qui confecto bello Persico, Scytharum recensionem eo fecit, ut quantum opum ad externam quamcumque vim propulsandam e Scythia et subiectis populis conflare posset, intelligeretur. Dabitur mihi venia, cum in canone hos reges utcumque posui.

Regum tanta maiestas fuit, ut Scythae maximam iurisiurandi fidem interponerent τὰς βασιλῆας ἰστίας, *regios lares* (4) Si quando rex aegrotaret, ἰνάριες ἢ ἀνδρόγυναι, harioli tres praecipuae auctoritatis adducebantur, qui causam morbi cognoscerent. Plerumque ea ferebatur, certum hominem, quem etiam nominabant, periurio obligasse regiam domum. Adductus reus in hariolorum conspectum si inficiaretur crimen, cognoscendi potestas dabatur sex aliis hariolis, quorum iudicio condemnatus, illico capite plectebatur. Sin sex harioli reum absoluerent, alii et iterum alii vocabantur harioli, qui si plurima parte consentirent, certa pernicies primis hariolis parata erat, tamquam impostoribus. Plaustrum concameratum sarmentis referebant, ea-

que

(4) l. IV. c. 68.

que inter farmenta hariolos manibus a tergo pedibusque confriētis , ore obdurato , compingebant, tum incendebant et boues plauſtro alligatos terroribus agitabant , vt ipſe motus vim flammæ aleret. Saepe boues ipſi ab igne correpti perierunt , nonnunquam euafere ambuſti. Quos autem rex morte mulctabat , eorum etiam filii interficiebantur , puellis impunitas fuit. In foederibus hunc morem ſeruarunt. (4) Cultello aut gladio ſe fauciantes, ſanguinis aliquid in calicem ingentem vino repletum mittebant, acinacem vero, ſagittas, ſecurim et iaculum multa apprecati mergebant in calice , tum vinum ſanguine humano permiſtum primi , qui foedus icerant , potabant , ſecundum eos ceteri comites, qui dignitatis eſſent praecipuae. Sepulcra Regum in Gerrhis fuerunt. Regis deſuncti cadauer cera inducebant Scythae , aluum expurgatam , atque filere et thimiamate apique et aniſi ſeminibus impletam conſuebant , tum in plauſtro mittebant ad proximam gentem , quae Scythis ſubiecta erat. Hic populus auris regiae particulam excindebat , frontem faucibat et naſum , ſiniſtram traiciebat ſagittis. Inde fanus ab hac gente deductum ad aliam et cum omnes obiſſet , a poſtrema ad Scythas. Iſti nunc cadauer regis in hunc modum ab omnibus gentibus luſtratum in Gerrhos deferrebant. Erat iſthic iam antea ſcrobis ingens et quadrata effoſſa. Ea in ſcrobe ſuper toro in loculo cadauer componebant, ſuper

(5) ib. c. 70.

super defixis ad extrema loculi spiculis ligna , super lignis vestes ponebant. Quod spatium in scrobe vacuum erat, eo pellicem vnam strangulatam coniciebant et pincernam regium et coquum et equisonem et ministrum et internuncium, tum equos et aliarum rerum primitias et aureas phialas. Denique certatim omnes ingerebant humum, vt tumulus esset quam amplissimus. Anno circumacto e famulatio regio aptissimos ad quinquaginta, ingenuos homines Scythas, qui solis regibus seruebant, ad tumulum strangulabant et totidem equos. Visceribus exemptis, paleisque eorum loco impositis, consuebant latera. Iam in tumuli parte altera, quinque et viginti equos statuebant, ita vt super duabus trabibus anteriorum pedum crura dependerent, femora ab aliis lignis depressiori loco defigerentur. Per ceruices traiectis palis et lateribus quoque firmatis, vno in stipite medium per equum acto imponebatur suus cuique eques, ita vt stipes per spinam dorsi ad ceruicem equitis tenderet. Capistra ad trabem per equorum ceruicem traiectam alligabantur. Parte altera tumuli, alii equites eodem modo collocabantur. Eius moris aliquid apud Prutenos veteres et Lithuanos mansit. Scythae Nomades seu Regii ceteros Scythas tamquam seruos suos contempserunt. (6) Tamen etiam ceteri suos habuerunt reges: Tauri, Agathyrsi, Neuri, Geloni, Budini, et qui non erant Scythae, Melanchlaeni, Androphagi, Sauro-

Tom. III. A a a ma-

(6) l. IV. 79.

matae. (7) Agathyrforum regem Spargapithem inuenio, (8) cuius dolo Aripithes rex Scytharum, Herodoti aetate periit.

Hoc in statu cum res Scytharum essent, Darius Hystaspis Persarum rex bellum iis mouit, cum adhuc quidem arctioribus regionibus intra Borysthenem et Tanaim coercerentur. Causam belli fuisse reperio apud Herodotum, (9) quod Scythae olim Asiam vexassent: forte etiam Cyri regis aemulatio Darium acuit. Nemo ita consilio regis aduersabatur, quam Artabanus frater, qui inopiam Scythicae gentis commonstrando, exitio magis Persarum quam hostium expeditionem fore docebat. Vt vidit frustra se saniora suadere fratri, tandem desistit. Ita Darius Susis mouit, et emensus totam Asiam, Chalcedonem ad Bosporum tenuit. (10) Isthic enim pontem ratitum fecerat Mandrocles Samius, quo exercitus traiceretur. Ad Bosporum Darius naue deuectus in Cyaneas insulas, inde Pontum contemplatus, nauigauit ad inspiciendum Mandroclis opus. In cippis duobus, quos rex memoriae causa ad Bosporum posuit, Assyriis litteris in vno, in altero Graecis, scriptum erat Herodoti aetate, 700 millia in exercitu fuisse. Traiecta tanta multitudine, primi Thraces se sine pugna dederunt. At Getae, qui sectam de immortalitate sequebantur, Thracum omnium et iustissimi et fortissimi cis Istrum fluium, vi summa debellati sunt. Ad Istrum cum venit Darius,

(7) I. IV. 302. (8) I. IV. 78. (9) I. IV. c. 1. (10) I. IV. 83. seq.

rius, iam ponte ab Graecis stratus erat fluuius eo loco, vbi vno alueo descendens in brachia diuersa scinditur. Nam a ponte Bospori Iones Aeoli et Hellepontii Ponto deuecti in ostia Istri, aduerso flumine duos dies nauigant, donec commodo ad ferendum pontem Istro, excensione facta opus perfererunt. Hunc pontem a tergo reuelli volebat Darius, vt Graecos quoque relictis nauibus secum duceret in hostes. Erat enim Dario constitutum, vt facile eius consilium nobis patere potest, per Scythiam omnem armis circumlatis ad Caspia claustra reducere in Persiam. Econtrario Coes Erxandri filius Mitylenaeorum dux auctor erat regi, vt pontem factum a tergo relinqueret et pontis custodes Graecos: ita hunc receptum fore, si Scythae certaminis copiam non darent et necessaria deficerent in exercitu per Scythici soli summam inopiam. Id vero Dario vehementer placuit. Sexaginta dies definiuit, quibus Graeci stationem eam tenerent, exacto illo tempore discessuros domum impune. Hac causa lorum iis dedit sexaginta constrictum nodis, vt singulis diebus singulos nodos resolverent. Si his sexaginta diebus non rediisset, id argumento futurum fuisse credo, regem pedestri itinere petiisse Asiam. Interim Scytharum summus rex Indathyrus, accepto nuncio de aduentu Persarum, mandata misit ad Taurorum Agathyrforum Neurosum Androphagorum Gelonorum Budinorum Sauromatarum et Melanchlaenorum reges, vt omnibus cum copiis adessent, periculum enim commune esse et a Scy-

this in eos quoque versurum. Gelonus, Budinus et Sauromata consenserunt, auxilia submittenda esse: ceteri exprobrabant Scythis, sine suis copiis expilatam Asiam bello huic iustam causam praebuisse: itaque se, qui nulla iniuria lacessuerint Persas, metu omnino vacuos quiescere statuisse, si ad se quoque venerint hostes, sua se defensuros suis armis. Hoc responso accepto, Scythae coactis in unum copiis, coniuges liberosque cum omnibus facultatibus partim in castra recipiunt, partim quibus alendis necessaria defutura videbantur, iubent septemtrionem lento gradu petere. Sauromatas ad Tanaim et Macotin mittunt, qui Persas retrocedentes inuaderent a tergo: Gelonos et Budinos iubent obseruare Persas et si qua possint, in eorum regiones pellicere, qui societatem Scythicam detrectauerant, inde in agros suos se recipere et e re capere consilia. Ipsi lectissimos praemittunt ad Istrum equites, qui cum Darius tertius castris a flumine esset progressus, unius diei itinere a Persis consistentes, puteos et fontes obstruxerunt et herbam corrumpere omnem. Persae totum nomen Scythicum in propinquo esse rati, eo signa sua vertunt et modo obequitantes, modo recipientes se persequuntur usque ad Tanaim. Eo quoque traiecto, in Sauromatas et Budinos flexerunt Persae, capto in Budinis castello ligneo sed vacuo et deserto, ubi in solitudinem peruenerunt, frustra se sequi Scythas senserunt. Igitur ad Oarum fluium Darius octo ingentia castella, sexaginta inter se stadiorum interuallo, molitus, quorum rudera Herodoti

doti aetate exstabant, Scythas elabi patitur. Illi vero per superiores regiones in Scythiam ad maiora castra populi sui se receperunt. Darius cum ab occasu se ostenderent Scythae, relicta castellorum exaedificatione, eodem se vertit. Scythae vbi toto die elusissent Persas, cum tumultu se ad Melanchlaenos conferunt, eodem e vestigio Persae. Hoc anticipiti malo Melanchlaeni cedere coacti, cum Scythis se inferunt in Androphagorum regionem, atque inde cum Androphagis ad Neuros quoque secedunt. Iam omnis illa multitudo, sequentibus Persis, Agathyrfos quoque concitatura erat, cum Agathyrfi Scytharum consilia intelligentes facialem praemitunt, ipsi in finibus occurrunt armati. Societatem non amplius abnuebant: sin eodem modo Scythae suas terras tumultu permiscerent, parati fines defendere. Tum pars quaedam Scytharum et Melanchlaeni et Androphagi et Neuriseptemtrionem petunt, pars Scytharum alia ab Agathyrfis hospitio accepta, tertia pars e Neuride vertit in Scythiam vt eodem abduceret Persas. Darius errore longo fatigatus legatum ad Indathyrsum regem misit, vt aut resistaret praelioque decerneret, aut si se victum sentiret, in colloquium descenderet, sibi que iam domino terram muneri ferret et aquam. Indathyrfus respondit: nullum timorem fugam sibi suadere, neque enim oppida aut agros cultos sibi esse, quibus metuat, sed hanc Scythis viuendi consuetudinem semper fuisse, vt nullo in loco morarentur diutius, a qua vt quidquam remitterent, causam se nullam videre: sin

Perſae omnino decertare cupiant , ſepulera maiorum ſuorum, quae in Gerrhis erant , aggredierentur, iſthic inuenturos Scythas propugnatores: dominos ſibi eſſe Iouem patrem et *Ιζην τῆς Σκυθῶν βασιλειαν*, per quam iuſiurandum darent: miſſurum dona, quae Darius eſſet meritis. Domini mentio in primis uſit Scythas. Quare Scopafis rex cum Scythiſ ſine ditionis et Sauromatis miſſus ad Iſtrum, Ionibus auct̄or fuit , ut pontem reſcinderent: cum dies ſexaginta iam exegiffent, ſine culpa fore apud Perſas, apud Scythas inuituros gratiam. Iones facturos ſe ita ferebant. Et Scopafis Ionibus fidem habens, inde ab Iſtro in maiora caſtra ſe recepit. Iam enim Scythae pugnare conſtituerant , ut qui in propinquo intercludebant Perſas. Equitatus Perſicus facile cedebat Scythico: inter pedites receptus, in tuto erat. Quia caſtra inuaderent Scythae, mulorum et afinorum cum ſpecie tum etiam uox impedimento fuit: equi Scythici ut inuſitata in re ferociebant , nulli enim in Scythia uel afini, uel muli. At Scythae , ut Perſas iam laborantes inopia quam diutiſſime retinerent, praeda pecoris obiecta ad ſpem aliquam recreabant. In extrema Perſici exercitus inopia ſociale cum aue, mure, rana et quinque ſagittis ad Darium mittunt: nihil praeterea in mandatis dant, quam ut celerime rediret. Darius quidem deditioem eam eſſe interpretabatur, et terrae, in qua mures uiuerent et aquae, in qua ranae et equitatus, cui ſimilis eſſet auis et roboris totius, quod in ſagittis eſſet ſitum. E contrario Gobryas Perſa, eam Indathyriſ eſſe mentem

coniiciebat : nisi Persae tamquam mures subeant terram , aut aquam veluti ranae , aut ad nubes euolent , non euasuros Scytharum sagittas. Haud ita multo post Scythae in acie constiterunt , cum forte medio in campo lepus decurreret : eam veluti in otio persequerentur Scythae maximo clamore. Miratus Darius, in conspectu Persici exercitus , quasi in ludicro certamine solutos agere , suspicari et ipse coepit Persas contemni et Gobryae sagacitatem laudabat. Vocatur de summa rei in consilium Gobryas : is auctor est , ut proxima nocte discedant e castris Persae , relictis, ad fallendum falsa imagine Scythas, et a finis mulisque et imbecilibus, qui sequi non possent, Istrum vero praepropere petant, ne ab Ionibus deiecto ponte , excluderentur. Eius ex sententia sub noctem mouerunt Persae e castris. Postridie autem, qui relictis erant, de vallo manus tetenderunt ad Scythas. Cognito, discessisse Persas, Scythae cum auxiliis suis et fociis citato cursu per nota viarum compendia profecti ad Istrum , Iones etiam atque etiam monuerunt, ut ponte deiecto se reciperent. Placebat in primis Miltiadi Atheniensi, is dux et tyrannus Cherrhonensium in Hellesponto erat: contra Histiaeus Mileus animos retinebat in obsequio Persarum, et cum Scythis collocutus , approbare se eorum consilium dixit atque e re sua populiue Ionici ducere, modo ad inquirendos Persas equos circumuenterent, cetera sibi curae fore. Hoc dicto, partem pontis versus Scythas ad teli iactum rescidit , tum ut fidem faceret , tum ne forte vim inferrent

Scy-

Scythae. Illi contra Persas versi, longissime aberrarunt. Nam cum plerisque in regionibus herbas et puteos corrupissent, et Persas crederent secuturos loca nulla tali clade foedata, eodem ipsi se contulerunt. At Persae priori via qua venerant, recesserunt, ut quam celerrime pontem tenerent. Vbi in tempesta nocte ad Istrum appropinquarunt, solutae in boreali ripa rates ingentem metum pepere- runt, donec Histiaeus omnes naues admouit et pon- tem restaurauit. Persae in hunc modum euaserunt, et Scythae Graecos facuis adfecerunt conuitiis, haud aliter quam fida in dominos mancipia appellantes. Hae res in A. P. I. 4199. incidunt, cum paullo ante Babylon esset capta, aut in A. P. I. 4200. tametsi non ita certis argumentis tempus tenemus, quam coniectura.

Hinc cognosci potest, quae ratio belli gerendi fuerit apud Scythas, cum maiorem vim hostium sentirent: neque adeo feros exstitisse, ut non ingenio uterentur atque prudentia. Erat haec con- suetudo in bello, (1) quem hostem Scythae pro- strauerat, eius ut potaret sanguinem, caput ad re- gem perferret. Si quis nullo capite potiretur, is excludebatur a praeda, ceteri qui cepissent, tene- bant: qui quam plurima retulisset, illum vero virum celebrabant. Hostili capiti cutem detrahebant eam- que carne e bouis latere recenti maceratam tamdiu subigebant, donec mollesceret. Ea cute, ut man- tili

(1) l. IV. c. 64. seq.

tili utebantur de fraeno equi suspenso: quo quis plura coria gerebat, eo videbatur nobilior. Alii cute in frustra concisa laenas consuebant, tamquam sisyras pastoritias. Multi etiam manus dexteras hostium ipsis cum unguibus excoriabant, quibus corytis pharetrarum utebantur, alii totos homines excoriatos et in lignis extentos equis imponebant. Humana enim cute, ut crassissima et candore nitidissimo delectabantur. Infensissimorum hostium craniis infra supercilia excisis purgatisque bouina coria inducebant, diuites etiam interiora cranii inaurabant et eo utebantur poculo. Sed suorum quoque crania illum in usum exciudebat, qui lite apud regem et causa cognita superior e iudicio discedebat. His poculis praecipue gloriabantur apud hospites. Semel quotannis unusquisque regionis princeps sua in ditione tribules vino donabat, quod suo quisque e cranio biberet, qui fortissimi censebantur, etiam ex duobus: id ut honoris causa illis tributum, ita ceteris, qui nullo hoste caeso excludebantur a compositatione, magnae ignominiae fuit. Nulla connubia in Scythis, promiscuam Venerem omnium fuisse Nicolaus Damascenus scripsit, et seniores dictos patres, iuniores filios, aequales fratrum se loco coluisse: quae quidem, si Herodotum videas, vana sunt et Platonicae rei publicae tantummodo apta. Nullus in Scythia manuariis artibus honos: sola dignitas in armis: (*) nullae urbes, nulla moenia, domos in plaustris circumferebant, lacte et pecoribus se suosque alebant. (2) Callipidae, Alazones, (3) Budini et

Tom. III. Bbb Ge-

(2) L. c. C, 46. (3) l. IV, c. 17. (*) Herodotus l. II, c. 167.

Geloni ferebant frumentum et cepe, allium, lentem, milium, quo pascerentur: Aratores Scythae, tantummodo ut finitimis venderent. De frigore harum regionum multa Herodotus. (4) Eius vim vestibibus propulsabant e cannabi, quales a Thracibus conficiebantur tanta arte, ut ignari e lino esse factas crederent. (5) Numquam corpus aqua abluiebant. Mulieres ligna cupressi cedri et thuris (quod noster dixit λιβανον) ad scabrum lapidem cum aqua conterentes succum exprimebant, quo se inungerent: altero die siccum pulverem abstergebant, ex quo et munda nitidaque erant et bene olere visae. (6) Aurum in pretio erat: argenti et aeris nullus usus. Celsus Scythas αθέσς fuisse criminabatur: et tamen producebat ex Herodoto deorum Scythicorum nomina. (7) Athei, quia, ut Herodotus (8) testatur, nulla deorum templa habebant, aras nullas, nulla simulacra. Et Herodotus vero deos Scytharum cum Graecis numinibus comparans, Ἰστμν Vestam maximam deorum vocavit, quae Scythice Ταβιτ dicebatur, tum Παπακν Iouem, Ἀπιαμ Παπακν coniugem Tellurem, Οἰσσουεον Apollinem, Αριππασαν Venerem caelestem, Θαμιμαφaden, cui soli Scythae Regii faciebant, Neptunum. Martis et Herculis nomina Scythica non edidit. Tyr Martis nomen fuisse opinor. In Fastis Siculis secundum Ninum memoratur Θέζζας, cui pater Ζάμυς, Mars frater fuerit.

(4) l. IV. c. 28. seq. (5) ib. c. 74. (6) l. IV. c. 75. (7) p. 373. 372. ed. Spencers. (8) l. IV. 59.

ait. (9) Samuel Bochartus ab hoc Tyra Thracas originem ducere copiose, ut solet, disputavit. Et Ζαμης quamquam Persice زامين, *zamin*, terra est, tamen eadem notione in Scythicis quoque lignis fuit. Ut adhuc Lithuani *zeme* et *ziame* dicunt, eodem modo Pruteni veteres: Verulice item, Liuonice, Lettice, Curonice, Fennice. Apud Thracas quoque fuit, ut *Samoibracia* sit *terra Thracum*. Hoc vero nomen bellicosi Martis *Tyr* etiam in septemtrionalibus regionibus adhuc superest. Lucianus tradit in Toxari, (10) id moris fuisse apud Sarmatas (Sarmatas dicit ad Pontum Euxinum, qui, teste Herodoto, Scythica in sermone admista habebant multa) ut, si quis victus in bello ζισω vocaret, eius vitae parceretur, ὡς ἐπὶ λυττοῖς ἤκοντος. Lithuani forte ab eo vocabulo adhuc *izlirti* dicunt *experiri*, paene ut Hesychius τυρωθέντα, τὸν παραχθέντα, κινηθέντα dixit Graece e Scythico vocabulo. Et Origenes quidem merito tum Herodotum, tum Celsum ridet, quod Scythica illa numina cum diis suis compararent. Herculem sane cultum a Scythis fuisse, id vero profecto, ut tum erat, incredibile esse debuit Herodoto, cum Scythas a Graecis sacris tantopere abhorrere intelligeret. Diis suis equos in primis sacrificabant, oves quoque et humanas hostias: sues vero neque alebant nec ferre poterant, (1) ut nunc etiam quaedam in Asia septemtrionali gentes ab iis abhorrent. Victima adducebatur anterioribus constricta

Bbb 2

pedi-

(9) p. 28. cd. Raderi. (10) p. 6c. (1) l. IV. c. 63.

pedibus, qui immolaturus erat, a tergo extremum funem tenens, equum seu ouem in latus coniciebat. Afusa extisaqua, ossa subiiciebant et incendebant veluti ligna. Si lebes non adesset, hoc compendium reppererunt, vt carnem in alium pecoris purgatam reponerent aqua admista, et super ossibus coquerent. Cocta carne proficias ante se poriciebat, qui immolauerat. Marti vero ἐκάσσισι τῶν ἀρχαίων *singulis ditionibus* mos fuit quotannis sacra facere in hunc modum. Sarmentorum fasces congerebant loco quadrato, longo latoque tria stadia. Tria huiusce templi latera praerupta erant, vnum accliuæ, vt ascendi posset, superficies non ita alta, at aequabilis. Centum et quinquaginta plaustra quotannis noua sarmenta eo conferebant, quod vetera a putredine subsiderent. Illa super strue acinaces ferrei, veteres tamen quorum non erat in bello vsus, defigebantur. Hostiae Martis equi et oues plures, quam ceteris diis. Ex hostibus captiuis centesimum quemque immolabant. Primum in capita vinum fundebant, tum caedebant homines super cratere, sanguinemque exceptum circa acinaces fundebant. Inde humeros dexteros cum manibus praecisos iactabant ante se in aerem: quo ceciderant loco relictis: Separatim truncus iacebat. Harioli quoque permulti eo in populo fuerunt, (2) qui e virgis salignis grandes iasces humi positos dissoluebant et ita vt fors tulerat iacentes considerabant: rursus conuoluebant in fasces, iterum excu-

(2) I. IV. c. 67.

tiebant. Ex eo iactu occulta canebant ut vates. Enaristes a Venere diuinationem accepisse crediti, tiliæ frondem unam in tres tenues scissam circum digitos voluebant et resoluentes vaticinabantur. Sepultura regum, quæ fuerit, supra relatam est. Priuati (3) cadauera suorum per amicos circumferrebant, amici epulo accipiebant comites, ipsique cadaueri de omnibus liberaliter apponebant. Post quadraginta dies terræ condebant. Qui funus deduxerant, in hunc modum lustrabantur. Primum capita abstergebant et abluebant, inde tria ligna mutuo inclinata statuiebant et circum ea laneos pileos constipabant, per apertum foramen ignitis coniectis lapidibus semina cannabis adolebant, cuius nidore corpus purgari visum. Et a Graecis quidem caeremoniis atque moribus vehementer abhorrebant, (4) tamen nonnulli his quoque capti erant ante Herodotum, post autem multo magis. Quare non est mirandum in Lithuanis, Prutenis, Curonis ceterisque quaedam Graeci moris obseruari: et minus verò adhuc, tantam copiam Graecarum vocum in his linguis contineri, quantam nemo credere potest, nisi qui cognouerit.

Postquam Herodotus nos reliquit, neminem alium in his Scythicis tanta fide et grauitate auctorem, tanta industria et prouidentia ducem reperiimus. Nam secundum illum virum, neminem Graecia habuit, qui ad eas res cognoscendas et opportunitatem nancisceretur et studium applicaret. *Opor-*

Bbb 3

tet

(3) l. IV. c. 73. (4) l. IV. c. 76. 78.

tet nunc nos esse de symbolis. Quanta potentia Thracum Getarum Scytharumque fuerit initio belli Peloponnesiaci, Thucydides declaravit. (5) Anno tertio belli Peloponnesiaci, initio hiemis, ut scias agi de Olympiadis LXXXVII. 4. Ante C. N. 428. *Sitalces* ὁ Τήρωνος Τερτίου filius Atheniensibus instigantibus in Macedoniam irrupit, ut aduersus Perdicam in regnum deduceret Amyntam Perdiccae fratrem. In exercitu habuit Getas quoque, qui iisdem armis, quibus Scythae utebantur, aliosque vicinarum regionum populos tributarios, ut non modo Macedoniae sed toti quoque Graeciae illae opes terrore essent. Hic Thucydides vim omnem nominis Thracici accurate persequitur, de Scythis autem sic ait: ἰσχύει δὲ μάχης ἢ στρατῷ πλήθει πολὺ δευτέρα (ἢ τῶν Θρακῶν βασιλεία) μετὰ τῶν Σκυθῶν. ταύτη δὲ ἀδύνατα κρίσασθαι, ἔχ' ὅτι τὰ ἐν τῇ Ευρώπῃ, ἀλλ' εἰδ' ἐν τῇ Ἀσίᾳ ἔθνος ἐν πρὸς ἐν, ἕκῃσιν, ὅ τι δυνατὸν Σκυθῶν ὁμογενομένωνσι πᾶσιν ἀντιστῆναι. εἰ μὴν εἰδ' ἐς ἄλλαν εὐδυσίαν ἢ ἕνεσιν περὶ τῶν παρόντων ἐς τὸν βίον ἀλλοῖς ὁμοῖσινται. *Scd, inquit, certandi robore et exercitus numero longe inferior Thracia est Scythis: nam cum Scythis non modo nullam in Europa, sed ne in Asia quidem gentem comparaueris, quae concordibus Scythis resistere queat: quin etiam ne in reliqua quidem solertia et prudentia in rebus ad vitam necessariis, cum aliis gentibus conferendi sunt.* Addit Scholiasta: ἀλλ' ἐπιπερβάλλουσι, δηλονότι, nimirum e contrario aliis excellent.

(5) I. II. c. 95.

lunt. Magnitudinem populi Scythici etiam Xenophon praedicat, (6) negat tamen Scythas aliam aliquam gentem subigere posse, quod suis se finibus contineant, imo a Thracibus et Illyriis coerceantur, quemadmodum hi quoque a Scythis observentur, ut librata populorum illorum potentia ceteri quoque otio perfruantur et pace. Is Xenophon in reditu e Persica expeditione ab Armenicis iugis διὰ Σκεθρηῶν duxit. (7) Apparet sane Scythinos iuxta Macronas coluisse ad borapelioten Trapezuntis iuxta Αρωασον fluvium, ut Xenophon eum vocat. Puto eum esse Ptolemaei *Apforum*, Plinii *Abfarum*, Arriani *Apfarum*, ad quem Plinius quoque Macronas collocat, incertum suae aetatis, an superioris memoriae. Videtur in Xenophonte potius corruptela irrepsisse, aut ab ipso auctore aut a scribis: nam Arriano Cappadociae praefidi, Alanorum victori, ceterisque post eum scriptoribus non paucis potius fidem defero, quam Xenophonti. In Basilii Porphyrogenetae Imp. Menologio (*) est Ψάρος. Sed quid nominis sit Scythini, et an a Scythis ductum, non item facile apparet.

Illo fere tempore Hippocrates, cum de aere aqua et locis commentaretur, quaedam de Scythis disseruit, si modo is liber Hippocratis est. Scribit autem circa Maeotin Sauromatas colere, genus hominum Scythicum, quod quid sit, Herodotus explanatius nos docuit. Eorum vxores arcibus et sagittis

(6) Cyropadicae l. I. 1. 4. (7) ἐν ἀναβάσει l. IV. c. 7. 2. (*) l. I. p. 221. ed. Vrbinat.

tis contra hostes ex equis decernere et dextera mamma carere. Nam puellis infantibus eam aeneo instrumento candentique exuri, ut omne robur a sinistro humero brachioque auertatur ad dexterum. Non antea nubere viris, quam tres confecerint hostes, nuptas ab equitandi molestia liberas esse, nisi cum aliqua necessitas urgeat. Tum vero Scythas ait aliquid in habitu formaque corporis habere, in qua tamquam nota a ceteris gentibus distinguantur. Solitudinem Scythicam, (puta eum dicere omnem regionem intra Borysthenem et Tanaim), esse in planitie sitam et pratis abundare, *ψιλὴν ἔνυδρον μετριῶς nudam syluis et sic fatis irriguam*: esse enim in ea magnos fluuios, in quos aqua e campis per riuos colligatur. Hac in planitie Scythas Nomadas nullas vrbes colere, sed in plaustris degere. Plaustra minima quatuor agi rotis, maiora sex: esse in iis etiam luto obduratas domos aut vno aut triplici tabulato. Ex iis quaedam trahi a quatuor, alia a sex bobus. Isthic foeminas agere: viros in equis habitare. Vesci carne cocta, bibere lac equinum. Caro ut ex Herodoto cognoscimus, fere equina tantum, qua mirifice delectabantur. Eustathius narrat in parecbolis Homericis, (8) Scytham Graecis praesentibus equum mortuum non attigisse prae pudore barbari moris, eundem cum solus esset relictus, cupide vorasse. In lacte autem recordor, quod Antiphanes Comicus dixit in Misoponero (9)

EIT

(8) p. 2. ed. Romanae (6) apud Athenaeum p. 226. Excerpta Grotii ex Tragoediis et Comoediis Graecis p. 624.

Εἰτ' ἂν σοφοὶ δῆτ' ἔσιν οἱ Σκύθαι σφόδρα,
 Οἱ γενομένοισιν εὐθείᾳ τοῖς παιδίοις
 Διδόασιν ἰωπῶν ἔβρωῶν πιναὶν γάλα,
 Οὐχὶ, μὰ Δία, τιτθᾶς ἑτάγρσι βασκάνες
 Καὶ παιδαγωγῶν ἄνδρες.

Nonne ergo praeter ceteros sapiunt Scythae ?

Qui liberis de matre adhuc rubentibus

Immulent lactis bouini et equini copiam,

Neque illis addunt aut nutrices maleficas

Aut paedagogos.

Vt Hugo Grotius conuertit. Addit Hippocrates, ἔπι πῶν ἀκὴν τρώγρσι, τῆστο δ' ἐσὶ τυρὸς ἰωπῶν. Aelius Dionysius : (10) ἰωπῶνης, βρωῶμα Σκυθικὸν διὰ γάλακτος ἰωπῶς σκευαζόμενον, *cibus Scythicus e lacte equino*. Herodotus (1) auctor est, Scytharum seruos, caecos omnes, lac ita mulsisse, vt simul osciculo cauo ad instar fistulae in naturam equae indito eam sufflauerint, sic enim venas impleri et vbera demitti ferebant. Lac in vasa lignea collectum : ἔπεριζαντες κατὰ τὰ ἀγγηῖα τῆς τυφλῆς, δόνεσι τὸ γάλα, *et circum vasa seruos caecos collocabant, qui lac agitarent* : quod in summo deinde erat, vt praestantissimum, ablatum : vilius iam, quod subsederat. Hunc locum eleganter illustrat Hippocrates libro de morbis : (2) ἔπερὶ τὸ μὲν πῶν (τῆ γάλακτος δηλονότι) ὁ βῆτυρον καλέσρσι, ἐπιπολῆς διίσαται, ἐλαφρὸν ἐόν. τὸ δὲ βαρὺ ἔπερὶ παχὺ κατὰ τῶ ἰσαται, ὁ ἔπερὶ ἀποκρῖναντες ἔρηρσιν, ἐπὴν δὲ παγῆ
 Tom. III. Ccc ἔ

(10) Apud Eustathium l. c. p. 116. (1) l. IV, c. 2. Idem hodie in vaccis obseruant barbari circa Prononitorium Bonae Spei, teste Kolbio in Capite Bonae Spei hodierno p. 462. (2) l. IV, c. 13.

ἢ ξηρανθῆ, ἰωπάκην μὲν καλέσω, *et lactis flos, quem butyrum vocant in jumentum succedit, leue enim est: at graue quod est et densum, id infra corfidet, quod ubi secreuerint, exarescunt, cum autem compactum et aridum fuerit, ἰωπάκην vocant.* Equinum vides casenam. Theocritus: (3)

ἢ τυρῶντα μέγαν λευκοῖο γάλακτος.

Nicolaus Damascenus (*) Galactophagos Scythas ait nullis in aedibus degere: τροφήν δ' ἔχουσι, γάλα μόνον ἰωπάκην, ἐκ δ' τυροποιούντες, ἐπίουσι ἢ πίνοσι. ἢ ἐπὶ διὰ τὸτο δυσμαχώτατοι, σὺν αὐτοῖς πλεῖστην τροφήν ἔχοντες. *Solo lacte equino victitant, ex quo casenum conficiunt: eo tum potu tum cibo utuntur: itaque non facile bello superantur, quod hunc commeatum ubique circumferunt.* Hesychius etiam panem, τυρῶντα, πλακῶντα. Sophron in fabula Socrus: (4) συμῶσλέω τ' ἐμφαγῶν ἄρετον γ' ἄετι τυρῶντα τοῖς παιδισιν, *auctor jumentis pueris, et panem modo coctum edant.* Totum illud vocabulum Scythicum. Nam adhuc *tyre* Lithuani dicunt *iusculum pingue ex farina, seu pulcem.* Non placet, quod Etymologicum Magnum habet: τυρῶς παρὰ τὸ τηρῶν, κατὰ τροφήν. Sed ad Hippocratis illum librum redeo. Is praeterea auctor est, minime foecundam fuisse gentem: feras regionem incolere neque numero neque magnitudine insignes et quae ab aeris iniuria sub terrae hiatus se defendant. In quo parum idoneas auctoritates secutus est. Ut enim elephanti et cameli nulli

fue-

(3) Id. A. 57. (3) Id. scripta Valeriana p. 515. (4) apud Athenaeum p. 110

fuere in Scythia , tamen etiam insigni magnitudine et robore corporis alces , bisontes et equi in primis generosi. Scythas crassos dicit et obesos et *multi inter eos sunt* *κεκαυμένοι τῆς τε ὤμης ἔτι τῆς βραχίονας ἔτι τῆς καρπῶδός τῶν χειρῶν ἔτι τὰ στήθεα ἔτι τὰ ἰσχία ἔτι τὴν ὀσφῦν exusti humeros atque brachia et manuum iuncturas et pectora et coxas et lumbos* , nullam aliam ob causam , quam διὰ τὴν ὑγρότητα τῆς φύσεως ἔτι τὴν μαλακίην , *propter humiditatem naturae et mollitiem*. Cum autem vrentur, humorem in iuncturis solui et corpora validiora fieri meliusque nutriri. *Πυρρὸν δὲ τὸ γένος* , *rufi vero sunt* , propter , vt causam declarat , frigus , a quo albor adustus in ruborem vertatur. Causam vero , quamobrem non multa sobole domus eorum augeantur , hanc edidit , quod viri ob nimiam corporis mollitiem atque frigiditatem et lassitudinem ab assidua equitatione in Venere sint segnes , vt mulieres propter pinguedinem, humiditatem , desidiam , ad concipiendum. Etiam magnam multitudinem Scytharum , esse eneruatos. Hi *Ενάριες* Ionico vocabulo seu *spoliati* , tum Herodoto , tum ipsi Hippocrati. Herodotus (5) Scythis , cum Veneris templum Aescaloniense spoliassent , Venerem *Ἐγλίαν νόσον muliebrem morbum* immisisse tradit , contra ea tum his , qui numine suo tacti essent , tum eunuchis Scythis vaticinandi facultatem tribuisse. Paene his in verbis *ἀμαρτήριος* , morbum in assidua equitatione probabilem , deprehendere mihi sum visus.

Ccc 2

At

(5) l. I. c. 5. l. IV. 65.

At Hippocrates me retinet et de nullo alio malo cogitare nos sinit, quam de debilitate. Et ut solet in morbis suis, ita in hoc quoque diuinum aliquid inesse Scythis concedit, causam tamen etiam a natura repetit. Ab equitatione diuturna articulorum in crucibus dolores contingere, ut primum claudicent, denique coxendices contrahantur: medicinam adhiberi, quae ipso morbo sit perniciosior: venam enim ad aures aperiri et sanguine misso multo, aegrotum, ubi somnus corripuerit, obdormiscere prae imbecillitate: a somno alios surgere sanitate recuperata, alios nihilo melius adfectos: venas autem ea in parte corporis sectas sterilitatem conciliare. De hac re medici viderint. Scythae vero cum sentirent se virum exuisse, vestem muliebrem sumebant, palam confitentes se ad sequirem sexum transire: nec munia nisi muliebria, obibant. Fere ditissimus quisque et nobilissimus hunc in morbum incidebat, eratque honori debilitas, ἢ σέθενται inquit, τστέες τῆς ἀνθρώπου ἢ προσκυνέσιν, et ob vaticinia magnas ad eos opes undique conferebant. Scythae, ob equitationes assiduas, gerebant ἀναξυρίδας, teste Hippocrate. Erant ἀναξυρίδες, παρὰ το ἀναύρεθαι, Φαμιγάλια, βρακία, ut Etymologus, *braccae*, quae super abdomine colligatae ad talos vsque dependebant, ut in columna, quam Arcadius Theodosio Imp. patri posuit, in barbaris cernimus: nonnamquam deuinctae erant pannis. Calcei videntur ex alburno fuisse, quas Σκυθιάς Graeci vocabant. Lysias in oratione pro

pro Bacchio et Pythagora apud Harpocratonem ,
 (6) εἶδος τι ὑποδήματός ἐστιν αἱ Σκυθικάι. Alcaeus a-
 pud eundem:

ἢ Σκυθικάς ὑποδησάμενοι.

Et huc refero, quod Plato in Politico ait : (7) Φυτῶν
 τε ἢ ἐμψύχων δέρματα σωμάτων περιαιεῖσα , σκυτο-
 τομικῆ. *Sutoria ars aptat corporibus et arborum et
 animantium coria.* Vt τὰ ἐμψύχων δέρματα sunt co-
 ria boum , equorum , ceterarum animantium , ita
 τὰ Φυτῶν δέρματα, sunt libri *Jalignei*, vtar enim Co-
 lumellae voce , qui inter stipitem et corticem sunt
 interiecti , ex quibus Lithuani hodie suos calceos
 conficiunt , tum Rusii multique alii sub hoc septem-
 trione populi.

Strabo (8) multum praedicat Scytharum vete-
 rum iustitiam, continentiam et frugalitatem, paullo
 tamen ante se, corruptelam morum et luxum a Grae-
 cis et Romanis ad Nomadas maxime peruasisse con-
 cedit. Sacerdotem Getam sine Decaeneum sine Ce-
 neum, ita diuersis modis scribitur, suis fere tempo-
 ribus vites omnes iis in terris, quas Getae tenebant,
 tenebant autem tum maxime magnam Scythiae par-
 tem, sustulisse, corruptelam et pestem populi. De
 sobrietate et iustitia adfert testem Homerum, qui
 Abios iustissimos homines cecinerat. Nihil hoc ad
 Scythas, vt supra demonstraui. At Aeschyli versum
 quoque produxit Strabo:

Ἀλλ' ἰσπικῆς βοτῆρες εὐνομοὶ Σκύθαι.

In

(6) p. 321. Iulius Pollux L. VII. c. 22. (7) p. 128. ed. Henrici Petri (8)
 p. 341.

In eo ut concedam Straboni, ἐνώμας dicere poëtam, quod iustitiae fluderent, quamquam tantum laudis in hac voce non est, tamen quantillam erat, quod Aëschylus de Scythiis compertum habebat? Denique Strabo Herodoti nititur testimonio. Credo cum quae de Argippaeis sacris et calvis legerat, in animo habuisse: at hos Herodotus a Scythico populo discernit: vestem ait esse Scythicam, linguam diuersam. Nullum diuersarum stirpium certius argumentum est, quam in sermone. E contrario cognoscite in Herodoto, quanta Scytharum crudelitas et auaritia Asiam concusserit. De ebrietate etiam testis est in Erato (9) Cleomenes Anaxandridae filius rex Spartanus, qui Pisistratidarum tyrannidem Athenis fregit. Ab Argiuis ut infanus traductus est, at Spartiatae negarunt eum furiis fuisse agitatum, sed morbum a Scytharum conuersatione ei obtigisse. Nam cum Scythae Nomades, post Darium fugatum, legatos de foedere misissent ad Lacedaemonios, Cleomenes ex illorum conuictu τὴν ἀκρατοποσίην didicit. Hunc locum Herodoti egregie illustrat Eustathius in Parecbolis Homericis. (10) Nam cum ostendisset, priscos Graecos, sobrios homines et parcos vinum aqua dilutum bibisse, ita fatatur: ὕπερον ὕπως ὁ ἀκρατος ἐφιλήθη, ὡς ἔ ἀγῶνα τελῶσθαι ἀκρατοποσίας ἔπαυθλον δὲ τῷ πλῆθον πινοῦσι, δηλοῦσιν αἰετοσειῶ τῶν παλαιῶν, ἐκ δὲ τῆς τοιάτης Σκυθικῆς κακῆς δηλοῦσιν ἐκ τῆς μανῆρος ἐκ μέθης) τὸ ἀκρατέστερον πιναν, ἐπισκυθίζαν φασὶν οἱ Λάκωνες.

(9) l. VI. 84. (10) p. 392. ed. Rom.

κωνες. Deinde ita merum voluptati Graecis fuit, ut etiam meri potandi certamina proponerentur, qui quam plurimum bibisset, ut veteres historiae testantur: ex hoc Scythico malo, (ex infania puta, quae ebriis obuenit) meracissimum bibere Lacones dixerunt ἐπισκλιζεν. Ne dicam Aristotelem, (1) Plato etiam in primo de legibus: (2) Σκῦθαί τε ἔθρᾶκες ἀκράτῳ παντάσῳ χρωμένοι, γυναῖκές τε ἔθ αυτοί, ἔ κατὰ τῶν ἱματιῶν καταχευόμενοι, καλὸν ἔ εὐδαίμον ἐπιτηδεύμα ἐπιτηδεύειν νομομασί, Scythae et Thraeces meracissimo utuntur, tum matres tum viri, atque cum ipsa vestimenta mero perfundunt, tum denique bonum et fortunatum vitae genus tenere sibi videntur. Parmeno, quem mores Scytharum nosse decuit, fuit enim Byzantius, ita in Iambis cecinit: (3)

Ἀνὴρ γὰρ ἔλκων εἶνον, ὡς ὕδωρ ἴππος,

Σκυθισί Φανᾶ, εἰδὲ κόππα γινώσκων.

Κᾶττα δ' ἀναυδῖς. ἐν πίθῳ κλυμθήσας

Κάστυπνος, ὡς μήκωνα φάρμακον πινων.

Is enim qui haurit vinum, ut equus aquam,

Scythice loquitur, et ne coppa quidem nouit:

Mutus enim iacet, et in dolio madidus se volutat

Somno alto oppressus, veluti qui e papauere medicinam biberit.

De nullo alio Parmeno loquitur, quam de Scythia: nam in illis Iambis alia quoque de Scythis cecinerat, ut apparet e Stephano Byzantio in voce Βοδῶαι. Quod autem ait, εἰδὲ κόππα γινώσκων, eam litteram dicit,

(1) In problematis c. l. l. 7. (2) p. 515. (3) apud Athenaeum p. 221.

dicit, quam Graeci prisca e Phoenicum lingua retinebant, posteri abrogarunt: eam vero, ut arbitror, frequentem in sermone Scythico, debili per ebrietatem lingua pronuciari non potuisse Parmeno ridet. Hinc in diuergio quoque apud Iulium Pollucem *Σκυθακή τρώσις* ut *Θρακία τρώσις*. Et *Σκυθαὶν ἕησις* ab eadem vini proteruitate diuergio ferri videtur, quamquam Diogenes Laertius ab Anacharsidis libertate in dicendo repetit. (4) Eodem pertinet quod Persae, teste Herodoto, (5) *πάντας τῶς Σκύθας καλέωσι Σάκας*. Sacae proprie iuxta Caspium coluerunt, a Cyro in prouinciam redacti, *Σκύθων Ἀμύργων*, ut Herodotus eos vocat. (6) At uniuersos Scythas profecto nulla alia ab re Persae dixisse videntur Sacas quam a vinolentia. Est enim *ساکي Sakai*

Persice belluo et potor. Labet hoc loco fabulam de Saxonum origine atrectare. Sacarum prouinciam intra Caucasum multi prodiderunt, quare etiam R. Abraham Peritfol (7) *ملکیوت ساکا* *regna Saka* in quinto Climate ad orientalem Caucasum posuit. Hinc de Saxonum origine lepida nata fabula. Auctor Chronici Holfatici a Leibnitio in Accessionibus historicis editi, scenam instruxit (8) et modos fecit. Alexander M. in Armenia, ubi arca Noae fuit, reperit gentem fortem et audacem, quae *gens petrita ac petra dura propter animositatem vocata*: eam gentem sibi adiunxit Alexander et cum res maximas in exercitu

(4) p. 26. (5) l. VII. 64. (6) l. III. 93. IV. 9. in Orachot Olam p. 29. edit. Oxon. 182) p. 12.

citu Macedonum *patrassent*. *Mutavit eis nomen, petra in saxum, propter duritiam Saxones vocavit*. Defuncto Alexandro non ausi sunt Saxones, qui vicinos populos afflixerant, suis se regionibus tueri, ergo trecentas naues conscenderunt et se mari occidentali commiserunt. Perierunt omnes praeter triginta naues, ex quibus viginti ad *Pruciam* appulerunt eamque regionem occupauere: aliae in Danubium, aliae in Albim delatae. Haec fabula similis illis est, quas exegimus in dissertatione de Muro Caucaseo. Sacas auctor legerat istis fere in locis ad Caucasum collocari. Sed isthuc ille, homo videlicet eleganti ingenio, ex Latino sermone a *saxis* dictum credidit. *Saxum* etiam *petra* est: inde eruditio hominis Holfatici emicuit, qui a *petra* primum, inde a *saxo*, quasi honorificentiori vocabulo, Sacas et Saxones appellatos sensit. Fuit controuersia inter Godofredum Guilielmum Leibnitium et Gerardum Meierum magis mota quam agitata, (9) de veriuerbo Saxonum. Meierus *Satos* a Tacito, deinde *Saffos* dictos putat, a *sassen*, *satz*, *sitten*, tamquam *incolas*, qui *aliquo in loco confederunt*. Perplacuit Leibnitio, ut sane est elegantissima coniectura: magis tamen moueri visus est Vitechindi Corbeiensis auctoritate, qui (10) a *Sabs cultello* seu *pugione* dictos credidit, ad quem locum Henricus Meibomius alios citat eadem in sententia. Multus in primis est Gobelinus

Tom. III. Ddd Per-

(9) Vide Leibnitii Coll. Graeca Etymologica parte II. p. 257. 272. 274. 284. Leibnitius notis ad excerpta ex Vitechindo p. 71. (10) p. 630. ed. Meibomii. v. Olavae Verelium in Hervorasaga p. 121

Personam (1) in huius vocis etymo. Vtra sententia magis probetur, mea non refert, quamquam quasi priuatim fauce Meiero, modo de saxis nihil alicui in mentem veniat. Vitechindus tamen, quamquam ceteris cautior, Gobelinus, ceterique fabulam de Alexandro M. et Saxonibus ad Caucasum, sine dubio e saxis Caucasais et a Sacis ad eum montem, ortam vehementer probant. Qua autem via Saxones a Caucaso in Holfatiam et Prussiam? Dixi alio loco, opinionem eam fuisse veterem: e Ponto in Maeotidem, inde in Caspium mare et septemtrionale navigari. Neque alienum erit ab hoc loco, iterum monere, qui error de situ harum regionum, quae monstra opinionum exclusit. Legebantur vulgo Argonauticorum scriptores, quorum aliqui nunc existant: eorum autem fabulas transferebantur quoque in geographorum quorundam libellos, in quibus Dionysius Periegetes fuit. Primum Pontum Euxinum altiorem, quam est, ponebant ad boream et supra eam Maeoticam paludem, rursus magis ad barapelioten Caspium mare, ita ut Maeotis in Caspium mare, hoc in mare Balticum et septemtrionale se effunderet et ut Scandinavia insula effet. Sic Caucasus non longe aberat a mari septemtrionali: et Tanais a borapeliote supra Caspium mare descendere videbatur. Ex eo situ multa sunt conficta. Primum Macedonas cum in Sogdiana bellum gererent, hand longe abfuisse a Tanai et Caucaso: deinde a Ponto Eu-

(1) p. 158.

Euxino in mare Balticum nauigari posse. Scriptores Septemtrionales, qui sciebant Scandinauiam continentem esse, tamen sub ea regione maris Baltici et Caspii coniunctionem statuebant, ita vt Caucasus non longe abesset a Scandinauia. Hoc alias demonstrabo. Ceterum hunc situm fabulosum ante oculos ferre debent, qui intelligere velint Adamum Bremensem, Eggehardum Vragiensem et Snorronem Sturlsonium. Apponamus eorum loca. Primum Adami Bremensis: (2) *deinde latissima Polanorum terra diffunditur, cuius terminum dicunt in Ruzzia regnum conueni*: haec (Russia) *est vltima et maxima Winulorum prouincia, quae et finem illius facit sinus (Balthici.)* Tum ad septemtrionem Balthici maris recenset Nordmannos (Noruagos) et Sconiam et supra eam, Gothiam, postea, inquit, longis terrarum spatiis regnant Sueones usque ad terram foeminarum (Amazonum ad Caucasum) supra illas Wilzi, Mirri, Lami, Scuti (Scythae) et Turci (Turcos dicit Constantini Porphyrogenetae) habitare feruntur usque ad Ruzziam, in qua denuo finem habet ille sinus Balthicus. Sexaginta annis post Eggehardus (3) ad A. C. 994. de Goltrino scribit: *ad terram arcturam, id est, septemtrionalem plagam venit, quae hoc nomen sortitur ab arcturis, id est, vrsis duabus maiore et minore, quas serpens circumflexus in se continet, et astrologi asserunt: hac mundi parte Scitae (Scythae ad Caucasum) incertis sedibus vagantur: genus hominum*

Ddd 2 se-

(2) in Historia Ecclesiastica p. 58. ed. Fabr. (2) p. 356. ed. Eccardi vide p. 195.

ferum, moribus belluinum, qui sua habitacula de pellibus aut pilis animalium secum vehunt, crudis ferarum carnibus et equino lacte pascuntur: huc ille Goltrin ad suos veniens, in regnum hereditario honore sublimatur. Centum annis post Eggehardum Snorro Sturlionius in chronico Noruagico (4) quod Septemtrionis sui Varro Ioannes Peringskioldus edidit: *Terrarum orbis sinuosus passim est et quam plurimis dividitur lacubus, quin etiam ex oceano ipsum ambiente ingentia maria in terrae gremium sese immittunt: constat insuper vastum mare ab Noruasund, hoc est, Fretto Gaditano, ad Palaestinam usque se extendere: hinc aquilonem versus, porrectae longitudinis sinus, quem Mare Nigrum seu Pontum Euxinum vocant, excurrit: heic loci tres orbis partes ad invicem separantur: parte Maris Nigri quae boream spectat, situm est magnum illud et frigoribus obnoxium Suoniae regnum, quod nonnulli vastae illi Serklandiae, nonnulli Aethiopiae acquirant: magnae huius Suoniae plaga septemtrionalis, propter intensissimum frigus et inclementiam caeli, inculta iacet: plurimas habet Suonia bordas seu districtus: diuersis distinguitur linguis et varia populorum multitudine abundat, inter quos, gigantes, pygmaei, pugiles subfusci coloris variaeque gentes prodigiosae inveniuntur, praeterquam quod immanes bestias et stupendae magnitudinis serpentes hic offendes. (Scilicet quicquid alit fabulosus Caucasus). Ex montium maxime septemtrionalium iugis oritur Tanais olim dilu-*

elus

(4) P. I.

Flus Tanaquisl vel Wanaquisl, hoc est, fluvius Tanais seu Vanorum amnis, qui per magnam Suioniam deuectus in Mare Nigrum se exonerat: regiohuius fluvii brachiis interclusa Vanalandia seu Vanabeimum, quondam appellari sivevit: ternas mundi partes Tanais sic disternat, ut ab oriente habeat Asiam, ab occidente Europam relinquat. Inde iam Eggehardus: () Hi a Sibia (Scythia) inferiori egressi Normanni lingua barbara, quasi homines septentrionales dicti sunt. Anastasius Sinaita: Σκυθίαν δ' αὐθασί καλεῖν οἱ παλαιὸι τὸ κλίμα ἄπαν βόρειον, ἐνθά εἰσιν οἱ Γότθοι ἔ Δάνεις Scythiam soliti vocare veteres clima totum boreale, unde sunt Gothi et Dani. Et in hunc modum alii prope infiniti. Vide monstruosus situs Caucasi et Ponti Euxini, Marisque Caspii quales errores pepererit, confusa praesertim veterum gentium memoria cum novis incolis: πολύμορφόν τι θεῖμα ἔ ἄλλοτε ἄλλοῖόν τι φανταζόμενον.*

Quam insolenter et crudeliter se gesserint Scythae, Clearchus Solensis Aristotelis auditer testatur. (5) Non gravabor locum integrum apponere.

Μόνον δὲ νόμοις κοινῶς
πεῶτον ἔθνος ἐχρήσατο
τὸ Σκυθῶν. εἴτα πάλιν
ἐγένοντο πάντων ἀθλιώ-
τατοι βροτῶν διὰ τὴν ὑ-
βριν. ἐπέσφησαν μὲν γὰρ,
ὥς

*Primum tantummodo
legibus communibus usum
est omne nomen Scythicum.
Postea Scythae per morum
insolentiam et proteruita-
tem omnium hominum mi-
ser-*

(*) p. 195. (5) apud Athenaeum p. 524.

ὡς εὐδαιμόνεις ἔτεροι τῶν πάντων, εὐθείας ἢ πλείους ἢ τῆς λοιπῆς οὐτέως χορηγίας καταχύσεως. τῷτο ὁῦλον ἐκ ἐτι ἢ νῦν ὑπολειπίσσης περὶ τὸς ἠγεμόνας αὐτῶν ἐσθῆτος τε ἢ διαίτης. τρυφήσαντες δὲ ἢ τρυῶτον πάντων τῶν ἀνθρώπων ἐπι τὸ τρυφᾶν ὀρεμήσαντες, ἔς τῷτο προὔλθον ὑβρεως, ὡσεὶ πάντων τῶν ἀνθρώπων εἰς ἕς ἀφικνιτο, ἠκρωτηριαζον τὰς ῥίνας, ἀφ' ὧνοι ἀπόγονοι μεταστάντες, ἐτι ἢ νῦν τῷ πάθους ἔχουσι τὴν ἐπωνυμίαν. Αἱ δὲ γυναῖκες αὐτῶν τὰς Θρακῶν τῶν πρὸς ἐσπέραν ἢ ἄρκτον τῶν περιουκίων γυναῖκας ἐποικίλλον τὰ σώματα περόναις γεαφῆν ἐνάσασα. ὅθεν πολλοῖς ἔτεσιν ὕσερον αἱ ὑβριθεῖσασα τῶν Θρακῶν γυναῖκες ἰδίως ἐξήλέψαντο τὴν συμφορῆαν προαναγεραψάμενοι τὰ λοιπὰ τῷ χρωτὸς, ἵνα ὁ

τῆς

ferrimi euaserunt. Nam voluptati indujerunt ita, et non alii aliqui populi, cum ab effluentia et opibus ceterisque rebus ad vitia corrumpentur. Id uero manifestum fit ex cultu et vitelu, qualis hoc nostro quoque tempore inter eorum principes obtinet. Cum autem maxime voluptatibus se immergerent et primi omnium hominum se dedissent voluptatibus, tandem in contumeliis infligendis adeo injolentes sunt facti, et, ad quos peruasissent in armis, eorum nares pracciderent. Mutilatorum in hunc modum posterii patria pulsi, ad hoc tempus ab ista maiorum contumelia cognomen gerunt. Uxores autem Scytharum aeque procaeces, coegerunt mulieres et Tbreiffas ad occidentem et ceteras ad boream, et corpora inciderent fibulis et quasi pingerent. Quare mul-

τῆς ὕδρευς ἢ τῆς ἀχύνης
 αὐταῖς χαρακτηρεῖς εἰς ποι-
 κιλίαν καταειθμηθῆς κέσ-
 μος προσηγορία τῆς νεδος
 ἐξάλειψη. Πάντων δ' ἕτως
 ὑπερβάνως προσέησαν,
 ὥστε ἐδένων ἀδακρυς ἢ τῆς
 δευλίας ὑπερβία γιγνο-
 μένη, διήγγαλεν εἰς τῆς
 ἐπιγιγνομένης τὴν Σκυ-
 θῶν ἕησιν, εἰὰ τις ἦν. Διὰ
 τὸ πλήθος ἔν καταχυσῶν
 αὐτῆς συμφορῶν ἐπὶ διὰ
 το πένθος ἅμα τόντε τῶν
 βίων ὄλβον ἢ τὰς κόμας
 περισπώθησαν παντὸς
 ἕθους, οἱ ἔξω τὴν ἐφ' ὑ-
 βρη κερὰν ἀποσκυθίσαι
 προσηγόρευσαν.

*multis post annis Threis-
 sae, quae tali contumelia
 adjectae fuerant, priuato
 consilio hanc calamitatem
 obliterarunt, cum etiam
 omnem reliquam cutem pin-
 gerent, ut notae contume-
 lia et pudore plenae inter
 variegati corporis pictu-
 ras permistae et confusae,
 venustatis et decoris prae-
 textu, opprobrium obli-
 nerent. Omnibus autem
 ita superbe imperarunt, ut
 nullius populi sub Scythis
 seruitus sine lacrumis es-
 set, eaque res posteris de-
 clarauit, quid id sit, cum
 dicatur diuergio Σκυθῶν
 ἕησις. In magnitudine i-
 gitur calamitatum, qui-
 bus deuictas gentes Scythae
 afflixerunt, quoniam in
 summo luctu, simul opibus
 et crinibus vniuersos spo-
 liauerunt, peregrini talem
 contumeliosam tonsuram ἀ-
 ποσκυθίσαι appellarunt.*

Eodem videtur respicere Lyciscus Acarnan in con-
 cione ad Lacedaemonios pro Philippo rege, cum
 apud

apud Polybium dicit (10) Lattabum et Nicostratum Boeotorum mercatus, pacis tempore, spreta foederis religione violasse Σκυθῶν ἔργα ἢ Γαλατῶν ἐπιτελῆστας, *Scytharum et Gallorum* (qui non ita multis ante temporibus in Macedonia et Asia defaueverant) *facinoribus editis*. Ceterum Stephanus Byzantius: ἀποσκυθισαί, τῷ σιδήρῳ τὰς τριχὰς τεμῶν. Helychius, περιτεμῶν. At Suidas: τὸ ἐπιτεμῶν τὸ ἐπικεφάλιον δέρμα σὺν θριξί, *rescindere cutem capitis ipsi cum crinibus*. Habuit in memoria, quod Herodotus narravit, quemadmodum Scythae hostibus occisis insultarint. Sed quod Clearchus scripsit de tonsura, quod item Eustathius ad Homerum, (*) hoc vere erat ἀποσκυθισαί. Nam ut Aristoteles testatur, (11) οἱ ἐν τῷ Πόντῳ Σκύθαι ἢ Θραῖκες εὐθύτριχες *Scythae et Thraeces in Ponto longis et promissis crinibus*. Τὸν Πόντον, non regionem aliquam in Asia, sed tractum super Ponto Euxino ad Byzantium usque appellavit, quod alii quoque fecerunt. Humiditati regionum adscribit Aristoteles, quod crinibus tam prolixis Scythae sunt usi: id sicuti non relicio totum, ita studium quoque alendae crinis fuisse opinor. Lucianus in Toxari (2) de Alanis: εἰ πάντοτε κομῶσιν οἱ Ἄλανοι, ὡς περὶ οἱ Σκύθαι. Hoc Scythae, gentes, quas subegerant, crines ignominiae causa ponere iusserunt.

Philippus Amyntae Macedonum rex multa bella

(10) p. 789. (*) p. 1292 ex Athenaeo, quo solet vehementer delectari
(11) περὶ ζώων γενέσεως l. v. c. 3.

la gessit cum Thracibus et Getis. Illis etiam temporibus rex Scytharum Atheas, ut Iulius Frontinus et Iustinus, ut vero Strabo et Plutarchus, *Ατ'ας* cum Istrianis bellum habuit. Erant autem Istri acolae, Thracēs Getae Odrysaē et Triballi. Triballo, solos Frontinus (3) in Scythico bello nominat. Cum Atheas hostium multitudinī imparem se sensit, per Apollonienses in Thracia ad Pontum sitos, cum Philippo egit de auxilio ferendo, in spem mercedis proposita adoptione et successione in regno Scythico. Philippus rex, ut Istrianos a Scythiis auerteret, Byzantium obsedit. Et Triballi quidem longius reiecti erant, quam ut Byzantii obsidione terrentur, at totum nomen Thracicum, in quo etiam Triballi et Odrysaē et Getae censebantur, noui hostis aduentu trepidabat. (4) Interim, ut Frontinus narrat, Atheas rex Triballos ceterosque socios stragemate perculit. Nam tum foeminas Scythicas tum pueros in asinis et bobus hastas erectas praeferre iussit, ut speciem exercitus sui auerent, tum rumorem sparsit, auxilia ab vltioribus Scythiis aduenisse. Sic hostes elusi se receperunt. Venere deinde legati Philippi regis ad Atheam de foedere. Atheas legatos cum contemptu accepit et equum strigili petens interrogauit, an idem Philippus rex faceret, (5) credo ut frugalitatem ostentaret et duratam exercitatione virtutem. Nunciari autem iussit Mace-

Tom. III. E e e doni

(3) in Stratagematis l. II. c. 4. (4) Iustinus l. IXc. 2 (5) Plutarchus in apophthegmatis regum p. 174. Iustinus l.c.

doni , neque petiisse se auxilium quod tam cupide promiserit , cum Scythae suis armis atque viribus hostes propulsare adfueverint , neque de adoptione cogitasse filio incolumi. Philippum bellicosae genti imperare Macedonibus : se, si nesciat, populum regere , qui etiam contra famem et sitim pugnet, Scythas. At Philippus alios legatos misit , qui cum Athea de auxiliis Macedonicis et foedere exoptularent et ad bellum sociale summa vi gerendum pecunias poscerent. Atheas his ostendit, Scythis nullas opes esse, quibus Macedonum cupiditatem expleant : sua se virtute et corporum durato robore , nullis divitiis gloriari. Hoc responso accepto Philippus obsidionem Byzantii soluit et aduersum Scythas duxit, missis astute legatis , qui ad Atheam mandata perferrent , Macedonem occupandi Byzantii causa statutam vouisse Herculi , eam se ipsis in ostiis Istri dedicatum venire , cetera pacatum fore iter et sine molestia Scytharum. Atheas qui dolum sensit, postulauit , ut ad se statua mitteretur , se et dedicatum et prouisurum ne violetur : exercitum in fines suos intrare non passurum : sin inuito se statuam ponat , se sublata ea aes versurum in sagittarum cuspides. Sic concitatis inuicem animis , Macedones ad Istrum profecti, praelium commiserunt. Scythae in acie et numero et virtute superiores , (confiteentes habemus Graecos , gloriosos homines) astu Philippi in fugam coniciuntur. Vicies mille pueri foeminaeque capti , pecoris vis magna , auri argenti-
que nihil. Viginti equarum ad propagationem generis

neris in Macedoniam missa. Triballi vero Philippum a victoria redeuntem ex insidiis adorti, praedam auerterunt. Quamquam res Philippi obscurae sunt, tamen hoc Scythicum bellum ante Olympiadem VI. r. et Alexandrum natum aliquot annis gestum videtur. Ex eo tempore inter Graecos serui Scythae esse coeperunt, bello Macedonico, ut puto, capti. Etiam antea Aristophanes in scena produxit *Σκύθαιναν* seruam, teste Suida, tamen frequentiores post bellum Scythicum Philippi fuisse in Graecia seruos et seruas e Scythis verosimile est. Contra ea Atheas Graecos quoque in seruitute tenuit, in quibus fuit *Ισμηγίας ἄριστος ἀυλητῆς*, quem cum alii inter pocula canentem admirarentur, Atheas iurauit, hinnitum equi sibi maiori voluptati esse, quam illum tibicinis stridorem, (6) ne qua in re Macedonibus laudem videretur tribuisse.

Sub Philippi regis aetatem Ephorus Cumanus triginta libris Graecas historias inde ab Heraclidis vsque ad obsidionem Perinthis et Olympiadis CIX. annum 4. consignatas reliquit. His ille imitatus Herodotum de omnium regionum situ, ut tum erat notum Graecis, passim intexuit, quod quidem nobis constat e fragmentis Scymni Chii Holstenianis :

Ἐπιπτα ἐπ' αὐτῆς σόματος τῆς Μαιώτιδος
 Λιμνης τό Παντικάπαιόν ἐσιν ἔχατον
 Τῆ Βοσπόρου βασιλῆον ἐπωνομασμένον.
 Ἀνωθεν δὲ τῶτων ἡ Σκυθική βάρβαρος

E e e 2

Περὸς

(6) Plutarchus in Apophthegmatis p. 174. de Fortuna Alexandri p. 334
 Secundum Epicurum suauiter non posse v.iii p. 1095.

Πρὸς τὴν ἀρίκητον συνορίζουσ' ἐστὶ γῆν
 Καὶ πᾶσι τοῖς Ἑλλησιν ἀγνοομένην.
 Πρώτως δὲ παρὰ τὸν Ἴστρον ἄνω Καρπιδας
 Εἰσηκεν ΕΦορος, ἢ τ' Ἀρωτῆρας, πρὸς τω
 Νευρεῖτας, ἄχει γῆς ἐρήμω διὰ πάγων.
 Πρὸς ἀνατολὰς δ' ἐκδάντι τὴν Βορυσθένην.
 Τὴν τὴν λεγομένην Ὑβλαν ἐκδάντας Σκύθας
 Εἶναυ δὲ Γεωργὸς ἐχομένους τῶντων ἄνω.

Dicam in compendio, qui populi Scythici, quibus regionibus coluerint Ephori iudicio, testimonio Scymni Chii: nolo enim longum carmen hic accinere. Ad ipsum Maeotidos ostium, quo in Pontum se exonerat lacus, Panticapaeum posuit Ephorus. Graeca illa vrbs, a Milesiis condita in Taurica cherrhoneso. Cum addit Scymnus, Bospori regiam, de sua aetate admisit Ephoro, vt dicam alius. Vitra iam Scythia vsque ad desertas et incognitas terras: puta Scythas Regios et solitudinem Herodoti dici. Ad Istrum primi Καρπιδας. Credo Ephorum dixisse, Καλλιπιδας Herodoti et scripsisse Scymnum carminis caussa Καλπιδας. Siti igitur isthic fuere, vbi Herodoti Tiritae. Tum Aratores et supra eos Neuritae ad frigidam terrae plagam seu septentrionem. Ad orientem Borysthenis si excensionem facias, Scythae, qui Hyblam incolunt primi, tum Scythae Γεωργοι seu Agricolae, inde iam vasta solitudo ἢ ἔθνος ἀνδροφάγων Σκυθῶν, prorsus vt Herodoti aetate, praeterquam quod hic Androphagos Scythico nomine eximit. Tum ponit Ephorus:

Τὸν

Τὸν Παντικᾶπην διαβάντι Λιμναίων ἔθνος ,
 Ἐτετρα τε πλείονα ἔδιωγομασμένα,
 Νομαδικὰ δὲ ἐπικαλόμενα.

*Si Panticapen fluvium traicias, gentem Limnaeam
 (paludis accolam)*

*Aliasque complures nomine haud notas suo,
 Nomadicas cognomine.*

Panticapen dixit Herodoti fluvium, qui in Borysthenem sese exonerat, quo transmissio, Nomades Scythae: nec imperite Λιμναίως siue Ephorus vocavit, siue Scymnus, quia supra Maeotin praetenduntur. Addit deinde, admodum bonos esse, nec iniuriam inferre vel homini vel alii animanti, in plaustris oberrare, lacte victitare, opes omnium rerum habere communes, inde Anacharsin venisse, inde in Asiam transisse, ut fama ferat, Sacas. Celebrari item Sauromatas, Gelonos, Agathyrfos. Ad Maeotin Maeoticas gentes esse et inde Tanaim, qui vsque ab Araxe fluat: puta eum dicere Herodoti illum Araxem seu Volgam. Scymnus hoc admisit, nam

Ὡς δ' Ἐφορος ἰσόρηκεν, ἐκ λίμνης τινὸς,

Ἡς τὸ πέρας ἐστὶν ἄφραστον,

ut Ephorus tradidit, Tanais e palude longinqua et ignota descendit, quod ipsum est ex Herodoto. Hic iam in Asia duo stadiorum millia tenuere Sarmatae ad Tanaim, Maeoticae gentes dicti Ephoro, olim Amazonibus permisti: diuersas a Sarmatis Maeoticas nomine Ιαζαμάτας edidit Demetrius Calatianus. Hic Ephorus primus fuit, qui orbem terrarum scriberet in quatuor populos diuisos: Indis oppositos ad septem-

trio-

trionem esse Scythas, Aethiopibus Celtas. Fragmentum Ephori in signe Cosmas Aegyptius Indico-pleustes in Topographia christiana nobis conseruavit, ex quo hoc cognoscimus. (*) Easdem rationes Scymnus Chius in περιηγήσει sectatus est, quam Isaacus Casaubonus primus ex tenebris eruit vt incerti

(*) Ex p. 148. & Montfacon. hoc in signe fragmentum apponam : Τὸν μὲν ἀπὸ ἡλιώτην ἢ τὸν ἐγγὺς ἀνατολῶν τόπον Ἰνδοὶ κατοικῶσι, τὸν πρὸς νότον ἢ μεσημβρίαν Αἰθίο- πες νέμονται, τὸν δ' ἀπὸ ζεφύρου ἢ δυσμῶν Κελτοὶ κατέχουσι. τὸν δὲ κατὰ βορρᾶν ἢ τὰς ἀρκτικὰς Σκυθῶν κατοικῶσιν. Ἔσιν μὲν ἓν ἕκ ἴσον ἕκασον τέτων τῶν μερῶν, ἀλλὰ τὸ μὲν τῶν Σκυθῶν ἢ τῶν Αἰθιόπων μᾶζον, τὸ δὲ τῶν Ἰνδῶν ἢ Κελτῶν ἔλαττον, ἢ παραπλησιον ἑκατέρων, ἀλλήλους ἔχει τῷ τόπῳ τὸ μέγεθος. οἱ μὲν γὰρ ἔσι μεταξὺ θερινῶν ἢ χιμερινῶν ἀνατολῶν. Κελτοὶ δὲ πλὴν ἀπὸ θερινῶν μέχρι χιμερινῶν δυσμῶν χώραν κατέχουσι. ἢ τῷτο μὲν ἴσον ἐσὶν ἐκάνῳ τῷ ἀσσημάτι ἢ μάλιστ' ἄπως ἀντικείμενον. ἢ δὲ τῶν Σκυθῶν κατοικησις τῷ μὲν ἡλίῳ τῆς περιφερείας τὸν διαλέποντα κατέχει τόπον, ἀντικηται δὲ πρὸς τὸ τῶν Αἰθιόπων ἔθνος, ὃ δὲ καὶ παρατήνην ἀπ' ἀνατολῶν χιμερινῶν μέχρι δυσμῶν τῶν βραχυτάτων. Nam Indi ad Ape-lioten sub oriente degunt : Aethiopes sub polo et meridie, sub occidente Celtae, sub septentrione Scythae. Non aequales inter se haec partes sunt. Scythae et Aethiopes maiorem tractum incolunt: Indi et Celtae minorem: tractus autem illi inuicem in magnitudine succedunt. Indi enim intra aestiūm et hibernum occidentem : Celtae intra aestiūm et hibernum occidentem : hique tractus pari sunt magnitudine et maxime sibi e contrario siti: at Scythae regiones tenent eas, a quibus totis iter maxime remotum & Aethiopes e regione eorum siti ab occidente hiberno, usque ad breuissimum occidentem tendunt.

ti auctoris, Hoefschelius protulit vt Marciani, Doduellus et Hudsonus suo nomini restituere. Ex hac ἑποθέσει, quae quasi iuuandae memoriae causa ab Ephoro aut ab alio quodam ante eum reperta est, omnium gentium ad occidentem Europae et in Asia septemtrionali confusio in vnum Scythicum nomen orta est. Neque vno seculo, sed omni aeuo exstiteret, qui nouas gentes in Scytharum censum referrent :

quippe his crescunt patrimonia fabris.

Sed crescunt quocumque modo, maioraque fiunt

Incude assidua, semperque ardente camino.

Alexander Philippi filius cum Illyriis, Pannonibus et Thracibus Triballisque initio regni bellum gessit, nulla memorabili cum Scythis pugna. Appiani Illyricorum vetus interpres: (7) *Paeones natio ingens circum Istrum per longum incolens, ab Iapodum populis supra Dardanos protenditur. Hi Paeones a Graecis, a Romanis Pannonii appellantur et ab illis, vt praemisimus, inter Illyrios annumerati sunt, de quibus nunc mihi Illyriorum res recensenti videtur differendum: gloriosi hi admodum ob Macedonum Agrianos, qui potissimum Philippo et Alexandro in bellis, praestiterunt, quoniam et hi Paeones fuere ex his, qui inferiora incolunt, ab Illyriis coloni editi. Graeca Illyrica, quae, quod miror Alexandrum Tollium multosque alios fugisse, a Dauide Hoefschelio ex MSS Augustanae reipublicae sunt edita, (8) quaeque possideo ipse, sic ha-*

[] p. 1202. ed. Tollii (8) A.C. 1599. in 4to p. 2.

habent: (9) οἱ δὲ Παίονες εἰπὶν ἔθνος μέγα παρὰ τὸν Ἴστρον ἐπιμηκῆς ἐξ Ἰαπύδων ἐπὶ Δαρδάνης, Παίονες μὲν ὑπὸ τῶν Ἑλλήνων λεγόμενοι ἢ Ῥωμαῖσι Παννόνιοι. συναριθμύμενοι δὲ ὑπὸ Ῥωμαίων τῇ Ἰλλυριδί, ὡς προεῖπον, οἷός ἢ περὶ τῶνδε μοι δοκῆν ἔνι κατὰ τὰ Ἰλλυρικά εἶπῆν. ἐνδοξοὶ δ' εἴσι κατὰ Μακεδόνων δι' Ἀγριάνας οἱ τὰ μέγιστα Φιλίππῳ ἢ Ἀλεξάνδρῳ κατεργασάμενοι, Παίονες εἴσι τῶν κάτω Παίωνων Ἰλλυριστῶν ἀποικοί. Ita multa alia sunt in Illyricis Graecis, quae ab hac interpretatione veteri longe discrepant. Sed hoc nunc non agimus. Ut tum res erant, commemorante Arriano, (10) Ister ad quem Alexander venit, populos fortissimos discernibat. Iphis in fontibus τὰ πολλὰ Κελτικὰ *plerique Celtae* et extremi eorum Quadi atque Marcomanni, tum Gaetae ac Σαυροματῶν *μοῖζα super Getis et super Sauromatis Ἰάζυγες*, denique Scythae, ubi Ister quinque ostiis in Pontum exoneratur. Cum eas res ad Istrum gereret Alexander aestate, eodem autumno reuocatus est in Macedoniam, quod Clitus Bardylis filius et Glaucia Taulantiorum rex defectionem agitent. Inde ille in Graecos et Persas. Per Zopyriona ducem, quae putrata fuit, quam occasionem fabulis dederint, in Muro Caucaseo declaravi. In ceteris, quae de Scythis traduntur in rebus Alexandri nihil magni pretii et sine commento est, praeter quam cum dicuntur ab Istro coluisse vsque ad Tanaim.

(10) p. 2. ed. Blacc.


ELEMENTA LITTERATURAE
BRAHMANICAE TANGVTANAE
MVNGALICAE.

T. S. Bayer
Regiomontanus.


Postquam Daniel Mefferfchmidius Gedanensis, Medicinæ Doctor, A. C. 1706 xxvi r. ex Siberia rediit Petropolin, vt a Petro Magno eas in regiones missus fuerat, ad naturæ artisque secreta peruestiganda, ita singulari diligentia conquisita et obseruata multa Academiae Imperatoriae tradidit. In his fuit libellus oblongus, quales sunt plerique Tangutani, Mungalici, Calmucici libri, foliis octo solutis, charta, vt mihi videtur, Coreana, quæ bombycinæ haud dissimilis est et densitate et si paullum teras, etiam scabritie. Vtraque cuiusuis folii pagina, inscripta est ita, vt quo loco prioris paginae extrema est linea, isthic, si vertas, posterioris sit caput. Sic, inquam, vertere te oportet singula folia, vt numeros plerosque antiquos. Atque hic mos apud Brahmanes, Tangutanos, Mungalos, Malabares omnesque populos, qui in foliis arborum scribunt, obtinet. Ortus ex eo, quod veteres singula folia palmarum, quemadmodum nunc quoque fieri solet, per duo forami-

Tab. XV.
X XV.

ramina filo transiiciunt , vt vno in volumine contineantur, vbi commoditas suafit , vt sic folia euoluerent, sic inscriberent. Id ipsum vero deinde obseruatum est in chartis. Singulis in paginis duo sunt ordines, ita vt vnusquisque prima in linea Brahmanicas litteras exhibeat, in altera Tangutanas, in tertia Mungalicas : quod nos commoditatis caussa mutauimus, vt singulis in paginis nostris essent tres ordines. Liber non scriptus est , sed typis excusus. Nam etiam Tangutani et Mungali artem typographicam a Sinis acceperunt. Exstant , vt audio , apud Celsissimum Principem Alexium Michaelis filium Czerkaskium, bonarum artium Maecenatem, eiusmodi lignae formae, quibus hi populi vsi fuerunt. Attamen is liber , quem a Messerschmidio accepimus , non alibi , quam in Sinis excusus fuit. Testimonio est , quod priori in pagina cuiusque folii ad sinistram in margine primum numerus Brahmanicus, tum Tangutanus, tertio Mungalicus, quarto Sinicus inscriptus est. Sinicus cum voce *xam* in

hunc modum  *xam vl*, *xam san*, *xam lo* et de-

inceps. In posteriori vero pagina nulli numeri exstant , tantummodo inscriptus est Sinicus character

 *bia*. Atque vt in libris Sinicis *xam* signifi-

cat *priorem folii paginam* , cui numerus adiungitur , ita *bia* , *posteriorem sine numero*. Is autem vsus

Brahma-

Brahmanicorum elementorum in Sinis est, quem superstitio a Brahmanibus, Tangutans, Mungalis in regnum aduecta ad interpretandos sacrorum suorum libros requirit. Nani Brahmana superstitio ita in Tangutana et Tibetana continetur, ut huic etiam aliquid a christiana Nestorianorum religione admittum sit. Quare non est mirandum, Brahmanum litteraturam et libros apud hos etiam populos in honore esse, et ad Lamarum Bonziorumque sacerdotum cognitionem pertinere. Et Brahmanicae quidem litterae, ut prima in linea ponuntur, ita norma sunt et regula horum elementorum. Nam neque apud Tangutanos, neque apud Mungalos, omnes illae litterae, quae hic spectantur, usurpari vulgo solent. Immo quaedam tantummodo in Brahmanicis Indicisque vocibus scribendis adhibentur, non in Tangutans et Mungalicis. Neque hic ordo alphabeti Mungalici est, sed alius plane, ut suo loco et tempore demonstrabo: an Tangutani idem vulgo ordo sit, qui Brahmanici est, dicere non possum. Quare totum hoc comparatum maxime est ad Brahmanicae litteraturae illustrationem. Voluptati mihi in primis fuit, litteras tam reconditas contemplari, et credidi, posse iis explicatis aliquem etiam maiorem fructum deinceps sperari. Sed, hic *Rhodus hic salta*, saepe mecum cogitavi ipse. Messerschmidius negabat mihi, harum litterarum rationem satis se recordari posse et occupationes suas obiciebat, iustam sane excusandi causam: at magistrum quem alium aut unde nanciscerer? Venit

mihī in mentem, quod anus Alexandrina monebat Syracusias Theocriti, ἐς Τροίην περιώμενοι ἤλθον Ἀχαιὶ, πάρα θῆν πάντα τελέετο. Feci periculum, quod, quemadmodum processerit, dicam postea : nam de litteris ipsis nonnulla praefanda duco.

Brahmanes in veteri Indica lingua *Kirendum* (1) has litteras adhibent et sedulo occultant, ne extra collegia sua efferantur. Primus, quod sciam, Henricus Rhodius Iesuita, cuius iter Indicum Athanasius Kircherus descripsit, (2) aliquantum litterarum accepit a Brahmane sibi deuoto et cum Kirchero communicauit, qui eas ex Rhodii autographo in *China illustrata* edidit. Cum, inquit, *P. Henricus Roth* iis ad veram salutis semitam deducendis totus intentus, sine lingua et litteratura eorum id veluti ἀδύνατον videret, per quendam Brahmanem summa benevolentia sibi deuinctum et iam ad Christi fidem suscipiendam inclinatum totam et linguae et litteraturae philosophandique rationem litteris hisce conditam, sex annorum impenso studio consecutus est. Si quis litteras, quas Kircherus edidit, conferet cum his nostris, is sentiet, obscuros in istis plerosque esse ductus atque confusos et minimam litterarum partem Rhodio fuisse explicatam. Ex Kirchero Andreas Mullerus Greiffenhagenius Brahmanicas litteras alphabetis suis in-

(1) Sic eam frequenter vocant Danici Missionarii in epistolis adamicis. Thomas Hyde in *Ludis orientalibus* l. 1. p. 94. et in *Historia religionis veterum Persarum* p. 521. Sanctoort vocat, Athanasius Kircherus in *China illustrata* Hanferet et Andreas Mullerus Greiffenhagenius ex eo alphabetum Hanferiticum (2) Kircherus l. c. p. 90. seq. qui eum etiam Roth nuncupat.

inferuit. Has quoque litteras Eduardus Bernardus in *Orbis eruditi litteratura* proxime secundum Arabicas a Samaritanis litteris deriuare instituit. De origine harum litterarum aliarumque in India dicam alias. Ea autem harum litterarum tanquam sanctarum vsus omnium in linguis populorum, qui Indica superstitione sunt infecti. Exstant in Museo Imperatorio apud Academiam vexilla sepulcrorum seu epitaphia e Dauria aduecta a Messerschmidio, inscripta modo his Brahmanicis litteris, modo Tangutanis :

तंमनिपद्मेचुम्बि ॐ
॥ ॐ म रे प ड्ड ड्ड ड्ड ॥ &c.

Tangutana : *Ong ma ni pa dne chum chi*. Clarissimus Messerschmidius in *Isidis Sibericae Xenio MS.* ostendit, preces esse Tangutanorum vulgatissimas, *miserere nostri Deus*. Haec formula quibusdam in vexillis ligneis sepulcrorum vel decies occurrit repetita, tanquam symbolum religionis prauissimae optimum. Sunt autem praeter litteras has Brahmanicas maiores, aliae etiam minores, quas praeter Messerschmidium haud scio an quisquam alius homo in Europa cognouerit. Sola autem ductuum celeritate et compendio a maioribus differunt, vt scere sunt pleraeque Kircherianae.

Iis-

Iisdem Thomas Hyde in Ludis orientalibus nomina elephantum edidit. Et quemadmodum has litteras Brahmanes profanis in rebus non adhibent, ita Indi multa alia habent litterarum genera. Nullum autem magis in Europa notum, quam Malabaricum opera Bartholemaei Zigenbalgii clarissimi viri et ceterorum Missionariorum. Non minor spes in Varugicis, postquam eas solertissimus in piis laboribus Benjamin Schultius Madraeae tractandas suscepit, fore ut in Europa amplius cognoscantur. Mihi quidem Mungalicis minoribus similes videntur, praeterquam quod $\chi\alpha\mu\alpha\Phi\acute{\iota}\sigma\epsilon\omega\varsigma$ non sunt scriptae. (3) Eundem in modum Bengalicae litterae propiores sunt Tangutanis, nondum tamen satis cognitae. At obscurissimae sunt Ceylanenses, Iauanae, Siamicae. Siamenses litteras in primis illustrandas suscepit Geruasius Praepositus de Sotobrio S. Martini Turonensis, postquam ab Siam in Galliam rediit: (*) sed intercidiit illa eruditio opera. Indi, qui Mahumetanae superstitionis sunt, Arabicis utuntur etiam Indicis in linguis. Qui propiores sunt Sinis in Tunkino, Cochinchina, Caubango, Ciampa, Camboia, Lais et ipsi Siamenses, quos omnes vulgo in Indis recensent, cum potius sint Tibetanae et Sinicae cognationis, Sinicis quoque characteribus scribunt. Au-
cto-

(3) Vide earum specimen in XXV. continuatione des Berichts der Koeniglichen Daenischen Missionarien in Indien ad pag. 106. (*) Ludouicus Thomassinus in praefatione Glossarii Vniuersalis Ebraici p. 23.

ctorem habeo Alexandrum de Rhodis (4) qui ita factus est: *non agimus hic de characteribus, quibus Tunchinenses seu Annamitae utuntur in suis scriptionibus, qui sunt difficillimi et paene innumeri, praecipue ii quibus suos conscribunt libros, qui sunt iidem ac Cineses (Sinenses) et ad numerum octuaginta millium peruenire dicuntur: totamque vitam in iis addiscendis injumunt illae nationes, nec tamen ullus umquam ad omnium perfectam notitiam peruenire consuevit.*

De Tangutanis litteris dixi in epistola ad Ioannem Samuelem Strimesium, (5) et in alia ad Ioannem Burkardum Menkenium, (6) viros amplissimos. Nunc, quasi mihi desponsa et destinata haec prouincia sit, certiora dare possum. Monendum hoc loco duxi, Nicolaum Vitsenium in prima editione Orientalis et Septemtrionalis Tattariae, Tangutanas quasdam edidisse litteras; paucas vero et deprauatas, in altera editione easdem praetermississe. Exstant libri in Museo Imperatorio et spes est hac opera nostra ad interpretationem eorum alios excitatum iri, nisi nobis huiusce rei maior forte copia obtinget. Quod quidem eminentissimus Theophanes Archiepiscopus Nouogrodiensis, pro suo in christianam rem studio, et saepe priuatim optauit, et nuper publice, in consilio de instituenda regia iuuentute. Habent praeterea Tangutani minores litteras, quas doctis-

(4) In linguae Annamiticae seu Tunkinensis breui delineatione p. 2.

(5) In der Historie der Gelehrsamkeit parte V. p. 385. anno 1722, (6) In Supplementis Aëtorum Lipsiensium A. 1725, t. IX, sect. I, p. 20.

doctissimo Messerschmidio aliquando orbis eruditus
debebit : sunt enim illi soli notae. Specimen ea-
rum Thomas Hyde in historia religionis veterum Per-
farum (7) dedit , tamquam scripturae Tatarorum *de*
Boutan , vt ipse vocat. Vt me docuit Messerschmi-
dius , Tangutani populum suum nomine

𐰉𐰺 · 𐰽𐰾 · *Vod jid* appellant. Tanguta-

num nomen ipsis ita ignotum est vt Sinicum Sinis.
Nos isthuc a Persis et Arabibus accepimus qui تنكوت
Tankut et تنكو *Tancu* scribunt , et a Guiljelmo Ru-
bruquis , a Marco Paulo Veneto, Haithone Armeno.
In Abulgaso Bahadurchano , vbi versio Gallica (8)
Tanguth habet in MS. est تانگوتو نی بلدی *Tainkut-*
nensis regio. De prouincia *Tebeth* quae Marcus Pau-
lus Venetus habet , (9) nota sunt. Apponam tamen
verba eius ex editione altera non item inter eruditos
nota , quam ipse possideo : *transactis autem praesatis*
quinque diebus inuenietur prouincia Tebeth, quam ma-
gnus Kaam praeliando et expugnando deuastauit. Multae
enim ciuitates sunt ibi destructae et castra diruptae. pro-
tenditur autem in longum prouincia per dietas XX et
quia sic est in solitudinem redacta, oportet et per viginti
dietas viatores omnes victualia secum ferant. Insuper
quia habitatoribus caret , siluestres fere supra modum
ibi

(7) Tabula XYII. Aliud occurrit in Philippi Ioannis Strahlenbergii
Nordens' Oefflichen Theil von Europa und Asia tab. I. (8) p. 42.
(9) l. c. c. 32.

ibi multiplicatae sunt propter quod periculum magnum valde et inde transitum facere et maxime de nocte. Habent tamen mercatores et viatores ceteri. De Tanguth autem : (2) completa vero via deserti praesati peruenitur ad ciuitatem Sachion, quae est in introitu prouinciae magnae Tanguth, ubi sunt pauci christiani Nestorini. Sic et MS. Berolinense, pro quo altera editio Taguth. Vetus autem editio, vt cum MS. Berolinensi prorsus congruit, ita ab Basileensi et Mulleriana diuersa, diuersum interpretem nacta est. Nulla vel typographiae vel temporis nota meo in libro : at coniungitur cum duobus aliis eius generis eodem plane typo, quorum vnus hic exitus est. *Explicit itinerarius a terra Angliae in partes Hierosolimitanas et in vltiores transmarinas, editus primo in lingua Gallicana a Domino Iobanne de Mandeuille milite suo auctore. Anno incarnationis Domini MCCCCLV in ciuitate Leodiensi et paulo post in eadem ciuitate translatus in dictam formam latinam. Quod opus ubi inceptum simul et completum sit, ipsa elementa seu singularum seorsum caracteres literarum, quibus impresum vides Venetica, monstrant manifeste. Meus codex versionem continet ab Francisco Pepuris ex Italico procuratam. Sic enim interpres praefatur : Librum prudentis honorabilis ac fidelissimi viri domini Marci Pauli de Venetiis de conditionibus orientalium ab eo in vulgari editum et conscriptum compellor ego frater Franciscus Pepuris de Bononia fratrum Praedicatorum a ple-*

Tom. III. Ggg ris-

risque patribus et dominis meis veridica seu verifica et
 fideli translatione de vulgari ad latinum reducere, et
 qui amplius latino quam vulgari delectatur eloquio nec
 non et hii qui vel propter linguarum varietatem omni-
 modam aut propter diuersitatem idiomatum proprietatem
 linguae alterius intelligere omnino aut faciliter ne-
 queant aut delectabilius tegant seu liberius capiant. Por-
 ro per se ipsos laborem hunc quem me assumere compule-
 runt perficere plane non poterant sed altiori contempla-
 tione vacantes et insinis sublimia praeferentes sicut ter-
 rena scribere recusarunt, et quae sunt deinceps. Nam
 haec bona cum venia ὡς ἐν παρόδῳ, publicae notitiae
 causa, attingere non absurdum nobis visum. Vox si-
 ne dubio Sinica, siue *Tan eu* siue *Tien eu*, itaque in-
 certae adhuc significationis. Frequentius tamen regio
 ab Arabibus et Persis, ut ab Vlughbego et Nassireddino
 et Eledriso *Tebbeth*, *Tobit*, *Tobt*, *Tibet* voca-
 tur, notum etiam Marco Paulo Veneto et Ioanni de
 Plano Carpini nomen. Chryfococcas ΤΕ ΜΠΗΤ hoc
 est *Tepit*. Ea enim ratione orthographiae est in huius
 Persae Graeca versione, ut ΜΠΑΑΧ pro Βαλχ,
 ΜΠΟΥΧΑΡΑ pro Βσχαρα. Inuenio etiam ΤΟΥΠΑ-
 ΤΑ. Nam Symeon Magister Antiochiae cognomine
 Sethus περὶ δυνάμεων τεροφῶν (8) sic ait: τῶ μόχσ διάφο-
 ρα εἶδη εἰσὶν, ὧν ὁ κρεῖττον γινεταμὲν πόλει τιτιτῶ χοράση ἀ-
 νατολικῶν τερα λεγομένη τῶ πατα, *Mosehi diuerfae sunt*
species, quae Choraje (Chorasan prouinciae) nomine Turpa-
ta. Muugalorum scriptura item duplex est, alia haec ἰ-
 p̄sa grandiuscula, alia minor et festinantibus aptior,
 quam Mangjuri in primis adhibent. Hanc minorem ma-
 gis

(8) p. 41. ed. Gyraldi.

gis exploratam habeo, ita ut totam istius populi orthographiam explicare possim. Fructum huius operae tomo quinto Commentarior. seruabo integrum. Quemadmodum minores litteras ex Syriacis Estrangelo factas demonstraui, ita haec maiores ex minoribus sunt ortae.

Ut autem haec elementa explicarem, primo Tangutana consideraui. Contuli cum his alphabetum meum, tum Vitsenianum, tertium quod ante annos aliquot nobilissimus Vir et amplissimus Koeleferus de Kereseer Imperatori Romano a consiliis in Transilvania e MS. itinerario ad Menkenium transmisit: is deinde mecum communicauit. Postquam ex hisce bonam partem litterarum constitui, quales essent, Mungalica tractanda suscepi ex meo alphabeto Lipsiae edito, tum ex Koeleferiano, quae maiorum rationem litterarum magis, quam minorum continent, deinde cum minorum litterarum alphabeto, quod concinnaui ipse, contuli. Adieci alphabeta Calmuccica varia. Ex his igitur alias litteras constitui, alias, quae ex comparatione cum Tangutanis notae erant, confirmaui. Denique alphabetum Brahmanicum Kircheri cum hoc nostro contendendi, ut omnia ab omni parte litterarum verae pronuntiationi indagandae inseruirent. Nihil dicam de quibusdam aliis minutis ingenii subsidiis. Ultima cura fuit syllabarum rationem explicare, ubi me Mungalicum alphabetum minus in primis, tum Brahmanica Kircheri inuenerunt.

Charta utuntur sane praestantissima, densiori-

tamen quam nostra est, neque ita candida. Saepe caeruleo colore chartas inducant, nonnunquam et nigro, litterasque scribunt aureas vel albas. Vnum-

quodque folium Brahmanes ab hoc signo



ordiuntur : Tangutani autem isto



quod *Vifchum* vocatur et tum in principio tum in fi-

ne hoc modo etiam scribitur




et ter-

tio modo sicuti in Actis Lipsiensibus edidi, nolui enim inde omnia repetere, ne fastidio essem. In posteriori pagina nullum tale signum exstare solet. In istis duobus characteribus Brahmanicis dimidia pars vniuscuiusque proprie finem superiorum, altera principium sequentium significat: apud Tangutanos vero in duabus lineis perpendicularibus, cum solae exstant, alterum fini praecedentis vocis, alterum principio sequentis signum adiungitur. Ortum est hoc signum e Brahmanico commate, quod in prima tabula septies occurrit. Vna eiusmodi linea item apud Tangutanos commatis officio inseruit. Pun-
ctum

ctum Tangutanum est  ubi etiam extrema li-

nea principium sequentium demonstrat. Brahmanicum vero punctum idem illud signum est, quod in principio poni diximus. Mungali nullo signo initia periodorum notant : at priorem cuiusque folii paginam, supra primam lineam posito hoc signo,

 a Tangutanis, ut videtur, accepto, a posteriori discernunt pagina. Comma Mungalicum

est,  Punctum est  vel  Vtrumque

infra extremam litteram. In priori tantummodo cuiusque folii pagina ad sinistram marginem tum numeri, tum titulus inscribuntur.

Iam primo omnium in elementis Brahmanicis, quindecim exstant figurae, quae fere sunt similes Aethiopico *Alph*: nam per se pronunciatum primum *a* breve, ceterae deinceps figurae induunt naturam ductuum quibuscum sunt deinctae, ut tanquam vocales pronuncientur *a* longum *i* breve et longum et deinceps. In his *re* et *le*, quae nobis vocales non sunt, apud Brahmanes cum consonantibus connexae, ut *bre m'le kre sle*, vocales esse censentur. Eadem ratio obtinet in Tangutanis et Mungalicis, praeterquam

quam quod *re* et *le* vocales ex eadem figura seu ex vocalis *a* caractere non existunt: sunt enim consonantes *r* et *l* cum vocalium *e* brevis et *e* longi ductibus. Sexta et decima eadem est plane, quae prima, nisi quod in Mungalibus subiectum habet punctum. Eundem in modum in ceteris syllabis, prima etiam in fine ponitur hoc nostro in libello: nos id praetermisimus, quia utilitatem habet nullam: videtur autem ea causa factum: ut punctum Mungalicum subiici posset, ita, ut ne videretur ad ultimae vocalis formam pertinere. Omnes vocales sunt vel breves, vel longae, praeter *ang*. Haec enim tantummodo brevis est in paradigmate. Gutturalem vocalem hanc proprie dixeris, neque enim ut nostrum *ang* plane pronunciatur, neque ut pronunciatur, nostris litteris scribi potest. Nam in gutture ita formatur, ut *ng* non exprimat, sed quodammodo referat sono. Fere ut Aethiopicum et Arabicum *Ain*. Hanc vero vocalem, quam proprie circellus in apice efficit, cum aliis quoque copulant vocalibus, *ang*, *ing*, *wng*, *eng*, *ong*, et deinceps, quod hoc in alphabeto praetermissum est. Vocales Mungalicae forma sua tantummodo in eo differunt a consonante *n*, quod *n* a latere punctum appositum habet, vocales non habent.

Sequuntur omnes consonantes sine vocalibus, per commata suas in classes diuisae: extrema est duplex consonans. Apud Tangutanos undecimae et decimae tertiae eadem forma est: diuersa apud Brahma-

ma-

manes et Mungalos. Apud Mungalos vero secunda et tertia, decima sexta et decima octava, vicesima prima et vicesima tertia eadem sunt litterae: Brahmanicae et Tangutanae cum his comparatae diuersis formis. Haec primae nostrae tabulae facies, in reliquis nouem tabulis, hae ipsae consonantes, suis cum vocalibus deuinctae procedunt. Iterum extrema omnium est consonans duplex. Hanc extremam excipiunt multae aliae duplices, quas tomò quarto Commentariorum seruamus, ne hic tomus mole obruatur.

Quoniam librum Vitsenianum supra citauimus, eum autem et a Leibnitio Vitsenii amico (1) et a multis aliis desiderari video, tum amicos externos mirari, quid id sit, quod tomò primo Commentariorum ad eum prouocauerim, monendi sunt eruditi, duplicem editionem in Bibliotheca Imperatoria exstare. Prima exiit A. C. clò lcc xcii. altera A. clò lcccv. *Nord en Oost Tartarye of te bondig Ontwerp van eeniger dier Landen en Volken door Nicolaes Witsen.* Secunda editio adiectum nomen bibliopollae habet, quod in prima non exstat: *Twede druk t' Amsterdam by François Halma Boekverkooper op de Nieuwen-dyk.* Prima editio continet parte priori paginas 142, parte posteriori paginas 600. In altera editione tota priori parte omiffa, posterior sola exstat, in duas diuifa partes: prima pars paginas 503 comprehendit: consequitur secunda a
pagi-

(1) de Numis Gratiani p. 322. ed. Fabricii.

pagina 504 vsque ad 968. Praetermissae quoque sunt epistolae quorundam eruditorum ad Vitfenium quae in priori exstabant, vt Gisberti Cuperi, qui A. C. clō Ibc LXXXIV. ita scripserat : *sed crucior immane quantum et angor animi, quod ea perspiciam te esse modestia et verecundia, et nolis partem inter eruditos famam augere, malisque frui tacita tam insignium bonorum conscientia, quam nomen tuum, si tamen illi adiaci aliquid potest, magis magisque posteritati consecrare et astris inferre.* Praetermissa quoque est altera Cuperi epistola A. C. clō Ibc LXXXVI. scripta et Ioannis Georgii Graeuii, in qua A. C. clō Ibc LXXXVIII. Montauserio maxime auctore Vitfenium ad editionem Tatariae excitauit. Omissa alia multa: contra in posteriori editione alia inserta, in primis multarum linguarum huius septentrionalis Europae & Asiae lexica et specimina, vt duae editiones, totidem diuersa eiusdem auctoris opera esse videantur.

OBSERVATIONES
ASTRONOMICAE

TERTIA SERIES
OBSERVATIONVM SATELLI-
TVM IOVIS

IN OBSERVATORIO IMPERIALI
PETROPOLI FACTARVM

per

I. N. DeL'Isle

EX eo tempore quo his in regionibus com-
moror, quinque apparitiones Iouis con-
tigerunt, quibus durantibus, quas potui
obseruationes eclipsium satellitum ejus
institui. Exhibitae iam sunt obseruationes trium
praecedentium apparitionum in duobus Tomis Com-
mentariorum antecedentibus; has excipiunt 2. po-
steriores ad initium vsque mensis Iunii anni 1731.

Adhibui plerumque ad has vltimas obseruatio-
nes Telescopium Anglicanum Catadioptricum, cu-
ius inuentionis gloria Celeb. Newtono debetur; quod-
que ab artifice Anglicano in sua arte praestantissimo
elaboratum erat. Speculum eius metallicum maius
diametrum fere quinque cum dimidio digitorum ha-
bet, et focus 4 pedibus 10 que digitis pedis Parisien-
sis distat. Lens ocularis vitrea qua in plerisque ob-
seruationibus vsus sum, quoad focum quartam par-
tem digiti non superat; ita vt telescopium res ob-
iectas ducentes et quod excurrit, augeat.

Saepissime ipsi integram speculi maioris aperturam concessi; & percepi quod intus Iouis satelles spatio quartae partis unius minuti primi circiter prius emerit in hoc telescopio quam in alio communi 13 vel 15 pedum longitudine. Secus accidit in Immersionibus, quas scilicet 15 minutorum secundorum spatio et amplius tubo hoc reflectente prosequi poteram, cum in supra commemoratis 13 vel 15 pedum telescopiis eas videre non amplius liceret.

Simile mihi propemodum euenit in obseruatione eclipticos secundi Iouis satellitis, quod tertium vero satellitem attinet differentiam longe maiorem adesse animaduerti, quam tamen ob penuriam obseruationum certo determinare huc vsque non licuit.

| 1729 | temp. ver. | | | |
|----------|------------|----|----|--|
| Nov. st. | h. | ' | " | |
| Sept. 24 | 15 | 45 | 33 | Immersio tertii telescopio 13 pedum obseruata. Satelles hic ante Immersionem aliquot vicibus ex oculis se subduxerat, et iterum se conspiciendum praebuit. |
| Dec. 7 | 13 | 1 | 45 | Immersio primi tubo 13 pedum. |
| | 8 | 13 | 41 | 6 Immersio secundi tubo 13 ped. coelum non satis serenum erat. |

| 1729 | temp. ver. | | | |
|----------|------------|----|----|---|
| Nov. 21 | H. | ' | " | |
| Dec. 21 | 15 | 42 | 36 | Immersio primi tubo 15 pedum. coelo sereno. |
| 1730 | | | | |
| Ian. 2 | 10 | 27 | 39 | Immersio secundi tubo 15 pedum. |
| 16 | 15 | 29 | 40 | Immersio secundi telescopio 15 pedum dubia quoniam satelles Ioui admodum vicinus erat. |
| 19 | 13 | 0 | 20 | Quartus satelles valde diminutus in vmbra intrabat: Telescopium autem 13 pedum adhibitum fuit. |
| | 13 | 1 | 50 | In eodem telescopio non amplius visibilis erat. Magna Iouis altitudo quae observationem incommodam reddebat, vt et parua satellitis a Ioue distantia, observationi obsuere. Tempus verum vnus solummodo horologii oscillatorii ope cognitum fuit. |
| Febr. 23 | 11 | 56 | 56 | Emersio primi observata tubo 13 pedum. tempus verum vnus saltem horologium monstrabat. |

| 1730 | temp. ver. | | | |
|----------|------------|----|----|--|
| Nov. ft. | h. | ' | " | |
| Febr. 28 | 9 | 52 | 34 | Emerfio fecundi telefcopium 13 pedum. |
| Mart. 1 | 10 | 22 | 12 | Emerfio tertii eodem telefcopio obferuata |
| 14 | 15 | 8 | 56 | Emerfio fecundi mediante eodem tubo vifa. Tempus verum adhibito vno folummodo horologio cognitum fuit. |
| 27 | 8 | 38 | 22 | Emerfio primi tubo 13 pedum tempus verum duo horologia ofcillatoria monftrabant. |
| 27 | 13 | 12 | 31 | Immerfio quarti tubo 13 pedum. ad tempus verum cognofcendum duo horologia adhibebantur. |
| April. 8 | 12 | 26 | 15 | Emerfio fecundi telefcopio 13 pedum obferuata et tempus verum per duo horologia cognofcebatur. |
| 10 | 12 | 32 | 36 | Emerfio primi. Tubus 13 pedum adhibitus. |
| 19 | 8 | 58 | 48 | Emerfio primi ope ejufdem tubi obferuata. Tempus verum duo horologia exhibebant. |
| 26 | 10 | 55 | 22 | Emerfio primi mediante tele- |

| 1730 | temp. ver. | | | |
|----------|------------|----|----|---|
| Nov. ft. | h. | ' | " | |
| April. | | | | telescopio 13 pedum detecta fuit, duobus horologiis tempus verum ostendentibus. |
| Maius 3 | 9 | 43 | 11 | Emerfio fecundi per tubum 13 pedum vifa: tempus verum duo horologia oscillatoria conspiciendum dabant. |
| 12 | 9 | 15 | 17 | Emerfio primi telescopiis 13 pedum et altero 15 pedum obseruata tempus verum per duo horologia cognitum fuit. |
| 19 | 11 | 10 | 2 | Emerfio primi. Duo tubi alter 13 alter 15 pedum ad hanc obseruationem adhibiti sunt. |

Numerus horologiorum in fequentibus obseruationibus adhibitorum non erit expreffus quoniam de tempore vero in omnibus fatis conftabat, tribus vel quatuor horologiis eum in finem adhibitis, quorum minimum tria etiam in eodem minuto fecundo accurate confpirarunt. Id ipfum quoque de fupra commemoratis obseruationibus, quibus numerus horologiorum non adfcriptus, intelligendum est, fi quidem in his quoque tribus vel quatuor horologiis vfi fumus quorum ad minimum tria idem temporis momentum fatis accurate demonftrarunt.

Octob.

| 1730 | | temp. ver. | | |
|-----------|----|------------|----|--|
| Nov. ft. | H. | ' | " | |
| Octob. 23 | 18 | 42 | 52 | Immersio tertii. Tubus
13 pedum. |
| Nov. 10 | 14 | 4 | 58 | Immersio primi tubus
idem. |
| 21 | 14 | 4 | 10 | Emergio tertii per tubum
reflectentem visa. |
| 28 | 14 | 27 | 50 | Immersio tertii teleasco-
pio 15 pedum obseruata : |
| Dec. 5 | 18 | 23 | 13 | Immersio tertii ad quam
cernendam tubo reflectenti
vsum sum. |
| 16 | 17 | 50 | 43 | Immersio secundi dubia
ob nebulam eo tempore Io-
vem oculis interdum eripien-
tem, hinc de vno vel duobus
minutis primis non admo-
dum certus esse potui. |
| 1731 | | | | |
| Mart. 5 | 16 | 46 | 7 | Emergio primi per tubum
reflectentem obseruata quae
tamen me iudice ob nebulam
moram iniicientem per ali-
quot minuta secunda serius
accidit. |
| 7 | 11 | 12 | 53 | Emergio primi ope tubi
reflectentis coelo sereno a-
nimaduersa. |
| | 11 | 13 | 9 | Tubus 13 pedum adhibitus. |
| 8 | 13 | 49 | 48 | Emergio secundi tubo re-
fle- |

| 1731 | temp. ver. | | |
|----------|------------|----|---|
| Nov. 11. | H. | ' | " |
| | | | flecente vsus; caelum non adeo serenum habebam. |
| Mart. 14 | 10 | 56 | 37 Emerfio quarti adhibuitubum reflectentem, at ventus hanc emerfionem aliquot minutis secundis morari potuit. |
| | 13 | 9 | 5 Emerfio primi. Tubus reflectens. |
| | 13 | 9 | 20 Tubus 13 pedum, at ventus molestiam creabat. |
| 23 | 9 | 5 | 47 Emerfio tertii per tubum reflectentem detecta. |
| | 9 | 35 | 2 Emerfio primi per idem telescopium obseruata. |
| April. 2 | 10 | 57 | 45 Emerfio secundi. Tubus anglicanus reflectens. |
| | 10 | 57 | 57 Telescopium 13 pedum. |
| 15 | 9 | 45 | 50 Emerfio primi per tubum reflectentem. |
| | 9 | 55 | 0 Per tubum 15 pedum a Iosepho Campani confectum. |
| 22 | 11 | 51 | 50 Emerfio primi mediante tubo 15 pedum. Caelum admodum serenum erat, aliae autem circumstantiae ansam praebuere iudicandi hanc emer- |

| 1731 | | temp. ver. | | |
|----------|----|------------|----|--|
| Nov. ft. | H. | " | " | |
| | | | | merfionem pluribus minutis fecundis citius accidere potuiffe. |
| Mai. | 3 | 8 16 | 54 | Emerfio primi. Tubus reflectens adhibitus. Crepusculum erat infigne & ventus incommodo erat. |
| | 3 | 12 56 | 58 | Immerfio quarti per tubum reflectentem percepta. |
| | 4 | 10 44 | 47 | Emerfio fecundi per idem telefcopium obferuata. |
| | | 10 45 | 9 | Per tubum 13 & 15 pedum vifa. Caelum non fatis ferenum fuit. |
| | 5 | 9 8 | 43 | Emerfio tertii tubus 13 pedum. |
| | 8 | 10 13 | 7 | Emerfio primi eodem tubo obferuata. |
| | 15 | 12 7 | 43 | Emerfio primi. Tubus 13 pedum caelo non admodum fereno adhibitus fuit. |
| | 31 | 10 24 | 46 | Emerfio primi per tubum reflectentem obferuata. Crepusculum fatis magnum aderat. |
| Iun. | 5 | 10 26 | 52 | Emerfio fecundi. Tubus reflectens adhibebatur & crepusculum admodum magnum erat. |

Observationes primi Satellitis Iouis
HABITAE ARCHANGELOPOLI,

cum deducta exinde Longitudine
HUIUS VRBIS

Per

Ludouicum De L'Isle de la Croyere.

Mandatum Imperatoriae Maiestatis die
 24. Marti 1727 cum a supremo Sena-
 tu per Dom. Laurentium Blumentrost,
 Praesidem Acad. Scientiarum accepis-
 sem, iter in terras Septentrionales Russiae ad pro-
 mouendam Geographiam suscepi, et hunc in finem om-
 nes observationes Astronomicas et Physicas, quas dif-
 ficultas aeris et situs locorum mihi permiserunt insti-
 tuti. Praecipuus scopus huius itineris eo directus erat, ut
 in hac extremitate septentrionali Russiae incumbere-
 rem in observationes accuratas Longitudinum et La-
 titudinum, ut mappae Geographicae harum regio-
 num exinde possint formari. In observationibus La-
 titudinum adhibui Quadrantem 18 pollicum in radio
 elaboratum ab insigni artifice *Chapotot*; ope eius-
 dem instrumenti correxi quoque horologium meum
 quod minuta secunda monstrabat, et quod in observa-
 tionibus longitudinum mihi inferuiebat. In obser-

vationibus Satellitum Iouis adhibui tubum viginti
 pedum; expertus vero sum, longitudinem huius
 instrumenti plus obfuisse observationibus quam pro-
 fuiffe, ob difficultatem quae oritur inveniendi loca
 apta ad eorum directionem, nec non ob ventos fe-
 re continuos, qui in his regionibus septentriona-
 libus Oceano vicinis, spirant. Has ob causas pla-
 ne impossibile mihi fuit unicam harum observatio-
 num instituire Colae, vbi non nisi misera tuguriola
 Russorum et Laponum inveniuntur, ac vbi ventus
 vehemens aequae est atque frequens. Felicior Ar-
 changelopoli fui, dum aliquas ex his difficultatibus
 vici, in sequentibus tribus observationibus quas re-
 censere institui. Inter eas vero non nisi unica oc-
 currit, quae Petropoli facta fuit. Sunt autem ad
 manus observationes correspondentes aliarum Eu-
 ropae urbium, quarum differentia Longitudinis a Pe-
 tropoli in posterum exacte poterit determinari, et
 vnde consequenter etiam semper patebit differentia
 respectu Archangelopolis, ea exactitudine qua ob-
 servationes ibidem factae sunt. Quamuis autem non-
 dum plena certitudo habeatur differentiae Meridia-
 norum inter Petropolin et alias vrbes quarum ob-
 servationes correspondentes afferro, tamen tentavi
 facere has comparationes assumendo differentias Me-
 ridianorum, quantum licuit, vero proximas, hoc
 est, ortas et selectas ex maximo numero observa-
 tionum immediatarum, quae in illis locis, ad Pe-
 tropolin comparatis factae sunt. En ergo observa-
 tiones meas cum suis comparationibus, in quibus e-
 rit

rit obseruandum, quod ex meis tribus solis obseruationibus, quinque differentes determinaciones Longitudinis Archangelopolitanae deduxerim, vt eo magis de ea certus esse possim.

Prima Determinatio.

N. S.

| | | |
|---------------|--------------------------|--|
| 1728 Febr. 25 | ^{H.}
7 58 32 | Emerfio primi Satellitis 2is obseruata Archangelopoli. |
| | 7 24 10 | Eadem obseruata Petropoli. |
| <hr/> | | |
| | 34 22 | Differ. inter Archang. et Petrop. |

Secunda Determinatio.

| | | |
|----------|--------------------------|---|
| Febr. 25 | ^{H.}
7 58 32 | Eadem quae ante Archang. facta. |
| | 6 16 31 | Eadem obseru. Berolini a Clariff. Dom. Kirchio. |
| <hr/> | | |
| | 1 42 1 | Differ. inter Archang. et Berol. |
| | 1 8 0 | Differ. Berol. et Petropolis supp. |
| <hr/> | | |
| | 34 1 | Differ. deducta inter Archang. et Petropolin. |

Tertia Determinatio.

| | | |
|---------|--------------------------|--------------------------------|
| Mart. 3 | ^{H.}
9 56 25 | Emerfio primi obseru. Archang. |
| | I ii 3 | Ead. |

7 6 17

Ead. Madriti a R. P.
Grammatici et redu-
cta ad eundem tubum
quali Archangelopoli
vſus ſum.

2 50 8Differ. inter Ar-
chang. et Madritum.

2 16 0

Differ. ſupp. inter
Madritum et Petro-
polin.

34 3Differ. deducta in-
ter Arch. et Petrop.*Quarta Determinatio.*Mart. 26 ^{H.} 10 17 34Emerſio primi ob-
ſerv. Archangelopoli.

8 35 42

Eadem obſ. Berol.
a Clariff. D. Kirchio.

1 41 52Differ. inter Ar-
chang. et Berolinum.

1 8 0

Differ. ſupp. in-
ter Berol. et Petrop.

33 52Differ. deducta in-
ter Archang. et Pe-
trop.*Quinta Determinatio.*Mart. 26 ^{H.} 10 17 34Emerſio primi ob-
ſerv. Archangel.

8 32 7Eadem obſervata
Romae.

Differ.

I 45 27 Differ. inter Romam et Archang.

I II 40 Differ. inter Romam et Petrop. supp.

33 47 Differ. deducta inter Arch. et Petrop.

Media inter relatas quinque determinationes erit quam proxime $34' 0''$; quae haberi potest vera differentia longitudinum Petropolitanae et Archangelopolitanae, dum in posterum exactior haberi possit: (si mutandum aliquid occurrat in differentiis meridianorum Berolini, Madriti et Romae respectu Petropolin.) Eadem differentia inter Archangel et Petrop. deducta in partes circuli efficit 8 gradus cum semisse, quibus Archangelopolis Petropoli est orientior.

DETERMINATIONES LATITVDINVM

Variorum Locorum

RVTHENICI IMPERII

in quibus partim

ALTITVDINES SOLIS MERIDIANAS,

partim quascumque Fixarum

TAM AVSTRALES QVAM BOREALES AL-
TITVDINES OBSERVAVIT

Lud. De L'Isle De la Croyere.

CVm in praecedentibus quae ad Longitudinem determinandam instituissem observationes exposuerim, iam in medium producam eas quae inferuire possunt eruendis Latitudinibus eorum locorum in quibus observare mihi contigit, Eae se excipiunt secundum feriem temporis initium faciendo ab istis locis ubi per aliquod tempus commoratus sum; dispositaeque sunt in tres columnas; in earum prima sunt altitudines meridianae prout observatae fuerunt nulla adhibita ratione erroris instrumenti; secunda exhibet Latitudines ex observationibus deductas, et per errorem quadrantis emendatas; tertia autem columna, quae observationes supra dictas comitatae sunt, circumstantias recenset. Hisce in observationibus quadrantem adhibui cuius radius pedem vnum cum di-

dimidio aequabat , quique Parisiis ab artifice Chaptot confectus erat ; hae autem obseruationes ea circumfpectione institutae sunt , vt obseruaretur altitudo solis momento ipsius transitus per meridianum , qui mihi innotescebat ope horologii oscillatorii minuta secunda monstrantis , quod quouis die , quantum quidem serenitas diei concedebat , secundum tempus verum dirigebatur. Praeterea omni studio conabar prosequi solem vel stellas in meridiano , vsque dum certior factus essem per variationem altitudinis , quod meridianum iam iam praeteriisset. Tabulae Halleianae adhibitae a me fuerunt vt latitudines ex obseruationibus deducerem , declinatione solis supputata illarum subsidio. Quod autem ad ceteras quibus in calculo Astronomico opus est tabulas attinet , scilicet diametri solis eiusque parallaxes vt et refractionum , Cassinianis vsus sum. Tandem vt errorem instrumenti detegerem , quandoque notas ad horizontem stabiles vel appositas , quandoque inuersionem quadrantis , et alia vice altitudines meridianas stellarum in plaga Septemtrionali vel Australi obseruatas adhibui ; prout illius alteriusve verificationis operationem , serenitas aeris et commoditates locorum permiserunt. Errorem sic repertum in columna tertia indicaui , et si quae obseruationem comitatae sunt , circumstantias adiunxi ; vbi notandum quod si in singulis diebus idem error adscriptus non reperiatur , id factum esse vt superuacaneam euitarem repetitionem quam tamen vbiq; intellectam volui et si forte variauerit vbiuis

notavi. Nunc ad iter iussu IMPERATORIAE MAIESTATIS in me susceptum peruenio ; eius finis erat , vt non solummodo obseruationes determinandis longitudinibus et latitudinibus inferuientes instituerem , quae necessariae erant vt mappae Geodecistarum earum ope emendari possent ;) sed etiam in Physicis quae notatudigna essent obseruarem.

Reliqui ergo Petropolin die 9. Aprilis Anni 1727 itilo nouo et nouam Ladogam die 12 perueni ; spatio tamen sex dierum quo ibi commoratus fui non amplius quam duas obseruationes latitudini inferuientes instituire licuit. Hinc profectus sum die Aprilis 19, et Cargapolium, vbi die 26. Aprilis adueneram, die 6. Maii reliqui. Omnes obseruationes Latitudinum in his locis institutas suo loco exponam. Tandem die 12 Maii in conspectum Archangelopeleos veni, intrare tamen urbem non nisi tribus diebus postea licuit, quoniam Duinae traiectus ob glaciis frustra in ea copiose fluctantia, admodum difficilis esse videbatur. Sequuntur obseruationes Archangelopoli institutae, quas ante diem 15. Maii, incipere non licuit ; en sic se habent.

| Maii 18
1727
Nov. ft. | Alt. app.
super ☉
Limbi | | | Altitudo
Poli
Determin. | | | Observationum
Circumstantiae
Error Quadr. subtr. |
|-----------------------------|-------------------------------|----|----|-------------------------------|----|----|--|
| | ° | " | ' | ° | ' | " | 4' 23" |
| 18 | 45 | 15 | 50 | 64 | 34 | 5 | bona |
| 20 | 45 | 42 | 50 | 64 | 33 | 4 | nubibus et vento
obstantibus fatis
bona. |
| 24 | 46 | 30 | 30 | 65 | 33 | 19 | bona per nubes |
| 25 | 46 | 40 | 50 | 64 | 34 | 7 | nubes et ☉is lim-
bus non recte ap-
parens. |
| 26 | 46 | 51 | 50 | 64 | 33 | 51 | bona |
| 27 | 47 | 2 | 30 | 64 | 33 | 34 | accuratissima |
| 29 | 47 | 21 | 50 | 64 | 33 | 55 | bona |
| 31 | 47 | 40 | 0 | 64 | 33 | 57 | fatis bona |
| Iun.
3 | 48 | 4 | 30 | 64 | 33 | 53 | accurata |
| 4 | 48 | 11 | 40 | 64 | 34 | 5 | incerta per nubes |
| 5 | 48 | 18 | 20 | 64 | 34 | 24 | estimata per nubes |
| 6 | 48 | 25 | 15 | 64 | 34 | 5 | bona |
| 7 | 48 | 31 | 20 | 64 | 34 | 14 | paululum incerta |
| 9 | 48 | 42 | 40 | 64 | 34 | 5 | bona |
| 11 | 48 | 53 | 20 | 64 | 33 | 0 | incerta per nubes
et ventum |
| 13 | 49 | 0 | 30 | 64 | 33 | 49 | accuratissima |
| 16 | 49 | 9 | 40 | 64 | 33 | 33 | incerta per nubes
et ventum |
| 17 | 49 | 11 | 0 | 64 | 34 | 24 | accuratissima |
| 20 | 49 | 14 | 40 | 64 | 34 | 42 | bona. |

Cum etiam mihi in mandatis effet vt Colam me quam primum conferrem, primam nauem hanc locum petentem conscendi die 25. Iunii, die sequenti solutis anchoris et naue adornata Colam tendimus vsque dum 14. Iulii hanc in urbem perueni. Ibi moratus sum vsque ad initium anni sequentis vt praescriptis obseruationibus, infra cum illis quae in Insula Kildung factae sunt recensendis vacarem. Tandem Archangelopolin profectus die 8. Ian. 1728 ibi adueni die 26 ope trahae qua vectus eram et die proxime sequenti obseruationes prout hic exhibentur continuauit.

*Series Obseruationum.**Archangelopoli obseruatarum.*

| 1728 | | Alt. obs. | | | Altitudo | | | Obseruationum |
|----------|----|-----------|----|----|-----------|----|----|---------------------------|
| Nov. St. | | super ☉ | | | Poli | | | Circumstantiae |
| | | Limbi | | | Determin. | | | Error Quadr. subtr. |
| | | | | | | | | 4' 45" |
| Ian. | 29 | 7 | 48 | 30 | 64 | 34 | 17 | bona |
| Febr. | 2 | 8 | 53 | 50 | 64 | 34 | 38 | bona |
| | 20 | 14 | 43 | 20 | 64 | 34 | 16 | bona |
| | 21 | 15 | 4 | 45 | 64 | 34 | 16 | satis bona |
| | 23 | 15 | 49 | 15 | 64 | 33 | 11 | incerta per nubes |
| | 26 | 16 | 54 | 45 | 64 | 33 | 56 | accurata |
| | 29 | 17 | 59 | 30 | 64 | 36 | 37 | incerta aere parum sereno |
| Mart. | 3 | 19 | 11 | 30 | 64 | 33 | 6 | satis bona, ventus vehem. |
| | 9 | 21 | 29 | 40 | 64 | 34 | 15 | satis bona |

| 1728 | | Alt. obf.
super ☉
Limbi. | | | Altitudo
Poli
Determin. | | | Obferuationem
Circumftantiae
Error Quadr. subtr. |
|----------|------|--------------------------------|----|----|-------------------------------|----|----|--|
| Nov. St. | | 0 | ' | " | 0 | ' | " | 4' 45" |
| Mart. | 10 | 21 | 53 | 20 | 64 | 34 | 2 | bona |
| | 11 | 22 | 16 | 45 | 64 | 34 | 5 | inuitis nubib. fatiſ |
| | | | | | | | | bona |
| | 13 | 23 | 4 | 0 | 64 | 33 | 57 | bona |
| | 15 | 23 | 51 | 0 | 64 | 34 | 11 | bona |
| | 17 | 24 | 37 | 20 | 64 | 35 | 11 | dubia propter nu-
bes |
| | | | | | | | | fatiſ bona |
| | 23 | 27 | 0 | 0 | 64 | 34 | 20 | fatiſ bona |
| | 24 | 27 | 23 | 40 | 64 | 34 | 16 | bona |
| | 27 | 28 | 33 | 30 | 64 | 34 | 53 | dubia, ventus vehe-
mens |
| | 30 | 29 | 44 | 0 | 64 | 34 | 20 | fatiſ bona etſi nu-
bes |
| | Apr. | 31 | 30 | 6 | 50 | 64 | 34 | 39 |
| 2 | | 30 | 53 | 0 | 64 | 34 | 39 | exacta |
| 6 | | 32 | 24 | 0 | 64 | 34 | 49 | exactiſſima |
| 7 | | 32 | 47 | 30 | 64 | 33 | 50 | fatiſ bona |
| 8 | | 33 | 9 | 40 | 64 | 34 | 3 | bona |
| 9 | | 33 | 31 | 45 | 54 | 35 | 15 | fatiſ bona |
| 10 | | 33 | 53 | 40 | 64 | 34 | 30 | accuratiſſima |
| 12 | | 34 | 37 | 30 | 64 | 34 | 33 | fatiſ bona aere nu-
bilo |
| 13 | | 34 | 58 | 25 | 64 | 35 | 22 | fatiſ bene aere im-
puro |
| 14 | | 35 | 21 | 20 | 64 | 34 | 2 | accurata |
| 15 | | 35 | 43 | 0 | 64 | 33 | 47 | dubia, ventus ve-
hemeus |

in-

| 1728
Nov. St. | | Alt. obs.
super ☉
Limbi | | | Altitudo
Poli
determin. | | | Obferuationum
Circumftantiae
Error Quadr. subtr. |
|------------------|----|-------------------------------|----|----|-------------------------------|----|----|--|
| | | | | | | | | 4' 45" |
| Apr. | 17 | 36 | 26 | 30 | 64 | 32 | 36 | inter nub. æstim. |
| | 22 | 38 | 7 | 50 | 64 | 34 | 5 | etfi nubes fat bene |
| | 24 | 38 | 47 | 20 | 64 | 34 | 18 | ſatis bona |
| | 25 | 39 | 7 | 0 | 64 | 34 | 11 | accurata |
| | 26 | 39 | 26 | 40 | 64 | 33 | 50 | mediocr. bona |
| | 29 | 40 | 22 | 45 | 64 | 34 | 24 | bona inter nubes |
| | 30 | 40 | 41 | 40 | 64 | 34 | 54 | bona |
| Mai. | 1 | 40 | 58 | 45 | 64 | 34 | 58 | accurata |
| | 2 | 41 | 17 | 0 | 64 | 34 | 39 | accurata |
| | 3 | 41 | 34 | 45 | 64 | 34 | 32 | bona |
| | 5 | 42 | 10 | 0 | 64 | 33 | 50 | ſatis bene |
| | 7 | 42 | 43 | 40 | 64 | 34 | 38 | tantisper dubia |
| | 11 | 43 | 47 | 45 | 64 | 33 | 5 | dubia inter nubes |
| | 13 | 44 | 16 | 50 | 64 | 33 | 59 | bona |
| | 16 | 44 | 59 | 40 | 64 | 33 | 22 | paulul. incerta nu-
bes |
| | 17 | 45 | 13 | 30 | 64 | 33 | 8 | dubia |
| | 21 | 46 | 3 | 45 | 64 | 33 | 51 | accurata |
| Iun. | 24 | 46 | 38 | 20 | 64 | 33 | 55 | bona |
| | 25 | 46 | 49 | 0 | 64 | 34 | 4 | accurata |
| | 28 | 47 | 19 | 15 | 64 | 33 | 38 | ſatis bona |
| | 29 | 47 | 28 | 45 | 64 | 34 | 1 | bona |
| | 6 | 48 | 30 | 0 | 64 | 34 | 1 | accuratiſſima |
| | 7 | 48 | 35 | 21 | 64 | 34 | 34 | mediocriter bona |
| | 10 | 48 | 51 | 40 | 64 | 33 | 33 | dubia ☉ non bene
conſpicuo |

} Err. Quadr.
4' 20" subtr.

du-

| 1728
Nov. St. | Alt. sup.
Limbi ☉ | | | Altitudo
Poli
Determin. | | | Obferuationum
Circumftantiae |
|------------------|----------------------|----|----|-------------------------------|----|----|------------------------------------|
| | ° | ' | " | ° | ' | " | ErrorQuadr. subtr.
4' 20" |
| 11 | 48 | 55 | 0 | 64 | 34 | 31 | dubia propter nu-
bes et ventum |
| 12 | 48 | 59 | 30 | 64 | 33 | 54 | bona |
| 13 | 49 | 3 | 15 | 64 | 33 | 37 | bona |
| 14 | 49 | 5 | 45 | 64 | 34 | 11 | accurata |
| 15 | 49 | 8 | 40 | 64 | 33 | 54 | bona |
| 17 | 49 | 10 | 50 | 64 | 34 | 2 | bona |
| 18 | 49 | 13 | 50 | 64 | 34 | 18 | accurata |
| 19 | 49 | 14 | 40 | 64 | 34 | 29 | bona |
| 20 | 49 | 15 | 20 | 64 | 34 | 24 | bona |
| 21 | 49 | 15 | 40 | 64 | 34 | 15 | bona |
| 22 | 49 | 15 | 20 | 64 | 34 | 21 | bona |
| 23 | 49 | 14 | 50 | 64 | 34 | 14 | bona |
| 24 | 49 | 13 | 45 | 64 | 34 | 15 | bona |
| 25 | 49 | 12 | 15 | 64 | 34 | 18 | bona |
| 26 | 49 | 10 | 40 | 64 | 34 | 0 | fatis bona, ventus
vehemens |
| 27 | 49 | 8 | 35 | 64 | 33 | 45 | fatis bona |
| Iul.
7 | 48 | 23 | 20 | 64 | 33 | 54 | per nubes medio-
criter bona. |

Postquam iterum mihi initio Iulii mandatum e-
rat, vt iterata vice Colam petens, iter per insulam
Kildunum obseruandi causa facerem; Archangelo-
poli profectus die Iulii 21. in Kildunum veni 3. Au-
gusti; ibique per 5 septimanas commoratus, Co-
lam

Iam profectus sum, vbi 12. die eiusdem mensis veniens, ibi vsque ad initium mensis Martii 1729 permansi, nisi quod circa finem mansionis meae tertia vice iter vnus mensis in Kildunum fecerim; quo peracto Colam reuersus sum, et cum abhinc iterum Archangelopolin traha vectus peterem, vt Latitudines locorum Kandalax, Coveda, Kieritte, Kiemmi et Somma obseruarem, aliquot dies ibi moratus sum; ista nempe loca iuxta viam, quae Cola Archangelopolin ducit, reperiuntur. Obseruationes his in locis institutas, suo loco adducam; quod autem ad illas quas Colae et in Kilduno feci attinet, coniunctim cum annis praecedentibus ibi habitis referam; nunc sisto continuationem obseruationum mearum Archangelopoli factarum cum Cola secunda vice rediissem, vsque dum Petropolin peterem.

Series Obseruationum

Archangelopoli habitarum

| 1729
Nov. St. | Alt. sup.
Limb. ☉. | | | Altitudo
Poli
Determin. | | | Obseruationum
Circumstantiae |
|------------------|-----------------------|----|----|-------------------------------|----|----|---|
| | | | | | | | Error Quadr. subtr.
4' 30" |
| Apr. 15 | 35 | 37 | 30 | 64 | 33 | 21 | satis bene |
| 17 | 36 | 20 | 0 | 64 | 33 | 49 | satis bona vento
vehem. |
| 19 | 37 | 1 | 40 | 64 | 33 | 53 | bona |
| 20 | 37 | 22 | 20 | 64 | 33 | 49 | satis bona, non bene
conspicuo ☉ disco |

bo-

| 1729
Nov. St. | Altit. Supl.
Limbi ☉ | | | Altitudo
Poli
Determin. | | | Obferuationum
Circumftantiae
Err. Quadr. fubtr.
4' 30'' |
|------------------|-------------------------|----|----|-------------------------------|----|----|--|
| | 0 | ' | '' | 0 | ' | '' | |
| | 22 38 | 3 | 15 | 64 | 33 | 32 | bona, raras inter
nubes |
| Mai. | 23 38 | 22 | 40 | 64 | 34 | 8 | accurata |
| | 24 38 | 42 | 15 | 64 | 34 | 22 | fatis bona, ventus
vehem. |
| | 5 42 | 5 | 40 | 64 | 33 | 48 | bona |
| | 8 42 | 55 | 30 | 64 | 33 | 55 | accuratiffima |
| | 9 43 | 11 | 0 | 64 | 33 | 34 | bona |
| | 10 43 | 26 | 45 | 64 | 34 | 36 | bona |
| | 11 43 | 42 | 20 | 64 | 34 | 31 | bona |
| | 15 44 | 42 | 0 | 64 | 33 | 55 | fatis bona |
| | 19 45 | 36 | 15 | 64 | 33 | 37 | bona |
| | 20 45 | 48 | 0 | 64 | 34 | 31 | fatis bona |
| | 24 46 | 35 | 20 | 64 | 34 | 24 | bona |
| | 27 47 | 7 | 15 | 64 | 34 | 10 | bona |
| | 28 47 | 17 | 0 | 64 | 34 | 14 | fatis bona, rarae
nubes |
| Iun. | 2 48 | 0 | 30 | 64 | 34 | 18 | bona |
| | 5 48 | 22 | 0 | 64 | 34 | 19 | accurata |
| | 13 49 | 2 | 15 | 64 | 33 | 59 | fatis bona |
| | 15 49 | 8 | 0 | 64 | 34 | 9 | bona |
| | 18 49 | 13 | 40 | 64 | 34 | 19 | bona |
| | 20 49 | 15 | 20 | 64 | 34 | 27 | bona |
| | 23 49 | 15 | 20 | 64 | 34 | 5 | fatis bona, rarae
nubes |
| | 24 49 | 14 | 15 | 64 | 34 | 13 | bona |

| 1729
Nov. St. | Altit. Sup.
Limbi ☉ | | | Altitudo
Poli
determin. | | | Observationum
Circumstantiae
Error Quadr. subtr.
4' 30" |
|------------------|------------------------|----|----|-------------------------------|----|----|--|
| | ° | ' | " | ° | ' | " | |
| | 27 | 49 | 9 | 0 | 64 | 34 | 7 accurata |
| | 30 | 49 | 0 | 0 | 64 | 34 | 7 bona |
| Iul. | 3 | 48 | 47 | 0 | 64 | 34 | 27 bona |
| | 4 | 48 | 42 | 20 | 64 | 34 | 7 bona |
| | 6 | 48 | 31 | 0 | 64 | 34 | 12 bona |
| | 9 | 48 | 10 | 45 | 64 | 34 | 6 bona |
| | 12 | 47 | 47 | 30 | 64 | 34 | 37 bona |
| | 16 | 47 | 11 | 40 | 64 | 34 | 8 bona |
| | 19 | 46 | 40 | 45 | 64 | 34 | 0 fatis bona |
| | 20 | 46 | 29 | 0 | 64 | 34 | 39 accurata |
| | 22 | 46 | 6 | 45 | 64 | 34 | 46 bona |
| | 25 | 45 | 29 | 0 | 64 | 34 | 11 fatis bona |
| | 26 | 45 | 15 | 30 | 64 | 34 | 36 fatis bona |
| | 28 | 44 | 49 | 15 | 64 | 33 | 40 accurata |
| | 31 | 44 | 6 | 0 | 64 | 33 | 47 mediocr. bona, nub.
transcurr. |
| Aug. | 4 | 43 | 4 | 30 | 64 | 33 | 41 bona |
| | 7 | 42 | 15 | 0 | 64 | 34 | 0 fatis bona, vento
obstante |
| | 8 | 41 | 57 | 45 | 64 | 34 | 18 bona |
| | 11 | 41 | 5 | 45 | 64 | 33 | 58 fatis bona |
| | 13 | 40 | 29 | 30 | 64 | 34 | 5 bona |
| | 18 | 38 | 54 | 45 | 64 | 34 | 27 bona |
| | 22 | 37 | 35 | 45 | 64 | 34 | 9 bona |
| | 26 | 36 | 13 | 30 | 64 | 34 | 7 mediocriter bona
ventus |

Alti-

Altitudines Meridianae
fixarum Archangelopoli obseruatae
die Febr. 23 1728 Nouo Stilo.

| Altitud.
obseru. | Altit. Poli
determin. | Nomina Stellarum
Error Quadr. 4' 40" subtr. |
|---------------------|--------------------------|--|
| 24 7 40 | 64 34 31 | Med. in cing. Orion ad A. |
| 31 37 30 | 64 33 6 | Eius humer. praec. ad A. |
| 32 53 0 | 64 32 31 | Humerus sequens ad A. |
| 13 15 20 | 64 33 1 | Lucida Lyrae ad Bor. |
| 19 8 20 | 64 31 28 | Ala Bor. Cygni ad B. |

Altitudines Meridianae fixarum Archangelopoli
obseruatae die 26 Febr. eiusdem Anni 1728.

| Altitud.
obseru. | Altit. Poli
determin. | Nomina Stellarum
Error Quadr. 4' 40" subtr. |
|---------------------|--------------------------|--|
| 13 14 40 | 64 32 21 | Luc. Lyrae ad Bor. |
| 24 7 45 | 64 34 26 | Med. cing. Or. ad Austr. |
| 31 37 40 | 64 32 56 | Humer. prec. Or. ad Austr. |
| 32 53 20 | 64 32 11 | Humer. sequens ad A. |

Obseruationes Colae institutae

Die 14. Iulii 1727 in hanc urbem veni postquam in itinere 3. fere septimanas fuiffem, quae ibi obseruata fuere sequentibus exhibeo.

| 1729
Nov. St. | Altit. Sup.
Limb. ☉ | Altitudo
Poli
determin. | Obferuationum
Circumstantiae
Error Quadr. subtr.
4' 40" |
|------------------|------------------------|-------------------------------|--|
| Iul. 16 | 42 56 40 | 68 54 18 | dub. ventus vehem. |
| 28 | 42 36 40 | 68 54 20 | fatis bona |
| Aug. 4 | 38 52 0 | 69 54 30 | fatis bona |

| 1729
Nov. St. | Altit. super
Limbi ☉ | | | Altitudo
Poli
determin. | | | Obferuationum
Circumftantiae
Error Quadr. fubtr.
4' 40' | |
|------------------|-------------------------|----|----|-------------------------------|----|----|--|---------------------------------|
| | ° | ' | " | ° | ' | " | | |
| | 5 | 38 | 36 | 0 | 68 | 54 | 21 | fatis bona |
| | 6 | 38 | 20 | 0 | 68 | 54 | 15 | bona, vent. vehem. |
| | 7 | 38 | 3 | 20 | 68 | 54 | 24 | bona |
| | 8 | 37 | 46 | 40 | 68 | 54 | 16 | bona |
| | 9 | 37 | 29 | 20 | 68 | 54 | 32 | bona |
| | 10 | 37 | 13 | 0 | 68 | 53 | 33 | mediocr. bona,
ventus vehem. |
| | 12 | 36 | 37 | 0 | 68 | 54 | 9 | bona |
| | 26 | 32 | 5 | 0 | 68 | 54 | 29 | bona |
| | 28 | 31 | 22 | 30 | 68 | 53 | 59 | bona |
| Sept. | 2 | 29 | 34 | 10 | 68 | 54 | 40 | bona |
| | 11 | 26 | 13 | 20 | 68 | 53 | 54 | bona |
| | 14 | 25 | 4 | 0 | 68 | 54 | 22 | bona |
| | 15 | 24 | 41 | 15 | 68 | 54 | 1 | bona |
| | 16 | 24 | 18 | 0 | 68 | 54 | 8 | bona |
| | 17 | 23 | 54 | 45 | 68 | 54 | 11 | fatis bona |
| | 28 | 19 | 38 | 15 | 68 | 52 | 56 | fatis bona |
| Oct. | 1 | 18 | 27 | 45 | 68 | 53 | 21 | mediocr. bona |
| | 12 | 14 | 14 | 0 | 68 | 53 | 56 | accuratiffima |
| | 15 | 13 | 6 | 40 | 68 | 54 | 3 | bona |
| | 20 | 11 | 18 | 0 | 68 | 53 | 16 | fatis bona |
| | 26 | 9 | 12 | 0 | 68 | 53 | 17 | bona |

Quoniam Archangelopolin me conferre animum induxeram, obferuationes meae interruptae fuerunt; Siquidem nauem confcendens per feptimanam

nam ventum secundum expectavi, cum autem perciperem iam intempestivum esse ad nauigandum mare, et periculum iter facienti imminere, animum mutavi, et traha proficisci decreui. Hinc intermissas huc vsque continuavi obseruationes, quamdiu Sol in Horizonte Colae visibilis esset: et cum ibi 12. Septembris Anni 1728 iterum venissem sequentes institui obseruationes.

Series Obseruationum Colae habitarum.

| 1728 | Altit. super | | | Altitudo | | | Obseruationum |
|----------|--------------|----|----|-----------|----|----|---|
| Nov. St. | Limbi ☉ | | | Poli | | | Circumstantiae |
| | | | | determin. | | | Error Quadr. subtr. |
| | | | | | | | 4' 36" |
| Sept. 14 | 24 | 46 | 20 | 68 | 54 | 28 | fatis bona, vento
obstante |
| 15 | 24 | 23 | 15 | 68 | 54 | 25 | nubes |
| 16 | 23 | 59 | 50 | 68 | 54 | 42 | accurata |
| 17 | 23 | 36 | 40 | 68 | 54 | 34 | et si nubes } Error
bona } quadr. |
| 20 | 22 | 26 | 45 | 68 | 54 | 33 | accuratis- }
sima } subtr. |
| 22 | 21 | 40 | 0 | 68 | 54 | 30 | mediocr. bona,
vent. veh. et nubes |
| 24 | 20 | 53 | 0 | 68 | 54 | 39 | bona, vent. vehem. |
| 25 | 20 | 29 | 30 | 68 | 54 | 43 | mediocr. bona,
nubes et ventus |
| 29 | 18 | 56 | 45 | 68 | 53 | 51 | fatis bona, ☉ disco
non recte conspic. |
| Oct. 4 | 17 | 0 | 20 | 68 | 53 | 53 | fatis bona, nubes |
| 5 | 16 | 37 | 15 | 68 | 53 | 51 | fatis bona, ventus
et nubes |

OBSERVATIONES

| 1728
Nov. St. | Altit. super
Limbi ☉ | | | Altitudo
Poli
determin. | | | Obferuationum
Circumftantiae | |
|------------------|-------------------------|----|----|-------------------------------|----|----|---------------------------------|---|
| | 0 | 1 | 2 | 0 | 1 | 2 | Error Quadr. subtr.
4' 20" | |
| | 8 | 15 | 28 | 20 | 68 | 53 | 47 | accurata |
| | 9 | 15 | 5 | 30 | 68 | 53 | 46 | fatis bona, ventus
vehem. |
| | 12 | 13 | 57 | 30 | 68 | 53 | 52 | bona |
| | 13 | 13 | 35 | 10 | 68 | 53 | 45 | fatis bona |
| | 15 | 12 | 50 | 40 | 68 | 53 | 45 | mediocr. bona, nu-
bes et vent. vehem. |
| | 17 | 12 | 6 | 40 | 68 | 53 | 42 | fat bene ☉ disco
non recte conſpic. |
| | 18 | 11 | 45 | 0 | 68 | 53 | 35 | accurata |
| | 19 | 11 | 23 | 20 | 68 | 53 | 39 | fat bene, ☉ tamen
fere conſpicuo |
| | 20 | 11 | 2 | 0 | 68 | 53 | 30 | dubia, vento vehe-
mentiffimo |
| | 22 | 10 | 19 | 30 | 68 | 53 | 35 | idem |
| | 23 | 9 | 58 | 20 | 68 | 53 | 46 | fat bene, tametſi
nubes |
| | 25 | 9 | 17 | 15 | 68 | 53 | 30 | bona |
| | 26 | 8 | 56 | 0 | 68 | 54 | 22 | mediocriter bona
vent. vehementis. |
| | 27 | 8 | 37 | 0 | 68 | 53 | 12 | accuratiffima |
| | 30 | 7 | 38 | 0 | 68 | 53 | 3 | tetſi nubes, fatis bo-
na |
| Nov. | 7 | 5 | 11 | 45 | 68 | 53 | 0 | fatis bona |
| | 17 | 4 | 6 | 0 | 68 | 52 | 40 | fat bene |
| 1729 | | | | | | | | |
| Febr. | 17 | 9 | 38 | 40 | 68 | 53 | 7 | fatis bona |

Antequam sol his in terris Septentrionalibus apparebat, iter in Insulam Kisdunum feci; Sed ex itinere redux, per tempestatem obseruationes, (sola praecedenti excepta, quae altitudinem solis meridiana exhibet,) instituire non licuit. Quas fixarum altitudines obseruare hac in vrbe licuit, infra relatas videre est.

Altitudines fixarum Colae obseruatae.

| 1728 | Altitudo | | | Altit. Poli | | | Denominatio fixarum | | |
|--------|----------|----|----|-------------|----|----|----------------------------|--------------------------|---|
| N. St. | obseru. | | | determin. | | | Err. Quadr. subtr. 4' 36'' | | |
| | ° | ' | " | ° | ' | " | | | |
| Oët. | 11 | 30 | 15 | 68 | 54 | 0 | Castor versus | B | |
| | 7 | 44 | 45 | 68 | 53 | 57 | Pollux | B | |
| | 20 | 60 | 35 | 20 | 68 | 54 | 10 | Pectus Cygni | A |
| | | 65 | 31 | 20 | 68 | 53 | 50 | Eius cauda | A |
| | 29 | 50 | 40 | 68 | 54 | 17 | Os Pegasi | A | |
| Oët. | 11 | 30 | 30 | 68 | 54 | 20 | Castor | B | |
| | 29 | 22 | 45 | 68 | 53 | 58 | Lucida Aquilae | B | |
| | 31 | 60 | 35 | 30 | 68 | 54 | 0 | Pectus Cygni | A |
| | | 65 | 30 | 40 | 68 | 54 | 30 | Eius cauda | A |
| Nov | | 60 | 35 | 40 | 68 | 53 | 50 | Pectus Cygni | A |
| | | 65 | 30 | 45 | 68 | 54 | 25 | Eius Cauda | A |
| | 22 | 14 | 30 | 30 | 68 | 53 | 33 | Humer. preced. ∞ | A |
| | | 19 | 36 | 20 | 68 | 53 | 24 | Humer. eius sequens | A |
| | | 34 | 12 | 15 | 68 | 54 | 1 | inf. seq. in □ Vrf. mai. | B |
| | 37 | 33 | 0 | 68 | 54 | 11 | Boreal. earundem | B | |
| Nov | | 71 | 8 | 40 | 68 | 55 | 9 | Polaris supra Polam | |
| | 29 | 55 | 21 | 30 | 68 | 53 | 35 | Clara cing. Andr. | A |
| | | 80 | 0 | 0 | 68 | 54 | 6 | Genn Cassiop. | A |
| | 29 | 40 | 45 | 68 | 53 | 47 | Vlt. caudae Vrf. mai. | B | |

Bor.

| 1728 | Altitudo | | | Altit. Poli | | | Denominatio fixarum | |
|------------|-----------|----|----|-------------|----|----|------------------------------|---|
| N. St. | obseruata | | | determin. | | | Err. Quadr. subtr. 4' 36'' | |
| | ' | ' | " | ° | ' | " | | |
| Dec.
10 | 37 | 33 | 30 | 68 | 54 | 42 | Bor. seq. in □ Vrf. mai. | B |
| | 76 | 14 | 30 | 68 | 53 | 27 | pectus Cassiop. Sched. | A |
| | 71 | 7 | 30 | 68 | 53 | 59 | Polaris supra Polum | |
| | 55 | 21 | 15 | 68 | 53 | 50 | Clara cing. Andr. | A |
| Dec.
15 | 71 | 7 | 15 | 68 | 53 | 44 | Polaris supra Polum | |
| | 56 | 51 | 0 | 68 | 54 | 34 | infra Polum | |
| | | | | 68 | 54 | 39 | per duas altit. Polaris | |
| | 76 | 14 | 0 | 68 | 53 | 57 | Schedir Cassiop. supra Polum | |
| | 34 | 3 | 20 | 68 | 54 | 10 | infra Polum | |
| | | | | 68 | 54 | 31 | per vtramq. alt. Schedir | |
| Dec.
27 | 79 | 44 | 40 | 68 | 53 | 1 | Bor. seq. □ Vrf. mai. ad B | |
| | 34 | 28 | 0 | 68 | 54 | 13 | Cor ♀ Regulus | A |
| | 42 | 22 | 45 | 68 | 54 | 45 | Lucida colli ♀ | A |
| | 43 | 11 | 50 | 68 | 53 | 49 | Luc. lumborum | A |
| | 37 | 16 | 20 | 68 | 54 | 19 | Cauda Leonis | A |
| | 36 | 39 | 46 | 68 | 54 | 13 | Luc. Cath. Cassiop. | B |
| | 34 | 3 | 30 | 68 | 54 | 19 | Schedir eius pector. | B |

In insulam Kildunum veni prima vice die 30. Nouembris 1727, eamque reliqui die 10. Decembris. En ibi institutas obseruationes.

Fixarum altitudines meridianae Kilduni obseruatae.

| 1727 | Altitudo | | | Altit. Poli | | | Fixarum Denominatio | |
|--------|-----------|----|----|-------------|----|----|----------------------------|---|
| N. St. | obseruata | | | determin. | | | Err. Quadr. subtr. 2' 10'' | |
| | ' | " | " | ° | ' | " | | |
| Dec. | 36 | 36 | 30 | 69 | 22 | 38 | Aldebaram ad | A |
| | 49 | 1 | 30 | 69 | 22 | 17 | Cornu Bor ♀ | A |
| | 2 | 66 | 24 | 0 | 69 | 20 | 2 Capella | A |
| | 18 | 0 | 40 | 69 | 22 | 0 | Lucida Lyrae ad | B |

Secun-

Secunda vice Kildunnum visitaui die 3. Augusti 1728, et eo relicto, Colam me contuli die 6. Septembris; interim sequentes Solis altitudines ibi obseruavi, sicuti infra referuntur.

Observationes Solis in Kilduno

| 1728
N. St. | Altit. super
☉ Limbi | | | Altit. Poli
determin. | | | Observ. Circumst. Err.
Quadr. subtr. 5' 16" |
|----------------|-------------------------|----|----|--------------------------|----|----|--|
| | ° | ' | " | ° | ' | " | |
| Aug. | | | | | | | |
| 6 | 37 | 40 | 40 | 69 | 21 | 49 | bona |
| 7 | 37 | 23 | 15 | 69 | 22 | 27 | fatis bona |
| 11 | 36 | 14 | 20 | 69 | 21 | 50 | accurata |
| 12 | 35 | 56 | 20 | 69 | 21 | 49 | bona |
| 14 | 35 | 20 | 0 | 69 | 21 | 26 | accurata |
| 17 | 34 | 22 | 0 | 69 | 22 | 38 | accuratissima |
| 20 | 33 | 24 | 0 | 69 | 21 | 56 | accuratissima |
| 23 | 32 | 23 | 45 | 69 | 21 | 42 | bona |
| 29 | 30 | 18 | 0 | 69 | 21 | 46 | bona |
| 30 | 29 | 56 | 20 | 69 | 21 | 55 | bona |
| 31 | 29 | 34 | 30 | 69 | 22 | 6 | accurata |
| Sep. 1 | 29 | 12 | 45 | 60 | 22 | 3 | accuratissima |
| 3 | 28 | 29 | 30 | 69 | 21 | 23 | fatis bona, ventus
vehemens |
| 4 | 28 | 7 | 0 | 69 | 21 | 43 | accurata |

Die 20. Ianuarii 1729 iterum Kildunnum petii, et inde profectus die 6. Februarii, hoc temporis spatio sequentes ibi institui obseruationes.

Altitudo Meridiana Inferioris Limbi ☉

Tom. III.

M m m

Obser.

| 1729
Nov. St. | Alt. obs.
infer ☉
Limbi | Altitudo
Poli
Determin. | Observationum
Circumstantiae
Error Quadr. subtr. |
|------------------|-------------------------------|-------------------------------|--|
|------------------|-------------------------------|-------------------------------|--|

Ian. 30 3 6 40 69 21 39 bona

Altitudines Meridianae Fixarum.

| | Altitudo
observata | Altit. Poli
determin. | Denominatio fixarum
Err. Quadr. subtr. 5' 10" |
|------|-----------------------|--------------------------|--|
| Ian. | 25 6 40 | 69 17 53 | Capella versus B |
| 26 | 30 8 0 | 69 20 28 | Vltima caudae Vrf. M. B |
| 27 | 36 43 0 | 69 19 18 | Aldebaram A |
| 28 | 34 23 20 | 69 17 37 | Schedir Casp. A |
| | 18 1 20 | 69 19 36 | Lyrae lucida B |
| | 26 40 0 | 69 21 13 | Procyon A |
| | 49 6 30 | 69 20 21 | Cornu Bor. ♂ A |
| | 19 22 40 | 69 20 26 | Med. Cinguli Orion. A |
| | 28 5 40 | 69 20 47 | Orion. hum. sequens A |
| 30 | 43 22 45 | 69 20 35 | Calx in pede priore
preced. ♀ A |
| | 36 42 30 | 69 19 48 | Aldebaram A |
| | 34 28 45 | 69 19 2 | Cassiopeae Schedir B |
| | 38 41 30 | 69 20 9 | Ad eius coxas B |
| | 38 15 46 | 69 19 59 | Genu Cassiopeae B |
| | 13 38 40 | 69 19 38 | Lucida cing. Andr. B |
| 31 | 19 21 15 | 69 20 4 | Caput Medusae B |
| | 25 19 0 | 69 18 39 | Lucida lat. Persei B |
| | 41 23 45 | 59 20 27 | Arcturus A |
| | 45 46 20 | 69 19 47 | In cap. ♀ Austral. A |
| | 34 3 15 | 69 19 34 | Cor ♂ Regulus A |
| | 42 46 30 | 69 19 30 | Lucida Lumborum A |

Lucida

| 1728
Nov. St. | Altitudo
oberuata
Limbi. | Altitudo
Poli
Determin. | Denominatio
Fixarum
Error Quadr. subtr. |
|------------------|--------------------------------|-------------------------------|---|
| | | | 5' 50" |
| Dec. 31 | 41 58 30 | 69 19 32 | Lucida colli δ A |
| | 36 51 30 | 69 19 44 | Cauda δ A |

Cola relicta 1 Martii 1729, in itinere quo Archangelopolin petebam, summo mane in locum, cui nomen Candalex, perueni die 5. eiusdem mensis, et eum reliqui die 7. vespere; interim ibi obseruatae fuere

Solis Altitudines Meridianae

| 1729
Nov. St. | Alt. sup.
Limb. \odot . | Altitudo
Poli
Determin. | Obseruationum
Circumstantiae
Error Quadr. subtr. |
|------------------|------------------------------|-------------------------------|--|
| | | | 4' 30" |
| Mart. 5 | 17 16 15 | 67 9 58 | accurata |
| 6 | 17 38 45 | 67 10 37 | accurata |
| 7 | 18 0 40 | 67 11 56 | dubia |

Fixarum Altitudines Meridianae.

| 1726
N. St. | Altitudo
oberuata | Altit. Poli
determin. | Denominatio fixarum
Err. Quadr. subtr. 5' 0" |
|----------------|----------------------|--------------------------|---|
| | 28 50 45 | 67 10 7 | Procyon versus A |
| Mart 15 | 28 30 | 67 9 53 | Cor Hydrae A |
| 6 | 47 56 15 | 67 9 35 | In Cap. δ Austral. A |
| | 36 12 30 | 67 9 59 | Regulus A |
| | 15 43 0 | 67 10 18 | Pectus Cygni B |
| | 21 37 30 | 67 10 2 | Eius cauda B |

M m m 2

Die

Die 8. Martii Kouedam veni indeque 11. eiusdem mensis mane profectus sum. Habes hic observationes ibi institutas.

| 1729
N. St. | Alt. Mer.
observ. | | | Alt. Poli
Determin. | | | Err. Quadr. subtr. 4' 37" |
|----------------|----------------------|----|---|------------------------|----|----|---------------------------|
| | ° | ' | " | ° | ' | " | |
| Mart. 19 | 15 | 45 | | 66 | 43 | 8 | Limbus superior ☉ |
| 952 | 1 | 20 | | 66 | 43 | 7 | Pollux ad Austrum |
| 15 | 54 | 45 | | 66 | 43 | 10 | Cor Hydrae versus Austrum |

Die 12. Martii mane Kierittam veni ibique trium dierum spatio quae sequuntur observavi.

Altitudines Meridianae Kierittae observatae.

| 1729
N. St. | Altitudo
observ. | | | Alt. Poli
determin. | | | Err. Quadr. subtr. 4' 52" |
|----------------|---------------------|----|----|------------------------|----|----|----------------------------------|
| | ° | ' | " | ° | ' | " | |
| Mart. 12 | 20 | 51 | 40 | 66 | 17 | 51 | Limbus super ☉ accur. |
| 13 | 21 | 14 | 0 | 66 | 19 | 4 | ipse sed aere impuro,
incerte |
| | 56 | 14 | 40 | 66 | 17 | 45 | Castor |
| | 52 | 26 | 40 | 66 | 18 | 1 | Pollux |
| | 16 | 20 | 20 | 66 | 17 | 45 | Cor Hydrae |
| | 14 | 59 | 45 | 66 | 17 | 42 | Luc. Lyrae |
| | 20 | 45 | 20 | 66 | 17 | 54 | Cauda Cygni |

Iter me die 20. Martis in locum qui Kiemi vocatur, perduxit; hunc 22. vespere reliqui; cetera ibi observata hic exhibeo.

Altitudines Meridianae Kiemi observatae.

Err.

| 1729
N. St. | Altitudo
observ. | Altit. Poli
determin. | Err. Quadr. subtr. 4' 58" |
|----------------|---------------------|--------------------------|---------------------------|
| Mart. 25 | 43 30 | 64 58 32 | Limbus super. ☉ bene |
| 21 | 26 7 30 | 64 58 9 | Lim. ☉ super. sat bene |
| 22 | 17 39 40 | 64 58 13 | Cor Hydrae ad A |
| | 19 26 0 | 64 58 17 | Cauda Cygni ad B |

Somnam die 23. Martii veni, et inde profectus die 28. spatio quinque dierum sequentia observavi.

Altitudines Meridianae Sommae observatae

| 1727
N. St. | Altitudo
observata | Altit. Poli
determin. | Err. Quadr. subtr. 5' 10" |
|----------------|-----------------------|--------------------------|---------------------------|
| Mart. 27 | 37 17 | 64 15 44 | Lim. super ☉ accurat. |
| 24 | 18 22 0 | 64 15 58 | Cor Hydrae ad Austr. |
| | 50 50 0 | 64 15 54 | In capite ♀ Austr. ad A |
| | 39 6 20 | 64 16 10 | Regulus versus Austr. |
| | 13 49 40 | 64 16 4 | Pectus Cygni } ad Bo- |
| | 18 44 0 | 64 15 56 | eius Cauda } ream |

Petropolin redire, et in instanti itinere, quas possem observationes facere iussus, Archangelopoli profectus sum die 29. Augusti 1729 summo mane; et itinere die nocteque continuato tandem in locum qui Colmogorod appellatur perveni; ibique vnicam, quae sequitur, altitudinem Solis, in obtinenda huiusce loci latitudine, observare potui.

| 1729
N. St. | Altit. super
Limbi ☉ | Latitudo
determin. | Loci Colmogorod
Err. Quadr. subtr. 4' 17" |
|----------------|-------------------------|-----------------------|--|
| Aug. 30 | 35 7 45 | 64 14 43 | |

Die septimo Septembris vicum nomine Crasneboze intraui; Conabar ibi obseruare, sed caelum nubilum irritos fecit conatus; hinc postquam ibi diem vnā noctemque permansissem, nec caelum ferenum tam cito expectandum videbatur, profectus sum, iustus enim a glacie imminente metus aderat, ne proficiscentem in itinere interciperet; et post 3 dierum spatium vesperi in locum Oustiongā veni, quem die 23. eiusdem mensis tandem reliqui, ceterum plures sequentibus obseruationibus, ibi instituire non licuit

Solis Altitudines Meridianae.

| 1727 | Alt. super | Latitudo | Loci Oustiong | |
|--------|------------|----------|---------------------------|--|
| N. St. | Limbi ☉ | Determ. | Err. Quadr. subtr. 4' 20" | |
| Sept. | 0 " " | 0 " " | | |
| 15 | 32 37 0 | 60 45 56 | bene | |
| 16 | 32 13 45 | 60 45 59 | accurate | |
| 19 | 31 4 0 | 60 43 55 | accurate | |
| 20 | 30 40 45 | 60 45 47 | satis bene | |

Stellarum Altitudines Meridianae.

| 1728 | Altitudo | Latitudo | Loci Oustiong | |
|--------|-----------|-----------|----------------------------------|--|
| N. St. | obseruata | determin. | Err. Quadr. subtr. 4' 20" | |
| Sept. | 22 36 40 | 60 46 13 | Hum. prec. ∞ ad A | |
| 17 | 56 54 0 | 60 46 25 | Caput Androm. A | |
| | 73 39 0 | 60 45 44 | Cauda Cygni A | |
| | 57 30 15 | 60 45 52 | Lucida Aquilae A | |
| | 3 31 30 | 60 45 49 | Castor ad Boream | |
| | 34 4 30 | 60 46 11 | Bor. praec. in □ Vrsae
Mai. B | |

No-

Nouam Totmam intraui die 1. Octobris, et inde profectus die 8. per hanc septimanam sequentibus operam dedi.

Altitudines Solis Totmae.

| 1729
N. St. | Alt. obs.
super ☉
Limbi | Latitudo
determin. | Err. Quadr. 4' 20" subtr. |
|----------------|-------------------------------|-----------------------|---------------------------|
| Oct. 2 | 26 38 00 | 60 7 30 | Limb. ☉ super. bene |
| 4 | 25 51 20 | 60 7 39 | exacte |
| 5 | 25 28 20 | 60 7 33 | latis bene |

Ibi etiam aliquas. quae sequuntur, altitudines meridianas fixarum obseruauit.

Altitudines Meridianae fixarum Totmae versus Austrum obseruatae.

| 1729
N. St. | Altitudo
obseruata | Latitudo
determin. | Err. Quadr. 4' 20" subtr. |
|----------------|-----------------------|-----------------------|---------------------------|
| Oct. 7 | 36 2 15 | 60 8 0 | humer. preced. Orionis |
| | 28 33 40 | 60 7 27 | media in Cingulo |
| | 37 17 0 | 60 8 5 | humerus sequens |
| | 13 38 45 | 60 8 29 | Sirius |

Die 11. Octobris Vologdam veni, quam 9. Decembris vespere reliqui; Interim duorum mensium spatio, nec vnica nox obseruationi propitia fuit, ita vt solummodo altitudines superioris limbi Solis capere potuerim quas nunc ordine sisto.

Altitudines Meridianae superioris Limbi Solis Vologdae.

Err.

| 1729 | | | Altitudo | | | Latitudo | | | Err. Quadr. 4' 10" subtr. |
|------------------|----|----|-----------|----|----|-----------|----|---|---------------------------|
| N. St. observata | | | determin. | | | determin. | | | |
| | ' | " | ' | " | ' | " | ' | " | |
| 03. 12. | 23 | 35 | 30 | 59 | 19 | 42 | | | bona |
| | 18 | 21 | 40 | 59 | 20 | 06 | | | fatis bona |
| | 29 | 17 | 31 | 15 | 59 | 20 | 14 | | accurata |
| | 30 | 17 | 12 | 0 | 59 | 19 | 45 | | bona |
| Nov. 4 | 15 | 37 | 0 | 59 | 19 | 23 | | | bona |
| | 11 | 13 | 34 | 20 | 59 | 19 | 37 | | bona |
| | 12 | 13 | 18 | 15 | 59 | 19 | 18 | | |
| | 15 | 12 | 31 | 20 | 59 | 19 | 5 | | bona, vento obstante |
| | 16 | 12 | 16 | 20 | 59 | 19 | 1 | | |
| | 22 | 10 | 53 | 20 | 59 | 19 | 3 | | fatis bene |
| | 24 | 10 | 28 | 15 | 59 | 19 | 14 | | bona observ. |

Petropoli Archangelopolin iter faciens Cargapolium prima vice veni die 26. Aprilis anni 1727 et inde profectus die 6. Maii; decem horum dierum intervallo observavi quae sequuntur

| 1727 | | Alt. super. | | | Latitudo | | | Cargapolii | |
|----------|----|-------------|----|----|-----------|----|--------|--------------------|---------------|
| Nov. St. | | Limbi ☉ | | | determin. | | | Err. Quadr. subtr. | |
| | ' | " | ' | " | ' | " | 1' 45" | | |
| Apr. | 29 | 43 | 11 | 0 | 61 | 28 | 58 | | fatis bene |
| | 30 | 43 | 29 | 0 | 61 | 29 | 32 | | accurate |
| Mai. | 1 | 43 | 47 | 40 | 61 | 29 | 3 | | accuratissime |
| | 2 | 44 | 6 | 15 | 61 | 28 | 47 | | bene |
| | 3 | 44 | 23 | 50 | 61 | 29 | 2 | | bene |
| | 4 | 44 | 41 | 20 | 61 | 29 | 8 | | accurate |

Ex itinere redux secunda vice urbem hanc intraui die 14. Septembris 1729, ex ea discedens die

29. Ianuarii 1730; exhibeo tibi obseruationes spatio vnus mensis et dimidii fere institutas.

Solis Altitudines Meridianae

| 1730 | Limbus | Latitudo | Cargapolii |
|----------|----------|-----------|--------------------|
| Nov. St. | super ☉ | determin. | Err. Quadr. 5' 20" |
| | | | add. |
| Ian. 19 | 8 27 0 | 61 28 39 | bona obseruatio |
| 30 | 11 6 30 | 61 28 33 | accurata |
| 31 | 11 22 30 | 61 29 5 | bona |

Fixarum Altitudines Meridianae

| 1729 | Altitudo | Latitudo | Err. Quadr. 5' 20" |
|----------|-----------|-----------|--------------------|
| Nov. St. | obseruata | determin. | add. |
| Dec. 57 | 5 15 | 61 29 4 | Pollux ad A. |
| 26 | 20 58 | 61 28 56 | CorHydrae ad A. |
| | 10 2 30 | 61 28 42 | Luc. Lyrae ad B. |

Cum Petropoli relicta Archangelopelin peterem nouam Ladogam a S. Nicolao denominatam intraui die 12. Aprilis 1727, eamque reliqui die 19. vespertino tempore; in hoc loco non nisi duabus vicibus obseruare licuit; redux autem ex itinere die 7. Febr. 1730 rursus adueni in eundem locum, vbi permansi vsque ad 15. eiusdem mensis, hoc autem 8 dierum spatio, vnicam tantum obseruationem facere licuit; en adfunt tres meae obseruationes ibi institutae.

*Altitudines Meridianae superioris Limbi Solis
in Nova Ladoga observatae.*

| 1729
N. St. | Altitudo
observata | | | Latitudo
determin. | | | Err. Quadr. 1' 30" |
|-----------------|-----------------------|----|----|-----------------------|---|----|------------------------|
| | ° | ' | " | ° | ' | " | add. |
| Apr. 13 | 39 | 6 | 45 | 50 | 4 | 30 | lubia propter nubes |
| 18 | 40 | 51 | 40 | 50 | 6 | 29 | bona |
| 1730
Feb. 13 | 16 | 46 | 0 | 60 | 6 | 31 | Err. Quadr. 5' 0" add. |

Quod superest ex haecenus recensitis observationibus, media quaedam erunt capienda, quae inferrent Latitudinibus locorum per quos iter feci determinandis, quod feci, sicuti sequens tabula exhibet.

Tabula Latitudinum

Omnium Locorum, in quibus in itinere meo observationes institutae sunt.

| | | | | | |
|-----------------|----|----|-------------|----|----|
| Archangelopolis | 64 | 34 | Somma | 64 | 16 |
| Cola | 68 | 54 | Coluogorod | 64 | 15 |
| Kildanum | 69 | 22 | Ostionga | 60 | 46 |
| Candalax | 67 | 10 | Nova Torma | 60 | 9 |
| Koveda | 66 | 43 | Vologda | 59 | 20 |
| Kieritte | 66 | 18 | Cargapolium | 61 | 29 |
| Kiemi | 64 | 58 | Nova Ladoga | 60 | 7 |

Errata.

Errata.

Pap. 8. Lin. 11. loco BAC lege BAB, ibique ad §. 15 supple in margine fig. 4.

Pag. 64. Lin. 1. pro sin ang. BCD lege sin ang. BCS.

- - Lin. 2. pro A θ . Lege AB.

- - Lin. 11. pro BQ. lege Ba.

- - Lin. 14. pro Ca. Lege 2 Ca.

Pag. 65. Lin. 19. pro CRdx lege CRddx.

- - Lin. 20. pro $\frac{c}{c}$ lege $\frac{ac}{c}$

Pag. 68. Lin. 9. pro xp lege xP.

Pag. 114. Lin. 4. pro I et H, lege I et K.

Pag. 162 Lin. 20. pro vt datum fitum mutuare, lege, vt datum fitum mutare.

Pag. 200. Lin. 19. tanto fit structuræ simplicitas, lege, tanta fit structuræ simplicitas.

Pag. 209. apponatur in margine ad §. 51. fig. 5 et 4.

Pag. 212. Lin. 26. pro $a=59\frac{4}{7}$ lege $a=59\frac{5}{7}$
et in eadem Linea pro $c=91\frac{8}{9}$ lege $c=91\frac{7}{11}$.

- - Lin. 27. pro $=32\frac{1}{2}$ lege $32\frac{1}{3}$.

Pag. 244. Lin. 8. in Margine pro fig. 9 lege fig. 6.

Pag. 369. Lin. 4. pro in Scythicis quoque linguis fuit. lege, in Scythicis quoque linguis fuit.

Pag. 383. Lin. 1. pro patraffent. Mutavit, lege, patraffent, mutavit.

Pag. 388. Lin. 15. pro Gaetae, lege Getae.

Pag.

Pag. 389. Lin. 20. pro vt numeros, lege vt numos.

Pap. 390. Lin. 1. pro transiiciunt, lege transificiebant.

- - Lin. 2. pro contineantur, lege continerentur.

Pag. 417. Lin. 16. pro litteraam, lege litterarum.

Pag. 418. Lin. 2. pro inducant, lege inducunt.

Pap. 433. lin. 8. pro Marti lege Martii.

Pag. 438. Lin. 11. pro quae, lege quas.

P. 440. Lin. 5. pro Geodecistarum lege Geodesistarum.

- Lin. 17. pro Archangelopoleos lege Archangelopoleos.

Pag. 443. Lin. 18. pro ^{o / //}54 35 15 lege ^{o / //}64 35 15.

Pap. 446. Lin. 9. pro quae Cola, lege quae a Cola.

Pag. 458. Lin. 21. pro die 20. Martis, lege die 20. Martii.

Pag. 460. Lin. 16. pro ^{o / //}60 43 55 lege ^{o / //}60 45 55.

Fig. 2.

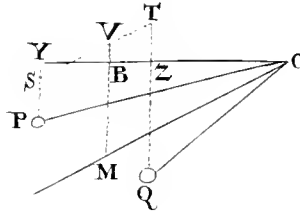


Fig. 4.

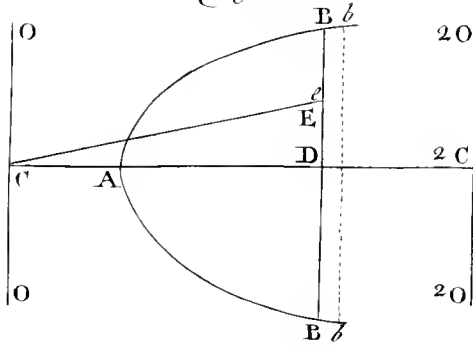
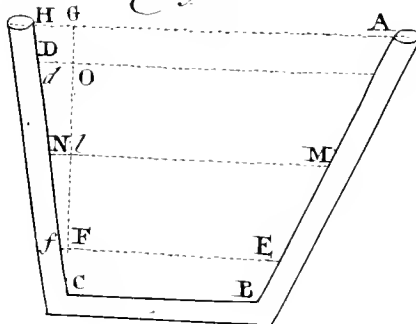
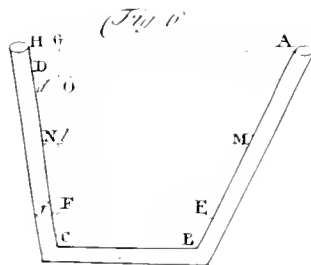
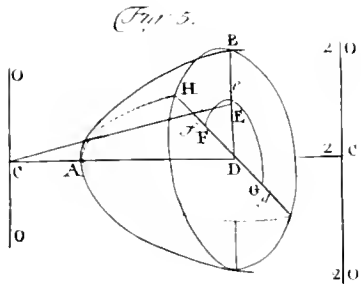
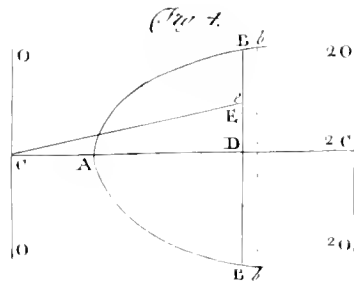
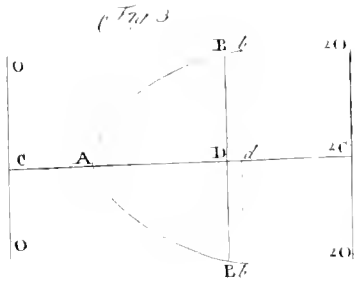
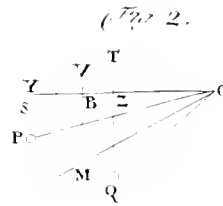
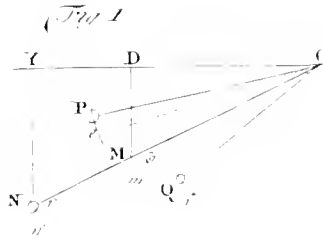
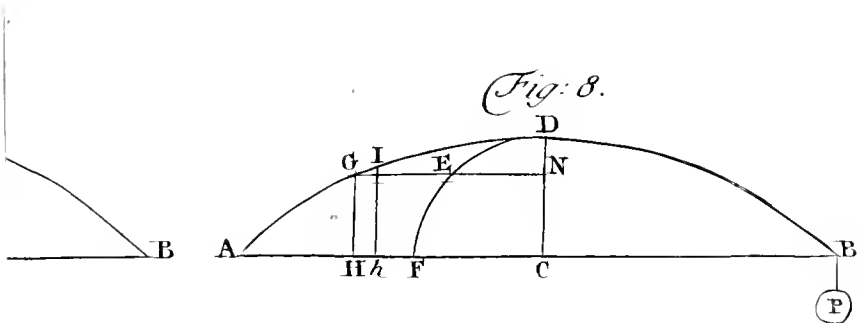
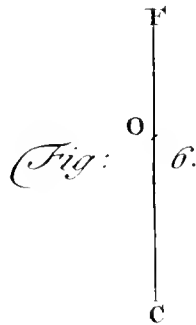
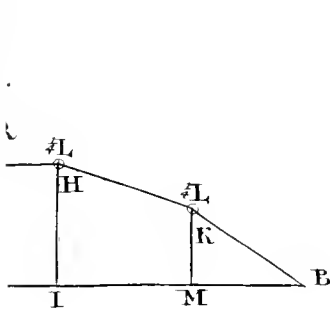
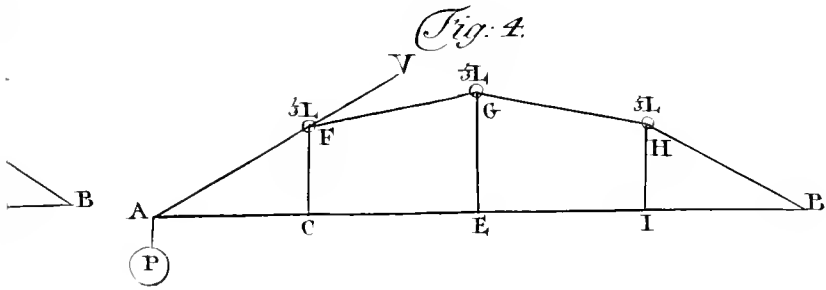
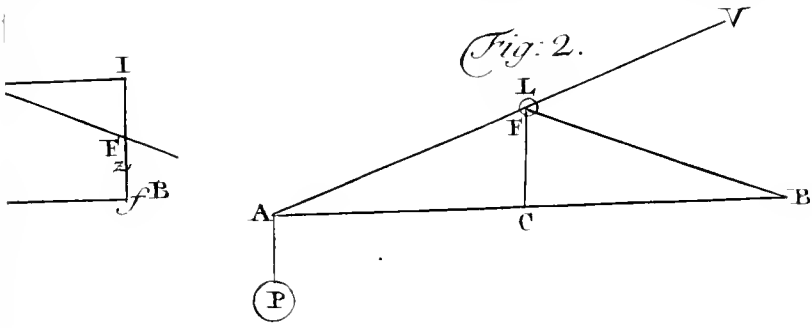
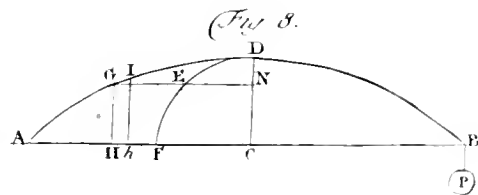
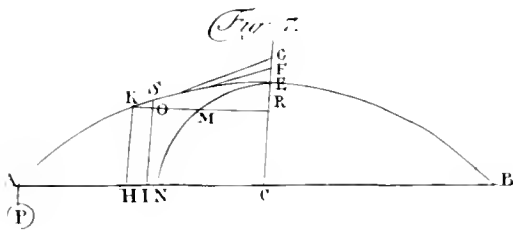
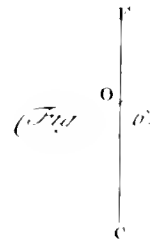
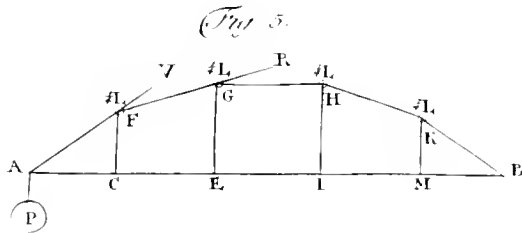
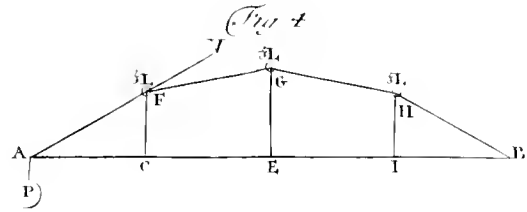
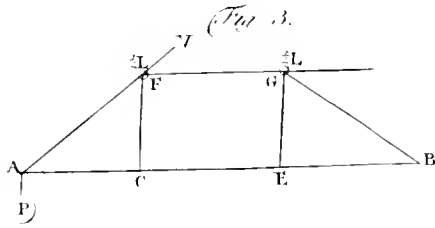
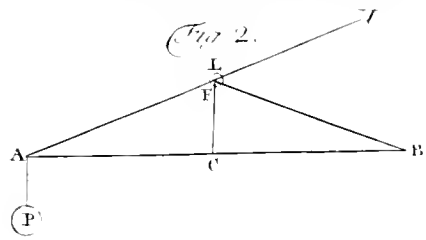
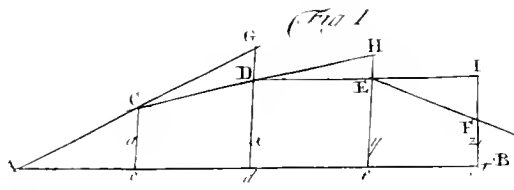


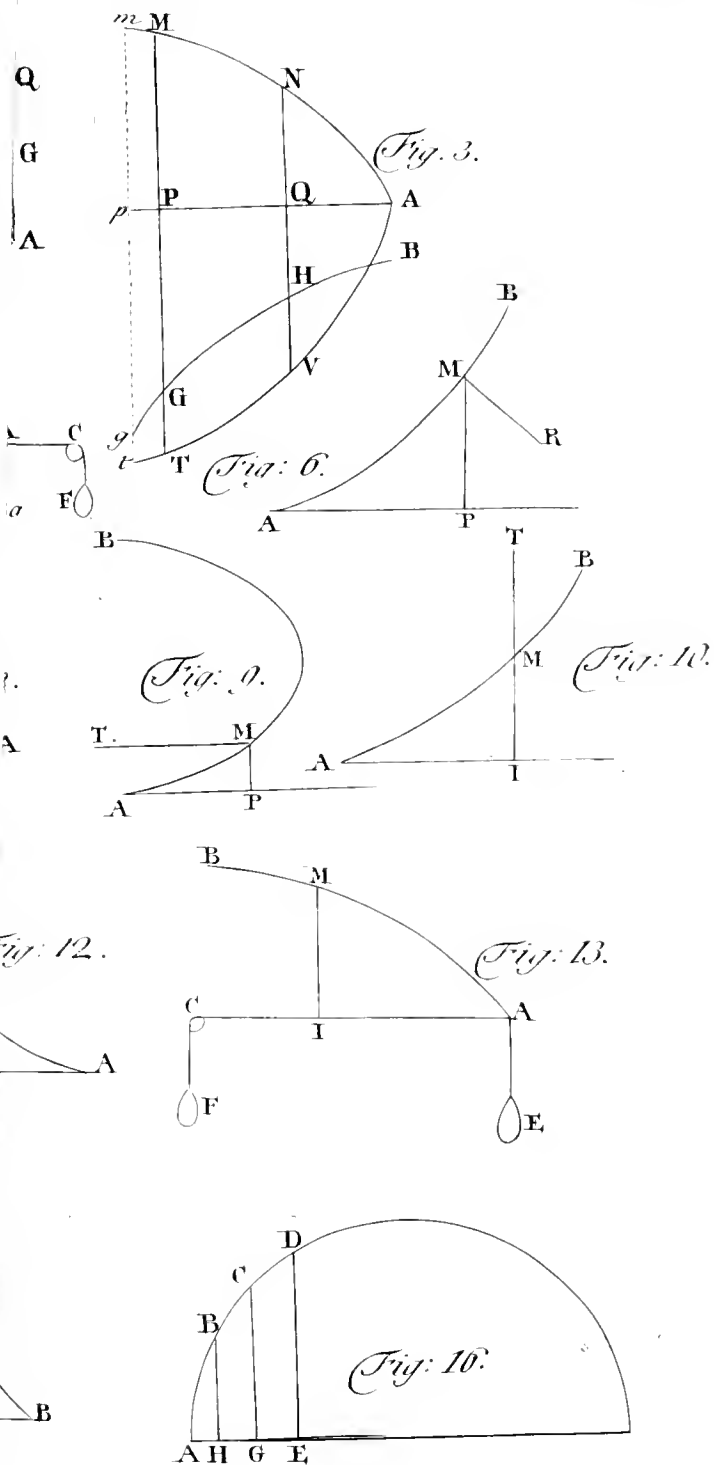
Fig. 6.

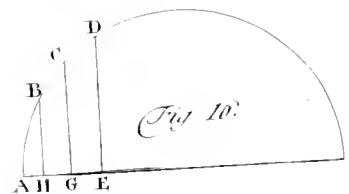
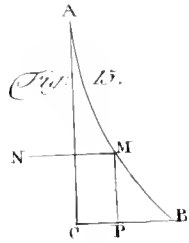
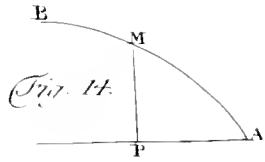
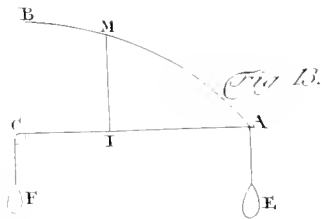
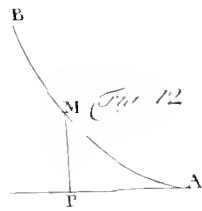
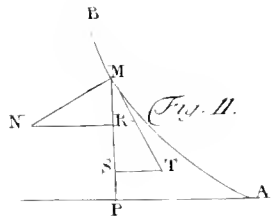
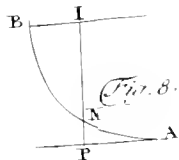
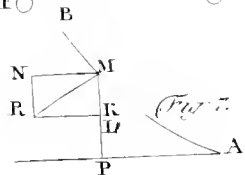
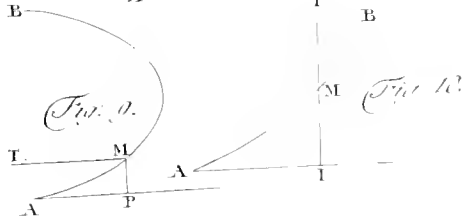
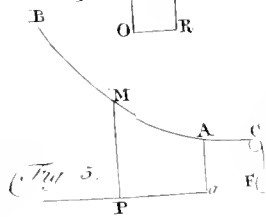
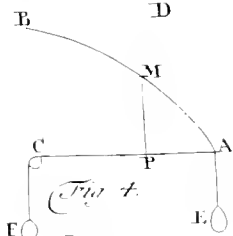
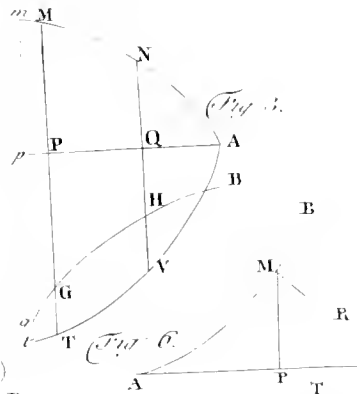
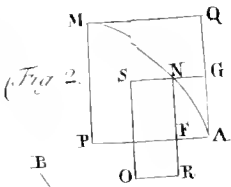
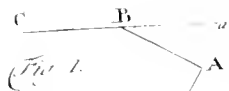


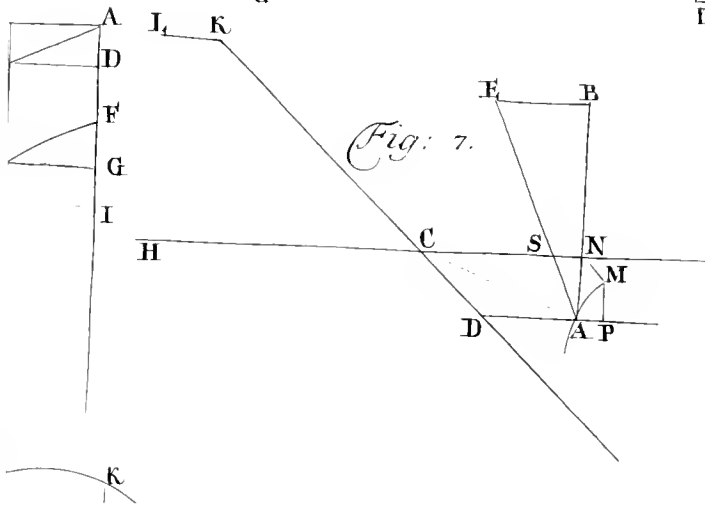
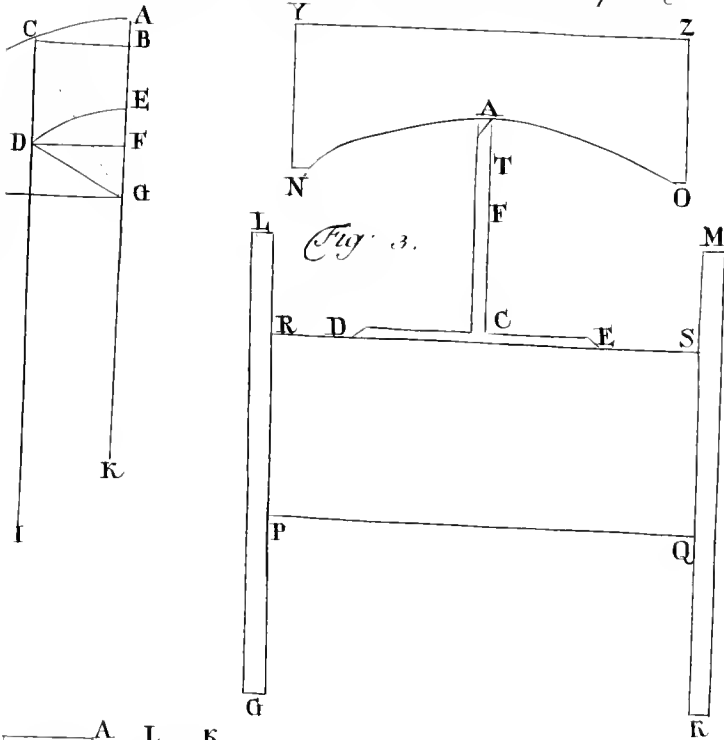












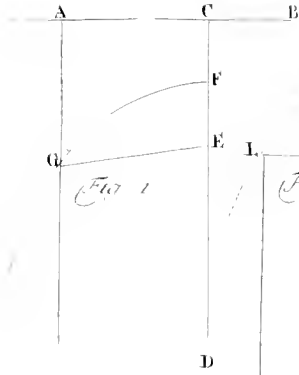


Fig. 1

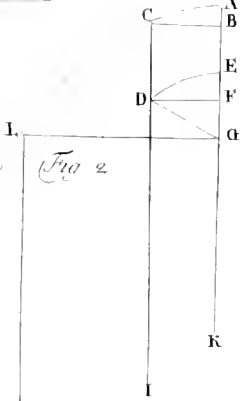


Fig. 2

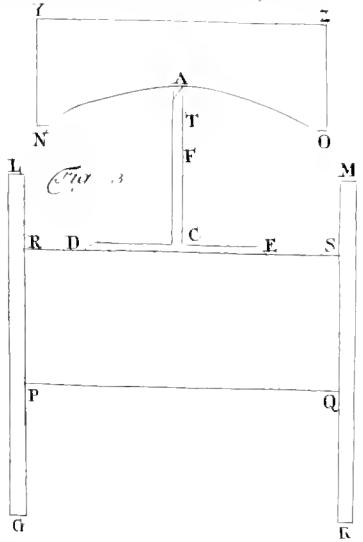


Fig. 3

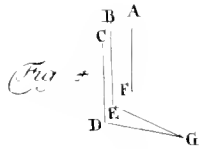


Fig. 4

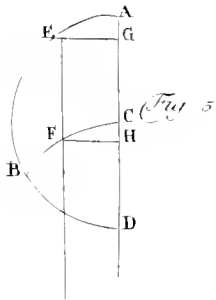


Fig. 5

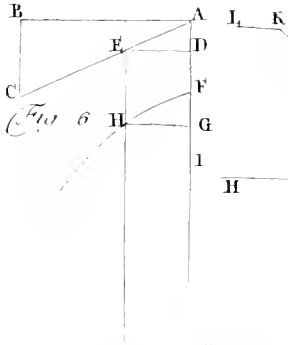


Fig. 6

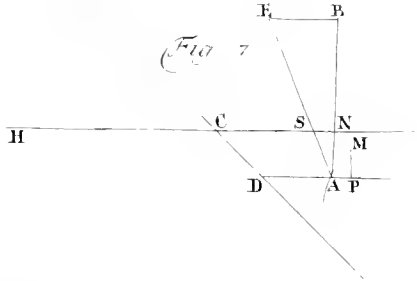


Fig. 7

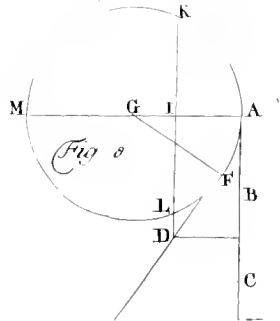
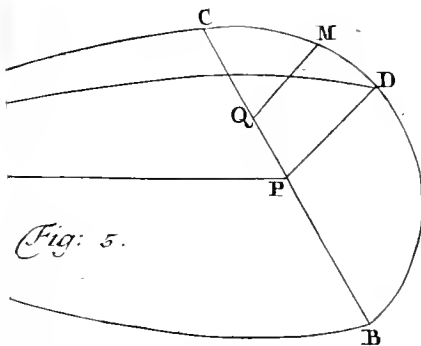
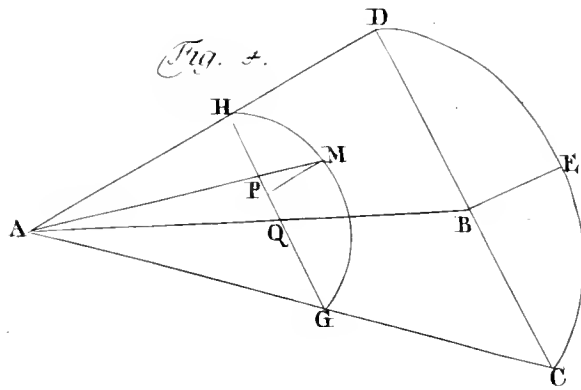
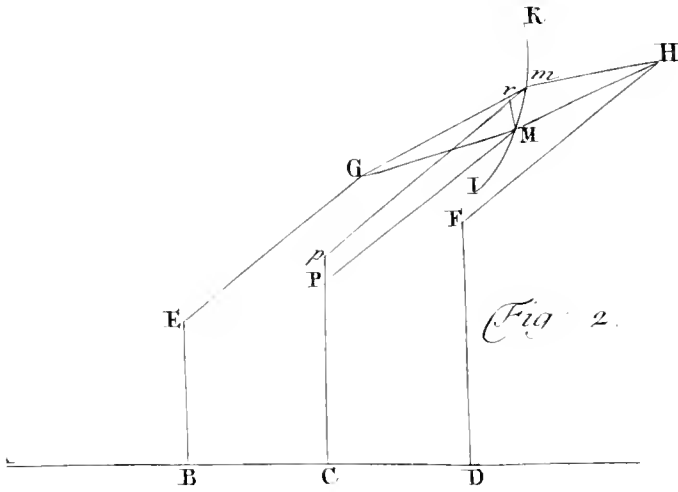
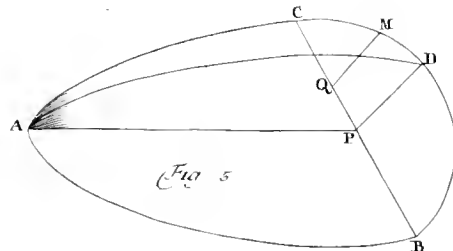
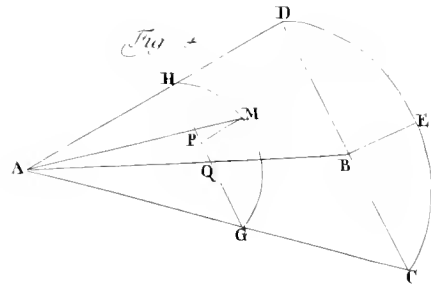
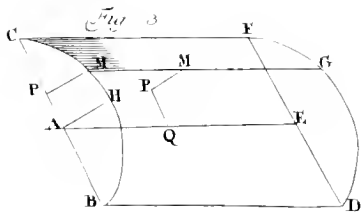
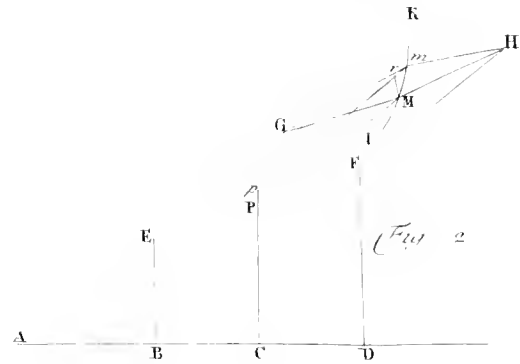
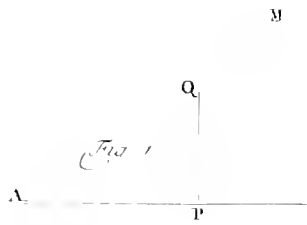


Fig. 8





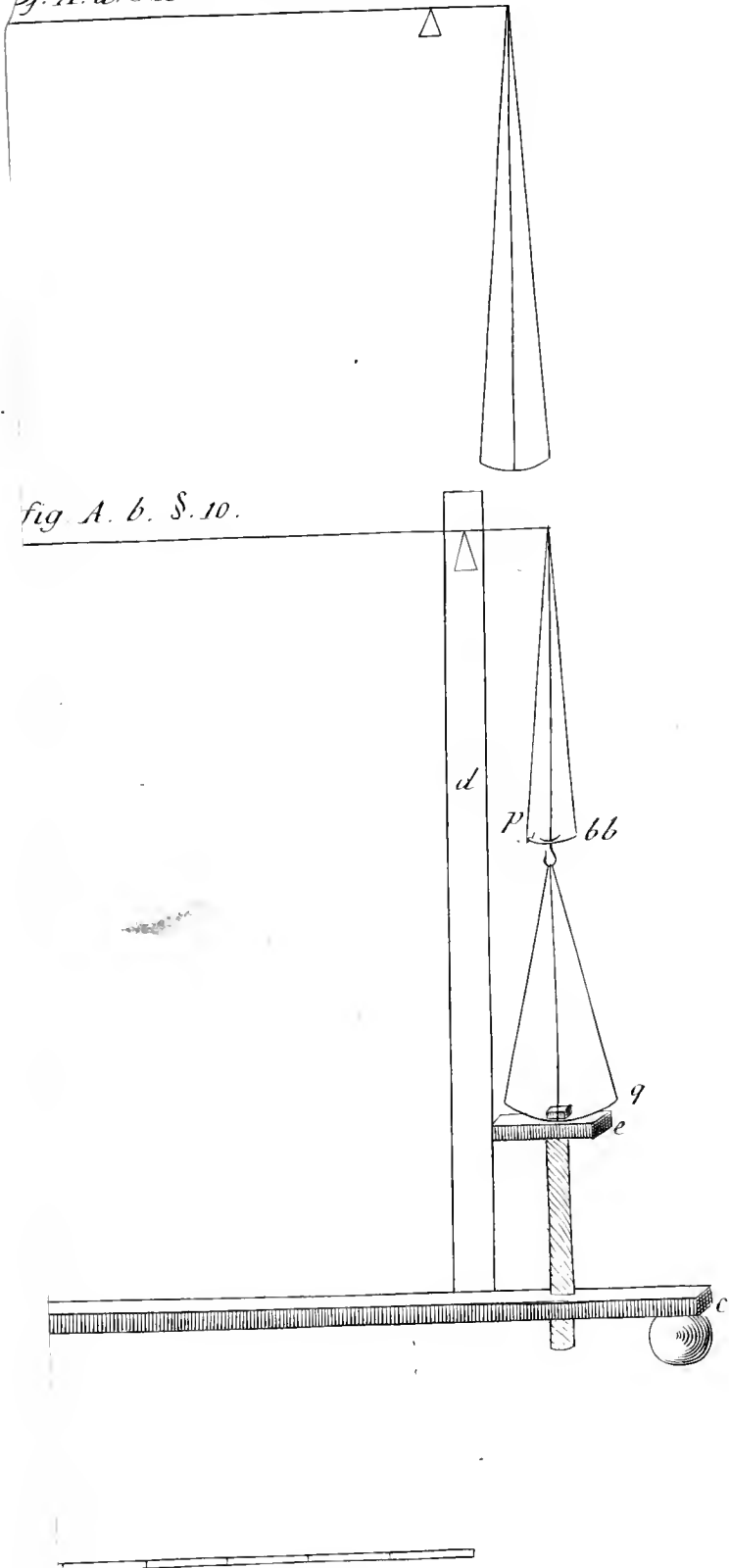


fig. A. b. S. 10.

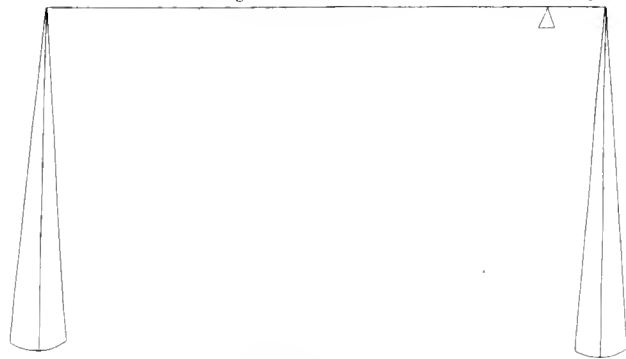
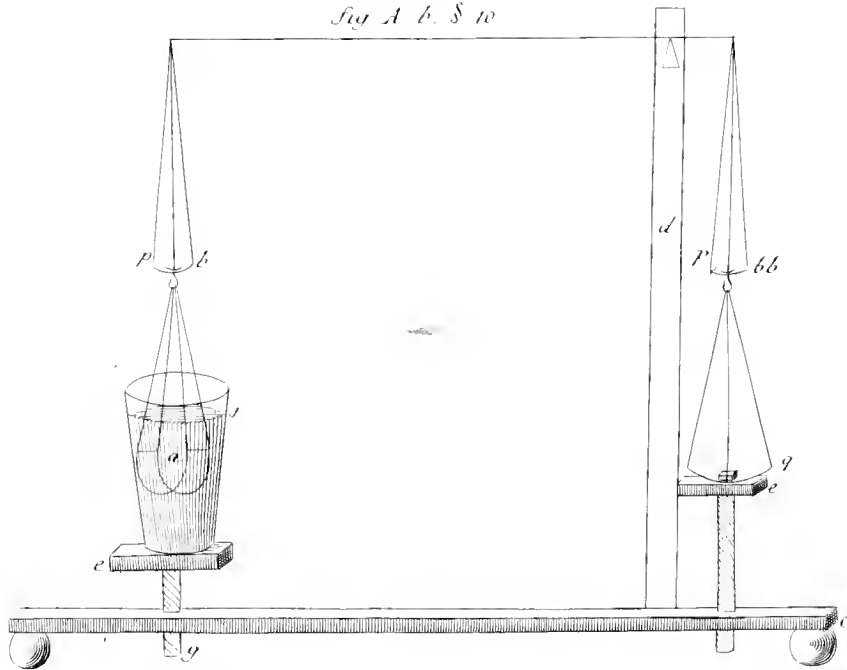
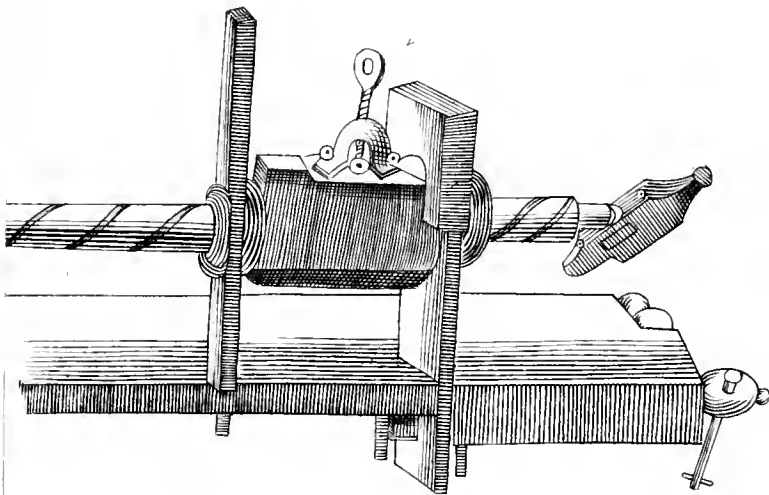
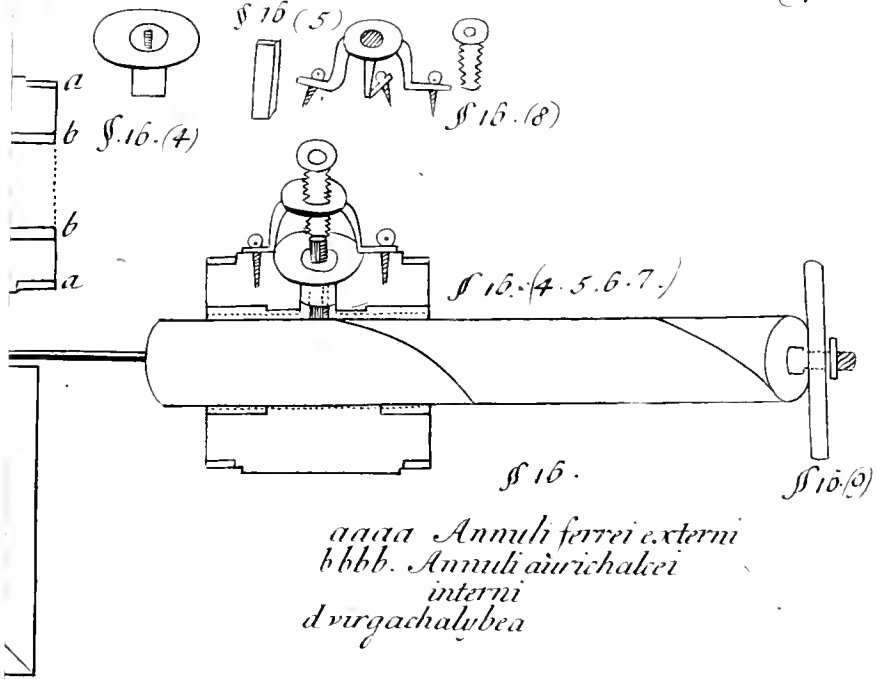


fig. A. b. §. 10.





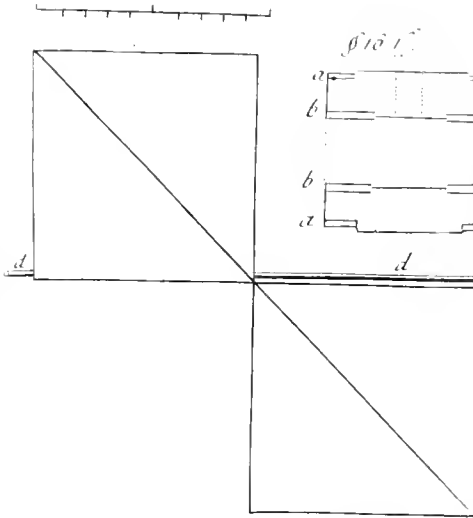
Tab I.

§ 12
2 et 5

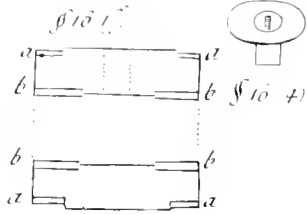


§ 13

1 et 2



§ 12 1 et 4

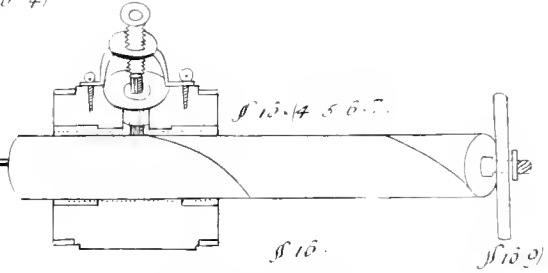


Comm. Ac. Sc. Petr. Tom III Tab VIII (p. 163)

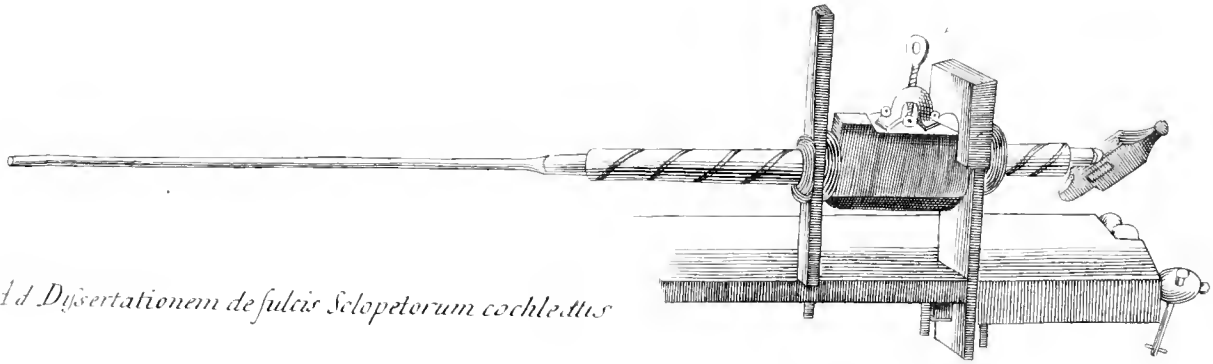
§ 10 5



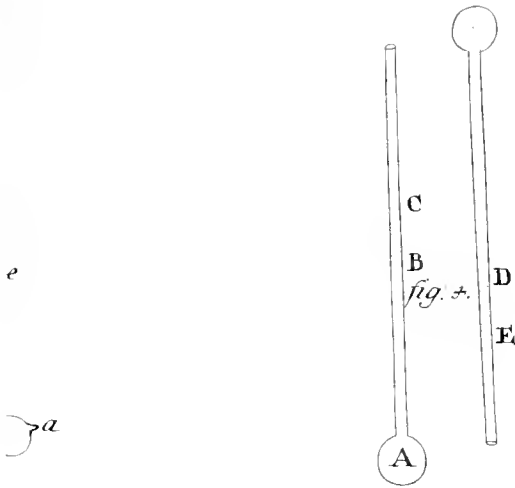
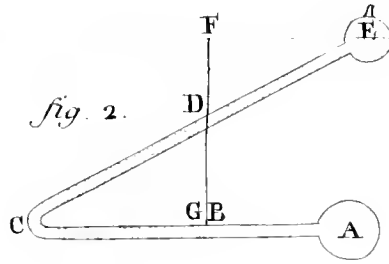
§ 10 8



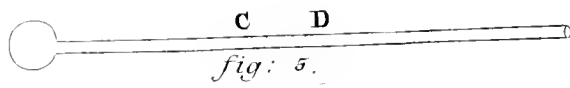
aaaa. Anuli ferri externi
 bbbb. Anuli aërichalci
 interni
 d. virgachalybea

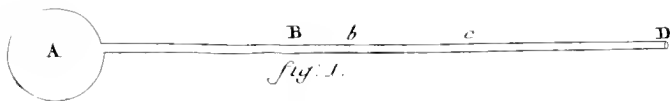
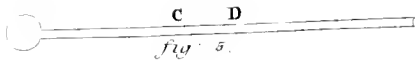
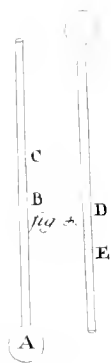
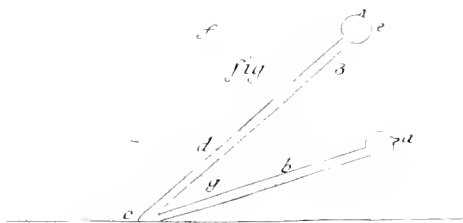
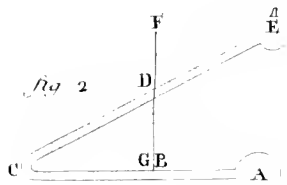
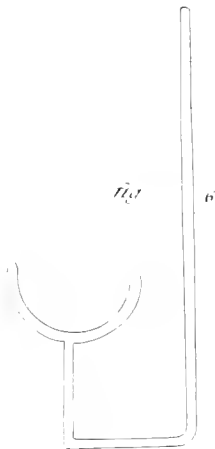


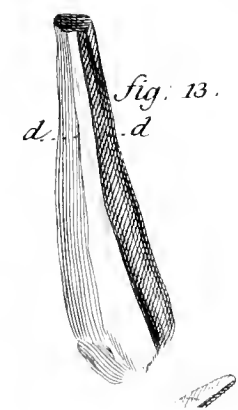
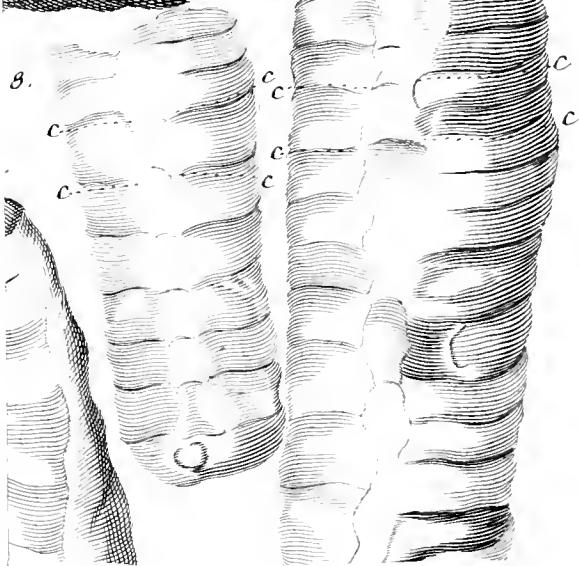
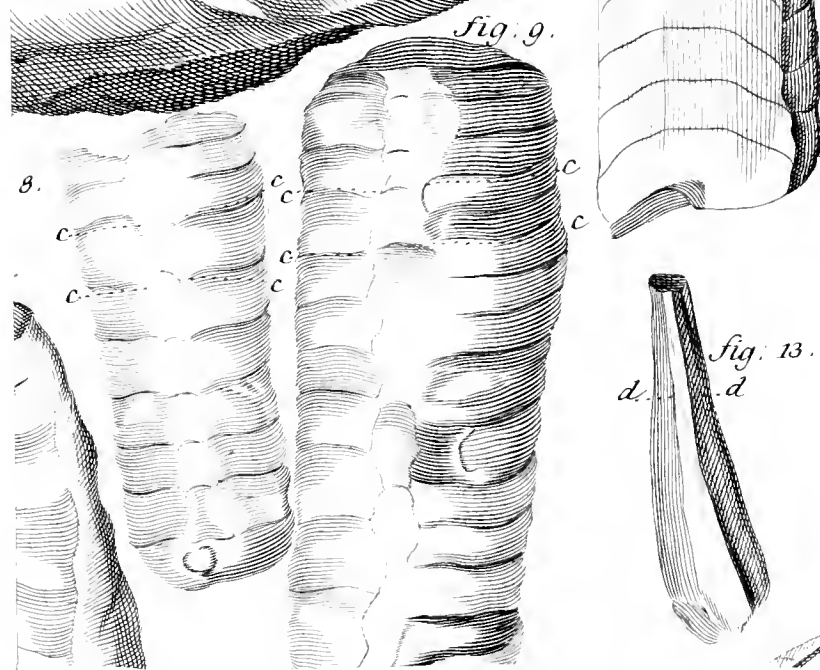
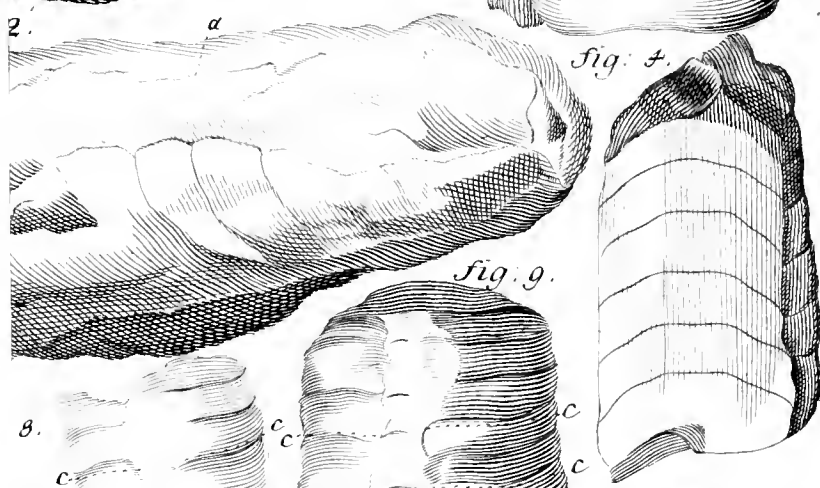
Ad Dissertationem de fulcra Sclopetorum cochlearis



a







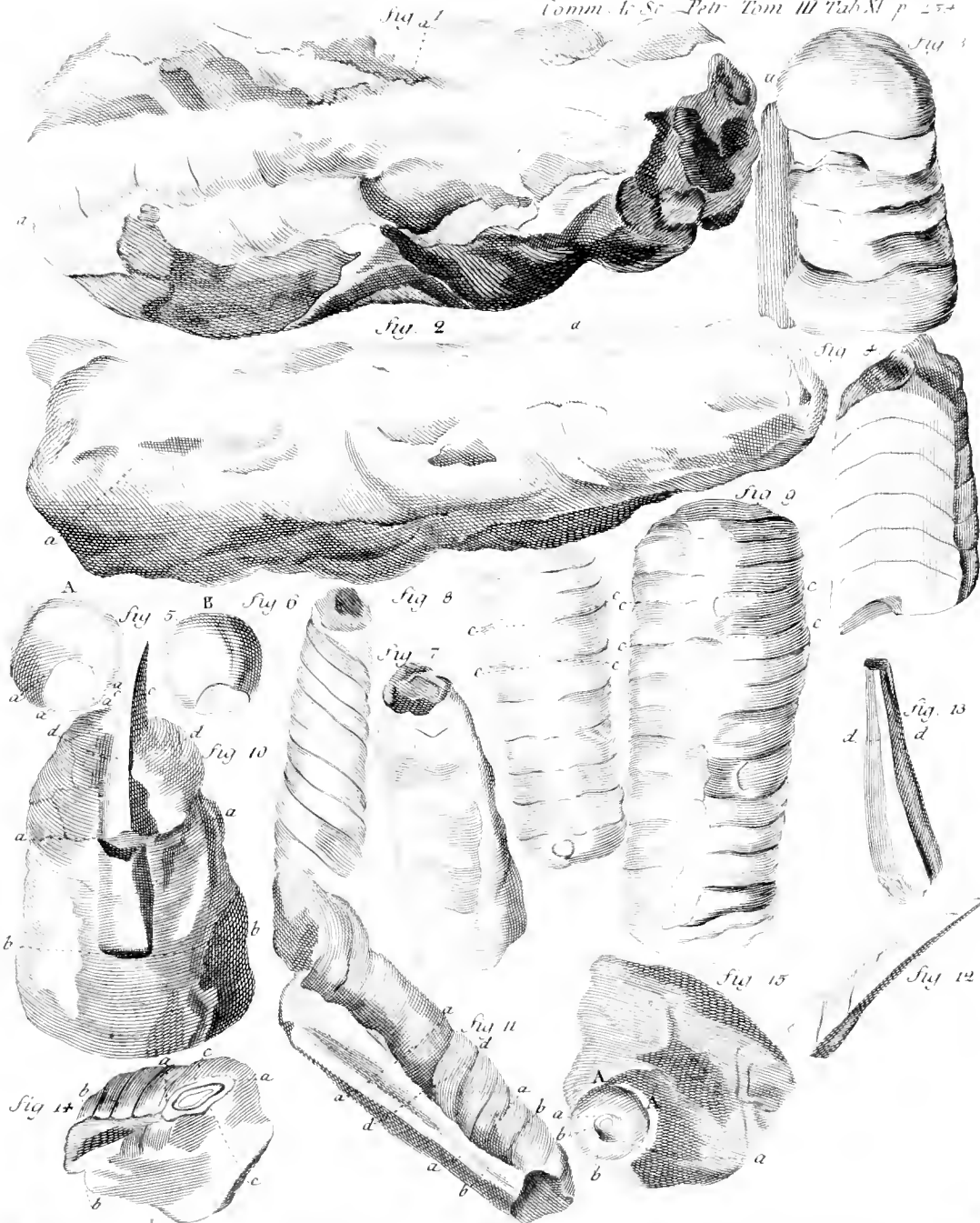


Fig. 17.

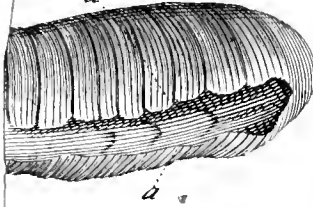
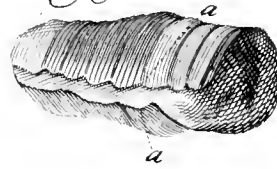


Fig. 18.



20.



A

Fig. 21.

B

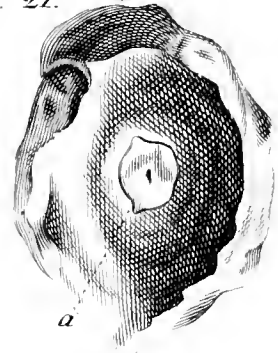
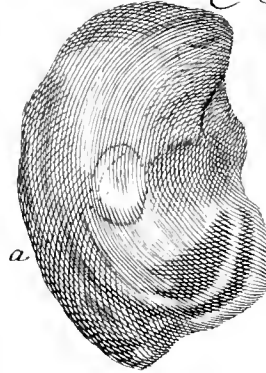


Fig. 23.

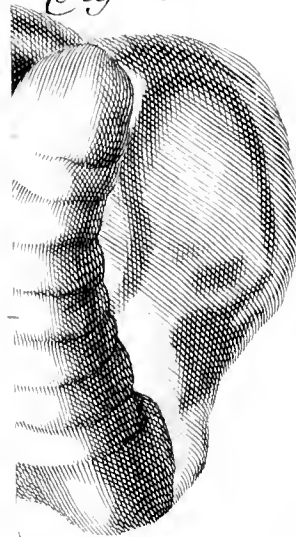
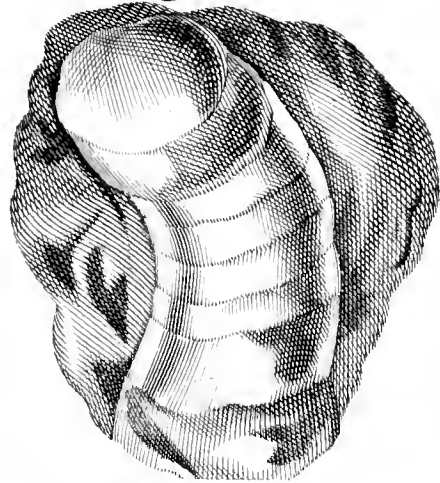
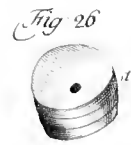
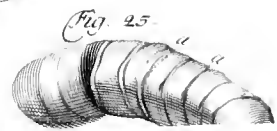
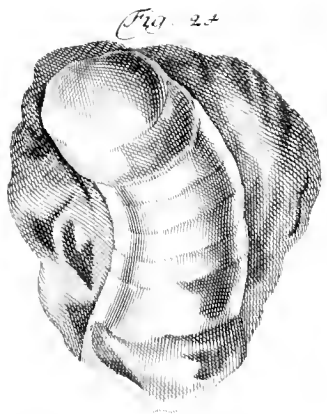
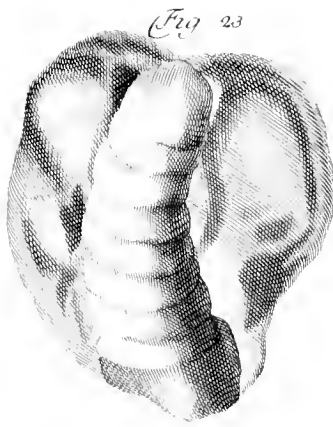
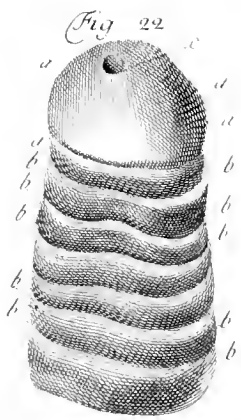
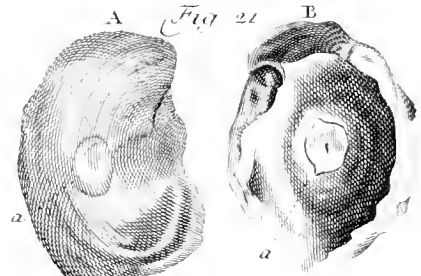
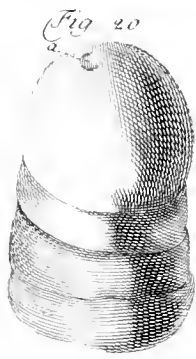
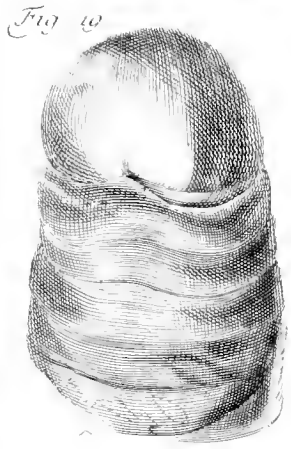
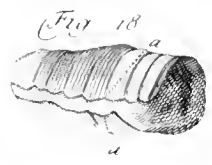
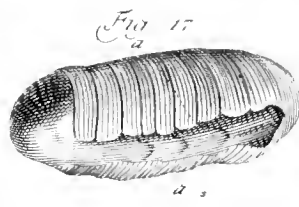
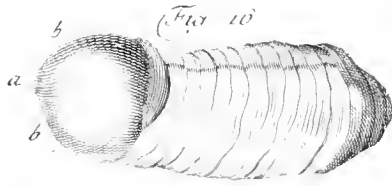
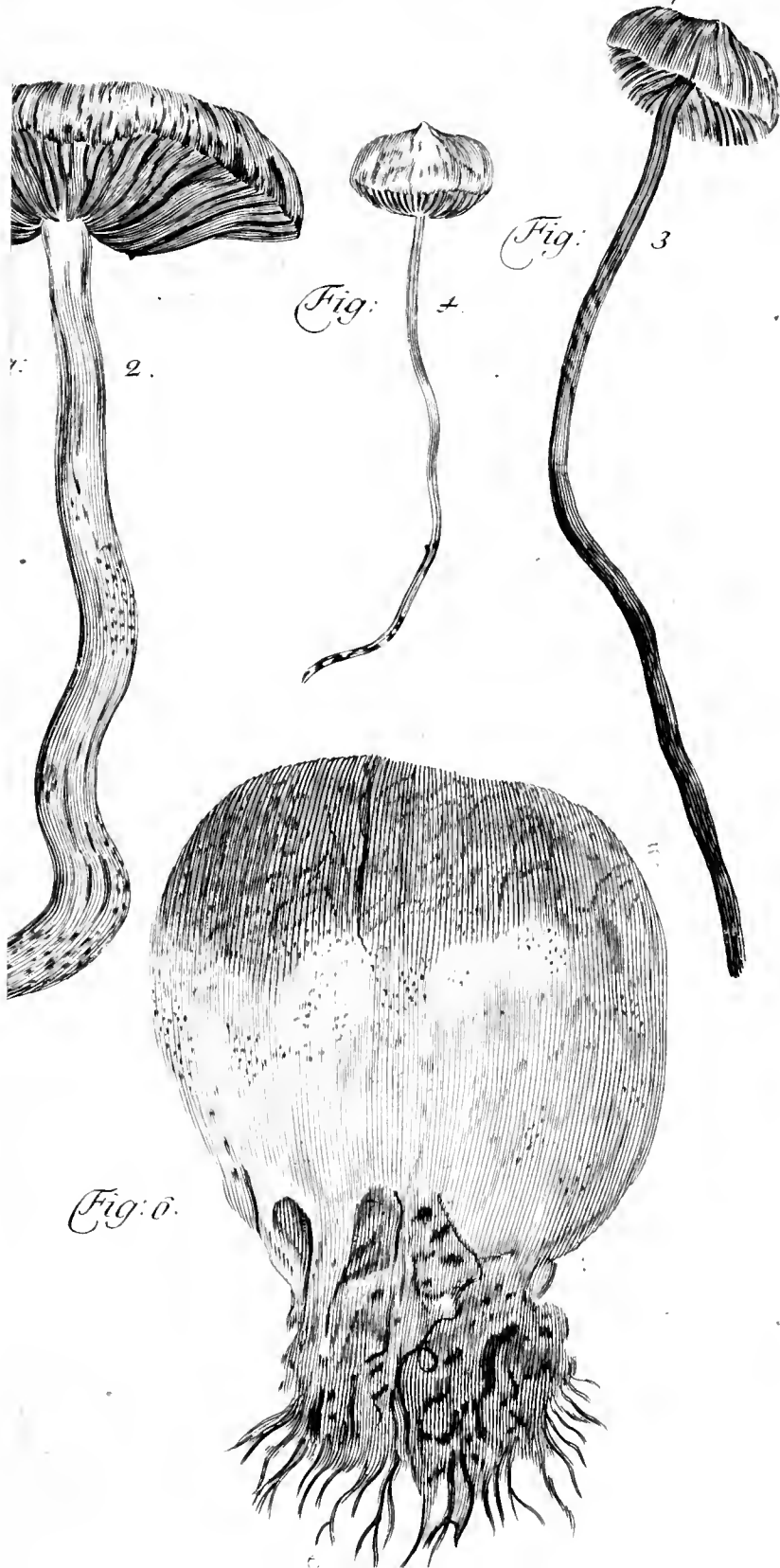


Fig. 24.







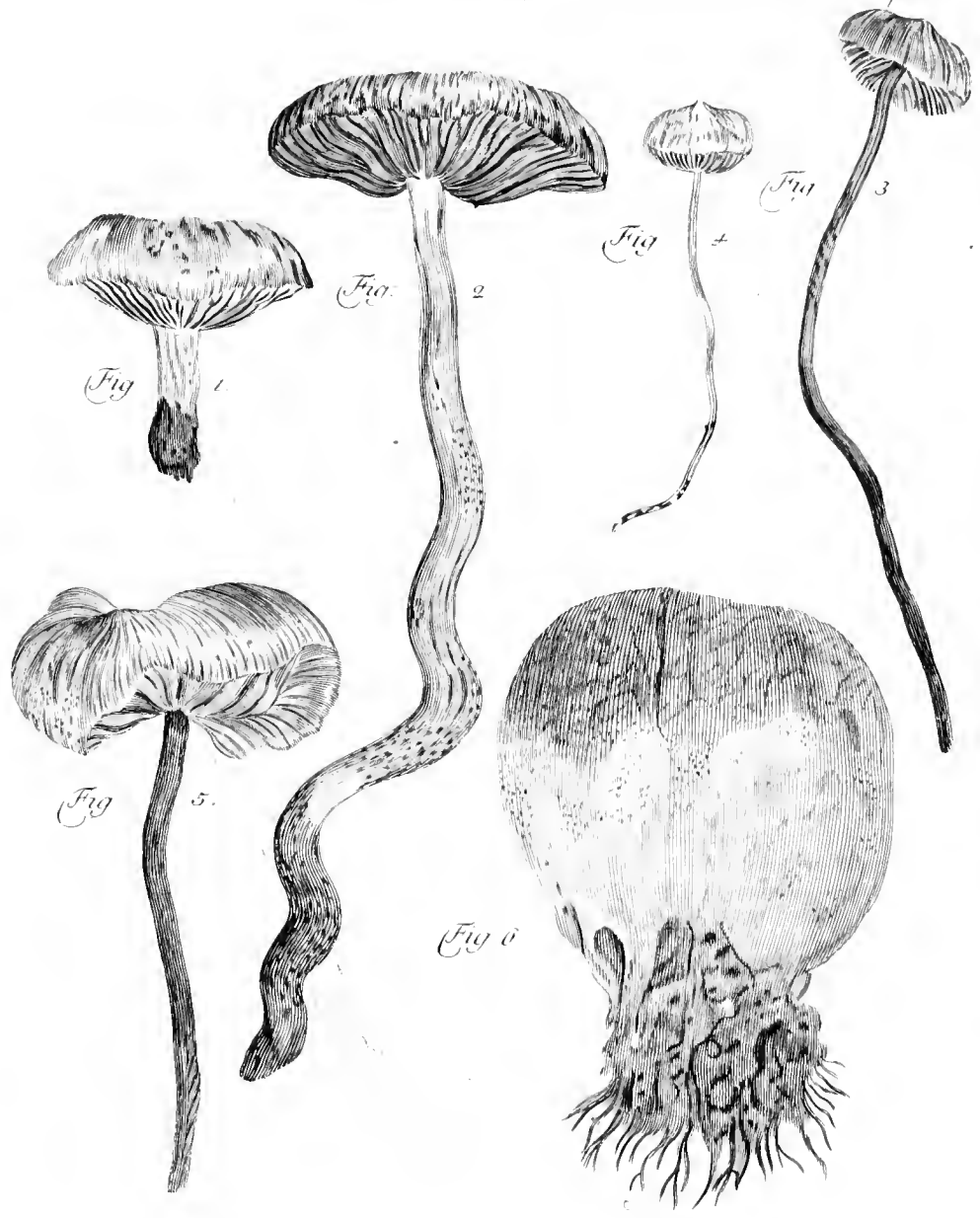


Fig: 1.

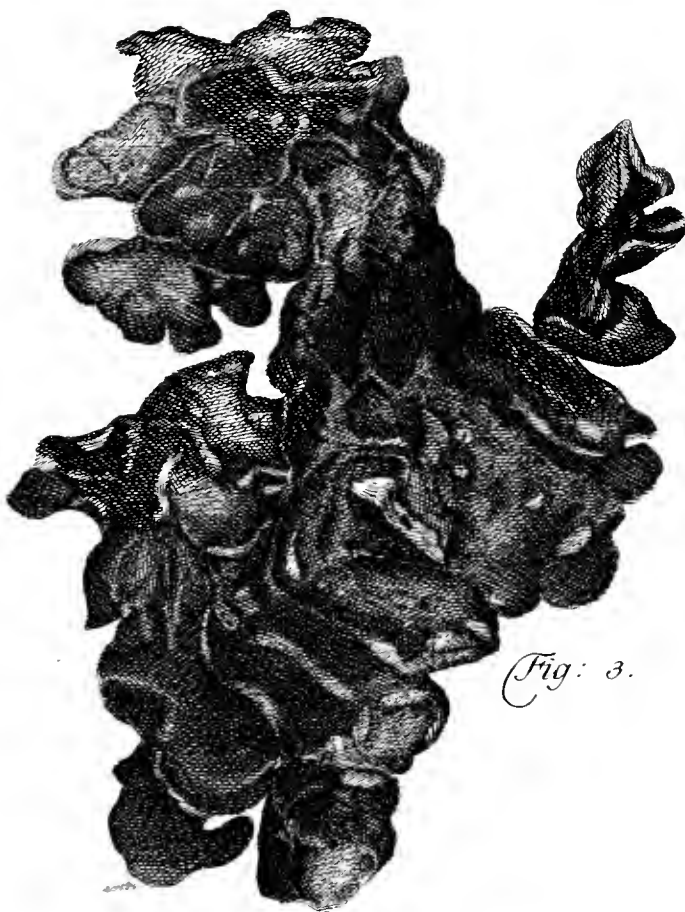


Fig: 3.



Fig. 1.

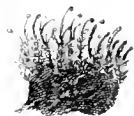


Fig. 2.

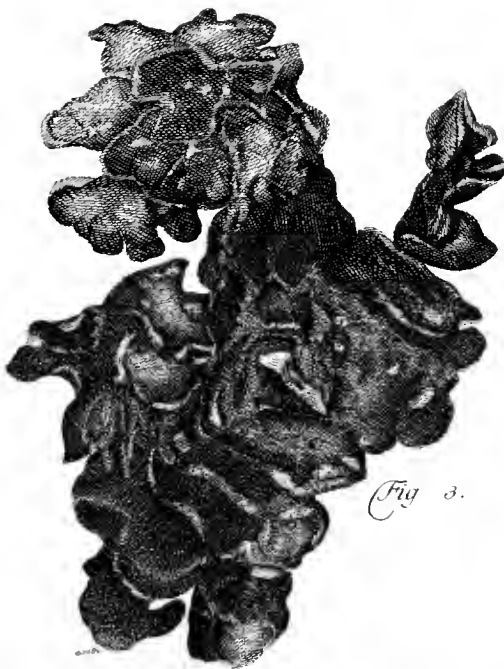
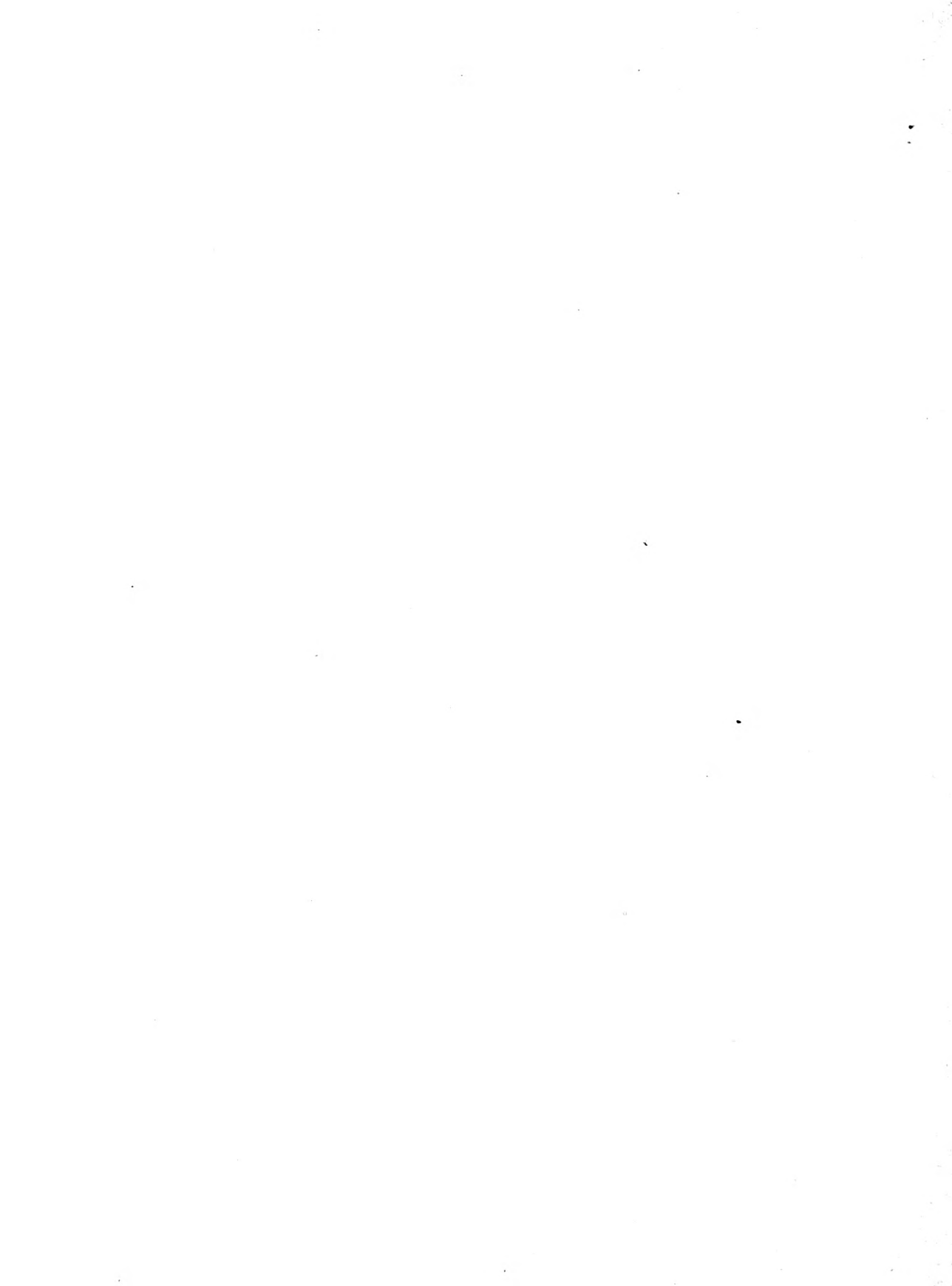


Fig. 3.







AMNH LIBRARY



100127242