

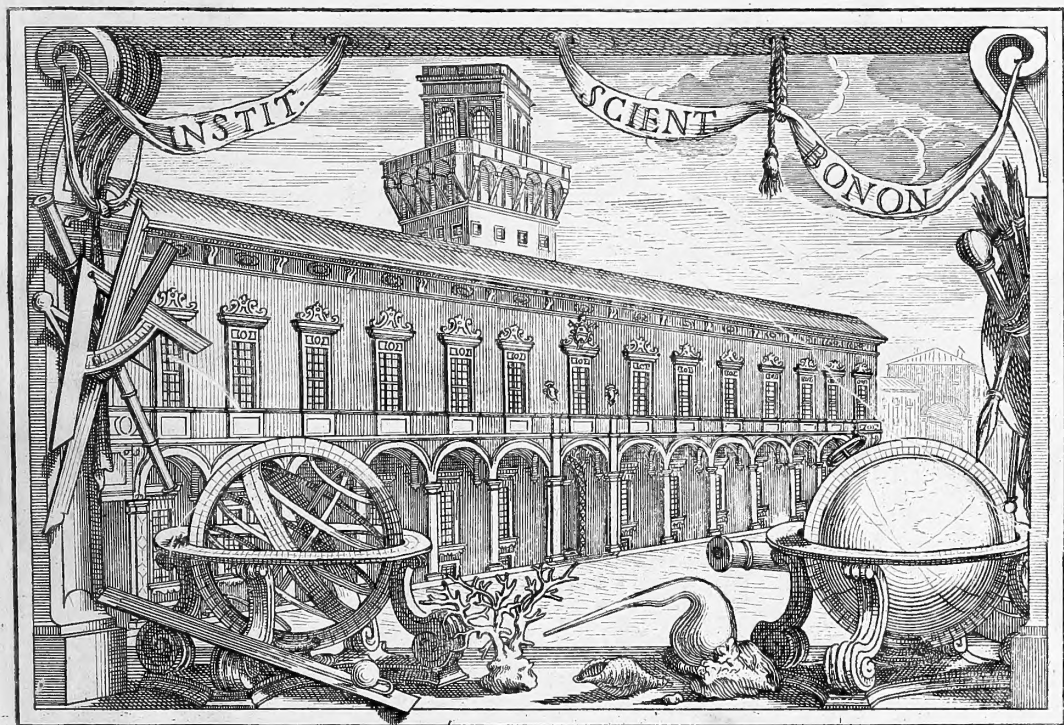


WANDSWORTH

LS 1103 B

§. 1103.B.8

DE BONONIENSI
SCIENTIARUM
ET
ARTIUM
INSTITUTO ATQUE ACADEMIA
COMMENTARII.
TOMI QUINTI PARS PRIMA.



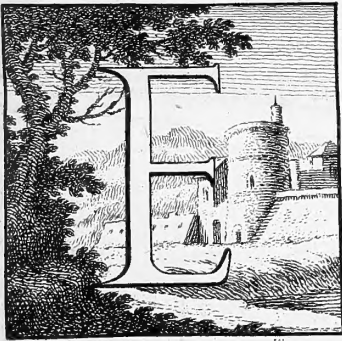
BONONIÆ

Typis Lalii a Vulpe Instituti Scientiarum Typographi. MDCCLXVII.
SUPERIORUM PERMISSU.



ILLUSTRISSIMO ATQUE EXCELSO
BONONIÆ
SENATUI.

FRANCISCUS MARIA ZANOTTUS F.



X quo primum Bononiensis Scientiarum Academicæ, atque Instituti Commentarios scribere institui, nihil mihi, quod verissime possum dicere, optatius fuit, quam ut eos Vobis,

Si per Vos quidem licuisset, Illustrissimi, atque Excelsi PATRES, offerrem; videbantur enim mihi quæcumque ad Institutum, atque Academiam aliquo modo pertinerent, ea plane vestra esse; laboremque ipse meum, quem (ut omnium, qui scribunt, mos est) amare jam cœperam, valde cupiebam vestro præfixo Nomine immortalitati commendare. Sed alii ex aliis occurrerunt Viri Principes, Et in omni genere summi, quorum tanta in Institutum, tamque singularia, ac prope divina constabant merita, ut, si quid Vobis obtulissem, id Vos ipsi, quod non obscure intelligebam, dedicari illis, consecrarique justissimis de causis maluissetis. Feci ergo, nec invitus, ut alios tomos dicarem aliis; vestræque libens parui voluntati. Nunc, quando scribendorum commentariorum munus deposuimus, atque hunc, qui postremus nobis in hoc genere labor fuit, tomum edimus, teneri mediis fidius non possum, quin id denique efficiam, quo antea toto ferebar animo, huncque Vobis, Illustrissimi, atque Excelsi PATRES, vel offeram, vel commendem. In quo etsi ob-

Servantiam erga Vos meam, demissique animi obsequium, quod sane tantum est, quantum maximum esse potest, testificari omnibus vel maxime cupiam; non diffitebor tamen (idque Vos ipsi, ut spero, concedetis) me non officio tantum justo, Et debito, sed ambitione etiam duci nescio qua. Ego enim sic existimo, nihil huic libro accidere gloriosius posse, quam si vestro ornatus nomine eos se habere patronos profiteatur, qui, Bononiensis Instituti parentes cum fuerint, auctoresque, tantam sibi gloriam apud gentes omnes compararunt. Nam profecto quanta res, quantique laboris, ac sumptus fuerit Institutum hoc condere, disciplinasque tam multas, tamque varias, in civitate non omnium maxima, afflictis praesertim, ut tum erant, totius Italicae rebus, in locum unum recipere, easque beneficiis summis augere, Et ad gloriam alere; nec praedicari satis potest, neque, si possit, opus sit. Id autem, quod vix sperari posse videbatur, ut ne desiderio quidem locum relinqueret, id, inquam, per Vos unice, Illustrissimi, atque Excelsi PATRES,

*Et brevissimo tempore confectum vidimus,
Et divina quadam felicitate. Ac scio ego
quidem, præclarissimos viros quampluri-
mos, Et Cardinales amplissimos, Et Pon-
tifices maximos, illumque ipsum, quem
nefas sit præterire, Aloysium Ferdinan-
dum Marsilium, qui primus omnium
rem tantam moliri cæpit, Et plurima,
Et maxima in Institutum contulisse; qui
nihil tamen ad Institutum unquam de-
tulerunt, quin id prius ad Vos detule-
rint, idque Vobis præcipue commenda-
verint, priusque, quam Instituti, ve-
strum esse voluerint: quo sane ostende-
runt, velle se, ut omnia, quæcumque
Institutum acciperet, a Vobis unice ac-
ciperet. Quare si quod hinc lumen ad ar-
tem ullam illustrandam hausimus, si qua
in re civitatibus Italicæ reliquis prævi-
mus, si quos excitavimus, si quid scriben-
do, meditandoque cuiquam profuimus,
id omne a Vobis unice profectum esse
cum intelligimus, tum vero etiam profi-
temur. Hos ergo, qui tanta gesserint,
mihi patronos sumens, his librum meum,
si id ipsi haud ægre patiantur, dedicans,*

non efferar gaudio, non mihi ipse gratuler? Mitto beneficia innumerabilia, quibus me proprie in toto studiorum meorum cursu perpetuo ornavistis; vereor enim, ne, si illa recenseam, de me ipse prædicare velle videar. Unum tamen præterire nec possum, nec debeo, quod propter recentissimam rei memoriam in ore adhuc est omnium; quippe ut Præsidis locum, quem Vir clarissimus Jacobus Bartholomæus Beccarius ante obtinuerat, ex ejus obitu vacuum esse intellexistis, me, qui a secretis eram, succedere tanto homini voluistis, in eoque locavistis dignitatis gradu, quo nullus secundum Vos altior, splendidior nullus esse potest. Idque alacritate fecistis tanta, tantoque studio, ac voluntate, ut mihi neque petendi tempus dederitis, neque, ut ita dicam, desiderandi. Quem honorem tantum, tamque magnificum haud pluribus persequar, ne, quæ proprie mea sunt, commemorans, communium videar oblivisci. Redeo igitur ad prima; illudque Vobis etiam atque etiam persuadeatis volo, me id maximo in honore meo ponere, si meus hic

liber, cum præsertim de Instituti rebus agat, iis potissimum acceptus fuisse videatur, qui Institutum ipsum tanta cum gloria condiderunt. Sinite ergo, Illustrissimi, atque Excelsi PATRES, ut eum Vobis vel justissimi obsequii causa, vel propter meam quamdam cupiditatem gloriæ, consecrem. Quod sim gloriæ cupidior, spero facile fore, ut philosophi mihi ignoscant; obsequium vero meum, cujus magnitudinem vix animo possum, nedum oratione, complecti, si ea, qua me soletis, benignitate exceperitis, probatissimum Vobis, gratissimumque futurum esse confido.

DE BONONIENSI
 SCIENTIARUM
 ET
 ARTIUM
 INSTITUTO ATQUE ACADEMIA
 COMMENTARII

PRÆFATIO.

Constitueram ego quidem in hoc quinto Commentario-
 rum meorum tomo eundem sequi ordinem, quem in
 aliis servaveram, in quibus cum de totius Instituti ap-
 paratu, & Academiæ statu paulo fufius dixiffem, tum
 demum ad ea, quæ doctrinam continent, veniebam. Atqui
 ut confilium mutaverim, fecit vel ratio, vel, quæ plus valet,
 neceffitas. Etenim cum de hac editione cogitare cœpiffem,
 tanta mihi subito exiftit rerum edendarum copia, ut detra-
 hendum effe aliquid intellexerim, ne plus jufto libri magni-
 tudo augetur. Detrahete autem ea, quæ doctrinam augent,
 & fcientiam amplificant, nefas habebam; hæc enim ea funt,
 quorum præcipue caufa commentarios condimus; cetera, nifi
 ad hæc referantur, non admodum fcriptione funt digna. Sta-
 tui ergo, quod ad Instituti administrationem pertinet, eos
 tantum commemorare, qui rerum curam gerunt, & præfentem
 Academiæ statum pauciffimis percurrere; quæ autem univerfis
 Instituti adibus, fingulisque conclavibus adjuncta fuerint,
 quove ordine difpofita, vel in alium tomum differre, vel in
 hoc certe prætermittere. Ac ne opus quidem effe, ut in alium
 T. V. a to-

tomum differantur, posseque his commodissime superfederi, ii facile intelligent, qui Josephi Bulletti egregii civis diligentiam tanti fecerint, quanti ego faciendam esse existimo; cujus liber modo prodiit & brevis, & commode scriptus, quo universam Instituti descriptionem complexus est, conclavia lustrans deinceps omnia, ut videatur hospitem circumducere, eique singula extento quasi digito velle ostendere. Idque sane voluisse se, hoc etiam declaravit, quod librum inscripsit nobilissimo præstantissimique ingenii puero, Josepho Pallavicino Lucæ Filio, qui primis jam studiis exsplendescerat, & laudis amore efferebatur. Hunc ergo de omni Instituto docere voluit, ut stimulos ad gloriam adderet. Quamquam ille, si ad Lucam Patrem respexerit, Virum tota Europa clarissimum, nullius Instituti indigebit; neque eruditionis ejus tantum, quæ ex Instituto Scientiarum peti potest, sed religionis etiam æquitatisque; comitatis præterea, humanitatis, liberalitatis exempla habebit illustria; nec alios sibi, nisi Patrem, ad imitandum proponet, si ad militares virtutes convertere se voluerit, atque imperatorias. Quæ enim virtus Lucæ Pallavicino abest, quæ laus? Ego utique affirmare posse videor, me, cum laudatissimos multos celeberrimosque cognoverim, quem huic tamen parem ponam, si quid judico, vidisse neminem. Sed eo revertor, unde discessi. Qui Bulletti de omni Instituto librum legerit, is profecto meam diligentiam minus desiderabit. Jam ergo de iis dicamus, qui rerum curam gerunt, ac primum de Senatoribus; ut inde sermo exordiat, unde omnis Instituti splendor, & dignitas oritur.

De Senatoribus Instituti Præfectis.

ANno supra millesimum septingentesimum quinquagesimo septimo, quo anno tomum quartum edidimus Commentariorum nostrorum, omnia, quæ ad Institutum pertinent, Senatores sex de communi consilio administrabant, Eganus Lambertinus, Hieronymus Cospius, Marius Casalius, Angelus Michael Guastavillanus, Sigismundus Malvetius, Cæsar Marfilius, in quibus principem obtinebat locum Casalius. Ex his duo deinde decesserunt, Casalius & Guastavillanus. Lambertinus, & Malvetius, cum se senatorio ordine abdicaverint, præfecturam Instituti deposuerunt.

Ut ab antiquiore casu exordiar; anno millesimo septingentesimo sexagesimo primo Angelus Michael Guastavillanus, cum apoplexia graviori correptus vitam diu tolerasset, in exitu mensis Januarii diem obiit. Senatus Joannem Elephantutium dignum censuit, qui illi in præfectura succederet; quod Elephantutio illustre fuit, cum & tali viro succederet & ipse talis esset. Is postea tantam in eo munere diligentiam præstitit, ut honorificentissimum de se Senatus decretum comprobaverit. Is me etiam ad hujus libri editionem maturandam, cunctationes, quas cumque potuit, amovens, adjuvit plurimum. Quod dico, ut si qui erunt, qui scripturam hanc nostram haud sibi inutilem fore sperent, Elephantutio non minimum debere se intelligant.

Exeunte fere anno septingentesimo sexagesimo secundo supra millesimum in Lambertini & Malvetii locum Senatores duo suscepti sunt lectissimi, præstantissimique, Ulysses Gozzadinus, & Joannes Franciscus Aldrovandus. Gozzadinum & antiquissimi generis nobilitas, & morum integritas, & proprius illius familiæ candor cum summa fide, & in rebus quibusque gerendis prudentia mirum in modum commendabant. Neque minus excellebat his omnibus Aldrovandus, qui ad ceteras suas laudes miram etiam addebat in componendis versibus suavitatem. Tales cum essent Aldrovandus & Gozzadinus, majorum meritis non indigebant, quibus tamen abundabant. Dicit enim vix potest, quantum operæ & Philippus Aldrovandus, spectatæ virtutis vir, & Ulysses Gozzadinus Cardinalis

amplissimus ad Institutum contulerint, sive condendum, sive augendum.

Annus millesimus septingentesimus sexagesimus quartus fuit e Casalii morte acerbissimus; de qua non sine magno animi mœrore possumus commemorare. Ipsi enim vidimus nobilissimum, & summa integritate hominem, nulla re alia magis occupatum, quam ut multis bene faceret, in ipsis Instituti œdibus subito mortuum. In consilium Præfectos advocaverat; eoque jam & ipse & Marsilius convenerant. Interim dum alios exspectant, habere se ait Casalius quod scriberet, seque in conclave interius recepit. Eodem haud multo post ingressus Marsilius collapsum in terram reperit, exanimatumque. Dicitur non potest, quo in luctu fuerint cum Instituto, tum civitas universa, nam quamvis dubium non esset, quin homo iis moribus eaque virtute ad superos evolasset, nemo tamen tantam tamque repentinam Senatus atque Instituti jacturam non magnopere dolendam censuit. Illo extincto Cospicius inter Præfectos princeps esse coepit. His vix dum scriptis intelligimus Josephum Montium Senatorem longe amplissimum Casalio in præfectura successisse. Hic & suis & fratrum meritis clarus erat, quorum cum alter Romanam aulam, alter Gallorum arma sequeretur, in maxima uterque erat gloria. Patrum quoque habuerat, qui Cardinalis cum esset, ac bibliothecam Romæ sibi instruxisset inter omnes nobilissimam, eam deinde Bononiam deferri voluit, & bibliothecæ Instituti adungi.

De Professoribus Instituti.

DE Professoribus Instituti dicere ingrediens non possum, ut id, quod verum est, fatear, non animo valde angi; cum mecum ipse cogitem, quam multi, clarissimi viri, mihi que amicissimi, tam brevi annorum spatio, e vita decesserint. Decessit longissimo miserabilique morbo consumptus Dominicus Fabius, latina hetruscaque lingua doctissimus, quo nemo unquam fuerat neque comior, neque humanior. Decessit Heraclitus Manfredius medicus in primis honoratus maxime & nobilis, summa fide, summaque diligentia. Decessit etiam Josephus Montius, quem naturalis historiae studium nobilitaverat,
ho-

homo antiquis moribus, simplex, apertus, in quo nihil latebat. Neque minus deceffit Ignatius Scandellarius, præstanti ingenio juvenis, moribus suavissimis. Deceffit, cum commentarios hos ipsos scriberem, ac prope jam totos confecissem, Petrus Paullus Molinellius, qui unus erat immortalitate dignissimus. Ac ne is ultimus luctus esset, deceffit etiam Jacobus Bartholomæus Beccarius, homo chemicæ & medicinæ laude clarissimus, cui, cum ad extremam senectutem pervenisset, tantus adhuc erat ingenii vigor, alacritas tanta, ut nihil in eo senile esset, præter ætatem. Dicitur non potest, quantum auctoritate valeret, quantum gratia. Atque hunc etiam mors rapuit. Hos ego homines, qui & quanti fuerint, qualesque nunc sint, mecum ipse dum reputo, subit animum scilicet tristissima cogitatio: quid ergo litteræ hæ nostræ valent, quas tanti facimus? O perditos labores nostros, nisi spectent altiora!

Sed quoniam hunc librum scribimus, non ut ea, quæ acciderunt, lugeamus, sed ut narremus, dicamus jam breviter & quando hi ex hac vita migraverint, & qui illis & quando successerint. Manfredius, ut temporis sequar ordinem, obiit anno millesimo septingentesimo quinquagesimo nono, cum esset Jacobi Bartholomæi Beccarii in Instituto adiutor ad chymicam per experimenta explicandam. Anno insequente successit ei Vincentius Putius, Josephi filius, juvenis ingenio maximo, qui universa Italia studiorum causa peragrata ad Gallos etiam & Batavos se contulerat, isque inde Bononiam redierat, ut civium cum desiderio, tum expectationi responderet.

Manfredii mortem secuta est Fabrii calamitas. Conflabatur jamdudum Fabrius morbo gravissimo, ut bibliothecæ, cui secundum Ludovicum Montefanum præerat, curam suscipere nullam posset. Anno igitur millesimo septingentesimo sexagesimo in ejus locum subiit Antonius Montefanus Ludovici filius. Hunc sibi pater adiutorem constituit pro ea, quam Pontifex Maximus ei dederat, potestate. Patris voluntatem Senatus approbavit. Erat Antonius juvenis ingeniosissimus, elegantissimis moribus, dignus, quem pater sibi adscisceret. Anno postero Fabrius interiit.

Haud multo ante obierat Josephus Montius, qui naturalem historiam permultos annos in Instituto explicaverat. Adiutor ei fuerat Cajetanus filius, qui tantos fecerat in illa eruditione progressus, ut si non superior, par certe patri poneretur.

tur. Is ergo illi suffectus magna omnium approbatione. Neque, cum esset Ferdinandi Bassii amicissimus, adiutore ullo opus habuit; Bassius quippe humanissime se illi obtulit, eumque labore prope omni, qui in rebus singulis ordinandis non minimus ponendus erat, liberavit. Amicitiae & liberalitatis exemplum non vulgare.

Cum per idem fere tempus Scandellarius decessisset, qui fuerat annos aliquot pro a secretis; Zannotto, qui a secretis est, nihil fuit optatius, quam ut illi Sebastianus Canterzanus substitueretur, homo summa fide & diligentia, in mathematicis rebus dexterrimus, versatissimusque, latinis litteris ornatus. Senatores Zanotti voluntatem ratam habuerunt.

Anno millesimo septingentesimo quarto & sexagesimo, ut veniam ad luctus ultimos, Petrus Paullus Molinellius diem obiit. Fuerat is multo ante in nosocomio, cui vitae nomen est, chirurgiae praeceptor a Pontifice Maximo constitutus, eoque nomine ex ejusdem Pontificis decreto Instituti Professor numerabatur. Successit ei Joannes Petrus filius, quem satis laudavero, si dixero patre dignum. Sub finem anni millesimi septingentesimi quinti & sexagesimi obiit etiam Jacobus Bartholomæus Beccarius. Idem erat & chemicæ Professor egregius, & Instituti totius Praeses. Qui illi successuri essent, cum hæc scriberem, adhuc expectabamus.

Sed jam ad id veniamus, quod referri sine luctu potest. Numismata, aliaque antiquitatis monumenta, quæ in Instituti ædibus adservantur, lectissima, nec ita pauca, custodiverat jamdudum Joannes Baptista Blanconus homo græcis litteris atque omni eruditionis genere excultus. Is se se deinde illo munere abdicavit. Successit ei Jacobus Blancanus, civis egregius, strenuus litterarum cultor, ac cum ad alia, tum ad vetustatem omnem indagandam aptissimus.

De Academia Scientiarum ad Institutum adjuncta.

ANtequam ad ea venio, quæ doctrinam continent, quæque in Academia Scientiarum tractata sunt, placet primum de Academia ipsa pauca quædam litteris prodere, deinde lectorem monere non nulla.

Anno

Anno millesimo septingentesimo primo & sexagesimo magnum Academiae lumen extinctum est; quippe obiit Gabriel Manfredius, mathematicus tanti nominis, ut pauci cum illo compararentur. De quo praecipue commemorandum censeo, quod cum esset Academicus tantus, fuit etiam ex antiquioribus illis, qui ad hanc pulcherrimam Scientiarum atque Artium societatem faciendam primi conspiraverunt. Cum alii physicam, anatonem, medicinam, chymicam, naturalis historiae scientiam, in quo minus erat laboris, in unum locum conciliassent, easque doctrinas familiares inter se & quasi domesticas reddidissent; ipse & Victorius Stancarius algebram introduxerunt, cui nullum quidem videbatur esse posse cum disciplinis aliis communitas. Per hos introducta sic postea exsplenduit, ut omnium studia ad se converterit, ac nulla pene scientia fuerit, quae non eam sibi adiungi vellet. Tanti fuit duorum opera. Erat Gabriel hydrostaticae rei peritissimus, astronomiae sciens, neque poeticae facultatis expertus, festivus in quotidiano sermone, & iucundus. Sed de hoc homine dixi alias.

Locus ipse postulare videtur, ut Academicorum quorundam praecleara incepta commemorem, rem minime praetermittendam, vel quod ad praesentem Academiae statum cognoscendum valde pertinet, vel ne homines litteratissimi debita laude fraudentur; nam quamvis ego laudare neminem constitui, res tamen ipsa eos commendabit. Fuerunt igitur superioribus hisce annis non nulli, iique doctissimi, nec admodum pauci, qui vel privatos Academicorum conventus vel publicos novo quodam litteraturae genere augere voluerint, nam & de numismatis differere caeperunt, & de inscriptionibus veteribus, & de omni antiquitate. Eruditionem hanc, qua nulla est his diebus illustrior, excepit Academia, ut debebat, humaniter, tamquam hospitam; fecitque omni officii genere, ut ad se postea rediret sapius. Multa ergo recitata deinceps sunt illius generis, quae si ederentur, magnum ad Academiam, ut ego quidem iudico, ornamentum accederet; ac nisi consuetudo, adversaria praepotens, obstitisset, ea minime dubitarem in hos commentarios referre, quo essent nobiliores. Quod quando non fecimus, nimirum fortasse timide; Academicos saltem, qui novum hoc studii genus invexerunt, recensemus, eorumque nomina in historiae lucem proferamus.

Inter hos longe enituit Florianus Malvetius & genere & vir.

virtute nobilissimus, quem ipsi haud semel in Academiā audi-
vimus de antiquitatibus variis eisque reconditissimis docte &
subtiliter differentem; ac tanta erat vel orationis elegantia,
vel rerum dignitas, ut, ipsum cum audiremus, neque res phy-
ficas, neque mathematicas desideraremus. Huic accessit Jaco-
bus Blancanus, honestissimus civis, idemque ingeniosissimus;
qui antiquarum rerum supra quam dici potest cupidus mirum
in his studium ponit. Sape etiam ad naturæ historiam se ver-
tit, credo, quod nihil est natura antiquius; itaque utrumque
genus uno interdum sermone complexus est, magna cum lau-
de. Neque minus in utroque genere excellebat Cajetanus Mon-
tius, qui quamvis naturæ cognitione usque adeo valeret, ut
nulla re alia æque valere posse videretur, miram tamen uni-
versæ antiquitatis scientiam fuerat consecutus; tantum vero in
patriæ suæ monumentis studium posuerat, ut nemo illo esset
ad quælibet explicanda paratior. His omnibus adiungebatur,
vel præibat potius quasi signifer, clarissimi vir nominis Joa-
nes Chrysofomus Trombellius Congregationis Rhenanæ Ab-
bas præstantissimus. Is dimissum jam prope antiquitatis studium
Bononiam revocaverat, cumque esset ipse in hac eruditione
versatissimus, alios etiam ad idem studium incitabat, neque
patiebatur Instituti Academiam tantæ laudis expertem esse. Eam
ergo sermonibus variis auxit, antiqua illa eruditione refertissi-
mis. Inter hos ille maxime eluxit, quem paucis ante annis
de veterum caminis habuit; est enim quæstio per se nobilis,
& ut nobilior videatur, facit Lauretanus ille, quem Nazarethi
B. Maria Virgo domi suæ fertur habuisse; qua opinione jure
claruit; quis enim non id in maximo honore habeat, quod
Virginis illius tantæ memoriam credatur continere aliquam?
De hujus Virginis vita, rebusque gestis librum, dum hæc ad-
huc scribebam, edebat Trombellius, quem qui legerint, dili-
gentiam hominis laboremque mirabuntur. Atque hi fere sunt,
quibus factum est, ut ad ceteras disciplinas, quas jam inde
ab initio Academia receperat, videatur modo antiquitatis stu-
dium accessisse.

Jam vero de nostro hoc opere, quo ordine & qua ratio-
ne distributum fuerit, dicamus. Ac primum res ipsa quodam-
modo in duas se dividit partes. Nam quæ ab Academicis sin-
gulis fuerunt proposita, ea sunt primum explicanda breviter
in Commentariis, deinde in Opusculis, tractata fufius, & ut

ab ipsis Academicis scripta sunt, reponenda. Fecit autem rerum multitudo, ut huic divisioni aliam addere oportuerit, ac tomi unius duas partes facere, quasi tomos duos; nisi si unum vellemus in immensum quasi pondus excrescere. In primam ergo partem commentarios coniecimus & opuscula aliquot, in alteram opuscula reliqua. Quoniam vero in Commentariis, quos prima, ut dixi, pars continet, allegabitur sæpe lector ad opuscula; sciat is velim, se non ad ea tantum allegari, quæ in prima parte ponentur, sed ad illa etiam, quæ deinde prodibunt in altera; ad quam se conferet, si in prima opusculum, ad quod rejicietur, non repererit. Neque vero utra in parte quærendum illud esset, monere lectorem potuimus; ut qui commentarios scribere coacti sumus, cum opuscula nondum omnia in manibus haberemus, neque dum essent omnia perfecta ab Academicis ac perpolita, neque de cujusque longitudine sciri adhuc posset, essetque distributio illa tota non inter scribendum, sed inter edendum facienda. Quod idem in causa fuit, ut neque multa in commentarios retulerim, quæ referri postulabant, & in referendis multis longior fuerim, quam oportebat; veritus scilicet, ne quæ in manibus tunc erant, si pressius referrentur, ad justam commentariorum magnitudinem non satis essent. Hæc de tomi hujus ratione atque ordine; nunc ad res ipsas veniamus, atque ab naturæ historia exordiamur.

AD NATURÆ HISTORIAM SPECTANTIA.

De bombyce.

GRavis bombycum morbus atque insolens bononienſem forte agrum anno milleſimo ſeptingentefimo quadra-geſimo nono affecerat. Id Franciſcum Bibienam monuit, ut animalium illorum formam ſtructuramque penitus ſcire vellet; quippe ſpes erat, ut his cognitis & morbi ratio cognoſci melius poſſet, &, ſi quando morbus idem rediſſet, curationis. Quare quæ a Malpighio & Reaumurio, præceptoribus longe optimis, legendo acceperat, voluit ipſe per ſe ſcrutando obſervandoque intueri. Quod dum facit, ac ſcripta illorum cum re confert; viſa ſunt ei pauca quadam proponi diſtinctius potuiſſe; non nulla etiam addi. Ex his ergo ſermonem fecit bene longum, quem in capita quinque diſtribuit. Hunc referam in opuſcula. Hic quo ſingula ſpectent capita, breviter oſtendam; ac res ipſas perſequar, quod ad doctrinam ſatis eſt; quis quamque invenerit, & quemadmodum, vix attingam. Quid autem Bibiena de ſuo addiderit, quantumque id ſit, quod ei debemus, iſ facile intelliget, qui ipſum legerit, atque ejus ſcriptum cum Malpighii aliorumque ſcriptis contulerit.

Caput primum hæc habet. Secto per longum vermis ventre canales ſtatim apparent duo, inter ſe plane ſimiles, quorum ſuperior pars, quæ ad os ſpectat, craſſior eſt; eaque progreſſa longius revertitur ad ſuperiora, ubi iterum ſectitur; pars reliqua eſt multo arctior, & in orbis torquetur quamplurimos inteſtinatorum more. Canales hoſce ab reliquo animalis corpore diſiungere nihil negotii erit, ſi animal prius ipſum in vini ſpiritu diem unum aut alterum maceraveris.

His canalibus humor continetur tenax in primis & viſcidus, quem humorem ſericum non male appellaveris. Hinc ſcilicet tenuiſſima illa ducuntur fila, quæ ſerica dicuntur, quæque ver-

vermes fundunt, homines deinde, studio adhibito non mediocri, convertunt ad ornatum. Quod si canales, quos dixi, e vermibus corpore evulsi, in aqua diu habeantur, internus humor, turgidior factus, foras exit fere totus, seseque sub cylindri forma suspensum tenet. Hoc modo humorem, si libuerit, e canalibus suis facile eduxeris.

Porro hic humor in partes distinguitur duas, interiorem, & exteriorem, quamquam interior est longe major, eamque exterior ambit, quasi velum quoddam. Est autem interior omnino pellucida, coloris nullius; exterior coloris est particeps, nec ejusdem tamen ubique; est enim hic aurea, illic flava, maculis interspersis qua pallidioribus, qua subalbis.

Ut humoris hujus naturam perdisceret, voluit eum Bibiena in liquoribus variis experiri. Orsus ab aqua, cum canales e verme evulsos, & humore suo plenos, in aquam coniecisset, atque inde humor, ut supra fieri demonstravi, erupisset; maceratione ad tempus satis longum protracta, nihil comperit, quo humorem ab aqua dissolvi persuadere sibi posset. Nam quamvis, humore jam ex diuturna maceratione putrescente, liquor colorem flavum traxisset, quo facile quis dixerit, exteriorem & coloratam humoris partem solutam fuisse, res tamen ipsa contrarium suavit. Effusa siquidem semel atque iterum ex alio in aliud vas aqua, cum quidquid in ea flavum erat, defecisset, ipsa continuo ad perspicuitatem suam rediit. Quo apparet, coloratam ferici humoris partem laxari ab aqua citius & disperdi, quam solvi. Neque ad humorem solvendum aqua fervens fuit aptior; quippe quod, humore e canalibus exeunte, pars ejus interior in spumam abiit: exterior ad canalium membranas se recepit, ibique hæsit.

Ab aqua ad liquores alcalicos ventum est. Canales duo ex eodem bombyce educti, alter in oleum tartari, alter in salis ammoniaci spiritum, injecti sunt. Decimo macerationis die hæc comperta. Interior ferici humoris pars in utroque canali obduruerat; in altero, idest in eo, qui in oleum tartari immerfus fuerat, pellucida adhuc erat; in altero pelluciditatem omnem amiserat. Ceterum in exteriori parte nihil accidit notatu dignum. Ne in liquoribus quidem ipsis, in quos canales coniecti fuerant. Solutionis ergo suspicio sublata est omnis. In salinis liquoribus sic res habuit.

Oleosi, nam in his quoque experimenta facta sunt, hu-

morem fericum generatim obdurant; estque ad id vini spiritus omnium paratissimus; in eo quippe minorum trium quatuorve spatio durefcere humor incipit; ac si diutissime, puta ad menses aliquot, in liquore permanferit, primum eo duritieꝝ pervenit, ut neque diduci sine ruptura poffit, neque flecti; deinde omnino friabilem fe ostendit, elasticitate omni & pelluciditate amiffa. Quamquam cum dicimus, humorem fericum a vini spiritu obdurefcere, non id fic accipi volumus, quafi nihil ejus folvatur. Experimento enim confat, fi vini spiritus meracior fit, in eoque canalis e bombyce eductus ad diem unum teneatur, liquorem totum colore aureo paulatim infici, quem colorem diutissime poftea retinet; cum interim humor fericus intra canalem concretus colorem oftendet prope nullum. Quod fane argumento eft, eam tantum humoris partem, quæ interior eft, & major, a vini spiritu obdurefcere, folvi alteram, quæ exterior, & colorata eft, ut initio dixi, & pertenuis. Hac proprie in spiritu vini acciderunt. In oleo five ex olivis expreffo, five amygdalino, paucis poft horis, quam canales conjecit in ipfum erant, humor fericus paulatim concrefcere vifus eft, tum tenacior fieri, & mire ductilis; infignem quoque elasticitatem præferre; tandem indurefcere; quamquam id citius in amygdalino. Quæ quidem veræ perfectæque folutionis indicium nullum præbent.

Experimento in falinis, oleofisque liquoribus factò, reliquum erat, ut in eo etiam fieret, qui utriufque naturæ effet particeps. Liquorem talem e pluviali aqua fibi paravit Bibiena faponem venetum in ea folvens. In hanc, cum fubdito igne fervefceret, canales quofdam e bombycibus nonnullis extractos conjecit, fivitque in ea unius fere horæ fpatio manere. Tum vafe ab igne remoto, cum jam liquor quiefceret, hunc per linteum trajecit. Hic enimvero humoris ferici folutio apparuit manifefiffima; quippe quia canaliculorum membranæ excolores prorfus & vacuæ fuper linteum relictæ funt; liquore, qui linteum trajecerat, pulchre flavefcente. Is liquor poftea, cum refrixiffet, ea fuit fpiffitudine, eaque forma, ut gelatina videri poffet. Quo fane confat, non exteriorem modo humoris ferici partem, fed interiorem etiam fuiiffe folutam. His expoſitis quæſtiones movet Bibiena nonnullas, obſcuras fane ac perdifficiles, quas alii ſolvere aggrediantur, ſi qui ſunt minus timidi; affirmare ipſe nihil audeat. His ſuperſedeo.

Ad

Ad caput secundum venio, quo alimentorum viæ explicantur. Detractis canaliculis, de quibus supra memoravimus, canalis alius statim se prodit, ab ore ad anum usque protensus, crassitudine inæquali, in quo facile œsophagum agnoscas, ventriculum, intestina, itaque hanc esse alimentorum viam nemo dubitat. Duabus componitur tunicis, minime tamen, quantum scire licuit, inter se connexis; quarum quæ exterior est, est etiam crassior, duplici fibrarum ordine, longitudinalium ac circularium, instructa ad firmitatem; neque vasculis caret. Interior est longe tenuissima, atque adeo pellucida, ut observatorem, nisi sit admodum diligens, facile fugiat. Quid his fiat interea dum animal in alias atque alias mutatur formas, præstat cognoscere. Nam, ut vulgo notum est, folliculum sibi e filis sericis componit vermis; in eoque deinde latens primum in chrysalidem, deinde in papilionis formam se vertit. In his ergo mutationibus quid alimentorum canali deinceps accidat, bombycibus dissectis quamplurimis Bibiena querere instituit.

Primum, quo tempore animal, excrementis ejectis omnibus, cibo, ut solet, abstinens, ad folliculum condendum se comparat, sic res habet. Quæ pars canalis vel supra ventriculum est, vel infra, mirum in modum gracilescit; extenuarique postea pergit, usque eo dum folliculus conficiatur. Gracilescentes has partes tubulatas infra nominabimus, superiorem alteram, alteram inferiorem. Has Bibiena cum diligenter inspiceret eo tempore, quo tempore folliculus jam prope confectus erat, contigit ei præter expectationem, ut e tubulata superiori, ad ipsa fere oris confinia, tubulum nescio quem eduxerit exilissimum. Dubium non fuit, quin is illa interioris tunicæ pars esset, qua tubulata superior instruitur. In tubulata inferiori obscuriores quædam maculæ se se ostenderunt; quæ confecto deinde folliculo, cum inibi esset animal, ut vermis spolia deponeret, & chrysalis jam fieret, suis moveri locis visæ sunt, & ad podicem paullatim omnes accedere; atque hinc demum pars illa interioris tunicæ dejecta est, quæ tubulatam inferiorem intus ambit; quo cognitum est, in hac scilicet maculas illas, quas diximus, infedisse. Cum ergo eodem fere tempore etiam tubulus, quem supra dixi, exuvias capitis sequens sua quasi sponte elabatur, non sine causa conjecit Bibiena, animal, dum se in chrysalidem vertit, simul & vermis spolia, & interiorem canalis alimentorum tunicam deponere.

Hæc.

Hæc fere canali alimentorum accidunt, cum inibi est animal, ut prope jam in chryfallidem vertatur; videamus nunc, eidem quid fiat in chryfallide. Ventriculus magis magisque coarctatur, ut prope tandem evanescat. Neque minus coarctatur pars superior tubulata, quæ non omnino tamen evanescit, ut aliquibus est creditum, sed cum ad summam exilitatem pervenerit, ad se deinde redit, firmiorque facta humorem quemdam recipit. Id quod vel maxime apparet in papilione, dum e folliculo exire molitur; tunc enim tanta existit ejus, quem dixi, humoris copia, ut vasculum ex ea, lagenæ modo, intumescat, tenui collo ad animalis os desinente. Itaque animal humore illo utitur, ad eam folliculi partem, qua exire parat, humectandam molliendamque.

Quando de papilione e folliculo exeunte sermo incidit, non ab re esse existimavit Bibiena, si a proposito digrediens paululum, quæ sibi in illo exitu comperta essent, paucis demonstraret, ad rem rediturus statim ut hæc proposuisset. Horum summa est. Confecto folliculo jacet intus animal, mortuo simile; mollescit primum majorem in modum, tantum non diffluit; deinde chryfallidis formam accipit; quam postea deponens fit papilio. Is demum folliculi impatiens exitum ad hunc modum molitur. Cum folliculi cujusque duo sint vertices, alter obtusior, acutior alter, papilio, quantum Bibiena observare potuit, in obtusiores semper, quamquam multi secus putant, vim facit. Hunc primum humectat humore illo, quem supra dixi; deinde premens urgensque tandem perforat. Sunt qui velint, papilionem unius capitis nifu totum illud opus absolvere, eoque nifu fila, quibus folliculus contextus est, secare ac dirumpere: Bibiena contra diducere potius putat, & distrahere; neque capite solum, sed toto niti corpore; idque suis ipse oculis animadvertit; nam, cum papilio instaret operi, adversa folliculi parte abrafa nihil eorum, quæ intus gerebantur, non curiosissime inspexit, testaturque animal non primo conatu rem perficere, sed intermittere, & eodem redire sæpius, usque donec patefacta sibi via foras exeat.

Sed jam ad propositum, idest ad alimentorum canalem revertamur; & quoniam quid tubulatæ superiori in chryfallide accidat, dictum est; quid inferiori fiat, dicamus. Hæc ergo, postquam vermis in chryfallidem conversus est, extenuari primum videtur ac pellucere majorem in modum, vix ut appareat;

reat; tum rursus conspicua fieri, humore nescio quo per ipsam deorsum labente; tandem, firmitate ejus aucta, vermicularem quemdam motum accipere, quo motu labens ille, quem dixi, humor urgetur magis magisque, atque in vesiculam truditur, quæ ductui innascitur. Inter hæc humor colorem trahit fere rubrum; roseum dixeris. Bibiena, bombycibus eodem tempore dissectis quamplurimis, tantum humoris hujus collegit, quantum satis esset ad naturam ejus per experimenta indagandam. Instituti nostri non est omnia persequi. Illud tantum monebo, ferri aliquid in humore illo delitescere. Sic Bibienæ compertum est. Hæc adhuc e secundo sermonis capite excerptissimus.

Ad caput tertium veniamus, in quo de quadam coloris mutatione agitur, quæ tracheis videtur accidere. Id totum quam paucissimis expediam. Patent in bombycis corpore nigricantes quædam rimulæ, ex utroque latere novem, ac suis cuique ductus respondet, qui ductus, progressus paullulum intra corpus, in alios, atque alios distribuitur. Hos ductus tracheas Malpighius nominat, ut vel ipso vocabulo usum doceat. Has dum Bibiena attentius intuetur, quidque illis in singulis bombycis mutationibus deinceps accidat, per summam diligentiam scrutatur, eas comperit duabus tunicis contineri. Interior coloris est fere plumbei, exterior argentea & pellucida, quare inspectantibus videntur tracheæ esse plumbeæ, quamvis, si exteriora spectentur, argenteæ vere sint. Idque usque adeo tenet, quoad animal folliculo absoluto vermiformem exiit, & in chrysalidem vertitur; tunc enim interiores tunicæ e tracheis paullatim educuntur, secunturque vermiformis spolia; ut sensim ergo interiores subducuntur tunicæ, ostendant tracheæ colorem argenteum, ac suum; atque e plumbeis argenteæ demum totæ fiunt. Quam coloris mutationem illi satis mirari non poterant, qui neque duas trachearum tunicas observaverant, ignorabantque elabi alteram, cum vermiformem exiit animal. Hæc quemadmodum Bibiena animadverterit, ii facile intelligent, qui sermonem ejus legerint; ac tum fortasse dexteritatem potius hominis, diligentiamque mirabuntur, quam rem ipsam.

Caput quartum, quid spinæ fiat in tam variis animalis mutationibus, nos docet. Est in bombyce quædam quasi chrysalis a capite per medium imi ventris ad inferiora decurrens; nodis distinguitur variis; a Malpighio spinæ nomen obtinuit.

Nodorum numerus incertus est, ut qui non idem Malpighianis est creditus, ac Svamerdamio. Quamdiu bombyx vermibus formam retinet, ea, quam dixi, chordula conspicua fatis est ei quidem, qui attentum se præbeat; immobilis præterea, ut spinæ in animalibus esse solent. Folliculo absoluto, ac verme in chrysalidem converso extenuatur magis magisque, ac pellucida adeo fit, ut non nisi accuratissimis se ostendat, post deinde colorem contrahit nescio quem, firmitatemque majorem, & quod magis mirere, oscillatorio quodam motu cieri incipit. Quæ omnia illustriora postea fiunt, suntque in papilione, si imus præsertim spectetur venter, manifestissima. Huc se ergo convertit Bibiena, ut ejus motus rationem cognosceret. Hæc comperta. Constans motus est, & perpetuus; interdum tamen non omnes simul spinæ partes ad eandem partem feruntur, sed quæ duobus interiectæ sunt nodis, ad unam, quæ duobus aliis ad aliam; ceterum tanta est vibrationum frequentia, ut singulæ minutis secundis ferme singulis respondeant. Sic erat papilionibus, quos tum Bibiena, cum in hoc studio totus esset, habebat in manibus. Neque vero putandum est, motum hunc sedari facile posse, aut sisti; moveri enim perrexit spina, etiamsi transversim secta esset; neque destitit, resecto papilionis capite, neque visceribus evulsis aliis. Etiam in recens mortuis, (pro mortuis utique habebantur) vibrationes ad horas aliquot, atque adeo dies perseverarunt, ut irritabilitatis Hallerianæ exemplo esse possent. Hæc fere sunt, quæ cum Bibiena in novo illo ac plane mirabili spinæ motu per summam diligentiam observasset, in quarto deinde sermonis sui capite æque diligenter exposuit.

Supereft, ut caput quintum paucis perstringam. Versatur id totum in generationis opere, quod papilionum proprie munus est. Cum sint papiliones alii mares, alii feminae, parit femina ex maris conjunctione ovula, quæ si debite ac suo tempore foveantur, vermiculos fundunt ad genus propagandum. In subventaneis ovibus, ut vulgo creditur, nulla prolis spes est; aliquam tamen habuisse videtur Malpighius, qui ex papilionibus vel feminis, vel maribus humores illos studiose expressit, quos ad rudimenta, quæ in ovulis latent, excitanda aptissimos esse judicavit; tum his humoribus ovula subventanea adspersit, ut, si qua fieri posset, fecundarentur. Nihil profecit. Non cecidit tamen Reaumurius animo; hortatusque est omnes, qui-

cum-

cumque vermium studio se dederint, ut quod Malpighio male cessit, id ipsi magno animo aggrediantur. Voluit Bibiena tanto homini obsequi; cui tamen dum servit, præter voluntatis, & diligentiae laudem, nihil est affectus.

Itaque ad alia se convertens experiri constituit, quantum vel in maribus, vel in feminis, reciso capite, libido posset. Cum mari caput ademisset, inertem prorsus invenit. Fuit femina alacrior, nam quamvis careret capite, accedentem tamen ad se marem avidissime complexa est, & in omnibus, quæ ad id pertinerent, strenue se gessit. Ea re comperta gavisus magnopere Bibiena est, sibi plane cum Boyleo convenisse; nam & Boyleo idem contigisse accepimus.

Quamquam in Boyleano invento consistere noluit; & quoniam congregantes mas & femina in illo complexu perseverant diu, experiri ipse voluit, quid fieret, si circa initium illius luctæ caput vel mari rescinderetur, vel feminae, vel utriusque. Primum mari cum femina jam congresso caput resectum est. Visus est ille continuo segnior, nec alas æque prompte, ut solet, concutere. Ceterum ova suo tempore prodierunt, nec ita pauca; secunda etiam non nulla. Resectum deinde feminae caput est, mare integro. Ova peperit haud sane multa. Quod vero magis mirere, multo plura edere visa est, nec infecunda, si a primo mari divulsa ad alterum applicaretur. Resectum postea caput tum mari, tum feminae; feminae quidem, cum esset marem jam jam complexura; mari vero statim ut feminam complexus esset. Ne id quidem procreandi vim omnino sustulit; quippe ova prodierunt, pauca illa quidem, sed tamen aliquot, neque infecunda omnia. Visum est ergo caput ad procreationis quidem felicitatem in his animalculis valere plurimum, ad procreationem ipsam minime esse necessarium.

Hæc adhuc de bombyce e Bibienæ sermone depromimus, quæ qui mirantur, sciant velim multo se magis miraturos, si intellexerint, quantæ sedulitatis, diligentiae, laboris fuerit hæc omnia observatione persequi; idque in animalibus tam parvis, tamque mollibus, in quibus, nisi & lectissima ad experimentum adhibeas, & quamplurima, eodemque iterum ac sapius redeas, & occasiones aucuperis & tempora, nihil proficias. Lectoribus ergo auctor sum, ut ubi hæc legerint, ad Bibienæ ipsius sermonem se conferant, quo ille non res tantum ipsas declaravit, sed suas etiam industrias, & quasi dolos aperuit.

*De itinere per montosam bononiensis agri
partem suscepto .*

Qui rerum naturalium historiam tradunt, nã illi meo iudicio pulchre faciant, si res non modo ipsas, sed etiam loca demonstrent, in quibus peruestigandæ res sint, nam id quoque hitorix est, multumque iis proderit, qui quæ legerint, perquirere ipsi velint, & observando persequi; ne scilicet propter locorum ignorationem in diversa agantur. Hac mente Jacobus Blancanus montosam bononiensis agri partem perlustrare instituit, ut & quæ ibi mirabilia sunt, notaret, & locorum descriptionem adjungeret. In eamque rem sermones jam duos fecit nitoris & diligentix plenos, quos opusculis inferam. Hic ambos complectar uno capite.

A sermone primo exordiar, in quo de Vezzano monte agitur, ac de iis, quæ circa sunt, locis. Vezzanus celsissimus est montium omnium, quotcumque inter labinii & samodix flumina exsurgunt, inque altitudinem abit tantam, ut magnam cisalpinæ galliæ partem e summo vertice ostendat. Hinc colles ducuntur varii, nec uno ordine. Qui ortum & meridiem spectant, ad landæ usque & faxi rivos provehuntur; qui occasum respiciunt, ad olivetum usque procurrunt, quod castrum samodix adiacet; ceteri, qui inter septentrionem ortumque feruntur, labinio flumine terminantur. Hic situs Vezvani est.

Nunc qualis ipse sit, videamus. Stratis constat genere variis. Media atque inferiora arenaceam naturam præferunt, quam etiam color flavus indicat. Ceterum qua ad meridiem mons spectat, quaque latius se explicat, calcario fere componitur lapide. Huc adiens Blancanus testaceorum fragmina invenit quamplurima, quorum, cum cetera contempsisset, unum contemnere omnino non potuit. Id fuit fimbriatæ porcellanæ fragmen, undique striatæ, ejus nempe conchæ, quam vulgus veneream appellat. Montis apex totus ex argilla est, cui solidissimi lapidis fragmenta admista sunt. Ea res suspicionem Blancano iniecit, fuisse olim totum montem compactissimum, post deinde æstu & frigore, atque habitantium industria mitiorem tractabilioremque esse factum, ut culturam jam toleret; cujus rei argumento esse possunt ea, quæ dixi, fragmenta. Hactenus
iptam

ipsam montis naturam explicavi. Quæ illuc adeuntibus occurrant, exponam breviter, meumque retinebo scribendi morem.

Ac primum quidem portiones se ostendunt quamplurimæ candidissimæ cujusdam terræ, levissimæque, tenuissimo constantis polline; gossypii floccos dixeris. Qui naturalem historiam profitentur, terram quamdam hujus similem agaricum minerale appellant, ducto nomine ab agarici illius similitudine, quod in arboribus crescit & viget. De minerali agarico scripsit Buffonius perdocte; cujus ratio ad terram hanc nostram accommodari facile potest.

Præter eam, quam modo dixi, terram coagulationes lapideæ multæ in eodem monte occurrunt, quæ geodes lapides esse credantur. Figuras & species habent varias; pleræque tuborum sunt similes, hiantque fere ut illi, quos Cæsalpinus diabolicos panes appellat. Multæ testaceorum quorundam formam insculptam gerunt, ut videatur materies, quo tempore concrevit, & duritiem traxit, testaceis illis adhæsisse; quamquam ea tenuis plerumque est, cretæ instar. Sunt etiam ex his lapidibus non nulli, qui e subtili admodum arena videntur coaluisse haud paucis specularis lapidis squamis adpersa. Alii cum tuborum speciem præferant, recepta intus ferri materia, colorem subflavum, aut fuscum traxerunt. Qua cavi sunt, interiorius sunt asperi, & margaceo luteo polline, non omnino tamen, obducuntur. Lapidibus horum similes in itineribus suis Targionius memorat. Alios celebrat Aldrovandus in museo metallico, eosque lapides vocat margam continentes. Talium quoque mentionem faciunt Cæsalpinus & Bertrandus.

Est etiam Vezzanus mons miris quibusdam ossibus clarus; quamvis in lapidis duritiem conversa, & discissa, & confracta, & terra obducta, suam vix formam ostendant. Sunt autem magnitudine tanta, ut cum ceteroqui humana esse videantur, nemo tamen credere audeat, homines fuisse olim tam magnos. Ne ullam quidem terrestrem belluam tantam esse credimus, ut tanta ossa recipiat. Itaque Blancanus de marinis quibusdam monstris suspicatus est.

Hactenus de Vezzano monte exposui; nunc ea, quæ fecuntur, peragam, & martignonem primum explicabo, qui rivus concharum frequentia est nobilis. Oritur martigno e Vezzano monte; qua incipit, tenuis; post aliarum aquarum incursum fit amplior. Longo tractu inter colles labitur, crespel-

lani iter fecans, ac tandem prope budrias in samodiam decidit.

Conchylis valde dives est, quæ facile creduntur e proximis collibus in ipsum delabi; quo minus mirari oportet disrupta esse atque attrita prope omnia; sunt enim colles, quos dixi, e tofo, minimeque hujusmodi testis conservandis apti. Ceterum dentales hic visuntur, purpuræ rectirostræ, mucronatæ & umbonatæ, trochites, turbines, buccinula, cochleæ, conchæque diversæ. Neque madreporæ desiderantur, neque chariophyli, qui plurimi, iique integri, cum ex ipso martignonis alveo, tum ex adjacentibus ripis extrahuntur.

His cochleæ accedunt quamplurimæ, depressæ aliæ, aliæ umbilicatæ, quarum formam pulchritudinemque minuere vetustas non potuit; violavit casus conchas cordiformes æquilateras, quippe e proximis cadentes rupibus diffringuntur omnes. Quod secum Blancanus reputans in spem venit, ut possent integræ in ipsis rupibus inveniri. Neque eum spes fefellit; nam cum diem totum in collibus illis perlustrandis insumisset, unam tandem e marga, in qua delitescerat, eduxit integram; eandemque, ne, ut conchylia fere solent, attactu aeris dissolveretur, artificioso quodam glutine firmavit. Hanc post deinde plurimi fecit, dignamque existimavit, quæ Ferdinando Bassio traderetur ad musæum ornandum.

Ut ad rivum redeam, dici vix potest, quam multæ cujusque generis minores conchæ in eo passim per arenas jaceant, quas foissiles esse nemo dubitet, & aquarum impetu, quarum de hieme vis ingens est, in rivum fuisse delatas. Dum has Blancanus studiosius confectatur, accidit ei, ut ossis frustum repererit, colore subfuscum, friabile, ac prope jam putridum; quod humor fortasse faciebat, sales solvens, quorum nexu partes illius cohærebant; itaque e loco humido, in quo erat, eductum ad soliditatem suam rediit. Hoc eodem in rivo os aliud repererat Antonius Mazzonus magnitudine spectandum; de quo, ut & de aliis hujusmodi rebus quamplurimis, cum Blancano pro veteri, quæ inter ipsos erat, consuetudine communicavit. Creditum est, os illud belluæ cujusdam marinæ costam fuisse. Hæc satis de martignone dicta sint.

Haud longe a martignone amnis alius excurrit, qui mirabilium rivus vulgo dicitur, vocabulo dignus. Itaque hoc nomine etiam apud scriptores claruit. Is pari ubique interval-

vallo a martignone distans duo fere millia passuum conficit, tum flexu modico accepto in martignonem ipsum delabitur. Arenariis abundat lapidibus, quorum formam si spectes, difficile erit non etiam casum aliquando & fortunam laudare; adeo belle & quæ natura gignuntur, & quæ arte fiunt, æmulantur. Hic ergo poma omne genus, persica, armeniaca, pepones, aliosque innumerabiles terræ fructus, nec non & animalium membra, atque adeo animalia ipsa tota, expressissima invenias. Hanc rivus laudem jamdudum retinet, siquidem quæ de eo Malpighius tradidit, cum præsentī memoria plane consentiunt.

Hoc jam misso amne ad colles veniamus, qui e Vezzano monte ad ortum solis protenduntur. Hi ergo, qua ædes est S. Laurentii, ut vulgo ajunt, in colle, ingenti ostreorum copia insignes sunt, quibus balani adhærent; qua in planitiem demittuntur, miras lapillorum congeries passim ostentant, petroso quodam durissimoque glutine compactorum. Id loco petrosæ glebæ nomen fecit. Ceterum lapillis hujusmodi via tota, qua vulgo itur, adspersa est; neque dubites avulsos fuisse.

His visis, prætermissoque Landæ rivo, ad eos colles Blancanus transit, qui ad Samodiam usque extenduntur. Hi enimvero lapidibus arenariis flavis, testaceisque ditissimi; quæ testacea ibi vel maxime frequentia sunt, ubi olivetum surgit, castrum olim, nunc vix aliquid præter nomen.

Locus, cui olivetum imminet, cuique monticulis nomen est, duobus constat arenariis stratis, altero coloris flavi, altero glauci. Hunc locum ingens quædam scissura pulchrum fecit; quippe apertus miram conchyliorum vim late ostendit, quorum quæ in arenam flavam infixæ sunt penitus, colorem suum retinent; quæ prominent, non nihil de colore mutarunt. Arena glauca testis, quas continet, colorem ademit omnem.

Nimius sim, si omnia testaceorum genera numerare velim, quæ hic Blancanus reperit; in quibus cum glycimerides, conchas majores minoresque, cordiformes quoque æquilateras, pinnas, mitulos, turbinites, pro sua cujusque præstantia magnopere admiraretur, nihil tamen admiratus est magis, quam purpuram quamdam; erat enim singulari forma, eaque, quam nemo ante, (quantum ipse meminisse poterat) neque descripserat, neque in tabulas retulerat; itaque carebat nomine. Ipse illam in curvirostrarum genere posuit, indeque ei nomen fecit.

Cum

Cum eam, quam dixi, scissuram curiosissime Blancanus inspectasset, ad eam collis partem se contulit, quæ soli occidenti aduersa samodiam tangit. Hic illi tam multa occurrerunt, ut numerare volentem deterrere possint, pectines, pectiniformes conchæ, ostrea vel mole vel magnitudine insignia, turbines, trochites, conoideæ cochleæ, dentales denique, quos Gualterius proprio notavit nomine, & fecit illustres. His omnibus balani adhærebant, coloris ejus, qui de nativo facile admoneret.

Antequam ab oliveto longius discedimus, præterire silentio non debeo insignes lapides, qui vulgo in vicinia illa videntur, & ex eorum sunt numero, quos litheosphoros vocant. Horum, præter formam, multitudinem etiam mireris. His licet adjungere marchasitas quamplurimas, & speculares lapides, & gypsi frustra haud sane pauca; de quibus & docte & sæpe in Academia differuit, cum viveret, Hyacinthus Voglius, homo in medicina exercenda clarus, harum rerum, si qui alius, peritissimus.

Hinc ad calanchas, sic enim vocant, castilionii Blancanus transiens echinos reperit, spatagos, nerites eleganti forma, lignorum frustra in lapidem conversa, & qui propter raritatem magni fiunt, lithanthraces; sunt enim in bononienſi agro paucissimi; ceterum vix quidquam ab aliis differunt, qui in terris aliis videntur, & famam habent. Accendi faciles, flammam emittunt subobscuram, odore gravi, capiti noxio. Combusti cinerem deponunt subflavum, quo in cinere particula deliteſcunt ferreæ complures, quas magnes excitat. Aldrovandus lithanthraces quosdam memorat, quo magis credi potest, bononienſem agrum numquam hoc genere caruisse.

Non est hic silentio prætereundus limpidissimus aquæ fons, in quem præcipue Blancanus studium contulit. E fossæ cujusdam fundo exiens limum miscet, & bullulas attollit; qua labitur, ochram lutei coloris dejicit; sicubi stagnat, tela obducitur, quæ pro vario intuentium situ colores varios exprimit. Sapor aquæ insuavis, & æris aliquid subesse significans. Ea fortasse de causa loci accolæ ærosam aquam appellant.

Hanc aquam nobilitavit Blancanus experimentis non nullis, quæ, ut ipse narrat, sic cedunt. Si qua aquæ portio in vitream phyalam brevi, angustoque collo infundatur, ut tertiam interioris spatii partem repleat, tum digito ad os appo-

sito

sito vehementius agitetur, spumas agit. Sublato digito ventulus statim exit cum impetu & sibilo quodam. Si oleum tartari admisceatur, fit opacior; si vitrioli spiritus, quod album est, fundum petit, atque in grumos cogitur; interim bullulæ feruntur sursum, quæ ubi desierint, aqua ad se redit, & limpidissima apparet. Si spiritum sulphuris & vitrioli tantum admisceas, commotio fit prope nulla, quo creditum est, turbationis illius omnis oleum tartari præcipuam causam esse.

Hactenus primum Blancani sermonem exposuimus, quo ille omnia, quæ ad Vezzanum montem, & finitima ei loca pertinent, complexus est. Proximum est, ut alterum exsequamur, quo Samodiam, eosque, qui in illum influunt, amnes explicat. E monte, quem turturis vulgo nominant, Samodia oritur, ad septemtriones defluens, fonte ipso non contemnendus. Hinc hiemis præsertim tempore immania volvens saxa præceps ruit, rapiendis non magis quam confringendis contrendisque ostracodermatis omnibus aptissimus; itaque nihil horum usquam ostendit. Per medios colles longo tractu se agens, amænissima deinde pertransit loca, & castaneis ditissima, duorumque præsertim amnium incurfu fit grandior. Horum alter e baraldorum lamis profectus iuxta ecclesiam novam cum Samodia conjungitur, unde illi nomen inditum; nam cum alias bignamorum rivus dictus fuerit, nunc glareæ ecclesiæ novæ appellatur. Alter e monteumbrario ortus ad occidentem primum vergit, tum ad orientem se inflectit, nec ita multo post ad septemtrionem, rivisque aliis atque aliis auctus, eoque maxime, qui glareæ ciani dicitur, prope montembellium in Samodiam effunditur. Huic amni glareæ ferravallis nomen est. His amnibus, rivisque aliis minoribus Samodia ditior factus, ac pervetus bazani oppidum prætergressus, in bononiensis agri planitiem se immittit, viamque æmiliam secans, ubi passuum millia plus viginti confecit, in rhenum tandem evolvitur.

Locorum fluviorumque situ cognito, quæ in ipso primum Samodiæ alveo, tum quæ in rivis ad Samodiam pertinentibus Blancanus repererit, deinceps dicamus. Ac primum in Samodia ipso ligni frustum reperit, in lapidem conversum, duritie tanta, ut hoc etiam nomine rarum videri posset; nam genus utique apud nos est infrequens. Siliceum erat pene totum, pondere maximo. Color fuscus, nisi quod lineis albescentibus, inter se parallelis distinguebatur. Quod ad magnitudinem spectat,

stat, dimidiatum parisiensem pedem cum digitis tribus longitudine fere æquabat; digitos quinque ac lineas undecim latitudine. Fibrarum vestigia erant manifesta; pleræque recta procedebant; aliæ in nodum reflectebantur, crassitudinis ejus, quæ quintam fere parisiensis lineæ partem completeret. Nonnullæ, si præsertim microscopio inspicerentur, se intus cavas, quasi tubulos, ostendebant, materia illa molli, qua fibræ lignæ inter se nectuntur, in filicis naturam conversa. His cavis compertis, arctius jam ei sententiæ adhærere Blancanus cæpit, ut sibi plane persuaderet, lapidem illum verissimum olim fuisse lignum; eoque arctius, quod sibi in eo Hireum sequi visus est, philosophum sane magnum, qui has lignorum conversiones in Parisiensis Academiæ actis sic explicat, ut videantur omnia in hoc Samodiæ lignum posse convenire.

Aliud quoque lignum, ut minus jam de paucitate queramur, in Samodiæ alveo Blancanus reperit, quod pariter lapidis formam acceperat. Fuscum colore, ponderosissimum, albescente quadam tenuissimaque materia hic illic, tamquam velo, obductum. Dubitavit aliquandiu Blancanus, quid id rei esset; atque animum per omnia versans, opinionem sæpius inflexit. Primum lithanthracem esse existimavit, verum cum adversus ignem contumax esset, neque odorem emitteret, qualem lithanthraces solent, ab opinione destitit. Venit in mentem id, quidquid erat, in acidis liquoribus experiri; quod Blancanus dum tentat, plus eum docuit casus, quam ratio; nam dum frustula avellere nititur, in quibus experimentum capiat, lapis illi totus in duas partes diffinditur. Diffusus interiorem structuram ostendit plane ligneam; quippe certissimæ apparuerunt fibræ, eumque in modum porrectæ, intersectæque, quemadmodum se illas in alio quodam ligni frusto comperisse, gravissimus auctor, Passerius testatur. Id Passerii lignum in duritiem conversum fuerat tantam, ut chalcedonium lapidem æmularetur. Ceterum is, quo de agimus, lapis, intus nigricans splendescens micæ, quasi crystallinas, hic atque illic ostentabat. Frustula avulsit tandem Blancanus, & in nitri spiritum conjecit. Labem acceperunt nullam, nihilque turbarunt. Hic tum ei de amianto in mentem venit, voluissetque id, quod habebat in manibus, referre in amiantina. Hanc illi opinionem ademit Montii nostri ratio, nam cum frustula in eam aquam, cui saponariorum magistræ nomen est, Montio auctore,

re, coniecisset, nihil de duritie & firmitate mutarunt. Hac ergo opinione exclusus cogitare iterum cæpit de lithanthrace; ac licet non omnia convenirent, lapidem tamen illum suum lithanthracem imperfectum esse maluit, quam nullo modo lithanthracem. Eum ergo lithanthracem sibi finxit, cui lapidescenti, bituminis quidquid fuerat, evanisset, ut jam neque igni concipiendo, neque odori mittendo, neque omnino calcinationi idoneus esset, possetque idcirco apyrorum numero adscribi.

Lapis quoque alius in Samodiæ alveo repertus, formæ mirabilis; quem puellula ut primum vidit, en fungum, exclamavit, fungum pratensem lapideum; compellansque Blancanum, ut forte haud procul erat, lapidem illi indicavit. Agnovit illico Blancanus fungi formam; lapidemque evulsit, adservavitque. Ejus autem hæc erat forma. Umbella pediculo imposita, inflectens se se, ex altera parte ad pediculum propius accedebat, ex altera minus prope; qua propius accedebat, ad lineas parisienses decem porrigebatur, qua minus prope, ad octo. Latitudinem digitorum unum æquabat. Pediculus, recta se attollens, longitudinem habebat unius fere digiti, crassitudinem linearum fere sex. Color per totum subflavus. Materies calcaria; idque frustulum ejus ostendit in nitri spiritum coniectum; quippe brevissimo temporis spatio solutum est. Fungum alium hujus similem invenerat multo ante Gregorius Casalius, eumque boletitem calcarium nominaverat. Existat adhuc de invento illo elegans Casalii epistola ad Maffejum.

Postquam ea, quæ in Samodia Blancano inventa sunt, declaravi, venio ad rivus, qui ad illum pertinent; ac primum de iis dicam, qui in Samodiam ipsum, tum de illis, qui in hos feruntur. Serravallis glareæ, quod etiam supra dixi, prope montebellium in samodiam effunditur. Hic amnis nec pauca habet, nec unius generis frusta, quæ, si levigatione perficiantur, diversas achatum, chalcedoniorumque lapidum species perbelle exhibent. Hujus generis lapides, quandoquidem in fluviis nostris haud raro inveniuntur, spem faciunt, ut fodinæ olim possint in montibus inveniri. Valerius a Bono honestus civis & doctus, & Petrus Gratiolius homo e Barnabitarum familia, cum viveret, omni litterarum genere excultus, horum lapidum permultos collegerant, & spem auxerant. Iisdem lapidibus Sighitius Blanchettus Gambalunga, vir nobi-

lissimus, & ad literas ornandas natus, polituram adhiberi jusserrat, & capsulas sibi comparaverat omni numero elegantes.

Ad rivum alium veniamus, qui vulgo rivus lezzæ dicitur. Is e præruptissimis decidit montibus, unde amænissima late valis prospicitur, & omnes rivorum, qui ad landam pertinent, origines patent. Ad occidentem fertur, ac prope moletrinam, quæ nomen a jocone obtinet, in Samodiam delabitur. Hoc in rivo cariophylli conspiciuntur complures mole præstantes. Madreporarum, bucardiorum, buccinorum, aliorumque, quæ hic pariter visuntur, testaceorum laudari moles non potest; sunt enim omnia, quotquot apparent, contrita, ac prope jam vel ætate, vel labentibus aquis consumpta.

Haud procul hinc rivi in Samodiam decurrunt duo, quorum alter Sancti Andree, suaviorum alter appellatur. Horum primus aquas recipit montis totii, & in Samodiam defert. Fossilia corpora nulla ostendit, nisi vulgaria. Blancanus ergo ad montem se convertit, quem totum ex arenaria terra flava concrevisse tradit, plurimosque continere balanos nulli basi adhærentes. Fossilia etiam permulta commemorat, in quibus vix aliud mireris præter parvitatem; arenam versanti passim occurrunt. Hæc pervolvens plurima agnovit Blancanus ammonis cornua, in quibus eorum, de quibus Beccarius scripserat, placuit recordatio.

Suaviorum rivus e rupibus Sancti Petri oritur inter orientem solem & boream; montis totii nemora præterfluit; inde proxime in samodiam delabitur. Qua oritur, immensa quædam fossilium multitudo se prodit, e qua tamen, ut maxime velis, vix quidquam colligas; adeo sunt omnia frangi celeria; itaque studium fugiunt. Haud longe a rivo rudera effodiuntur marmorea, quæ etiam lapides florentini appellantur, miris imaginibus distincta. Has fortasse efficit metallicus quidam humor per venas marmoris late pertinens. Aliæ castella referunt, aliæ arbores; sunt, quæ mathematicorum figuras perbelle exprimant. Nec alii absunt lapides, qui similitudines non specie tantum, sed toto corpore præferunt varias, puta anguium, aliarumque rerum talium, quas qui viderit, is jam illum mirabilium rivum, quem supra diximus, minus mirabitur.

Suaviorum rivo explicato, reliquos, vallocchiarum, bovia-nam, marastellicum, castioneum, stioreum, hæc enim nomina apud vulgus invenerunt, præterire se velle Blancanus significat,

ficat, vel quod rivi sunt ignobiles, vel quod de his se alias dixisse meminit. Unum tamen præterire omnino non potest, quem accolæ segæ rivum appellant, quique ab occidente ad orientem decurrens famodiæ jungitur. Hunc rivum commendant calcariarum crySTALLORUM congeries permultæ, in quibus, ut contemnantur cetera, formæ figura laudatur. His accedunt plumbea frustula per alveum late dispersa. Fama est, ædes fuisse olim in illis locis amplissimas, nobilissimasque, quas vestitas consumserit; cui famæ & illa, quæ dixi, frustula fidem faciunt, & octogoni lapides, quadrataque tabulæ, quæ passim in proximis inde campis visuntur.

Postquam rivos Blancanus exposuit, qui in famodiam feruntur, ad alios transit, qui prius in ferravallis glaream se immittunt, tum cum illo ipsi quoque labuntur in famodiam. Horum tres numerat, cimicellorum unum, alterum merlini, tertium fundamentorum. Hæc illis sunt nomina.

Cimicellorum rivus e tiolæ majolæque jugis dejectus inter occidentem, & septemtrionem labitur, fossilium copia adeo clarus, ut pauci illi hoc nomine antependantur. Neque minus quæ adjacent rupes hac laude claruerunt. Hic scilicet præter madreporarum insignia fragmina, cariophylli visuntur mirabili magnitudine. His strombi accedunt, conchæ pectiniformes, cassidiformes, corallinæ, nec non & spondyli, & quæ propter paucitatem commendantur, lithoxyla. Inter omnia, quæ adhuc in hoc rivo reperta sunt, duo longe præstare videntur: primum lapideus conchæ cordiformis nucleus magnitudine tanta, quanta non facile credi possit; is anno millesimo septingentesimo secundo & quinquagesimo in rivi alveo inventus est: deinde cochlea, inter innumerabilia testarum fragmina, delecta; cujus forma adeo Blancanum cepit, ut describi illam & in Academiæ conspectu poni voluerit; nomen illi e Gualterio invenit; neque minus cochleam aliam, quam in eodem rivo repererat, describendam curavit. Porro nihil in hoc rivo frequentius, quod idem & de landæ rivo dici potest, quam sedimentum illud notissimum, in quo testacea, & crustacea perquam minuta quærenti cuivis passim se offerunt. His Bassii nostri studium famam auxit.

Merlini rivus inter zapolini & majolæ montes ad septemtrionem labitur, ac tandem ferravallis glareæ se jungit. Fossilia ostentat permulta, sibi cum cimicellorum rivo communia.

Super his addit & coralloides conchas & lithantraces. Illud etiam huic rivo illustre est, quod Blancanus non sine admiratione reperit, prægrandis cujusdam ossis fragmentum in lapidem conversi, cujus tanta est magnitudo, ut cui generi assignari possit, non facile appareat, nisi cetaceo. Alii quoque occurrerunt lapides conformatione mirabili, quos tamen fuisse ossa, factosque inde lapides, affirmare nemo audeat. Formam præferunt prope ad cylindricam accedentem, per totum longitudinis tractum perforati. Hos lapides dignos esse Blancanus censuit, qui in media Academia proponerentur, quorumque inciderentur imagines; conformationis quoque modum & causas sic explicavit, ut præter diligentiam ingenium etiam ostenderit.

Merlini rivum is sequitur, quem fundamentorum nominant. In hunc omnes finitimorum camporum, & casonis montium aquæ coeunt, indeque in ferravallis glaream delabuntur. Hunc rivum, quæ circa sunt, commendant; nam primum rupes, quæ illi adjacent, flava plerumque ac cærulea arena constant, fossilibus ditissima; quamquam ea vulgaria sunt & communia; præstantiora habentur, quæ in fovea inde proxima visuntur, lapideis congeriebus adhærentia, nativumque adhuc colorem servantia. Cum hæc Blancanus pervestigaret, insignia turbinum fragmina delegit, divelli digna atque adservari; in quibus cum Gualterii turbines agnovisset nescio quos, nomen commune fecit. Imagines etiam horum describi iussit, & in medio poni. Neque minus striatas trochiformes cochleas delineandas curavit, quibus argenteus adhuc color inhærebat. Harum quamplurimas zapolinum petentibus via ipsa exhibet. Inter viam fontes exeunt tartarea quadam materia spectandi; aquis enim labentibus fundum petit, & in grumos cogitur insigni magnitudine. Quæ etiam ad cantajæ domum via ducit, fossilibus multis est nobilis; turbines, strombos, neritas genere varios, & hujusmodi alia passim ostentat. Illac cum iret Blancanus, cochleam reperit ex marinarum aurium genere, pulcherrimam, quam unam omnibus prætulit. Hujus quoque imaginem delineari voluit, sibi gratulatus, quod nomen descriptionemque in Gualterio invenisset. Hæc circa fundamentorum rivum inventa rivo ipsi famam compararunt.

Sic Blancanus, cum naturalem bononiensis agri historiam texere instituisset, vezzanum montem, & samodiæ amnem, hæc

hæc adhuc nobis scribentibus, ornaverat. Speramus fore, ut quæ reliqua sunt, persequatur strenue, atque ut res ipsas summo studio colligit, sic narrationem pari diligentia tradat posteris.

De orientali quodam hyacintho.

Fecit Boehmeri & Kieslingii studium, ut si qua occurreret planta caule bulbifero instructa, ne illam liceat contemnere: nam & ipsi hujus generis plantas studiosissime persecuti sunt; & omnes, quotcumque noverant, retulerunt in catalogos; & botanicos etiam atque etiam rogarunt, ut, si quam novam, atque ab ipsis præteritam invenissent, ne se de illa celare vellent.

Ferdinando Bassio paucis ante annis contigit, ut unam repererit, quæ illos, quantum ipse judicat, præterit. Etenim cum hortum sibi, ut est hortorum cultor egregius, batavorum more instrueret, & orientales hyacinthos, quos sibi plurimos comparaverat, curiosius inspiceret, unum reperit bulbifero caule insignem. Succreverat bulbus axillæ, ut fere bulbi solent, inter pedunculum, & scapum, perfectissimamque habebat bulbi formam.

Miratus Bassius rem novam, quippe qui hyacinthum nullum noverat, cui bulbus ad caulem adjungeretur, florem mirabilem experimentis tentare voluit. Seposuit ergo illum servavitque diligenter. Mandavit deinde terræ suo tempore, ut opus erat; rigavit; nihil eorum prætermisit, quæ ad florem pulchre educandum pertinerent; exspectans, si insequenti quoque anno bulbum caule ferret. Exspectationi successus respondit; bulbum quippe emisit planta pulcherrimum, ejus, quem superiore anno emiserat, plane similem.

Hic Bassio placuit bulbi ipsius constantiam periclitari. Capit ergo, quid ei fieret, scire velle, si scapus, cui semper adhæserat, tolleretur. Hyacinthum itaque terræ iterum de more commisit, ac vere adventante cum scapus jam jam florens exiret, hunc statim e centro evulsit. Terram deinde superjecit, composuitque, ne vel planta indignaretur, vel insectis læderetur, aut imbribus. Putabat autem, bulbum ibi adhuc sub contractiori forma delitescere; exspectabatque, ut is,

quan-

quando scapus aberat, ad coronam basis se proderet, simul atque e terra globus totus extraheretur. Hoc uno bulbus fefellit; nam duobus post mensibus, cum Bassius, amota terra, omnia diligentius perquireret, non ibi, ubi exspectabatur, sed ad extremam superiorem tunicam bulbus apparuit; ceterum & conformatus quam optime, & bene altus; multo etiam grandior, quam superioribus annis fuerat, cum florescenti scapo adhæreret.

His rebus induxit animum Bassius, hyacinthum illum suum caule utique nativum, & proprium bulbum ferre; eaque de re Academiam certiore fecit, ut hanc etiam, si vellet, bulbiferis aliis Kieslingii & Bohemeri plantis adnumeraret.

De phytopolitho bononiensi.

Affianus mons est non longe admodum Bononia distans; ad meridiem, modicæ altitudinis. Qua parte ad septentrionem spectat, sursum fertur fere ad perpendicularum, ibique vel maxime horizontalia strata, quibus late distinguitur, & tofaceas concreciones quamplurimas, & grandiores lapides, & marina corpora ostentat. Præter montis radices rivus labitur, cui pariter affiano nomen est, quo in rivo saxa pertæpe videntur, insigni magnitudine, e vicino monte delapsa.

Huc forte Bassius cum se contulisset, in eo, quem dixi, rivulo pergrandem offendit lapidem. Fecit magnitudo, ut quæ intus essent, vellet cognoscere; illum itaque graviori malleo confregit; neque enim erat fissilis, ut multi, sed ex ictu dissi- ciebatur, & abibat in frustra. Hic tum Bassius mirari lapidem magis cæpit, congeriem scilicet materiæ intuens oppido raram, quæque vel primo adspectu phytopolithum testaretur. De illo postea doctè admodum in Academia disseruit, nemine non rem probante, quippe phytopolithus singularis visus est, qualem nemo ante, Bononiæ quidem, vidisset. Sermonem Bassii licebit legere in opusculis. Hic summa capita attingam.

Ac primum quidem considerationem postulat materiæ varietas. Etenim cum tria sint materiæ genera, quibus singulis singuli fere constant lapides, vitrescens unum, alterum calcarium, tertium, quod, quia igni vehementius resistit, græco vocabulo apyrum nominant, videtur hic, de quo agimus, la-
pis

pis unus omnia complexus esse. Quippe quod Bassius, cum experimenta in particulis aliis atque aliis cepisset, nihilque eorum, quæ ad cognoscendum materiæ genus pertinent, prætermisisset, vitrescentes invenit permultas, calcarias haud sane paucas, apyras etiam nonnullas; ita genus nullum aberat, quamquam vitrescens dominabatur.

Quod ad lapidis colorem spectat, cinereus erat per totum, si locum modo unum exceperis, ubi arboris cujusdam folium perbelle insculptum visebatur; nam folii apex colorem alium nescio quem traxerat. Huic folii imagini animantes ex iis, quos mare gignit, adjungebantur quamplurimi; id quod illorum sententiam condemnat, qui lapidem inveniri nullum putant, quo simul marinorum corporum, simul vegetabilium indicia serventur. Quibuscum ut pugnare Bassius nolit, pugnat res ipsa.

Animalium, quæ dixi, mira erat varietas. Monothalamia aderant quamplurima; neque, si univalvium genus quæreretur, aberat buccinum; e bivalvibus pinnas ostentabat lapis manifestissimas, mitulos præterea, chamas, tellinas, felenes bene multos; quæ Bassius omnia ut vidit, pro veteri, quæ illi est cum his rebus, consuetudine statim agnovit. Erant autem referta intus omnia eadem illa materia, qua lapis constabat; quod sane argumento est, fuisse eam olim expeditissimam, & labi facilem; si enim durior fuisset semper aut lentior, numquam se penitus in omnes concharum latebras insinuare potuisset.

Sed jam ad illam, quam supra dixi, folii imaginem redeamus, qua Bassius usque adeo se rapi sivit; ut jam marina quæque contemneret. Et vero insculpta erat tam scite, tamque eleganter, ut nihil supra; oblonga, in apicem desinens; costa, quam etiam rachin vocant, e petiolo ad apicem usque protensa; nam etsi petiolus desiderabatur, sic tamen terminabatur costa, ut de petiolo, unde fuisset olim evulsa, admone-ret. E costa utrimque oriebantur nervi, omnino tales, quales in foliis arborum esse solent; & ad limbum non ferratum illum quidem, sed paululum undulatum ferebantur. Nihil de-mum eorum aberat, quæ ad averfam folii faciem pulcherrime perfectissimeque repræsentandam opus erant; ut dubitare nemo posset, quin verissimum cujuspiam arboris folium in illo lapide, cum olim mollior esset, insedisset, suamque ibi formam reliquisset.

Folii imago, præterquam in ea parte, quæ ad apicem pertinet, eodem ubique erat colore, quo lapis totus; namque ad apicem colorem alium traxerat, quem ochroleucum dixisset; qui color vel minus attentos monebat, folium, quo primum tempore lapidi se applicuit, siccum ex ea parte fuisse atque aridum. Hinc dubitatio orta, qua nempe de causa accidisset, ut pars folii exarescens colorem lapidi induxisset aliquem, virens pars altera, & virefcens nullum. Ingressus in hunc locum Bassius deterreri se confitetur quæstionis difficultate; eam tamen deterritus tractat, arripitque, undecumque potest, argumenta ad rem explicandam. E Jussieo, philosopho in primis nobili, multa repetit; multa de suo addit, rem tandem expedit, fortasse vere, ingeniose quidem certe. Si persequar singula, longus sim; unum attingam, ne videar omnia prætermisisse.

Sic ergo Bassius: cum folium illud, quo de agimus, ad lapidem, qualiscumque is esset, primum delatum fuit, eique adhæsit, inundantibus aquis late omnia (non enim dubium est, quin id ad diluvii tempora sit referendum) cur non suspicemur, virens illud adhuc fuisse, cum aliqua tamen ex parte aruisset? Ac si id conceditur, cur non etiam suspicemur, virentem folii partem mollioremque absumentam fuisse citius, quæ vero exaruerat, diutius restitisse? Nihil ergo mirari oportet, potuisse hanc propter diuturnam adhesionem colorem lapidi inducere sui similem; illam non potuisse. Id sane cum ratio ipsa suadet, — tum vero Bassius experimento confirmat ingeniosissimo; quod ille in suo sermone distincte adeo proponit, ut non videatur proponi posse aliter.

Cognita folii forma proximum erat plantæ genus cognoscere, cui illa conveniret. In id quoque studium suum Bassius contulit. Imagines nostrarum arborum, quotquot apud auctores exstant, perquisivit, singularum folia comparans; ac cum nullum invenisset, quod lapideo illi typo plane congrueret, ad externas plantas se convertit, neque indicas quærere prætermisit, aliasque barbaricas. Ad extremum Rumphii tabulas versans, inspectansque omnia diligenter, folium reperit imaginis illius suæ tam simile, ut non ipsa sibi similior esse videretur. Folium Rumphii e quercu est indica, quam molucæ insulæ ferre dicuntur. His visis dubitari jam vix potuit, quin & verissimum folium lapidi infedisset, idque molucense esset, e quercu quapiam jam inde a diluvii temporibus lapsum,
cujus

cujus formam atque imaginem affianus mons ad hanc usque ætatem servasset.

Cogitanti hæc Bassio quæstionis illius veteris in mentem venit, quæ multos adhuc sollicitat: in quod scilicet anni tempus diluvium inciderit. Sunt qui in autumnum putent; alii in ver rejiciunt, alii in hiemem. Atque hi sacrorum librorum auctoritate inter se contendunt. Vodvardus & Schevchzerus eandem quæstionem naturali historiæ vindicant; atque ex his, quæ passim in montibus defederunt, inundationis tempus conjicere se posse putant; hique calamitatem illam in majum mensem rejiciunt. Mallet Bassius quæstionem hanc totam iis relinquere, qui ipsam cum religione conjungunt; neque tamen negat, momenti aliquid ad Schevchzeri & Vodvardi opinionem e suo phytotypolitho accedere. Et vero si folium quodpiam per diluvii tempus infedit lapidi, idque e quercu molucensi erat, & ex parte aruerat, verisimile valde est, in eos dies diluvium incidisse, quibus diebus, in molucis quidem insulis, ex arboribus folia decidunt, atque arefcere incipiunt; id autem fere fit, si regionum habeatur ratio, & tempora comparantur, mense majo vertente. Sic Bassius, non quæstionem quidem physicis tradi vult, sed si tradatur, Vodvardo, & Schevchzero se adjungit. Hæc de Bassii phytotypolitho, quo nullus adhuc apud Bononienses est illustrior.

De marinis quibusdam rebus in bononiensi agro repertis.

BOnoniensis agri historiam amplificare pergit Bassius. Madreporas persecutus, qua de re in superiore tomo egimus, multa deinde alia perquisivit, atque omnia uno sermone in Academia complexus est. Quamquam, quæ sunt communia & notiora, vix attigit; in denticulis quibusdam paulo diutius hæsit, atque officulis, quod sint rariora, eorumque simillima, quæ Kleinius perbelle expressit in altera ex iis tabulis, quas historiæ piscium adjecit. Crustacea præterea, eorumque partes, cancrorum chelas & crura, quasi præteriens, memoravit. In testaceis tandem constitit.

Mirum, quantum his ager abundat. In eo sedimento, quod sibi Bassius ad considerandum sumserat, erat autem tri-

ginta librarum pondere, tam multa erant comminutorum testaceorum fragmina, ut sedimentum ipsum totum ex his constare videretur. Perfecta quoque in his erant testacea plurima, atque integra, ut series possent fieri; ac si univalvia quæras, ex iis, quæ polythalamia dicuntur, nullum prope genus aberat. Quæ enim Joannes Blancus, homo harum rerum apprime sciens, in sedimento Ariminensis litoris numeraverat, quæque & Rumphius & Gualterius, indagatores egregii, proposuerant, ea Bassius in sedimento illo suo invenit prope omnia. Quin formas præterea notavit tres, quas novas libenter dixerit; quamquam tertiam vix audet; nullam certe apud auctores reperisse se meminit. Has paucis exsequar.

Ac primum ammonia occurrit quædam. Ea est in trochi modum convoluta, ut minus attente consideranti pro trocho parvissimo haberi possit, cujus basis lineam pateat paulo plus unam. Quod si, microscopio adhibito satis bono, introspexeris, thalami apparebunt permulti siphunculis suis inter se communicantes; quorum thalamos distinctio manifesta & patens, quæque in exteriori etiam prominenti facie se ostendit, novitatem generis prodit; non enim de ammoniis aliis id legitur. Ammonias hujus formæ numeravit Bassius ad sexdecim.

Post ammonias ad nautilos quosdam venio, quos ille tamquam novos proposuit. Hos primo adspectu vix ab illo distinguas, quem Gualterius in testaceorum conchyliorum indice, tabula decima nona, ad literam C expressit; sed si diligentius inspexeris, genus aliud agnoscas. Nautilo enim, quem Bassius protulit, umbilicus ad centrum prominet, quo Gualterii nautilus caret. Deinde illius costa tenuissimo instruitur margine, & diaphano, in ferræ modum secto, cui decem sunt inflexi dentes, atque acutuli, thalamis totidem exterioris spiræ respondentibus. Dentes Gualterius in nautilo illo suo numerat non plus quatuor. Videtur ergo genus aliud descripsisse. Bassius ex eo genere, quod ipse descripsit, nautilos integros legit omnino septem; neque dubitavit, quin multo plures inventurus fuisset, nisi sedimentum illud suam manu versans, contractansque sæpius, multos per imprudentiam fregisset; sunt enim tenues admodum, ac friabiles, ut vel levissimo tactu rumpantur. Qui magnitudine præstant, lineas quatuor parisiensis digiti non excedunt.

Or-

Orthocerata, quæ tertia est species, invenit Bassius omnino tria, digito uno longa, lineam lata vix unam; æque fere crassa per totum. Exteriores costulas perpetuas habent, nullis neque foveis, neque prominentibus anulis interruptas, qui de subjectis interioribus thalamis moneant. Quo quidem videntur ab eo differre, quod expressit Gualterius in tabula decima nona ad litteram L. Hanc differentiam vix tanti Bassius facit, ut genus mutare velit; neque cum iis admodum pugnet, qui varietatem potius aliquam in eodem genere agnoscant. Atque hæc quidem ad univalvia pertinent polythalamia, quæ cum Bassius exposuisset, ad monothalamia, quæ sibi in sedimento illo suo reperta fuerant, se convertit.

Harum species miratus est duas, nemini adhuc, quod ipse sciat, descriptas, turbinatorum alteram, quæ buccinis, alteram non turbinatorum, quæ dentalibus adnumeravit. Quæ in buccina referuntur, sunt rariora, quippe quorum tria tantum Bassio occurrerunt. Præstant autem magnitudine, ut quæ digitum ipsum longa, dimidiato sunt lata. Os illis oblongum est, in rostrum desinens inflexum canaliculisque distinctum. Septies in se volvuntur; tubulatis complanatisque sensim aculeis ad costas hærentibus. Quo sane a buccinis aliis differunt, quotquot adhuc sunt cognita.

Dentalium, sic enim Bassius sua illa monothalamia non turbinata appellat, mira est frequentia. Longitudine digitum fere superant, diametro, qua parte magis crassescunt, lineas duas; lævissimi sunt, inflexique leniter. Intumescente, qua crassiores sunt, testa, duo, tresve formantur anuli, quorum distantia lineam æquat ferme unam. Hæc extra apparent. Interior cavus magis magisque angustatur, prominentium anulorum indicium nullum habens. Ut his ergo dentalibus dentales alii sint similes, hoc certe differunt, quod anulis ornantur nullis.

Cum hæc Bassius satis diligenter explicavisset, peregit reliqua quasi festinans. Ad bivalvia transit, quorum quamvis minor esset numerus, tredecim tamen species agnovisse se ajebat: univalvia in sex & quadraginta distinxerat. Tum ad polyvalvia se contulit; echinum se unum integrum vidisse narravit, longe exiguissimum; aliorum etiam particulas, sed eas & minimas & paucissimas; mamillas, aciculas, fudes, officula præterea varia, in quibus nihil esset memoria dignum.

Neque hæc oratione tantum exposuit, sed singulas etiam res colligens, digerensque in ordinem, suum cuique aptavit locum, madreporisque adjunctis nonnullis, tabulam oryctologicam fecit, qua nihil elegantius. Atque hanc sub oculis academix posuit, ut iis, quæ disputaverat, fidem faceret; quamquam is est Bassius, cui nihil non credatur vel sine tabula.

De xylophthoro quodam.

XYlophthorus vermiculus quidam est, in chrysalidem primum, tum in papilionem se vertens, ut vermiculi alii solent. Creditus est ligna corrumpere; falso fortasse; sed tamen est creditus, indeque nomen invenit. Multa habet scitu digna: in his procreandi modum, quo a communi insectorum consuetudine mirum quantum distat.

Mirum est autem vermiculum hunc Aristoteli fuisse cognitum, post Aristotelem vero tam paucis; neque intelligi satis potest, cur non multo plures ad eum observandum auctoritas tanta commoverit. Ex omni antiquitate, si Plinium excipias, nominare neminem possumus, qui de hoc vermiculi genere verba fecerit. Ac Plinius ipse nihil de hoc tradit, quod non ab Aristotele accepisse videatur; tantum vermiculi nomen non retinet. Intellexit fortasse id minus convenire, Aristotele, a quo alia didicerat, in hoc doctior.

Ut ad præsentem memoriam accedamus, Aldrovando quidem excepto, vix quemquam invenias, qui in hoc vermiculo studium posuerit, præter Reaumurium, & pictorem berolinensem nescio quem. Atqui Reaumurius perpauca tradit, nec sibi ipse satisfacit; & xylophthoros non admodum multos nactum se esse dolet propter nimiam eorum in parisiensi agro paucitatem. Pictor, ut vermem perbelle expresserit, & papilionem adjunxerit, atque omnia ad summam elegantiam finxerit, nihil tamen docet præter formam, ut pictor scilicet.

Unus itaque Aldrovandus restat. Nam Linnaeus, a quo nihil non expectandum videbatur, cum omnia, quotcumque potuit, insectorum genera pervestigaverit, phalanarumque species numeraverit amplius trecentas; xylophthori tamen nusquam meminit, ejusque papilionem, quamvis verissima phalanx species sit, prætermittit. Quo facile credi potest, fuisse illum.

illum a Vilkieo etiam & Geero, aliisque prætermiffum, quos utique Linneus legerat, cum fua fcripta ederet, & a quibus tam multa accepiffè fe profitetur. Credendum fane eft, xylophthoros in locis illis, in quibus auctores hi floruerunt, minus frequentes effe, vel etiam nullos; ut eorum cognitionem capere fcriptores quamlibet accurati non potuerint.

Aldrovandus ab omni parte felicior; cui neque xylophthorum copia defuit, & quamvis non omnia animadvertere ipfe potuerit, & procreationis, quem dixi, modum profus ignoraverit; quæcumque tamen Aristoteles ex veritate docuerat, obfervando comperit, & multa addidit, quæ Aristoteles non docuerat. Is enim cum chryfallidem vidiffet; quid inde exiret, fcire non potuit; Aldrovandus & chryfallidem comperit, & poft deinde papilionem ex ea fieri animadvertit; atque hunc fufcum agnovit, pennatumque. Eoque progressus eft, ut etiam xylophthorum fecerit genera; nam cum multos exinde vidiffet, eorum quidem, quos antea viderat, fimiles, fed tamen candidiores multo, multoque minores, quorum papiliones candidiores & ipfi erant, minoresque; non dubitavit e xylophthoris his minoribus genus alterum facere.

Quin etiam fimilitudine quadam ductus ad xylophthoros aquatiles nescio quos delapfus eft. Etenim cum animadvertiffet, terreftrès illos, de quibus modo dicebamus, tunicam gerere feftucis ex omni parte munitam ac feptam, idque fimiliter paluftrès quofdam vermiculos facere, placuit omnes uno eodemque vocabulo comprehendere. Sic duas xylophthorum conftituit fpecies, terreftrium & aquatiliam, quamquam neque forma conveniunt, neque ingenio; ac fi illum demas feftucarum ornatum, nihil habent commune præter nomen. Neque vero ifta xylophthorum aquatiliam fpecies alios naturæ hiftoricos fugit; fi quidem paluftrès illas beftiolas vel ante Aldrovandum Belonius obfervaverat, etfi alio notaverat nomine; eafdemque poftea Vallifnerius obfervationibus bene multis claras fecit. Atqui hi duo terreftrès xylophthoros præterierunt; neque eos multi feciffè videtur Reaumurius, qui tantum ftudii in aquatilibus pofuit.

Voluit ergo Cajetanus Montius ad terreftrès xylophthoros fe conferre, ut quod argumentum Aristoteles primum expofterat, paulo plus deinde expoliverat Aldrovandus, id ipfe perficeret, fi poffet. Quare ut rem ordine pertractaret, nihil-

que

que reliquum faceret, universo genere in species varias distributo, de singulis agere constituit; ac primum eam persequi voluit, quæ xylophthoris minoribus constat, quamque Aldrovandus secundam posuit. De hac igitur specie sermonem scripsit, quo quid fieri absolutius possit, vix video. Hic ille, cum, quæ xylophthoris omnino omnibus conveniunt, breviter recensuerit, ad eam, quam sibi proposuit, speciem statim se confert. Quid bestiolæ accidat, dum adhuc eruca est, exponit; deinde quid ei fiat in chrysalidem versæ; quid tum demum, cum papilio evasit. Præterea quo ingenio sit, docet, quibus moribus, quæ ei procreandi sit ratio: quo modo etiam custodiri, si qui illam ament, atque ali possit. Videtur ista xylophthororum species se totam Montio aperuisse: id quod sermonem ejus legenti manifestum erit in opusculis. Hic summa ejus capita attingam leviter, neminem enim fore arbitror, quin Montium ipsum malit legere. Exordium hinc sumam.

Cum xylophthororum species multæ sint & variæ; omnes tamen hæc habent communia. Primum e verissimo erucarum sunt genere. Deinde tegumen sibi contexunt filis tenuissimis, quæ serica prope dixeris. Deinde hoc ipsum, quod dixi, tegumen levioribus arreptis rebus, undecumque illas arripuerint, obducunt. Postremo in papiliones vertuntur, in quibus papilionibus quæ feminæ sunt, alarum, pedumque commoditate carent; ovula autem sic ponunt, ut in eo quidem ab insectorum aliorum consuetudine longe discedant. Hæc fere speciebus omnibus communia.

Illa autem xylophthororum minorum species, quam primam Montius considerandam suscepit, se ipsa, vel nemine cogitante, quasi in duos ordines dividit, qui, ut cetera similimi inter se sint, ornatu certe differunt; alii enim tegumen arreptis festuculis sibi ornant, alii arenulis, lapillisve; illos ergo festucarios Montius nominat, hos arenarios; profiteturque se in festucariis maxime studium posuisse.

Ac tria quidem in his potissimum veniunt consideranda, quoad sunt erucæ; primum vermiculi ipsius forma, tum tegumentum, deinde festucæ, quæ tegumento adjunguntur. Quamquam forma nihil fere habet proprium; est enim erucarum aliarum plane similis, earum utique, quæ in papiliones tandem vertuntur, quasque papilionum larvas Linnæus nuncupat. Eadem capitis, eadem oris, eadem mandibularum stru-

ctura

ctura est; idem anulorum numerus; idem stigmatum, sive trachearum positus; ut qui alias erucas noverit, non sit ei descriptio hujus requirenda. Pedes habet sexdecim, ut pleræque aliæ; crustatos sex sive squamosos, ad primores anulos; reliquos membranaceos. Atque horum quidem, qui membranacei sunt, nullus ad incedendum est usus. Capitis color varius, ex albo nigroque constans; ut hoc etiam xylophthorum illum agnoscas, de quo tradidit Aristoteles. Priores tres anuli graciliores, nitidi, candidi, quasi eburnei, nigris tribus lineis per longum ductis distincti, corpus reliquum tumidius, colore e rubro ad flavum vergente.

Tegumentum, quod etiam folliculum recte appellaveris; haud scio, an rectius tubulum; materie constat araneosa, & quasi bombycina, intus candidum, læve, argentei fere nitoris; Extrinsecus festucas ex omni parte sibi adjungit; quibus detractis sic se ostendit quasi pulvere oblitum. In medio crassius, ut fusi quasi formam præferat. Orificia in eo patent duo sibi ex adverso respondentia. Horum alterum ad caput pertinet, & paulo est latius; quamquam id bestiola relaxare, & constringere, ut vult, potest. Alterum est angustius, atque hinc alvi feces defluunt.

Antequam dico de festucis, quæ tegumento huic, seu tubulo, mirabili quodam modo adjunguntur, placet harum, quas adhuc exposuimus, partium utilitates quasdam animadvertere. Dum quiescit animal, se totum intra tubulum recondit, ac tum quidem, præsertim cum tubulum festucæ cooperiant, animal vix agnoscas. Cum vult ingredi, orificium anterius laxat, indeque caput profert, & primores anulos, quos supra demonstravimus crustatis pedibus instrui. His graditur, & reliquum corpus cum tegumento suo post se trahit. Quod si quo metu inter incedendum capiatur, caput continuo & pedes retrahit, seque intra tegumentum totum abdit; ac ne decidat, si in acclivi forte versetur, stamen protinus ex ore effundit tenuissimum, quo superiorem tegumenti partem loco ipsi agglutinat.

Sed jam de artificioso festucularum amictu dicamus, quas neque temere videtur animal arripuisse, neque quaslibet. Quæfitas studio dixeris, atque e gramineis fistulosis culmis de industria resectas. In longitudine etiam delectus apparet; quippe omnes vel æquant tubulum, vel paululum excedunt, si quid

quid excedunt. Neque minus elucet industria in locandis ordinandisque; quippe quæ sic disponuntur, ut parallelæ sint omnes cum inter se, tum ipsi tubulo, nisi si quid forte ad orificia convergunt, & inclinantur non nihil. Omnino tanta est in hoc sepimento condendo sollertia, ut jure Aristoteles id potissimum in his bestiolis notaverit.

Postquam & vermiculi formam, & folliculum, & festucas folliculo adhaerentes exposui, quaeret aliquis quo anni tempore hoc erucarum genus in conspectum veniat, quæque ei sit vitæ ratio: cui satisfacere promptum est. Prodeunt nempe erucæ hæ circa majum juniumve mensẽ, dum ver adolescit & vigent omnia. Per macerías hortorumque septa passim vagantur, neque ubi antea delituerint, aut unde victum qualiverint, aut quo modo, compertum est. Sunt tamen, ut primum apparent, ætate satis firma, justæque magnitudinis, ut jam in chrysalidem, sive aureliam, converti parent. Quod si interim in pyxidem, aut vas quodpiam vitreum includantur, ibi agentes jejunium ad multos dies tolerant.

Quando xylophthorum, dum eruca adhuc est, consideravimus, sequitur, ut eidem quid fiat, explicemus, in chrysalidem se convertenti. Futuræ mox conversionis hæc sunt signa. Capessit animal superiora loca, ac, si inclusum fuerit, ad vasis operculum repit. Tum stamen ex ore profundit copiosius, densioremque quasi telam contexens anterius folliculi sui ostium occludit, idque aut operculo, si vase quopiam continetur, aut, si est liberum, parieti, aut lapidi cuidam affigit. Folliculus ipse manet pendulus posteriore orificio deorsum spectante. Suspenso ad hunc modum folliculo, animal, quod intus est, intra paucos dies se totum volvit, postremamque corporis partem ad orificium superius, caput ad inferius convertit. Hoc modo ad chrysalidis formam accipiendam se comparat.

Ut autem chrysalis fiat, id satis videbor declarasse, si dixerò xylophthorum, de quo hic sermo est, in chrysalidem non secus verti, quam erucas plerasque omnes. Paucos dies immotus manet; tum sese contrahit, spoliisque excussis veteribus, & in summam folliculi partem rejectis, chrysalidem tandem se esse ostendit. Illud autem xylophthorum chrysalidibus maxime proprium, quod est in his sexus discrimen manifestissimum. Mares scilicet bombycum chrysalides præclare imi-

imitantur. Forma eadem. Idem color. Futuri etiam papilionis imaginem quasi impressam ostentant, ut caput, oculos, pedes, alas agnoscas. Grandiores sunt feminae tumidioreque, totaque pene ex anulis constant. Vix ulla habent futuri papilionis indicia; nam quamvis capitis oculorumque significatio sit aliqua, alarum nulla est.

Atqui est dissimilitudo ista marium feminarumque in papilionibus maxime spectanda. De papilionibus ergo, quando & res ipsa, & propositus ordo id postulat, breviter dicamus. Altera tertiave hebdomada postquam chrysalis perfecta est, erumpit papilio; hic vero tanta est marium feminarumque differentia, ut sit de utrisque separatim dicendum. Mares e chrysalidibus spoliis, quasi vinculis, exsoluti, dilatato inferiori folliculi orificio, exeunt alacres, ad volatum promptissimi, mire parvi. Antennas ferunt nigricantes, neque simplices, ut voluisse videtur Reaumurius, sed pectinatas, & ad similitudinem plumae dispositas. Neque minus nigris sunt oculis. Hiatus oris nullus apparet. Thorax atque imus venter admodum graciles, coloris cinerei. Crura longiuscula, atque inflexa. Alae tam interiores, quam exteriores, utrimque pullae, quas Reaumurius ad imam oram fimbriatas vere proposuit, quamvis iconem illam suam non omnino ex vero videatur duxisse; quare veretur Montius, ne aliud papilionis genus ante oculos habuerit. Sic sunt mares.

De feminis difficilius est distincte explicataeque dicere, nam & res ipsa est implicatior. Non enim forma tantum, quam habent postquam e chrysalide prodierunt, sed ipse etiam prodeundi modus considerationem propriam requirit. Ac forma quidem usque adeo feminae a maribus distat, ut qui, unde provenerint, nesciat, ejusdem esse generis facile neget. Feminae corpus arcuatum est, flexile, quodque ipsa, quoad vires sufficiunt, in circuli modum torquere solet. Cervix duriuscula, nitida, quasi cornea, deorsum inflexa, ut caput protegat. Est autem caput minimae magnitudinis, in quo os nullum apparet; ac facile posset fallere, nisi si puncta duo nigricantia de oculis admonerent. Antennas habet simplicissimas, demissasque, & pedibus circumvolutas, exilitatis tantae, vix ut microscopio cerni possint. Quare pictor ille, quem Montius ad delineandum animal accersiverat, ut omnia exprimere ad magnitudinem veram maxime vellet, non potuit

T. V. f ta-

tamen quin antennas iusto crassiores faceret. Reliquum corpus annulis duodecim distinguitur, quorum primores tres ad cervicem pertinent, ac pedibus instructi sunt, inflexis, pellucidis, gracilitate, atque imbecillitate tanta, ut eorum utilitas nulla esse possit, neque ad ingrediendum, neque ad insistendum. Qui secantur annuli, dilatantur magis magisque, usque dum ad postremos ventum sit, qui rursus modice contrahuntur. Totum corpus, si cervicem modo excipias, molliusculum, glabrum, coloris sublividi. Incisuræ singulæ in dorso transversa zonula distinguuntur coloris e violaceo nigricantis. Extrema alvus in anulum definit tomento quodam flavo implicitum. Ea res maxime hoc animal e phalanarum numero esse testatur. E medio hoc anulo oviductus porrigitur, prælongus, tubulis tribus compositus, quorum tubulorum alius alium excipit, educitque alius ex alio oviductum ipsum longiorem breviorive faciunt, ut vult animal, & in diversas partes flexilem. Hæc ei commoda, ut vult Montius, ad pariendum sunt data. Sed jam quemadmodum hæc femina, ubi se e chrysalidis involucro expediverunt, e folliculo deinde prodeant, ex eodem Montio, doceamus. Dilatato aliquantulum inferiori orificio, caput primum efferunt, tum pedes. His folliculum, & festuculas ipsum sepientes apprehendunt, & reliquum corpus extrahunt; tum protinus in orbem torquentur, atque ostiolo, unde egressæ sunt, extremam alvum, & oviductum obvertunt. Sic deinde immotæ manent.

Ac me jam in eum locum deduxit oratio, ut postquam varias xylophthori mutationes explicavi, quemadmodum ex eruca chrysalis fiat, tum e chrysalide papilio, doceam tandem, quo modo vermiculus oriatur, totamque generationis rationem evolvam: rem cognitu cum in aliis insectis omnibus perdifficilem, tum in hoc maxime propter singularem, & plane mirabilem procreationis modum: in quo explicando neminem hæsisse pudeat, cum Reaumurius ipse hæserit; qui quamvis de xylophthoro, ut & de aliis multis, præclare scripserit, ejusque ortum studiosissime sit persecutus, in eoque haud pauca animadverterit consideratione & scitu digna, satisfacere tamen sibi ipse non potuit; quo intelligitur, eum ne rei quidem satisfacisse. Ut ergo res habeat, utque se Montio nostro sua quasi sponte aperuerit, protinus exponam; totumque inventionis hujus narrabo ordinem, quo & Montii dili-

gen-

gentia appareat, &, quæ in observatoribus laudari non minus solet, felicitas.

Vernum erat anni tempus, habebatque Montius horti facultatem xylophthorum frequentia insignis. Horum ergo colligi complures iussit, & ad se afferri, eosque partim ligneis arculis, partim vasis vitreis inclusit. Hic omnes, nisi si quos aut ichneumones aut muscæ vitiaverant, in chrysalides primum, deinde in papiliones se verterunt, alios mares, alios feminas, uti solent; quamquam feminarum major erat numerus. Has bestiolas dum sæpius invisit Montius, facile apparuit, fortuna quid valeat, si ad diligentiam accedat. Die quodam lineam forte capsulam aperit, qua folliculi aliquot continebantur, unde erant papiliones quam primum exituri. Hic subito feminam conspicit, prodire e folliculo nitentem, cum pedibus adversus festucas connixa corpus jam jam educeret, seseque in annuli formam inflecteret. Erat tunc Montio papilio mas, paulo ante e folliculo egressus, alacris, magnitudine præstans. Is sub vitrea campana, in quam illum Montius incluserat, ut esset scilicet pictori conspicuus, delinearique commodius posset, huc atque illuc volitabat liberius. Venit in mentem experiri, an hunc repertæ modo feminae adspæctus alliceret, præsertim cum ea optimi esse habitus videretur. Elata igitur paululum ex altera parte campana, eam, quam dixi, feminam, suo, ut adhuc erat, folliculo adhærentem, submitit Montius leniter, avide exspectans, quid fieret. Ne longum faciam: conspecta vix dum femina, ad eam mas advolavit. Cum ter quaterque circumvolitasset, eam demum ambabus complexus alis superincumbens operuit; in eoque posito, antennis demissis ad minuta se tenuit fere quatuor. His exactis volatui rursus se dedit. Quis non statim intelligit, qualis corporum commistio fuerit in illa mora? Sed cetera persequamur.

Mas triduum deinde vixit. Femina congressu illo vix dum exfoluta, folliculo, cui adhuc adhærebat, oviductum continuo cœpit inferere altius, tum contendere, atque urgere, parienti similis; inter hæc gracilescere magis magisque. Hora tandem quarta exanimis cecidit. Quod illi ex maris congressu, & partus labore accidisse, est creditum; quippe constat, feminas alias, quas nondum mas attigerit, vasis vitreis inclusas, solitas esse vitam trahere ad dies circiter tres. Hic sane dubitari

vix poterat, quin pariens femina ova quæpiam conatu illo tanto in folliculum immisisset, quæ ova pateferi potuissent, si qui folliculum aperuisset; sed veritus Montius, ne quid intus turbaret, non est ausus. Ita conjectare maluit, dum res ipsa se proderet. Ceterum erat folliculus in speciem integer, aliorumque simillimus, qui vel vivas intus gerunt chrysalides, vel nullas. Omnino ovulorum suspicionem nullam dabat. Suspicebatur tamen Montius, neque a sententia discedebat. Cum dies ipsos viginti expectasset, ecce tibi ex eodem ostio, quo ovula introducta fuisse putabantur, magnum subito prodire erucarum numerum, quæ nihil magis viderentur, quam parvuli xylophthori; ac se verissimos esse xylophthoros, microscopio deinde inspectæ, plane ostenderunt. Non annuli illis aberant, non zonulæ, non pedes; incessus erat, qualis xylophthorum esse solet. Ac ne quid ad summam similitudinem deesset, tenuissimo, ex ore effuso, stamine tegumentum sibi sine mora contexuerunt, tubulosque fecerunt laxiores, in quos se recipere atque abscondi possent. Nihil demum a grandioribus natu, nisi magnitudine differebant. Ea re cognitum plane est, xylophthorum ovula intra folliculum, unde erucarum tam multarum exierant, fuisse antea recondita. Reliquum erat scire, quemadmodum reposita ibi ova sedeant; id enim cognoscere Montius in eo folliculo non potuerat, quem noluerat aperire. Alios tamen violare deinde non dubitavit, inque his præter omnem expectationem comperit, immissa ova in folliculum non passim disperdi, sed intra chrysalidis spolia recipi, ibique penitus recondi. Quod cum sit xylophthoris omnino proprium, magnam habere admirationem visum est; nam de nullo alio insecto legimus, quod chrysalidem sibi pro nido parat, in quo ova deponat. Ut ut est, his sane rebus videtur Montius totum procreationis ordinem in obscurissimo insectorum genere feliciter explicavisse, quod antea, quantum scimus, nemo fecerat; ne spem quidem habuerat.

Cum xylophthoros, quemadmodum nascerentur, Montius cognovisset, voluisset præterea easdem bestiolas, si fieri posset, domi alere, & in longum tempus conservare. Obstabat cibi, quo illæ vescerentur, ignorantio. Non tamen Montius destitit: omnia, quæcumque illis gratissima futura esse existimavit, studiose collegit; lustravit loca, quibus illæ errare libentius solent; omnes quæsitit herbulas, exhibuitque, parietariam, ci-
cho-

chorium agreste, urticam, nepetam, gramen; super hæc arborum, quas illæ amare videntur, folia addidit, ulmi, salicis, quercus, populi, aliarumque, quas recensere longum sit. Cum hæc bestiolæ summo studio quæsitæ respuere viderentur, id gratum habuerunt, quod casus obtulit. Reptabant per mensam xylophthori quidam parvuli, qui sese e campana proripuerant. Forte accidit, ut e medulla panis, quam pictor, ad illos delineandos accersitus, manu contrectabat, micæ aliquot in mensam deciderint. Xylophthororum concursus continuo ad eas factus. Id monuit Montium, illo cibi genere bestiolas ali posse. Neque fefellit; siquidem multæ micis illis alitæ ad quintum usque mensam, eoque amplius vitam commodissime perduxerunt. Quamquam grandiores, firmioresque factæ coryli etiam folia appetere visæ sunt.

Cum sibi Montius xylophthoros ad hunc modum fecisset domesticos, nemo mirabitur, potuisse eum ingenia illorum, & varios pro vario ætatis flexu mores, appetitionesque cognoscere. Crescunt sensim, nec nisi lentissime ad magnitudinem justam perveniunt; in tubulis sibi componendis mire industrii. Cum illis Montius flores quosdam aridos, atque, ut erant, varie coloratos, objecisset; in hos illi cupide invadentes, fibrillas hinc atque illinc detrahebant; partim tenuissimas, quas suis ipsi staminibus intexebant; crassiusculas alias, quas pro festucis folliculo adungebant; ut essent etiam colorum varietate spectandi. Tubulos, quod crescentibus angustiores essent, miro quodam studio ampliabant; ab imo ad summum discindebant, rimamque replebant textura quasi serica; ac cum de orificiis utriusque magnitudine nihil mutarent, quod tamen anterius est fibrillis adjectis aliis producebant; erantque in his fibrillis jactandis versandisque dexteritate mirabili. Exacto fere quadraginta dierum spatio mutationem quamdam animalis fieri, color testabatur; jam enim primores annuli eburneum quasi candorem præferebant; neque ullas amplius transversas zonas fuscas ostentabant; lineæ tantum tres decurrebant per longitudinem dorsii.

Hæc adhuc erant novembri mense ineunte, quo tempore ex eo numero, quem sibi Montius conservandum susceperat, xylophthori erant superstites quatuordecim. Ceteros casus varii eripuerant. Qui erant superstites, ad summam campanæ testudinem ascenderunt omnes, seque cum folliculis suis vitro adglutinarunt. Hærentes ibi totam traduxerunt hiemem, immobiles;

mor-

mortuos dixisses. Atqui adventante vere commoveri, tamquam fomno excitati, & repere rursus cœperunt. Quod Montius videns curavit illico, ut illis aut micæ panis, aut arborum & coryli præsertim folia ne deessent. Subministravit etiam perennes triticeæ culmi particulas, quas illi deinde festucarum loco folliculis suis aptarunt; ut jam præter sui generis consuetudinem flavi viderentur. Sic vitam ad junium mensem duxerunt; quo vertente metamorphoses secutæ, quas supra explicavimus.

Hactenus quæ xylophthoris, domesticis quidem & in custodia adservatis, vivendi ratio sit, docui. Difficile est scire, agrestibus aut hortensibus quid fiat, siquidem vagantes libere observatorum fugiunt diligentiam. Itaque & ubi lateant hieme, incertum, & quibus rebus vescantur. Non est ad ultimum prætermittendum de vi, quam habent pro tanta illa corporum parvitate sane mirabilem. Reaumurius festucarum impedimenta considerans non dubitat romanis militibus, quos præter modum sarcinatos incessisse accepimus, xylophthoros comparare. Montius tam gravi comparatione, tamque magnifica non utitur. Narrat tamen xylophthoros se vidisse, nec ita paucos, eosque pusillos, & recens natos, cum tres alios grandiores, sibique adhærentes circumferrent labore nullo. Tantum vel parvulis inest robur.

Antequam finem de xylophthoris dicendi facio, non erit alienum Montii experimentum proponere; ne qui forte Aristotelis auctoritate abutantur. Affirmat Aristoteles, xylophthoros, si per vim e suis tubulis extrahantur, statim interire. Id illi fortasse aliquando accidit in xylophthoris græcis; numquam Montio in italicis; quamvis & pluries, & per summam industriam tentaverit. Cum tubulos discerpsisset, extraxissetque animalia, vixerunt ea nihilo minus. Fuerunt, quæ discerptos tubulos mirabili industria sarcirent, eaque sibi rursus induerent. Alia, cum tubulorum veterum reficiendorum potestas non esset, gossipium nacta, ex eo sibi novos compararunt; quamquam, si detur optio, sarcire veteres malunt, & amant suos. Fuerunt etiam, quæ sine tubulorum adjumento usque eo vixerunt, dum in chrysalides verterentur. Quibus rebus apparet, vel falsum id esse, quod Aristoteles tradidit, vel certe non constans; nisi forte volumus xylophthoros græcos a nostris differre, esseque teneriores. Hactenus de xylophthoris;

ris; quod genus cum esset obscurissimum, fecit jam Montius, ut in cognitissimis & maxime illustribus haberi possit.

De echinorum marinorum incessu.

Quemadmodum marini echini incedant, ac per fundum maris progrediantur, quæstio est nondum satis explicata. Sunt, qui spinas illis pro pedibus esse putent; sunt qui partes alias; sunt etiam, qui illos ne progredi quidem velint. Quæstionem eandem paucis ante annis tractandam suscepit acerrimo ingenio vir, doctrinæque plenissimus, Ariminenſis quidam, qui Janum Plancum se appellat, nomine non suo clarus. Is namque, ut est homo ad mare natus, disciplinarumque omnium, ac præsertim naturalis historiæ diligens, in quibus disciplinis nihil est tam magnum, quod non ipse majore complectatur animo, præterire echinos noluit. Ad id etiam Zinannii studio impellebatur; cui cum alia permulta, tum illud maxime illustre erit, Plancum incitavisse. Sed ad rem ipsam veniamus.

Contulerat se Plancus Senas, in nobilissimam Hetruriæ urbem; quo fuerat ad anatomen publice profitendam accersitus. Forte accidit, ut Liburnum concesserit. Ibi echinorum magnam copiam nactus, observandi studio majore quam antea exarsit; namque Arimini cum esset, satisfacere sibi in echinis illis non potuerat; quippe quia non nisi in alto capiuntur, neque deferuntur ad litora, nisi mortui ac pænitidi. Liburnenses inter saxa fere degunt, deferunturque in portum vivi & bene valentes. In id ergo studium se penitus tradidit; ac licet testarum formam, structuramque in Ariminenſibus echinis, quod corporis magnitudine præstant, quærendam sibi esse existimaverit; ut animalium tamen, quod maxime studebat, incessum cognosceret, ad Liburnenses se vertit. Cum quæ voluerat, peregisset, epistolam de omnibus ad Bassium scripsit doctam & bene longam, quæ ipsa, credo, legi mavult, quam referri; neque eam dubitabo, etsi alieno scriptam nomine, opusculis adjungere, quippe quam ab Academico ad Academicum fuisse scriptam affirmare vere possum, & quidem ab ornatissimo ad ornatissimum. Hic summa ejus capita attingam breviter, sicut meus mos est.

Marinus echinus in testaceis, crustaceisve animalibus vulgo numeratur. Ipsum spinæ ambiunt, sive aculei quamplurimi ab exstantibus papillis provenientes, ex ea parte, qua papillas ipsas tangunt, cavi. Hos aculeos videtur animal pro voluntate, atque ut res postulat, commovere posse; quare cum papillæ imperviæ ipsæ sint, neque ullum appareat inter aculeos, & internas animalis partes commercium, proclive est credere, illum aculeorum motum tenuissima quadam membrana fieri, quæ universum animal ambiat; eo fere modo, ut pili moventur in canibus. Tenuissimi sunt, quo minus miremur numerum. Ad duo millia, eoque amplius in uno dumtaxat echino Plancus numeravit; nam cum totam animalis testam ex aliis aliisque partibus mirabili quodam ordine inter se junctis constare animadvertisset, ex aculeorum numero, qui ex una parte prodirent, de summa omnium probabili ratione conjecit.

Hic jam, ut cetera ignorentur, de aculeorum istorum usu licet aliquid conjectare. Ac primum dubitari vix potest, quin ii dati sint, ut tueri animal se possit, neve a majoribus piscibus deglutiatur. Deinde, quod ad motum incessumque spectat, de quo nunc maxime quæritur, facile constat, posse utique animal aculeorum istorum ope in utrumlibet latus se volvere; procedere autem, & progredi, nequaquam; id quod Plancus luculentissimis experimentis in liburnensibus echinis comprobavit. Nam cum multos Liburni haberet recens e fundo maris extractos, modo hunc modo illum quasi per jocum inclinabat in latus; illos quippe cognoverat hunc positum ferre non posse; illi ergo aculeis, quantum poterant, nitebantur, usque dum sese aut supinos rursus aut pronos collocarent; quamquam, ut experientia Plancum docuit, utque ipsum per se veri simile valde est, proni esse malunt. Idque Planco pariter accidit, sive echinos adhuc in aqua haberet, sive eduxisset. Neque vero aculeis istis tanta est firmitas, utprehendere iis quidquam possit animal, neque arcte rei cuiuspiam adherere; nam si extra aquam sit, & in declivi versetur, suo pondere labitur, neque se sustinet, quod est a Planco sæpe animadvertum. Quo minus credi potest, quidquam esse adjumenti in aculeis ad gradiendum. Vel nullam ergo habent echini gressus facultatem, vel, si quam habent, non est ea certe ab aculeis petenda.

Atqui Plancus tamen in echinis illis suis, quos vivos

Liburni in aqua habuit, incessum comperit manifestissimum. Repebant enim, ascendebantque per vasis, quo continebantur, latera, quamvis & lævia hæc essent, & fere perpendicularia; ac, nisi operculum obstitisset, effugissent. Habent ergo echini, quod quidam negant, certissimam gradiendi facultatem. Idque unum restat cognoscere, quid eis sit pro pedibus; nam aculei, ut supra vidimus, pedum profecto vices non gerunt. Videamus ergo alias animalis partes, si quæ sunt ad id aptæ.

Scire convenit, inter eos, quos modo dicebam, aculeos innumerabilia patere foramina, unde animal longiora emittit cornua, eademque retrahit, ut lubet: quæ qui crura appellaverunt, sunt enim, qui sic appellaverint, videntur quodammodo ad animalis gressum respexisse. Hæc cornua, ut vulgare nomen retineamus, in eam longitudinem protenduntur, ut tertia fere parte aculeos superent: cylindrica, & nigri coloris, si sine lente spectentur; si lentem adhibeas, ubi e foramine exierunt, dilatari magis magisque videntur, & ad coniformam accedere; internodiis etiam distingui albescentibus. In extremis cavum patet intus album. Omnino muscarum proboscides, aut ora hirudinum imitantur. Cornua hæc Plancus numerans paullo pauciora invenit, quam aculeos. Ceterum non ea profert animal, nisi in aqua versetur; in sicco cornua ostentat nulla.

Si cornuum horum usus quæritur, non is fortasse tota erret via, qui putet, illa echinis data esse ad aquam sugendam; quando & forma ad id vel maxime est apta; & ipsum animal, si aperiatur, marinam intus, quam suxit, aquam ostendit; idque ei fortasse causæ est, cur, nisi aqua alliciat, cornua non proferat. Quæ quidem non sine probabili ratione dicuntur; nihil tamen impedit, quo minus horum cornuum alius quoque sit usus, eaque etiam ad incedendum data esse suspicemur. Quid est enim, quod in aqua incedit animal, extra aquam non incedit, quod est a Planco sæpe numero observatum? An non id satis ostendit, ipsum iis partibus ad incedendum uti, quas in aqua profert, extra aquam non profert? Hujusmodi autem sunt cornua. Huc adde, quod ea cornuum forma est, utprehendendi quidlibet vim habeant; quare insistens his animal firmiter loco hæret, & in declivi, modo ne illi aqua elabatur, suspensum manet, & fundo maris interdum sic adhæret, ut evelli vix possit. Quæ pars ad gressus faciendos sit aptior, quam quæ est ad insistendum aptissima?

Gradiuntur ergo marini echini; iisque sunt cornua pro pedibus. Neque audiendus Rondeletius, qui cum multa præclare scripserit, & hæc ipsa, de quibus agimus, animalia observationibus accuratissimis illustraverit, mirum tamen, quam multa opinione turbavit. Nam cum illa, quæ supra dixi, foramina magno studio observavisset, in eam demum opinionem venit, nervulos inde exire, qui aculeis robur, ac vim addant; aculeis deinde fieri, ut volutari possit animal; hanc volutationem illi esse pro incessu. Quæ Plancus non ridet quidem; sed istam echinorum volutationem cum illa comparat, quam Aristophanes apud Platonem hominibus tribuit; in quo videtur ridere.

Hæc Plancus cum scriberet, quæque ipse observando didicerat, cum Bassio perhumaniter communicaret, facile apparuit, doctorum omnium eandem esse naturam, ut quo quisque plura cognoverit, eo plura velit cognoscere; nullumque scientiæ modum ponat. Nam cum ille de echinorum incessu quærendum sibi proposuisset, eamque rem commodissime explicasset, teneri non potuit, quin etiam reliqua, quæcumque in echinis occurrerent, persequeretur, & digrederetur ad omnia. Itaque ad interiores animalis partes se convertens, modo hanc, modo illam studiosissime confectatur. Non os præterit, non alimentorum iter, non anum. Intestina agnoscit, & ventriculos tres numerat. De cibo etiam docet, quo animal vescitur; neque assentitur, arena aut luto contentum illud esse posse; cur enim esset dentibus instructum solidissimis, si his tantum rebus vesceretur? Atque hic de dentibus etiam narrat. Membranas quoque nonnullas, valvasque commemorat. Omnino echinorum incessum explicare ingressus, nihil non explicat.

Neque echinorum genus illustrat solum, sed etiam amplificat, novamque addit speciem; nam præter testaceos, crustaceosve echinos, coriaceos etiam inducit, seu cartilagineos. Animantes hi sunt, coriæ obducti, damascena pruna, ubi exsiccata fuerint, referentes, graciliores alii, alii grandiores, in mari supero frequentissimi. Hos videlicet Plancus facit echinos, similitudine ductus non levi; nam corticem habent similiter contextum, ut echini; & papillas ostentant, quas Plancus cum perforatas invenerit, jure de cornibus suspicatur; eandemque coriaceis his echinis incedendi rationem tribuit, quam testaceis. Quid quod ne interiorum quidem partium similitudo desideratur?

tur? Ac si differentiæ interfunt aliquæ; quis tamen neget, multas posse in eodem genere esse formas? Sic Plancus novos quosdam invehit echinos, & plane suos.

Nihil est propius, quam ut stellas etiam marinas, homo echinorum cupidus, in echinos vertat. Similitudines quasdam colligit, ut velle videatur. Aculeos habent, ut echini; in marinam aquam immersæ cornua emittunt; hisque incedunt; quamquam non recta progrediuntur, ut echini, sed in orbem tantum volvuntur. Quibus sane rebus in echinorum numerum facile referantur, nisi differentiæ multæ impediunt. Has Plancus minime prætermitit, immo vero recenset diligentissime. Tum ad marinas mentulas digreditur; observationes, comparationesque miscet varias; quantum ingenio valeat, quo utique plurimum valet, ostendit.

*Indicantur nonnulla, quæ vel in tomos alios,
vel in hujus opuscula rejiciuntur.*

Superfunt nonnulla, quæ negant referri, seque in opuscula rejici omnino postulant; sunt etiam, quæ tomum alium desiderant. Ex his omnibus illa indicabo, quæ mihi, cum hæc adhuc scriberem, erant in manibus.

Ferdinandus Bassius novum invexit plantæ genus, cui ambrosinæ nomen imposuit. Quamquam plantam ipsam notaverat multo ante Paullus Bocconus, qui illam fertur primus omnium in Sicilia insula comperisse. Sed, ut inventoribus fere accidit, nec omnia animadverterat, neque, quod caput est, generis novitatem agnoverat; plantam itaque & in communes classes retulerat, neque delineaverat satis apte. Neque multum profecerat Franciscus Cupanus, quamvis differentias plantæ varias ostendisset; quippe varietas illa omnis, quam ipse animadvertit, iisdem plantæ foliis ex ætatis varietate oritur, neque mutat genus. Robertus Morisonus, & Joannes Rayus nihil non a Boccono sumserunt. Bassius, cum plantam sibi e Sicilia adventam accepisset, relictis auctoribus, ad eam se convertit. Pluris ei, quam aliorum scripta, res fuit; plantam quippe ipsam diligentissime inspiciens & in omnem partem versans, novum tandem agnovit genus. Novitate generis comperta illud sibi concedi voluit, ut nomen etiam novum faceret, & ambrosi-

nam plantam appellavit. Id gratum botanicis futurum esse existimavit propter Ambrosinorum Bartholomæi, & Hyacinthi, fratrum memoriam. Quis enim non hos diligit, quos & Ulyssis Aldrovandi amicissimos fuisse accepimus, & multa ejus opera tradidisse posteris, & in re herbaria claruisse? De planta ipsa, quæ & qualis sit, quidque ab aliis discrepet, Bassii opusculum declarabit.

Cajetanus Montius, cujus sermonem opusculis inferam, de ammannia quadam monuit in bononiensi agro præter omnem expectationem inventa. Ammannia herba palustris est, de qua primus omnium tradidisse fertur vir magni nominis Sloanus in Jamaicae insulæ historia. Eandem deinde herbam Jacobus Houstonus accuratius descripsit, & propriis suisque distinxit notis. Alii postea in plura genera disperserunt. Sperandum vix erat, ut bononiensis ager herbam ferret, de qua adhuc non nisi remotissimæ Indorum insulæ laudarentur. Tamen ne ea nobis deesset laus, fecit Joannis Caroli Amadei primum, tum Montii utriusque, Josephi & Cajetani, quibus tandem se adjunxit Bassius, diligentia. Res sic cessit. Amadeus forte conquirendarum stirpium causa ad eam bononiensis agri partem diverterat, quæ ad septemtrionem vergit, maximeque palustris est. Hic herbam unam inter palustres multas, est enim locus hujusmodi herbis frequens, conspexit, verticillatam, maturis jam seminibus gravem, quam cui generi adscriberet, & quo nomine appellaret, nescivit; homo ceteroqui earum rerum, ut illa ferebant tempora, peritissimus. Ramulos evulsit, & inter chartaceas paginas, uti fit, memoriæ causa adservavit. Hi ramuli postea, Amadeo mortuo, ad Josephum Montium pervenerunt, qui illos diu multumque inspectans, & genus admirans, quacumque potuit diligentia quærere herbam cœpit, ut virentem, si posset, florentemque cognosceret; in eoque labore Cajetanum filium sibi adjunxit. Ad piscariolam profecti, palustrem locum, haud longe ab urbe distitum, magnam ejus, quam quærebant, florentis herbæ copiam invenerunt. Ramulis decerptis quamplurimis, ac domum allatis, studium omne contulerunt ad plantam, cujuscumque esset generis, accuratissime describendam, incidendamque in tabula. Inter hæc Montius pater decessit. Ac jam ammanniæ nomen tota Italia percrebuerat; de qua cum Montius filius audisset, similitudine nescio qua ductus suspicari cœpit, herbulam illam, in qua

tan-

tantum studii simul cum patre posuisset, verissimum esse ammanniæ genus; neque tamen affirmare quidquam audebat, seque sustinebat. Suspensum adhuc & dubitantem casus impulit. Forte accidit, ut cum stirpes quamplurimæ ad Ferdinandum Bassium e Batavia advenissent, verissima in his esset, & certissima ammannia. Quam & Bassius ipse & Montius inspectantes, similitudine quadam admoniti, cum herbula illa, de qua dubitabatur, conferre cœperunt, atque ut florum fructuumve clarius esset comparatio, hos confestim tepente aqua ad viriditatem revocarunt. Tunc enimvero tanta apparuit inter certissimam, quæ e Batavia advenerat, eamque, de qua adhuc dubitabatur, ammanniam, similitudo, ut dubitare amplius non licuerit. Sic demum intellexit Montius neque ammanniam bononiensi agro deesse, eamque sibi incio jamdudum esse domesticam.

Antonius Baldanus, præful in primis doctus, auctoritate, & gratia in romana aula florentissimus, Academiam bononiensem, cui paucis ante annis adjunctus fuit, non minus scriptis ornat, quam nomine. Ab adolescentulo naturalium rerum studio se dederat, ac multa scripserat minime ab illa ætate expectanda. Hæc eadem postea, quantum in illo honorum, laborumque cursu potuit, perpolivit, & ad Academiam mittenda curavit. In his Mercati tabulas emendat, illustratque, & notis auget ingeniosissimis, quæ, si latine reddantur, & quod propter singularum brevitatem, cunctarumque varietatem & copiam difficile est consequi, in sermonem unum conferantur, locum sibi in opusculis postulent. A Mercato discedens locustis adjecit animum, non his vulgaribus, quibus messes corrumpuntur; sed illis majoribus, quas multi in Turcis pro victu habent. His creditur D. Joannes Baptista in solitudine illa sua vitam tolerasse. Cum forte Baldano contigerit, ut nidum prehenderit atque ovula, diligentia occasionem amittere noluit. Itaque intermissa dudum studia revocans, inspectavit omnia curiosius, nidulum, latitantia intus ovula, bestiolas exeuntes, harum formam, magnitudinem, incessum; ac de omnibus sermonem scripsit lingua italica nitidissimum. Cum in his esset; formicarum, in quibus olim studium posuerat, in mentem venit; ne hic quidem diligentiam desiderari suam voluit; observationesque veteres, quoad memoria repetere potuit, litteris perdiligenter sciteque mandavit. Subterraneas formicarum do-

mos penetraverat, cubilia perquisiverat, statiunculas, ambulatiunculas, horreola, sepulcreta; neque de moribus prætermiserat, ut multa provideant, ut communi ipsarum bono consulant. Quæ homo doctissimus sic exposuit, ut plane intelligatur, potuisse illum in his etiam levioribus studiis excellere, si voluisset. Maluit in gravioribus.

De pororoca, ut in re americana americano utar vocabulo, de pororoca, inquam, idest ingenti quadam & subita aquarum eruptione americanis gentibus metuenda, scripsit nuper ad Eustachium Zanottum Joannes Brunellus. Is ex America, quo, Lusitanorum Regis jussu, ad describendos provinciarum quarumdam fines concesserat, Ulyssiponem redierat. Ut est in physicis mathematicisque rebus apprime doctus, & ad omnem elegantiam excultus, multa illinc scribebat, quæ in terra americana animadverterat, scitu digna; idque adeo polite, ut videretur Musas nostras secum in Indiam adduxisse. Scripsit modo de pororoca. Scriptum licebit legere in opusculis. Res ipsa huc spectat. Paraum, celeberrimam Indiarum urbem, flumen alluit multorum annium concursu insigne. In his unus est Guama nomine, parvam complexus insulam, satis longo intervallo a Parao urbe distitam, quam insulam admirabilis quædam aquarum eruptio nobilem fecit. Statis quippe temporibus paulo supra ipsam tanta aquæ vis, & tanto impetu erumpit, ut flumine retrorsum acto ripas superet, & proximos late campos inundet non sine magno periculo & metu. Hanc eruptionem accolæ pororocam vocant, unde nomen fecerunt insulæ. Videtur autem tanta illa commotio, veluti maris æstus, lunæ obsequi; quippe quam novilunia singula, & plenilunia certissimam afferunt. Perseverat impetus ad dies paucos; post remittit, &, subsidentibus aquis, amnis campique ad se redeunt. Pororocas alias habet America, in quibus illa maxima numeratur, quæ in ipso fere Amazonum fluvii ostio metuenda est, multorum naufragiis, & Condaminii periculo clara. Prorumpere autem dicuntur omnes per idem fere tempus. Americani homines, ut minus docti, rem mirabilem pro suo captu explicare conantur, & causas afferunt, quas Brunellus irridet; tum ipse explicationem profert ingeniosiore ex hydrostaticæ principiis ductam; ac ne hanc quidem multi facit; expectatque, ut melius aliquid proponatur.

Veniam, ut spero, dabunt medici, si id huc transferam,
quo

quo illorum ars ornari potuit; non enim, si quid medicinam illustrat, non idcirco naturalem etiam exornat historiam. Non dubitabo igitur ea breviter & quasi cursim indicare, quæ medicus nobilis Janus Plancus de mirabili quadam urina scripsit. Scriptum ipsum in opuscula rejiciam. Summa hæc est. Quamvis urina pro rerum, quæ assumuntur, varietate colores interdum trahat varios, vix umquam legimus accidisse, ut colorem præ se ferret cæruleum. Actuarius, medicus in græcis clarus, de servulo quodam narrat, qui cum pharmacum assumsisset nescio quod, urinam reddidit cæruleam. Alium præterea neminem commemorat. Quamquam cum illud generatim statuatur, urinam cæruleam, si a pharmaco quopiam cærulea sit, nullum afferre metum; contra vero metuendam esse, si colorem ipsa per se duxerit; videtur sane in hujusmodi urinas plussquam semel incidisse, non enim ex observatione una statui id poterat; nisi forte volumus, ipsum rationi commisisse omnia, observationibus neglectis. Ut ut est; facit certe observationum paucitas, ut si quæ aliæ ejusdem generis incidant, tradendæ sint posteris. Plancus duas profert; quamquam uni ipse quidem interfuit; de altera audivit ex muliere. Cui interfuit, hæc est. Ægrum quemdam dysuria laborantem medicamentis variis sublevaverat. Eidem febris accessit ex mœrore animi. Quarto, postquam decubuerat, die urinam cœpit reddere, cujus sedimenta colorem cæruleum ostendebant manifestissimum, eumque pulcherrimum. In eo perseveravit ad dies circiter novem; tum mœrore confectus, cum ei stetisset cibo omni potuque abstinere, diem obiit. Nihil is sumserat, quantum sciri potuit, unde ille color ad urinam manaret. Aperto cadavere cæruleum nihil ostenderunt neque vesica, neque ureteres, neque renes. Cum de re nova rumor esset, sermonesque haberentur varii, narravit mulier præsentem Planco, id sibi olim accidisse, ut, cum novellariæ pilulam sumsisset, diebus sequentibus urinam fecerit, cujus sedimenta erant cærulea. Nihil est, cur huic feminae fides denegetur; ac fuerunt fortasse alii, quibus idem contigerit, sed nemo aut observavit, aut litteris tradidit; ut sit Planci in duobus his casibus non tam felicitas laudanda, quam diligentia.

C H Y M I C A .

De lacte.

Pergit Beccarius, quæ utilia sunt, scrutari, neque a victu discedit; illa scilicet considerans maxime, quibus maxime utimur. Frumenti naturam explicaverat; jurium varietates omnes, & commoda proposuerat; modo ad lac se convertit. Cujus naturam cum præceptores duo longe doctissimi Boerahavius, & Macquerus aperuerint, neque omnia tamen animadvertisse visi sint, constituit Beccarius ea persequi, quæ illi non animadverterunt; quæ animadverterunt, prætermittere. Quod studiosius dum facit, eo vel nolens adductus est, ut etiam in his, quæ illi animadverterunt, mutet aliquid. Quid id sit, ex ejus sermone intelligi plane poterit, quem referam in opuscula. Hic pauca excerpam more meo.

Existimaverat Boerahavius, lactis naturam salium omnino expertem esse. Conjectura erat non levis, saltem in bubulo, in quo ille experimenta fecerat. Cum enim lacti recens emulcto modo acida affudisset, modo alcalica cujusvis generis, effervescentia nulla orta erat, quæ contrarii salis præsentiam testaretur. Quid quod destillatio ipsa salium nullum prodiderat? Nam liquor quidem effluens, qualescumque illi sales affusi essent, indicium præbuerat nullum; quæ vero massa e destillatione in fundo vasis restiterat, adeo nullam injecerat suspicionem, ut eam Boerahavius ne examinandam quidem censuerit. Erat pinguis, ut ipse tradit, dulcis, linguam suavitate quadam deliniens. Hæc Boerahavio in lacte recens emulcto observata.

Macquerus minus festinavit, & lacti spatium dedit, usque dum partes tres illas, in vulgus notissimas, butyrum, caseum, serum, distinctas haberet, separatasque; nam in singulis studium ponere constituerat. Quamquam serum postea prætereundum sibi existimavit, quod esset jam a Godofredo in Parisiensis Academiae actis usque adeo accurate descriptum, ut nihil ad diligentiam tantam addi posse videretur. In butyro ergo constitit & in caseo; quæ duo cum dissolveret, inque id vel maxime studium intenderet, salium non nihil reperit; idque

om-

omne, quidquid erat, ad acidorum retulit genus. Ita alcaliorum ne vestigium quidem agnovit in caseo. Quod quemadmodum cum Beccarii observationibus congruat, nemo non facile ex his, quæ dicturi sumus, intelliget.

Ad Beccarium igitur venio. Is massam e lactis destillatione reliquam, quam examinandam sibi, ut supra dixi, Boerhavius non censuit, examinare ipse voluit. Hanc ergo e fundo cucurbitæ, ad quem defederat, in retortum vas intulit destillandi causa. Comparatis, ut mos est, rebus omnibus, vas furno imposuit. Massam ipsam calore, ut fit, primum lenit tentare cœpit, tum, eo per gradus aucto, magis magisque urgere. Liquor primum exiit aquosus, limpidus, saporis nullius. Hunc alter secutus coloris fere ad citrinum vergentis, saporis aciduli, odoris, qui de acido admoneret. Excepit hunc alius & coloratior multo, & acidior. Is, qui ad extremum exiit, & colore omnes & aciditate superavit. Non dubitavit Beccarius, liquores illos acidos colorem omnem ab oleo illis admisto traxisse. Hic quamvis destillatio prope jam finita videretur, non quievit tamen Beccarius. Ignem vel maxime augeri iussit, & calorem quamvalidissime intendi, si quid adhuc posset elici. Hic tum vapores albi prodire cœperunt, ac per excipuli cavum circumagi; quorum alii subinde in liquorem densabantur, alii parietibus vasis, quasi in pulcherrimos distincti ramulos, adhærescebant. Densissimum inter hæc oleum, & foetidissimum liquori supernatabat. Hic tum vero destillandi finis fuit; quæ destillatio quam illis faveat, qui sales nullos in lacte esse contendunt, alii viderint.

Sub hæc Beccarium voluntas incessit serum lactis scrutandi. Id sibi per Godofredum licere existimavit, cujus diligentia Macquerum deterruerat. Primum ergo aquosum humorem omnem e sero abduxit calore, ut fit, lenissimo; deinde massam, quæ defederat, quæque lactis saccharum, credo, propter saporis suavitatem, dici solet, in vas retortum conjecit, reposuitque in furno destillandi causa. Ne longum faciam. Eodem plane modo hoc saccharum infectatus est, quo massam illam alteram, quam supra dixi. Eisdem caloris gradus adhibuit, eodem ordine; destillationemque, cum se jam desituram esse significaret, vehementiori igne instauravit. Eisdem res habuit successus. Liquores quippe e lactis saccharoeducti illorum fuerunt plane similes, qui in superiori destillatione

educti fuerant, eodemque exierunt ordine vel ante destillationis instaurationem, vel post.

His sane rebus apparuit, neque lacti alcalicum illum abesse falem, quem volatilem vocant, neque fero. Quod cum alia, tum volitantes vapores albi, & illi, quos memoravi, ramulorum ductus pulcherrimi, testabantur. Atqui his tamen contentus esse Beccarius non potuit, progressusque longius liquores omnes, quos ex utraque destillatione duxerat, modis omnibus experiri voluit, quibus vulgo salium genera dignosci solent. Ne multa: qui se acidos antea ostenderant, numquam postea non se acidos esse professi sunt; eademque fuit alcalicorum constantia.

Cum hæc in lacte & fero essent cognita, facilis erat conjectura de caseo; sed non erat sine experimentis cum Macquero contendendum. Ut quæstionem ergo dirimeret, voluit Beccarius experimenta inire etiam in caseo. Quod dum parat, glutinis in mentem venit, quod e caseo conficitur, estque fabricis lignariis cognitissimum, quippe quod ad lignea opera conglutinanda nihil illo putant esse aptius. Conficitur autem negotio prope nullo: coctura casei & pressu: quibus sane rebus molecularum ordo, & positus mutari possunt, natura & genus mutari posse non videntur. Itaque ad id, quod quærebat, nihil interesse existimavit Beccarius, utrum in casei glutine experimentum fumeret, an in caseo ipso; utque experiri gluten mallet, suadebat glutinis alterius recordatio, de quo dudum in Academia disseruerat. Id est vulgare illud, quod farina paratur; in quo ipse, omni secreto amylo, certissimam animale naturam agnoverat, magnamque inde alcalici salis vim duxerat. Glutinis hujus exemplo in spem venit, ut posset idem in casei glutine accidere.

Et vero, cum aliquot hujus frustula in vas retortum coniecisset, ac furno destillationis causa imposuisset, admoto igne leviori primum, ut fieri solet, deinde vehementiori, liquor exiit, initio quidem limpidus, & coloris expers, post turbidulus, lacteolus, eoque odore, ut posset cum volatilibus alcalicis salibus, iis utique, qui urinosis dicuntur, comparari. Sub hæc excipulum vaporibus repleti, obduci parietes quodam quasi concreto sale, liquorem exire acrem, penetrabilem, spiritibus alcalicis, qui ex animantium partibus duci solent, quam simillimum. Liquoribus, quos dixi, omnibus numquam non
ole-

oleum adjunctum fuit, crassescens magis magisque, & nigrescens. Destillatione finita restitit massa in fundo vasis adusta præter modum & sicca. Sic fuit casei glutini.

Quæ si omnia probe considerentur, quis jam aut Boerhavi concedat, lactis naturam salium omnino omnium expertem esse; aut non Macquerum miretur, qui nullum in caseo naturæ alcalicæ indicium compererit; sales omnes, si qui fuerunt, in acidorum genus retulerit? cum contra Beccarius in casei glutine, a quo eadem expectanda videbantur, quæ a caseo, acidorum nihil invenerit, alcalicorum vim tantam? Neque vero multorum eorumque doctissimorum hominum opinio nos præterit, qui putant, alcalicos istos sales, qui e rebus per destillationem ducuntur, non utique ante destillationem in rebus ipsis existisse, sed inter destillationis opus gigni; esse in rebus initia & quasi exordia quædam, his deinde sales fieri calore ignis accedente. Quorum sententiam si sequimur, non enim pugnare volumus, adhuc tamen mirari licet, quid sit, quod ignis in casei glutine sales illos tam multos Beccario fecerit, nullos Macquero fecerit in caseo.

M E D I C A.

De quibusdam renum affectionibus.

Medici boni est, si traditum sibi ægrum servare non potuerit, morbum tamen ipsum persequi, & mortui corpus secando, qua in parte malum sederit, quidque exspectationi e signis ductæ responderit, quidque fefellerit, cognoscere; simulque naturalem structuram partis, si fieri possit, e morbo ipso intelligere. His enim intellectis, erit postea morbi curatio fortasse expeditior, & ex paucorum interitu multorum orietur salus. Itaque in morborum causis & sedibus cognoscendis non minima medicinalis scientiæ pars consistit. Quo in studio cum alii multi laborarent, tum is, qui omnibus sine ulla dubitatione antecellit, Morgagnus. Horum exemplo exercere se Galeatius voluit in quibusdam renum affectionibus. Itaque ægros quatuor nactus, quos renibus laborare suspicabatur, quorumque nemo ad sanitatem perducere potuit, trium cadavera dissectit, in quarto conjecturam fecit; ac reperit, malum utique in renibus insedisse, sed longe alia ratione, quam ut opinio erat; eoque vitio formam renum fieri manifestiorem putavit. Hic ego observationes singulas perstringam paucis; melius autem intelligent omnia, qui Galeatium ipsum in opusculis legerint.

Observatio prima in viro est habita. Hunc dolores ad dorsum, & circa lumbos conflictabant; sanguinem interdum mingebat. Accessit dorsû lassitudo tanta, ut curvus ingredi, ac sæpe subsistere cogeretur. Cum dolor in dextro præsertim latere increvisset, decubuit. Hæc sane calculum in rene dextero in hærentem denotabant; nam quamvis dolor, quem vere nephriticum posses dicere, nullus erat, tamen contractiones molestæ in femore, in inguine, in dextera scroti parte suspicionem confirmabant; nec non & ipsa doloris gravitas, & vomitus.

Cum hæc essent, & remediis parum proficeretur, hominem febris occupat. Hic veritum est, ne inflammatio in parte male affecta oriretur. Ergo sanguis e pede missus. Ea re non modo febris minui, sed etiam levare quodammodo dolor visus est;

est; nam quamvis aque vehemens, ut ante, esset, redibat tamen rarius. Dum hunc penitus tollere contendunt; febris iterum gravius urget, quam tamen sanguis e brachio missus intra paucos dies discutit.

Hic tum dolorem, quem solvere medicamentum nullum potuerat, solvit dolor alius. Finita febre conflictari æger ad podicem cœptus est dolore tanto, quantum numquam antea pertulerat; qui quamvis interdum se remitteret; numquam tamen quiescebat. Ex illo nullus deinde lateris dolor fuit. Ita creditum est, calculum e renibus in vesicam delapsum ibi substituisse, ac premendo urgendoque dolorem illum tantum in intestino creare. Adversus hunc cum remedia nihil possent, febris autem multo gravissima revertisset, & omnia quotidie in pejus verterent, æger tandem apoplexia correptus diem obiit.

Difsecto cadavere præcipuum studium fuit in abdomine, quippe quod morbi sedes habebatur. Hic mira feri copia. Intestina, si jejunum excipias, quod valde lividum visum est, cetera sic fere erant, ut naturaliter esse solent; quamquam re-ctum aliquanto latius apparuit, cujus sanguiferi ductus sanguine turgebant. In vesica nihil calculorum, neque in ejus ventre, neque in collo; ac ne inflammatio quidem ulla, aut inflammationis signum; ut manifestari causa non potuerit illius, quem supra dixi, doloris tanti ad podicem.

Visceribus aliis detractis, in quibus nihil erat notatu dignum, tumores duo in conspectum venerunt, dorso adhaerentes, magnitudine insigni, qui, cum pinguedo, & externa peritonæi lamella, qua involvebantur, detractæ essent, renes se esse apertissime ostenderunt. Cum mira esset utriusque magnitudo, dextri tamen erat major. Superficies extima inæqualis atque aspera. Id scilicet vesiculæ faciebant quamplurimæ, magnitudinis variæ, quibus renes toti referti erant. Quæ maximæ erant, avellanam nucem; quæ minimæ, granum milii æquabant. Pleræque in corticali parte, earumque multæ sub ipsa statim renum membrana, cui arctius adnectebantur, infederant; aliæ in medullarem partem recondebantur. Membrana ipsa, uti & reliqua renum substantia, crassa præter modum & rubicunda. Ceterum vesiculæ suos habebant sanguinis ductus adeo conspicuos, ut si qui acrius intuerentur, microscopio non indigerent. Humore replebantur seroso, quo etiam pelvis, & ureteres turgebant; is maxime, qui ad renem dextrum

per-

pertinebat. Qui autem humor in minoribus vesiculis, atque interioribus continebatur, etsi paulo plus consistebat, colore tamen urinam imitabatur; qui majoribus continebatur, eisque exterioribus, erat turbidior, & vergebat ad nigrum. Hæc in renibus observata.

His sane rebus discitur, quam parum ponderis conjectura interdum habeat. Cui enim non opinio calculi in hoc ægro orta esset? Neque minus vesicularis renum structura se prodit, cum fuerint vesiculæ manifestæ. Nisi forte volumus omnia assignare morbo, ipsumque vesiculas, quæ antea nullæ essent, creavisse. Quod veri similitudinem nullam habet.

Sed jam ad observationem alteram veniamus. Urgebant jamdudum hominem febres lentæ, quas ille tandem itineribus variis susceptis discussit. Cum domum rediisset, reversa est febris cum tussi, non sine aliqua inflammationis nota. Hanc febrem tumore quodam fieri creditum est, qui tumor prementibus manifestabatur; eumque in hepate insedisse & situs ipse, & spirandi difficultas, & aliquis ad hepar dolor, & ipse cutis color significabant; præsertim cum quæ alvum solverent, levamen semper afferrent. His ergo aliisque, quæ maxime idonea visa sunt, remediis adhibitis malum vinci posse spes erat; & vero depulsa per hæc febre, resedit aliquantulum tumor, vertebantque omnia in melius.

Verum adventante hieme ecce dolor oritur in dextro hypocondrio; turget venter totus, non a tumore tantum, qui jam infra hepar prominebat, seque non hepatis infixum esse, ut creditum antea fuerat, testabatur; sed etiam a stagnante ubique sero, quo & crura, & pedes intumuerant. Exacta hieme infestius ver fuit. Cum omnia in dies pejora fierent, accessit febris cum inflammationis indicibus. Hic tum medicus inflammationis magis rationem habendam esse censuit quam tumoris; ac sanguinem semel atque iterum mitti jussit. Remedia quoque alia proposuit, in quibus spes erat prope nulla; sed nihil relinquere intentatum voluit. Quæ spem non attulerant, salutem attulerunt; his enim primum soluta febris; deinde tanta urinæ vis est reddita, ut e pedibus cruribusque tumor omnis excesserit; aliquid etiam de tumore ventris imminutum sit. Videbantur omnino remedia, qualiacumque illa essent, servatura hominem, nisi audacia perdidisset. Verum cum ille spe nimia elatus, sibi indulgens, nec dicto audiens, liberius

rius jam viveret, increvit iterum tumor, ac pedes & crura invasit, nec revocari amplius medicamento ullo potuit. Huic malo magna deinde accessit ad fomnum proclivitas. Apoplexia tandem ineunte autumno hominem interemit.

Aperto cadavere hæc in abdomine inventa. Primum permagna feri copia, deinde insignis tumor, cujus hic erat modus. Sub hepate ad anteriorem abdominis partem se porrigebat mole tanta, ut ventriculum atque intestina amoveret, & quasi absconderet. Visceribus aliis detractis renem dextrum se esse apertissime significavit. Statim ergo peritonæo aliisque involucris, quibus renes continentur, solutus est. Tubercula illico & vesiculæ apparuerunt quamplurimæ, quibus ren prope totus componi videbatur; ac cum magnitudine essent varia, quæ maximæ erant, majores illas superabant, de quibus in priori observatione mentio facta est; aliæ sanguine turgebant, aliæ pure; alias liquor alius replebat fero densior. Rejectis involucris, cum liquoris pars, nec ita parva, inter contrectandum effluxisset, moles tota librarum pondus æquabat fere undecim.

Hac etiam observatione monemur, renum structuram jure vesicularem poni. Neque minus apparet, quam timidum esse medicum oporteat, dum conjecturam sequitur. Quis enim tumorem, in anteriore abdominis parte se prodentem, renem esse existimasset, qui præter modum increscens, & late regnans, eo usque pervasisset? Præsertim cum dolores nephritici fuissent nulli.

Sed jam observationem tertiam exsequamur, quæ in muliere contigit. Menses jam aliquot, revertente sæpius febre, mulier laborabat; erat febris cum vomitu & doloribus, qui modo hanc modo illam abdominis partem vexabant. Quidquid vomebat, fluidum erat, acre, viride. Inter hæc tumores orti in abdomine duriusculi, sed ii tamen, qui citra dolorem premi possent. Opinio fuit, horum sedem in mesenterio esse. Cum his dissolvendis remedia omnia frustra adhiberentur, tumere paulatim coepit abdomen æque per totum, ac nimiam feri abundantiam testari; neque reprimi malum potuit, quin crescens in dies tumor ad reliquas totius corporis partes pervaderet. Cum hæc feminam male haberent, apoplexia demum eam rapuit.

Secundo cadavere ingens feri copia se ostendit, in quo nihil præter expectationem. Quod vero minus expectandum vide-

ba-

batur, majores multo erant renes crassioresque, quam naturæ consuetudo fert; præterea vesiculis adeo multis referti, ut nihil ipsi esse, nisi duæ quædam innumerabilium vesicularum congeries viderentur. Harum pleræque turgabant pure, aliæ sanguine, aliæ sero densiore. Sic erat renibus.

Ex his etiam scire licet, non eos longe a ratione aberrare, qui renum structuram vesicularem esse concipiunt; simulque intelligitur, quam difficile sit morbi sedem dignoscere, si qui intus fiat in abdomine. Velut in hac muliere, cui cum vitium tantum in renibus infedisset, nullus umquam neque ad dorsum dolor, neque ad lumbos est ortus.

Observationem quartam paucis persequar, quam ægrota- tio ipsa, non enim incidere cadaver licuit, totam sibi vindicat. Conflictabant jamdudum mulierem quartanæ febres acutiores, quas peruviani corticis ope depulit. Anno post in febrem lentam incidit, cui capitis gravitas, & sopor adjungebantur. Cum remedia nihil prodesse, febre jam & tabe prope confectam apoplexia abstulit. Diebus, antequam moreretur, fere triginta cœperat urinam reddere turbidam, purulentam, & quod magis ad rem pertinet, vesicularum plenam, quarum quæ maximæ erant, cum granis uvæ poterant comparari. Disruptæ pleræque erant; nonnullæ integræ; atque hæ quidem rotundæ ac pellucidæ, eoque humore repletæ, qui nihil magis videretur quam urina. Hæc usque ad interitum persisterunt, quem paucorum dierum spatio levis præcessit dolor ad sinistrum dorsi latus, ut jam decumbere in eam partem mulier vix posset.

Hic vero, si conjecturæ locus est, quis neget mulieris vitium fuisse in renibus? Unde enim & urinæ pravitas, & vesiculæ illæ tam multæ urinoso humore turgentes oriri potuisse credantur, nisi a renibus? & dolor tamen vix ullus fuerat vel ad dorsum, vel ad lumbos. Quo magis monendi sunt medici, ut in hujusmodi morbis dijudicandis circumspecti sint.

Cum hæc Galeatius disputasset, illud tandem in extremo sermone proposuit, quod alios fortasse fugerat, & est tamen propter constantiam nescio quam notatu dignum. Morbos scilicet illos quatuor, de quibus narraverat, eundem omnes servasse ordinem, ut prius quamdam hydropis speciem exhiberent, tum demum in apoplexiam verterentur. An putemus affinitatem his malis conjunctionemque esse aliquam? Sic ille.

De epidemicis quibusdam tumoribus.

ANnus millesimus septingentesimus quinquagesimus secundus, popularibus morbis, iisque variis, insignis fuit. Hos unus tandem excipit memoria dignus, de quo (et si nondum finierat) ad Academiam tamen retulit, ut pro sua diligentia potuit, Thomas Laghius. Sermonem ejus licebit legere in opusculis.

Morbi ratio hæc erat. Ad parotides tumor oriebatur parum resistens, si qui tangeret; maxillarum glandulas, interdum etiam colli, & tonsellas invadebat. Huic rubor modo major accedebat, modo minor, cum dolore. Utramque malam per raro simul obsidebat; sæpius ab una ferebatur ad alteram.

Non defuerunt qui morbum contemnerent, eoque contemptu, prope sine ulla curatione, vincerent. Plerisque secus accidit, quos febris, eaque interdum satis vehemens, corripiebat, tenebatque modo ad nonum usque diem, modo ad undecimum, aliquando etiam ad decimum quartum. Iterata sanguinis missione levabatur. Quamquam multos lenientia tantum adhibita & diluentia ad sanitatem perduxerunt.

Neque hæc tamen successerunt æque omnibus. Fuerunt enim permulti, quibus tumor a parotidibus, quod mirum sane videri possit, ad scrotum transiens testiculos infestabat, interdum unum, nonnumquam ambos; neque rubor his aberat, neque dolor; ac tum febris consequebatur gravior, molestiorque. Vertebant autem omnia in melius, misso iterum sanguine, aliisque ablutionibus & fomentis adhibitis; neque, quod ipsa res monuit, pus movere opus erat; quo creditum est universam puris materiam, humoribus aliis admistam, deduci alio. Feminae, quamvis harum minor erat numerus, incommodo haud absimili obnoxiae erant, quippe quibus malum cum pruritu & calore ad pudendum convertebatur.

Ceterum his omnibus vomitiones sæpe & capitis dolores superveniebant; quæ si abessent, destillans in pectus humor tussim creabat; quod si ingravescerent, intendebatur febris, quam sitis, anxietas, vigiliæ sequebantur.

Cum hæc Laghius in Academia dissereret, nondum quemquam morbus sustulerat. Plerisque aut alvi fluxus, aut sudores, aut urinæ copiosius fluentes salutem attulerant. Adolescent-

tes quosdam subita e naribus profusio sanguinis sanaverat; ut videretur hos natura ipsa fervare voluisse sine arte.

Ac ne id omittam, quod medici ad ægros accedentes solent in primis quærere, an hi scilicet morbis ante aliis affecti fuerint, e quibus in præsentem inciderint; scire licet nonnullis accidisse, ut in hunc, de quo agimus, morbum inciderint, cum ægrotationibus aliis levarentur. Id apparuit in juvene, cum icterum discussisset; nec non in viro quodam, quem lateris dolor vexaverat. Idemque mulieri contigit. Quamquam plerique ex eo morbum traxerunt, quod, cum nimia corporis jactatione defatigati essent, frigidiusculum statim captassent aerem. Hæc satis de morbo ipso dicta sint.

Morbo cognito reliquum erat, ut etiam causa, quoad ejus fieri posset, explicaretur; quam Laghius, ea repetens, quæ Hippocrates de popularibus morbis tradidit, quæsitivit statim in aere; putavitque hunc, quod fuisset superioribus mensibus & modice frigidus & valde humidus, morbum illum fecisse. Neque vero ignorabat, generalibus causis non satis hujusmodi quæstionibus fieri, illudque adhuc esse explicandum, cur parotides potissimum morbus invaderet. Et quoniam causis omnibus, quotcumque a physicis afferri solent, occultum semper quidpiam adjungitur, quod explicare nemo valeat; non dubitavit Laghius effluvium proferre nescio quod e terra ductum, eaque vi præditum, qua imbutus aer parotidibus præsertim incumberet, tumoresque ibi excitaret. Hoc effluvium, qualecumque erat, bononiensis soli proprium fuisse dixit; idque res ipsa declarabat; namque, ut tunc quidem res erant, quamvis Lucum & Faventiam morbus tentasset, finitimos & propinquos alios ne attigerat quidem; atque ea ipsa loca, quæ tentaverat, ab urbe Bononia haud multum distant, fueratque in his morbus multo levior. Videbatur ergo pestis illa bononiensis præsertim soli esse propria.

Ut essent mirabiles morbi causæ; illud tamen mirabilius vulgo videbatur, quod cum malum parotides obsedisset, in scrotum subinde descenderet, quasi esset aliquod inter illas partes commercium. Hujus rei admirationem conatus est Laghius exemplis minuere; nam & in lue venerea vitium nonnumquam ab obscænis partibus ad salivales glandulas propagatur; & est mira quædam vocis cum naturalibus consensio. Diuturnas quoque tussis in tumorem testium desinere Hippocrates

tra-

tradidit. Quo minus mirari oportet, a parotidibus ad scrotum viam esse aliquam, etsi nondum satis cognitam.

Quando mirabilia confectari cœpimus, non est illud præmittendum, morbum hunc, qui novus plane habebatur, nam neque ullum in præsentī memoria talem vidimus, neque de illo mentionem fecerunt ullam, qui superiori ætate vixerunt: non Ramazzinus, non Sydenhamius, non Schrochius, non Noyerus, quamvis epidemicorum morborum historias undique perquisiverint; ab Hippocrate tamen disertissime fuisse descriptum. Id quod Laghius testabatur, confirmabatque verbis ipsis Hippocratis expressi. Quis non miretur morbum antiquissimum, & græcis hominibus jamdudum cognitum, tamdiu postea latuisse, ac vel nullum tot seculorum spatio existisse, vel fuisse ab nemine animadversum?

De rachitide.

RAchitis morbus est nec levis, nec infrequens, causas habens, quamvis multi multa de eo scripserint, nondum satis cognitus. Quibus ergo medicis hunc morbum curare contigerit, nã illi operæ pretium fecerint, si quidquid ægris acciderit, totamque curationis rationem litteris mandaverint. Id scilicet fecit Cajetanus Tacconus, medicus longe præstans, feminam nactus insigni rachitide laborantem; quæ cum decessisset, ipse autem cadaver aperuisset, quo morbi naturam melius cognosceret, sermonem ea de re in Academia habuit; occasioneque arrepta rachitidis morbum suo quodam modo explicavit. Sermonem ipsum, quo nihil doctius, ponam in opusculis. Hic tantum, quo spectet, indicabo.

Primum feminæ, quam supra dixi, morbum narrat, tum quæ in ejus cadavere comperta sint, docet. Quod ad morbum spectat, mulieri hæc fuerunt. Vix dum annos tres natæ incurvari thorax tum in anteriori parte, tum in posteriori cœptus est. Inflexis deinde non tantum spina, & costis, sed humerorum etiam brachiorumque ossibus, numquam postea non pejus habuit, accedentibus deinceps debilitate, ignavia, torpore, gressus difficultate, immodica ventris crassitie, quæ sane omnia verissimam rachitidem testabantur. Tandem dolores perpeffa molestiasque quamplurimas, annum agens secundum & quadragesimum mortua est.

Aperto cadavere oculos statim omnium cogitationemque ad se convertit prægrandis quædam moles, ferme alba, non-nihil scabra, quæ in abdomine apparuit; neque tamen naturali abdominis spatio, quod late occupaverat, continebatur, sed in thoracem, adacto sursum diaphragmate, se invexerat, eoque & ventriculum, & lienem, & jecur, & magnam intestinorum partem adegerat.

E ventre extracta libras pendit duas & triginta. Videbatur autem non una & simplex esse, sed, quod sulci quidam non obscure significabant, e tribus quatuorve coaluisse. Cultro scindi, (quod primum ex ea parte, quæ ad umbilicum pertinebat, tentatum est) quantacumque adhiberetur vis, non potuit; ut naturam plane osseam profiteretur. Serra adhibita dissecta tandem est; ac tum cavum intus ostendit libram unam & dimidiatam humoris cujusdam viscerati continentem. Ut autem moles tota membrana quadam tenui exterius, sic etiam cavus ille interius operiebatur.

Hæc, quæ adhuc pressius dixi, describit primum Tacconus omnia in sermone illo suo perdiligenter; tum datam sibi ex his atque aliis occasionem ratus de rachitide generatim differendi, morbi causas explicare aggreditur. Atque hic ad Boerhaviæ se applicat, quo auctore in illam opinionem se trahi finit, ut putet, ea, quibus alimur & crescimus, cum sint pleraque ad accescendum proclivia, non prius solidis nutriendis partibus idonea fieri, quam ad naturam alcalicam convertantur; hac enim fieri, ut & soliditas partibus, & ossibus præsertim durities concilietur, & firmitas; eoque est ad hanc opinionem proclivior, quod videtur cum Ruischii experimento magnopere consentire. Quoniam ergo & ossium infirmitas, & ligamentorum laxitas, unde inflexiones contorsionesque oriuntur pravissimæ molestissimæque, rachitidem vel maxime inducunt, dubitari vix potest, quin vitium id totum ex humoribus iis pendeat, quibus ossa ali debent, quod scilicet non satis prius ad alcalescendum fuerint disposita.

Huc Tacconus cum venerit, non ab re facturum se esse putat, si de ossium nutritione pauca disputet. Hanc explicans plane negat, humorem, quo illa aluntur, per canaliculos fibrillis osseis compositos in ipsa illabi, & perpetuo cursu revolvi; nisi si quid horum forte accidat in pueris, quorum cum molliora sint ossa, alimenta fortasse paulo aliter, quam
ossa

ossa provectiorum recipiunt. Et sane si parvulorum ossa ferra secentur, apparent hic illic puncta rubra haud pauca, sanguinem indicantia. Hic res ipsa Tacconum monet, ut etiam de fracturis ossium pauca differat, exemplumque hominis proferat, cui fractam tibiam ipse restituerat. Is postea, cum plane convaluisset, febre correptus decesserat. Tacconus ergo, cadaver lustrans, ea comperit, quibus explicare se posse confidit, quo modo ossa, in adultis praesertim, augeantur & solidescant; illamque, quam supra dixi, canaliculorum opinionem convellit.

His demum expeditus ad rachitidem explicandam accedit; & quoniam tunc morbus explicari dicitur, cum ea ponuntur, quibus positis omnium, quae morbo accidunt, ratio reddi potest; sperat Tacconus, se id facile & per observationes pauculas in rachitide praestitutum; siquidem ex observationibus, quas in rachiticorum ossibus permultas habuit, quatuor, vel quinque feligit, constantes maxime & perpetuas, easque ponit, quasi fontes aut capita, unde omnium, quae rachitidi accidunt, brevis ac facilis petatur ratio. Qua in re ne nimium sibi tribuere videatur, aperte declarat, quod ipse fecerit, id medicum quemlibet facere potuisse, si aut voluisset, aut satis multa rachiticorum ossa in manibus habuisset; sed multorum studio obtituisse fortasse ossium paucitatem. Quod ut credamus, facit Havers, qui cum tantum in ossibus studium posuerit, ut etiam osteologiam conscripserit, fatetur tamen, numquam sibi contigisse, ut rachitici cujusquam ossa pro eo, ut vellet, tractare posset. Id autem Taccono saepe contigit; itaque de fortuna magis, ut ipse ait, quam de ingenio sibi gaudet; qua modestia cum sit, videtur etiam hoc nomine in paucis numerandus.

Sed jam ad observationes veniamus, quas ille, ut supra dixi, fere perpetuas habet, quasque ponit tamquam capita, unde omnium, quaecumque rachitidi accidunt, brevis & comoda petatur ratio; hujusmodi autem sunt. Primum ponit, ibi ossa fere semper inflecti, ubi arterias majori copia recipiunt; deinde has ipsas ibi latiores esse, ubi ossa ingrediuntur; statim ut ingressae sunt, majorem in modum constringi. Tertium est, foramina & cellulas, in parte ossium concava, foedas sanguine inveniri, praesertim in pueris. Quartum, his cellulis nullum manifestum periostrium esse; ac sicubi manifestari incipit, ulcusculis affectum esse. Quintum denique con-

vexæ ossium parti nihil non secundum naturam esse, si convexitatem modo ipsam excipias. His Tacconus positus ad cetera, quæ morbi sunt propria, statim fertur, sic explicans singula, ut ubique cum ingenium tum veritatis studium ostendat; quæ ego non persequar, ne cum summa tantum sermonis capita indicare me velle supra dixerim, videar nunc rem ipsam docere voluisse.

Ne quis autem putet, Tacconum, cum rachitidis causas magno studio perquisivisset, non etiam remedia expendisse, quibus huic morbo occurritur, ad hæc quoque in extremo sermone se convertit. Et eorum quidem, quæ consuetudine commendantur, commendat pleraque. Illud non satis probat, quod qui ad firmanda rachiticorum ossa emollientia adhibent & corroborantia, illa quidem concavæ ossium parti applicant, hæc convexæ. Eosque etiam minus laudat, qui, cum ferramentis & vectibus uti velint, hæc ad convexam partem applicant, in quo vel nihil præsidii esse Tacconus putat, vel ferme nihil. Eos igitur existimat auxilii plus allaturos, qui quæ ad convexam ossium partem adhiberi vulgo solent, ad concavam transfulerint, & contra. Hactenus de sermone illo diximus, quo vir præstans difficillimum morbum, ut facillime potuit, explicavit.

De usu corticis peruviani.

DE peruviani corticis vi adversus febres, quæ certos habent circuitus, scripsit vir magni nominis Tortus, atque ita scripsit, ut paucos, in illo quidem argumento, habuisse pares credatur, superiorem neminem. Hunc ergo jure spectant omnes, quicumque febres tales curandas suscipiunt; neque id facere Galeatius prætermisit, qui cum medicinam multos ab hinc annos magna cum laude Bononiæ exercent, nullas febres, quæ quidem circuitum haberent aliquem, non ad Torti præcepta retulit. Atqui dum id facit, dissentire interdum a Torto coactus est, & aliquid ei addere, cui nihil antea putaverat addi posse. Quæ excipiat, quæque minus probet, (sunt autem non admodum multa) ea brevi sermone, quem paucis ante annis in Academia recitavit, complexus est. Sermonem ipsum referam in opuscula; hic summam colligam, ut potero; & exordiar ad hunc modum.

Cum

Cum Tortus perniciosarum febrium genera duo fecerit, atque horum primum in species septem diduxerit; his speciebus unam Galeatio placet addere, ne asthmaticæ febres omitantur; sunt enim febres interdum cum asthma, quas Tortus speciebus illis suis non comprehendit. Et vero periculosissima sunt, nec contemnendæ, & peruviano cortice vincuntur. At illud fortasse Tortum movit, quod hæc febres, quibus asthma adjungitur, per raro incidunt; ut facile credi possit, cum incidunt, nihil asthma illud ad febrem ipsam pertinere. Probabilis ratio; quam tamen Galeatius observatione minuit. Nam præter casus, quos Tortus ipse commemorat, in quibus cum febris per circuitum rediret, essetque cum asthma, peruviano cortice sublata est; idem se quoque haud semel observasse testatur; ut si qui ex his febribus constituere genus velit, non eum possit abducere casuum raritas. Operæ pretium erit, antequam ad alia transimus, paucos ex illis casibus hic proponere, qui Galeatium moverunt maxime.

Septuagenarium hominem febris ceperat continua, periodica, acutior; cui statim se adjunxit maxima respirandi difficultas cum stertore & tussi: quibus adeo vexabatur homo, ut nisi caput sublime haberet, spiritum trahere vix posset. Sanguis missus bis terve; nihil profectum. Inter hæc animadvertum est, febrem, nec non etiam respirandi difficultatem matutinis horis leviores esse, a meridie ingravescere. Idque circa diem septimum clarius apparuit, cum & mane remissiora omnia, & post meridiem multo graviora essent non sine aliquo sensu frigoris. Ea res suspicionem movit, fermentum subesse aliquod ei simile, quod in febribus intermittentibus letalium symptomatum causa esse solet; eique propterea peruviano cortice succurrendum esse. Hujus confestim drachmæ tres dantur: sequenti die totidem: his vix dum sumtis meliora fiunt omnia; neque febris tantum, & respirandi difficultas remittitur, sed catarrhalis etiam, sanguineæ, biliosæque materiæ vis ingens per sputum expellitur; ut quod neque oleosa remedia ulla, neque emollientia, neque attenuantia efficere antea potuerant, id una aut altera peruviani corticis sumptio præstiterit. In hoc ergo spes posita. Et sane cum dies aliquot in eodem remedio, imminuta sensim, ut fit, mensura, ager perseverasset, essetque illi quotidie melius, ad integritatem tandem sine ulla difficultate pervenit. Sic homini, cui febris erat,

erat, intermissiones habens & reditus cum asthma, peruvianus cortex saluti fuit. Haud scio, an huc illud pertineat, quod Galeatius tamen memorat, eundem hunc hominem tribus post annis in tertianam febrem incidisse, quam misso ter sanguine per peruvianum corticem discussit. Sed fuit febris illa sine asthma.

Hactenus primum casum exposui, nunc alterum exsequar. Mulierem quadraginta annos natam, ætate inita, tertiana febris invasit. Hanc illa peruviano cortice expulit; sed a remedio citius destitit, quam oportebat, & ad consuetos labores rediit; quippe mulier erat rustica. Adventante autumno corripuit eam tussis pertinax, & difficultas respirandi tanta, ut nisi unum in latus decumbere non posset. Inter hæc accessit febris continua & lenta. Noctu pejora erant omnia. Quod ad sputum attinet, id ægre excernebatur, eratque crassum & puri simile. Sanguis missus; & remedia omnia, quæcumque apta visa sunt, adhibita. Nihil horum profuit. Quin immo deficientibus paulatim viribus, inclinare jam morbus ad phthisim e totius corporis macie videbatur. Cum in difficili res esset, nihilque ad spem ostenderetur, Galeatius peruvianum corticem magno animo proponendum censuit, eumque commodissime dari posse dixit, si binæ in dies singulos darentur drachmæ, neque illa tamen omitterentur, quæ ciendo sputo essent apta. Sub hac curatione fuit mulieri postea quotidie melius. Etenim cum unciam corticis vix unam sumisset, respirandi facultas fuit tanta, ut jam & supina decumbere, & in utrumque latus, commode satis posset. Febris quoque imminuta, & tussis. Sputa etiam in melius conversa. Diebus tandem exactis fere quindecim febris soluta, vires redditæ. Sic mulierem, quam febris cum asthma male habebat, peruvianus cortex servavit.

Quod ut minus miremur, majoremque in peruviano cortice spem habeamus, quam habuisse Tortus videtur, exempla alia duo Galeatius affert, quibus ostendat, quantum is cortex valeat etiam adversus febres illas, quæ vel cum lethargo sunt, vel cum spasmo; quæ exempla quanti facienda sint non satis videar intellexisse, si prætermittam. Primum exemplum est hujusmodi. Hominem, eumque fere octogenarium stupor repente corripit, apoplexiæ similis. Diem unum sine motu & sensu trahit cum febre & stertore. Sanguis continuo mittitur; aliaque adhibentur apoplexiæ apta. Sequenti die febris solvitur, homo

homo ad se redit. Horas circiter ad viginti bene valet. Die tertio revertitur febris symptomatis iisdem recurrentibus. Quo cognitum statim est tertianam febrem illam esse e perniciosarum lethargicarum numero, peruviano cortice profligandam. Igitur die postero cum febris quievisset, essentque omnia leviora, ejus, quem dixi, corticis uncia una ægro datur. Sequens dies nihil attulit, quod apoplexiæ simile videri posset. Febris quoque multo fuit remissior. Curatione deinde ad dies satis multos protracta, ex toto secuta est integritas. Peruvianus igitur cortex febrem cum lethargo vicit.

Venio ad exemplum alterum. Juvenis annorum fere triginta primum tertianam febrem peruviano cortice depulerat; ictericam deinde affectionem, quæ secuta fuerat, remediis aliis; ac jam ad officina se retulerat sua. Ex improvise & loquendi facultatem, & motum, & sensum amittit, nisi quod clamans identidem miserabiliter, atque ejulans, repentinis totius corporis motibus exagitabatur. Nihil sanguinis missio, nihil cucurbitulæ, nihil frictions profuerunt; pulsus tamen superesse adhuc vires significabat. Rebus huc deductis, cum tale nihil exspectaretur, adaperitis subito oculis, loqui æger, seque movere cœpit, oblatamque potionem, quam antea respuebat, libenter accepit. Febris ipsa, quamvis inhareret adhuc, tamen erat lenior. Salus in propinquo videbatur. Verumtamen elapsis horis sex, haud amplius, crescente iterum febre, priora symptomata redierunt. Remediis aliis spem nullam afferentibus, venit in mentem peruvianum corticem experiri. Hujus ergo semunciam potioni cuidam, quam unam æger recipiebat, sine mora miscuerunt, dederuntque. Etsi ille magnam ejus partem per vomitum reddidit; quam tamen retinuit, ea satis ad salutem fuit. Nam fracto morbi impetu, cum omnia quotidie in melius verterent, potionem eandem & assumere deinde largius potuit, & retinere commodius; idque cum sæpius fecerit, restitutus plane est, & tam bene postea valet, ut numquam antea valentior fuerit. His rebus statuit Galeatius peruvianum corticem ad illas etiam febres valere plurimum, quæ vel cum asthmate, vel cum lethargo sint, vel cum spasmo, miraturque quod hæc genera Tortum præterierint

Sed ad alia properandum; vereor jam enim, ne in his, quæ adhuc exposui, longior fuerim; mihi utique fuisse videor. Vult Tortus peruvianum corticem, si solus detur, plus vale-

re, quam si remedia alia adjiciantur, quasi hæc vim ejus minuant; itaque perniciosas quasdam febres negotio nullo sanari posse, si ille solus adhibeatur. Galeatum Torti auctoritas movet, uti debet, plurimum, sed experientia multo magis. Testatur autem, febres vidisse se, nec ita paucas, quas solus peruvianus cortex expugnare non potuit, adjectis remediis aliis expugnavit. Inque his cholericas præcipue numerat, & dysentericas; ac ne exempla desiderentur, hæc proponit.

Senem febris vexabat cum dysenteria. Missiones sanguinis nihil proficiebant; ne diluentia quidem, neque detergentia, neque corroborantia. Interim visa est febris matutino tempore, supra quam expectaretur, remittere; a meridianis horis increfcere non sine quodam rigoris sensu. Ea res circuitum quemdam intermissionemque indicavit, ac cum febris dysenteriam haberet conjunctam, dubium non fuit, quin una ex illis esset, quas cholericas vocant. Ad peruvianum corticem ventum est. Binæ drachmæ dari cœptæ in singulos dies. Levare aliquantulum febris visa est; dysenteria nihil remittere, vel potius gravior fieri. Cum hæc per multos dies persistissent, res ipsa monuit, ut minus jam confiderent in cortice. Dari igitur minori copia cœptus est, eique cascarillæ pulvis ad scrupulum unum adjectus, corroborantibus additis nonnullis. His sumtis, compressa alvo, solutaque febre, intra dies octo homo bene habuit. Quem ergo peruvianus cortex servare solus non potuit, cum cascarilla servavit.

Pari modo in vetula quadam se præstitit. Ea se tertiana febre per peruvianum corticem haud semel liberaverat. Frequentiori tandem vomitu conflictari cœpit, cui febris accessit cum diarrhæa. Tertio, quartove, postquam morbus incœperat, die peruviani corticis drachma una data est cum uno cascarilla scrupulo; neque remedia alia intermissa, quæ reficiendis viribus apta essent. Femina fuit melius; productaque ad multos dies eadem curandi ratione, cum stomachus in dies firmior fieret, dejectionesque provenirent pauciores, melioresque, viribus ex cibi cupiditate redeuntibus, ex toto febris desit; & quod urinis copiosioribus sudoribusque tribui facile potest, febris nulla post rediit, quamvis eo corporis habitu mulier esset, qui ad recidivas opportunissimus videretur.

Neque minus cascarillæ vis in adolescente quodam nobili se prodidit. Is febre tertiana duplici laborabat; ac cum, peru-

viano assumpto cortice, excretiones quotidie tum sudorum tum alui sequerentur immodicæ, faciebat id, ne febrem cortex posset vincere. Cum dies jam plus viginti solo cortice frustra pugnatum esset, cascarilla est addita: excretiones continuo imminutæ, restitutæ vires, febris profligata.

His sane rebus apparet, peruviani corticis vim, adjectis remediis aliis non modo non minui, sed interdum etiam augeri. Quod sibi Galeatius non in his tantum, quos modo dixi, casibus, sed in aliis etiam quamplurimis, compertum esse testatur. Quare non cascarillam modo, sed etiam opium, & sales alcalicos, sive fixos sive volatiles, aut medios, & remedia alia permulta peruviano cortici utiliter adjungi posse non dubitat; esse autem medici, quid expediat, in re præsentī cognoscere. Albertinus medicus nobilis, si qua febris e suppressa quapiam excretionē oriatur, remedia illa peruviano cortici adjungi vult, quæ ad illam, unde febris orta est, excretionem ciendam sint apta. Id in primo commentariorum nostrorum volumine demonstravimus. Quid quod alcalicos præsertim sales, & medios peruviano cortici sine ulla exceptione adjunctos & Dolæus probat, & Mangetus?

Non ergo concedit Torto Galeatius, ut sit semper peruvianus cortex a remediis aliis omnibus disiungendus; imo neque mensuram usquequaque probat, quam Tortus laudat. Tortus, si cortex quidem ea ratione administratur, quam ipse docet, in duabus fere uncias spem habet; Galeatium sefellit sæpe numerus, quamvis & febres ex iis essent, de quibus Tortus docet, & corticem ipse ea ratione, quam docet Tortus, administraret. Uncias corticis modo quinque adhibere opus habuit, modo sex, modo plures. Nobilem quemdam virum, nisi per libram totam sanare non potuit. Hunc febris occupaverat continua, periodica, matutinis præsertim horis sub largo sudore remittens; si qua fieret administrandi corticis intermissio, sæviebat, urgebatque ut cum maxime; administrato rursus cortice erat lenior. Sic ægrum, antequam ex toto desineret, ad dies traxit quadraginta. Hemitritæum quoque & febres alias Galeatius nactus est, vel ex iis, quas Tortus subcontinuas vocat, quæ uncias corticis plus duas postularunt.

Neque vero negat multas esse, quæ duabus contentæ sint. Inque his illas numerat, quæ per continuarum speciem ab initio se proferunt, interjectis deinde diebus aliquot, præsertim

ubi sanguis missus fuerit, & medicamenta alia adhibita, manifestos habent circuitus, seque acutas & perniciosas esse profitentur. Has enim, quamvis Tortus de his non memoret, portio corticis sæpe discussit satis modica. Neque id minus accidit in intermittentibus primariis illis, quas Tortus exponit. Quamquam illa Peruviani corticis administratio, quam Tortus præscribit, necessaria omnino non est; posset enim etiam ex Mortoni, aut Sydenhamii præscripto aque utiliter administrari. Cujus quidem rei exempla Galeatius affert nulla; sed quis tam diligenti fidem neget?

*De usu agarici ad profluvia sanguinis
coercenda.*

Vincentius Putius, Josephi filius, paterno nomine illustris & suo, cum Parisios studiorum causa concessisset, ad patrem scripsit, remedium quoddam novum ad profluvia sanguinis cohibenda ibi per id tempus magnopere celebrari; illud Boscardum invenisse, Petitum deinde & Morandum experimentis quibusdam suis fecisse nobile. Quid id autem remedii esset, sic declaravit.

Fungum fumunt ex annosæ aridæque quercus trunco ortum, quem botanici agaricum pedis equini facie appellant; eumque maxime Boscardus probat, qui augusto mense, aut septembri evulsus fuerit. Hunc deinde secant in frustula, quorum singula ligneo malleo usque eo contundunt, donec in lamellas extendantur planas maxime & molles. Ex his deinde lamellis, quod exterius est, abradunt; quod interius est & mollius, retinent; idque rursus in frusta secant, majora alia, alia minora, quæ in medicum usum servantur. Ubi enim profluvium sanguinis cohibendum sit, parvum quoddam frustum, qua sanguis excurrit, in venam indunt, tum grandiora alia superponunt, ac cum vulnus carptis filis optime stipaverint, splenis muniunt crassioribus, & fascia tandem validissime comprimunt.

Experiri id voluerunt Chirurghi duo longe peritissimi Morandus & Petitus, alter in aperta brachiali arteria ex inciso aneurysmatis spurii sacco, alter in arteria alia nescio qua. Utrique res cessit ex sententia. Sanguis enim in utroque casu præ-

præter opinionem brevissime fluere destitit; ac cum multum compressioni chirurgi duo illi tribuendum esse putaverint, multum quoque agarici vi tribuerunt.

Cum hæc a Vincentio per summam diligentiam scripta Putius pater ad Academiam retulisset, omnesque experimenti novitas, facilitasque excitasset, Petrus Paullus Molinellius præterire occasionem noluit, quin rem novam atque utilem tentaret, idque Bononiæ faceret, quod Petitus & Morandus in Gallia fecissent. Confestim igitur ad Vincentium scripsit, ut agarici illius, quo Parisiis utebantur, frustum ad se mitteret. Misit ille diligenter. Verum cum esset admodum parvum, neque ad experimenta, quæ Molinellius versabat animo, satis esset; secum ipse cogitare is cœpit, si quod bononiense agaricum inveniri posset, quod æque valeret, ut illud gallicum. Et quoniam id fungorum genus in bononiensi quidem agro per raro e quercu gignitur, ad alias arbores Molinellius se contulit, fungos quærens ex omnibus. In his illos probavit maxime, qui e fagis aut laricibus excerpi dicuntur, quosque alpium nostrarum incolæ adhibere solent ad fomites componendos suscipiendo igni atque alendo aptos. Inque his spem habuit; quod essent parisiensi fungo & colore & sapore & rebus aliis omnibus quamproximi. His ergo uti ad experimenta constituit. Experimentis numquam non interfuit Bartholomæus Riverius, qui cum fuisset a Molinellio ad summam medicinæ utriusque præstantiam instructus, is jam erat, qui instruere alios ad eandem laudem ipse posset. Is deinde præceptoris sui experimentis sua addidit nonnulla, ac de omnibus cum Academia communicavit, sermone mehercle elegantissimo. Eorum, quæ narravit, hæc sunt præcipua.

Viro cuidam, e suppurato fungiformi tumore, qui genu dexterum obsederat, incisionem paulo ampliorem fieri opus fuit. Hinc illi non modicum sanguinis profluvium secta arteriola ortum est. Bononiense agaricum protinus adhibetur: minus frustulum in hiantis arteriæ osculum adigitur; tum alia aliis majora deinceps superponuntur, ac tandem omnia spleniis firmantur, duplicatis linteis, & fascia comprimente. Postero die, cum sibi vehementer dolere genu æger quereretur, ac splenia & lintea madida nimiam puris copiam testarentur, hæc detrahere opus fuit. His detractis dici vix potest, quam facile fungi frustula secuta sint, conglutinata jam arteria, &

hæmorrhagia sublata. Hoc primum fuit agarici bononiensis periculum.

Neque minus postea se utile præbuit in muliere. Huic, ut longus latusque sinus, in parietali sinistra regione e suppurato ex contusione vulnere ortus, tolleretur, integumenta, erysipelate obfessa jam & tumentia, insigni incisione, ad pericranium usque secta fuerant; eaque re sectus etiam temporalis arteriæ ramus, nec ita parvus, unde magna vis sanguinis profluere cœperat. Ut illum metum chirurgus averteret, ad bononiensem fungum statim se contulit. Frustula rite aptavit; tum spleniis ac fasciis ita compressit, ut contra arteriæ osculum validissime urgerentur. Duobus post diebus, quam hæc peregerat, apparatus illum omnem ademit. Ne guttula quidem sanguinis exstillavit; quin immo & vulnus jam melius esse, & omnia ad sanitatem inclinare visa sunt.

Profuit quoque bononiense agaricum in alio quodam, cui tumorem sarcoceleum prægrandem Molinellius extirpaverat. Facta enim tumoris separatione, injectaque ad funiculum spermaticum arctissima, ut fieri solet, eaque duplici ligatura, opus habuit membranosi cujusdam sacci portionem rescindere, qui quasi tumoris appendix ad inguen usque porrigebatur. Quod dum facit, in insignis cujusdam vasis ramum incidit, unde statim prosilire sanguis tanta vi cœpit, ut jam æger in summo discrimine versaretur. Spes continuo reposita in agarico. Inditis ergo, uti opus erat, fungi frustulis, carptisque filis ac spleniis quamplurimis super impositis, vinctura his additur arctissima, qua inguen majorem in modum premeretur. Ad dies quatuor vinctura illa perstitit; nam neque præ laxitate renovare illam oportuit; neque præ dolore, aut alia quavis de causa, relaxare. Quatriduo exacto apparatus ille omnis demitur. Destiterat penitus hæmorrhagia. Fungi frustula sua quasi sponte recesserunt.

His periculis Riverius aliud addidit, ut illi occasio se obtulit in ægro quodam e digiti amputatione. Medius digitus manus dexteræ hominem nescio quem male habebat; cum caries phalangem primam altius occupasset, excindere digitum opus fuit. Eo exciso prorumpere sanguis copiosius cœpit. Cum res in metu esset, Riverius statim ad agaricum confugit. Fungi frustula discissæ arteriæ admovit, compressitque deinde spleniis & fasciis, ne quid a præceptore Molinellio discederet.

Opinione promptior fuit salus. Sequenti enim die, remotis fasciis, spleniisque, fungi frustula facillime abjerunt; occlusa prorsus arteria.

Hæc satis ostendunt, quam recte bononiense agaricum adhibeatur ad sanguinem coercendum, si continuo cursu & magna vi erumpat. Quid ergo si stillatim & lente exeat? Id quod sæpe accidit in fungosis cancerorum carnibus, cum vascula nimio plus dilatantur; resistente enim quam minimum carne stillat sanguis, ac licet interdum cesset, tamen redit non sine molestia & metu. In his etiam casibus experiri agaricum, tum Molinellius tum Riverius voluerunt; nam quamvis dubitari vix posset, quin quod vehementiores hæmorrhagias comprimit, idem etiam lentiores has sistat, visum est tamen fore id certius, si experimentis comprobaretur. Et vero, cum sapius tentaverint, numquam non optime res cessit.

Atque hæc quidem agarici laudes sunt. Est autem præceptoris boni, ejusque candidi & docti, qualis Riverius est, non ea tantum proferre, quæ remedium novum commendant, sed illa etiam proponere, quæ ejus minuere laudem possunt. Ne hic quidem Riverius sibi defuit; duosque exposuit casus, in quibus agaricum non respondit. Summa hæc est.

Tumor cysticus puellæ ortus fuerat infra oculi dexteri externum canthum. Cum hunc strenue Molinellius extirpasset, discissa arteriola prorumpere sanguis magna vi, neque destitit. Spes continuo fuit in agarico. Id ergo statim, ut jam illi in usu erat, admovit. Voluisset etiam valide comprimere, sed & loci ratio, & puellæ id non ferentis ætas prohibuerunt. Agaricum sine compressione nihil potuit; perrexit quippe sanguis fluere, neque prius destitit, quam ad styptica ventum est. Plus ergo videtur auxilii esse in stypticis, quam in agarico, si absit compressio.

Tale aliquid observare licuit in alia quadam muliere. Huic sanguis e vulnere fronti inflicto, non magna vi, neque continuo cursu, sed guttatim defluebat. Placuit agaricum periclitari. Id ergo vulnere applicant, liuteola superponunt duplicia; ac fasciam demum, qua illa tantum continerentur, circumducunt; a compressione abstinent; in eo enim toti erant, ut quid ipsum per se agaricum valeat, possent cognoscere. Nihil valuit; siquidem horis post aliquot manabat adhuc sanguis, ut antea. Sic fuit agaricum sine compressione inutile.

Videntur hæc quidem persuadere, agaricum ipsum per se minus idoneum esse; non continuo tamen rejiciendum. Est enim aliquid, compressione addita, in hæmorrhagiis præsertim vehementioribus, tantum illud posse, quantum experimenta declarant. Quid, quod est inter cetera, quæ cum compressione adhiberi solent, medicamenta multis de causis commodissimum; ac, si non aliud, eo utique longe præstat, quod, ubi sanguinem compressit, neque adhæret, & sine ulla ægrotantis molestia detrahatur? Huc accedit, quod quibus partibus applicatur, labem infert nullam; neque, ut pleraque, sanando nocet. Hæc doctè admodum differebat Riverius, & querni parisiensis fungi commoda ad faginos aliosque nostros transferebat.

Unde vis calculos dissolvendi aquis insit.

A Quis fere omnibus vim esse quamdam, qua mollire humanas calculos queant, aut etiam dissolvere, prope jam vulgo notum est; adeo multis experimentis est a doctis hominibus & rei medicæ peritissimis confirmatum. His sua addidit Vincentius Menghinus, quæ neque pauca, & per summam diligentiam in bononiensibus nonnullis, aliisque tota Italia clarissimis aquis sumserat. Voluerat enim scire, quæ esset inter italicas dissolvendis calculis aptissima; eaque an esset cum gallicis, britannicisque, quæ laudantur maxime, comparanda. Ejus experimenta, de quibus cum Academia communicaverat, in tertio commentariorum nostrorum tomo indicavimus, quamquam sermonem ipsum Menghini in quartum distulimus. In eo sermone, quæ experimentorum fuisset ratio, qui exitus, quæque inde consequi viderentur ille plane docuit; adjecitque tabulas, quibus omnia vel uno adspectu cognosci possent, & inter se comparari.

Quæstione sic explicata quiescere non potuit, nam, cum suis ipse experimentis vim illam, quam supra dixi, dissolvendi calculos, in aquis jam multis cognovisset, venit in mentem quærere, an vim talem aqua habeat nativam & propriam, an potius e principio aliquo, quod ei forte admixtum sit, ductam; idque principium quale sit. Ea res illum ad experimenta, quæ fecerat, revocavit; quamquam cum alio spectaret, mutare aliquid opus habuit. De his postea Academiam do-

docuit sermonibus duobus, quos nisi referam in opuscula, officio, vel pietati potius deesse videar; fuit enim illa Menghini apud nos postrema disputatio, qua confecta brevi post tempore in gravissimum incidit morbum, quem levare remedium nullum potuit. Diu multumque conflictatus, sub ipso atatis flore, cum summa esset spe atque gratia, diem obiit. Quo magis sermones hominis servare oportet, cuius sperare alios non licet. Duos, quos dixi, referam in opuscula. Hic summam exponam ad hunc modum.

Cum illud sibi querendum Menghinus proposuisset, utrum calculos dissolvat aqua vi sua, an id potius habeat a principio quopiam illi extrinsecus adveniente, dirimi quaestionem posse existimavit, si experimentum in aquis variis fieret, qua simplicibus, qua magis magisque compositis; si enim quo quæque simplicior esset, eo etiam ad dissolvendos calculos aptior inveniretur, id sane argumento esse, vim illam omnem in aqua ipsa insidere, sin autem ab aquis compositis dissolutio commodius fieret, quam a simplicibus, vel ex eo sciri posse, non ipsam per se aquam calculos dissolvere, sed esse hanc facultatem principiis aliis tribuendam: porro cognita aquarum natura promptum etiam esse hæc principia, qualia sint, cognoscere.

Ad quinque ergo aquarum genera se convertit. Ac pluviatilem primum aquam considerandam suscepit, eamque destillatam, quæ sincerissima sane omnium & simplicissima haberi debet; quippe cælo decidens nihil habet extranei, vel si quid habet, oportet utique id esse quam minimum, idque ipsum destillatione secerni. Huic generi succedere voluit pluviatilem aquam, sed minime destillatam, in qua mixturæ suspicio esset. Tertium deinde genus adhibuit, aquam lutosam e puteo quodam haustam, limpidam illam quidem in speciem, purissimamque; re autem vera lutoso tartaro infectam, cuius vim non modicam, ubi paullisper quievisset, ad fundum dejiciebat; sapor quoque mixturam testabatur. His generibus quartum addidit, aquam e suburbano Augustinianorum puteoeductam. Erat hic puteus per id tempus salubritatis nomine maxime celebris, eoque minime prætermittendus. Quintum genus ars fecit; id fuit pluvialis aqua solubili tartaro de industria imbuta. In hunc præcipue modum parari sibi aquam Menghinus voluit, quod & Boerhavius legerat, vim tartari in conte-

T. V. 1 ren-

rendis calculis laudantem, & Beccarium audiverat, cum testaretur falem illum calculosis haud semel profuisse.

Cum quinque hæc aquarum genera, uti opus erat, comparasset, calculos tres fumsit in ejusdem hominis vesica uno tempore repertos; quo facile credi potuit, idem genus fuisse omnium. Erant lævissimi durissimique, atque ex iis, quos alias Menghinus, cum calculos pro vario duritiei gradu in genera quinque dispertiret, marmoreos nominaverat. Simul juncti granorum pondus æquabant fere ducentorum. His diffractis frustula fecit quinque, singula granorum quatuordecim. Tum vascula paravit item quinque, æqualia plane inter se, ac similia, vitrea, collo oblongo, atque angusto, ut vulgares phialæ esse solent. Tandem aquas singulas in singula distribuens vascula, uncias decem unicuique affudit, & calculi frustum indidit.

Sepositis, ut in tuto essent, vasculis, eo redibat quarto quoque die; quid illo temporis spatio in singulis accidisset, diligenter animadvertibat; moleculas recensabat omnes, si quæ aut innatarent, aut ad fundum defedissent, & aereas bullulas, si quas injectus forte calculus excitasset; nihil denique eorum prætermittebat, quæ indicium haberent aliquod. Sed singula persequi non oportet. Satis erit, si ea proponamus, quæ in ipsis calculis observata sunt, cum viginti post dies e vasculis eximerentur. Is, qui in aquam pluviatilem & destillatam injectus fuerat, sic habebat. De pondere grana duo amiserat; contrectantis manus albo colore inficiebat; ungue notari poterat, quo etiam particulæ quamminimæ facile detrahebantur. Eadem calculo illi erant, qui aquam pluviatilem, neque destillatam passus fuerat, nisi quod grana ponderis amiserat, non duo dumtaxat, sed tria. Sex ille amiserat, qui in aquam conjectus fuerat, sublutosam e puteo haustam; de ceteris erat par. Atque huic fere parem se præbuit is, qui in aqua, quam dixi, Augustinianorum sederat; tamen pondere differebat non nihil, quippe qui grana ipsa septem amiserat. Notabilior jactura in illo fuit, qui aquam tartaro solubili imbutam sustinuerat. Is perdidit ponderis grana octo.

Hæc sane monere videntur, aquam ad dissolvendos calculos non suam utique adhibere vim, sed alienam, quamque a principio quodam sibi adjuncto mutuatur; idque principium vel tartarum ipsum esse, vel aliud quidpiam ad naturam tartari proxime accedens. Quid est enim, quod aqua simplicissima,

ma, qualis pluviatilis, a destillatione præsertim, esse creditur, minus apta ad dissolvendos calculos inventa sit, quam reliquæ? E contrario aptissima illa fuerit, quæ justam solubilis tartari portionem imbibisset? Quid quod eosdem calculos, cum sic, ut erant, pondere imminutos, Menghinus iterum ad experimentum revocasset, aquam pluviatilem, quæ destillata esset, inertissimam inter ceteras iterum invenit; eam contra, quæ solubili tartaro fuisset imbuta, efficacissimam? Quis jam ergo non Menghino concesserit, vim, quæ aquæ inest, calculos dissolvendi, adventiciam illi esse, non nativam & propriam?

Cum hæc Menghinus in Academia disputasset, sermones ea de re fuerunt multi & varii. Inter hos Beccarius, cum experimenta collaudasset, desiderium sibi incessisse ait, ut, quando solubilis tartari periculum factum erat, alii quoque sales in idem periculum adducerentur; fieri posse, ut aliis etiam eadem vis esset, quæ tartaro, fortasse etiam major; quoniam sales tentari cœpti essent, non esse in uno consistendum; id se maxime a Menghino expectare. Hæc Beccarius. Noluit Menghinus expectationi, quam de se homo tantus excitasset, non satisfacere; itaque experimenta iniit, de quibus sequente anno in Academia disseruit. Ea huc spectant.

Novem salium genera experiri constituit, glauberianum, tartarum vitriolatum, alumen crudum, salem marinum, nitrum depuratum, salem ammoniacum, catarticum, liquorem tartari regenerati, tartarum solubilem. Cum hos ergo parasset, pluviatilem aquam sumsit, destillatamque, & in novem secrevit partes, singulas unius libræ pondo. His deinde singulis partibus singulos immiscuit sales, tantum cujusque, quantum satis esset ad saporem inducendum; itaque portiones salium immiscuit non æquales. Sic novem sibi aquarum genera comparavit, suis quæque salibus imbuta, in quibus singulis calculos experiretur.

Erat forte illi inter manus prægrandis calculus, duritie insigni, in homine quodam repertus. Hujus frustra novem sumsit, unumquodque granorum quinque & triginta; ac cum illas, quas dixi, diversorum generum aquas in promptu haberet, frustra injecit singula in singulas, & ad superioris anni experimenta rediit. Quarto quoque die liquores invisebat, intuebatur studiose omnia, colorem, opacitatem, bullulas, sedimenta. Tandem post dies viginti eduxit calculos. Educti sic

se præbuerunt. In his, quos solutiones exceperant, sive glau-beriani salis, sive tartari vitriolati, sive aluminis, durities perstitit; pondus grano uno imminutum. Qui salium solutiones, marini, nitri, ammoniaci, catartici experti fuerant, si duritiem quærimus, nihil mutaverant; si pondus, granorum duorum jacturam fecerant; quamquam a catartico fuit jactura paulo major. Sic sales septem se præbuerunt, quorum accessio haud sane multum aquæ profuit ad calculos dissolvendos.

Plus multo profuerunt tartarus regeneratus, & tartarus solubilis, ut expectationem etiam superaverint. Illius quippe solutio grana ipsa quindecim ponderis injecto calculo ademit; solutio alterius octo supra quindecim; ac tantam ambæ fragilitatem induxerant, ut jam calculi, immisso vel leviter ungue, dissilirent; quamquam alter ad id promptior visus est. Cum videantur ergo sales duo, tartarus regeneratus, & tartarus solubilis longe aliis præstare, solubilis tamen prævalet.

Quamvis confecta quæstio esset, voluit tamen Menghinus eam adhuc persequi, duarumque solutionum, quas propter miram earum præstantiam amare cœperat, vim totam, quanta esset, manifestare. Constituit ergo, calculorum eorundem fragmenta, ut erant in manibus, iterum in easdem solutiones conjicere. Id cum fecisset, atque experimentum ad dies quindecim produxisset, comperit tandem solutionem tartari regenerati fragmento calculi in eam coniecto grana duo ponderis detraxisse, non sine aliqua duritiei imminutione; solutionem vero tartari solubilis grana ipsa decem; victa adeo fragmenti in eam injecti duritie, ut contrectatum abiret in pulverem. Quo magis apparuit solubilis tartari in attenuandis dissolvendisque calculis præstantia. Non dubitavit ergo Menghinus hortari medicos, ut, si adversus calculos pugnandum sit, solubilem tartarum fidenter adhibeant; in eo præsidium esse certissimum. Quæ cum dixisset, & calculosis spem tantam homo ad commune bonum natus reliquisset, ex Academia discessit, haud multo post e vita discessurus.

De balneis Lucensibus.

Balneorum Lucensium tanta est celebritas, ut his prope unis videatur natura universæ Italiæ salutem commendavisse. His nunc, quo etiam salubriora haberi possunt, medicus e publica auctoritate præest, longe doctissimus, Josephus Benvenuto, qui aquas illas diligentissime administrat, & eorum, qui illuc concurrunt, ægrotantium curationes pari cum diligentia dirigit. Is cum forte Bononiam divertisset, ut erat Academicorum numero adscriptus, in Academiam venit, ac Præfidis aliorumque rogatu de balneis illis suis copiose doctèque differuit; sermonemque de scripto ex illa occasione recitavit, elegantia plenum, quem Academia habuit gratissimum. Hunc sermonem cum nobis reliquisset, Lucam deinde ad sua balnea reversus tabulam ad nos misit, quam sermoni adiungeremus, multo accuratissimam. Morem geram; sermonique, quem opusculis inferam, tabulam agglutinabo, ne quod ornamentum sermoni ipsi videar detraxisse. Hic primum, quo sermo spectet, docebo; tum aliquot tabulæ utilitates indicabo.

Sunt multi, ceteroqui doctissimi, qui de balneis disputantes nihil memorent præter aquas, quod in his fortasse unis omnem ægrotantium spem poni volunt; cetera negligant. Benvenuto nihil medico negligendum putans & ipsas Lucensium balneorum aquas consideravit, & deinde circumspexit omnia, quæcumque ad loci illius salubritatem pertinere posse viderentur. Et quoniam de aquis ipsis alias egerat, scriptumque ediderat doctrinæ plenissimum; in hoc, quem nobis reliquit, sermone ad cæli temperiem, solique ingenium se convertit; sed ante regionis situm describendum existimavit, de quo hæc habet.

Corfena pagus est saluberrimis fontibus clarus, ab Luca, quæ urbs est Hetruriæ nobilissima, haud longe distans, quippe qui millia passuum abest non plus quindecim. Ad septemtrionem vergit; ac si longitudinem e geographorum tabulis quærimus, gradus obtinet viginti octo supra minuta quinquaginta, si latitudinem, gradus quadraginta quatuor. In vertice collis cujusdam sedet modicæ altitudinis; indeque altiorem montes longe prospicit; quamquam cum illo fere conjungitur, qui ad septemtrionem spectat, & contronis appellatur. Quæ
hic

hic vallis subest, & universa planities, mira amœnitate ornatissimisque villis spectanda. Præter vallem Lima flumen excurrit, in quem defluit Camalion torrens, qui clivi radices aluit. Ambo deinde simul juncti, duobus circiter passuum millibus confectis, meridiem versus in Auferem delabuntur. Sic se locus adspectantibus præbet.

Placuit Benvenuto collis altitudinem dimetiri, neque ab illa discedere voluit methodo, quam Scheuchzerus auctor optimus jamdudum proposuit. Barometra duo æqualia, ac plane similia, alterum in collis vertice, ad radices alterum collocavit; mandavitque familiari cuidam suo, ut hydrargyri altitudinem in altero diligenter notaret, interea dum ipse eandem notabat in altero; erat enim ex illa barometricarum altitudinum differentia altitudo collis colligenda. Fuit differentia linearum fere trium ex illis, in quas Parisienses pollicem suum dividunt; cum ergo unicuique lineæ, in barometrica altitudine observatæ, parisienses pedes in loci altitudine respondeant unus & septuaginta, Scheuchzero auctore; proclive fuit intelligere Corsenæ collem in altitudinem ire pedum circiter ducentorum & tredecim. Non id satis Benvenuto fuit. Illud etiam scire voluit, quantum collis supra mare emereret, id quod diligentia fuit magis, quam laboris; siquidem locus haud multa passuum millia a Viaregii portu abest; nec longum erat barometrum alterum ad maris litus transferre, ac quanto Corsenæ vallis mari esset altior Scheuchzeriana ratione cognoscere. Omni adhibita diligentia, quam res postulabat, comperit Benvenuto altiore mari esse quingentos circiter pedes & quadraginta. Quibus apparet Corsenæ verticem supra mare attolli pedes ad septingentos fere & quinquaginta.

Hæc loci altitudo, ut quæ nec nimia sane est, nec ita parva, opportunissima esse videtur ad valetudinem tuendam. Ut enim altiora loca propter nimiam cæli tenuitatem corporibus sæpe nocent, sic depressiora propter vaporum humorumque, quos e terra recipiunt, crassitudinem & copiam bonam valetudinem minuunt. Quid quod corpora in mediocribus altitudinibus neque aeris pondere plusquam opus est, constringuntur, nec levitate relaxantur; atque id merito Benvenuto tanti facit, ut rem voluerit reducere ad calculos.

Quamquam ad halitus quod spectat, qui e terra exeuntes aerem undique obsident, non in his tantum copia attendenda est,

est, sed etiam genus & qualitas. Id scilicet Benvenutus intelligens, ab his quoque Corsenæ cælum tutissimum esse docet; idque primum ex ipsa loci ratione conjicit. Is quippe videtur locus, unde pravitas nulla oriri possit. Nulla ibi stagnantium aquarum foeditas, nullus specus, cavernæ nullæ. Nullum animal, nulla planta, nullum fossile ex iis, quæ depravare aerem creduntur; nullæ ibi exercentur artes, unde foetor manet. E contrario salubres ubique herbæ, lectissimique flores, unde mira odorum suavitas ad recreandos animos, hilaritatemque conciliandam aptissima. Huc illud adde, quod solum minime pingue est; sed fabulosum fere, quodque agricolæ minus probent; ac illud, quod aer ibi vapores excipit ex aquis ipsis thermalibus manantes, quibus nihil salubrius. Adeo metus nullus est, ne vaporum genus aut qualitas noceat.

Nihil est, quo non animum Benvenutus adverterit; itaque salubritatis argumenta quæsit etiam in rore, atque experimentum hoc fecit. Cum æstas esset, strophiola quædam alba, subtilissimæ texturæ, de nocte in prato reliquit, expansa, haud longe a Villensibus thermis, ut rorem imbiberent; curavitque ut filo alligata e siccis baculis penderent, sic quidem, ut neque baculos neque terram contingerent. Cum sic satis diu fuissent, orto nondum sole rorem expressit; expectavitque quid ex ejus evaporatione accideret. Comperit scilicet, sales ab eo relinqui, tenuibus albidisque crystallis, & ad prismatis formam accedentibus, conflatos; omnino illorum similes, qui ex aquis ipsis thermalibus extrahuntur. Quo facile credi potest, eos ex aquis ipsis evolasse, & deinde in roris formam transisse; idque ut magis credatur, facit alia Benvenuti observatio; qui cum rorem in locis aliis paulo longinquiribus eadem ratione collegisset, evaporationemque, ut antea fecerat, expectasset, idque sæpius; ejus tamen, quam dixi, formæ sales nullos umquam invenit; ne in illa quidem planitie, cui Corsenæ collis imminet, quamvis passus non plus trecentos a thermis distet. Quo etiam scire licet sales illos, ex aquis prodeuntes, volitantesque per aera, non longe abire, neque diffundi, sed intra breve spatium consistere.

Ac ne a ventis quidem metus est, ne, foediora, si qua circum sint, loca prætervolantes, vapores noxios huc adferant; quæ enim loca suspicionis habent aliquid, ut recte animadvertit Benvenutus, longe admodum distant. Est hic ergo

agi-

agitatio aeris tutissima, quam auget tutioremque facit Camalio-
lionis & Limæ cursus concitator. Neque vero aeris com-
motiones tantum, quales sint, quidque afferant, nosse Bene-
natus studeat, sed etiam, ut optimum decet medicum, mo-
menta ponderum, & caloris frigorisque varietates, & siccita-
tis differentias omnes per summam diligentiam perquisivit,
barometris usus, thermometris, hygrometrisque, quoad ejus
fieri potuit, conquistissimis; ac cum omnia in singulos dies
ab ineunte mense maio anni millesimi septingentesimi sexage-
simi secundi notare cœpisset, in eodem studio perseveravit
usque ad exitum mensis aprilis anni insequentis; ut diligentiam
anno ipsi æquaverit. Omnia deinde in tabulam contulit, ut
quemadmodum singula singulis respondeant, quæque in quovis
anni tempore frequentius accidant, utque inter se conjungan-
tur, vel uno adspectu cognosci possit; quam tabulam qui in-
spexerint, laborem profecto hominis, & constantiam mirentur.
Hæc illa nempe est tabula, quam Lucam reversus ad nos
misit. Nos hic pauca adnotabimus, quo magis ejus appareat
utilitas.

Primum quod ad ventos spectat, is, qui ab oriente spi-
rat, verno, atque æstivo tempore serenitatem plerumque affert,
siccitatemque; de hieme frigus nivesque. Australes venti per-
raro Corsenæ cælum infestant, ceterum noxii; si quando ir-
ruant, calidi atque humidi. Qui ab occidente oritur, ac ze-
phyrus appellari vulgo solet, siccus; de æstate frequentissimus.
Siccus aquilo & frigidus; ac, si hiems est, aeris commotiones
affert non mediocres. Hæc de ventis. Quod vero ad calorem,
frigisque attinet, quorum ratio in thermometris apparet,
Corssenæ utique cælo utitur temperatissimo, utpote cum nec
umquam æstas calores habeat vehementiores, nec hiems frigo-
ra, ut sunt sæpe alibi, molestissima. Neque humorum copia
metuenda est, si hygrometris fidem habemus, quippe quæ
aerem vix umquam justo humidiorum esse testantur. Hæc om-
nia docet tabula. Sunt quidem nonnulli, qui Corsenæ cælum
de nimia humorum copia accusent propter auram ferotinam
nescio quam. Neque id dissimulat Benvenutus; sed eos a sen-
tentia destitutos putat, si animadverterint, auram istam ferro-
tinam nec iis quidem abesse locis, quæ ceteroqui saluberrima
habentur; omninoque eam soli ingenium sequi, bonamque
esse, si bonos excipiat halitus.

Ac loci quidem illius felicitatem res ipsa demonstrat; quod si absit, frustra indicia quærantur. Id scilicet videns Benvenutus in extremo denique sermone, ut illuc redeam, effecta multa colligit, quæ loci opportunitatem ostendunt. Mitto, quæ in salibus cælo expositis ac vix madefcentibus animadvertit; quod argumentum movere chymicos potest. Venio ad vulgaria, quæ apertissima cuique sunt, & in medio posita. Nam neque lintea ibi humescunt; neque vestes, diu quamlibet in arcis retentæ, corrumpuntur. Libri quoque & chartæ ariditatem suam constanter retinent. Ligna mucorem ducunt nullum; neque maculas ullas contrahunt stannea vasa; quod alibi sæpe faciunt, præsertim si in humidiora loca recondantur. Præterea, ut a domesticis privatisque discedamus, montium, qui circum sunt, vertices nebulæ numquam obsident. Quid de aquis dicam, quarum præstantia in experimentis chymicis non minus, quam quotidiano in victu se prodit? Quid de herbis, plantisque ad valetudinem tuendam utilissimis, quarum mira est frequentia? Sed nulla in re magis cæli temperies se ostendit, quam in animantibus, quibus sane tam est apta illa Corsenæ regio, vix ut ulla sit aptior; quamquam scœdiora insecta non fert; in quo major est laus; ceterum humano corpori longe amicissima: id, quod optimus habitantium color, vigor, alacritas testantur, &, si quid id ad rem facit, mirum etiam ingenii acumen, atque incredibilis morum suavitas; quamquam hæc quidem Lucensibus communia sunt omnibus. Quod autem prætermittendum minime est, regionis illius nullus proprius est morbus; multosque ibi invenias, qui vitam ad senectutem summam perduxerint. Atque hæc sane tanta sunt bona, ut vel si balnea haberet nulla, posset tamen pagus ille non ægotantes modo omnes allicere, sed etiam bene valentes.

Nonnulla indicantur ad medicinam spectantia.

INibi eram, ut librum editori traderem, cum subito sermo mihi affertur doctrinæ diligentiaque plenissimus; Galeatii scilicet. Is illum paulo ante in Academia recitaverat, magna eorum, qui aderant, approbatione. Eundem ego opusculis adjungam, ut sermonem sequatur alterum, de quo supra mentionem feci,

cujusque comitem se esse ait. In illo de calculis agebatur, qui hæere interdum creduntur in renibus; neque facilis tamen est conjectura, neque tuta; tanta est in signis fallacia; id quod Galeatius per multos casus ostenderat. Sermo hic alter nonnulla addit, quo medicos faciat in judicio ferendo cautiores. Non enim quæ e calculis in renibus aut ureteribus infidentibus accidere debere videntur, ea semper accidunt; & ea interdum accidunt, quæ nemo quisquam expectaverit. Casus duos profert Galeatius, qui id vel maxime doceant. Fuit, cui tumores quidam orti erant ad hypogastrium conspicui, cum calculus in altero ex ureteribus subitisset. Hæc fusius persequerer, si aut tempus haberem, aut non ea in ipso Galeatii sermone legi mallet.

Per idem fere tempus observationes quasdam medicas litteris mandabat Petrus Paullus Molinellius, quarum jam aliquot in promptu erant; quas opusculis inferemus, ne quid prætermittamus, quo noster hic liber ornari possit. Utinam reliquas absolvere ipse queat, antequam huic editioni finis imponitur. Sed ille medicus tam clarus est, ut æger sit nullus, quin eum sibi optet. Ipse, qua est humanitate, succurrere, quantum potest, vult omnibus, nihilque non pro aliorum valetudinem ponit. Respicit tamen, cum tempus suppetit, ad Academiam, disciplinamque, quam strenue exercet, scriptis auget. Id quod ex his observationibus, quas opusculis adjungam, unicuique manifestum erit; nam ea plerumque explicat, quæ nemo antea fere attigit. De ossis hyoidis luxatione, quamvis & gravissimus morbus sit, & nisi confestim succurratur, periculosissimus, neminem tamen ante Valsalvam scripsisse accepimus; post Valsalvam vix unus de ea memorat Scardona, qui illam in anginæ causis recenset. Ac ne Valsalva quidem de hac luxatione multa tradit, neque, quo modo reponendum sit os, explicat. Molinellius & luxationem hanc, quemadmodum fieri possit, docet & duo ejus facit genera, & quod caput est, qua arte illam ipse semel atque iterum restituerit, per summam diligentiam narrat. Atque hæc ex ejus observationibus una est. Alia in rupto patellæ tendine, aliæ in aliis versantur rebus. Una est, qua ærea vasa stanno vel nullo obducta, vel ferme nullo, quamvis nocua esse dicantur, experimentis factis quamplurimis omni culpa liberat. Sunt enim, qui velint carnes, si cum adipe, adjecto sale, in iis

excoctæ fuerint, non sine magno periculo comedi; quod si verum sit, quotidiano in metu esse oporteat propter coquorum negligentiam. Sed horum opinionem cum Molinellius antea nihili faceret, experimentis deinde sumtis quamplurimis plus etiam contempsit.

Non est de Hyacintho Fabio medico illustri prætermittendum; quem ab Hallerianis concertationibus, quas partim commentationibus ipse suis, partim aliorum scriptis colligendis, edendisque illustrandas susceperat, humanum nescio quod monstrum ad breve, ut opinor, tempus abduxit. Ejus monstri aperiendi, (quod ipse maxime voluisset, nam mortuum erat) facultatem non habuit; ab externa tamen facie multa conjiciens, illud memoria dignum judicavit; nam de nullo tali legisse se umquam meminerat, si modo illud excipias, de quo Mekreenius clarissimus in Anglis chirurgus memorat. Is enim in observationibus, quas edidit, tota Europa cognitissimis de monstro narrat nihilo mirabiliore, ac, nisi sexus diversitas esset, simillimo. Non dubitavit ergo Fabius id uni Academiæ proponere, quod Anglus universis proposuisset. Quapropter iconem fieri iussit e vero expressam, pulcherrimamque, quam sub oculis posuit, sermonem recitans ea de re valde doctum, quem sermonem cum modo scriptum acceperim, referam in opuscula cum imagine. In eo sermone primum quid id monstri sit, Fabius docet; deinde ad causas inquirendas accedit, si quid conjectura possit assequi. Quod ad ipsam monstri formam attinet, ne nihil videar dixisse, (nam qui cetera doceri volent, Fabrium ipsum legent) visa est labes in capite præsertim infedis; quippe cujus ossa flexibilia erant & mollia; cartilagine verius dixisses; & præterea a superiori parte eo usque introrsum adacta, ut cerebro locum nullum relinquerent. Quoniam ergo monstruosum hunc foetum, ex his, quæ narrabantur, aliquantisper, postquam editus fuerat, vixisse constabat, oportet ei cerebelli aliquid superfuisse, unde vitam traxisset. Et sane contrectans Fabius pertentansque omnia diligenter, nescio quæ cerebelli indicia comperisse se putat. Ceterum erant ossa, vel cartilagine illæ potius, communibus integumentis obtecta, ut ne capilli quidem desiderarentur, quamvis hi essent rariores. Cum caput sic esset, mirum non est tam multa vitia ad reliquum corpus manasse; quæ Fabius partim observatione, partim conjectura,

ut qui corpus aperire non potuit, est persecutus. His expositis ad causas perquirendas tandem accedit; duasque affert promptas adeo atque in medio positas, ut videatur ingenio locum relinquere noluisse. Narrat, hoc quidquid est monstri, e puella quadam rustica fuisse ortum, quæ cum se amanti morigeram præbuisset, ex illo gravida, deformitatem tantam miserabiliter pepererat. Hinc Fabrius causas duas conjicit perbreves, paratissimas, & veri, quod caput est, simillimas; quæ si valeant, non aliæ sint requirendæ. Etenim ut puella gravidam se esse sensit, cum quid flagitii admisisset, sibi esset conscia, neque ignara, quam sint homines ad peccandum proni, ad ignoscendum difficiles, credibile valde est, eam in ægritudines, perturbationesque animi gravissimas incidisse; quibus cum teneretur, credi etiam potest, vinxisse eam se modis omnibus, contractamque incessisse ad ventris tumorem occultandum. Hæc satis sunt Fabio ad illam foetus depravationem distortionemque explicandam. Quis enim neget, perturbationes animi, si vehementissimæ sint, in his, quæ uterum gerunt, valere plurimum ad foetus vitiandos? Quis etiam neget tenerrimos adhuc foetus, si se arctissime matres vinciant, distorqueri posse quovis modo? Non ergo alias causas quærendas sibi Fabrius existimavit, cum duæ, quæ primum occurrunt, & veri sint similes, & sint satis. Neque illos audire vult, si qui putant depravationis initia in ovo ipso existisse. Quis enim naturam, quasi vitium ipsa pepererit, accuset sine causa? Neque in phantasiâ rejici quidquam vult. Quæ enim species observari puellæ potuit illius deformitatis? In extremo tandem sermone mulieres gravidas etiam atque etiam monet, ne præter modum se vinciant, sintque ad perturbationes animi vitandas cautiores. Sed jam de his satis; non enim sermonem referre volui, sed summa tantum capita attingere.

P H Y S I C A .

De corporibus gravibus per aquam cadentibus.

CAdentia quæque corpora, si quod medium vincere inter cadendum debeant, accelerare primum, post deinde, certo quodam spatio confecto, ad motus æquabilitatem perducì, opinio est plerisque omnibus probatissima.

Hoc autem spatium quantum sit definire difficile valde est; variat enim pro mediorum varietate: in aqua brevissimum longe esse, nulla res alia ostendere melius potest, quam Molinellii experimenta, in quibus apparuit nullum. Quare si hæc attendantur, dicantur corpora, quæ per aquam suo feruntur pondere, motu ferri omnino æquabili. Qualia experimenta hæc fuerint, ex ipso Molinellii sermone cognoscetur, quem opusculis inseram. Hic præcipua exponam modo meo; & quoniam non ille omnia sine intermissione persecutus est, ac cum prima fecisset, longo deinde intervallo ad eadem rediit, & nova addidit, estque de his sæpius in Academia disputatum: placet rem totam narrare ex ordine, atque initium alte sumere ad hunc modum.

Petrus Paullus Molinellius cum medicinæ utriusque studium jam inde ab adolescentia complexus esset, ac plane se tantum fore, quantus deinde fuit, ostenderet, aliarum quoque laudum particeps esse voluit. Quare cum mathematicas disciplinas attigisset, essetque in scribendo nitidissimus elegantissimusque, nullaque in re, quam studio dignam existimasset, non longe inter suos æquales excelleret, ad experimentalem quoque physicam, cujus, quoad vixit, fuit valde diligens, interdum deflectebat. Is igitur, cum gravitatem corporum considerandam sibi proposuisset, & ea præsertim, quæ cadentibus in aqua accidunt, scire vellet, anno fere millesimo septingentesimo vicesimo quarto experimentum hoc iniit.

Tubum vitreum paravit, unciam unam parisiensem latum, altum pedes octo. Aqua replevit, ut globulum paullo gravio-rem e summo demitteret; hujus quippe velocitatem metiri studebat. Qua propter & tubi altitudinem in spatiola permulta
æqua-

æqualia diviserat, ac pendulum paraverat, quo tempora notari possent, quibus globulus spatiola quæque, vel certum eorum numerum inter cadendum conficeret. Molimen præterea tubi fundo adjunxerat, quo globulus aqua levior detineri posset, ac dimitti pro voluntate; libuit enim, quid huic etiam accideret, si dimitteretur, atque ascenderet, animadvertere. Nam quamvis dubium vix esset, quin quæ graviori globulo accidissent, cum descenderet, eadem, cum ascenderet, leviori etiam acciderent; in his tamen rebus, ut in aliis plerisque, successus magis attendendus esse videbatur, quam ratio. His ita compositis experimentum tandem Molinellius sumpsit modo in graviori globulo, modo in leviori, idemque fecit sapius, & summa, qua potuit, diligentia. Facienti præter expectationem accidit, ut nulla neque in ascendente globulo, neque in descendente acceleratio apparuerit. Neque ei solum nulla apparuit, sed aliis etiam, qui pro amicitia interfuerunt; inque his Matthæo Bazzano, Gusmano Galeatio, Ferdinando Gulielmino, & ei, qui particeps experimenti & focius fuerat, Joanni Baciiallio.

Res digna visa est, quæ ad Academiam referretur. Illam ergo eleganti sermone exposuit Molinellius in privato Academicorum conventu, rogavitque omnes, ut causas explicare vellent, quibus tanta illa & tam constans motus æquabilitas, sive in descendente globulo, sive in ascendente, assignanda esse videretur. Sermones fuerunt varii, euntibus aliis in sententias alias. Eustachius Manfredius, homo, dum viveret, mathematicarum rerum longe peritissimus, tubi, quo Molinellius usus fuerat, angustiam causabatur; scire adhuc se velle affirmabat, quo evasura res esset, si tubus latior adhiberetur.

Auctoritas hominis Molinellium commovit. Igitur de ampliore tubo cogitare cœpit, quem vitreum tamen esse volebat, ut quid intus fieret, posset perspici. Versabat secum animo, quemadmodum vitra permulta per ferream bracteam simul jungeret, atque ita conglutinaret, ut neque elabi aqua posset, neque suo pondere tubum ipsum diffringere. Molitio spem dabat. Sed cum hominem occupatissimum alia ex aliis quiescere numquam sinerent, rem ad aliquot annos distulit. Paullulum tandem otii nactus ad experimentum, quod cogitaverat, se retulit.

Tubum comparavit ex sententia; altum pedes octo, latum qua-

quaquaversus uncias non minus quatuor, & lineas novem. Experimenta, quæ olim fecerat, instauravit; neque res secus cessit. Nam quamvis eadem iteraret sapius, & globos mutaret, modo leviores adhibens, qui tubum totum percurrerent minutis secundis quatuor & viginti, modo graviore, qui cursum illum secundis non plus quatuor explerent, acceleratio, quæ quidem sensu posset percipi, fuit nulla. Globulum quoque adhibuit e plumbo ponderosorem, qui e summa aqua demissus minutis secundis duobus fundum petiit, cum dimidiam itineris partem sine ulla dubitatione minuto uno secundo confecisset. Experimentis affuerunt præter Joannem Baciallium, quem sibi perpetuum socium Molinellius adjunxerat, etiam Jacobus Bartholomæus Beccarius, & Josephus Verattus, experientes in primis phyfici, & periculorum, quæ experimentis subsunt, haud ignari. His accesserunt Zanotti ambo, Franciscus Maria, & Eustachius.

Cum his præsentibus experimenta sua Molinellius faceret, ac modo hujus, modo illius, uti fit, sciscitaretur sententiam, non dissimulavit Franciscus Zanottus, experimentum illud, quod in ponderosiori globulo sumebatur, totum tubum minutis secundis duobus conficiente, nondum sibi satisfacere omnino potuisse; aliam esse cadentium accelerationem in aqua, aliam in aere; vereri se, ne in illa tanta vel tubi, vel temporis brevitate non satis tuto & locus globi definiri potuerit, & punctum temporis loco illi respondens; optandum esse, ut tubus, si fieri posset, longior adhiberetur. Zanotti dictum excepit Molinellius perhumaniter; & quo globulis longiores cursus daret, coepit jam tum cogitare de planis inclinatis; verum cum hæc postea instrui satis apte non potuerint, alio se convertit.

Tubum sibi e bractea ferrea composuit altitudinis pedum quatuor supra viginti; ac molimen illud, quod supra dixi, fundo adjecit, quo posset globulum ibi detentum, cum vellet, dimittere; erat autem globulus aqua levior, ut, dimissus cum esset, per eam sursum ferretur sua sponte. Cum ergo tubum aqua implevisset, dimisit globulum, notavitque accurate tempus, quo is ad summum pervenit. Id cum in toto tubo fecisset; facere idem rursus voluit in duabus tertiis tubi partibus, deinde in una tantum. Refecta igitur semel atque iterum superiori parte, altitudinem primum ad pedes sexdecim contraxit, tum ad octo; ac tempus denique in utraque altitudine

observavit, quo globulus e fundo missus ad summam aquam eveheretur. Quid quærimus? Sic plane tempora altitudinibus responderunt, ut fuerit in hoc etiam experimento motus æquabilitas manifestissima.

Unde hæc tam prompta motus æquabilitas corporibus per aquam labentibus oriretur, dignum erat cognoscere. Molinellius tamen usum maluit quærere, quam causam. In id ergo unice intentus instrumentum excogitavit, ad aquarum altitudinem dimetiendam accommodatum, putavitque id navigantibus fore, & piscatoribus præsertim, opportunissimum. Quamquam ubi de instrumento alio audivit, quod propositum deinde a Baciallio fuit, suum posthabuit; nam licet forma atque usu vix differrent, erat tamen, quod a Baciallio proponebatur, commodius & firmitus. Neque illud, quod Hoochius in Anglia proposuisse ferebatur, pluris fecit. Instrumenti utriusque una fere erat ratio, ut levior globulus graviori corpori adnecteretur, sic quidem, ut ambo simul aquæ imposita fundum peterent; ex ipso autem fundi attactu disjungerentur, globulusque sua se levitate sursum ferret, & ad summam aquam emergeret. Si enim de spatio constet, quod & ambo simul juncta per aquam descendendo, & seorsim globulus ascendendo, dato quovis tempore conficiunt, nihil negotii erit ex ea motus æquabilitate, quam supra demonstravimus, aquæ illius, in qua experimentum factum fuerit, altitudinem invenire.

De instrumento illo suo Baciallius ipse in Academia deseruit, sed nihil scriptum reliquit, confidens tabulæ. Molinellius experimenta sua omnia in sermonem contulit nitidissimum elegantissimumque. Huic tabulas adjecit quatuor, quibus & tubi adhibiti, & omnis tuborum ratio, & experimenti cujusque exitus quasi sub uno adspectu ponerentur. Quintam quoque addidit, quæ & Baciallii, & Hoochii instrumenta demonstraret. Qui ad opuscula se contulerint, ii poterunt & sermonem legere, & tabulas ipsas inspectare.

Antequam huic capiti finem pono, duo prætermittere non debeo, quæ notatu digna sunt, neque a Molinellio ipso in suo sermone prætermissa. Primum illud est. Cum inter experimenta facienda foramen interdum, ut ferebat animus, ad tubi fundum aperiretur, quo aqua subito efflueret, animadvertit Molinellius, globulos, qui, interim dum aqua exibat, in tubo sursum, deorsumve ferebantur, æquabili adhuc motu

per-

pergere. Quod admirationem profecto habet aliquam. Quis enim putet, tam subito ac vehementi aquæ cursu non æquabilitatem illam turbari oportuisse?

Alterum hoc est. Profiliante, ut modo diximus, e tubo aqua, voluit Molinellius capillares tubulos in illa experiri. Hi tubuli, quod est a physicis traditum, si in aquam extremo altero immergantur, eam in se trahunt, evehuntque ad certam usque altitudinem. Quod cum in quiescente aqua compertum sit, quærendum restat, an idem quoque accidat in fluente. Experimento facto comperit Molinellius, capillares tubulos in eam aquam immersos, quæ e tubis exibat, traxisse illam ad minorem quidem altitudinem, quam si in quiescentem aquam immersi essent, sed traxisse tamen. Hac re comperta, ad artes respexit suas; visusque est sibi anatomicorum studia posse illustrare. Sunt enim anatomici jam multi, qui humorum secretiones attractione explicent, quod fecernentia scilicet vascula humores fecernendos in se trahant; idque capillarium tubulorum exemplo confirmant. Quo exemplo recte utantur, si eos modo tubulos proponant, quos non in quiescentem aquam, uti solent, sed in labentem immerferint; siquidem sanguis, unde vascula humores hauriunt, perpetuo labitur. Quod si exemplum e capillaribus tubulis, in decurrentem aquam immersis petierint, illud etiam commodius explicabunt; cur idem humoris genus vel in extremis partibus fecernatur, ubi sanguis fluit lenius, vel prope cor, ubi est concitator; quippe quia capillares etiam tubuli aquam trahunt, quocumque feratur impetu. Sic Molinellius, cum scientiam physicam ornaret, navigantibus etiam, si posset, homo juvandi cupidus, prodesse cupiebat, & anatomicis lumen asserre aliquod.

De vitrorum quorundam fracturis.

Quam sæpe accidit, ut quæ unius speciei creduntur esse propria, universo generi sint communia! Id studio plerumque cognoscitur; interdum etiam casu. Velut Gregorio Casalio accidit, qui quod physici in peculiaribus quibusdam ampullis vitreis jamdudum admirabantur, id ipse comperit in communibus etiam vitris, & vulgaribus. Hanc illi rem casus obtulit, studio ipse deinde illustravit. Quemadmodum

dum gesta res fuerit, illius sermo declarat, quem tertio commentariorum nostrorum tomo inseruimus; quo in sermone non rem tantum Casalius proposuit, sed etiam, quasi explicare vellet, rei causam quamdam attulit. Tomo illo emisso, Joannes Baptista Scarellius, Clericus Regularis, homo mathematicarum, physicarumque rerum scientia in primis clarus, cum physicam suam generalem ederet, venissetque ad vitrorum fracturas, Casalii inventum magnopere probavit, causam probare non potuit; rationemque attulit, quam Casalius ipse contemnendam non censuit. Is ergo sermonem alterum composuit, quo & suum inventum amplificare conatus est, & quod Scarellius objecerat diluere. Quem sermonem in hujus tomi opuscula referam, ne si hunc edere prætermittam, cum priorem ediderim, videar controversiam hanc totam in medio quasi cursu deseruisse. Nunc quæ præcipua sunt, complectar paucis, sermonesque ambos Casalii referam, ut quæ fuerint vel inventi, vel quæstionis initia, planius cognoscatur.

Locus Bononiæ est publice constitutus, quo in loco petenti cuivis, justo suscepto pignore, pecunia, quam petit, numeratur: Mons pietatis vulgo dicitur. Huic præsent gravissimi, lectissimique cives, qui virum probum atque honestum loco præficiunt, eique omnia, quæcumque ibi sunt pignori, tradunt custodienda. Erant in his forte adamantes quamplurimi, qui inclusi, ut mos erat, in chartulas seorsim adservabantur. Cœpit illa tuendorum adamantum ratio loci præfecto displicere; quod cum expromere adamantes identidem oporteret, inter chartulas aperiendas excutiebantur, dispersosque deinde per mensam quærere labor erat. Præfides ergo ea de re admonuit; quibus placuit, ut, abjectis chartulis, adamantes postea in vitrea vascula inderet. Id cum ille fecisset, paucis post diebus animadvertit, vascula pleraque rimas egisse; idque statim ad præfides detulit, & diffissa vascula commonstravit.

Erat tum in præfidum numero Gregorius Casalius, qui rem miratus, eam statim ad doctrinam convertit. Subiit animum cogitatio de ampullis quibusdam, quas primus inter physicos animadvertisse Balbus fertur & Bononienses nominasse. Putavitque, quod ille in ampullis suis, id se jam, si exitus modo constans esset, in communibus vitris comperisset. Præfecto igitur mandavit, ut vascula alia vitrea ad experimentum pararet, eosdemque adamantes in his reponeret, observaretque di-

diligenter, quid his fieret; ac si quid forte vasculorum positus ad id pertineret, iussit vascula alia sic poni, ut recta consisterent, alia ut procumberent in latus. Experimentum præfectus suscepit, perfecitque summa cum diligentia, invisente sæpius Casalio, aliisque, qui, quid accideret, suis ipsi oculis inspicere cupiebant.

Experimenti hic fuit exitus. Vasculum, in quo adamas repositus fuerat pondere granorum sexdecim, sustinuit se ad biduum; tertio die diffusum est. Diffiluit vasculum aliud, exactis horis non amplius quindecim. Atque hæc vascula recta consisterant. Alia duo, quamvis & recta consisterent, & in alterum adamantes quatuor, pondere granorum undecim, in alterum quinque, pondere granorum octo, injecti essent, sex tamen dierum spatio labem acceperunt nullam: diffiluerunt deinde, inclinata cum essent, illud quidem dierum ipsorum trium intervallo, alterum paulo post. Vasculum quoddam jacens, in quod reconditi adamantes quinque fuerant, diffiluit post mensem. Fuit aliud, quod labem traxit nullam, cum adamantes perexiguos contineret ad septuaginta, quamvis & expectatum diu fuerit, & mutatus sæpe positus.

Cum hæc Casalius perspecta satis haberet, suoque & aliorum testimonio comprobata, non dubitavit vascula illa sua cum bononiensibus ampullis comparare; remque existimans physicorum studio dignam, quæ vasculorum forma esset, notandum in primis censuit; idque maxime ad physicam pertinere. Ea erat huiusmodi. Figura cylindrica, fundo introrsum adactò in conii modum. Superior pars in collum angustabatur, quod erat brevissimum, statimque in os amplum sese aperiebat. Idem fere omnibus mensuræ modus; quippe vasculum erat nullum, quin latitudine unam circiter bononiensis pedis unciam æquaret, altitudine unam cum dimidia. Collum octavas tres partes explebat cum altitudine, tum latitudine. Os duplo erat latius. Crassitudo vitri sextam decimam unciam partem non excedebat, quamquam in fundo erat major. Durities porro vasculorum ea, ut ex altitudine trium quatuorve pedum decidentia ad lapides offenderent sine noxa.

Hæc adhuc casu potius, quam studio inventa. Voluit Casalius de industria moliri aliquid, & ultra fortunam progredi. Constituit ergo lapides alios experiri, si qui essent ad diffringenda vascula æque, ut adamantes, idonei; neque ei

lapidum copia deesse potuit, Montii amico. Is, ut erat illi magna familiaritate conjunctus, habebatque domum cunctis naturæ opibus refertissimam, lapides ei obtulit omne genus, crystallum montanam, jaspidem, chalcedonium, filicem, granatum, achatem, aliosque, quos recensere longum est. Hos ut accepit Casalius, continuo in vascula distribuit, eorum, quæ adhibita ante fuerant, simillima. Res erat in magna expectatione. Redibat Casalius sæpissime ad vascula; scrutabatur omnia diligenter, ut per se ipse cognosceret, quid quisque lapis valeret ad vascula diffringenda. Cum in hoc diu multumque perseverasset, inertes omnes invenit, præter achatem, & crystallum montanam, si trita quidem esset, & in pulverem comminuta; nam integra nihil præstitit.

In achate sic res habuit. Partes achatis quatuor, granorum pondere sex fere & triginta, in quatuor deinceps vascula, cum recta consisterent, immixta sunt. Dissiluerunt vascula, non pari quidem intervallo, sed dissiluerunt omnia; quod omnium celerrime, intra horas duas; quod tardissime, quinto post die. Vasculum aliud rectum, achatis frustulo injecto, quod grana paullo plus duo pondere æquabat, horis quinque diffissum est; ut nulla inter pondus & tempus appareat proportio. Atque hæc erectis vasculis acciderunt. In jacentibus visa sunt fracturæ celeriores. Fuerunt etiam, quæ quamdiu rectum tenuerunt positum, resistere, cum procubuissent deinde in latus, haud multo post dissiluerunt. Hæc fere sunt in achate comperta.

Crystallus montana non minus habuit admirationis. Cum frustula ejus aliquot, ponderosiora atque integra, immixta in vasculum, diu ibi fuissent habita, labem attulerunt nullam. Frustum deinde minori pondere, malleo contritum, horarum minus trium spatio vasculum diffidit. Erat vasculum erectum, quod diffringere gypsum crudum marmoreum non potuerat, cum detentum in eo fuisset ad hebdomadas. Vasculum aliud, quod bernensi lapidi resisterat, crystallo montanæ, malleo trita, erectum resistit, jacens non resistit. Postquam procubuit, horarum quindecim spatio diffissum est. Sed nihil mirabilius, quam quod vasculo accidit, nullo antea lapide attacto. Crystallus montana in hoc inditur, malleo comminuta, trium fere & triginta granorum pondere. Post aliquot dies nullum apparet fracturæ indicium. Mutatur vasculi positus semel atque iterum; rima adhuc nulla. Inter hæc mensis ipse elabitur, ac

tan-

tandem, spe omni deposita, quid quid crystalli inerat, e vasculo eximitur. Quadragesimo primo die, postquam exempta crystallus est, præter omnium expectationem diffringitur vasculum. Id si crystalli vis fecit, quis non miretur vim eam tam longo se tempore, remota præsertim crystallo, sustinuisse?

His cognitis dignum sane erat, ut quando de bononiensibus ampullis tam multa scripta sunt, in his etiam vasculis ingenia exercerentur. Hujus quoque laudis voluit Casalius esse particeps; quare cum ea, quæ accidissent, in Academicorum conventu narrasset; quæ secum ipse deinde cogitaverat, quæque meditando assecutus fuerat, etiam demonstravit; neque ampullas sejunxit a vasculis; sed ea differuit, quæ, si recte accipiantur, utrisque communiter possint convenire. Ac primum vim ipsam, qua adamas aliive lapides vitrum diffringunt, si qua posset, dimetiri conatus est. Cum ergo intelligeret eam tribus maxime rebus contineri, primum lapidum ipsorum gravitate, deinde angulorum, quibus pollent, acumine, ad extremum duritie; his tribus adjunxit vim, qua vitrum resistit; atque ut est formularum diligens, formulam sibi quamdam ex his omnibus composuit, tum aliam paravit ductam a tempore, & æquationem fecit, qua si qui ad dimetiendam in lapidibus singulis frangendi vim uterentur, speravit fore ut non multum a veritate aberrarent.

Et vero ut in rebus aliis omnibus, sic etiam in fracturis hisce tempus maxime spectare oportet, quod in iis faciendis infumitur. Id secum ipse Casalius reputans cogitationem suscepit physico dignam. Vult ille vitrum non tum discindi, ut vulgo creditur, cum rima primum se prodit; sed multo ante dirumpi cœpisse, quam rima cerni posset: convelli primum leniter fibras nonnullas, distrahique aliquantulum; tum ex his alias commoveri atque alias, donec scissura sub adspectum veniat; neque eam nobis videri, cum fit, sed cum fieri desinit. Fracturæ ergo negotium, ut ejus sententia est, non subito conficitur, neque puncto temporis, sed paulatim & lente, ut pleraque in corporibus universis fiunt. Quamquam huic, qua de agimus, vitrorum fracturæ certum tempus constitui non potest; est enim modo celerior, modo tardior pro eo ut plus minusve aut lapis urget, aut vitrum resistit; itaque mirari nemo debet, si interdum ad longissimum tempus trahitur.

Se ergo Cafalius adjunxit Laghio, qui cum olim de bononiensibus ampullis differeret, eas docuit ita dirumpi, si pel-
 lentia corpora per summum vitrum non nihil excurrant, in
 eoque notam relinquunt; si qua sunt corpora, quæ excurren-
 tia vestigium relinquunt in vitro nullum, ea esse diffringen-
 dis ampullis inepta. Quam sententiam argumentis multis pro-
 babilem Laghius fecerat; Cafalius his addidit & Laghii ipsius
 & Blanconi auctoritatem; potuisset & suam. Blanconus in
 eandem rem docte scripserat, & Laghii sententiam complexus
 fuerat.

Hæc volvens animo Cafalius in eam spem venit, ut si aer
 tamquam causa adhiberetur, possent hæ vitrorum fracturæ ex-
 plicari satis commode; modumque, quo id fieret, proposuit,
 non quod ita esse sentiret, sed ut intelligeret, quid sentirent
 alii. Sic autem rem totam explicabat. Nemo dubitat, quin
 vitri poris aer contineatur tenuissimus, & supra, quam dici po-
 test, rarus. Id vitro contingere oportet ex summo fornacis
 æstu, e qua eductum fuit ad frigesendum; durefciendo enim
 a frigore interiorem aerem & maxime rarum debuit intercipe-
 re. Si ergo illius fibræ distrahantur non nihil, aut debiliten-
 tur, eas facile perumpet externus aer, interiori aere quam
 minimum resistente. Idque vasculis & ampullis accidit ex la-
 pillis injectis, si hi per summum vitrum labentes vestigium,
 quantulum cumque id sit, in eo relinquunt. Tali enim frictio-
 ne fibras torquent debilitantque. Quo fit, ut externus aer iis
 suo pondere incumbens nitensque in subjectos poros per vim
 se immittat, deinde alios aliosque deinceps pervadat, rimas-
 que tandem aperiat, quæ oculis cerni possint. Hæc fere Cafa-
 lius; quæ etiam ad guttas anglicas & alia id genus vitra transfe-
 rebat. Neque tamen affirmare quidquam se ajebat, sed dubium
 hære; quamquam eadem postea, adversante Scarellio, sic de-
 fendit, quasi affirmasset. Controversiam hanc paucis exponamus.

Joannes Baptista Scarellius philosophus in paucis nume-
 randus, cum Cafalii sermonem, ut erat jam editus, perlegis-
 set, experimenta collaudavit, causam rejecit. Infederat illi
 opinio, has vitrorum fracturas non incurfu aeris, qui vitri
 poros invaderet, sed vapore igneo fieri, qui intus in vitro
 delitesceret. Omnino negabat aerem huc pertinere. Neque
 probabili carebat ratione; experimentis enim nitebatur cog-
 nitis, quæ physici duo nobiles sumserant, Belgradus &

Laghius, quibus ampullæ in excipulo vacuo æque diffusæ erant, ut in aere. Quid ergo, aiebat Scarellius, fracturæ causam aerem ponimus, qui ut absit, fractura sequitur nihilominus? Sic Scarellius.

Quid Casalius ad id reponat, videamus: quo loco sermonem ejus alterum explicare ingredior, quo & Scarellio, ut supra dixi, respondet, & inventum auget suum. Quæ Scarellio respondet, hujusmodi fere sunt. Primum videndum est, (quamquam id quidem Casalius monet quasi præteriens) videndum, inquam, est, quam tuto argumentum ab ampullis, ad vascula transferatur; nam experimenta, quæ Belgradius & Laghius sumserunt, quibusque Scarellius nititur, fuerunt in ampullis, hic autem de vasculis proprie quæstio est; ac licet hæc illis affinia sint, non sunt tamen similia per totum; & ampullæ aliter, aliter formantur vascula; & habent illæ fracturas plerumque celeriores. Sed hæc Casalius non admodum premit.

Illud magis urget, excipulum nullum tam vacuum esse, in quo non aliquid superet crassioris aeris. Quid dicam de tenuiore, qui late regnat per omnia? Potuerunt ergo diffringi ampullæ vel Belgradio, vel Laghio, propter aerem, qui in excipulo esset reliquus; nam quamvis tenuissimum hunc fuisse oporteat, potuit tamen, vel potius debuit, longe esse densior, quam qui in vitri poris delitescebat, quemque fornacis ignis ad raritatem summam perduxerat.

Huc accedit, in eoque insistit Casalius maxime, quod possunt frangendi causæ esse multæ; neque ipse, cum aerem proponeret, rejecit alias; quin imo elasticitati, quæ insignis in vitro est, tribuere se multum fatetur, & oscillationibus ex illa ortis. Quamvis ergo aer ad diffringendas ampullas multum conferat, si experimentum fiat in aere; possunt eæ tamen diffringi etiam in vacuo; aliis scilicet de causis; neque concludendum est, aerem, si adsit, nihil agere, ex eo quod nihil agat, dum abest. Lævia quæque corpora & plana, si alia aliis superponantur, adhærent sibi mutuo, etiamsi in vacuo versentur; neque tamen dubium est, quin, si versentur in aere, ad id quamplurimum aer conferat. Quis neget, corpora pressione aeris duriora fieri, quæ tamen durissima sint etiam sublato aere? Cur non idem ampullis quoque & vasculis accidat, ut causis aliis diffringantur, si aer absit; si adsit, etiam ab aere? Præsertim cum natura aeris id quasi postulet, prementis omnia, & in omnem partem nitentis.

Ita-

Itaque & Pollinierius & Rohaultius, graves physici, in-
 cursione aëris fieri putant, ut guttæ anglicæ confringantur; &
 Clarkius Rohaultio assentitur, quamquam incurfioni aeris vitri
 elasticitatem adjungit. Idem similiter Mariottus facit, qui
 quantum ad guttas anglicas disficiendas aer valeat, ex eo etiam
 demonstrat, quod disficiuntur in vacuo minori impetu. Ac
 fuisset fortasse vasculorum, de quibus agimus, fractura minor
 in vacuo, si experimentum in vacuo capere licuisset. Belgra-
 dius & Laghius frangi ampullas in vacuo videre potuerunt;
 qua vi, qua celeritate, quo impetu frangerentur, non potue-
 runt. Hæc fere sunt, quæ Scarellio Casalius reponit, ingenio
 quæfita, clarorum hominum auctoritate firmata. Quæ si qui
 intelligere planius velint, iis auctor sum, ut ipsum Casalii
 sermonem legant.

Quæstione hac missa, in qua liberum unicuique iudicium
 erit, ad illa transeo, quæ ad vitrorum fracturas illustrandas
 in eodem sermone proponuntur; quæ tamen prius quam exse-
 quor, dicendum est non nihil de formula. Formulam sibi Ca-
 salius, ut ante dixi, in primo sermone composuerat ad vim ex-
 primendam, qua inclusi lapides vel ampullas diffringunt, vel
 vascula. Eam formulam duxerat a duritie lapidum, a gravi-
 tate, ab angulorum acumine, a vitri resistentia, quibus addi-
 derat etiam tempus. Visus postea sibi est, hæc omnia non
 satis recte distribuiffe. Inflectit ergo formulam non nihil; idque
 in secundo sermone declarat. De hac subtilitate fusius non dis-
 feram, nam quamvis Casalius amare hanc formulam videatur,
 ea tamen nusquam utitur, neque in ea multum, ut fatetur
 ipse, confidit.

Ad experimentum venio, in quo minus subtilitatis appa-
 ret; sollertiæ autem plurimum. Id se narrat Casalius in bono-
 niensibus ampullis fecisse, cum sæpe illum a vasculis ad has
 traheret argumenti propinquitas. Repetenda alte res est, & a
 capite, ut tota experimenti ratio cognoscatur. Notissimum in
 vulgus est experimentum, in bononiensibus ampullis sæpe
 sumtum, quæ, si frustula intus receperint vel levissima, inter-
 posita, ut plerumque accidit, brevi mora, diffringuntur. Id
 facile creditum est ex eo fieri, quod huiusmodi ampullæ simul
 atque e fornace educuntur, in frigidissimum transferuntur lo-
 cum, subitoque frigore adstringuntur; hinc eam illis oriri
 proprietatem. Placuit ergo nonnullis quærere, utrum hanc
 illæ

illæ proprietatem deponerent, si calefierent rursus usque dum candescerent, deinde sensim frigus acciperent, & per gradus. Experimento compertum est, ampullas ad hunc modum comparatas, cujusvis jam frustuli ictum ferre, neque amplius dissilire.

Id sane consideratione dignum videbatur, multisque modis tentandum. Ut ergo experimentum variaret, & illustrius redderet, voluit Casalius, calefieri ampullas vehementer quidem, sed minus tamen, quam ut candescerent; duarumque præsertim periculum fecit. Harum unam calefieri valde iussit, validius alteram; post deinde refrigerescere utramque sivit paullatim & lente. Cum essent jam plane frigidæ, filicis frustula indidit. Restiterunt ampullæ ad horas multas, ac jam pro salvis habebantur. Biduo post inspectæ rimas ostenderunt, quas Casalius ut vidit, vasculorum illico in mentem venit; adeo rimæ visæ sunt similes in ea præsertim ampulla, quæ caloribus minus acceperat. Fuit etiam rimarum similitudo manifestior in alia quadam ampulla, quam experiri similiter voluit, quæque filiceo injecto frustulo duobus circiter post minutis disrupta est. Non prætermisit Casalius animadvertere, ampullæ hujus latera fuisse crassiora, ampullamque ipsam circa fundum ad cylindri formam non nihil accedere, ut cum rimæ, quas duxerat, vasculorum rimas æmularentur, ampulla ipsa quoque vasculum quodammodo imitaretur. Sic a vasculis ad ampullas digrediebatur, tum redibat ad vascula, nihilque eorum prætermittebat, quibus aut explicari argumentum posset, aut ornari.

De luce.

HÆc mihi adhuc scribenti in manus veniunt Francisci Maria Zanotti litteræ ad Torquatum Varenum datæ, quibus multa colligit, quæ non uno in Academicorum conventu varie disputaverat. Primum agit de luce; ac rebus non novis novi aliquid conatur addere; deinde Newtoni lemma, in quo Varenus offenderat, accuratissime explicare nititur, ut omnem adolescentulo dubitationem adimat. Litteras ipsas, si voluminis magnitudo feret, adjungam opusculis. Nunc ea breviter attingam, quæ de luce sunt; quæ autem ad lemma spectant, in eum locum rejiciam, ubi mathematicorum cogitata exponentur.

Unumquemque lucis radium radiolis componi innumerabilibus diversorum colorum, Nevtoniani docent, vel philosophi potius omnes; quis jam enim, ubi præsertim de luce agatur, non se Nevtonianum esse prædicat? Neque minus docent, colorem radiolo cuique suum sic inhære, ut nullo prorsus modo possit discuti; idque etiam experimento confirmant. Solis radium prismate inflectunt, coloratamque, quæ inde fit, imaginem tabella excipientes, certi coloris radiolum per foramen, quod in tabella insculptum habent, progredi longius sinunt. Progredientem modis omnibus torquent: opaca objiciunt corpora cujusvis generis; diaphana interponunt. His flectunt refringuntque radium sæpius, & in omnes partes versant. Ille sui semper coloris est. Id cum viderint, radioli colorem nulla omnino ratione mutari posse putant.

Cum jam omnes in experimento hoc acquiescerent, Franciscus Maria Zanottus requirere adhuc aliquid ausus est. Quod enim illi in opacis, diaphanisque corporibus tentaverunt, cur non idem tentetur etiam in tertio genere, idest in lucidis? Cur non quærat, quid colorato solis radio accidat, si in candelæ flammam, atque adeo in eam flammæ partem, quæ ellychnio imminet, & est longe nitidissima, incurrat? Et vero si qua coloris mutatio accidere radio potest, ea tunc vel maxime exspectanda esse videtur, si radius in flammam aliquam incidat, eamque transmittat. Est utique flamma, ut quæ lucem parit, gignendis coloribus aptissima: videtur ergo etiam mutandis. Voluit igitur Zanottus Nevtoni opinionem majori, quam fieri solet, periculo illustrare, & quid radio accidat, si in flammam incurrat, cognoscere.

Res sic acta. Coloratam imaginem e solis radio ope prismatis ductam tabella excepit, ac foramen, quod in tabella insculpserat, modo unius coloris radio, modo alterius, objicit; ut radius inde exiens ultra tabellam ferretur, & in adversam chartam se immitteret. Hunc in charta spectabat Zanottus intentissime, notabatque qui esset color, quæ forma, qui nitor. Interim focii, quos participes experimenti esse voluerat, candelæ flammulam, inter prisma positam & tabellam, modo, ut ipse jusserat, ad foramen admovebant, modo removebant. Volebat enim ipse cognoscere, an radii species per foramen in chartam immissa ex illa flammulæ interpositione quidquam mutaret. Quamvis experimentum sæpius fecerit,

rit; & in omni radiorum genere; nihil mutari visum est: non color, non situs, non forma, non vis luminis; ut radii speciem Zanottus intuens, utrum focii flammulam interposuissent nec ne, judicare omnino non posset. Non est tamen negandum, turbationem speciei aliquam, admota flammula, interdum apparuisse; quam quidem non flamma ipsa fieri creditum est, sed nigricantibus potius particulis, quæ ex ellychnio erumpentes, neque dum in flammam conversæ, feruntur sursum, & fumo admiscentur; itaque si flammula modico intervallo subjiceretur, ut radium non attingeret, sed fumum tantum in eam immitteret, eadem speciei turbatio sequebatur.

Sed ad coloris constantiam redeamus. Hanc Zanottus cum communis flammæ periculo comprobasset, voluit in discrimen majus adducere; idque fieri posse existimavit, si certi coloris radius, non, ut ante, per communem flammam, sed per coloratam, transire cogeret, essentque colores longe diversi; videbatur enim, si qua ratione radii color mutari posset, id esse utique ex illo alterius coloris occurso in flamma expectandum. Fecit ergo, ut flammam viridem pararet, ac radium e sole per prisma ductum, præclare rubentem in ipsam immitteret. Experimento, ut antea, facto colorem radius præ se tulit semper suum, ut ex illa flammæ viriditate nihil videretur contraxisse. Quamquam dissimulandum non est, accidisse aliquando, ut radii species subviride nescio quid ostenderit. Quod fieri profecto ex eo debuit, quod virides flammæ radii rubenti solis radio se admiscerent; ac licet pauciores multo essent, tenuioresque, interdum tamen colorem suum promerent. Viriditas ergo flammæ non colorem mutavit solaris radii, sed illi se adjunxit. Videntur igitur lucis radii, etiamsi per coloratam flammam transierint, colorem tamen suum conservasse; atque haud scimus, an majori in periculo umquam fuerint. Nullum certe illustrius legimus.

His sibi Zanottus satisfecerat de colorum, qui in luce insunt, constantia. Atqui illi in mentem venit, aliud nescio quid quærere de luce; an lux scilicet e flamma prodiens, e superficie tantum, an vero ex interioribus etiam partibus, proficiscatur; ac ne hic quidem flammam cum diceret, aliud intelligebat, nisi illam, quæ ellychnio imminet, flammæ partem, quæque est longe omnium nitidissima. Ac licet inclinato jam animo in eam sententiam iret, ut omnino crederet, lu-

cem ex intima flamma prodire, cupiebat in eo tamen experimentis potius, quam vulgari opinione duci, præsertim cum quæstio haud parvi momenti sit ad vim luminis æstimandam; etenim si ab exterioribus tantum flammæ partibus lux provenit, videtur ea sane superficie flammæ æstimanda esse; sin etiam ab interioribus, tota massa.

Existimavit autem quæstionem posse confici, si per experimenta probari possent hæc duo: primum magnitudinem lucis eandem manere, si flammæ massa eadem maneat, etiamsi superficies minuatur; deinde magnitudinem lucis augeri, si flammæ massa augeatur, etiamsi minime augeatur superficies. Hæc enim si ita accidant, quis non videt, magnitudinem lucis non flammæ superficiem, sed massæ respondere, esseque idcirco a massa potius, quam a superficie repetendam? Quo efficitur, non ab exterioribus tantum flammæ partibus proficisci illam, sed etiam ab interioribus. Non ignorabat Zanottus, quam difficile factu esset aut superficiem in flamma, aut massam certam constituere, nec sibi admodum, homo experimentorum rudis, & ab re omni imparatus, confidebat; speravit tamen, si quid rude ipse protulisset, alios fore, qui idem perficerent; neque suam exercere, sed aliorum excitare industriam voluit. Experimenta iniit ad hunc modum.

Primum flammulas duas super mensam locari iussit, plane similes, &, quoad ejus fieri potuit, inter se æquales, ac brevissimo intervallo disjunctas. Ipse interim in chartam intuebatur, ea distantia, vix ut litterulas, in illa inscriptas, sub eo lumine posset legere. Cum vim luminis ad hunc modum animadvertisset, iussit flammulas jungi subito, ut in unam coirent. Legendi facilitas fuit eadem. Neque minus eadem mansit, cum experimentum repetens pro binis flammulis ternas adhibuisset. Ea re intellexit, magnitudinem luminis eandem manere, si flammæ massa eadem maneat, etiamsi superficies minuatur. Quis enim non facile putet, in illa flammularum junctione superficierum summam imminutam esse, massarum summam mansisse? Et vero eadem mansit magnitudo luminis, cum eadem manserit legendi facilitas.

Hoc facto perrexit Zanottus ad experimentum alterum. Flammulam posuit, quæ per foramen in tabella factum lumen in adversam chartam diffunderet. Ipse chartam intuens in certum spatium defixit oculos, ea distantia se habens, ut inscri-

scriptas litteras legere in eo lumine vix posset. Cum has legeret, iussit subito flammulam ex alterius flammulæ adjunctione majorem fieri. Fuit illico & lumen majus, & litterularum lectio multo commodior. Qua re cognitum est, augeri lumen posse, si flammæ massa augeatur, etiamsi superficies maneat eadem; quanta libet enim in experimento hoc flammæ magnitudo fuerit, radiare tamen in chartam non nisi tanta superficiei pars potuit, quanta foramini responderet. Experimentum quidem sic cessit.

Atque hæc quamvis non bellissime, sed pingui potius, ut ajunt, Minerva fuissent facta, significationem tamen habere aliquam visa sunt; commodissimæque opinioni pondus addere, ut crederetur lux non superficie flammæ æstimanda esse, sed massa tota ac soliditate. Cum hanc opinionem Zanottus jam animo complexus esset, inutilem omnino esse noluit, eaque deinde usus est ad rem explicandam, quam nemo adhuc, quantum scimus, explicandam susceperat. Id ita habet. In solis defectu sæpe accidit, ut cum luna se soli objicit, & alias atque alias solaris diametri partes deinceps occupat, initio quidem non eam rebus obscuritatem afferat, quæ objectæ solis parti respondeat, sed sit multo minor; post vero progressa longius, ubi ad solis centrum propius accellerit, brevissimo tempore obscuritatem pariat vel maximam. Qui id mirantur mirari fortasse desinent, si intelligant, solem ingentem quamdam flammam esse in sphæræ modum conformatam, velintque lucem ejus non superficie, sed massa tota æstimare. His enim positis facile apparebit, progredientem in solis facie lunam primum quidem superficiei multum obtegere, non multum massæ; quo fit, ut obscuritatem parvam afferat, quam minus attentis vix sentiant; post vero progressam longius, & ad solis centrum accedentem, tantumdem fere massæ obtegere, quantum superficiei, unde maxima vel brevissimo tempore sequitur obscuratio. Sic rem Zanottus explicabat, suaque experimenta, qualiacumque essent, ad physicorum commoda transferre studebat.

De visione.

UT multa physici in luce compererint, quæ aut vera sunt; aut habentur; in ipsa tamen visione explicanda adhuc hærent. Alembertus, mathematicus tota Europa longe clarissimus, putat eos, ubi ad hunc locum venerint, in tanta adhuc obscuritate versari, ut affirmare non dubitet, neque veteres ex omni ætate profecisse quidquam, neque recentiores. Quod ille de visione cum dixerit, miror, cur non etiam de rebus aliis prope omnibus. Tamen Joannes Baptista Scarella, magis ingenii vir, magnæque doctrinæ, physicos bono animo esse vult; qui si quid modo in principiis, quæ adhuc secuti sunt, mutari sinant, sperat ipse eam se explicandæ visionis rationem inire posse, quæ vel Alemberto probetur. Ea de re Academiam monuit latino atque eleganti sermone, nec ita brevi, quem Brixia, ibi enim commorabatur, perhumaniter ad nos misit. Sermonem ipsum referam in opuscula, ut inde, quæ si doctissimi hominis sententia, appareat. Hic quas in partes distributus ille sit, quive ejus ordo, breviter primum & quasi cursim docebo; tum ad rem ipsam veniam, præmissis modo meo paucis, quo universæ disputationis argumentum clarius intelligatur.

Visionis tres fere sunt modi; quapropter in tria quasi genera dispertiri solet. Alia est visio, quam directam vocant, alia, quam reflexam; his tertiam addunt, quæ dicitur refracta. Censetur autem unaquæque harum ad explicandum difficillima. Alembertus in hunc locum ingressus singulas ex ordine est persecutus; omnes physicorum, mathematicorumque, qui ante ipsum floruerunt, sententias in omnes partes versavit; ac cum difficultates, quibus illæ undique circumseptæ sunt, dissolvere maxime vellet, fatetur se exitum non reperisse. Majori spe Scarella fuit, qui eundem secutus ordinem unumquodque visionis genus satis commode explicare se posse confidit. Sermone igitur, quem super ea re fecit, quemque, ut supra monui, ad nos misit, in capita distribuit quatuor; in primo visionem directam suo modo exponit; in altero reflexam; in tertio refractam; in quarto ad reflexam refractamque se refert, ac de ambabus agit communiter. Ubique in id maxime nititur, ut quæ Alembertus aliis objicit, ea ostendat objici sibi

non

non posse; nec ulli magis placere velle videtur, quam Alem-
berto. Quamvis autem diligentia ubique & studium eluceat,
copiosior est tamen atque accuratior primi capituli, quam alio-
rum, disputatio, ex eo fortasse, quod in illo summa omnis
continetur; qui enim intellexerit, quemadmodum visionem
directam ipse explicet, ei facilis ad reliqua erit transitus. Qua-
re ego quoque, ubi ad Scarellæ sententiam declarandam vene-
ro, quæ mihi præcipua videbuntur, e primo capite excerptam;
cetera præmittam. Sed ante omnia placet de visione gene-
ratim pauca dicere, atque altius exordiri ad hunc modum.

Quæ apertis oculis percipimus, ea videre dicimur. Hoc
autem ipsum videre sic fere explicant. Venientes ab rebus lu-
cis radii pupillam subeunt, ingressique in oculum, ubi humo-
res varios permeaverint, ad retinam tandem perveniunt, eam-
que pellunt. Ex illo pulsu perceptio oritur in animo, quæ
visio dicitur. Eaque in sensibus numeratur; est enim sensus
nihil aliud, nisi perceptio animi e corporis pulsu orta.

Qui autem fiat, ut e corporis pulsu oriatur perceptio in
animo, an eam ipse per se pulsus faciat, an occasionem tan-
tum præbeat, quæstio est longe obscurissima. Quamquam qui
volunt perceptionem animi ipso corporis pulsu effici, plane
ignorare se profitentur, cujusmodi is pulsus sit, neque scire
se ajunt, quid inter pulsus varios intersit, ut perceptiones
efficiant alii alias in animo. Quod cum ita sit, nulla est per-
ceptio, quam, si velint, non e quolibet corporis pulsu possint
ducere, perinde ac si pulsum corporis non perceptionis causam
esse ponerent, sed occasionem tantum. Sic ergo de sensibus
disputemus, quasi pulsus corporis perceptionem animi non ipse
quidem efficiat, sed efficienti causæ, quæcumque demum ea sit,
occasionem præbeat. Idque etiam in visione teneamus.

Haud scio, an alius, quam hic, locus sit aptior ad ex-
plicandum, quo spectet, & in quo tandem vertatur vulgatif-
sima illa quæstio de ideis ingenitis, in qua tam multi se tor-
quent. De qua si quid ipse sentiam, paucis dixerò, atque a
proposito digrediar paululum, non tam mea, quam loci ip-
sius culpa erit, qui me abduxit. Faciet brevitatis, ut digressioni
ignoscatur. Quæstio igitur de ideis ingenitis huc spectat; in
hoc vertitur. Quæritur nempe utrum causa illa, quæ ideas,
seu perceptiones in animo efficit, quæcumque demum ea sit,
(quæ enim, aut qualis sit, nescire se omnes profitentur) eam
sibi

sibi legem impositam habeat, ut nullam unquam in animo notionem efficiat, nisi præcesserit pulsus quipiam in corpore. Sunt qui putent, scire se, eam illi legem esse utique impositam. Alii negant sciri id posse, notionesque aliquas ante omnem corporis pulsus impressas fuisse in animo suspicantur, easque ingenitas vocant. Quæstio, si rem quærimus, difficillima; si utilitatem spectemus, meo quidem iudicio, levissima; quam qui serio tractare se ajunt, valde vereor, ne id ipsum non serio dicant. Quod ne videar sine causa affirmasse, placet hic paucula quædam animadvertere.

Non est dubium, quin doctrinæ disciplinæque omnes ex hoc uno pendeant, ut quod in idea quavis necessario apparet, id ea de re affirmari tuto possit, cujus illa est idea; idque æque valet, undecumque idea venerit. Quid ergo scire interest, an illa ex occasione corporei cujusdam pulsus effecta fuerit, an aliter? Nisi forte putamus, aut geometras in figuris constituere nihil posse, aut arithmeticos in numeris, nisi prius diligenter quæsierint, unde illis aut figurarum notiones venerint, aut numerorum, easque intellexerint, sibi advenisse per sensus. Quod autem momenti plus habet, in metaphysicis etiam rebus ratio valet eadem. Si enim, ut exemplo utar maxime illustri, in perfectissimæ rei idea existentia necessario apparuerit, undecumque idea illa orta sit, affirmandum erit utique rem ipsam debere existere. Ac si qui putent, ideam perfectissimæ rei non nisi ab ea re effici posse, quæ ipsa sit perfectissima; indeque colligant, perfectissimam rem illam esse debere; ad argumenti hujus vim cognoscendam quid, quæso, interest, scire utrum perfectissima res illa, quæ sui notionem in animo effecit, eam statim effecerit, an externi alicujus pulsus occasionem expectaverit? Si enim effecit, quomodoque effecerit, sit oportet. Quæ dico, ut si qui ideas ingenitas metaphysicarum rerum causa negandas putant, in idque intendunt, ut argumenta infirmentur, quibus maxime probatur, Deum esse, in hoc etiam se intelligant nihil agere, omninoque appareat, quam nullius momenti sit ista de ideis ingenitis quæstio, potuisseque Lockium minus de ea laborare. Sed jam video, me longius abiisse. Redeo ad visionem.

Quoniam quæ apertis oculis percipimus, ea vulgo videre dicimur, non una res tantum, sed multæ sub visum dicuntur cadere: color, magnitudo, figura, situs, distantia, quies, motus;

tus; hæc enim omnia apertis oculis percipimus; consistunt autem pene omnia, si colorem quidem excipias, in intervallis quibusdam sive distantis, aut cognoscendis, aut inter se comparandis; namque extremarum contrariarumque partium distantia magnitudinem facit; figura vero ex eo oritur, quod extremarum quarumlibet partium distantia, inter se comparata, hoc vel illo modo se habeant. Jam vero si res, quæ videtur, ad alias, quæ ab illa distant, aut extra illam sunt, quæque item videntur, referatur, relatione illa percepta, situs percipitur. In his ergo, quæ videre dicimur, præter colorem, spatium quoque numerare oportet, sine quo percipi intervallum nullum potest, & relationes præterea multas, quas, intervalla inter se comparando, assequimur, quæque in rebus ipsis non minus inesse videntur, quam color. Adeo sunt varia, quæ sub visum dicuntur cadere. Quid, quod etiam tempus videre nos dicunt, etsi id minus advertunt; & recordationem ipsam ad visionis sensum revocant? Nam quietem & motum nos utique videre affirmant, quæ tamen percipere sine recordatione quadam & temporis notione non possumus; neque enim corpora intuentes moveri illa intelligimus, nisi ea recordemur, non ibi, ubi sunt, fuisse antea, sed alibi; similiterque quietis perceptio certam habet temporis recordationem. Si ergo illa vere videmus, quæ videre dicimur, oportet sane visionem non in una & simplici perceptione consistere, sed multis componi, ut quæ præter coloris perceptionem alias etiam continet, spatii, temporis, relationumque plurimarum; hisque interdum accedat necesse est memoria quadam.

Quin ipsa quoque coloris perceptio, nisi spatii accesserit notio, nulla fit. Quis enim intelligere colorem potest non late per extensam rem quampiam diffusum, cui inhæreat, quæque idcirco colorata dicatur? Extensa autem res intelligi sine spatio non potest. In quo illud mirari subit, quod cum colorem alicui rei inhæretere fateantur omnes, neque se illum nisi inhærentem intelligere posse affirmant; cui tamen rei inhærentem intelligant, si roges, nesciunt. Nam corporibus quidem inhæretere illum posse negant, quorum natura, si quid physicis credimus, præter figuram & motum qualitates alias omnes respuit. Ac ne radiis quidem lucis inhæretere illum volunt, qui si interdum colorati dicuntur, non idcirco tales dicuntur, quod colorem habeant, sed quia coloris perceptionem

excitant. At neque animo inhærere color potest; quis enim animum coloratum dixerit? Cui ergo rei inhæret?

Et quoniam ea nunc confectamur, non quæ explicemus, sed quæ miremur; ne illud quidem præmittam, quod est ceteroqui notissimum, de colore. Radii lucis, ut physici docent, non unius omnes sunt modi; alii enim refractionem patiuntur majorem, minorem alii, in eoque multos habent gradus & varios; est autem unicuique gradui certus adjunctus color, qui in eodem radio idem semper manet. Id nempe eo valet, ut si idem radius, ingressus in oculum, ad retinam appellat, eadem semper sequi debeat coloris perceptio in animo. Quod quidem intelligi facile potest, si in retina ipsa sit animus, & venientes ad illam radii animum statim ipsum afficiant. Quid vero si radii non in retina ipsa animum statim afficiant; sed, quæ communis jam opinio est, tenuissima quædam corpuscula tantum excitent, quæ deinde per nervos labentia ad cerebrum, ibi animum pellant, & coloris perceptionem pariant? Nam si res ita habet, uti creditur, quis non videt, quam facile mutari color possit, etiamsi radius non mutetur? Ut enim idem sit radius, ejusdemque semper modi, quis tamen putet ejusdem semper esse modi corpuscula etiam illa, quæ ab radio commota feruntur ad cerebrum, ibique animum pellunt? Quæ profecto ut varie se habent, varios quoque ab eodem radio accipere motus debent, directionesque, & celeritates varias, ideoque varias etiam coloris perceptiones gignere in animo. Videtur ergo vel animus in retina ipsa insidere, contra quam recentiores isti volunt, ibique venientes radios statim excipere, vel illa coloris in eodem radio constantia explicari vix posse. Quamquam non ego quidem is sum, qui explicari velim omnia; illudque semper philosophandi genus probavi maxime, quo & illa proponuntur, quæ explicare ipsi possumus, & illa etiam, quæ si explicare non possumus, hoc ipso magis miramur; nam in his quoque naturæ industria elucet, atque haud scio, an multo etiam magis; sed plerique non naturæ ingenium ostendere, sed suum volunt; quibuscum pugnare nolumus, modo & ipsi veniam nobis dent aliquam.

Hactenus ea consideravi, quæ sub visum dicuntur cadere. Nunc ad ipsam videndi rationem transeo, ac de imagine, quæ, oculo objectum aliquod intuente, in retina depingitur, pauca dif-

differam; in quam imaginem sua maxime studia intendunt optici. Scire ergo convenit, radios a singulis objecti punctis profectos, ubi oculus subierint, humoresque permeaverint, in totidem retinæ punctis colligi. Hinc omnis perceptio oritur & visio. Accidit autem, ut appellentes eo modo ad retinam radii, exiguam quamdam objecti imaginem in ea forment, quæ retinam inspicientibus manifestam se præbet non secus, quam in camera optica videmus contingere. Sunt multi, qui imagine hac comperta id compertum jam putent, quo fit visio, nihilque aliud requirendum existiment; quasi aut animus rem intuens imaginem illam spectet, & videat, aut, si videt, non de illa similiter, ut de objectis aliis omnibus, quæri possit, quo modo eam videat. Nam si dixerint, imaginem, quod in retina ipsa resideat, propiorem esse animo, quam objecta alia; quid quæso propius est animo, quam retina ipsa, quam tamen animus non videt? Quid quod imaginem istam, cui tantum tribuunt, color facit, qui color, si physicos audimus, in rebus ipsis nullus est? Neque tamen negaverim, neque omnino negandum est, magnam esse visionis cum hac imagine consensionem; nam ambæ utique, si non in omnibus, in multis quidem certe, sibi mutuo respondent; quod minime mirum videri debet, siquidem eodem radiorum appulsu ambæ fiunt. Eaque re factum est, ut quicumque visionem explicandam suscipiunt, numquam non se ad illam, quæ in retina depingitur, speciem referant; ad quam respicientes multa scite explicant, vel explicare creduntur. Quamquam Alembertus negat. Scarella tamen inflectens, mutansque nonnulla, illos tueretur; qui quid sentiat, ut ex ipso ejus sermone intelligere potui, summatim jam exponam, ut simul appareat, & quid de communi opticorum doctrina mutet, & quemadmodum Alemberti argumentis elabatur. Hinc exordiar.

Spectans oculus objectum aliquod non nisi unum ejus punctum, (quod vel minus attenti facile animadvertent) clare distincteque cernit; cetera, quæ circum sunt, obscure videt confuseque. Non est autem dubium, quin punctum, quod clare distincteque cernit, illud sit, in quod axis oculi defigitur; quod punctum ex appulsu maxime illius radii cernitur, qui per axem ipsum in oculum labitur, & ad retinam usque sine ulla refractione pervadit. Puncta alia per radios videntur oblique in oculum incurrentes, neque ad retinam pervenientes,

nisi post multas refractiones & varias; idque ipsum fortasse in causa est, cur obscure admodum percipiuntur. Sunt, qui dicant hæc puncta ne videri quidem, illudque solum videri, in quod dirigitur axis oculi. Non hoc totum sibi sumit Scarella; satis habet, si sibi concedatur, animum illud unum punctum spectare, in quod defigitur axis oculi, inque id se maxime intendere; puncta alia propter visionis obscuritatem vix animadvertere. Quare si quid clare intueri vult, in id statim oculi axem convertit, neque in judiciis ferendis alia visione utitur.

At magnitudinem, inquiet aliquis, & figuram, & alia hujusmodi, quæ ad objectum spectant, quo modo percipiet animus, si numquam nisi unum punctum animadvertit? Nempe hoc modo. Vertens animus oculum, quocumque vult, per musculos, quos ad id habet cum natura tum longa exercitatione aptissimos, axem ejus per omnes objecti partes circumducit. Ex eo scilicet motu & magnitudinem objecti percipit, & figuram, & omnia, quæ in objecto sunt, intervalla. Neque id cum dicit Scarella, omnino a communi opticorum opinione discedit, qui volunt magnitudinem objecti ex imaginis illius, quæ in retina depingitur, magnitudine æstimari. Mutat tantum aliquid, ac rem sic explicat.

Percurrens objectum axis oculi clarissimas distinctissimasque singulorum punctorum imagines mira celeritate colligit, quæ ad tempus aliquod, brevissimum illud quidem, sed tamen aliquod, in retina permanent, & totius objecti imaginem quamdam componunt. Si hæc ergo imago spectetur, quæ multo nitidissima est; non illa obscurior, quæ vulgo attendi solet; utrumque tueri se posse putat Scarella: magnitudinem, quæ in objecto percipitur, ex illo, quem supra dixi, axis motu percipi; simulque imaginis magnitudini respondere. Sic imaginem mutans ad vulgares opticos se accommodat. Neque vero argumentum præterit, quod contra omnes afferri solet, ex eo ductum, quod, si objectum recedat ab oculo, modo ne recedat longissime, ejusdem semper apparet magnitudinis, quamvis videatur imago ex illo objecti recessu minor utique debere fieri. Quemadmodum Scarella argumentum hoc diluat, facile intelligetur, si causas prius exposuero, quæ, ut ipse vult, imaginem augere valent in oculo, aut minuere.

Primum, si dilatetur pupilla, non dubitat Scarella hoc ipso

ipso fieri, ut imaginis magnitudo augeatur; nam quamvis, cum idem Gassendus dixisset, reprehensus deinde a Pardio fuerit, confidit tamen Scarella sibi cum Pardio posse convenire. Quippe Gassendus non hanc clarissimam imaginem spectabat, quæ radiis efficitur per axem labentibus, & ad retinam usque sine ulla refractione pervenientibus, quamque spectat Scarella, sed aliam; nempe obscuriorem illam, quam radii efficiunt oblique incurrentes in oculum, nec nisi post refractiones multas & varias ad retinam appellentes, quæ utique imago intelligi vix potest, cur ex dilatatione pupillæ augeatur; cum illam contra sine ulla dubitatione augeri oporteat. Neque minus putat Scarella, imaginis magnitudinem augeri oportere, si distantia augeatur, quæ inter pupillam & retinam intercedit, puta, si oculus tumescat, atque extrorsum se porrigat; quod sæpe fit, cum remotiora objecta intuemur. Ac cum his causis, si seorsim agant, augeri, uti diximus, imago debeat, multo magis augeri debet, si jungantur. Minuetur autem causis contrariis. Hæc de causis, quæ in ipso insunt oculo, atque imaginem, ut fert occasio, augere valent, aut minuire, Scarellæ quidem iudicio.

Quas tamen causas non satis explicasse videar, nisi etiam explicem, quid illas moveat. Atqui minime dubium est, quin illas moveat animus, in cuius potestate sunt muscoli, fibræque ad id aptæ. Ipse ergo animus pupillam modo relaxat, modo contrahit, oculumque ipsum plus minusve comprimens facit, ut porrigatur extrorsum plus minusve. Quæ vero causæ inducant animum, difficillimum explicatu est. Sunt qui velint, eum scientia quadam duci, eamque oculo, & pupillæ formam tribuere, quam esse intelligit ad recte videndum accommodatissimam. Quod si ita est, quid puero, quid muliercula doctius? quibus tanta est videndi peritia, ut ea momentis singulis præstent, quæ mathematici studio quamlibet longo explicare vix queant; sapissime ne vix quidem. Atque illud etiam mirari convenit, qui sciat animus quos musculos, aut quando movere debeat, quoque modo pupillam constringere, aut dilatare, qui ne pupillam quidem esse ullam sciat, neque ullum omnino musculum. Sed, utcumque res habet, vel ea scientia ducatur animus, quam ipse habere se nescit; vel potius instinctu feratur aliquo; sic certe est, ut si quo radiorum pulsu excitetur, eo statim se vertat, eamque oculo formam tribuat, quæ

quæ sit pro re nata ad videndum aptissima. Quare & axem oculi per omnes objecti partes circumfert, & si qua est pars, quam inspicere curiosius velit, axem in eam defigit; & in majori lumine pupillam contrahit, diducit in minori; producitque oculum, si opus est, ab retina pupillam removens. Mitto & densitatem humorum, & lentis crystallinæ conformationem, quas etiam mutat fortasse animus pro eo ut fert occasio. Quæ quamvis naturali quodam instinctu peragitur; plurimum tamen in eo valent & præconcepta rei notio, & consuetudo. Itaque si objectum percipere, tamquam longinquum, assueverit, atque oculum ad longinquitatem illam accommodare, idem, nisi admoneatur, faciet, etiamsi objectum sit propius; unde errores interdum oriuntur in visione haud leves.

Quæ cum ita sint, minus jam mirabimur, quod recedens ab oculo objectum ejusdem semper appareat magnitudinis, modo ne recedat longissime. Nam quamvis ille objecti recessus imaginem in retina minorem facere debeat; id tamen ne accidat, faciunt fortasse causæ aliæ; siquidem recedente objecto dilatatur fortasse magis magisque pupilla; fortasse etiam oculus se exporrigit non nihil. Non ergo mirari oportet, quod imago, cum diversis de causis augeri debeat & minui, magnitudinem, quam habet, retineat, faciatque, ut apparens recedentis objecti magnitudo maneat eadem. Quod fieri tamen non potest, si objectum recedat longissime; nam, quantumcumque nitatur animus, eo usque dilatare pupillam non potest, ut imago non ex illo tanto objecti recessu fiat minor.

Neque minus facile explicatur pervulgata illa apud omnes quæstio de luna & sole recens ortis; qui quamdiu prope horizontem versantur, multo majores apparent, quam ubi altius ascenderint. Quis enim non videt in illo solis aut lunæ ortu propter luminis paucitatem dilatari pupillam oportere, quo fieri debet, ut illorum imagines in retina amplificentur, ipsique majores appareant? Quæstiones alias præmitto, quæ, posita Scarellæ sententia, explicatus habent facillimos; nam brevitatis ratio habenda mihi est. Venio ad illud, quod præteriri omnino non debet, idest ad visionem, quæ duobus simul oculis exercetur.

Cum bini cuique sint oculi, quibus objectæ res conspiciuntur, neminem esse putat Scarella, cui non alter oculus debilius sit, alter valentior; plerisque valentior est dexter; neque

que est dubium, quin valentioris visio clarior sit, atque distinctior; namque ob id ipsum valentior dicitur. Cum ergo ambo oculi in idem objectum intenduntur, credibile valde est animum, debilioris oculi visu posthabito, ad validioris visum se applicare, eoque in judiciis omnibus faciendis uti maxime. Hinc sequitur, ut cum ambobus oculis objectum quis adspicit, illud ad eum locum referat, quo validioris oculi axis spectat, debilioris directione neglecta. Quod novum sane est, ac fidem vix capiat, nisi experimento certissimo comprobetur. Experimentum est hujusmodi. Cum ambos oculos in rem quampiam defixeris, calamus, aut digitum interpone; ac locum in ea re statue, cui calamus digitusve respondet. Jam vero si ocluso sinistro oculo, qui fere debilior est, rem solo dextro, qui est validior, spectaveris, nihil moveri calamus, digitumve animadvertes; contra, si, ocluso dextero, rem spectaveris sinistro solo, moveri digitum, calamusve senties, & ad dexteram partem excurrere. Qua re fati intelligitur, animum, cum duobus oculis objectum spectat, illud eo referre, quo dirigitur validior oculus, debiliore neglecto. Id scilicet, Scarellæ judicio, in causa est, cur animus unum objectum non duo videat, quamvis unum illud per duos oculos cernat; non enim ad utrumque oculum, sed ad unum tantum, id est ad validiorem, se applicat; sic facile quæstio dirimitur, in quam nimum, quantum physici se torquent.

Hactenus visionis modum e Scarellæ opinione, quantum mihi quidem visus sum, exposui. Restat, ut, quod fere caput est, ostendam, quam nullo negotio possint jam Alemberti argumenta dissolvi. Nam quamvis illa Alembertus non contra Scarellæ sententiam, quæ nondum prodierat, sed contra alias contorserit, verendum tamen est, ne evertens alias hanc etiam labefactet. Neque omnia tamen persequar, sed paucula attingam, quæ exemplo sint, ex ipso Scarellæ sermone deprompta.

Visionem cum explicant, in eo maxime insistunt optici, nos rem quampiam intuentes unumquodque ejus punctum eo referre, quo spectat directio radii a puncto ad oculum manantis: id nisi ita sit, magnitudinem rei veram cognosci a nobis non posse. Hic illos vehementer exagitat Alembertus. Cur quæso, inquit, videat oculus punctum in directione illa, quam radius tenet ad oculum manans? Cur non potius in illa, quam radius habet, ad retinam cum pervenit, siquidem

in retina commoveri sensus dicitur? Atqui directiones illæ duæ in diversa abeuntes nimio plus persæpe distrahuntur. Quid quod radius ad retinam perveniens, quamvis in eam oblique incidat, eam tamen, quod mechanici vulgo docent, nonnisi ad perpendicularum pellit; ut alia sit radii, alia pulsus directio. Utra ergo in directione objecti punctum apparebit? Ac si in directione pulsus, quod quidem multo verisimilius est, apparebit, quanto magis a suo loco aberrabit? Huc accedit, quod cum retina utriusque oculi per duos diversos radios ab eodem puncto pellatur, credi vix potest, duorum pulsuum directiones in eodem plano ambas esse, atque in unum locum coire, ut punctum, quod cernitur, simplex appareat, non duplex. His atque aliis insectatur Alembertus vulgares opticos, instatque vehementer; qui quemadmodum tueri se possint, ipsi viderint; Scarella per fugium habet tutissimum. Quæ hic enim Alembertus urget, ex eo ducta sunt omnia, quod visionem fieri dicant optici per radios ad retinam post refractiones multas & varias appellentes; id quod Scarella plane negat; ut qui visionem, quemadmodum supra dixi, per eos tantum radios fieri docet, qui ad retinam feruntur sine refractione ulla.

Neque minus argumentum illud effugit, quod Alembertus e remotissimarum rerum, puta alicujus stellæ, visu deducit; quo argumento opti corum principium convellit, affirmantium, objectum ab animo eo referri, quo oculi axis pertinet. Si enim ita sit; Alembertus urget: qui unam stellam ambobus intuetur oculis, vel eam videat oportet eo in loco, ubi oculorum axes se interfecant, vel duas certe stellas videat, non unam. Atqui locus, in quo oculorum axes se interfecant, ille ipse est, in quo stella sedet, cujus loci tanta est distantia, quantam percipere animus non potest; stellam ergo qui intuetur, non eam utique in eo videt loco, ubi oculorum axes se interfecant. Ac ne duas quidem stellas videt, sed unam tantum, quod experientia declarat. Consequens ergo est, ut stellam, quam videt, ad eum locum referat, quo oculorum axes nequaquam pertinent. Hæc ut alios conturbent, conturbare Scarellam non possunt, qui docet rem videri non nisi in unius oculi axe sitam, quamvis duobus spectetur oculis; quare stellam neque duplicem videri oportet, neque in eo loco sitam, ubi ambo oculorum axes se interfecant. Sic se Scarella argumentis subducebat, quæ homo gallus, ingenio, doctrinaque

potens adversus vulgares opticos contorferat; horumque scientiam in summum discrimen adductam, ut poterat, tuebatur. Utinam servaverit.

De machinula quadam projectorum corporum motui dimetiendo apta.

MAchinarum prope omnium commune illud est, ut voluntati numquam plane respondeant. Id facile in iis apparet, quæ ad dimetiendos projectorum corporum motus ab Auctoribus proponuntur; non enim tam multas proponerent, neque tam varias, si quam haberent, quæ satisfaceret. Gregorius Casalius, ut eum sæpius architecturæ militaris studium ad hujusmodi quæstiones revocat, novam quamdam invenit, commodissimam profecto atque elegantissimam, quæ si minus responderit, erit hoc etiam nomine inter eas, quæ a gravissimis proponuntur scriptoribus, numeranda.

Laudabat jamdudum Casalius ac vehementer probabat machinam illam, qua Gravesandus, auctor optimus, ad dimetiendam projecti corporis semitam usus est, quamque in primis Desagulærius probat; sed tamen desiderabat in eo genere adhuc aliquid. Aliam scilicet parari machinam voluisset, qua projici corpus velocitate qualibet posset, & qualibet directione; has enim variare, ut lubet, per illam, quam dixi, a Gravesando propositam, non licet. Quippe Gravesandus, cum experimentum vult facere, ut machinæ illius suæ ratio postulat, corpus projicit ad hunc modum. Sinit ipsum per datum lineæ curvæ arcum labi, ut tangentis ultimæ directione accepta sese tandem libere per aera immittat. Quo satis apparet, projectum corpus non nisi tantam acquirere velocitatem posse, quantam dati arcus altitudo fert; nec directionem aliam, nisi quam habet tangens illa ultima, per quam effugit; quæ directio, ut machinæ illius ratio est, numquam non est horizontalis. Videtur ergo Gravesandi machina non omnibus velocitatibus esse apta, nec omnibus directionibus.

Cum hæc forte secum animo Casalius volveret, cupido, ut supra dixi, hominem cepit machinæ cujusdam inveniendæ, quæ velocitates, directionesque omnes reciperet; miratusque valde est, quod eam neque Gravesandus, neque alii ad illum

usque diem quasivissent, præsertim cum res videretur non magni artificii, nec laboris. Eo quippe molitio illa tota spectabat, ut posset globulus quipiam ex altitudine quavis demissus in planum quodpiam egregie elasticum incidere, indeque ad partem quamlibet resilire; id quod facile factu erat, si sic machina compararetur, ut planum ipsum inclinari, & in partem verti quamlibet posset. Constitutis enim ad hunc modum rebus ea jam machina existeret, per quam & mutata, ut lubet, plani inclinatione resilientis globi mutaretur directio, & mutata casus altitudine mutaretur etiam velocitas; constat quippe globum ea velocitate resilire, quam cadendo acquisivit.

Quamvis omnia spem darent, noluit tamen Casalius e vestigio rem suscipere, haud nescius, quam sint multa ad cogitandum facillima, non item ad exsequendum. Quasi ergo diffideret, experiri prius voluit, quid globulo, ut forte erat in manibus, eburneo fieret, si in marmoreum planum demissus resiliret; si enim jactus illius amplitudinem certo satis cognoscere, ac brevi ratione revocare ad calculum posset, tum demum existimavit operæ pretium facturum se esse, si machinam in id, quod volebat, condendam curaret. Varia ergo pericula sine ulla exquisitiori machina inire constituit, in quibus faciendis manus illi, & consilium attulerunt, Petronius Matteucius, mathematicarum rerum peritissimus, & Thomas Marinus, industrius in primis homo, ac perdiligens.

Hi igitur simul cum Casalio experimenta capere instituerunt in hunc modum. Argillam primum super mensam in longitudinem porrexerunt satis magnam, ac superficiem omnino ad horizontem composuerunt. Deinde ad alterum ejus extremum planum marmoreum constituerunt ita inclinatum, ut angulum faceret cum horizonte graduum duorum supra viginti, & minorum triginta. His peractis globulum filo suspendentes siverunt eum modo ex una altitudine, modo ex alia in marmor cadere, ut inde resiliens altius, flexo per aerem cursu, in argillam laberetur. Idque perpetuo caverunt, ut punctum marmoris, unde globulus resiliebat, neque depressius esset, quam argillæ superficies, neque altius emineret; eo nempe consilio, ut cum ille in argillam se immisisset, e foveolæ situ de amplitudine jactus constaret. Sic, sibi indulgentes, homines experiendi cupidi, pericula fecerunt quam plurima.

Atque in his quidem duarum rerum, quas sibi Casalius
jam

jam inde ab initio proposuerat, alteram obseruarunt, neglexerunt alteram. Nam utique demittentes globulum ex altitudine qualibet, illud obtinuerunt, ut velocitate qualibet posset resilire; directionem vero numquam mutarunt. Etenim cum marmoris positum eundem semper retinuerint, eandem semper esse oportuit resilientis globuli directionem; eam nempe, quæ angulum cum horizonte faceret graduum ipsorum quadraginta quinque. Sic ferebat illa, quam supra dixi, quæque perpetuo retenta est, marmoris inclinatio. Placuit autem directionem hanc unam perpetuo retinere, vel quod est ante alias commodissima, vel quod eam theoremata, nec ita pauca, eaque maxime illustria; jampridem nobilitarunt. Velut illud Galilei: nullam esse directionem aliam, quæ non minorem afferat iactus amplitudinem; & illud, quod est a Keillio per summam elegantiam demonstratum: amplitudinem iactus numquam non lineæ casus esse duplam.

Atque hoc quidem Keillii theorema dignum in primis Casalio videbatur, quod experimentis comprobaretur; nam quamvis intelligeret fieri nequaquam posse, ut experimenta plane responderent, ac resistentis vim aeris maximo impedimento esse, ne quod ratio præmonstrasset, id re ipsa eveniret; satis tamen futurum esse existimabat, si experimenta parum admodum aberrassent; simulque avebat, quanta resistentium causarum vis esset, ex illa aberratione cognoscere. Quare inter experimenta facienda illud in primis curavit, ut altitudines singulas, e quibus globulus demittebatur, quam diligentissime notaret, simulque amplitudines, quæ singulis altitudinibus in experimento re ipsa respondissent; neque minus illas, quæ e mathematicorum ratione respondere debuissent. Harum differentias deinde subduxit, & tabulam confecit ad id, quod sibi proposuerat, aptissimam. In qua cum alia multa, tum illud præcipue animadverti voluit, amplitudinem iactus, cum pedes ipsos duodecim longa esse e mathematicis calculis debuisset, pede non plus uno, si pauculos contempnas pollices, in experimento faciendò aberrasse.

Cum hæc sibi sociisque satisfecissent, cœpit jam Casalius in maiorem spem erigi, eamque machinam velle condere, per quam resilientis globuli non velocitas tantum mutari pro voluntate posset, sed etiam directio. E sententia res cessit. Machinulam condidit parvam ac perbreuem, sed singulari ar-

tificio perfectam, quæque exemplo esse posset, si qui vellent majorem. Elegantiam mitto, qua etiam erat spectanda. Eamdem postea ad Academiam detulit, institutoque sermone diligenter adeo atque accurate descripsit, ut visus sit eam non re solum, sed verbis etiam ante oculos ponere. De experimentis quoque narravit, quæ sibi per illam successerant. Si qui hæc intelligere, simulque machinulæ formam, & quibus partibus, & quo modo inter se nexis, contexta sit, scire volunt, eos ad ipsius Casalii sermonem allegabo, quem opusculis inferam.

Illud tantum monebo, Casalium in illo suo experimentorum cursu theoremata permulta ex his, quæ ratio docet, quibusque universa hæc motus scientia nititur, ipsis fere, ut ita dicam, subjecisse oculis; adeo experimenta prope ad veritatem accesserunt. Id quod in illo maxime apparuit, quod Gravesandus docet: amplitudines jactuum, ubi perpetua & constans directio sit, sic inter se habere, quemadmodum velocitatum quadrata; neque minus in aliis, quæ vel Gravesandus proposuit, vel Keillius, vel Galileus demum, a quo hæc omnis doctrina manavit.

Nec illud quidem silentio præteribo, de quo omnes monendos Casalius censuit, quicumque voluerint aliam sibi machinam ad parvæ illius, quam ipse protulit, exemplum comparare. Quibus auctor est, ut quemadmodum cetera, sic etiam parvitatem imitentur; & Gravesandi sequantur sententiam, qui longiores casus nequaquam probat, veritus scilicet, ne aucta globuli velocitate nimio plus resistat aer. Itaque in hujusmodi experimentis altitudines modicas jure laudat. Hæc fere differuit Casalius in Academia anno millesimo septingentesimo quinquagesimo octavo.

Eodem se retulit anno postero, cum differendi munus ad ipsum rediisset, machinulamque suam docto atque eleganti sermone in pyrotechniæ commoda convertit; nam & ab initio animum huc intenderat; ostenditque quemadmodum usui esse possit ad pyrii cujusque pulveris vim dimetiendam. Quod cum fecisset, ut aliud ex alio, cupido hominem cepit perquirendi, unde vis illa oriatur. Hoc argumentum persecutus est sermone altero anno insequente. Hos etiam sermones duos, si ante hujus editionis finem in manus meas venerint, non dubitabo vel propter ipsorum elegantiam in opuscula conjicere, vel

pro-

propter rerum conjunctionem, dignitatemque. Nunc, quando sermonem de machinula institui, non prætermittam de ejus quoque in pyrotechnicis rebus utilitate, quæ mihi ex illo Casalii sermone in mentem venient, breviter dicere.

Pulvis pyrius non omnis unius est modi; alii plus valent, alii minus; juvat ergo cujusque vim cognoscere, quanta sit. Id quemadmodum fieri possit, ipsa machinulæ illius suæ ratio Casalium docuit. Summa hæc est. Tubulus æneus juxta parietem statuatur, erectus, atque e superiori parte apertus. In hunc ejus, quem experiri volumus, pulveris certa portio sit indita, rite compressa, & in angustum adducta. Tubulo immineat marmoreum planum, parieti firmissime adnexum; sitque hujus plani certa ad horizontem inclinatio. Tum mensa apponatur satis longa, molli creta obdusta, sitque cretæ superficies horizontalis per totum, neque depressior, neque altior, quam illud marmorei plani punctum, quod tubulo imminet. Instructis sic rebus, tubulo æneo imponatur ferreus globulus, accensoque, ut sit, pulvere explodatur. Irruet sane globulus in illud, quod dixi, marmoreum planum, indeque resiliens, atque iter inflectens, in mensam decidet, foveolamque faciet in creta. Hic jam distantia, quæ inter foveolam, & punctum illud, unde resiliit globulus, intercedet, amplitudinem jactus manifestabit, qua cognita vis etiam cognoscetur, qua globulus e marmoreo plano resiliit; quæ utique par esse creditur vi illi, qua in marmoreum ipsum planum immisus fuit. Sic ejus pulveris, quem experiri volumus, vis manifestabitur. Quod si periculum idem facere non in uno tantum pulvere placuerit, sed in multis, nihil jam negotii erit uniuscujusque pulveris præstantiam cognoscere, omnesque vel comparare inter se, vel, si voluntas feret, ad unum certum pulverem, quasi ad communem quamdam mensuram, referre.

Neque vero, cum hæc proponeret, Casalium præterit, fieri interdum posse, ut propter vehementiorem alicujus pulveris explosionem amplitudo jactus sit tanta, quantam recipere horizontalis illa, quæ forte parata fuerit, mensa non possit. Si qui ergo id metuunt, iis auctor Casalius est, ut mensam non horizontalem ponant, sed verticalem; in quam scilicet globulus, ubi iter inflexerit, deorsum labens incurrat; notentque quantum mensa ab eo puncto distet, unde globulus resiliit. Hoc enim cognito, si punctum in mensa notetur, quo

re-

resilientis globuli directio spectat, tum locus, ad quem globulus ipse decidens offendit, proclive erit e duorum punctorum distantia & resilientis globuli velocitatem, & vim pulveris colligere. Sic pulveris pyrii vim revocabat Casalius ad calculum, machinulamque suam ad pyrotechniæ usus traducebat; neque ignorabat tamen machinas multas alias ab auctoribus fuisse propositas, easque valde utiles, in quibus unam præ ceteris commendabat, quam Truchetius protulit; nulli autem illarum, quæ inventæ adhuc sunt, anteponebat suam, fatis sibi esse putans, si aucto machinarum numero artis quoque ornamenta videretur auxisse.

Insequente anno, ut supra dixi, postquam hæc Casalius disputaverat, ad pyrotechniam rediit, & causas instituit quærere, cur pulveri pyrio tanta illa vis insit. Non erat nescius, sollertissimos doctissimosque physicos in eodem argumento laborasse, euntibus aliis in sententias alias, neque dum controversias potuisse dirimi. Itaque in diversa trahebatur. Voluisset ille quidem iis se adjungere, qui omnem pulveris pyrii vim repetunt ab aere incluso in ejus granulis constrictoque; hunc enim oportet propter pulveris accensionem mira vi expandi; habebatque auctores hujus sententiæ gravissimos Boyleum, Delahireum, Bernullium, Belidorum, aliosque, quibus nuperrime accesserat homo nobilis Salutius, non tam genere, quam ingenio doctrinaque clarus; sed verebatur Newtoni, a quo ne tantillum quidem discedere audebat, auctoritatem; videtur enim Newtonus pulveris pyrii vim sic exponere, nihil ut aeri debere se velit; vapori nescio cui tribuat omnia. Qua in sententia Vandellius quoque, homo gravis, Casalii amicissimus fuisse videtur, humorem prætendens aqueum, in quo vis omnis pulveris pyrii sit posita; idque experimentis comprobavit ingenii plenis & bene multis. Itaque non tam hujus amicitia movebatur Casalius, quam rationibus; quamvis ne in his quidem acquiescere fatis poterat. Veritatis tandem vicit amor. Non dubitavit ergo a Newtono una in re dissentire; speravitque Vandellium haud agre laturum, si is ab se discederet, qui a Newtono discessisset. Voluit etiam, quandoquidem audere cœperat, illorum, quos sequebatur, auctoritatem, si posset, augere. Itaque experimentis, quæ illi fecerunt, nonnulla addidit, ut omnem pulveris pyrii vim, si causa quaratur ultima, non a vapore aut humore quopiam ducendam esse ostenderet,

sed

sed ab aere; quæ omnia in sermonem contulit diligentem & doctum. Hæc præteribo, nam neque satis memoria teneo, neque ad machinulam, de qua nobis propositum fuit dicere, quidquam faciunt.

De Æmilicæ fluminibus in mare erumpentibus, quo modo Montanarii Et Gulielmini dissensio componi possit.

Magnorum hominum dissensiones, quantulacumque sint, magnæ videntur, quia magnorum sunt; easque evolvere in laude ponitur. Geminianus Montanarius, physicus sane magnus, & cum excellentissimis comparandus, docuit Æmilicæ flumina, dum mare subeunt, ad sinistram partem deflectere. Ejus auditor Gulielminus, præceptore tanto haud minor, visus est ab illo discedere; quippe qui tradidit, Æmilicæ flumina, dum mare subeunt, se vertere ad dexteram. Quæstionem hanc clariorem fecit promptissimo ingenio Vir, ariminensis quidam, qui se Janum Plancum appellat. Cum is forte in hunc locum invasisset, non dubitavit Montanario se adjungere, Gulielminum rejicere.

Humanius fecisse videtur neque minus ingeniosè Joannes Baciallius, qui litem studuit componere. Id quod facile fieri posse confidit, ostendens Æmilicæ flumina, cum mare ingrediuntur, semel atque iterum in illo ingressu flecti, ad sinistram primum, tum paulo post ad dexteram; Montanarium vero quid iis primum accidat, spectasse; Gulielminum, quid postea; ideoque vel nullam esse inter hos controversiam, vel, si qua est, in verbis esse, non in rebus. Hæc fusius Baciallius persequitur docto admodum sermone, quem opusculis adjungam; ejus autem, ut mihi videtur, hæc summa est. Quemadmodum Æmilicæ flumina in mare erumpant, rem ipsam Baciallius & factum spectans, sic explicat. Observationibus certissimis constat, in eoque & Montanarius, & Gulielminus, alique consentiunt, mare superum, in quod Æmilicæ flumina illabuntur, perpetuum quemdam habere cursum præter litora a sinistra ad dexteram. Eo sane fiat, ut illabentia in ipsum flumina ad dexteram statim, nisi si quid obstet, torqueri debeant. Atqui ne id statim fiat in Æmilicæ fluminibus hoc maxime obstet, quod,

quod, illabentia in mare, quidquid arenarum habent, ad dexteram partem dejiciunt; qua re amplissimos jam sibi aggeres ad eam partem exstruxerunt, qui loca illa inspectantibus productos longius, & ad sinistram non modice inflexos se ostendunt. His ergo aggeribus labi flumina ad dexteram prohibentur, & repelluntur ad sinistram, cogunturque paululum inter ipsos aggeres, & sinistram maris litus decurrere. Ubi ex his angustiis evaserunt, omni jam prope amisso impetu in mare apertum effunduntur. Neque hic dubium esse potest, quin marinarum aquarum cursu se rapi sinant, & deflectant tandem ad dexteram. Sic ergo Æmilix flumina in mare evolvuntur, ut primum ad sinistram vergant, post paulo vertantur ad dexteram.

Quæ cum ita sint, quid facilius quam Montanarii & Gulielmini sententias componere? Fac enim, Montanarium, cum dixit, Æmilix flumina, illabentia in mare, ad sinistram ferri, id de fluminibus intelligi voluisse, ut mare primum attingunt; Gulielminum contra, cum ea dixit ferri ad dexteram, eum spectasse cursum, quem mox a marinis aquis accipiunt. Id si illi voluerint, quæ jam erit dissensio? Id autem illos voluisse, etsi suam ipsi mentem non satis declarassent, persuaderet tamen res ipsa, & nescio quæ humanitas. Quis enim duorum tantorum hominum verba sic velit accipi, ut illorum alter sit falsus; cum possint tam facile in eam partem trahi, ut ambo & inter se, & cum veritate consentiant?

Quid quod ipsa vel Montanarii vel Gulielmini verba, si recte explicentur, eorum mentem satis declarant? Montanarii locum verbis totidem Baciallius huc transfert, quo quid planius fingi possit, non video. Aggeres illos ipsos, quos supra dixi, Montanarius commemorat: hos in causa esse putat, ut illabentia in mare superum flumina ad sinistram deflectant: docet demum deflectentia sic flumina inter aggeres & sinistram maris litus aliquandiu se agere; eoque fieri, ut videantur ostium ad sinistram convertere. Quæ cum disertissime Montanarius proponat, nihil sane aliud videtur velle, nisi Æmilix flumina, ut primum mare subeunt, ad sinistram converti. Quid illis deinde fiat, ubi prætervecta aggeres effunduntur in mare apertum, ne quærit quidem.

Atqui id quærit Gulielminus. Quod manifestum plane fiet, si & locum, ad quem nos Baciallius rejicit, ita, ut
con-

convenit, interpretemur, neque id solum, quod Gulielminus asserit, attendamus, sed etiam qua ratione ductus id asserat. Sic enim ponit. Si quod flumen in aliud influit, eo vertatur oportet, quo illud tendit, in quod influit; ita quidem si neque opposito ullo prohibeatur obice, neque sit ipsum celerius multo atque incitatus, quam flumen illud, in quod influit. Hoc posito exinde colligit, Æmilix flumina in mare superum illabentia ad dexteram ferri debere, quo nempe fertur aquarum marinarum cursus præter ea litora labentium. His sane rebus apparet, Gulielminum non alium in his fluminibus spectasse cursum, nisi illum, quem habent, cum prætervecta aggeres in mare apertum effunduntur, tunc enim neque obice prohibentur ullo, & represso impetu feruntur lenius. Quod si ita est, habemus jam duos magnos homines Montanarium & Gulielminum non re tantum, sed etiam verbis consentientes. Videat ergo Janus Plancus, ne alteri dum favet, arguens alterum, ipse erret.

Neque vero dissimulandum est, causas illas, quibus fluminum cursus huc atque illuc torqueri inflectique solent, tam multas esse tamque varias, vix ut aliquid generatim statui possit; neque putandum est, aut Montanarium, aut Gulielminum id ponere voluisse, in quo nihil omnino posset excipi; nam licet extremos tantum cursus considerarent, quos aquæ tenent, dum mare subeunt, quantam his ipsis varietatem asserre possunt & venti, & maris æstus, & ipsi litorum flexus! Neque mirum videri debet, si quod Montanarius in fluminibus paucis comperit, non idem postea comperit Polenus in aliis; sique non omnes Zendrini observationes consentiant. Quare si quid auctores in hujusmodi rebus asserunt, modo id verum plerumque sit, quod asserunt, non est in eo perpetuitas summa requirenda. Atque id quidem monuisse satis sit.

ARITHMETICA.

De quibusdam seriebus.

QUæ arithmeticae tribuam, si qui algebrae tribui malint, non repugnabo; modo meminerint, algebrae quoque ipsam arithmeticae quamdam esse; non enim genus amisit, quamvis sit dignior. Initium sumam a seriebus quibusdam. Proposita quavis serie permagni saepe interest, aut omnes ejus terminos in unam summam colligere, aut datum quemvis eorum numerum; ut id ergo & facile, & breviter, & certa ratione possit fieri, mathematici studium adhibent non leve. Et quoniam series, quæ in cogitationem cadunt, tum multæ sunt, & tam variæ, ut omnes persequi nemo possit; quotcumque possunt, sibi fingunt, easque diligenter explicant; ut & has cognoscant, & his cognitæ sint ad alias paratiores.

Hoc loco, ut in multis aliis, Vincentii Riccati eluxit industria; cujus volumen exiit anno millesimo septingentesimo quinquagesimo sexto Bononiæ editum, ubi & multa de seriebus, quæ spem summæ præbent aliquam, docte copioseque differuit, & quod fere in illa tractatione caput est, methodum docuit, qua cujusque recurrentis seriei terminus generatim posset exprimi; ubi enim id factum fuerit, nihil negotii esse ostendit, illam etiam, quæ quæritur, summam invenire. Cum hæc fusius in eo, quem dixi, libro disputasset, retulit se postea ad idem studium, in eoque cum totus esset, ac series omnes recurrentes diligentissime persequeretur, visus est sibi genus quoddam prætermisisse, minime, ut ipse putavit, prætermittendum. Oritur id genus ex recurrentibus seriebus ipsis, si singulis deinceps cujusque terminis quantitas quæpiam constans addatur. Hoc genus noluit in illo argumento desiderari. Quapropter opusculum fecit de seriebus recurrentibus cum appendice, hoc enim nomen illi generi imposuit; idque postea cum Academia communicavit; quæ illud tam gratum habuit, ut sibi jam & de opusculo nondum edito, & de libro, qui editus antea fuerat, quasi æque ad se omnia pertinerent, gratula-

tularetur. Opusculum ergo ipsum aliis, quæ in hoc volumine edentur, adjungam, quo & Academiæ obsequar, & rem scitu dignam tradam posteris. Paucula, quæque prima sunt, modo meo huc transferam.

Exordiar, ut ratio ipsa postulare videtur, a recurrentis seriei definitione. Series recurrens illa dicitur, cujus termini singuli e proxime præcedentibus fiunt uno aut pluribus, in quantitates totidem constantes ductis. Quo statim apparet recurrentium serierum facilis atque expedita in infinita genera, aut ordines partitio. Primum genus est, si terminus quisque ex uno termino tantum fit, eo nempe, qui proxime antecedit; secundum, si ex duobus; tertium, si ex tribus; ac sic alia deinceps nascuntur genera. In primo autem genere primus terminus, id quod res ipsa declarat, ponitur ut lubet, nulla lege; in secundo duo priores finguntur ad libitum; in tertio tres; idque similiter in generibus aliis fit. Exempla proponamus.

Exemplum primi generis. Sit primus terminus = a . Quoniam sequens quisque terminus ex eo fit, qui proxime antecedit, in constantem quampiam ducto, fit hæc constans = t , erit jam terminus secundus = at ; quem si rursus in t duxeris, tertium habebis terminum = at^2 ; atque hunc ipsum in t ducens habebis quartum = at^3 , eodemque modo ad alios aliosque progrediens terminos, infinitam seriem tibi compones recurrentem primi generis:

$$a, at^2, at^3, at^4, at^5, at^6 \text{ \&c.}$$

Exemplum secundi generis. Sit primus terminus = a , secundus = b . Quoniam sequens quisque terminus e duobus proxime præcedentibus fit in duas constantes ductis; sit constans, in quam primus ex his duobus ducitur, = t ; constans, in quam alter, = r . Erit ergo tertius seriei terminus = $at + br$. Ac si hunc ipsum in r duxeris, & antecedentem in t , existet tibi quartus terminus = $bt + atr + brr$, eodemque modo progrediens seriem finges recurrentem secundi generis, cujus terminos miraberis, ut alii ex aliis magis magisque implicentur.

$$a, b, at + br, bt + atr + brr \text{ \&c.}$$

Exemplum tertii generis. Sit primus terminus = a . Secundus = b . Tertius = c . Quoniam sequens quisque terminus e tribus proxime præcedentibus fit, in constantes totidem ductis,

ctis, fit constans, in quam primus ex his tribus ducitur, $= t$; constans, in quam ducitur alter, $= r$; constans demum, in quam ducitur tertius, $= u$. Erit ergo terminus seriei quartus $= at + br + cu$. Eodemque modo ex secundo, tertio, & quarto elicies quintum $= bt + cr + atu + bru + cu^2$. Sic ad alios progredieris, ac seriem texes recurrentem tertii generis:

$a, b, c, at + br + cu, bt + cr + atu + bru + cu^2$ &c.

In his seriebus nemo est, quin facile intelligat, quanti ingenii sit, vel summas colligere, vel, quod caput est, & a quo omnia fere pendent, generalem cujusvis dati termini expressionem invenire. Atque hæc quidem persecutus Riccatus est in eo, quem dixi, libro, diligentia tanta, nihil ut reliquum fecerit. In illo autem opusculo, quod Academiae proprium esse voluit, seriem invexit novam, in qua eadem quæreret, quæ quæsierat in aliis, eamque recurrentem cum appendice appellavit.

Novi hujus generis series, quas, ut modo dixi, recurrentes cum appendice Riccatus appellat, non secus fiunt, ac recurrentes aliæ, quas supra explicavimus, nisi quod in formandis deinceps quibusque terminis certa constans unicuique additur. Series ergo recurrentes cum appendice eandem divisionem recipiunt, quam recurrentes aliæ, & in eadem genera disperitiuntur. Exemplum primi generis afferam, quod, ut opinor, fatis erit cum ad rem totam melius intelligendam, tum vero ad cognoscendum, quanto series ex illa, quam dixi, constantis additione implexiores fiant, difficiliorefque.

Exemplum est hoc. Sit, ut in primo recurrentium genere supra fecimus, primus terminus $= a$. Constans, in quam terminus quisque antecedens duci debet, ut sequens habeatur, sit $= t$. Constans unicuique termino deinceps addenda, sit $= z$. Cum primus terminus sit $= a$; erit secundus $= at + z$; quem terminum si & ipsum in t duxeris, eique rursus addideris z , tertius existet terminus $= at^2 + zt + z$. Similiter obtinebis quartum $= at^3 + zt^2 + zt + z$. Similiter quintum $= at^4 + zt^3 + zt^2 + zt + z$. Similiter alios quotlibet. Quo tibi existet series recurrens cum appendice primi generis, cujus terminos romanis numeris distinguam, quo facilius, si res postulerit, indicari possint,

I. a , II. $at + z$, III. $at^2 + zt + z$, IV. $at^3 + zt^2 + zt + z$,

V. $at^4 + zt^3 + zt^2 + zt + z$ &c.

Pari modo series aliarum aliorum generum componentur.

Sinam alios persequi genera alia; mihi in presens satis erit primum, cujus modo exemplum protuli, consideravisse. Hic sane si datum quemlibet seriei terminum, quintum verbi gratia, sextum, decimum, quemcumque demum libuerit, exprimere generatim velis, vel primus ipse seriei adspectus deterreat. Riccatus, qua dexteritate est, id totum expedit facillime, seriem tantum ipsam describens aliter, & in ordines varios digerens ad hunc modum.

I.	II.	III.	IV.	V.
a	at	at^2	at^3	at^4 &c.
	z	zt	zt^2	zt^3
		z	zt	zt^2
			z	zt
				z

Descripta ad hunc modum serie statim patet, singulos ejus terminos I. II. III. IV. &c. deinceps converti in ordines singulos I. II. III. IV. &c., quorum quisque e superiori parte ad inferiora descendit. Neque minus apparet, alios quosdam prodire ordines, qui alii aliis subjiciuntur; cum quisque dextrorsum feratur; velut ille a , at , at^2 &c., vel ille z , zt , zt^2 &c.

Quod si singulos ordines I. II. III. &c. vel tantisper inspexeris, statim intelliges, qua ratione omnes procedant; nam verbi gratia in tertio ordine primus terminus est at^2 , idest at^{3-1} , secundus est zt , idest zt^{3-2} , postremus est z . Similiter in quarto ordine primus terminus est at^3 , idest at^{4-1} , secundus est zt^2 , idest zt^{4-2} ; tertius est zt , idest zt^{4-3} , postremus est z . Similiter in quinto ordine primus terminus est at^4 , idest at^{5-1} . Secundus est zt^3 , idest zt^{5-2} . Tertius est zt^2 , idest zt^{5-3} . Quartus est zt , idest zt^{5-4} . Postremus est z . Sit igitur ordo quivis, quem numerus quivis n indicet.

Is habebit primum terminum at^{n-1} , secundum zt^{n-2} , tertium z^2t^{n-3} , quartum z^3t^{n-4} , aliosque similiter, donec ad simplicem z perveniatur.

His præmissis, si series quæpiam recurrens cum appendice proponatur, eaque sit primi generis, generalem Riccatus habet cujusvis termini expressionem, ex iis, quæ dudum in suo libro edidit, paratissimam. Quem librum si consulas, illud etiam facile intelliges, quam summam, generali illa, quam modo dixi, expressione inventa, proposita quæque series recipiat. Nostri instituti non est omnia persequi. Satis erit de primo serierum genere, quas recurrentes cum appendice appellamus, pauca hæc monuisse.

Ex hoc genere ad alia pergit Riccatus; neque dissimilitur methodo; quamquam sunt alia ex aliis operosiora. Secundum genus diserte explicat, singulas partes persequitur, exempla proponit quamplurima, nihil prætermittit, seseque ad librum suum perpetuo referens, rem totam, in secundo quidem serierum genere, ad resolutionem deducit æquationis secundi gradus. Tum monet, in tertio genere deduci rem ad resolutionem æquationis gradus tertii; ut videantur serierum genera, quo quidque est altius, eo altiorem requirere æquationem. Quæ omnia neque brevius tradi possunt, quam a Riccato sunt tradita; neque melius. Hunc ergo me auctore, adhibis.

De numeris multiplicibus numerorum II, III, IIII, IIIII, aliorumque hujus modi.

A Rithmeticam præcipue facultatem ornare pergit Castelvetrius, qui posset omnes. Fontenellianum theorema longe auxerat, ut in superiore Commentariorum nostrorum tomo docuimus, ac mirabilem numeri 9 proprietatem artificio quodam suo ad numeros alios traduxerat. Tale aliquid in numero quoque 11 compererat, idque publicum fecerat jam inde ab anno millesimo septingentesimo nono & quadragesimo, cum libellum Bononiæ ederet ad arithmeticoꝝ commoda illustranda; sed usum spectans rem aperuerat, demonstrationem prætermiserat. Postea opusculum de transalpinorum litteratorum

rum hominum studiis nescio quod legens, intellexit perillustrem Societatis Jesu mathematicum, cum eandem in numero 11 proprietatem e geometrica quadam serie duxisset, pro nova habuisse. Fecit id, ut se revocare ad suum inventum Castelvetrius voluerit, & quo modo res sibi comperta esset, Academiam monere. Sermonem, quem ipse in eam rem conscripsit, opusculis adjungam. Hic ea tantum attingam, quæ in illo sunt prima, & aditum quodammodo aperiã.

Sed antequam ad propositum meum venio, libet pauca quædam animadvertere; quæ ut intelligantur, hoc moneo: numerus quivis A dicetur mihi multiplex simplex numeri cujusvis B, si oriatur ex numero B ducto in numerum quemvis simplicem. Numerum simplicem eum intelligo, qui nota una continetur, puta 5, 3, 2 &c. Erit ergo numerus 150 multiplex simplex numeri 25, quippe qui oritur ex numero 25 ducto in numerum 6, qui numerus simplex est. Neque minus erit numerus 288 multiplex simplex numeri 32, quippe qui oritur ex numero 32 ducto in numerum simplicem 9. Hoc si sequimur, dicendum jam erit, numerum quemvis simplicem esse multiplicem simplicem numeri 1; quippe oritur ex numero 1 in ipsum ducto. Sic 5 oritur ex numero 1 ducto in 5; & 7 oritur ex numero 1 ducto in 7. Sunt igitur 5 & 7 multiplices simplices numeri 1.

Illud etiam præstat animadvertere. Proposito quovis numero, si notæ omnes, quibus continetur, in summam unam conferantur; tum notæ, quibus continetur hæc summa, in aliam; idque deinceps fiat, quoad fieri poterit, ad eam tandem summam devenietur, quæ una tantum continebitur nota. Propositus sit, exempli causa, numerus 54327; si notæ 5, 4, 3, 2, 7, quibus ipse constat, in unam summam conferantur, erit hæc summa 21; ac si notæ 2, 1, quibus hæc constat, in summam aliam conferantur, erit hæc 3, quæ scilicet nota una continetur. Ac si libet exemplis ludere: propositus sit numerus 379253. Notæ ejus 3, 7, 9, 2, 5, 3 in unam summam conferantur. Erit hæc summa 29. Hujus notæ 2, 9 in summam aliam conferantur; erit hæc summa 11. Hujus etiam notæ 1, 1 conferantur in summam, eritque hæc summa 2; ea scilicet, quæ nota una constat.

Atque ex his sane illud sequitur: cum propositus quivis numerus multiplex sit numeri 1, si notæ ejus omnes in unam sum-

summam conferantur, tum notæ hujus in aliam, idque deinceps fiat, quoad fieri poterit, ad eam tandem summam devenietur, quæ erit multiplex simplex numeri 1. In quo quidem nihil est, quod admodum mireris; idipsum tamen, si certa ratione, atque, ut docebit res ipsa, paululum inflectatur, atque ab numero 1 ad numeros 11, 111, 1111, aliosque hujus modi transferatur, in theoremata ibit quamplurima, eaque, si elegantiam spectes, minime contemnenda. Hæc ego e Castelvetro proponam, demonstrationesque omnes præmittens, per exempla rem declarabo, neque verebor, ne in exemplis producendis videar nimius; nam si qui erunt, qui paucioribus contenti sint, meque in his colligendis longiorem fuisse existiment, quam oportebat, nihil illos impediet, quo minus, multa transilientes, brevior me faciant. Neque vero brevitatem mihi, qui in paucis immorari vellem, studiose admodum consecrandam fuisse arbitror. Castelvetro ad alia scilicet properans, & usum spectans, tractavit hæc pressius, & brevitatem summam cum summa perspicuitate voluit conjungere. Sed jam theoremata ipsa explicare aggrediamur.

Theorema primum. Sit numerus quivis multiplex numeri 11. A dextra exorsus binas quasque ejus notas sume, atque alias aliis subjice, ut fieri solet ad summam colligendam. Neque te illud moveat, si forte accidat, ut nota una desit ad binas ultimas explendas; quæ enim deerit nota, ea semper præfixo zero suppleri poterit. Fac deinde binarum omnium summam. Ac si hæc summa notis constet plus duabus, in hac ipsa summa idem repete. Idque iterum ac sæpius facies, usque dum ad eam summam devenias, quæ duabus dumtaxat notis constet. Hanc scilicet dico, fore semper multiplicem simplicem numeri 11. Exemplis rem illustremus.

Ut a brevissimo exordiar; sit numerus 1375 (vide tabellam sequentem) qui utique est multiplex numeri 11, quippe qui oritur ex numero 11 ducto in 125. Igitur a dextra exorsus binas quasque ejus notas 75, 13 sepone, ut in tabella videre licet, ac summam collige. Ea nempe erit 88, quæ duabus scilicet notis constat, estque multiplex simplex numeri 11, quippe quia oritur ex numero 11 ducto in numerum simplicem 8.

1375
multiplex numeri 11
75
13
<hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/> 88

Exemplum alterum. Sit numerus 223410 (vide tabellam sequentem), qui utique est multiplex numeri 11, quippe qui oritur ex numero 11 ducto in 20310. Igitur a dextra exorsus binas quasque ejus notas 10, 34, 22 sepone, ut in tabella videre licet, ac summam collige. Ea nempe erit 66, quæ duabus scilicet notis constat, estque multiplex simplex numeri 11; quippe quia oritur ex numero 11 ducto in numerum simplicem 6.

223410
multiplex numeri 11
10
34
22
<hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/> 66

Exemplum tertium. Sit numerus 5874 (vide tabellam sequentem), qui utique est multiplex numeri 11, quippe qui oritur ex numero 11 ducto in 534. Igitur a dextra exorsus binas quasque ejus notas 74, 58 sepone, ut in tabella videre licet, & summam collige. Ea erit 132. Quoniam ergo hæc summa notis constat plus duabus, binas quasque hujus notas 32, 1, sive 01, similiter sepone, ut tabella eadem ostendit, & summam collige. Ea erit 33, duabus scilicet notis constans, & multiplex simplex numeri 11, quippe quia oritur ex numero 11 ducto in numerum simplicem 3.

5874	132
multiplex numeri 11	<hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/>
74	32
58	1
<hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/> 132	<hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/> 33

Exemplum quartum. Sit numerus 61855354 (vide tabellam sequentem), qui utique est multiplex numeri II, quippe qui oritur ex numero II, ducto in 5623214. Igitur a dextra exorsus binas quasque ejus notas 54, 53, 85, 61 sepone, ut in tabella videre licet, ac summam collige. Ea erit 253. Quoniam ergo hæc summa notis constat plus duabus, binas quasque hujus notas 53, 2, sive 02, similiter sepone, ut tabella eadem ostendit, & summam collige. Erit hæc 55, duabus scilicet notis constans, & multiplex simplex numeri II, quippe quia oritur ex numero II, ducto in numerum simplicem 5.

61855354	
multiplex numeri II	253
54	
53	53
85	2
61	
-----	55
253	

Theorema secundum. Sit numerus quivis multiplex numeri III. A dextra exorsus ternas quasque ejus notas sume, atque alias aliis subjice, ut fieri solet ad summam colligendam. Summam collige, ac si hæc notis constet plus tribus, in hac ipsa summa idem repete. Idque iterum ac sæpius facies, usque dum ad eam summam devenias, quæ tribus dumtaxat notis constet. Hanc nempe dico fore multiplicem simplicem numeri III. Rem exemplis declaremus.

Exemplum primum. Sit numerus 483072 (vide tabellam sequentem), qui utique est multiplex numeri III; quippe qui oritur ex numero III ducto in 4352. Igitur a dextra exorsus ternas quasque ejus notas 072, 483 sepone, ut in tabella videre licet, & summam collige. Ea erit 555, quæ tribus scilicet notis constat, estque multiplex simplex numeri III, quippe quia oritur ex numero III, ducto in numerum simplicem 5.

483072
multiplex numeri III
072
483
<hr style="width: 50px; margin: 0 auto;"/>
555

Exemplum alterum. Sit numerus 35964 (vide tabellam sequentem), qui utique est multiplex numeri III, quippe qui oritur ex numero III ducto in 324. Igitur a dextra exorsus ternas quasque ejus notas 964, 35, sive 035, sepone, ut in tabella videre licet, & summam collige. Ea erit 999, quæ tribus scilicet notis constat, estque multiplex simplex numeri III, quippe quia oritur ex numero III, ducto in numerum simplicem 9.

35964
multiplex numeri III
964
35
<hr style="width: 50px; margin: 0 auto;"/>
999

Exemplum tertium. Sit numerus 3599175 (vide tabellam sequentem), qui utique est multiplex numeri III, quippe qui oritur ex numero III ducto in 32425. Igitur a dextra exorsus ternas quasque ejus notas 175, 599, 3, sive 003, sepone, ut in tabella videre licet, & summam collige. Ea erit scilicet 777, quæ tribus omnino notis constat, estque multiplex simplex numeri III; quippe quia oritur ex numero III ducto in numerum simplicem 7.

3599175
multiplex numeri III
175
599
3
<hr style="width: 50px; margin: 0 auto;"/>
777

Exemplum quartum. Sit numerus 284506764 (vide tabellam sequentem), qui utique est multiplex numeri III, quip-

quippe qui oritur ex numero III ducto in 2563124. Igitur a dextra exorsus ternas quasque ejus notas 764, 506, 284 sepone, ut in tabella videre licet, & summam collige. Ea erit 1554. Quoniam ergo hæc summa notis constat plus tribus, ternas quoque hujus notas 554, 1, sive 001, similiter sepone, ut tabella demonstrat, & summam collige. Erit hæc 555, tribus scilicet notis constans, & multiplex simplex numeri III, quippe quia oritur ex numero III, ducto in numerum simplicem 5.

284506764	1554
multiplex numeri III	<hr/>
764	554
506	3
284	<hr/>
<hr/>	555
1554	

Exemplum quintum. Sit numerus 538375713372 (vide tabellam sequentem), qui utique est multiplex numeri III, quippe qui oritur ex numero III ducto in 4850231652. Igitur a dextra exorsus ternas quasque ejus notas 372, 713, 375, 538 sepone, ut in tabella videre licet, & summam collige. Ea erit 1998. Quoniam ergo hæc summa notis constat plus tribus, ternas quoque hujus notas 998, 1, sive 001, similiter sepone, ut tabella ipsa demonstrat, & summam collige. Erit hæc 999, tribus scilicet notis constans, & multiplex simplex numeri III; quippe quæ oritur ex numero III, ducto in numerum simplicem 9.

538375713372	1998
multiplex numeri III	<hr/>
372	998
713	1
375	<hr/>
538	999
<hr/>	
1998	

Theorema tertium. Sit numerus quivis multiplex numeri IIII. A dextra exorsus, quaternas quasque notas sume, atque alias aliis subjice, uti fit ad summam colligendam. Summam

mam collige. Ac si hæc notis constet plus quatuor, in hac ipsa summa idem repete. Idque iterum ac sæpius facies, usque dum ad eam summam devenias, quæ quatuor dumtaxat notis constet. Hanc scilicet dico fore multiplicem simplicem numeri **IIII**. Rem per exempla declaremus.

Exemplum primum. Sit numerus 13367552 (vide tabellam sequentem), qui utique est multiplex numeri **IIII**, quippe qui oritur ex numero **IIII** ducto in 12032. Igitur a dextra exorsus, quaternas quasque ejus notas 7552, 1336 sepone, ut in tabella videre licet, & summam collige. Ea erit 8888, quæ quatuor omnino notis constat, estque multiplex simplex numeri **IIII**, quippe quia oritur ex numero **IIII** ducto in numerum simplicem 8.

13367552
multiplex numeri IIII
7552
1336
<hr/>
8888

Exemplum secundum. Sit numerus 746592 (vide tabellam sequentem), qui utique est multiplex numeri **IIII**, quippe qui oritur ex numero **IIII**, ducto in 672. Igitur a dextra exorsus, quaternas quasque ejus notas 6592, 74, sive 0074, sepone, ut in tabella videre licet, & summam collige. Ea erit 6666, quæ quatuor omnino notis constat, estque multiplex simplex numeri **IIII**, quippe quia oritur ex numero **IIII** ducto in numerum simplicem 6.

746592
multiplex numeri IIII
6592
74
<hr/>
6666

Exemplum tertium. Sit numerus 469980775 (vide tabellam sequentem), qui utique est multiplex numeri **IIII**; quippe qui oritur ex numero **IIII**, ducto in 423025. Igitur a dextra exorsus quaternas quasque ejus notas 0775, 6998, 4, sive 0004, sepone, ut in tabella videre licet, & summam

col-

collige. Ea erit 7777, quæ quatuor omnino notis constat; estque multiplex simplex numeri IIII, quippe quia oritur ex numero IIII ducto in numerum simplicem 7.

469980775
multiplex numeri IIII
0775
6998
4
<hr/>
7777

Exemplum quartum. Sit numerus 70228532 (vide tabellam sequentem), qui utique est multiplex numeri IIII; quippe qui oritur ex numero IIII, ducto in 63212. Igitur a dextra exorsus quaternas quasque ejus notas 8532, 7022, sepone, ut in tabella videre licet, & summam collige. Ea erit 15554. Quoniam ergo hæc summa notis constat plus quatuor, quaternas quoque hujus notas 5554, 1, five 0001, similiter sepone, ut tabella demonstrat, & summam collige. Erit hæc 5555, quatuor nempe notis constans, & multiplex simplex numeri IIII, quippe quia oritur ex numero IIII, ducto in numerum simplicem 5.

70228532	15554
multiplex numeri IIII	<hr/>
8532	5554
7022	1
<hr/>	<hr/>
15554	5555

Exemplum quintum. Sit numerus 916578557422 (vide tabellam sequentem), qui utique est multiplex numeri IIII, quippe qui oritur ex numero IIII ducto in 825003202. Igitur a dextra exorsus quaternas quasque ejus notas 7422, 7855, 9165, sepone, ut in tabella videre licet, & summam collige. Ea erit 24442. Quoniam ergo hæc summa notis constat plus quatuor, quaternas quoque hujus notas 4442, 2, five 0002, similiter sepone, ut tabella demonstrat, & summam collige. Erit hæc 4444, notis constans omnino quatuor, & præterea multiplex simplex numeri IIII, quippe quia oritur ex numero IIII ducto in numerum simplicem 4.

916578557422	24442
multiplex numeri IIII	
7422	4442
7855	2
9165	4444
24442	

Tribus adhuc theorematis, exemplorum studio ducti, animum oblectavimus; ordo autem ipse ad infinita alia nos vocat, quæ uno tantum complectar ad hunc modum. Propositus sit numerus multiplex ejus numeri, qui totus unitatibus tantum exprimatur; sintque unitates numero n . A dextra exorsus sume in proposito numero priores notas numero n ; tum alias, quæ secuntur, numero item n ; tum alias similiter, atque alias; omnesque in summam collige. Idem fac rursus in hac summa, si notis constet numero plus n ; similiterque procede, donec ad eam summam devenias, quæ notis numero n constet. Ea scilicet numquam non erit multiplex simplex ejus numeri, cujus, qui propositus fuit, erat multiplex. Id supra exemplis declaravimus in iis numeris, qui essent ex ordine multiplices numerorum II, III, IIII; duobus nunc tribusve exemplis liberius vagemur, & ad numeros procedamus multiplices eorum numerorum, qui unitatibus contineantur plus quatuor.

Propositus ergo sit numerus, quem sequens tabella exhibet, 2702221952. Is oritur ex numero 2432 ducto in numerum IIIIIII, qui unitatibus scilicet constat septem. Igitur a dextra exorsus septenas quasque propositi numeri notas sume, 2221952, 270, five 0000270; has illis subjice, ut supra semper fecimus; & summam collige. Erit hæc summa 2222222; septenis notis constans, & præterea multiplex simplex numeri IIIIIII unitatibus septem constantis; sit enim ex eo, si ducatur in 2.

2702221952
multiplex numeri IIIIIII
2221952
270
2222222

Sit rursus propositus numerus, quem sequens tabella exhibet, 3633333297, qui fit ex numero 327, si is ducatur in numerum IIIIIIII unitatibus octo constantem. Igitur a dextra exorsus octonas ejus quasque notas sume, 33333297, 36, five 0000036; atque has illis subjice, & summam collige. Erit hæc 33333333, notis ipsis constans octo; eademque multiplex simplex numeri IIIIIIII unitatibus octo constantis, ut qui ex hoc oritur ducto in 3.

3633333297
multiplex numeri IIIIIIII
33333297
36

33333333

Etiam proponatur numerus 76356666659031, quem tabella sequens exhibebit. Is oritur ex numero 68721, si hic ducatur in numerum IIIIIIIIII unitatibus decem constantem. Sume ergo, a dextra exorsus, denas quasque ejus notas 6666659031, 7635, five 000007635; has illis subjice, ut in superioribus exemplis fecimus; & ambas collige in summam; erit summa hæc 6666666666, decem scilicet notis constans, eademque multiplex simplex numeri IIIIIIIIII notis decem constantis, a quo nempe oritur, si is ducatur in numerum 6.

76356666659031
multiplex numeri IIIIIIIIII
6666659031
7635

6666666666

Sed jam de his satis multa; vel potius plura quam oportuit. Castelvetrius cum hæc attigisset, majora cogitans, properavit alio; Arithmeticorum commoda auxit, scientiam amplificavit, fecitque, ut qui olim in numero 9 strenue se gesserat, ne in nota 1 exornanda esset minor.

De radicibus æquationum cubicarum.

CUm forte die quodam accidisset, ut nemo in Academia neque diceret, neque ad disputandum quid poneret, conticuissentque aliquandiu omnes; Franciscus Maria Zanottus, qui pro munere suo intererat, quoniam, inquit, vacuum, nemoque est, qui se loqui velle significet, argumentum puto nullum esse tam leve, de quo non commodissime possit disputari; id enim quidquid erit, non certe levius erit silentio isto. Memini me olim, cum Cartesianæ algebrae operam darem, de æquationum cubicarum radicibus nescio quid excogitasse, ac demonstrationem novam rei non novæ adhibere voluisse; in qua adhuc, ut verum fatear, animi pendeo. Longum non est. Id, si placet, vobis aperiam. Assenserunt omnes. Ille in hunc fere modum est exorsus.

Neminem latet, radices tres illas, quæ ex æquationibus cubicis, artificio algebraico quodam prope jam in vulgus notissimo, extrahuntur, reales omnes cum sint, non reales tamen videri, sed imaginarias; quippe quod formam induunt imaginariis signis implicitam; quæ autem forma talis est, ea non videtur, nisi imaginarium aliquid significare posse.

Ea res omnes, quotcumque algebra diligunt, jam inde a Cardani temporibus sollicitos habere cœpit; nihil enim reperiebant, quo ostenderent, doctrinam illam suam non hoc loco fallacem esse. Cartesius, philosophus in summis profecto numerandus, cum ad hunc locum accessisset, nihil affirmare est ausus. Newtonus, qui illi & mathematicarum rerum scientia, & nominis gloria successit, nihilo plus sibi confidere visus est. Majorem spem habuerunt illi, qui animadverterunt formas utique in algebra componi posse, quæ imaginariis signis implicitæ cum sint, significant tamen reale aliquid. Hoc enim animadverso, cur non putemus, inquit hi, formam illam, qua æquationum cubicarum radices exprimuntur, unam aliquam ex iis esse, quæ reale quidpiam significant, etiamsi imaginariis signis sint implicitæ; eamque idcirco non fallacem dicendam esse, sed obscuram potius? Quis autem algebra propter obscuritatem reprehendat, de qua interdum etiam laudatur? Videtur enim hoc ipso nobilior.

Atque hi quidem, qui sic disputant, satis tuentur algebrae

dignitatem, sed nihil tamen in medium proferunt præter suspicionem. Progrediuntur alii longius, eamque formam, quam æquationum cubicarum radices induunt, eam esse ostendunt, quæ reale aliquid non significare solum possit, sed revera etiam significet. Atqui ejus rei demonstrationem afferunt non eandem omnes; perplexam nonnulli, longeque petitam; eam alii, quæ, quantum memoria teneo, non in omnes partes valeat. Placuit mihi, in eandem quæstionem ingresso, conari aliquid; cumque animadvertissem, æquationum cubicarum radices, si quando imaginariis signis implicentur, sub hac forma prodire

$$\sqrt[3]{A + \sqrt{-B}} + \sqrt[3]{A - \sqrt{-B}}$$

conficere me rem posse existimavi, si ostenderem, quantitatem, quæ huic formæ subjicitur, utique realem esse. Quod quemadmodum fecerim, docebo paucis; an recte fecerim, vestrum judicium erit. Vos animum quæso diligenter attendite.

E duabus illis radicibus tertiis, quarum summam vobis proposui, eam in præsens considerandam suscipio, quæ prima est.

$$\sqrt[3]{A + \sqrt{-B}}$$

Hic vero, quoniam cubus $A + \sqrt{-B}$ duabus partibus constat, quarum altera realis est, nempe A , altera imaginaria, nempe $\sqrt{-B}$; oportet sane, ejus quoque radicem duabus constare partibus, quarum altera realis sit, altera imaginaria; nam si reales ambæ essent, aut ambæ imaginariæ, cubum quoque aut totum realem esse oporteret, aut totum imaginarium; quod cum secus habeat, necesse est, radicem esse partim realem, partim imaginariam. Illa ergo radicis pars, quæ realis est, quidquid tandem ea sit, ponatur $= r$; quæ imaginaria est, ponatur $= i$. Erit jam

$$r + i = \sqrt[3]{A + \sqrt{-B}}$$

unde illud statim sequitur, ut sit

$$r^3 + 3 r r i + 3 r i i + i^3 = A + \sqrt{-B}.$$

Placet hic in consideratione cubi $r^3 + 3 r r i + 3 r i i + i^3$ paullisper immorari; ut ostendam scilicet, summam primi termini r^3 & tertii $3 r i i$ æquare quantitatem realem A , summam vero secundi termini $3 r r i$, & quarti i^3 æquare quantitatem
ima-

imaginariam $\sqrt{-B}$. Id autem sic efficio. Summa primi termini & tertii, nempe $r^3 + 3r^2i$, nihil est aliud, nisi r ducta in $rr + 3ii$; atqui r est realis, itemque realis est rr , neque minus realis est $3ii$, (quippe quod quadratum imaginarii i reale est) ergo est summa $r^3 + 3r^2i$ realis tota. E contrario summa secundi termini, & quarti, idest $3rri + i^3$ imaginaria tota invenietur; quippe quæ nihil est aliud, nisi $3rr + ii$ ducta in i , quantitas realis scilicet, ducta in imaginariam. Quæ cum ita sint, minime dubitandum videtur, quin summa primi termini & tertii æquet quantitatem realem A , summa vero secundi & quarti æquet quantitatem imaginariam $\sqrt{-B}$.

His positis quæstionem expedio ad hunc modum. Quoniam est, ut initio posuimus,

$$r^3 + 3r^2i + 3r^2i + i^3 = A + \sqrt{-B}$$

est autem, ut modo ostendi, summa primi & tertii termini æqualis quantitati A ; summa vero secundi & quarti termini æqualis quantitati $\sqrt{-B}$, consequens sane est, ut, si secundi & quarti termini signa mutantur, hæc nimirum existat æqualitas

$$r^3 - 3r^2i + 3r^2i - i^3 = A - \sqrt{-B}$$

quæ æqualitas ubi existiterit, si utriusque partis radices tertiæ extrahantur, existet etiam illa

$$r - i = \sqrt[3]{A - \sqrt{-B}}$$

Quod cum ita sit, licet jam concludere ad hunc modum.

Cum sit $r + i = \sqrt[3]{A + \sqrt{-B}}$, quod primo loco posuimus, erit etiam, ut modo ostendimus, $r - i = \sqrt[3]{A - \sqrt{-B}}$; erit igitur summa $r + i + r - i$, idest $2r$, æqualis summæ $\sqrt[3]{A + \sqrt{-B}} + \sqrt[3]{A - \sqrt{-B}}$; atqui $2r$ est realis quantitas; ergo realis quantitas est etiam summa $\sqrt[3]{A + \sqrt{-B}} + \sqrt[3]{A - \sqrt{-B}}$; ac si quando æquationum cubicarum radices hanc formam induant, hoc ipso pro realibus habendæ erunt. Id quod initio demonstrandum suscepimus. Cum hæc Za-

nottus dixisset, substituit aliquantisper, quasi nihil haberet, quod adderet. Surrexerunt tum alii diversa quærentes, fermoneſque habuerunt multos, e quibus qui a ſecretis erat, arripuit non nulla, ac litteris mandavit; quæ ipſe cum legerim, quando in hunc ſermonem incidi, prætermittere non debeo.

Fuit, qui hoc proponeret: ſi hæc valent, quæ modo Zanottus tradidit, mihi videtur non id ſolum poſſe effici, quod ipſe propoſuit, ſed aliud etiam; nam quemadmodum concludit ille ſummam $\sqrt[3]{A + \sqrt{-B}} + \sqrt[3]{A - \sqrt{-B}}$ realem eſſe, cur non ſimiliter concludamus differentiam $\sqrt[3]{A + \sqrt{-B}} - \sqrt[3]{A - \sqrt{-B}}$ e contrario imaginariam eſſe? Si eſt enim $\sqrt[3]{A + \sqrt{-B}} = r + i$, & $\sqrt[3]{A - \sqrt{-B}} = r - i$, erit proſecto etiam ipſarum differentia æqualis differentiæ $r + i - r + i$ id eſt $2i$, quæ quantitas eſt imaginaria. Huic ſententiæ neque Zanottus ſe adiunxit, neque valde repugnavit. Excuſare ſe iterum voluit de rei, quam propoſuerat, levitate, in quo nemo illi eſt aſſenſus: adeo omnes ceperat illa demonſtrationis brevitæ, & nitor neſcio qui.

Inter hæc Academicus alius dicere ingreſſus eſt in hunc modum. In ea, quam e Zanotto audivimus, demonſtratione ſummæ duæ ponuntur æquales

$$r^3 + 3rri + 3rii + i^3 \quad \& \quad A + \sqrt{-B}$$

ac cum duarum ſummarum prima partem unam realem habeat $r^3 + 3rri$, partem alteram imaginariam $3rri + i^3$, itemque ſecunda partem unam realem A , partem alteram imaginariam $\sqrt{-B}$, ſine ulla dubitatione pronunciatum eſt, partem realem $r^3 + 3rri$ æquare A , partem imaginariam $3rri + i^3$ æquare $\sqrt{-B}$; quaſi vero, cum duæ ſummæ æquales ſint, utraq; autem duabus partibus conſtet, reali una, imaginaria altera, continuo debeat realis pars unius reali alterius æqualis eſſe, imaginaria imaginariæ. Ea de re cur non ipſe dubitem? vel ſi qui dubitare ſe affirmet, quid illi afferam, ne dubitet? Quo modo rem demonſtrabo?

Atqui ego quidem, Academicus alius reſpondit, ſic rei aſſentior, ut demonſtrationem non requiram. Quid enim magis

gis perspicuum, quam illud: neque quantitatem, quæ tota realis sit, neque eam, quæ partim realis sit, partim imaginaria, æqualem illi esse posse, quæ imaginaria tota sit? Unde illud profecto sequitur, ut in duabus illis, de quibus agimus, summis pars realis realem partem æquare debeat, imaginaria imaginariam. Eamque sententiam usque adeo mihi, vel sine demonstratione, persuasi, ut iis prope succenseam, qui demonstrare illam conantur. Velut nuper mihi accidit Bughenvillium legenti, qui illam sane sic demonstrat, ut extorquere assensum possit, vel invito. Locus ab initio libri non longe abest. Hæc adhuc ab Academicis duobus disputabantur, cum tertius quidam ad Zanottum conversus: ego quidem, inquit, in demonstratione isthac tua nihil muto. Probantur mihi cum cetera, tum illud etiam, de quo hi disputant. Tantum ex te quæro, cur quod in radicibus tertiis ostendisti, non idem ostenderis etiam in aliis quamplurimis; valet enim, ut mihi videtur, ratio eadem; & experiri promptum est. Hic Zanottus, cum essem, inquit, æquationum cubicarum radicibus intentus, quæ e tertiis sunt genere; tertias, ut fatear, tantum consideravi. Ceterum si qui velit rationem eandem ad alias traducere, non repugnabo; & quoniam experiri, ut ais, promptum est, quin statim experiris?

Morem geram, inquit ille, exemplumque afferam brevissimum ac simplicissimum in secundis radicibus. Sit ergo summa

$$\sqrt{A + \sqrt{-B}} + \sqrt{A - \sqrt{-B}}$$

Hanc summam realibus quantitibus adnumerandam esse affirmo; idque sic efficio. Non potest sane quadratum $A + \sqrt{-B}$ partim reale esse, partim imaginarium, quin ejus quoque radix partim realis sit, partim imaginaria. Sint ergo radicis partes duæ, realis altera = r , altera imaginaria = i . Erit jam

$$r + i = \sqrt{A + \sqrt{-B}}$$

ac propterea

$$rr + 2ri + ii = A + \sqrt{-B}$$

Hic quoque terminorum realium summa $rr + ii$ æquabit A , terminus imaginarius $2ri$ æquabit $\sqrt{-B}$; si igitur termino $2ri$ mutetur signum, existet jam æquatio

$$rr - 2ri + ii = A - \sqrt{-B}$$

unde erit tandem

$$r - i = \sqrt[2]{A - \sqrt{-B}}$$

ideoque summa, quam initio proposui,

$$\sqrt[2]{A + \sqrt{-B}} + \sqrt[2]{A - \sqrt{-B}}$$

æquabit summam $r + i + r - i$, idest $2r$, quæ quantitas realis est. Exemplum habes in radicibus secundis.

Neque erit difficile, respondit Zanottus, idem ad alias eodem modo transferre; quod ego quidem nondum examinavi defixus in tertiis; itaque iudicium adhuc sustineo. Sed quemdam video ad dicendum paratum. Hunc, si placet, audiamus. Hic tum alius quidam, quando, inquit, ad varia radicum genera defluxistis, cur non etiam ad infinitam prope imaginariorum varietatem respiciendum putatis? In uno adhuc imaginario, Zanotte, hæres, eoque simplicissimo $\sqrt{-1}$. Quid enim est aliud tuum illud $\sqrt{-B}$, nisi realis quantitas \sqrt{B} ducta in $\sqrt{-1}$? Quid ergo, si in locum illius $\sqrt{-B}$ implexius aliud imaginarium, atque implicatius substituatur? An quod valere in simplicissimo ostendisti, valebit idem in omnibus?

Non minimum quidem, Zanottus inquit, profecisse me existimem, si modo valeat in simplicissimo; siquidem hoc ipsum volui, neque aliud egi æquationes cubicas spectans. Scito tamen tantam illam, quam tibi fingis, imaginariorum varietatem fortasse nullam esse. Locum nuper legi in Encyclopædia, quem mathematico summo Alemberto facile tribuo. Hic plane affirmatur, imaginariorum genera, ut sint in speciem plurima, re ipsa tamen non nisi unum esse; neque ullum imaginarium esse, quod si resolvatur, non tandem in quantitatem realem abeat, ductam in $\sqrt{-1}$. Quamcumque ergo imaginariam quantitatem tibi finxeris, eo illam deductam esse putabis, ut quidquid imaginarii in illa est, id sit $\sqrt{-B}$. Quod ubi feceris, si radicum tertiarum summa ejus adhuc erit formæ, quam proposui, vix video, cur pro reali habenda non sit, ac mea in illam non valeat demonstratio.

Differente hac Zanotto, is, qui paullo ante Bughenvillii mentionem fecerat, se iterum disputationi inferuit; atque, id
iplum,

ipsum, inquit, quod Zanottus modo ex Encyclopædia retulit, demonstrat Bughenvillius accuratissime; eique rei caput proprium tribuit in eo libro, quem antea commemoravi. Quo in capite omnia imaginariorum genera confectatur, nullumque esse demonstrat, in quo quidquid imaginarii est, non possit quantitate reali exprimi, ducta in $\sqrt{-1}$; ut appareat imaginarium vere nullum esse, nisi $\sqrt{-1}$; eoque uno fieri omnia. His dictis Bughenvillium, ejusque librum miris laudibus sustulit. Ceterum cum jam satis temporis in his sermonibus consumtum esset, surrexit Præses, Academia dimissa est.

GEOMETRICA.

Varia indicantur ad geometriam spectantia.

Hic vero eam ingredimur disciplinam, in qua quæ dicuntur, neque brevius dici possunt, quam ab auctoribus dicta sunt, nec fere aliter. Idque maxime in reconditissimis quæstionibus apparet; nam leviora quæ sunt, & magis communia, tractari interdum patiuntur, & versari multis modis. In reconditioribus versatus est Vincentius Riccatus e Societate Jesu, familia illa dignus; nam profecto nullam aliam novimus, quæ præstantissimorum mathematicorum vel numero vel fama possit cum ea comparari. Ad Riccatum accessit Hieronymus Saladinus e nobilissimo Celsinianorum ordine, juvenis & morum suavitate, & ingenii doctrinaque laude florentissimus. Franciscus Maria Zanottus leviora ludit, quippe adolescentulum erudiens. Neque vero Academiam celare de his voluit, familiari illo more usus, quem Academia non solum gratum habet, sed etiam postulat. His alii præterea adjungi possunt, qui reconditiora invenerunt in geometria non reconditori. Hæc omnia quas occasiones habuerint, & unde orta sint, docebo; quid ipsa sint, quasi præteriens indicabo.

Ab Riccato exordiar. Sinuum, & cosinum calculus, quam iis sit utilis, qui in infinitesimorum versantur analysi, demonstrandum Riccatus susceperat, superque ea re ediderat nonnulla. Quæ cum legisset Virgilius Cavina, qui tum Parmæ agebat, eique vehementer placuissent, ab Riccato pro amicitia sua petiit, ut in idem argumentum alia adderet, eaque, quæ scripserat, faceret illustriora. Riccatus, qua est humanitate, cum posset per unas litteras ei satisfacere, per binas maluit. Petebat in primis Cavina, ut sibi explicaretur, quid tandem fieret, si numerus quidam n , quem rationalem semper Riccatus posuerat, esset irrationalis; in integro numero rem patere, itemque in fracto, in positivo, in negativo; in irrationali non æque esse manifestam. Id ergo Riccatus in
pri-

prima epistola explicat, ac tam facile ex his, quæ antea ediderat, quod vult, colligit, ut videatur Cavina, nisi ex alio quærere maluisset, potuisse ipse per se idem invenire.

Epistolam primam altera excipit, qua ostenditur formularum quarumdam usus ad integrationes nonnullas absolvendas. Etenim duo lemmata in prima epistola Riccatus posuerat, inque altero formulas quasdam perbreves, & maxime simplices; neque omnino quo hæ valerent, & quam late earum usus pateret, ostenderat. Secundis ergo litteris demonstrat, quemadmodum sint illæ, si vel paululum inflectantur, ad integrationes multas peragendas aptissimæ, ex iis, quæ vel circuli quadraturam postulant, vel hyperbolæ. Ad extremum pauca addit, quibus doceat, sibi in his omnibus cum Eulero vel maxime convenire. Non ab re; est enim illustre cum tam illustri consensisse.

Duabus acceptis epistolis tertiam Cavina elicit, quæstionem aliam proponens, quam si Riccatus explicavisset, videretur ei tractatio illa tota perfectior futura esse atque absolutior. Occurrebant casus, ad quos quæ Riccatus docuerat, transferre se posse, negabat Cavina. Fecit Riccatus epistola tertia, ut posset, & sine labore posset; ac per duo theoremata neque difficilia, neque longa rem totam expedivit. Nemo sane erit, quin se multum Cavinæ debere profiteatur, qui hæc a Riccato expresserit; nisi qui forte succenseant, quod non eundem sæpius laceffiverit. Riccati epistolas licebit legere in opusculis.

Saladinus quoque ad altiora properat. Id ejus sermo declarabit, quem referam in opuscula. Summa huc spectat. Consoeverant mathematici differentiales formulas, quæ variabilem continerent non plus unam, ad constructionem perducere quadraturarum ope; propositam quippe formulam in aliam nullo negotio vertebant, quæ curvilinei cujusdam spatii elementum repræsentaret, nam illo spatio in quadratum converso quod quærebant, assequerentur. Visum est deinde nonnullis, potuisse id totum expediri commodius, si ad rectificationes confugissent, ac formulam, quæ proposita esset, in eam vertissent, quæ curvæ lineæ elementum exhiberet; nam quamvis ea res artificii plus habeat & laboris, est tamen rectificatio ad præxim commodior, quam quadratura. Primus omnium, quantum scimus, Jacobus Hermannus ad hanc perquisitionem mathematicos excitavit, in quam deinde se dedit Nicolaus Ber-

nullius, Joannis filius, ac rem totam sic expedivit, ut Hermannō tamen non omnino satisfecerit. Satisfecit fortasse rei. Ad extremum Leonardus Eulerus hunc locum arripuit, tractavitque modo suo, idest acutissime, & ut magnum geometram decebat. Quemvis horum sequamur, clarissimum profecto, & magni nominis auctorem sequemur. Saladinus tamen Bernullio se applicat, cujus methodum adeo non rejicit, ut perficere etiam nitatur. Bernullii methodus visa est ei provehi posse longius, si limites quidam, qui removeri facile possunt, removeantur; posse etiam liberius tutiusque vagari, si ratio tradatur imaginarias expressiones vitandi, quæ in illa methodo interdum occurrunt. In id ergo maxime Saladinus incumbit, ut imaginariorum, quantum fieri potest, metum tollat. Præterea quod Bernullius demonstraverat, demonstrat ipse aliter; unde & novas vias aperit; omnino Bernullianum inventum facit prope suum.

Sed jam ad leviora transeamus, quæ ut leviora dicantur, & sint, non hoc tamen nomine videntur profus contemnenda. Inest interdum in levioribus utilitas, ususque major. Venustatem habent quamdam suam, & simplicitate ipsa placent. Sunt deinde commodissima, neque, ut intelligantur, longum tempus postulant. Sed levitatis laudes mittamus. In levioribus oblectavit se se Franciscus Maria Zanottus Vareno suo scribens. Res sic abiit. Epistolam Zanottus ad Varenum scripserat de luce & coloribus bene longam, neque dum dederat; cum subito litteræ ei a Vareno afferuntur, quibus quæstiones duas puer doctus proponit. Noluit Zanottus tempus ad has sumere; arreptoque calamo sub illa, quam dixi, epistola ea confestim exaravit, quæ sibi olim, cum easdem forte quæstiones versaret animo, in mentem venisse meminerat. Volebat, ut ipse ait, si quid errasset, excusationem erroris habere aliquam in festinatione, quamquam festinans sic scripsit, ut minime festinasse videatur. Quæstiones a Vareno propositæ quæ sint, quidque Zanottus ad has responderit, paucis aperiam; quæ autem illum rationes moverint, & quo modo id, quod vult, effecerit, licebit cognoscere in opusculis, ubi sub ipsam Zanotti epistolam hæc proxime consequentur.

Duorum, quæ Varenus petebat, primum illud erat, ut notissimum vulgatissimumque geometrarum theorema commodius sibi in hyperbola demonstraretur, quam fieri passim solet. Est enim theorema illud, ut permulta alia, hyperbolæ
cum

cum ellipsi commune; ac cum ad id in ellipsi explicandum demonstrationem adhibeant haud facilem, eandem deinde transferunt ad hyperbolam, in qua difficultatem habet majorem. Cur, aiebat Varenus, cum ab ellipsi ad hyperbolam se transferunt, non statim asymptotorum occasione arrepta, quemadmodum Hospitalius facit, in id incumbunt, ut quod in ellipsi non sine aliquo labore demonstratur, demonstretur in hyperbola labore nullo? Petebat ergo a Zanotto Varenus, ut theorema sibi quam commodissime expediret, Hospitalii brevitatem, facilitatemque imitatus. Theorema, de quo agebatur, erat vulgatum illud: parallelogrammum, quod e binis quibusque diametris conjugatis efficitur, est magnitudinis constantis. In id ergo intendens paulisper Zanottus animum, ut adolescentulo morem gereret, demonstrationem e vestigio depromsit expeditissimam, quæ Hospitalium decere posset; quod erat facile in re levi. Nihil ea certe brevius, nihil facilius, nihil commodius; ut si qui commodiorem desiderent, ii plane ostendant, nihil sibi satis commodum videri posse. Demonstrationem ipsam in opusculis legent, qui volent.

Quæstio altera, quam ponebat Varenus, paulo erat difficilior, & in metaphysicorum subtilitates incurrebat. De qua Zanottus cum multa audivisse se, nonnulla etiam legisse recordaretur, ea tamen disseruit, quæ excogitasse se putabat, non ab aliis accepisse. Sed id quidem nihil ad rem pertinet. Ut ad rem ipsam accedam, exponam quæstionem breviter ad hunc modum. Si corpus a puncto quopiam trahatur, nullaque alia agatur vi, dubium non est, quin recta ad centrum, a quo trahitur, ferri debeat; ac cum ad punctum infimum, quod est centrum ipsum, pervenerit, concepto impetu per eandem lineam ultro progredi. Ponamus jam corpus, quo tempore trahitur, & cadere incipit, alia agi vi, quæ ipsum pellat ea directione, quæ sit perpendicularis directioni vis trahentis, eoque impetu, ut, attractione id ferente, percurrere ellipsim debeat, cujus focus sit punctum trahens. Hic enimvero dubium non est, quin debeat corpus, ubi punctum infimum attigerit, ex altera parte regredi, eoque redire, unde discessit. Idque pariter in ellipsi quavis accidere oportet, quantumcumque latitudo ejus, idest diameter minor, minuatur.

Quæ cum omnes ita esse consentiant, hæc Varenus orta erat dubitatio. Quid? aiebat ille. Si sit ellipseos latitudo in-

finite parva; utrum existimabimus? Debere corpus progredi; ubi punctum infimum attigerit, an regredi? Nam utique videtur debere progredi, cum possit ellipsis pro linea recta haberi; neque minus regredi, cum in ellipsi quavis regrediat, quantumcumque minuatur latitudo; non enim continuitatis lex fert, ut quod in omni latitudine perpetuum & constans fuit, id subito intereat in infinitesima. Quid ergo hic fiet?

Ad id respondens Zanottus ait primum dubitare valde se, quemadmodum fieri id possit, quod quasi factum hic ponitur, ut corpus scilicet duabus illis actum viribus, attrahente & pellente, ellipsim percurrat latitudinis infinitesimæ. Sed quoniam neque Varenus id quærit, & ipse properat, in iisdem positus manere vult, neque pronunciare dubitat, corpus, si ellipsim quidem percurrat latitudinis infinitesimæ, ubi ad punctum infimum pervenerit, debere regredi; neque concedit, posse hoc loco latitudinem ellipseos infinite parvam contemni, ut ellipsis ipsa pro linea recta habeatur. Ejus rei rationem hanc affert. Nihil profecto hoc loco agitur, nisi tantum quæritur, an debeat corpus, ubi punctum infimum attigerit, progredi, an regredi. Id autem ab latitudine ellipseos nullo modo pendet; pendet tantummodo a directione illa, quam corpus obtinet, dum punctum infimum attingit; quæ directio quoniam in omni ellipsi manet eadem, neque, ut latitudo variet, ipsa quidquam variet; sequitur, ut id quoque, quod ex ea tantummodo pendet, idem in omni ellipsi manere debeat, ideoque debeat corpus regredi in omni ellipsi, etiam si ea sit latitudinis infinite parvæ; nam in latitudine etiam infinite parva directio illa, uti dixi, manet eadem. Non ergo licet latitudinem, etiam si infinite parvam, contemnere; nam quantulumcumque sit, ad id tamen, quod quæritur, eodem semper modo se habet. Hæc premit Zanottus, & in syllogismi formam contorquet; prope scholasticorum more urget. Anguli quoque exemplo utitur. Quis enim putat, si id quæritur, quod ex magnitudine anguli tantummodo pendeat, mutari id oportere, ex eo quod latus alterum anguli infinite parvum fiat? manet enim, in hac etiam lateris parvitate, anguli magnitudo eadem; neque interit, nisi cum latus omnino tollitur; quo tempore ex assignabili repente fit nulla.

Neque vero audire illos Zanottus vult, qui docent, ellipsim

lipſim quamlibet, ſi latitudo ejus magis magiſque minuatur; in veriſſimam tandem lineam rectam deſinere. Id enim ſi fieret, oporteret latitudinem ejus, in nihilum tandem plane verti; quod ille fieri poſſe negat; aliud eſt enim rem minuire, aliud in nihilum plane vertere; unde ſequitur, ut quantumcumque latitudo illa minuatur, numquam ex eo fieri poſſit nulla. Quod ſi qua interdum fiunt nulla, non id proſecto ex eo habent, quod magis magiſque imminuta paulatim ad nihilum acceſſerint, ſed ratione alia.

Ac ne illos quidem intelligere ſe poſſe Zanottus profiteſtur, qui magnitudines invexerunt jam jam in nihilum abituras. Quæ eſt enim magnitudo, quæ, quantulacumque ſit, non infinito intervallo diſtet ab nihilo? Magnitudines ergo iſtas ultimas rejicit tamquam obſcuriſſimas. Neque illos tamen reprehendit, qui evaneſcentibus, naſcentibuſque magnitudinibus ad omnia utuntur, modo eis ſic utantur, tamquam infinite parvis, non tamquam ultimis. Quod illi an perpetuo ſervent, alii viderint. Ad ſummam homo timidus ſic ponit: metum vix ullum eſſe in magnitudinibus infinite parvis, ſi rite adhibeantur, quaſi in his etiam metuendum ſit non nihil; in ultimis ſemper metum eſſe aliquem. Sed jam me video, longius proſectum eſſe, quam res poſtulabat, quamque ipſe initio putaram. Me ſcilicet ſcribendi curſus interdum rapit.

Ad alia tranſeamus, in quibus prætermitti non debent Sebaſtiani Canterzani cogitata, quæ elementaria dici poſſunt, levia dici non poſſunt; ſic enim ſunt elementaria, ut & acumen oſtendant, & reconditoris mechanicæ commoda valde illuſtrent. Quamquam de illius commentatione erit mihi alias fortæſſe dicendi locus. Rem nunc tantum indicabo, ne quid videar geometricæ titulo detraxiſſe. Franciſcus Maria Zanottus problema hoc ad ſolvendum poſuerat. Datis duobus punctis A, & B; A in data quadam recta, atque indefinita; B extra; ſectionem conicam ducere, quæ focum habeat in B, & præterea tranſeat per A; ſic quidem ut ea, quam dixi, recta ſit ejus tangens, in A ſcilicet; & demum parametrum habeat datæ longitudinis. Sentiebat Zanottus problemate hoc ſoluto, problema aliud in mechanicis nobiliſſimum, quodque difficiliſſimum ſemper eſt habitum, mira facilitate ſolvi poſſe. Illud ergo, quod geometricum plane eſt, a geometricis petebat, ut ſolverent; auctorem quippe nullum inveniebat, qui id feciſſet. Canterzaniſſimum

suscepit alacriter: quæstionem statim in suas partes, uti opus erat, distinxit; quæ cuique parti sectio conica conveniret, ostendit; unde ejus axis initium duceret, quo se protenderet; nihil denique prætermisit, quod ad perfectissimam absolutissimamque demonstrationem requireretur; omniaque præstitit & synthetice, & supra quam dici potest celeriter. Hac dein demonstratione Zanottus usus, quæstionem suam illam mechanicam & facile, ut volebat, expedit, & breviter. Sic Canterzanus eodem studio geometriam auxit, & mechanicam adjuvit facultatem.

Neque minus Gregorius Casalius, eques spectatissimus, idemque jam Senator egregius, in utramque facultatem incumbebat; namque ut erat bellicis imbutus artibus, & militarem architecturam in Instituto profitebatur, pulveris pyrii vim commodissime in Academia explicaverat, & machinulas composuerat ad globorum jactus demetiendos aptissimas. Quibus in studiis magna cum laude exercebatur etiam Josephus De Via, Vir nobilitate atque ingenio præstans, geometria excultus, & rei tormentariæ, quam annos aliquot administraverat, apprime sciens. Sed ista bellica non sunt hujus loci. Quod ad geometriam attinet; cum multa Casalius in arithmeticis seriebus animadvertisset scitu digna, deinde e Pompeio Pellegrino, viro nobili, in mathematicis rebus versato, intellexisset, eorum pleraque in Parisiensis Academiae Actis annorum, supra millesimum septingentesimum, quinti & sexti fuisse edita, ea abiecit, quæ sua videri non possent, seque ad geometricas series contulit, sperans fore, ut intactum aliquid inveniret. Et vero in theoremata quædam incurrit, eademque ad Academiam pro diligentia sua postea detulit, quæ nemo, quantum scimus, ante illum notaverat, & erant tamen digna, quæ notarentur. A seriebus deinde ad figuras se transtulit; quas dum versat multis modis, & alias aliis, ut militaris architecturæ ratio postulat, inscribit circumscribitque, rem comperit, quæ minime exspectanda videbatur: tam multa scilicet inter figuras quasdam inter se diversissimas convenire, ut quamvis figuræ sint diversissimæ, omnes tamen eandem quasi speciem profiteantur. Ex figuræ sunt triangulum, quadrilaterum, hexagonum. Non ignoramus hoc fere ingenio naturam esse, ut communi quodam vinculo adstringantur omnia, seseque per similitudines quasdam quasi mutuo trahant, & ad unum

revocent. Quod cum facile in his appareat, quæ sub sensum cadunt; multo est etiam manifestius in numeris, in figuris, rebusque aliis ab omni materia sejunctis. Videtur tamen in hac communi univrsarum rerum convenientia certus esse ordo: ut rei nullius proprietas ad remotissima quæ sunt, transeat, quin prius attingat propiora. In triangulo igitur, quadrilatero, hexagono putat Casalius naturam quodam modo ludere. Quis enim proprietates esse quasdam suspicetur, quæ triangulum cum affecerint, & quadrilaterum, ad hexagonum statim se transferant; pentagonum, quod est propius, ne attingant quidem; ad reliquas figuras alias nihil omnino pertineant? Harum nonnullas Casalius reperit, easque Academiæ patefecit. Sed hæc quidem proximis hisce annis disputata volumen aliud expectant; non enim omnia conferre huc volumus, ut his, qui sequentur, nihil relinquamus. Qua de causa illa etiam prætermittimus, quæ & Matteucciis, & Mariscottus, & Fantonus, aliique clarissimi viri ad Academiam detulerunt.

Sentio ego quidem, me nihil adhuc ex ipso geometriæ finu depromisse; de geometris potius dixisse non nulla. Quod ne qui mirentur, meminere velim, quod ab initio dixi, eas fere res proponi a geometris, quæ tractari sermone domestico, qualem hunc nostrum esse volumus, non patiuntur, seque populares fieri posse negant.

AD REM MUSICAM SPECTANTIA:

De progressionibus geometricis, utrum pertineant ad rem musicam.

JOannes Baptista Martinus, è præclarissimo Franciscanorum, quos Minores Conventuales vocant, ordine, moribus pariter, atque ingenio enitebat. Præter sacrarum litterarum cognitionem, qua eo valebat, ut inter suos magister esset, tantam fuerat musicæ artis scientiam consecutus, ut nemo fere tota Italia clarior haberetur. His addebat notitiam temporum, omniumque vicissitudinum, quibus jam inde ab orbe condito ars illa perfuncta est; quæ omnia sic tenebat, ut illi neminem in hac eruditione audeam comparare. Itaque, hæc me adhuc scribente, historiam artis musicæ contexebat, cujus tomum jam primum ediderat, Augustissimæ Hispanorum Regiæ inscriptum, qui tomus mirum reliquorum desiderium excitavit. In eo tomo musicæ historiam ab initio mundi usque ad Cyri tempora est persecutus, nihil eorum prætermittens, unde illius artis exordia, & progressus antiquissimi, inclinationesque variæ possint conjici; deinde disputationes tres addidit; quarum prima, qui sit cantus naturæ maxime accommodatus, quæritur; altera, quousque Græci, qui doctissimi inter omnes semper sunt habiti, in hac arte procefferint; tertia demum instrumenta musica explicantur, quæ olim Hebræorum natio adhibuisse fertur in divinis rebus faciendis.

Cum his rebus Martini nomen splendesceret, noluit Academia tanto carere lumine. Hominem ergo sibi adjunxit, agnovitque statim, se sibi non doctissimum modo, sed etiam gratissimum humanissimumque adjunxisse; quippe qui sermonem paulo post scripsit de progressionibus geometricis, quatenus ad musicam pertinent, si quid pertinent, eumque ad Academiam detulit, in quo sane præceptorem illius artis summum agnoscas; tanta ubique cum veteris tum recentioris musicæ apparet cognitio. Non committam, ut is sermo in opusculis desideretur. Ut autem, quod instituti mei est, summam explicem

cem, initium alte petam, exorsusque a facillimis ad difficiliora paulatim progrediar, quod & legentibus erit commodum, & mihi multo magis, qui scribere de his cogar, homo neque mathematicus, neque musicus. Dicam igitur primum de progressionibus geometricis, ut potero; tum de musicis intervallis; deinde ad id veniam, quod agitur.

Progressio geometrica est series numerorum (ut omnia ad numeros referamus) quorum primus est ad secundum, uti secundus ad tertium, & tertius ad quartum, alique deinceps ad alios in infinitum. Exemplo esse potest series illa subdupla, quæ simplicissima est, & in naturali numerorum serie quasi primam se offert,

1, 2, 4, 8, 16, 32, 64 &c.

quæ subdupla dicitur, propterea quod primus terminus dimidia pars est secundi, uti & secundus tertii, alique deinceps aliorum. Neque minus exemplo esse potest illa, quæ hanc proxime sequitur, ejusque imitatur simplicitatem,

1, 3, 9, 27, 81, 243, 729, &c.

quæ subtripla dicitur, quod primus terminus tertia pars est secundi.

Quoniam in duabus hisce seriebus, quas exempli loco esse volui, sermo fere totus deinceps versabitur, non ab erit unum in his animadvertere, quod est ceteroqui intellectu facillimum.

Quamvis series illa subdupla in infinitum abiens infinitos complectatur numeros, non continuo tamen complectitur numeros omnino omnes. Vides eam, dum transit a 2 ad 4, præterire numerum 3, qui numerus 3 in tota illa serie nunquam reperietur, siquidem numeri, qui secuntur, omnes majores sint, necesse est. Transiens deinde a 4 ad 8 præterit numeros 5, 6, 7. Transiens ab 8 ad 16, præterit numeros 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15. Transiens a 16 ad 32, præterit numeros 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31. Eoque plures præterit, ulterius procedens.

Idque ipsum licet animadvertere etiam in serie subtripla; quippe quæ transiens ab 1 ad 3 præterit numerum 2, a 3 ad 9 præterit numeros 4, 5, 6, 7, 8; ab 9 ad 27 præterit numeros 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26.

Quod si numeros, quos neutra series recipit, velis perfe-

qui, cujusmodi sunt 5, 6, 7, 10, 11, 12, 13, 14, 15, alique; brevi fiet, ut multitudo te obruat, quippe quia multo plures sunt numeri, quos series illæ duæ non recipiunt, quam quos recipiunt; ac licet quos recipiunt, infiniti sint, si tamen cum iis, quos non recipiunt, comparentur, pro paucissimis haberi poterunt. Itaque si ex omni, quantacumque est, numerorum multitudine numeros vel paucos acceperis, vix umquam accidet, nisi de industria id egeris, ut omnes, quos acceperis, duabus illis, quas proposui, seriebus contineantur. Idque si in multis accadat, supra quam dici potest, mirabimur; neque injuria. Hæc satis erit, ad ea quidem, quæ dicturi sumus, in progressionibus geometricis animadvertisse.

Ad intervalla musica veniamus. Soni, quod neminem latet, alii aliis acutiores sunt, quamquam qui acuti sunt minus, etiam graves appellantur. Acutiei gradus certa ratione distinguere ac definire promptum est, ut & nominibus suis notari possint, & numeris designari. Constat quippe apud mathematicos doctissimos, fides, sive sonoras chordas, si ex eodem sint genere, ejusdemque crassitudinis, & æque tensæ, sonum tanto acutiorem edere, quanto sunt ipsæ breviores. Constitutis ergo chordarum longitudinibus, acutiei quoque gradus constituentur, nihilque impediet, quo minus suum cuique gradui nomen imponatur, eoque numero gradus designetur, quo longitudo chordæ exprimitur.

Alienum non erit rem claram exemplis clariorem facere. Sit chorda quævis quasi princeps aliarum, quam numero 1 exprimemus. Hæc suum sane acutiei gradum habebit, quem primum ponimus. Ponatur jam chorda alia, quæ chordæ illius principis tres quartas æquet. Hæc sane acutiorem sonum reddet. Atque ut chorda numero $\frac{2}{3}$ exprimitur, sic etiam acutiei gradus eodem numero, si volumus, designari poterit. Huic gradui quartæ nomen est, ideoque vulgo dicitur quarta esse $\frac{2}{3}$. Ponatur rursus chorda alia, quæ chordæ illius principis duas tertias æquet. Erit nimirum sonus acutior; ac dicetur esse acutiei gradus $\frac{3}{4}$, quoniam chorda est $\frac{3}{4}$. Hunc gradum quintam nominant; dicitur ergo quinta esse $\frac{3}{4}$. Rursus ponatur chorda, quæ chordæ illius principis dimidiam partem æquet. Erit hæc quoque acutior; atque ut chorda ipsa exprimitur numero $\frac{1}{2}$, sic etiam gradus acutiei numero $\frac{1}{2}$ designabitur. Hunc gradum nomine octavam vocant; dicitur ergo octava esse

esse $\frac{1}{2}$. Cur talia nomina imposita fuerint, nihil attinet hic loci quærere, modo illud intelligatur, pro variis chordarum longitudinibus varios quoque oriri acutiei gradus, suisque singulos numeris distingui. Sic peritissimi homines & hos, quos modo dixi, gradus notaverunt, & processerunt ad alios permultos, magnamque sibi quasi graduum supellectilem compararunt.

Cum autem sint, uti manifestum est, acutiei gradus quamplurimi, atque adeo infiniti, experientia docuit, non nullos eorum esse, qui si simul edantur, vel alii sequantur ex aliis, commodissime ad aures cadant; alios, qui minus commode; alios etiam, quos aures omnino respuant. Qui commode ad aures cadunt, eos consonantes dicimus; in quibus aures offenduntur, dissonantes. Inter consonantes illæ maxime, quas supra dixi, laudantur, octava, quinta, quarta. Tertiæ, sextæ, sunt enim quæ sic nominentur, aliique gradus consonantiam habere dicuntur minus perfectam; nec pariter suaves sunt omnibus. Quo apparet non usquequaque certum esse iudicium aurium.

Porro musicæ artis est eos gradus seligere, & ad canendum proponere, qui suavissimam consonantiam habeant, vel eam certe, quæ aures voluptate non nulla afficiat; nam in suavissimis immorari diutius, & perpetua dulcedine mulcere aures molestiam tandem parit; & sunt interdum dissonantiæ breves intermiscendæ, non quod ipsæ delectent; sed varietatem creant, faciuntque, ut plus delectent consonantiæ. Habet igitur ars musica certos constitutosque vocum gradus, suis distinctos numeris, quibus utitur ad aures oblectandas. Hos gradus, si placet, intervalla musica appellemus. Sunt qui aliter nominent; sed si res intelligatur, non est de nomine laborandum. Hactenus intervalla musica quid sint, docui. Nunc ad rem, qua de agitur, propius accedamus.

Quoniam musica, ut modo dixi, intervallis utitur, quibus mire demulcet aures, eaque numeris quam fieri potest simplicissimis distinguit, placuisset physicis mathematicisque, hos etiam numeros simplicissimos pulcherrimum quemdam habere ordinem, cujus cognitio vel sine voce delectaret; hique voluissent voluptatem aurium ad mentem cogitationemque traducere. Fuerunt etiam, (ut hos minus miremur) qui oculos dulcedinis musicæ participes esse voluerint; atque hi pen-

dula excogitaverunt alia aliis breviora, quorum vibrationes musica intervalla imitarentur. Potuissent melius, meo iudicio, ad saltatores se convertere, qui saltantes ad numerum, præsertim si docti sint, mire cum sono consentiunt. Horum artem oculorum musicam esse dixeris. Sed his missis ad philosophos revertamur.

Quamquam hi quidem, si verum fateri volumus, nihil dum satis certi attulerunt; ut enim simplicissimos istos numeros, quibus musici intervalla illa sua denotant, modis omnibus versaverint, legem tamen, quæ satis constans sit, nullam condere potuerunt. Visus est Plato moliri aliquid. Profecerunt fortasse aliquanto plus recentiores; in quibus Juvenalis Saccii e nobilissimo Barnabitarum ordine eluxit industria. Sed multos adhuc Plato ad se rapit, quos Martinus monendos censet, ne philosophi vere summi auctoritate abutantur. Atque huc ejus sermo spectat, quem referam ad hunc modum.

Proposuit, ut fertur, Plato, numeros illos omnes, unde intervalli cujusque musici nota ducitur, e geometricis progressionibus peti posse, non quibuslibet, sed iis, quæ & facillimæ sint, & maxime simplices, & statim, si qui ad numeros animadverterit, sub oculos cadant: omnino ex iis seriebus, quarum supra mentionem fecimus,

1, 2, 4, 8, 16, 32, 64 &c.

1, 3, 9, 27, 81, 243, 729 &c.

Qui ergo Platonici videri volunt, numeros omnes, qui ad notanda intervalla musica adhibentur, duabus hisce seriebus putant contineri. Idque sane, si res ipsa respondeat, nihilque excipiendum sit, mirari satis non possumus; nam cum numeri, ut supra demonstravimus, progressionibus illis absint tam multi, mirum sane est, eos, qui intervalla musica constituerunt, certis numeris notanda, cum nihil aliud, nisi voluptatem aurium, sequerentur, in nullum numerum incidisse, qui progressionibus illis abesset.

At hi quidem longe errant, nec satis vident, quam sint multa excipienda; eoque fit, ut quod Plato in uno fortasse genere recte animadvertit, id ipsi ad omnia transferant non recte. Ad hos utique refellendos satis fit, si intervallum modo unum ex uno musicæ genere (genera sunt enim multa) proferatur, quod illorum opinioni non respondeat. In quo nihil negotii fit. Sed istos Martinus refellere doctius voluit;

ita-

itaque non uno contentus genere, omnia, quotquot adhuc fuerunt, est persecutus, indeque intervalla depromsit plurima, minime illorum opinioni respondentia, ut intelligant tandem, non in uno tantum genere se falsos esse, sed pene in omnibus.

Ut id planum fiat, scire licet, non uno semper in genere musicam constituisse; etenim cum antiquiores certa vocum intervalla notassent, iisque componendis apte distribuendisque operam dedissent, disciplinamque novam creassent, exorti deinceps sunt alii, qui intervallis illis non satis contenti alia addiderunt atque alia, eaque ipsa, quæ retinuerunt, inflexerunt non nihil, præceptionesque alias tradiderunt; ac licet octavam, quintam, quartam, in quibus consonantia censetur esse perfectissima, servaverint omnes, mirum quantum in ceteris variarunt. Hinc tria musicæ facta sunt genera, quorum illud antiquissimum esse dicitur, est certe simplicissimum, & naturæ maxime consentaneum, quod diatonicum appellamus. Huic alterum successit mollius atque artificiosius, quod chromaticum dicitur; cui deinde tertium accessit, quod enharmonicum vocant, longe difficillimum, in quo paucissimi vel inter græcos dicuntur excelluisse. E tribus hisce generibus duo deinde alia sunt orta, unum, cui mixto nomen est; idque per omnia vagatur liberius; alterum duorum particeps, diatonici & chromatici, quod his temporibus in tanta celebritate est, ut nullum aliud sit notius. Neque hæc tantum genera inter se discrepant, sed est in unoquoque mira varietas; nam diatonicum in species octo diducitur, itemque chromaticum; enharmonicum in quinque; ac sua cuique speciei sunt intervalla suis numeris distincta. Quod si numeros hosce colligas, tanta erit multitudo, & varietas, ut hoc ipso spem ponas fieri posse, ut Platonicis duabus illis seriebus ad unum omnes contineantur.

Quamquam videtur Plato in prima diatonici generis specie summopere laudandus. Atque ille fortasse non ad aliam respexit. Martinus intervalla hujus speciei omnia colligit, ac licet nec pauca sint, & numeris definiantur longe inter se distitis, nullus in his tamen numerus est, qui in progressionibus illas, quas Plato proposuit, non incidat. Id, quod in consonantiis perfectissimis, octava, quinta, quarta, usque adeo manifestum est, ut intelligi statim possit, docente nullo.

Nam

Nam octava quidem est, ut ante diximus, $\frac{2}{1}$. Definitur ergo numeris 1 & 2. Quinta est $\frac{3}{2}$; definitur ergo numeris 2 & 3. Quarta est $\frac{4}{3}$; definitur ergo numeris 3 & 4. Quis autem, si progressionem illam Platonis inspexerit,

1, 2, 4, 8, 16 &c.

1, 3, 9, 27, 81 &c.

non in hos statim numeros 1, 2, 3, 4, incurrat? Atqui habet hæc eadem diatonici generis species intervalla alia, quæ numeris definiuntur multo majoribus. Habet duas tertias, quarum altera definitur numeris 27 & 32, altera numeris 64, & 81: duas sextas, quarum altera definitur numeris 16, 27, altera numeris 81, 128. Habet septimam majorem, quam definiunt numeri 128, 243. Habet intervalla alia aliis numeris distincta. Horum tamen numerorum omnium nullus est, in quem progressionem illam, quas Plato posuit, si qui eas producere velit, non incurrant? Ne comma quidem aberrat, quæ pars gradus minima esse dicitur, definiturque numeris 524288, 531441. Tanta est Platonis in prima diatonici generis specie felicitas.

At quam male res cedit in speciebus aliis! Martinus intervalla permulta colligit, quæ species recipiunt alia vel generis ejusdem, vel chromatici, vel enharmonici, quæque vel Architas invexit, vel Eratosthenes, vel Aristoxenus, vel Ptolemæus, vel Didimus. Ad hæc definienda quam multi adhibentur numeri, quos progressionem Platonis illam non ferant! quod qui eas paululum produxerit, facile intelliget. Numero 224 utitur Aristoxenus in tertia diatonici generis specie; eodemque Ptolemæus in chromatico. In genus enharmonicum invehit Architas numerum 240; Didimus etiam numerum 248; isque numerum 240 non enharmonico tantum tribuit, sed generibus omnino omnibus. Longus sim, si cetera velim persequi; sed hæc utique satis esse arbitror ad ostendendum, non omnes numeros, quibus veteris musicæ intervalla notabantur, e progressionibus illis, quas Plato posuit, sumi potuisse.

Quid quod idem recentioris etiam musicæ intervalla demonstrant? quæ quidem musica, quoniam & nova est, & in clarissima jam luce versatur, seque cum veteri contendere posse putat, propriam considerationem requirit. Hujus igitur intervalla, suis quibusque adjunctis numeris, notabo, non qui-

quidem omnia, sed quæ quasi prima habentur, & sunt physicis notiora; eaque in tabulam referam, ut simul omnia uno adspectu possint comprehendi.

Vox princeps	-----	1
Tonus minor	-----	$\frac{9}{10}$
Tonus major	-----	$\frac{8}{9}$
Tertia minor	-----	$\frac{5}{6}$
Tertia major	-----	$\frac{4}{3}$
Quarta	-----	$\frac{3}{4}$
Quinta	-----	$\frac{2}{3}$
Sexta minor	-----	$\frac{5}{8}$
Sexta major	-----	$\frac{3}{2}$
Septima minor	-----	$\frac{5}{9}$
Septima major	-----	$\frac{8}{15}$
Octava	-----	$\frac{1}{2}$

Quis dixerit, numeros 5, 6, 10, 15 ex illis progressionibus, quas Plato commemorat, profectos esse? Atqui tamen numerus 15 septimæ majori se adjunxit; numerus 10 in tonum minorem invasit; numerus 6 in tertiam minorem. Numerus 5 late regnat, & in ambabus tertiis dominatur, & in sextis. Quod superiorem tabulam inspicienti fiet manifestum. Quid si intervalla alia notassem, quæ brevitatis studio prætermisi? Nam præter illa, quæ in tabulam contuli, habet recentior hæc musica etiam quintam aliam, quam deficientem vocat, quamque numeris designat 45, & 64; & quartam alteratam, quam numeris designat 32, 45. Quis est, quin videat, numerum 45 e progressionibus duabus illis, de quibus nunc sermo est, duci non potuisse? Habet etiam semitonos nescio quos, minorem, medium, majorem, maximum. Minorem definiunt numeri 24 & 25; medium numeri 128, 135; quos

quos numeros non omnes utique progressionibus illæ capiunt. Ne numeros quidem capiunt 15 & 25, qui ad semitonos alios notandos adhibentur. Qui ergo progressionibus duabus illis Platonice contineri putant omnia, eos & veteris & recentioris musicæ intervalla coarguunt. Quibus tamen concedit Martinus, quod volunt, si in una diatonici generis specie consistant; modo species alias atque alia genera vagari latius sinant, neque adolescentiorem hanc musicam, quæ his temporibus viget, tantosque habet processus ad gloriam, duarum progressionum limitibus velint coerceri.

Neque vero is est Martinus, qui nullam certam rationem in his numeris agnoscat, quibus recentior musica utitur ad intervalla sua denotanda; tantum non eam e geometricis progressionibus petendam existimat. Ceterum tres ipse methodos sequitur brevissimas, si quæ aliæ sunt, simplicissimasque, quibus ab octava exorsus ad intervalla alia deinceps omnia certa ratione procedit, & labore nullo. Harum primam divisionem nominat, alteram subtractionem, tertiam compositionem. Sed quibus appellet nominibus, nihil refert; res ipsæ sunt attendendæ. Has ego methodos statim exsequar, ut hanc etiam partem attingam, in intervallis iis, quæ supra in tabulam retuli; quamquam ad hæc quidem è methodis illis tribus, quas dixi, duæ satis sunt, prima & tertia. Ad intervalla alia, quæ in tabula non apparent, valet secunda. Ac per primam quidem methodum, quæ divisio dicitur, intervalla ducuntur omnia, quæ in tabula proponuntur supra sextas. Sextæ ipsæ & septimæ ducuntur per methodum tertiam, quæ dicitur compositio. A divisione ordiamur.

Divisio, quæ e tribus methodis prima est, in hoc est posita. Numeros duos sumes, quibus intervallum aliquod definitur, eosque duplicabis, ac medium numerum arithmeticum interpones: existet hinc series arithmetica trium terminorum. Quod si id feceris in intervallis non quibuslibet, sed certis determinatisque, primus & secundus seriei terminus intervallum aliud exhibebunt, secundus & tertius aliud. Hoc modo ab octava ad quintam & quartam procedes, tum a quinta ad duas tertias; deinde a tertia majore ad tonos ambos. Id totum res ipsa declarabit.

Ab octava ad quintam & quartam proceditur hoc modo. Cum sit octava, ut sæpe alias diximus, $\frac{2}{1}$, ideoque definiatur

nu-

numeris 1 & 2; numeri hi duo duplicentur, habebisque 2 & 4. His medius arithmeticus 3 interponatur. Existet jam series arithmetica 2, 3, 4; ac primus terminus 2, & secundus 3 exhibebunt quintam, quæ nempe est $\frac{2}{3}$; secundus 3, & tertius 4 exhibebunt quartam, quæ nempe est $\frac{3}{4}$.

A quinta similiter procedes ad tertiam utramque. Cum sit quinta, ut modo dixi, $\frac{2}{3}$, ideoque definiatur numeris 2 & 3, numeri hi duo duplicentur, habebisque 4 & 6. His medius arithmeticus 5 interponatur. Existet jam series arithmetica 4, 5, 6; ac primus terminus 4 & secundus 5 exhibebunt tertiam majorem, quæ nempe est $\frac{4}{5}$; secundus 5, & tertius 6 exhibebunt tertiam minorem, quæ nempe est $\frac{5}{6}$.

Eodem modo a tertia majore procedes ad tonos ambos. Cum sit tertia major, ut modo diximus, $\frac{4}{5}$, ideoque definiatur numeris 4 & 5; numeri hi duo duplicentur, habebisque 8 & 10. His medius arithmeticus 9 interponatur. Existet jam series arithmetica 8, 9, 10; ac primus terminus 8 & secundus 9 exhibebunt majorem tonum, qui nempe est $\frac{8}{9}$; secundus 9 & tertius 10 exhibebunt tonum minorem, qui nempe est $\frac{9}{10}$.

Sic per eam methodum, quæ divisio est appellata, exorfi ab octava ad intervalla omnia venimus, quæ in tabula proponuntur supra sextas. Hinc jam ad sextas ipsas & septimas per compositionem procedamus. Intervallum cum intervallo componi dicitur, si fractiones, quibus ambo designantur, multiplicentur inter se. Quod si quartam cum duabus tertiis compones, ambæ sextæ prodibunt; si quintam, ambæ septimæ. Id statim exsequar.

Componatur quarta cum tertia majore. Nempe cum sit quarta $\frac{3}{4}$, tertia major $\frac{4}{5}$, multiplicentur simul fractiones hæ duæ $\frac{3}{4}$, & $\frac{4}{5}$. Prodibit fractio $\frac{12}{20}$, idest $\frac{3}{5}$, quæ est scilicet sexta major.

Componatur rursus quarta, quæ est $\frac{3}{4}$, cum tertia minore, quæ est $\frac{5}{6}$. Idest multiplicentur simul fractiones hæ duæ $\frac{3}{4}$ & $\frac{5}{6}$. Prodibit fractio $\frac{15}{24}$ idest $\frac{5}{8}$, quæ est scilicet sexta minor.

Componatur jam quinta cum tertia majore. Nempe cum sit quinta $\frac{2}{3}$, tertia major $\frac{4}{5}$, multiplicentur simul fractiones hæ duæ $\frac{2}{3}$ & $\frac{4}{5}$. Prodibit fractio $\frac{8}{15}$, quæ est scilicet septima major.

Componatur rursus quinta, quæ est $\frac{2}{3}$, cum tertia minore, quæ est $\frac{1}{2}$, idest multiplicentur simul fractiones hæ duæ $\frac{2}{3}$ & $\frac{1}{2}$. Prodiabit fractio $\frac{10}{18}$ idest $\frac{5}{9}$, quæ est scilicet septima minor.

His utique apparet, intervalla omnia, quæ ego quidem in tabulam retuli, duabus methodis, divisione & compositione, pulcherrime duci. Neque minus pulchre per subtractionem ducentur intervalla alia, quæ in tabula non apparent; de qua methodo breviter dicam, ne, cum alias exposuerim, hanc videar contempsisse. In duobus intervallis subtractionem fieri dicimus, si sumtis fractionibus, quibus illa designantur, numerator utriusque per denominatorem alterius multiplicetur. Id si in certis intervallis fiat, certoque ex ordine, prodibunt numeri, qui intervalla alia exhibebunt. Exemplo uno contenti erimus. Diximus supra semitonum minorem definiri numeris 24 & 25. Prodiabunt jam hi ipsi numeri, si subtractionem, quam modo dixi, in duabus tertiis adhibueris. Est enim tertia major $\frac{2}{3}$, tertia minor $\frac{1}{3}$; ac si illius numeratorem 4 multiplicaveris per hujus denominatorem 6, existet tibi numerus 24; ac si hujus numeratorem 5 multiplicaveris per illius denominatorem 5, existet tibi numerus 25. Martinus intervalla alia persequitur: consentiunt omnia; ut illud hic quoque mirari oporteat, de quo supra Platonem laudavimus, eos nempe, qui intervalla hæc musica primum invexerunt, cum nihil aliud, nisi aurium delectationem spectarent, in tantum numerorum ordinem, tantamque consensionem incidisse. Sic Martinus musicos, si qui sunt, qui geometricas progressionem ament, eisque plus tribuant, quam oportet, deterret, & concinnitate nescio qua alliciens ad methodos revocat probabiliores.

Hæc adhuc scripsi de re musica rei musicæ plane rudis. In quo impudens omnino sim, nisi verear, ne aut multa imperite scripserim, aut ea etiam Martino per errorem assignaverim, quæ sua Martinus esse nolit. Id si acciderit, Lectorem obsecro, ut & mihi pro humanitate sua veniam det, & his perfectis ad Martini opusculum statim se conferat, nihilque ei tribuat, nisi quod ex ipso ipsius sermone tribuendum illi esse existimabit.

M E C H A N I C A.

De legibus mechanicis.

Naturæ leges, quas mechanici in corporibus maxime, quæ aut moventur, aut certe nituntur, considerant, nihil sunt aliud, nisi consuetudines quædam, quas natura ipsa perpetuo & constanter servat; quod si eæ sint, quæ esse aliter nullo modo possint, dicuntur necessaria; sin minus, contingentes. Utrum necessaria sint, an contingentes, quæstio est inter mechanicos excitata primum, uti credimus, atque orta; in quam deinde & geometræ & metaphysici invalerunt. Nam physici quidem, si experimentis tantum fidunt, nihil efficiunt; affirmare possunt id evenire, quod evenit; non ultra progredi; quod si principia alia adhibent, &, ut philosophos decet, ratione ducti causas quærunt; quid tandem afferunt, quod non a geometria, aut metaphysica mutuentur? Dialecticam mitto, quæ disciplinarum quasi ministra est omnium, quamque metaphysici apud se ortam esse volunt. Est ergo metaphysicorum, geometrarumque, quales sint mechanicorum leges, cognoscere. Sunt autem multi, non sane admodum acuti, qui convenientiam quamdam cum necessitate confundentes, illas idcirco necessarias esse putant, quod maxime convenientes esse videantur; atque hi quidem, si sibi constant, id omne necessarium putabunt, quod pulchre accidit; acutiores alii convenientiam a necessitate probe satis distinguunt; at si convenientiam in mechanicorum legibus compertam habeant, ea commendatione contenti, leges ipsas statim amplectuntur, necessitatem non requirunt; hique evidentiam non consecretantur, & modo utilia afferant, probabilitate quadam se duci sinunt. Sunt etiam non nulli, qui id necessarium nominant, quod si tollas, præsentem mundi ordinem tolli necesse sit, & rerum perturbationem sequi; leges ergo mechanicorum necessarias vocant, quod his sublatis servari hic mundi aspectus non possit. Qui etsi id, quod dicunt, verum sit, quæstionem tamen non sol-

vunt; non enim quæritur, an necessariae sint ad aliquid, sed utrum necessariae sint in se ipsæ, idest, ut idem repetam, eæ sint, quæ esse aliter omnino non possint, ideoque, si tollantur, absurda sequi oporteat, & pugnancia inter se. Quod ita esse tum denique demonstratum erit, si ostendatur, eas a principiis duci certissimis & talibus, qualia metaphysicorum, geometrarumque sunt axiomata. Itaque tota quæstio in principiis versatur, e quibus illæ ducuntur.

Atque hanc quidem quæstionem ab nemine adhuc diligentius, quam a Daniele Bernullio, tractatam fuisse plane affirmarem, nisi eandem postea Vincentius Riccatus tractavisset. Is enim, quamvis ægre, nec nisi aliorum petitionibus & crebris & multis illam susceperit, seque in ea Bernullium sequi professus sit, totamque controversiam, quod idem & Bernullius fecerat, ad unam mechanicorum legem revocaverit, vel ut de una statueret, vel quod unius exemplo persuadere etiam de aliis voluerit; tamen illam ipsam demonstrationem, quam Bernullius tradiderat pressius, dilatavit ipse, eduxitque e calculis, & omnino fecit commodiorem; ac licet omnia synthetice sit persecutus, suis tamen locis, quo quidque modo ad simplicissimos calculos revocari possit, per interjecta scholia monere voluit, ut iis etiam satisfaceret, quos delectare nihil potest, præter calculos. Quod autem in re nostra caput est, principia, unde illa omnis demonstratio ducitur, quæ Bernullius anguste admodum, ac prope exiliter proposuerat, & hypotheses nominaverat, explicavit ipse latius, & in suas divisit partes, & axiomata appellavit veriori fortasse nomine. Quæ a Bernullio super ea re sunt tradita, licet legere in primo tomo commentariorum Academiæ Petropolitanae. Riccatus sententiam suam in epistolam contulit, quam ad Dominicum Paverium e Societate Jesu scripsit, acerrimo ingenio hominem, doctrina & moribus spectatissimum. Rogabat is jamdudum Riccatum, urgebatque impensius, ut quid sibi de mechanicis legibus videretur, an necessariae sint, an contingentes, scripto tandem aliquo declararet; ac cum rogandi finem numquam faceret, Riccatus ad ultimum illam, quam dixi, epistolam scripsit, vel ut amico satisfaceret, vel ut molestia se liberaret, eamque postea, etsi erat familiariter scripta, in Academia recitavit, nemine non approbante. Hanc ego opusculis adjungam; ut quid ille in vulgatissima quæstione senserit ex ipsis
ipsum

ipſius verbis appareat. Hic tantum quæ lex ſit illa, quam demonſtrandam ſuſcepit, (una eſt enim, ut ſupra dixi, quam demonſtrare voluit) paucis monebo; tum principia ſive axiomata recenſebo, unde demonſtrationem duxit. Utrum lex, quæ his principiis demonſtretur, neceſſaria habenda ſit, an in contingentibus numeranda, aliorum iudicium erit. Sed jam theoremata explicemus, quod legem hanc continet; quodque eſt, ut mihi videtur, adeo clarum, ut tabulam non requirat.

Urgeant idem punctum potentiæ duæ in diverſa. Producantur directiones ambæ uſque dum potentias ipſas expriment; compleaturque parallelogrammum. Tandem ab illo, quod dixi, puncto diagonalis linea ducatur. Dico, potentias duas uni omnino æquivalere: ei ſcilicet, quæ punctum ſecundum diagonalis directionem urgeat, quæque diagonali ipſa exprimat. Idque eo valet, ut ſi punctum, quod duabus urgetur potentiis, mobile ſit ac liberum, diagonalem percurrere ipſam debeat, eamque eodem tempore conficere, quo latus utrumlibet confeciſſet, ſi illa tantum potentia, quæ ſecundum id latus urget, fuiſſet percitum. Huic theoremati adeo fidunt mechanici, ut univerſam motuum curvilinearum ſcientiam huic uni quaſi cuſtodiendam tradiderint.

Atqui id probant alii aliter, demonſtrationeſque quotidie novas quærunt; quo fatiſ ostendunt, ſe in nulla adhuc potuiſſe acquieſcere; iique vel maxime moroſi ſunt, qui nulla probabilitate contenti evidentiam eam poſtulant, unde legis, quæ demonſtratur, oriatur neceſſitas. His ergo fatiſfacere ſe poſſe Riccatus putat, demonſtrationem contexens, qua nihil evidentius, ut ipſe quidem iudicat, fingi poſſit. Juvat principia cognoscere, ſive axiomata, unde ea ducitur; in his enim, ut antea dixi, quæſtio vertitur tota; neque ſi in principiis quid nutet, ſperandum eſt, ut firma ac ſtabilia ſint reliqua. Hæc ergo principia videamus.

Principia, ſive axiomata, quibus Riccatus nititur, ſunt omnino novem, quæ referam modo meo; ac, ſi libuerit, e duobus tribuſve unum faciam; lic quidem ut minuam numerum, rem non mutem. Riccatum ipſum legent, qui volent; velle autem debent quicumque rem totam accuratiſſime perveſtigare ſtudent.

Axioma primum illud ſit. Si potentiæ duæ idem punctum eadem directione urgeant, æquivalens eis erit potentia illa,
quæ

quæ duarum summam æquet; si directionibus urgeant contrariis, potentia illa, quæ duarum æquet differentiam. Qua de re si qui dubitant, haud sane apparet, cur non iidem de illo etiam dubitent: totum est parte majus; aut de illo: quæ ad idem eandem proportionem habent, æqualia sunt.

Axioma alterum. Urgeant punctum quoddam potentia duæ, sitque angulus, quem directiones faciunt, quicumque libuerit. Fingamus animo potentiam tertiam, quæ motum omnem prohibens, punctum sistat. Duabus primis potentiis æquivalens erit potentia illa, quæ tertiæ & contraria sit & æqualis. Id, fateor, uti & alia ex his, quæ secuntur, vix intelliges, nisi animum paullo acrius intendas; quæ non idcirco tamen non axiomatum loco haberi debent. Riccatus quidem attentos docere vult, non oscitantes, neque aliud agentes.

Axioma tertium. Si potentia duæ, quæ punctum urgent, æquales inter se sint, quemcumque angulum ipsarum directiones faciant, potentia illis æquivalens eam habebit directionem, quæ hunc angulum bifariam dividet.

Axioma quartum. Potentia duæ punctum urgeant, earumque directiones angulum quemvis faciant; potentia autem his æquivalens eam directionem habeat, quæ hunc angulum dividat. His positis si potentia aliæ duæ punctum aliud urgeant, sintque duabus illis, quas posuimus, proportionales, ac directionibus suis eundem, atque illæ, efficiant angulum, potentia quoque, quæ his æquivalet, proportionalis erit potentia, quæ æquivalet illis, & directionum angulum similiter dividet. Videtur id sane ipsum per se manifestum esse.

Axioma quintum. Potentia æquivalens pro altera æquivalente citra errandi metum substitui potest. Quod si potentiis æquivalentibus potentias addas æquivalentes, erunt æquivalentes summæ; si demas, differentia.

Axioma sextum. Potentiis duabus punctum idem urgentibus si directionum angulus minuatur, potentia æquivalens augebitur; & contra minuetur potentia æquivalens, si directionum angulus augeatur.

Si qui sunt, qui in his, quæ adhuc enunciavimus, veritatem agnoscant, necessitatem vero, quam axiomata asserre solent, non sentiant, hos iterum moneo, ut videant, quam se se attentos præbuerint. Etenim si animum intenderint, se seque totos in id dederint, confidit Riccatus fore, ut & vera esse,

esse, quæ diximus, intelligant, & tamquam axiomata assumere non dubitent. Quibus hoc etiam addit. Potentiæ tres idem punctum urgeant, sintque ipsæ æquales, ipsarumque directiones tres angulos faciant æquales; erunt hoc ipso potentiæ ad æquilibrium compositæ. Facit nempe & potentiæ æqualitas & angulorum, ut ratio sit nulla, cur punctum, quod urgetur, ad unam magis inclinetur partem, quam ad alteram.

His Riccatus expositis corollaria primum tria colligit, deinde vulgatissimam illam, quam supra posui, mechanicorum legem per theoremata aliquot plane demonstrat; calculos nusquam adhibet; syntheticus totus est; nihil omnino dici potest elegantius; ut gratiæ Paverio, qui illi adeo molestitus fuerit, sint habendæ.

*De sphaera punctum extra ipsam positum
attrahente.*

CUM Franciscus Maria Zanottus libellum quemdam componeret de viribus centralibus, de quo libello dicendum nobis erit alias, cupiebat appendicis loco nobilissimum theoremata illud adjungere: sphaera, si homogenea quidem sit, datum quodvis extra ipsam punctum non secus trahit, ac si omnis ejus massa in centro ipso sita esset: utique si lex attractionis ea sit, ut trahentes vires quadratis distantiarum reciprocentur; quæ lex censetur esse naturæ familiarissima: sed quoniam omnia, quæ in libro illo tractabantur, per cartesianos calculos explicaverat, eosque tam breves, tamque simplices, vix ut calculi viderentur, voluisset hoc etiam, quod dixi, theoremata expediri similiter posse, vel etiam demonstratione confici plane synthetica; fingebat enim se librum scribere adolescentulo, qui altiora assequi per ætatem nondum posset.

Omnia ergo, quotcumque habebat in manibus, mathematicorum scripta pervolvit, demonstrationem quærens, quæ sibi satisfaceret. Atqui nullam invenit. Nam primum non nulli sunt, inque his Sigorgnius, eruditissimi ceteroquin viri atque doctissimi, qui theoremata cum proposuerint, illud usque adeo non demonstrant, ut videantur, ne voluisse quidem. Sic enim fere disputant. Trahat sphaera punctum aliquod extra ipsam positum. Fac jam omnem sphaeræ massam in ejus

centrum colligi. Non est dubium, quin, si id fiat, aliæ sphaeræ partes ad punctum, quod trahitur, accedant, aliæ recedant; in accedentibus autem propter imminutam distantiam trahendi vis augeatur; in recedentibus propter distantiam auctam minuatur. Fit ergo compensatio; ac propterea summa virium manet eadem; neque ad trahendum punctum quidquam interest, utrum sphaeræ massa per totum sphaericum spatium diffusa late sit, an in centrum coacta. Et sane qui sic disputant, si compensationem fieri æqualem demonstrarent, confecta res esset; quoniam vero id non demonstrant, nihil efficiunt.

Alii deinde sunt multo ingeniosissimi, in quibus regnat Joannes Bernullius. Hi per calculos rem expediunt. Atqui differentias adhibent infinitesimas Leibnitianorum more, & integrationes admiscent, ut mathematicos magnos agnoscas, simplicitatem illam tantam, quam Zanottus quærebat, adhuc desideres. Plerique autem sic fere argumentando procedunt, ut a superficie sphaerica initium sumentes ad sphaeram ipsam perveniant. Sphaeram quippe in superficies sphaericas infinitas, easque concentricas, resolvunt; ac cum demonstraverint, superficiem sphaericam quamlibet punctum extra sphaeram positum perinde ad se trahere, ut si tota in centrum collecta esset; cum hoc, inquam, demonstraverint; id facile, quod in singulis superficiebus demonstraverunt, ad summam omnium transferunt, idest ad sphaeram ipsam.

Eandem viam iniit Gravesandus, mathematicus excellens, idemque physicus experientissimus; demonstrationemque contexit, brevem admodum, si tantum legas; si comprehendere etiam velis, non admodum. Videatur autem synthetica iis, qui synthetici non sunt; calculos quippe dissimulat. Ceterum habet formulas, easque inter se comparat; & industriæ apparent aliæ, quæ a syntheticis adhiberi non solent; ex ipsa algebra fatentur se esse ortas.

Hos Zanottus, scriptoresque alios cum frustra consulisset, tunc enimvero intellexit, quam difficile id factu esset, quod versabat animo; minusque jam sperare coepit de synthesesi; tamen Canterzanum forte nactus, maximo ingenio juvenem, sibi que amicitia conjunctissimum, a quo nihil non sperandum esse videbatur, theorema ei proposuit, rogavitque, ut si otiosus esset, & vellet, ingenii periculum in eo faceret, nihil sibi gratius futurum, quam si demonstrationem ejus aliquam

quam expromeret omnino syntheticam. Nullam rem tam difficilem esse Canterzanus existimavit, quæ sibi, amici tanti rogatu, non esset suscipienda. Rem ergo, quam proponebat Zanottus, suscepit alacriter, neque minus strenue gessit. Et quoniam in sermonibus, qui sibi antea cum amicis quibusdam ea de re inciderant, dubitari cœptum erat, an, quod synthetice demonstrari Zanottus vellet, verum id esset, demonstrarique ullo modo posset, Canterzanus ut dubitationem omnem statim tolleret, primum per integram calculum rem expedit, deinde omnibus abjectis calculis se vertit ad synthetism. Brevi tempore demonstrationes duas protulit. Altera ad eam proxime accedebat, quam supra e Gravesando indicavi: videbatur algebra hic quoque suas artes abscondisse. Altera tam synthetica erat, quam quod maxime; ut posset hoc nomine vel Zanotto placere. Nihil calculorum. Nihil algebrae. Atque hæc illa est, cujus causa hunc sermonem institui, quamque opusculis inferam, ut quantum adhuc potuerit synthetis in theoremate nobilissimo appareat.

Hic ne videar, narrans cetera, rem ipsam prætermisisse, demonstrationis viam, & quasi incessum ostendam. Convertit primum Canterzanus sphaeram in corpus aliud quoddam solidum, informe illud quidem, sed ad rem aptum; idque fieri vult rotatione cujusdam lineæ curvæ, quam accuratissime describit, circa sphaeræ diametrum se convertentis. Tum ostendit, corporis hujus massam, si tota in sphaeræ centrum transferatur, non secus trahere, quam sphaeram ipsam; quod si massæ accidit, qua corpus illud, quod dixi, constat; hoc ipso jam intelligitur, idem & massæ debere accidere, qua constat sphaera ipsa; sunt enim massæ pares. Sic sphaera in formam aliam conversa proprietatem denique prodit suam.

De motu corporum initiali.

FECIT adolescentis cujusdam dubitatio, ut pulcherrimum Newtoni lemma Franciscus Maria Zanottus explicandum suscepit diligentius fortasse, quam res ipsa postulabat, quippe quod ipsum per se satis planum esse videtur; itaque commentatores diligentissimi illud prætervolant. Tamen Varenus,
T. V. z id

id nomen adolescenti est, inter legendum hæserat, rogabatque dudum Zanottum per litteras, ut eum sibi locum declarare vellet. Negare diutius Zanottus non potuit, præsertim cum ea de re ageretur, qua nihil gravius in universa mechanica esse potest; agitur enim in eo lemmate de initiali corporum motu, quo uno tota virium centripetarum ratio continetur. Epistolam igitur Vareno scripsit bene longam, in qua cum alia permulta tractavit, tum ad extremum explanationem lemmatis adjunxit nescio quam. Epistolæ totius exemplum propter rerum, quæ in illa tractantur, vel elegantiam vel copiam conjiciam in opuscula; hic extremam tantum partem attingam, in qua de lemmate agitur, & initialis corporum motus explicatur. Sed ante omnia, quid lemmatis illud sit, scire convenit, quidque Varenus dubitaverit.

Newtonus e lemmatis illis undecim, quæ universæ philosophiæ præcedere voluit, in nono hoc statuit. Si axis curvam secet, indeque abscissarum exordium capiatur, erunt abscissæ in ipso curvæ initio proportionales ordinatis. Cum id posuerit, ad lemma decimum transit, in quo hoc habet. Si finita vis quæpiam perpetuo corpus urgeat, indeque sequatur motus, erunt tempora in ipso motus initio proportionalia velocitatibus. Id autem quam brevissime ostendit ad hunc fere modum. Finge tibi curvam quampiam, cujus abscissæ exprimant tempora, ordinatæ velocitates. Hic sane cum axis tum curva ex eodem ducentur puncto; ubi enim tempus nullum est, ibi quoque nulla est velocitas. Erunt ergo abscissæ in ipso curvæ initio proportionales ordinatis: id quippe nono lemmate demonstratum est. Erunt ergo etiam tempora in ipso motus initio proportionalia velocitatibus; unde sequitur, ut sit initialis ille motus uniformiter acceleratus. Hæc Newtonus strictim, & presse, more suo.

Varenus autem hæc subiit dubitatio. Demonstratum est utique in nono lemmate, ajebat Varenus, abscissas in ipso curvæ initio proportionales esse ordinatis, sed ita tamen si axis curvam secet, minime vero, si tangat. Quid ergo si curvam illam, quam mihi fingo, cujusque abscissæ exprimunt tempora, ordinatæ velocitates, curvam, inquam, illam tangat axis, non secet? Quid quod Newtonus in nono lemmate ea demonstratione utitur, quam facile ad eam curvam accommodes, quæ sit ad axem convexa, non facile ad eam trans-

transferas, quæ ad axem sit concava. Quid ergo si curva, quam mihi fingo, concava ad axem sit? Hæc Varenus.

Ut scrupulus levis esset, avellendum tamen ex animo adolescentis Zanottus putavit. Quare cum forte, ut supra dixi, ad eum scriberet, constituit in extrema epistola pauca addere, quæ ubi Varenus perlegisset, sperabat fore, ut Newtoni lemma explicare ipse per se posset; commentatorum diligentiam non requireret. Quoque essent omnia expeditiora, ab evanescentibus, nascentibusque, sic enim vocant, quantitibus deflexit, & ad infinitesimas, quarum communior est notio, se convertit, quod & Newtoniani faciunt, si quando aut aliorum commodo servire volunt, aut suo. Quoniam vero tota Zanotti ratio paucis quibusdam brevibusque theorematibus continetur, horum narrabo ordinem, demonstrationes prætermittam; nam neque instituti nostri est singula persequi, easque Zanottus ipse sic explicat, vix ut brevius explicari possint. Hinc ordiar.

Si linea curva, ejusque axis ab eodem puncto discedant, axis in illo puncto vel tanget curvam, vel secabit perpendiculariter, vel secabit oblique. Si tanget, erit curva ad axem convexa; si secabit perpendiculariter, erit curva ad axem concava; si secabit oblique, accidere utrumlibet poterit, ut sit curva vel ad axem convexa, vel concava.

Jam vero initio ducto ab eo puncto, quod axi cum curva commune est, abscissa sumatur infinitesima, ducaturque illi ordinata. Si axis curvam tangit, erit abscissa infinite major, quam ordinata. Si axis curvam secat perpendiculariter, erit abscissa infinite minor, quam ordinata. Si axis curvam secat oblique, erunt abscissa atque ordinata ejusdem ordinis; neque intererit, utrum curva ad axem convexa sit, an concava. His cognitis theoremata duo sua quasi sponte se produnt.

Primum est illud. Si axis curvam oblique secet, sumanturque abscissæ duæ infinitesimæ, eisque ordinatæ ducantur, erunt abscissæ ordinatis proportionales. Neque proportionales essent, si axis curvam aut perpendiculariter secaret, aut tangeret.

Theorema secundum est hujusmodi. Si axis curvam oblique secet, dividatur ipse autem in infinitas partes, easque omnes inter se æquales; tum a singulis divisionum punctis ordinatæ ad curvam ducantur, notenturque deinceps ordinata-

rum differentiarum, erunt differentiarum hæc omnes ejusdem ordinis, si axis quidem, ut modo dixi, curvam oblique fecerit. Non essent autem omnes ejusdem ordinis, si axis curvam aut perpendiculariter fecerit, aut tangeret.

Theoremata hæc duo haud difficilem habent demonstrationem. Neque illud minus animadvertere promptum est; quod jam sic explico. Urgeatur perpetuo corpus vi quapiam, unde motus sequatur; fingamusque animo curvam quampiam, cujus abscissæ exprimant tempora, ordinatæ exprimant velocitates. Ponamus præterea hujus curvæ axem in infinitas partes, easque inter se æquales, dividi; tum per omnia divisionum puncta ordinatas duci, ac demum ordinarum differentias omnes notari. His ita constitutis dubium non est, quin partes axis infinitesimæ exprimant singulæ tempuscula singula infinitesima; singulæ vero ordinarum differentiarum exprimant singulas velocitates, quas in tempusculis singulis vis parit, & corpori addit. Et quoniam vires, quæ in singulis tempusculis corpus urgent, proportionales sunt velocitatibus, quas in iis tempusculis pariunt, idcirco illæ, quas modo dixi, ordinarum differentiarum exprimunt etiam vires, quæ in singulis tempusculis corpus urgent.

His positis quæstionem jam Zanottus conficit ad hunc modum. Si vis corpus urgens perpetuo finita est, quemadmodum Newtonus ponit, vires etiam, quæ in singulis tempusculis corpus urgent, finitæ erunt omnes, ideoque omnes ejusdem ordinis; igitur erunt etiam ejusdem ordinis ordinarum differentiarum in ea curva, quam fingimus; ut quæ vires illas exprimunt; axis igitur ex his, quæ in theoremate secundo declaravimus, curvam secabit oblique, neque verendum erit, ne aut curvam tangat, quod metuebat Varenus, aut curvam fecerit perpendiculariter.

Quod si axis curvam oblique secat, erunt jam, ex theoremate primo, abscissæ duæ quævis infinitesimæ, in ipso scilicet curvæ initio, proportionales ordinatis; idque pariter valebit, si curva ad axem convexa sit, si sit concava; ergo etiam tempuscula duo quævis infinitesima, in ipso scilicet initio motus, proportionalia erunt velocitatibus, si corpus quidem vi finita, quod in primis ponitur, perpetuo urgeatur; eritque propterea initialis motus uniformiter acceleratus. Sic Zanottus præclarum tuetur lemma, nec admodum a Newtoni

ni demonstratione discedit; infinitesimis tantum differentiis liberius utitur.

Constat ergo initialem cujusvis corporis motum esse uniformiter acceleratum, ita tamen, si vis urgens corpus ubique finita sit. Quod qui minus animadvertunt, nihilque excipiunt, & quemcumque sibi motum finxerint, eum statim sic habent, quasi esset ab initio uniformiter acceleratus, erroris metu non carent. Etenim si quo in loco vis corpus urgens aut infinitesima sit, aut infinita, corpus autem ex eo loco proficiscatur, nequaquam dicetur initialis motus uniformiter accelerari.

Quamquam ex his viribus, quas physici vulgo celebrant, nullam invenies, quæ non ubique finita sit. Gravititas, quæ universis corporibus inhærere, tantosque ciere motus dicitur, neque infinita usquam est, neque infinitesima. Quod idem dici potest etiam de vi elastica; quantumcumque enim elastrum constringas, numquam nisi finitam vim faciet. Atqui duabus his viribus, gravitate, atque elasticitate, effici creduntur omnia, vel quod his solis natura utitur, vel quod physici eas solas naturæ tribuunt, quas ipsi norunt; itaque omnes naturæ motus in initio quidem uniformiter accelerati esse putantur, siquidem vis ubique finita omnes creat.

De motu corporum fune quopiam connexorum.

Difficile admodum est cum alia permulta referre, tum illa maxime, quæ e reconditiori mechanica deprompta sunt; ea enim plerumque sunt, quæ neque brevius dici patiantur, quam ut ab auctoribus sunt dicta, neque aliter; velut illud, quod superioribus hisce annis Vincentius Riccatus in Academia protulit de motu corporum fune quopiam connexorum; quod argumentum, ut intelligere quisque facile potest, omnes postulat & geometriæ & algebræ subtilitates. Sermonem, quem ea de re Riccatus fecit, rejiciam in opuscula; hic tantum quo spectet, quæque in eo prima sint, monebo, ut neque profus nihil, neque singula persecutus fuisse videar; rem ergo indicabo magis, quam referam.

Initio problema unum proposuit sibi Riccatus. Hoc idem postea multis modis variando, ad alia delapsus est, atque ex

uno plura fecit. Unde illud prodeat, a quo pendent cetera, sic explico. Funiculum tibi finge, cujus extremis duo quævis corpora adnexa sint. Sit ille flexilis, sed is tamen, qui neque distendi, neque longitudinem mutare ullo modo possit, inflectatur autem circa immobile punctum aliquod, circa quod ultro citroque trahi possit, neque ab eo tamen unquam disjungitur. Sic duæ semper funiculi erunt partes, quarum altera a puncto immobili ad unum ex adnexis corporibus protenditur, altera ad alterum; eruntque hæ partes modo æquales, modo inæquales pro eo ut funiculus plus minusve aut hinc, aut illinc tractus fuerit; quem funiculum, ut idem iterum moneam, ejusdem semper longitudinis esse volumus. His positis dignum est cognoscere, qui motus corporum esse debeant, si vel unum vel ambo projiciantur; in quo quæstiones oriuntur variæ, quas antequam pono, placet pauca quædam animadvertere, quæ quasi aditum aperiunt ad omnes.

Putam in præsens, alterum ex adnexis corporibus secundum directionem quamlibet, & velocitate qualibet projici. Non poterit id sane moveri usquam, quin funiculum trahat, quem funiculum sequetur corpus alterum; hoc autem feretur recta, ea nempe linea, quæ ipsum cum dato puncto conjungit; projectum vero corpus curvam quampiam ingrediatur. Quod cum ita sit, oportet sane, vim illam, qua unum corpus projicitur, cum altero statim communicari, eamque velocitatum distributionem puncto temporis fieri, per quam, corpore uno procedente, alterum sic sequatur, ut ne funiculi mutetur longitudo.

Hic primum Riccati se prodit industria. Ubi enim projectum corpus spatium confecerit infinitesimum in ea directione, secundum quam projectum est, facile colligit, quantum funiculus ex ea parte eodem tempore productus fuerit; & quoniam quantum funiculus ex una parte producit, alterum tantum retrahatur oportet ex altera, corpusque alterum adducat; hinc facile apparet, quantum spatii eodem tempore hoc quoque corpus confecerit; cognitis porro spatiis, quæ ambo corpora eodem tempore percurrunt, proportio quoque velocitatum, & illa, quam dixi, distributio cognoscitur. Id scilicet Riccatus expedit & eleganter, & breviter. Tum ad quæstionem primam accedit, cujus causa hæc omnia præmissa sunt, quæque est hujusmodi.

Cum

Cum corpus projectum curvam quampiam lineam, ut modo dixi, percurrere debeat, quæritur, quæ ea curva sit, & quam in quovis ejus puncto velocitatem corpus obtineat. Neque minus quæritur, quam velocitatem obtineat corpus alterum in quovis puncto lineæ illius rectæ, quam percurrit. In hanc quæstionem ingressus Riccatus tum ex actionis principio, de quo alias exposuerat, tum ex illa, quæ inter vim centripetam & vim centrifugam intercedit, æqualitate varias sibi æquationes comparat, easque permiscens modis variis & nectens, mira dexteritate rem explicat.

Id cum fecerit, non nihil addit, & quæstionem mutat. Adhuc enim sic omnia proposuerat, ut duorum corporum, projecto uno, ferri alterum per lineam rectam & posset, & deberet; nunc quærere instituit, futurum quid sit, si hoc quoque corpus lineam quamdam curvam inire cogatur. Quis non putet, hoc addito, quæstionem fieri difficiliorem? Facit tamen Riccatus, eandem scilicet methodum retinens, qua in superiori quæstione usus fuerat, ne difficilior, quam illa, videatur.

Idem difficultates quærens, quo & rem illustret, & ingenium exerceat, quæstionem primam repetit, ac potentias novas invehit. Adhuc enim tenacitate tantum funiculi ambo corpora cohiberi finxerat; nunc tenacitati potentias addit, quibus corpora ad illud punctum trahantur, circa quod funiculum inflecti diximus. Ea quæstio industriam postulat, subtilitatemque majorem, quam mire præstat Riccatus, remque expedit eadem methodo, sive corpus alterum lineam rectam teneat, ut in quæstione prima posuimus, sive cogatur sequi curvam, ut in secunda.

Et quoniam in laboribus delectatur; sibi indulgens, quæstionem adhuc magis implicat; nam primum cum duorum corporum unum tantum projici antea voluerit, nunc projici ambo vult; deinde non unum tantum corpus cum altero per funiculum unum jungi, sed duo per funiculos duos. Quæ omnia longioribus calculis conficiantur, quos nemo æsequatur, nisi & patientia multum valeat, & sit peritissimus. Omnino videtur homo maxime industrius rem maxime industris explicare voluisse.

De viribus centralibus.

Hic vero non unum sermonem aliquem aut ad Academiam delatum, aut in ea ortum, sicut meus mos est, sed librum quemdam exponere aggredior, anno jam millesimo septingentesimo secundo & sexagesimo Bononiæ editum. Nam quamvis ex Academia prodiisse se liber ipse neget; illi tamen cognitissimum se esse ait, quod in ea sæpe de se sermo fuerit, seque ab eo conscriptum esse profiteretur, qui illius est a secretis. Humanitatis ergo esse arbitror, hunc quasi hospitem in commentarios recipere, præsertim cum ea forma prodierit, ut opusculis facile adnecti possit, seque ipse opusculum nominet.

Libro titulus hic est. *De viribus centralibus, quibus corpora per sectiones conicasvolvuntur, centro virium in foco manente, opusculum.* Hujus opusculi auctor est Franciscus Maria Zanottus, de cujus consilio primum dicam; deinde ad librum ipsum veniam.

Voluit Zanottus Torquatium Varenium, adolescentulum ingeniosum & nobilem elementis instruere doctrinæ illius reconditioris, quæ de viribus centralibus tradi solet. Cur vellet, id ei causæ fuit. Varenus geometriam, primamque algebra vix attigerat; philosophiam tenebat, ut puer strenuus e schola; cumque inchoatam quamdam in animo haberet celestium conversionum imaginem, ea scire vehementer cupiebat, quæ ad illas demonstrandas satis essent. Audiverat e Zanotto sapius, ea in virium centralium scientia contineri; pauca esse, & brevia; neque difficilia, si modo ab eo tractentur, qui a facilioribus exorsus, ad difficiliora paulatim ascendat; contra quam plerique faciunt, qui ad ea statim se conferunt, quæ penitioris geometriæ notitiam postulant, neque exemplis a sublimiori astronomia ductis abstinere; qua re fit, ut qui neque astronomos, neque geometras magnos se esse sentiunt, studium illud totum statim abiiciant, & quoniam non omnia possunt assequi, ne illa quidem assequantur, quæ possent. Auditis his sapius, rogabat Varenus Zanottum, instabatque, ut ea sibi scripto aliquo declarare vellet, quæ ipse posset assequi. Repugnare diutius Zanottus non potuit, fecitque hunc librum, quo de agimus, in quo nihil novi asferre se profiteretur, sed communia tantum docere; quamquam ea
 sic

sic docet, ut ipsa docendi ratio non communis videatur. Hactenus Zanotti consilium exposui. Ad librum ipsam nunc venio.

Dividitur liber in capita omnino sex, quibus conclusio quædam brevis adjungitur. Præcedunt prolegomena non nulla, & brevis ad Varenum epistola, quæ ad reliquum libri quasi viam muniunt. Exordiar ab epistola.

Hic Zanottus Varenum suum monet, quæ ipsum scire oporteat, antequam ad librum legendum accedat. Sunt per pauca. Non ipsum fugiant communia geometriæ elementa. Sectionum conicarum definitiones, primasque proprietates tantum non ignoret; nam si quæ erunt, quas cognovisse oporteat, quasque verendum sit, ne adolescens nondum viderit, eas se suis locis declaraturum esse Zanottus pollicetur. Præterea in Cartesianorum algebra tantum profecerit, ut incognitam quam vocant, in brevissimis utique simplicissimisque æquationibus, separare promte possit. Et quoniam infinitesimorum methodum nusquam Zanottus refugit; quam methodum vel illi secuntur, qui minus laudant; idcirco ne hujus quidem Varenum suum omnino expertem esse vult. Mirum autem, quam pauca illi ex hac methodo sunt satis. Sciat Varenus primum illud. Infinitesimum quidquid est, pro nihilo haberi posse, si cum eo comparetur, ad quod infinitesimum esse dicitur. Deinde illud, quod proxime sequitur. Lineam quamvis curvam tamquam polygonum sumi posse infinitorum laterum infinite parvorum; atque hæc latera, si producantur, ejusdem curvæ lineæ tangentes esse. Si hæc tantum ex infinitesimorum methodo Varenus teneat, nihil Zanottus requirit amplius. Hæc fere habet epistola.

Epistolam secuntur prolegomena. Hæc autem eo spectant, ut si qui communis mechanicæ sit plane rudis, eum ad reliquam libri præparent. Titulis quatuor distinguuntur. Primus est de motu corporum generatim. Alter de motu composito. Tertius de vi attractiva. Quartus demum de gravitate constanti.

Sub primo titulo de motu agitur, ac formulæ quædam parantur, quæ postea uti erunt. Has breviter indicabo. Velocitas aestimari vulgo solet tum spatio, quod a corpore conficitur, tum tempore, quo spatium conficitur; sic quidem ut tanto esse major censeatur, quanto vel spatium majus est, vel tempus minus. Recte ergo exprimetur velocitas dividendo

T. V.

a a

spa-

spatium per tempus. Sit spatium = S . Tempus = T . Exprimetur velocitas ponendo $\frac{S}{T}$. Quod si ponatur velocitas = V , existet æquatio $V = \frac{S}{T}$. Quo statim apparet, & spatium exprimi velocitate in tempus ducta, & tempus exprimi spatio diviso per velocitatem. Si est enim $V = \frac{S}{T}$, erit etiam $S = TV$; neque minus $T = \frac{S}{V}$. Porro vis motrix, quatenus tantum motrix est, & velocitatem in corpore creat, tanto esse major censetur, quanto major est vel velocitas, quam creat, vel massa corporis, in quo illam creat; exprimitur ergo velocitate in massam ducta. Quare si sit massa = M . Velocitas = V , erit vis motrix = MV . Quo statim intelligitur, & massam haberi, si vis motrix per velocitatem dividatur; & velocitatem, si dividatur per massam. Hæc fere sub primo titulo continentur.

Sub titulo altero id unum traditur de motu composito, quod ad vires centrales explicandas satis fit. Est autem illud simplicissimum. Vires duæ idem corpus urgeant in diversa. Ab eo puncto, in quo corpus urget, sumantur in ipsis virium directionibus lineæ duæ, quæ vires ipsas exprimant. Compleatur parallelogrammum, atque ab eo, quod dixi, puncto ducatur lineæ diagonalis. Feretur corpus per hanc diagonalem, eamque conficiet eodem tempore, quo utrumlibet latus confecisset, si utrilibet virium urgentium obtemperasset. Idque tenet, si vires dent corpori motus æquabiles; neque minus tenere putabitur, si eos dent motus, qui pro æquabilibus haberi possint. Satis constat, tres illos motus, de quibus nunc sermo est, eum nempe, qui fit per diagonalem, quique compositus appellatur, & eos, qui e singulis viribus, si solæ essent, fierent per latera, quique componentes dicuntur; tres, inquam, hos motus, seu velocitates, eam inter se habere proportionem, quam inter se habent diagonalis & latera.

Hinc ad tertium titulum properatur, qui est de vi attractiva. Hæc nempe summa est. Vis attractiva ad universas materiæ partes æque diffunditur; pars ergo quælibet quamlibet trahit; estque illa trahendi vis tanto major, quanto major est vel pars illa, quæ trahit, vel illa, quæ trahitur. Exprimetur ergo ducendo massam unius in massam alterius. Corpus A trahat ad se corpus B . Sit massa corporis $A = M$. Massa

corporis $B = m$; erit vis corporis A ad trahendum $B = M m$; eademque vis erit corporis B ad trahendum A ; valet enim in utroque par ratio. Atque id quidem sic habet, nisi si præter massas causæ intercedant aliæ, quibus trahendi vis major, minorve fiat; cujusmodi multæ fingi possunt; sed invaluit distantia; putant enim hanc etiam attendendam esse; esseque trahendi vim tanto majorem, quanto est minus quadratum distantia, quæ inter corpora intercedit; ad hanc ergo vim perfecte absoluteque exprimendam, ductis in se invicem massis, erit productum per quadratum distantia dividendum. Cum ergo vis, qua corpora A & B se mutuo trahunt, nulla distantia ratione habita, sit, ut supra monui, $= M m$; ponatur jam distantia $= D$, ejusque, uti convenit, habeatur ratio; erit trahendi vis $= \frac{M m}{D D}$. Atque his facile intelligitur, quales velocitates illæ sint, quas trahentia se mutuo corpora A & B primas accipiunt. Quoniam enim, divisa vi per massam, habetur, ut supra docui, velocitas, cum vis, qua afficitur corpus A , sit $\frac{M m}{D D}$, ejusque massa sit M , erit velocitas, quam statim accipiet, $= \frac{m}{D D}$. Eademque ratione erit velocitas, quam primam accipiet corpus B , $= \frac{M}{D D}$.

Sed jam ad quartum titulum, qui est de gravitate constanti, transeamus; quem locum expediam ad hunc modum. Quidquid trahitur, gravitare in id dicitur, a quo trahitur. Ut ergo attractionis, sic gravitatis infinita genera fingi possunt. Hic autem unum tantum considerare placet, illudque simplicissimum, quo ponitur gravitas, quantacumque est, eadem ubique esse, nihilque propter distantia varietatem variare. Hæc gravitas, sive attractio, constans dicitur; cujus exemplum habemus in corporibus, quæ a terra attrahuntur, quæque idcirco, si sint libera, in terram decidunt, & vulgo gravia dicuntur; hæc enim, ubicumque sint, & quantumcumque a terra distent, quatenus experimentis fidendum est, eandem habent gravitatem. His ergo corporibus, quorum constans est gravitas, scire convenit, quid accidat, si cadant; quæ spatiorum sit ratio, quæ temporum, quæ velocitatum. Ac de his quidem pauca admodum sub hoc titulo proponuntur; eaque ipsa sunt, quæ vulgo de cadentium corporum motu tradi

solent; nam neque plura, neque alia opus esse videntur ad condendas formulas, quarum deinde usus erit. Quæ autem proponuntur, sunt hujusmodi. Spatia quadratis temporum proportionem respondent; velocitates temporibus ipsis. Velocitas, quam corpus obtinet in fine descensus, dupla est velocitatis descensus ipsius. Atque hæc quidem ad formulas condendas satis sunt.

Nam primum ex his satis liquet, spatium, quod corpus cadendo percurrit, tanto esse majus, quanto & gravitas major est, & majus est quadratum illius temporis, quod cadendo infumitur; recte igitur exprimi ducendo quadratum temporis in gravitatem. Sit gravitas = G . Tempus, quod cadendo infumitur, = T . Exprimetur spatium ponendo $G T T$. Ac si fiat spatium = S , existet æquatio $S = G T T$; unde $G = \frac{S}{T T}$.

Erunt qui malint $G = \frac{2S}{T T}$; non illi quidem reprehendendi. Nam gravitas, corpus urgens tempore T , velocitatem descensus in illo creat, quæ est utique $\frac{S}{T}$. Neque minus creat velocitatem illam, quam corpus habet in fine descensus, quæque est $\frac{2S}{T}$. Nihil autem refert, utra velocitate utaris, eamque per tempus T , uti convenit, dividens gravitatem ipsam definias. Quod si prima uti voveris, erit tibi $G = \frac{S}{T T}$, si altera, erit tibi $G = \frac{2S}{T T}$. Quamquam, illud utique cavendum erit, ut qua semel velocitate usus fueris, eadem postea semper utaris; quod cum ubique Zanottus fervet, omni erroris metu se liberat. Sinamus ergo eum velocitate, qua vult, uti, suamque sequi formulam, quæ brevior est & commodior.

Porro hanc secutus statuit, tempus esse radicem spatii divisi per gravitatem, si enim est $S = G T T$, erit etiam $T = \sqrt{\frac{S}{G}}$.

Quod si velocitas descensus, quæ est utique $\frac{S}{T}$, exprimenda sit per S & G ; erit ea sane radix gravitatis ductæ in spatium; quod manifestum erit, si in locum T substituas $\sqrt{\frac{S}{G}}$, fiet enim $\sqrt{G S}$.

Erit-

Eritque tandem velocitas ultima, quam corpus habet in fine descensus, $2\sqrt{GS}$, quippe quam velocitatis descensus duplam esse oportet.

Atque has formulas suo modo mutabunt quicumque primam illam $S = GTT$ mutare voluerint; iique, si reliqua etiam, ut opus erit, mutaverint, eodem revolventur.

Haecenus prolegomena exposui, quibus Zanottus quidquid sibi ad centrales vires explicandas e communi mechanica opus erat, adeo presse demonstravit, ut in eo festinasse videatur. Ut ut est, commodissimas certe formulas comparavit, chartis non plus tribus complexus omnia. Nunc ad id venio, in quo totius libri summa versatur, a capite primo, ut res ipsa postulat, initium capiens.

Caput primum de curvilineo motu est generatim accepto. Quæ hic proponuntur, statim exsequar: primum causas, unde curvilineus motus oritur, deinde vocum quarundam declarationem; ad extremum theoremata nonnulla. Causas sic explico. Minime dubium est, quin corpus, per curvam quampiam lineam incedens, quocumque in puncto versetur, vim faciat, ut per tangentem excurrat, quæ vis dicitur tangentialis. Ut ne ergo per tangentem abeat, utque curvam sequatur, necesse est, ut vi alia quapiam trahatur ad punctum aliquod, quod intra curvam ipsam sit positum; sic quidem, ut viribus duabus percitur, motu composito per laterculum curvæ se immittat. Fit ergo duabus viribus, ut corpus per lineam curvam quamlibet feratur, vi tangentiali, & vi alia, quæ ad punctum tendit intra curvam positum.

Hic jam scire convenit nominum quorundam significationem. Si vis, quam modo dixi, ad idem punctum perpetuo tendit, id punctum dicitur centrum virium; vis ipsa, quæ ad id tendit, centripeta. Quod si a centro virium ad punctum illud, in quo corpus versatur, lineam rectam duxeris; dicetur hæc radius vector. Duo, quæ reliqua sunt nomina, explicari vix possunt, nisi res prius ipsa paulo accuratius explicetur; quamquam figuram, ut puto, non desiderat. Sume laterculum illud curvæ, quod corpus, ubicumque est, percurrere jam jam debet, atque ab altero hujus laterculi extremo duc lineam rectam, laterculo illi, quod corpus novissime percursum habet, parallelam. Hæc sane linea abscindet partem

culam

culam quamdam radii vectoris. Ex hac ergo linea, atque ex hac particula parallelogrammum confice, cujus diagonalis erit sine dubio ipsum curvæ laterculum. Particula porro illa, quam dixi, radii vectoris exprimet vim centripetam, latus alterum vim tangentialem, diagonalis demum vim illam, qua corpus motu quodam composito per laterculum ipsum fertur. Huc scilicet ea pertinent, quæ supra de motu composito sunt tradita; sunt hic enim componentes motus vel ambo æquabiles vel ii certe, qui pro æquabilibus haberi possint. Sed jam ad nomina me refero. Particulam illam, quam dixi, radii vectoris spatiolum attractionis appellabo; motum, quo corpus per laterculum curvæ fertur, motum conversionis. Hæc mihi in reliquo sermone erunt vocabula.

Vocibus explicatis veniunt theoremata, quæ antequam declaro, placet viam ostendere, quam Zanottus in his demonstrandis tenet, quamque deinde per totum librum sequitur; ut appareat, unde illi brevitatis tanta orta sit, simplicitas tanta, tanta perspicuitas. Primum quas vires solas natura adhibet, tangentialem nempe & centripetam, ad curvilineos quosque motus peragendos; has solas ille adhibet ad explicandos; has sibi sumit, tamquam primas; hinc ducit omnia. Itaque vim centrifugam, qua plerique videntur conficere velle quilibet, toto libro ne nominat quidem; ac similiter cum vim inertiae, quæque de ea disputantur, ubique silentio prætereant, facit, ut vires duæ, multis magnisque contentionibus claræ, prope inutiles videantur. Huc accedit, quod elementum temporis perpetuo constans illi est, quo fit ut velocitates ac vires numquam non lineolis, quas corpus in unoquoque tempusculo percurrit, exprimantur. Atque hæc illi ita cedunt, ut osculatorum circulorum radiis, quibus omnes pœne ad omnia passim utuntur, ipse nusquam utatur.

Sed jam ad theoremata veniamus, quorum primum tam facile est, ut, si usum tollas, contemnatur; neque schemate ante oculos posito opus habet; id enim sibi cogitatione fingere nihil negotii est.

Theorema autem est hujusmodi. Sit corpus in puncto quolibet curvæ percurrans laterculum RL ; feraturque ex R versus L . Perpendiculares duæ ducantur, altera ex L ad radium vectorem, eaque sit LQ ; altera e centro virium F ad tangentem puncti R , eaque sit FT . Hic jam existent trian-

gula

gula duo RLQ , RFT similia, eritque $FR, FT :: RL, LQ$; ideoque $LQ = \frac{FT \times RL}{FR}$. Quare cum lineola RL , ut ante monui, exprimat velocitatem, qua corpus eam percurrit; si hæc velocitas ponatur $= u$, licebit pro RL litteram u substituere; eritque $LQ = \frac{FT \times u}{FR}$. Quod theorema quam sit utile, ex his, quæ sequentur, cognoscetur.

Theoremata reliqua ingenii plus postulant; sed ea sunt tamen, quæ vulgo jam traduntur ab omnibus. Ut prima ac præcipua intelligantur, putandum est, corpus, quo tempore per curvam lineam convertitur, eodem tempore lineam quamdam rectam secum ducere, ceu filum quoddam, fixo cuidam puncto ex altera parte adnexum. Hoc nempe filum in illa corporis conversione areas describet alias atque alias, quæ omnes ad illud punctum, cui ipsum adnexum est, terminabuntur. De his areis mechanici accuratissimi sic statuunt. Si punctum illud fixum, cui filum adnexum est, sit centrum virium, areæ, quæ describuntur, proportionales erunt temporibus, quibus describuntur; & vicissim, si areæ, quæ describuntur, proportionales sint temporibus, quibus describuntur, punctum illud fixum, cui filum adnexum est, erit centrum virium.

His illud addamus. Versetur corpus in quovis puncto R ejus curvæ, per quam volvitur. Velocitas, quam habet in puncto illo R , sic exprimetur. A centro virium F ducatur perpendicularis ad tangentem puncti R ; eaque perpendicularis sit FT . Pone $\frac{I}{FT}$; hæc scilicet formula velocitatem tibi exprimet, quam corpus habet in puncto R . Hæc atque alia Zanottus tractat satis breviter & dilucide. Concludit tandem caput enumerando ea, quæ corpus necessario adigunt ad certam curvam percurrendam, quæque si adsint, nequeat corpus non illam percurrere. Quam id sit utile animadvertisse, res ipsa suo loco declarabit.

Venio ad sequentia tria capita, secundum nempe, tertium, & quartum. In secundo agitur de conversione corporis per circulum, vi centripeta ad ipsum circuli centrum perpetuo tendente. In tertio de conversione corporis per ellipsim, vi centripeta ad focorum alterum perpetuo tendente. In quarto de conversione corporis vel per parabolam, vel per hyperbolam

lam vi centripeta ad focum, interiorem quidem, si de hyperbola sermo sit, perpetuo tendente.

Hic jam erunt fortasse, qui mirentur, sua singulis conversionibus capita tributa esse; nam poterant utique generalibus formulis simul omnia comprehendere, & ad unam simplicissimamque sectionis conicæ notionem revocari, quam quisque postea deduceret ad sectiones singulas arbitrato suo. Neque negandum est fuisse id quidem ad scribendum cum brevius, tum commodius; sed legentibus tamen plus moræ attulisset, ac laboris; quos sane, si rem percipere plane vellent, oportuisset ea per se singulatim quærere, quæ singulatim persequi scriptor noluisse. Zanottus ergo legentium commodo consulere maluit, quam suo; easdemque formulas ad singulas sectiones conicas tribus deinceps capitibus accommodavit; quibus perlectis nemo non facile intelliget, quam late formulæ illæ pateant, potuisseque sectiones omnes conicas tractari, tamquam unam. Quod cum ille facere iusta de causa noluerit; mihi tamen librum ejus referenti dabit, credo, hanc veniam, ut brevitatis causa ad generalem sectionis conicæ notionem me vertam, ac tria libri capita quasi in unum colligam. Id quod exsequar ad hunc modum.

In curvilineis motibus explicandis illud primum ac præcipuum est, ut formula constituatur vim centripetam exprimens. Id quemadmodum Zanottus in sectionibus conicis exsequatur, cum centrum virium in foco ipso posuerit, videamus. Supra monui, lineolam illam, quam spatium attractionis appellavi, exprimere vim centripetam; quæ ergo formula lineolam illam exprimet, eadem & vim centripetam exprimet. Hanc sibi formulam Zanottus comparat in hunc modum. Volvatur corpus per sectionem quamvis conicam, feraturque a puncto R in L, percurrens laterculum infinitesimum RL. Sit punctum F sectionis conicæ focus, idemque centrum virium. Ducatur tandem e puncto L perpendicularis linea ad radium vectorem FR, eaque perpendicularis sit LQ. Constat, parametrum primariam sectionis conicæ, quæcumque ea sectio sit, ita esse ad LQ, uti est LQ ad spatium attractionis. Fac ergo parametrum primariam esse P; erit jam spatium attractionis = $\frac{LQ^2}{P}$; quæ formula, uti spatium attractionis, sic etiam exprimet vim centripetam.

At-

Atqui hæc ipsa formula $\frac{LQ^2}{P}$, si ea repetamus, quæ supra docui, in aliam verti potest commodiorem. Supra docui, si a centro F perpendicularis FT ducatur ad tangentem puncti R; velocitas vero, qua corpus percurrit laterculum RL, ponatur = u ; docui, inquam, esse $LQ = \frac{FT \times u}{FR}$. Erit ergo $LQ^2 = \frac{FT^2 \times uu}{FR^2}$. Substitui ergo id poterit pro LQ^2 . Quod si fiat, vertetur jam formula $\frac{LQ^2}{P}$ in hanc $\frac{FT^2 \times uu}{P \times FR^2}$; quæ &

spatiolum attractionis exprimet, & vim centripetam, eritque una in sectionibus omnibus conicis commodissima; quod facile intelligent quicumque eam experiri voluerint in singulis.

Videamus nunc, quo modo ea se vertat, si circulo applicetur, ac theoremata pauca colligamus; liberius deinde per sectiones conicas omnes vagabimur. Volvatur corpus per circuli circumferentiam, vi centripeta ad circuli centrum perpetuo tendente. In quovis puncto versetur, vis ejus centripeta per formulam exprimetur $\frac{FT^2 \times uu}{P \times FR^2}$. Atqui est FT radius ipse circuli, neque minus FR, ideoque sunt FT & FR æquales; vertetur ergo formula in $\frac{uu}{P}$. Quo statim apparet, vim centripetam corporis, quocumque in puncto versetur, esse quadratum velocitatis divisum per diametrum; est enim P diametros ipsa.

Si sit ergo vis centripeta = G. Velocitas = V. Diameter = D, erit $G = \frac{VV}{D}$. Hinc theoremata profluunt nonnulla, quæ usus commendat. Hæc paucis peragam, ubi illud quasi lemma posuero. Velocitas corporis volventis se per circuli circumferentiam, si vis quidem centripeta, uti nunc volumus, ad centrum perpetuo tendat, constans ubique est; nam generatim velocitas corporis, per curvam quamlibet se volventis, est, ut supra monui, $\frac{1}{FT}$, quæ quantitas ut in aliis curvis variet, in circulo certe constans est.

Quare cum sit vis centripeta $G = \frac{VV}{D}$, facile constat,
 T. V. b b ipsam

ipsam quoque constantem esse; est enim constans, ut modo dixi, velocitas V ; neque minus diameter D .

Illudque pariter constat, velocitatem esse radicem diametri in vim centripetam ductæ, idest \sqrt{DG} . Si est enim $G = \frac{V^2}{D}$, erit etiam $V = \sqrt{DG}$.

Constat illud etiam, tempus periodicum, idest tempus illud, quo suam corpus conversionem absolvit, esse radicem diametri divisæ per vim centripetam, idest $\sqrt{\frac{D}{G}}$. Id sic expli- co. Tempus generatim, ut in prolegomenis monui, est spatium divisum per velocitatem. Hic autem spatium est circumferentia ipsa, in cujus locum substitui diameter D potest, quippe quæ illi proportionalis est; velocitas vero est, ut modo ostendimus, \sqrt{DG} ; erit ergo tempus $\frac{D}{\sqrt{DG}}$, idest $\sqrt{\frac{D}{G}}$.

Profectus ab his Zanottus ad theoremata transit nobiliora; in quibus demonstrandis experiri voluit, quam brevis sine artificio esse posset; nempe ut Varenus intelligeret, potuisse se e vestigio illa eadem demonstrare; si id egisset, & in id animum intendisset. Ex his theorematis unum proferam, aut alterum, ut exemplo sint.

Primum sit illud. Volvantur duo corpora per circumferentias duas duorum circulorum viribus centripetis ad centra tendentibus, sintque vires centripetæ reciproce proportionales quadratis distantiarum idest quadratis radorum, pro quibus radiis diametri, si placuerit, substitui poterunt. His positis dico, quadrata temporum periodicorum esse proportionalia cubis distantiarum sive diametrorum. Id autem sic ostendo.

Sit in uno circulo diameter = D . Vis centripeta = G . Erit, ut paulo ante dixi, velocitas = \sqrt{DG} ; tempus periodicum = $\sqrt{\frac{D}{G}}$, cujus quadratum = $\frac{D}{G}$. Sit in circulo altero diameter = d . Quoniam volumus, vires centripetas esse reciproce proportionales quadratis diametrorum, erit in altero hoc circulo vis centripeta = $\frac{DD \times G}{d^2}$; eritque, si illa sequimur, quæ modo docuimus, velocitas = $\sqrt{\frac{DD \times G}{d}}$, ac tempus

pus periodicum = $\sqrt{\frac{d^3}{DD \times G}}$, cujus quadratum = $\frac{d^3}{DD \times G}$.

Hic jam quis est, quin statim intelligat, esse $\frac{D}{G}$, $\frac{d^3}{DD \times G} ::$

D^3, d^3 ; quadrata scilicet temporum periodicorum ita inter se esse, uti inter se sunt cubi diametrorum? Id, quod erat ostendendum.

Theorema alterum sit illud. Volvatur corpus per circum-
lum vi centripeta ad circuli centrum tendente; ac vis centri-
peta prodeat a massa quapiam, quæ in centro posita corpus,
e communi naturæ lege, ad se trahat. His positis dico, cen-
tralem massam esse proportionalem cubo diametri diviso per
quadratum temporis periodici; nempe, si sit massa centralis
= M ; diametros = D ; tempus periodicum = T , demonstra-
re oportet, esse $M = \frac{D^3}{T^2}$. Id jam sic exsequor.

Hic utique vis attrahens massæ M eadem plane est, ac
vis centripeta. Quo modo vel hæc vel illa exprimenda sit,
videamus. Vis attrahens, ut in Prolegomenis docui, si massa
quidem attracti corporis negligatur, est massa ipsa M divisa
per quadratum distantiae, idest radii, pro quo radio substitue-
re diametrum D possumus. Est ergo $= \frac{M}{DD}$. Vis centripeta,
ut paulo ante monui, est quadratum velocitatis divisum per
diametrum D ; in quo pariter volventis se corporis massa
neglecta est. Quare cum sit velocitas circumferentia ipsa, pro
qua substituere diametrum D possumus, divisa per tempus
 T , ideoque sit $= \frac{D}{T}$, cujus quadratum = $\frac{DD}{TT}$, si hoc divise-
ris per D , erit vis centripeta = $\frac{D}{TT}$. Cum sint ergo vis at-
trahens, & vis centripeta omnino æquales, licebit æquationem
ponere $\frac{M}{DD} = \frac{D}{TT}$, unde statim efficitur $M = \frac{D^3}{T^2}$. Quod
ostendere oportebat.

Hæc in circulo, calculis tam brevibus demonstrata, de-
monstrat deinde Zanottus generatim in ellipti quavis brevius,
& sine ullo calculo. Neque illa difficilius peragit, quæ com-
munia sunt, & universim per sectiones omnes conicas, ellipticam,
parabolam, hyperbolam, vagantur. Velut illud. Volvente se

corpore per sectionem quamlibet conicam, si modo centrum virium sit ipse focus, (quod cum positum initio fuerit, idem ubique postea retinemus) vis ejus centripeta numquam non reciproce proportionalis quadrato distantiae invenietur.

Et illud. Quodcumque punctum attigerit corpus, quod per sectionem conicam volvitur, si ad ejus puncti tangentem perpendicularis linea a foco ducatur, sitque hæc perpendicularis FT , parameter vero sectionis conicæ sit P , erit in tali puncto velocitas corporis $= \frac{\sqrt{P}}{FT}$.

Et illud. Si duo corpora per sectiones duas conicas volvantur, habeantque vires centripetas, inter se, reciproce proportionales quadratis distantiarum, erunt areæ, quas pari tempore conficient, proportionales radicibus parametrorum.

Et illud. Si duo corpora per sectiones conicas volvantur, habeantque vires centripetas, ut etiam supra posui, inter se, reciproce proportionales quadratis distantiarum, erunt tempora, quibus duæ quævis areæ describuntur, proportionalia areis ipsis divisæ per radices parametrorum. Et alia id genus, quæ vel usus commendat, vel elegantia.

In his unum est, quod plerique in circulo tantum ostendunt, Zanottus ad sectiones conicas alias transfert, eadem in omnibus usus methodo. Prætermittere id nolo, ne cui videar, quanti res sit, non satis agnovisse. Problema hoc ponitur. Putemus corpus, quod per sectionem conicam volvitur, statim ut attingit punctum R quodlibet, tangentialem vim omnem amittere, vim vero illam centripetam, quam habet in puncto R , perpetuo & constanter retinere, eaque urgente recta ferri ad focum F . Quæritur spatium, quo confecto eadem corpus velocitatem obtinebit, quam per sectionem conicam se volvens habebat in puncto R .

Hic apparet, quanti sit formula $\frac{FT^2 \times uu}{P \times FR^2}$, qua ubique

Zanottus utitur ad vim centripetam exprimendam. Hanc enim formulæ innectens alteri, quam de gravitate constanti agens in prolegomenis exposuerat, facillimam sibi viam aperit ad quæstionem propositam dissolvendam. Demonstrationem non exsequar; nam neque instituti nostri est exsequi omnia; & hæc, quæ monui, attentis satis erunt. Tantum quo evadat,

in-

indicabo. Præter rectam FR intelligatur perpendicularis ducta a foco F ad tangentem puncti R , eaque perpendicularis sit FT . Sit præterea P parameter primaria sectionis illius conicæ, in qua fit quæstio. Spatium nempe, quod quæritur, erit
$$= \frac{P \times \overline{FR}^2}{4 \times \overline{FT}^2};$$
 erit ergo quarta pars parametri ad ipsum, uti \overline{FT}^2 ad \overline{FR}^2 .

Hinc, si in circulo quæstio fit, nihil erit promptius, quam colligere, spatium illud, quod quæritur, esse quartam ipsam diametri partem. Est enim in circulo $FR = FT$, reditque formula ad $\frac{P}{4}$. Est autem P ipsa diameter. Idque proprium est circuli. Ceterum si formula ad universas sectiones conicas transferatur, experimentumque fiat in singulis, ea se prodet spatii longitudo, ut facile intelligas, corpus e curvæ puncto versus focum cadens, propositam velocitatem tunc demum obtinere, cum focum ipsum attingit, si curva quidem, e qua decidit, sit parabola; sin autem sit ellipsis, antequam ad focum perveniat; sin hyperbola, postea quam focum præterierit. Qui ordo est elegans, & curvarum illarum naturæ consentaneus.

Quæ adhuc proposui, Zanottus explicat chartis fere undecim, quibus secundum libri caput, & tertium, & quartum continentur. Antequam feratur ad quintum, appendicem interferat, illustrem mehercule, si rem ipsam, qua de agitur, spectes, & dignam, quæ litteris mandetur. De hac etiam exponam breviter, ut potero, & dilucide.

Problema vetus est, & multorum mathematicorum studio nobilitatum: invenire curvam lineam, quam projectum corpus percurreret, si a centro quopiam transversim trahatur, eaque vi trahatur, quæ sit reciproce proportionalis quadrato distantia. Demonstravit Newtonus, eam lineam sectionem esse conicam; idque adeo presse, ut visus Bernullio sit non demonstrasse. Ad Bernullii sententiam videtur Hermannus accessisse. Itaque demonstrare idem aliter voluit, & differentias miscuit, & calculos omne genus; ac ne ipse quidem Bernullio plane satisfecit; qui demonstrationem exinde aliam in medium protulit, ingenii, industriaeque plenissimam, sed calculis adeo mul-

multis implicitam, ut sit in eo etiam patientia laudanda. Hi demum, qui Mathematica philosophiæ naturalis Principia perpetuo commentario tanta cum laude illustraverunt, in quæstionem eandem ingressi, ad Nevtoni simplicitatem brevitateque redierunt; sed illi, cum lineam, de qua quæritur, sectionem esse conicam probe ostenderint, Nevtoni locum se explanasse satis habent; nihil præterea adjungunt; neque ejus lineæ describendæ rationem docent, neque genus monstrant, neque positum; idque ipsum, quod ostendunt, non sine osculatoribus circulis ostendunt. Zanottus comprehendere omnia problemate uno voluit; ac cum simplicitatem summam secutus ubique esset, noluit esse uno in loco minus simplex. Itaque viam novam pervestigavit, qua quæstio hæc tota quam commodissime dissolvi posset, si posset.

In id studium ingressus statim sensit, nihil difficultatis rem habituram, si prius sibi problema quoddam explicaretur, cujus erat solutio non ex mechanicorum fontibus, sed ex ipso geometriæ sinu petenda. De hoc problemate prius dicam, tum ad quæstionem mechanicam veniam, cujus causa propositum illud est. Problema est hujusmodi. Data quævis recta FR efficiat cum recta indefinita RT angulum quemvis datum FRT . Sectionem conicam describere oportet, cui tria hæc sint: primum focus habeat in puncto F ; deinde sic transeat per punctum R , ut recta RT sit ejus tangens; nempe in puncto ipso R ; tertio demum parametrum habeat longitudinis datæ.

Spes erat Zanotto, ut in tanta problematum multitudine, de quibus Viri doctissimi, & in sectionibus conicis exercitissimi memoriæ mandarunt, id etiam, quod ipse proponebat, inveniri facile posset. Rogavit ergo Sebastianum Canterzanum, quo familiariter utebatur, juvenem cum ingenio & moribus, tum mira in mathematicis rebus dexteritate spectatissimum, ut auctores, quotcumque posset, pervolvens, problema propositum, si qua occurreret, notaret. Ille cum multos statim, ut est diligens, pervolutasset; idque frustra; maluit tandem ingenio se committere. Fecitque brevi tempore, ut problemate universo in suas partes, uti opus erat, distributo, singulas ordine explicaret, sine ullo calculo, tam breviter, tamque simpliciter, ut Zanotti spem vicerit.

Is ergo appendicem, quam capiti quarto adjungere constituerat, Canterzani studio primum ornavit, ac problema

geo-

geometricum, ut explicatum ab illo esset, docuit, non demonstrationem quidem ipsam aperiens, sed viam tantum atque incessum ostendens; deinde ad quæstionem mechanicam, cujus gratia propositum illud fuerat, se contulit. Atque hic ea repetens, quæ supra de corpore e puncto curvæ libere versus focum decedente tradiderat, confestim eam curvam depromsit, quam percurrere projectum corpus debeat, si vi trahatur, ut initio posuimus, reciproce proportionali quadrato distantia; eamque curvam sectionem esse conicam demonstrat, simulque & genus docet, & axis positum, & verticem, & parametrum, brevissime expediens omnia, ac nullo prope artificio; ut felicitas in eo quædam magis appareat, quam ingenium.

Postquam appendicem absolvit, transit Zanottus ad caput quintum, explicandasque suscipit conversiones duorum corporum, quæ trahentia se mutuo in diversa projiciantur, viribus æqualibus, directionibusque contrariis quidem, sed inter se parallelis. Res ad speciem difficilis; sed si ordine tractetur, facillimos habet aditus, quos fecit Zanottus faciliores. Hos cursim ostendam; & quando idem adhuc feci, verbis declarabo omnia; schemata prætermittam; nam & lector ea facile sibi finget, si modo attentior fuerit; neque nos hæc scribimus, nisi attentissimis.

Quoniam ergo corpora illa duo, de quibus nunc sermo est, duabus aguntur viribus, utrumque enim vi quadam projicitur, & vi quadam trahitur, libet has vires seorsim prius considerare. Ac primum quidem quod spectat ad vires illas, quibus corpora projiciuntur, dubitari non potest, quin, cum æquales ponantur, velocitates corporibus tribuant, massis reciproce proportionales; id quippe æqualitas virium postulat, ut est in prolegomenis declaratum; ideoque lineæ, quas corpora ex his viribus percurrent æquali tempore, erunt & ipsæ reciproce proportionales massis. Quod vero ad vim spectat, qua corpora se mutuo trahunt, satis liquet, vim hanc in utroque corpore, quæcumque trahendi lex sit, æqualem esse; id etiam in prolegomenis demonstratum est; velocitates ergo, ex hac vi ortæ, erunt & ipsæ massis reciproce proportionales; neque minus lineolæ singulæ, quas corpora in tempusculis singulis ex hac vi percurrent.

His animadvertis haud difficile erit lineolas singulas persequi, quas deinceps utrumque corpus, motu scilicet e duobus

com-

composito ingrediatur, curvarumque linearum, quas ambo percurrent, imaginem quamdam sibi fingere. Ac vel leviter attendenti illud statim occurret: ambo corpora sic ferri debere, ut commune gravitatis centrum in eodem semper loco maneat. Et illud: ambo corpora circa commune gravitatis centrum per lineas curvas volvi inter se plane similes. Et illud: ambo corpora in suis cursibus perinde haberi posse, ut si ab ipso communi gravitatis centro ea vi traherentur, qua trahunt se mutuo. Quæ citius comprehenduntur animo, quam verbis declarantur.

Atque hæc universim tenent, quæcumque trahendi sit ratio. Quod si corpora ea ratione se mutuo trahant, quæ naturæ familiarissima est, quamque hic potissimum spectari volumus, ut scilicet sit vis attrahens quadrato distantia reciprocè proportionalis, tunc vero proprie hoc accidet. Nimirum trahentia se ad hunc modum corpora sectiones quasdam conicas percurrent, communem focum habentes, isque focus erit ipsum commune centrum gravitatis.

Et vero si illa, quam dixi, vis reciprocè proportionalis est quadrato distantia, quæ inter corpora intercedit, erit eadem proportionalis reciprocè etiam quadrato distantia, quæ intercedit inter corpus utrumlibet, & commune centrum gravitatis. Id nempe qui volent, & breviter demonstrabunt, & labore prope nullo. Quare cum corpus utrumlibet in suo illo cursu perinde haberi possit, ut si a communi gravitatis centro traheretur, illud sane sequitur, ut sectionem quamdam conicam percurrere debeat, hujusque sectionis focus in centro ipso gravitatis consistat.

Neque unum tantum sectionum conicarum genus has corporum conversiones excipiet; fiet enim pro vario pulsu, quem primum corpora a projiciente vi acceperint, ut per ellipses modo, modo per parabolas vertantur, modo per hyperbolas, & sua erit in unoquoque genere varietas. Jucundum sane erat singulos casus confectari, & quod cuique sectionis genus conveniret, quæ ratio, quæ forma, cognoscere. Neque erat longum. His tamen Zanottus superfedidit. Noluit, credo, hanc Vareno suo voluptatem præripere.

Adhuc peregi caput quintum; cui Zanottus appendicem quamdam adnectit, quæ prætermitti sine jactura non potest. De hac sic referam. Theorema est cum physicis, tum mechanicis

nicis omnibus cognitissimum, punctum quodvis extra sphaeram positum a sphaera ipsa perinde trahi, ut si sphaerae massa tota in centro sita esset: quod utique valet, si & sphaera homogenea sit, & ea trahendi sit ratio, ut sint vires ubique quadratis distantiarum reciprocae. Id scilicet Zanottus in hac appendice demonstrandum proponit.

Videtur autem hoc loco a simplicitate sua voluisse deflectere non nihil; nam quamvis theorematis demonstrationem haberet in manibus, quam Canterzani rogatu ejus composuerat, elegantissimam, & quod novum in tali argumento est, omnino syntheticam; ipse tamen integrali supputatione expedire rem maluit vel brevitatis causa, vel ut Vareno desiderium ejus calculi injiceret. Ceterum demonstrationem adhibuit haud sane difficilem, ac, si quid simplex ex illo calculo duci potest, simplicissimam.

Haecenus quinque libri capita exposui. Reliquum est, ut sextum exsequar, quod prioribus Zanottus adjicit elegantiae magis causa, quam ut physicorum serviat commodis. Est enim totum hoc caput de vi repulsiva, quam physici vix agnoscunt; eamque, si quid valet, in particulis tantum minimis, minimisque distantis valere putant. Sunt tamen non nulli acutissimi, qui ex unoquoque materiae puncto vim primum repulsivam exire contendunt, quae deinde ad certum spatium propagata in attractivam convertitur; eamque rursus in repulsivam vertunt, deinde in attractivam; & has vices saepius mutant; atque hi quidem vim attractivam longissime vagari sinunt, vi repulsivae spatia assignant parvissima. Ut ut est, vires centrales generatim tractanti non erat de vi repulsiva praetermittendum; nam & ipsa sub centralium virium genus cadit; ac licet, quae supra in attractiva vi animadverta sunt, eadem in repulsiva recurrant, eodemque fere modo demontrentur; erat idipsum tamen adolescenti praesertim declarandum. Quid quod multa sunt, quae si ab attractiva vi ad repulsivam transferantur, breviora fiunt atque elegantiora; idque cognoscere dignum est.

Caput hoc totum, quod chartis continetur omnino quatuor, titulis tribus distinguitur. Commodum erit hos titulos persequi ex ordine. Ad primum titulum revocantur ea, quae universim de vi repulsiva acturus in ipso hujus tractationis aditu Zanottus poni vult. Sit primum vis repulsiva omnibus ma-

teriarum partibus æque communis; ideoque nulla materiarum pars sit, quæ partem aliam repellens non ab ea repellatur. Præterea tanto major minorve fit vis repellens, quanto major minorve est massa vel repellentis corporis vel repulsi, in eoque vim attractivam imitetur; exprimaturque amborum corporum massis in se mutuo ductis, si nihil quidem præter massas considerare oporteat. Repellant se mutuo duo corpora A & B; sitque alterius massa = M, alterius = m; erit vis repellens, si massis tantum æstimanda sit, = Mm .

Atqui consentaneum est, distantiarum quoque rationem habere; quæ ratio quoniam infinitis modis variare potest, idcirco hoc etiam nomine potest vis repulsiva in infinita genera dispersi. Proclive est autem illud maxime genus considerare, in quo ponitur, vim repellentem tanto esse majorem, quanto minus est distantiarum quadratum; vel quod ea proportio censetur esse commodissima, vel quia vis attractivæ similitudo delectat. Erit ergo vis repellens exprimenda producto massarum diviso per quadratum distantiarum. Sint massæ corporum se mutuo repellentium, ut modo posui, M & m; distantia vero = D, erit vis repellens = $\frac{Mm}{D^2}$. Quæ formula attractivam etiam vim continet.

Quamquam quid fiat corpori, si ea vi repellatur, quæ pro quadrato distantiarum variat, melius intelligitur, si modo prius intelligatur, quid illi accidat, si ea vi repellatur, quæ perpetua sit & constans. Qui locus nihil difficultatis habet, si ea modo repetantur, quæ supra de gravitate constanti dicta sunt. Quod enim corpus ex una parte pellitur, perinde se habet, ut si pari vi traheretur ad partem contrariam; quapropter si perpetuo quodam & constanti pulsu feratur, perinde erit, ut si vi quadam traheretur constanti. Ita ad formulas relabimur, quas supra proposuimus, cum esset gravitas constans. Sit spatium, quod corpus vi constanti repulsum percurrit, = S. Sit tempus, quo id percurrit, = T. Vis ipsa repellens sit = G. Erit scilicet $S = GTT$. Quare exprimi tempus poterit radice spatii divisi per vim repellentem; nam cum sit $S = GTT$, erit $T = \sqrt{\frac{S}{G}}$. Eritque idcirco illius cursus velocitas = \sqrt{GS} ; quippe quæ est spatium ipsum S di-

divisum per tempus $\sqrt{\frac{S}{G}}$. Quam velocitatem si duplicaveris, ac posueris $2\sqrt{GS}$, eam denique habebis velocitatem, quam corpus in ejusdem cursus sine obtinebit.

Sed jam ad titulum secundum pergo, qui est de motu curvilineo e repulsiva vi orto, quem motum sic explicare conabor, ut qui attentius hæc legerint, desiderare schemata non debeant. Exordiar in hunc modum. Feratur corpus a puncto quovis R recta versus punctum quodvis T; atque interim transversim agatur vi repulsiva alicujus puncti F directione FR. Deflectet profecto corpus ab linea, quam tenebat, RT; ac motu quodam composito ingredietur lineam aliam RL. Sic puncto F perpetuo pellente, directionem corpus perpetuo metabit, & curvam quamdam lineam describet. Quod similiter faceret, si a puncto F traheretur; hoc uno discrepans, quod, si traheretur, curvam lineam describeret versus F concavam, si in contrariam partem pellatur, curvam lineam describet versus F convexam.

Punctum F centrum repulsionis appellabitur. Recta FR, quam volumus extremo altero in centro F perpetuo hære, altero adhære corpori, atque ipsum, quacumque feratur, sequi, radius vector dicetur. Quod si arcum infinitesimum RL sumseris, ac per L lineam rectam duxeris parallelam tangenti RT, hæc sane e radio vectore, producto scilicet ultra R, particulam quamdam minimam abscindet. Hanc particulam spatium repulsionis vocabo. Neque vero dubium est, quin completo parallelogrammo, cujus diagonalis erit RL, spatium repulsionis exprimat vim repulsivam, latus alterum parallelogrammi exprimat vim tangentialem; diagonalis RL exprimat motum, velocitatemque conversionis.

Ubi hæc fixeris, ac plane descripta in animo habueris, non enim tabula indigere videntur, recurrent statim theoremata illa eadem, quæ in curvilineo motu, ab attractiva vi orto, quasi prima sunt. Ordinar ab illo, quod contemnerem, nisi usu probaretur. A puncto L duc perpendicularem lineam ad FR, eaque perpendicularis sit LQ. Item a puncto F duc perpendicularem lineam ad tangentem RT, eaque perpendicularis sit FT. Hic jam facile, vel nullo monente, intelliges, esse FR, FT :: RL, LQ, ideoque esse $LQ = \frac{FT \times RL}{FR}$; quod

cum ita sit, quoniam arcus ipse RL exprimit velocitatem; quam in eo percurrendo corpus habet, si hæc velocitas ponatur $= u$, poterit jam u pro RL sumi, eritque tandem

$$LQ = \frac{FT \times u}{FR}$$

Illa vero quam facile a vi attractiva ad repulsivam, si te vel paululum attentum præbueris, quam commode transferas! Primum areas, quæ a corpore, dum per curvam volvitur, describuntur, proportionales esse temporibus, quibus describuntur. Deinde velocitatem, quam corpus in quovis puncto R obtinet, cum sit FT perpendicularis ducta a centro F ad tangentem puncti R , esse $= \frac{r}{FT}$; quæ formula est simplicissima. Tum alia, quæ hoc loco Zanottus explicat breviter, &, ut mihi quidem videtur, admodum dilucide.

Venio ad titulum tertium, quo explicanda proponitur conversio corporis per hyperbolam ex vi repulsiva foci; quem sane focum exteriorem esse oportet; si enim interior ille sit, ad quem hyperbola ubique est concava, statim liquet, fieri nequaquam posse, ut ex hujus vi repulsiva hyperbola percurratur: eandemque ob causam neque parabola, si vis quidem repellens in foco sedeat.

Repulsivam vim ergo in hyperbola explicemus, quam corpus percurrit ex repulsione foci exterioris, & quod primum in hujusmodi conversionibus quaeri solet, formulam constituamus, quæ repulsivam foci vim exprimat. Eam Zanottus sic ponit. Finge tibi hyperbolam quamdam, cujus focus exterior sit F . Projectum corpus per hanc volvatur ex repulsione foci F ; jam jamque se immittat ex R in L per laterculum RL . A puncto L duc perpendicularem ad radium vectorem FR ; eaque perpendicularis sit tibi LQ . Hic Zanottus demonstrat, parametrum hyperbolæ ita esse ad LQ , uti est LQ ad lineolam illam, quam supra spatiolum repulsionis appellavimus. Si sit ergo parameter $= P$, erit spatiolum repulsionis $= \frac{LQ^2}{P}$. Atqui spatiolum repulsionis exprimit vim repulsivam, ut ante monui; igitur formula $\frac{LQ^2}{P}$ repulsivam etiam vim exprimet.

Ac potest hæc ipsa formula in aliam verti commodiorem.

Ete-

Etenim si sit FT perpendicularis ducta a foco F ad tangentem puncti R , sitque velocitas, qua corpus percurrit arcum $RL = u$, erit, ut paulo ante demonstravi, $LQ = \frac{FT \times u}{FR}$,

qui valor si pro LQ adhibeatur, vertetur jam formula $\frac{LQ^2}{P}$ in hanc $\frac{FT^2 \times uu}{P \times FR^2}$. Quæ eadem formula ex his, quæ ante de-

claravimus, attractivæ etiam vi convenit; ut mirari facile quis possit, vires duas, quæ adeo inter se differunt, ut altera in sectionibus conicis regnet omnibus, altera non nisi in hyperbola, quod infra ostendemus, se prodit, ambas tamen una eademque formula contineri.

Atqui alia prope omnia communia habent; quod juvat in paucis animadvertere. Nam primum quemadmodum in vi attractiva compertum est, debere eam esse reciproce proportionalem quadrato distantia, si ipsa quidem in foco sedeat, corpus autem ex illa attractione sectionem percurrat conicam; sic idem in vi repulsiva reperietur, si corpus quidem percurrat hyperbolam, vis autem repellens in foco ipso exteriori sita sit. Neque diversa est demonstratio. Est enim, ut in vi attractiva, sic etiam in repulsiva, quemadmodum supra docui, velocitas $u = \frac{1}{FT}$, ideoque $uu = \frac{1}{FT^2}$, qui valor si pro uu

adhibeatur, jam formula $\frac{FT^2 \times uu}{P \times FR^2}$, vim repulsivam exprimens,

in hanc abibit $\frac{1}{P \times FR^2}$, abjectaque P , quæ est constans, in

hanc $\frac{1}{FR^2}$. Quo statim patet, vim repulsivam quadrato distantia FR reciproce respondere.

Neque vero illustre illud omittam, quod cum pariter in utraque vi proponatur, explicationem habet eandem. Problema est hujusmodi. Putemus corpus, dum per hyperbolam volvitur, simul atque attingit punctum R , tangentialem omnem vim amittere, repulsivam tantum retinere, qua sane fiet, ut repulsum a foco F recta in contrariam partem excurrat. Putemus etiam vim repulsivam in toto illo excursu perpetuam esse

esse & constantem. Quæritur spatium, quo confecto obtinebit corpus velocitatem parem illi, quam se volvens per hyperbolam habuerat in R. Huc nempe recurrunt illa eadem, quæ in simili problemate de vi attractiva diximus, eademque redit formula spatium exprimens, quod quæritur. Etenim cum sit FT perpendicularis ducta a foco F ad tangentem puncti R, sitque hyperbolæ parameter = P, constat spatium, quod

$$\text{quæritur, esse} = \frac{P \times \overline{FR}^2}{4 \times \overline{FT}^2}.$$

Huc jam facile nobilissima illa quæstio transfertur, quam supra ex appendice capitis quarti declaravimus. Ut enim illic quærebatur, quam curvam lineam percurrere corpus debeat, si, projectum cum fuerit, a puncto quopiam transversim trahatur, eaque vi trahatur, quæ sit reciproce proportionalis quadrato distantia; idem nunc similiter quæri potest, si projectum corpus non trahatur quidem, sed repellatur. Atque huc artificium recurrit idem; vel eadem potius simplicitas; locus enim nullus, si Zanottum sequimur, minus habet artis. Eoque tandem quæstionis totius solutio spectat, ut, si corpus trahatur, pro varia projectionis vi sectiones conicas varias possit percurrere, modo ellipsim, modo parabolam, modo hyperbolam; si repellatur, non nisi hyperbolam, quæcumque projectionis vis sit. Sic Zanottus sexto capiti, vel potius toti libro finem ponit, mira brevitate quæstionem solvens, iudicio omnium, perdifficilem, &, si qua est alia, nobilissimam.

Capitibus sex brevem quamdam conclusionem addidit, non ut rem perficeret, videbatur jam enim, quod proposuerat, perfecisse, sed ut ornaret. De hac etiam referamus. Verebatur Zanottus, ne quos forte offendisset, quod de viribus centralibus generatim disputans mentem animi ab omni certo corpore abstraxisset; videreturque idcirco de rebus in cogitatione tantum positus verba fecisse. Sunt enim jam multi, qui ad experimenta & observationes properari in omnibus velint, ac nisi de singularibus rebus, eisque, quæ sub sensum cadunt, agatur, nihil agi putent. Quos miror, cur non illos etiam reprehendant, qui in euclideis elementis perdiscendis tantum studii ponunt; quamdiu enim in his hærent, nullum singulare corpus considerant. Varenam ergo suam, ne his induci se pateretur, neve eum pœniteret si quid operæ in librum hunc

contulisset, duo monet. Primum non omnia, quæ cogitatione tantum comprehenduntur, esse contemnenda; nam & hæc vere sunt; ac si nulla omnino essent, ne illa quidem essent, quæ esse dicuntur. Deinde has res ipsas, de quibus adhuc disputatum est, non usque adeo in cogitatione consistere, ut non facillime ad singularia corpora traducantur: quippe quæ, si observationes modo pauculæ accesserint, expressissimam ad spectabilis mundi formam exhibent. Quod ut manifestum fiat, præcipuas cælestium orbium conversiones commemorat, ut appareat, quam hæc facile explicari possint, si ad ea, quæ ipse docuit, non nihil adjunxerit observatio.

Ac primum si observatione constat, constat autem certissime, planetas omnes per ellipses quasdam verti, quæ communem focum habeant, in quo sedeat sol; esseque areas, quas planeta quisque describit, quæque in sole ipso terminantur, proportionales temporibus, quibus describuntur; quis non ex iis, quæ tradita sunt, statim colligat, non solum planetam quemlibet perpetua quadam vi urgeri versus solem, sed etiam hanc vim reciproce proportionalem esse quadrato distantia, quæ inter planetam & solem intercedit?

Et quoniam illud etiam constat, planetas binos quoslibet circa solem sic verti, ut sint quadrata temporum periodicorum proportionalia cubis majorum axium, hoc ipso intelligi statim poterit, vires etiam, quibus planetæ duo quivis versus solem urgentur, esse inter se reciproce proportionales quadratis distantiarum a sole, unumque esse virium genus, quo planetæ aguntur omnes.

Atque hæc quidem in planetis primariis valent, qui circa solem volvuntur, observationibus consentientibus; neque minus valent in secundariis, qui volvuntur circa primarios; nam suus cuique primarius pro sole est, jovis satellitibus jupiter, saturni saturnus, lunæ terra; quippe lunam, tamquam satellitem, terræ adjungunt, qui terram numerant in planetis. Apparet ergo communem quamdam gravitatem esse tum primariis in solem, tum secundariis in primarios; ac cum lunam non alia ratione gravitare in terram constat, quam qua ligna, & lapides, & terrestria quæque corpora gravitant; idcirco dicuntur omnia appetere sese mutuo & completi gravitate una. Hinc illa attractionis opinio orta est, quam plerique sub Nevtono secuntur præceptore longe maximo;

eam-

eamque cum in aliis valere putant, tum vero etiam in cometis; neque observationes dissentiant.

Jam vero cum primarii circa solem, secundarii circa jovem, & saturnum vertantur, quos luna imitatur, terram ambiens; observatione autem constat, quæ conversionum sint tempora, quique orbitalium axes, nihil expeditius erit, quam jovis, saturni, solis massas cognoscere, easque cum inter se, tum etiam cum terræ massa comparare; sic enim inter se sint, oportet, ex iis, quæ supra demonstrata sunt, quemadmodum cubi majorum axium, si per quadrata temporum periodicorum dividantur.

Porro cognitio planetarum massis, quoniam & magnitudines ex observationibus cognoscuntur, statim etiam, quæ cujusque planetæ sit densitas, apparebit. Quibus facile intelligetur & quæ dati cujusvis corporis aut in jove sit gravitas, aut in saturno, aut in sole; & quæ cadentium in unoquoque horum sit celeritas, & qua longitudine pendula esse debeant, ut ne a nostris dissentiant. Aeris etiam, si qui illic est, densitatem licebit perquirere, & aquarum cursus metiri, & alia id genus proponere, quibus venustiores quidam physici oblectantur, & ingeniose tempus fallunt. Hæc sunt fere, quæ de viribus centralibus mira brevitate Zanottus scripsit, cujus nitorem, atque elegantiam, nam his etiam valere dicitur, si minus affecutus fuisse videar, haud ægre feram me ab illo vinci.

ASTRONOMICA.

De Veneris congressu cum Sole.

ANno millesimo septingentesimo sexagesimo primo, die quinto mensis junii id demum accidit, quod astronomi jamdudum omnes expectabant avidissime, ut venus scilicet cum sole congrederetur. Videbatur enim observatio ad parallaxim solis definiendam, nodosque ipsius veneris cognoscendos aptissima; neque antiquioribus, si quæ sunt, observationibus satis fidebant; nam & perpauca sunt, nec tam accurata, quam præsens postulat astronomia; quæ postquam instrumentis uti cœpit perfectioribus, & locupletior evasit, morosior est facta.

Huic tantæ totius europæ expectationi Eustachius Zanottus, qui bononiensi speculæ præest, deesse noluit. Eodem studio exarsit is, qui illi in eo munere est socius, Petronius Matteuccius. Hi ergo cum instrumenta omnia, & quidquid opus erat, parassent, eo, quem dixi, die in summam Instituti speculam se contulerunt. Eodem tempore spectatum venerant permulti, quorum tres præterire non debeo; quippe qui non ut rei tantum novitate oblectarentur, uti fit, illuc convenerant, sed etiam ut observationem ex astronomorum consuetudine inirent. In his fuit Paullus Frisius e Clericis Regularibus S. Pauli, mathematicus in primis magnus, regiarum prope omnium academiarum præmiis nobilitatus. Is ex Hertruria observationis causa Bononiam se contulerat. Huic accesserunt Gregorius Casalius, & Sebastianus Canterzanus, socio illo digni. Atque hi tres in inferiorem speculæ partem se receperunt. Observatione deinde peracta, Zanottus omnia, quæcumque vel a se cum Matteuccio, vel a Frisio cum sociis duobus observata fuerant, scripto quodam, nec ita longo, complexus est, quod cum Academia haud multo post communicavit. Id referam in opuscula, ut rei memoria maneat apud posteros.

Hic, ne muneri meo deesse videar, pauca colligam, quæ physicis potius, si paullo curiosiores sint, quam astronomis satisfaciant; nam astronomi quidem, quos delectat subtilitas, opusculum ipsum legant, volo, in quo Zanottus sic omnia exposuit, ut neque brevius exponi possint, neque, si perspicuitatem quærimus, fortasse aliter. Ut ea colligam, quæ physico satis sint; res sic abiit. Observationem, quæ non nisi orto die institui poterat, objectæ nubes ad dimidiam fere horam distulerunt. Disiectis nubibus venus in sole apparuit pulcherrima. Hic tum omnes telescopia intendere, situm veneris cursumque definire, notare tempora, nihil denique eorum prætermittere, quæ ad illam expectatissimi planetæ trajectionem pertinerent. Antequam se venus soli subduceret, horæ fere quatuor abierunt. Cum alii vero e superiore loco, ut supra diximus, alii ex inferiore in rem eandem studium intenderent, non eadem omnes usi sunt methodo. Et illi quidem, qui infra subsederant, quod vererentur, ne quam sibi refractiones luminis fallaciam facerent, expectare coacti sunt, dum sol altius ascenderet; quare observationem paulo serius inierunt. Ceterum quamvis telescopia, quorum in illa observatione usus fuit, nec ejusdem longitudinis essent omnia, nec eodem modo instructa, mira tamen fuit observationum consensus. Quas postea Canterzanus, juvenis supra quam dici potest ingeniosus & diligens, in schema contulit, atque omnia sic congruere animadvertit, ut calculos non desideraverint.

Sed jam de nodis dicamus, quæ præcipua in planetis quæstio esse solet. Etenim cum planetæ omnes, quæ communis astronomorum sententia est, per plana totidem circa solem vertantur, illud accidit, ut in sua quisque conversione eclipticæ planum bis transeat, semel a septemtrionibus deflectens ad meridiem, tum iterum a meridie deflectens ad septemtriones. Ea vero puncta, in quibus hi fiunt transitus, planetæ nodi appellantur, descendens ille, in quo planeta ad meridiem transit, ascendens, in quo ad septemtriones. Neque vero dubium est, quin duo hi nodi duobus adversis zodiaci punctis respondeant. Ita si punctum zodiaci cognoscatur, quo nodus unus sit referendus, ignorari punctum non poterit, quo referendus sit alter. Zanottus cum veneris per solem labentis semitam omni, quo potuit, studio notavisset, impositis tandem

cal-

calculis, nodum ejus descendentem ad primum fere & trigefimum minutum retulit ultra decimum & quartum gradum sagittarii. Ascendens ergo nodus ad geminos ex adverso spectabit.

Cognitis nodis proximum erat, ut etiam orbitæ inclinatio cognosceretur. Etenim cum planeta quisque convertatur, ut modo diximus, circa solem in plano quodam, quod eclipticæ planum secat, totam illius conversionis rationem ignorari necesse est, si angulus ignoretur, quem plana hæc duo faciunt. Is autem angulus inclinatio orbitæ appellatur. Zanottus cum omnia, quæ ad id pertinerent, in venere collegisset, eum, quem dixi, angulum invenit graduum non amplius trium adjectis minutis primis fere viginti. Sic orbitæ inclinationem constituit, exiguam illam quidem, sed minime pro astronomorum subtilitate contemnendam.

Atque hæc quidem, quod iter sit veneris circa solem, demonstrant; nunc pauca dicamus, quæ venerem ipsam, qualis sit, ostendant. Sed ante omnia de apparente ejus diametro dicendum est, quam diametrum angulo illo metiuntur, quem lineæ duæ efficiunt, a spectatoris oculo ad duo veneris extrema puncta, eaque inter se opposita, perductæ. Zannotto hic angulus, cum venerem in sole spectaret, minutum fere unum adæquare visus est. Idem deinde calculi confirmarunt. Hæc ergo illi tum fuit apparens diametros veneris.

Jam vero ubi de veneris distantia constiterit, quæ non ex una observatione, sed ex multarum comparatione duci debet, non apparens tantum diametros, sed etiam vera innotescet; his ergo, qui minime dubitant, quin forma veneris vel sit plane spherica, vel ad sphericam proxime accedat, vera diametro cognita, volumen quoque ejus & magnitudo cognoscetur. Optandum erat, ut venus, planetarum aliorum exemplo, satellitem circumferret aliquem, qua de re, cum observationis tempus instaret, rumor inceserat nescio qui. Fuisset id cum astronomis opportunissimum, tum vero physicis ad oblectandum otium aptissimum. Sic enim & massam veneris, & gravitatem cognoscerent, & experimentorum, si qua ibi cadentium corporum fierent, exitum scire possent, & planetæ illius commentarios describere. Sed fuit rumor de satellite incertus, sine auctore; ut illum ne expectandum quidem, aut quærendum, Zanottus aliique existimaverint.

Quando de veneris diametro diximus, non est de figura prætermittendum, quæ, ut adhuc incerta erat, omnium animos exspectatione suspenderit; videbatur enim fore, ut ea vel maxime se proderet, si venus contra solem spectaretur. Nemo quisquam ignorat, quam libenter opinionem illam physici acceperint, ut putent, figuram terræ minime esse sphericam, sed ellipticam, polis aliquantum compressis; quæ opinio multorum, ac præsertim Gallorum, difficillimis, longissimisque itineribus est confirmata. Boscovickus tamen, cum mensuras in italia ceperit, turbavit nonnihil; Caillius multo plus; qui ad caput bonæ spei in africam se contulit. Quamquam ne hi quidem, cum terræ figuram mutant, sphericam faciunt. Placeret ergo omnibus ne planetas quidem sphericos apparere, ut esset exemplum, unde argumentum de terra peti posset; jam enim terram planetarum simillimam esse judicant. Atqui venus spem fefellit, cum enim adversus solem spectaretur, quod erat tempus ad formam ejus dignoscendam aptissimum, sic plane rotunda visa est, ut, si oculorum judicio liceat fidere, dubitatio omnis sublata esse videatur.

Neque eos minus fefellit venus, qui atmosphæræ argumenta exspectabant. Sunt enim multi, qui cum hanc, quam incolimus, terram crassiori aere, & vaporibus quamplurimis obvolutam esse videant, si idem planetis accidat, in similitudine delectentur, simplicitatemque naturæ collaudent, quod orbis omnes, qui circa solem volvi dicuntur, ejusdem modi esse voluerit. Atqui si tempus ullum fuit, quo vapores se prodere circa venerem, & aer crassior, debuerint, id certe fuit, cum ea in sole spectaretur; oportebat enim illa aeris densitate, & vaporum crassitudine, quamplurimos solis radios intercipi, ut appareret circa venerem obscuritas nescio quæ. Tamen nulla apparuit, quamvis & qui spectabant visu satis valerent, & oculos, quantum possent, intenderent, & essent in exspectatione. Qui ergo atmosphæram in venerem sibi fingunt, ingenio indulgent plus fortasse, quam oportet.

His adhuc scriptis, ecce tibi quæstio oritur, haud illo digna, ut mihi quidem videtur, qui eam movit. Non est propter hominis famam prætermittenda. Pingreus, homo galus, mathematicus in primis clarus & nobilis, cum hanc, quam Zanottus cum fociis quibusdam suis habuerat, obser-

vationem legisset, erat jam enim emissa, nihili faciendam duxit; quod eam scilicet cum illa conferens, quam habuerat ipse in Gallia, & ad calculos revocans, minime consentientem invenerat.

Hunc quidem telescopia ipsa, si loqui possint, coarquant; nam cum ille telescopio longiori usus sit; Zanottus, ejusque focii, telescopiis pluribus, nec eadem longitudine omnibus; homo comparandarum observationum cupidus ad illa statim se vertit, quæ sunt telescopio brevissimo a Zanotto fociiisque observata; quæ telescopiis longioribus, præterit; quasi nihil in his comparationibus intersit, quæ telescopiorum longitudo sit, idemque sit a breviori, quod a longiore, postulandum. Et etiam de anticipatione quadam temporis queritur. Quis ignorat, in hoc etiam telescopiorum differentia quantum valeat? Quid ergo erat, cur Pingreus, telescopio usus non brevi, eas deinde inter Zanotti sociorumque observationes ad comparandum seligeret, quæ telescopio peractæ sunt brevissimo, pedes longo non amplius duos supra dimidium?

Atqui hæc observationes Zanottus ipse quam pauci fecerit, fatis superque declaravit; quippe qui totum veneris iter colligens, & parallaxim quærens methodo a se tum primum excogitata & plane sua, non has secutus est observationes, sed alias, eas nempe, ad quas telescopio usi fuerant pedum duorum supra viginti. Quo sane docuit, & quæ sibi ex illis observationibus potior esset, & quam debuisset Pingreus ad comparationem seligere.

Quid quod Pingrei ratio alio etiam nomine in magnam erroris suspicionem cadit. Nam illè, cum ad id, quo maxime intendit, differentiam certam ponere opus habeat, quæ inter meridianos vel Lutetiæ, vel Bononiæ circulos intercedit, eam ponit, quæ minus tuta est. Minus certe tuta Zanotto & Canterzano visa est, ad celeberrimorum Astronomorum observationes, certissimosque calculos se referentibus. Hi ergo differentiam aliam ponunt, quam si sequamur, omnis Pingrei cadat ratio. Neque vero est, cur differentiæ, quam Pingreus ponit, multum tribuamus, cui ne ipse quidem fatis fidit; quippe quod illam sibi suspectam esse post deinde ostendit, eamque mutat, & prope jam ad illam accedit, quam Canterzanus probat & Zanottus. Quid ergo
hunc

hunc sequamur, qui se ipse non sequitur? Sed jam de his satis multa. Epistolam, quam de re tota Canterzanus ad Saladinum suum scripsit, elegantem & doctam conjiciam in opuscula.

*Nonnulla indicantur ad astronomiam
pertinentia.*

Astronomiæ tribuam, quæ nuper Rogerius Josephus Boscovickus e Societate Jesu, mathematicus tota Europa clarissimus de dioptrica tradidit recentissimis physicorum inventis perficienda. Si qui hæc physicæ tribui malint, non repugnabo; modo intelligant, fuisse hæc astronomiæ præsertim causa excogitata, nihilque in his fere agi, nisi ut telescopia perficiantur, quibus instrumentis jamdudum utitur astronomia tamquam suis. Neque aggrediar tamen Boscovicki sermonem referre; qui commodissime scriptus, legi ipse postulat in opusculis, neque in commentarios hos nostros veniat, nisi invitus. Faciam nihilominus, ut quo spectet, paucis indicem; & summa quædam capita, quæ prospici, ut ita dicam, longius possunt, ostendam.

In telescopiis communibus duo insident vitia; quorum unum Cartesius animadvertit, & emendare studuit, nec potuit; alterum Newtonus, qui illud ne emendare quidem studuit, quippe nullam spem habens. Quæ illa sint, dicamus. Ad summam telescopii perfectionem illud in primis requiritur, ut omnes radii, quocumque ab uno eodemque objecti puncto proveniunt, & in lentem cadunt, sic refringantur, ut, ubi ipsam trajecerint, in unum idemque punctum coeant. Id fieri non posse animadvertit Cartesius, si sit lens spherica, ut esse solet. Alias ergo figuras philosophus summus excogitavit, ad quas si lentes conformarentur, possent satisfacere. Cartesii ingenium vitrariorum vicit industriam; hi enim tales numquam lentes perficere potuerunt, quales Cartesius desideraverat.

Newtonus physicus longe omnium perspicacissimus, cui lux videtur se totam aperuisse, animadvertit, unamquemque lucis radium radiolis componi innumerabilibus, varie coloratis,

tis, neque hos refringi æque omnes, sed pro vario, quo afficiuntur, colore alios aliter; itaque non refringi solum, sed etiam distrahi a se invicem. Ea re comperta facile sensit, hac etiam de causa fieri, ut provenientes ab uno objecti puncto radii, ubi lentem trajecerint, coire in unum punctum non possint; idque incommodum multo esse gravius, quam quod Cartesius emendare voluerat. Voluisset profecto Newtonus pro diligentia sua vitium, quod compererat, tollere; sed cum duo in animum induxisset, eaque haberet, tamquam naturæ leges: distractionem radiorum eadem ubique ratione fieri: neque eam vitari posse, ubicumque refractionis esset aliqua: spem abiecit; seque ad specula conferens novum quoddam telescopiorum genus e catoptrica petivit, longe nobilissimum. Sic desperans plus pene fecit, quam si id fecisset, de quo desperavit.

Post Newtonum nemo physicus tentare quidquam audebat. Eulerus tamen, cum quæstio prope jam derelicta obsolevisset, ad eam rediit, & sperare aliquid visus est; quippe anno millesimo septingentesimo septimo & quadragésimo in Berolinensis Academiæ Commentariis opusculum edidit, in quo calculos nectens varios, & analogia nescio qua ductus, conjecit, lentes utique posse fieri binis vitris aquam continentibus, in quibus non esset radiorum distractio metuenda. Formulas etiam adhibuit, quibus statim cognosceretur, quæ utrilibet vitro sphericitas conveniret, & quo modo essent ambo inter se componenda. Ingeniosissima excogitatio, Eulero digna. Sed Dollondus, artifex in Anglis doctissimus, clarissimusque, formulas non probavit, quarum cum periculum fecisset, exitus non respondit; maluitque Newtono adherere, qui suas leges per experimenta probaret, quam Eulero, qui per calculos.

Inter hæc Clingefierna, geometra inter Svecos nobilissimus, commentatiunculam suam edidit, qua contendit, Newtonum in hoc argumento non sibi admodum consentire; pugnare inter se aliquando duo illa, quæ ipse tamquam perpetua ponit; videndum etiam atque etiam esse, quo id modo se habeat, locumque diligentius adhuc tractandum. Hæc per Clingefiernam subtiliter demonstrata Dollondum commoverunt; qui dum rem totam secum ipse perpendit, & experimenta capit alia atque alia, forte fortuna accidit, ut vitra
illi

illi duo in manus venerint, quæ dum experitur, comperit radorum coloratorum distractionem non pariter in utroque fieri, majoremque in uno esse quam in altero proportionem ad subducendos calculos commodissima. Ea re cognita facile intellexit homo acutissimus, prismata & lentes ita ex his vitris conformari posse, ut, si apte jungerentur, sic se mutuo radorum refractiones compensarent, ut nulla tandem esset dittractio; habereturque, quod fieri non posse Newtonus putaverat, refractione colorum experts. Quod ut re comprobaret, lentes illico ex iis, quæ dixi, vitris, quales sibi in animo proposuerat, confecit. Bellissime responderunt. His deinde telescopia condidit, quorum unum cum Boscovickus in Anglia vidisset, vix quidquam fieri perfectius posse judicavit. Sic Dollondus duobus adhibitis vitrorum generibus id vitium telescopiis ademit, quod illis e coloratorum radorum distractione insidebat.

Reliquum erat, ut illud etiam demeretur, quod forma parit; nam cum lentes vix aliam accipere formam possint, nisi sphericam, facit forma hæc, ut radii ab uno objecti puncto prodeuntes, vel si nulla fiat coloratorum dittractio, nequaquam tamen possint omnes in unum punctum colligi. Huic malo succurrit Clairautius, mathematicus gallus, summis adnumerandus. Speravit is, ut, si sphericitates diversæ apte inter se componerentur, vitium, quod reliquum erat, tolleretur; neque id speravit solum, sed etiam perfecit. Nam cum varios vitrorum modos, lentiumque genera quam varie jungi possent, secum ipse perpendisset, atque omnia in formulas conjecisset, vitra undique perquisivit, si qua essent in Gallia, quæ cum illis, quibus Dollondus utebatur, possent comparari. Quærenti fortuna non defuit. Vitra ergo, qualia sibi optaverat, nactus, lentes Parisiis fieri jussit ad id, quod volebat, aptissimas, & telescopia confecit, quibus nihil est adhuc illustrius. Exposuit deinde hæc omnia eleganti sermone in Parisiensis Academiæ Commentariis annorum, quinquagesimi sexti, & quinquagesimi septimi supra millesimum septingentesimum. Modo, cum hæc scriberem, pro amicitia, quæ illi cum Boscovicko intercedit, ei per litteras significavit quoddam se vitri genus reperisse e Germania advectum, a quo radorum coloratorum dittractio duplo est major, quam quæ a vitris communibus esse solet; hac pro-

portione miram iis formulis, quas ipse tradiderat, simplicitatem addi.

Hæc Dollondi & Clairautii inventa. Dignus erat, qui his succederet, Boscovickus. Is ergo, in provinciam jam occupatam veniens, aggredi id voluit, quod erat reliquum, quodque est maxime in invento quovis desiderandum; ut omnia nempe, quæcumque antea sunt tradita, in unum colligantur, iisque & brevitatis addatur, & simplicitas. Id ille scilicet in recentissimo hoc invento mire præstitit, ut jam videatur res tota ab eo magis petenda esse, qui illam illustravit, quam ab iis, qui invenerunt; id quod novum non est in plerisque inventis recens editis. Sermonem ergo fecit doctissimum, quem qui attentius legerint aliorum sermonibus non indigebunt. Opusculis inferam. Hoc ille Clairautii formulas complexus est elegantissimas, demonstrationesque formulis dignas; quippe hæ summam continent. Ac ne nihil de suo, præter brevitatem, simplicitatemque, addidisse videretur, descriptionem in extremo adjunxit instrumenti cujusdam mirabilis, ac plane novi, quo facile cognoscatur, quæ cuique vitro vis sit ad radios vel refringendos, vel distrahendos. Hoc instrumentum, ut quod suum est, arbitrato suo appellavit, dixitque vitrometrum. Hyalometrum fortasse dixisset, si græcis auribus servire voluisset. Latinis maluit, & nostris,

Paullus Frisius, e Clericis Regularibus S. Paulli, mathematicus in paucis profecto numerandus, astronomiam excolit, ac ne ipse quidem discedit a physica; cœpit jam enim astronomia ipsa, ex quo virium centralium doctrina aucta est, physicam se dici velle, eamque cælestem. Sint ergo astronomi, quando sic volunt, cælestes physici. In his cælestibus Frisii eluxit industria, qui sermones duos scripsit, & ad Academiam detulit, medius fidius doctissimos, alterum de motu orbium planetarum, alterum de planetarum ipsorum accelerationibus retardationibusque, omniaque e virium centralium legibus summa ingenii dexteritate petivit; quæ mihi numquam fatis recte scribi videbuntur, si aliter scribantur, atque ab ipso sunt scripta. Utrumque ergo sermonem referam in opuscula.

Neque minus in opuscula referam Eustachii Zanotti sermonem, perbreve illum quidem, sed minime contemnendum. Astronomis certe se utilem fore pollicetur. Paucis me

expediam; quippe res ipsa referri negat. Hæc summa est. Eo sermone agit Zanottus de supputandis æquationibus in orbitis planetarum; methodum tradit facillimam, simplicissimamque; ac demum tabulam addit, ut si qui sunt, quos exemplo quoquam confirmare oporteat, his etiam consulat.

Atque, ut ad Frisium redeam, exstabit etiam in opusculis sermo ejus elegantissimus, doctissimusque, de inæqualitatibus motus vel terræ vel lunæ circa axem, ut astronomorum hypotheses ferunt. Nec non ejus epistola ad Franciscum Mariam Zanottum, humanitatis doctrinæque plenissima, qua de opere super gravitatis legibus a se edendo cum Zanotto amice communicat.

Et quoniam res physicas ad astronomiæ commoda transferre cœpi, recensero hic etiam sermonem Boscovicki alterum, quo argumentum, quod sermone primo tractaverat, ornare pergit; rationemque tradit, qua quivis lucis colores e prisma ducti alii cum aliis jungi possint, duobus tribusve adhibitis vitrorum generibus. Sermonem hunc etiam licebit legere in opusculis.

Sed ad ea revertamur, quæ astronomiæ sunt propria. Non est hic profecto reticendus Francisci Mariæ Zanotti sermo, quo sermone homo minime astronomus bene de astronomia mereri voluit. Observationem in eo narrat, quam gallice scriptam mathematicus longe præstantissimus de la Lande ad Academiam miserat. Inæqualitatem scilicet in saturni conversionibus diligentissimus Gallus compererat plane mirabilem, quam explicare illi vix possint, quibus tanta est ab attractione felicitas. Id erit sermonem Zanotti ipsum legentibus, quippe hunc etiam opusculis adjiciam, manifestum. Sed jam commentariis his nostris finem faciamus.

VINCENTII RICCATI.

*Additamentum ad Epistolam de potentiarum
æquivalentia.*

FRANCISCO MARIE ZANOTTO

Bononiensis Scientiarum Instituti Præsidi

VINCENTIUS RICCATUS S. P. D.

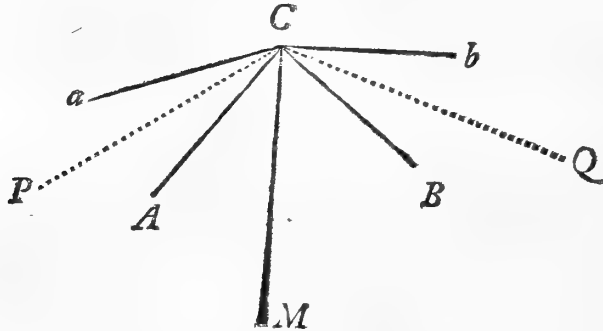
Quum nuper accepissem tomos duos opusculorum Alemberti Geometræ maximi, incidi in tomi primi opusculum quantum, quod inscribitur: Demonstratio principii compositionis potentiarum. Ut primum legere incepti, statim cognovi, illud penitus convenire cum epistola mea, quam ante septem aut octo annos in Academiæ conventu recitavi, & quæ duobus abhinc annis formis impressa est prolitura in Academiæ tomo, qui, pace tua dicam, diutius fortasse, quam par est, desideratur. Eam autem ita inscripsi: De æquivalentia potentiarum per principia metaphysica demonstrata. Ambo demonstrationem Danielis Bernoullii Viri Celeberrimi, quæ longos implicat, & difficiles calculos analyticos, per sola geometriæ principia maxime simplicia perficimus. Hoc solum inter nos interest, quod quum series demonstrationis possit incipere cum ab angulo recto, tum ab angulo grad. 120, ego utramque persequor; at Alembertus secunda serie contentus est, quæ numerum propositionum unitate minuit. Præterea Alembertus addit facilem, & elegantem demonstrationem propositionis: Si duarum potentiarum æqualium augetur angulus, minuitur æquivalens; quam propositionem tamquam probationis non indigentem ego inter axiomata collocavi. In cæteris prorsus convenimus, quia aliqua præparationis diversitas naturam demonstrationis non mutat. Quocirca si res integra esset, epistolam meam in publicam lucem non amplius emitterem.

Quod nos synthetica methodo, id analytica duplici modo demonstrat in secundo Taurinensis Academiæ tomo Vir Doctissimus Eques Daviet de Foncenex. Primam demonstrationem, quæ magis simplex, & universalis videtur, tametsi calculum integralem includat, placet hic paucis addere, ut palam fiat, utramque methodum ad veritatem pervenire. Præcipuam dumtaxat propositionem ostendam, ex qua reliquæ facillime consequuntur, quæ est huiusmodi: Æquivalens duarum potentiarum æqualium quemcumque angulum efficientium, quæ sine dubio angulum bifariam partitur, exprimitur per diametrum rhombi, cujus ipsæ sunt latera.

Si æquales potentiæ, quarum qualibet = a , coincidunt seu angulum faciant nullum, scimus, æquivalentem = $2a$. Si eadem faciant angulum infinitesimum = $\frac{2d\phi}{r}$, æquivalens minuetur, & fiet = $2a - \mu$. Quantitas μ , per quam æquivalens decrevit, non potest dependere nisi a con-

stante a , & a semiangulo infinitesimo $\frac{d\phi}{r}$. Ponatur itaque $\mu = a \cdot \left(\frac{kd\phi}{r}\right)^m$; species k, m erunt deinceps determinandæ: ergo si potentiarum angulus $= \frac{2d\phi}{r}$, æquivalens erit $= 2a - a \cdot \left(\frac{kd\phi}{r}\right)^m$.

Potentiaæ CA, CB , singulæ $= a$, efficiant angulum $ACB = \frac{2\phi}{r}$;



ducantur Ca, Cb prioribus æquales efficientes angulos $ACa, BCb = \frac{2d\phi}{r}$, ut angulus $aCb = \frac{2\phi + 4d\phi}{r}$. Dividant CP, CQ bisariam angulos ACa, BCb , ut $PCQ = \frac{2\phi + 2d\phi}{r}$. Æquivalens potentiarum æqualium debet exprimi per potentiam ductam in functionem anguli, seu semianguli ab ipsis effecti; quæ functio exprimatur littera F . Quare CM æquivalens duabus CA, CB erit $= a \cdot F \cdot \frac{\phi}{r}$, & æquivalens duabus Ca, Cb erit $= a \cdot F \cdot \frac{\phi + 2d\phi}{r}$: ergo æquivalens quatuor CA, CB, Ca, Cb erit $= a \cdot F \cdot \frac{\phi}{r} + a \cdot F \cdot \frac{\phi + 2d\phi}{r}$. CP æquivalens duabus CA, Ca facientibus angulum $= \frac{2d\phi}{r}$ posita est $= 2a - a \left(\frac{kd\phi}{r}\right)^m$: idem dic de CQ æquivalente duabus CB, Cb . Igitur quæ æquivaleret duabus CP, CQ , seu quatuor CA, CB, Ca, Cb fiet $= 2a - a \left(\frac{kd\phi}{r}\right)^m \cdot F \cdot \frac{\phi + d\phi}{r}$. Igitur valebit æquatio $F \cdot \frac{\phi}{r} + F \cdot \frac{\phi + 2d\phi}{r} = 2 - \left(\frac{kd\phi}{r}\right)^m \cdot F \cdot \frac{\phi + d\phi}{r}$.

Jam vero ponatur $F \cdot \frac{\phi}{r} = y$; erit $F \cdot \frac{\phi + d\phi}{r} = y' = y - dy$, & $F \cdot \frac{\phi + 2d\phi}{r} = y'' = y' - dy' = y - 2dy + ddy$. His valoribus substitutis æquatio in hanc convertitur $y + y - 2dy + ddy = 2 - \left(\frac{kd\phi}{r}\right)^m \cdot y$

$\overline{y - dy}$, quæ deletis delendis in hanc mutatur $ddy = -y \cdot \left(\frac{k d\phi}{r}\right)^m + dy \left(\frac{k d\phi}{r}\right)^m$. Quicumque sit valor m , manifestum est, ultimum terminum respectu antecedentis minimum esse; ergo æquatio fit $ddy = -y \cdot \left(\frac{k d\phi}{r}\right)^m$. Quoniam ddy est in secundo infinitesimorum ordine, in eodem debet esse $d\phi^m$; ergo $m = 2$; ergo æquatio $ddy + y \cdot \left(\frac{k d\phi}{r}\right)^2 = 0$. Fac advertas, in hypothesi $\frac{\phi}{r} = 0$, esse $\left(\frac{k d\phi}{r}\right)^2 = dy$: ergo $dy : \frac{d\phi}{r}$ in eadem hypothesi erit in ratione minori quacumque data.

Integratio completa æquationis inventæ est $y = A \cdot \frac{Cc \cdot k\phi}{r} + B \cdot \frac{Sc \cdot k\phi}{r}$. Si fiat $\phi = 0$, unde $Sc \cdot k\phi = 0$, & $Cc \cdot k\phi = r$, debet esse $y = 2$; ergo $2 = A$. Ad determinandam B differentia formulam integratam $dy = A \frac{dCc \cdot k\phi}{r} + B \frac{dSc \cdot k\phi}{r} = -\frac{Ak d\phi Sc \cdot k\phi}{rr} + \frac{Bk d\phi Cc \cdot k\phi}{rr}$; ergo $\frac{r dy}{d\phi} = -\frac{Ak Sc \cdot k\phi}{r} + \frac{Bk Cc \cdot k\phi}{r}$; sed factò $\phi = 0$, unde $Sc \cdot k\phi = 0$, $Cc \cdot k\phi = r$, debet esse ex probatis $\frac{dy}{d\phi} = 0$; ergo $0 = Bk$, & $B = 0$. Igitur vera integralis est $y = \frac{2 \cdot Cc \cdot k\phi}{r}$. Tandem si $\frac{\phi}{r}$ sit rectus, & $\frac{2\phi}{r}$ æqualis duobus rectis, debet $y = 0$; ergo $\frac{Cc \cdot k\phi}{r} = 0$: quæ æquatio vera esse non potest, nisi $k = 1$, quia anguli superantes duos rectos ad rem non faciunt. Igitur æquivalens $= \frac{2a \cdot Cc \cdot \phi}{r}$, seu diametro rhombi, cujus latus $= a$. Ex duabus demonstrationibus analytica laudem sibi vindicat brevitatis: at synthetica, quum innitatur principiis claris, & geometricis, videtur plurimum commendanda.

Scriptor idem ingeniosissimus Daviet de Foncenex contendit demonstrare per principia metaphysica legem vectis, incipiens a propositione, ex qua reliquæ consequuntur, nimirum Si duæ potentix A, B perpendiculares



vecti æquedissent a fulcro C , eodem modo premunt hoc punctum, ac si utraq; eidem esset applicata. Hujuscemodi utitur analysi. Singulæ potentix sint $= a$, distantix $CA = CB = x$. Patens est, pressionem fulcri C unice dependere posse a potentiis $= a$, & a distantis $= x$: quare generatim exprimetur per $2a \cdot F \cdot x$. Seca AD, BE æquales CA, CB , & quatuor concipiantur potentix in punctis D, E, C, C . Ex hypothesi fulcrum C a quatuor potentiis patietur pressionem $= 2a + 2a \cdot F \cdot 2x$. Punctum A a duabus potentiis D, C sustinet pressionem $= 2a \cdot F \cdot x$; idem dic de puncto B : ergo ab his duabus fulcrum C sustinebit pressionem

$$= 4a \cdot \overline{F \cdot x^2} : \text{ergo oritur æquatio } 1 + F \cdot 2x = 2 \cdot \overline{F \cdot x^2}.$$

Æquationem hanc, quæ in dubium nequit revocari, asserit Auctor, verificari non posse, nisi $F \cdot x = F \cdot 2x = 1$. Sine dubio valor iste æquationi satisfacit; sed dubitari potest, utrum alii quoque satisfaciant. Negat Auctor, atque hoc facili calculo constare scribit. Sed quomodo calculus instituendus sit, non percipio. Verum calculus ostendere non potest, quod est alienum a veritate. Nam si fiat $F \cdot x = \frac{Ch \cdot x}{r}$, & $F \cdot 2x = \frac{Ch \cdot 2x}{r}$,

inventa æquatio subsistet. Fit enim $1 + \frac{Ch \cdot 2x}{r} = 2 \cdot \frac{\overline{Ch \cdot x^2}}{rr}$, seu $r^2 + rCh \cdot 2x = 2 \cdot \overline{Ch \cdot x^2}$; atqui $rCh \cdot 2x = \overline{Ch \cdot x^2} + \overline{Sh \cdot x^2}$; ergo $r^2 + \overline{Ch \cdot x^2} + \overline{Sh \cdot x^2} = 2 \cdot \overline{Ch \cdot x^2}$, vel $r^2 = \overline{Ch \cdot x^2} - \overline{Sh \cdot x^2}$, quæ æquatio semper, & universaliter vera est. Potuissim idipsum demonstrare de $F \cdot x = \frac{Cc \cdot x}{r}$, in qua pariter verificatur æquatio inventa.

Sed hæc functio perducit ad hypothesim absurdam, in qua pressio puncti C, crescente x, primum decresceret, & evaderet = 0, tum fieret negativa, deinde iterum transiens per 0 evaderet positiva, atque ita deinceps alternantibus potentiis positivis, & negativis. At $F \cdot x = \frac{Ch \cdot x}{r}$ ducit ad hypothesim, in qua, crescente x, augetur semper puncti C pressio ita, ut, facta x infinita, ipsa quoque evadat infinita. Præter has utrum aliæ existant functiones, quæ inventam æquationem servent, nescio: ego certe nullam esse aliam, affirmare non auderem. Quæ quum ita sint, lex vectium per principia metaphysica nondum probata est.

Hanc occasionem nactus palam tibi, Vir Clarissime, & omnibus facio, me non solum non scripsisse, sed ne suspicatum quidem fuisse, ex mea penu quidquam surripuisse Doctissimum Alembertum. Dum autem in secundo opusculorum tomo dixi, blandiri me mihimetipsi, quod methodum, quam ego primum in Academia Bononiensi typis mandavi, ipse deinde in Berolinensi produxerit, illud me solum intellexisse profiteor, quod idem Alembertus in suorum opusculorum tomo primo pag. 245 de Celeberrimo Eulero scribit. Non detraho, inquit, Eulero laudem hujusce animadversionis; sed quoniam Magnus hic Geometra dignam judicavit, quam cum eruditus communicaret, reor, mihi reliquum esse jus observandi, in eandem me primum incidisse.

De his omnibus certio rem te facere volui, Zanotte Ornatiissime, rogans, ut brevissimæ huic epistolæ in tomo, qui nondum lucem aspexit, locum concedas, quo quisque cognoscere possit, quemadmodum res gesta fuerit. Vale. tuam liberalium artium, & Academiæ bono, jubeo, te curare diligenter.

Ex Collegio S. Lucie X. Kal. Maji 1767.

ACADEMICORUM QUORUMDAM

OPUSCULA

V A R I A .

ACADEMICORUM QUORUMDAM OPUSCULA

V A R I A .

JACOBI BARTHOLOMÆI BECCARII

De Lacte .

Optabile in primis, & omnium commendatione dignif-
simum semper habitum est genus illud philosophan-
di, quod cum specie utilitatis aliqua sit conjunctum.
Utilis vero præ ceteris, & fructuosa censetur ea inve-
stigatio, quæ circa res versatur ad quotidianum vitæ usum
pertinentes. Quamvis enim nulla sit cognitio, a qua emolu-
mentum aliquod sperari tandem non possit; attamen ea spes
multo certior esse videtur, ac propior, si res, quas inve-
stigandas suscepimus, ad vitæ commoditatem jucunditatemque
communi usu fuerint jam comparatæ. Quod cum semper mi-
hi fuerit alte animo impressum, non minimam partem che-
micorum laborum in hæc potissimum consumpsi, quæ morta-
lium sustentamento, & salubritati provida natura concessit.
Itaque multa, quæ ciborum causa sumuntur, aut quæ humanæ
valetudini præsidio sunt, aut etiam solatio & oblectamento,
examinare, nec indiligenter, ut puto, conatus sum. Frumen-
tum ergo, jurium varia genera, eaque in primis, quibus Me-
dici ad suas curationes frequentius utuntur, vinorum diversæ
naturæ, & alia ejusmodi pars magna fuerunt mearum disqui-
sitionum. Præclare autem mecum esse actum existimavi, quod
studia hæc probatissimis viris probata fuerint. Siquidem non
defuerunt inter ipsos, qui ad celebres illas de victu, ut ajunt,
T. V. A Py.

Pythagorico quæstiones dirimendas observationes meas de duplici frumenti parte glutinosa, & amylicea plurimum conferre posse censuerunt. Pujatus vero illustris apud Patavinos Professor has ipsas duas partes ad eam considerationem transtulit, quæ in optimo victu febricitantibus constituendo versatur. Carnium quoque jura, postquam de ipsorum diversis facultatibus multa disserui, non sine delectu a Medicis præscribi cæperunt, cum antea promiscuus nonnullorum saltem usus esset, & alterum alteri substitueretur, quod uno genere contineri omnia, & iisdem viribus pollere crederentur. Nobis igitur placere nostra cæperunt postquam præclarissimis viris placuerunt. Propterea factum est, ut ejusmodi studia tam faustis auspiciis suscepta deinceps non omnino dimiserim. Nempe mihi persuasum fuit novæ huic industriæ fructum aliquem non esse defuturum; saltem novis istis laboribus alterutrum eventurum esse, ut vetera inventa illustrarentur magis, aut novis etiam accessionibus auctiora fierent. Neque optato successu caruit hæc mea cogitatio. Quemadmodum enim in triticea farina, quæ vegetabilis indolis tota esse credebatur, duas partes inveneram, quarum altera vegetabilis quidem, altera vero animalis esset naturæ, ita in lacte, cujus pariter indoles tota penitus ad vegetabilem naturam pertinere censebatur, non nihil inesse animalis substantiæ comperi, quæ sagacissimorum chymicorum accuratissimas investigationes effugerat. Boerhavius certe, qui multum industriæ ac diligentiæ posuit in lacte examinando, pronunciare non dubitavit, lac bubulum, in quo se potissimum exercuit, nec acidi quidquam habere, nec alcali, vix falsum esse, nec spiritus ullos destillando fundere. Lac enim recentissime multum, admixto alcali sive fixo, sive volatili, aut affuso acido quovis, non effervesce, quod contrarii salis præsentiam testaretur, sed tantummodo perturbari, & aliquatenus spissescere. Similiter ex lacte per vitrea purissimaque vasa destillante aquosum liquorem ascendere comperit, qui nihil haberet cum fermentatis vegetantium spiritibus comune, qui neque alcali, neque acidum ullum admittis oppositis salibus exhiberet, qui demum salini cujuscunque imaginem præferret sive olfactu, sive gustatu, sive instillatione in oculos facta, & inde orta mordicatione percipiendum. Sed neque in massa post absolutam destillationem in cucurbita remanente aliquid latuisse, quod acidæ,

aut

aut alcalicæ indolis esset, existimavit, hac præcipue ratione ductus quod eam massam pinguem, dulcem, & linguam grato sapore delinientem invenisset. Atque hic substitit in lacte resolvendo Boerahavii diligentia. Neque enim massam nunc memoratam ulteriori perscrutationi commisit, & spissamentum acidorum alcalicorumque salium admittance ortum intactum reliquit. Aliquanto longius in perscrutando lacte progressus est chymicus Gallus parisiensis Academiæ sodalis Macquerus. Is lacti spatium dedit, ut ante in tres illas vulgo notissimas partes secederet, butyrum, caseum, & serum. Singulas, ut moris est, distillatione resolvit. Principia, in quæ resolutæ sunt, exquisite, & solerter examinavit. Summa observationum fuit: nihil salis in tota lactea materie inventum est, quod in acidorum classem non esset referendum; nihil quod volatilis alcali vel leve indicium daret. Quæ observationes quantum a nostris distent, cum ejus massæ, quæ a simplici lactis destillatione remanet, tum casei resolutio demonstrabit. Materiem a lactis destillatione residuam cum Boerahavii non attigisset, rem minime inutilem existimavimus nos esse facturos, si eam destillationis experimento subjiceremus. Non enim pro inutili habendus est labor ille, quem necdum quispiam susceperit, & ad utilis studii complementum, & perfectionem conferre aliquid possit. Macquerus certe lactis notitiam haberi non posse perfectam existimavit nisi butyri, & casei resolutio institueretur, quæ duo præcedentium Scriptorum observationem effugerant. Serum vero examinare non est aggressus, quod ejus analysim a Godofredo sodali suo ante aliquot annos per diligentem factam, & in monumenta Regiæ Academiæ relatum, exactissimeque descriptam invenisset. Itaque, ut ad propositum redeamus, operam nostram in iis rebus examinandis Macqueri exemplo instituimus, quam observatio a Scriptoribus, qui nos in suscepto lactis resolvendi studio præcesserunt, fuisset prætermissa.

Nostrorum igitur experimentorum initium cepimus a massa illa, quam a lactis destillatione residuam esse diximus, pingui, dulci, sapore gratissima. Hanc porro e cucurbita, in qua resederat, in retortum vas luto munitum transfulimus. Duæ tantummodo huius vasis tertiæ partes repletæ sunt. Aptato ad ejus collum, & rite agglutinato excipulo similiter vitreo, & satis capaci, retortum vas in furno locavimus, &

inclusam in eo materiam calore primum leni, deinde paulatim, atque, ut ajunt, per gradus aucto urgere cœpimus. Exiit primum aquosus liquor, & limpidissimus, insipidus omnino. Hunc secutus est alter coloris nonnihil citrini, aciduli saporis, odoris etiam acidum spirantis. Tertius multo coloratior fuit, atque acidior; omnium vero maxime quartus. Color omnis & omnis ejus varietas ab admittance olei ortum habuit, quod cum acidis liquoribus una exiit. Oleum autem istud tenue initio fuit, leve admodum, & citrini coloris; dein spissescere magis magisque cœpit, atque impensius colorari; tandem summe densum fieri, atrum, & empyreuma graviter olens. Post hæc omnis fere destillatio cessare visa est. Quare calorem intendi, ac fortasse ad summam vehementiam deduci oportere admoniti sumus, si quid adhuc ex adusta massa prolicere vellemus. Enim vero igne aucto vapores albi e retorto vase prodire cœperunt, & intra excipuli cavum circumagi, & partim in liquorem densari, partim vasis parietibus adhærescere ramorum elegantissimam imaginem efformantes. Interea densissimum, & foetidissimum oleum subjecto liquori supernatare visum est, quod finem operi fecit. Relictus est in vasis fundo siccissimus carbo, atque nigerrimus.

Hæc circa massam, quæ post lactis destillationem remanserat, peracta sunt. Transitus inde ad serum factus est. Hujus certa quantitas in amplum vas, & patuli oris infusa est. Blandissimus calor deinceps adhibitus, ut lenissime aquosus humor evaporaret. Atque, ut comodius & sine ambustionis metu id fieret, lignea spatula liquorem agitare non destitimus. Humore omni, qui blando ejusmodi calore abigi potuit, exhalato, massa quædam in vasis fundo super fuit, quæ a nonnullis saccharum lactis nominatur, appellatione scilicet a dulci sapore ducta, quo saccharum æmulari videtur. Saccharum igitur istud in vas retortum immisimus, tertia tantum ejus parte repleta, ne forte inter destillandum tumescens materia per vasis collum in excipulum deflueret, & liquorem per destillationem ibi collectum inquinaret. Igne leniter, ac per gradus administrato, quemadmodum in præcedenti operatione factum est, aquosus primum liquor prodit, quem alii deinceps colorati, & acidi secuti sunt, eodem plane ordine, quem ante descripsimus cum de lactis residuo simili ratione tracta-

to ageremus. Neque vero dissimilis fuit præsentis analysis finis. Postquam enim cessare a destillando visi sunt acidi isti liquores, nosque de intendendo igne admoniti sumus, auctis caloris gradibus, erumpere vapores albi cæperunt, qui tandem in liquorem salinum, acrem, & penetrantis odoris abierunt, crasso, nigricante, ac fatente oleo comitati.

Hactenus enarratæ analyses altera totius lactis, altera feri, minime dubitare nos sinunt & lac integrum, & serum ab eo jam separatum alcalici volatilil salis vim aliquam, eamque non modicam, in se recondere. Namque in primo satis manifestam se præbuit ramosa illa, & concreta specie, qua excipuli cavum adeo eleganter ornavit. In altero autem non obscura de se indicia dedit tum albis illis vaporibus, qui per summam ignis vehementiam e vasis retorti collo erumpere visi sunt, ac per excipulum circum volitare, tum collecti liquoris penetrantissimo odore, tum demum ceteris notis quas cum præcedentis destillationis postremo liquore communes habuit.

Verum his solis indiciis contenti satis non fuimus. Placuit rem omnem certissimis experimentis confirmare. Itaque liquores omnes ante memoratos, tum eos videlicet, qui sub primis destillationibus, tum qui sub extrema ignis tortura prodierunt, novis periculis tentavimus, ut naturam quisque suam luculentissime patefacerent. Illi ergo cum alcalicis salibus mixti notabiliter efferbuerunt, & syrupi violarum cæruleum colorem mutarunt in rubrum, quæ duo ad acidam indolem significandam satis fuissent, nisi eam plane manifestam sapor ipse jam fecisset. Hi vero cum acidis in fervorem acti sunt, violarum syrupo virorem amænissimum induxerunt, Mercurium denique sublimatum ex aqua, in qua solutus fuerat, candidissimi pulveris forma præcipitavit. Porro hæc alcalini salis, ejusque volatilil, præsentiam ita declarant, ut si quis hæreret adhuc in ea definienda, is rerum chemicarum rudem se omnino, atque imperitum ostenderet.

Lac ergo, & liquida ejus pars serum alcalicio volatilil sale foeta cum sint, præsumi non sine ratione poterat etiam caseum, densam, & concretam lactis partem, ejusmodi sale non esse destitutum, contra quam a supra memoratis Scriptoribus traditum fuit. Verum tantorum virorum assertis, immo potius observationibus non conjecturas solum ab Analogia du-

ductas, sed observationes item, & facta opponenda esse judicavimus. Quapropter ad experimenta devenire decrevimus. De quibus adornandis dum cogitaremus, animum subiit glutinis cujusdam recordatio, quod e caseo conficitur, & fabris lignariis cognitum est immo etiam usitatum; par enim sibi aliud non habet ad lignea opera firmissime conglutinanda. Hujus autem recordatio memoriam in nobis alterius glutinis excitavit, cujus mentio facta est initio sermonis hujus, quodque ex triticea farina certa ratione subacta paratur. Triticeum hoc gluten postquam ab omni amylo secretum est, tantum a vegetabili natura distare compertum est, quantum animalis quævis materia. Quemadmodum enim animantium partes omnes firmæ, omnes item humores, si lac solum excipiat, magnam salis alcalici volatilis, & olei a vegetantium oleis peculiari fatore distinguendi copiam fundunt, ita quoque frumentarium istud gluten in similia elementa resolvitur univèrsum. Idem ergo de casei glutine augurati sumus; quo factum est, ut ad ipsum potius quam ad caseum experimenta nostra converteremus. Itaque glutine hocce semisiccò, & in frustula conciso repletum est vas retortum fere ad collum usque. Aptatum est excipulum justæ capacitatis; vas retortum furno impositum est; ignis administratus, ut in præcedentibus distillationibus, initio lenis, dein gradatim intensior, ad extremum vehementissimus. Stillavit primum liquor pene limpidus, excolor, & gluten ipsum nonnihil olens, caseum etiam subobscurè. Secutus est turbidulus alius liquor, atque ob admistum subtilius oleum lacteolus, penetranti odore nares feriens, quemadmodum alcalici volatiles sales faciunt, urinosi vulgo nominati. Cœpit deinde vaporibus excipulum repleri, atque obnubilari. Horum magna pars excipuli parietes salis concreti forma obduxerunt, reliqui soluti iunt in liquorem acrem, penetrabilem, spiritibus alcalinis ex animantium partibus stillantibus quam simillimum. Exiit cum his omnibus adustum oleum, quod usque & usque crassius, & nigrius factum opus univèrsum terminavit. Siccissima, & summe adusta massa in vase retorto inventa est. Id autem notabile in hac operatione fuit, nihil apparuisse in toto ejus progressu, quod ad salium acidorum genus referri ullo modo posset. Ab ipso initio usque ad extremum finem quidquid elicatum est, alcalinam indolem, & volatilem quidem præferre

ferre visum est. Quod porro mirabile, nec immerito, videri potest considerantibus, gluten, de quo experimentum captum est, ex caseo prodiisse, a quo nihil obtinuit Macquerus, quod acidum non esset. Multo autem magis admiratio crescet, si consideretur quam levi artificio gluten istud ex caseo extrahatur. Sola casei coctura, solo excoctæ massæ pressu, ejusdem sola compactione totum opus continetur. Atqui coctura, pressus, compactio, & quodvis aliud ejusmodi, opus sunt omnino mechanicum, quo certe compositorum corporum mistio non mutatur, sive componentium elementorum numerum augendo vel minuendo, sive proportionem variando. Solum positus, solus ordo, adunatio sola mistarum molecularum, ex quibus totius corporis compositio resultat, sola hæc mechanicis illis actionibus mutari posse videntur. Itaque cogitandum est, dum gluten conficitur, eas moleculas adunari, atque in ejus compositionem venire, quæ paratæ jam sint atque dispositæ ad ignis actionem eam suscipiendam, per quam earum elementa concurrant in salis alcalici volatiliformationem. Etenim ejusmodi sales suam tantummodo materiem habent in misto, formam vero suam igni omnino debent. Atque hoc illud est, quod vulgo de salibus quibuscunque alcalicis dicitur, eos non formaliter in mistis, sed materialiter solum existere.

At vero hîc alia quæstio incidere potest, an ejusmodi materia, e qua volatiles alcalici sales ignis ope tandem exsurgunt, ita sit in misto corpore determinata, & certa quantitate definita, ut nec augeri, nec minui mechanicis artificiis possit; an potius contrarium sit statuendum. Ad hanc porro quæstionem dissolvendam nihil mihi præito esse fateor, quod accurato rerum harum indagatori satisfacere possit, si præsertim de casei glutine res agatur. At de frumenti glutine hoc fidenter possum asserere, certam ejus & determinatam copiam in certa item, & determinata farinæ contineri; quæ porro in eodem tritici genere non mutetur, quicumque tandem modis in conficiendo glutine adhibeatur. Hanc observationem incomparabili sodalis nostri Jacobi Zanonii diligentia, ac dexteritati debemus. Diversa tritici genera homo accuratissimus examinavit. Ex eodem genere eandem constanter glutinis quantitatem, ex diversis diversam eduxit. Maxima fuit, quam frumentum illud largitum est, quod nostris *Marzolino* appel-

appellatur; minimam triticum dedit, quod vulgò *acciarino* dicitur; mediam commune. Farinæ ad ejusmodi experimenta æquali pondere adhibitæ sunt omnes, unciarum scilicet trium. Primum autem farinæ genus decem glutinis drachmas dedit; alterum quinque, tertium octo. At si *Zea* inter frumenta numerari debeat, ea post triticum *Marzolino* dictum glutinis ditissima reputanda erit. Namque ex ejus unciis tribus drachmæ novem cum dimidia obtentæ fuerunt.

Huic argumento ex constanti glutinis quantitate ducto aliud quodpiam meo quidem judicio non minus validum addi potest. Ex eo autem id sumi posse existimo, quod glutinis materies certis rebus obtemperet, quæ definitam habeant solvendi vim, & certis tantummodo corporibus accommodatam. Etenim si triticeæ farinæ vitellus ovi admisceatur, utrumque autem manibus bene depsetur; convenienti aquæ vi addita, nihil glutinis inde obtinebitur, solutis videlicet a vitello ejus componentibus partibus, quæ una cum amylo elabuntur ad fundum vasis, in quo hæc omnia elutriantur. Idem quoque continget, si amygdalarum, pinearum, pistaciorum, & similibus feminum pulpa cum pasta, e qua eliciendum sit gluten, misceatur. Hujus enim materies omnis e manibus hominis pastam subigentis effluet eliquata, & cum decidente amylo confusa. Verum de his hodierno die fatis. Cetera, quæ nobis circa hæc supersunt dicenda, & quorum subsidio tum lactis, tum frumenti, tum aliorum quorundam vegetabilium specialior natura, tum salium alcalicorum ex iis ortus, tum quorundam in animalium corporibus liquorum mutatio illustrari posse videntur; hæc, inquam, omnia opportuniorem in posterum nobis dabunt, si Deus optimus maximus opem rulerit, philosophandi, & disserendi occasionem.

FRANCISCI BIBIENÆ

Spicilegium de Bombyce.

CAPUT I.

De serico humore.

CUm alii bombycibus exitiales sunt morbi, tum ille inprimis, quo hujusmodi animalculorum corpora sic contrahuntur, rugosa fiunt, & obdurescunt, ut partim colore, partim duritie, universa demum extrinseca forma in lapideam quasi naturam, sive in calcis, aut gypsi concrementum quodpiam conversa esse primo aspectu videantur. Hæc tanta mutatio sæpe hominum non modo vulgarium, sed politiorum etiam admirationem commovit. Immo non defuerunt qui crederent, rem omnem extra naturæ ordinem, & singulari quadam supremi numinis indignatione, quasi ostentum quoddam accidisse. Id ipsum equidem aliquot ante annos miratus sum, cum nonnullos hujusmodi bombyces ex Cremonensi agro allatos primum inspexi; postea vero multos vidi, qui anno 1749 ab hoc ipso nostro Bononiensi agro mihi redditi sunt.

Non id quidem causæ alicui supra naturam positæ tribuendum esse existimavi; sed tamen inusitatum quidpiam, & ulteriore studio investigandum mihi visus sum in mutatione ista agnovisse. Cumque animum ad ejusmodi investigationem applicuissem, forte accidit, ut clarissimi Viri Antonii Vallisnerii scripta pervolutanti occurreret dissertatio ejus quædam in qua & factum narratur, & causæ depromitur a rerum natura, unde morbi hujus series universa aptissime deducatur.

Quæ porro causa, etsi vero simillima est, atque ex ipsis principiis viventia ipsa constituentibus ducta; locum tamen dare visa est novis studiis, quibus non modo confirmari (quo tamen minime opus esse intelligebam post tanti viri conatus); sed aliis etiam observationibus posset illustrari, quæ si

nihil aliud, hoc saltem efficerent, ut præsidia invenirentur aliqua huic bombycis morbo opportuniore. Constitui ergo interiorem animalculorum istorum structuram diligenter, quantum in me erat, scrutari. In quo summos istarum rerum indagatores, Malpighium in primis & Reaumurium duces mihi, & præmonstratores delegi. Neque aliter incedendum esse putavi homini, qui vellet in morbum, idest in partium, & humorum a naturali statu aberrationem inquirere. Morbosi enim status cognitio ab ejus, qui secundum naturam est, cognitione omnino est repetenda. Factum est autem, ut insecti hujus viscera, & partes magis absconditas curiosius perlustrans, propositi mei pene oblitus fuerim. Multa quippe in horum animantium organis deprehendi a sapientissima natura fabricata, quæ sensim me a morbi, cujus gratia labor hic omnis susceptus fuerat, consideratione abduxerunt. Hæc dilucide, quoad potero, accurate certe vobis, Sodales ornatissimi, proponam, cætera, quæ ad morbum pertinent alio tempore, cum occasio dabitur, enarraturus.

Dissectis itaque secundum longitudinem bombycis jam adulti tegumentis, apertoque ventre, id quod primum occurrit, sunt vasa, quæ materiam continent, seu mavis humorem, aut succum sericis staminibus formandis comparatum. Occupant hæc magnam partem ventris; inde ad posteriora minutis flexibus producuntur, efformantque canales binos perfecte similes, quorum unusquisque duos habet terminos, unum quidem, eumque exiguum ad oris confinia in *b. b.* (*fig. 2.*), alterum vero in partibus inferioribus, idest in *e. e.*, qui Malpighio cæcus est. Canales istos sericam materiam continentes si quis distincte conspiciere, atque a cæteris partibus sejunctos habere desideret, id commode faciet animal integrum ante in vini spiritu per diem unum, vel alterum macerando. Sic Reaumurius præcepit. Hac ratione ex dissecto animali facile canales educuntur, contrectationi resistent, seque explicari patientur, ut omnes eorum partes observatoris oculis subjiciantur. Hoc mihi semel atque iterum, ac sæpius jucundum spectaculum fuit.

Partes istas in duas licebit distinguere, quamvis unum, & continuum ductum efficiant. Altera ex his partibus est portio canalis præ altera gracilis, incipiens a cæco illo Malpighiano termino, atque in varios gyros, sive cincinnos con-

torta

torta. d. d. d. Similitudo aliqua est cum animalium intestinis in gyros circumvolutis, & vero intestinula a Malpighio non semel nominantur. Sequitur hæc intestinula pars altera canalis, quæ sensim aucta flectitur, post primum flexum augeatur adhuc, dum summam capacitatem habeat *c. c. c. c.*, inde iterum flectitur contendens ad alterum extremum, quod ad os situm esse diximus; ad quod extremum quo magis accedit, eo magis extenuatur. Memoratæ canalium partes non solum tenuitate differunt, sed etiam colore, ut infra demonstrabitur.

Docent ergo clarissimi viri, quos hæctenus sequutus sum, liquorem his canalibus conclusum nihil aliud esse, nisi succum quendam viscidum, glutinosum ad instar gummi, ut ait Reaumurius, quod mollitum fuerit ad syrupi densioris, vel pastæ mollis densitatem. Ejus color partim aureus, partim flavus quidem, sed pallidior, partim denique subalbus diverso modo in diversis canalium portionibus distribuitur pro varia componendi folliculi textura, & qualitate. Notavit Malpighius eum succum nec aqua elixatum solvi, nec igne liquefcere. Aliqua tamen in aqua solutio fieri visa est Reaumurio, si humor ipse suis adhuc canaliculis inclusus digitis aliquantum contrectetur. Verum imperfecta est, eodem fatente, ejusmodi solutio. Quanquam enim aqua ex contrectato humore flavescit, turbida tamen efficitur, multumque amittit suæ perspicuitatis; quod sane argumento est, solutionem hanc minime perfectam esse. Qualis tamen cunque sit, illud saltem ostendit, humorem illum gummosæ indolis esse, non resinosa; cum rerum gummosarum sit in aqua, non vero in oleosis liquoribus, dissolvi. Revera canales isti, eodem observante Reaumurio, in vini spiritum, atque in alia oleosa solventia immixti non modo nihil, quod vere solutum dici possit, exhibuerunt, sed potius indurescere, atque coagulari visi sunt.

Multa demum animadvertit in eam rem vir ingeniosissimus, quæ physici admirentur. Statim enim ac e corpore infecti exit liquor in serica fila diductus, promptissime siccatur; siccatus vero flexibilitatem eam retinet, quam frustra in aliis tenacibus corporibus, dum exsiccantur, requiras. Præterea nec a calore quidquam patitur, nec ab humoris tactu. Has dotes si aliud quodpiam gummi haberet, profecto elegantissimæ vernici materiem præberet aptissimam. Eos pro-

pterea, qui artium perficiendarum studio tenentur, etiam atque etiam hortatur Reaumurius, ut in hac serici materia, & aliis eidem affinis examinandis operam suam, atque industriam locare non recusent. Sperari enim posse, ut gummi aliquod sive in vilioribus erucis, sive in aliis corporibus inveniatur, quod si minus in fila duci possit sericorum elegantiam æmulantia, vel frustra adhuc quæsitam in bombycino glutine vernicem suppeditet, at certe qualitatibus suis ad illius præclaras dotes accedere aliquo modo existimetur.

His ergo tanti viri adhortationibus non potuit animus meus jam ad hæc studia propensus non magnopere ad progressus incitari. Principio autem clarissimorum virorum, qui me in ejusmodi labore præcesserunt, tentamina repetere mihi proposui, ut tutior esset ab his quasi primis gradibus ad novas investigationes progressio. Exordium ergo a simplicioribus sumens, aquam, liquorem omnium simplicissimum, & macerationem, artificium videlicet non minus simplex, adhibere ante cætera constitui. Quum igitur canales sericum gummi continentes in aquam infudissem, illud mihi contigit observare, gluten illud sponte, ac paulatim e membranulis suis exire, via sibi facta per eas præsertim canalium particulas, quæ læsæ nonnihil fuerant, dum ab insecti corpore extrahebantur. Videbatur ergo serica materies turgidior facta ex iis locis exitum sibi querere, quæ minus ipsi resisterent. Sæpe autem ita promptus est ejusmodi exitus, ut vix aliquot minuta secunda expectet; plerumque tamen intra horam integre absolvi observatur. Interea vero dum viam sibi parat glutinosus hic succus, membranæ ad aquæ superficiem elevantur; ipse autem suspensus aliquandiu manens figuram retinet fere cylindricam, eam videlicet, quam ante habebat, cum suis involucris adhuc reconderetur.

Dum hæc in serica materie observabam, duas in ea portiones contigit animadvertere, quas Auctores non satis distincte videntur designasse. Harum altera colorata est, altera vero perspicua omnino, & crystallina. Has ita deprehendi. Cum e suis membranulis gluten illud exiret, sæpe accidit, ut coloratæ portiones particulas quasdam relinqueret interioribus parietibus adhærentes; quasdam vero alias secum ferret, quæ convexam crystallinæ perspicuæque portiones superficiem obducerent. Crystallina portio, quæ interior est, mole, ac

cras-

crassitudine multo major est, quam colorata, siquidem hæc quasi tenue quoddam velum alteram extrinsecus tegit. Neque me quisquam arrogantia infimulet, quod dixerim, Auctores non satis distincte has duas portiones designasse. Nam Leeuvenoechius exterioris quidem ab interiore parte separationem a se factam, & illius colorem luteum commemorat, sed nihil addit præterea de interiore ista, ejusque perspicuitate, qua præcipue ab illa distinguitur. In ea scilicet Epistola, quam ad Carolum Hassiæ Landgravium scripsit, de his iptis canalibus verba faciens, *organa*, inquit, *seu potius vasa crassiore sui parte flammeum exhibent colorem, at microscopii ope observata non nisi luteum colorem præferunt, cum autem partem internam ab exteriori separarem, pars exterior nudo oculo inspecta apprimè flavum colorem repræsentabat.*

Cæteros vero auctores dum legimus, asserentes serici materiam in alia suorum canalium parte flavi coloris esse, albescentis vero in alia, facile hac loquendi ratione induci possumus ut existimemus, iis in locis, in quibus flavedo illa conspicitur, materiam luteos illos tractus occupantem ejusmodi colore omnem esse suffusam, cum revera in exteriori superficie color totus consistat; reliqua vero interior substantia, ut ante dictum est, limpida sit omnino, & perspicua. Immo tantæ interdum perspicuitatis est, ut ab aqua ipsa, in qua natat, quod sæpe animadvertere mihi contigit, non facile distinguatur; ac sæpe visum fugeret, nisi ejus densitas, & aliqua coloratæ portionis vestigia, quibus adhuc infecta est, de ipsius præsentia spectatorem admoneret.

Hæc igitur nobis exhibet vasculorum in aqua maceratio, eaque ad tempus quandoque non admodum longum perducta. Quod si ea diutius continetur, sericum gluten e suis membranis exire omne observabitur, atque ad aquæ imum descendere. Itaque hoc simplicissimo artificio illud obtinebitur, quod optasse visus est Reaumurius, ut sericus humor a membranis, quibus obvolvitur, separetur. Neque id solum in bombycina eruca, sed in alio quovis genere, quod sericos habeat canaliculos, maceratio pari facilitate præstabit. Calor autem, sub quo hæc contingunt, erit is, qui gradum illum Reaumuriani Thermometri attingat, qui per æstivam tempestatem, qua nostras observationes habuimus, a Thermometri liquore attingi consuevit.

Maceratione diutius adhuc protracta, & sub indicato caloris gradu, materia ferici glutinis incipit jam male olere, a fundo, ad quem defederat, mucij cujusdam in modum, elevari, liquor ipse colorem flavum præferre. Facile autem cuiuspiam fuerit ex ejusmodi colore judicare, coloratæ portionis solutionem factam esse. Verum aliter se rem habere, ac totum hoc, quod solutio videtur, putrefactionis opus esse, accuratior observatio mihi ostendit. Enimvero liquore, in quo materia illa continetur, ita commoto, ut tota materies per ipsum diffundatur, turbida omnia fiunt, & flavo colore suffusa. Quiete liquori concessa, mucosum, & albicans sedimentum ad fundum deiicitur. Supernatans liquor turbidulus adhuc, & flavescens in alterum vas effusus, non multo post sedimentum aliud flavescens deponit, supernatante aqua crystallinam suam claritatem recuperante. Quod sane illud ostendit, quod paulo ante dixi, coloratam portionem laxatam quidem, ac minus coherentem effectam; minime vero solutam fuisse. Quapropter concludendum esse videtur, aquam menstruum non esse eidem solvendæ accommodatum. Neque hoc mirum videri debet, si ad ejus materiæ naturam attendamus, quæ cum fuerit exsiccata, nec ab aqua potest amplius, uti notavit Reaumurius, neque ab alio quovis solvente emolliiri.

Huc usque fericum liquorem aqua tentavimus in eo caloris gradu constituta, quem ab aere ambiente contraxerat. Quid aqua mutationis induxerit ad summum fervorem adducta, nunc enarrabo. Plures ergo fericos canaliculos e grandioribus, & jam maturis bombycibus exemptos in pluvialem aquam infudi. Tum igne subdito, ac sensim aucto, materiam excoquere sum aggressus. Postquam aqua ebullire cepit, exire paulatim visus est pellucidus limpidusque humor e suis canaliculis, qui deinde ab aqua se ita sivit penetrari, ut totus fere in spumam abierit copiosam, & satis tenacem. Sic a fervente aqua interior fericæ materiæ portio in ejusmodi spumam conversa est. Ad exteriorem autem, seu coloratam portionem quod attinet, hæc partim intra canaliculorum cava permansit, partim e canaliculis egressa iisdem extrinsecus adhæsit, sed nihil mutata vel soluta. Enimvero aqua post ejusmodi coctionem ad horæ dimidium protractam residua, omnino fere decolor ac perspicua remansit. Iterum ac tertio experimentum instauratum est eodem successu.

Curiosius autem ejus spumæ texturam observare perrexi, postquam scilicet sponte siccata est. Erat ergo siccata hæc materies ex multis quasi fibris conflata partim in longum, partim etiam transversim productis. Harum aliquæ internis vasis parietibus sic adhærebant, ut universam spumæ compagem super aquam fere immobilem sustinerent. Aliæ vero sic erant dispositæ, ut spumosa illius materiæ structuram efficerent quasi striatam, proindeque cum structura, quæ fungorum pedunculis est, non male comparandam, cumque striarum candicans esset, atque ad argenteum accedens color, idcirco etiam amianti extrinsecam faciem quodammodo præferebat.

Ex dictis illud confirmari posse videtur, coloratam serici portionem in aqua, ne bulliente quidem, dissolvi; limpida vero, & perspicuam, etiamsi penetrari se ab aqua ebulliente sinat, ne hoc quidem modo solutionem, quæ talis vere dici possit, subire, ut propterea Malpighii dictum adhuc subsistat, liquorem sericum aqua elixatum non solvi.

Hactenus aqua usi ad nostra experimenta sumus, liquore omnium simplicissimo, ac maxime blando. Res ipsa postulare videbatur, ut ad menstrua transitus fieret naturæ acrioris, atque in primis salinæ. In his autem alcalica esse duxi præ cæteris seligenda, eaque tum fixa, tum volatilia. Neque enim ignorabam, acida menstrua in succos animales coagulationem potius inducere consuevisse, quam solutionem. Ex eodem bombyce sericis canaliculis eductis, alterum in oleum tartari, alterum in salis armoniaci spiritum infudi, eosque non prius extraxi, quam dies decem transacti essent. Post eos igitur dies, materiem canaliculis inclusam diligenter examinavi. Atque in canaliculo, quem in oleo tartari servaveram, interiorem sericæ materiæ portionem duriusculam inveni, ac transparentem quidem, sed ab exteriori colorante portione circumundique tinctam. Alcalicus vero tartari liquor nec ullum contraxerat colorem, nec de sua perspicuitate quidquam amiserat, ut manifesto appareret, nihil coloratæ portionis ab eo solutum fuisse. Non idem omnino accidisse vidimus alteri canaliculo, quem salis armoniaci spiritus maceraverat. Interior utique serici liquoris portio & ipsa induruerat, quin ab exteriori colorata portione coloris quidquam recepisset; perspicuitatem autem suam non modo non
reti-

retinuit, sed penitus amisit. Caterum hic quoque salis armoniaci spiritus, perinde ac de oleo tartari dictum est, colore, ac perspicuitate nihil mutatus est. Ex quibus iterum colligi posse videtur, ne hunc quidem salem idoneum esse ad fericum succum dissolvendum, ac generatim alcalicos sales, sive fixi, sive volatiles fuerint, nullam habere in memoratum succum dissolvendi potestatem.

A salinis liquoribus ad oleosos perreximus. Experti autem fumus & olea expressa, & quæ præ tenuitate ætherea dicuntur, & vini spiritus. Hæc autem omnia illud egregie confirmarunt, quod Reaumurius jam observaverat, fericum succum in ejusmodi liquoribus durefcere. Quod tamen ita fieri sciendum est, ut succus ipse inter durefcendum aliquandiu flexibilis conservetur, & sine ruptura distrahi se sinat, atque ad non modicam longitudinem duci.

Quanquam autem oleosa omnia fericum liquorem indurant, id tamen multo citius facit vini spiritus, citissime autem si meracior fuerit. Quod sane observatori percommo- dum est ad duplex illud fericæ materiæ genus, quod supra memoravimus, facilius percipiendum; immo ad limpidam, seu crySTALLINAM portionem a colorata distinguendam. Enim vero si crassior canaliculorum pars humore fericico adhuc turgida in vini spiritum rite, ut ajunt, dephlegmatum immittatur, ibique tria, vel quatuor minuta perftet, exterior contenti humoris superficies obdurefcet. Quapropter si canaliculus e spiritu eximatur, & membrana ejus cum subjecta eidem memorata superficie, quæ jam obduruit, circumcidatur, deinceps vero apprehensa canaliculi opposita extrema distrahan- tur, statim reliqua crySTALLINÆ materiæ portio distrahi, atque produci observabitur, distractione autem ista sejungetur ab exteriori colorata portione, quæ non secus ac vagina quædam intra membranam, qua includitur, remanebit. Perspicua tamen illa, & crySTALLINA portio, quæ ita se distrahi sinit, est adeo elastica, ut postquam in certam longitudinem diducta fuerit, si a distractione cessetur, iterum se contrahat, se seque ad pristinam penè restituat brevitem.

At si diutius in vini spiritu canalis manserit, uti per dies aliquot, multo etiam magis per hebdomadas, tunc nempe concrefcet ita contentus succus, ut nequeat amplius sine ruptura diduci, & elongari; perspicuitatem etiam paulatim amit-

amittet, ac vix ullam elasticam facultatem conservabit. Id animadvertisse videtur in serico isto liquore Reaumurius, dum inquit, sericos canales eo usque indurescere in vini spiritu dum serica ipsa materies conscindi possit.

Denique si menses aliquot bombycis corpus minime dissectum, sed integrum in vini spiritu relinquatur, conclusus in vasculis humor ita friabilis evadet, ut terrei cujusdam concrementi formam assumat.

Pro varia igitur spiritus puritate, pro diversa canaliculorum in ipso mora, pro diversis locis, unde sericus humor ad experiendum educitur, diversus est quoque concrescendi modus, diversum est tempus, diversa est vis elastica, tenacitas, contracturæ, ac distractionis ratio. Etenim si meracior fuerit spiritus, non modo citius concrescit sericus liquor, ut ante dictum est, sed etiam perspicuitatem diutius conservat; & eo quidem magis, quo magis subtiliorum partium e spiritu exhalatio præpeditur.

Quod vero attinet ad moram, cum singulis fere temporis momentis novas concrescendi species sericus humor subire videatur, novas etiam quasi formas induit diversis ab immersione temporibus respondentes. Modo igitur nerveam, modo tendineam naturam refert, adeo distrahi se patitur, & pro elastica vi contrahitur; modo aliud densationis genus assumens, in lamellas cultro scindi potest, aut unguibus discerpi, omnes inter se similes; modo denique friabilis omnino efficitur, ut ante indicavimus.

Verum apprime notabilis est diversa hæc concretio per vini spiritum inducta in diversis sericorum canalium portionibus. Hæc diversam inclusi humoris spissitudinem manifestat, quam sine infusione in vini spiritum haud facile fuerit agnoscere. Cum enim & crassiores vasculorum portiones, & exiliores illas, quas intestinulis similes dixi, experimento subjecerim, observare mihi datum est, inclusam his intestinulis materiem & serius concrescere, & postquam concreverit, fragiliorem esse, quam quæ in crassioribus continetur. Id porro me admonuit, ut sericum liquorem in canaliculis e bombyce recens evulsis attentius perlustrarem. Inveni autem, spissitudinem ejus non ubique parem esse, sed in diversis canaliculorum tractibus haud parum differre. Namque in angustioribus intestinulorum partibus conclusus humor tenuis instar

lymphæ, aut roscidi succi, & gelatinæ cujusdam in modum quasi fluens conspicitur. Exinde viscidior redditur, & glutinosus magis, quo propius ad illam canalium partem accedit, quam omnium crassissimam esse proposuimus; maxime omnium vero circa ipsum canalium finem, qua humori exitus datur. Hanc humoris diversam densitatem eo libentius in bombyce notare volui, quod simile quidpiam in aranearum liquore, qui bombycum liquori analogus est, animadvertit Reaumurius. Similiter enim ac de bombycino dictum est, araneus succus pro diversis continentium vasculorum partibus, eodem Auctore, diversus conspicitur. Quod igitur de serici erucarum liquoris densitate in genere scripsit, eam videlicet syrupi densioris, vel mollis pastæ similem esse, id enimvero in nostra eruca de illa tantum liquoris parte intelligendum est, quæ in crassioribus canalium portionibus, non vero quæ in memoratis intestinulis continetur.

Verum ista sericorum canalium in vini spiritu infusio non modo ad duplicem serici succi materiam distinguendam me duxit; verum etiam ejus, quam colorantem vocavi, naturam magis patefecit. Postquam enim in vini spiritu aliquanto meraciore canaliculus suo liquore plenus horas ut plurimum viginti quatuor steterit, flavus color ad vasis fundum incipit apparere, qui paullatim affurgens per universum liquorem diffunditur, atque sic tandem augetur, ut aureus penitus fiat. Sericus vero humor intra canaliculum concretus excolor pene relinquatur. Colorem hunc, quem spiritus contrahit, conservat diutissime, neque tamen quidquam suæ perspicuitatis amittit; ut dubitari nequeat, quin vera colorantis succi solutio sit facta, fecus atque accidisse diximus, cum de colore ageretur, quem aqua contraxerat, in qua serici canaliculi aliquamdiu fuerunt macerati; hæc enim turbidula semper mansit, & coloratam sedimentum tandem deposuit; manifesto argumento, aquam eidem materiæ solvendæ idoneam non esse.

Cum ergo colorata materies vini spiritu solvatur, non item aqua, in proclivi est existimare, naturam ejus oleosam esse, aut resinosam. Accedit, eandem materiem, si canaliculus, in quo continetur, in calente aqua aliquamdiu manserit, distracto canaliculo liquatæ ceræ in modum sequacem potius se præbere, quam gummi adinstar durefcere. Sola igitur crystallina, & excolor serici liquoris portio per vini spiritum duratur, & cogitur.

Jam

Jam vero minime putandum est, coloratam istam materiam, quæ spiritus vini quantitatem non adeo modicam aureo colore inficit, quantitate item spectabilem esse. Id quod canaliculi post extractam tincturam facile ostendunt, præsertim si diu in meraciore spiritu manserint. Namque post longiorem hanc moram & facile canaliculi membrana detrahitur, & ea detracta, concretus qui remanet succus albicans, & non-nihil perspicuus, ejus molis esse apparet, quæ membranæ cavo ita respondeat, ut ipsum exacte implevisse ante membranæ detractionem videatur.

Hæc in vini spiritu experti sumus. Nunc pauca quædam addere libet, quæ olea expressa observanti præbuerunt. Itaque fericos canaliculos alios in olivarum, alios in amygdalarum oleum infudi per chartam trajectum. Post horas circiter tres, canaliculos ex olivarum oleo eductos eo usque distrahere cæpi, dum membranæ rumperentur, id quod fere accidit cum duplam fere longitudinem contentus humor adeptus esset. Vix autem, ac ne vix quidem humor iste pristinam tenacitatem mutaverat. Iterata est vasculorum in oleum immersio. Post horas itidem tres vascula ex oleo exempta. Cæperat inclusus limpidus humor concrefcere. Sic autem concrefcens ad eam longitudinem distrahi potuit, quam non expectaveram. Immersio repetita est tertio. Cumque ad experimentum postridie rediissem, humorem sic ductilem, & simul tenacem inveni, ut portio ejus non magna ad longitudinem prioris duodecuplam, & eo etiam majorem extendi potuerit. Extensus autem non ita elasticitatem amiserat, quin sibi relictus ad pristinam fere dimensionem rediret. Hæc iterum, iterumque repetita etiam post quinque, vel sex dierum intervallum eundem successum exhibuerunt. Lentus ergo est humoris hujus in oleis expressis concrefcendi modus, qui produci ulterius potuisset, nisi alio distractus ab ejusmodi observatione cessassem.

Non admodum dissimilis experimenti exitus fuit in amygdalarum dulcium oleo capti. Similiter enim inclusus in canaliculis humor paullatim, & successive concrevit, sed multo citius quam in olivarum oleo induruit. Namque intra paucorum dierum spatium distrahi se atque diduci non patiebatur. Quæ differentia eo magis notabilis mihi visa est, quod minus dissimilis sit liquorum, in quibus accidit, natura. Illud

quoque in concrefcente limpido humore animadverti, quod abrafa colorata portione, quam fecum in diftractione ducebat, argenteum colorem tendinum inftar, & eorum præterea tenacitatem præferret. Quod notare omiffem, nifi res repetitis experimentis conftanter accidiffet.

At vero fi diutius fericus humor in oleis manferit, duos fcilicet vel tres menses, durum fe præbebit, & magis friabilem; quo magis Reaumuriani afferti veritas pateat, fericos erucarum canales non modo in vini fpiritu, verum etiam in oleis indurari; quod tamen qua ratione, quoque difcrimine accipiendum fit, ex iis, quæ modo narrata funt, intelligetur.

Quod attinet ad coloratam ferici liquoris portionem, hanc utique in oleis iftis vere folvi non affirmarem; non poffum tamen non fufpicari, particulam ejus aliquam ab ejuſmodi oleis recipi. Siquidem obſervare mihi contigit puriffimum olivaram oleum, in quo plures diu canaliculi manferant, flaveſcentem colorem, eumque multo elegantioſem contraxiſſe quam confueverit. Verum hoc meræ ſuſpicionis loco habeatur.

Hactenus ſimplicem aquam, falinos, & oleoſos liquores experti fumus; paucis nunc proponemus quid liquor egerit in humorem fericum, liquor, inquam, utriuſque naturæ particeps, falinæ atque oleoſæ. In pluvialis igitur aquæ libra ſoluta fuit ſaponis veneti drachma una: deinde ad fervorem ſubdito igne adducta eſt aqua. In eam injecti funt canaliculi ex novem proſectis bombycibus extracti. Fervor aquæ ad tres fere horæ quadrantes productus eſt. Interea dum aqua bulliebat, ſpumam obſervavi nullam ad ejus ſuperficiem, ſecus atque accidiffe dictum eſt, dum in ſimplici aqua canaliculi decoquerentur. Vaſe ab igne remoto, & liquore ad quietem compoſito, ac per linteum trajecto, canaliculorum membranæ in linteo relictae funt ſerica omni materia vacuæ, & excolores. Ad fundum autem vaſis, in quod trajectus eſt liquor, tenuis quædam mucii portio apparuit. Liquori dilute flavus erat color, ut minime dubitari poſſe videretur, quin omnis ferici humoris colorata portio in ejuſmodi menſtruo eſſet diſſoluta. Sed neque de interiore cryſtallina ulla poterat eſſe dubitatio. Siquidem poſt diem unum, aut alterum, cum jam liquor omnis refrixiſſet, & ejus pars aliqua in vapores fuiſſet reſoluta, liquor ipſe ad eam ſpiſſitudinem, eamque

que formam redactus est, quæ gelatinam æmularetur. Colorata igitur, & crySTALLINA serici humoris portio in eo, quem proposuimus, mediæ naturæ menstruo solutæ sunt ambæ. Notum est autem hoc ipso menstruo serica fila, ex quibus folliculi compacti sunt, flavedinem omnem exuere, atque albissima fieri, & pene argentei nitoris. Colorata igitur materies ex ejusmodi filis saponis interventu soluta eluitur. Quæ porro solutio ejus oleosam naturam magis confirmat. Cum vero argentea sericorum filorum portio remaneat, nec quidquam a menstruo patiatur, sive firmitas ejus, sive cohesionis, contractionisque modus spectetur, consequens est ut dicamus, partem alteram serici humoris, quæ in bombycinis canaliculis perspicua est, & crySTALLINA, ubi ex ipsis exierit, atque in fila jam fuerit siccata, non amplius a memorato solvente attingi, atque dissolvi. Verum hac de re alias fortasse dicemus. Interea si res ita se habeat, perspicere unusquisque poterit, an ita commode inter gummosa corpora sericus humor referri possit, quidve sperare liceat de gummis vulgo notis ad speciem aliquam serici per artem adducendis. Cui spei si forte nimium indulgisse videtur Reaumurius, id genio suo condonandum est publicam utilitatem promovendi, quam nunquam in suis disquisitionibus, atque inventis præ oculis non habet. Neque a nobis ægre ferri debet, si opera, quæ sapientissima natura effecit, non assequi modo, sed ne imitari quidem valeamus. Speciales enim dotes singulis corporibus largita est, quas cæteris omnibus sine injuria denegavit.

Quæ hæcenus de serico liquore dicta sunt, ad novas investigationes philosophando nos facile possent allicere. Ac primum quæri posset, an liquor ite, qui totus fere in folliculi texturam impenditur, ejus nempe involucris, quod protegendæ chrysalidum potissimum esse destinatum videtur, alios præterea usus animalculi hujus corpori præstet, speciatim vero, an sit etiam nutritius reputandus. Equidem in hanc sententiam proclivis essem; saltem ab ea suspitione non alienus, humorem hunc sericum non modo involucro ante memorato materiam suppeditare, sed animalculo huic nostro ad alios usus fortasse nobiliores concessum esse. Quid enim est quod *bombyx*, docente Malpighio, *in ipso vitæ limine sericos plexus eruclato stamine promit, quo interdum tota corporis moles suspendatur?* Quid est quod, observante Reaumurio, nulla datur

datur eruca, quæ in aliquo saltem vitæ suæ stadio sericum filum non emittat, licet nullus ipsi folliculus sit conficiendus?

Nonne hæc indicare videntur, sericum succum erucis utilem esse vel ante id tempus, quo in chryfallidem mutari debent, & sibi tutamen ex folliculo comparare? Eruca juxta Reaumurium nutriendo custodiendoque papilioni destinata est, quem in se ipsa recondit. Quid ergo conjectari vetat, humorem sericum in eruca, dum adhuc eruca est, in papilionis gratiam cumulari? Præterea non desunt bombyces, quod olim observavit Malpighius, qui *superveniente hyeme in se ipsos retracti, nullo edito stamine in aureliam immutantur*; immo alios quosdam ipsemet vidi, quibus vel media æstate hoc idem accidit. Id vero fortasse ipsis accidisse non negavero, quod liquoris copia eos defecerit, quæ ad folliculi constructionem erat necessaria. At vero cuinam bono data erat, quæ in bombycis corpore restabat, liquoris illius materia? Debent porro, dum animal in papilionem evasurum est, completo folliculi opere, papilionis ipsius conspicuæ partes, præter nutritionem, successiva usque & usque incrementa capere, firmiores fieri, solidescere, convenientem elasticitatem, & alias, si quæ sunt, ejusmodi qualitates adipisci. Hæc vero eo maxime tempore contingunt, quo sub chryfallidis forma papilio delitescit. Tunc enim partes aliæ in cartilagineam, aliæ in tendineam, aliæ in osseam pene soliditatem evadunt. Quinam vero in nostro insecto humor apparet præter sericum illum, unde expectari hæc possint universa? Quippe hic a fluoris statu, & gelatinæ indole, qualem in toties memoratis intestinulis designavimus, ad alios, atque alios firmitudinis gradus simplicissimis artificiis tractatus successive transiens, nunc elasticus, nunc ductilis, nunc validior factus, in eam duritatem evadit, qua rumpi se difficile sinat, aut contra fragilis efficiatur. Mihi certe liquoris istius in aqua maceratio sedimentum dedit, quod exsiccatum osseam firmitudinem pene ostentabat; agitatio vero in aqua ipsa squamulas præbuit piscium squamas quodammodo æmulantes; varia in spiritu vini mora tendinum qualitates exhibuit, aliaque hujus census. Postremo, ne quid ad comparisonem desit, limpidus est ejusmodi succus, homogœneus, lentus, acrimoniæ omnis expers, ut apprime convenire cum aliorum animantium nutritiis succis videatur. Nimius essem si omnia minutim attinge-

re dicendo vellem, quæ conjecturæ huic favere non parum videntur, partim ex analogia, partim ex iis, quæ in chrysalide observantur, partim ex Auctorum scriptis depromenda. Et vero inter recentissimos Hallerus sericum liquorem alibilibus succis adnumerare non dubitavit. Verum de hac conjectura satis.

Siquidem altera quædam oriri quæstio posset, an colorans liquoris materia cum subjecto ipsi limpido succo prius intime uniatur, quam ipse hic succus ab animalis corpore exeat in serica fila mutandus, atque in admirabilem illam longitudinem producendus; an potius superficiem ejusdem limpidi succi obducens, eundem, quocumque producitur, sequatur, pergatque ipsi ad summam usque tenuitatem deducto adherere, non secus atque aurum in tenuissimam bracteam diductum, ubi supra argenteum cylindrum extensum fuerit, cylindrum ipsum quantumvis extenuetur, inaurare pergit, & una cum ipso lentum semper, & sequax in longitudinem pene incredibilem protenditur. De colorante autem ista materie quæri adhuc potest, unde origo ejus sit derivanda, num a fecernente organo aliquo in canaliculorum membranis latente, sub quibus revera observari consuevit; an potius magis diffusum habeat ortum, a remotioribus videlicet insecti partibus. Cui equidem quæstioni solvendæ nescio, an illud inservire possit, quod in extremis intestinulorum portionibus nihil unquam coloratæ illius materiæ invenerim.

Hoc denique, ut alia omittam, quæri posset, an ejusmodi colorata materies, quoniam oleosam habere naturam videtur, quidquam conferre valeat utilitatis limpido succo ex animalis corpore prodeunti, atque illud in primis, ut flexibilior diutius conservetur, ne scilicet in ipso exitu nimis rigescat, rigescendo autem fragilis fiat, nec ita ductilis, uti opus est, conservetur. Certe olea, & pinguedines lentori, & flexilitati corporibus procurandæ opportuna esse artifices experiuntur. Neque obstat, liquorem sericum in oleis expressis servatum tandem durefcere; id enim & multo serius contingit quam in aere libero, atque aperto, & flexuram, ac distractionem sustinet multo majorem, ut in superioribus demonstratum est.

Hæc igitur, & alia fortasse non pauca in quæstionem venire possent; verum neque is sum, qui subtiliores hæc disqui-

disquisitiones perfequi valeam, & reliquarum bombycis partium admirabilis structura, quam mihi describendam proposui, ad sui considerationem me vocat.

CAPUT II.

De Canali alimentorum, ejusque mutationibus.

Bombycis admirabilem structuram, in primis vero interiorum viscerum nonnullorum fabricam scrutari, & quoad fieri posset, illustrare aggressi, a ferici humoris vasculis, & ab humore ipso iis incluso exordium sumpsimus. Nunc dissectionis ordo quidam postulare videtur, ut quæ partes detrahitis ferici vasculis magis in conspectum veniunt, eæ proxime ab illis considerentur. Statim ergo se prodit insignis quidam canalis, qui etsi nonnullas habet inæqualitates, uno tamen cavo ab ore ad anum usque continuato protenditur. Quanquam autem inæqualitates illæ analogiam habent aliquam cum œsophago, stomacho, intestinis; totus tamen canalis a Malpighio ventriculus, a Reaumurio autem canalis alimentorum appellatur. Revera enim alimentis recipiendis, concoquendisque destinatus est. Hujus structuram tam accurate descripsit Malpighius, ut similibus canalium, qui cæteris erucis dati sunt, constructionem ex ipsa facile intelligere teste Reaumurio valeamus. Nullum porro est viscus in bombycis corpore, quod notabiliores subeat mutationes. In quibus cum aliqua mihi observare contigerit a memoratis Auctoribus non satis animadversa, idcirco, ut clarius, quid a nobis aliorum inventis additum sit, intelligatur, opus erit, ut pauca quædam ex descriptione ab ipsis tradita delibemus.

Est igitur canalis, de quo nunc sermo est, amplius quidam faccus a bombycis ore, ut ante dictum est, ad anum usque porrectus. Ejus superior pars œsophago, media ventriculo proprie dicto, infima intestinis, & recto inprimis, quædam, ut diximus, analogia respondet. Quæ omnia tum in tertia figura, quæ Malpighii est, tum in quarta, quæ Reaumurii, sed distinctius in illa, conspiciuntur. In ea enim, quæ canalem exhibet e corpore exemptum, inæqualitas, seu prominens.

minentia ante memorata expressius apparent quam in altera, quæ canalem dissecto bombycis corpori adhuc adhærentem representat.

Componitur totus canalis ex duabus membranulis, quarum externa & crassior est, & fibris prædita aliis rectis, obliquis aliis, aliis demum circularibus; interna vero tenuissima est, & ita pellucida, ut interdum cum gelascente humore quodam, sive cum muco confundi facile posset: interdum etiam præ summa pelluciditate inconspicua fiat. Inter has membranas nulla fere per fibras connexio est; propterea non secus hæc conjunguntur ac duo sacculi, quorum unus altero tantummodo conveſtiatur.

In ea parte, *ubi canalis intestini formam subit*, ortum habent gracilia quædam vascula varicosa eidem Malpighio appellata. Hæc in figura tertia litteris *i. i. i.* notantur. Cum primum ea invenit, adeo obscurus ipsi fuit eorum usus, ut nihil præter conjecturas ingeniose quidem excogitatas, sed dubitanter propositas indicarit. At in opere posthumo ejusmodi vascula *pro bilis, & pancreatici succi separatione efformata* esse pronunciavit, quos in ventriculi humiliorem partem eructarent, id quod ante memoratus exortus videtur confirmare.

Verum alia quædam vascula, eaque multo insigniora exteriorem canalis membranam nobilitant. Tracheas propter usum, & structuram vocat. Harum ramis minimisque propagibus membrana illa irrigatur. De his alio loco dicendum erit, ubi mutationes, quæ ipsis accidunt, speciatim erunt describendæ. Nunc enim ad eas, quas ventriculus subit, post brevem hanc, quam modo tradidi visceris hujus descriptionem, est transeundum. Quod dum facere aggredior, eum ordinem sequi me debere intelligo, quem diversi animalis status, seu diversæ ætatis periodi mihi proponunt. Itaque primum considerabo quid mutationis accidat ventriculo postremis temporibus, quibus insectum adhuc eruca est; deinde quid cum ex eruca factum est chrysalis; quid demum refert in papilione. Quod ad primum attinet, scire licet, illud ipsum tempus, quo ad summam corporis sui magnitudinem perducta est eruca, diversos item status habere. Nam etiam si justum adepta esse incrementum videatur, folia tamen vorare adhuc pergit, & nutriri. Post id tempus aliud sequitur, cum satis jam nutrita est; & a cibo abstinet, & ad follicu-

liculi fabricam præparatur. Sequitur inde tempus, quo in hoc ipsum opus incumbit. Tandem eo absoluto, ad quietem componitur, sub qua veteris spolii mutationem expectat in chrysalidem transitura. Hos insecti diversos status, in quibus erucæ formam adhuc retinet, prosequutus Malpighius, ventriculi mutationes, quæ in ipsis contingunt, ita descripsit. De ventriculo in bombyce adhuc folia vorante hæc habet. *Externus color viridis est, sensim tamen non assumpto alimento, & dum proxime ad folliculi fabricam disponitur, carneus efficitur.* Paulo infra de insecto loquens jam satis nutrito, quodque omnia prorsus excrementa dejecerit, hæc subdit: *Ventriculus parum depressus vitellino quodam refertur ichore.*

Mihî vero bombycis ventriculum in memorato statu observanti non ea solum, quæ modo ex Malpighio retuli, sed alia quædam animadvertere datum est, quæ minime omittenda esse duxi. Ac primum quidem iteratis observationibus comperi, tum superiorem canalis portionem, quam œsophago, tum inferiorem, quam intestinibus analogam esse dixi, non parum extenuari, atque ita quidem, ut tubulorum rectorum, seu canaliculorum cylindratorum formam adipiscantur. Dum autem ita restringuntur, vasculorum, quæ ad ipsas pertinere dictum est, non pauci ramusculi ab iis discedunt, ac disjunguntur. Quoniam vero ambæ istæ canalis alimentarii partes, superior videlicet, & inferior, infra sæpius a nobis commemorandæ sunt, idcirco tubulosas appellabo, intermediæ vero portioni ventriculi nomen reservabitur. Hæc melius intelligentur si ea attendamus, quæ in icone sexta repræsentantur, in qua & partes, quas tubulosas voco, indicantur, & quomodo intestinula, seu vascula varicosa tubulosam inferiorem dereliquerint, demonstratur. Quænam vero sit ramusculorum trachæ supra universum canalem dispositio, id præcedenti quinta icone ostenditur.

Jam vero si bombycem ab eo tempore, quo folliculi texturam aggreditur, ad illud usque observare pergamus, in quo laboris hujus sui termino appropinquat, tubulosæ illæ portiones magis in dies magisque extenuari observabuntur, & gracilescere. Sed aliud quidpiam mihi se se obtulit in superiore tubulosa parte observandum, quod notatione maxime dignum mihi visum est. Cum eam partem ad oris confinia specillo elevarem, elevatio autem hæc ita fieret, ut ducto ad
caput

caput specillo, tubulosa illa portio aliquantum distraheretur, statim ab ea quasi a vagina exire visus est alius tubulus. Non difficile autem fuit agnoscere, tubulum huncce nihil esse aliud, nisi membranam alimentarii canalis internam, quæ ad superiorem hanc tubulosam partem pertineret. Enimvero dum tubulus distractione illa sursum ferretur, per externam membranam transparebat, & ubi omnino eductus fuit, partem hanc superiorem canalis longitudine æquavit. Hoc ostenditur in icone sexta; tubulus quippe capiti annexus (z.) exhibetur jam extractus a tubulosa (r. r.) per specillum (a).

Idem quoque accidit inferiori canalis portioni. Etenim & ipsa extenuatur similiter, & interiorem membranam emittit. Quod cum fieri incipit, maculæ quædam fusci coloris hac illac per tubulosam hanc portionem sparsæ apparent, quæ antea in insecto, dum adhuc ab operis sui fine distaret, non apparebant. Ad interiorem membranam has pertinere, immo illius particulas esse, observationes, quæ in subsequenti bombycis statu proferentur, manifesto declarabunt.

Absoluta folliculi constructione, bombyx contractus per longum decumbit, corpore, uti supra indicavimus, ad summam quietem composito, non secus fere ac si mortuus esset. Mollescit deinde sic ejus corpus, ut levi quaque de causa liquefcere tandem posse videatur. De ventriculo in hoc bombycis statu hæc habet Malpighius. = *Exinanitus parumque depressus subsidet subflavo suffusus colore*; additque paulo post = *ventriculi pariter vascula partim vitellina reddi, singula tamen varicosa*. His tota ferè continetur Malpighiana hujus status observatio. Quid vero ad eam mihi addere contigerit, paucis exponam. Cum ergo universum canalem eo usque scrutari pergerem, dum bombyx jam jam discussurus esset erucæ senium, & in chrysalidem evasurus, non modo ventriculum & subsidere, ut Malpighius notavit, & deprimi, & colore mutari; verum etiam quænam annexarum partium cum ipso connexio emergat, videre potui, quænam deinde consequatur. Tubulus ille, quem a superiore canalis portione artificio supra memorato extrahi diximus, multo facilius educi se patiebatur in hac insecti ætate quam in præcedente. Neque rem aliter contingere posse tum intellexi, cum plura bombycum spolia recens ab ipsis dejecta diligentius consideravi. Tubulum enim jam memoratum capitis spolio adhærentem,

atque adeo cum ipso continuatum semper inveni. Facile igitur intellexi senium, quod ab insecto excutitur, interiorem superioris hujus tubulosæ portionis membranam secum trahere, atque ab exterioris cavo educere, quæ membrana exterior in chryfallide sola relinquitur, & sola superstitis in eadem chryfallide canalis superiorem partem constituit.

Mutatio, quam hactenus in tubulosa superioris canalis parte descripsimus, in tubulosa itidem inferiore per illud ipsum tempus contingit, quo bombyx in chryfallidem est abiturus. Nempe hic quoque ab exteriori membrana interior discedit excussum ab animalculo spoliū sequuta. Hujus rei suspicionem primum injecerunt aliquam maculæ illæ, quarum supra facta est mentio. Siquidem hæ visæ sunt mihi eo magis ad extremum canalis descendere, immo ad podicem deprimi, quo magis appropinquat id tempus, quo eruca, seu potius chryfallis expolietur, quod ubi advenerit, quidquid erat macularum plane jam evanescit, sic, ut in chryfallide tubulosa hæc pars fere pellucida, & excolor appareat. Tanta porro differentia tam parvo temporis intervallo contingens, in eam me suspicionem deduxit, & maculosa illa stigmata interiori tubulosæ portionis membranæ inhærere, & membranam hanc non secus ab exterioris cavo expelli, ac de superiore tubulosa parte demonstratum est. Suspicionem hanc observatio, & experimentum confirmavit.

Bombycem dissecueram, qui brevi abiturus erat in chryfallidem; abire autem nondum potuerat, quod vires ad senium expellendum non suffecissent. Cumque in canalis inferioris tubulosam partem oculos statim coniecissem, eam perspexi maculis conspersam & crebrioribus, & solito etiam obscurioribus. Solito autem obscurius erat & senium. Ex altero latere ad infernam corporis extremitatem, qua senii membrana cum inferiore item tubulo cohærebat, (*fig. 6. d.*) specillum sic aptavi, ut membrana ipsa senii specillo deorsum premeretur. Perspexi autem nescio quid intra podicem esse, quod pressioni obsequens ab inferiore tubulo exiret. Dum id fiebat, visæ sunt maculæ usque, & usque descendere pro successiva specilli pressione, quam eo usque continuavi, dum membranaceus quidam canaliculus ab inferiore tubulosa parte stigmata illa secum trahens eductus est. Jam vero canaliculus hic ita cum senii membrana erat conjunctus, ut continuum quod-

quoddam corpus cum ipsa efficeret. Hoc canaliculo ita educto, statim comperi, inferiorem hanc tubulosam portionem non minus pellucidam evasisse, quam cum in recenti chrysalide observatur. Clarius autem memorati canaliculi cum fenio continuitatem perspicere datum est, fenio ipso in aquam immisso, leniterque, ac dextere agitato, ut eductus ille membranaceus tubulus dilueretur. Absterfis enim maculis, distinctius animadvertere licuit, illud, quidquid erat, quod specillo ab inferna canalis parte detractum fuerat, & ipsum verum canalem esse ex tenui membranula constatum cava, pellucida; & erucæ fenio non modo adhaerentem, sed omnino continuatum. Hujus membranacei tubuli exemplar proponitur in sexta figura litteris *c. b*, quarum *c.* locum indicat, in quo tubulus cum erucæ fenio continuus est; *b.* vero educti tubuli finem.

Hoc idem experimentum pluries iteratum est in sanis, in male habentibus bombycibus, in aliis quoque aliquamdiu in vini spiritu maceratis, nec dispar unquam eventus fuit. Facile itaque fuit judicare, tenuem hunc, membraneumque tubulum nihil aliud esse, nisi internam tubulosæ istius portionis membranam, quæ ad anum revoluta cum externo erucæ involucro ita sit continua, ut dum animal fenium discutit, illam ipsam membranam dejiciat. Nec minus facile est intelligere, quomodo in hoc insecti statu interna hæc tubulosæ inferioris portionis membrana obicurioris fiat coloris. Cum enim bombyx a cibo jam diu abstinuerit, nihilque propterea per anum reddiderit, membranam ipsam paullatim constringi necesse est; cumque ab omni officio vacet, ab exteriori membrana recedens, in se quasi concidit, & fere exsiccat; quo fit, ut minus pellucida appareat, immo ex facum reliquiis hic illic obscuro colore maculata.

En ergo, Sodales, quomodo ab insecti corpore pars ista secedat, quæ imposterum eidem fuisset inutilis. Simile quid, Reaumurio testante, in aliis erucis accidit internæ ventriculi membranæ. Hanc per anum, ac totam quidem, ejici affirmat. Id se vidisse ait vir clarissimus erucarum faeces diebus aliquot ante metamorphosim ejectas observantem. Has enim membranaceis quibusdam ramentis obvolutas conspexit, & implicatas, quæ ramenta pro ventriculi membrana interiore agnovit. Sic alimentarii canalis sola relinquitur exterior membrana.

brana. Immo vero cum vidisset observator iste diligentissimus, plures erucas integrum canalem una cum facibus rejectisse, fatetur, se pene adductum fuisse ad credendum, id proprium erucis esse, ut integrum eum canalem una cum facibus semper in hoc statu detruderent. Verum ab hac sententia decessit, postquam ulterioribus observationibus comperit, ejusmodi totius visceris rejectiones morbosas esse.

At sive naturalis sit aliis erucis, sive per morbum fiat interioris ventriculi membranæ rejectio; mihi certe in nostra eruca nihil tale in ventriculo proprie dicto, sed tantummodo in memoratis tubulosis portionibus videre contigit. Præterea non modo cum facibus non extruditur interior ille sacculus, sed tum solum expellitur, cum bombyx nullas amplius faeces emittit, cum folliculo conclusus est, cum denique jam eruca senium deponit. Rem ita se habere per repetitam, neque indiligentem observationem affirmare possum. Enimvero in jejunante animalculo non semel, neque perfunctorie, faeces examinavi, neque in ipsis quidquam inveni, quod membranæ speciem haberet, & tamen hoc illud tempus est, in quo ventriculus discerptus, & quasi detritus egeri debuisset, si Reaumuriano more in hoc etiam erucæ genere, quemadmodum in cæteris, extruderetur. Non inde tamen inferri volo, morbosam illam alimentarii sacci rejectionem, quæ erucis aliis familiaris est, bombyci nunquam evenire. Hoc tantum mihi persuadeo, id rarissime fieri, quod in tanto observationum numero nunquam id mihi, uti supra dixi, observare contigerit.

Addendum præterea, seu potius distinctius animadvertendum est, tubuli hujus membranacei ejectionem sic esse cum senii mutatione conjunctam, ut quoties eundem per specillum extrahere nimis præmature molitus fuerim, sacculus ille conanti mihi non mediocriter restiterit, neque sine disruptione potuerit extractio ejus obtineri. Id pariter de alio superioris canalibus tubulo intelligendum est. Itaque in ejusmodi observationibus maturitas quædam est attendenda sic, ut neque multo ante, neque multo post id tempus instituantur, in quo insectum exspoliatur. Etenim si multo ante; non poterit etiam per vim interior tubulus evelli; si multo post; in senio, quod excussum fuit, nulla, vel obscura saltem interioris hujus membranæ vestigia remanebunt; tam cito enim contrahitur senium,

nium, exsiccat, & friabile fit, ut prius in ramenta quadam minima faceat, & dividatur, quam pro convenienti inspectione extendi valeat, atque explicari.

Verum de hac interna canalisi alimentarii membrana, deque mutationibus, quas in bombyce subit, dum adhuc eruca est, jam satis. Nunc ad eas, quæ in chrysalide eidem canali accidunt, est descendendum. Has porro ut accuratius persequerem, quidve in dies singulos in chrysalide fieret, distincte cognoscerem, id mihi curæ potissimum fuit, ut folliculos mature incidens, de primo chrysalidis ortu, ac subsequente ætate mature itidem admonerem. Qua in re optimo Reaumurii consilio usus sum, qui dum nonnullas viscerum, & ventriculi præsertim mutationes innuit, alios ad simile studium invitans hortatur, ut ætatis diversæ chrysalides fecent. Sic enim fore, ut si forte per successivum ætatis decursum quidpiam mutetur, id observatoris animadversionem, & diligentiam non effugiat. Neque vero hac ipsa in re aliam investigandi rationem visus est tenuisse immortalis Malpighius. Dum enim ait = *dierum decem spatio æstate, autumno autem, & hyeme mensis unius curriculo successivas perpetuari dispositiones*, declarare his verbis satis videtur, observationes suas successivas fuisse, nec interruptas.

Tanti ergo præceptoris vestigia sequens, chrysalidis recenter exspoliatæ ventriculum considerare sum aggressus. Talis porro mihi apparuit, qualem Malpighius descripsit his verbis. = *Ventriculus parum contractus, & rugosus apparet; ejus color in medio roseus est; in lateribus autem diu elixatam carnem æmulatur; interius concreto quodam succo mellis instar abundat, qui nullo adhuc pollet sapore. Circa ipsum tenuia intestinula, seu vascula olim crocea producuntur propria, & antiqua servata figura, & vitellina redduntur.*

Quo in loco de colore potissimum ventriculi, & intus contento succo verba facit; de figura visceris hoc tantum habet, parum contractum, & rugosum apparere. Profecto in hoc primo chrysalidis statu universi canalisi figura parum ab ea differt, quæ in eruca cernitur proxime in chrysalidem transitura. Ac si qua differentia est, hanc indicant icones n. 7., & 8. propositæ. Contingit etiam ut pars canalisi media, seu ventriculus propriè dictus figuram in hoc chrysalidis statu habeat ad rotunditatem accedentem; idque ex ea, quam chry-

chryfallis habet, forma pendere manifestum est. In septima figura præter simplicem totius canalis formam, trachearum etiam propagines iterum indicantur, quæ non solum eleganti ordine, quemadmodum in quinta demonstratum est, supra ipsum disponuntur, sed hoc amplius habent, ut recta quasi linea ramusculis suis incedant. Denique partium, quas æsophago, & intestino respondere diximus, perspicuitas, quæ semper in omni recens orta chryfallide, secus ac in eruca observatur, differentiam facit. De intestinulis interea hoc unum adnotabo, quod licet antiquam figuram servant, uti docuit Malpighius, non eandem tamen servant supra ventriculum dispositionem, quemadmodum ex icone octava clare apparet. Hæc de prima chryfallidis ætate.

Jam vero quid visceri huic accidat in reliquis chryfallidis ætatibus, primum ex Malpighio, deinde ex nostris observationibus videamus. Malpighius ergo, postquam de aureliæ conformatione dixerit, postquam externi habitus primum, deinde trachearum, tandem omenti mutationes descripserit, ad ventriculum postremo veniens, hæc habet = *Ventriculi moles arctior, & brevior redditur, ut quasi delitescat: nam primo ipsius tumor parum deprimitur, deinde retractis fibris relictis ejusdem longitudinem firmantibus, abrumpitur æsophagus, & ita superior ventriculi portio deorsum retrahitur, reliqua vero, inferior scilicet versus ventris medium ascendit, nullumque subsequendum ventriculorum, seu cavitatum remanet vestigium, cum forte in ductum, & vesicam mox exponendam absumatur.* Hæc vesica, quam una cum ductu inferius Auctor describit, illa eadem est, quam ego ex eodem vobis objicio (fig. 12.) litteris q. r. z. t. *Ventriculi figura*, prosequitur ipse, *varia succedit ex diversa contenti succi natura, & fibrarum carnearum retractione.* Nam ipsius membranæ extra fibrarum colligantiam eminent ita, ut ventriculus cryspus, rugisque refertus appareat. Quæ tamen frequentior accidit illa est, quam proposui.

Huc usque Malpighius. Porro illam ventriculi figuram proposuit, quam egomet ex eodem sub n. 9. collocavi. Ad dit etiam nonnulla de visceris colore, alia de succo, qui in ejus cavo continetur, quæ alium in locum commodius rejicientur.

Licet autem his, quæ modo allata sunt, videatur Malpighius

ghius præcipuas ventriculi mutationes tum quo ad figuram; tum quo ad ejus qualitates comprehendisse; nonnulla tamen visus sum in hoc canali assequutus, quæ minime reticenda videantur, & alia quædam, quæ non omnino cum tanti viri doctrina conveniant.

Primum ergo a parte illa canalis incipiens, quæ superior est, notari volo, eam unica jam membrana conflata primis chryfallidis diebus successiva extenuatione sic ad extremum gracilescere, ut quarto, vel quinto die disparuisse videatur. Illud quoque verum est, trachearum ramusculos hoc tempore ab ipsa recedere, ac plane separari. Attamen hæc minime impediunt, quominus continuas adhuc ea servetur, quam superior hæc pars cum parte canalis media antea habebat. Ac si forte hujusmodi continuas interdum tolli nudis oculis videatur, eam tamen manere adhuc manifestum erit oculis microscopio armatis. Nunquam profecto quidquam abrumpi, quod æsophagi speciem haberet, animadverti; quantumvis multas ætatis hujus chryfallides disseccaverim. Enimvero ingens hic numerus dissectarum chryfallidum, & non exigua in iis disseccandis diligentia effecit, ut minus difficilis mihi fuerit harum partium inspectio, quæ cæteroquin non facilis est propter viscerum omnium gracilitatem, nec non propter humoris, quo interiora chryfallidis diffluunt, exuberantiam.

Exactis autem diebus his primis, cum ad sextum jam, vel septimum diem pervenerit chryfallis, incipit superior hæc pars, quamvis æque pellucida sit, ac antea, firmitatem tamen aliquam recuperare. Præterea tenuis incipit, limpidusque humor apparere, qui minima licet copia in ejus cavo collectus, ipsius nonnihil auget capacitatem; quo fit, ut magis conspicua reddatur. Crescit deinceps in dies singulos humoris collectio, sed ita parce, ac lente, ut tubuli cavum non plus tumeat, quam icon 10 litt. *n. n.* tumere ostendat. Octavo, & nono die nulla fere novi humoris fit accessio. Decimo autem die, quo Malpighius erumpere papilionem æstivo tempore observavit; vel decimo secundo, quo eruptionem hanc æstate pariter mihi sæpissime videre contigit, brevi horarum spatio, priusquam papilio exeat, colligitur in memorata parte humor tanta copia, ut ad eam amplitudinem extendatur, quam icon 13 demonstrat littera *u. u.* Quo fit ut pars ea in amplam quamdam vesicam faceat, quæ pyri, sive lagenæ

formam æmuletur, & tenui, gracilique collo ad insecti caput finiatur. En igitur mutationum terminum, ad quem tandem perducitur superior canalus alimentarii pars, quam æsophago respondere dictum est.

Neque vero mirandum est, postremam hanc mutationem, etiamsi adeo insignis sit, minime fuisse a Malpighio animadvertam. Cum enim brevissimo tempore tam magna humoris vi memorata vesica repleatur, nisi observatio in id tempus inciderit, nihil facilius est, quam ut alio quovis spatio illa ipsa mutatio oculos fugiat observatoris. Illud potius mirandum est, Malpighium in aureliæ, sive chrysalidis historia universa ne verbum quidem de memorata vesicula fecisset, quam tamen in papilionis historia luculenter descripsit. Hanc porro aeris vesicam appellavit; rectissime quidem; namque in papilione, qui se a folliculi carcere liberaverit, humore vacua, & folius aeris plena invenitur. Mirum ergo est indagatorem accuratissimum de aeræ hujus vesicæ origine quærenda non cogitasse, cum se illi tam manifeste in papilione statim excluso conspiciendam objecerit. Profecto ejus vesicæ origine cognita, etiam ortum cognovisset, fontemque nobis indicasset humoris ejus, qui papilioni subsidio est ad exitum sibi e folliculo parandum. Mihi certe subitam illam in aurelia humoris collectionem consideranti eo ipso tempore factam, quo papilio exiturus est, suspicio oborta est tantam humoris vim ad usum modo indicatum fuisse comparatam. Quod si res ita se haberet, quemadmodum suspicabar, statim intelligebam, cur vesica in papilione vacua foret, cum antea sub chrysalidis involucro humore turgida conspiceretur. Humor enim in folliculi humectationem totus erat impendendus.

Enimvero conjecturam hanc meam, & suspensionem experimentum confirmavit. Extraxi e suis folliculis nonnullas chrysalides, e quarum tegmine inclusus papilio erat proditurus. Id autem eo consilio a me factum est, ut cognoscere mihi datum esset, an sic prodiens papilio, qui liber esset a negotio, & opere folliculum terebrandi, vesiculam gereret humoris plenam, an potius aere turgentem, quemadmodum habere diximus eos papiliones, qui naturali modo prodeuntes, folliculi terebrandi laborem sustinere coguntur. Profecto eventus spem, & cogitatum hoc meum non fefellit. Si quidem
papi-

papilionibus, quos ad experimentum paraveram, statim a deposito chrysalidis senio diligenter prosectis, vesiculam inveni pellucido liquore turgentem, si modo pauca quaedam, minimaque aeris bullula excipiantur ad superiorem vesiculae partem ut plurimum conspicua, quemadmodum in icone 14 indicantur.

Neque vero ignota esse nobis potest aerearum hujusmodi bullularum origo, si consideremus, papilionem unam vel alteram liquoris guttulam ante rejicere, quam chrysalidis senium discutiat, ut involucro hoc suo facilius liberetur. Atque hoc ipsum convenire maxime cum iis videtur, quae a Malpighio proponuntur eo in loco, in quo a chrysalidis historia ad historiam papilionis transitum faciens, novam papilionis manifestationem summopere juvari asserit ab ichore inter aureliae corium, & papilionis cutem stagnante. Probabile si quidem est, hunc, quem Malpighius vocat ichorem, nihil esse aliud praeter humoris ante memorati portiunculam a vesicula per os animalis rejectam.

Praeter experimentum haecenus enarratum aliud quodpiam afferre libet, quod cum eo, quantum ego judico, mire consentit. Observaveram in papilionibus quibusdam recens exortis vesiculam humore semiplenam. Erant autem ejusmodi papiliones ex eorum numero, qui folliculi extremum, per quod emerferant, debile admodum invenissent, laxiorisque textura. Itaque aliorum folliculorum extremum istud data opera ita extenuavi, ut facilem papilio exitum inveniret. Papiliones hoc artificio a labore folliculi terebrandi levati vesiculam gerebant semiplenam. Ex quibus perspicue concludere datum est, ideo aliquam humoris portionem in vesicula remansisse, quia terebrandi labore imminuto, pauca humoris copia satis papilioni fuerit ad folliculi extremum relaxandum. Clare itidem inferre denuo licet, humoris in vesicula observati praecipuum usum esse, animalculo exituro facilem viam per laxatam folliculi texturam parare.

Quid quod ipsa humorum similitudo plurimum conferre videtur ad stabiliendum usum, quem liquori aureliae vesiculam implenti assignavi? Nam sive humor iste attente inspicatur, sive is, quo folliculi orificium madescit, per quod recenter papilio exivit, sive is etiam, qui ad os papilionis conspicitur e folliculo consueta naturae lege prodeuntis, omnes

hi liquores tenue quoddam phlegma amulantur, limpidi sunt, & purissimæ, tenuisque lymphæ ad instar pellucidi, nullo demum extraneo colore infecti. Quod si hoc observare interdum contingat, ut illud folliculi extremum, quod papilionis exitum concessit, colorata quadam materie sit inquinatum, id propterea factum fuisse constat, quod papilio cum satis vesicæ succo emollire extremum illud non potuerit, coactus fuerit se vertere, & succum alium, excrementum videlicet, quod statim post exitum ejicere solet, in subsidium assumere, id quod a Malpighio in opere suo posthumo notatum habemus, & a Frischio in Miscellaneis Berolinensibus singulari dissertatione, quam de bombyce e folliculi sui textura prorepente inscripsit. Quoniam vero in hunc sermonem incidimus de papilionis exitu e folliculo, finite, quæso, Sodales, ut in hoc ipso considerando aliquantisper vos detineam, atque ab incæpta canalis historia nonnihilo digrediar. Cum enim super hoc exitu discordes videam gravissimos Auctores, non erit inutile, in quo discordes, in quo singuli cum veritate concordēs sint, meis qualibuscumque observationibus declarare.

Itaque primum in eo concordēs esse videntur tum modo memoratus Frischius, tum Reaumurius, tum Malpighius, quod papilio per illud exeat folliculi extremum, quod capiti proximum est, hocque Malpighius folliculi acumen vocat, verticem ovati operis Frischius. Quid vero acuminis, aut verticis nomine significare voluerint, optandum esset, ut distinctius declarassent, ut omni erroris suspitione carerent: habent enim folliculi fere omnes formam ovo quam simillimam, in qua extremum alterum præ altero magis est acuminatum, cui adeo præ altero extremo acuminis, aut verticis nomen convenire magis videtur. Ut cognoscerem, an papilio ad utrumque extremum indifferenter se verteret, an aliud præ altero ad exitum seligeret, ducentum & amplius folliculos incidi, visurus cuinam folliculi extremo exituri papilionis caput responderet. Comperi autem in omnibus, extremum, quod minus acuminatum est, proximum sibi chrysalidis caput habuisse. Verum alia multo facilior, magisque obvia observatio mihi ostendit, per istud folliculi extremum, quod minus convexum est, exitui suo viam sibi animal aperire. Quotquot enim folliculos observavi ex illis, quos papiliones

jam

jam perforassent, foramina in extremo minus acuto semper inveni. Quo factum est, ut minus id cum veritate congruere perspexerim, quod legitur in tomo primo eximii illius operis, cui titulus est *Speſtaculum naturæ*; extremum ſcilicet folliculi magis acutum ideo a bombyce neque conglutinari, neque ita omnino claudi, ut reliquum folliculi; quia notum ipſi eſt, extremum iſtud futurum eſſe oſtium, per quod fit novum animal erupturum,

Sed jam videamus, in quo viri graviffimi circa papilionis exitum diſſentiant. Malpighius papilionem deſcribens exire conantem, animadvertit, ipſum eructato copioſo phlegmate, quo proximum folliculi acumen madefcit, hoc ſurſum, elongato capite, urgere, ejuſdem texturam ſenſim laxando, & itamen ad latera diducendo. Totum igitur hoc opus capite, velut ariete quodam, peragitur, neque ulla ſtaminis ruptura, ſed quadam ſolum diductione perficitur. Sub finem autem ſuæ diſſertationis a ſe ipſo diſſentire videtur Auctor clariffimus. Narrans enim *folliculorum debitam ſervari copiam a ſericorum operum artificibus, ut venturo vere bombycum ſuccedat ſoboles*, ſtatim addit, *reliquos folliculos ardenti ſoli exponi, ne erumpente papilione ſtaminis continuitatem ſolvente, inepti ad opera illa reddantur*. Qua quidem loquendi forma videtur innuere, ab exeunte papilione ſtaminum auferri continuitatem. In hoc autem diſſentientem habet Friſchium, qui contra naturam huius inſecti, & contra experientiam id eſſe affirmat, quod credunt nonnulli, papilionis exitum per corroſionem, & rupturam filorum ſericorum fieri. Ad hanc ſiquidem corroſionem nec oris vim, nec dentes habere ait papilionem, nec in pedibus ejus, totoque corpore tantum roboris, aut ponderis eſſe, ut vel unicum filum rumpere poſſit. Ac ſi folliculi, e quibus papilio exiit, rejiciuntur, nec poſſunt in numero integrorum eſſe, de quibus fila ſerica ordine detrahantur, & in girgillo colligantur, id ex eo fieri exiſtimat, quod in ejuſmodi folliculis confuſa ſint ſtamina, non quod perrupta.

Reaumurius vero ubi agit de mutatione chryſallidum in papiliones, quanquam certi cujuſdam generis papiliones obſervavit, qui ſine ulla folliculi humectatione ex illo carcere ſuo exeunt; hoc tamen tum hiſ, tum noſtris papilionibus commune eſſe affirmat, ut ſolo capite tanquam inſtrumento
utantur.

utantur ad viam sibi extra folliculum aperiendam. Illud quidem non satis intelligere videtur, quo modo caput repetitis etiam ictibus id præstare valeat, & quomodo tam brevi tempore stamina inter se adeo nexa, & conjuncta disjungere, atque in elegantem circumferentiam diducere. Hæc ergo cum satis non intelligat, in id vehementer inclinatur, ut credat, papilionis oculos potissimum esse hujus perficiendi laboris instrumentum. Nihil quippe in capite durius est oculis, qui corneæ quasi naturæ sunt, & sic præterea constructi, ut limas quasi referant tenues illas quidem, sed filorum sericorum tenuitati convenientes. Nihil ergo aptius ad viam papilioni aperiendam. Quæ conjectura eo magis Auctori nostro arripet, quod præter bombycem insecta pariter alia observaverit, quæ oculis utantur, ut folliculos, quibus includuntur, adaperiant. Certum ergo ipsi est, serica stamina folliculi extremitatem jam perforatam circumambientia discissa fuisse; idque confirmare præterea ex eo non dubitat, quod folliculi sic perforati nequeant glomerari, ob solutam videlicet continuitatem.

In hac opinionum diversitate licebit mihi, ut puto, meas qualescunque observationes proponere, quibus quantum illæ cum veritate consentiant, quantum ab ea sint alienæ cognoscantur. Itaque illud mihi proposui, ut papilionis conatus omnes, quibus exitum e folliculo sibi quærirat, rimarer, ac quantum fieri liceret, perspicerem. Quapropter nonnullos de industria folliculos ad eam extremitatem dissectui, quæ alteri opposita est, e qua papilio solet erumpere. Deinde bene mane, & ut cecinit Hieronymus Vida = *cum primum celo stellas aurora fugavit* = dissectos folliculos introspexi. Erant papiliones ad exitum parati, & jam internum folliculi extremum indicato humore madefecerant. Non solum autem capite, sed etiam dorso, & alis ejus extremitatis apicem urgebant; serica vero fila pedibus, & cruribus disiungere nitebantur. Capite vix extra folliculum producto, iterum madefacere perforati extremi margines humore illo limpidissimo. Hunc optime Frischius animadvertit non omnem simul evomi a papilione, sed ita ex ore emitti, ut ejus guttulam saepe in ore ipso reliquam teneat. Quod si vel propter staminum densitatem, ac firmitudinem, vel propter defectum madefacientis humoris, vel alia simili de causa non satis amplum
exi-

exitui pateat orificium, regreditur iterum papilio in folliculum, atque industria plane admirabili eundem laborem repetit. Nempe ad orificium se circumquaque volvit, & relectam ad os humoris illius limpidissimi guttulam gestans, iterata ejus applicatione orificii margines humectat. Ubi satis emolliti fuerint, se denuo in foramen insinuat; altera vero corporis extremitate contra inferiorem folliculi parietem nititur, ac reliquo corpore incurvato dorso, alis, inflexis cruribus eo usque contra orificium vim facit, dum satis dilatetur. Sic animal paullatim, & repetitis ejusmodi nisibus optata luce tandem potitur. Hos conatus, ut ante dictum fuit, etiam per foramen in opposito folliculi acumine de industria excisum inspicere mihi licuit, atque explorare. Idem & aliis observatoribus licebit, & papilio imperterritus a labore incæpto non cessabit, modo ad ejusmodi observationem requisita diligentia, & dexteritas asseratur.

Ex iis, quæ hæcenus proposita sunt, facile intelligi potest, universum papilionis laborem in hoc præcipue situm esse, ut folliculi stamina emolliendo, ac diducendo, commodam sibi viam ad exitum parat. Hoc idem folliculi jam perforati accurata inspectio confirmavit. Cum enim plures ejusmodi folliculos observaverim, nonnullos inveni, quorum stamina invicem quidem implexa essent, minime autem disrupta: multos vero, in quibus non pauca disruptorum staminum ramenta apparet. Quanquam nec omnia, quæ ramentorum speciem præferunt, revera pro discissis staminibus habenda sunt. Quædam enim ex iis nihil omnino sunt, nisi penulæ pro summa exilitate disrupta stamina æmulantes, quæ in exitu e papilionis corpore avulsæ, folliculi margini adhærescentes relinquuntur.

Observationes igitur nostræ neque cum Frischiî, neque cum Reaumurii observationibus omnino consentiunt, quorum alter sine ulla filorum ruptione papilionem e folliculo exiit, alter vero pleraque folliculi stamina discindi, atque abradi sibi persuadet. Neque tamen Reaumurio negaverim, papiliones alios a bombycino genere diversos, eos videlicet, qui sine ulla folliculi humectatione erumpunt, filorum scissu opus habere, & oculorum instrumento uti ad ea discindenda. De bombyce autem id enimvero non concesserim, cujus papilioni tam magna data est liquoris jam memorati copia, quæ quan-

quantum prodest ad eam folliculi partem humectandam, quæ penetrari debet, atque ad stamina laxanda, & diducenda, tantum eorum scissuræ obesset, si limæ vices oculi gererent. Ac si filorum continuitas tolli deberet, aliæ profecto non deessent partes, quæ papilioni aptum præberent instrumentum. Missis enim cruribus, pedibusque, existit in dorso pars quædam & valde robusta, & ad perrumpendum aptissima. Eam hic intelligo dorsi partem, cui alarum radices infixæ sunt. Huic subjiciuntur muscoli, qui totum fere pectoris cavum replent, suisque fibrillis in alarum radices inferuntur. His propterea vis inest summa. Si ergo tum alarum radicibus, tum etiam dorso folliculi extremitatem papilio vehementer urgeat, uti revera urgere dictum est, quid vetat, quominus his potius causis quam aliis, aut saltem his potissimum, stamina rupturam, & diductionem tribuamus?

Sed jam tempus est, ut eo revertamur unde discessimus, atque ad propositam mutationum, quæ in reliquo alimentorum canali contingunt, descriptionem redeamus. Itaque a superiore hujus canalis parte ad eam descendamus, quam ventriculum proprie dictum Malpighio, & mihi placuit appellare. Visus ergo est Malpighius omnes partis hujus in chryfallide mutationes complexus esse, cum scripsit, ventriculi molem arctiorem fieri, & brevior, ut quasi delitescat; illius figuram variam succedere ex diversa contenti succi natura, & fibrarum carnearum retractione; crispum insuper, & rugosum apparere; ejus denique colorem varium contingere. Profecto hæc omnia verissime scripta sunt. Vix enim aliud quidpiam in universa chryfallidis atate mihi licuit observare. Ac primum quidem si de figura loquamur, nulla quidem frequentius se mihi obtulit, quam quæ a Malpighio in icone 9 proposita cernitur. At vero non raro aliam mihi accidit observare, quam icon 13 repræsentat littera x. x. cordis figuræ quasimilimam. Hæc fortasse originem dedit opinioni cuidam, nostris quidem rusticis hominibus familiari, qui huic mediæ canalis parti cordis nomen, ac fortasse usum tribuerunt; illud insuper addentes, vermis cor in folliculo inclusi modo citius, modo ferius apparere, ac juxta annorum, & tempestatum diversitatem nunc magis, nunc minus coloratum inveniri.

Ad coloris autem varietatem quod attinet, *a latitante in-*

intus succo, ut ante dictum est, emanare ipsum Malpighius existimat. Unde ipse ventriculi tunicæ (verbis Auctoris utor) primis aureliæ diebus carnei coloris, diluti tamen sunt, mox rosei; deinde pyropum æmulantur, & tandem cyrneum, si in longum plus justo protrahatur papilionis eruptio. Circa quæ Malpighii verba illud mihi occurrit adnotandum, roseum colorem, quem tunicis ventriculi tribuit Auctor, non his tantum tribuendum esse, sed intestinulis etiam hanc interdum canalis partem circumundique ambientibus, quorum intestinulorum tantam, & tam densam congeriem aliquando reperi, ut iudicium de colorata membrana propemodum tulissem, nisi diligentior per microscopium observatio rem, eo saltem in casu, aliter se habere mihi ostendisset. Ventriculum a cæteris partibus separatum, & modo memoratis canaliculis circa ipsum multipliciter intortis obvolutum, qualem scilicet observare mihi contigit, icon undecima ostendit.

Sed jam ad eam partem, quæ inferior est, & intestinibus respondet, veniamus. Mutationes, quas primis chrysalidibus diebus pars hæc inferior subit, eadem omnino sunt ac illæ, quas in superiore accidere demonstravimus, quæ œsophago respondet. Extenuatur scilicet, gracilior redditur, ac pellucida sic, ut evanescere quasi videatur; ab ipsis demum trachearum ramusculis derelinquitur. Quanquam autem evanescere videtur, manet tamen, non multo post in conspectum proditura; immo illo ipso tempore, quo pene inconspicua evadit, attentum observatorem non fugiet. Dum enim pelluciditate sua aspectui se pene subtrahit, tenuissimus quidem, perspicuusque liquor per ejus cavum excurrit, qui suo ipso fluxu oculis microscopio adjutis tum sui, tum canalis, intra quem excurrit, præsentiam manifestat. Pelluciditas autem sæpe facit ut quæ partes multo antea aderant, quam detegi potuissent, ex observatoris oculos fugiant. Contrarium opacitas.

Jam vero ubi sextum, aut septimum diem chrysalidis attigerit, clariora fiunt hæc omnia, tum scilicet canalis ipse, tum qui per eum fluit humor. Ille siquidem in hoc aureliæ statu & aliquam adeptus jam est firmitatem, & minus pellucet, & angustata diametro exquisitiorem canaliculi formam acquisivit. Humor vero crassior factus, & coloratus inspectantis oculos facilius percellit motu præsertim suo accelerato. Quo quidem motu ab ima mediæ portionis, seu ventriculi

parte ad infimam intestini partem jugiter fluens, in quodam se conceptaculo sistit ad extremam fere intestini partem jam efformato. Istius non modo conceptaculi, seu vesiculæ, sed etiam ipsius canaliculi imago adumbratur aliqua in icone 10, in qua litteræ o. o. canaliculum indicant, littera vero .p. conceptaculum. Motus autem, quem hoc tempore habet canaliculus, omnino vermicularis est, & peristalticus sic, ut inclusum fluentem humorem magna vi urgeat, atque impellat. Humor color rubescens est, & interdum exquisite roseus, ut qui partim ex ipsa alimentarii canalis media portione, partim ex intestinulis supra memoratis derivatur.

Quæ hæcenus a me descripta sunt, canaliculus, motus ejus peristalticus, vesica demum, seu conceptaculum, a Malpighio quoque sunt descripta, sed quemadmodum ab eo conspecta sunt in ultimo chrysalidis statu. De mutationibus, quæ hunc statum præcesserunt, ac speciatim de iis, quæ in se iori alimentarii canalis portioni accidunt, hæc tantum habet: *Inferior ventriculi portio versus ventris medium ascendit, nullumque subsequens... cavitatum remanet vestigium; cum forte in ductum, & vesicam mox exponendam absumatur.* Ex quibus verbis aperte intelligitur, inferioris portionis transitum in ductum, & vesicam ab Auctore nostro tanquam simplicem conjecturam propositam fuisse. Quæ conjectura, etsi magnam habeat probabilitatis speciem, erat tamen observatione ipsa comprobanda. Quod sane obtineri non poterat, nisi universa insignis hujus mutationis successio, quemadmodum facere nos ipsi curavimus, diligenter investigaretur, per singula ætatis hujus tempora non intermissa notatione percurrendo.

Sed antequam canalem hunc alimentorum, ipsique annexas partes dimittamus, pauca quædam addenda sunt de vesica modo memorata, deque humore illuc derivato, ipsam pro sui copia dilatante. Itaque duo in eam congregantur excrementorum genera; quorum alterum vesicæ fundum, quocumque illa vertatur, petit semper. Id *saniosum*, ac *cinereum* a Malpighio vocatur, atque *excretum tabis instar concrescit*; alterum, quod fluidius est, *saturato*, & *melleo pollet colore*, & *semper supernatat, etiamsi summa agitatione confundatur cum succo confocio*. Primum illud, quod sedimentum veluti quoddam est, desidit enim semper, etiamsi ut ante dictum, vehementer agitetur, visum est mihi curiosiorem mereri observationem.

Ita-

Itaque cum ejusmodi excrementum una cum alio egeratur a papilione, statim fere ac perforato folliculo in lucem prodierit, curavi, ut multis papilionibus in grandioris chartæ ambitum congregatis, excretæ materiæ tanta mihi copia suppeteret, quanta experimentis de ipsa capiendis posset sufficere. Hanc sponte in aperto aere sicari permisi, atque in tenuem pollinem redactam sequentibus experimentis subjeci. Primum ergo aliquot ejus materiei grana in aquam purissimam conjeci. Hanc diu in oblongata ampulla quassavi eo consilio, ut cognoscerem, an simplicis aquæ unionem perinde fugeret, ac animalis focii liquoris connubium recusat. Verum neque agitatio, neque mora in aqua, etiamsi diutius protracta, impedire potuerunt, ne ponderosa hæc materies citius, aut tardius ad fundum non soluta præcipitaret.

Quapropter ad falsos liquores me converti; ac primum quidem acidis rem tentavi. Acetum distillatum, vitrioli, & falis marini spiritum, demum aquam fortem sic dictam in totidem hujus materiæ portiunculas singillatim instillavi ad guttulas aliquot. Acetum distillatum, & vitrioli spiritus materiem reliquerunt prorsus non mutatam. At vero spiritus marini falis, & multo magis aqua fortis, statim fere ab affusione tantam excitarunt in materia effervescentiam, ut intumorem insignem attolli visa sit copiosis undique aereis bullulis erumpentibus. Id vero mihi semper observare contigit, sive materiem adhibuerim jam exsiccatam, sive mollem adhuc, & recens a papilione redditam, sive de industria a papilionis corpore, atque a vesica, in qua eam asservari diximus, extractam.

Sedata effervescentia, materiæ hujus tantillo chartam modo infeci, modo lignum, modo aliud simile corpus; atque iteratis sæpius experimentis, mihi compertum est, eam simul atque siccabatur, rubello colore tingi, qui eo usque vividus, & elegans evadebat, ut interdum minio, aut cinnabari elegantia non cederet.

Post acidos liquores experiri placuit etiam alcalicos. Ex his oleum tartari selectum est. Hujus instillatione nec ulla effervescentia oborta est, nec ulla materiæ solutio consequuta, quamvis ad eam juvandam sufficiente aquæ copia mixturam diluere non omiserim.

Præterea investigare non prætermisi, an excrementum

hocce quidquam in se reconderet, in quo alcalica vel acida natura emeretur. Eam ob causam syrupum violarum cum ipso diligenter commiscui; mutatus syrupi color rem patefacere debuisset. Verum nihil mutatum est.

Cum autem materiae hujus gravitatem mecum ipse penderem, quæ tanta est, ut inferiora semper petat, neque confundi se cum fluidiore altero excremento patiat, me continere non potui, quin præter terrestrem naturam, metallicum quidpiam in ea latere cogitarem. De ferro in primis suspicio fuit. Itaque cultri aciem magnetica virtute imbuti hac illac in siccata materiae portione versavi. Nihil adhæsit, quod ferri indicium daret. Itaque ad aliud experimentum ventum est. Materiem cum animali pinguedine diligenter, uti par erat, subegi; deinde convenienter exustam in calcem converti. Calcem magnete tentavi. Sic aliquot moleculæ se prodiderunt magneti promptissime obsequentes. Quo cognitum est ferreum aliquid in hoc sedimento contineri.

De quo tandem pauca quædam, Sodales, accipite, quæ mihi elegans ille color, quem sola marinæ, aut nitrosæ aciditatis affusione contrahit, in mentem induxit. Cogitavi ergo, an genus hoc excrementi novum item genus pigmenti colorandis corporibus idonei suppeditare posset. Verum duo me ab ejusmodi cogitatione abduxerunt, quorum alterum a materiae copia, alterum a coloris diurnitate petitum erat. Atque ad primum quod attinet, vix mihi persuadere potui, excrementum, quod præ sua paucitate subtilioribus experimentis capiendis non sufficeret, colorandorum corporum quantitati satis esse facturum. Cui difficultati, etiam si obviam iri potuisset, alteram tamen obstituram esse intelligebam ex coloris diurnitate. Quippe animadverti excitatum ab acidi liquoris affusione ruborem, non multo post vel minimo humidæ aeris tactu, immo solo quoque vividioris luminis appulsu, non parum elanguescere. Quid igitur expectandum erat a corpore præcipuas elegantis pigmenti dotes citissime amissuro?

Potius ad aliam considerationem me converti, cui occasionem dedit id, quod memoratum vidi a Reaumurio, ubi de hoc papilionum excremento sermonem habet. Nonnulli sunt papilioes, qui statim fere ac exclusi sunt, excrementum dejiciunt, quod carmino ipsi nitore non cedit. Quis autem

tem credat, inquit Reaumurius, papilionum excrementa populis terrori esse posse, atque ostenti loco haberi? Fuerunt tamen, & erunt fortasse impofterum. Hujus rei exemplum habetur apud Gassendum in vita Peireskii. Visa sunt anno millesimo sexcentesimo octavo sub Julii mensis initium Aquis sextiis innumerabiles guttæ tum magnitudine, tum rubicundo colore conspicuæ non modo in ipsa urbe ad parietes Cameterii Majoris Ecclesiæ, quod est prope muros, sed etiam ad muros ipsos; ac rursus ad parietes villarum, pagorum, oppidorumque ad aliquot milliaria circum vicinorum. Statim de pluvia sanguinea rumor percrebuit. Multitudo in varias sententias abiit. Magna pars vulgi, ac nonnulli Theologi facinus dæmonum, strigumve fuisse opinati sunt. Alii, qui melius sapere sibi visi sunt, ejusmodi pluviam ad naturales causas retulerunt, ac de vaporibus e rubra terra in sublime evehitis, & post concretionem deciduis conjecturam fecerunt. Alii alia cogitarunt. Solus Peireskius germanam rei causam assequutus est, quippe ante aliquot menses inventam quamdam chrysalidem pyxide incluserat magnitudine formaque insignem. Contigit autem, ut circiter idem mensis initium ad aperta pyxide, chrysalidem invenerit ex eruca papilionem factam pulcherrimum, qui statim avolaverit, reliqueritque in fundo guttam rubeam satis ampliam. Observata est per idem tempus papilionum confertim per aerem transvolantium incredibilis multitudo; idcirco hæsitandum non esse in causa quærenda opinatus est, nempe guttas illas, quæ tantum in vulgus rumorem excitarunt, excrementum esse, quod papilio-nes hujusmodi in parietibus quiescentes diffudissent. Erant enim excremento, quod e suo papilione exivisse viderat, colore similes, magnitudine pares. Loca quoque, in quibus illæ inventæ sunt, conjecturam egregie confirmarunt. Quod vero de hac sanguinea pluvia cogitavit Peireskius, id quoque de aliis, quæ ab Historicis inter prodigia numerantur, cogitandum esse non dubitavit.

Verum hoc misso; liceat mihi occasione rubicundi hujus coloris a vobis quærere, Sodales, quid causæ putetis esse, cur papilio-nes isti excrementa egerant tam eleganter tinctæ; bombycinum autem excrementum non eum nitorem acquirat, nisi aciditate affusa juvetur? An hoc ipso conjectari fas est, papilio-nes illos acidum quidpiam in corpore gerere, quod in ex-cre-

cremento ruborem tum solum excitet, cum resiccatur? An acidum istud repetamus ab aere, idque ab excremento jam ficcato absorberi dicamus, unde nitor ille coloris emergat? Profecto Reaumurius ejusmodi excrementa rubescere tum solum observat, cum exsiccantur, ruborem vero istum in sola eorum superficie apparere. Verum hac de re vestram malo, Sodales, audire sententiam, quam conjecturis vos diutius detinere; satis enim intelligo, quam multis, quamque gravibus difficultatibus sint obnoxia.

Itaque ad mutationes in canali alimentorum observatas revertamur. In his enim minime dubito illas quoque recensendas esse, quæ vasculis accidunt, seu intestinulis supra memoratis. Hæc quippe tantam habent cum eo canali connexionem, ut quasi partes ejus, seu mavis appendices haberi possint. De his sparsim in sua dissertatione scripsit Malpighius, atque ita quidem, ut nullum fere dubium remanere posse videatur, quin existimaverit, vascula ista omnino eadem esse, quæ in papilione aperiri observantur in canaliculum *r. r.* (*fig. 12*) & *y. y.* (*fig. 13*) excrementitium humorem, ad memoratam vesicam *z.* transducentem. Sententiam hanc suam apertius expressit in opere posthumo, eo maxime in loco, in quo statuit, per hujusmodi vascula *pancreaticum succum, bilemque ipsam in ventriculi humiliorem partem eruclari*. At vero Malpighiano huic asserto longe majus pondus, nisi ego fallor, accessit ex continuata, & nullo tempore interrupta canalis, atque in eo succedentium mutationum observatione. Multo autem facilius icones ipsæ repræsentandis ejusmodi mutationibus a me de industria comparatæ id demonstrabunt. Patet enim intestinula, seu vascula *i. i. i. i.* in icone 3. Malpighiana indicata, sensim sensimque canalis mediam partem derelinquere, ut in iconibus 6., & 8. ostenditur, sic ut ventriculo, seu mediæ canalis parti ad minimam, quam habere potest, magnitudinem ad extremum contractæ, vix adhærescant vascula *a. a. a. a.*, uti (*fig. 13*) exhibetur.

Qui vero in canaliculum exoneratur humor transmittendus deinceps in vesicam, is non modo a memoratis vasculis *a. a.* &c. provenit; sed etiam, ut mihi valde probabile videtur a ventriculo *x. x.* Et vero Malpighius succi naturam describens, qui in ipso ventriculi cavo continetur, de illo scripsit, non raro liquari, & in humorem per similem ei, qui

in vesicâ colligitur, abire. Verisimile igitur est, gravius illud excrementum, quod experimentis supra recensitis tentavimus, ab intestinulis in vesicam derivari; alterum vero, quod eidem supernatare diximus, a ventriculo. Hæc igitur si vera sunt, minime opus erit, ut aliam excogitemus viam, per quam memoratus humor in vesicam deducatur, quemadmodum more suo ingeniosissime fecit Reaumurius. Cum enim non satis intelligeret, qui fieri posset, ut vasculorum materia, quæ in alimentorum canalem antea in eruca exonerabatur, tandem in vesicam demitteretur, sibi persuasit in erucæ stomacho contineri, & quasi latere alium ipsius papilionis stomachum. Quod sane cogitatum locum habere posset, nisi quæ supra observata sunt, manifeste ostenderent, omnes alimentorum canali contingentes mutationes non ab aliquo viscere intus latente provenire, sed in mutata potius exterioris membranæ configuratione consistere. Enimvero interna canalis membrana una cum erucæ senio, quo cum manifestam habet continuitatem, ab insecti corpore decedit, atque detruditur.

Jam vero circa universam hanc mutationum seriem, in qua pars canalis superior in vesiculam ante descriptam abit, & inferior magnam partem in canaliculum itidem descriptum transformatur, illud reticendum non esse existimo, utramque partem ut plurimum continuitatem, quam antea cum ventriculo, seu parte canalis media servabant, sic amittere, ut pars una canalis ab altera in papilione facili negotio separari possit. Id autem explicatu non erit difficile, si Malpighiana canalis descriptio, & figura consideretur, quibus ostenditur, duplicem fibrarum ordinem ad universum canalem pertinere, quarum aliæ rectæ sunt, aliæ per transversum ductæ ventriculi latitudinem colligunt. Sic enim se Auctor expressit, & circulares fortasse potuissent appellari. Quid igitur obstat, ne cogitemus, fibrarum in primis circularium ope sensim, sensimque coarctari canalem in *f.*, & in *h.* (*fig. 3.*) dum scilicet his ipsis in locis membrana ipsum constituens penitus cohæreat. Hac constrictione ad eum locum facta, in quam superior ventriculi pars, infima vero œsophagi cadit, colligitur denique in eum ipsum locum tenuis, perspicuusque humor ita copiose, ut superstantis œsophagi membranas dilatet in lagenulam *u. u.* (*fig. 13.*), quam & in extrema chrysalidis ætate, & in papilione recens excluso descripsimus. Hu-

jus configurationis quoddam quasi rudimentum in ipsa canalis parte *f. F.* (*fig. 3*) videtur in eruca antea extitisse. Quod vero attinet ad inferiorem canalis partem, in hac quoque locum habet eadem constrictionis causa. Probabile igitur est, in extrema chryfallidis ætate canalem in parte sua inferiore *h.* penitus coarctari. Hinc commercium omne tolli inter canalis mediam cavitatem, seu ventriculum, & tubum inferiorem. Ablato autem hoc commercio, quid facilius est, quam ut pars una ab altera disjungatur? Verum hæc multo melius intuitu ipso, & facta iconum 3., & 13. inter se comparatione, quam alio quovis modo intelligentur.

Ex hætenus enarrata observationum serie hunc mihi videor fructum cepisse, ut transitum unius partis in aliam per quosdam quasi gradus, & successione minime interrupta factum observare ipse potuerim, & curiosis istarum rerum scrutatoribus patefacere. Quibus, ut puto, injucundum non erit cognoscere, quomodo viscera nonnulla, quæ in diversis infecti ætatibus se produnt, ex præcedentibus visceribus sola figuræ mutatione enascantur.

Neque vero minus jucundum erit eas quoque mutationes animadvertere, quæ humoribus accidunt solidarum partium mutationibus & ipsæ respondententes. Optimo enimvero naturæ consilio factum videtur, ut quamdiu animal secundum omnem dimensionem augeri debet, atque incrementum capere, omnia succo turgeant, atque humoris exuberantia pene diffuere videantur. Ubi vero eruca omnino adoleverit, humores sic copia, & qualitate mutantur, ut ad novum animalculi statum paulatim fiant accommodi. Porro in eo progressu inertes, densiores, fixioresque humores dimittit bombyx, sericum videlicet cum est eruca; cum vero factus est chryfallis, terreum in vesicam excrementorum *z.* (*fig. 12. & 13*) depellit, aqueum vero in vesiculam, seu lagenulam *u. u.* (*fig. 13*) colligit; qui tandem humores in papilionis exitu ambo ejiciuntur. Sic absumptis viscolis partibus, exhalantibus aquosis, detrusis fixioribus, subtiliora, & actiosa principia exsolvantur, firmæ infecti partes solidescunt, & corpus ejus univrsum robur illud acquirit, quod nova, quam ingreditur, vita necessario requirit. Quo fit, ut cum omnia in eruca, & chryfallide torperent, in papilione peculiare quædam motiones suscitentur; spinalis medulla, de qua in alio sermone plura dicemus, vividius quam

quam ante oscillet; totumque animal coeundi æstro percitum, in magnum illud, quod ipsi unice superesse videtur, generationis opus validissime incumbat.

CAPUT III.

De peculiari coloris mutatione in tracheis.

Quo magis verſor, Sodales ornatiffimi, in accurata eorum investigatione, quæ ad bombycis hiftoriam pertinent, eo, mihi credite, id verius eſſe perſpicio, de quo Leæuvenhoechius ſe jam perſuaſum eſſe affirmavit; *nulum* videlicet *unquam hominem eo penetraturum, ut omnia, quæ in bombyce adhuc detegenda manent, eorumque cauſas, ac effecta exhibere valeat*; eo, inquam, verius hoc eſſe intelligo, quia toties mihi contigit novi aliquid invenire, quoties particulam bombycis aliquam ad examen revocavi. Enimvero cum vaſculorum genus quoddam diligenti obſervatione ſcrutari aggreſſus fuerim, quibus pulmonum, & trachearum nomina Malpighius impertivit, quædam continuo ſe ſe mihi obtulerunt, quæ novitatis ſpeciem ſaltem aliquam habere mihi viſa ſunt. Sunt autem tracheæ, ſive pulmones vaſcula quædam fatiſ nota; nec ullus ferme eſt in erucarum ſtructura nonnihil eruditus, qui neſciat, ejuſmodi vaſcula in exterioribus etiam infecti partibus ſuis rimulis, vel oſculis ſe prode- re, quæ quidem oſcula, ut in bombyce, ſic in aliis quibuſdam erucis, ſunt margine quodam nigricanti præſertim coloris circumſepta. Per hæc autem oſcula, quæ ſtigmata Malpighius appellavit, quæque (*fig. 1.*) indicantur litteris *a. a. a. a.* &c. introducitur aer in pulmonaria, ſeu trachealia vaſcula in intimis infecti partibus eleganti ordine diſpoſita; ex uno enim, eodemque centro unicuique oſculo, ſeu ſtigmati reſpondente, plures diſcedunt trachearum trunci (*fig. 4.*) *m. m.* &c., qui in minores, ac minimos uſque ramos diviſi, ita per totum corpus propagantur, ut nulla ſit interior infecti pars, quam non attingat copioſus iſtorum ramuſculorum numerus. Quemadmodum autem oſcula, ſeu ſtigmata ad exteriora corporis conſpicua octo ſupra decem numerantur, utrinque ſcilicet novem, ita faſciculi trachearum interiores unicui-

T. V. G que

que exteriori osculo respondententes eundem æquant numerum, ut patet ex ipsa icone 4. Et quoniam hujusmodi fasciculos pro totidem pulmonibus Malpighius habuit, decem pariter, & octo pulmones in universo bombycis corpore numerabuntur. Ab uno vero ad alterum fasciculum crassiores truncum exporrigi jam indicata icon satis ostendit.

Nunc nihil est cur & horum vasculorum absolutam persequar Malpighianam descriptionem, & observationes, atque experimenta commemorem, quæ tum ab ipso Malpighio, tum a Reaumurio de istiusmodi trachearum usibus fuerunt sapientissime instituta. Mihi ea modo attigisse sufficiat, quæ facere quidquam possunt ad mutationes quasdam percipiendas, quæ in hoc vasorum genere adnotantur; præsertim cum istæ mutationes ad coloris rationem pertinere potissimum videantur.

Cum itaque & ipsis Malpighii verbis, & propria etiam observatione didicissem, trachealia bombycis vascula colorem plumbeum maximam partem præferre, atque hunc argenteum denique apparere, jam cæpi mecum ipse de modo cogitare, quo tanta coloris mutatio nasceretur. Quanquam enim ejusmodi mutationem pluries commemorat in sua dissertatione Malpighius, non videtur tamen rationem, qua illa fiat, asserere. Enimvero cum hoc vasorum genus primo describit, in eo scilicet bombycis statu, in quo est antequam ad folliculi fabricam disponatur, de colore sic differit. *Vasa hæc, inquit, cæruleo, seu plumbeo pollent colore, qui sensim argenteus efficitur.* Cum vero bombycem considerat intra folliculum jam inclusum, hoc tantum de tracheis habet, quod *vasa hæc minus turgida redduntur.* Videtur autem ibi aliquid amplius addere, ubi de insecto agit, quod folliculi fabricam jam absolverit; ita siquidem loquitur. *Interius tracheæ vasa plumbeum colorem ferunt; in extremitatibus autem argenteum;* cumque deinde transeat ad ea describenda, quæ ab insecto ipso fiunt erucæ senium excutiente, hoc affirmare non dubitat, quod scilicet *tracheæ portiones a propriis exterioribus orificiis divisæ rapiuntur una cum senio, quod tunc deponitur.* Atque hæc quidem Malpighii propositio ea esse mihi videbatur, ut explicari facile posset, quam ob causam cæruleus, seu plumbeus tracheæ color in argenteum mutetur: etenim portionum trachealium nomine istorum vasculorum partem

tan-

tantummodo eam intelligendam fore mihi persuaseram, quæ plumbeo colore infecta est. Veruntamen opinioni huic meæ non satis respondebat alia quædam Malpighii propositio, qui mutationes describens in chryfallidis internis partibus temporis progressu contingentes, ita scriptum reliquit. *Tracheæ rami amisso annulorum vigore, molliores redduntur ita, ut in se ipsos collabantur, & ex plumbeis argentei fiant.* Si ergo tracheæ rami in chryfallide progressu temporis argentei fiunt, quid opus erat (sic ipse mecum agebam) ad portiones tracheæ per stigmatum orificia exeuntes confugere, ut coloris mutatio isthæc explicaretur? & cur mutati coloris causam in chryfallide potius non quærimus, quam in prægresso bombycis statu? aut si in hoc, cur non in illo quoque? Movebant hæc me non parum, sed illud etiam movebat, quod de interna ventriculi, seu canalis alimentorum membrana jam antea observaveram. Hanc, ut alias audivistis, secum abripit erucæ fenium, dum ab insecto excutitur, quippe quæ cum illo manifestam habet continuitatem; sic enim nostræ ferunt observationes. Quæ cum ita sint, non potui equidem quin suspicarer, analogiam inter hæc duo aliquam intercedere, ut scilicet, quemadmodum ventriculi membrana per anum, & os una cum fenio, ut alias jam demonstratum est, educitur; sic interna trachealium vasculorum membrana eidem fenio continua, per stigmatum orificia abripiatur. Suspicio autem hæc mea locum profecto habere non poterat, nisi hæc quoque admitterentur, primum videlicet, portiones trachearum, quas a propriis orificiis divulsas una cum fenio rapi asserit Malpighius, nihil aliud esse nisi internam horum vasculorum membranam; secundo omnem proinde mutati coloris rationem pendere a secessione, seu ablatione istius membranae; tertio hanc ipsam membranam colorem habere plumbeum sive nigricantem; quarto demum, nullam tracheæ ramis accidere coloris mutationem in chryfallide.

Veruntamen hæc, quæ ratione, atque analogia duce conjeceram, oportebat observationibus confirmare. Quod ut obtinerem, tracheæ vascula observare capere tum in bombycibus, qui erucæ fenium erant jam jam excussuri, tum in aliis, qui spoliare se se vix cæperant, tum denique in illis, qui spoliationem omnino compleverant, idest in chryfallide recens exspoliata. Nam circa hæc tempora, dum verum illud

effet quod excogitaveram, insignes in vasculis, de quibus agimus, mutationes fieri oportebat. Multos itaque ex illis bombycibus mihi comparavi, qui suos quique folliculos jam confecerant. Deinde unum statim post alterum eo ordine, quo magis magisque ad spoliationem accedere videbantur, diligenter, quantum in me erat, profecui. Observationum autem summa hæc fuit. In bombycibus iis, qui magis distabant a spoliatione, trachealium ramulorum extremitates tantummodo argenteæ erant, sicuti jam viderat Malpighius; in aliis vero, qui minus, non modo extremitates, sed majores etiam ramusculi colorem hunc argenteum præferebant; atque ita quidem, ut spoliatione jam jam imminente, vix horum vasorum majores truncos stigmatum orificiis propinquiores viderim, qui plumbeum colorem adhuc retinerent; manifesto indicio, partem horum vasculorum, quæ plumbei coloris est, a minoribus ramusculis in majores usque ramos sensim sensimque retrahi, per stigmatum tandem orificia exituram.

Num vero pars ista vasorum trachealium per stigmatum orificia re ipsa exiret, quidque eadem esset, nihil poterat melius declarare, quam diligens horum vasorum observatio tunc temporis instituta, cum ipsum erucæ senium ab insecto jam deponitur. Sed quia insecto ipsi in hoc statu constituto summa corporis teneritudo est, ac mollities, ipsumque spoliationis opus brevissimo temporis intervallo conficitur; ac propterea non sine magna difficultate talis institui recte poterat observatio; idcirco bombyces ex iis aliquot in vini spiritum conjeci, qui in hoc spoliationis opere occupabantur, sperans fore, ut & insecti corpus nonnihil fieret solidiusculum, & sic facilius manifestari posset, quid ex incæpta, inhibitaque postea spoliatione internis trachæ vasculis contigisset. Neque profecto spem fefellit eventus. Cum enim extractis e vini spiritu bombycibus istis, eorum corpuscula profecuissem, mihi videre contigit fasciculos trachearum, qui sunt capiti propiores, utrinque in tota eorum extensione argenteos esse ad unum omnes, cum ex adverso fasciculi alii plerique ad reliquum corporis pertinentes, licet magnam partem argentei essent, obscurum tamen, ac plumbeum colorem in majoribus truncis adhuc asservabant. Cujus quidem rei causam mihi haud difficile erat invenire, si ad ea, quæ antea excogitaveram,

ani-

animum converterem. Non me quippe latebat, bombycem, dum erucæ fenium excutere incipit, id ipsum sibi a partibus capiti propioribus, atque a capite ipso remove, mox successively ad alteram sui corporis extremitatem deducere. Cum autem in allato experimento spoliatio ipsa fuerit suppressa, extinctis videlicet in vini spiritu bombycibus, consequens profecto erat, ut si qua interna trachealium vasorum colorata membrana extra duci per propria orificia debuerat, ea quidem educeretur, quæ ad tracheales fasciculos spectat capiti propinquiores. Non est igitur mirum si fasciculi tantummodo isti argenteo nitore splendentes apparuerint, alii vero non item. Confirmabat hæc experimentum aliud, quod suscepi in his ipsis bombycibus vini spiritu suffocatis. Tentare scilicet volui, num quæ cæpta ab insecto fuerat spoliatio, deinde vero cohibita, hanc ego persequi possem, ac perficere. Atque hoc etiam non mediocri labore, & industria obtinui-mus. Quo quidem in opere jucundum sane erat non modo trachæ membranulas, quæ nondum exierant, detrahere, verum etiam ipsam jam eductam obscuro, seu plumbeo colore infectam observare, & fasciculos dein trachealium vasorum omnes argenteo candore nitentes inspicere, non secus ac de illis fasciculis diximus, qui ab insecto, priusquam in vini spiritu extingueretur, spoliati fuerunt. Tentare quoque exspoliationem placuit, membranulæque extractionem, quam nondum cæperat insectum, similisque fuit exitus (ut in fig. 15. indicatur).

Reliquum tandem erat ut, profectis chrysalidibus recens, ac sponte ortis, cognoscerem, an omnia trachearum vascula argentea omnino apparerent constanti observatione. Quod si observaretur, præterquamquod ista observatio cum illis, quæ fuerunt nuper recensitæ, apprime congrueret, non erat amplius dubitandum, quin interna eorum vasculorum membrana de insecti corpore secedens per stigmatum orificia, in causa sit, cur vascula hæc ipsa argentea compareant. Itaque plures harum chrysalidum, quæ fenium erucæ vix dejecerant, profectui, comperique in omnibus, nulla excepta, trachealia vascula omnino omnia argenteum nitorem constantissime præferre. Quid plura? spoliis ipsius recens dejectis, & adhuc molibus nigricantes membranulæ nunquam non se se mihi ostenderunt ad locum internum stigmatum trachealium appensas.

His

His adde, quod si universa spoliatio, dum sponte fit ab insecto, attente, ac perdiligenter inspiciatur, non erit admodum difficile senii membranam, quæ dejectur, observare secum ducentem membranulas alias trachearum nigricantes a suis orificiis jam excerptas.

Quæ cum ita sint, perspicuum jam esse arbitror (id quod alias diximus), veram causam, propter quam trachearum vascula plumbeum, quem prius habebant, colorem amittunt, argenteum vero adipiscuntur, ab hac nigricante eorundem vasorum membrana petendam esse; quæ dum intra propria vascula, quorum partem aliquam constituit, asservatur, nigredinem suam per alterius membranæ argenteum quasi colorem transmittens, plumbeum, seu cæruleum oculis repræsentat; dum vero extra vasa cum senio ducitur, eadem vascula relinquit membranis tantum exterioribus constituta, quæ cum argenteum splendorem in se ferant, colorem quoque hunc suum a colore alio minime perturbatum ostendunt. Manifestum pariter ex his est, quas Malpighius vocat tracheæ portiones a propriis orificiis divulsas, & cum senio raptas, eas minus proprie sic appellari; cum potius dicendæ sint portiones membranæ internæ vasorum trachealium; quam quidem membranam si accuratius Malpighius exploravisset, nullam certe mutati horum vasorum coloris mentionem fecisset in eo chrysalidis statu, in quo color iste argenteus amplius non mutatur.

Commemorat autem in sua insectorum historia Reaumurius diversis quidem in locis tum funiculos quosdam albos trachearum in illo erucarum senio conspicuos, quod alterius speciei chrysalides quædam excutiunt, tum fila quædam albida, quæ tracheas vocat exsiccatas in senio illo chrysalidis, quo se exuunt papiliones; deque his icones etiam exhibuit. Neque est, meo quidem iudicio, dubitandum, quin Reaumuriani illi funiculi internam membranam constituent eorum trachealium vasorum propriam, quæ in aliis erucis viderat Reaumurius; cumque in ejusmodi erucis interna quoque tracheæ membrana album colorem habeat, non est profecto mirum, funiculos istos albos esse observatos. Quod vero attinet ad fila pariter alba, quæ Auctor iste iudicat tracheas esse exsiccatas, nullus dubito, quin fila hujusmodi ab altera quadam tracheæ membrana fiant, quam secum rapit senium a papilione

ne dejectum . Quid enim verifimilius est , quam illud idem fieri in papilionis , quod in chryfallidis spoliatione diximus ? Et vero in senio , quod ab ipso bombycis papilione excutitur , membranula quaedam albæ filorum instar se se mihi præbuerunt observandas , quas ab internis trachearum vasis profectas fuisse nequaquam videtur negari posse . Cur autem secunda hæc trachealium vasorum membrana albo colore , etiam in bombyce appareat , facile , ut arbitror , intelligi potest . Namque si argenteus color , quem tracheæ vascula post expulsiorem interioris nigricantis membranæ acquirunt , non mutatur amplius , hoc satis demonstrare meo quidem iudicio videtur , secundam istam membranam , si qua est , non alium habere colorem præter album .

Restat mihi unum de tracheis postremo considerandum , quod cum ad structuram earum spectet , & Malpighium auctorem habeat , animadversionem certe aliquam postulat . Desumptum autem hoc fuit ex opere postumo ipsius Malpighii , qui affirmaverat , *sedulo iterum se inquisivisse trachearum propagines , quibus viscera , reliquæque bombycis & insectorum partes irrigantur* , atque hoc invenisse , quod scilicet ejusmodi propagines *non tot distinctis annulis , interpositis musculis , & membranis continuantur , ut in perfectorum animalium pulmonibus deprehendimus* , sed quod *eas zona quasi argentea spirali-ter posita excitat , ita ut si extremitas dextere evellatur , lacerata laterum continuitate , totus tracheæ tractus in continuatam zonam solvatur* . Confirmantur hæc in eodem opere his verbis . *Trachearum compages excitatur zona quadam quasi argentea , quæ spirali-ter ducta tubulum perpetuo patentem efformat . Zonæ pariter compages mirabilis est ; nam integratur lamellis ita statutis , ut squamarum instar piscium compresso , & dilatato tubulo approximari , & elongari possint* .

Quantum hæc valeant Malpighii verba ad vasorum istorum structuram illustrandam , nemo certe est quin intelligat . Verum non ita sumenda sunt , ut existimemus , trachearum compagem zona illa argentea tantummodo constare , præsertim si vascula in eo statu considerentur , quem primum habent dum bombyx eruca est . Etenim si meæ , quas supra jam exposui , observationes attendantur , tracheæ sane constant non modo zona illa argentea , de qua Malpighius verba facit , sed etiam tum interna , & nigricanti membranula ,
quam

quam toties memoravimus, tum alia medium tenente locum inter argenteam, & nigricantem, quas si Malpighius animadvertisset, non dubito equidem quin rationem etiam addidisset, cur tracheis accidat, ut cæruleus, seu plumbeus color, quo ipsæ pollent, sensim argenteus efficiatur; neque insuper de ista coloris mutatione sermonem habuisset in illa bombycis ætate, in qua nulla fit amplius coloris trachearum mutatio. Verum hæc de tracheis dixisse in præsens fatis est.

CAPUT IV.

De Spinalis Medullæ motu peculiari.

CUM illam bombycini corporis particulam rimabar, cui nomen Spinalis Medullæ Malpighius dederat, continuo in mentem venit dictum illud Reaumurianum, egregium scilicet Malpighii de bombyce tractatum vere contextum esse inventorum, ex quo multo plures colligi notitiæ possunt de admirabili insectorum in internis partibus compositione, quam ex omnibus operibus aliis simul sumptis, quæ illum præcæferunt. Exactissima certe hujus particulæ Malpighiana descriptio est. Describit autem postremo loco inter eas partes, quæ in bombyce profecto, dum adhuc eruca est, conspiciuntur. Itaque in prona corporis parte emergere ipsam scribit post avulsa viscera, atque per medium imi ventris a capite ad extremum corporis excurrere, ejusque ideam nobis exhibet clarissimam per specialem iconem (16.), quam ut clariorem reddat, exemplar addit nodulorum, quos in spina observaverat icone alia elegantissima, per quam unum ex illis nodulis naturali longe majorem repræsentat, describitque. Iconem istam ipsiusque accuratam descriptionem omittere satius duximus, quod sine illa nostræ fatis intelligi possint observationes. Quas antequam affero, nonnulla primum ex Malpighio deprompta proponam, pauca deinde alia ex Swamerdamo.

Perpexit itaque Malpighius, partem istam, de qua agimus, non uniformem habere spinalis medullæ substantiam (ut fere solet), sed veluti chordam interpositis identidem quibusdam quasi nodulis globulisque coagmentari. Istorum nodulorum tredecim ab ipso numerantur, in quibus numerat etiam

etiam tum primum *i.* (*fig. 16.*), a cujus supremis partibus bini erumpunt processus, tum alios duos minores *m. m.* ab iisdem processibus geminatos. A postremis autem inferioribus *l. l.* gracilescentes spinæ ramusculos produci adnotat, qui non secus ac dispersæ quædam fibræ extremi corporis appendices irrigant, & foveant. Post duos globulos *K K.* certo intervallo divaricari spinam docuit. In unoquoque globulo duplicem substantiam agnoscit, interiorem unam, alteram exteriorem. Primam, quam vocat etiam ambientem, comperit esse subalbidam, eandemque naturam sapere cum reliquo spinæ: interiorem autem, cum ob sui exiguitatem nec cultri acie separari possit, nec ceteris tentaminibus explorari, adhuc sibi ignotam esse ingenue confitetur. Ipsum tamen non latuit color, quem leoninum esse conspexit. Porro ratione ductus, atque analogia, conjicere se posse existimavit, globulos, seu nodulos dispersas esse cerebri portiones, conglomeratas videlicet corticis glandulas, a quibus nervorum fibræ enascantur. Unumquemque præterea globulum binis exaratis particulis conflatum in suprema parte descendentem spinam recipere, eamque ab inferiore, & opposita parte promere affirmavit; hinc inde vero bina atque insignia nervorum paria erumpere. Denique, ut alia multa præteream, adnotavit, residuum spinæ globulis interjectum nerveam præferre naturam. Sed ex Malpighio hætenus.

Nunc & Swamerdami simul, & Malpighii observationes consideremus. Cum enim Swamerdamus observationes ejusmodi Malpighianas iterare conatus fuerit, sibi in aliquas incidere visus est a Malpighianis non nihil discrepantes. Siquidem detexit tum nodulos alios duos circa medium spinæ locatos præter numerum a Malpighio assignatum, tum geminos globulos simul junctos a fibrosa albaque parte excitatos in suprema ejusdem spinæ parte, quibus cerebri nomen, & usum optime convenire arbitratus est: quapropter Malpighium quasi increpat, quia spinalem medullam sine cerebro adumbraverit. Quamvis autem Malpighius in operibus suis posthumis, ex quibus nos ipsi Swamerdami observationes collegimus, præstanti isti viro concedat, eum dilucide magis partem hancce illustravisse; attamen affirmare non dubitat, si ea benigne attendantur, quæ in sua de bombyce historia exarantur, patere, se cerebri molem indicavisse aliquo modo, & adum-

T. V. H bras-

brasse. Nodulus enim ille, qui in Malpighiana icone 16. supremus est *i.*, cerebri loco ponitur a Malpighio. Quam quidem particulam etiam si ipse satis clare deprehenderit, fatetur tamen, se ausum non esse cerebri nomine appellare, quia vidit cerebello, corticalique portione destitutam. Caterum Malpighius pro summa, qua præditus erat ingenuitate, non renuit affirmare, tum re ipsa, tum consentiente natura, & ipso Domino Swamerdamo, duodecim esse in ipsa spinali medulla globulos, & cerebrum appensum.

Sed jam satis, ut arbitror, multi fuimus in aliorum vel præclarissimis observationibus describendis; tempus nunc est ad nostras, qualescunque fuerint, deveniendi. Quod antequam facio, primo loco methodum paucis exponam vobis, qua usus fui in hac spinali medulla pervestiganda. Nolim quippe existimetis, partem istam ita esse in bombyce conspicuam, ut quemadmodum alimentorum canalis, & trachearum, & serici humoris vascula facile in conspectum veniunt simul ut bombycem profeceris, sic illa quoque nudis intuentis oculis continuo se se offerat: longe enim tenuior est visceribus illis, singularemque observatoris postulat diligentiam, ut se se huic præbeat conspiciendam.

Itaque animalculum prono, ut incedit, corpore aciculis confixum ex ea parte incido, quæ ventri opposita est. Sectione autem ducta a capite ad alterum usque extremum, diductisque utrinque æqualiter servatis integumentis, primum leviter evello universum alimentorum canalem; deinde vero canaliculos serico humori continendo destinatos omnes pariter ea, qua fieri potest diligentia, extraho; postea exquisita lente rimari incipio, num quisquam se prodatur ex iis nodulis globulifve, quos supra descripsimus ex Malpighio. Hoc enim si accidat, ut sæpe solet, id mihi præ ceteris curæ est, ut hinc, atque illinc a resecto nodulo tenui quodam specillo discernatur quidquid est pinguedinosi corporis, quod interdum superincumbens & nodulis ipsis & cæteris spinæ partibus, impedimento est ne particulæ ejus reliquæ conspiciantur. Quoties autem hoc opus exsequor accurate, ac diligenter tum sursum progrediendo caput versus, tum deorsum ad oppositam usque extremitatem; toties mihi facile est universæ spinalis medullæ tractus, etiam sine lentis adjumento, sub adspæctum ponere; neque in bombycis eruca solum, verum in aliis etiam eru-

erucarum speciebus; in quibus datum mihi est non modo spinalem medullam cernere, sed illos quoque globulos *o. o.* (*fig. 17.*), quos in bombyce comperit Swamerdamus, & cerebri globulos esse sibi persuaserat. Quanquam autem erucæ istæ aliæ, in quibus cerebri globulos comperi, fuerint mole minores, illa in primis brassicæ caulifloræ, quæ vix tertiam partem æquabat bombycis erucæ; tamen, quod notabile est, cerebri molem æqualem omnino cum bombyce habebant. Non sic vero spinalem medullam, cujus pars aliqua non nihil differre mihi visa est ab ipsa spinali medulla bombycis: quod facile apparebit icones ipsas 17., & 19. inspicienti. In Malpighiana siquidem icone unica est, ut fere semper in bombyce solet, spinæ divaricatio *n.* In illa vero 19., quam ex alia erucæ specie exaravi, tres existant, ut reperi, divaricationes *u. u. u.*

Verum, ut ad cerebri globulos, qui sic appellantur, revertamur, eos in bombyce æque difficile est reperire ac in erucis aliis, nec mediocrem sane postulant diligentiam, ut manifestentur. Ad hoc autem mihi semper commodum fuit corpuscula illa duo, quibus cranium compaginari asserit Malpighius, quæque semisphæricas appellavit, ita a se se invicem separare, ut angularis ea portio, quæ intercipitur, quamque lambdoidalem figuram habere idem observat, ab ipsis corpusculis remaneat sejuncta, pariterque & ipsa elevari possit. His enim apertis, diductisque leviter cranii partibus, continuo globuli conspiciuntur; qui an cerebri nomen vere mereantur, nec ne, satis profecto determinare nescio; impediunt enim nonnulla, quæ se se mihi objiciunt, quæ tamen in medium afferre hic supersedeo, ne sermonis prolixitate nimis molestus sim.

Observationes, quas hætenus de spinali bombycis medulla recensuimus, ipsam in eo tantum insecti nostri statu manifestant, cum adhuc eruca est; nunc videndum quid tum illi accidat, cum ex eruca in chrysalidem, ac demum cum ex chrysalide in papilionem vertitur. Qua quidem in re nisi mea proferam, quid ex aliis excerpturus sim, profecto non video. Malpighius enim cum in sua dissertatione spinam descripserit, qualem viderat in primo bombycis statu, nihil de ipsa amplius loquitur, ne tum quidem, cum varias aliorum viscerum mutationes, quas aliis temporibus subeunt, ea qua

solebat sedulitate describit, ostenditque. An spinam in aliis infecti statibus perscrutari renuit, quod dubitaret, quin tanta illius fieret gracilitas in chryfallide, & papilione, ut nullo amplius modo cerni posset? Reaumurius certe spinalem medullam ob hanc fortasse tenuitatem vel in ipso erucæ statu neutiquam commemorat. Quanquam enim de omnibus fere erucarum visceribus verbum saltem aliquod fecit; nihil tamen, quod sciam, de spinali medulla attulit, quasi nulla esset in erucis.

Ego autem, ut partis hujus constitutionem in reliquo etiam bombycis vitæ cursu cognoscerem, ab eo tempore, quo bombyx rejecto erucæ spolio, in chryfallidem transit, ad illud usque, in quo perfectus jam papilio est, attente, ac diligenter observare cæpi, numquid novi medullæ spinali accideret in dies singulos. Propterea multas, ac diversæ ætatis chryfallides bombycinas mihi de industria comparavi. Facile vero intellectu est, illud spinæ primum accidere, quod toti infecto accidit dum ab erucæ statu in chryfallidem transit; ut scilicet quemadmodum infectum in chryfallidem mutatum tam breve evadit, ut vix dimidiam partem ejus longitudinis æquet, quam, cum eruca esset, habebat, sic illa, idest spinalis medulla, in chryfallide contrahatur. Ex quo efficitur, ut sicuti in chryfallide annulus ad annulum, ita in spina nodulus ad nodulum propius accedat, minusque propterea spatii inter unum, & alterum nodulum relinquatur.

Primum ergo in chryfallide post horas aliquot e senio emersa spinalem medullam dum quærerem, ea mihi se se obtulit, qualem in eruca videre solitus fueram, si modo excipias nodulorum, de qua nuper dicebamus, appropinquationem; omnisque alia, si qua inerat, mutatio, in ea spinæ parte conspiciebatur, quæ inter globulum unum, & alterum intercedit. Etenim cum hæc spinæ pars pellucida non nihil est in eruca, tum in hoc primo chryfallidis statu multo evadit pellucidior. Ab hoc vero primo sui statu ad ultimum usque deducta chryfallis tantam habet viscerum mollitiem, ac tenuitatem, ut vix tractari se sinat. Quam ob causam quacumque adhibita diligentia, nunquam mihi contigit, ut partes spinæ capiti propinquiores perscrutari tantisper in chryfallide potuerim. In reliquis igitur spinæ partibus cum consisterem, hoc animadverti, cum chryfallis unius vel alterius diei, immo
 tertii

tertii quoque, aut quarti ætatem ageret, tantam spinæ inesse mollitiem, ac perspicuitatem, ut interdum vix unus vel alter nodulus non nihil conspicuus de ipsius existentia nos commonefaceret. Hoc idem ferme comperi in chryfallidibus diem quintam vel sextam suæ ætatis degentibus, in quibus præterea adnotavi, ipsos spinæ nodulos, qui propter leoninum colorem, de quo supra diximus, opaci non nihil sunt; nodulos, inquam, istos tum perspicuos fieri, tum quadrangularem quasi formam, quam in eruca præferunt, non amplius ostendere.

Jamque aliquando totus eram in perscrutanda spinali medulla chryfallidis cujusdam, quæ in septimo ætatis die versabatur, cum primum se se mihi præbuit spectandum phænomenon nec a me antea conspectum unquam, nec ab aliis, quod noverim, adnotatum. Erat autem hujusmodi, quod postremam spinæ pars certo quodam motu agi videbatur. Id cum vidissem, continuo capi de re quadam minime constanti, sed fortuita cogitare. Verum ut melius in aperto res esset, ad eas chryfallides me converti, quarum aliæ in octavo, aliæ in nono, in decimo aliæ, immo ad illas quoque, quæ in undecimo, ac duodecimo ipso ætatis die constitutæ erant; vidi enim vel media ætate papilionem a chryfallidis senio emergere decimo ut plurimum secundo die. Itaque in chryfallidibus omnibus diversas istas ætates degentibus spinalem medullam comperi non modo pellucidam, sed etiam motu quodam non exiguo præditam, constanti, ac regulari; neque solum in partibus ejus extremis ad insecti caudam, ut sic loquar, pertinentibus; verum etiam in omnibus aliis, quæ detegi poterant; sed de his alibi dicetur. Interea hoc unum de spinæ motu harum, quas diximus, ætatum proprio hic addere juvat, eo magis motum hunc ipsum augeri, quo magis papilio sub ipso chryfallidis senio quasi larvatus appropinquat momento illi, quo debet e senio emergere. Cum autem papilio jam emerfit, ac libertatem adeptus est, primum spina aliquid amittit de perspicuitate illa, quam in chryfallide habebat; deinde vero subflavescente colore suffusa apparet, quo pariter fit, ut aliquanto melius conspici possit; motu denique movetur eo semper vehementiore.

Si quis autem roget, quinam tandem sit spinæ motus iste, aut qua parte potissimum observetur; huic ut facere satis possim, sumo mihi paulisper considerandum integrum papilio.

pilionis corpus, ipsumque claritatis gratia in truncum, & artus non secus divido, ac dividi solet ab Anatomicis humanum corpus; postea truncum, omissis artibus, ad quos alæ referri possunt, in superiorem, medium, & infimum ventrem divido. Supremus, idest caput, tam exiguus in papillione est, ut mihi datum non fuerit, quid in intimioribus ejus partibus novi accidat, explorare. Medius, qui aliquam habet cum thorace analogiam, cum totus ferme ossiculis, ac musculis artuum motibus præsertim famulantibus coalescat, & minimum relinquit cavum, & sui explorationem difficilem admodum reddit. Restat igitur infimus venter, in quo potissimum spinalis medullæ mutationes perlustravimus, tum eas videlicet, quas hætenus diximus, tum illas etiam, de quibus mox dicturi sumus.

Manifestum jam est, infimum papilionis ventrem maximam exigui corporis ejus partem constituere, atque adeo longissimus non erit spinalis medullæ tractus cavum istud perreptans. Enimvero in hac spinæ portione nodulos quamvis contractos, attamen ad septem usque numeravi, quibus certe plusquam dimidiam partem ejus longitudinis confici manifestum est. Porro autem contractis in papillione nodulis, globulisve, illud spinali medullæ accidit, ut non modo non interrupta appareat, sed potius canaliculi, seu tubuli forma oculis se se repræsentet, præsertim cum nervuli a globulis proficiscentes, quanquam existunt adhuc, tamen inconspicui pene sunt. Quo factum est, ut de novo invento canaliculo tum judicaverim, cum hanc ipsam spinæ particulam se se moventem primum cernere mihi contigit in papillione, priusquam scilicet earum, quas hætenus descripsi, observationum seriem mihi comparassem.

Sed hunc tandem spinæ motum operæ pretium erit attentius adhuc considerare. Cum enim pars ejus, quam moveri comperi, illa sola sit, quæ ad infimum ventrem papilionis attinet (*fig. 21.*), partis hujus extremitates fixa quasi puncta vocari poterunt, præsertim si sermo sit de superiore *a.*, in quam spinalis medulla perinde infixæ videtur, ac si originem suam duceret ex hoc loco. Motus autem conditio istiusmodi est. Nimirum hinc, & illinc movetur spina ea ferme ratione, qua oscillat pendulum; nisi quod spina duo habet extrema quasi puncta, quæ fixa modo appellavi, cum

pen-

pendulum habeat unum tantummodo extremum , quod fixum vocari possit . Non itaque movetur spina , ut solent canales humorem aliquem vehentes , sic ut a superioribus partibus ad inferiores , vel contraria huic directione motus propagetur : sed eodem tempore in omnibus fere partibus exercetur . Illud tamen notari debet , quod etiamsi motus iste semper ad latera fiat ; non est vero semper in omnibus papilionibus uniusmodi . In aliquibus enim una spinæ pars magis movetur quam alia , in aliis magis regularis est motus , in aliis minus ; in quibusdam etiam ita fit , ut dum una spinæ particula , quæ inter duos nodulos est , dexteram versus exporrigitur , altera sinistram petat , & sic porro *b. b. b. b.*

Hæc ego dum in papilione scrutarer , in mentem venit experiri , num facile esset motum hunc spinæ , aut penitus tollere , aut saltem perturbare . Quapropter papilioni cuidam juxta dorsi longitudinem jam aperto , in quo spinalem medullam se se moventem attente conspiciebam , caput obtruncavi , spectaturus , num ablata nobiliore corporis parte , ex qua proxime oritur spina , novi quidquam in motum induceretur . Verumtamen spinalis medulla eadem prorsus ratione , qua antea , movebatur , & nihil innovatum esse comperimus . Quare , ut novis experimentis locus daretur , papilione alio profecto , atque eviscerato , spinam non nihil elevare curavi tenui quodam , aptoque specillo sic , ut illa distractionem aliquam pateretur ; quo effecto , visa quidem est paullisper de motu , quem habebat , amittere , at rebus in pristinum restitutis , motus quoque idem rediit , qui antea erat . Quo pariter experimento cognovi , nervulos a nodulis , globulisve procedentes , satisque in eruca manifestos , integros etiamnum in papilione servari , licet pene inconspicuos . Nervuli enim isti per distractionem , quam diximus , sursum elevantur & ipsi , sicque vel tenuissimi in conspectum veniunt .

Præterea spinam transversim dissectui , idque pluries in pluribus papilionibus iteravi : & raro quidem sublatus est motus , & vix interdum imminutus . At nihil huic motui in ipsis peragendis observationibus magis obesse deprehendi , quam nimis sollicitam investigationem eorum nervulorum , de quibus nuper dicebamus . Mirum enim quantum spinæ motui detrahatur , cum hinc , & illinc , ad ipsius scilicet latera , nimis operose agitur aut specillo , aut alio simili instrumento , ut magis

gis illa manifestetur. Mihi certe dum investigationes ejusmodi pertentabam, non semel accidit, ut quasi ex tempore spinalis medullæ motus omnis tolleretur. An vero idcirco hoc fiat, quod disruptis, vel alio modo læsis nervulis ad partes diversas corporis tendentibus, notabilem quoque læsionem spina recipiat, an alia de causa, alii viderint. Interea notare libet, similia hisce experimenta in aliis alius speciei papilionibus tentata eundem quoque successum habuisse; siquidem in his etiam reperire mihi contigit spinalem medullam, ut alibi animadverti, in omnibus ferme ei similem, quam in nostro papilione jam videram. Nec juvat silentio præterire spinæ hujus motus in eviscerato etiam papilione ad horas aliquot perduravisse.

Ex his autem omnibus perspicuum jam esse arbitror, spinalis medullæ partem eam, quæ in infimo papilionis ventre est, præter alias, quas subit, mutationes priusquam papilio erumpat, hanc quoque assequi, ut ex immota mobilis fiat, & ita quidem, ut constanter, & certa ratione deinceps moveatur. Quia vero in dubium revocare quisquam poterat, utrum motus iste secundum naturam sit, nec ne; idcirco quidquam amplius investigandum esse censui, quod me de re ista certiore redderet. Itaque ex iis papilionibus, quos ego speciei propagationi tradideram, unum delegi, qui cum huic operi valde incubisset, & hac illac deinde pervagatus fuisset trium, vel quatuor dierum spatio, corpus adeo exagitaverat, ut partem ventris exteriorem spoliavisset plumulis pene omnibus, quibus corpus universum extrinsecus tegitur. Hunc igitur papilionem sic mihi scrutandum comparavi, ut ne minimum quidem corpusculum ejus læderetur, utque rimari possem ab exteriore ventre plumulis jam nudato, an spinalis medulla in interno moveretur: & ejusmodi quidem exploratio oculis lente armatis suscepta est; postque iteratas aliquandiu lustrationes, motus denique omnino ille, quem anxie quærebam, spinæ scilicet motus se se mihi dedit extrinsecus observandum, eaque potissimum in parte ventris, quæ thoraci propinquior est. Ibi enim & venter magis deplumis erat, & corporis tegumenta sunt minus crassa, magis transparentia, illis maxime in partibus, quæ cum inter unum, & alterum anulum intercedant, solent a Scriptoribus incisuræ appellari. Quæ cum ita sint, concludi jam posse existimo, motum spinæ supervenientem omnino esse illi naturalem.

Porro

Porro autem scire convenit, me, cum de vita adhuc superstitite papilionum, quos in variis adhibebam experimentis, certior fieri vellem, solitum fuisse investigare, utrum aliis vitæ signis deficientibus, motus tamen superesset aliquis vel in corde, vel in medulla spinali, vel in utroque. Plane jam constat, bombycis cor nihil aliud esse nisi tubulum, seu canaliculum a capite per dorsum insecti productum ad anum usque, qui propterea spinali opponitur e directo. Cordis itaque, & spinæ haud mihi difficilis erat investigatio, dummodo illud, aut istam per eas, quas dixi, incisuras introspiccerem. Cum igitur papiliones nonnullos inviserem, de quorum postremo vitæ termino cognoscendo sollicitus eram; in his aliquot reperi, qui sive pungerentur acu, sive alia quavis ratione afficerentur, nullum præbebant vel minimum sensus indicium, quibusque & frigidum, & immotum plane corpus erat cadaveris instar. Quamobrem istorum corculum, & spinam extrinsecus per interstitia, quæ inter anulum & anulum haberi diximus, investigavi, nec frustra; quanquam enim lente, ac tarde, moveri tamen utraque animadverti, atque ita quidem, ut motus iste tum cordis, tum spinæ in aliis ejusmodi pene dicerem cadaveribus ad plures horas, in aliis ad unum usque diem, in aliis ad duos etiam constantissime perduraverit. Hæc in papilione quodam cum observarem, casu accidit, ut in cubiculo essem, ubi aderat horologium minuta secunda ostendens penduli sui vibrationibus. Quare cum in mentem venerit observare, num aliqua institui comparatio posset istarum penduli vibrationum cum spinalis medullæ oscillationibus; id equidem comperi, quod singulis penduli vibrationibus totidem spinæ oscillationes apprimè respondebant, sic ut centum & amplius harum oscillationum numeraverim omnino pendulo respondentium.

Jamdiu vero scire cupidus eram, an spinalis medulla in extincto jam papilione eo usque moveri pergat, dum cordis motus perseverat; an vero iste perduret aliquandiu cum illa non movetur amplius. Quamobrem nonnullos attente perlustravi papiliones, qui ullo sine motu & sensu cum essent, omni jam vita carere certe videbantur; atque in omnibus plane perspexi, motum in corde adhuc aliquem exerceri, quamvis tardum, & rarum, cum jam in spinali medulla penitus defecerat. Quæ res si constanter in omnibus omnino

deprehendatur; licet ne concludere, cor in hoc insecto non modo primum esse, sed ultimum quoque movens? Profecto si in hoc animalculo re ipsa a cerebro cor moveri primo incipiat, hoc mihi difficile est nihilominus intelligere, qua potissimum de causa fiat, ut spinalis medulla, quæ propiorem certe habet intimioremque cum cerebro connexionem, quæque cerebri vices magna ex parte gerit, spirituumque influxu præ ceteris partibus irrigata est; qua, inquam, de causa fiat, ut a motu, quem habet, cessare ipsa prius debeat, quam cor a suo. Sed aliquem mihi videor audire respondentem, ex eo nimirum cor moveri ultimo, quod ejus fibræ singulari illa, & nativa facultate præ ceteris vigeant, quæ nunc irritabilitatis nomine cognita est, & nostris hisce temporibus tantopere prædicatur. Ceterum utrum a cerebro, indeque ortis spiritibus primum ad motum incitamentum cor mutuetur, an ab alio principio, quæque in eam rem excogitari decernique possint, aliis disputandum relinquo.

Non dubito fore nonnullos, qui ex me quærant primum quid causæ sit, cur medulla spinalis nullo prorsus motu agatur in eo bombycis statu, in quo erucæ formam habet, dum tam valide movetur in papilione; & jure profecto id quærent. Certe enim eruca varios, multosque exercet motus. Progreditur; sursum deorsumque flectitur; ad latera volvitur; contorquetur; agitur: & quamvis ipsa lentius pigriusque moveatur quam papilio; movetur tamen, ac propterea spinæ motus in eruca minor ad summum esse debere videretur, non vero nullus. Egregie id quidem; verum hujus phænomeni explicatio difficilis mihi profecto est: atque ignorantiam meam libere confiteri malo, quam in persequendis naturæ finibus ut plurimum imperceptis diutius, & curiosius immorari. Sinit enim natura ut opera ejus admiremur, ut autem quid ipsa sibi in operibus suis voluerit, attingamus, non semper sinit. Admiramur sane in bombyce phænomenon aliud æque, si quid judico, singulare, quod primus omnium animadverterat Malpighius, Reaumurius vero inde consideravit, atque ego ipse non semel vidi cum admiratione: scilicet cor bombycis, cum papilio est, alia prorsus ratione moveri ac in eruca. In hac enim cordis motus a parte ani incipit, & ad caput usque progreditur; in papilione vero, tum etiam cum chrysalis est, motu agitur omnino

contrario. Hoc, inquam, admiramur sane: cur autem a natura id fiat si quæreremus, nonne nimium quærere videremur? Innumerabilia quidem, Sodales, ea sunt, quæ possunt de rebus hisce conjectando investigari; sed nimis multa. Jam enim sentio, me longius esse proVectum, quam proposita ratio postularet.

CAPUT V.

De quibusdam experimentis in papilione institutis.

CUM & immortalis Malpighii nostri, & Reaumurii, & Leevenoechii, aliorumque hujusmodi virorum clarissimorum de bombyce observationes considero, tot mihi undique occurrunt ad hujus insecti historiam prosequendam incitamenta, ut manum a suscepto opere nondum videar posse remove. Quando enim egregiam Malpighii de bombyce dissertationem perlego, video ipsum, non modo viscerum bombycis intimiorem structuram, atque usum sedulo consideravisse; non modo eorundem successivas, ac multiformes viscerum mutationes, humorumque naturas diligentissime rimatum esse; verum etiam multa accuratis institutis experimentis illustravisse. Hujus generis ea sunt inter cetera, quæ circa bombycini ovuli fœcundationem perquisivit. Hæc autem Reaumurio sic placuerunt, ut de ipsis affirmare non dubitaverit, esse summopere digna non modo quæ repetantur, sed etiam quæ variis omnino modis iterentur. Apta enim esse existimat ad lumen aliquod afferendum uni ex præcipuis naturæ arcanis, quale est opus generationis. Itaque iteravi ego, ut potui, experimenta. Quid autem mihi contigerit observare, intelligetis ex illis, quæ breviter afferam, postquam ipsa Malpighii præcipua de his experimenta paucis perstrinxero.

Cum igitur perspexerit Malpighius inter genitalia papilionis fœminæ corpusculum adesse binis ductibus instructum, quorum uno ad ovarium desinit, altero ad pudendum; perque alterum istorum ductuum introduci masculi penem, indeque semen in cavum quoddam illius corpusculi ejaculari, ibidem detineri, foverique; caput non injuria suspicari, corpusculum hocce nihil aliud esse nisi *uterum, a quo semen cum*

commixto succo sensim per proprium ductum pertranseuntibus ovis aspergatur. Et hanc quidem conjecturam observationibus confirmavit. Quibus ipse cognovit, ovula quandiu in ovarii productionibus includebantur, etiamsi papiliones mascululum antea admisissent, tandiu omnia infœcunda constantissime permanfisse; id quod ex eo collegit, quia ovula ista & depressa esse comperit, & nativum colorem nunquam amittere. Fœcunda enim quæ sunt, dies aliquot postquam edita fuerunt, ex nativo, quem habent, sulphuris colore, violaceum adipiscuntur. Cum autem in iisdem papilionibus fœminis masculi femine fœcundatis, quas profecuerat, nonnulla invenerit ova ex ovarii productionibus in truncum jam recollecta, atque in hoc ipso trunco *circa uteri hiatum* stabulantia, animadvertit quoque, ejusmodi ovula non solum turgida deinceps remansisse, verum etiam alia colorem violaceum jam habere, alia vero statim tempore acquisivisse. Quin immo in papilione sponte, ut ipse affert, defuncta, cujus ventrem cum plus justo turgere adnotavisset, jam dissecuerat; observavit præter aliquot ovula *violaceo perfusa colore*, & in extremo ovarii trunco conclusa, intestinulum quoddam *farciminis instar*, per quod ovarii truncus in tumorem assurgebat; hocque intestinulum ex concreto quodam succo coagmentatum esse, in quo ova quædam includebantur violacei pariter coloris: succum denique istum semen esse conjecit ab utero eructatum, quod ibi *præter naturæ legem* concreverit; præsertim quia ejusdem naturæ succum alias repererat in exteriori vulvæ orificio, & in masculis quoque ipsis ad uretræ extremitatem *per simile semen in spinam circumvolutum* deprehenderat. Cæpit itaque existimare, tum ovorum *productionem sine masculi ope* non secus peragi ac in gallinis; tum vero *ipsorum fœcunditatem ex asperso masculino semine jam in utero recepto subsequi*, dum singula ova a tubis decidua ovarii truncum subeunt, in quem (sunt Auctoris verba) *semen jam utero conditum*, aliaque ab adjacentibus visceribus eructantur.

Favebant profecto conjecturis istiusmodi aliæ Auctoris observationes, quibus perspexit, ovula ea omnia, quæ in fœminis cum masculino diutius antea copulatis intra ovarii productiones, & , ut vocat, tubas inventa fuerant, atque ad ovarii truncum nullo modo accesserant; ovula, inquam, ista sic infœcunda semper existitisse, ut & sulphureus color, five

extra

extra tubas educerentur, five non, *perpetuo* in ipsis permanferit, & *exhausto humido* exsucca, atque *arida quasi omnia* relicta fuerint, ac postremo bombycem nunquam ediderint, licet *blando virginis calore*, & æstatis quoque temperie foverentur. Veruntamen quam hæc illi verifimilior apparuiffet conjectura, fi aliud ipsi ex voto cessiffet experimentum, quod in ovis pariter subventaneis capere voluit! Premendo enim extraxit a foeminae papilionis utero, quem masculus jam foecundaverat, relictum ibi semen, quo subventanea ovula diligenter asperfit; hocque idem præstitit semine alio, quod ab *asservantibus masculinis* pressione similiter obtinuerat; deinde tum hæc, tum illa ova *stato tempore fovenda* curavit; *sed cum ipsorum color sulphureus perpetuo duraviffet*, perpetuo item *infœcunda* permanfisse, & permansura foreprehendit. Hoc autem illud est potissimum, quod & Reaumurius in sua Insectorum Historia cupit ut repetatur; & ego quidem iteravi libentissime, ut tanti viri suasionibus, atque invitamentis paruisse gloriari possem. Verum tamen ea, quæ per hujusmodi experimenta desiderari a Malpighio videbantur, obtinere ego non potui; & *maxima sane*, ut inquit ipse Malpighius, *fuffet experiendi felicitas, si juxta præconcepta successiffet*.

Pluribus ego modis infœcunda papilionis ova tentanda fore existimavi, ut de ipso experimentorum exitu commodius possem judicare. Quare tum aliquot ex iis ovulis, quæ in ovarii productionibus exstant, succo illo asperfi, quem in utero jam foecundato, ac turgente illius papilionis inveneram, cujus illa erant ovula; tum vero eodem succo irroravi alterius papilionis ova pariter infœcunda; interdum solo masculino semine a propriis asservantibus vasis extracto; interdum etiam & hoc ipso, & uteri foecundato succo una commixtis usus sum ad ovula subventanea extrinsecus irriganda; quandoque ovula similiter infœcunda in uterum de industria vulneratum, quandoque in asservantia masculi prius aperta introduxi. Non semel quoque commiscui foecundati uteri succum cum humoribus aliis, quos vicinae partes in truncum ovarii derivant, atque hoc ipso ex diversis composito succo ova obduxi foecundanda. Sperabam vero fore, ut si qua in ovulis alteratio contingere debuiffet, ea certe modo aliquo ex iis, quos enumeravimus, haberetur. Verum nulla in ejusmodi

modi ovis orta mutatio est notabiliter diversa a mutationibus ovo infœcundo accidere solitis. Enimvero & flavescentem colorem constantissime omnia retinuerunt, & omnia quoque exlucca, atque arida non multo post comperta sunt: manifesto indicio, aut nihil omnino alterata fuisse, aut si quam subierint alterationem, non eam profecto recepisse, per quam fœcundarentur. Propterea hoc videtur cum Reaumurio concludi posse, quod etiamsi certum fuerit, ova in ovario ab semine fœcunda fieri, perspicuum tamen est, ejusmodi semen, ut efficaciter agat, adjuncta quadam exposcere, quæ tum solum fortasse habebuntur; cum ipsa per se natura semen ad ova applicaverit. Profecto si eorum sententiam amplectamur, qui ovorum fœcundationem committunt puriori, tenuiorique feminis parti, quam feminalem vocant auram; statim, ut puto, intelligetur, quare per experimenta hæcenus recensita nullo pacto fuerint ova fœcundata; nihil enim facilius, quam ut in ipso experimentorum apparatu aura illa avolet, & disperdatur, utpote fugacissima.

Interim dum hæc agerem, de quibus hæcenus dixi, mihi in mentem venit experiri, num ipse bombycis papilio vivere aliquandiu posset post abscissum caput. Quare ad alias properavi observationes, quarum tamen connexio cum superioribus ex iis facile intelligetur, quæ mox afferemus. Verum his ipsis omnino jam peractis, absolutisque observationibus, tandem comperi, Boyleum quoque similia his experimenta effecisse, utpote qui in suis de utilitate philosophiæ experimentalis exercitationibus scriptum reliquit, *papilio bombycinus non tantum instar muscarum vulgarium, aliorumque aliquot insectorum amputato capite aliquantisper vivere, sed etiam capite truncatos procreationis operibus aptos permanere posse...*; id quod uno alterove experimento comprobavit. Attamen hoc minime impedit, quominus meas proferam observationes; siquidem ex his & Boyleanæ magis elucescent, & alia colligi fortasse non pauca poterunt, quæ ex Boyleanis tum propter exiguum numerum, tum propter circumstantiarum novarumque observationum defectum non eruuntur.

Ac primum quærere animus erat non tantum, an possint papilioes, amputato capite, *aliquantisper* vivere, sed quamdiu etiam vivant reipsa. Itaque nonnullis papilionibus, qui

qui ad experimenta supra jam recensita confirmanda servabantur, caput abscidi. Eventus autem fuit hujusmodi, ut alii per unum, aut alterum diem vixerint post caput jam ablatum, alii per plures etiam: immo quosdam vixisse comperi ad decimum quartum usque diem vel ipso Augusti mense, quo quidem tempore papiliones in ipso naturæ statu constitutos non plus vivere Malpighius animadverterat, quam duodecim dierum spatio. Neque putandum est, illorum papilionum vitam talem fuisse, ut vix aliqua tantum indicia proderet; non solum enim hac illac progrediebantur, quamvis cæcorum more; verum hinc etiam atque illinc promptissime avolabant, præsertim si digito, aut alio quovis corpore non nihil attingerentur: id quod de masculis in primis est intelligendum. Motus igitur, & sensus per tempus omne, quod supra indicavimus, in eorum corporibus capite orbatis servari videbantur, non secus atque in ipso integri perfectique corporis statu haberi soleant.

Quærendum præterea erat, num quæ intra papilionis corpus exercentur functiones secundum naturam, eadem omnino perficerentur, cum jam caput abscissum fuerat papilioni. Ne itaque hoc desiderandum relinqueretur, horum papilionum corpora caute, ut in me erat, profecui, & sectio demonstravit, tum cordis, tum aliarum partium motum ceterasque functiones omnes non minus quidem recte quam in aliis papilionibus exerceri. Neque ipsa spinalis medulla excipienda est; quam cum certa ratione moveri aliis observationibus deprehenderim, eundem illa motum in his retinebat papilionibus, quem in integris observaveram. Quare oborta mihi cogitatio est, conjecturam, quam proposuit Malpighius de spinalis medullæ nodis, aliquantum posse nostris hæc observationibus roborari. Jam enim, ut opinor, Sodales, meminertis, spinalem bombycis medullam multis ordine distributis nodulis intercissam esse, de quibus conjecturam fecerat Malpighius, vel usum ipsis convenire, quem gangliis assignant anatomici, vel eos nihil esse aliud, nisi multiplicatum quasi cerebrum in peculiarem animalculi hujus œconomiam a natura fabricatum. Hoc autem postremum nonne magis verisimile apparet, si ex attendantur observationes, quas nuper recensui? Cum enim rescisso papilionis capite, intacta tamen spinali medulla, non solum vita, sed etiam & sensus, & motus

motus omnis tamdiu , ut apparuit , conserventur ; an non id ex eo fieri credibile est , quod noduli in ipsa medullæ spina satis conspicui cerebri ipsius defectui suppleant ? præsertim cum & intima horum spinæ nodulorum constitutio cerebri substantiæ æmula sit , & ab unoquoque nodulo quatuor nervorum ramusculi orientur in corpus papilionis universum proficiscentes . Sed omissis conjecturis , ad experimenta redeamus .

Cum igitur pluribus , ac repetitis observationibus compertum jam haberem , in papilionis corpusculo , cui caput ablatum fuerat , functiones diu , ac prompte tantum non omnes exerceri ; placuit etiam experiri (quod ipse Boyleus jam , ut dixi , expertus fuerat) num papilio in tali statu constitutus ad generandum quoque aptus relinqueretur . Hoc ita tentatum est . Integram fœminam masculo dedi , quem capite privaveram , & vicissim integro masculo fœminam exhibui , cui caput antea ademeram . Hæc quamvis aliquamdiu restiterit , tamen cum masculo denique copulata est ; masculus vero capite amputatus , tametsi robustus esset , ac vegetus , nunquam tamen cum fœmina conjunctus est , ac suis motibus ne ullum quidem præbuit se se cum illa jungendū , ut ita loquar , desiderium : cumque id pluries , atque eodem modo in aliis papilionibus iteraverim , idem semper omnino accidit ; id quod ipsi Boyleo eadem prorsus ratione in suo experimento contigisse postea novi . Sic enim scriptum reliquit . *Quamvis mas , cui prius amputatum est caput , nequaquam adduci posset (quæcunque insecti illius est salacitas) ut fœminam comprimeret ; decollata tamen fœmina marem alacriter admisit .* Quid ergo erit ex his concludendum ? an ex capitis defectu ad generationem ineptos reddi masculos , fœminas vero non item ? Antequam hæc , aut alia ejusmodi proferamus , necesse est , ut ea , ad quæ deinceps transtuli experimenta , in medium afferam .

Folliculos ergo aliquot cum inclusa chryfallide diversis loculamentis reposui separatim , atque asservavi , ne papiliones sexus diversi inde prodituri prius rem invicem haberent , quam in experimentum venissent , proditisque jam papilionibus , fœminas singillatim cum totidem masculis consociavi ; cumque omnes de more jam copulati essent , sic ut horum conjugatorum paria aliquot haberentur , paris alterius masculo
caput

caput abscidi; alterius vero paris foeminae: in pari tertio demum tum in mare, tum in foemina idem praestiti. Nec mihi ratio defuit horum tentaminum instituendorum. Satis enim erat experimentis comprobatum, capitis defectum coeundi saltem voluntatem adimere masculo papilioni; explorare vero oportebat, an propter hoc generandi quoque potestas omnis tolleretur; quod sane melius investigare non poteram, quam si statim ab unione masculo ipsi caput abscinderem. Deinde scrutari etiam oportebat, quid foeminae ipsi recenter copulatae a capitis ablatione eveniret. Erat postremo inquirendum, quid novi contingeret in generatione, cum & foemina simul, & masculus capite privarentur. Atque hoc quidem dupliciter obtineri posse videbatur; scilicet vel statim a copula utriusque capita amputando, vel foeminae jam decollatae masculum ita praebendo, ut statim ab unione huius ipsi caput amputaretur.

Porro experimentum illud primum, quo masculum dumtaxat jam copulatum decollavi, in pluribus quidem papilionibus praestitum est, non uno tamen eodemque modo in omnibus. Cum enim per horas interdum multas masculus foeminae junctus maneat; in alio ab horis quatuor post unionem abscissum est caput, in alio a tribus, a duabus vero, aut ab una tantum in alio; demum in aliquibus aut statim ab unione, aut postquam masculus ipse nonnullis tantum vibrationibus alas concusserit: hic enim scire juvat, masculum papilionem cum foeminae se adjunxerit, tum alas per vices *quater summa cum celeritate*, ictusque istos alarum successivos ad centum triginta usque, & amplius a Malpighio numeratos fuisse. Quocumque igitur ex allatis modis primum hoc institutum fuerit experimentum, semper tamen ova & multa, & aliquot saltem statuto tempore foecunda obtinuimus. Semper, inquam, idest tum etiam, cum vix a conjunctione masculini capitis recisio facta est. Neque vero est reticendum, masculos istos in hoc generationis opere lentos penitus, languidosque se se ut plurimum ostendisse, tametsi unius etiam diei spatio, quod interdum accidit, cum foemina juncti manerent. Nam fere statim a recisione & alas non amplius vibrabant successivis illis concussionibus, & omnia hilaritatis signa, quae solent in naturali statu patefacere, desiderabantur; immo non pauci a foemina continuo segregati

T. V. K sunt,

sunt, nullo inde modo ad eam amplius accessuri. Unum tamen, aut alterum mihi videre contigit, qui & alas quadragies quater non destitit, & vel levi fœminæ motu ad eas concutiendas invitabatur.

Alterum autem experimentum, quo post conjunctionem folis fœminis papilionibus caput sublatum est, hæc mihi præbuit observanda. Ejusmodi enim fœminæ cum fuerint a masculo papilione divisæ, serius quam consueverint, edere cœperunt ova, & pauciora quoque, immo ineleganter super lintamina disposita. Quod si post horas aliquot a copula caput ipsis refecaretur, tum omnia melius, & secundum naturam statum habebantur. Verum ex pluribus hujusmodi fœminis cum aliquot superessent post longam cum masculo conjunctionem jam diu segregatæ, quæ vitæ suæ termino appropinquabant, nullumque tamen ovulum excluderant; singulis masculum dedi alium, cum quo tandem junctæ sunt; sed antequam jungerentur, ad primum masculi accessum duo vel tria ova deposuerunt, quæ postea fœcunda sunt inventa: postquam vero ab unione horum masculorum sejunctæ sunt, excludere cœperunt ova & multa quidem, & fœcunda; quasi novum ex altera copula robur accepissent, quæ sane res visa est mihi animadversione digna.

Sed jam tertium illud experimenti genus consideremus, quo papilionum cum masculi, tum fœminæ recens coeuntium capita profecimus. Hoc itaque primo sic institui, ut post unionem ambo decollaverim. Erat autem suspitioni locus, ne illo tam brevi temporis intervallo, quod requiritur ad duo conjugatorum capita recidenda, quidpiam a mare in fœminæ corpus introduceretur, quod ovorum fœcundationem saltem aliquam promoveret. Ex altera vero parte attingi masculus non poterat, antequam fœminæ jungeretur; secus enim copulam deinde respuit. Quamobrem ratione alia procedens, primo foli fœminæ caput fecui, utpote quæ vel in hoc ipso statu masculum recipit, nec admodum quidem difficulter; postea vero sivi, ut masculus cum decollata fœmina uniretur; tum huic ipsi masculo statim ab unione, prius certe quam alas vel minimum vibrare inciperet, facta capitis resectio fuit: deinde attente notatum est quot, & quantas alarum concussiones peregerit, & quamdiu simul juncti commorati fuerint; denique ovulorum numerum, & qualitates con-

consideravi. Porro autem comperi, ova interdum aliquot ex hujusmodi papilionibus obtineri, quæ omnino fœcunda erant: interdum, inquam; cum enim quadragies, & amplius iteraverim experimentum, undecies tantum licuit fœcunda ovula reperire. Ex quibus nihilominus efficitur, utriusque sexus papiliones amputato capite simul coeuntes generandi facultatem, quamvis debiliorem, conservare. Neque in his silentio præteribo, quæ de alarum vibrationibus adnotavi. Si enim istas considerare non prætermisit Malpighius in ipso papilione secundum naturæ statum omnino constituto, cur illa ego non commemoraverim, quæ de hujusmodi vibrationibus observavi in eo statu papilionis, qui præter naturam dici potest? Scilicet animadverti, cum nullas, vel admodum paucas alarum concussiones post capitis resectionem peregit masculus, ne unum quidem ovulum fœminam edidisse quod fœcundum esset, tametsi papiliones hi diu conjuncti manserint; cum vero fœcundata jam ovula inventa sunt, tum marem in prægresso concubitu post resectum caput alas non minus quam vicies vibrasse, interdum etiam vibrationem ad centesimam usque, & quadragesimam produxisse. Ceterum fatendum est, hujusmodi alarum concussiones aliquanto semper vegetiores esse in papilione secundum naturæ statum integre constituto; id quod cum illis convenit observationibus, quæ circa ova illorum papilionum fuerunt a me similiter instituta. Nimirum fœminæ ad tertium illud experimenti genus adhibitæ ova omnes pauca ediderunt, præsertim si cum illis multis conferantur, quæ solent parere naturaliter; paucissima vero, si de fœcundis sermo habeatur, siquidem hæc in hujusmodi experimento nunquam plura fuerunt quam decem, sæpe vero duo tantum.

Et quia dubitare quis poterat, quin hoc ipso in experimento brevissima illa morula inter punctum, ut sic loquar, unionis, & aliud intercedens, quo masculo papilioni caput abscinditur, quicquam conferre posset ad levem aliquam fœcunditatem producendam in fœmineo papilionis corpore: idcirco aliud excogitavi experimentum, quo res, quantum fieri posset, extra omne dubium poneretur. Nempe curavi ut diversi sexus papiliones duo integri intactique corporis una simul jungerentur, intacto utriusque relicto capite tum ante unionem, tum post. Hoc tantum volui, ut ne diu copulati

relinquerentur. Quare in variis ejusmodi, ac sæpe repetitis experimentis papiliones alios continuo sub ipsam copulam, alios post unam vel alteram, nonnullos etiam post plures alarum masculi vibrationes, non sine aliqua vi omnino disjuncti: tum ovula, quæ ex his ipsis foeminis deinde obtinebantur, attente examinavi, atque in istis ne unum quidem reperi, quod vere se foecundum præberet. Quanquam enim eorum aliquot sensim sensimque colorem sic mutaverunt, ut ad violaceum pene inclinarent, nunquam tamen colorem vere violaceum adepti sunt & omnia tandem penitus aruerunt. Non unus autem in ovis omnibus erat mutatus is color; quippe in aliis pene fumeus apparebat, in aliis ad violaceum non nihil vergens, in nonnullis etiam hujusmodi erat, ut vel dimidiam solummodo ovi partem occuparet, vel ova ipsa masculis referta relinqueret. Quæ sane res me facile duceret ad plura inde conjicienda; veruntamen cum in conjecturis modus habendus sit, ex hactenus dictis hoc tantum colligam, primis illis unionis temporibus vel nullo profusus modo foeminam foecundari, vel saltem non eam profecto introduci foecundantis materiæ copiam, quæ valeat completam ovorum foecundationem perficere, quod satis mihi videtur esse, ut omnis, de qua supra dicebamus, dubitatio evanescat. Tametsi quid amplius erit, ut de morula tam brevi suspicemur, cum in operibus ipsius Malpighii posthumis hæc tanti hominis verba habeamus? *Nec minima quæque seminis recepta quantitas foecunditatem inducere valeat, sed saltem semihoræ coitus spatium requiri sæpius observavi.*

Dictum sæpe est, ovula saltem aliquot in plerisque eorum, quæ recensuimus, experimentis, foecunda omnino apparuisse; idque ex eo potissimum, quia colorem omnino violaceum statuto tempore præsetulerunt: statuto, inquam, tempore; solent enim, quæ foecunda sunt, ovula colores ante alios adipisci, quam violacea fiant; cumque & violacea facta jam sunt, & adhuc etiam turgida conservantur, tum de eorum foecunditate minime solet dubitari. At vero foecunditatem istam nihil magis probat, quam viventis vermiculi, seu parvæ erucæ ex ovis ipsis ortus, & exclusio. Hæc itaque ovula frigidioribus iis mensibus, qui sunt experimenta subsequuti, licet requisito calore foverentur, ne ullum tamen vermiculum dimiserunt. Quare abortum mihi dubium est, an ovula, quæ

fœcunda a Malpighio ex eo dicuntur , quia & turgida sunt ; & violacea , re ipsa fœcunda semper essent & dici possent . Verum spontanea ipsa erucarum a suis cujusque testis eruptio omnem hac de re non modo dubitationem , sed experiendi etiam occasionem sustulit . Etenim cum tempus appropinquaret , immo jam fere laboretur , quo a rusticis præsertim hominibus foveri solent bombycum ova , linteola invitere cupiens , quibus variæ hujusmodi ovulorum aggeries separatim recondebantur , non paucas in singulis erucas inveni e suis jam testis exclusas : nec mirum si non omnes ; calor enim ille diuturnus , atque intempestivus , quem ovis frigida illa tempestate applicavi , eorum multa , tametsi fœcunda , probabiliter exsiccavit . Enimvero in his ipsis jam exiuccis ovulis facile mihi fuit mortuam contractamque erucam vel sine lente reperire .

Leeuwenhoekius , qui de ovo bombycino epistolam scripsit , summopere se admiratum esse fatetur , cum viderit , ex ovis aliquot mense majo factis , & a se ipso profectis bombyces prorupisse , qui & caput statim erigerent , & omnia sua membra moverent . Cum enim circa autumnum , qui præcesserat , multo plus caloris bombycum ovis attulisset ; attamen hoc obtinere non potuit , ut perfecti excluderentur bombyces . Propterea cogitavit , *num ne bombycibus ab initio creationis , aut prima illorum formatione innatum esset , ut exilis motus , seu anima vivens seminis virilis plusquam sex menses conclusus jacere deberet absque augmento magnitudinis* . Hujus ego phænomeni rationem per conjecturas non quæram solis contentus experimentis , atque observationibus . Nam eadem , aut similis fortasse causa , qua fit , ut papiliones nonnulli chrysalidis forma larvati menses aliquot maneant , hoc facit etiam probabiliter , ut eruca tamdiu in ovo delitescat .

FIGURARUM DECLARATIO.

Fig. 1. Bombycis eruca, ut indicentur stigmata trachearum.

a. a. a. a. Stigmata, seu oscula ipsa.

Fig. 2. Vascula sericum humorem asservantia, uti a Reaumurio exarantur.

b. b. Graciles vasculorum extremitates ad caput bombycis terminantes.

c. c. c. c. Crassiores eorundem portiones.

d. d. d. d. Tenuiores in gyros circumvolutzæ, & intestinulorum similes.

e. e. Terminus canalis, qui a Malpighio cæcus dicitur.

Fig. 3. Ventriculus, sive Canalis alimentorum naturali major, qualem a Malpighio habemus.

F. f. Æsophagus.

h. Locus originis vasculorum, quæ pro bilis, & pancreatici succi separatione statuit Malpighius in opere posthumo.

i. i. i. i. Vascula ipsa.

Fig. 4. Reaumuriana ostendens canalem alimentorum, & tracheas in profecto bombycis corpore, ex quo cetera viscera evulsa sunt.

K. Æsophagus.

l. Ventriculus proprie dictus.

m. m. m. m. Trachæ & pulmones cum suis fasciculis & ramis.

Fig. 5. Canalis alimentorum cum partibus tubulosis, & cum ramusculis trachearum ad canalem ipsum pertinentibus.

n. n. Pars tubulosa superior, sive æsophagus restrictus.

o. o. Pars tubulosa inferior.

p. p. Ventriculus proprie dictus.

q. q. q. q. Trachearum, seu pulmonum ramusculi, qui ad ventriculum spectant, & ad tubulosas, quas in hoc infecti statu extremitatibus suis vix attingunt.

Fig. 6. Canalis alimentorum cum tubulosis, & cum vasculis varicosis in certo bombycis statu observandis.

r. r. Tubulosa superior spoliata interna membrana.

f. f. Ventriculus proprie dictus.

t. t. t. t. Vascula varicosa partim ventriculo adhuc superexten-

ten-

tenſa, partim a tubuloſa inferiore ſive inteſtino jam ſegregata.

- z. u.* Tubuloſa inferior exuta interiore canalis membrana.
- x. x.* Globuli a Swamerdamio ſumpti pro cerebro.
- z.* Membrana interna, ſive tubulus jam extractus a tubuloſa ſuperiore, & erucæ ſpolio continuatus.
- a.* Specillum inter membranam ſpolii, & cutem futuræ Chryſallidis intromiſſum, indicans tum locum extractionis, tum etiam modum.
- c. b.* Interna tubuloſæ inferioris membrana jam extracta, & ſpolio continuata.
- d.* Specillum alterum indicans locum, & modum extractionis membranæ internæ a tubuloſa inferiore.

Fig. 7. Canalis alimentorum, ut in Chryſallide eſt cum tubuloſis, & pulmonum ramuſculis.

- e. e.* Tubuloſa ſuperior ſine membrana interiore.
- f. f.* Tubuloſa inferior ita pariter conſtituta.
- g. g.* Ventriculus proprie dictus.
- h. h. h. h.* Ramuſculi trachearum extremitatibus ſuis canalem vix attingentes.

Fig. 8. Idem canalis cum inteſtinulis varicoſis.

- i. i. i. i.* Tubuloſæ.
- k. k.* Ventriculus.
- l. l. l. l.* Inteſtinula varicoſa magnam partem a ventriculo ipſo ſejuncta.

Fig. 9. Ventriculus proprie dictus, ut a Malpighio indicatur in Chryſallide.

Fig. 10. Canalis alimentorum cum inſignioribus mutationibus, quæ tubuloſis & ventriculo accidunt in Chryſallide.

- m. m.* Ventriculus magis coarctatus, rugoſuſque factus.
- n. n.* Rudimentum veſiculæ, in quam extenditur ſuperior tubuloſa.
- o. o.* Canaliculus, in quem tubuloſa inferior tranſit.
- p.* Rudimentum veſiculæ excrementorum.

Fig. 11. Ventriculus proprie dictus, quemadmodum interdum obſervatur, varicoſis inteſtinulis circumundique cinctus.

Fig. 12. Malpighiana, exhibens vaſcula, ſeu inteſtinula varicoſa, cum ductu, & veſica excrementorum in Chryſallide jam completa.

- q. q. q. q.* Inteſtinula, ſeu vaſcula varicoſa.

- r. r. Ductus vehens humorem excrementitium ad vesiculam.
- z. Vesicula ipsa excrementorum.
- r. Ductus brevis desinens ad anum papilionis.

Fig. 13. Complexio partium canalis alimentorum, & mutationum omnium, quas subivit in Chryfallide una cum intestinulis.

- u. u. Vesicula, in quam ultimo abire observatur tubulosa superior.
- x. x. Ventriculus proprie dictus, in quem facessit media canalis pars.
- y. y. z. Ductus, & vesicula excrementorum ex tubulosa inferiore risultantia.
- a. a. a. a. Vascula, seu intestinula varicosa.

Fig. 14. Vesicula, quam aeris vesicam appellat Malpighius, in profecto papilione, qui folliculum non perforavit.

- a. a. a. a. Papilio difectus cum alis atque antennis, in quo, ceteris visceribus ablatis, relicta fuit sola vesicula.
- b. b. Vesicula humore limpido plena, cum aeris bullulis collum versus conspicuis.
- c. Guttula humoris limpidi, quam papilio ad os tenet, dum exit e folliculo, ut hunc madefaciat.

Fig. 15. Repræsentantur fasciculi trachearum seu pulmonum, qui spoliantur membrana nigricantis, seu plumbei coloris dum Chryfallis erucæ senium discutit.

- d. d. d. Fasciculi pulmonum nondum exspoliati.
- e. e. e. e. Fasciculorum membrana nigricans a corpore Chryfallidis jam detracta cum senio erucæ, & inter hoc coriumque Chryfallidis conspicua.
- f. f. Senium erucæ.
- g. g. Corium Chryfallidis ad interiora revolutum, ut conspici possint fasciculi ipsi pulmonum exeuntes.
- h. Specillum indicans fasciculum & modum extrahendi membranam.

Fig. 16. Spinalis medulla bombycis, ut in Tabulis Malpighianis.

- i. Nodus, seu globulus supremus.
- k. k. Noduli supra divaricationem.
- l. l. Noduli duo postremi sibi magis propinqui quam ceteri.
- m. m. Duo parva corpuscula a Malpighio inter nodulos numerata.
- n. Divaricatio spinæ.

Fig.

Fig. 1.

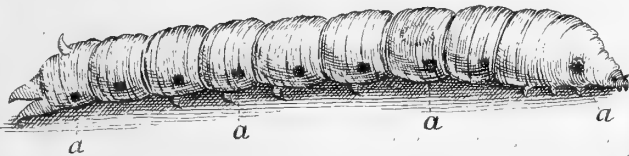


Fig. 3.

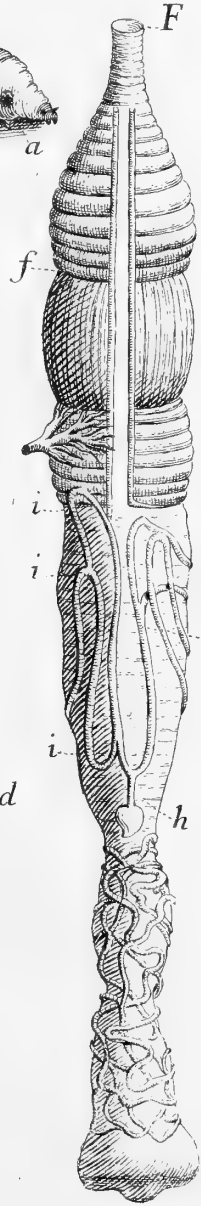


Fig. 4.

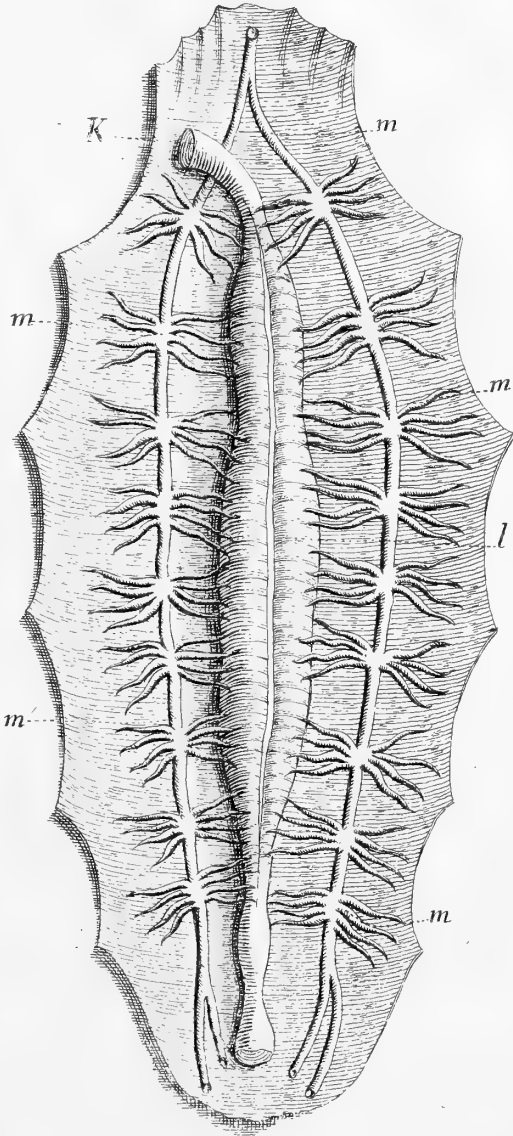


Fig. 5.

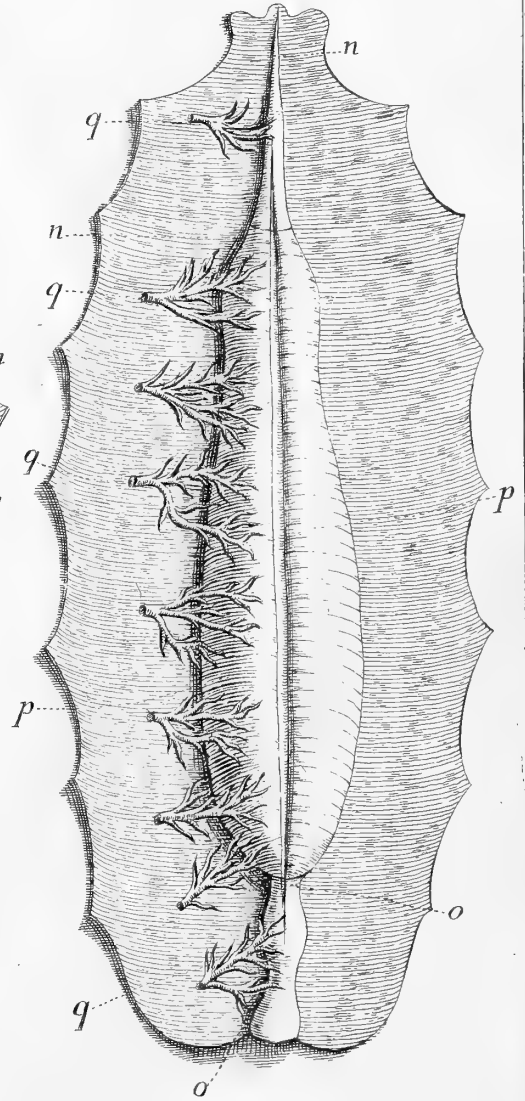


Fig. 2.

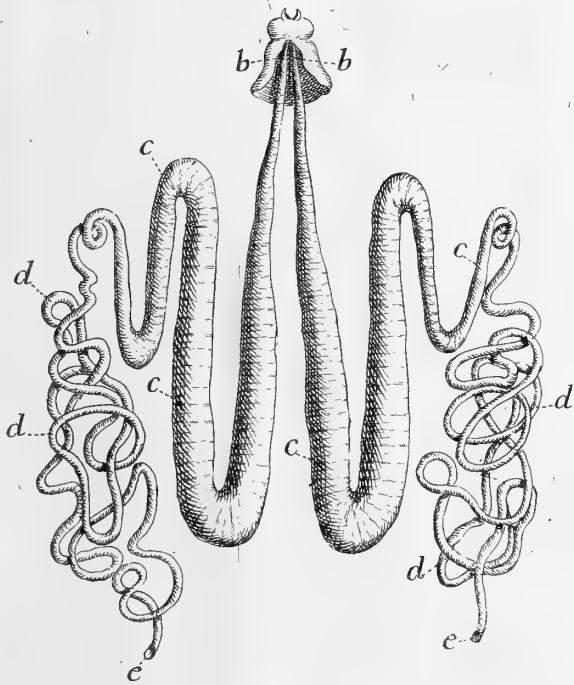




Fig. 6.

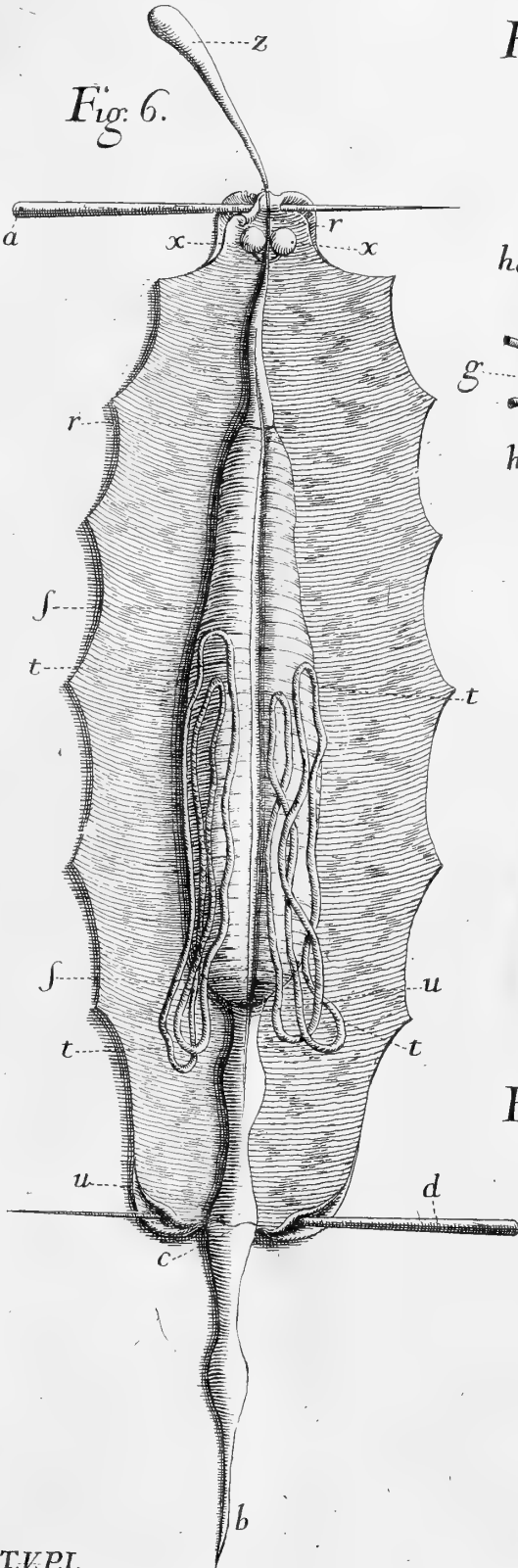


Fig. 7.

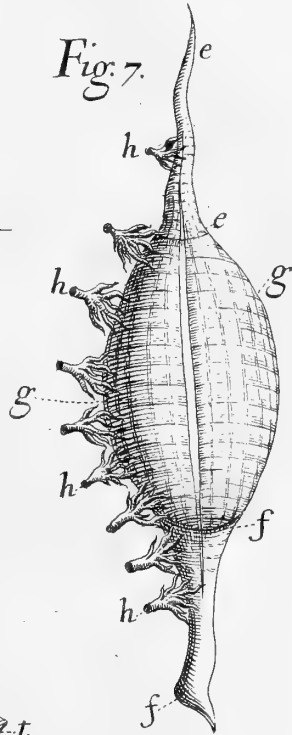


Fig. 8.

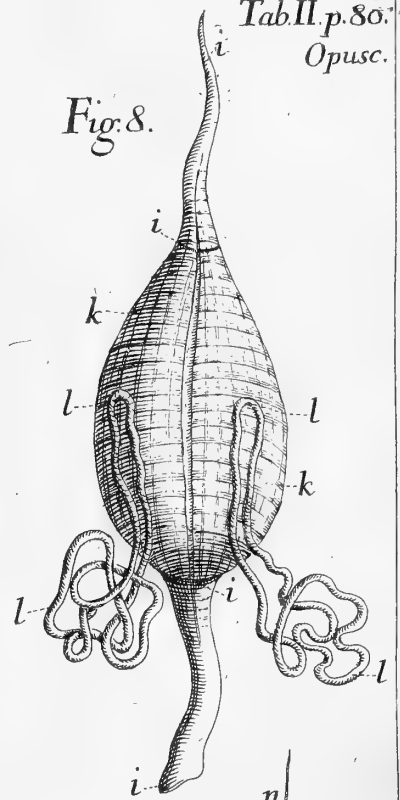


Fig. 11.



Fig. 9.

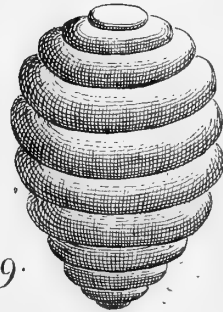
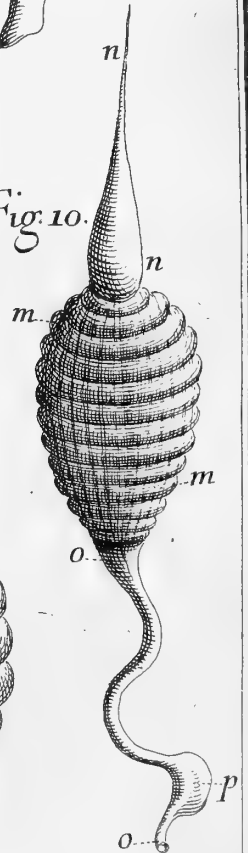


Fig. 10.



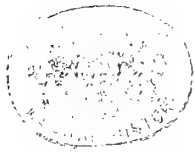


Fig. 12.

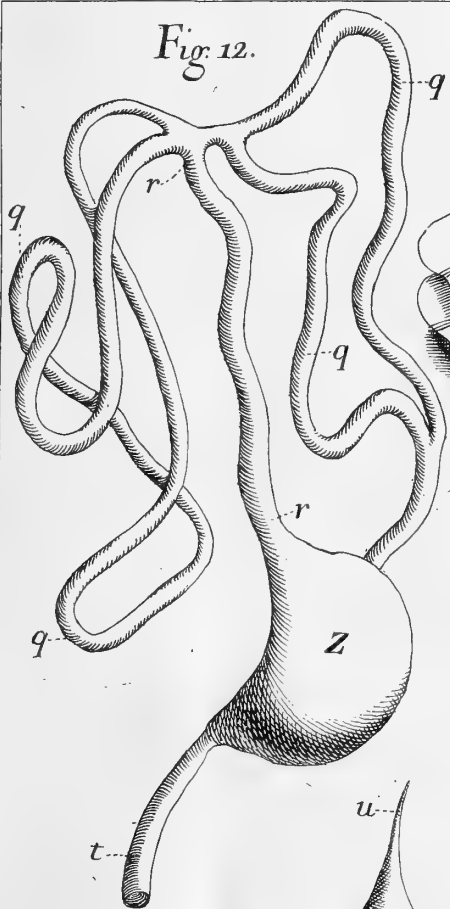


Fig. 14.

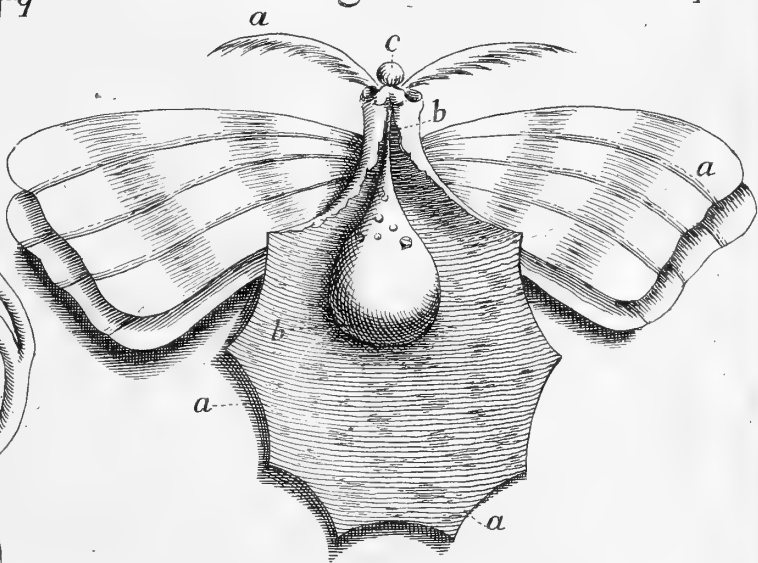


Fig. 13.

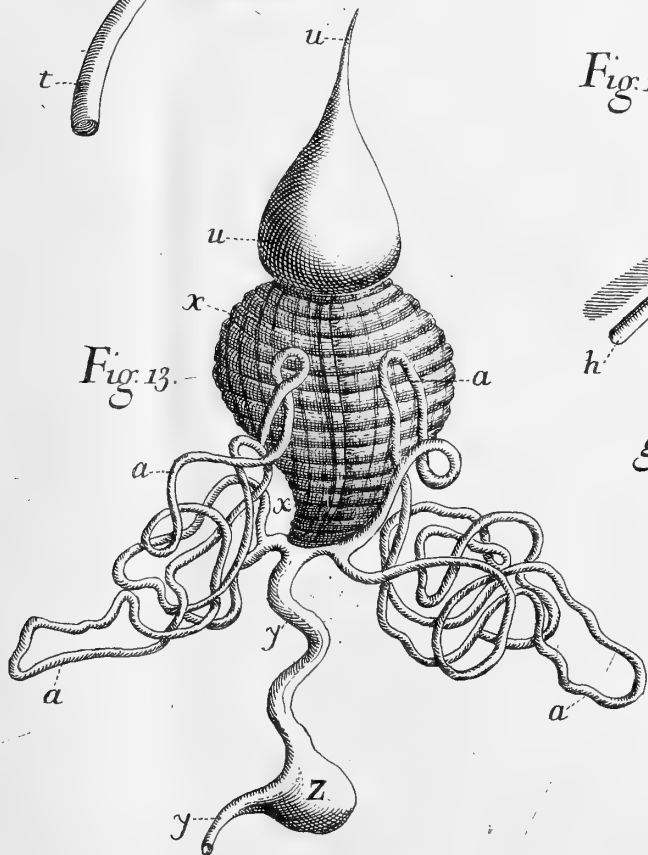
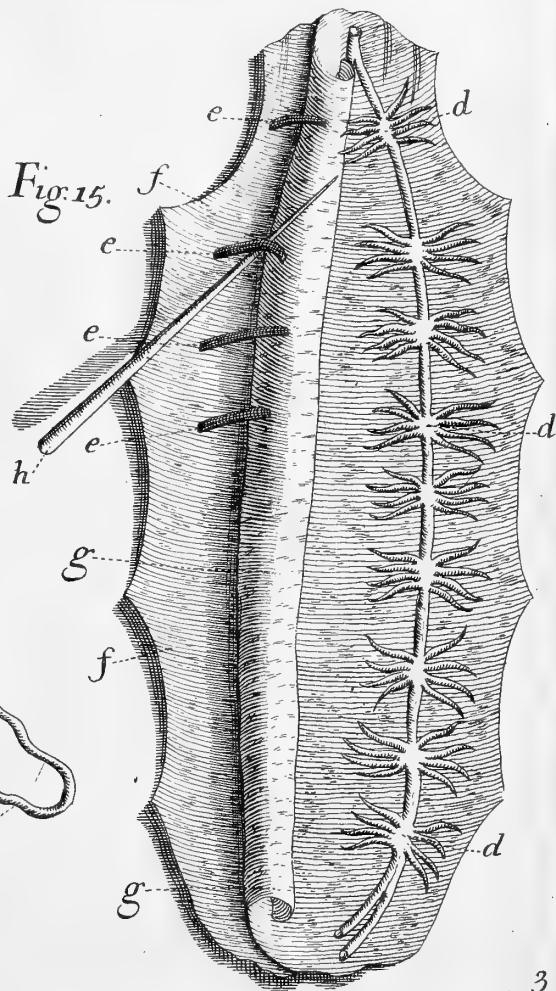


Fig. 15.



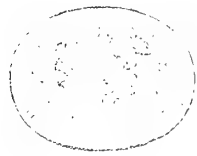


Fig. 17.

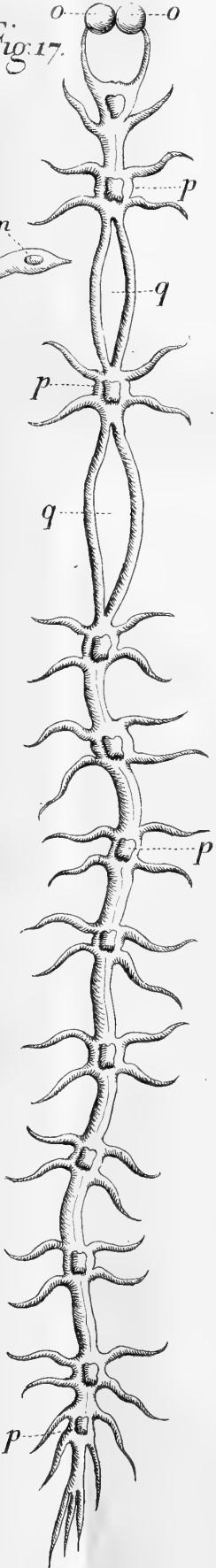


Fig. 18.

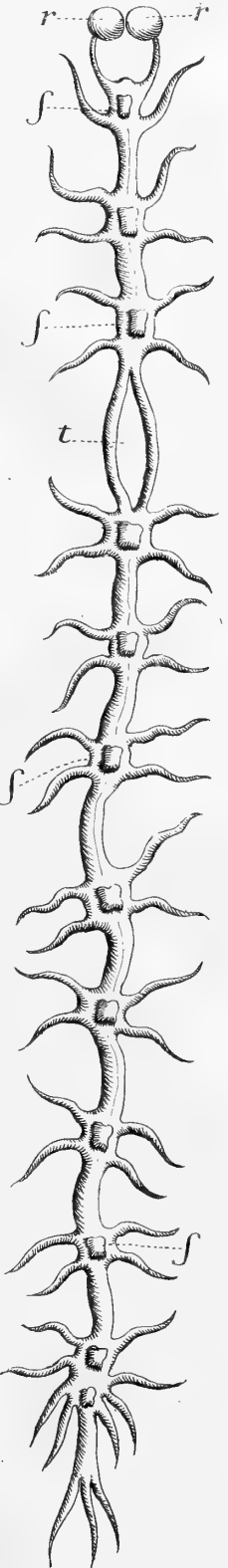


Fig. 19.

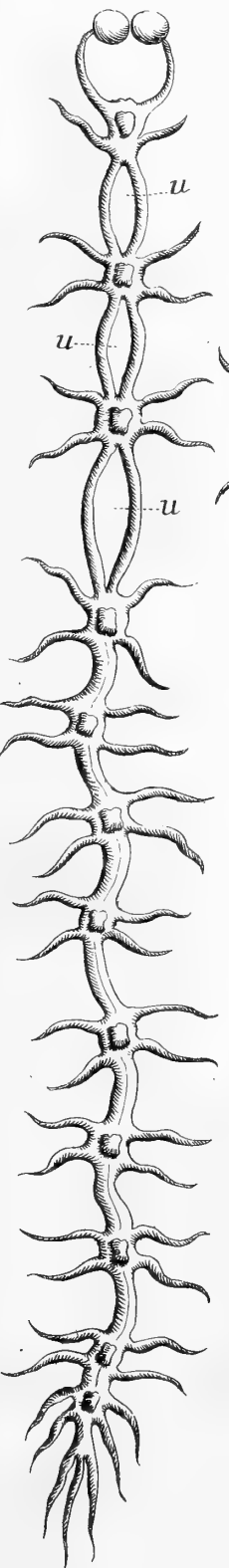


Fig. 20.

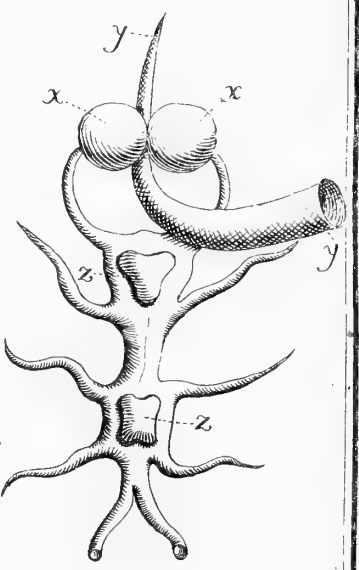


Fig. 16.



Fig. 21.

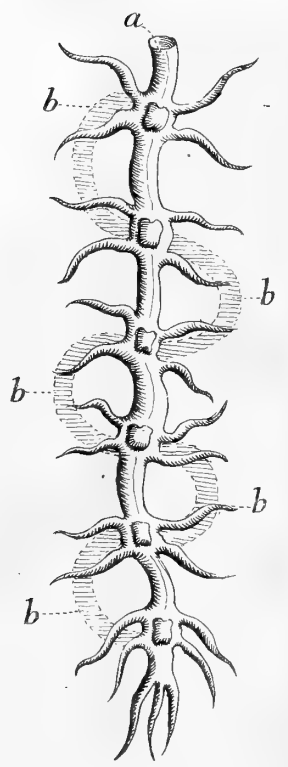




Fig. 17. Spinalis medulla cum integro nodulorum numero, cum globulis cerebri, & duabus divaricationibus.

o. o. Globuli pro cerebro habiti a Swamerdamio.

p. p. p. p. noduli, seu globuli spinæ numero duodecim.

q. q. Duæ divaricationes sic interdum observatæ.

Fig. 18. Spinalis medulla ut sæpius observata est.

r. r. Globuli cerebri.

s. s. s. s. Noduli, seu globuli alii duodecim.

t. Unica divaricatio, quæ ut plurimum post tres nodulos superiores conspicitur.

Fig. 19. Spinalis medulla, ut in erucis aliis observata est, præsertim in eruca brassicæ caulifloræ.

u. u. u. Tres divaricationes.

Fig. 20. Globuli cerebri cum duobus spinæ nodis & cum æsophagi portione.

x. x. Globuli cerebri, quibus subjacet æsophagus, ut observari constanter solet.

y. y. Æsophagi portiuncula, ut pateat quomodo ad hisce cerebri globulis ejusque nervis amplexetur.

z. z. Duo primi noduli spinalis medullæ.

Fig. 21. Portio medullæ spinalis pertinens ad imum ventrem in papilione, qua indicatur motio illa peculiaris quam interdum habet.

a. Spinalis medullæ pars ad finem thoracis, & principium abdominis.

b. b. b. b. Portiunculæ spinæ inter nodum & nodum, ut designentur earum motiones alternæ, quæ interdum fieri observantur.

FERDINANDI BASSI

*De Ambrosina novo Plantæ genere.**Classis Gynandria Polyandria.*

CHARACTER.

- CAL.** **S**patha monophylla, ventricosa, cucullata, basi convoluta, apice recurvato conveniens, & dissepimenti cujusdam ope duos continens loculos superne infimul communicantes, persistens.
- SPAD.** Simplicissimus cylindraceus. Spatha longior.
- COR.** Nulla.
- STAM.** Filamenta nulla. Antheræ sessiles, numerosissimæ postica dissepimenti facie adnatæ. = Nectaria duo subrotunda concava ad basim Antherarum.
- PIST.** Germen subrotundum. Stylus cylindraceus. Stigma obtusum.
- PER.** Capsula subrotunda.
- SEM.** Plurima ovata nidulantia.
- OBS.** Fæmineas floris partes anterior, masculinas posterior servat loculus.

DESCRPTIO.

Radix perennis est, tuberosa, acris, intus candida, extus ocroleuca, simplices albasque undequaque demittens medullares radículas.

Folia omnia sunt radicalia longo subalbido petiolo prædita, plerumque decumbentia, ovato-oblonga, digitum circiter lata, digito longiora, viridia, nitida, aliquando nonnihil sinuata, inodora, saporis primum mucilaginosi, exinde subacris.

Spadix simplicissimus, cylindraceus, duos digitos plerumque longus, lineam plus minus crassus unicum sustinet florem.

Flos Spatha constat carnosâ, externe ex albido virescente,

te, intus viridiori maculisque purpureis undique conspersa; inferius Spatha veluti aurita est, & arcte conveniens, exinde in anteriore ventris facie hiat, in posteriore cucullatam simulat formam, superius tandem convolvitur, & in acutum recurvatum desinit mucronem. Spathæ cavitas pariete quodam, seu dissepimento transversali a basi ad medietatem ultra instruitur: dissepimentum hoc carnosum item, viride, maculisque saturate purpureis donatum Spadicis quædam est productio, vel continuatio, atque lateribus Spathæ adnectitur: hinc ratione hujus dissepimenti duo veluti loculi superius hiantes, insimulque communicantes intra cavitatem Spathæ observantur; locus anterior, quem aurita necnon conveniens Spathæ pars circumplectitur, altero loculo depressior est, fœmineasque protegit floris partes, Germen nimirum læve, subrotundum, embriones Seminum fovens plurimos, stylum cylindræum, crasum, albidum, dissepimentum versus incurvatum, elevantemque obtusum stigma. Posticæ dissepimenti faciei, quæ ad posteriorem elatioremque loculum a cucullata Spatha circumdatum pertinet, posticæ, inquam, dissepimenti faciei masculinæ inhærent floris partes, Antheræ scilicet perexiguæ, luteæ, ac filamentis omnino destitutæ: Sulcus longitudinalis harum sessilium Antherarum aggregatum bifariam dividit, utraque Antherarum series lineis transversalibus sejungitur, sicque in sexdecim exiguos acervulos octo utrinque plurimæ congregantur Antheræ, quarum hæ duæ Antherarum series hoc ordine dispositæ veluti articulatæ videntur. Sulco intermedio, Antherisque superius infidet Apex quidam saturate purpureus non nihil versus anteriorem loculum inclinans, atque ad basim Antherarum duo sunt exigua nectaria subrotunda concava in substantia dissepimenti exarata melleum humorem secernentia. Si floris Spatha arte pandatur, Pistillum illico in conspectum venit, Antheræ adhuc desiderantur, namque in occulto posteriore latet loculo: loculi tamen, ut dixi, intra cavitatem Spathæ superius hiant, insimulque communicant, minime enim loculis omnino incumbit recurvatus Spathæ Apex, ideoque Antherarum Pollen in posteriore, elatioreque loculo servatum facilem habet transitum ad fœcundandum halitu suo elastico Pistillum, quamvis istud anterior foveat, depressiorque locus. Flos odore omnino caret. Pericarpium seu fructus Capsula est subrotunda, lævis, nidulan-

tia femina continens plurima ante maturitatem candida, ovata; maturum vero fructum, perfectaue femina legere haud potui, etenim binos flores, quos Planta emisit, cultro botanico tradidi, ut florecentiæ, fructificationisque structura mihi innotesceret. Ineunte Autumno e radice erumpunt folia brevi primum petiola donata, intense & nitide viridia, plerumque purpureo vel croceo colore conspurcata, succrescunt interea folia purpureum croceumve colorem sensim amittentia, & latam, nitidamque consequuntur viriditatem. Panormitanæ cujusdam silvulæ incolam ab amico panormitano ex eadem silvula præclaram hanc obtinui Plantam, quæ meo in Frigidario servata vixit luxurians, floruitque Cancrum, & Aquarium percurrente sole, elabente vere emarcuerunt folia, radix vero, ut dictum est, perennat.

SYNONYMA.

A Rifarum Potamogeti folio. Bocc. rar. 50. Moris. Hist. Oxo. To. 3. 544. Ray. Hist. Plant. To. 2. app. 1097.
 Dracunculus five Arifarum Potamogeti foliis. Bocc. rar. Tab. XXVI.

Arifarum five Dracunculus Potamogeti foliis.	} Cup. Hort. Cat. 21. & 22.
Idem foliis venis reticulatis albo-flavidis donatis.	
Idem foliis reticulatis venis sanguineis insignitis.	
Idem rugoso folio in acutum tendente.	
Idem folio duplo grandiori leni.	
Idem folio duplicate minori rotundo.	}

Paullus Bocconus Sicularum rerum investigator profecto nemini secundus hanc Plantam primus detexit, observavitque, unicus inter Botanicos delineavit, ac descripsit, sed minus recte; vagabatur tunc incerta, & quasi sine lege ars nostra. Ecce Bocconi verba.

ARISARUM POTAMOGETI FOLIO.

Radice caule maculato cum aliis Arisari speciebus congruit, at folia unciam lata, duas longa, subtus paulum nervosa, & per terram sparsa quadatenus Potomogeti rotundi folii sunt similia. Flos brevior, & radii textoris instar apertus exili pistillo prægnans, extremo mucronato, & hami modo adunco. Natales illi Saccæ & Panormi in Silvula Sanctæ Mariæ a Jesu Fratrum Strictioris Observantiæ Sancti Francisci.

Bocconus item hanc Plantam delineavit Tab. XXVI. apte minime tamen, eamque sic inscripsit. *Dracunculus sive Arisarum Potamogeti foliis*. Exinde tabulam, quam dedit, sic Bocconus explicat pag. 52. In Tab. xxvi. 1. b. radicem, folium, & florem ex longissimis pedicellis emittentem indicat *Dracunculi Potamogeti foliis*, 1. a. ejusdem radicem plurima folia, & florem emittentem. Franciscus Cupanus Botanicus alter ficulus levissimas hujus Plantæ varietates observavit, easque in Horto suo Catholico enuntiavit, quæ tamen varietates a Botanicis omnino sunt contemnendæ, namque omnes a sola foliorum ætate in ipsa eademque Planta oriuntur. Robertus Morisonus in sua Historia Oxoniensi, & Joannes Rayus in Historia Plantarum, qui Angli Botanici fortasse nunquam hanc conspexerunt Plantam, de verbo ad verbum Bocconi nomenclaturam, descriptionemque usurpaverunt. Verum unusquisque, qui nostras colit delitias, plane videt, Plantam hanc a reliquis Plantarum generibus huc usque institutis valde discrepare, & miro nec non singulari præditam esse caractere, idque haud dubie minime constabat ex obscura Bocconi descriptione, Iconeque. Insignis hæc Planta systematicum adhuc desiderabat botanicum ingredi Forum, ut ejus peculiaris floris structura innotesceret, novumque Plantæ genus merito constitueret. Fortasse aliquis ad Polyandriam Monogyniam demandaret Ambrosianam, at fructificationis partes tam mire ludunt in hac Planta (*), ut ad Gynandriam Polyandriam eam esse adsignandam nemo negare possit.

Am-

(*) Singulares sunt flores hujus classis, & monstruosam, ac inaduetam præ se ferunt faciem, quod a situ partium fructificationis insolito, respectu ad reliquas plantas, oritur. Lin. Gen. Plant. 404.

Ambrosinam hanc dixi Plantam a Bartholomæo, & Hyacintho Ambrosino Horti publici Bononiensis Professoribus, qui Botanicam Apotheosim adhuc desiderabant (*), quorum primus libellum de Capficorum varietate, & Panacæam ex herbis, quæ a Sanctis denominantur, evulgavit, cujusque cura summaque diligentia quatuor posthuma volumina Ulyssis Aldrovandi viri maxime memorabilis sunt publici juris facta, de Quadrupedibus nempe digitatis, de Serpentibus, de Monstris, Musæum denique metallicum. Bartholomæus ann. 1665 supremum explevit diem, atque in docenda Botanica Bartholomæo Hyacinthus frater successit, eodemque anno Hortum Studiosorum edidit. Phytologiam deinde hoc est de Plantis Partis primæ Tomum primum opus laboris plenum publico dedit prælo, imbecillæ valetudinis, nec non senectutis grave onus ipse sustinens reliqua volumina perficere non potuit. Decessit Hyacinthus ann. 1672, remque Herbariam Bartholomæus, & Hyacinthus fratres optimi in Gymnasio, & Horto publico Bononiensi annos quinquaginta duos explicaverunt.

TABULÆ EXPLICATIO.

- Fig. 1.* **I**Ntegra florens Planta, cujus flos anteriorem exhibet Spathæ hiantem faciem.
- Fig. 2.* Postica Spathæ pars cucullata.
- Fig. 3.* Flos Spatha arte non nihil patente loculum anteriorem cum Pistillo, & dissepimentum transversale demonstrans.
- Fig. 4.* Postica dissepimenti facies, cui adnatæ sunt *a.* Antheræ, *b.* Nectaria, *c.* Apex sulco intermedio, & Antheris insidens.
- Fig. 5.* Flos transversaliter sectus, *a.* Pistillum in Anteriore, *b.* Antheras dissepimento inhærentes in posteriore loculo ostendens.

VIN.

(*) Hoc unicum & summum præmium laboris sancte servandum, & Caste dispensandum ad incitamentum, & ornamentum Botanices. *Linn. Phil. Bot.* 171.

Fig. 2.



Fig. 3.

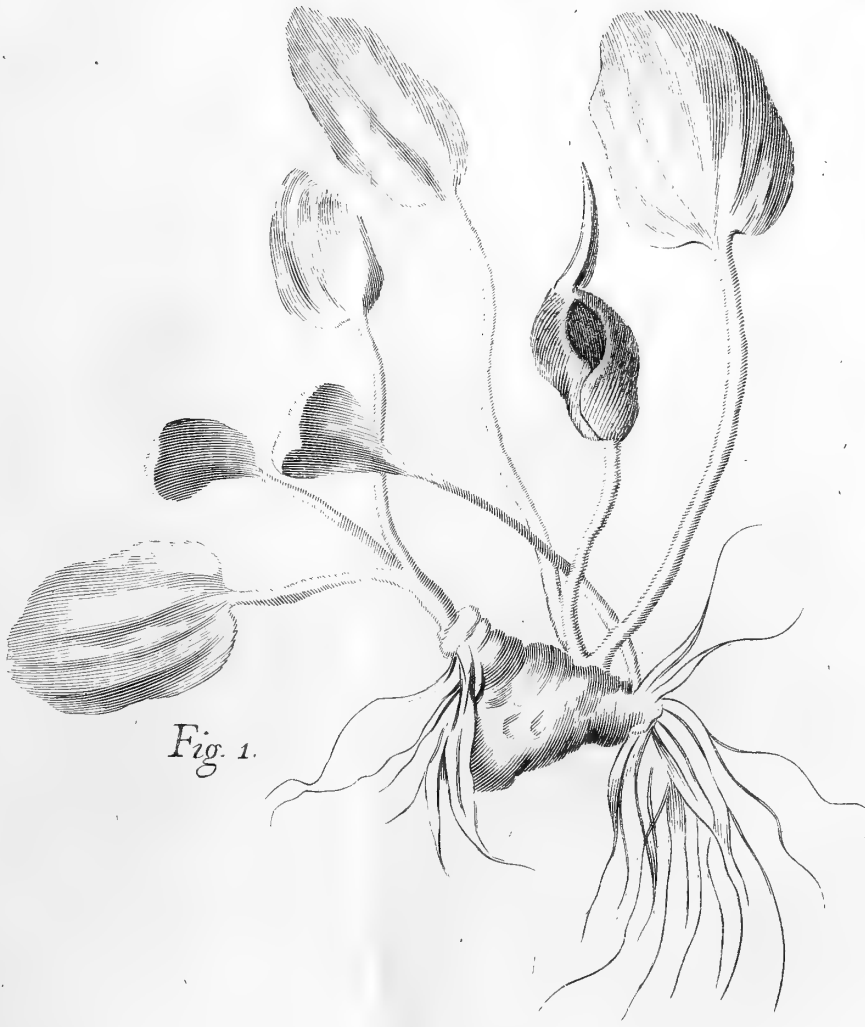
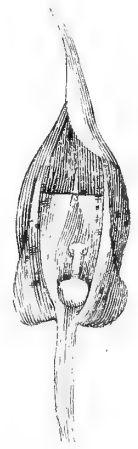


Fig. 1.

Fig. 4.

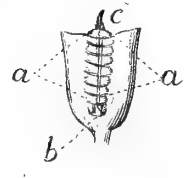
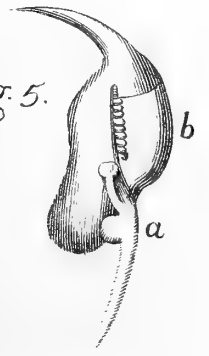


Fig. 5.





VINCENTII RICCATI SOC. JESU.

*De termino generali Serierum Recurrentium cum
Appendice.**Disquisitio Analytica.*

IN capite quarto Commentarii *De Seriebus recipientibus Summam algebraicam, aut exponentialem*, quem edidi Bononiæ anno 1756, methodum exhibui, per quam omnium serierum recurrentium determinatur terminus generalis; quo invento ex methodis traditis serierum summa pariter invenitur. Series recurrentes illæ appellantur, quarum termini singuli determinantur per aliquot proxime antecedentes ductos in quantitates constantes. Verum aliud serierum recurrentium genus spectari potest, quarum termini singuli determinantur, si aliquot antecedentibus per constantes multiplicatis addas, vel demas quantitatem item constantem. Has autem propter terminum constantem, qui additur, licet nominare series recurrentes cum appendice. Gradus autem seriei desumitur ex numero terminorum antecedentium, per quos subsequens definitur.

Ad exemplum propono seriem

0, 1, 1, 2, 4, 9, 21, 50, 120, 289 &c. Ad inveniendum tertium hujusce seriei terminum multiplica secundum per 2, primum per 1, & deme 1. Similiter si multiplices tertium terminum per 2, secundum per 1, & demas 1, obtinebis terminum quartum; atque ita deinceps. Quare quilibet terminus determinatur per antecedentes duos, quorum secundus, hoc est propior termino inveniando, ducitur in 2, primus in 1, & horum summæ additur appendix — 1. Hæc series est secundi ordinis, quia ad quemlibet terminum formandum duo termini antecedentes requiruntur.

De hoc serierum genere in meo commentario ne verbum quidem feci, quia nondum methodum detexeram inveniendi earum terminum generalem, sine quo earundem summa de-
ter-

terminari non potest. Hanc autem methodum, quæ post editum commentarium se se obtulit, exponens, docebo in præfens, quifnam fit terminus generalis ferierum recurrentium cum appendice, ex quo constabit, eas coalescere ex solis feriebus algebraicis, geometricis, & algebraico-geometricis, quæ omnes, ut in commentario demonstravi, in summam colliguntur.

Ordior a seriebus ordinis primi. Primus terminus, qui ex libito sumitur, fit $= a$; quantitas, per quam multiplicandus est præcedens, ut generetur terminus subsequens, fit $= t$; appendix addenda $= z$.

Series reccrens cum appendice continetur in sequenti tabula, quæ, quomodo formetur, post aperiam.

a	at	at^2	at^3	at^4	at^{n-1}
	z	zt	zt^2	zt^3	zt^{n-2}
		z	zt	zt^2	zt^{n-3}
			z	zt	zt^{n-4}
				z	zt^{n-5}
					z
					zt^2
					zt
					z

Si primus terminus assumptus a multiplicetur per t , ei- que addatur appendix z , nascetur secundus terminus $= at + z$, qui in verticali columna distribuitur, prout in tabula superiore factum est. Similiter si secundus terminus ducatur in t , tum addatur appendix z , orietur tertius terminus $= at^2 + zt + z$, qui in tabula tertiam columnam verticalem constituit. Hoc modo reliquos feriei terminos inveniemus, atque in verticalibus columnis collocabimus.

Nunc ad tabulæ series horizontales animum adverte. Istæ omnes sunt series recurrentes ordinis primi, in quibus terminus quilibet est æqualis antecedenti multiplicato per t . Primæ terminus primus $= a$, aliarum $= z$. Quare si primam excipias reliquæ omnes sunt una, eademque series, sed numerus terminorum gradatim minuitur. Ex his facile est cognoscere, columnam illam verticalem, quæ post puncta posita est, exhibere terminum generalem feriei primi ordinis recurrentis cum appendice.

Co-

Columna hæc, atque adeo seriei terminus generalis constat ex termino at^{n-1} , atque ex serie recurrente primi ordinis $zt^{n-2}, zt^{n-3}, zt^{n-4} \dots z$, in qua terminorum numerus = $n - 1$: five mutato terminorum ordine, ex serie $z, zt, zt^2 \dots zt^{n-2}$. Adverte in hac serie, primum terminum non $n = 1$, sed $n = 2$ respondere. Itaque qui summam hujus seriei habeat, quod facile est per ea, quæ docui in commentario, cognoscet terminum generalem seriei recurrentis cum appendice.

Si $t = 1$, evidens est, hujus seriei summam esse = $n - 1 . z$: igitur terminus generalis seriei recurrentis cum appendice = $a + n - 1 . z$, qui indicat seriem esse algebraicam primi ordinis, five arithmeticam, cujus differentix primæ constantes sunt.

Si non fit $t = 1$, series $z, zt, zt^2 \dots zt^{n-2}$ est geometrica, cujus summa expressa per $n = \frac{zt^{n-1} - z}{t - 1}$: Ergo seriei recurrentis cum appendice terminus generalis habebitur = $at^{n-1} + \frac{zt^{n-1} - z}{t - 1} = \frac{at^n + z - a . t^{n-1} - z}{t - 1}$.

Exemplum primum sufficiet series, qua utor in commentario capite secundo, nempe 1, 3, 7, 15, 31, 63, 127, 255 &c., in qua quilibet terminus æquat antecedentem bis sumptum addita unitate. Quare erit $a = 1, t = 2, z = 1$: igitur seriei terminus generalis = $2^n - 1$.

In exemplum secundum propono seriem 2, 3, 6, 15, 42, 123, 366 &c., quæ, posito primo termino = 2, formatur, si quilibet terminus præcedens multiplicetur per 3, eique addatur - 3, seu dematur 3. Habebimus itaque $a = 2, t = 3, z = -3$: igitur terminus generalis fiet = $\frac{2 \cdot 3^n - 5 \cdot 3^{n-1} + 3}{2} = 3 - \frac{5}{2} \cdot 3^{n-1} + \frac{3}{2} = \frac{3^{n-1} + 3}{2}$.

Exemplum tertium præbeat series

1, $\frac{5}{6}, \frac{9}{12}, \frac{17}{24}, \frac{33}{48}, \frac{65}{96}$ &c., quæ nascitur si, assumpto primo termino = 1, accipiatur dimidium termini præcedentis, eique

addatur appendix = $\frac{z}{3}$. Quare erit $a = 1$, $t = \frac{z}{2}$, $z = \frac{z}{3}$. Hisce valoribus substitutis orietur terminus generalis = $\frac{1}{3 \cdot 2^n - 1} + \frac{z}{3}$, atque adeo terminus in infinite remota sede positus = $\frac{z}{3}$.

Transeo ad series secundi ordinis, quarum natura est, ut quilibet terminus sit æqualis duobus antecedentibus ductis in quantitates constantes, addita appendice pariter constante. Quantitates ducendæ in terminos antecedentes sint s , t ; idest z ducenda sit in terminum propiorem termino inveniundo, s in remotiorem. Primus seriei terminus = a , secundus ita exponatur $b + z$, ut b æquet secundum terminum seriei dempta appendice.

Pono tibi ob oculos tabulam, cujus generis mox intelliges

a	b	P	$\overset{\text{I}}{\text{P}}$	$\overset{\text{II}}{\text{P}}$	$\overset{\text{III}}{\text{P}}$	$\overset{\text{IV}}{\text{P}}$	
	z	tz	Q	$\overset{\text{I}}{\text{Q}}$	$\overset{\text{II}}{\text{Q}}$	$\overset{\text{III}}{\text{Q}}$	
		z	tz	Q	$\overset{\text{I}}{\text{Q}}$	$\overset{\text{II}}{\text{Q}}$	&c.
			z	tz	Q	$\overset{\text{I}}{\text{Q}}$	
				z	tz	Q	
					z	tz	
						z	

Dispositis duobus primis terminis, prout in tabula, ut secundus formet columnam verticalem binomiam, ad tertium detegendum necesse est, multiplicare a per s , b per t , & exurget $sa + tb$, quam voco = P; tum multiplicare t per z , & fiet tz , demum addere appendicem z : igitur tertius terminus erit $P + tz + z$, qui in tabula scribatur in columna verticali. Similiter ad inveniendum quartum terminum multiplica b per s , P per t , ut fiat $sb + tP$, quam fac = $\overset{\text{I}}{\text{P}}$, deinde z per s , tz per t , ut sit $sz + t^2z$, quam voca = Q, demum z per t , quibus quantitatibus appone appendicem z .

Erit itaque quartus terminus $\overset{\text{I}}{\text{P}} + Q + tz + z$, quem constitue in quarta columna verticali. Hac ratione progredere ad determinandos reliquos seriei terminos, hanc conditionem servans, ut quæ quantitates proveniunt ex multiplicatione terminorum primæ seriei horizontalis, in eadem serie ponantur, æquando illas successive $\overset{\text{I}}{\text{P}}$, $\overset{\text{II}}{\text{P}}$, $\overset{\text{III}}{\text{P}}$, $\overset{\text{IV}}{\text{P}}$ &c. Idem facito de re-

reliquis scribens in eadem serie horizontali eas quantitates, quæ oriuntur ex multiplicatione terminorum antecedentium, quas quantitates voca Q, Q, Q, Q &c.; sunt enim istæ in omnibus seriebus eadem.

Hoc pacto distributa serie recurrente cum appendice, perspicuum est cuilibet attendenti, series omnes horizontales esse series recurrentes ordinis secundi, quæ formantur multiplicatis duobus terminis antecedentibus per t, s facto initio ab ultimo. Verum primæ termini duo primi sunt a, b , aliarum z, zt . Si numerus terminorum primæ sit $= n$, secundæ erit $= n - 1$, tertiæ $= n - 2$, atque ita deinceps. Sed hoc advertendum est, primum terminum seriei primæ haberi facta $n = 1$, secundæ posita $n = 2$, tertiæ posita $n = 3$, atque ita de reliquis.

Demonstravi pluribus verbis in commentario, terminum generalem omnium istarum serierum horizontalium dependere a resolutione æquationis $xx - tx - s = 0$, cujus radices sunt

$x = \frac{t}{2} + \sqrt{\frac{tt}{4} + s}$, $x = \frac{t}{2} - \sqrt{\frac{tt}{4} + s}$, quas brevitatis causa vocabimus K, H. Duo casus distinguendi sunt; in primo ponemus duas radices K, H inæquales, in altero autem æquales.

Si radices K, H inæquales sunt, terminus generalis primæ horizontalis seriei hac formula continetur $A.K^n + B.H^n$. Indeterminatæ A, B ex duobus primis seriei terminis erunt definiendæ. Aliarum vero serierum horizontalium termini generales sunt huiusmodi, nimirum secundæ $C.K^{n-1} + D.H^{n-1}$, tertiæ $C.K^{n-2} + D.H^{n-2}$, quartæ $C.K^{n-3} + D.H^{n-3}$, atque ita deinceps. Hoc unice observandum est, harum serierum terminos primos haberi posita $n = 2, 3, 4$ &c. Indeterminatæ C, D, quæ in omnibus seriebus sunt eadem, definiendæ sunt per primos terminos z, tz .

Determinemus quantitates A, B, C, D. Primæ duæ definiuntur per æquationes $AK + BH = a$, $AK^2 + BH^2 = b$. Multiplicetur prima per H, & nascetur $AKH + BH^2 = aH$, quæ dematur ex secunda, ut fiat $AK.K - H = b - aH$: ergo $A = \frac{b - aH}{K.K - H}$. Item multiplicans primam per K obti-

nebis $AK^2 + BKH = aK$, ex qua detrahens secundam invenies $B.H.\overline{K-H} = aK - b$: ergo $B = \frac{aK - b}{H.K - H}$.

Similem methodum sequens determinabis C, D ope duarum æquationum $CK + DH = z$, $CK^2 + DH^2 = tz$. Multiplica enim primam per H , ut habeas $CKH + DH^2 = zH$, quam ex secunda detrahens invenies $CH.\overline{K-H} = z.t - H$:

ergo $C = \frac{z.t - H}{K.K - H}$. Multiplica deinde primam per K , ut oriatur $CK^2 + DKH = zK$; ex hac demens secundam nancifceris $DH.\overline{K-H} = z.K - t$: ergo $D = \frac{z.K - t}{H.K - H}$.

Hicce probe intellectis evidens est, terminum generalem seriei recurrentis cum appendice esse hujusmodi

$$AK^n + CK^{n-1} + CK^{n-2} + C.K^{n-3} \dots CK$$

$$BH^n + DH^{n-1} + DH^{n-2} + DH^{n-3} \dots DH,$$

in quo quantitates omnes A, B, C, D, K, H sunt determinatæ. Quapropter idem terminus generalis æquabit binomium $AK^n + BH^n$ addita summa duarum serierum recurrentium primi ordinis, quæ, translatis ultimis terminis in primas sedes, erunt hujusmodi

$$CK, CK^2, CK^3 \dots CK^{n-1}$$

$DH, DH^2, DH^3 \dots DH^{n-1}$, quarum primus terminus non habetur facta $n = 1$, sed posita $n = 2$.

Si alterutra ex duabus radicibus, velut K , sit æqualis unitati, primæ seriei, quæ coalescit ex terminis constantibus, existente eorum numero $= n - 1$, summa erit $\overline{n-1} C$. Summa vero secundæ seriei ex regulis traditis in commentario prodibit $\frac{DH^n - DH}{H - 1}$. Igitur terminus generalis seriei recurrentis

$$\begin{aligned} \text{cum appendice fiet} &= A + \overline{n-1} C + B.H^n + \frac{DH^n - DH}{H - 1} \\ &= A - C + nC + \frac{BH^{n+1} + D - B.H^n - DH}{H - 1}. \end{aligned}$$

Si neutra ex radicibus æquet unitatem, duarum serierum summæ ex loco citato erunt hujusmodi $\frac{CK^n - CK}{K - 1}$,

DH

$$\frac{DH^n - DH}{H - 1} : \text{ergo hic habetur terminus generalis seriei recur-}$$

$$\text{rentis cum appendice } AK^n + \frac{CK^n - CK}{K - 1} + BH^n + \frac{DH^n - DH}{H - 1}$$

$$= \frac{A \cdot K^{n+1} + \overline{C - A} \cdot K^n - CK}{K - 1} + \frac{BH^{n+1} + \overline{D - B} \cdot H^n - DH}{H - 1}.$$

Venio nunc ad casum alterum, ubi æquales sunt radices K, H, quod accidit, quum $s = -\frac{t}{4}$. In hoc casu primæ seriei horizontalis, quæ habetur in tabula, ut constat ex meo commentario, terminus generalis hanc formam habebit $A + Bn \cdot K^n$, in quo quantitates A, B ex primis seriei terminis sunt determinandæ. Aliarum vero serierum horizontalium hi erunt termini generales, nempe secundæ $C + n - 1 \cdot D \cdot K^{n-1}$, tertiæ $C + n - 2 \cdot D \cdot K^{n-2}$, quartæ $C + n - 3 \cdot D \cdot K^{n-3}$, atque ita deinceps. Quantitates C, D, quæ in omnibus seriebus eadem sunt, ex primis duobus terminis sunt definiendæ.

Per duas hæc æquationes $A + B \cdot K = a$, $A + 2B \cdot K^2 = b$ determinemus quantitates A, B. Ex superioribus æquationibus hæc nascentur $A + B = \frac{a}{K}$, $A + 2B = \frac{b}{K^2}$. Ex prima multiplicata per 2 deme secundam, ut habeas $A = \frac{2aK - b}{K^2}$. Primam detrahe a secunda, ut fiat $B = \frac{b - aK}{K^2}$. Simili modo ex duabus æquationibus $C + D \cdot K = z$, $C + 2D \cdot K^2 = tz$ invenies $C = \frac{z \cdot 2K - tz}{K^2}$, $D = \frac{z \cdot t - K}{K^2}$.

His præmissis perspicuum est, seriem recurrentem cum appendice habere pro termino generali

$$A + nB \cdot K^n + C + n - 1 \cdot D \cdot K^{n-1} + C + n - 2 \cdot D \cdot K^{n-2} \dots$$

$$+ C + D \cdot K. \text{ Itaque nostræ seriei terminus generalis erit æqualis } A + n \cdot B \cdot K^n \text{ addita summa seriei recurrentis secundi ordinis, quæ transferendo ultimos terminos in primas sedes erit hujusmodi } \overline{C + D} \cdot K, \overline{C + 2D} \cdot K^2, \overline{C + 3D} \cdot K^3 \dots \dots$$

$$\overline{C + n - 1 \cdot D} \cdot K^{n-1}.$$

Si utraque radix sit unitas, nempe $K = 1$, series hæc est algebraica primi ordinis, cujus differentiarum primarum sunt constantes. Hujus seriei summa ex capite secundo mei commentarii facillime invenitur, nempe $C + \frac{D}{2} \cdot \overline{n-1} + \frac{D}{2} \cdot \overline{n-1}^2$. Quare seriei recurrentis cum appendice terminus generalis fiet

$$A + Bn + C + \frac{D}{2} \cdot \overline{n-1} + \frac{D}{2} \cdot \overline{n-1}^2, \text{ five}$$

$$A + Bn + \frac{D}{2} n^2, \text{ qui quum sit terminus generalis seriei}$$

$$- C + Cn$$

$$- \frac{D}{2} n$$

algebraicæ secundi ordinis, cujus scilicet secundæ differentiarum constantes sunt, palam est hujusce generis seriem iri productum.

Si K unitatem non æquet, tum series, cujus summa capienda est, erit algebraico geometrica. Ex methodo vero tradita capite quarto mei commentarii summam invenies esse

$$\frac{CK - C - D}{K - 1^2} + \frac{D \cdot \overline{n-1}}{K - 1} \cdot K^n \frac{-CK^2 + CK + DK}{K - 1^2}. \text{ Igitur series}$$

recurrens cum appendice habebit hunc terminum generalem

$$A + Bn + \frac{CK - C - D}{K - 1^2} + \frac{D \cdot \overline{n-1}}{K - 1} K^n \frac{-CK^2 + CK + DK}{K - 1^2}.$$

Exempla aliquot pro singulis casibus afferamus. Primum habe in serie

$$0, 1, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, 1, 2, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, 2, 3, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}, 3, 4, \frac{7}{2}, \frac{9}{2} \text{ \&c.}$$

quæ series, positis primis terminis $0, 1$, formatur si $t = 0$, $s = 1$, $z = \frac{1}{2}$. Quare habebimus $a = 0$, $b = \frac{1}{2}$. Aequatio resolvenda erit $xx - 1 = 0$, quæ dat duas radices $K = 1$, $H = -1$. Quum hæ radices inæquales sint, & una æquet unitatem, constat, formulas adhibendas esse huic casui convenientes. Quibus adhibitis inveniemus $A = \frac{1}{4}$, $B = \frac{1}{4}$, $C = \frac{1}{4}$, $D = -\frac{1}{4}$, & terminus generalis invenietur esse

$$\frac{1}{4} + \frac{n-1}{4} + \frac{1}{4}(-1)^n - \frac{\frac{1}{4}(-1)^n - \frac{1}{4}}{-2}, \text{ seu } \frac{2n+1}{8} + \frac{3}{8} \cdot (-1)^n.$$

Q. E. Inv.

Alterum exemplum præbeat series

1, 1, $\frac{9}{10}$, $\frac{81}{100}$, $\frac{719}{1000}$, $\frac{7281}{10000}$ &c., quæ, acceptis duobus primis terminis æqualibus unitati, formatur, si fiat $z = \frac{-1}{10}$, $s = \frac{1}{10}$, $t = \frac{9}{10}$. Invenietur $a = 1$, $b = \frac{11}{10}$. Æquatio resolvenda erit

$$x x - \frac{9x}{10} - \frac{1}{10} = 0, \text{ qua resoluta habebis } x - \frac{9}{2 \cdot 10} = \pm \frac{11}{2 \cdot 10} :$$

Igitur $K = \frac{9 + 11}{2 \cdot 10} = 1$, $H = \frac{9 - 11}{2 \cdot 10} = \frac{-1}{10}$. Adhibe formulas pertinentes ad casum, ubi radices inæquales sunt, & una æquat unitatem. Invenies autem $A = \frac{12}{11}$, $B = \frac{10}{11}$, $C = \frac{-1}{11}$, $D = \frac{1}{11}$. Substitutis valoribus terminus generalis detegitur esse

$\frac{142 - 11n}{11^2} + \frac{x}{11^2 \cdot (-10)^{n-2}}$, ex quo disces seriem post multos positivos præbere terminos negativos, quorum primus erit decimus tertius.

Exemplum tertium habeatur in serie, quæ nascitur, si $t = 6$, $s = -8$, & appendix $z = -2$, existente $a = 0$, $b = 3$. Indigemus resolutione æquationis $x x - 6x + 8 = 0$, quæ dat radices duas $K = 4$, $H = 2$. Neutra ex his æquat unitatem, & sunt inæquales. Ergo opportunis formulis usi determinabimus $A = \frac{3}{4 \cdot 2}$, $B = \frac{-3}{2 \cdot 2}$, $C = \frac{-8}{4 \cdot 2} = -1$, $D = \frac{4}{2 \cdot 2} = 1$, quibus valoribus substitutis obtinemus terminum generalem

$$\frac{\frac{3}{2} \cdot 4^n - \frac{11}{2} \cdot 4^{n-1} + 4}{3} - \frac{3}{2} \cdot 2^n + \frac{7}{2} \cdot 2^{n-1} - 2, \text{ sive}$$

$$\frac{2}{3} 4^{n-2} + 2^{n-2} - \frac{2}{3}. \text{ Series vero ita procedit}$$

0, 1, 4, 14, 48, 252 &c.

Exhibeat quartum exemplum series

1, 2, 4, 6, 6, 2, -6, -14, -14, 2, -26 &c., quæ, acceptis primis terminis 1, 2, efformatur positis $s = -2$, $t = 2$, appendice $z = 2$. Ad inveniendos valores K, H resolvatur oportet æquatio $x x - 2x + 2 = 0$, quæ in hanc mutatur $x x - 2x + 1 = -1$, ex hac oritur $x = 1 \pm \sqrt{-1}$: ergo $K = 1 + \sqrt{-1}$, $H = 1 - \sqrt{-1}$. Deinde determinantur valores

$$A = \frac{-1 + \sqrt{-1}}{1 + \sqrt{-1} \cdot 2\sqrt{-1}} = \frac{-1 + \sqrt{-1}}{\sqrt{-1} - 1 \cdot 2} = \frac{1}{2}$$

$$B = \frac{1 + \sqrt{-1}}{1 - \sqrt{-1} \cdot 2\sqrt{-1}} = \frac{1 + \sqrt{-1}}{\sqrt{-1} + 1 \cdot 2} = \frac{1}{2}$$

$$C = \frac{2 \cdot 1 + \sqrt{-1}}{1 + \sqrt{-1} \cdot 2\sqrt{-1}} = \frac{1}{\sqrt{-1}} = -\sqrt{-1} \text{ demum}$$

$$D = \frac{2 \cdot -1 + \sqrt{-1}}{1 - \sqrt{-1} \cdot 2\sqrt{-1}} = \frac{-1}{\sqrt{-1}} = \sqrt{-1}. \text{ His valoribus substi-}$$

tutis in formula termini generalis inveniemus

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1 + \sqrt{-1}^n - \frac{\sqrt{-1} \cdot 1 + \sqrt{-1}^n}{\sqrt{-1}} + \frac{\sqrt{-1} \cdot 1 + \sqrt{-1}^n}{\sqrt{-1}}}{1 + \sqrt{-1}^n} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1 - \sqrt{-1}^n + \frac{\sqrt{-1} \cdot 1 - \sqrt{-1}^n}{-\sqrt{-1}} - \frac{\sqrt{-1} \cdot 1 + \sqrt{-1}^n}{-\sqrt{-1}}}{1 - \sqrt{-1}^n}, \text{ five}$$

$-\frac{1}{2} \cdot \frac{1 + \sqrt{-1}^n + 1 - \sqrt{-1}^n + 2}{1 + \sqrt{-1}^n + 1 - \sqrt{-1}^n + 2}$, qui terminus, nisi adhibeas seriem infinitam, generatim sine imaginariis non potest exprimi.

Quantum exemplum defumo ex serie

0, 1, $\frac{1}{8}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{32}$, $\frac{7}{32}$, $\frac{21}{128}$, $\frac{23}{128}$, $\frac{65}{512}$, $\frac{67}{512}$ &c., quæ gignitur

facta $t = 0$, $s = \frac{1}{4}$, $z = \frac{1}{8}$, existente $a = 0$, $b = \frac{7}{8}$. Æquatio resolvenda est $xx - \frac{1}{4} = 0$, quæ dat $K = \frac{1}{2}$, $H = -\frac{1}{2}$.

Ex his definiuntur $A = \frac{7}{4}$, $B = \frac{7}{4}$, $C = \frac{1}{8}$, $D = -\frac{1}{8}$, qui valores positi in formula termini generalis exhibent

$$\frac{-7}{2^{n+2}} + \frac{13}{2^{n+2}} + \frac{1}{8} \frac{-7}{2 \cdot 3 \cdot (-2)^{n+1}} + \frac{5}{4(-2)^n} + \frac{1}{3 \cdot 8},$$

quæ reducitur ad sequentem

$$\frac{3}{2^{n+1}} + \frac{22}{3 \cdot (-2)^{n+2}} + \frac{1}{2 \cdot 3} = \frac{3}{2^{n+1}} - \frac{11}{3(-2)^{n+1}} + \frac{1}{2 \cdot 3}.$$

Facta n infinita fit ultimus terminus seriei = $\frac{1}{6}$.

Exemplum sextum præbeat series

1, 0, 0, 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45 &c., quæ
af-

assumptis ex libito primis duobus terminis 1, 0 formatur, posita $t = 2, s = -1, z = 1$: ergo $a = 1, b = -1$. Aequatio, quæ resolvenda est, nempe $xx - 2x + 1 = 0$, non solum habet duas radices inter se æquales, sed ambas æquales unitati, hoc est $K = 1$. Quo circa usi opportunis formulis determinabimus $A = 3, B = -2, C = 0, D = 1$. Igitur factis substitutionibus terminus generalis oritur $3 - \frac{5}{2}n + \frac{1}{2}nn$.

Septimum exemplum præbeat series

0, 0, 2, 10, 34, 98, 258 &c., quæ, sumptis duobus primis terminis = 0, conficitur facto $s = -4, t = 4, \&$ appendice $z = 2$. In hac hypothese habebimus $a = 0, b = -2$. Oportet resolvere æquationem $xx - 4x + 4 = 0$, quæ dat utramque radicem = 2: ergo $K = 2$. Itaque adhibentes formulas huic casui accommodatas inveniemus $A = \frac{1}{2}, B = -\frac{1}{2}, C = 0, D = 1$, qui valores substituti in formula canonica

$$\begin{aligned} \text{termini generalis dabunt } & \frac{1}{2} - \frac{n}{2} - 1 + n - 1 \cdot 2^n + 2 \\ = & \frac{-3}{2} + \frac{n}{2} \cdot 2^n + 2 = \overline{n-3} \cdot 2^{n-1} + 2. \end{aligned}$$

Octavum, & ultimum exemplum suppeditet series

0, 1, $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{4}{9}, \frac{17}{27}, \frac{59}{81}$ &c., in qua $s = \frac{-1}{9}, t = \frac{-2}{3}, z = 1, a = 0, b = 0$. Resolvatur æquatio $xx + \frac{1}{3}x + \frac{1}{9} = 0$, quæ habet utramque radicem = $\frac{-1}{3}$. Ergo $K = \frac{-1}{3}$. Hinc determinantur valores $A = 0, B = 0, C = 0, D = -3$. Itaque terminus generalis exurgit

$$\begin{aligned} & \frac{3 \cdot 3^2}{4^2} + \frac{3^2 \cdot 3}{4} - \frac{3 \cdot 3}{4} \cdot \frac{1}{(-3)^n} + \frac{3^2}{4^2}, \text{ sive perfecto calculo} \\ & \frac{-1}{4^2} + \frac{n}{4} \cdot \frac{1}{(-3)^{n-2}} + \frac{3^2}{4^2}. \text{ Q. E. Inv.} \end{aligned}$$

Hactenus de seriebus recurrentibus cum appendice, quæ spectant ad secundum gradum, in quibus supervacaneum non duxi diutius immorari, quia ita patefacta est methodus inveniendi terminum generalem serierum graduum altiorum. In serie tertii gradus terminus quilibet datur per tres antecedentes multiplicatos, incipiendo ab ultimo, idest ab eo, qui

propior est termino inveniendō, per t, s, r , quibus additur constans appendix z . Ad præparandam opportune seriem ita tres primi termini, qui dantur, sunt disponendi

$$\begin{array}{c} a, b, c \\ z, tz \\ z \end{array}$$

tum formanda est series hos multiplicando factō initio ab ultimo per t, s, r cum additione appendicis z , hac semper servata cautione, ut quantitates ponantur in ea serie horizontali, ubi sunt illæ, a quibus oriuntur, & appendix z infra scribatur, ut fiat terminus primus novæ seriei horizontalis.

Confecta hoc modo serie recurrente cum appendice, omnes series horizontales, a quibus componitur, erunt series recurrentes vulgares tertii ordinis, quarum prima habet tres primos terminos a, b, c , reliquæ $z, tz, t^2z + sz$. Si numerus terminorum in prima $= n$, in secunda erit $= n - 1$, in tertia $= n - 2$, & sic de cæteris. Advertendum tamen est, in secunda primum terminum obtineri, quum $n = 2$, in tertia, quum $n = 3$, atque ita deinceps.

Manifestum est ex meo commentario, omnium serierum horizontalium terminum generalem dependere a resolutione æquationis $x^3 - tx^2 - sx - r = 0$. Tres casus accidere possunt, primo ut omnes radices sint inæquales, quo in casu, vocatis tribus radicibus K, H, I , terminus generalis primæ seriei habet hanc formam $AK^n + BH^n + CI^n$; coefficientes A, B, C definiuntur per comparisonem cum primis terminis seriei. Similiter secundæ horizontalis seriei terminus generalis erit $DK^{n-1} + EH^{n-1} + FI^{n-1}$, tertiæ

$DK^{n-2} + EH^{n-2} + FI^{n-2}$; atque ita deinceps. Quapropter terminus generalis seriei recurrentis cum appendice erit æqualis $AK^n + BH^n + CI^n$ addita summa trium serierum geometricarum, nimirum

$$DK + DK^2 + DK^3 \dots DK^{n-1}$$

$$EH + EH^2 + EH^3 \dots EH^{n-1}$$

$FI + FI^2 + FI^3 \dots FI^{n-1}$, in quibus primus terminus habetur, quum $n = 2$. Serierum autem summæ ex meo commentario innotescunt.

In secundo casu quæ radices æquales sunt; tertia inæqualis.

lis. Radix duplex K, inæqualis H. In hoc casu terminus generalis primæ seriei horizontalis erit

$$\overline{A + Bn \cdot K^n + CH^n} ; \text{secundæ}$$

$$\overline{D + En \cdot K^{n-1} + FH^{n-1}} , \text{tertiæ}$$

$\overline{D + En \cdot K^{n-2} + FH^{n-2}}$, atque ita deinceps. Quocirca terminus generalis seriei recurrentis cum appendice æquabit

$A + Bn \cdot K^n + CH^n$ additis summis duarum serierum, quarum una est algebraico-geometrica, scilicet

$$\overline{D + E \cdot K + D + 2E \cdot K^2 \dots \dots D + n - 1 \cdot E \cdot K^{n-1}} ;$$

altera est geometrica, nempe

$FH + FH^2 + FH^3 \dots \dots FH^{n-1}$, quarum duarum serierum terminus primus habetur posita $n = 2$. Summæ vero ex commentario sunt in potestate.

In tertio casu quælibet ex tribus radicibus æqualibus fit $= K$. Terminus generalis primæ seriei erit

$$\overline{A + Bn + Cnn \cdot K^n} , \text{secundæ}$$

$$\overline{D + n - 1 \cdot E + n - 1^2 \cdot F \cdot K^{n-1}} , \text{tertiæ}$$

$\overline{D + n - 2 \cdot E + n - 2^2 \cdot F \cdot K^{n-2}}$, atque similiter de reliquis. Igitur terminus generalis seriei recurrentis cum appendice æquabit $A + Bn + Cn^2 \cdot K^n$ addita summa seriei algebraico-geometricæ nempe

$$\overline{D + E + F \cdot K + D + 2E + 4F \cdot K^2 \dots \dots}$$

$+ \overline{D + n - 1 \cdot E + n - 1^2 \cdot F \cdot K^{n-1}}$, cujus primus terminus respondet $n = 2$. Methodus in commentario tradita te docebit, quænam hujusce seriei sit summa,

Exemplum præbeat series

0, 0, 0, 1, 2, $3\frac{1}{4}$, $4\frac{1}{2}$, $5\frac{13}{16}$, $7\frac{7}{8}$, $12\frac{13}{64}$, &c., cujus terminus quilibet datur per tres antecedentes, illos multiplicando, facto initio ab ultimo, per 1, $\frac{1}{4}$, $\frac{-1}{4}$, & addendo appendicem $= 1$. Series, ut ad recurrentes vulgares reducatur, ita est disponenda, prout docuimus.

$$\begin{array}{cccccc}
 0, & -1, & -2, & -2\frac{1}{4}, & -2\frac{1}{2}, & -2\frac{1}{6}, & -2\frac{5}{8} & \&c. \\
 & 1, & 1, & 1\frac{1}{4}, & 1\frac{1}{4}, & 1\frac{5}{16}, & 1\frac{5}{16} & \&c. \\
 & & 1, & 1, & 1\frac{1}{4}, & 1\frac{1}{4}, & 1\frac{5}{16} & \&c. \\
 & & & 1, & 1, & 1\frac{1}{4}, & 1\frac{1}{4} & \&c. \\
 & & & & 1, & 1, & 1\frac{1}{4} & \&c. \\
 & & & & & 1, & 1 & \&c. \\
 & & & & & & 1 & \&c.
 \end{array}$$

Quæ series omnes sunt recurrentes vulgares .

Ut earum terminus generalis inveniatur, resolvenda est æquatio $x^3 - x^2 - \frac{x}{4} + \frac{1}{4} = 0$, quæ habet tres hæc radices,

$x = 1$, $x = \frac{1}{2}$, $x = -\frac{1}{2}$. Hisce inventis per methodum traditam in commentario determinabimus terminum generalem feriei primæ horizontalis

$$-\frac{8}{3} + \frac{3}{2^{n-1}} \frac{-1}{3 \cdot (-2)^{n-1}}, \text{ secundæ}$$

$$\frac{4}{3} - \frac{1}{2^{n-1}} \frac{-1}{3 \cdot (-2)^{n-1}}, \text{ tertiæ } \frac{4}{3} - \frac{1}{2^{n-2}} \frac{-1}{3 \cdot (-2)^{n-2}}, \text{ atque}$$

ita deinceps: ergo terminus generalis nostræ feriei erit

$$-\frac{8}{3} + \frac{3}{2^{n-1}} - \frac{1}{3 \cdot (-2)^{n-1}}, \text{ addita summa feriei } \frac{4}{3}, \frac{4}{3}, \frac{4}{3},$$

$\frac{4}{3}$ &c., & detracta summa duarum ferierum

$$\frac{1}{2^{n-1}}, \frac{1}{2^{n-2}}, \frac{1}{2^{n-3}} \dots \dots \dots \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{3 \cdot (-2)^{n-1}}, \frac{1}{3 \cdot (-2)^{n-2}}, \frac{1}{3 \cdot (-2)^{n-3}} \dots \dots \dots \frac{-1}{3 \cdot 2}, \text{ in quibus}$$

feriebus numerus terminorum = $n - 1$.

Quoad primam patet, ejus summam = $\frac{n-1 \cdot 4}{3}$. Reliquæ

duæ invertantur, ut fiant $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8} \dots \dots \dots \frac{1}{2^{n-1}}$;

$$\frac{-1}{2 \cdot 3}, \frac{1}{4 \cdot 3}, \frac{-1}{8 \cdot 3} \dots \dots \dots \frac{1}{3 \cdot (-2)^{n-1}}, \text{ in quibus primus ter-}$$

minus habetur, quum $n = 2$. Earum summæ ex meo com-
men-

mentario habentur, nempe primæ = $1 - \frac{1}{2^{n-1}}$, alterius vero
 = $\frac{1}{3^2 \cdot (-2)^{n-1}} - \frac{1}{3^2}$. Igitur feriei recurrentis cum appendi-
 ce terminus generalis ad hunc tandem reducetur

$$-5 + \frac{1}{9} + \frac{1}{2^{n-3}} - \frac{1}{3^2 \cdot (-2)^{n-3}} + \frac{4^n}{3}.$$

Alterum exemplum det series

$$1, 0, 0, \frac{3}{8}, \frac{13}{16}, \frac{19}{16}, \frac{47}{32}, \frac{213}{128} \text{ \&c.}, \text{ five}$$

$1, 0, 0, \frac{3}{8}, \frac{13}{16}, 1 \frac{3}{16}, 1 \frac{15}{32}, 1 \frac{85}{128} \text{ \&c.}$, in qua quilibet ter-
 minus invenitur, si tres termini antecedentes factò initio ab
 eo, qui proxime antecedit terminum inveniendum, multi-
 plicentur per $\frac{3}{2}, -\frac{3}{4}, \frac{1}{8}$, tum addatur appendix $\frac{1}{4}$. Series,
 uti præcepimus, hoc modo est distribuenda

$$\begin{array}{cccccccc} 1, & -\frac{1}{4}, & -\frac{5}{8}, & -\frac{5}{8}, & -\frac{1}{2}, & -\frac{23}{64}, & -\frac{31}{128} & \text{\&c.} \\ & \frac{1}{4}, & \frac{3}{8}, & \frac{3}{8}, & \frac{5}{16}, & \frac{15}{64}, & \frac{21}{128} & \text{\&c.} \\ & & \frac{1}{4}, & \frac{3}{8}, & \frac{3}{8}, & \frac{5}{16}, & \frac{15}{64} & \text{\&c.} \\ & & & \frac{1}{4}, & \frac{3}{8}, & \frac{3}{8}, & \frac{5}{16} & \text{\&c.} \\ & & & & \frac{1}{4}, & \frac{3}{8}, & \frac{3}{8} & \text{\&c.} \\ & & & & & \frac{1}{4}, & \frac{3}{8} & \text{\&c.} \\ & & & & & & \frac{1}{4} & \text{\&c.} \end{array}$$

Series omnes horizontales sunt series recurrentes vulga-
 res, quarum terminus generalis dependet a resolutione æqua-
 tionis $x^3 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{4}x - \frac{1}{8} = 0$, quæ habet tres radices æqua-
 les, quarum singulæ = $\frac{1}{2}$. Igitur ferierum terminus generalis
 $A + Bn + Cnn \cdot \frac{1}{2^n}$. Pro prima ferie determinatis deter-

minandis, prout in commentario docuimus, inveniæmus ter-
 minum generalem $4 - \frac{3n}{2} - \frac{nn}{2} \cdot \frac{1}{2^n}$; pro secunda vero
 $n-1$

$n - 1 + \overline{n - 1^2} \cdot \frac{1}{2^{n+1}}$, pro tertia $n - 2 + \overline{n - 2^2} \cdot \frac{1}{2^n}$, pro quarta $n - 3 + \overline{n - 3^2} \cdot \frac{1}{2^{n-1}}$, atque ita deinceps. Itaque terminus generalis seriei recurrentis cum appendice erit æqualis $4 - \frac{3n}{2} - \frac{nn}{2} \cdot \frac{1}{2^n} = \overline{8 - 3n - nn} \cdot \frac{1}{2^{n+1}}$ addita summa seriei algebraico geometricæ, quæ posita ordine inverso est $\frac{1}{4}, \frac{3}{8}, \frac{3}{8}, \frac{5}{16} \dots n - 1 + \overline{n - 1^2} \cdot \frac{1}{2^{n+1}}$, in qua primus terminus habetur existente $n = 2$.

Summa hujusce seriei ex capite quarto commentarii hæc invenitur

$$2 - \frac{1}{2^{n-1}} \cdot 2 + \frac{5 \cdot n - 1}{4} + \frac{n - 1^2}{4} = 2 - \frac{1}{2^{n+1}} \cdot \overline{4 + 3n + nn}.$$

Igitur seriei recurrentis cum appendice terminus generalis hic obtinetur $\overline{8 - 3n - nn} \cdot \frac{1}{2^{n+1}} + 2 - \frac{1}{2^{n+1}} \cdot \overline{4 + 3n + nn}$, five $2 + \frac{1}{2^n} \cdot \overline{2 - 3n - nn}$. Q. E. Inv.

Simili ratione in aliis seriebus recurrentibus cum appendice procedendum est. Nam si series fuerit quarti gradus, in qua ad inveniendum quemlibet terminum multiplicandi sunt quatuor antecedentes, facto initio ab ultimo per t, s, r, q , ita quatuor primi termini disponantur

$$\begin{array}{cccc} a, & b, & c, & d, \\ & z, & tz, & t^2z + sz \\ & & z, & tz \\ & & & z \end{array}$$

His positis ita formetur series, ut termini provenientes ex prima serie horizontali in prima ponantur, qui ex secunda in secunda, atque ita de reliquis. Orientur plures series recurrentes vulgares quarti ordinis, quarum terminus generalis dependet a resolutione æquationis $x^4 - tx^3 - sx^2 - rx - q = 0$.

Omnes radices hujus æquationis necessariae sunt ad inveniendum terminum generalem. Si radix K nullam habet æqualem,

lem, in prima serie præbebit terminum hujus formæ $A K^n$. Si duæ sint radices æquales K , præbebunt hujusmodi $A + B n . K^n$, si tres fuerint æquales, sufficient terminum $A + B n + C n n . K^n$; demum si quatuor æquales, terminus generalis hanc formam habebit $A + B n + C n^2 + D n^3 . K^n$. Idem dic de terminis generalibus aliarum serierum, dummodo pro n scribas $n - 1$, $n - 2$ &c. Itaque terminus generalis seriei recurrentis cum appendice æqualis erit termino generali primæ seriei horizontalis, additis terminis generalibus omnium aliarum serierum, qui formant series aut algebraicas, aut geometricas, aut algebraico-geometricas, quarum omnium summa ex meo commentario determinatur.

Ita procedendum est in seriebus graduum superiorum. Ad facilem vero praxim exhibendam satis est, ut exponam, quo pacto primi termini secundæ seriei horizontalis inveniendi sint. Quantitates, quæ debent multiplicare terminos antecedentes, facto initio ab ultimo sint t, s, r, q &c. Primus seriei terminus est semper appendix z ; si hunc multiplices per t , habebis secundum terminum; si secundum per t , primum per s , obtinebis tertium; hunc duc in t , secundum in s , primum in r , & invenies quartum, atque ita deinceps; ita ut primi isti termini eodem modo formentur ac reliqui, neglectis tamen illis quantitibus, quæ carent terminis antecedentibus, per quos multiplicentur. Hoc modo inveniuntur tot termini, quot sunt quantitates multiplicatrices dempta una: atque isti termini erunt primi termini seriei secundæ horizontalis: quibus inventis habentur primi termini serierum inferiorum horizontalium; sunt enim iidem. Demum ex primis terminis seriei recurrentis cum appendice, qui dati sunt, determinantur primi termini seriei primæ horizontalis. Reliqua peraguntur prout antea traditum est.

Exemplum det series quinti ordinis recurrens cum appendice, nimirum

1, 2, 4, 6, 8, 10, 11, 12, 12, 12, 12, 13, 14, 16 &c.; quæ formatur multiplicatis quinque terminis antecedentibus facto initio ab ultimo per 1, 1, -1, -1, 1, posita appendice = 1. Ut ad nostrum canonem redigatur, necesse est ita seriem disponere

1, 1, 2, 2, 2, 2, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 1
 1, 1, 2, 2, 2, 2, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 1
 1, 1, 2, 2, 2, 2, 1, 1, 0, 0, 0, 0
 1, 1, 2, 2, 2, 2, 1, 1, 0, 0, 0
 1, 1, 2, 2, 2, 2, 1, 1, 0, 0
 1, 1, 2, 2, 2, 2, 1, 1, 0
 1, 1, 2, 2, 2, 2, 1, 1
 1, 1, 2, 2, 2, 2, 1 &c.
 1, 1, 2, 2, 2, 2
 1, 1, 2, 2, 2
 1, 1, 2, 2
 1, 1, 2
 1, 1
 1

Series istæ omnes horizontales sunt series recurrentes quinti ordinis: immo sunt una eademque series; numerus tamen terminorum continue minuitur.

Terminus generalis harum ferierum dependet a resolutione æquationis $x^5 - x^4 - x^3 + x^2 + x - 1 = 0$, quæ præ-

dita est hisce quinque radicibus $x = 1$, $x = \sqrt{\frac{1 + \sqrt{-3}}{2}}$,
 $x = -\sqrt{\frac{1 + \sqrt{-3}}{2}}$, $x = \sqrt{\frac{1 - \sqrt{-3}}{2}}$, $x = -\sqrt{\frac{1 - \sqrt{-3}}{2}}$.

Quapropter seriei primæ terminus generalis fiet

$$\begin{aligned}
 & A \cdot 1^n + B \cdot \left(\sqrt{\frac{1 + \sqrt{-3}}{2}} \right)^n + C \cdot \left(-\sqrt{\frac{1 + \sqrt{-3}}{2}} \right)^n \\
 & + D \cdot \left(\sqrt{\frac{1 - \sqrt{-3}}{2}} \right)^n + E \cdot \left(-\sqrt{\frac{1 - \sqrt{-3}}{2}} \right)^n.
 \end{aligned}$$

Ad definiendos indeterminatarum valores, posita successively $n = 1, 2, 3, 4, 5$, quinque æquationes instituendæ sunt cum quinque primis seriei terminis, quæ æquationes

erunt hujusmodi, facta facilitatis causa $\sqrt{\frac{1 + \sqrt{-3}}{2}} = a$,

$$\sqrt{\frac{1 - \sqrt{-3}}{2}} = b$$

$$1. \overline{A + B - C} . a + \overline{D - E} . b = 1$$

$$2. \overline{A + B + C} . aa + \overline{D + E} . bb = 1$$

$$3. \overline{A + B - C} . a^3 + \overline{D - E} . b^3 = 2$$

$$4. \overline{A + B + C} . a^4 + \overline{D + E} . b^4 = 2$$

5. $\overline{A + B - C} . a^5 + \overline{D - E} . b^5 = 2$. Ut per has æquationes valores quæriti determinentur, artificio opus est ad longos molestosque calculos evitandos.

Primam æquationem multiplicatam per bb deme ex tertia, ut habeas

6. $\overline{A} . 1 - bb + \overline{B - C} . a^3 - ab^2 = 2 - bb$. Tertiam multiplicatam per bb deme ex quinta, ut fiat

7. $\overline{A} . 1 - bb + \overline{B - C} . a^5 - a^3 b^2 = 2 - 2bb$. Sextam multiplicatam per aa detrahe ex septima, ut oriatur

$\overline{A} . 1 - bb - aa + a^2 b^2 = 2 - 2bb - 2aa + a^2 b^2$, ex qua statim sese offert valor A , nempe $A = \frac{2 - 2bb - 2aa + a^2 b^2}{1 - bb - aa + a^2 b^2}$; facta autem substitutione valorum a, b , invenitur $A = 1$.

Substituto valore A sexta æquatio mutatur in

8. $\overline{B - C} . a^3 - abb = 1$. Jam secundam ductam in bb deme ex quarta, in quibus tamen fac substituas inventum valorem A , & habebis

9. $\overline{B + C} . a^4 - a^2 b^2 = 1$. Octavam si multiplices per a , & compares cum nona, ex signorum ambiguitate hos valores invenies $B = \frac{1 + a}{2 \cdot a^4 - a^2 b^2}$, $C = \frac{1 - a}{2 \cdot a^4 - a^2 b^2}$, sive substitutis

valoribus a, b , $B = \frac{1 + a}{-3 + \sqrt{-3}}$, $C = \frac{1 - a}{-3 + \sqrt{-3}}$.

Simili modo reliquos duos valores D, E determinabis. Nam si primam multiplicabis per aa , & demes ex tertia, invenies

10. $\overline{D - E} . b^3 - a^2 b = 1$. Secundam item ductam in aa deduc ex quarta, & nascetur

11. $\overline{D + E} . b^4 - a^2 b^2 = 1$. Decimam multiplica per b , & compara cum undecima, atque ex ambiguitate signorum hos valores elicies $D = \frac{1 + b}{2 \cdot b^4 - a^2 b^2}$, $E = \frac{1 - b}{2 \cdot b^4 - a^2 b^2}$, & facta substi-

tutione valorum a, b , $D = \frac{1+b}{-3-\sqrt{-3}}$, $E = \frac{1-b}{-3-\sqrt{-3}}$.

Quæ quum ita sint terminus generalis seriei primæ horizontalis erit

$$\begin{aligned} & 1 + \frac{1 + \frac{\sqrt{1+\sqrt{-3}}}{2}}{-3 + \sqrt{-3}} \cdot \left(\frac{\sqrt{1+\sqrt{-3}}}{2} \right)^n + \frac{1 - \frac{\sqrt{1+\sqrt{-3}}}{2}}{-3 + \sqrt{-3}} \\ & \left(-\frac{\sqrt{1+\sqrt{-3}}}{2} \right)^n + \frac{1 + \frac{\sqrt{1-\sqrt{-3}}}{2}}{-3 - \sqrt{-3}} \cdot \left[\frac{\sqrt{1-\sqrt{-3}}}{2} \right]^n \\ & + \frac{1 - \frac{\sqrt{1-\sqrt{-3}}}{2}}{-3 - \sqrt{-3}} \cdot \left[-\frac{\sqrt{1-\sqrt{-3}}}{2} \right]^n. \end{aligned}$$

Reliquæ series horizontales eundem terminum generalem habebunt, dummodo pro n successive scribas $n-1, n-2, n-3$ &c.

Ex his omnibus colligitur, terminum generalem seriei recurrentis cum appendice æquare summam plurium serieum, quarum prima est quantitatum æqualium = 1, & habet summam = n ; reliquæ quatuor sunt geometricæ, quarum termini generales supra habentur. Quæ habet terminum genera-

$$\begin{aligned} \text{lem} &= \frac{1 + \frac{\sqrt{1+\sqrt{-3}}}{2}}{-3 + \sqrt{-3}} \cdot \left[\frac{\sqrt{1+\sqrt{-3}}}{2} \right]^n \text{ obtinet summam} \\ &= \frac{1 + \frac{\sqrt{1+\sqrt{-3}}}{2}}{-3 + \sqrt{-3}} \cdot \left[\frac{\sqrt{1+\sqrt{-3}}}{2} \right]^{n+1} \\ &= \frac{-1 + \frac{\sqrt{1+\sqrt{-3}}}{2}}{-3 + \sqrt{-3}} \cdot \frac{1 + \frac{\sqrt{1+\sqrt{-3}}}{2}}{-3 + \sqrt{-3}} \\ &= \frac{1 + \frac{\sqrt{1+\sqrt{-3}}}{2}}{-3 + \sqrt{-3}} \cdot \frac{\sqrt{1+\sqrt{-3}}}{2} \\ &= \frac{-1 + \frac{\sqrt{1+\sqrt{-3}}}{2}}{-3 + \sqrt{-3}} \cdot \frac{1 + \frac{\sqrt{1+\sqrt{-3}}}{2}}{-3 + \sqrt{-3}}. \end{aligned}$$

Alia, cui est termi-

nus generalis = $\frac{1 - \frac{\sqrt{1 + \sqrt{-3}}}{2}}{-3 + \sqrt{-3}} \cdot \left(-\frac{\sqrt{1 + \sqrt{-3}}}{2}\right)^n$, colli-

gitur in hanc summam $\frac{1 - \frac{\sqrt{1 + \sqrt{-3}}}{2} \cdot \left(-\frac{\sqrt{1 + \sqrt{-3}}}{2}\right)^{n+1}}{-1 - \frac{\sqrt{1 + \sqrt{-3}}}{2} \cdot -3 + \sqrt{-3}}$

$\frac{1 - \frac{\sqrt{1 + \sqrt{-3}}}{2} \cdot -\frac{\sqrt{1 + \sqrt{-3}}}{2}}{-1 - \frac{\sqrt{1 + \sqrt{-3}}}{2} \cdot -3 + \sqrt{-3}}$. Quae consequitur habet

terminum generalem = $\frac{1 + \frac{\sqrt{1 - \sqrt{-3}}}{2}}{-3 - \sqrt{-3}} \cdot \left(\frac{\sqrt{1 - \sqrt{-3}}}{2}\right)^n$:

huic erit summa = $\frac{1 + \frac{\sqrt{1 - \sqrt{-3}}}{2} \cdot \left(\frac{\sqrt{1 - \sqrt{-3}}}{2}\right)^{n+1}}{-1 + \frac{\sqrt{1 - \sqrt{-3}}}{2} \cdot -3 - \sqrt{-3}}$

$\frac{1 + \frac{\sqrt{1 - \sqrt{-3}}}{2} \cdot \frac{\sqrt{1 - \sqrt{-3}}}{2}}{-1 + \frac{\sqrt{1 - \sqrt{-3}}}{2} \cdot -3 - \sqrt{-3}}$. Demum summa illius, cui

terminus generalis est $\frac{1 - \frac{\sqrt{1 - \sqrt{-3}}}{2}}{-3 - \sqrt{-3}} \cdot \left(-\frac{\sqrt{1 - \sqrt{-3}}}{2}\right)^n$,

erit hujusmodi
$$\frac{1 - \sqrt{\frac{1 - \sqrt{-3}}{2}} \cdot \left(-\sqrt{\frac{1 - \sqrt{-3}}{2}} \right)^{n+3}}{-1 - \sqrt{\frac{1 - \sqrt{-3}}{2}} \cdot -3 - \sqrt{-3}}$$

$$\frac{1 - \sqrt{\frac{1 - \sqrt{-3}}{2}} \cdot -\sqrt{\frac{1 - \sqrt{-3}}{2}}}{-1 - \sqrt{\frac{1 - \sqrt{-3}}{2}} \cdot -3 - \sqrt{-3}}.$$

Itaque si harum serierum

summas simul conjungas, habebis terminum generalem seriei recurrentis cum appendice.

Hac autem, reor, satis indicare, qua methodo inveniendus sit terminus generalis serierum recurrentium cum appendice. Hujusce autem termini formula patefacit, series istas coalescere ex pluribus seriebus vel algebraicis, vel geometricis, vel algebraico-geometricis. Quapropter quum harum omnium serierum summa ex methodo tradita in meo commentario sit in potestate, perspicuum est, omnium serierum recurrentium cum appendice summam generalem obtineri, dummodo æquationis illius, quæ resolvenda est ad terminum generalem inveniendum, radices omnes possint exhiberi.

CAJETANI MONTI.

De Ammannice herbæ palustris nova specie.

AMmannia genus plantæ est, superioribus Herbariis penitus ignotum, quod hac nostra ætate propriis, & characteristicis notis definivit Jacobus Houstonus, angulus chirurgus, & botanicus perdiligens, qui annis abhinc circiter triginta, stirpium conquirendarum causa, varias Americæ partes peragravit. Herba est in Jamaica, & in Caribæis insulis frequens, quam sub exitu præteriti sæculi vir omni præcellens doctrinæ laude Hans Sloane, ut alias longe multas, princeps invenit, & in Catalogo prius enunciatam, in Historia quoque Naturali Jamaicæ insulæ descripsit: cumque ad nullum ex jam editis generibus referre posset, *Aparines folio anomalam, vasculo seminali rotundo, semine minutissimo* appellavit. Houstonus observata diligenter floribus, ac fructus structura, novum, ut diximus, ex ea genus instituit, Ammanniæ nomine; scilicet ut Pauli Ammanni, qui jam pridem obierat, & Johannis Ammanni, qui Petropoli, ut opinor, etiamnum vivit, illustrium Botanicorum memoriam propagaret ad posteros. Sic ea tum primum innotuit Ammanniæ species, quam vir nostrorum temporum longe præstantissimus Carolus Linnæus, servato eodem Ammanniæ nomine, in Horto Cliffortiano recensuit, eique classi adscripsit, quam tetrandriam monogyniam nuncupavit. Sequutum est opus illud, quo species plantarum rite cognitæ ad sua genera retulit Linnæus; quo quidem in opere, non unicam dumtaxat, ut in Horto Cliffortiano, sed tres distinctas Ammanniæ enumeravit species; videlicet præter illam ab Houstono descriptam, alteram quoque in Virginia repertam, quam Claytonus *Ludwigiam aquaticam caule rubente; foliis ad genicula binis angustis, flore tetrapetalo albo* appellaverat: tertiam denique a Plukenetio in Phytographia depictam, quæque ab eo *Anonymos Linariæ folio, orientalis, Galii lutei flore, herba verticillata, capsularis* fuerat nuncupata. Hæ duæ plantæ ob
 simi-

similitudinem floris, & fructus inter *Ammaniæ* species recensendæ visæ sunt, exoticæ ambæ, & ex terris valde longinquis advectæ: quando & tertiam illam, quam orientalem appellavit Plukenetius, Sinarum regionis, & Osbeckiæ esse incolam ab ipso clarissimo Linnæo memoriæ proditum accepimus.

Ager Bononiensis, qua ad Septentriones vergit, fluviis, ac torrentibus per hiemem exundantibus nimium quantum humidus, ac paludosus, aquatilibus plantis vel maxime abundat, partim quæ sub ipsis aquis vivunt, partim quæ in limosis agris, & ad stagnorum margines proveniunt. In hoc numero plane singularis est, a nemine, quod nobis constet, hactenus memorata, herba salignis foliis, floribus verticillatis, pusillis, herbacei coloris, ad genus *Ammanniæ*, quod orientales tantum, & americanas continere adhuc existimatum est, sine dubio referenda.

Ne autem quisquam debita laude fraudetur, ejus viri nomen minime reticendum, cujus industriæ, ac diligentia antiquiorem notitiam debemus hujus plantæ, qui in humentibus agris territorii nostri primus eam reperit; paullo ille quidem longius ab urbe, licet in loco propinquiori, ac pæne suburbano semel a nobis postea inventam. Johannes Carolus Amadeus fuit, de quo alias meminimus, cum *Aldrovandiam* genus evulgarem: nam eam quoque aquatilem herbulam, vesiculosam, radiatis foliis, quam, constituto proprio generis caractere, in *Academiæ nostræ* commentariis *Aldrovandiam* appellavimus, multo ante apud nos, quamvis floribus, ac feminibus vacuum, Amadeus deprehenderat. Is igitur quum pluribus abhinc annis Butrii, non incelebri oppido agri Bononiensis, commoraretur, ad medicinam faciendam conductus; cumque æstivo tempore, stirpium conquirendarum causa, ad vicinas paludes nonnumquam diverteret, in eam forte incidit verticillatam herbam, feminibus prope maturis onustam, quæ facie sua, & fructificationis habitu, ab reliquis omnibus sibi antea conspectis plurimum differre visa est. Ejus ille ramulos inter chartaceas paginas exsiccatos ad memoriam servavit, ut maxime cum illis plantis per otium conferret, quarum imagines, ac descriptiones apud auctores tunc editos extabant; nec tamen, licet omni diligentia adhibita, ullam invenire potuit, quæ illi satis respondere videretur.

Lysimachiam Hyssopifoliæ similem, verticillatam appellavit:

lavit: nondum enim temporibus illis systema ullum in botanicis, ac ne Tournefortiana quidem methodus apud nos crebuerat; externique habitus similitudinem nescio quam in plantis denominandis unice sequebantur, vix ullis certis legibus adstricti. Neque tamen hominem in perscrutandis seminibus, & microscopio subjiciendis exercitatissimum latere potuit affinitas inter novam plantam, cujus ipse inventor fuerat, & *Lyfimachiam* veterum purpuream, *Salicariam* videlicet *Tournefortii*, sive *Lythrum* Linnæi, cujus species est illa, quam Caspar Bauhinus *Hyssopifoliam* appellavit. Illudque est plane verissimum, quod Linnæus in *Classibus*, & *Generibus* plantarum scriptum reliquit; *Ammanniam* videlicet, & *Isnardam*, & *Peplidem*, quæ *Glaucoides* a Michelio dicta est, & *Lythrum*, sive *Salicariam*, plantas, licet constructione florum, ac fructuum, petalis maxime, & antherarum numero dissimiles, non obscura tamen affinitate inter se junctas esse, ac in methodo naturali ad eundem ordinem referendas. Non igitur omnino præter rationem *Lyfimachiam* *Hyssopifoliam* similem in privatis suis schedis hanc plantam Amadeus nuncupaverat; & quidem *verticillatam*, ob flosculos *verticillosum* instar ad singulos nodos dense glomeratos.

Accidit postea, ut Amadeo mortuo, ejus botanica suppellex ad manus perveniret piæ memoriæ Parentis nostri, cui diligenter scrutandæ intenti, hujus quoque plantæ ramulos invenimus, quam & ipsi omnino singularem, & a nemine descriptam judicavimus; congenerem nihilominus orientali illi plantæ, quam a Plukenetio *Anonymon* *Linariæ* folio appellatam esse diximus, quæque est tertia Linnæanæ *Ammannia* species; id quod ex figura maxime conjecimus, tabulæ impressa, licet non optima, cuique nulla prorsus descriptio esset apposita. Interea dare operam constituimus, ut plantam ipsam virentem, & floridam conspiceremus; id quod aliquot annis post, casu tamen potius, quam consilio accidit. Forte enim profecti ad eum locum, quem *Piscariolam* appellant, abest autem ab urbe nostra non amplius milliariis duobus; neque alius propinquior palustrium herbarum tam ferax est; ibi solstitiali tempore, humido quidem in solo, non tamen aquis demerso, & cui pedibus facile insisti posset, observata est oculis non mediocris copia hujus herbæ, quæ a *Salicaria* *Hyssopifolia*, cui fere intermixta erat, foliis multo amplio-

ribus, ac floribus verticillatis facile distinguebatur. Annuam herbam, sub maximo æstu, tunc vel in primis florentem, in hortos transferre, ut culturæ assuesceret, si quis forte molitus esset, oleum fortasse perdidisset & operam: ramulos igitur decerpere contenti fuimus, inter chartas exsiccandos; ex quibus, & aliis maturitati propioribus ab Amadeo relictis, & figuram in tabula exsculpi curavimus, & herbam ipsam ad hunc modum descripsimus.

Radice nititur fibrosa, tenui, candicante. Caulis ad pedalem, interdum etiam ad cubitalem altitudinem affurgit, striatus, quadrangularis, sed angulis in planta nondum adulta obscurioribus, ac prope incerto eorum numero, qui in maturefcente longe manifestior evadit. Est autem is caulis modo simplex, modo, & quidem crebrius, in ramos diffusus, qui in nodis singulis, potissimum inferioribus, e foliorum alis egrediuntur, gemini, & invicem oppositi, unde habitus totius plantæ plenior quodammodo, ac densior redditur. Folia etiam nodis insistent, gemina pariter, & opposita, angusto exortu sensim dilatata, ac in mucronem delinientia; quæ si quis ad Linnæanam normam definire velit, lanceolata integerrima sine dubio appellet; quippe in eorum margine nullum, ne obscurum quidem, denticuli, aut crenæ, aut incisuræ cujuslibet vestigium deprehenditur. Alias consueverant Botanici id genus folia Salicis non inepte comparare, arbori scilicet notissimæ, unde & *Tithymali Salicis folio*, *Persicariæ Salicis folio*, *Asteris Salicis folio*, & aliæ hujusmodi non pauca nomenclationes ortæ sunt; quas ego manere facile paterer, nisi consuetudo noviter introducta, & passim recepta obstaret, cui resistere difficile est: non abhorrebit tamen, ut opinor, vel ab isto recenti instituto ac more, si quis Ammanniam nostram triviali, ut ajunt, nomine Salicifoliam appellaverit. Flores Junio mense ad nodos maxime superiores conferti, & conglobati erumpunt, septeni, octoni, aut forte plures, verticillorum modo caulem ambientes, ac foliorum alis innixi, petiolis insidentes brevissimis, ut in Marubio, ut in Mentha, ut in aliis, quæ verticillatæ propterea nuncupantur. Sunt autem flores, quantum quidem nobis assequi licuit, corolla, seu petalis omnino destituti, calyce, sive perianthio in primis suffulti, herbacei coloris, intra quem antheræ, una cum germine reconduntur, quique diu persistens fru-

fructum ipsum coercet usque ad maturitatem. Hujus calycis structura, quæ plantæ characterem continet, paullo accuratius describenda. Campanulatus est, concavus, similis fere corollæ floris Cuscutæ, sed aliquanto minor, extrinsecus quadrangularis, ore etiam quadrifido; segmentorum autem, sive laciniarum, quæ acuminatæ, sunt margines introrsum flectuntur, unde quasi valvulæ efficiuntur quaternæ, obtusius mucronatæ in eodem plano axi calycis perpendiculari jacentes, cuspidibus suis ad centrum sic coeuntes, ut calycis os propemodum occludant, rima dumtaxat cruciformi in medio relicta (a). Intra hunc calycem penitus occultantur internæ floris partes, filamenta, antheræ, germen: nisi forte accidat, ut sub meridiano Sole rima illa cruciformis quam diximus nonnihil dilateatur; cujus rei periculum facere nobis non licuit; tum enim plantam offendimus matutino rore madentem, neque eam postea vel iisdem ex locis, mutata fortasse a proximi fluminis exundationibus soli facie, vel aliunde, licet studiose id ageremus, nancisci potuimus. Dissecto calyce filamenta sive stamina apparent quatuor, non plura certe numeravimus, ab imo exorta, germen medio insitens complexa, antheras didymas sustinentia: germen ipsum subrotundum stylo instruitur brevissimo, qui globoso seu capitato stigmatate terminatur. Hinc patet causa, cur ad tetrandriam monogyniam genus hoc retulerit Linnæus; nimirum propter quatuor antheras, unicumque stylum, cum annexo stigmatate. Desflorescente planta, germen intra calycem sensim increfcit, fitque utriculus, sive capsula membranacea, globosa (b), coloris per maturitatem spadicei, seminibus farta ejusdem coloris, nitidis, subrotundis, minutissimis (c). Utrum hæc capsula quadrilocularis sit, ut de sua Ammannia refert Linnæus, nondum satis liquido perspexi: in extima tamen ejus facie quatuor costæ nonnihil prominentes totidem dissepimentis respondere videntur, forte adeo tenuibus, ac fragilibus, ut fructu disrupto, aut transversim secto, granulorum multitudine obruta conspectum effugiant. Calyx, quemadmodum ostendimus, maturam etiam continet capsulam, neque propterea constricto ore in globosam figuram extuberat, ut in prima Linnæanæ Ammanniæ

T. V. P spe-

(a) *V. Tab. lit. a.*(b) *V. Tab. lit. b.*(c) *V. Tab. lit. c.*

specie: illud tamen evenit, ut valvulæ calycem cooperientes, ab intumefcente capsula fursum protrusæ, diducantur, ac dilatentur, utque ex cruciformi rima quasi ostiolum quadrangulare fiat, per quod capsulæ vertex erumpit, suo adhuc stylo, suo stigmate, ad perfectam usque maturitatem superstiti instructus: quo quidem tempore verticillati globuli nodos ambientes rigidiores facti, & folia deorsum flexa senescentem plantam denunciant, ac brevi perituram.

Descriptione absoluta, quæ animadversionem desiderant aliquam hæc sunt. In primis illud quæri potest, an flores perpetua, & constanti naturæ lege apetali sint, omnique corolla destituti. Suadere id profecto videtur clausi perianthii structura; etiam affinitas summa, quam habet hæc planta cum *Isnarda* Linnæi, sive *Dantia* Petiti, a qua differre solummodo videtur, quod in *Isnarda* capsula feminalis cum calyce ipso, quo includitur, in unum quasi corpus claviforme, caryophyllo aromatico simile, coalescat. At *Salicaria*, & *Peplis*, quæ etiam *Ammanniæ*, ut ostendimus, affines sunt, corolla, & petalis ornantur: quin etiam in prima *Ammanniæ* specie, unde genus ipsum confluxit *Houstonus*, quatuor ab eo descripta sunt petala; quæ tamen in eadem planta europeis in hortis culta, & a Linnæo observata defecere: id quod minime mirum videri debet: cum aliis quoque plantis id accidere satis compertum sit, ut modo flores corollis, seu petalis instructos habeant, modo, ex quadam naturæ aberratione, iisdem penitus orbatos. Nos quidem semel in unico *Ammanniæ* nostræ ramulo petala nescio quæ floriferis glomerulis insidere vidimus, purpurascentia, e sua tamen basi excussa, & nocturno humore convoluta. Verum non sine causa suspicati sumus, petala ejusmodi e proximis *Salicariæ* *Hyssopifoliæ* floribus delapsa, hujus nostræ verticillis rore madidis adhæsisse, falsamque præbuisse speciem propriæ corollæ.

Ammanniæ species tres recenset Linnaeus; ea vero quam tertio loco describit ad nostram hanc bononiensem præ ceteris proxime accedit, si re vera eadem est, quam Plukenetius Anonymon *Linariæ* folio appellavit. Imago enim a Plukenetio tradita plantam exprimit ab hac nostra non prorsus dissimilem, foliis tamen præditam longe angustioribus. Neque obstat, quod flores quinquepartiti in eadem tabula essent separatim delineati; cum enim planta *Anonymos* *Linariæ*

riæ folio Galii lutei flore nuncupetur, Galii vero flores non in quinque, sed in quatuor segmenta dividantur, omne id, qualecumque est, discrimen pictoris vitio tribuendum esse facile existimare possumus. Aliam hujus anonymæ herbæ speciem habet idem Plukenetius in Amaltheo, quam orientalem etiam, sed majorem appellat, latioribus, foliis, capsulisque nudis, ac pæne globosis, quæ quomodo a superiori differat alii viderint: figura certe hanc etiam a bononiensi satis diversam ostendit.

Initio hujus sermonis illud minime dubitanter posuimus, herbam hanc nostram palustrem de Ammanniæ esse genere. At enim Cl. Linnæus characterem Ammanniæ exprimens de calyce hæc habet: *Calyx: Perianthium campanulatum oblongum, erectum octo striis & plicis quadrangulare, octodentatum, denticulis alternis reflexis, persistens*. Non multum dissimilem perianthii structuram, excepto denticulorum numero, in Peplide, sive Glaucoide describit his verbis: *Calyx: Perianthium monophyllum, campanulatum, persistens, maximum, ore duodecimsido, denticulis alternis reflexis*. Ergo ut in Peplide re vera calyx in duodecim lacinias finditur, quarum sex alterno ordine surrectæ sunt, sex vero reflexæ, germi primum, mox capsulæ incumbentes; ita etiam conjectari forte quis posset Ammanniæ calycem in octo lacinias, sive denticulos sectum esse, quaternos videlicet erectos, quaternos alternatim depressos; nostram vero plantam, quippe quæ calycem habeat, ut nos observavimus, quadrifidum, denticulis alternis nullis, Ammanniæ genere minime contineri.

Haud equidem dissimulaverim diu me quoque in ea fuisse sententia, ut id re vera discriminis subesse arbitrarer, novumque genus nostra ex planta constituere æquum ducerem, quam neque Ammanniæ, neque ullius hactenus descriptæ notis satis congruentem invenirem. Sed cum superioribus diebus ad Virum ornatissimum Ferdinandum Bassium, Academiæ nostræ Præsidem, semina exotica non pauca transmissa essent ex Batavia, in eorum numero primam Ammanniæ speciem conspicati fuimus; eam videlicet, quam Cl. Sloane in Historia Jamaicensi descriperat, & ex qua generis characterem elicuerat Houstonus. Hinc data nobis facultas observandi calyces, & fructus, quorum erant nonnulli longe ante maturitatem decerpti, flores verius quam fructus;

quo autem eorum forma distinctius appareret tepente aqua maceravimus donec revirescerent: invenimus autem eadem ferme ratione constructos, ut in planta nostra verticillata, in quatuor videlicet laciniis divisos, margine similiter laciniarum intro revoluto, & producto in quatuor valvulas germen operientes, relicta in medio rima, sive hiatu cruciformi. Non igitur de numero denticulorum amplius fuimus solliciti, neque multum interesse existimavimus, si quis forte valvulas a nobis dictas pro alternis denticulis reputasset: quando illud exploratissime nobis compertum erat, salicifoliam palustrem agri bononiensis plantam, propter consimilem structuram floris, & fructus, ad genus *Ammannia*, semota omni dubitatione, esse revocandam.





THOMÆ LAGHII.

Historia Epidemicæ constitutionis, in qua Parotides seroso glutine tumentes redduntur, cum peculiaribus symptomatibus, quæque constitutio ineunte anno 1753 Bononiæ contigit.

Neminem, ut arbitror, latet pluribus ab hinc mensibus populares morbos non minus Bononiam, quam Bononiensem agrum vexasse; siquidem ineunte æstate superioris anni petechiales febres, & variolæ exortæ sunt; illæ adultos plerumque homines, hæ pueros, sicuti fert illius ætatis conditio, male habuerunt, nec paucos enecarunt; quamquam si de variolis agamus, ipsæ quidem ad autumnum usque benigniores apparuere, quam Octobri & Novembri Mensibus, quibus multo sævire magis, & confluere cœperunt, donec summo hyeme, multoque frigidiori Cælo iterum mitescere, atque penitus extinguï viderentur, quod vel quibusdam pestilentis familiare est.

Neque per id temporis memoratas febres tam late dominari patuit, quin immo accedentibus interdum parotidibus Ægri aliquanto citius relevabantur.

Sed non hic communium morborum finis fuit. Eos enim paulatim evanescentes excepit alius non contemnendus, brevior licet, & lenior, qui nondum tamen remisit, quique parotides primo in tumorem elevans singularia sæpe infert symptomata.

Hujus popularis morbi historia argumentum erit præsentis sermonis, quem instituam clarissimi Francisci Zanotti hortationibus excitatus, cum legerem novissimos Academiæ nostræ commentarios, ubi ille medicis auctor est, ut ægrotationes, quæ diu serpunt, studiose observent, & diligenter scribant, quod ut rei medicæ conducibile est, eo etiam conducibilius videri debet, quod a tanto homine commendetur.

In hoc itaque morbo ad parotides præcipue tumor eminet, tactui nonnihil renitens, tentivum dolorem movens, maxillares glandulas, atque in nonnullis glandulas colli attingens,

gens, sicuti in aliis tonsillas, quo propterea mandendi, aut deglutendi potestas imminuitur. Ruborem modo nullum tumentes glandulæ ostendunt, modo aliquem, modo etiam majorem instar Erisypelatis. Rarius utraq; malas simul obsidet tumor, sæpius alteram primum, deinceps transfertur ad alteram.

Intumescentiæ magnitudo non semper eadem; quandoque enim insignis visu est exterius prominens, neque solum prædictas glandulas, verum etiam integumenta occupans. Plerique hunc morbum adeo spreverunt, ut nec decumbere, nec consuetis vacare negotiis cogerentur, paucorum dierum spatium, vel sponte, vel solo imposito oleo, aut fotu, sanati.

Utinam vero eadem fors singulis contigisset! Veruntamen plerisque cepit febris, hæcque haud semper blanda, & mitis fuit, quin potius in aliis vehemens facta, nonnisi post nonam, aut undecimam, aut decimam quartam se subdlexerit; tuncque vel iteratam sanguinis detractionem impetus morbi requirit.

Cæterum ea ommissa, & leniens medicamentum, quo sedes moveatur, & diluentia, atque attemperantia, cum exquisita diæta, ac fomentis ad valetudinem instaurandam sufficiunt. Quæ cum dico non ita accipi velim, quasi nihil præterea acciderit memoratu dignum in hoc morbo; nam illud propemodum singulare visum est, quod nempe detumescens facili parotidibus inter morbi initia, subinde non paucis scrotum dolet, tumet, ac rubet; nec solummodo scrotum, at sæpe testiculus alter, raro ambo, humore scilicet parotides onerante illuc per metastasim delato; quo loco non minus molestiæ est, præsertim cum majorem quoque accendat febrim, quæ & sanguinem deinceps mitti desiderat, & de novis ablutionibus, atque fomentis opportune adhibendis Medicum admonet, quibus tandem dolor paulatim conquiescit, ac tumor resolvitur. Siquidem ubi aut parotides, aut scrotum, aut testiculi, tumore in hoc morbi genere corripiantur, numquam pus movetur, at materia infarciens ejus conditionis videtur esse, ut vitali cordis, & arteriarum actione mobilis reddita circumeuntibus humoribus facile admisceri patiatur.

Nemo, quod sciam, ante pubertatem ex inflatis parotidibus in naturalium suorum tumorem incidit, nullus propemodum senex, maxime quod illi ætati, si paucos excipias, morbus ex toto peperit.

Sed

Sed jam a Masculis ad Mulieres veniamus. Quæ parotides sic tumentes, & exinde febrem passæ sunt, si cum viris comparentur, multo minores numero extiterunt saltem ante æquinoctium vernum; ægrotatio tamen propria illius sexus, nonnullas identidem exercuit, dolor nempe ad lumbos, ac pubem, qualem imminentes purgationes menstruæ afferre solent; enim vero vel intempestive properarunt, vel pruritus certe aliquis, & caloris sensus ad pudenda imminutis parotidibus supervenit.

Hactenus ea incommoda recensuimus, quæ hujusmodi parotides ratione sexuum habita excitarunt; nunc enarremus cætera, quæ promiscue adolescente morbo tam viros, quam mulieres non minus divexarunt.

Inter hæc non infrequens vomitus ad plures dies persistit, cui demum cohibendo cardiaca, & anodyna, tum etiam Epithemata profuerunt; cumque importunus hic vomitus consistit, genitalia ab omni inflammatione servari spes est.

Non reticendus porro capitis dolor videtur ad modum solaris hemicrania excrucians, quem tamen ut imminuta parotidum inflatio attulit, sic interdum, hoc extenuato, scroto tumere incipit.

Quod si nihil horum, quod timebatur, in nonnullis sequeretur, molestus humor in pectus distillans tussim creavit; quando autem hæc, vel illa symptomata ingravescerent, intendebatur febris, eamque sitis, anxietas, vigiliæ potissimum comitabantur.

Nimius profecto effem, si quidquid tumentibus parotidibus nonnunquam se se adjunxerat, persequi singulatim vellem; his enim omnibus supersedendum, quoniam ex eo fuerunt genere, quod continuæ febres, & cattarales morbi commune habent.

Curationis ratio, nihil in iis, quæ præcipiuntur a Medicis, memoratu dignum exhibuit, & satis superque de ipsa dictum est, in qua & per alvi fluxum plerisque, & per sudores omnibus, aut urinas copiosius fluentes salus tandem se se ostendit. Notare subit aliquos ex adolescentibus præsertim, matura sanguinis e naribus profusione, quarta, aut septima circiter die feliciter secuta, protinus convaluisse, apertis hæc ratione tutissime venis, naturæ non artis auxilio.

At vero sive hujus sive alterius indolis humor effluxerit,

in

in salutarem semper evasit crifim, utpote quod neminem adhuc, acuta quantumvis febris adeffet, hic morbus fuffulit; periclitari tamen inter ceteros magis vifi funt, quibus temperamentum ineft biliofum, ac fervidum.

Dum hæc refero, illud non omittam, plerifque non multo poft incautam corporis jaftationem, ac frigidiusculum fubinde aerem haufum, parotides intumuiſſe; quarum quidem inflationem prævit in aliis colli, aut gutturis dolor, in aliis vero nihil prorfus eaſdem nunciavit.

His per epitomen expoſitis, addo animadverſionem alteram, quæ ad morbum hunc, tanquam unum ex iis, qui conſtitutionum funt, habendum pertinet: quofdam videlicet, dum ab aliis ægrotationibus evaderent, in hanc propediem offendiſſe, quemadmodum juveni poſt icterum, mulieri, atque viro cuidam poſt lateris dolorem eveniſſe, præter omnem dubitationem eſt poſitum.

Habetis, ſpectatiſſimi Sodales, ſeroſarum parotidum Epidemia apud nos graſſantium hiftoriam, quam vobiſcum communicare conſitui, id fore non desperans, ut obſervationibus, & conjecturis veſtris illuſtrata, majorem fidem, atque auctoritatem obtineat. Quamquam ſi auctoritati aliquid ſit tribuendum, videor fane in hoc ſermone plurimum tribuiſſe, doctiſſimi Vincentii Menghini obſervationibus uſus, quas in Noſocomio a Vita dicto diligentiffime inſtituit, quaſque mihi in eum finem conceſſit, ut de his Academiam commonefacerem.

Nonnulla ſuperſunt præterea nobis inveſtiganda, quæ morbi hujus cauſas, naturam, atque, ut ita dicam, ingenium reſpiciunt.

Primo ad cauſas me conferam, poſt ad morbi naturam, atque ingenium. Qui popularium morborum originem ad Hippocratis mentem interpretantur, maximam aeris intemperiei rationem habent; cur non igitur & nos habebimus? Habituri autem conabimur nonnulla a meteorologicis depromere, quæ apud Phyſicos, atque Medicos, dum ad hunc locum venerint, ſpectari ſolent; proptereaque & Illuſtris Galeatius meteorologicas obſervationes in rem medicam quotidie colligit, iſque utor, Galeatii partes agens non meas.

Ab autumnali æquinoctio ad ſolſtitium hyemale, quo tempore malignis febribus, ac variolis plerique vehementius

afflictabantur, septentrionales venti modo Euro, modo Zephyro, succedentes, præ Australibus perflarunt. Imber maximus primis Octobris diebus fuit; sudum inde Cælum ad quartum Idus Novembres; rursus pluvia decidit, tunc meridionalibus ventis extantibus; mox redierunt Occidentales, imbre in caligines mutato. Terrio Kalendas Decembres Favonius nives attulit, has secuta est serenitas Cæli, & vulturnus; mox prope solstitium nubes Solem obumbrarunt; sub ipso solstitio Australes iterum venti apparuerunt; exeunte Mense Decembri, aliæ nives, & pluvix brevi deciduæ occidentales ventos, & circium comitabantur; sed de his fatis. Illud proprius ad nos attinet Januario Mense post variam, & longam ventorum vicissitudinem, plerumque occidentalium, altissimas decidisse nives, quæ præter omnium expectationem copiosa superveniente pluvia, ventisque australibus identidem prævalentibus, cito liquatæ sunt, ut hinc, & humus quam maxime humida, & mitissima hyems diutissime permanerint, nisi quod dies aliquando frigidiores intercederent, quibus thermometrum fere nunquam glaciei gradum attigerat, Hydrargirus in Barometro viginti octo pollices; sæpius enim plures lineas descenderat.

Nemo autem dubitat, quin constitutio temperate frigida, atque humida plurimum sit nocitura; hac fortasse de causa tum Gallia, tum quædam alia Italiæ loca varius acutorum morborum generibus per hæc tempora patuerunt; sic enim infensis halitibus imbuatur atmosphæra, quibus præcipue brumali tempestate serofus, ac lymphaticus latex perstringitur, simulque mordax, & injuriosus effunditur.

Nobis vero non ea morborum genera, quæ passim occurrunt, & ab auctoribus memorantur, sub hujusmodi Cæli conditionibus evenerunt, at singularis, eaque serofa parotidum inflatio, in qua non solum communis aer culpandus, sed non minus peculiare aliquid, & proprium e nostrate terra, nimia fortasse hac hyeme, atque insueta humiditate perfusa, erumpens, cujus vi salivalis parotidum humor cogitur, in iisque subsidet.

Equidem conjectura ducor ad id suspicandum, propterea quia pleraque ex finitimis Regionibus ab hac ærumna servatas audiverim. In Emilia, vix Lucum, & Faventia, hunc eundem morbum sustinuerunt. In Etruria, atque Cispina

pina Gallia nullibi, quod sciverim, de parotidibus similiter tumentibus oppidani conqueruntur. Statim ac non ita se res habeat, ignorantiam meam accusate, & conjecturam abjicite.

Aliam ego quoque, quæ mihi placitura erat, abjeci, dum animo fixeram ab Africa, ubi pestis cum parotidibus grassabatur, australium ventorum ope pestilentialis halitus ad nos usque translatos, Africanam terram adhuc olere. Nugæ enim potius videntur, quam divinationes philosopho dignæ.

Si quis interim quærat, quid demum illud fuerit, quod sive è terra, sive aliunde in atmosphæram emissum parotides adoriatur, facile cognoscet divinum aliquid latere in morbis, quod assequi humana imbecillitas nequeat. Proinde magis opportunum fore existimo, si a causarum consideratione ad effectus me referam.

Possẽm equidem, quam conjecturam amplexus sum, vel novo rationum pondere confirmare, vel ab iis, quæ opponi poterunt, vindicare. Si tempus redundaret, facerem hoc ipso loco; ut autem brevitati consultum sit, haud prorsus abutar patientia vestra in iis vel opponendis vel diluendis, quæ quidem videmini vos interim, & opponere taciti, & diluere.

Dum igitur ad effectuum explicationem aggredior, illud moneo, parotides in hac constitutione, glutinose sero turgentes, peculiaris naturæ morbum designare, e quo febris, scroti tumor, ac reliqua superius dicta symptomata nascuntur. Quamobrem nequeunt ipsæ cum parotidibus ab Hippocrate descriptis comparari, quæ morbis acutis, atque malignis sæpe numero accedunt, tanquam eorundem confectariæ, in suppurationem, & abscessum pronæ, quod a nostris parotidibus alienum est. Illæ quidem has antecesserant, ut supra comprehensum est; tunc nempe cœperat, vel ante nostri hujus morbi ingressum, abditum nescio quid evolvi, quod morborum impetum ad parotides direxerat, quodque nunc etiam easdem facilius, sicut & finitimas glandulas præ reliquis excruciat. Sileo vulgarem opinionem illam, qua putant malum hoc contagione facile contrahi posse, cum nondum eventis satis firma, & stabilis inveniatur.

Videamus nunc, quare parotides potissimum inter reliquas salivales glandulas ob eam labem agrotent; quo loco præstat Heisterum monentem audire insignibus, & confertissimis

mis externarum carotidum ramis parotidem irrigari, atque ab ipsa largam salivæ copiam effundi. Quamobrem nil mirum, si ut ipsa propius aeri objicitur, citissime vitium capiat, maxime in adolescentibus, quorum cutis mollior, patientiorque est, contra ac senum cutis flaccida admodum, aut strigosa.

Idem ferme dixerim de maxillaribus glandulis, quæ nonnunquam visæ sunt, primo ante parotides doluisse. Ex his porro & alios salivales fontes affici, & fauces dolere propinquitate loci, & muneris societate manifeste colligitur. Non ita manifestum est, cur infensus parotidibus humor ab iisdem descendens, in scrotum, ac testes deflectat; videtur sane id obscurissimum, & explicatu difficillimum. Nam quidquid liquoris e salivalibus filtris emittitur, alienæ prorsus censetur indolis, ac succus, quo madet tunica vaginalis; nisi ergo per morbum, huic similis fiat, proindeque circulatione abreptus, eoque deductus, commode in illius vaginalis tunicæ cellulis deponatur, nulla interesset necessitudo, ob quam eandem sedem obtineret. Nonnunquam tamen in syphillide, obscenas partes, viru illo sædatas, salivales glandulas sibi comites adjungere, non est cur denegemus; qua de re suspicari aliquis posset abditum quoddam commercii genus, testes inter, & oris glandulas intercedere. Quemadmodum enim genituræ, & vocis magna consensio est, quam vel ipse noverat Hippocrates, docens libro secundo Epidemior. sec. prim. diuturnas tusses, ob hanc eandem consensionem, in tumorem testium desinere, ita porro cum Parotides glandulæ haud multum distent a gutture, hujus quandoque societatis participes fiunt, proindeque earum tubercula prolabente ad testes humore solvantur.

Neque tamen desunt in morbis aliis similium mutationum exempla, quibus pravam eam materiam ab uno in locum alium transferri, quotidie, ob mutuam quarundam partium conspirationem, admiramur; in qua quidem conspiratione non modo humoris similitudo, verum etiam intimior viscerum sibi respondentium constitutio æstimanda est.

Plane ignoro num aliæ hujusmodi morborum constitutiones apud auctores passim legantur. Ab Hippocrate tamen, primo Epidemiorum libro, memoratur quod in Thaso sub plejadibus, cum aquæ multæ, aëtro plerumque flante, de-

cidissent, Tubercula circa aures, multis, circum alteram erant, quibusdam parum incalescebant, omnibus sine supuratione: Tuberculorum figura laxa, & magna. Fiebant autem hæc junioribus ætate vigentibus, mulieribus vero paucis. Tuffes interea siccæ, voces raucæ, &, paulo post, inflammationes cum dolore in testiculum alterum, quibusdam in utrumque. Qua de re videtur sane constitutio hæc nostra, cum illa Hippocratis comparanda. Caterum neque Sydenhamius quod sciam, neque Ramazzinus, neque Lucas Schrochius, neque Muschembroechius, neque Noyerus in suis historiis Epidemicis quidquam de Parotidibus seroso glutine oppletis, quod inde sæpe numero in scrotum defluat; lectores suos monuere. Veruntamen, ad insequentem hunc scroti tumorem quod pertinet, oportet meminisse, tantam non esse morbose hujus humoris cum testibus affinitatem, ut non potius in pulmones, vel in stomachum irrumpat, illic impetu morbi converso; quod discrimen, viscerum infirmitas, ac succorum aberratio, promovet omne. Jam vero in his aberrationibus illud semper nos consolatur, victricis naturæ opere huc usque gravem parotidibus, atque universo sanguini humorem hunc, subigi potuisse, & modo alvi fluxu, & modo sudore copiosius manante, e corpore expelli, vel conducibili sanguinis e naribus profusione, compesci, indeque prorsus dissipari. Nihilo tamen minus, quod dissimulare nequeo, postremis hisce superioribus diebus, exasperari morbus visus est, in iis potissimum, quibus prædictæ intumescentiæ celeriter evanuerunt, contra ac in iis, quibus inflatio exterius prominebat, magisque augeri conspiciebatur. Tunc autem & tonitrua, & fulgura extiterunt, & grando, & creber imber copiosus effluxit, ventis tunc temporis sive occidentalibus, sive orientalibus ad austrum sæpe inclinantibus, nec non etiam barometro insigniter depresso. Quamobrem nil mirum, si in hujusmodi inconstantibus Cæli tempestatibus, inconstantes, & judicatu difficiles morbi fiant.

Hæc habui, Sodales optimi, vobiscum interea communicanda: fortasse maturavi nimis, quoniam exacta omnino Epidemica hac constitutione singulas ipsius vicissitudines, naturam, causas apertius detexissem; scilicet tutius affirmassem, num alibi parotides epidemicæ vagentur, num vero Bononiæ consistant, rusticari contentæ. Rumor quidem nudius ter-

tertius percrebuit, Mutinæ, Ferrariæ, in Foro Cornelii, & Romæ nunc quosdam iisdem parotidibus, atque nos ipsos detineri; at nondum eidem rumori aquiesco. De exitu quoque morbi certior fieri potuissem, an scilicet se se occultante hoc morbo, novus alter, vel magis formidandus exurgat, quod sedatis, & extinctis quibusdam popularibus morbis alias accidisse docemur; quodque nunc etiam si lentum, ac mucosum serum deteriori fæditate imbuatur, timeri potest; quamquam nihil horum hæctenus accidit. Sed quam modo cunctatione indigemus?

Conatibus nostris non deerit Academiæ studium, quæ sapientissimis animadversionibus, ac monitis, susceptum a nobis munus in præsentis conventu expoliat, atque perficiat.

EUSTACHII ZANOTTI.

De Veneris ac Solis congressu.

Observatio habita in Astronomica Specula Bononiensis Scientiarum Instituti die 5 Junii 1761.

Neminem astronomiæ studiosum esse puto, quin ea, quæ in hoc Veneris cum Sole congressu observata fuerunt, intelligere valde aveat, præsertim cum nullus sit usquam alius corporum cælestium concursus, quo incertas adhuc, aut nondum sat accurate definitas Solis & Veneris parallaxes majori subtilitate assequi valeamus; ac si ipsam planetæ Veneris theoriam spectamus, non est dubium quin hæc observatio ad loca nodorum stabilienda ceteris omnibus, quæ institui possunt, anteponenda sit. Quod ad parallaxis investigationem attinet, ea certe confici nequit, nisi observationes in remotissimis regionibus habitæ invicem collatæ fuerint, quæ observationum comparatio non requiritur ad investiganda nodorum loca. Cum autem hoc phænomenon probe observatum ad astronomiam magis magisque promovendam conferat, muneris nostri esse arbitramur non modo ea diligenter exponere, quæ ab observationibus colliguntur, verum etiam quæ fuerint instrumenta, & quomodo adhibita, quæque fuerit ratio calculi in perquirenda semita a Venere descripta, ut omnes intelligant quantum nostris hisce observationibus deferendum sit. Ob hanc causam qui legerint veniam dabunt, ut spero, si singula minutius persequemur.

Nocte præcedente cælum undique nubibus obductum erat; at feliciter nobis contigit, ut summo mane paulatim nubes leni perflante vento disjicerentur, quæ cum prope horizontem ad exiguam altitudinem coactæ fuissent, dimidia circiter hora observationem tantum retardarunt. Plures interea ex iis, qui astronomiæ sæpe indulgent, ad Institutum convenerant, ac in primis celeberr. Vir. P. D. Paullus Frisius Cong. Cler. Reg. S. Paulli, & in Pisano Gymnasio matheos Professor, qui observationis faciendæ causa Bononiam se contulerat. Quoniam vero unum Speculæ conclave tot astronomorum

com-

commodo non fatis amplum erat; ipse & socius Matheucius Speculam conscendimus, ut quadrante, & longioribus telescopiis observationem aggredieremur. Frisius in inferius conclave se recepit, cui se socios præbuerunt & Comes Gregorius Casalius, & Sebastianus Canterzanus in hoc Gymn. matheuos Professores. Ibi duo telescopia parata erant reticulo instructa, & horologium ex pendulo composito e Britannia advectum, quod non multo ante pro optima, qua semper fuit erga Institutum voluntate, Senator amplissimus Marchio Sigismundus Malvetius Instituto dono dederat, quodque unum deesse videbatur ad hanc astronomicam supellectilem absolvendam. Nunc primum ea referam, quæ in superiori conclavi, tum quæ in inferiori peracta sunt.

Cum in minoribus ab horizonte distantis ob præceptis refractionis decrementum corporum caelestium a circulis, quos diurno motu perlustrant, æquatori parallelis sensibilis sit deviatio, mihi propositum fuit quadrante uti, ut appulsus notarem ad fila in foco telescopii constituta, quæ horizontalem & verticalem circulum designant, in quibus nullus a refractionibus error oriri potest. At maxime intererat rectam utriusque fili positionem obtinere; nam si fila aliquantulum & a verticali circulo, & ab horizontali aberraverint, errores, qui in observationes eodem sensu irreperent, attentæ observationum serie non ita facile apparerent, & nulla usquam fieret eorum compensatio. Quæ cum animadverterem, omnem diligentiam adhibendam esse censui, & nulla experimenta prætermittenda esse ex iis, quæ in hac re ab Astronomis haberi solent. Quadrantem in meridiano posuimus, & stellam per meridianum transeuntem pone filum horizontale non una vice excurrere observavimus, quod de recta fili positione certissimum indicium erat. Quod ad filum verticale attinet, etiam in objectis terrestribus sæpius experti fuerimus examissim cum verticalibus lineis convenire, aliud tamen examen instituimus iis diebus, quibus æquales Solis altitudines captabamus ad meridiei tempus accurate definiendum. In eadem altitudine ante & post meridiem non modo Solis excursum per filum horizontale, sed etiam per filum verticale notabamus, ut inde appareret, an eadem esset in utroque filo ante & post meridiem diametri mora, quæ cum eadem inventa sit, si ab errorculis præscindimus, qui inter observandum

dum evitari nequeunt, de filis recte constitutis nullus dubitandi locus relinquebatur. Mitto nunc observata Veneris loca in disco Solis emendari facile potuisse, si perperam fila disposita fuissent; nam cognita solaris diametri mora in meridiano, ubi filum semitæ Solis perpendiculare existit, si fiat ut mora observata in alterutro filo quadrantis ad moram in meridiano, ita radius ad quartum, elicietur sinus inclinationis fili cum semita a Sole descripta, quæ inclinatio si ab ea differat, quam circuli spheræ deponunt, in perquirendis planetæ locis supra Solis discum aberrationis illius ratio habenda erit, idque facile assequemur si ea methodo utemur, quam infra trademus. Nunc observationes ipsas conscribimus, quibus tempora vera a meridie numerata accurate præfigimus. In singulis etiam quadrantis altitudinem notamus, sed minus diligenter; nam cum hæ parallaxi inquirendæ tantum inserviant, etiam si uno gradu a veritate aberraverint, nulla inde variatio in quantitate parallaxis sequeretur.

Observatio I. Alt. gr. 5 14.

16	54	37	limb. præ.	☉	ad fil. hori.
	54	45 $\frac{1}{2}$	limb. præ.	☉	ad fil. verti.
	56	15	limb. præ.	♀	ad fil. verti.
	56	20	limb. seq.	♀	ad fil. verti.
	57	20	limb. præ.	♀	ad fil. hori.
	57	26	limb. seq.	♀	ad fil. hori.
	57	54	limb. seq.	☉	ad fil. hori.
16	57	55	limb. seq.	☉	ad fil. verti.

Observatio II. Alt. gr. 7 0.

17	5	56 $\frac{1}{2}$	limb. præ.	☉	ad fil. hori.
	5	59 $\frac{1}{2}$	limb. præ.	☉	ad fil. verti.
	7	25 $\frac{1}{2}$	limb. præ.	♀	ad fil. verti.
	7	30 $\frac{1}{2}$	limb. seq.	♀	ad fil. verti.
	8	35 $\frac{1}{2}$	limb. præ.	♀	ad fil. hori.
	8	40 $\frac{1}{2}$	limb. seq.	♀	ad fil. hori.
	9	11 $\frac{1}{2}$	limb. seq.	☉	ad fil. hori.
17	9	13	limb. seq.	☉	ad fil. verti.

Observatio III. Alt. gr. 8 10.

17	12	50 $\frac{1}{2}$	limb. præ.	☉	ad fil. hori.
	12	53	limb. præ.	☉	ad fil. verti.
	14	16	limb. præ.	♀	ad fil. verti.
	14	22	limb. seq.	♀	ad fil. verti.
	15	27	limb. præ.	♀	ad fil. hori.
	15	32	limb. seq.	♀	ad fil. hori.
	16	4	limb. seq.	☉	ad fil. hori.
17	16	7	limb. seq.	☉	ad fil. verti.

Observatio IV. Alt. gr. 9 8.

17	19	24	limb. præ.	☉	ad fil. hori.
	19	29	limb. præ.	☉	ad fil. verti.
	20	50	limb. præ.	♀	ad fil. verti.
	20	55 $\frac{1}{2}$	limb. seq.	♀	ad fil. verti.
	21	57 $\frac{1}{2}$	limb. præ.	♀	ad fil. hori.
	22	3	limb. seq.	♀	ad fil. hori.
	22	35	limb. seq.	☉	ad fil. hori.
17	22	45 $\frac{1}{2}$	limb. seq.	☉	ad fil. verti.

Observatio V. Alt. gr. 10 50.

7	29	41	limb. præ.	☉	ad fil. hori.
	29	55 $\frac{1}{2}$	limb. præ.	☉	ad fil. verti.
	31	14 $\frac{1}{2}$	limb. præ.	♀	ad fil. verti.
	31	20	limb. seq.	♀	ad fil. verti.
	32	10	limb. præ.	♀	ad fil. hori.
	32	16	limb. seq.	♀	ad fil. hori.
	32	50 $\frac{1}{2}$	limb. seq.	☉	ad fil. hori.
17	33	15 $\frac{1}{2}$	limb. seq.	☉	ad fil. verti.

Observatio VI. Alt. gr. 14 12.

17	49	38 $\frac{1}{2}$	limb. præ.	☉	ad fil. hori.
	49	42 $\frac{1}{2}$	limb. præ.	☉	ad fil. verti.
	50	55	limb. præ.	♀	ad fil. verti.
	51	10 $\frac{1}{2}$	limb. seq.	♀	ad fil. verti.
	51	58 $\frac{1}{2}$	limb. præ.	♀	ad fil. hori.
	52	4 $\frac{1}{2}$	limb. seq.	♀	ad fil. hori.
	52	42 $\frac{1}{2}$	limb. seq.	☉	ad fil. hori.
17	53	7 $\frac{1}{2}$	limb. seq.	☉	ad fil. verti.

Objer-

Observatio VII. Alt. gr. 17 0.

18	6	3 $\frac{1}{2}$	limb. præ.	☉	ad fil. hori.
	6	15	limb. præ.	☉	ad fil. verti.
	7	11	limb. præ.	♀	ad fil. verti.
	7	17	limb. seq.	♀	ad fil. verti.
	8	31	limb. præ.	♀	ad fil. hori.
	8	36 $\frac{1}{2}$	limb. seq.	♀	ad fil. hori.
	9	18	limb. seq.	☉	ad fil. hori.
18	9	31 $\frac{1}{2}$	limb. seq.	☉	ad fil. verti.

Observatio VIII. Alt. gr. 23 40.

18	44	36 $\frac{1}{2}$	limb. præ.	☉	ad fil. hori.
	45	15 $\frac{1}{2}$	limb. præ.	☉	ad fil. verti.
	46	7 $\frac{1}{2}$	limb. præ.	♀	ad fil. verti.
	46	14	limb. seq.	♀	ad fil. verti.
	46	39 $\frac{1}{2}$	limb. præ.	♀	ad fil. hori.
	46	47	limb. seq.	♀	ad fil. hori.
	47	36	limb. seq.	☉	ad fil. hori.
18	48	49	limb. seq.	☉	ad fil. verti.

Observatio IX. Alt. gr. 31 42.

19	30	15	limb. præ.	☉	ad fil. hori.
	30	22	limb. præ.	☉	ad fil. verti.
	30	59	limb. præ.	☉	ad fil. verti.
	31	5	limb. seq.	♀	ad fil. verti.
	32	6	limb. præ.	♀	ad fil. hori.
	32	11	limb. seq.	♀	ad fil. hori.
	33	11 $\frac{1}{2}$	limb. seq.	☉	ad fil. hori.
19	34	0	limb. seq.	☉	ad fil. verti.

Observatio X. Alt. gr. 34 15.

19	44	10 $\frac{1}{2}$	limb. præ.	☉	ad fil. hori.
	44	16 $\frac{1}{2}$	limb. præ.	☉	ad fil. verti.
	44	58 $\frac{1}{2}$	limb. præ.	♀	ad fil. verti.
	45	5 $\frac{1}{2}$	limb. seq.	♀	ad fil. verti.
	45	59	limb. præ.	♀	ad fil. hori.
	46	4 $\frac{1}{2}$	limb. seq.	♀	ad fil. hori.
	47	7 $\frac{1}{2}$	limb. seq.	☉	ad fil. hori.
19	48	4	limb. seq.	☉	ad fil. verti.

Observatio XI. Alt. gr. 37 21.

20	2	1 $\frac{1}{2}$	limb. præ.	☉	ad fil. hori.
	2	14	limb. præ.	☉	ad fil. verti.
	2	38	limb. præ.	♀	ad fil. verti.
	2	44	limb. seq.	♀	ad fil. verti.
	3	46 $\frac{1}{2}$	limb. præ.	♀	ad fil. hori.
	3	52	limb. seq.	♀	ad fil. hori.
	4	59 $\frac{1}{2}$	limb. seq.	☉	ad fil. hori.
20	5	49	limb. seq.	☉	ad fil. verti.

Observatio XII. Alt. gr. 41 7.

20	23	0 $\frac{1}{2}$	limb. præ.	☉	ad fil. hori.
	23	1 $\frac{1}{2}$	limb. præ.	☉	ad fil. verti.
	23	18	limb. præ.	♀	ad fil. verti.
	23	24	limb. seq.	♀	ad fil. verti.
	24	41 $\frac{1}{2}$	limb. præ.	♀	ad fil. hori.
	24	48	limb. seq.	♀	ad fil. hori.
	26	0	limb. seq.	☉	ad fil. hori.
20	26	36	limb. seq.	☉	ad fil. verti.

Observatio XIII. Alt. gr. 44 10.

20	40	16	limb. præ.	☉	ad fil. hori.
	40	22	limb. præ.	☉	ad fil. verti.
	40	33 $\frac{1}{2}$	limb. præ.	♀	ad fil. verti.
	40	39	limb. seq.	♀	ad fil. verti.
	41	56 $\frac{1}{2}$	limb. præ.	♀	ad fil. hori.
	42	1 $\frac{1}{2}$	limb. seq.	♀	ad fil. hori.
	43	17 $\frac{1}{2}$	limb. seq.	☉	ad fil. hori.
20	43	53 $\frac{1}{2}$	limb. seq.	☉	ad fil. verti.

Observatio XIV. Alt. gr. 46 28.

20	53	51 $\frac{1}{2}$	limb. præ.	☉	ad fil. hori.
	53	58 $\frac{1}{2}$	limb. præ.	☉	ad fil. verti.
	54	3 $\frac{1}{2}$	limb. præ.	♀	ad fil. verti.
	54	9	limb. seq.	♀	ad fil. verti.
	55	30	limb. præ.	♀	ad fil. hori.
	55	36	limb. seq.	♀	ad fil. hori.
	56	54	limb. seq.	☉	ad fil. hori.
20	57	25 $\frac{1}{2}$	limb. seq.	☉	ad fil. verti.

Ingruente tempore, quo Venus a Sole se subduceret, diversa telescopia in Solem intendimus, quibus Veneris excessum observaremus. Ego telescopio quadrantis, Matheucius telescopio ped. 22, Marinus telescopio ped. 10 utrumque planetarum contactum definivimus in hunc modum:

Observatio interioris Planetarum contactus.

21	4	34	Tubo ped.	$2\frac{1}{2}$.
21	4	58	Tubo ped.	10.
21	4	58	Tubo ped.	22.

Observatio exterioris eorumdem contactus.

21	22	30	Tubo ped.	$2\frac{1}{2}$.
21	23	0	Tubo ped.	10.
21	23	7	Tubo ped.	22.

Interea dum ab observandis Planetarum appulsibus ad fila quadrantis vacabamus, Venerem attente inspicientes, ea nobis semper perfecte rotunda visa est; neque ulla aut corona, aut nubecula apparuit, quæ globum circumiret, quæque atmosphææ indicium præberet; nihil etiam hujusmodi in ejus excessu deprehendi potuit. At mirum cuiquam fortasse videbitur inter observationes duobus telescopiis peractas altero pedum 22, altero pedum 10, si de contactu interiori sermo sit, nullum, si de exteriori, perexiguum temporis discrimen fuisse, & culpam vel in longius telescopium, vel in observatorem transferet. Equidem testari possumus longius telescopium præstantissimum esse, ut quisque facile Campanam artificem agnoscat. Nulla quoque suspicio propter observatorem esse potest, cujus in observando dexteritas cuique notissima est. Ego puto hujusce rei causam a certa quadam lentium, quibus telescopia constabant, conjugatione repetendam esse, qua fiebat, ut imago Solis ex utroque telescopio visa, ejusdem magnitudinis appareret. In telescopio pedum 22 oculare vitrum diametrum habebat unciarum 3. At in breviori diameter erat unciarum $1\frac{1}{4}$ juxta Herculis Lellii præceptum, qui ut in ceteris facultatibus, quibus operam dedit, sic in hac vitraria maxime excellit. In suis telescopiis oculares lentes maxime convexas adjungit, præsertim si objecta lucidissima conspicienda fuerint; nam quamvis imago rerum objectarum obscurior fiat, quo magis extendi, & amplificari videtur, cum tamen de Sole inspiciendo agitur, non quantitas luminis desideranda est, sed potius imaginis amplificatio requirenda. Caveant igitur ne errent, qui in conciliandis observationibus emendanda esse tempora existimant pro diversa telescopii longitudine, cum potius imaginis amplificatio attendenda sit.

*De Veneris semita intra Solem in hoc congressu
descripta.*

EX præcedentibus numeris liquet tempus, quo Venus centro suo filum horizontale affecuta est, itemque tempus, quo centrum Solis idem filum pertransivit; quare si hæc temporum differentia conferatur cum mora solaris disci in eodem filo, colligetur distantia a centro illius cordæ, in qua Venus a filo horizontali bisecta versabatur. Solaris diametri mora duobus modis sumi potest, vel quæ prodit ab ipsis observationum numeris, vel quæ subducitur trigonometricis rationibus ex inclinatione fili cum parallelo circulo a Sole descripto, nec non e diametro Solis jam constituta. Cum autem in telescopiis ob diversam radiorum refrangibilitatem aliqua ad planetarum diametros accessio fiat, cumque fili crassities non nihil conferat ad augendum intervallum inter appulsus limbi præcedentis, & subsequæntis, elementa theoriæ Veneris, quæ infra trademus, inquirenda esse existimavi adhibita mora, quæ trigonometricis rationibus, uti diximus, pro singulis observationum temporibus deducitur. Repræsentet OR (*fig. 1*) filum horizontale, cui ducta diameter perpendicularis tu vicem gerat circuli verticalis. Rationem, quam habent prædicta duo temporum intervalla, eandem habent & distantia CI , & diameter circuli. Fiat igitur ut mora diametri Solis in filo horizontali ad differentiam temporis, quæ intercedit inter appulsus centri Veneris, & centri Solis ad idem filum, sic diameter Solis ad distantiam CI . Esto ecliptica in EF ; & quoniam tempore observationis notus est angulus circuli verticalis cum ecliptica, ducta diametro tu , quæ notum angulum cum EF comprehendat, & sumpta CI ejus longitudinis, quæ deducitur ex præcedenti proportione, liquido constat locum Veneris fuisse in corda OR . Eadem prorsus ratione invenietur corda, in qua Venus versabatur quo tempore filum verticale pertransivit; nam ducta diametro TV , quæ eclipticam secet angulo $VC F$, quantus scilicet fuerat angulus verticalis cum ecliptica, eique parallela corda, cujus distantia CA , quam ex observationum numeris eruemus; manifestum est locum Veneris per filum verticale transeuntis reperiri in prædicta corda; quapropter si nullus fuisset Veneris a Sole motus eo tempore, quo ab uno ad alterum filum migravit, loc-

cus Veneris haberetur in n , ubi cordæ se mutuo fecant. At cum motus Veneris a Sole prædicto temporis intervallo negligere non liceat, fingamus nobis apparentis semitæ portiunculam ms a Venere descriptam fuisse, quam nunc definire oporteat, in quo sane nulla erroris suspicio subesse poterit, cum de minimis quantitibus quæstio sit, si non modo Veneris motum a Sole in orbita tamquam certo constitutum e tabulis astronomicis desumpserimus, verum etiam angulum, quem semita a tellure visa cum ecliptica comprehendit. Horarium hunc motum esse constat ex nostris ephemeridibus juxta Cassini tabulas supputatis min. 4 circiter, angulum vero gr. 8. Fiat igitur ut hora ad min. 4 sic tempus inter observatos transitus Veneris per duo fila ad lineam ms . Hæc linea ut plurimum nobis prodiit sec. 5. Dein in triangulo mns cum datus sit angulus mns , ut infra declarabimus, & angulus nms æqualis summæ angulorum inclinationis semitæ apparentis, & circuli verticalis VT cum ecliptica, subducto calculo resultabit linea mn . Locus igitur Veneris habebitur in m , ac si fiat mP æqualis differentiæ parallaxium Solis, & Veneris, dabitur in P locus Veneris e centro telluris visus. Demum ducta PL ad eclipticam perpendiculari, erit hæc latitudo Veneris, & CL differentia longitudinum Solis, & Veneris pro eo tempore, quo planeta in verticali filo versabatur.

His præmissis trigonometricus calculus expeditissimus erit, præsertim si ea contempserimus, quæ propter eorum exiguitatem negligi omnino possunt. In triangulo rectangulo CIH ex data distantia CI cordæ a centro, & angulo ICH , quem duo circuli verticales comprehendunt, supputetur CH , & IH . A puncto n demittatur supra CT perpendicularis nQ , quæ cum æqualis sit CA , in triangulo nQH simili CIH supputetur QH , quæ si addatur CH , conficietur $CQ = nA$. Verum hic juvat animadvertere ob exiguitatem anguli ICH nullam sensibilem differentiam exsurgere inter CI , & CH , ac præterea QH contemnendam esse; quapropter absque erroris periculo fiet An æqualis CI , & QH pro nulla habebitur, & angulus QHn tamquam rectus, cui æqualis erit mns . Cum igitur data sit $CI = nA$, si huic addatur mn , & ab ea subducatur mP , resultabit PA . In triangulo BCA rectangulo ex data CA , & ex dato angulo verticalis circuli cum ecliptica CBA , supputetur CB , & BA . Inventæ BA

ad-

addatur PA ut fiat PB. Demum in triangulo rectangulo PLB simili triangulo BCA, ex data PB, subducatur latitudo quaesita PL; supputetur quoque BL, ut habeatur differentia inter BL, & CB, nempe differentia longitudinum Solis, ac Veneris. Has longitudinum differentias, per quas Venus modo Sole orientior erat modo occidentalior, itemque Veneris latitudines, uti ex singulis observationibus nobis prodierunt posita Solis semidiametro min. 15 48½, sequentibus numeris exhibemus.

<i>Tem. ver. post meridiem.</i>	<i>Differ. longitud. inter ♀ ☿ ☼.</i>	<i>Latitud. merid.</i>
H.
16 56 17½	5 46 Orient.	8 31
17 7 28	5 7 Orient.	8 40½
17 14 19	5 41½ Orient.	8 46
17 20 52¾	4 15½ Orient.	8 56
17 31 17¾	3 36½ Orient.	8 54
17 50 58¾	2 18 Orient.	9 0
18 7 14	1 21½ Orient.	9 14
18 46 10¾	1 19 Occi.	9 46
19 31 2	4 19½ Occi.	10 4
19 45 2	5 1½ Occi.	10 13
20 2 41	6 20½ Occi.	10 28½
20 23 21¾	7 46½ Occi.	10 41
20 40 36¼	8 46 Occi.	10 49
20 54 6¼	9 46 Occi.	11 0

Hi longitudinum, ac latitudinum progressus nequaquam respondent temporum intervallis, quibus observationes peractae sunt. At si quis animadverterit quid efficere possit error dimidii secundi temporis, non amplius mirabitur aliqua inter longitudinum, ac latitudinum numeros dissidia reperiri. Hanc seriem nullo negotio emendare potuissem, sed nostri candoris

ris erat integram referre, ne quid rerum veritati detraheremus. Ut autem elementa statueremus, a quibus semitæ Veneris positio pendet, cum non uni potius quam alteri observationi fides habenda sit, eadem ex pluribus combinationibus investigavimus, ut inde medium arithmeticum perciperemus. Observationes sunt omnino 14; at ne combinationes omnes persequeremur, quas hic numerus complectitur, eas tantum elegimus, in quibus observationes una saltem hora & dimidia distarent; si enim brevissimum fuerit temporis intervalum, minus accurata fiet determinatio motus horarii tum in longitudinem, tum in latitudinem. Calculos omnes hic non trademus, ne longiores simus quam oportet, sed ea tantum conscribemus, quæ ex præcedentibus numeris subducto calculo comperta sunt.

Motus horarius Veneris in longitudinem — gr. 0 3 55 $\frac{2}{3}$

Motus horarius in latitudinem ————— gr. 0 0 36 $\frac{2}{3}$

Tempus verum conjunctionis Planetæ cum

Sole ————— hor. 18 26 0

Latitudo Veneris in conjunctione ————— gr. 0 9 27 $\frac{1}{2}$.

Ex his reliqua, quæ hic subjiciemus, trigonometrico calculo investigavimus.

Angulus semitæ cum ecliptica ————— gr. 8 49 23

Motus horarius in semita ————— gr. 0 3 58 $\frac{2}{3}$

Portio semitæ inter medium transitus &

conjunctionem ————— gr. 0 1 27

Distancia semitæ a centro Solis ad Austrum — gr. 0 9 21

Longitudo semitæ intra Solis discum ————— gr. 0 25 29 $\frac{1}{2}$

Differentia longitudinis Veneris & Solis

in ingressu ————— gr. 0 14 2

Differentia longitudinis in egressu ————— gr. 0 11 9 $\frac{1}{2}$

Latitudo Veneris in ingressu aust. ————— gr. 0 7 17

Latitudo in egressu aust. ————— gr. 0 11 12

Tempus medii transitus ————— hor. 18 4 6

Ingressus centri Veneris in Solis discum — hor. 14 51 49

Egressus centri ————— hor. 21 16 23.

Reliquum est, ut egressum centri Veneris e Solis disco, quem præcedenti calculo definivimus, cum eo conferamus, quem superius tradidimus ex ipsis observationibus. Verum pro hac comparatione rite instituenda statuere oportet quid parallaxium differentiæ tum in interiori, tum in exteriori

contactu efficere valeat; nam cum ea semita descripta fuerit; quæ e centro telluris viferetur, egressus, qui inde oritur, nulli parallaxi obnoxius est. Antequam vero demonstremus qua ratione observatus uterque Veneris contactus ab errore parallaxis emendari queat, inquirenda est apparens Veneris diameter. Ab uno contactu ad alterum ex observatione habita telescopio pedum 22 numerantur min. 18 9 quibus respondet motus in semita min. 1 12 $\frac{1}{5}$. Angulus semitæ cum tangente in puncto egressus complectitur gr. 53 43 49; quare si fiat ut radius ad sinum prædicti anguli, sic motus in semita ad diametrum Veneris, resultabit hæc sec. 58 $\frac{1}{2}$.

Sit (*fig. 2*) vera planetæ semita intra solem descripta in *D*, atque ejus distantia a centro *CD*. Sit verus planetæ locus *P*, & locus apparens *O* eo temporis puncto, quo Sol, & Venus se exterius tangere visi sunt. Erit *PO* portio circuli verticalis differentiæ parallaxium æqualis in data altitudine. Interea dum expectamus, ut ex plurium observationum comparatione, quas astronomi, si Deo placet, in diversas regiones profecti aggressi sunt, melius constet de parallaxium quantitate, eam nunc supponemus, quam adhibuimus in præcedentibus supputationibus, ac propterea *PO* tamquam explorata habebitur. Statuimus jam semitæ longitudinem, atque ejus distantiam a centro. Et quoniam notus est angulus semitæ cum ecliptica, dabitur angulus ejusdem semitæ cum circulo verticali observationis tempore, nempe angulus *DPO*. His positis invenienda sit *PB*, idest portio semitæ a Venere peragrata inter verum, & apparentem contactum. Ducatur diameter semitæ parallela, quæ occurrat *PO* productæ in *H*, & demittatur perpendicularis *PG*, junganturque centra *CO*, *CB*. In triangulo rectangulo *PHG*, in quo nota est *PG* distantia semitæ a centro, & angulus *H* angulo *DPO* æqualis, supputetur *PH* & *GH*. *PH* addatur *PO* ut fiat *OH*. In triangulo *COH* præter *OH* notus est angulus *H* & latus *CO* = summæ semidiametrorum Solis & Veneris in contactu exteriori, earum vero differentiæ in contactu interiori, quare colligetur *CH*. Ab hac abscindatur inventa *GH*, & relinquatur *CG* = *DP*. In triangulo *CDB* rectangulo ex datis *CD* & *CB* = summæ semidiametrorum in contactu exteriori, differentiæ vero in contactu interiori supputetur *DB*. Fiat demum differentia inter *DB* & *DP* ut habeatur *PB*,
quæ

quæ erat invenienda. Nunc juvat animadvertere contingere aliquando posse ut DB sit major DP , aliquando minor; in primo casu contactus apparens verum antevertet, in secundo casu subsequetur quantum est tempus quod requiritur, ut Venus semitæ portionem PB excurrat. Quod si differentia inter DB & DP nulla fuerit, nullum quoque erit temporis discrimen inter verum, & apparentem planetarum contactum.

Calculum inivimus, ac primum angulum semitæ cum circulo verticali subduximus. Hic angulus in primo contactu inventus est gr. 57 10, in secundo gr. 58 46. Parallaxium differentiam posuimus in primo contactu sec. 17, in secundo sec. 16. His ita constitutis & posita Solis semidiametro min. 15 48 $\frac{1}{2}$ nobis tandem prodiit PB , quæ in primo contactu deposcit sec. 30; in altero sec. 18; cumque in utroque casu habeatur DB major DP concludendum erit parallaxim utrumque contactum incitavisse. Ex observationum numeris primus contactus contigit hor. 21 4 58, secundus autem hor. 21 23 7, igitur.

Contactus planetarum interior e centro telluris — hor. 21 5 28

Contactus exterior ————— hor. 21 23 25

Hinc centri exitus, qui medium inter utrumque contactum locum non tenet, uti percipitur ab inæquali linearum DB progressu ————— hor. 21 14 33.

Constituta Veneris mora in egressu, quemadmodum videretur e centro telluris, determinatio diametri apparentis adhuc acuratioꝛ fiet. Subducto calculo uti supra, resultat.

Diameter apparens Veneris ————— gr. 0 0 57 $\frac{2}{3}$.

Egressus centri Veneris, qui pendet a positione semitæ, & a ceteris elementis superius expositis, duobus fere minutis differt ab eo, quem posteriori calculo subduximus. Hanc differentiam parvi faciemus, si animadvertemus ab errore unius minuti secundi in motu horario egressum uno minuto primo aut accelerari, aut retardari. Fortasse etiam hæc differentia oritur a quantitate parallaxis nondum constituta. Quamobrem subtiliorem hujusce rei indaginem in aliud tempus rejiciendam esse existimamus.

Determinatio nodi descendantis, & inclinationis orbitæ cum ecliptica.

HActenus ea persecuti sumus, quæ ab observationum numeris pendent; cetera, quæ nunc addemus, nullo modo definiri potuissent, nisi quædam ab astronomorum tabulis deprompta præsto fuissent. Cognito tempore, quo Venus nodum trajecit, quod sane conjicere licet ex ejus motu in latitudinem, Solis longitudinem investigavimus ab accuratissimis tabulis de la Caille, cumque ex motu horario in longitudinem eliciatur elongatio Veneris a Sole, dabitur Veneris longitudo e tellure visa pro eo tempore, quo nodum affecuta est. Demum e tabulis astronomicis excerptimus distantiam tum Veneris, tum Telluris a Sole; quapropter in triangulo ad Solem, ad Venerem, & ad Tellurem constituto ex datis duobus lateribus, & angulo ad tellurem prodit angulus ad Solem, ex quo colligitur nodi longitudo, uti ex sequentibus numeris apparebit.

Tempus verum quo Venus in nodo versabatur	- hor.	2	55	9
Ad idem tempus longitudo Solis e tabulis de la Caille	-----	II	14	59 5 $\frac{1}{2}$
Elongatio Veneris a Sole	-----	gr.	1	0 58
Longitudo Veneris itemque nodi e tellure visa	-----	II	13	58 7 $\frac{1}{2}$
Ex his angulus ad Solem, seu differentia longitudinis Veneris, ac Telluris e Sole visæ	-----	gr.	0	24 15 $\frac{1}{2}$
Inde vero longitudo nodi descendantis ex Sole	-----	☉	14	34 50.

Quoniam ex observationibus data est Veneris latitudo in conjunctione, si triangulum resolvatur, in quo distantia tum Veneris, tum Telluris a Sole e tabulis astronomicis depromptæ duo latera conficiunt, determinabitur angulus ad Solem, nempe latitudo Veneris heliocentrica. Ad comparandas hæc distantias vel si tabulas Hallej, vel si tabulas Cassini nostra hac ætate celeberrimas consulamus, nulla in calculo differentia exsurgit, quæ secundum scrupulum excedat. Constituta latitudine heliocentrica, & supputata Solis longitudine in conjunctione, cum ex præcedentibus numeris data sit longitudo Nodi, in triangulo spherico rectangulo ex datis duobus cru-

ribus supputabitur angulus, qui inclinationem orbitæ cum ecliptica metitur.

Latitudo Veneris in conjunctione e Tellure

vifa ————— gr. 0 9 27 $\frac{1}{2}$

Latitudo Veneris in conjunctione e Sole vifa — gr. 0 3 46

Longitudo Solis in conjunctione ————— II 15 36 10

Differentia longitudinis heliocentricæ Telluris

ac nodi ————— gr. 1 1 29

Ex his angulus inclinationis orbitæ cum

ecliptica ————— gr. 3 30 49.

De observationibus in inferiori Speculæ conclavi habitis.

DUobus telescopiis altero pedum 6, altero pedum 8, quibus reticulum aptatum erat ex quatuor filis octo semi-rectos angulos in centro comprehendentibus astronomi in inferiori Speculæ conclavi observationes inierunt, qua observandi methodo differentiæ ascensionis rectæ, & declinationis inter Solem, & Venerem in singulis phasibus tuto decernuntur, dummodo Sol ab horizonte absit gradus circiter decem; in minoribus enim ab horizonte distantis refractiones aliquam deviationem non prorsus contemnendam ab horariis, ac parallelis circulis efficiunt. Ob hanc causam observationes paulo serius inchoatæ sunt. Monebimus reticulum in singulis phasibus sic compositum fuisse, ut limbus Solis meridionalis filum perraderet, quod cum astronomi tentando assequerentur, machina enim parallactica multis de causis uti non licebat, plures phases rejicere coacti fuerunt, in quibus Solis limbum observatione vix perfecta a filo non nihil amoveri perspiciebant. Nunc eas tantum observationes conscribemus, in quibus nulla erroris suspicio fuit.

Observatio I.

28 11 40 $\frac{1}{2}$ Centrum ☉ ad horarium.
 18 11 50 Centrum ♀ ad horarium.
 26 Diff. inter horar. & obliq.

Observatio II.

29 24 1 $\frac{1}{2}$ Centrum ♀ ad horarium.
 29 24 17 $\frac{1}{2}$ Centrum ☉ ad horarium.
 23 Diff. inter horar. & obliq.

Observatio III.

20 16 53 Centrum ♀ ad horarium.
 20 17 23 Centrum ☉ ad horarium.
 20 Diff. inter horar. & obliq.

Observatio IV.

20 47 22 $\frac{1}{2}$ Centrum ♀ ad horarium.
 20 47 55 $\frac{1}{2}$ Centrum ☉ ad horarium.
 17 Diff. inter horar. & obliq.

Observatio V.

20 59 17 Centrum ♀ ad horarium.
 20 59 54 $\frac{1}{2}$ Centrum ☉ ad horarium.
 15 $\frac{1}{4}$ Diff. inter horar. & obliq.

Interior Planetarum contactus.

21 4 54 Tubo ped. 6.
 21 5 0 Tubo ped. 8.
 21 4 56 Tubo ped. 11.

Exterior Planetarum contactus.

21 22 53 Tubo ped. 6.
 21 22 50 Tubo ped. 8.
 21 22 59 Tubo ped. 11.

Id Canterzani sibi sumpsit ut prædictas phases in typum referret. Modulum construxit ejus magnitudinis, ut in eo bina secunda scrupula commode internoscerentur. Captis ex modulo min. 15 48, quanta est Solis semidiameter, circulum exaravit, & ducta diametro, quæ eclipticam repræsentaret, angulum horarii circuli cum ecliptica in tingulis phasibus investigavit, cujus ope punctum in Sole inveniebat, nempe apparentem Veneris locum tempore observationis. Dein ducto circulo verticali, cujus angulus cum ecliptica pro eo tempore supputatus fuerat, & elicitæ parallaxium differentia veram ex apparenti locum Veneris comperit. Punctis omnibus ita constitutis eam, quam ipse, & Matheucius Veneris semitam comperitam habebamus, in schema retulit, quæ sane

inter puncta excurrerebat, ut eadem hinc illinc ab ea modico quidem intervallo distita essent. Postquam semel atque iterum Canterzani typum inspexisset, sibi tandem suavitatem rem prorsus inutilem se facturum, si calculos omnes iniret, a quibus elementa eadem atque illa, quæ supra tradidimus, necessario consequi debebant. Cum hæc ab eo intelligerem, valde mihi, & Socio Matheucio gratulatus sum, quod observationes a præstantissimis viris habitæ mirum in modum cum nostris consenserint.

Fig. 1.

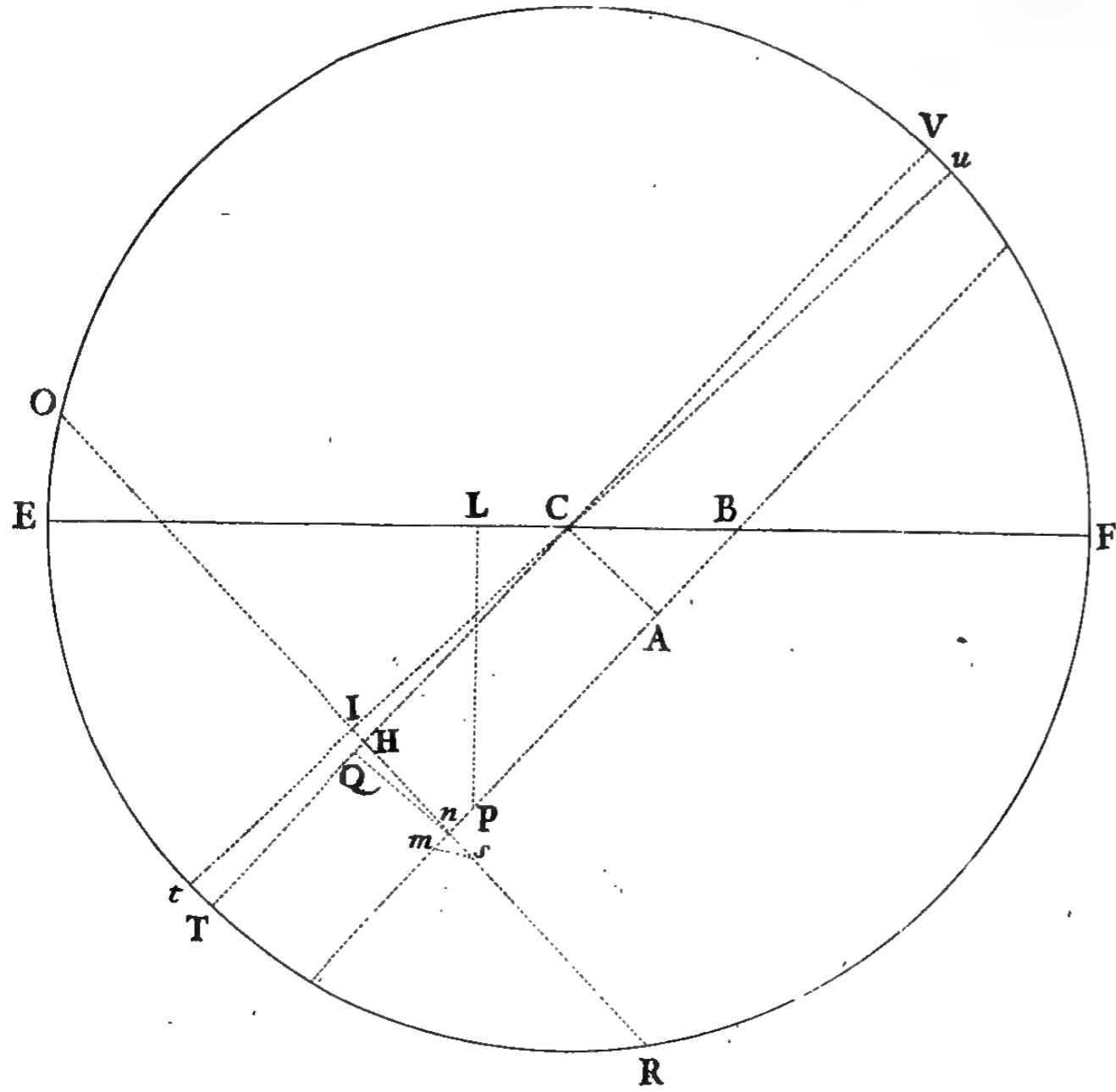
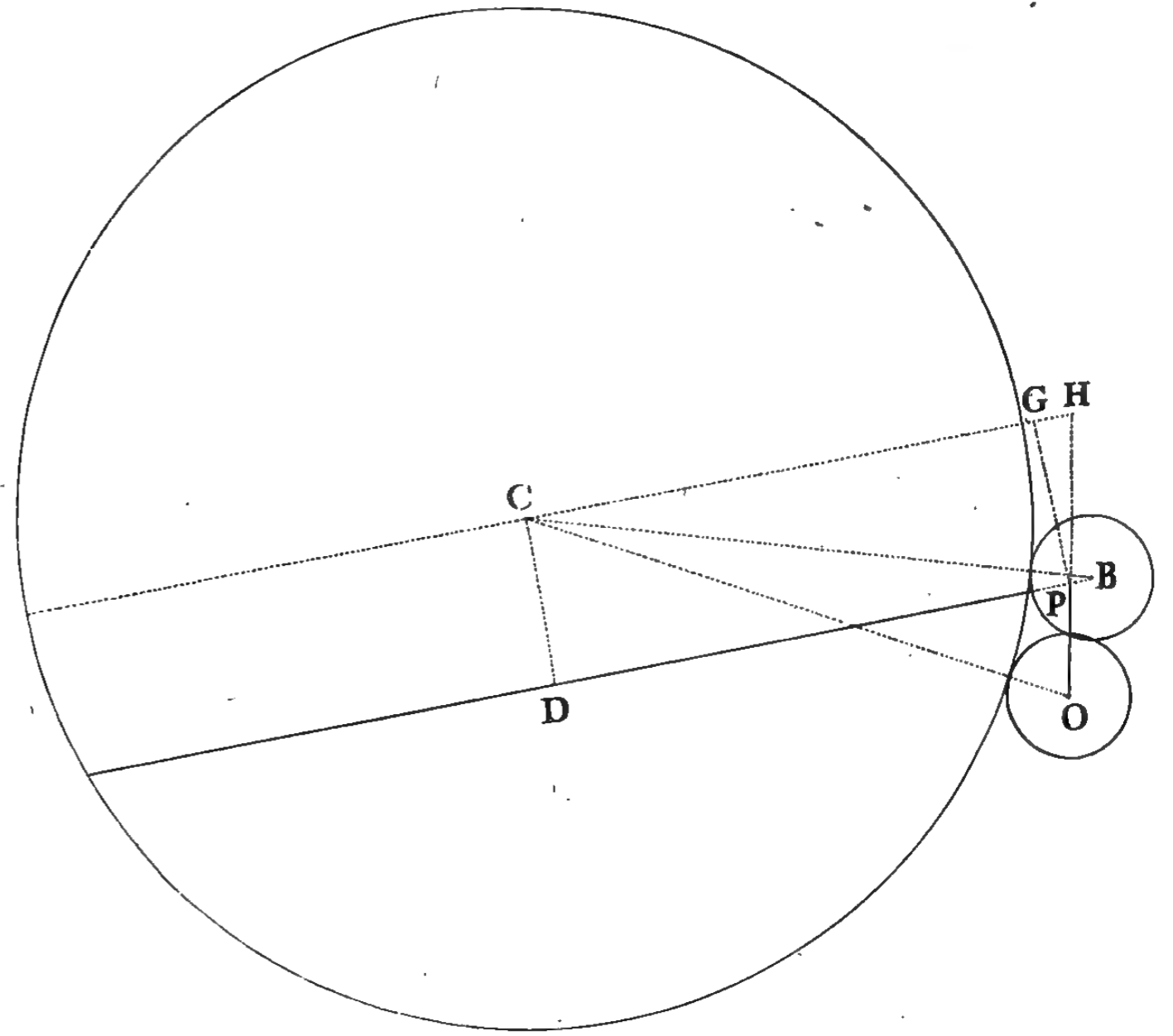


Fig. 2.





FERDINANDI BASSI.

De bononiensi Phytotypolito.

INter Naturalis Historiæ thesauros, qui hominum admirationem, quin imo mentis aciem provocant, insignem sibi vindicant locum organica corpora in lapidem conversa, quæ in montium præcipue visceribus passim occurrunt. Ex terrarum enim stratis, eorumque constructione, directioneque, ex lapidefactis organicis corporibus, eorumque dispositione, & natura permultas variasque admodum sententias de Orbis terraquei Genesi sibi finxere Philosophi, qui Telluris immutationes antiquissimas arbitrantes, at inter se valde semper dissentientes, ad hoc revera arduum Phænomenon explicandum plura diversaque construxere systemata, quæ tamen omnia hæcenus exposita, si mihi fidem habeo, vim patiuntur nimiam. Quamobrem, cum in perscrutanda interna terrarum fabrica, & in fossilibus inquirendis sollicitam frequens operam dedi, ad hanc Theoriam illustrandam opportunum semper duxi ea omnia sedulo animadvertere, quæ non solum ad ampliandam bononiensis Agri naturalem Historiam pertinent, sed ea præcipue Phænomena, quæ ad systemata confirmanda, vel infirmanda, vel etiam oppugnanda inferviunt; neque in cassum semper elaboravi.

De quodam patrio itaque lapide, Sodales amplissimi, hoc vespere sermonem habebō, qui lapis non mineralis Regni limitibus tantum circumscribitur, sed ad tria Naturæ Regna mirum in modum pertinens, suamque palam dicens causam cum nonnullorum sententiis strenue contendet, agrumque bononiensem, ut reor, non leviter illustrabit. Pauca ergo, quæ de hoc lapide pro ingenii mei tenuitate sum dicturus, non invitis auribus, & serena fronte accipite. Affianus mons, qui modice se extollit, nono Bononia distat lapide versus meridiem, qui mons latus habet abruptum, quasi dixi, in perpendicularum plagam septentrionalem respiciens; qua

qua propter interna montis fabrica, structuraque patefacta licet colligere Affianum ex concretionibus tophaceis, atque ex alternatis arenæ stratis marinis quisquiliis limoque inquinatis, & orizonti parallelis, nec non ex lapideis durioribus plerumque Mitulorum feracissimis constare congeriebus, quæ in proximum Rivulum & ipsum Affianum nuncupatum precipites haud raro delabuntur. Dicitus Affianus mons olim Tumulus fuit nostro lapidi, qui proprio pondere e superioribus lapideis stratis abrupti lateris divulsus in Rivulum corruit, ibique proximo superiori anno in eum offendi.

Lapis, quem vestros sub oculos appono, portiuncula est ingentis, latæque congeriei, cujus integra crassities parisiensem pedem cum dimidio æquiparabat, at gravi malleo eam comminui, ut ea, quæ congeries condebat, patefaceret. Animadvertendum deinde est, hanc congeriem non ad fissiles lapides, quos in tenues laminas facile disjungimus, pertinere, sed ex eorum esse genere, qui rudes, cum eos frangimus, in frustula abeunt sine lege angulosa. Id vero, quod ad mineralogicam naturam nostri lapidis spectat, breviter expediam. Ex particulis cretaceis & arenis cinereis, sed inæqualibus ille componitur, scrobina elimatur, in acidis effervesceit, nitidam non admittit polituram, chalybe ignis, per raro tamen, in eo excitatur. Ex allatis caracteribus si Fridericum Augustum Carteuserum, qui cum Christiano Friderico Kaldesbachio aliisque recentioribus Lithologis in statuendis præcipuis notis, ex quibus terrarum, petrarumque primarios ordines constituit, nescio qua de causa, a Chemia abhorret; si, inquam, Carteuserum consulo, hanc congeriem ad granulatos lapides pertinere nemo negabit. Si vero Mineralium systematicam definitionem, quam ego libenter prosequor, Joannis Gotscalki Vallerii audiamus, lapidem nostrum ad classem lapidum compositorum, ad speciem vero faxi mixti inæqualiter micacei reor esse referendum: constat enim lapis iste & terra calcarea, ex arenis, atque ex nonnullis particulis micaceis; qua de re tribus Naturæ Regnis infimul mire congregatis, ut imposterum plane videbitis, Lapis iste non expletus tres quoque præcipuos cumulat characteres, ex quibus totam terrarum petrarumque seriem oculati dividunt Lythologi, tresque primarios constituunt ordines vitrificabilem nempe, calcarium, & apyrum.

Hæc sunt, quæ pertinent ad Regnum minerale, nunc ad animale Regnum aggredior, sive ad supellectilem marinam, qua lapis iste gloriatur; quod quidem paucis absolvam verbis.

Testacea, quibus hæc donatur congeries, omnia ad monothalamia spectant; ex univalvorum genere Buccinum tantum deprehendi, at ex Bivalvis Pinna, Mitulos, Chamas, Tellinas, Solenes, quorum Testaceorum cavitates eadem faciuntur materie, qua tota conflatur congeries; ex quo pronum est colligere, Testacea hæc, cum e Mari advecta hisce montibus credita fuere, non in alienam, sed illico in fluidam tunc hujus lapidis substantiam incidisse; quæ substantia una cum Testaceis Affiano comissa longævo temporis decursu quiescens in hanc abiit congeriem.

Absolute minerali Regno, nec non animali, Regnum assequor vegetabile, quo in primis congeries nostra superbiens curiosorum oculos allicit, mentesque trahit Philosophorum, & provocat. Phytotopolitos, ceu Plantarum lapideas impressiones organicorum fossilium Perscrutatores in primis semper habuere, sive ob earum infrequentiam; perraro enim Botanici fossiles obtinent herborificationes; sive quod gracilis, tenuisque vegetabilium textura tam longo ævo incolumis servata majorem inducat admirationem. Bononiensis Ager quamvis Testaceis fossilibus Crustaceisque redundet, nec non lithophytis, attamen Phytotopolitis organicorum lapidefactorum corporum spectatissimis gloriari hactenus non audebat; ex iis saltem, qui de nobilissima origine se se jactare non dubitant; non enim omnes vegetabilium fossiles impressiones eandem, ni fallor, agnoscunt antiquissimam causam; alias ego ad priscam nimis Mundi ætatem, alias ad recentiorum referendas esse libenter crederem; characteres vero, & notas, ex quibus remota, vel recens Phytotopolitorum origo mea sententia dignoscatur, alias exponam.

En vobis Phytotopolitorum Concivis primus ab antiquissimo obscuro carcere fortuito vindicatus, qui si diu curiosorum oculos effugit, venustate sua, nonnullisque summi ponderis circumstantiis nos abunde rependet. Arboris est folium brevi petiolatum, limbo integro undulato, ovato oblongum, & in obtusum elongatum mucronem desinens, cujus folii media rachis sive costa, una cum nervis e costa prodeuntibus in hoc lapide perbelle exarata averfam folii superficiem ex-

pres-

pressam esse optime luculenterque declarat; at quod præcipuum, quodque in Phytotypolitis, quantum mihi constat, a nemine hactenus observatum est manifesta folii, cum hoc lapide creditum fuit, pars exsiccata versus extremitatem superiorem, quæ partialis exsiccatio ad hos dies etiam dilucide conspicitur. Totus enim concolor lapis cinerea conitit materie; eadem quoque cinerea, ut dixi, materie factæ sunt Testaceorum cavitates, ad extremum tantum Phytotypoliti lapidea substantia in ochroleucum colorem commutatur, & ne particula quidem lapidis ultra folii circumscriptionem ochroleuco inficitur; nec ratio, neque observatio ab hoc differunt Phænomeno; quin imo arescentium vegetabilium adamum servantur leges. Exsiccatio enim foliorum non ex petioli parte, dummodo nulla accedat extrinseca causa, at eorum semper exorditur suprema extremitate. Nutritius vegetabilis humor per petiolum ad rachim adducitur; rachis eum nervis communicat, ex quibus membranæ aluntur; illa ergo pars folii, quæ magis magisque a nutritiis distat præcipuis ductibus, prima obstruitur, ideoque prima arescit.

At aliquis fortasse maxima ductus difficultate, antiquum hoc partialis exsiccationis simulacrum parvi habens illud in suspicionem revocat, & ad fortuitam ignotam causam ochroleucum colorem revocandum esse opinatur; etenim si pars exsiccata folii proprium ochroleucum colorem huic lapidi communicare potuit, cur nam reliquum virescentis folii suo viridi lapidem non imbuat? Fateor, me tam difficili in re, implexaque diu hæsisse, & quamvis ad hunc nodum apte solvendum me minime parem agnoscam, tamen ea, quæ diu perpendendo conjeci, referam.

Bernardus Jussieus naturalis Historiæ Parisiis Professor eximius, cum in actis regiæ Academiæ anni MDCCXVIII. de gallicis Plantarum lapideis impressionibus Agri Furaniani, nec non Fani Sancti Anemundi verba fecit, primus observavit, Fossiles vegetabilium impressiones eandem ipsam folii faciem referre tam in subjecta, quam in superaddita convenienti lamina fissilium bitaminosorum lapidum; hoc tantum discrimine, quod inferior lamina impressionem exhibeat aliquantulo convexam, superior vero nonnihil concavam; quod Phænomenon Philosophus ille longe clarissimus disertissimo sermone extricavit, quem paucis nunc vobiscum communicabo.

Aqua,

Aqua, quæ certo Maris erat, in qua natantia tunc fluctuabant vegetabilia, quæ nunc in terrarum lapideis stratis occurrunt, aqua, inquam, limo, & bitumine a marino sale dissoluto haud dubie redundabat: limus ille tunc fluidus, & bituminosus supra vegetabilium natantium supernam faciem paulatim deponebatur, ibique a costis, nervisque foliorum prominentibus detinebatur terrestris illa materies, eousque dum folia marcescebant, aquarumque collisione minimas in moleculas foliorum substantia dispergebatur. Corrupta solutaque Plantarum substantia limus ille salis, ac bituminis ope aliquantulum jam condensatus vegetabilium imaginem simulabat, & a leviori corpore, idest dissoluto folio, quod folium terrestris materiei tamquam modulus, & adminiculum primo apparuit, liberatus limus specificè aqua gravior evadebat, idcirco demergebatur: concretus tunc absorptusque limus in stratum consimilis mollisque adhuc terrestris materiei incidens eandem ipsam Plantarum imaginem, qua ipse donabatur, inferiori strato imprimebat: interea aqua bituminosum limum pedetentim demittebat, ex inde concretus limus solutarum Herbarum faciem exhibens submergebatur gravitatis leges servans, atque hac vicissitudinum serie longo tractu temporis quiescens limus in fissilem concrevit, obduruitque lapidem vegetabilia referentem. Ita solertissime ingeniosus Jussieus. Rebus sic stantibus lucè meridiana clarius constat, qua de causa tam superna, quam inferna proxima fissilium lapidem strata eandem exhibeant Plantarum faciem; manifesto quoque patet, cur inferior lamina convexam, cur superior concavam referat Herbarum impressionem. Quod si res ita quoque se habet, facile etiam intelligitur, cur vegetabilia in Ardetia vitrescente, vel Schisto carbonario, vel aluminoso, vel in Lithanthracibus, vel denique in lapidibus fissilibus bitumine tamen præditis sæpius occurrant; pene nunquam vero in congeriebus, vel crassioribus lapideis stratis; cur tandem fissilium lapidum tenuia strata digitum crassitie nunquam superent, id observante Joanne Jacobo Scheuchzero in suo Herbario diluviano, quod quidem adnotat laudatus Godicalcus Vallerius in sua Mineralogia, quodque Acta regia Parisiensium sæpe sæpius confirmant, nec non Godifredus Gulielmus Leibnitius in sua Protogæa, Samuel Christianus Holmannus in Commentariis Gottingensibus, plurimique alii magni nominis viri,

T. V. T quos

quos brevitatis amore ductus nunc prætermitto. Observatio-
nibus tamen horum Philosophorum nonnullis constanter affir-
matis Phytotypolitus noster, ut plane constat, valde repu-
gnat; sed de hoc alias erit sermo.

Nunc ad nostrum perelegans folium, quod quum jam
in aquam Maris incidit, & resolutam, fluidamque nostri la-
pidis materiem offendit, extremitate sua exsiccum fingamus;
ex inde parisiensis Philosophi Affectæ totam ejus theoriam
bononiensi Phytotypolito tribuamus una addita observatione.
Si folium viride, atque adhuc proprio nutritio humore tur-
gens, & alterum folium ejusdem Plantæ exsiccum in aqua
submergatur, quæ aqua pluvialis sit, sit bitumine, sit mari-
no sale, ut libet, prædita, non ne paucis diebus viride fo-
lium marcescit, corruptumque solvitur, exsiccum vero diu
incolumè servatur? Ratio experimenti, quod in viridibus, &
exsiccis foliis, ut certior essem, institui, ratio, inquam, in
promptu est. Demersi virescentis folii succus nutritius in utri-
culis diu detentus sublata omni transpiratione, circulatione-
que cito acescit; hinc tenuia vasa, & organa fermentato suc-
co nimis turgida, ideoque infirma & debiliora, nec non ab
acredine ejusdem succi erosa facillime in tabem resolvuntur:
non ita in arido folio, cui non solum nutritius humor ad
fermentationem tendens vegetabilium more sublatus est, sed
ejus organa exsiccatione rigidiora, constrictioraque sphacelo
magis repugnant.

Hiscæ præmissis ad folium nostrum iterum revertamur,
quod fluidam tunc nostri lapidis materiem offendens, eaque
oneratum ad instar Naviculæ in marinis aquis supernatabat;
interea virescentis folii pars marcescens soluta fuit, mini-
masque in particulas fluctuantibus aquis effusa, at extrema ejus
exsiccata portio corruptioni adhuc obstitit: lapidea vero sub-
stantia, quæ nonnihil in superficie folii quievit, muriatico,
vel quodam alio adjuvante lapidifico succo aliquantulum jam
densata impressa folii imagine decorabatur, at materies terre-
stris gravitate sua aridi superstitis folii, quod supernatare co-
nabatur, resistantiam superavit, illudque secum trahens sen-
sim demersa fuit; eodemque tempore aqua marinam supelle-
ctilem, totamque nostræ congeriei materiem illi Affiani strato
adjudicatam demisit, quæ omnia insimul cumulata, & quie-
scentia recedentibus aquis ad decliviora loca stratum parisen-
sem

sem pedem cum dimidio, ut dixi, crassum minimeque fissile constituere. Ast cum nulla Naphta, nullo Asphalto, nullove alio bitumine, quibus plerumque fissiles donantur lapides, sit nostra congeries prædita, ita diu servare tenuem, aridamque folii sociam portionem nequivit; quin imo exsiccos vegetabiles poros aquarum ope, ut opinor, nonnihil hiantes lapidea subtilior materies penetrans, arenarumque acies organa aridi superstitis folii erodens vegetabilem substantiam longo tractu temporis in minimas disgregavit particulas, quas perelegans lapis noster veluti absorpsit conspicuis tantum remanentibus folii integra circumscriptione, & imagine, nec non exsiccis vegetabilis ochroleuco colore, quem una cum erosi vegetabilis particulis sibi communicavit bibula hæc congeries eo adamussim in loco, quo cum arida folii portione lapidis materies conveniebat. Hæc sunt, quæ circa difficilem hanc rem excogitavi. Quæ porro si vestra sententia, quæ plurimi semper apud me est, temere conjeci, ab opinione mea continuo, libenterque recedam. Restat denique, ut ad Forum accedamus botanicum; at difficilem scopulum forte prætervectus, in alterum incido gravioribus molestiis redundantem.

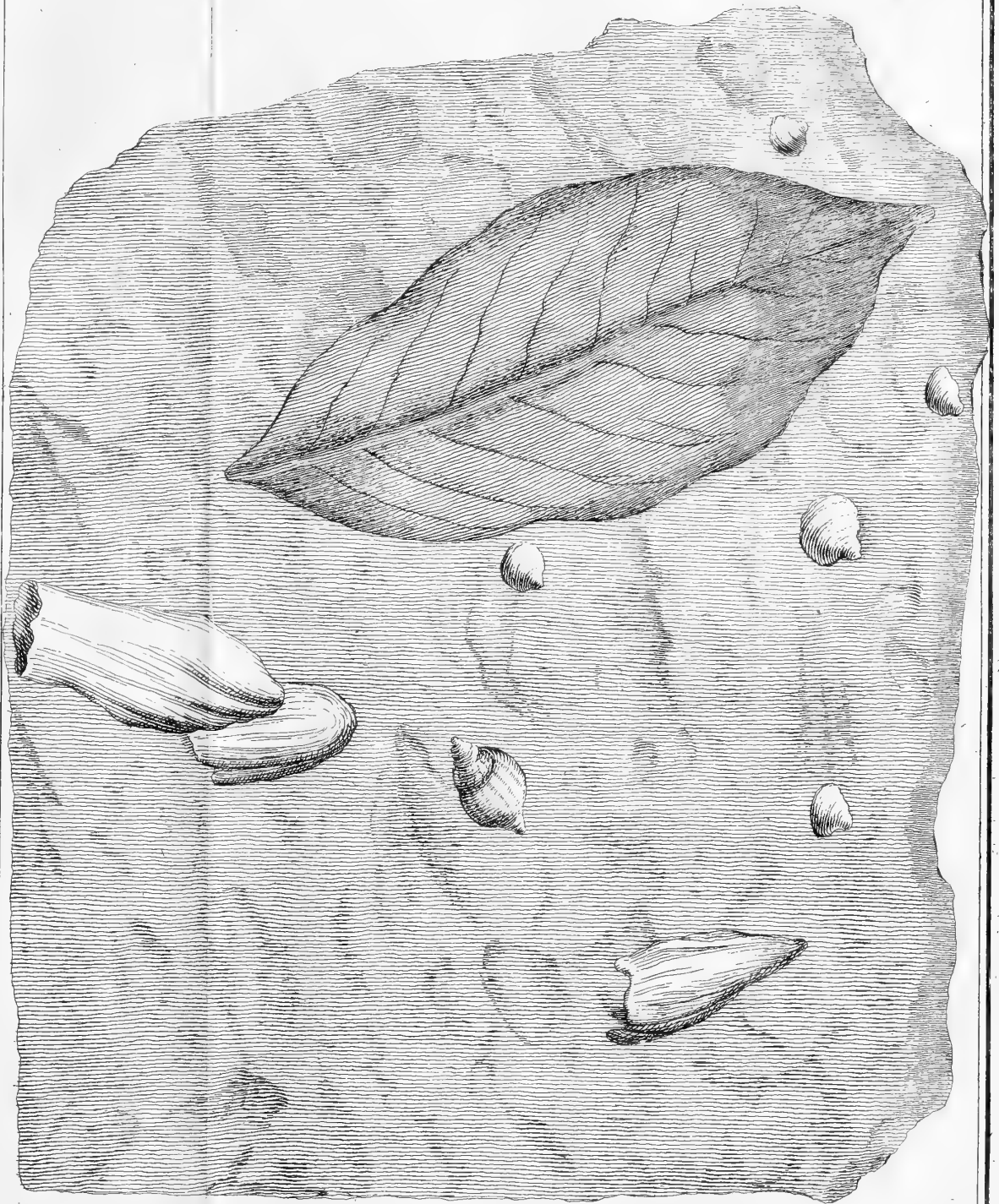
Naturales Historici plerique, quos inter anonymus solertissimus Auctor Oryctologiae paucis ab hinc annis Parisiis editæ, & Academici Parisienses, in hoc consentiunt, vegetabilia, quæ in Europeis fissilium lapidum fodinis occurrunt, ad dorsiferas plerumque Plantas, vel ad frondes Palmarum spectare, quas in disitis regionibus, veluti in India, sed præcipue in America Fevilletius, Sloanus, Rumphius, Plumerius, alique laboriosissimi deprehenderunt Peregrinatores Botanici. De Phytotypolitis tantum, & semper hic loquor, quibus ego antiquissimam tribuo originem; etenim omnes Plantarum fossilis impressiones non eodem chronologico loco penes me sunt, sed eas non nullis characteribus, & argumentis ductus, in prisca, ut dixi, & recentiores secerno.

Phytotypolitus noster, qui mea sententia procul dubio antiquissima origine gloriatur, quamvis ad dorsiferas frondes, vel ad Palmas non spectet, eum tamen ad exoticas Plantas referendum esse non dubito; nam certe cum foliis indigenarum Arborum nullo modo convenit, at ex lapidea impressione unius folii, exoticam, cui pertineat, dijudicare Arborem, ardua nimis sæpe numero res est. Guajacanæ folia, fateor,

me aliquantisper ancipitem detinere; namque illa circumscriptione ad nostrum accedunt Phytotypolitus; verum folia Guajacanæ valde tenuia sunt, & costis, nervisque ita levis donantur, ut tantam in lapide omnino nequeant exarare impressionem. Hisce in ambagibus ad Botánicos Peregrinatores confugi, & lapideam nostratis folii impressionem cum exoticis Plantarum Iconibus comparando tandem in Herbario Amboinenfi Volumine tertio Tabula quinquagesimasexta Arborem inveni, quæ in Insulis Xulensibus procera crescit, quæque a Georgio Everardo Rumphio *Quercus Molucca*, barbaro vero vocabulo *Taljabo Suda Bassa*, & a Carolo Linneo nostri ævi Botanico nemini secundo in appendice sui libri, cui titulus est *Species Plantarum*, *Quercus foliis lancolato ovatis integerrimis indivisis glabris* nuncupatur, cujus folium in eadem Rumphii Tabula littera A ad naturalem magnitudinem pictam nostram lapideam folii impressionem admissim refert. Brevis enim petiolus, rachis, nervorum numerus, & ordo, sed præcipue limbus undulatus nullo modo ferratus, at omnino integer, & mucro satis productus cum Rumphii Icone, descriptioneque ita conveniunt, ut Phytotypolitus nostram ex *Quercu Molucca* nitidam illam effigiem desumpsisse facile crederem.

At vix cognita Planta, cui pertineat Phytotypolitus noster, exsiccationeque partiali hujus folii, ut opinor, satis comprobata, altera insurgit quæstio.

Sacræ Genesis Interpretes, qua anni tempestate Noachium inceperit Diluvium inter se valde disentiunt. Horum non nulli ad hyemale tempus, plerique ad autumnale initium revocant. Kirkerus in suo libro, cui titulus est de Arca Noe, permulta cumulat congruentiæ argumenta, quapropter ille cum Divo Ambrosio, Cornelio a Lapide, aliisque sacris Chronologis Diluvii initium verno tempori assignat. Naturales Historici quoque, illi vero tantum, qui ad universalem Cataclysmum, non bene tamen mea sententia, omnia fossilia revocant organica corpora, Theologorum munere quasi functi in scenam veniunt, idque divinare aspirant. Ex Testaceis, Crustaceisve fossilibus vix ab ovo exclusis, ex Carpolithis, sive vegetabilibus florescentibus vel fructescentibus lapidefactis hanc enodare controversiam sibi fingunt. Eximius ille Philosophus Anglus Woodwardus in sua *Physica Geographia*, Scheuchze-





rus ex triticea spica in Glaronensibus lapidicinis adinventum, aliique Philosophi majore mense signanter Noachici Diluvii initium statuunt. Si hoc Quercus Moluccæ folium partiali exsiccatione insignitum in eorum manus incidisset, novo quasi indubio teste muniti sententiam suam confirmare autumarent, cum Moluccis, aliisque indicis propinquis regionibus, ubi proceræ hæc Arbores sponte inhabitant, annua pluviarum tempestas sive hyems ineunte majore mense certa lege exordiat; quo tempore indicarum Arborum permulta decidunt, arefcuntque folia, id persæpe adnotante Georgio Everardo Rumphio in dicto Herbario Amboinensi. At tricas hæc Theologis, sacrisque Chronologis Naturales Historici meo consilio de bono, & æquo remittant. Quibus vero de causis hanc solvere quæstionem Idiomorphis lapidibus nequeant Oryctologi, quibus validissimis argumentis contra non nullorum sententias de Petrefactorum natura congeries hæc contendat, quibus denique characteribus, & notis veterem Phytotypolitorum, vel recentiore originem dignoscam ego, & statuam, alias favente Deo referam; nunc vero nimis essem. Quis enim vestrum, Sodales optimi, ornatissimique, non videat, in hoc tam copioso argumento me paucis expediri minime posse.

VINCENTII RICCATI SOC. JESU.

*De motibus liberis, Et curvilineis corporum projecto-
rum, quæ sese attrahaunt per funem inextensi-
bilem transeuntem per datum punctum.*

I. **A** Problemate maxime simplici exordium duco, in quo pono corpus A (*Fig. 1.*) conjunctum cum corpore B per filum AKB, quod semper inflectitur in puncto K, projici per directionem quamcumque AS data cum velocitate. Quæritur autem, quænam sit curva a corpore A descripta, & quænam utriusque corporis A, B in punctis singulis velocitas. Hoc tamen advertendum est, corpori B item communicandam esse velocitatem, quam determinat constans longitudo funis, qui distensionem non patitur. Si enim inderetur velocitas corpori A, non autem corpori B, sequeretur instantanea quadam motus communicatio, quæ ad rem nostram non facit. Ut autem definias proportionem inter velocitates communicandas corporibus A, B, sit longitudo fili AKB, & sumatur minima Aa in directione AS. Si corpus A collocetur in a, & filum extendatur, B abibit in b: ergo quo tempore A percurret aA, corpus B percurret bB. Hæc igitur erit proportio velocitatum corporum A, B, nempe $aA : bB$.

Centro K intervallo Ka describatur arcus minimus an. Quoniam longitudo fili constans est, erit $aKb = AKB$: Ergo detractis æqualibus remanebit $Bb = An$: igitur corporum A, B velocitates sese habebunt ut $Aa : An$. Directioni AS agatur normalis AQ, & parallela KQ. Similia sunt triangula aAn, AKQ: ergo $Aa : An :: AK : KQ$. Quare ejusmodi celeritas danda est mobili B, quæ sit ad velocitatem corporis A, ut $KQ : AK$. Q. E. Inv.

His præmissis problema aggredior, ac primum denomino quantitates constantes. Vocetur $AK = b$, $KQ = p$, $AQ = q$, ut valeat æqualitas $bb = pp + qq$. Velocitas corporis A = C, corporis B = c, ut sit $C : c :: b : cP$. Corpus A projectum
per

per AS describat curvam ACc, interim dum corpus B attractum a filo percurrit lineam BDd. Dum corpus A pervenit in C, ponamus corpus B pervenisse in D. Primum eodem tempore percurrat elementum curvæ Cc, alterum elementum rectæ Dd. Ex C normali curvæ agatur CP, cui sit perpendicularis KP. Vocetur KC = y, cm = Dd = dy, CP = q, KP = p, ut sit yy = pp + qq. Velocitas corporis A in C = V, velocitas corporis B in D = u, ut sit V : u :: y : p : demum voca funis tenacitatem = T.

Principium actionis præbet duas hæcæ æquationes 1. Tdy = Budu, 2. Tdy = -AVdV. Detrahe secundam a prima, & habebis AVdV + Budu = 0: ergo facta integratione AV² + Bu² = AC² + Bc². Fit autem ejusmodi constantis additio, ut quum V = C, etiam sit u = c. Æquatio continet principium conservacionis virium vivarum, quod nunquam potest deficere, quum aut nulla exercetur actio, aut duæ exercentur ad utramque partem æquales, & contrariæ. Hoc autem accidit in casu nostro, in quo funis quantum agit adversus corpus A, a quo distenditur, tantum agit sese contrahendo adversus corpus B.

Æqualitas vis centripetæ, & centrifugæ dat æquationem $\frac{Tq}{y} = \frac{AV^2}{R}$. R est radius osculi, qui = $\frac{ydy}{dq}$. Hoc valore substituto fit 3. $\frac{1}{dq} \frac{qdy}{dq} = AV^2$. Per hanc dividens secundam invenies $\frac{dq}{q} = \frac{-dV}{V}$, & integrando qV = QC; ea additur constans, quæ efficit, ut, quum evadit V = C, fiat q = Q.

Prima, & tertia exhibet duos valores T, nimirum T = $\frac{Bud u}{dy}$, T = $\frac{AV^2 dq}{qdy}$: igitur Budu = $\frac{AV^2 dq}{q}$, sive substituto valore V dato per q fiet $\frac{AQ^2 C^2 dq}{q^3} = Budu$, & facta integratione ita, ut transeunte q in Q transeat u in c fit AC² + Bc² - $\frac{AQ^2 C^2}{q^2} = Bu^2$: atqui u : V :: dy : ds: ergo u = $\frac{Vdy}{ds} = \frac{QCdy}{qds}$. Itaque habebimus AC² + Bc² - $\frac{AQ^2 C^2}{q^2}$

$$= \frac{BQ^2C^2 dy^2}{q^2 ds^2}, \text{ five } \overline{AC^2 + Bc^2} \cdot q^2 ds^2 - AQ^2C^2 ds^2 =$$

$BQ^2C^2 dy^2$: atqui $q ds = y dx$: igitur $\overline{AC^2 + Bc^2} \cdot y^2 dx^2 - AQ^2C^2 ds^2 = BQ^2C^2 dy^2$, quæ æquatio nihil continet præter lineas ad curvam ACc pertinentes, adeoque naturam curvæ demonstrat. Hoc solum adverto, curvæ naturam nihil dependere a velocitate, quæ communicatur corpori A , sed solum a directione, per quam projicitur: nam quam sit

$$c : C :: P : b, \text{ erit } c = \frac{PC}{b}: \text{ ergo } AC^2 + \frac{BP^2C^2}{b^2} \cdot y^2 dx^2 -$$

$AQ^2C^2 ds^2 = BQ^2C^2 dy^2$, five $\overline{Ab^2 + BP^2} \cdot y^2 dx^2 - Ab^2 Q^2 ds^2 = Bb^2 Q^2 dy^2$, in quam non ingreditur C . Sed priorem æquationem retinebimus.

Substituens in æquatione $dx^2 + dy^2$ pro ds^2 invenies

$$\overline{AC^2 + Bc^2} \cdot y^2 - AQ^2C^2 \cdot dx^2 = \overline{AQ^2C^2 + BQ^2C^2} \cdot dy^2,$$

$$\text{five } dx = \frac{QC\sqrt{A+B} \cdot dy}{\sqrt{AC^2 + Bc^2} \cdot y^2 - AQ^2C^2}. \text{ Quoniam } dx \text{ est mini-}$$

mus arcus circuli descriptus radio variabili $= y$, ut ejus loco introducatur elementum dz descriptum radio constante $= a$,

fiat $dx : dz :: y : a$: ergo $dx = \frac{y dz}{a}$. Itaque æquatio hæc pro-

$$\text{veniet } \frac{dz}{a} = \frac{QC\sqrt{A+B} \cdot dy}{y\sqrt{AC^2 + Bc^2} \cdot y^2 - AQ^2C^2}, \text{ cujus constructio de-}$$

pendet a divisione arcus circularis in ratione data.

Si in æquatione superiore pro dx^2 ponamus $ds^2 - dy^2$,

$$\text{nanciscemur } ds = \frac{dy\sqrt{AC^2 + Bc^2} \cdot y^2 + BQ^2C^2}{\sqrt{AC^2 + Bc^2} \cdot y^2 - AQ^2C^2}$$

$$= \frac{dy\sqrt{y^2 + \frac{BQ^2C^2}{AC^2 + Bc^2}}}{\sqrt{y^2 - \frac{AQ^2C^2}{AC^2 + Bc^2}}}, \text{ quæ ad sui integrationem indiget}$$

cum

cum Ellypfis, tum Hyperbolæ rectificatione. Proportio vero inter elementa ds , dy erit hujusmodi

$$ds:dy::\sqrt{AC^2+Bc^2.y^2+BQ^2C^2}:\sqrt{AC^2+Bc^2.y^2-AQ^2C^2}.$$

Novimus esse $q = \frac{y dx}{ds}$: ergo valoribus elementorum ds ,

$$dx \text{ substitutis, fiet } q = \frac{y.QC.\sqrt{A+B}}{\sqrt{AC^2+Bc^2.y^2+BQ^2C^2}}: \text{ atqui in-}$$

$$\text{venta est } V = \frac{QC}{q}. \text{ Ergo } V = \frac{\sqrt{AC^2+Bc^2.y^2+BQ^2C^2}}{y\sqrt{A+B}}.$$

$$\text{Verum } ds:dy::V:u: \text{ ergo } u = \frac{\sqrt{AC^2+Bc^2.y^2-AQ^2C^2}}{y\sqrt{A+B}}.$$

Quare inventæ sunt amborum corporum A, B velocitates.

$$\text{Quandoquidem } uu = \frac{AC^2+Bc^2}{A+B} - \frac{AQ^2C^2}{A+B.y^2}, \text{ erit sumptis}$$

$$\text{differentiis } u du = \frac{AQ^2C^2 dy}{A+B.y^3}: \text{ ergo } \frac{Budu}{dy} = T = \frac{ABQ^2C^2}{A+B.y^3}.$$

Formula hæc exhibens fili tenacitatem nos deducit ad hypothesim potentiarum, quæ sunt in ratione reciproca triplicata distantiarum a centro.

Hypothesim hanc tractavi in disquisitione *De motibus liberis, & curvilineis in vacuo*, quæ edita est in Tomo quarto Academiæ Bononiensis. Licebit itaque uti illis constructionibus, dummodo determinetur, quænam sit longitudo, per quam mobile actum a potentia, quæ habetur in puncto A, aquirat velocitatem = C. Quando generatim tenacitas fili

$$= \frac{ABQ^2C^2}{A+B.y^3}, \text{ facta } y=b, \text{ erit tenacitas fili in puncto A}$$

$$= \frac{ABQ^2C^2}{A+B.b^3}. \text{ Quapropter si L sit longitudo, per quam ab}$$

hac potentia gignitur velocitas C in corpore A, fiet

$$\frac{2ABQ^2C^2}{A+B.b^3}. L = AC^2: \text{ ergo } L = \frac{A+B.b^3}{2BQ^2}.$$

T. V.

V

Hoc

Hoc determinato revoca constructiones, quas in citata disquisitione exposui. Quum autem non possit esse $L < \frac{b^3}{2Q^2}$, quæ huic casui accommodatæ sunt, ad rem nostram non faciunt. Casum, ubi $L = \frac{b^3}{2Q^2}$, habebimus, quoties aut corpus A sit infinitesimum, aut B infinitum.

II. Hæc eadem methodus valet, tametsi corpus B non moveatur in linea recta transeunte per punctum K , (*Fig. 2.*) sed cogatur moveri in curva quacumque BDd . Etenim cæteris denominationibus conservatis vocetur $Cc = dS$, $Cm = dX$, $Dd = ds$, $dn = dx$:, habebimus æquationes duas 1. $Tdy = Budu$, 2. $Tdy = -AVdV$, ex quibus, ut supra, nascitur æquatio $AV^2 + Bu^2 = AC^2 + Bc^2$. Æqualitas inter vires centripetam, & centrifugam præbet 3. $\frac{Tqdy}{dq} = AV^2$, quæ cum secunda conjuncta exhibet $V = \frac{QC}{q}$.

Æquatis duobus valoribus T fiet $\frac{AV^2dq}{qdy} = Budu$, seu substituto valore V , $\frac{AQ^2C^2dq}{q^3} = Budu$, & integrando $AC^2 + Bc^2 - \frac{AQ^2C^2}{q^2} = Bu^2$: atqui in casu nostro $u:V = \frac{QC}{q}$:: $ds:dS$: ergo $u = \frac{QCds}{qdS}$, & substituendo $AC^2 + Bc^2 \cdot q^2 - AQ^2C^2 = \frac{BQ^2C^2ds^2}{dS^2}$, & substituto valore q fiet $AC^2 + Bc^2 \cdot y^2 dX^2 - AQ^2C^2 dS^2 = BQ^2C^2 ds^2$. Quum autem, vocata longitudine fili $AKB = f$, propter datam curvam BDd , detur ds per dy , & $f - y$, in æquatione nihil habetur præter quantitates ad curvam ACc spectantes, adeoque curvæ æquatio erit inventa.

Indeterminatas separabis, si ponas $ds = pdy$, in qua p data erit per y , & constantes. Nam factò $dS^2 = dX^2 + dy^2$ nascetur æquatio $AC^2 + Bc^2 \cdot y^2 dX^2 - AQ^2C^2 dX^2 = BQ^2C^2 p^2 dy^2 + AQ^2C^2 dy^2$, seu

dX

$$dX = \frac{QC dy \sqrt{Bp^2 + A}}{\sqrt{AC^2 + Bc^2 \cdot y^2 - AQ^2 C^2}}, \text{ cujus constructio est in po-}$$

testate. Ut invenias dS pro dX^2 pone $dS^2 = dy^2$, & habe-

$$\text{bis } dS = \frac{dy \sqrt{AC^2 + Bc^2 \cdot y^2 + BQ^2 C^2 p^2}}{\sqrt{AC^2 + Bc^2 \cdot y^2 - AQ^2 C^2}}.$$

His determinatis facile est, speciem q determinare. Nam

$$q = \frac{y dX}{dS} = \frac{QC y \sqrt{Bp^2 + A}}{\sqrt{AC^2 + Bc^2 \cdot y^2 + BQ^2 C^2 p^2}}. \text{ Quoniam vero}$$

$$V = \frac{QC}{q}, \text{ habebimus } V = \frac{\sqrt{AC^2 + Bc^2 \cdot y^2 + BQ^2 C^2 p^2}}{y \sqrt{Bp^2 + A}}: \text{ sed}$$

$$u : V :: p dy : dS : \text{ ergo } u = \frac{p \sqrt{AC^2 + Bc^2 \cdot y^2 - AQ^2 C^2}}{y \sqrt{Bp^2 + A}}. \text{ Haec}$$

bes itaque utriusque corporis velocitates. Tenacitatem autem fili obtinebis, si divides aut differentiam Bu^2 per $2dy$, aut differentiam AV^2 per $-2dy$.

$$\text{Si } p \text{ fit constans, invenies } \frac{Budu}{dy} = T = \frac{ABQ^2 C^2 p^2}{y^3 \cdot Bp^2 + A},$$

quæ pariter est in ratione reciproca triplicata distantiarum. Linea autem, per quam graditur corpus B in hoc casu, vel est linea recta transiens per punctum K, si $p = 1$, vel spiralis logarithmica, si $p > 1$. Species autem p nequit minor esse unitate.

III. Supposuimus hactenus, nullam fuisse applicatam potentiam corporibus A, B præter fili tenacitatem. Verum reasumpta prima hypothese corporis B describentis lineam rectam BK, (*Fig. 1.*) retentisque denominationibus N. I adhibitis, ponamus B applicatam potentiam = f , A vero potentiam = F , quarum utraque trahat ad punctum K. In hac hypothese principium actionis statim offert æquationes duas,

$$1. Tdy + fdy = Budu, \quad 2. Tdy + Fdy = -AVdV.$$

Secunda dematur ex prima, ut sit $AV dV + Budu = \overline{f - F} \cdot dy$,

& integrando $AV^2 + Bu^2 = AC^2 + Be^2 + 2S \overline{f - F} \cdot dy$, quæ summatoria ita accipi debet, ut evanescat facta, $V = C$, & $u = c$. Novissima æqualitas continet principium actionis, nimirum ut tanta vis viva insit in corporibus A, B, quantum initio habebant, addita, vel detracta ea, quæ producitur, vel destruitur a potentiarum actionibus. Æquatio exhibitæ ab

æqualitate vis centrifugæ, & centripetæ est $\frac{T + F \cdot q}{y} = \frac{AV^2}{R}$,

sive 3. $\frac{T + F \cdot q dy}{dq} = AV^2$, per quam, si secundam divides, habebis $\frac{dq}{q} = -\frac{dV}{V}$, aut $qV = QC$.

Duo valores T, quos exhibent tertia, & prima æquatio, sunt hujusmodi $T = \frac{AV^2 dq}{q dy} - F$, $T = \frac{Bud u}{dy} - f$: igitur $Bud u - f dy = \frac{AV^2 dq}{q} - F dy$: atqui $V = \frac{QC}{q}$: ergo $Bud u - f dy = \frac{AQ^2 C^2 dq}{q^3} - F dy$, & integrando $Bu^2 - 2Sfdy = AC^2 + Be^2 - \frac{AQ^2 C^2}{q^2} - 2SFdy$: atqui $u = \frac{V dy}{ds} = \frac{QC dy}{q ds}$: igitur $\frac{BQ^2 C^2 dy^2}{q^2 ds^2} - 2Sfdy = AC^2 + Be^2 - \frac{AQ^2 C^2}{q^2} - 2SFdy$: sed $q = \frac{y dx}{ds}$: ergo $\frac{BQ^2 C^2 dy}{y^2 dx^2} - 2Sfdy = AC^2 + Be^2 - \frac{AQ^2 C^2 ds^2}{y^2 dx^2} - 2SFdy$. Eliminata autem ds^2 , reductaque æquatione, habebis

$$\frac{QC \cdot \sqrt{A + B} \cdot dy}{\sqrt{AC^2 + Be^2 \cdot y^2 + 2y^2 \cdot Sf - F \cdot dy - AQ^2 C^2}} = dx = \frac{y dz}{a}.$$

Si ejicias ab æquatione dx , nancisceris

dy

$$\frac{dy \sqrt{AC^2 + Bc^2 \cdot y^2 + 2y^2 \cdot Sf - F \cdot dy + BQ^2C^2}}{\sqrt{AC^2 + Bc^2 \cdot y^2 + 2y^2 \cdot Sf - F \cdot dy - A Q^2 C^2}} = ds. \text{ Ex his re-}$$

$$\text{peries } q = \frac{y dx}{ds} = \frac{QC y \sqrt{A+B}}{\sqrt{AC^2 + Bc^2 \cdot y^2 + 2y^2 \cdot Sf - F \cdot dy + BQ^2C^2}}.$$

$$\text{Itaque } V = \frac{QC}{q} = \frac{\sqrt{AC^2 + Bc^2 \cdot y^2 + 2y^2 \cdot Sf - F \cdot dy + BQ^2C^2}}{y \sqrt{A+B}}.$$

$$\text{Igitur } u = \frac{V dy}{ds} = \frac{\sqrt{AC^2 + Bc^2 \cdot y^2 + 2y^2 \cdot Sf - F \cdot dy - A Q^2 C^2}}{y \sqrt{A+B}}.$$

Ut inventis velocitatibus fili tenacitatem determines, sume differentiam æquationis

$$V^2 = \frac{AC^2 + Bc^2}{A+B} + \frac{2Sf - F \cdot dy}{A+B} + \frac{BQ^2C^2}{y^2 \cdot A+B}, \text{ per quam}$$

$$\text{invenies } AV dV = \frac{A \cdot f - F \cdot dy}{A+B} - \frac{ABQ^2C^2 dy}{y^3 \cdot A+B}: \text{ atqui}$$

$$T = \frac{-AV dV}{dy} - F: \text{ ergo } T = \frac{-Af + AF}{A+B} + \frac{ABQ^2C^2}{y^3 \cdot A+B} - F,$$

$$\text{sive } T = \frac{-Af - BF}{A+B} + \frac{ABQ^2C^2}{y^3 \cdot A+B}.$$

Ut corpus B motu æquabili moveatur, necesse est, ut potentia ipsi applicata sit æqualis, & contraria cordæ tenacitati. Ponamus primo $F = 0$. Habebimus itaque

$$-f = \frac{-Af}{A+B} + \frac{ABQ^2C^2}{y^3 \cdot A+B}, \text{ aut } -f = \frac{AQ^2C^2}{y^3}. \text{ Quare}$$

$$f dy = \frac{-AQ^2C^2 dy}{y^3}, \text{ \& integrando } 2Sf dy = \frac{AQ^2C^2}{y^2}$$

$-\frac{AQ^2C^2}{b^2}$: qui valor in formulas introductus dabit æquationem curvæ

$$\frac{bQC \cdot \sqrt{A+B} \cdot dy}{y \sqrt{AC^2 \cdot b^2 - Q^2 + Bb^2c^2}} = dx = \frac{y dz}{a}, \text{ quæ est ad spiralem}$$

hyperbolicam. Tenacitas autem fili fiet

$$T = \frac{AQ^2C^2}{A+B \cdot y^3} + \frac{ABQ^2C^2}{A+B \cdot y^3} = \frac{AQ^2C^2}{y^3}, \text{ quæ nihil dependet a}$$

magnitudine corporis B. Per hoc solutum remanet sequens problema. Invenire curvam descriptam a corpore projecto A, cui jungitur per funem inextensibilem transeuntem per punctum K corpus B, quod cogitur per lineam BK iter facere motu æquabili.

Neque vero diversa sunt confectaria, si spectes quoque potentiam F. Namque ut corporis B motus sit uniformis, debet $-f = \frac{-Af - BF}{A+B} + \frac{ABQ^2C^2}{A+B \cdot y^3}$, aut $-f + F = \frac{AQ^2C^2}{y^3}$:

$$\text{ergo } \overline{f - F} \cdot dy = \frac{-AQ^2C^2 dy}{y^3}. \text{ Facta integratione}$$

$$2S \overline{f - F} \cdot dy = \frac{AQ^2C^2}{y^2} - \frac{AQ^2C^2}{b^2}, \text{ qui valor introductus}$$

in formulam curvæ præbet

$$\frac{bQC \cdot \sqrt{A+B} \cdot dy}{y \sqrt{AC^2 \cdot b^2 - Q^2 + Bb^2c^2}} = dx = \frac{y dz}{a}, \text{ quæ coincidit cum}$$

superiore. Tenacitas autem fili fiet

$$T = \frac{-AF - BF}{A+B} + \frac{A^2Q^2C^2 + ABQ^2C^2}{A+B \cdot y^3} = -F + \frac{AQ^2C^2}{y^3},$$

quæ non dependet a magnitudine corporis B. Verum $T + F$, quæ est potentia applicata corpori A, servat rationem reciprocam triplicatam distantiarum a centro K.

Posui corpus B iter facere per rectam BK: sed etiam si aliam quamcumque lineam cogeretur describere, methodus solvendi problema diversa non esset, neque calculus difficilior.

IV. Neque difficilior erit problematis solutio, si utrumque corpus projiciatur, ut utrumque motu libero curvam describat. Sint itaque corpora A, B (*Fig. 3.*) conjuncta filo

in-

indistrahibili AKB transeunte per punctum K . Projiciatur utrumque, A per directionem AS , B per directionem BS . Determinemus proportionem, quæ intercedere debet inter velocitates corporum projectorum, ut nulla instantanea facienda sit motus communicatio. Duc AQ , BQ duabus directionibus perpendiculares, quibus agantur normales KQ , KQ . Velocitas, qua projicitur corpus A , debet esse ad velocitatem, qua projicitur corpus B , in ratione composita directa $AK : BK$, & inversa $KQ : KQ$, sive in ratione inversa sinuum angulorum AKQ , BKQ , aut angulorum projectionis SAK , SBK , hac observata cautione, ut si A projiciatur ad partem anguli obtusi, projiciatur B ad partem anguli acuti, & viceversa.

Describat corpus A curvam AC , & corpus B eodem tempore curvam BC . Sint CP , CP normales curvis, atque ad angulos rectos in has incidant KP , KP . Iisdem literis utemur tum relate ad corpus A , tum relate ad corpus B ; sed quæ ad corpus B spectant signabatur indice \prime . Vocetur $KA = b$, $KB = b'$, ut longitudo fili sit $= b + b'$, $AQ = Q$, $BQ = Q'$, velocitas in $A = C$, velocitas in $B = C'$, $KC = y$, $KC = y'$, ut sit $y + y' = b + b'$, & $dy = -dy'$. Velocitas in $C = u$, in $C' = u'$, elementum curvæ $AC = ds$, $BC = ds'$; arcus descriptus centro K radio $KC = dx$, radio autem $KC = dx'$. Demum sit $CP = q$, $CP = q'$, & fili tenacitas $= T$. His positis.

Principium actionis dat duas æquationes 1. $T dy = -A u du$, 2. $T dy' = -B u' du'$. Æqualitas virium centrifugæ, & centripetæ duas alias suppeditat, 3. $\frac{T q dy}{dq} = A u^2$, 4. $\frac{T q' dy'}{dq'} = B u'^2$. Ultima æquatio ex eo deducitur, quod velocitates sint oportet ut elementa curvarum, nempe

5. $u : u' :: ds : ds'$. Hisce quinque æquationibus statutis, hac methodo curvarum descriptarum æquationem inveniemus.

Comparatio primæ, & secundæ æquationis, quando $dy = -dy'$, dat $B u' du' = -A u du$: igitur facta integratione $AC^2 + BC'^2 = Au^2 + Bu'^2$. Comparatio primæ, & tertiæ præbet $\frac{dq}{q} = \frac{-du}{u}$: ergo $QC = qu$. Similiter collatio secundæ, & quartæ præbebit $QC' = qu'$.

Demum comparatio tertiæ, & quartæ exhibet $\frac{Au^2 dq}{q dy} = \frac{Bu'^2 dq'}{q' dy'}$, & substituendo inventos valores u, u' fiet æquatio

$$\frac{AQ^2 C^2 dq}{q^3} = \frac{-BQ'^2 C'^2 dq'}{q'^3}. \text{ Hæc integrata cum opportuna constantis additione præbet } AC^2 + Bc^2 = \frac{AQ^2 C^2}{q^2} + \frac{BQ'^2 C'^2}{q'^2},$$

quæ ex illa, quæ continet æqualitatem virium vivarum, poterat immediate deduci: atqui $q = \frac{y dx}{ds}$, $q' = \frac{y' dx'}{ds'}$: ergo

$$\text{orietur æquatio } AC^2 + BC'^2 = \frac{AQ^2 C^2 ds^2}{y^2 dx^2} + \frac{BQ'^2 C'^2 ds'^2}{y'^2 dx'^2}, \text{ \&}$$

facto $ds^2 = dx^2 + dy^2$, & $ds'^2 = dx'^2 + dy'^2$, fiet æquatio,

$$\text{quam dicam sextam, 6. } AC^2 + BC'^2 = \frac{AQ^2 C^2}{y^2} + \frac{BQ'^2 C'^2}{y'^2} + \frac{AQ^2 C^2 dy^2}{y^2 dx^2} + \frac{BQ'^2 C'^2 dy'^2}{y'^2 dx'^2}.$$

Nunc confugiamus ad æquationem quintam $u : u'$, five $\frac{QC}{q} : \frac{QC'}{q'}$, five $\frac{QC ds}{y dx} : \frac{QC' ds'}{y' dx'} :: ds : ds'$: ergo

7. $QC : QC' :: y dx : y' dx'$, quam septimam appellabo.

Si

Si velis curvam descriptam a puncto A, inveni per se-
 ptimam valorem dx , & substitue in sexta, & habebis æqua-
 tionem quæsitam: nam y data est per y . Si vero velis æqua-
 tionem curvæ descriptæ a corpore B, fac reperi in septima
 valorem dx , & colles in sexta; prodibit enim æquatio
 quæsitæ.

Itaque inueniemus $dx = \frac{QC^1 y dx}{QC^1 y}$: ergo $AC^2 + BC^2 =$

$$\frac{AQ^2 C^2}{y^2} + \frac{BQ^2 C^2}{y^2} + \frac{AQ^2 C^2 dy^2}{y^2 dx^2} + \frac{BQ^2 C^2 dy^2}{y^2 dx^2}, \text{ five po}$$

fito dy^2 pro dy^2 , sunt enim æquales,

$$AC^2 + BC^2 \cdot y^2 dx^2 - AQ^2 C^2 dx^2 - \frac{BQ^2 C^2 y^2 dx^2}{y^2} =$$

$$\overline{A + B} \cdot Q^2 C^2 dy^2, \text{ five } AC^2 + BC^2 \cdot y^2 \cdot y^2 dx^2 -$$

$$AQ^2 C^2 y^2 dx^2 - BQ^2 C^2 y^2 dx^2 = \overline{A + B} \cdot Q^2 C^2 y^2 dy^2:$$

Demum $dx = \frac{\pm y dy QC \cdot \sqrt{A+B}}{\sqrt{AC^2 + BC^2 \cdot y^2 \cdot y^2 - AQ^2 C^2 y^2 - BQ^2 C^2 y^2}}$

In qua æquatione, quæ pertinet ad curvam descriptam a cor-
 pore A, quoniam y datur per y , est enim $y = b + b - y$,
 indeterminatæ separatæ inueniuntur.

Eadem methodo determinabis æquationem curvæ descriptæ
 a corpore B, nimirum

$$dx = \frac{\pm y dy \cdot QC \cdot \sqrt{A+B}}{\sqrt{AC^2 + BC^2 \cdot y^2 \cdot y^2 - AQ^2 C^2 y^2 - BQ^2 C^2 y^2}}$$

Ex his nullo negotio inueniemus

$$ds = \frac{dy \sqrt{AC^2 + BC^2 \cdot y^2 \cdot y^2 + BQ^2 C^2 y^2 - BQ^2 C^2 y^2}}{\sqrt{AC^2 + BC^2 \cdot y^2 \cdot y^2 - AQ^2 C^2 y^2 - BQ^2 C^2 y^2}}: \text{ ergo}$$

T. V.

X

udx

$$\frac{u dx}{ds} = q = \frac{y \cdot y \cdot Q C \cdot \sqrt{A+B}}{\sqrt{AC^2 + BC^2 \cdot y^2 \cdot y^2 + BQ^2 C^2 y^2 - BQ^2 C^2 y^2}}$$

$$\text{Igitur } u = \frac{\sqrt{AC^2 + BC^2 \cdot y^2 \cdot y^2 + BQ^2 C^2 y^2 - BQ^2 C^2 y^2}}{y \cdot y \cdot \sqrt{A+B}}, \text{ \&}$$

$$u^2 = \frac{AC^2 + BC^2}{A+B} + \frac{BQ^2 C^2}{A+B \cdot y^2} - \frac{BQ^2 C^2}{A+B \cdot y^2} : \text{igitur facta dif-}$$

ferentiatione, & pro dy posita $-dy$ fiet

$$\frac{-A u du}{dy} = T = \frac{ABQ^2 C^2}{A+B \cdot y^3} + \frac{ABQ^2 C^2}{A+B \cdot y^3}$$

Simili modo invenies

$$\frac{dy}{ds} = \frac{dy \sqrt{AC^2 + BC^2 \cdot y^2 \cdot y^2 + AQ^2 C^2 y^2 - AQ^2 C^2 y^2}}{\sqrt{AC^2 + BC^2 \cdot y^2 \cdot y^2 - AQ^2 C^2 y^2 - BQ^2 C^2 y^2}} : \text{igitur}$$

$$\frac{y dx}{ds} = q = \frac{y \cdot y \cdot Q C \sqrt{A+B}}{\sqrt{AC^2 + BC^2 \cdot y^2 \cdot y^2 + AQ^2 C^2 y^2 - AQ^2 C^2 y^2}}$$

$$\text{Quare } u = \frac{\sqrt{AC^2 + BC^2 \cdot y^2 \cdot y^2 + AQ^2 C^2 y^2 - AQ^2 C^2 y^2}}{y \cdot y \sqrt{A+B}}, \text{ \&}$$

$$u^2 = \frac{AC^2 + BC^2}{A+B} + \frac{AQ^2 C^2}{A+B \cdot y^2} - \frac{AQ^2 C^2}{A+B \cdot y^2} . \text{ Itaque sum-}$$

ptis differentiis, & posito $-dy$ pro dy , fiet

$$\frac{-B u du}{dy} = T = \frac{ABQ^2 C^2}{A+B \cdot y^3} + \frac{ABQ^2 C^2}{A+B \cdot y^3}, \text{ quemadmodum}$$

supra.

V. Nunc aggredior considerare duo, aut plura corpora (Fig. 4.) A, $\overset{\cdot}{A}$, quæ cum corpore B connectantur per fila AKB, $\overset{\cdot}{A}$ KB, quæ transeant, & inflectantur in puncto K. Projiciantur corpora $\overset{\cdot}{A}$, A ea conditione, quæ supra explicata est, & describant curvas ACc, $\overset{\cdot}{A}$ $\overset{\cdot}{C}$ c, describente interim corpore B rectam BDK. Eo tempore, quo corpus B pervenit ad D, perveniant corpora A, $\overset{\cdot}{A}$ ad puncta C, $\overset{\cdot}{C}$; tum describente corpore B elementum Dd, alia describant elementa Cc, $\overset{\cdot}{C}$ c. Agantur KC, $\overset{\cdot}{K}$ $\overset{\cdot}{C}$, & arcus Cm, $\overset{\cdot}{C}$ m. Sint CP, $\overset{\cdot}{C}$ P normales, KP, $\overset{\cdot}{K}$ P parallelae curvarum tangentibus.

Sint KC = y, $\overset{\cdot}{K}$ $\overset{\cdot}{C}$ = $\overset{\cdot}{y}$, ex quibus quantitibus altera datur per alteram; aut enim æquales sunt, aut differunt per lineam constantem. Erunt cm = dy, $\overset{\cdot}{c}$ m = $\overset{\cdot}{d}$ y, & fiet dy = $\overset{\cdot}{d}$ y, & per easdem species exprimetur Dd. Sint Cm = dx, $\overset{\cdot}{C}$ m = $\overset{\cdot}{d}$ x, CP = q, $\overset{\cdot}{C}$ P = $\overset{\cdot}{q}$. Similes normales pertinentes ad puncta A, $\overset{\cdot}{A}$ vocentur Q, $\overset{\cdot}{Q}$. Velocitas in C = V, in $\overset{\cdot}{C}$ = $\overset{\cdot}{V}$, in D = u. Tenacitas fili CKB = T, fili vero $\overset{\cdot}{C}$ KB = $\overset{\cdot}{T}$.

Hisce denominationibus effectis principium actionis præbet tres hæc æquationes 1. $T + \overset{\cdot}{T} . dy = Budu$, 2. $Tdy = -AVdV$, 3. $\overset{\cdot}{T}d\overset{\cdot}{y} = -\overset{\cdot}{A}\overset{\cdot}{V}d\overset{\cdot}{V}$. Simul additis secunda, & tertia, quia dy = $\overset{\cdot}{d}$ y, fiet $T + \overset{\cdot}{T} . dy = -AVdV - \overset{\cdot}{A}\overset{\cdot}{V}d\overset{\cdot}{V}$. Hæc detrahatur a prima, ut fiat $AVdV + \overset{\cdot}{A}\overset{\cdot}{V}d\overset{\cdot}{V} + Budu = 0$: ergo integrando cum congrua additione constantis $AV^2 + \overset{\cdot}{A}\overset{\cdot}{V}^2 + Bu^2 = AC^2 + \overset{\cdot}{A}\overset{\cdot}{C}^2 + Bc^2$, quæ continet conservationem virium vivarum.

Æqualitas inter vires centrifugam, & centripetam præbet

æquationes 4. $\frac{Tqdy}{dq} = AV^2$, 5. $\frac{T^{\frac{1}{2}}q^{\frac{1}{2}}dy}{dq^{\frac{1}{2}}} = AV^{\frac{1}{2}}$, per quas si dividantur secunda, & tertia, habebimus $\frac{dq}{q} = \frac{-dV}{V}$, $\frac{dq}{q^{\frac{1}{2}}} = \frac{-dV^{\frac{1}{2}}}{V^{\frac{1}{2}}}$, five integrando $QC = qV$, $QC^{\frac{1}{2}} = q^{\frac{1}{2}}V^{\frac{1}{2}}$.

Ex quarta $T = \frac{AV^2dq}{qdy}$, ex quinta $T^{\frac{1}{2}} = \frac{AV^{\frac{1}{2}}dq^{\frac{1}{2}}}{q^{\frac{1}{2}}dy}$: igitur

$$T + T^{\frac{1}{2}} = \frac{AV^2dq}{qdy} + \frac{AV^{\frac{1}{2}}dq^{\frac{1}{2}}}{q^{\frac{1}{2}}dy}: \text{ atqui ex prima } T + T^{\frac{1}{2}} = \frac{Budv}{dy}:$$

$$\frac{AV^2dq}{qdy} + \frac{AV^{\frac{1}{2}}dq^{\frac{1}{2}}}{q^{\frac{1}{2}}dy} = \frac{Budv}{dy}, \text{ five delendo } dy, \text{ \& substituen-}$$

do valores $V, V^{\frac{1}{2}}$; $\frac{AQ^2C^2dq}{q^3} + \frac{AQ^{\frac{1}{2}}C^{\frac{1}{2}}dq^{\frac{1}{2}}}{q^{\frac{3}{2}}} = Budv$. Facta

$$\text{vero integratione } AC^2 + AC^{\frac{1}{2}} + Bc^2 = \frac{AQ^2C^2}{q^2} + \frac{AQ^{\frac{1}{2}}C^{\frac{1}{2}}}{q}$$

+ Bu^2 . Quamquam calculus institutus est in duobus corporibus $A, A^{\frac{1}{2}}$; tamen methodus aperte docet, æquationem valere posito quocumque corporum projectorum numero.

Quoniam velocitates sunt inter se se, ut spatiola eodem tempusculo peracta, habebimus duas hæc analogias $u:V::dy:ds$,

$$u:V^{\frac{1}{2}}::dy^{\frac{1}{2}}:ds^{\frac{1}{2}}: \text{ ergo } u = \frac{Vdy}{ds}, u = \frac{V^{\frac{1}{2}}dy^{\frac{1}{2}}}{ds^{\frac{1}{2}}}. \text{ Utroque ex his}$$

valoribus in superiore æquatione successive substituto orientur æquationes duæ

$$AC^2 + AC^{\frac{1}{2}} + Bc^2 = \frac{AQ^2C^2}{q^2} + \frac{AQ^{\frac{1}{2}}C^{\frac{1}{2}}}{q^{\frac{1}{2}}} + \frac{BV^2dy^2}{ds^2}$$

$$AC^2 + AC^{\frac{1}{2}} + Bc^2 = \frac{AQ^2C^2}{q^2} + \frac{AQ^{\frac{1}{2}}C^{\frac{1}{2}}}{q^{\frac{1}{2}}} + \frac{BV^{\frac{1}{2}}dy^{\frac{1}{2}}}{ds^{\frac{1}{2}}}. \text{ In hæ-$$

rum prima pro V substitue $\frac{QC}{q}$, in altera pro $V^{\frac{1}{2}}$ substitue $QC^{\frac{1}{2}}$

$\frac{QC}{q}$, & invenies

$$AC^2 + \overset{1}{A} \overset{1}{C}^2 + Bc^2 = \frac{AQ^2 C^2}{q^2} + \frac{\overset{1}{A} \overset{1}{Q}^2 \overset{1}{C}^2}{\overset{1}{q}^2} + \frac{BQ^2 C^2 dy^2}{q^2 ds^2}$$

$$AC^2 + \overset{1}{A} \overset{1}{C}^2 + Bc^2 = \frac{AQ^2 C^2}{q^2} + \frac{\overset{1}{A} \overset{1}{Q}^2 \overset{1}{C}^2}{\overset{1}{q}^2} + \frac{BQ^2 C^2 dy^2}{\overset{1}{q}^2 ds^2}:$$

fed $q ds = y dx$, $\overset{1}{q} ds = \overset{1}{y} dx$. Igitur

$$AC^2 + \overset{1}{A} \overset{1}{C}^2 + Bc^2 = \frac{AQ^2 C^2 ds^2}{y^2 dx^2} + \frac{\overset{1}{A} \overset{1}{Q}^2 \overset{1}{C}^2 ds^2}{\overset{1}{y}^2 dx^2} + \frac{BQ^2 C^2 dy^2}{y^2 dx^2}$$

$$AC^2 + \overset{1}{A} \overset{1}{C}^2 + Bc^2 = \frac{AQ^2 C^2 ds^2}{y^2 dx^2} + \frac{\overset{1}{A} \overset{1}{Q}^2 \overset{1}{C}^2 ds^2}{\overset{1}{y}^2 dx^2} + \frac{BQ^2 C^2 dy^2}{\overset{1}{y}^2 dx^2}:$$

fed patet $\frac{V dy}{ds} = \frac{\overset{1}{V} dy}{\overset{1}{ds}}$, five $\frac{QC dy}{q ds} = \frac{\overset{1}{Q} \overset{1}{C} dy}{\overset{1}{q} ds}$, five

$$\frac{QC dy}{y dx} = \frac{\overset{1}{Q} \overset{1}{C} dy}{\overset{1}{y} dx}, \text{ \& quom } dy = \overset{1}{dy}, \text{ constat esse } \frac{QC}{y dx} = \frac{\overset{1}{Q} \overset{1}{C}}{\overset{1}{y} dx}.$$

Opportunis itaque factis substitutionibus fit

$$AC^2 + \overset{1}{A} \overset{1}{C}^2 + Bc^2 = \frac{AQ^2 C^2 ds^2}{y^2 dx^2} + \frac{\overset{1}{A} \overset{1}{Q}^2 \overset{1}{C}^2 ds^2}{\overset{1}{y}^2 dx^2} + \frac{BQ^2 C^2 dy^2}{y^2 dx^2}$$

$$AC^2 + \overset{1}{A} \overset{1}{C}^2 + Bc^2 = \frac{AQ^2 C^2 ds^2}{\overset{1}{y}^2 dx^2} + \frac{\overset{1}{A} \overset{1}{Q}^2 \overset{1}{C}^2 ds^2}{\overset{1}{y}^2 dx^2} + \frac{BQ^2 C^2 dy^2}{\overset{1}{y}^2 dx^2},$$

$$\text{five } AC^2 + \overset{1}{A} \overset{1}{C}^2 + Bc^2 \cdot y^2 dx^2 = AQ^2 C^2 ds^2 + \overset{1}{A} \overset{1}{Q}^2 \overset{1}{C}^2 ds^2 + BQ^2 C^2 dy^2$$

$$AC^2 + \overset{1}{A} \overset{1}{C}^2 + Bc^2 \cdot \overset{1}{y}^2 dx^2 = AQ^2 C^2 ds^2 + \overset{1}{A} \overset{1}{Q}^2 \overset{1}{C}^2 ds^2 + BQ^2 C^2 dy^2.$$

Quoniam $\overset{1}{y}$ datur per y , & vice versa, vel enim æquales sunt, vel differunt per quantitatem constantem, ut duæ æquationes quæsitæ curvarum exhibeant naturam, satis est, ut ex prima arceatur $\overset{1}{ds}$, ex secunda ds . Ex superioribus

con-

$$\text{constat } dx^{\frac{1}{2}} = \frac{Q^{\frac{1}{2}} C^{\frac{1}{2}} y^2 dx^2}{Q^2 C^2 y^{\frac{1}{2}}} : \text{ergo } ds^{\frac{1}{2}} = \frac{Q^{\frac{1}{2}} C^{\frac{1}{2}} y^2 dx^2}{Q^2 C^2 y^{\frac{1}{2}}} + dy^{\frac{1}{2}} :$$

$$\text{Similiter } ds = \frac{Q^2 C^2 y^{\frac{1}{2}} dx^{\frac{1}{2}}}{Q^{\frac{1}{2}} C^{\frac{1}{2}} y^2} + dy^{\frac{1}{2}} : \text{igitur substituendo}$$

$$\overline{AC^2 + \overset{1}{A}C^2 + Bc^2 \cdot y^2 dx^2} = AQ^2 C^2 ds^2 + \frac{\overset{1}{A} Q^{\frac{1}{2}} C^{\frac{1}{2}} y^2 dx^2}{y^{\frac{1}{2}}} + \overset{1}{A} Q^2 C^2 dy^{\frac{1}{2}} + BQ^2 C^2 dy^2$$

$$\overline{AC^2 + \overset{1}{A}C^2 + Bc^2 \cdot y^{\frac{1}{2}} dx^{\frac{1}{2}}} = \frac{AQ^2 C^2 y^{\frac{1}{2}} dx^{\frac{1}{2}}}{y^2} \overset{1}{A} Q^{\frac{1}{2}} C^{\frac{1}{2}} dy^2 + \overset{1}{A} Q^{\frac{1}{2}} C^{\frac{1}{2}} ds^{\frac{1}{2}} + BQ^{\frac{1}{2}} C^{\frac{1}{2}} dy^{\frac{1}{2}}, \text{ sive contractis formulis:}$$

$$\text{nam } dy = dy^{\frac{1}{2}}$$

$$\overline{AC^2 + \overset{1}{A}C^2 + Bc^2 \cdot y^2 dx^2} = AQ^2 C^2 ds^2 + \frac{\overset{1}{A} Q^{\frac{1}{2}} C^{\frac{1}{2}} y^2 dx^2}{y^{\frac{1}{2}}} + \overset{1}{A} + B \cdot Q^2 C^2 dy^2$$

$$\overline{AC^2 + \overset{1}{A}C^2 + Bc^2 \cdot y^{\frac{1}{2}} dx^{\frac{1}{2}}} = \overset{1}{A} Q^{\frac{1}{2}} C^{\frac{1}{2}} dx^{\frac{1}{2}} + \frac{AQ^2 C^2 y^{\frac{1}{2}} dx^{\frac{1}{2}}}{y^2} +$$

$$\overset{1}{A} + B \cdot Q^2 C^2 dy^{\frac{1}{2}} : \text{atqui } ds^2 = dx^2 + dy^2, \text{ \& } ds^{\frac{1}{2}} = dx^{\frac{1}{2}} + dy^{\frac{1}{2}} : \text{ergo}$$

$$\overline{AC^2 + \overset{1}{A}C^2 + Bc^2 \cdot y^2 dx^2} = AQ^2 C^2 dx^2 + \frac{\overset{1}{A} Q^{\frac{1}{2}} C^{\frac{1}{2}} y^2 dx^2}{y^{\frac{1}{2}}} + \overset{1}{A} + \overset{1}{A} + B \cdot Q^2 C^2 dy^2$$

$$\overline{AC^2 + \overset{1}{A}C^2 + Bc^2 \cdot y^{\frac{1}{2}} dx^{\frac{1}{2}}} = \overset{1}{A} Q^{\frac{1}{2}} C^{\frac{1}{2}} dx^{\frac{1}{2}} + \frac{AQ^2 C^2 y^{\frac{1}{2}} dx^{\frac{1}{2}}}{y^2} +$$

$$\overset{1}{A} + \overset{1}{A} + B \cdot Q^2 C^2 dy^{\frac{1}{2}}. \text{ Quare}$$

$$dx = \frac{QC dy \sqrt{A + \overset{1}{A} + B}}{\sqrt{AC^2 + \overset{1}{A}C^2 + Bc^2 \cdot y^2 - AQ^2 C^2 - \frac{\overset{1}{A} Q^{\frac{1}{2}} C^{\frac{1}{2}} y^2}{y^2}}}, \text{ \&}$$

$$dx = \frac{QC dy \sqrt{A + A + B}}{\sqrt{AC^2 + AC^2 + Bc^2 \cdot y^2 - AQ^2 C^2 - \frac{AQ^2 C^2 y^2}{y^2}}}$$

Calculus reliquum in prima tantum perficiam: nam pro secunda satis erit, litteras omnes carentes nota, eadem afficere exceptis B, c, eamque adimere illis, quæ habent. Statim sese offert

$$ds^2 = \frac{Q^2 C^2 dy^2 \cdot A + A + B}{AC^2 + AC^2 + Bc^2 \cdot y^2 - AQ^2 C^2 - \frac{AQ^2 C^2 y^2}{y^2}} + dy^2; \text{ ergo}$$

$$ds = \frac{dy \sqrt{Q^2 C^2 \cdot A + B + AC^2 + AC^2 + Bc^2 \cdot y^2 - \frac{AQ^2 C^2 y^2}{y^2}}}{\sqrt{AC^2 + AC^2 + Bc^2 \cdot y^2 - AQ^2 C^2 - \frac{AQ^2 C^2 y^2}{y^2}}}$$

Ex his habebimus

$$\frac{dx}{ds} = \frac{QC \sqrt{A + A + B}}{\sqrt{Q^2 C^2 \cdot A + B + AC^2 + AC^2 + Bc^2 \cdot y^2 - \frac{AQ^2 C^2 y^2}{y^2}}}: \text{ igitur}$$

$$\frac{y dx}{ds} = q = \frac{QC y \sqrt{A + A + B}}{\sqrt{Q^2 C^2 \cdot A + B + AC^2 + AC^2 + Bc^2 \cdot y^2 - \frac{AQ^2 C^2 y^2}{y^2}}}$$

Ergo

$$V = \frac{QC}{q} = \frac{\sqrt{Q^2 C^2 \cdot A + B + AC^2 + AC^2 + Bc^2 \cdot y^2 - \frac{AQ^2 C^2 y^2}{y^2}}}{y \sqrt{A + A + B}}$$

Ut invenias tenacitatem fili, æquationem hanc eleva ad quadratum

$$V^2 =$$

$$V^2 = \frac{Q^2 C^2 \cdot \overset{1}{A} + B}{A + \overset{1}{A} + B \cdot y^2} + \frac{AC^2 + \overset{1}{A} \overset{1}{C}^2 + Bc}{A + \overset{1}{A} + B} - \frac{\overset{1}{A} \overset{1}{Q}^2 \overset{1}{C}^2}{A + \overset{1}{A} + B \cdot y^2} \quad ;$$

ergo sumptis differentiis

$$V dV = \frac{-Q^2 C^2 \cdot \overset{1}{A} + B \cdot dy}{A + \overset{1}{A} + B \cdot y^3} + \frac{\overset{1}{A} \overset{1}{Q}^2 \overset{1}{C}^2 dy}{A + \overset{1}{A} + B \cdot y^3} : \text{ergo}$$

$$\frac{-AV dV}{dy} = T = \frac{AQ^2 C^2 \cdot \overset{1}{A} + B}{A + \overset{1}{A} + B \cdot y^3} - \frac{\overset{1}{A} \overset{1}{Q}^2 \overset{1}{C}^2}{A + \overset{1}{A} + B \cdot y^3} :$$

Determinata eodem modo $\overset{1}{T}$, nempe tenacitate fili, cu alligatum est corpus $\overset{1}{A}$, invenies

$$T + \overset{1}{T} = \frac{B}{A + \overset{1}{A} + B} \cdot \frac{AQ^2 C^2}{y^3} + \frac{\overset{1}{A} \overset{1}{Q}^2 \overset{1}{C}^2}{y^3}.$$

Problemata, quæ hætenus soluta exhibui, satis luculentæ exempla suppeditant methodi, quæ in aliis ejusdem generis resolvendis tenenda est.

Fig. 1.

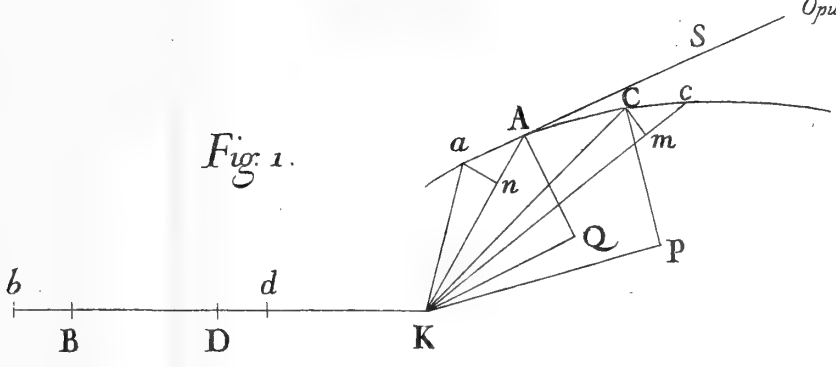


Fig. 2.

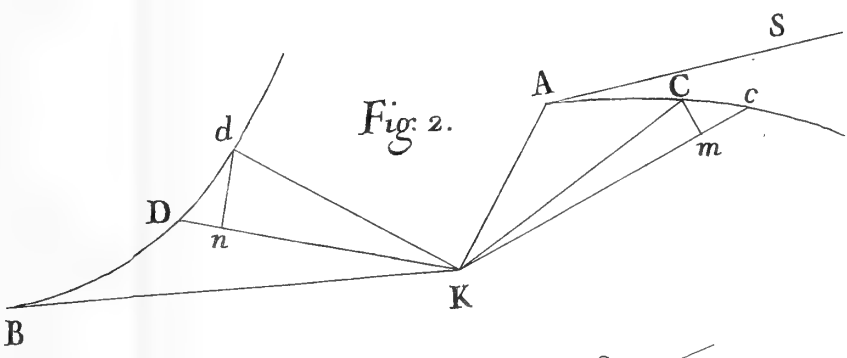


Fig. 3.

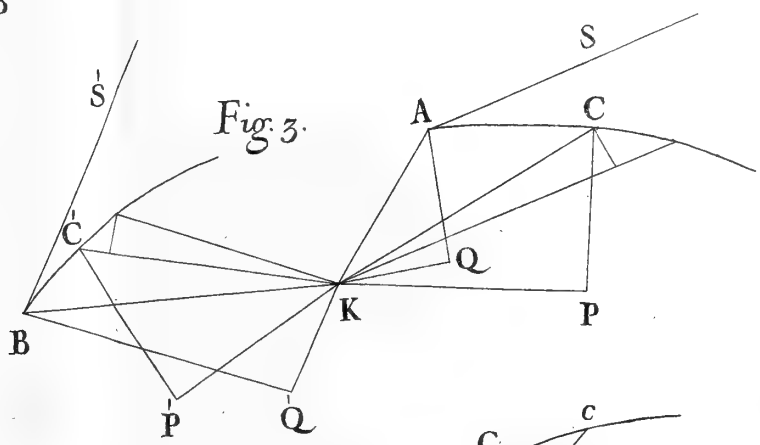
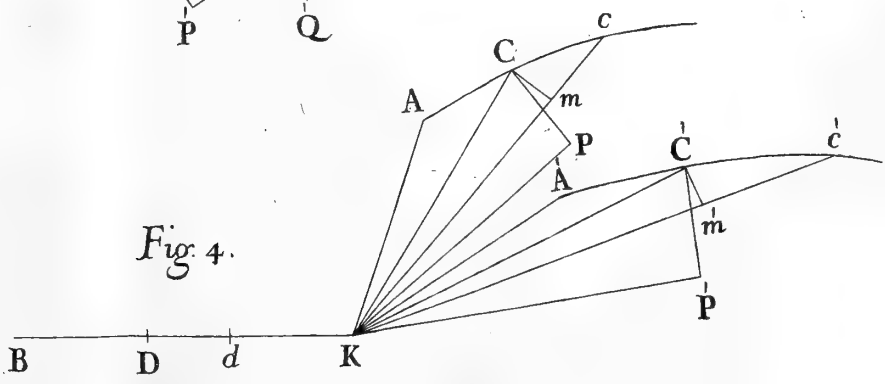


Fig. 4.





ROGERII JOSEPHI BOSCOVICK
SOC. JESU.

*De recentibus compertis pertinentibus ad perficiendam
Dioptricam.*

α. **Q**uamvis Dioptricam superiore sæculo Newtonus promoverit, norunt jamdudum ipsi etiam Tyrones Physicæ: at illud nuper innotuit, nihilo minus tanti viri auctoritatem præclarissimæ facultati obfuisse. Agit Dioptrica de radiis medium mutantibus, refractionem in primis considerans, quæ habetur, ubi radius oblique transiens per superficiem dirimentem bina media diversæ naturæ in ordine ad vim, qua in lumen agunt, mutat directionem itineris sui. Ab ipsa refractione plurima pendent in Physica, ut omne halonum, & iridum genus, colorata prismatum spectra, atque alia sexcenta, in primis vero visionis natura, & omnis ratio corrigendi oculorum vitia ope specillorum, eorumque vim acuendi per microscopia, longissime protendendi per telescopia. Et quidem specilla, ac telescopia casu inventa sunt etiam ante detectas, atque excultas refractionis ipsius leges. Cartesius inventa constanti ratione sinuum earum partem apprehendit, Newtonus vero inventa diversa coloratorum filorum refrangibilitate visus est quidquid supererat assecutus ita, ut nihil uberius addi posse videretur. Cartesius eam partem, quam invenerat, applicavit ad perficienda telescopia sine ullo successu: Newtonus ex residuo illo suo de dioptricum telescopiorum perfectione desperandum omnino esse credidit, quam ob causam catadioptrica substituit dioptriciis. Tanti viri auctoritate permoti Optici omnes usque ad postremos hosce annos nihil eo pertinens aggressi sunt. At inventa nuper in diversis vitris diversa ratione qualitatis distractivæ coloratorum radiorum ad refractivam repente patuit posse dioptrica telescopia perfici plurimum, & fortasse etiam ita ut catoptriciis fere nihil concedant. Quid sint ejusmodi comperta, & quantus ad

T. V. Y per-

perficiendam Dioptricam eorum usus, exponam hic primo quidem sine geometria, & calculo, quantum licebit, tum iis etiam in subsidium vocatis diligenter demonstrando singula, & præcipua quæque, quæ ad theoriam, & praxim pertinent, satis accurate evolvendo.

2. Præcipua telescopii dioptrici pars est illa lens vitrea, quæ in summo tubi vertice objecto obvertitur, & appellatur objectivum. Illa prope fundum effingit imaginem objecti, quam oculus intuetur vel inverso situ positam trans unicam lentem sibi proximam, & idcirco ocularis nomine designatam, in simplicibus astronomicis telescopiis, vel trans plures in aliis restitutam, ac in omnibus auctam. Imaginem efformant radii, qui a singulis objecti punctis digressi, ac incidentes in totam objectivi superficiem, & refracti tam in ingressu, quam in egressu colliguntur in totidem punctis, seu potius exiguis circellis.

3. Ad habendam imaginem penitus distinctam requireretur illud, ut radii omnes, qui pertinent ad unicum quodvis objecti punctum, colligerentur itidem accurate in unico puncto. Statim ac deprehendit Cartesius, sinum anguli incidentiæ ad sinum anguli refracti habere in transitu ex eodem medio in idem aliud rationem constantem, vidit illud, lentem efformatam e binis superficiebus sphericis non posse colligere radios omnes in unicum punctum, cum ii, qui incidunt propiores axi ipsius lentis, coeant serius, quam remotiores. Idcirco inquisivit in eam figuram, quæ radios omnes digressos ex unico objecti puncto, & ea constanti præditos ratione sinuum, debeat colligere in puncto unico: eam methodo admodum operosa, sed tamen penitus accurata definivit; nec defuerunt Optici, qui omni studio conati sint eas ipsas figuras vitris inducere, quamquam conatu irrito, cum ipsæ formæ in tornandis vitris omnino corrumpantur, nisi id habeant, quod habet figura spherica, ut pars qualibet congruat cum quavis alia æquali.

4. Newtonus inventa diversa radiorum refrangibilitate statim animadvertit, hanc etiam obesse distinctæ imagini, cum ii radii, qui magis refringuntur, ut violacei, debeant coire citius, quam ii, qui refringuntur minus, ut rubei. Calculo adhibito invenit illud, hunc secundum errorem ortum a diversa refrangibilitate radiorum esse multis vicium millibus majorem illo primo orto a figura spherica: censuit autem ex
 obser-

observationibus suis deduci evidenter, hunc posteriorem errorem corrigi nequaquam posse; unde intulit, ne de illo quidem priore laborandum, quo etiam correcto fere omnis confusio magnitudo mansura esset necessario, & idcirco lentibus, quæ radios refringant, substituit specula, quæ ipsos reflectant, cum constet, in reflexione omnia radiorum genera in eodem angulo incidentia reflecti ad eundem angulum simul sine ulla heterogeneous separatione a se invicem. Ejus auctoritate permoti Optici de perficiendis dioptriciis telescopiis penitus desperarunt ad catadioptrica conversi, quæ quidem brevissima longissimis dioptriciis præstiterunt.

5. Ratio cur diversæ refrangibilitatis errorem corrigi in lentibus omnino non posse credidit, & affirmavit, fuit ea, quod ex suis experimentis visus sibi sit illud deducere, quotiescumque radius per quocumque media tractus prodeat demum cum eadem illa directione, cum qua est allapsus, tum in recessu nullam haberi separationem filorum heterogeneous a se invicem, eam autem haberi semper quotiescumque egrediatur cum directione diversa; sive, quod eodem redit, quotiescumque refractione aliqua demum remaneat, debere remanere etiam refractionis differentiam in filis heterogeneous, quæ differentia corrigi non possit, nisi corrigatur penitus inflexionibus contrariis ipsa refractione. Affirmavit autem, se id ipsum deprehendisse tractis radiis per prismata vitrea immersa intra prismata aquea. Et sane si res ita se habeat; facile patet, errorem diversæ refrangibilitatis non posse corrigi in imagine per lentes efformata; cum nimirum debeant radii ab eodem aliquo objecti puncto digressi detorqueri introrsum versus axem, ut coeant, nimirum refringi, quæ refractione si haberi non possit sine differentia refractionis in filis heterogeneous; nec omnium heterogeneous unio haberi poterit in unico puncto, coeuntibus necessario citius iis, quæ majore refractione magis intorquentur introrsum in punctis lentium iisdem.

6. Ex eadem observatione illud etiam is deduxit, decurtationem sinus in eodem radiorum genere ad decurtationem in alio esse in omnibus substantiis in eadem ratione, quam rationem determinans affirmavit, esse in violaceis, & rubeis extremis ut 28 ad 27 ita, ut una vigesima septima sui parte decurtatio sinus sit minor in filis rubeis, quam in violaceis.

7. Hanc legem constantis rationis in decurtatione sinus pro omnibus substantiis ita amplexi sunt Optici post Newtonum communiter, ut nemo rem in dubium revocaverit, ac repetito ubique & in publicis Academiis, & in musæis privatis omni genere observationum pertinentium ad colores innatos, & innatum refrangibilitatis discrimen in radiis heterogeneis, nemo, quod sciam, in constantem illam decurtationis rationem inquisierit per tot annos; donec Eulerus in commentariis Acad. Berolin. ad annum 1747 eam in dubium revocaverit primus.

8. Is quidem ei legi substituit aliam, quam non ab experimentis deduxerat, sed a mera quadam algebraici calculi analogia, & ex ea deduxerat illud, posse fieri objectivas lentes constantes binis vitris includentibus aquam, per quas omnes radii heterogenei pertinentes ad idem objecti punctum coirent simul, correcta omni refractionum differentia, ac exhibuerat formulas, & ex iis combinationes sphericitatum ad eam rem requisitarum.

9. Res tentata nequaquam successit, & Dollondus Anglus tam geometra, quam telescopiorum artifex & doctus, & diligens diu obstitit Eulero objiciens illud, rationem constantem decurtationis sinus a Newtono inventam esse per observationes, contra quas illa calculi analogia simplex nihil posset. Applicata autem ad formulas Eulerianas Newtoniana lege, proveniebat ejusmodi vitrorum combinatio, quæ longitudinem telescopii exhiberet infinitam.

10. Interea Klingestierna egregius, & admodum celebris Upsalensis mathematicus brevi schediasmate demonstravit, observationes, quas Newtonus affirmaverat a se institutas de radiorum heterogeneorum separatione habenda semper, & tantummodo, ubi radii prodeant in directione diversa ab ea, in qua advenerant, pugnare cum illa constanti ratione decurtationis sinuum in omnibus refringentibus superficiebus, quam is inde deduxerat, & ea duo coherere ad sensum tantummodo, ubi anguli sint exigui, ubi nimirum sinus sint ad sensum proportionales ipsis angulis: monebat autem, idcirco oportere in eam rem omnem inquirere per experimenta aliquanto diligentius.

11. Ubi id schediasma ad Dollondum devenit; is re altius considerata capit ipsa instituere experimenta, quorum ope depre-

prehendit illud, nec Newtonianam, nec Eulerianam legem veras esse. Invenit nimirum decurtationem finis pro radiis rubeis ad decurtationem pro violaceis aliam habere rationem in aliis substantiis ita, ut differentia decurtationis in aliis esset totius decurtationis pars multo major, quam in aliis; unde fiebat, ut pari etiam refractione mediorum radiorum, differentia refractionis, sive distractio radiorum heterogeneorum esset multo major in aliis substantiis, quam in aliis.

12. In eo nimirum fortuna est usus, quod cum hæc distractiva qualitas in communibus per Europam vitris sit fere ubique eadem, ipse incidit in bina vitrorum genera, quorum alterum appellatur *flint-glass*, alterum *crown-glass*, quorum primum ejusmodi qualitatem distractivam haberet majorem, quam secundum in ratione 3 ad 2. Inde statim illud vidit, rite conjungendo ea vitra posse haberi in exiguis etiam angulis prismatum, & in lentibus refractionem sine differentia refractionis radiorum heterogeneorum ita, ut tam radii rubei, quam violacei simul delati prodeant in directione diversa ab ea, cum qua advenerant, & tamen prodeant simul omnes directione communi sine ulla separatione contra id, quod Newtonus censuerat: posse autem idcirco ita combinari binas lentes ex iis binis vitris efformatas, ut objectivum ex iis conjunctis compositum radios heterogeneos omnes simul colligat, correcto penitus diversæ refrangibilitatis errore, ac telescopia ex ejusmodi theoria construxit, quæ successum habuerunt optimum, ut nimirum telescopia dioptrica pedum trium tantummodo aperturam objectivi vitri tulerint linearum 15, ac telescopium 12 pedum ipse viderim in Anglia communibus egregiis æquivalens pedum 50.

13. Ut autem rem totam sifteret oculis ipsis contemplandam efformavit prismatula cum exiguis angulis unum quidem e *flint-glass*, bina vero e *crown-glass*, quorum alterum haberet angulum prioris angulo æqualem, alterum dimidium ejusdem. Tum vero si objectum lucidum transpiciatur per quodvis unicum ex iis prismatis; apparet extra suum locum, & coloratum in margine: si transpiciatur trans priora duo conjuncta cum angulis oppositis; apparet quidem in ipso suo loco, sed adhuc coloratum nonnihil: si demum transpiciatur trans omnia tria ita posita, ut postremorum anguli in eandem plagam sint obversi, angulus primi in oppositam; tum vero

ob-

objectum & extra locum suum apparet, & sine coloribus, quod ostendit, correctam esse refractionum differentiam, refractione manente; quod nimirum requiritur ad hoc, ut radii per lentes transmissi refringantur quidem ad axem, sed in eodem omnes angulo sine distractione colorum.

14. Ut id ipsum perspiciatur evidentius, sit unum vitri genus, quod singulis gradibus, quibus detorquet radios rubeos a sua directione, addat pro violaceis duo minuta, & alterum, quod addat tria. Fiat autem e priore angulus prismatis refringens major, qui detorqueat radium rubeum deorsum per gradus sex, & e posteriore angulus minor, qui ordine contrario positus eundem detorqueat sursum per gradus quatuor. Primus, cum addat singulis ex iis sex gradibus minuta duo pro violaceis, detorquebit violaceos ipsos deorsum per gradus sex, & minuta 12, secundus cum addat singulis ex illis quatuor minuta tria, detorquebit eos sursum per gradus 4, & minuta itidem 12. Demendo 4 a 6 pro rubeis, remanent 2, ac a 6, & 12 pro violaceis 4, & 12, remanent itidem 2. Prohibunt igitur tam rubei, quam violacei depressi per eosdem gradus duos, adeoque a se invicem non discedent, correctam refractionum differentiam, quin corrigantur refractiones.

15. Nimirum si differentia refractionis sit proportionalis refractioni rubei ubique; nunquam poterit ipsa differentia corrigi, quin corrigatur refractione, quæ si manserit demum post contorsiones quocumque; manebit utique & differentia ipsi proportionalis, secus si differentia proportionalis non sit. Ubi ipsa cæteris paribus est major in una substantia, quam in alia, minor refractione facta per illam, quæ non potest corrigere majorem factam per hanc, poterit habere differentiam æqualem differentiam hujus, quam idcirco corriget, remanente refractione sine refractionum differentia.

16. Binæ illæ lentes altera convexa, altera concava in singulis locis, in quibus singuli radii transmittuntur, considerari possunt ut bina prismata situ contrario posita, habendo nimirum arcus per quem exiguos pro rectilineis, adeoque in iis idem accidet, ut refractione remaneat, destructa penitus refractionum differentia, si convexitas, & concavitas rite combinentur. Si lentes fiant isosceliæ, ut vocant, sive cum binis superficiebus contrariis, & sphericitatis ejusdem; debet fieri lens utrinque convexa ex *crown-glass*, & concava utrinque

ex *flint-glass* ita, ut convexitatis illius semidiameter ad semidiametrum hujus concavitatis sit in ratione ipsa qualitatum distractivarum, nimirum hic ut 2 ad 3: nam eo pacto anguli conceptorum prismatum, quos continerent tangentes arcuum productæ, essent, ut 3 ad 2, cum sint, ut curvaturæ, quæ sunt semidiametrorum reciproca. Si autem lentes singulæ habeant superficies inæquales, quæ lentes dicuntur scalenæ; quoniam ex dioptrica communi constat, haberi semper lentem isosceliam æquivalentem cuivis scalenæ; oportebit ejusmodi sint eæ leptes, ut isosceliæ earum æquivalentes sint altera convexa, altera concava cum semidiametris in illa ratione directæ qualitatum distractivarum.

17. Hæc pertinent ad inventum Dollondi, qui alterum errorem correxit proveniente a diversa refrangibilitate radiorum, alterum inductum a figura spherica reliquit intactum. At hujus etiam correctionem faciendam simul aggressus est Geometra summus Clairautius, eamque affectus exhibuit in Commentariis Acad. Paris. annorum 1756, & 1757 superiore anno impressis. Invenit nimirum formulas sane elegantissimas, quæ errorem a figura spherica proveniente continent expressione generali, qua æquata nihiloveniunt æquationes exhibentes sphericitatum relationes ejusmodi, ut simul omnes radii homogenei in totam primam superficiem incidentes colligantur in unico eodem puncto, & simul in eodem tam rubei, & violacei extremi, quam intermedii omnes saltem quam proxime. Tradidit itidem plures egregias sane methodos inquirendi in ipsam qualitatem refractivam, & distractivam vitrorum, & instituitis experimentis in Anglicano *flint-glass*, & in vitro communi Gallico, quod invenit æquivalere Anglico *crown-glass*, combinationes elicuit, ac telescopia curavit fieri, quæ uni ex artificibus Parisiensibus successerunt mirum in modum. Observavi ego Viennæ uno ex iis habente objectivum pedum quatuor (pertinebat autem ad Serenissimum Principem Regnantem DE LICHTESTEIN) emersionem secundi satellitis Jovis uno minuto prius, quam videre potuerim telescopio Diviniano pedum 11, quod æquivalerat communibus pedum 18: eodem & Jovis discum videbam admodum auctum, ac terminatum, & ipsas Jovis fascias satis distinctas.

18. Communicavit autem mecum per litteras postea Clairautius, se in aliud vitri genus incidisse, quod appellant in Gal-

Gallia *Strafs*, & ex Germania acquirunt, in quo qualitas diffractiva fit duplo major, quam in vitro communi, quod simplicissimam sane combinationem superficierum requirit pro utraque simul correctione præstanda.

19. Ego quidem easdem ipsius formulas, quibus nihil sane elegantius desiderari potest, demonstravi aliquanto brevior, & simpliciore methodo, quam ipsi communicatam per litteras is impressit in diario Gallico *Journal des Sçavans*, alias autem perquisitiones nonnullas habui vel simul tum, vel postea, & instrumentum quoddam curavi construi simplex admodum, & per quam idoneum ad deprehendendas, & inter se comparandas qualitates refractivam, & diffractivam vitrorum, quod vocabulo mixto quidem e vocibus latina, & græca, sed notissimis, & in Physica usitatissimis, ad rem vero exprimendam aptissimis censeo appellari posse *vitrometrum*. Ea proponam hic diligenter evolvens præcipua quæque, & maxime notatu digna, ex quibus nova quadam Dioptricæ pertractandæ eruat ratio expeditissima sane, & elegantissima, quam ipsi Clairautio debet Litteraria Respublica, homini profecto singulari, ac de omnibus Matheſeos partibus sublimioribus benemerentissimo.

20. Ante tamen illud monendum duco, me huc usque hoc in genere nihil vidisse aliud, nisi ea, quæ Clairautius iis binis Academiae tomis inferuit, & alias binas dissertatiunculas superius laudati Clingestierne, quas ipse Clairautius edidit in eodem diario, quas tamen posteriores nonnisi cursim videre potui in ipso meo reditu Romam tempore ad eas satis perpendendas necessario destitutus. Ea, quæ ab Academia Petropolitana præmio donata sunt, & alia nonnulla eodem pertinentia, quæ novi esse edita, nondum ad meas manus delata sunt. Præmittam autem lemma penitus elementare, cui tamquam fundamento cuidam cætera superstruantur, tum ad reliqua deducenda progrediar, & singula geometrico rigore evolvam sequenti paragrapho.

§. II.

De formulis pertinentibus ad lentium focos, & errores ortos a crassitudine, & figura sphaerica.

21. **L**emma. In triangulo rectangulo, in quo unum latus est perquam exiguum, differentia hypotenusæ, & alterius lateris est quam proxime quadratum illius divisum per duplum utriuslibet horum.

22. Si enim (Fig. 1.) sit AMO semicirculus, S centrum, MX perpendicularis ad AO; erit AX differentia SM, SX æqualis quadrato MX diviso per XO, sive per SX + SM, nimirum si MX fuerit exigua, adeoque SM, SX quam proxime æquales, per duplum utriuslibet SM, SX.

23. Prop. 1. Si radii mM tendentes ad punctum G axis ASO arcus circularis AM habentis centrum in S refringantur in M ita, ut sinus incidentiæ SMG ad sinum anguli refracti SMH sit, ut m ad 1; quæritur AH distantia foci H ab A.

24. Erit MH ad HS, ut sin. MSH ad sin. SMH, vel assumpto pro termino medio rationis componendæ sin. SMG, conjunctim ut sin. MSH ad sin. SMG, & sin. SMG ad sin. SMH. Prima ex hisce rationibus est MG ad GS, secunda m ad 1. Habetur igitur MH:HS::mXMG.GS.

25. Ponatur jam AS = SM = a, AH = x, AG = p; MX = e. Erunt HS = x - a, GS = p - a: tum per lemma AX = $\frac{e^2}{2a}$, adeoque HX = $x - \frac{e^2}{2a}$, GX = $p - \frac{e^2}{2a}$, quibus addita eorum differentia ab HM, GM, nimirum per lemma $\frac{e^2}{2HX}$, $\frac{e^2}{2GX}$, sive quamproxime $\frac{e^2}{2x}$, $\frac{e^2}{2p}$, erit HM = $x - \frac{e^2}{2a} + \frac{e^2}{2x}$, GM = $p - \frac{e^2}{2a} + \frac{e^2}{2p}$, vel facto k = $\frac{x}{a} - \frac{x}{p}$, GM = $p - \frac{1}{2}ke^2$.

26. Substitutis hisce valoribus in proportionem MH.HS::mXMG.GS, habebitur $x - \frac{e^2}{2a} + \frac{e^2}{2x} \cdot x - a :: mp - \frac{1}{2}mke^2 \cdot p - a$, quod ob $k = \frac{x}{a} - \frac{x}{p} = \frac{p-a}{ap}$ evadit apk. Ejusmodi æquatio rite tractata dabit valorem quæsitum x.

T. V.

Z

27.

27. *Schol. 1.* Erueretur inde æquatio secundi gradus; sed ea facile evitabitur, si quæraturo primo valor x vero proximus, tum is substituatur in exigua fractione $\frac{e^2}{2x}$. Id autem obtinebitur inveniendò valorem debitum radiis infinite proximis axi.

28. *Corol. 1.* Si fit q valor ipsius x pro radiis infinite proximis axi, evanescente arcu $AM = e$, adeoque evanescen-
tibus omnibus terminis multiplicatis per e^2 , habebitur $q \cdot q - a :: mp \cdot apk :: m \cdot ak$. Quare $mq - ma = akq$, & $ma = mq - akq$, sive $\frac{1}{q} = \frac{1}{a} - \frac{k}{m}$, vel $q = \frac{am}{m - ak}$.

29. *Corol. 2.* Si hic valor $\frac{1}{q}$ ponatur in tertia parte primi termini proportionis inventæ num. 26 pro $\frac{1}{x}$, primus terminus evadet $x - \frac{e^2}{2a} + \frac{e^2}{2a} - \frac{ke^2}{2m} = x - \frac{ke^2}{2m}$. Quare fiet $x - \frac{ke^2}{2m} \cdot x - a :: mp - \frac{1}{2} mke^2 \cdot apk$; unde eruitur $mpx - \frac{1}{2} mke^2 x - mpa + \frac{1}{2} mkae^2 = apkx - \frac{apk^2 e^2}{2m}$; inde vero $x = \frac{mpa - \frac{1}{2} mkae^2 - \frac{apk^2 e^2}{2m}}{mp - apk - \frac{1}{2} mke^2}$.

30. *Schol. 2.* Ea fractio reducitur ad multo simplicio-
rem, si notetur in numeratore posteriores duos terminos esse perquam exiguos respectu primi, & in denominatore postremum respectu priorum duorum. Nam habetur hujusmodi lemma prorsus elementare, & usitatum: si sint $A + y$, & $B + z$, ac y , & z sint admodum parvæ respectu A , & B ; neglectis terminis, in quibus eæ affurgunt ad altiores potentias; erit, $\frac{A + y}{B + z} = \frac{A}{B} + \frac{-Az + By}{B^2}$, quod quidem lemma facile patebit facta actuali divisione tum A , tum y per $B + z$.

31. *Corol. 3.* Fractio corollarii secundi huc redit: $x = \frac{mpa}{mp - apk} + \frac{(mpa) \frac{1}{2} mke^2 - (mp - apk) (\frac{1}{2} mkae^2 + \frac{apk^2 e^2}{2m})}{p^2 (m - ak)^2}$.

Primus terminus evadit $\frac{ma}{m - ak} = q$. Secundus terminus facta
actua-

actuali multiplicatione secundæ partis in denominatore acqui-

rit hanc formam $\frac{m^2 a^2 \left(\frac{k^2}{m p} - \frac{k^2}{m^2 a} + \frac{k^3}{m^3} \right)^{\frac{1}{2}} e^2}{(m - a k)^2} = q^2 \left(\frac{k^2}{m p} - \frac{k^2}{m^2 a} + \frac{k^3}{m^3} \right)^{\frac{1}{2}} e^2$. Ibi vero post secundum coefficientis terminum ad-

dito, & dempto $\frac{k^2}{m^2 p}$, ac pro $-\frac{k^2}{m^2 a} + \frac{k^2}{m^2 p} = \frac{k^2}{m^2} \left(-\frac{1}{a} + \frac{1}{p} \right)$

scripto $-\frac{k^3}{m^3}$, habebitur $\frac{k^2}{m p} - \frac{k^3}{m^2} - \frac{k^2}{m^2 p} + \frac{k^3}{m^3} = \frac{m-1}{m^3}$

$\left(k^3 - \frac{m k^2}{p} \right)$. Quare demum fiet $x = q - q^2 \times \frac{m-1}{m^3} \left(k^3 - \frac{m k^2}{p} \right)$

$\frac{1}{2} e^2$, & facto $\phi = \frac{m-1}{m^3} \left(k^3 - \frac{m k^2}{p} \right)^{\frac{1}{2}} e^2$, habebitur $x = q - q^2 \phi$.

32. *Schol. 3.* Hæc formula est eadem, ac illa, quam Clairautius invenit in fine problematis 2 dissertationis infertæ Commentariis Acad. Paris. ad ann. 1756: is tantum pro $\frac{m-1}{m^3} \left(k^3 - \frac{m k^2}{p} \right)$ scribit $\frac{1}{m} \left(1 - \frac{1}{m} \right) \left(\frac{1}{m} k^3 - \frac{k^2}{p} \right)$ quod eodem redit. Sed ejus calculus derivatus ex lemmate aliquanto minus elementari pendente a natura finuum est paullo operosior, si totus evolvatur.

33. In hac formula primus terminus q exhibet distantiam foci radorum infinite proximorum axi, & est $\frac{1}{q} = \frac{1}{a} - \frac{k}{m} = \frac{1}{a} - \frac{1}{m a} + \frac{1}{m p} = \frac{m-1}{m a} + \frac{1}{m p} = \frac{1}{m} \left(\frac{m-1}{a} + \frac{1}{p} \right)$, secundus autem terminus $-q^2 \phi$ exhibet correctionem debitam figuræ sphæricæ pendente ab apertura, cujus radius e . Quod si radii veniant paralleli, vel ex immani distantia; termini divisi per p evanescent, ac fiet $k = \frac{1}{a}$, adeoque $\frac{1}{q} =$

$$\frac{m-1}{m a}, \text{ \& } q = \frac{m a}{m-1}, \text{ ac } q^2 \phi = \frac{m^2 a^2}{(m-1)^2} \times \frac{m-1}{m^3} \times \frac{1}{a^3} \times \frac{1}{2} e^2$$

$$= \frac{e^2}{2(m-1) m a}$$

34. Eruemus jam ex formula generali valoris $\frac{1}{q}$ aliud corollarium, quod erit usui in prosequendo calculo pro binis superficiibus, sive pro lentibus. Z 2

35. *Corol. 4.* Si mutetur AG mutatione exigua; mutabitur AH mutatione, quæ ad eam mutationem erit, ut AH^2 ad $m \times AG^2$.

36. Cum enim sit $\frac{1}{q} = \frac{m-1}{ma} + \frac{1}{mp}$, & terminus $\frac{m-1}{ma}$ non mutetur, mutato $AG = p$; erit mutatio termini $\frac{1}{q}$ æqualis mutationi termini $\frac{1}{mp}$, five $\frac{dq}{q^2} = \frac{dp}{mp^2}$, adeoque $dq \cdot dp :: q^2 \cdot mp^2 :: AH^2 \cdot m \times AG^2$.

37. *Prop. 2.* Si (*Fig. 2.*) radios mM , qui tendebant ad G , & a prima superficie AM detorti sunt ad H , secunda superficies BN detorqueat ad I ita, ut ratio sinus incidentiæ ad finem anguli refracti sit 1 ad m ; quæritur BI distantia foci I a B .

38. Patet, BI determinari eodem pacto per BH , $\frac{1}{m}$, radium circuli, cujus arcus BN , & aperturam BN , quo AH determinata est per AG , m , radium circuli, cujus arcus AM , & valorem ejus aperturæ.

39. Dicatur b radius arcus BN , pro BN ponatur ipse valor e ob tantam propinquitatem punctorum M , N , ac crassitudo lentis AB dicatur a , & si esset $BH = q$, ad habendam BI oporteret primo quidem loco $k = \frac{1}{a} - \frac{1}{p}$ facere $l = \frac{1}{b} - \frac{1}{q}$, tum loco $\frac{1}{q} = \frac{1}{a} - \frac{k}{m}$ facere $\frac{1}{r} = \frac{1}{b} - ml$, & loco $\varphi = \frac{m-1}{m^3} (k^2 - \frac{mk^2}{p})^{\frac{1}{2}} e^2$ facere $\pi = (\frac{1}{m} - 1) m^3 (l^2 - \frac{l^2}{mq})^{\frac{1}{2}} e^2 = -\frac{m-1}{m} (m^3 l^2 - \frac{m^2 l^2}{q})^{\frac{1}{2}} e^2$, ac haberetur $BI = r - r^2 \pi$.

40. Cum vero BH non sit q , sed $q - q^2 \varphi - a$, etiam valor BI evadet diversus ab invento $r - r^2 \pi$. Discriminis fons erit duplex: primo quidem, quia in valore $\frac{1}{b} - \frac{1}{q}$ oportet ponere pro q totum valorem $q - q^2 \varphi - a$, ut & in termino $\frac{l^2}{q}$ valoris π ; deinde quia imminuto valore rectæ BH suppositæ $= q$ per $q^2 \varphi + a$, etiam valor BI minuitur juxta num. 35.

41. Primum discrimen negligi potest ob exiguitatem valoris π , qui nimirum habet pro coefficiente e^2 , & mutatur mutatione exigua respectu sui posito valore q pro valore, qui ab ipso modicissimum differt: secundum autem discrimen compensatur juxta ipsum num. 35, si a valore rectæ BI auferatur differentia ipsius BH ducta in $\frac{m \times BI^2}{BH^2}$, sive quamproxime in $\frac{mr^2}{q^2}$, nimirum $m r^2 \phi - \frac{m r^2 \alpha}{q^2}$. Erit igitur $BI = r - \frac{r^2 m \alpha}{q^2} - r^2 (m \phi + \pi)$, ubi r erit distantia foci pro radiis infinite proximis axi neglecta α crassitudine lentis, $\frac{r^2 m \alpha}{q^2}$ decurtatio nata ab ipsa crassitudine, & $r^2 (m \phi + \pi)$ error natus ab apertura e .

42. *Corol. 1.* Haud difficulter eliminabuntur e superiore formula valores k, q, l . Erat $k = \frac{1}{a} - \frac{1}{p}$; $\frac{1}{q} = \frac{1}{a} - \frac{1}{ma} + \frac{1}{mp}$; $l = \frac{1}{b} - \frac{1}{q} = \frac{1}{b} - \frac{1}{a} + \frac{1}{ma} - \frac{1}{mp}$, ubi ob $\frac{1}{f} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ fiet $l = \frac{1}{ma} - \frac{1}{mp} - \frac{1}{f}$, adeoque $\frac{1}{r} = \frac{1}{b} - ml$ fiet $= \frac{1}{b} - \frac{1}{a} + \frac{1}{p} + \frac{m}{f} = -\frac{1}{f} + \frac{1}{p} + \frac{m}{f} = \frac{m-1}{f} + \frac{1}{p}$, qui est valor distantiae foci radiorum infinite proximorum axi neglecta crassitudine lentis. Ibi, si radii adveniant paralleli, evanescente $\frac{1}{p}$ remanebit $\frac{m-1}{f}$, adeoque si distantia foci radiorum parallelorum infinite proximorum axi, neglecta crassitudine dicatur h , erit $\frac{1}{b} = \frac{m-1}{f}$, & $\frac{1}{r} = \frac{1}{b} + \frac{1}{p}$, quæ formula exhibet expeditissimam determinationem valoris r per h , & viceversa dato p .

43. Fiet autem $m\phi = \frac{m-1}{m} \left(\frac{1}{m} k^3 - \frac{k^2}{p} \right) \frac{1}{2} e^2$, & $\pi = \frac{m-1}{m} \left(-m^3 l^3 + \frac{m^2 l^2}{q} \right) \frac{1}{2} e^2$, ubi peractis multiplicationibus, & ordinatis valoribus ita, ut in unam summam computentur termini continentes idem productum ex a, p, f , obtinebuntur pro parenthesi valoris $m\phi$ termini quatuor, & pro parenthesi valoris π termini decem, quorum primis quatuor elisis a totidem pertinentibus ad $m\phi$, relinquetur valor $m\phi + \pi$, qui

qui si fiat = ρ erit $\rho = \frac{m-1}{m} \left(\frac{m^3}{f^3} - \frac{2m^2+m}{af^2} + \frac{m+2}{a^2f} + \frac{3m^2+m}{pf^2} - \frac{4m+4}{apf} + \frac{3m+2}{p^2f} \right)^{\frac{1}{2}} e^2$.

44. Distantia vero foci a superficie sibi proxima integra, & correcta erit $r - \frac{r^2 m e}{q} - r^2 \rho$.

45. *Scholium*. Plura theorematum pro lentibus inde facile deduci possunt nota in dioptrica; sed hic indicabimus illa tantummodo. Inversa lente manet valor r , sive distantia foci radiorum infinite proximorum axi; sed mutatur error tam ortus ex apertura, quam ex crassitudine lentis; si binæ superficies non sint æqualis sphericitatis, qui itidem manent; si superficies sint sphericitatis ejusdem.

46. Quævis lens sphericitatum utcumque inæqualium, contempto errore tam crassitudinis, quam aperturæ, habet lentem isosceliam sibi prorsus æquivalentem, cujus nimirum radius sit medius harmonice proportionalis inter illius radios, sive cujus radio facto = a , & illius radiis in sua directione opposita factis a, b sit $\frac{2}{a} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$.

47. Ea profluunt ex formula $\frac{1}{r} = \frac{m-1}{f} + \frac{1}{p}$: inde & sequens corollarium dimanat, quod sternit viam ad lentes duas conjunctas simul.

48. *Corol. 2.* Si mutetur mutatione exigua distantia AG; mutabitur BI mutatione, quæ erit ad ipsam in ratione duplicata directa ipsius BI ad AG.

49. Nam in formula $\frac{1}{r} = \frac{m-1}{f} + \frac{1}{p}$ stante $\frac{m-1}{f}$, erit $-\frac{dr}{r^2} = -\frac{dp}{p^2}$, adeoque $dr \cdot dp :: r^2 \cdot p^2$. Est autem BI quamproxime æqualis primo termino r sui valoris, & ejus mutatio hujus mutationi.

50. *Prop. 3.* Si post primam lentem terminatam binis superficiebus AM, BN sit alia (Fig. 3.) ex alia massa, sed in eodem medio, ut in aere, terminata superficiebus CO, DP; oportet invenire distantiam DL foci L a superficie sibi proxima.

51. Dicatur β intervallum BC binarum lentium, γ crassitudo CD secundæ, c radius primæ superficiæ CO secundæ lentis, d radius secundæ DP, $M:1$ ratio sinus incidentiæ ad finem anguli refracti in ingressu ex aere in materiam secundæ lentis, H distantia foci radiorum parallelorum infinite proximorum axi secundæ lentis. Debet inveniri DL per radios c , d , per M , H , per aperturam e , & per distantiam CI puncti, ad quod convergunt radii a prima superficie CO prorsus, ut est inventa BI per a , b , m , h , e , & distantiam $AG = p$.

52. Valor BI est $r - \frac{r^2 m \alpha}{q^2} - r^2 \rho$, adeoque $CI = r - \frac{r^2 m \alpha}{q^2} - \beta - r^2 \rho$. Sed si is valor esset r , ac formarentur Q , R , σ per c , d , M , g , r prorsus, ut formatæ sunt q , r , ρ per a , b , m , f , p ; esset $DL = R - \frac{R^2 m \gamma}{Q^2} - R^2 \sigma$. Sed quoniam CI est minor, quam r per $\frac{r^2 m \alpha}{q^2} + \beta + r^2 \rho$; oportebit per num. 48 adhuc demere hunc valorem ductum in $\frac{DL^2}{BI^2}$, sive proxime in $\frac{R^2}{r^2}$. Eo pacto est distantia quaesita $DL = R - R^2 \left(\frac{m \alpha}{q^2} + \frac{\beta}{r^2} + \frac{M \gamma}{Q^2} \right) - R^2 (\epsilon + \sigma)$.

53. Exprimet autem primus terminus distantiam foci radiorum infinite proximorum axi contempta crassitudine, & distantia lentium, secundus terminus correctionem his debitam, tertius correctionem debitam figuræ sphaericæ.

54. *Schol. I.* Sequentibus binis corollariis proponam valores omnes inventos primo quidem pro radiis utcumque convergentibus, vel divergentibus, tum pro parallelis. Valores radiorum sphaericitatis censentur positivi, ubi centrum jacet ultra superficiem respectu radiorum venientium ad lentes, qui evadunt infiniti pro planis, & negativi pro centro jacente citra. Valor p censendus est positivus, infinitus, vel negativus, prout radii adveniunt convergentes, paralleli, vel divergentes.

55. *Corol. I.* Formulæ superius inventæ in prop. 1, &
2,

2, ac inveniendæ ope hujus propositionis sunt, quæ sequuntur.

Radii quatuor sphericitatum a, b, c, d .

Aperturæ semidiameter e .

Craffitudo primæ lentis, intervallum lentium, craffitudo secundæ α, β, γ .

Rationes refractionum pro binis massis $m : 1, M : 1$.

Distantia puncti convergentiæ radorum incidentium p .

Distantiæ foci radorum infinite proximorum axi neglectis superficierum intervallis post superficies 1, 2, 3, 4 q, r, Q, R .

Distantiæ foci radorum parallelorum infinite proximorum axi, neglectis superficierum intervallis pro lentibus prima, & secunda seorsim h, H .

Valores subsidiarii $\frac{1}{f} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b}, \frac{1}{g} = \frac{1}{c} - \frac{1}{d}$.

$$\frac{1}{q} = \frac{m-1}{ma} + \frac{1}{mp}$$

$$\frac{1}{r} = \frac{m-1}{f} + \frac{1}{p} = \frac{1}{h} + \frac{1}{p}$$

$$\frac{1}{Q} = \frac{M-1}{Mc} + \frac{1}{Mr} = \frac{M-1}{Mc} + \frac{m-1}{mf} + \frac{1}{Mp}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{M-1}{g} + \frac{1}{r} = \frac{M-1}{g} + \frac{m-1}{f} + \frac{1}{p} = \frac{1}{H} + \frac{1}{h} + \frac{1}{p}$$

$$p = \frac{m-1}{m} \left(\frac{m^3}{f^3} - \frac{2m^2+m}{af^2} + \frac{m+2}{a^2f} + \frac{3m^2+m}{pf^2} - \frac{4m+4}{apf} + \frac{3m+2}{p^2f} \right) \frac{1}{2} e^2$$

$$\sigma = \frac{M-1}{M} \left(\frac{M^3}{g^3} - \frac{2M^2+M}{cg^2} + \frac{M+2}{c^2g} + \frac{3M^2+M}{rg^2} - \frac{4M+4}{crg} + \frac{3M+2}{r^2g} \right) \frac{1}{2} e^2$$

Distantia foci primæ lentis $r - r^2 \times \frac{m\alpha}{q^2} - r^2 p$.

Distantia foci ambarum simul $R - R^2 \left(\frac{m\alpha}{q^2} + \frac{\beta}{r^2} + \frac{M\gamma}{Q} \right) - R^2 (p + \sigma)$.

56. *Corol. 2.* Pro radiis parallelis, vel ex fatis magna distantia advenientibus, fatis est omittere omnes terminos divisos per p , & pro $\frac{1}{r}$ scribere $\frac{m-1}{f}$. Tum reliquis manentibus habebitur.

$$\sigma = \frac{M-1}{M} \left(\frac{M^3}{g^3} - \frac{2M^2 + 2M}{cg^2} + \frac{M+2}{c^2g} + \frac{(m-1)(3M^2+M)}{fg^2} \right. \\ \left. - \frac{(m-1)(4M+4)}{cfg} + \frac{(m-1)^2(3M+2)}{f^2g} \right) \frac{1}{2} e^2.$$

57. *Schol. 2.* Ex ipsa methodo, qua ad superiores formulas deventum est, & ex diligenti consideratione formularum earumdem facile deducuntur plurima theoremata, ut hæc, quæ sequuntur.

58. Si sint quotcumque lentes contigux, & negligatur earum crassitudo (quod tamen, si nimis multæ sint, & foci non satis remoti, non licet), & quod in prima est m, f, h sit in reliquis $m', m'' \&c., f', f'' \&c., h', h'' \&c.$, distantia autem foci omnium simul dicatur R ; erit $\frac{1}{R} = \frac{m-1}{f} + \frac{m'-1}{f'}$ $+ \frac{m''-1}{f''} \&c. + \frac{1}{p} = \frac{1}{b} + \frac{1}{b'} + \frac{1}{b''} \&c. + \frac{1}{p}$.

59. Si fuerint quotcumque lentes, & quæcumque, quocumque ordine ponantur, & utralibet superficie singulæ obvertantur radiis venientibus; neglecta ipsarum crassitudine, focus radorum infinite proximorum axi manebit semper eodem loco.

60. *Schol. 3.* Ad theoriam trium lentium facile reducitur etiam casus, quo binis meniscis vitreis includatur aqua, quæ haberi poterit pro lente aquea interposita binis lentibus vitreis: nam via radii transeuntis immediate e vitro in aquam, vel viceversa est eadem, quæ esset, si tenuissimum aeris velum intercederet.

61. Si radii quatuor sphericitatum sint a, b, c, d considerati ut positivi centro jacente ultra superficiem, & ratio sinuum in vitro sit m , in aqua M ; erit $\frac{1}{R} = \frac{m-1}{f} + \frac{M-1}{f}$ $+ \frac{m'-1}{f'} + \frac{1}{p}$. Erit autem $\frac{m-1}{f} + \frac{m'-1}{f'} = (m-1) \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} + \frac{1}{c} - \frac{1}{d} \right) = (m-1) \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{d} \right) - (m-1) \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c} \right)$,
T. V. A a cui

cui termino si uniatur $\frac{M-1}{f} = (M-1) \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c} \right)$, fiet $(M-m) \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c} \right)$. Quare si fiat $\frac{1}{a} - \frac{1}{d} = \frac{1}{g}$, & $\frac{1}{b} - \frac{1}{c} = \frac{1}{g'}$; fiet $\frac{1}{R} = \frac{m-1}{g} + \frac{M-m}{g'} + \frac{1}{p}$.

62. Porro eodem devenit Clairautius ex generaliore theoria quatuor superficierum diversa media dirimentium, & hæc postrema formula usum habet in lentibus, quas Eulerus proposuerat, ut superiores in lentibus Dollondianis, & Clairautianis.

§. III.

De errore orto a diversa refrangibilitate, & ejus comparatione cum errore figuræ sphericæ.

63. **F**X ipsis formulis numeri 55 satis patet distantiam foci ita pendere a valore m , ut eo mutato mutari debeat: is autem in diversis coloratis radiis diversus est; unde oritur error, & imaginis confusio. Eum errorem hic considerabimus, comparando ipsum cum errore figuræ sphericæ.

64. Si fila radii (Fig. 4.) progressi ex G refringantur a lente MAM; magis refrangibilia colligentur citius in B, minus refrangibilia serius in I, & error distantia foci erit BI. Cum is sit exiguus respectu totius; negligi poterit in eo considerando illa ejus pars, quæ mutat errores figuræ sphericæ, & crassitudinis lentis jam exiguos, parte sui exigua. Remanebit igitur error formulæ $\frac{1}{r} = \frac{m-1}{f} + \frac{1}{p}$.

65. Si dicatur dm differentia valorum m pertinentium ad bina illa radorum genera; differentiando habebitur $-\frac{dr}{r} = \frac{dm}{f}$, cum p sit constans, adeoque erit $\frac{dr}{r} = \frac{r}{f} \times dm$. Ibi autem si radii adveniant paralleli, ut evanescente $\frac{1}{p}$, fit $\frac{1}{r} = \frac{m-1}{f}$, adeoque $\frac{r}{f} = \frac{1}{m-1}$; fiet $\frac{dr}{r} = \frac{dm}{m-1}$, nimirum $r \cdot dr :: m-1 \cdot dm$. Si notetur $m-1$ esse decurtationem sinus, quæ in exiguis angulis est ipsa refractionis; habebitur hujusmodi theoremata. Distantia foci est ad errorem rectilineum, ut refractionis ad

ad differentiam refractionis, sed ubi refractionis est major, distantia est minor.

66. Idem & geometria exhibet: si enim MG , AG habeantur pro parallelis; posito A in media MM' ; erit tota refractionis rubeorum MIA , violaceorum MBA , adeoque differentia BMI : erit autem MB , vel MI ad BI , ut sinus MIA , vel MBA ad sinum BMI , nimirum ut ipsi anguli, quæ demonstratio est generalis etiam pro lentibus quotcumque simul conjunctis.

67. Si rectæ $M'B$, MI occurrant sibi invicem in C' , & MB , MI in C , ac recta $C'C$ axi AI in O ; erit, ut facile patet, $C'C$ diameter circelli minimi eorum omnium, qui excipiunt omnes radios transmissos per lentem; cumque sit MM' ad $C'C$, tam ut AI ad IO , quam ut AB ad BO , adeoque ut $AI + AB$ ad $BI = BO + OI$; assumpta $AI + AB$, ut dupla distantia foci radiorum mediorum, erit, ut ipsa dupla distantia foci radiorum mediorum ad errorem rectilineum, ita diameter aperturæ lentis ad diametrum erroris circularis, appellando eo nomine eum circellum, qui nimirum in imagine confusionem gignit. Assumendo autem posteriorum terminorum dimidia, obtinebitur ejus valor analyticus, factis $2r \cdot dr = \frac{r dm}{m-1} : e \cdot \frac{dm}{m-1} \times \frac{1}{2} e$, qui erit valor semidiametri OC , in quo tamen oportebit ad majorem accuratorem assumere in $m - 1$, ut & in r valorem debitum radiis mediis.

68. Porro patet ex ipsis formulis errorem rectilineum esse constantem in quavis apertura, & erroris circularis diametrum esse in ratione aperturæ lentis. Juxta Newtonum assumpto m pro radiis intermediis est $\frac{dm}{m-1} = \frac{1}{27 \cdot \frac{1}{2}}$, adeoque esset diameter erroris circularis $\frac{1}{55}$ diametri aperturæ lentis, ut ipse censuit. Sed ex novis compertis ea ratio est in aliis vitris alia, uti diximus §. 1., & videbimus infra.

69. Errorem figuræ sphericæ rectilineum definivimus num. 54 pro unica lente $r^2 \rho$, pro duabus conjunctis $R^2 (\rho + \sigma)$. Determinatio erroris circularis est ibi paullo operosior. Radii transeuntes (*Fig. 5.*) per puncta F aperturæ $M'M$ ita secant axem AI in B , ut existente I foco radiorum infinite proximorum axi, sit $IB = r^2 \rho$; valor autem ρ componitur num. 55 ex pluribus terminis datis per m , f , a , qui non mutantur,

mutata femidiametro apertura $AF = e$, ductis in $\frac{1}{2}e^2$. Quare si ii omnes termini simul dicantur 2δ , erit $IB = r^2\delta e^2$, qui valor cum mutetur, mutata $AF = e$, patet radios etiam homogeneos transeuntes per diversa puncta F apertura non convergere ad unicum axis punctum, sed perpetuo tangere curvam quandam $IC'D$, quæ appellatur caustica, cujus erunt bini arcus $IC'D$, $IC'D'$ hinc, & inde ab axe AI . Radii FD , $F'D'$ post ejus curvæ contactum in D , D' incurrentes in axem in B iterum occurrent curvæ in C , C' , eritque $C'OC$ diameter circelli minimi omnium excipientium omnes radios transeuntes per omnia puncta apertura FF' . Oportebit ipsam determinare.

70. Primo quidem definienda erit natura curvæ $DC'I$. Id autem brevitatis causa sic expediam ope calculi infinitesimalis, sed admodum elementaris, & simplicis. Sit $IE = z$, $ED = y$: erit ex formulis subtangentium $EB = \frac{y dz}{dy}$. Porro est $AF = e$. AB , sive $AI = r$: $DE = y$. $EB = \frac{ry}{e} = \frac{y dz}{dy}$, unde fit $dz = \frac{r dy}{e}$. Sed ob $EI = EB + BI$, est $z = \frac{ry}{e} + r^2\delta e^2$, adeoque $dz = \frac{r dy}{e} - \frac{ry de}{e^2} + 2r^2\delta e de$, quod cum sit itidem $= \frac{r dy}{e}$, erit $-\frac{ry de}{e^2} + 2r^2\delta e de = 0$, sive $y = 2r\delta e^3$. Hinc $dy = 6r\delta e^2 de$, adeoque ob $dz = \frac{r dy}{e}$; erit $dz = 6r^2\delta e de$, & $z = 3r^2\delta e^2$, nulla addita constante, cum z , & e simul evanescant, abeuntibus punctis F, B simul in A, I .

71. Ex iis valoribus y , & z satis constat esse tam y^3 , quam z^3 , ut e^6 , adeoque y^2 , ut z^3 , sive y , ut $z^{\frac{3}{2}}$, quod ostendit, eam curvam circa initium I accedere in infinitum ad formam parabolæ gradus tertii. In ea debet esse EI ad EB , ut 3 ad 2 , quod facile eruitur etiam ex valore $EB = \frac{ry}{e}$, in quo si substituat pro y valor inventus $2r\delta e^3$, habetur $2r\delta e^2$, dum est $EI = z = 3r^2\delta e^2$.

72. Superest determinanda intersectio C tangentis DB cum curva. Debet esse $BO^2 \cdot BE^2 :: OC^2 \cdot ED^2$, sive ex natura curvæ: $IO^3 \cdot IE^3$. Id autem obtinebitur, si sit IO pars
 quar-

quarta IE; nam divisa EI in partes 12, erit IO = 3, & ex numero præcedente BE = 8, adeoque BI = 4, BO = 1. Hinc BO . BE :: 1 . 8, & IO . IE :: 1 . 4, adeoque tam BO ad BE², quam IO³ ad IE³, ut 1 ad 64.

73. Idem exhibet calculus directe posita IO = hz. Erit enim BE = $\frac{2}{3}z$, BI = $\frac{1}{3}z$, BO = $(\frac{1}{3} - h)z$; unde fit $(\frac{1}{9} - \frac{2}{3}h + h^2)z^2 . \frac{4}{9}z^2 :: h^3z^3 . z^3 :: h^3 . 1$; adeoque $\frac{4}{9}h^3 = \frac{1}{9} - \frac{2}{3}h + h^2$, sive $h^3 - \frac{2}{3}h^2 + \frac{2}{3}h - \frac{1}{9} = 0$. Ejus æquationis radices sunt 1, 1, $\frac{1}{3}$, quarum priores duæ pertinent ad contactum in D, ubi coeunt binæ interfectiones, existente hz = z, quod quidem statim patet, & binis radicibus indicatis tertiam prodidit sine molestiore solutione æquationis gradus tertii: tertia autem ipsa exhibet IO = $\frac{1}{3}$ IE.

74. Jam vero cum fit IB = $r^2 \delta e^2$, erit IE = $3r^2 \delta e^2$, adeoque BO = $\frac{1}{12}$ IE erit = $\frac{1}{4}r^2 \delta e^2$, AB = r . BO = $\frac{1}{4}r^2 \delta e^2$:: AF = e . OC = $\frac{1}{4}r \rho e$, quæ ob $\rho = \delta e^2$ juxta num. 69, erit = $\frac{1}{4}r \rho e$, & ea est semidiameter erroris circularis orti a figura spherica. Patet autem eandem methodum habere locum etiam in errore duarum lentium, dummodo fiat $\delta e^2 = (\rho + \sigma) e^2$; obveniret enim demum semidiameter ipsa = $\frac{1}{4}R(\rho + \sigma)e$.

75. Cum valor ρ , & σ jam decreſcant ut e^2 ; patet, hujus erroris semidiametrum decreſcere ut e^3 , adeoque imminuta in infinitum apertura, hic error minuitur infinites magis infinitate secundi ordinis respectu erroris orti a diversa radiorum refrangibilitate, qui per num. 68 decreſcit ut e. Hinc in exiguis aperturis adhuc est in immensum major hic error illo, ut Newtonus animadvertit juxta num. 4; sed in aperturis paullo majoribus idem crescit multo minus, quam alter, cujus idcirco non est negligenda correctio in novis hisce telescopiis habentibus objectivi aperturam ingentem.

76. Facile est ejusmodi relationem generaliter exprimere. Inventa est num. 67 semidiameter erroris orti ex refrangibilitate diversa radiorum = $\frac{dm}{m-1} \times \frac{1}{2}e$. Quare cum hic error ortus a figura spherica fit = $\frac{1}{4}r \rho e$, erit ille ad hunc ut $\frac{dm}{m-1}$ ad $\frac{1}{2}r \rho$.

77. Newtonus in *Optica lib. 1. parte 1. experim. 8.* proponit primo formulam pro errore circulari figuræ sphaericæ hoc pacto. Si vitrum objectivum telescopii sit plano-convexum, & plana ipsius facies ad rem objectam obvertatur, diameter autem sphaeræ, cujus id vitrum segmentum sit, appelletur D , item semidiameter aperturæ vitri vocetur S , & sinus incidentiæ e vitro in aerem sit ad sinum refractionis ut I ad R ; radii, qui incidunt paralleli ad axem vitri, diffusi erunt in eo loco, ubi objecti imago distinctissima exhibetur, in parvum circulum, cujus diameter erit $\frac{Rq}{Iq} \times \frac{Scub.}{Dquadr.}$. Ea ex nostra generaliore formula facile deducitur. Nam in eo casu in valore p num. 55 fit p infinitum ob radios parallelos, a infinitum ob primam superficiem planam. Quare tota formula inclusa parentheli reducitur ad solum primum terminum, in quo ipso $\frac{1}{f} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ evadit $\frac{1}{b}$ evanescente primo termino, & mutante signum secundo ob convexitatem secundæ superficiæ; adeoque evadit $\frac{3}{4} r \rho e = r \times \frac{m-1}{8} \times \frac{m^2}{b^3} \times e^3$, vel ob $\frac{1}{r} = \frac{m-1}{f} = \frac{m-1}{b}$, adeoque $r \times (m-1) = b$, $\frac{3}{4} r \rho e = \frac{m^2 e^3}{8 b^2}$, cujus duplum, seu $\frac{m^2 e^3}{4 b^2}$ exhibet diametrum eandem: est autem hic m , quod ipsi $\frac{R}{I}$, & hic $2b$, quod ipsi D ; unde patet, Newtonum, considerata causticæ natura, rite determinasse ipsum minimum circellum.

78. Progreditur ipse, & rationem errorum rite itidem determinat in hypothese, quod error diversæ refrangibilitatis sit $\frac{1}{55}$ pars diametri aperturæ. Ratio $\frac{dm}{m-1}$ ad $\frac{1}{2} r \rho$ in eo casu evadit $\frac{dm}{m-1}$ ad $\frac{m^2 e^2}{4 b^2}$. Est ipsi $\frac{dm}{m-1} = \frac{2}{55}$, $m = \frac{31}{20}$, $\frac{e}{2b} = \frac{1}{600}$, assumit enim $2b$ pedum 100, & diametrum aperturæ unciarum 4, adeoque e unciarum 2, sive $\frac{1}{2}$ unius pedis. Hinc ratio quasita evadit $\frac{2}{55}$ ad $\frac{1 \times 31 \times 31}{36000 \times 400}$, sive $\frac{28800000}{55 \times 31 \times 31} = 5449$ ad 1, prorsus ut ipsi.

79. Sed si apertura sit major, ea ratio multum decrefcit
ma-

manentibus cæteris, nimirum in ratione reciproca duplicata diametri ipsius aperturæ, in qua crescit secundus rationis terminus $\frac{m^2 e^2}{4 b^2}$. Quamobrem, ut innuimus numero 75, cogitandum est de correctione erroris utriusque, quod jam præstabimus sequenti paragrapho.

§. IV.

De correctione errorum .

80. **T**Ria errorum genera consideravimus, eos, qui proveniunt a crassitudine, & intervallo lentium, qui a figura spherica, & qui a diversa radiorum refrangibilitate. Primus error non turbat saltem ad sensum distinctionem imaginis, quam tantummodo admovet lenti paullo plus, quam requirat primus terminus valoris exprimentis distantiam foci, adeoque is omitti potest. Acturi de reliquis binis, agemus primo de priore, quem Dollondus correxit, & quem diximus tanto majorem.

81. In primis satis patet ex num. 67 non posse eum errorem corrigi per unicam lentem: ut corrigatur per duas oportet valor distantia foci numeri 55 obveniat idem, positus pro M , & m numeris pertinentibus ad quodvis radiorum genus. Quoniam exigua mutatio eorum numerorum inducit mutationem perquam exiguam in exiguis terminis ejus formulæ exprimentibus errorem crassitudinum, & figuræ sphericæ; satis erit ea neglecta efficere illud, ut valor R remaneat idem, qui manebit idem, si maneat $\frac{1}{R} = \frac{M-1}{g} + \frac{m-1}{f} + \frac{1}{p}$.

82. Ut is valor maneat idem in duobus radiorum coloratorum generibus, id præstabitur facile, si in altero pro valore M , & m ponatur $M + dM$, & $m + dm$. Tum enim satis erit facere $\frac{dM}{g} + \frac{dm}{f} = 0$; unde habebitur $\frac{dM}{g} = -\frac{dm}{f}$; & inde $g \cdot -f :: dM \cdot dm$. Quod si designet $M - 1$, & $m - 1$ qualitatem refractivam, & dM , dm qualitatem distractivam (nam priores termini designant decurtationem sinuum, & in exiguis angulis ipsam quantitatem anguli, quo radius detorque-

quetur, five refractionem, posteriores earundem differentiam, ex qua pendet separatio unius coloris ab alio), & lentes sint ifofceliæ, in quibus ob $b = -a$, & $d = -c$, est $\frac{1}{f} = \frac{2}{a}$, & $\frac{1}{g} = \frac{2}{c}$, adeoque $g.f : a.c$, habebitur hujusmodi theoremata. Error diverfæ refrangibilitatis duorum generum radiorum corrigetur, fi e lentibus ifofceliis æquivalentibus altera fit convexa, altera concava; sint autem radii fphæricitatum in ratione directâ qualitatum diftractivarum.

83. Ex eadem superiore æquatione patet fore $\frac{1}{g} = -\frac{d m}{d M} \times \frac{1}{f}$. Eo valore fubstituto in formula $\frac{1}{R} = \frac{M-1}{g} + \frac{m-1}{f} + \frac{1}{p}$, habebitur $((m-1) - \frac{d m}{d M} \times (M-1)) \frac{1}{f} + \frac{1}{p}$, five $\frac{d m}{f} \times (\frac{m-1}{d m} - \frac{M-1}{d M}) + \frac{1}{p}$. Porro inde manifefto deducitur illud; fi fit $\frac{m-1}{d m} = \frac{M-1}{d M}$, quod Newtonus cenfuerat accidere in omnibus fubftantiis, fecundum æquationis terminum reduci ad $\frac{1}{p}$, evanefcente prima parte, adeoque correctionem haberi non poffe, nifi omni refractione deftructa, facto nimirum $R = p$, & in radiis parallelis infinito. Sed fi in diverfis fubftantiis inveniatur valor $\frac{m-1}{d m}$ diverfus, five diverfa ratio decurtationis finus ad differentiam decurtationum, poffe corrigi eum errorem per theoremata numeri præcedentis.

84. Id autem ita fe habere invenit Dollondus in *flint-glass*, & *crown-glass*, in quibus M , & m invenit parum difcrepantes, at $d M . d m : 3 . 2$, uti diximus num. 12, adeoque in iis juxta num. 16 corrigitur error efficiendo, ut radius primæ ad radium fecundæ fit in eadem ratione 3 ad 2.

85. Ut R fit valor pofitivus, adeoque habeatur focus realis, quod eft utique neceffarium pro telefcopii objectivo, debet existente f pofitivo effe $\frac{m-1}{d m}$ majus, quam $\frac{M-1}{d M}$, contra vero minus eo existente negativo. Quamobrem fi prima lens fit convexa; debet ea fieri ex materia habente rationem majorem $\frac{m-1}{d m}$; fi concava, minorem, adeoque in primo cafu debet effe concava fecunda, in fecundo convexa: nimirum

rum in Dollondianis vitris convexa debet esse ex *crown-glass*, & concava ex *flint-glass*, ac utralibet obvertatur radiis venientibus, æque hic primus error corrigitur, si sphericitatum radii sint ut 2 ad 3 in ipsis lentibus utrinque, vel si isofceliæ non sint, in radiis isofcelium æquivalentium.

86. Facile est genuinam formulam eruere etiã pro correctione erroris ejusdem per lentes vitreas binas continentes aquam. Est in iis per num. 61, $\frac{1}{R} = \frac{m-1}{g} + \frac{M-m}{g'} + \frac{1}{p}$. Debebit igitur esse $\frac{d m}{g} + \frac{d M}{g'} - \frac{d m}{g'} = 0$, sive $\frac{1}{g} = \frac{1}{g'} \times (1 - \frac{d M}{d m})$, ubi habetur ratio valorum g , & g' , qui sunt iidem, ac essent f , & g in binis lentibus, altera ob $\frac{1}{g} = \frac{1}{a} - \frac{1}{d}$ vitrea non considerata aqua, altera ob $\frac{1}{g'} = \frac{1}{b} - \frac{1}{c}$ aquea inclusa. Verum & ibi, accepto valore $\frac{1}{R}$, obtinetur illud idem, quod num. 83. Habetur enim $\frac{m-1}{g'} - \frac{d M}{d m} \times \frac{m-1}{g'} - \frac{M-m}{g'}$ $+ \frac{1}{p} = \frac{d M}{d m} \times \frac{m-1}{g'} - \frac{M-1}{g'} + \frac{1}{p} = \frac{d M}{g'} \times (\frac{m-1}{d m} - \frac{M-1}{d M}) + \frac{1}{p}$, cujus primus terminus itidem evanescit, si sit $\frac{m-1}{d m} = \frac{M-1}{d M}$, ut sane debuit; nam generaliter ostendimus num. 15 in casu, ad quem is reducitur in exiguis angulis, non posse corrigi refractionum discrimen, manente refractione ipsa.

87. Supereft monendum illud circa hanc hujus erroris correctionem: si in omnibus radiorum heterogeneorum binariis in ingressu in eadem bina media ex aere sit eadem ratio $\frac{d M}{d m}$; correcto errore pertinente ad bina radiorum genera, corrigi errorem pertinentem ad omnia reliqua: secus, si in aliis sit alia. Id patet ex ipsa formula, in qua res omnis reducitur ad valorem ejus fractionis. An res ita se habeat, inquirendum est per experimenta methodis, de quibus infra. Ex observationibus huc usque institutis videtur res ita se habere, si minus accurate, saltem proxime.

88. Hactenus de errore diversæ refrangibilitatis: nunc ad errorem figuræ sphericæ faciendus est gradus. Primo quidem
 T. V. B b qua-

quæri potest, an is error corrigi possit in unica lente per combinationem idoneam binarum sphericitatum.

89. Ad id præstandum oportet, valor ρ numeri 55 evanescat. Cum is non possit evanescere per hoc, quod evanescat $m - 1$ (nam factò $m = 1$ nulla haberetur refractio), nec debeat per hoc, quod evanescat e , nimirum apertura, cujus error debet destrui; oportet evanescat quidquid continetur ejus parenthesi. Ponatur ibi $\frac{n}{f}$ pro $\frac{1}{p}$, & divisis omnibus terminis per $\frac{1}{f}$ habebitur $\frac{m^3}{f^2} - \frac{2m^2 + m}{af} + \frac{m+2}{a^2} + \frac{(3m^2 + m)n}{f^2} - \frac{(4m+4)n}{af} + \frac{(3m+2)n^2}{f^2} = 0$, adeoque $f^2 - \frac{2m^2 + m + 4mn + 4n}{m+2} \times af + \frac{m^3 + 3m^2n + mn + 3m^2n^2 + 2n^2}{m+2} \times a^2 = 0$. Inde eruitur $f = a \left(\frac{2m^2 + m + 4mn + 4n \pm \sqrt{-4m^3 + m^2 + 4m^3n - 4m^2n + 4m^2n^2}}{2m+4} \right)$.

90. Ex ejusmodi æquatione obtinetur ratio inter f , & a , adeoque etiam inter a , & b , cum sit $\frac{1}{f} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$. Patet autem statim, rem esse impossibilem in casu, in quo radii adveniant paralleli, quo casu factò infinito p , evanescit $\frac{1}{p} = \frac{n}{f}$, adeoque etiam n , & habetur illa radix $\sqrt{-4m^3 + m^2}$, quæ non potest esse positiva, cum debeat in ingressu ex aere in quamvis substantiam ipso magis activam in radios esse m majus unitate, adeoque $4m$ multo majus, quam 1 , & $4m^3$ majus, quam m^2 . Adhuc tamen in eo casu obtinebitur error minimus, ubi illa radice neglecta fuerit $f = \frac{2m^2 + m}{2m+4} \times a$. Id facile deducitur differentiando valorem ρ , qui eo casu reducitur ad $\frac{m-1}{m} \left(\frac{m^3}{f^3} - \frac{2m^2 + m}{af^2} + \frac{m+2}{a^2f} \right) \frac{1}{2} e^2$, sive differentian- do $\frac{m^3}{f^3} - \frac{2m^2 + m}{af^2} + \frac{m+2}{a^2f}$, ubi etiam f haberi poterit pro constanti, variato solo a . Habebitur $\frac{(2m^2 + m)da}{a^2f^2} - \frac{(2m+4)da}{a^3f} = 0$, sive $f = \frac{2m^2 + m}{2m+4} \times a$. Erit nimirum error minimus
ubi

ubi $\frac{1}{f}$, five $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{2m+4}{2m^2+m} \times \frac{1}{a}$, adeoque $\frac{1}{b} = \frac{2m^2-m-4}{2m^2+m}$

$\times \frac{1}{a}$. Posito autem cum Newtono $m = \frac{31}{20}$, evadit $\frac{1}{b} = \frac{298}{2542}$, five quamproxime $b = -(8. \frac{1}{2}) a$, superficiem habens parum convexam, ut adeo lentes utrimque convexæ, in quibus radius secundæ superficiæ sit ad radium primæ in ea refractiva qualitate ut $8. \frac{1}{2}$ ad 1, obversa radiis e longinquo venientibus curvatura majore; omnium maxime evitent errorem figuræ sphericæ pro radiis parallelis.

91. In casu, in quo p sit aliquid, potest corrigi error, ubi nimirum valor ille radicali inclusus in formula numeri 89 evadat positivus. Limites valoris positivi erunt valores n , qui reddant eum valorem = 0. Dividendo omnes terminos per $4m^2$ fit $n^2 + (m-1)n - \frac{4m-1}{4} = 0$; unde eruitur $n = \frac{-(m-1) \pm \sqrt{(m^2+2m)}}{2}$.

92. Sit (Fig. 6.) lens in A, AF = f , quæ, ex formula num. 55 exhibente $\frac{m-1}{f} = \frac{1}{n}$, ad distantiam foci radorum parallelorum fit, ut $m-1$ ad 1, & assumpta citra lentem Am, quæ ad AF fit, ut 2 ad $-m+1-\sqrt{(m^2+2m)}$, vel AM ultra, ut 2 ad $-m+1+\sqrt{(m^2+2m)}$, si radii divergant ex quovis puncto rectæ Am vel convergant ad quodvis punctum rectæ AM; error figuræ sphericæ corrigi poterit; secus si cadat punctum divergentiæ, vel convergentiæ extra illos limites. Facto $m = \frac{31}{20}$, evadit proxime Am = $\frac{29}{20}$, & AM = $\frac{18}{20}$. Sed pro radiis divergentibus facile potest ostendi, rem nulli usui esse posse pro imagine per lentem efformata; cum radii divergentes a puncto tam proximo in vitreis lentibus non convergant, sed habeant focum virtuale.

93. Ope duarum lentium res multo commodius succedit. Si in formulis ipsis numeri 55 fiat $\rho + \sigma = 0$, ubi ob quatuor valores f, g, a, e , five a, b, c, d ; problema evadit indeterminatum duplici indeterminatione, quæ facilem admittit liberationem ab imaginarietate. Sed ut eam perquisitionem faciamus cum utilitate majore pro telescopiis, unam determinationem addemus a destructione erroris pertinentis ad di-

versam refrangibilitatem, substituendo in valore σ pro $\frac{1}{f}$ valorem $-\frac{dm}{dM} \times \frac{1}{f}$ inventum num. 83. Cum autem ad usum telescopiorum satis sint formulæ simpliciores, quæ habentur, omiſſis num. 55 terminis divisus per p ; utemur potius iis in præſenti perquisitione.

94. Quoniam vero licet unum ex valoribus, ad quem cæteri referri debent, appellare unitatem; ponatur $f = 1$, quod contractiores reddet formulas, & divisores quidem m , ac M applicentur singulis terminis positus intra parentheses, ac utraque formula dividatur per $(m - 1)^{\frac{1}{2}} e^2$. Hoc pacto fiet $\frac{1}{g} = -\frac{dm}{dM}$, & habebitur æquatio $\frac{m-1}{M-1} \times (m^2 - \frac{2m+1}{a} + \frac{1+\frac{2}{m}}{a^2}) - \frac{dm^3}{dM^3} \times M^2 - \frac{dm^2}{dM^2} \times \frac{2M+1}{c} - \frac{dm}{dM} \times \frac{1+\frac{2}{M}}{c^2} + \frac{dm^2}{dM^2} \times (m-1)(3m+1) + \frac{dm}{dM} \times \frac{(m-1)(4+\frac{4}{M})}{c} - \frac{dm}{dM} \times (m-1)^2(3+\frac{2}{M}) = 0$, quæ mihi quidem visa est habere formam omnium commodissimam pro substitutione numerorum, & rite ordinata habebit unum terminum cum $\frac{1}{a^2}$, unum cum $\frac{1}{a}$, unum cum $\frac{1}{c^2}$, duos cum $\frac{1}{c}$, & reliquos quatuor datos.

95. Si in ea æquatione substituuntur numeri pro $\frac{dm}{dM}$, dati per qualitatem distractivam, qui Dollondo sunt $\frac{2}{3}$, & pro m , ac M numeri debiti uni cuipiam radiorum generi, ut radiis mediis; obtinebitur æquatio indeterminata pro a , & c , quorum valorum determinato altero ad arbitrium, æquatio remanebit secundi gradus, & destruet errores provenientes a sphericitate pro illis radiis. Quod si ponantur pro m , & M valores debiti binis radiorum generibus, ut extremis rubeis, & extremis violaceis; obtinentur binæ æquationes, ex quibus eliminata altera a , vel c , devenietur ad unicam gradus quarti determinatam.

96. Eo pacto corrigetur saltem quam proxime in radiis transeuntibus per duplex objectivum tam is error, qui provenit a diversa refrangibilitate, quam qui e figura spherica ita, ut

ut omnes radii provenientes ab unico objecti puncto, qui ad diversa pertinent colorum genera, & incidunt in totam aperturam, colligantur ad sensum in unico puncto foci, quorum primam partem Dollondus præstiterat, utramque simul Clairautius. Verum si oculares lentes singulæ sint ex singulis massis, inducitur ab iis uterque error; & is quidem, qui provenit a figura spherica, debet esse perquam exiguus; nam radii egressi ex unico objecti puncto, & incidentes in totam aperturam vitri objectivi, posteaquam coierunt in foco ipsius objectivi, & se ibi interfecerunt, incurrunt in ocularem ad distantiam tanto minorem, quanto est minor distantia foci radiorum parallelorum lentis ocularis, quam objectivi, quarum distantiarum ratio inversa est ipsum augmentum diametri objecti per telescopium, ubi unica adhibetur lens convexa. Idcirco occupant perquam exiguam particulam aperturæ ipsius ocularis, & cum juxta num. 69 error figuræ sphericæ etiam rectilineus decrescat in ratione duplicata diametri aperturæ occupatæ a radiis ingredientibus; debet is error remanere perquam exiguus. At cum error rectilineus proveniens a diversa refrangibilitate radiorum non pendeat ab apertura juxta num. 68, is in exigua illa apertura remanet ejusdem magnitudinis, ac in magna; licet inde error circularis ab apertura itidem pendens minuatur plurimum, ex quo fit, ut correctis erroribus objectivi, & relicto errore ocularium, tanto majorem perfectionem hæc nova telescopia habuerint potissimum in distinctione prope axem nihil læsa a majore vi luminis, & incremento imaginis.

97. Ad corrigendum errorem omnem proveniente a diversa refrangibilitate radiorum pro radiis egressis a puncto objecti jacente in axe, satis est, ut ita dicam, plusquam corrigere errorem eundem in objectivo, reddendo ipsum negativum, & æqualem errori, quem radii incurrentes paralleli in ocularem oculo proximam in transitu per totum ocularium systema deberent habere ibi, ubi deberent coire in focum realem congruentem cum foco reali objectivi. Radii delati paralleli ad primam ocularem ita coirent in foco totius ocularium systematis, ut violaceorum concursus esset propior oculari spectanti objectivum, quam concursus rubeorum, & per formulam numeri 65, quæ habet $-\frac{dr}{r^2} = \frac{dm}{f}$, sive $dr = \frac{r^2 dm}{f}$ rite

applicatam singulis lentibus, habita ratione erroris præcedentium, dum ad subsequentes fit transitus, haud difficulter obtineretur differentia punctorum, in quibus coirent rubei, & violacei, sive error rectilineus totius systematis. Si igitur id efficiatur, ut ope objectivi duplicis radii rubei incidentes in ipsum objectivum coeant tanto citius, quam violacei, colligentur rubei in puncto remotiore ab ocularibus, violacei in propiore ita, ut singuli digressi e suis focis systematis ocularium egrediantur omnes paralleli ex oculari oculo proxima, & paralleli in oculum incurrant, quod requiritur ad hoc, ut in fundo oculi nullo vitio laborantis coeant in punctum unicum, & distinctionem exhibeant. Dicatur illa distantia y , & cum fit $\frac{1}{R} = \frac{m-1}{f} + \frac{M-1}{g}$ per num. 55, adeoque $-\frac{dR}{RR} = \frac{dm}{f} + \frac{dM}{g}$, & $dR = -RR \left(\frac{dm}{f} + \frac{dM}{g} \right)$; oportebit ponere $RR \left(\frac{dm}{f} + \frac{dM}{g} \right) = -y$, sive $\frac{dm}{f} + \frac{dM}{g} = -y \left(\frac{m-1}{f} + \frac{M-1}{g} \right)^2$, ubi ope æquationis secundi gradus obtinebitur g per f datis m , M , dm , dM , & y ; quin immo cum etiam valor y determinetur per valorem dm pertinentem ad oculares, facile res eo reducitur, ut satis sit valor $\frac{dM}{dm}$, sine ipsis dM , dm absolutis.

98. Sit ex. gr. unica lens ocularis ex materia, cui debetur m , & ejus f sit f' , ac distantia ejus foci r' . Erit ex num. 65 pro ipsa $\frac{dm}{m-1} = -\frac{dr'}{r'} = -\frac{(m-1)dr'}{f}$. Quare $dr' = -\frac{f' dm}{(m-1)^2}$, quo posito $= RR \left(\frac{dm}{f} + \frac{dM}{g} \right)$, fiet $-\frac{f' dm}{(m-1)^2 R^2} = \frac{dm}{f} + \frac{dM}{g}$, sive $\frac{f'}{(m-1)^2 R^2} + \frac{1}{f} = -\frac{dM}{dm} \times \frac{1}{g}$. Substituto autem pro $\frac{1}{R^2}$ suo valore, habebuntur termini dati per $\frac{1}{g^2}$, per $\frac{1}{g}$, & sine g , quod exhibebit æquationem secundi gradus pro ipso $\frac{1}{g}$ datam per f' , f , M , m , & $\frac{dM}{dm}$. Verum cum hæc correctio sit satis exigua; poterit poni pro $\frac{1}{R}$ ejus valor, qui provenit ex totali destructione errorum, quem num. 81 invenimus $= \frac{dm}{f} \times \left(\frac{m-1}{dm} - \frac{M-1}{dM} \right)$; unde fit

$$\frac{1}{(m-1)R} = \frac{1}{f} \times \left(1 - \frac{M-1}{m-1} \times \frac{dm}{dM}\right), \text{ \& proinde æquatio}$$

$$\frac{f^2}{(m-1)^2 R^2} + \frac{1}{f} = -\frac{dM}{dm} \times \frac{1}{g} \text{ evadet } \frac{f^2}{f^2} \left(1 - \frac{M-1}{m-1} \times \frac{dm}{dM}\right)^2$$

$$+ \frac{1}{f} = -\frac{dM}{dm} \times \frac{1}{g}, \text{ five } \frac{1}{g} = -\frac{1}{f} \times \frac{dM}{dM} \left(\frac{f^2}{f} \left(1 - \frac{M-1}{m-1} \times \frac{dm}{dM}\right)^2 + 1\right).$$

Et hæc quidem positio exhiberet novum valorem $\frac{1}{g}$ corrigentem errorem diversæ refrangibilitatis tam objectivi, quam datæ ocularis pro puncto objecti existente in axe, quæ quidem correctio erit ita exigua, ut fere contemni possit. Eo autem adhuc adhibito nihilominus remaneret error diversæ refrangibilitatis, & quidem pro extremis campi punctis satis magnus, qui colores inducit in ipsis Dollondianis telescopiis. Ejus considerationem alibi exhibebimus: interea satis erit monere illud, hunc etiam errorem corrigi, si per duplex objectivum corrigatur prorsus error diversæ refrangibilitatis, non reddatur negativus, & adhibeatur ocularis itidem duplex eodem modo combinata per objectivum.

99. Quoniam error figuræ sphericæ est multo minor, quam error diversæ refrangibilitatis, non erit necessaria æquatio illa quarti gradus, de qua num. 95. Satis erit destruere per æquationem gradus secundi errorem figuræ sphericæ pro radiis mediis, quo destructo jam remanet reliquorum radiorum error multo minor, & reservare determinationem valoris c per a ad alios usus, qui exhibeant commodius systema quatuor superficierum, & lentium constructionem magis idoneam, in quibus illud in primis cavendum est, ne quis proveniat radius sphericitatis nimis exiguus, quo casu non potest ingens apertura adhiberi cum conditione adhibita in lemmate numeri 21, quod nimirum in fig. 1 fit latus MX exiguum respectu SX .

100. Plures ejusmodi positiones adhiberi possunt, ut supponendo unam e quatuor superficiebus planam, quo casu ejus radius evadit infinitus, vel supponendo alteram e lentibus datam, cui altera adjungi debeat, quæ rem præstet, vel alteram isosceliam, vel secundam superficiem lentis primæ congruentem cum prima secundæ, cum qua quodam-

mo-

modo velut unicam lentem constituat. Pro singulis ejusmodi positionibus sunt suæ methodi, & pro singulis Clairautius destructo penitus errore solius duplicis objectivi in dissertatione anni 1756 exhibuit solutiones pro utroque Anglicano vitro deveniendo semper ad æquationes habentes radices reales, quod est quædam felicissima fors ejus methodi.

101. Is quidem posuit primo pro m , & M valorem $1. \frac{1}{2}$; ad quem in vitris acceditur, & qui brevem calculum poscit; tum correctionem toti formulæ debitam adjecit differentiando valores, consideratis m , & M , ut variabilibus. Sed ego quidem maluerim substituere semper immediate valores integros m , & M ; nam nec numericus calculus complicatior evadit eo pacto, quin immo plerumque simplicior, & evadit idem omnino semper multo accuratior, cum per eam differentialem methodum negligantur plures termini, qui sane non sunt ita exigui, si valor m , & M recedat aliquanto magis a valore $1. \frac{1}{2}$, uti recedit in vitris pluribus, in quibus invenitur etiam $\frac{33}{20}$, pro $\frac{30}{20}$, nimirum plusquam septima sui parte major. Ego hic præterea assumo $f = 1$, quod calculum numericum dum contrahit, immutat nonnihil.

102. Si prima, vel tertia superficies fiat plana; evanescent omnes termini divisi per a , vel c . Si fiat plana secunda; tum etiam $\frac{1}{a}$ fit $= 1$, cum fit $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{f} = 1$, & $\frac{1}{b}$ eo casu evanescat. Si ponatur plana postrema; evadit $\frac{1}{c} = -\frac{dm}{dM}$ valor datus, cum fit $\frac{1}{c} - \frac{1}{d} = \frac{1}{g} = -\frac{dm}{dM}$, & $\frac{1}{d}$ evanescat. Si prima lens sit data; habebuntur a , & b in numeris, quorum unitas erit diversa ab unitate assumpta $= f$. Reducentur ad eam, si fiat, ut $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ in iis numeris ad 1, ita in iis numeris a , vel b ad numeros harum unitatum eos exprimentes, cum numeri unitatum in eadem magnitudine sint in ratione reciproca unitatum ipsarum. Porro is numerus a substitui poterit in formula, & obtinebitur c . Similis est methodus, si detur lens secunda, habita ratione valoris $-\frac{dm}{dM} = \frac{1}{g} = \frac{1}{c} - \frac{1}{d}$ pro determinando valore c , & per ipsum valore a . Si sit isocelia lens prima; evadit $\frac{1}{a} = -\frac{1}{b}$, &

$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{2}{a} = 1$; adeoque $a = 2$: si vero fit isofscelia lens secunda; erit pariter $\frac{2}{c} = \frac{d m}{d M}$, & c valor datus.

103. Iis casibus omiſſis evolvam eum, in quo ſecunda ſuperficies congruat cum tertia concava, qui exhibet in vitris huc uſque cognitis proportiones admodum ſimplices, & elegantes. In eo caſu eſt $c = b$, cumque ſit $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = 1$; erit $\frac{1}{b} = \frac{1}{a} - 1 = \frac{1}{c}$. Quare ſubſtituto eo valore in æquatione numeri 94, orientur bini termini e ſingulis habentibus $\frac{1}{c}$, tres vero ex eo, qui habet $\frac{1}{2}$, adeoque evadent termini 13, duo continentēs $\frac{1}{a^2}$, quatuor $\frac{1}{a}$, ſeptem ſine a . Bini ex iis, qui continent $\frac{1}{a}$, erunt $\frac{d m}{d M} \times (2 + \frac{4}{M}) \frac{1}{a}$, & $\frac{d m}{d M} \times (m - 1) (4 + \frac{4}{M}) \frac{1}{a}$, qui facta multiplicatione poſterioris actuali per $m - 1$, facile reducentur ad hanc formam $\frac{d m}{d M} \times 4 (m (1 + \frac{1}{M}) - \frac{1}{2}) \frac{1}{a}$. Eodem pacto bini ex poſtremis, qui habebunt $\frac{d m^2}{d M^2}$, acquirēt formam $\frac{d m^2}{d M^2} \times (3 m (M + 1) - M)$; ii vero tres, qui habebunt $\frac{d m}{d M}$ evadent $\frac{d m}{d M} \times m (3 m - 2 + \frac{2 m}{M})$.

Hinc ordinando oriatur ſequens æquatio. $\frac{1}{a^2} -$

$$\frac{m-1}{M-1} \times (2m+1) - \frac{d m^2}{d M^2} \times (2M+1) + \frac{d m}{d M} \times (4m(1+\frac{1}{M})-2) - \frac{m-1}{M-1} \times (1+\frac{2}{m}) - \frac{d m}{d M} \times (1+\frac{2}{M}) \times \frac{1}{a} +$$

$$\frac{m-1}{M-1} \times m^2 - \frac{d m^3}{d M^3} \times M^2 + \frac{d m^2}{d M^2} \times (3m(M+1)-M) - \frac{d m}{d M} \times m(3m+\frac{2m}{M}-2) - \frac{m-1}{M-1} \times (1+\frac{2}{m}) - \frac{d m}{d M} \times (1+\frac{2}{M})$$

= 0.

104. Eruto ex ea æquatione valore $\frac{1}{a}$, erit $\frac{1}{b} = \frac{1}{a} - 1 = \frac{1}{c}$, tum $\frac{1}{d} = -\frac{1}{c} - \frac{d m}{d M}$: demum $\frac{1}{R} = \frac{M-1}{g} + \frac{m-1}{f} = -\frac{d m}{d M} \times (M-1) + (m-1)$ juxta num. 83, facto
 T. V. C c ibi

ibi $\frac{1}{f} = 1$, & evanescente $\frac{1}{p}$. Quod si queratur lens, quæ habeat datam hanc ipsam distantiam foci R; inventis a, b, c, d, R in unitatibus communibus assumptis, facile inveniuntur præcedentes quatuor in unitatibus primi per regulam trium, vel si assumatur R, ut nova unitas, inveniuntur reliqui, dividendo eorum valores inventos per valorem inventum R.

105. Et hæc quidem pertinent ad hæc determinaciones pro casu extinctionis errorum objectivi lentis duplicis; nec erit difficile determinaciones easdem adhibere, ubi iidem mutandi sint in negativos juxta num. 97, ut deinde elidantur ab unica oculari, vel ab ocularium systemate.

§. V.

De inveniendis valoribus necessariis ad eandem correctionem operentium, ubi de radiis sphericitatum determinandis per observationes.

106. **V**alores necessarii in superioribus formulis sunt m, M, dm, dM , vel ratio horum postremorum $\frac{dm}{dM}$, quæ si habeatur etiam sine absolutis dm, dM , satis est pro casu, in quo errores objectivi efformati a duabus lentibus debeant esse = 0; cum in eo casu ea sola ingrediatur formulas, quibus numeri substituendi sunt. Quod autem dicetur de valore m , & dm , idem locum habet pro M , & dM , quæ sunt m & dm alterius substantiæ.

107. Si in aliqua lente innotescant radii sphericitatum, & observetur diligenter distantia foci radiorum, vel parallelorum, vel divergentium a data distantia; facile obtinetur valor m per num. 55 ex formula $\frac{1}{r} = \frac{m-1}{f} + \frac{1}{p}$, datis ex observatione r , & p , ac dato f ob $\frac{1}{f} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$.

108. Tota igitur difficultas eo redit, ut determinentur valores a , & b . Hi non satis tuto, & accurate cognoscuntur ex patinis, ad quas formantur superficies lentium, quæ nimirum inter atterendum mutantur plurimum in curvatura exigua semidiametrorum paullo majorum, & in lentibus itidem

majoris curvaturæ mutantur mutatione tali respectu radii curvaturæ ipsius, ut valor inde erutus non possit inservire pro satis tuta, & accurata determinatione valoris m .

109. Dati circularis segmenti radius facile definitur data chorda arcus, & sagitta, quæ videtur posse definiri applicando supra superficiem cavam planum, ut obtineatur cavitas, quæ habetur in medio, vel ponendo convexam supra planum ita, ut ipsum contingat in medio, ut obtineatur distantia marginis ab ipso plano; sed sagitta ipsa ita exigua est in lentibus, ut ejus methodi nullus ad determinationem etiam utcumque proximam usus esse possit.

110. Superest, ut in ipsos sphericitatis radios inquiretur per radios luminis reflexos, vel reflexos simul, & refractos. Et quidem si superficies sit concava, res facile obtinetur, & formulæ ipsæ, quas pro refractione adhibuimus, pro reflexione itidem adhiberi possunt, si rite applicentur. Satis est notare illud in fig. 1. Si radius incidat directione mMG , radium reflexum non debere regredi per Mh jacentem ad eandem partem radii MS , sed ad oppositam, & ad angulum æqualem angulo incidentiæ, adeoque ponendum esse $m = -1$.

111. Facta hac substitutione in formula numeri 31, ubi distantia $AH = q - q^2 \phi$, & ex num. 33 $\frac{1}{q} = \frac{1}{m} \left(\frac{m-1}{a} + \frac{1}{p} \right)$ fit $= \frac{2}{a} - \frac{1}{p}$, ac pro radiis parallelis $q^2 \phi = \frac{e^2}{2(m-1)ma}$, pro quo solo casu eo indigebimus, fit $\frac{e^2}{4a}$, habetur generaliter $\frac{1}{q} = \frac{2}{a} - \frac{1}{p}$ pro distantia foci radiorum infinite proximorum axi, qui radii, si præterea sint paralleli, erit $\frac{1}{q} = \frac{2}{a}$, sive $q = \frac{1}{2}a$: & id quidem constat etiam ex communi catoptrica exhibente dimidium radii pro foco arcus circularis radiorum parallelorum infinite proximorum axi. Valor autem distantia foci eorum, qui incurrunt in marginem apertura, erit $\frac{1}{2}a - \frac{e^2}{4a}$, quod admodum facili etiam synthetica demonstratione immediate colligitur, si libeat.

112. Hinc autem facile est definire radium sphericitatis, ubi superficies sit concava. Satis est excipere radios Solis ea superficie, & reflexos dirigere cum obliquitate perquam exigua, ne in directos incurrant, plano collocato prope incur-

rentes ad latus; & ut evitetur etiam penitus error sensibilis ortus a figura spherica, potest tegi superficies ipsa, relicta perquam exigua apertura. Is error erit multo minor, quam ambiguitas orta ex ipsa observatione foci, qui definiri debet, ubi radii Solis collecti fuerint in spatium omnium angustissimum; nam ea positio non ita distincta, & determinata esse solet, ut non aliquem ambiguitati locum relinquat.

113. Quod si etiam ejus erroris rationem habere libeat; fatis erit adhibere inventum valorem $-\frac{e^2}{4a}$. Verum duo notanda erunt: primo quidem illud; si ejusmodi errorculorum ratio sit habenda, oportere excipere radios parallelos axi lentis, transmissos nimirum per chartam crassiolem ejus formæ, quam exprimit fig. 7., in qua radii transeant per foramen ABC amplius ipsa superficie cava, quæ radios Solis colligat in circello posito in ipso centro foraminis supra B, & sustentato ab excurrente brachiolo. Deinde illud, eo valore exprimi in fig. 5. totum errorem rectilineum IB, dum imago omnium ærtissima pingitur in C'OC, & continet ex partibus totius IE per num. 72 pars IO tres, IB quatuor, ut idcirco sit $IO = \frac{3}{4} IB = \frac{3e^2}{16a}$, adeoque erit $\frac{1}{2}a - \frac{3e^2}{16a}$ distantia foci correcta, quæ si fiat $= q'$, erit $a = 2q' + \frac{3e^2}{8a}$, ubi invento a per solum primum terminum, & eo substituto in secundo adeo exiguo, habebitur correctio: sed ea erit ita exigua, ut nulla ipsius ratio habenda sit.

114. Si loco imaginis Solis non ita certæ, & definitæ substituere libeat aliam methodum multo certiolem, quæ mihi quidem egregie succedit; fiat in fenestra occlusa tenebricosi cubiculi exiguum foramen diametri duarum, vel trium linearum, supra quod applicetur charta alba cum tenui capillo transverso supra locum foraminis ducto, & lens concava applicata regulæ perpendiculari ad ipsam fenestram obliquata nonnihilo, depinget super ipsa charta ad latus foraminis ejus imaginem: ea, ubi fuerit distincta, exhibebit imaginem capilli, quæ vel tantillum admota, vel remota lente evanescet. Est E (Fig. 8.) foramen cum charta superinducta, & capillo transverso, DC regula, AB lens concava versus E, F imago foraminis, & fili: eritque distantia lentis a charta aqua.

æqualis ipsi radio sphericitatis quæsito; nam radii digressi e centro reflectuntur in ipsum centrum in sphaera. Id autem constat etiam ex formula $\frac{1}{q} = \frac{2}{a} + \frac{1}{p}$. Erit enim hic $p = -q$, & proinde $\frac{2}{q} = \frac{2}{a}$, ac $a = q$.

115. Quin immo in omnibus superioribus formulis pertinentibus tam ad dioptricam pro lentibus, quam ad catoptricam pro speculis facile perspicitur eodem pacto, distantiam foci radorum divergentium, neglectis erroribus crassitudinis, & apertura in casu, in quo ea sit æqualis distantia puncti divergentia, fore semper duplam ejus, quæ habetur, si radii incidant paralleli, quod occurreret paullo inferius etiam in foco, qui ex duplici refractione, & unica reflexione exhibetur per lentes convexas a superficie convexa extrorsum, sed concava versus superficiem oppositam.

116. Porro in eo casu error figuræ sphericæ ad sensum evanescet, qui prorsus evanesceret, si radii reflecterentur ad E, quod cum debeat esse centrum sphericitatis, habet relationem eandem ad omnes speculi partes.

117. Difficultas est aliquanto major pro superficiebus convexis, quæ focum habent virtuale tantummodo, adeoque radios non colligunt, sed dispergunt. Potest quidem ope formulæ superioris ad catoptricam translata etiam in eo casu haberi radius sphericitatis observata ipsa dispersionis quantitate; sed adhuc superest non exigua difficultas pro accurata determinatione. Utrumque evolvam quam brevissime potero.

118. Sit AM arcus circularis (Fig. 9.), ut in fig. 1, AS axis occurrens rectæ MX sibi perpendiculari in X, & cuivis alteri BD itidem perpendiculari citra A in B, centrum S, radius e centro Solis parallelus axi mM, reflexus per Mh positam in directum cum HM, & faciens cum Ms continuatione semidiametri SM angulum hMs = mMs, & occurrens BD in h. Recta demum CM continens cum mM versus axem angulum æqualem semidiametro Solis exprimat radium proveniente ab extremo Solis limbo jacente ultra axem in plano MSA, qui reflectatur per MD continuationem rectæ EM, occurrentis axi in E ad angulum DMh = CMm. Patet fore Bh radium circuli colligentis omnes radios provenientes a centro Solis; sed radios a toto disco delatos debe-

debere adhuc diffundi per zonulam hD , quæ non debet esse ita exigua, cum angulus hMD æqualis semidiametro apparenti Solis sit major dimidio gradu, & angulus ipse ad S exiguus esse debeat. Additamentum illud hD multo complicatorem reddit perquisitionem, in qua involvemus simul & ipsum, & AX , & errorem ortum ab apertura.

119. Erit per num. III $AH = \frac{1}{2}a - \frac{e^2}{4a}$, ubi $AS = a$, $MX = e$. Erit igitur $HS = \frac{1}{2}a + \frac{e^2}{4a}$, quæ æquatur MH ob angulum $HMS = hms = mMs = HSM$. Est autem angulus $MEA = EMH + EHM$, quorum uterque est exiguus, primus quidem semidiameter Solis, cum sit $= DMh = eMm$, secundus duplus exigui HSM , adeoque omnes ut sui finus. Hinc posito sinu semidiametri Solis $= t$; erit hic finus primi, & cum finus ASM sit $= \frac{MX}{MS} = \frac{e}{a}$, poterit pro sinu MEA affumi $t + \frac{2e}{a}$, eritque $t + \frac{2e}{a} \cdot t :: MH = SH = \frac{1}{2}a + \frac{e^2}{4a}$. $EH = \frac{2a^2t + e^2t}{4at + 8e}$. Quare fiet $EX = AH - EH - AX = \frac{1}{2}a - \frac{e^2}{4a} - \frac{2a^2t + e^2t}{4at + 8e} - \frac{e^2}{2a}$ (qui postremus est valor AX ex num. 21) $= \frac{2a^2e - 2ae^2t - 3e^3}{2a^2t + 4ae}$; fiat is $= z$, & posita distantia $AB = c$, erit $EX = z$. $EB = AB + EX + AX = c + z + \frac{e^2}{2a} :: MX = e$. $BD = \frac{ce}{z} + e + \frac{e^3}{2az}$. Ponatur is valor $= r$, eritque $z = \frac{ce + \frac{e^3}{2a}}{r - e} = \frac{4a^2e - 4ae^2t - 6e^3}{4a^2t + 8ae}$, five $\frac{c + \frac{e^2}{2a}}{r - e} = \frac{a - et - \frac{3e^2}{2a}}{at + 2e}$, in qua æquatione obtinebitur valor quæsitus a , si omnes reliqui dentur ex observatione, nimirum c, e, r , five AB, BD, MX (quæ postrema est semidiameter aperturæ) & t sinus semidiametri apparentis Solis ad radium $= 1$, quæ cum sit semper proxime minorum 15. $\frac{1}{2}$, potest etiam sumi constanter pro $\frac{1}{222}$.

120. Ea æquatio evaderet gradus secundi; sed si notetur terminos $\frac{e^2}{2a}$ respectu c , & et , ac $\frac{3e^2}{2a}$ respectu a debere esse exiguos, potissimum assumpta distantia c paullo majore, & in lentibus longioris foci; poterit primo determinari a' per æquationem $\frac{c}{r-e} = \frac{a'}{at+2e}$; unde fit $a' = \frac{2ce}{r-e-et}$, tum a per

$$\text{æquationem } \frac{c + \frac{e^2}{2a'}}{r-e} = \frac{a-et - \frac{3e^2}{2a'}}{at+2e}.$$

121. Difficultas potissima hujusce methodi sita est in accurata determinatione semidiametri BD, cum postrema penumbra in D tenuissima determinetur admodum difficulter. Mihi quidem methodus omnium optima videtur ea, quam exhibet fig. 10., & 11. Foramini occlusæ fenestræ AB sit agglutinatus tubus ACBD fixus, intra quem fit alius FEFGH mobilis circa proprium axem, ultra cujus margines procurrant fulcra E, G sustinentia binos cylindros, qui habeant speculum metallicum planum I ita adnexum, ut axis ipsorum transeat per ipsam superficiem politam medii speculi. Cylindro E sit adnexa trochlea K cum filo ipsi circumvoluto, quod cylindrulo LM bis itidem advolvatur, cujus manubrio L circumacto revolvetur lente speculum I, & per hunc motum, ac per motum tubi intra tubum acquirat positionem quamcumque. Orificio interno tubi FH applicetur tabella habens in medio foramen N paullo majus apertura lentis cum circulis in charta alba pluribus eodem centro circa foramen descriptis, & regula PQ paullo infra ipsum adnexa ad perpendiculum, supra quam possit excurrere alia regula RS ferens sibi perpendicularem lentem, cujus centrum respondeat centro foraminis N. Lens ope suæ regulæ promovenda erit, donec lux Solis immissa per speculum, & reflexa ab anteriore lentis superficie congruat cum uno è circulis foramini circumscriptis, vel lente ad arbitrariam distantiam collocata accipienda erit circino diameter lucidi circuli efformati a radiis e primæ superficie reflexis. Tubus excludet omne aliud lumen ita, ut in cubiculo aliunde tenebricoso satis distincte videri possit totum lumen receptum in charta alba. Distantia a foramine facile determinabitur in regula inferiore PQ, & exhibebit valorem c :
cir-

circuli femidiameter exhibebit valorem n , & dimidia amplitudo lentis valorem e . Congruentia cum pluribus circulis successive accepta exhibebit plures determinaciones, quarum consensus confirmabit valorem radii sphericitatis quæsitum.

122. Ea ratio aptandi speculum erit perquam idonea etiam pro observationibus prismatum posito exiguo foramine prope speculum in AB , nam sufficiet speculum perquam exiguum ob centrum ipsius semper immotum.

123. At methodum habeo minus operosam, & multo accuratiorem determinandi in lentibus utrimque convexis radios sphericitatum simul cum valore m , qui eruitur etiam radiis nondum inventis, per formulam elegantissimam, & simplicissimam, si negligantur correctiunculæ, & non nimis operosam si eæ etiam sint adhibendæ. Tres foci reales in ejusmodi lentibus habentur semper: unus directus post duplicem refractionem in binis superficiebus factam, & bini reflexi post binas refractiones factas in superficie objecta radiis venientibus, & unicam reflexionem intermediam factam in superficie opposita. Si tres rite accepti per observationem determinant eos tres valores quæsitos, sed oportet applicare formulas generales, quas invenimus, ad secundum focorum genus. Et quidem haud difficulter res perficitur ope formularum pertinentium ad refractionem, & reflexionem: prima occurrit pro refractione in transitu ex aere per primam superficiem lentis num. 33, secunda num. 110 deducta ex ipsa pro reflexione in secunda superficie faciendo $m = -1$, tertia pro regressu e lente in aerem per primam superficiem, ponendo in prima $\frac{1}{m}$ pro m .

124. Verum multo facilius eruitur id foci genus ex theoria, multo facilius, & accuratius definitur per observationem, & multo utilius adhibetur ad perquisitionem, quam hic persequimur, si adhibeatur focus hoc pacto reflexus ad ipsam divergentiæ locum. Sit (*Fig. 12.*) superficies bis refringens ADB , semel reflectens AEB , & radii digressi a puncto axis E debeant redire ad ipsum punctum: quæritur distantia DF . Patet radium rediturum ad idem punctum, si intra lentem percurrat viam perpendicularem superficie reflectenti; tum enim delatus per FIG regredietur per eandem viam intra lentem, & egredietur etiam per eandem viam, per quam

venerat. Directio GI tendet ad centrum C superficiei reflectentis, cui est perpendicularis. Quare ad inveniendam distantiam DF satis est invenire focum superficiei ADB pro radiis GI convergentibus ad ipsum C. Porro si ponatur radius sphericitatis $ADB = a$, $AEB = b$, $DE = \alpha$, $DF = u'$, ratio sinus incidentiæ ex aere in materiam lentis $m:1$, manentibus reliquis valoribus numeri 55 in formula $\frac{1}{q} = \frac{m-1}{ma} + \frac{1}{mp}$ (quæ locum habet in radiis infinite proximis axi, quos hic solos adhibebimus, cum facile sit evitare sensibilem errorem figuræ sphericæ imminuta quantumlibet apertura lentis), evadit $q = u'$, $p = DC = b - \alpha$, adeoque $\frac{1}{p} = \frac{1}{b} + \frac{\alpha}{b^2}$, a mutat signum ob cavitatem obversam radiis venientibus, & evadit $m = \frac{1}{m}$, cum radius debeat egredi e materia lentis, non ingredi in ipsam, adeoque $\frac{m-1}{m} = 1 - \frac{1}{m}$ fit $= 1 - m$, & $\frac{m-1}{ma} = \frac{-(m-1)}{-a} = \frac{m-1}{a}$. Substitutis hisce valoribus in ea formula $\frac{1}{q} = \frac{m-1}{ma} + \frac{1}{mp}$, habetur $\frac{1}{u'} = \frac{m-1}{a} + \frac{m}{b} + \frac{m\alpha}{b^2}$, existente foco reali citra lentem respectu radiorum advenientium ad ipsam, ubi fit valor u' positivus.

125. Inde posito hic $\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$, fit $\frac{1}{u'} = \frac{m-1}{f} + \frac{1}{b} + \frac{m\alpha}{b^2}$, cum fit $\frac{m-1}{f} + \frac{1}{b} = \frac{m-1}{a} + \frac{m}{b} - \frac{1}{b} + \frac{1}{b} = \frac{m-1}{a} + \frac{m}{b}$: si vero obversa radii venientibus altera superficiei, cujus radius b , distantia hujusmodi foci dicatur u'' , erit pariter $\frac{1}{u''} = \frac{m-1}{b} + \frac{m}{a} + \frac{m\alpha}{a^2} = \frac{m-1}{f} + \frac{1}{a} + \frac{m\alpha}{a^2}$: tum enim manentibus cæteris mutant sedem a , & b altero succedente in locum alterius.

126. Facile est ex hisce formulis definire omnes casus, in quibus habebitur hujus generis focus realis, vel recedens in infinitum, adeoque nullus, vel abiens ad partes oppositas adeoque virtualis. Satis erit considerare illud m esse majus, quam 1, adeoque terminos $\frac{m-1}{a}$, $\frac{m-1}{b}$, $\frac{m}{a}$, $\frac{m}{b}$ fore positivi.

T. V.

D d

vos,

vos, vel negativos, prout fuerint a , & b positivi, vel negativi. In lente utrinque convexa erit uterque valor positivus, in utrinque concava uterque negativus, in plano convexa, & plano concava alter infinitus evanescente termino per ipsum diviso, alter vero ibi positivus hic negativus.

127. Pro concavo-convexis sunt quinque casus: si ponatur radius convexitatis = a , & concavitatis = b , vel ratio a ad b est minor, quam $m - 1$ ad m , vel æqualis, vel major, sed adhuc minor, quam m ad $m - 1$, vel æqualis huic, vel major etiam hac. In primo casu est $\frac{m-1}{a}$ majus, quam $\frac{m}{b}$, & $\frac{m}{a}$ majus, quam $\frac{m-1}{b}$, adeoque tam u' , quam u'' sunt positivi. In secundo fit $\frac{m-1}{a} = \frac{m}{b}$, sed $\frac{m}{a}$ adhuc remanet majus, quam $\frac{m-1}{b}$, adeoque neglecta correctiuncula, quæ continet a , fit $\frac{1}{u'} = 0$, & u' infinitum, sed $\frac{1}{u''}$, & u'' adhuc remanet positivum. In tertio fit $\frac{m-1}{a}$ majus, quam $\frac{m}{b}$, sed $\frac{m}{a}$ minus, quam $\frac{m-1}{b}$: hinc u' negativum, & u'' adhuc positivum. In quarto remanente $\frac{m-1}{a}$ minore, quam $\frac{m}{b}$, evadit $\frac{m}{a}$ æquale $\frac{m-1}{b}$, adeoque $\frac{1}{u'}$ manente negativo, fit $\frac{1}{u''} = 0$, & u'' infinitum. Demum in quinto est & $\frac{m-1}{a}$ minus, quam $\frac{m}{b}$, & $\frac{m}{a}$ minus, quam $\frac{m-1}{b}$, adeoque tam u' , quam u'' negativum.

128. Hinc habetur sequens theorema. Uterque focus est realis in lentibus utrinque convexis, plano-convexis, concavo-convexis ita, ut radius convexitatis habeat ad radium concavitatis rationem minorem ratione $m - 1$ ad m . Uterque est virtualis in lentibus utrinque concavis, plano-concavis, concavo-convexis ita, ut radius convexitatis ad radium concavitatis habeat rationem majorem ratione m ad $m - 1$. Si radius convexitatis ad radium concavitatis sit, ut $m - 1$ ad m ; abit in infinitum is, qui habetur obversa radiis venientibus convexitate, altero remanente reali, & si sit, ut m ad $m - 1$ abit in infinitum hic secundus, illo priore facto virtuali. Si ratio a ad b fuerit major ratione $m - 1$ ad m , sed minor ratione m ad $m - 1$; erit realis is, qui habetur obversa radiis

venientibus concavitate, virtualis, qui habetur obversa convexitate.

129. Si lens fit ifoscelia, facto $a = b$, erit $\frac{1}{u'} = \frac{1}{u''} = \frac{2m-1}{a} + \frac{m\alpha}{a^2}$, adeoque neglecta correctiuncula $u' . a :: 1 . 2m-1$. Est autem ex num. 55, & 56 pro radiis parallelis $\frac{1}{r} = \frac{m-1}{f}$, nimirum in casu ifoscelismi $= \frac{2m-2}{a}$, existente r distantia foci directi pro radiis parallelis, adeoque $\frac{1}{u'} . \frac{1}{r} :: 2m-1 . 2m-2$, & $u' . r :: 2m-2 . 2m-1$, ubi si fit $m = \frac{3}{2}$, ut est in communibus vitris saltem proxime, & ut assumitur a communibus Opticis, evadit $2m-2 = 1$, $2m-1 = 2$. Hinc illud. In lentibus vitreis ifosceliis est vel accurate, vel proxime distantia foci reflexi ad locum puncti radiantis dimidia distantia foci directi radiorum parallelorum, sive dimidia radii sphericitatis.

130. Si focus reflexus non debeat excipi in eadem distantia puncti radiantis; invenitur methodo indicata num. 123 sequens expressio generalis ejus distantia. Posita distantia puncti radiantis $= p$, distantia foci $= z$, $\frac{1}{n} = \frac{m-1}{ma} - \frac{1}{mp}$, $\frac{1}{r} = -\frac{2}{b} - \frac{m-1}{a} + \frac{1}{mp} - \frac{\alpha}{n^2}$, fit $\frac{1}{z} = \frac{2m}{f} - \frac{2}{a} - \frac{1}{p} + m\alpha \left(\frac{1}{n^2} + \frac{1}{r^2} \right)$, ubi si radii veniant paralleli, & omittatur correctiuncula, fit $\frac{1}{z} = \frac{2m}{f} - \frac{2}{a} = \frac{2m-2}{f} + \frac{2}{b}$, valor duplus valoris $\frac{1}{u'} = \frac{m-1}{f} + \frac{1}{b}$; unde fit $u' = 2z$. Nimirum hic etiam habebit locum illud, quod in foco directo: distantia foci, quæ fit æqualis distantia puncti radiantis, est dupla distantia foci radiorum parallelorum. Inde autem pro casu rationis sinuum 3:2 pro lente ifoscelia focus directus erit quadruplus foci reflexi eorundem: nam ille per num. 129 est duplus foci reflexi ad locum divergentia, & hic ejusdem dimidius.

131. Sed ut hinc omiffis perfequamur id, quod num. 122 proposuimus, pro ejusmodi investigatione occurrunt tres formulæ exhibentes eas distantias focorum per valores quæsitos: binæ hic inventæ pertinent ad focos reflexos, quibus addenda est formula foci directi assumpta ex num. 55, & 56. Si in

ea dicatur u distantia foci radiorum parallelorum infinite proximorum axi habebitur $u = r - \frac{r^2 m \alpha}{q^2}$, adeoque $\frac{1}{u} = \frac{1}{r} + \frac{m \alpha}{q^2} = \frac{m-1}{f} + \frac{m \alpha}{q^2}$, & $\frac{1}{q} = \frac{m-1}{m a} = \frac{1}{a} - \frac{1}{m a}$.

132. Habentur igitur sequentes tres formulæ, prima pro foco directo, & reliquæ pro reflexis.

$$\frac{1}{u} = \frac{m-1}{f} + \frac{m \alpha}{q^2}; \quad \frac{1}{q} = \frac{1}{a} - \frac{1}{m a}$$

$$\frac{1}{u'} = \frac{m-1}{f} + \frac{1}{b} + \frac{m \alpha}{b^2}$$

$$\frac{1}{u''} = \frac{m-1}{f} + \frac{1}{a} + \frac{m \alpha}{a^2}$$

Pertinet autem in prima a ad superficiem obversam radiis venientibus, in reliquis a ad superficiem reflectentem, ubi habetur u'' , b ad reflectentem, ubi habetur u' .

133. Demendo primam a secunda, & deinde a tertia, & transponendo obtinetur $\frac{1}{b} = \frac{1}{u'} - \frac{1}{u} - m \alpha \left(\frac{1}{b^2} - \frac{1}{q^2} \right)$, $\frac{1}{a} = \frac{1}{u''} - \frac{1}{u} - m \alpha \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{q^2} \right)$. Ope harum, & præcedentium prima sic res facile absolvitur.

134. Dicantur a' , b' , f' , m' , q' eadem quantitates nondum correctæ, & habebuntur sequentes æquationes.

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{a'} &= \frac{1}{u''} - \frac{1}{u} \\ \frac{1}{b'} &= \frac{1}{u'} - \frac{1}{u} \end{aligned} \right\} \text{Ex numero præcedente omiffa} \\ \text{correctiuncula.}$$

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{a'} + \frac{1}{b'} = \frac{1}{u'} + \frac{1}{u''} - \frac{2}{u} \quad \text{Ex præcedentium summa.}$$

$\frac{1}{m'-1} = \frac{u}{f'} = \frac{u}{u'} + \frac{u}{u''} - \frac{2u}{u}$ Ex prima numeri 132 omiffa correctiuncula.

135. Inventis per hæc formulas valoribus $\frac{1}{a'}$, $\frac{1}{b'}$, $\frac{1}{f'}$, $\frac{1}{m'-1}$, adeoque & m' , ac $\frac{1}{q'} = \frac{1}{a'} - \frac{1}{m' a'}$ invenientur valores correcti per formulas sequentes.

$$\frac{x}{a} = \frac{y}{a'} - m' \alpha \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{q'^2} \right)$$

$$\frac{x}{b} = \frac{y}{b'} - m' \alpha \left(\frac{1}{b^2} - \frac{1}{q'^2} \right)$$

$$\frac{x}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

$$m - 1 = \frac{f}{u} - \frac{m \alpha f}{q^2} = \left(\frac{1}{u} - \frac{m \alpha}{q^2} \right) : \frac{1}{f} .$$

136. Valores u' , & u'' admodum facile, & accurate obtineri possunt per observationem methodo numeri 114, quæ nihil aliud requirit nisi foramen exiguum cum charta alba, & capillo transverso. Ope ejusdem obtineri potest itidem facile, & accurate valor u foci directi. Notandæ sunt binæ distantiæ lentis altera a foramine, altera ab ejus imagine exhibente capillum distinctum, & earum productum dividendo per earundem summam, obtinetur distantia u debita foco radiorum parallelorum.

137. Id patet ex formula numeri 55, in qua si fit z distantia foci radiorum infinite proximorum axi utcumque divergentium, erit $z = r - \frac{r^2 m \alpha}{q^2}$, adeoque $\frac{1}{z} = \frac{1}{r} + \frac{m \alpha}{q^2}$, ubi $\frac{1}{r} = \frac{m-1}{f} - \frac{1}{p}$ mutato signo p ob divergentiam, adeoque $\frac{1}{z} = \frac{m-1}{f} - \frac{1}{p} + \frac{m \alpha}{q^2}$. Est autem ex num. 30 $\frac{1}{u} = \frac{m-1}{f} + \frac{m \alpha}{q^2}$.

Quare si in exiguis postremis terminis bini valores q habeantur pro æqualibus, cum ipsæ illæ exiguæ quantitates negligi etiam possint, erit $\frac{1}{z} = \frac{1}{u} - \frac{1}{p}$, & $\frac{1}{u} = \frac{1}{z} + \frac{1}{p} = \frac{p+z}{pz}$, adeoque $u = \frac{pz}{p+z}$.

138. Hoc pacto ex distantiiis u , u' , u'' rite observatis invenientur valores a , b , m , quod num. 123 proposueramus, facili sane & observatione, & calculo. Verum hæc methodus locum habere non potest, nisi in lentibus utrinque convexis, in plano-convexis, & concavo-convexis, quæ habeant convexitatem ita majorem concavitate, ut radius illius ad radium hujus sit in ratione minore, quam $m-1$ ad m ; nam reliquæ per num. 128 carent saltem uno ex iis tribus focus re-

vexitatis, & concavittatis res perfici potest methodo haud multum abfimili. Remanet enim focus directus realis, & realis focus reflexus, qui habetur obverfa radiis venientibus cavitate, & exhibet u'' . Quare fi methodo numeri 114 inveniatur radius concavittatis b , qui habendus erit pro negativo, & determinentur valores u , ac u'' , ut prius, habebitur itidem ut prius a , ac $\frac{1}{f}$, & $m - 1$. In reliquis posset res perfici per focos eofdem virtuales; fed fatius est, radios concavittatis quæ- rere methodo numeri 114, radium convexittatis methodo numeri 120, & 121, tum per ipfos invenietur valor m methodo numeri 107.

139. Pro inveniendò valore dm , ufui effe potest formula inventa numero 65, ubi habetur $-\frac{dr}{r} = \frac{dm}{m-1}$, ubi est r diftantia foci radorum unius coloris ut rubei, dr differentia ejus diftantix a diftantia foci coloris alterius, ut violacei, quibus obfervatis, & invento m methodo præcedente, obtinetur dm . Quod fi fupponantur inventi foli radii fphæricittatum, obtinebitur dm etiam ignorato m per formulam $-\frac{dr}{rr} = \frac{dm}{f}$, ex qua habetur $dm = -\frac{fdr}{rr}$, ubi $f = -\frac{ab}{a-b}$, ob $\frac{1}{f} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$.

140. Tota difficultas reducit ad inventionem accuratæ foci diftantix pro binis coloribus. Plures methodos ad eam rem Newtonus adhibuit, quas perfequitur in *Optica lib. 1. par. 2. prop. 7. experim. 16.* Chartam tinxit dimidiam colore rubeo, & dimidiam violaceo, quibus fuperinduxit tenue filum nigrum circumvolvendo, & flamma vividiore prope ipsam collocata, ut bene illuminaretur in tenebricofo cubiculo, radios ab ea reflexos tranfmifit per lentem collocatam e regione, & excepit imaginem in foco ibi, ubi fila diftinctiffima apparent. Invenit illud, imaginem partis rubeæ evadere diftinctam in diftantia majore, & partis violacæ in minore. Prima diftantia est r , differentia binarum diftantiarum dr .

141. Hæc methodus dabat exiguum difcrimen dr , quia corporum naturalium colores non funt puri, fed mixti. Hinc potius adhibuit colores primigenios natos ex feparatione facta per prisma. Effecit illud, ut Solis fpectrum coloratum, quod fit

fit a prismatico, caderet supra libri aperti paginam, & notabat distantias, in quibus ita pingeretur imago partis illuminatae primum ab altero colore, tum ab altero, ut commode legi posset, ac obtinebat majus discrimen distantiarum, quam ubi adhibuerat colores naturales. Sed quoniam in ipso spectro colorato exhibito a prismatico colores permixti sunt ob diametrum apparentem Solis, qua fit, ut singuli colores non coeant in puncta, sed dispergantur per circulos satis amplos, qui sibi invicem superponuntur; adhibuit lentem etiam ad coarctandos eos circulos, quo artificio multo puriores colores habuit, & distantiarum differentiam majorem pro imaginibus distinctis. Adhuc tamen discrimina inter diversas observationes ipsi obvenerunt nimis magna; licet curam adhibuerit summam in praestanda maxima conclavis obscuracione, secluso omni alio lumine: ut ipsis ejus observationibus perpensis satis pateat, eam methodum nulli usui esse posse ad habendum valorem dm , si quid satis accuratum requiratur. Quamobrem ad eam rem adhibenda potius sunt prismata, de quibus jam agemus.

§. VI.

De iisdem inveniendis ope prismatum.

142. **A**D eruendos eosdem valores ope prismatum, oportet primo invenire relationes, quas habent inter se, & cum lateribus prismatis rectae, per quas radius luminis per ipsum traducitur.

143. Sit (*Fig. 13.*) ACB sectio prismatis perpendicularis ejus axi, adeoque & faciebus ipsius. Si radius luminis deveniat per rectam EF jacentem in ipsa; satis patet viam ipsius FH intra prisma, & HL post egressum debere jacere in eodem plano.

144. Angulus C , quem continent latera prismatis, ad quaeræ radius appellit in ingressu, & egressu, dicitur angulus refringens. Ductis autem OFM , QHM perpendicularibus ipsis lateribus, & producta EF indefinite in G , atque LH usque ad ipsam in N ; angulus MFN erit æqualis angulo incidentiæ EFO , angulus MFH erit angulus refractus in ingressu,

gressu, MHF incidentiæ in egressu, MHN æqualis QHL angulo refracto in egressu, GNL totalis refractio, nimirum deviatio a priori itinere.

145. Ponantur anguli $MFN = u$, $MFH = x$, $MHF = y$, $MHN = z$, $GNL = r$, $ACB = c$: habebuntur sequentia lemmata, quorum formulas proponemus primo, tum demonstrabimus.

$$x + y = c$$

$$u + z = c + r$$

$$m \sin. x = \sin. u$$

$$m \sin. y = \sin. z$$

$$AFE + BHL = 180^\circ - c - r$$

146. Patet primum; quia in quadrilineo MFCH ob angulos ad H, F rectos angulus C erit complementum ad duos rectos anguli M, cujus itidem erunt ejusmodi complementum bini anguli MFH, MHF trianguli MFH; adeoque hi duo simul debent æquari illi uni.

147. Patet secundum; quia bini anguli MFH, MHF simul, sive $x + y$ per formulam 1 sunt $= c$, & alii bini NFH, NHF simul æquantur externo $GNL = r$; adeoque toti MFN, MHN, sive $u + z = c + r$.

148. Patet tertium, & quartum, quia est $\sin. MFN = \sin. u$ ad $\sin. MFH = \sin. x$, & $\sin. MHN = \sin. z$ ad $\sin. MHF = \sin. y$, ut m ad 1; cum priores duo sint angulus incidentiæ, & refractus in ingressu, posteriores refractus, & incidentiæ in egressu. Quare debet esse $m \sin. x = \sin. u$, & $m \sin. y = \sin. z$.

149. Patet quintum; quia anguli AFE, BFH sunt complementa angulorum EFO, LHQ, sive MFN, MHN, nimirum u , z , quorum summa per formulam 2 est $= c + r$, adeoque ipsi sunt $= 180^\circ - c - r$.

150. E superioribus formulis facile deducuntur plura collaria, & plura problemata solvi possunt eorum ope; sed hic persequemur alia nonnulla usui futura, quæ pertinent ad easdem relationes viæ radii, quæ hic subijciam.

151. Si (Fig. 14.) alter radius eF ingrediatur in angulo AFe æquali angulo BHL, in quo alter EF egreditur; egredietur ille in angulo Bhl æquali angulo AFE, in quo hic ingrediatur.

152. Nam radius regressus per LH deberet abire eadem
via

via HFE, & omnes radii paralleli ipsi LH habere debent vias intra, & extra prismâ parallelas viâ HFE, & proinde egredi in angulo æquali AFE: perinde autem est in utrumvis latus in eodem incidant angulo; adeoque angulo AFe primæ incidentiæ, qui æquetur ipsi BHL, debet respondere angulus egressus Bhl æqualis angulo AFE.

153. Si mutata inclinatione radii incidentis in idem punctum F ad latus AC refractionis totalis decreascat primo, tum crescat; fiet minima ibi, ubi triangulum FCH fiet isosceles.

154. Fit enim minima, ubi incipit redire ad magnitudinem priorem; adeoque inter binas quasvis e positionibus, quæ refractiones totales exhibent æquales. Porro eæ æquales sunt in casu corollarii primi: nam, per formulam 5 numeri 145, $r = AFE + BHL + c$, qui valor manet, si sit $AFe = BHL$, & $Bhl = AFe$, manente eorum summa cum ipso c .

155. Habebitur igitur illud minimum in eo casu, in quo manente eadem conditione coalescant viæ EFHL, eFhl in unicam, quo casu evadet $AFe = BHL$. Erunt igitur in eo casu æquales etiam in fig. 13. CHN, CFN ipsis oppositi ad verticem, & anguli MFN, MHN ipsorum complementa, & anguli MFH, MHF, quorum sinus habent ad eorum sinus rationem eandem, & demum etiam CFH, CHF horum complementa; adeoque etiam CH, CF ipsis opposita.

156. Igitur in casu minimi erunt æquales ibidem & anguli MFH, MHF, & MFN, MHN, & NFH, NHF, eruntque singuli e primis duobus $= \frac{1}{2}c$, e secundis $= \frac{c+r}{2}$, e postremis $= \frac{1}{2}r$.

157. Æqualitas primi, & secundi binarii demonstrata est numero 155; postremi autem sunt differentię angulorum primi, & secundi. Porro est summa primi binarii $= c$ per formulam 1 numeri 145, secundi $= c + r$ per formulam 2; adeoque summa postremi remanet $= r$.

158. Hinc in eo casu $x = y = \frac{1}{2}c$, $u = z = \frac{c+r}{2}$, & inde in eodem $m = \frac{\sin. \frac{c+r}{2}}{\sin. \frac{1}{2}c}$; cum nimirum ex formula tertia numeri 145 habeatur $m = \frac{\sin. u}{\sin. x}$.

159. Si valores $m, m', & r, r'$ pertineant ad duo genera
 T. V. E e nera

nera radiorum; erit $m : m' :: \sin. \frac{c+r}{2} : \frac{c+r'}{2}$. Nam $\sin. \frac{1}{2}c$ est communis, & ablatum rationem non turbat.

160. Ex formula $m = \frac{\sin. \frac{c+r}{2}}{\sin. \frac{1}{2}c}$ eruitur facile $dm = \frac{\cos. \frac{c+r}{2}}{2 \sin. \frac{1}{2}c} \times dr$. Si enim (Fig. 15.) sit Ee differentia exigua arcuum Be , BE , quorum sinus ef , EF , & eorum differentia EH ; facile perspicitur fore $CE.CF :: Ee.EH$: est autem radius $CE = 1$, CF cosinus BE , Ee differentia arcus BE , qui si sit $\frac{c+r}{2}$, manente c , erit $Ee = \frac{1}{2}dr$, adeoque differentia sinus $\frac{c+r}{2}$ erit $\frac{1}{2} \cos. \frac{c+r}{2} \times dr$. Potest autem pro arcu dr assumi etiam ejus sinus ad radium $= 1$, ut omnes termini eruantur e tabulis sinuum.

161. Hinc si accipiantur refractiones, & refractionum differentia binis prismatis ad diversas massas pertinentibus, & respondeant alteri c, r, m , alteri C, R, M : erit $\frac{dM}{dM} = \frac{\cos. \frac{C+R}{2}}{\cos. \frac{c+r}{2}} \times \frac{\sin. \frac{1}{2}C}{\sin. \frac{1}{2}c} \times \frac{dR}{dr}$. Nam in divisoribus eliditur illud 2 commune.

162. Hæc quidem pertinent generaliter ad prismata angularum quorumcumque. At si anguli sint exigui ita, ut possint assumi pro iis sui sinus, formulæ evadunt simpliciores.

163. Ex formula numeri 160 habebitur $m = \frac{c+r}{c}$, sive $m - 1 = \frac{r}{c}$, vel $(m - 1)c = r$, ubi si sit $m = 1.5$, quod accidit proxime in vitro communi, erit $r = \frac{1}{2}c$, sive refractionis proxime æqualis dimidio angulo refringenti.

164. E superioribus formulis eruitur $dm = \frac{dr}{c}$; & $dr = c dm$.

165. Consequentur ex hisce omnibus plura theoremata pertinentia ad angulos exiguos: præcipua futura usui hic proponemus.

166. Si per plura prismata ex eadem massa habentia angulos refringentes exiguos transeat radius; refractionis erit eadem, quæ esset in prisma habente angulum æqualem summæ eorum omnium angulorum computatis negativo modo
in

in summam iis; quæ forte habeant angulos contrario situ positos.

167. Sint enim ii anguli c, c', c'' &c., & eorum summa C , ac singulorum refractiones $r, r', r'',$ &c., R : erit $r + r' + r''$ &c. $= (m - 1) c + (m - 1) c' + (m - 1) c''$ &c. $= (m - 1) (c + c' + c''$ &c.) $= (m - 1) C = R$. Quoniam autem positio anguli contraria inducit directionem contrariam; patet, eas refractiones demendas esse, ubi summa quæritur, sive computandas negativo modo & ipsas, & angulos, quibus exprimuntur.

168. Si per bina prismata habentia angulos exiguos positos ordine contrario ita transeat radius, ut correctâ refractione prodeat cum eadem directione, cum qua advenit; erunt qualitates refractivæ expressæ per valores $m - 1, M - 1$ in ratione reciproca angulorum refringentium, & viceversa.

169. Nam ex num. 163 est $r = (m - 1) c$, & $R = (M - 1) C$, qui valores debent esse æquales; si secundi prismatis refractione R corrigat refractionem r primi prismatis. Quare erit $c . C :: M - 1 . m - 1$, & si ita fuerit, erit $(m - 1) c = (M - 1) C$.

170. Si per bina ejusmodi prismata ita transeant bini radii heterogenei delati simul directione eadem communi, ut exeant itidem directione communi, correctâ refractionum differentia; erunt qualitates distractivæ expressæ per $d m, a M$ in ratione reciproca angulorum, & viceversa.

171. Nam ex num. 164 erit $d r = c d m$, $d R = C d M$, qui valores debent esse æquales; si differentia refractionis $d R$ corrigat differentiam $d r$. Quare erit $c . C :: d M . d m$; & si ita fuerit; erit $c d m = C d M$.

172. Videndum jam, quomodo hæ formulæ adhibendæ sint ad determinandos valores $m, d m, \frac{d M}{d m}$.

173. Prima methodus pro habendo m esse potest transpi-ciendo per prisma objectum situm ad sensibilem distantiam, & definiendo elevationem. Sit (*Fig. 16.*) in pariete objectum A , quod oculo O trans prisma $M P N$ conversum circa proprium axem appareat in E ita, ut is locus visus sit omnium proximus vero loco A . Concipiatur autem punctum D in medio prismate, in quo sibi invicem occurrant viæ radii $A B, O C$, & si prima fuerit in eadem altitudine a pavimento, in

qua est punctum A, fiat autem, ut DA ad AE, ita radius ad tangentem anguli ADE; is erit = r . Quare si præterea habeatur angulus prismatis $P = c$; habebitur $m = \frac{\sin. \frac{c+r}{2}}{\sin. \frac{1}{2}c}$ per num. 158, vel si angulus prismatis sit exiguus, $m = \frac{c+r}{c}$, & $m - 1 = \frac{r}{c}$, per num. 163.

174. Duplex ibi occurrit difficultas altera communis omnibus methodis adhibendi prismata, altera particularis ei methodo. Prima consistit in determinatione anguli prismatis, secunda in determinatione loci visi E, quem locum oculo constituto in O tegit ipsum prisma, quod non sinit videre ullum aliud objectum ibi existens per radium directum, cujus ope definiri possit recta AE.

175. Quod ad primam pertinet, angulus prismatis facile definitur ope instrumenti, quod exhibet fig. 17., in quo regula DE mobilis circa centrum I semicirculi ABC remperficit, collocato prismate in FGH ita, ut bina latera congruant cum regula AC, & cum parte posteriore regulæ DE; nam arcus LC interceptus inter latus regulæ DE anterius, & diametrum AC semicirculi, exhibebit quæsitum angulum.

176. Multo sane accuratius determinari potest, ut ego quidem expertus sum, angulus in iis prismatis, in quibus basis triangularis est perpendicularis lateribus, & bene complanata. Ducta in plano recta longiore AB (Fig. 18.), applicetur ad illam regula CD, cui versus extremum D applicetur latus FE prismatis ita, ut angulus E procurrat nonnihil, tum alteri ejus lateri GE applicetur altera regula HI, qua appressa prismati simul, ac plano inferiori, auferatur tam prisma ipsum, quam prior illa regula CD, & ope posterioris HI immotæ ducatur recta linea HI rectam AB secans in E, ubi erat vertex anguli refringentis. Habebitur angulus AEH cum longis cruribus, qui ducto arcu LK habente centrum in E facile definiri poterit ope circini proportionis, in quo si assumantur in partibus minutis tam radius EG, quam chorda LK; poterit angulus ope tabulæ sinuum haberi intra pauca minuta, & cum liceat quantumlibet repetere observationem, poterit assumpto medio in ingenti determinationum numero haberi angulus etiam intra unum minutum. Et quidem

dem ea methodus applicari utcumque potest etiam prismati habenti basim triangularem impeditam applicando in fine mensulæ ipsum dimidia sui parte depressum regulis procurrentibus ultra ipsum finem.

177. Pro determinatione loci visi trans prisma adhibui cum successu hoc artificium. Sint (*Fig. 19.*) puncta OCE eadem, quæ in *fig. 16*, $PNnp$ sit facies prismatis obversa oculo, $QRrq$ locus visus objecti illius, cujus crassitudo Ee . Faciei Pn applicui tenuem regulam e charta crassiore parallelam lateri Pp , & excurrentem utrimque in Tt . Regula longior, & crassa Ff ita erat applicata ad perpendicularum supra objectum Aa figuræ *16*, ut elevari posset, ac deprimi manente parallelismo cum latere Pp , & longitudine objecti, qui motus etiam obtineri potest per suspensionem $LKIi$. Ea regula deprimebatur, donec oculus ad aliquam a prismate distantiam collocatus in O , & videns latus TCt respondens imæ parti REr objecti visi, videret per radios visuales OTH , Oth imam regulæ partem Ff demissam ad GEg congruere cum ipsa recta Tt . Eo pacto ope partis HG , gh extantis ipsius regulæ demissæ obtinebatur punctum E latens post prisma.

178. Habito hac ratione puncto E figuræ *16*, in quo apparebat pars loci visi omnium proxima loco vero, ac proinde ejus distantia a loco A objecti extremo posito versus eandem partem, obtinebatur refractionis radii rubei extremi, & valor m pro ipso. Eodem autem pacto obtinebatur & distantia ae pro extremo violaceo, & proinde pro suo m , adeoque habebatur etiam dm .

179. Si recta DA (*Fig. 20.*) non sit satis accurate perpendicularis rectæ AE , nimirum horizontalis, illa existente verticali; satis est notare punctum V , ad quod tendit recta DV horizontalis, & VA , VE erunt binæ tangentes ad radium DV pro angulis VDA , VDE , quorum summa vel differentia exhibet refractionem ADE . Quod si ipsa DV sit satis magna, & punctum C assumatur proximum vertici P ; poterit assumi ipsum P pro puncto D . Adhibito prismate alterius naturæ habebitur M , & dM , adeoque etiam $\frac{dM}{dm}$, ut oportebat.

180. Secunda methodus pro determinandis per prismata iisdem valoribus esse potest transmittendo per prisma radium Solis, & eruendo inde refractionem r .

181. Ingrediantur (*Fig. 21.*) in tenebricosum cubiculum per exiguum foramen *Ff* fenestræ radii Solis *SFCA*, *sfc a*, qui excepti prisma *MPN* refracti per *CBE*, *cbe* abeant in parietem oppositum in *Ee*, ubi converso prisma circa proprium axem acquirant positionem omnium proximam radio directo *CA*, *ca*. Si notentur in plano aliquo verticali *IK* altitudines a pavimento punctorum *A*, *a*, ac in alio remotiore *LO* punctorum *E*, *e*, notentur autem etiam altitudines a pavimento punctorum *D*, *d*, quæ si sint proxima puncto *P*, facilius determinantur æstimatione accedente ad verum magis, quam ut error inde timeri possit sensibilis, notenturque itidem distantia punctorum *D*, *d* a planis *IK*, *LO*; facile omnia eruentur. Si enim sint *IK*, *LM* æquales altitudini puncti *D*, erit *DK* ad *KA*, ut radius ad tangentem anguli *ADK*, & ut *DM* ad *ME*, ita radius ad tangentem anguli *MDE*. Eorum angulorum summa exhibet refractionem *r* pro rubeis extremis, si ut figura exhibet, jaceat *E* supra *M*, & sit infra *e*, quod punctum si jaceat infra *M*, exhibebitur ipsum *r* per differentiam. Ope autem ipsius *r* ha-

bebitur *m*, ut supra per formulam $m = \frac{\sin. \frac{c+r}{2}}{\sin. \frac{1}{2}c}$; & eodem pacto ope punctorum *a*, *d*, *e* habebitur *m* pro radiis violaceis, adeoque *dm*, & mutato vitro, *M*, dM , $\frac{dM}{dm}$.

182. Si notetur dies, & hora observationis, potest facile haberi angulus *ADK*, five altitudo supra horizontem limbi Solis methodis notis ex elementis sphericis, remanente sola determinatione anguli *MDE* facienda per immediatam observationem radii *DM*, & tangentis *ME*.

183. Si ope speculi rite aptati, ut in *fig. 10.*, detorqueatur radius directus ita, ut eat is ipse per lineam horizontalem in *M* in parietem oppositum; res facilius perficietur per unicum triangulum. Itidem ad habendas observationes satis accuratas expertus sum opus esse sua machinula, in qua conversio prismatis fieri possit lenta, & continua, quod facile prastatur ope cochleæ; si enim manu fiat, admodum facile habentur saltus quidam imaginis, & admodum difficulter determinatur positio refractionis minimæ. Oportet autem, possit facile, & celeriter removeri prisma a loco radii, ut nimirum notari pos-

possint puncta A, a radii directi; si ea ex astronomico calculo non accipiuntur notata hora observationis.

184. Celeritas in removendo prismate est necessaria ob celerem motum diurnum Solis, quo fit, ut radius directus celerrime locum mutet. Hic motus impeditur ope machinæ, quam appellant *heliostatam*, quasi Solem ipsum sistat, ope cujus ita movetur speculum, ut radius Solis ab eo reflexus semper retineat positionem eandem. Cum id instrumentum & pretiosius sit, & non ita facile applicetur, supplere soleo defectum ejus machinæ, applicato intra conclave idem ad aliquam ab eo distantiam plano altero, cum exiguo itidem foramine. Methodum & aliis omnino in mentem venisse arbitror, cum sit admodum obvia, & commoda. Eam exprimit figura 22.

185. Sit in ea CD foramen exiguum, per quod radius a speculo reflexus ingreditur conclave. Ad distantiam satis magnam respectu diametri ipsius foraminis colloco planum EF cum alio exiguo foramine IK, & distantiam esse satis magnam ostendit ipsa imago Solis GH, quæ in satis magna distantia erit multis vicibus major, quam sit ipsa diameter foraminis CD, & IK. Per foramen IK transibunt radii ad ON ita, ut extremæ directiones sint CK, DI ita inclinatæ ad directiones extremas CG, DH, ut ex parte CD productæ in Solem incurrant. Ad motum Solis movebitur ejus imago GH, sed manebit semper eodem loco circellus lucidus NO efformatus a radiis profectis jam ab alia parte disci solaris, jam ab alia. Quoniam Solis imago per meridianam lineam traducitur tota tempore longiore etiam duobus minutis; saltem per duo minuta immoto etiam speculo hærebit in NO radius fixus, quem observator ibi retinebit, quamdiu voluerit, si identidem speculum moveat ope machinulæ figuræ 10 ita, ut imago GH habeat proximum foramini IK eum limbum, qui in motu diurno progreditur.

186. Nec difficile est etiam determinare inclinationes ipsas rectorum DI, CK, & punctum T, in quo concurrunt, ut & rectorum DH, CG cum earum concursu P. Harum inclinatio ad se invicem æquatur diametro apparenti Solis; cumque ea sit proxime minorum 31, distat P a foramine CD circiter per 111 diametros foraminis ipsius: at distantia puncti T ab IK ad distantiam a CD est, ut ipsa IK

ad

ad CG, adeoque invenitur factis, ut est summa diametrorum binorum foraminum ad diametrum IK, ita distantia planorum AB, EF a se invicem ad distantiam puncti T ab IK, quod quidem erit in medio inter bina foramina, si eorum diametri sint æquales. Inde autem innotescet facile etiam angulus NTO, nimirum quædam veluti diameter apparens imaginis NO, si fiat ut TI ad dimidium IK, sive in casu æqualium diametrorum, ut distantia planorum AB, EF ad diametrum IK, ita radius ad sinum dimidii anguli quæsiti; quod si angulus inventus conferatur cum diametro apparente Solis; innotescet etiam a quota parte solaris disci radios accipi: at imago NE, quæ quidem pars eo erit major, quo major fuerit ratio diametri IK ad GH, sed eo sæpius oportebit movere speculum.

187. Hæc omnia usum habere possunt in experimentis, quæ institui solent circa luminis radios; sed hic non habent ingentem usum, si exigua sint foramina, radii incidant ad sensum perpendiculares prismati medio; & notetur in pariete utrumque extremum imaginis directæ, ubi in refractionis quantitatem inquiritur per tangentes.

188. Radio percurrente intra conclave ope speculi viam horizontalem, ipsum detorsi sæpe horizontaliter itidem in latus, quod multo commodius fit per prisma verticaliter erectum, ubi ipsa praxis experimenta capienti multa suggerit idonea ad faciliores, & accuratiores determinaciones; sed hic nobis ad alia est properandum.

189. In superioribus commode adhibetur formula $m = \frac{\sin. \frac{c+r}{2}}{\sin. \frac{1}{2}c}$, in qua nihil contemnitur, cum angulis prismatum utcumque magnis: ad reliquas methodos, de quibus acturi sumus, requiruntur anguli exigui, qui nimirum sint ad sensum proportionales suis sinibus; quamquam deinde innuam etiam illud, qua ratione ex methodi aptari possint angulis etiam majoribus. Hæ methodi exhibent tantummodo relationem M ad m, & dM ad dm.

190. Si fiant bina prismata e binis substantiis, quorum anguli refringentes destruant refractionem, nimirum illud efficiant, ut radius per utrumque simul transmissus egrediatur cum eadem directione, cum qua abit sine ipsis; habetur per
num.

num. 168 relatio qualitatum refractivarum, five ratio $M - 1$ ad $m - 1$ reciproca angulorum. Si vero per eos destruantur colores; erunt per num. 170 qualitates distractivæ nimirum dM ad dm in ratione angulorum reciproca.

191. Ad conferenda inter se hac methodo bina vitrorum genera oporteret habere ex altero genere quamplurima prismata, donec casu quodam incidere in unum aliquod, quod refractionem, vel colores accurate corrigeret. Id incommodum evitat methodus a Clairautio proposita prismatis mixtilinei habentis alterum latus planum, & alterum cylindricum.

192. Incurrat radius traductus (Fig. 23) per foramen Ef prius in prisma MPN terminatum superficiebus planis MP , NP , tum in prisma TRV terminatum superficie plana TR , & cylindrica VBR , ac via CIB deferatur alterum ejus extremum ad E . Si concipiatur tangens ducta per B , donec rectæ TR occurrat in Q ; æqualebit prisma curvilineum rectilineo habenti angulum TQB . Licebit autem promotio antroorsum retrorsum prismate ipso mixtilineo variare punctum B , in quo radius prodit, adeoque & angulum Q , donec inveniatur ea positio, quæ præstet id, quod quæritur destruendo refractionem, vel colores in E .

193. Porro si differentia angulorum prope V , & prope R sit nimis magna; crassitudo TV erit itidem nimis magna. Id incommodum facile evitabitur posito alio prismate OMP ex eadem massa, ex qua est mixtilineum, ut summa ejus anguli, & anguli Q conferenda sit cum angulo MPN .

194. Plura autem excogitari possunt instrumenta, quorum ope prisma mixtilineum per cochleam promoveatur motu lento, & continuo, & per solam distantiam VB puncti B a certo quopiam puncto V habeatur angulus Q . Quin immo promoveri potest prisma curvilineum per cochleam ita, ut ope circuli divisi, & indicis habeantur admodum accurate gradus & minuta anguli Q respondentis certæ positioni ipsius prismatis respectu foraminis, cujusmodi instrumentum paravi mihi cum successu.

195. Quod si qualitates refractivæ, & distractivæ binorum vitrorum conferantur cum eodem illo vitro prismatis curvilinei; facile eadem illa vitra comparabuntur etiam inter se; nam erit ratio valoris $m - 1$, vel dm in primo vitro ad eundem in secundo composita ex rationibus valoris primi
 $T. V.$ Ff ad

ad valorem intermedii illius prismatis mixtilinei, & hujus ad valorem secundi.

196. Idem obtineri potest includendo prisma vitreum intra prisma aqueum. Sint (*Fig. 24.*) *AB*, *BC* laminæ vitreæ planis parallelis, & politis terminatæ, inter quas contineatur aqua. Si intra ipsam aquam demergatur prisma vitreum *DEF* angulo *E* positò situ contrario respectu anguli *B*; habebitur ipsam prisma vitreum inter duo prismata aquea, quorum anguli *ADE*, *CFE* simul sumpti æquabuntur angulis *DBF*, *DEF* simul sumptis. Quare si angulus *ABC* dicatur *a*, & *DEF* dicatur *c*, in casu, in quo radius *GHIKLM* traductus per ea tria prismata habeat refractionem correctam, erit $m - 1$ vitri ad $M - 1$ aquæ, ut est $a + c$ ad a , sive ut $1 + \frac{c}{a}$ ad 1 ; & eadem erit ratio dm ad dM , si destruantur colores.

197. Aquam & Newtonus incluserat vitreis laminis, ac ei prismati aqueo prisma vitreum immerferat: idem vidi in Anglia in Cantabrigensi Academia: sed nullum aderat instrumentum, cujus ope posset angulus *ABC* aperiri magis, vel minus ad libitum sine effusione aquæ, & determinari satis accurate angulus $B = a$. Hac methodo affirmat etiam Clairautius, se vitra comparasse inter se: verum illud ignoro, cuiusmodi instrumento sit usus. Ego ad eam rem curavi instrumentum, quod sequenti §. diligentius exponam, uti promissi numero 19, quod mihi quidem visum est commodissimum, & ad summam accurationem aptissimum. Interea hic adnotabo nonnulla ad rem præsentem pertinentia.

198. Primo quidem illud, ne exiguos quidem angulos esse accurate ut sinus. Posito arcu = u , & sinu = y , est ex elementis serierum applicatarum ad Trigonometriam $y = \frac{1}{1}u - \frac{1}{1.2.3} \times u^3 + \frac{1}{1.2.3.4.5} \times u^5 - \frac{1}{1.2.3.4.5.6.7} \times u^7$ &c. In arcu 19 graduum, qui est circiter pars tertia radii, secundus terminus est $\frac{1}{54}$ primi, qui idcirco non est ita contemptibilis; licet tertius evadat $\frac{1}{9720}$ ejusdem primi, qui proinde contemni potest. Et quidem inito calculo arcus graduum 10 est partium 17453, quarum radius 100000, habente sinu 17365 cum

cum differentia utcumque tolerabili partium 88, circiter ducentesima sui parte: at arcus graduum 20 est 34906, sinus 34202, differentia existente 704, parte jam $\frac{1}{49}$ totius, plus æquo magna. Quare ubi anguli sint aliquanto majores, calculus non erit ita accuratus, accepta illa ratione reciproca angulorum.

199. Possent quidem adhiberi pro sinu y expressio $u - \frac{x}{z}$ z^3 in applicatione formularum ad angulos exiguos: sed quoniam calculus evadit operosior, & adhuc non evadit penitus accuratus; fatius esse cenfeo uti via indirecta, & in subsidium vocare falsas positiones.

200. Pro ratione M ad m , si innotescat jam semel valor medius M , ut illius vitri, ex quo constat prismata mixtilineum, vel aquæ, & habeantur anguli, in quibus destruitur refractionis, potest poni pro m alius valor arbitrarius, tum ex

iis valoribus, & angulis ope formulæ $m = \frac{\sin. \frac{c+r}{2}}{\sin. \frac{x}{2} c}$, adeoque $\sin. \frac{c+r}{2} = m \sin. \frac{1}{2} c$ potest inveniri refractionis r debita singulis

angulis, siue ii sint duo tantum, e singulis nimirum materiis singuli, vel tres, nimirum duo ex altera, & unus ex altera. Si refractionis priori, vel prioribus debita evaserit æqualis refractionis debite postremo angulo; valor m est rite assumptus: secus, notetur differentia, & ponatur alter valor m minor, vel major priore, prout fuerit ejus r minus vel majus: facto iterum calculo, & inventis refractionibus, si nec eæ fuerint æquales, inveniatur iterum differentia, & ope harum differentiarum, ac binorum valorum m assumptorum inveniatur methodo elementari falsæ positionis positio valoris m , quæ faciet nullam differentiam oppositarum refractionum, vel exhibebit propiorem terminum ad eam inveniendam.

201. Pro relatione dM ad dm inventis vel hac postrema methodo, vel aliqua alia superius exposita valoribus mediis M , m , & per eos refractionibus R , r , ubi duo sunt

anguli, potest e formula numeri 161 fieri $\frac{dM}{dm} = \frac{\cos. \frac{C+R}{2}}{\cos. \frac{c+r}{2}} \times$

$\frac{\sin. \frac{x}{2} c}{\sin. \frac{1}{2} C}$; nam ibi evadit $\frac{dR}{dr} = 1$, ubi contrariæ refractionum

differentiæ se destruunt. Quod si anguli sint tres, & ex altera materia in secundo prismatico habeatur c' , & r' pro c , & r ; ex formula numeri 160 eruetur $dr = \frac{2 dm \sin. \frac{1}{2} c}{\cos. \frac{c+r}{2}}$, $dr' = \frac{2 dm \sin. \frac{1}{2} c}{\cos. \frac{c'+r'}{2}}$, $dR = \frac{2 dM \sin. \frac{1}{2} C}{\cos. \frac{C+R}{2}}$, adeoque ob $dr + dr' = dR$;

erit $dM \cdot dm :: \frac{\sin. \frac{1}{2} C}{\cos. \frac{C+R}{2}} \cdot \frac{\sin. \frac{1}{2} C}{\cos. \frac{c+r}{2}} + \frac{\sin. \frac{1}{2} C'}{\cos. \frac{c'+r'}{2}}$. Sed ad hanc

applicationem oportebit in fig. 24. nosse separatim angulos ADE, CFE. Id autem evitabitur, si ibidem ipsum latus DE applicetur ad DA, evanescente angulo ADE, & evadente EFC = DEF + ABC. Sic in fig. 23. ad habendos tantum duos angulos, satis erit rectilineum prisma ejusdem materiæ cum mixtilineo applicare immediate ad mixtilineum, ut componant simul unicum prisma.

202. Adhuc hoc pacto relinquitur error ex alio capite oriundus, qui non erit ita exiguus, si anguli sint aliquanto

majores. Nimirum formula $m = \frac{\sin. \frac{c+r}{2}}{\sin. \frac{1}{2} c}$ inventa num. 158

est accurata solum in casu, in quo via radii intra prisma sit æque inclinata ad utrumque ejus latus; quod in fig. 23, & 24 non accidit accurate in omnibus prismatis, nec vero satis proxime; nisi anguli sint exigui, & radius traducatur per rectam ad sensum perpendicularem plano transeunti circa medium inter angulos ipsorum prismatum. Ad calculum accuratiorem in hac methodo destructionis colorum, ubi anguli evadant aliquanto majores, oportet nosse inclinationem radii ad singula latera, quod quidem haud difficulter obtinetur ope formularum numeri 145, datis M , m , datis angulis refringentibus, & inclinatione in ingressu ad primum planum. Aucto valore M per quantitatem exiguam arbitrariam dM , & assumpta ratione arbitraria ipsius dM ad dm , inveniretur ultimus angulus, in quo radius, qui tanto majorem refrangibilitatem habet, quantum respondet arbitrariæ dM , egreditur e postrema superficie. Si is inveniatur æqualis, calculo inito per solas M , & m ; ratio assumpta inter dM , & dm erit accurata; secus assumenda erit alia, & restituito calculo habebitur vel æqualitas quæsita angulorum in egressu, vel secundus

duſ terminus pro regula falſæ poſitionis adhibenda . Nec ſane ii calculi erunt prolixi ob formularum ſimplicitatem : ſimpli- ciores certe erunt , & accuratiores , quam uſus ſerierum expri- mentium ſinus per angulos , quæ ipſæ ſeries in angulis paullo majoribus nulli uſui eſſe poſſunt , dum methodus falſæ poſitio- nis extenditur ad angulos quoſcumque , nec longa eſſe poteſt , ubi aliunde jam nota ſit ratio dM ad dm non ita remota a vero , per angulos minores , qui colores deſtruant .

203. Hæc fuſius evolvam , & exemplis illuſtrabo in fuſio- re opuſculo , ubi ſatis conſtabit illud , exiguam mutationem in valore $\frac{dM}{dm}$ ſecum trahere non ita exiguum diſcrimen in combinatione ſphæricitatum , quæ debeant adhiberi ad corri- gendos errores omnes , a quorum errorum correptione accura- ta pendet omnis horum teleſcopiorum ſucceſſus . Ex altera vero parte admodum difficile eſt ſatis accurate deſignare valo- rem dM , & dm , ac eorum rationem immediate per ſpectra colorata priſmatum , cum violaceorum radiorum quædam ve- luti ſeries infinita ita ſenſim abeat in cæcam umbram , ut nul- lum liceat ſatis diſtincte limitem deſignare , & inter ſe confer- re in binis priſmatis : ut idcirco ad ejuſmodi relationem obti- nendam methodus omnium tutiſſima videatur ipſa colorum deſtructio , quæ quo per majores fiet refringentes angulos , eo certius habebitur , exiſtente minore effectu errorcolorum , quos ſemper relinquunt determinationes angulorum ipſorum priſmatum , quæ formulas ingrediuntur .

204. Notandum præterea & illud : ſi in hac methodo obveniat etiam proxime eadem ratio $M - 1$ ad $m - 1$, quæ dM ad dm , nimirum etiam illa ipſa accepta ex inverſa an- gulorum deſtruentium refractionem , & colores ; eas ſubſtan- tias non eſſe idoneas ad teleſcopia quæſita ; quia illis rationi- bus exiſtentibus æqualibus , abit focus in infinitum juxta num. 83 , & ex eodem facile deducitur , facta eadem ratione non multum inæquali , adhuc ipſum focum abire nimis pro- cul . Sed jam faciemus gradum ad deſcriptionem vitrometri , cujus conſtructione , & uſu hoc opuſculum abſolvemus .

§. VII.

Vitrometri constructio, & usus.

205. **V**itrometrum appellandum censui juxta num. 19, instrumentum, quod hic exponam, cujus ope facile conferri possit qualitas refractiva, & distractiva vitri cujusvis, cum ejusmodi qualitatibus aquæ, concludendo ejus prisma intra prisma aquæ, & quærendo angulum, in quo aqua corrigat ejus refractionem, vel refractionis differentiam, sive colores, quod requiritur ad applicandam methodum numeri 183. De eo instrumento me hic acturum promisi ipso num. 19, & 106.

206. Id exhibetur (*Fig. 25.*), & est totum e laminis metallicis præter bina vitra. *ABCD* est veluti pavementum horizontale: *EFCI*, *GHBK* sunt bini veluti parietes laterales perpendiculares pavimento: *KBCI* est paries itidem verticalis fixus posterior: *HRPQF* est alter paries anterior mobilis circa axem *HF*: *T*, *S* sunt bina vitra terminata planis parallelis bene politis inserta postremis binis parietibus, & ipsis parallela: *GE* est virga rotunda cum cochlea ad partes *E* adstringens parietes laterales: *MO* est cochlea mas circularis habens centrum in medio axe *HF* inserta cochleæ faminæ existenti in medio circulo *PN*, & habenti manubrium cum indice denotante in limbo circuli divisiones, quæ expriment partes singularum conversionum indicis ipsius. *ILX* est regula longior adnexa parieti posteriori, tenens sibi afferruminatam fasciam circularem *VX* habentem centrum in ipso axe *HF* in *F*, divisam in gradus incipiendo a distantia *Xo* proxime æquali distantiæ *CF*: *QY* est regula mobilis adnexa parieti mobili *RPQ*, quæ crenam habet in *YZ* excipientem eam ipsam fasciam, & habet sibi adnexum vitrum planum politum, quod interiore superficie contingit superficiem ipsius fasciæ circularis. In eadem vitri superficie habetur recta linea *YZ*, quæ designat gradus contentos in arcu circuli inter ipsam & initium divisionis *o*.

207. Intra cavitatem *TBS* interceptam parietibus infundenda est aqua, quæ ne effluat ad margines parietis mobilis in *RH*, *FQ*, ii margines sunt obducti corio rite præparato.

Ad

Ad ipsum præparandum Stephanus Conti, & Nicolaus Narducci Lucenses Patricii, ingeniosissimi viri, & bonarum artium amantissimi, ac in instrumentis etiam per se ipsos perficiendis ad Physicam, & Astronomiam idoneis maxime industrii, cum quibus etiam plurimas institui hujus generis observationes ope prismatum; quæ ipsi mihi elaborarunt egregia sane, & Artifici hoc instrumentum mihi ex meo præscripto paranti adfiterentur dirigentes opus ipsum, adhibuerunt sequentem methodum. Accepta uncia ceræ albæ bonæ, uncia therebintinæ Venetæ, semiuncia olei olivæ, & liquata tota massa ad ignem, ubi ea ita cæpit refrigerare, ut a digito immerso ejus calor tolerari posset, immissum est corium ita, ut bene imbueretur, tum extractum, & exsiccatum, ac diligenter applicatum ad illa latera. Eo pacto omnis aquæ efluxus est impeditus, relicto libero motu parietis mobilis.

208. Infusa aqua habetur prisma aqueum truncatum, ut patet, cujus angulus refringens est is, quem continerent plana vitrorum S, T producta usque ad concursum: ipsum autem indicat lineola YZ, si initium divisionis o sit rite definitum. Facile est autem id efficere; ut ipsum rite definitum sit. Satis est ope cochleæ PN adducere parietem mobilem RPQ ad parallelismum cum fixo KML, qui parallelismus hoc pacto accuratissime definitur. Directo ope speculi radio Solis proxime horizontaliter, quod commode fit ope machinulæ figuræ 10 methodo num. 185 supplementis usum heliostatæ, notetur ejus locus in pariete opposito, dum libere transit, tum interposito instrumento, ita, ut debeat transire per vitra T, S, & aquam intermediam, moveatur index PN, donec radius transmissus eodem redeat omni refractione destructa. In eo situ ita collocetur vitrum YZ, ut lineola transeat per illud initium divisionis o, & in eo situ adnectatur cursori QY, qui deinde rite denotabit angulum refringentem aquæ per eandem lineolam. Ipsa autem lineola ducenda fuit in plano tangente superficiem fasciæ circularis ad evitandam omnem parallaxim, quæ haberetur, si ea distaret ab eadem superficie, & oculus deflecteretur a directione perpendiculari.

209. Si vitrum jam esset adnexum; fatis esset in positione parallelismi inventa methodo tradita notare distantiam lineolæ

neolæ a puncto o , quæ rectificationem instrumenti exhiberet addenda arcui in aliis positionibus designato, vel subtrahenda, prout in casu parallelismi jaceret ipsa lineola respectu o ad partes X , vel ad partes V .

210. Eadem methodo liceret etiam investigare, an vitra S , T re ipsa essent terminata planis parallelis, ut accurata instrumenti constructio requirit, an secus: nimirum ante infusionem aquæ traducendus esset radius per ipsa vitra, quo abeunte ad eundem locum, ad quem abit sine instrumento, haberetur ipsius parallelismi indicium: nam si alio abiret radius; certo inde deduceretur haberi aliquam superficierum alterius vitri, vel utriusque inclinationem ad se invicem. Rectificatio habita per destructionem refractionis post aquam infusam corrigeret pro pluribus observationibus ejusmodi inclinationis effectum, ubi ea exigua esset; sed ad instrumenti perfectionem habendam, oporteret vitra ad parallelismum adducere, quem an affecta fuerint, facile definietur ante, quam aptentur ipsi machinæ, transmittendo radium Solis per ipsa singula, & videndo, an ipsum quidquam de sua directione detorqueant.

211. Exhibentibus angulorum gradus divisionibus fasciæ circularis XV , facile minuta obtineri poterunt ope divisionum circuli PN , notando nimirum, quot particulæ desint ad finem gradus, si ad datam positionem deventum est augendo angulum, vel ad initium, si minuendo, comperto semel, quot particulæ debeantur uni gradui. Nimirum illa divisio circuli PQ cum motu indicis idem præstat, quod in communibus instrumentis micrometrum.

212. Multo tutius minuta haberi possunt, adnectendo regulæ QY in Y arcum plurium graduum divisum in particulas singulis minutis majores vel minores gradu, nimirum efformando eum, quem *Nonium* appellant Geometræ practici, qui non est obnoxius iis inæqualitatibus motuum, quarum est summum periculum in cochlea, potissimum in hac foemina, quæ ob arcus curvaturam non potest esse ita longa, ut plures habeat spiras. Tum vero inutilis est divisio circuli PN , & index; sed cochlea adhuc est necessaria ad habendum motum plani RPQ lentum, & continuum, qui sine cochlea haberetur per saltus.

213. Ut possit institui examen divisionis fasciæ XV ,
ego

ego quidem illud curavi, ut axiculus HF prominere ad partes F cum centro circuli XV ibi notato. Tum enim facile accipitur radius ejus circuli, & fieri potest ejus scala divisa ope transversalium in partes 1000: tum vel ejus ope, vel ope circini proportionis accurati facile est videre, an singulæ chordæ incipiendo a o contineant numerum particularum, cui respondere debet ex tabula sinuum duplum sinus dimidii arcus, & si id minus accidat, invenire correctionem.

214. Ope hujus instrumenti admodum facile determinantur etiam omnes anguli, in quibus radius pervenit ad singula plana aquæ, & vitri, si adhibeatur methodus exposita num. 184 supplens vicem heliostatæ. Admodum enim facile datur instrumento ejusmodi positio, ut radius incidat perpendiculariter ad primam superficiem vitri T, si ea obvertatur foramini. Ea superficies partem radiorum retro reflectit, & reflexus radius satis clare cernitur prope foramen ipsum. Si basis AC insistat plano, quod ope trium cochlearum acquirere possit positionem quam libuerit: admodum facile id efficitur, ut is reflexus radius redeat accurate ad ipsum foramen. Eo casu evadit superficies ei radii perpendicularis. Tum vero si prisma vitreum sit isoscelium, remanebit inter ipsum, & faciem instrumenti perpendicularem basi prisma aquæ, cujus angulus refringens erit dimidius anguli prismatis vitrei, inter ipsum vero, & latus oppositum mobile prisma aqueum, cujus angulus erit æqualis summæ ex gradibus notatis ab instrumento, & dimidio angulo prismatis vitrei; nam eo casu in fig. 24 angulus DFC evadit rectus, adeoque si concipiatur recta EN perpendicularis basi DF, & occurrens lateri AD in N, quæ debet esse parallela lateri CFB, erit angulus EFC æqualis alterno FEN, dimidius totius FED; angulus vero ADE externus æqualis binis internis, & oppositis, quorum alter DEN erit dimidius anguli DEF, & alter DNE erit æqualis angulo ABC ipsius instrumenti interno, & opposito in parallelis EN, BC.

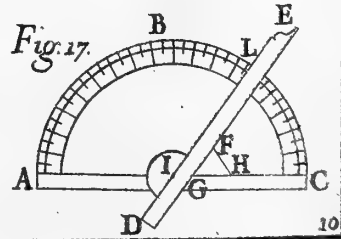
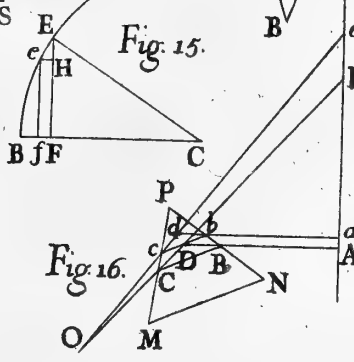
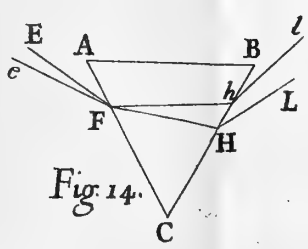
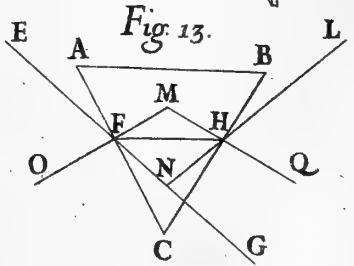
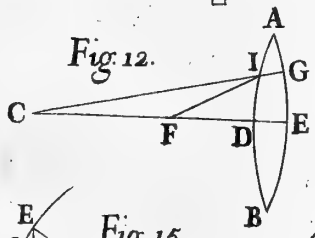
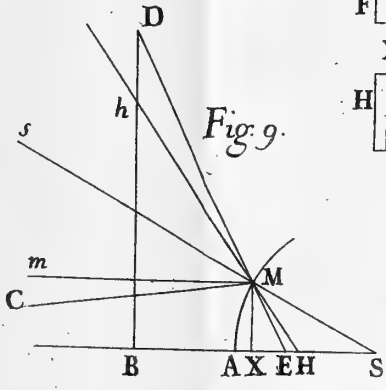
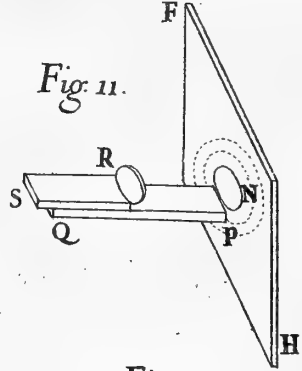
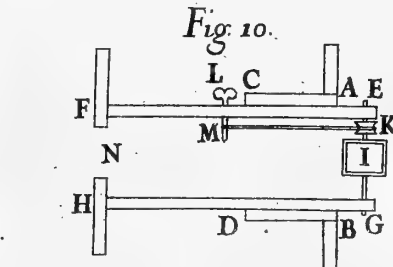
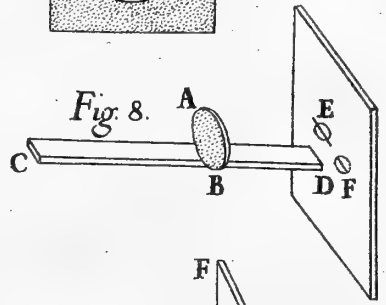
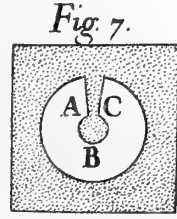
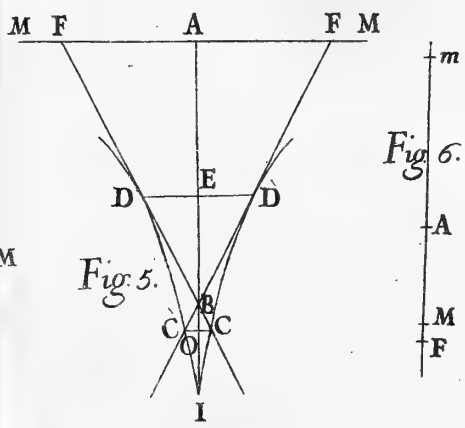
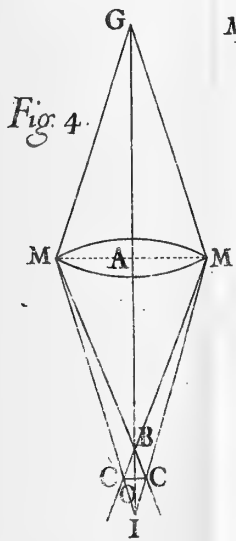
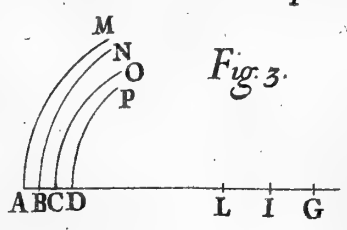
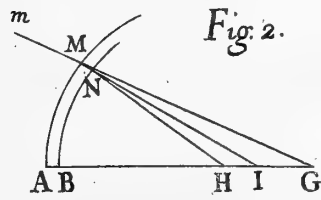
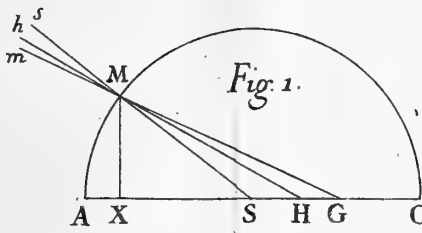
215. II anguli separatim inventi jam per se exhibebunt valores pro calculo numeri 196, & ex iis facile deducuntur valores omnium inclinationum radii ad superficies omnes refringentes, in quas incidit pro calculo indicato a num. 200.

216. Jam vero satis patet ex dictis usus ipsius machinulæ. Ubi ea rite rectificata sit methodo usitata in instrumentis, & exposita a num. 209, immisso prismatulo vitreo, & aqua, movendum est latus mobile RPQ , donec radius exeat in eadem directione irrefractus, & recta ZY , vel nonius indicabit angulum aquæ necessarium ad corrigendam refractionem prismatis vitrei immissi, qui combinatus cum ipsius angulo exhibebit rationem qualitatum refractivarum: adducto autem latere mobili ad positionem, quæ extinguat colores, habebuntur eadem pro qualitatum distractivarum comparatione.

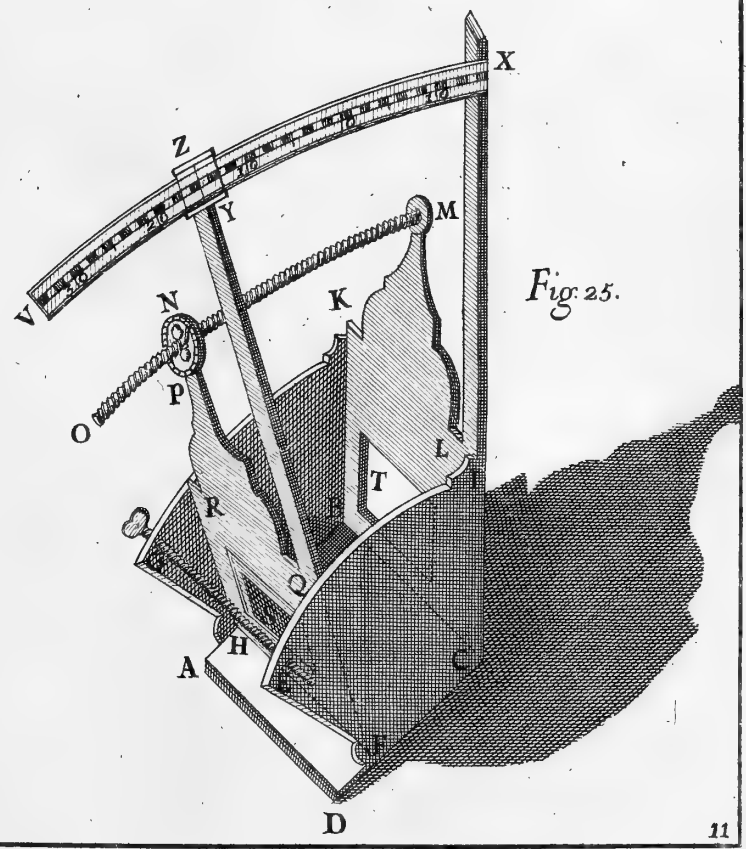
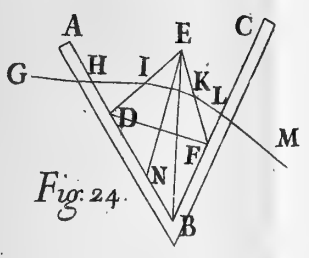
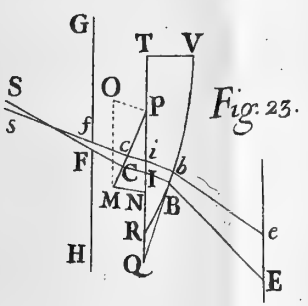
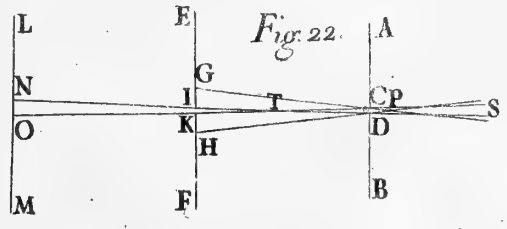
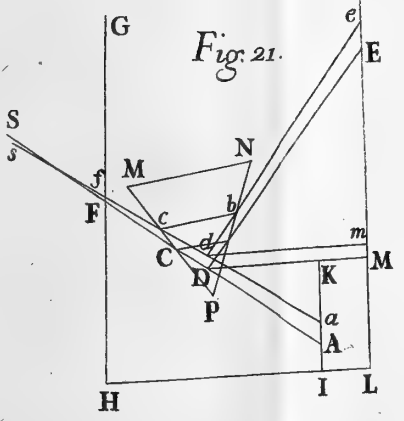
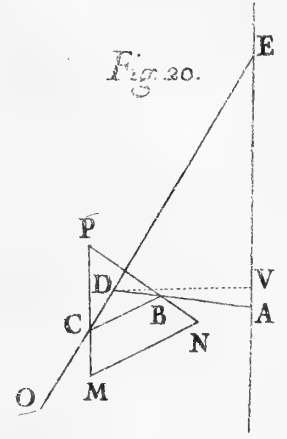
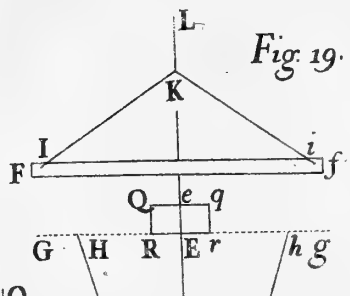
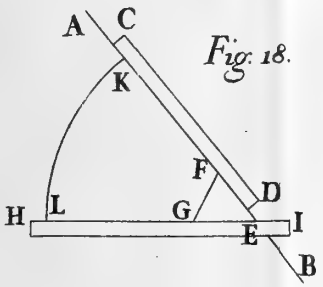
217. Verum potest idem instrumentum remoto prismate vitreo adhiberi ad determinandas qualitatem refractivam, & distractivam vitri absolutas, ut etiam excepto radio in directione perpendiculari primæ superficiæ, possunt haberi ejus ope angulus incidentiæ, & refractus in egressu ad ostendendam constantem rationem sinuum angulorum ipsorum incidentiæ, & refracti, sed ea huc non pertinent.

Scholium Generale:

218. **E**Xposuimus jam præcipua, quæ pertinent ad theoriam: evolvimus formulas pertinentes ad focos lentium, & accurate demonstravimus tum ipsas, tum plura ipsarum consectaria: determinavimus, & inter se comparavimus errores ortos a diversa refrangibilitate radiorum, & a figura spherica: exposuimus quando, & quomodo corrigi possint: evolvimus quæ pertinent ad determinandos valores, qui ingrediuntur formulas exhibentes ejusmodi correctionem tam ope lentium, quam ope prismatum, ubi plura, quæ ad ipsorum prismatum theoriam pertinent diligenter perfecti sumus. Præter theoriam exposuimus etiam illa, quæ pertinent ad praxim describendo plura instrumenta, & ostendendo, qua ratione ipsorum ope debeant institui observationes. Superesset eorum omnium applicatio ad observationes diligenter institutas, cum exemplis calculorum, & eorum fructu, exhibitis systematis superficierum terminantium binas lentes objectivas, quæ aptissima sint ad hæc nova telescopiorum









rum genera cum aliqua institutione sejuncta ab omni geometria, quæ communibus artificibus inservire possit. Verum ea omnia locum hic habere non possunt, ubi limites honestos dissertationis inserendæ commentariis Academiae excessimus. Edemus ea omnia separatim, ubi primum per tempus licuerit, cum hisce ipsis, quæ huc congesimus, auctis, & adhuc magis declaratis opusculo paulo fusiore.

JANI PLANCI ARIMINENSIS.

De Incessu marinorum Echinorum ac de Rebus quibusdam aliis Marinis.

A D

F E R D I N A N D U M B A S S I U M

Bononiensis Scientiarum Instituti Academicum

EPISTOLA.

Quomodo incedant marini Echini ambigunt, ut nostri Bassi suavissime, Rerum Naturalium Scriptores; alii quidem spinis illis procedere ajunt, quibus extrinsecus instructum est animal univcrsum; alii vero cornibus progredi arbitrantur, quæ a foraminibus innumeris per univcrsum fere corpus sparsis emittunt Echini, dum in aqua versantur, ut emittunt a capite tantum Cochleæ, sive terrestres, sive marinæ; hæc Echinorum cornua, crura propterea vocitarunt ii, qui ipsis veluti pedibus uti arbitrati sunt. Comes Josephus Zinannius Ravennas Vir nobilissimus, mihi que amicissimus dum viveret, & Historiæ Naturæ peritissimus, ut hanc rem plane cognosceret, persæpe ad me scripserat, ut marinos Echinos vivos in aqua servatos ad ipsum mitterem. Capiuntur enim a nostris Piscatoribus Echini, & quidem prægrandes in Hadriatico Mari, ut in eo Libro de Conchis minus notis adnotavi; verum quum rari sint apud nos, & in alto tantum capiantur, semper mortui, & pene foetidi, non in cibum, sed ad curiosam voluptatem ad nos deferuntur. Quare in Etruria quum versarer, & Senis essem, ut Anatomen ibi primo loco docerem, anno millesimo septingentesimo quadragesimo tertio mense februario, Bacchannaliorum feriis, quum Senis Epidemica Coryza grassaretur, Pisas, & Liburnum cogitavi, ut eo tempore clementiore cælo fruerer, & simul observationes aliquas maritimas mihi ad mare nato semper pergratas instituerem. Itinere igitur
ciliis

cifis suscepto uno cum Francisco Pafinio nobili Ariminensi Adolescente, qui mecum Senis Studiorum fuorum causa morabatur, quique postea majoris nostri Templi ad multos annos fuerat Canonicus, & modo Flamen Tuderti est renuntiat, ante diem sexto calendas martias Liburni degebamus, & quum ea dies serena esset, & mare tranquillum cymba Turrim speculariam, quæ Laternam continet, petii; Cymbæ Vectores arundines detulerunt in extremitate diffractas, & ita comparatas, ut iis Echini caperentur, ut revera me præsentem ultra viginti in fundo maris inter faxa capti sunt, quos, ut in vas aqua plenum conjicerentur, curavi. In ipsamet cymba, dum ibi degebam, & extra, tum in Turri illa specularia, tum in ipso Lazari Lœmodachio, in quo merces, & Homines excipiuntur, ad certosque dies detinentur, ut a Pestis suspitione expurgentur, ad quem locum oblectandi animi causa, & ut sacro interesset, navigavi (dies enim festus erat), aliquot observationes circa motum progressivum Echinorum institui, sed domum reversus accuratius eas repetivi coram Pafinio, qui stomacho minus valens mari licet quieto se committere noluit. Et primum adnotavi Echinos illos, qui passim Liburni venduntur, esse eos Echinos minores, quos Gualterius Magni Ducis Etruriæ Archiater, & amicus noster suavissimus, dum viveret, vocat Echinometram amethystinis claviculis; Claviculos enim vocat Echinorum spinas, seu aculeos; sed Liburnenses Echini non omnes aculeis amethystinis sunt instructi, sed alii subrubri coloris, alii subnigri gerunt aculeos; ut sunt & Echini, qui apud nos inveniuntur, sed nostri majores mole plerumque sunt, ut eorum aliqui ad magnitudinem interdum Echinorum illorum majorum excrescant, quos nostri Melones marinos vocitant. Fortasse excrescunt ita apud nos, quod raro a Piscatoribus nostris capiuntur, & alto tantum in mari diu quieti vivere sinantur. Omnes istos Echinos observavi movere spinas suas etiam extra aquam positos, sed extra aquam progredi numquam vidi. Si in latus ponerentur, spinis suis, seu aculeis statim supinos, pronosve se dejiciebant. Positio enim lateralis ipsis videbatur semper gravis, & molesta, ut repetitis experimentis observavi, eos sic tum extra aquam, tum in aqua ipsa collocando; statim enim, ut dixi, supinos sed frequentius pronos se dejiciebant. Ut progrediantur vero Echini in
aqua,

aqua, ita se componunt, nam extra aquam non progrediuntur umquam, ut dixi, ut innumera cornua emittant per foraminula, quæ jacent inter spinas. Hæc cornua tertio saltem longiora sunt spinis ipsis. Cornibus igitur ipsis istis veluti cruribus progrediuntur, & tunc immobiles, & radiatim extensos gerunt aculeos. Istis cornibus non tantum progrediuntur, sed hærent quoque, si lubet, loco, cui insunt, ut observavi; Nam Echini per catinum fictile faventino vitro probe obductum, & lateribus ad horizontem parum inclinatiss, & fere perpendicularibus ascendebant, & catino ita hærebant interdum, ut non facile ab eo divellerentur. Extra aquam vero Echini statim intra corpus cornua sua reconducunt, & non amplius incedunt spinas tantum, seu aculeos tunc motitant, quibus si lateraliter sint locati, pronos supinose, ut dixi, se componunt. In catino plano, & in discis etiam progrediuntur, & hærent suis cornibus Echini, si aqua tertiam saltem partem eorum corporis operiat, at si aqua omnino detrahatur, immobiles statim subductis cornibus fiunt, & a vase decidunt sponte, si vas inclinatur, quod non ita accidit, si vas sit aqua refertum, tunc enim, etiamsi vas inclinatur, Echini, ne dimoveantur, & decendant, cornibus suis fundo, vel lateri vasi arte insistent, & hærent. Quare apparet male eos sensisse, qui asseruerunt Echinos spinis incedere; nam spinis ascendere numquam possent, si vas latera habeat lævigata, & fere perpendicularia, ut habebat catinum illud vitriatum, & Lebes æneus, in quibus Echinos vivos collocavi, & ascendere observavi, ut extra ea vasa egrederentur, nisi operirentur. Corpora enim acuta & dura, ut sunt Echinorum aculei corporibus duris, & lævigatis numquam hæreere possunt, præsertim si latera sint perpendicularia, vel ad horizontem parum inclinata.

Cornua ista seu crura, quibus Echini incedunt, & interdum solo hærent, ita sunt conformata, ut cylindrica, & nigra oculis nudis appareant, at si lente vitrea oculi instruantur conicæ figuræ esse deprehenduntur, & internodiis, seu fasciis subalbidis distincta. Extremitas horum cornuum latior est, & excavata, & intus albi coloris. Quare cornua ista Muscarum proboscidi similia sunt, vel Hirudinum ori, quibus hæreere solo, & fugere fortasse aquam illam poterunt, qua Echini plerumque corpus refertum gerunt. Verum primus

ha-

harum proboscidum usus videtur esse, ut Echinis pedum loco sint, quibus incedant, & solo hæreant; si solum declive, & lubricum sit, ut latera lebetum, & catorum sunt.

Gulielmus Rondeletius, qui primus generalem Historiam Piscium scripsit, observavit & ipse innumera illa foraminula in Echinis, & ab iis prodire nervos opinatus est, qui aculeos motum suppeditarent, sed Echinis non recta incedere arbitratus est, sed ope spinarum in orbem tantum volvi, ut eorum incessus esset, ut esse finxerat Aristophanes apud Platonem in convivio priscis hominibus, antequam a Jove dividebantur. In orbem enim volvi humanum genus fabulatus est Philosophus ille, ita in orbem, & in gyrum tantum volvi opinatur Rondeletius Echinis ope spinarum, quæ a nervulis per foraminula illa prodeuntibus adjuvantur; sed male opinatus est, ut vidimus, Rondeletius. Nam Echini non in orbem, seu in gyrum progrediuntur spinis suis, sed recta cornibus illis, quæ descripsimus, incedunt, & cornibus illis hærent solo, seu fundo maris interdum, præsertim in procellis, ut ipse quoque adnotavit, ut tali adhæsione sævitiam maris Nautis præfagiant.

Structura vero totius Echini Testæ, seu Echinometræ, ut vocant, mirabilis admodum est; constat enim cujusque Echini Testa decem triangulis sphericis, quorum quidem quinque sunt majora, quinque vero minora, alternatim inter se disposita. Quæ majora, duplo latiora sunt minoribus, sed quæ sunt minora a duplici serie foraminum ambiuntur, & series quæque foramina innumera continet a vertice trianguli ad basim usque irregulariter plerumque disposita; per hæc foramina egrediuntur proboscides illæ, seu cornua, pedesque dicas, quando Echinus in aqua degit, quibus, ut dixi, incedit, solove hæret, vel etiam quasi exercens sese eas in varias partes dimovet, præsertim eas, quæ in ventre, aut in vertice triangulorum gerit. Incedit enim plerumque Echinus pronò ore, ut vidimus. Singula triangula, quæ majora, quæ minora dividi possunt in duas partes, quæ denticulatæ sunt, & pars quæque dimidii trianguli totidem heptagonis constat irregularibus. Duæ enim partes laterales parallelæ omnino jacent, ut ea in parte, ubi connectuntur cum alio triangulo, tribus lateribus constat heptagonum; in ea vero parte, ubi dimidia triangula connectuntur, duo tantum latera possidet hepta-

heptagonum, quo ibi angulum acutum, dentemque conficit, quo unum dimidium triangulum sphaericum cum alio dimidio conjungitur. Partes heptagonæ minorum triangulorum sunt perforatæ; partes vero majorum triangulorum sunt omnino occlusæ. In uno quoque heptagono quatuor foramina reperiuntur, & interdum plura, & duo semper in ipsa met commissura. Quare quum partes heptagonæ sint triginta plerumque in quolibet dimidio triangulo, & sexaginta in triangulo integro, & triangula perforata quum quinque sint, patet numerum foraminum, per quæ proboscides emittunt Echini, ad mille & ducentum ascendere, & amplius, nam interdum plura quam quatuor foramina in aliquibus illis partibus heptagonis reperiuntur, præter illa duo foramina communia, quæ in qualibet commissura semper reperiuntur. Ad mille, & quadringenta circiter erunt cornua, seu proboscides, quibus pedum loco incedere possunt Echini, quibusque hæere solo, si iis lubeat. Aculeorum numerus est paulo major, nam quatuor vel quinque papillas, quibus spinæ hærent, numeravi in singulis heptagonis minorum triangulorum. Quare numerus spinarum, seu aculeorum ad duo millia, & amplius erit. Spinæ videntur a natura Echinis datæ, ut ipsis armorum loco sint, ne a majoribus Piscibus deglutiantur, & præcipue fulcro ipsis veluti sunt, ut in varias partes volentur, & præsertim in pronam partem magis ipsis commodam, ut vidimus, dejiciantur, quod ope sola proboscidum obtinere non possent, molles enim illæ sunt, & capillamentorum instar. Spina quæque excavata est eo in loco, quo jungitur, seu articulatur cum papilla illa, quæ a corpore Echinometræ exstat. Papilla ipsa impervia est, neque cum internis partibus Animantis communicat; quare apparet moveri spinas ope membranæ tenuissimæ, quæ cutis instar Echinum universum extrinsecus ambit. Echini igitur cutim hanc moventes spinas etiam movent, uti Canes faciunt, quibus a natura datum est, ut per panniculum carnosum cutem ipsam, & pilos simul movere possint, quod nobis Hominibus concessum non est. Quare ex hoc etiam patet minus apte eos sensisse, qui opinati sunt Echinos spinis veluti pedibus procedere. Cutis enim non ita potest se disponi, ut ad nutum animantis tot motus conficiat, quot sunt necessarii, ut ipse incedat, & in tot, tamque varias partes moveatur.

Quæ

Quæ modo dixi de motu, & structura proboscidum observata fuerunt in Echinis illis minoribus, qui præditi sunt aculeis nigris, rubris, & amethystinis. Observationes vero, & figuræ triangulorum, partiumque eorum a me desumptæ fuerunt in Echinis majoribus, quos nostrates Melones marinos vocant, quorum triangulorum partes non ita arcte inter se cohærent, ut in Echinometra vulgari, quæ licet sit ejusdem structuræ, tamen propter nimiam partium cohærentiam non ita apta est ad observationes, ut Echinometra ista magna, & nobis frequentissima.

Præter innumera illa foramina ad proboscides demittendas, reperiuntur in Echinometra duo alia magna foramina per diametrum opposita, quorum unum majus est, & ad basim Animantis, cui os constituit, quod quinque dentibus acuminatis, & vere osseis constat, immo semilapideis, ut in nobis, præsertim ea in parte, quæ foris extat. Totius vero oris structura, quæ alligata est membranæ fortissimæ, & tota est mobilis, & testacea, coni truncati figura admirabilis admodum est, & ab aliquibus Diogenis laterna dicitur, quæ picta conspici potest in Indice Gualteriano Tabula centesima septima sub littera D. Ad istam mobilem laternam appositæ sunt quinque Valvæ, quæ perforatæ sunt, & ex ipsa testæ Echini veluti contorta conflatæ. In medio exurgit canalis cylindricus ad cibos suscipiendos, qui post aliquot convolutiones, in quibus tres sacculos efficit, qui veluti totidem ventriculi sunt, desinit ad alterum foramen, quod anum constituit. Circa ani foramen est membrana quædam extrinsecus particulis osseis, lapideisve conspersa, ut adnotavit Gualterius loco citato sub littera O. Sed particulæ istæ reperiuntur etiam ad membranam oris præsertim circa dentes, quæ non immerito a Gualterio Cerebritis, aut Mæandritis genus dicuntur. Cibum Echinorum vulgarium minorum teste Rondeletio est aqua, lutum, arena, sed lutum potissimum videtur esse; luteas enim pilulas, seu scybalas, gerunt in fine intestinorum, & ex his pilulis, scybalisque arbitratur Battarra noster originem ducere Petrobrya, quæ in nostro mari sunt frequentia. Echini vero majores Melones marini dicti vescuntur Filograna a me in Libro de Conchis minus notis descripta, & quæ melius describetur cum apposita figura in Appendice ejus libri, quam paro; referti enim eorum ventriculi ea Filograna comminuta

reperiuntur. Fortasse eadem, vel alia re æque dura vescuntur & Echini vulgares, quos eos quoque dentibus solidissimis instructos videmus; talibus enim dentibus non indigent, si luto, arenaque vescerentur, quæ per se jam non indigent, ut comminuantur. Quinque aliis denique foraminibus circa anum instructa est quælibet Echinometra, ut per eorum singula copiosa ova excludantur, quæ in ovariis copiosa semper reperiuntur. In ventre Echinorum loca multa vacua reperiuntur inter intestina, & ovaria, quæ aqua marina sunt referta, quam fortasse per proboscides, seu per cornua illa fugit, ut dixi, Echinus.

Quoniam de Echinis marinis, & præsertim de eorum incessu modo a me verba facta sunt, lubet hic genus quoddam novum Echinorum marinorum referre. Id non crustaceum est, seu testaceum, uti sunt Echini omnes, sed coriaceum, seu cartilagineum. Horum minores, & vulgatiores speciem gerunt Prunæ Damascenæ exsiccata, sed ex iis alii longe majores sunt, qui os ornatum habent fimbriis carneis, quæ defunt in aliis, non quod reipsa defint, sed quod intra corpus occultas habeant hujusmodi fimbrias, nam & majores quoque interdum fimbrias suas recondunt, sed pressione facta exeunt. Vocavi Echinum hoc animantis genus, quod in decem triangula sit divisum, ut divisa est Echinometra, & Papillæ extantes in triangulis minoribus cernantur, quæ aculeata non sunt, sed perforata, per quas credibile est cornua prodire, quibus incedat hoc Echini peculiare genus; dico peculiare, quod coriaceum, seu cartilagineum totum sit in cortice, & non crustaceum, testaceumve, uti sunt Echini omnes. Præterea cum Echinis convenit, quod intra corpus in initio speciem quandam Diogenis laternæ habeat, quæ tamen non crustacea, sed cartilaginea est, albi tamen coloris est, ut in Echinis. Non convenit tamen cum Echinis, quod aculeos nullos gerat, quodque papillas pertusas habeat, & quod denique structura ejus magis cum Mentulis marinis conveniat. Sed quicquid sit de hac re alii viderint. Echinos istos si dissecamus, non Coralla, seu ova ostendunt, uti ostendere solent Echinometra, sed ostendunt tantum intestina, uti Mentula. Genus hoc Echini adumbratum figura, & descriptione a Rondeletio fuit in Libro de Insectis, & Zoophytis cap. XXVII. sub nomine Cucu-

Cumeris marini, & revera valde simile est Cucumeri agresti terrestri Asinino dicto, ex quo Elaterium paratur. Sed Rondeletius non cognovit fimbrias, quibus ornatur ejus os, neque lanternam illam ori appositam, & partes interiores indiscretas habere dixit, quum tamen distincte intestina in eo cernantur.

Genus hoc Echinorum, seu Mentulæ marinæ papillis regularibus instructæ revocat in mentem Mentulas illas, quas *Carnumi* vernacula Liburnensium Lingua appellat Reditus, & quas *Spongias* Piscatores nostri appellare solent, quod virosus, seu pisculentum ingratum odorem dissectæ referant, quem referunt Spongiæ vulgares recentes. Genus hoc Mentularum, seu Echinorum cartilagineum frequentissimum est in nostro mari. Solitariae apparent sæpe numero, uti apparent Oitreae interdum, nullis rebus adhærentes, & conjunctæ frequenter sunt tum inter se, tum cum aliis rebus, quibus fortiter, ut in eas res radices agere, seu mittere videantur. Hujus Animantis, seu Zoophyti externa figura irregularis plerumque est, & informis; papillis enim permultis, & fulcis nigro cœno conspurcatis apparent. Papillæ, & cortex universus hujus Animantis, si dissecentur, cartilaginea apparent, & albi coloris in loco dissectionis, uti albi coloris, & fere perlacei est pars universa concava, seu interna hujus corticis. Inter corticem, & carneam partem aqua permulta marina reperitur semper, si Zoophytum istud tum recens sit a mari eductum; deinde in conspectum venit Animal ipsum, seu pulpamentum, quod virosus illud spongiæ recentis odorem spirat. Pulpamentum hoc spadicei coloris est, & ita extrinsecus conformatum, ut ventriculi humani figuram referat, in quo fibræ apparent longitudinales, & circulares, uti in ventriculis nostris. Præterea colla duo ostendit, seu ostia in parte superiori ad horizontem parallela, quæ cum cardia, & cum pyloro ventriculi humani comparari possunt. Colla hæc, seu ostia sunt impense rubra, seu punicei coloris, & solida quodammodo videntur, seu parum excavata; quin immo, si pulpamentum manibus apprehendatur, & a cortice divellatur, pars quædam impense rubra, quæ veluti colli anima est, cortici remanet adhærens, & ventriculus avellitur cum membrana colli excavata, per quam colla una cum ventriculo universo inflari possunt, si collum unum obligetur, uti per me sæpenumero ventriculi isti inflati, & exsiccati fuerunt. Licet Reditus cor in hoc

Zoophyto reperiri adferat, tamen venter iste dissectus structuræ glandulosæ magis apparet, uti est, quod callum, seu pulpamentum in ostreis appellant, quam structuræ Animantis cujusdam, licet in parte ejus interiori intestinula quædam, seu venulæ nullo ordine dispositæ appareant. Extrinsecus in his Zoophytis nullum os plerumque apparet, & anus nullus; at in quibusdam papillæ duæ exstantes, veluti duæ urticæ minores cernuntur, ad quas colla illa adhærent, & quibus Animal nutritium humorem fugit, & egerit. Hæ papillæ extrinsecus exstantes clare cernuntur in nonnullis. Inconspicua autem sunt, & veluti oblitteratæ in aliis innumeris, licet pulpamentum in iis recens & probe conformatum reperiretur. Pulpamentum hoc avide vorant Piscatores nostri crudum, & coctum, oleo & Pipere conditum, quasi Ostrearum pulpamentum esset, acidi tamen saporis est, mihi que omnino ingrati, præsertim propter virosam illum odorem.

Quoniam de Incessu marinarum Echinorum hanc Epistolam præsertim ad te, Bassi doctissime, scribo, placet hic veluti appendicis loco, de incessu marinarum Stellarum aliquid referre, quamquam & hoc ab aliis fuerit observatum, tamen ignoro an figuris id præstiterint, ut ego heic præsto. Stellæ igitur marinæ præsertim nostræ vulgatiores Hadriatici Maris, quarum figuras dedi in eo Libro, quem de Conchis minus notis inscripsi Tab. IV. sub litteris A B C, in incessu cum Echinometra maxime conveniunt. Nam si in aqua marina vivæ degant, cornua multa emittunt alta, & pellucida quæ indefinenter motitant, & quibus ore pronò incedunt, sed non recta incedunt, neque ita velociter, uti Echinometræ, sed tarde admodum veluti Testudines, & Cochleæ procedunt, viamque ingrediuntur non rectam, uti Echinometræ, sed obliquam, & fere circularem. Ipsæ quoque aculeos quosdam veluti spinas gerunt, quæ ipsis veluti totidem fulcra sunt, ut melius sustententur. At quando incessus, & positionis pronæ veluti pertesæ sunt, tunc radios suos incurvant, ut corpus attollant, & supinæ se se componant. Amant enim Stellæ marinæ interdum, ut ego in discis majoribus, & in catinis aqua marina, & arena refertis observavi, pronæ stare, sed interdum supinæ jacere, & manere, interdum arcuatæ quinque suis radiis innixæ diu manent, & interdum sub arenam omnino se condunt positione plerumque pronæ. Tandem si diu in aqua marina cum
are-

arena in catinis conclusæ ferventur per latera eorum non ascendunt, uti Echini, sed incurvando se se tantum seipsas motant, ut apices eorum radiorum dirumpantur, & in granula multa veluti Orizæ solvantur, & Stellæ ipsæ ita semifolutæ intereant. Os hujus Animantis valde curiosum est, quando Animal in aqua supinum est, & adhuc vivit; tunc enim ex ore illo circulari, & cartilagineo communi, quod in demortuis, & exsiccatis Stellis apparet, aliud os foliaceum infundibuli instar, sed veluti Lactucæ folium crispatum, & pelucidum emittunt. Foliaceum hoc os, & illud cartilagineum, quod magis est, ita Stellæ amplificare possunt, vivæ dum sunt, ut Tellinas vulgares, quæ non admodum parvæ sint, deglutiant, uti dixi in Libro de Conchis minus notis. Præterea hæ Stellæ anum in medio oppositum ori, uti Echini, veluti umbilicum quemdam gerunt, & in acumen attollunt.

Sed istud Stellarum genus peculiare hoc præterea habet, ut Cerebriem in dorso inter radios semper gerat, quod ex Linckio indicatum fuit a Nicolao Gualterio in indice suo Testaceorum Tabula CVII., dum Cerebriem, seu Mæandriem Echinorum memorat. Morbo ne an natura accidat, ut dorso hujus Stellæ, & circa anum, & circa os Echinorum hujusmodi plantæ lapideæ adnascantur semper, inquirendum. Pisces fere omnes intra cranium ad basim lapillos duos variæ figuræ, & magnitudinis juxta genus suum peculiare naturaliter gerunt, ita Echini gerere possunt lapillos hosce circa anum, & os, ut gerit semper Stella ista lateraliter plantulam hanc lapideam dorso adnatam, & alte infixam, ut corium ipsam dorfi omnino penetret, ut ego sæpe observavi. Vale. Datis Arimino ante diem IV. Nonas Decembrias Anno a Christo nato CIOCCCLX.

ADNOTATIONES:

- I. **P**artes Echinorum non semper sunt heptagonæ, ut in Figura quarta Tabulæ I., quæ desumptæ fuerunt a quodam prægrandi Echino, sed ubi conjunguntur cum partibus perforatis, plerumque non sunt trilateræ, ut in illa figura, sed unilateræ. Quare istæ partes, ut illæ perforatæ, plerumque pentagonæ sunt, & non heptagonæ, uti erant in Echino illo prægrandi.
- II. Circa anum non tantum quinque foramina sunt in fine triangulorum minorum pro exclusione ovorum; sed in fine quoque triangulorum majorum est etiam aliud foramen, per quod fortasse excluduntur & ova, quæ decidunt ex ovario vicino copiosa, & per quod fortasse intrat aqua illa marina, qua scatet semper venter Echinorum univfersus. Quare foramina ad anum, seu circa verticem Echini decem numero sunt, & multo quidem majora, quam ea foraminula, per quæ cornua prodeunt.
- III. Corpora illa testacea, seu lapidea, quæ observavit Gualterius supra membranam, quæ anum ambit, videntur esse papillæ irregulares, ex quibus prodeunt aculei minores, qui plerumque abliterantur, & hoc loco, ut observavi, Papillæ cum suis parvis aculeis non testæ Echini, sed huic membranæ hærent.
- IV. Circa os ad membranam circularem, quæ dentes cingit, reperiuntur semper in majoribus Echinis decem corpora rotunda testacea, & excavata, duo scilicet ad singulos dentes, in quibus corporibus fortasse infixi erant aculei, qui motu oris, & dentium obliterati sunt.
- V. Observavi circa finem intestinorum Echinorum illorum majorum, qui Melones dicuntur, pilulas quoque reperi pro genesi Petrobryi, ut Batarra noster opinatur, & membrana anum ambiens non in medio perforata est, sed lateraliter; quare oblique intestinum eam perforat.

EXPLICATIO FIGURARUM.

TAB. I.

Fig. 1. **E**chinus vulgaris Liburni, & Arimini spinis nigris, & rubris, & interdum amethystinis, in quo institutæ fuerunt observationes de ejus incessu. *aaaaa* Cornua sive pedes, quibus in aqua incedit Echinus, *bbbbbb* Aculei, seu spinæ.

Fig. 2. Cornua eadem microscopio aucta.

Fig. 3. Segmentum trianguli partim perforati, partim impervii ab Echino nostrate desumptum, & spinis denudatum, ut ejus partes melius cernantur.

Fig. 4. Sunt partes hexagonæ, & heptagonæ Echinorum triangula componentes. Partes heptagonæ, quæ & majores, sunt imperviæ; partes hexagonæ, quæ sunt minores, pro exitu pedum perforatæ sunt.

Fig. 5. Echinus major vulgo *Melone di Mare* ad orizontem bifariam sectus, ut partes ejus internæ cognoscantur.

AA. Hemispherium Echini superius, seu pars, in qua ejus os reperitur, quod tamen pro basi in Echinis, qui plerumque prono corpore incedunt, habetur. Ad *cccc* est canalis intestinorum tres sacculos *ccc*, seu ventriculos efformans, & desinens in *n*, ubi est anus. Circa *c* primum est fabrica oris Echini, quæ admirabilis est structuræ, & ab aliquibus Diogenis lanterna dicitur; mobilis tota est, & coni truncati figura, circa quam sunt quatuor valvæ immobiles, & fixæ a testa Echini prodeuntes. Ad *ddd* sunt spatia vacua in Echino aqua marina referta.

BB. Hemispherium Echini inferius, sive pars in qua anus *n* reperitur. Ad *hhhhh* sunt ovaria puniceæ coloris esculenta in Echino quinque triangulis majoribus, & imperviis hærentia, quibus in testa circa anum peculiare foramen datum est *ooooo*, ut ova excludi possint.

TAB. II.

- Fig. 1.* **E**Chinus coriaceus, Cucumis Rondeletio^s, qui tamen non ex majoribus est, fimbriis carnis *ccc* circa os *a* instructus.
- Fig. 2.* Idem fimbriis carnis destitutus. *A* os. *B* anus.
- Fig. 3.* Idem in ventre dissectus, ex quo prodeunt intestina *ee*.
- Fig. 4.* Mentula marina informis Carnumi a Redio vocitata nostris Spongiæ esculentæ cum cortice. Duo orificia ejus *aa* extantia. Fuci marini *bbbb* adnascentes huic Zoophyto.
- Fig. 5.* Eadem Mentula veluti radicibus *cccc* instructa, & Fucis parvulis in cortice conspersa.
- Fig. 6.* Eadem Mentula in cortice dissecta. *A* cortex Zoophyti coriaceus intus albus, & veluti perlaceus *h*. Ad *ee* sunt duo colla hujus Zoophyti. Ad *cccc* sunt tubercula varia extrinsecus nigricantia, sed secta albissima apparent. *b* corpus est, seu pulpamentum Zoophyti esculentum ventriculo humano simile, in quo fibræ apparent longitudinales, & circulares.
- Fig. 7.* Corpus dissectum pulpamenti, in quo veluti intestina, seu venæ exiles cernuntur. Colla pulpamenti *ee* aperta, & anima punicea destituta.
- Fig. 8.* Stella marina vulgaris corpore supino, ut os, & pedes cernantur. *aaaaaaaa* pedes, quibus incedit Stella; ad *b* est ejus os foliaceum.
- Fig. 9.* Eadem Stella in parte averfa expressa. Ad *a* ejus Cerebrites, ad *b* prominentia, in qua anus.
- Fig. 10.* Cerebrites Stellæ marinæ microscopio aucta.

Fig. 1.

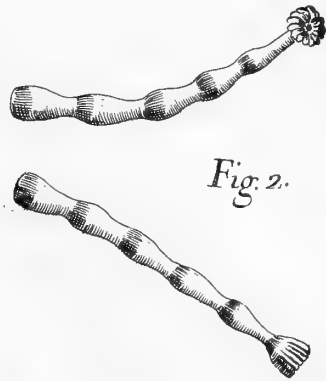
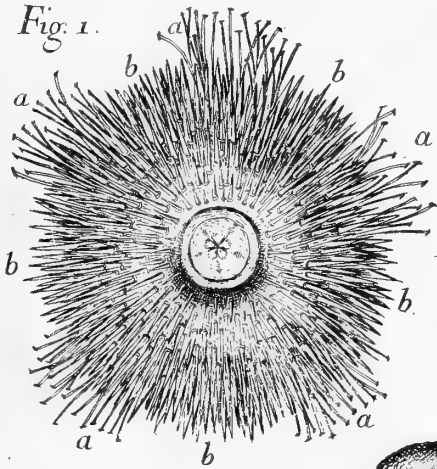


Fig. 2.

Fig. 3.



Fig. 4.

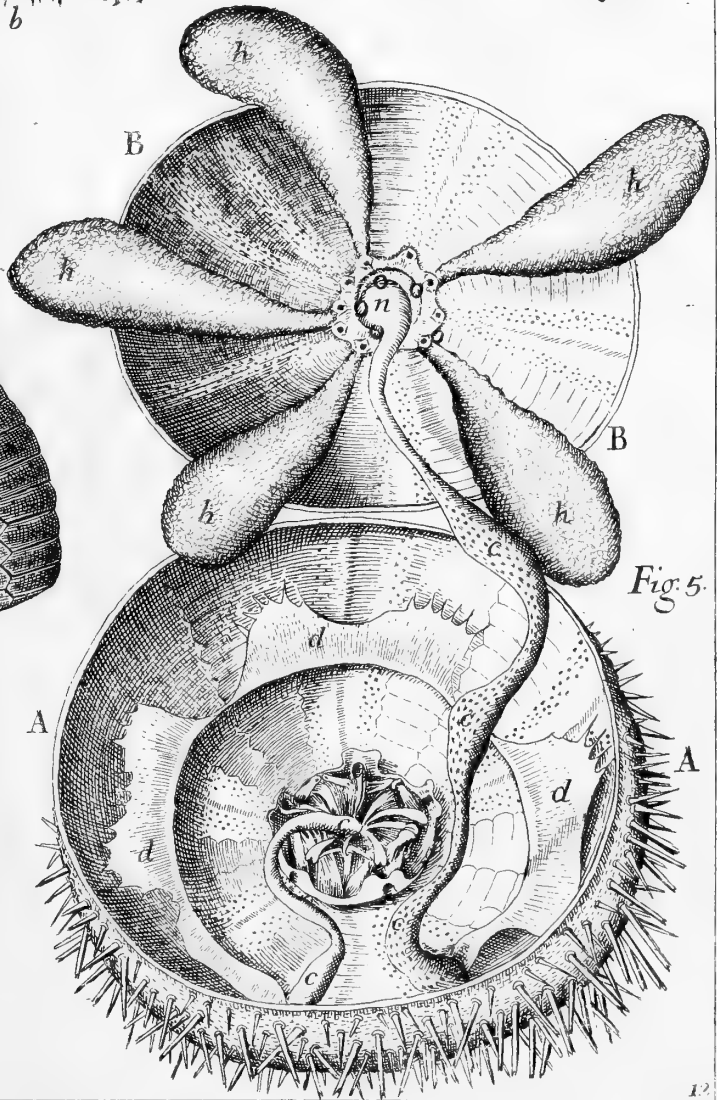
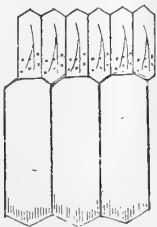
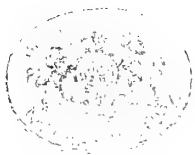
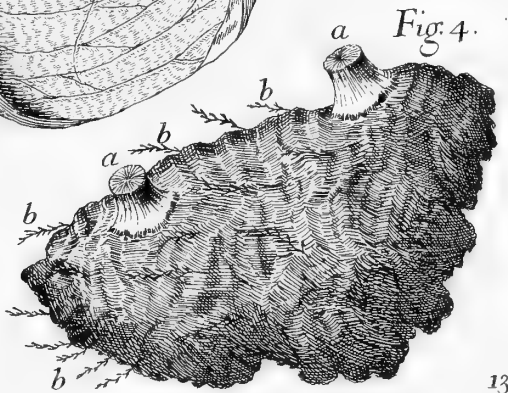
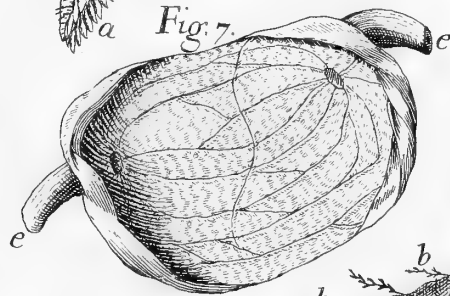
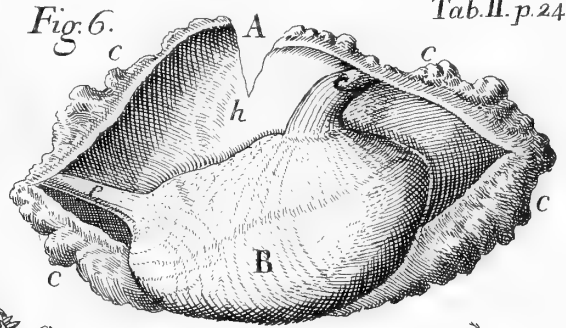
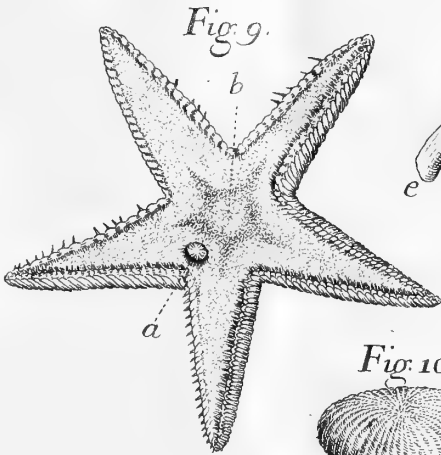
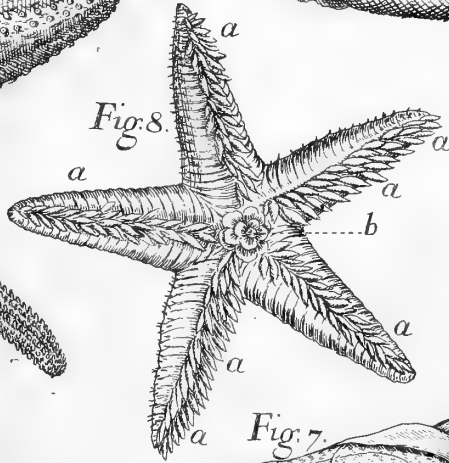
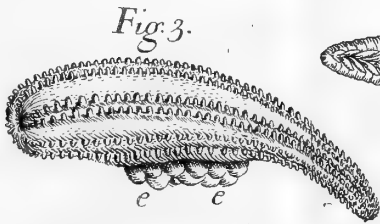
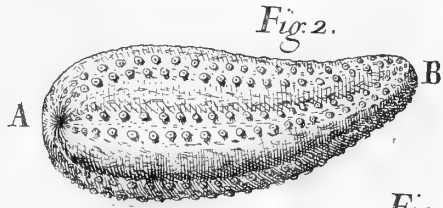
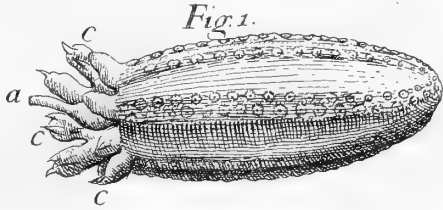


Fig. 5.







G U S M A N I G A L E A T I I .

De Renum Morbis.

Quantæ utilitatis fit in morbis, qui spectabilem in aliquo viscere labem aut efficiunt, aut ab ipsa producuntur, post accuratam morborum observationem, Cadavera eorum, qui in morbis occubuerunt, disseccare, & inclusa viscera attente perlustrare, vel ut ejusdem labis natura, & vera morbi causa, si fieri possit, cognoscatur, vel ut partium structura, quam morbi ipsi interdum illustrant, apertius detegatur, satis probare possunt *Historiæ Morborum, Anatomicarumque Sectionum a Mangeto, Boneto, aliisque recentioribus Auctoribus relatæ, inventaque, & confectaria plurima a Malpighio, Littorio, atque ab his omnibus, qui absque ulla mentis præoccupatione morbosas partes diligenter observarunt, ab ipsa partium observatione deducta.*

Hæc ego considerans, opportunum duxi, dictorum Anatomicorum vestigia sequendo, observationes non nullas in præsentî vobis exponere, quas elapsis annis in tribus, aut quatuor Ægrotis institui, qui etsi ætate, & sexu diversi, omnes tamen in eo convenerunt, quod iisdem in partibus læderentur, iisdemque fere morbis, & symptomatis vexati, eandem quoque mortem singuli objerint.

Prima fuit in Ollavinario quodam temperamenti biliosi, & habitus corporis gracilis, qui postquam ad aliquot annos levibus quibusdam, sed diuturnioribus doloribus ad dorsum, circa lumborum regionem sæpe conflictatus fuerit, in quorum uno sævius ingruente sanguinem minxit, & in lecto decubuit; & postquam molestissima dorsali lassitudine diutius laboraverit, hæcque ex dicta sanguinis hæmorrhagia gravis adeo evaserit, ut & curvum incedere, & ad quemcumque vel levem laborem illico ipsum sedere oporteret, circa sexagesimum suæ ætatis annum, ad veris finem, acutiore quam antea dolore

in dextro dorſi latere correptus, in lecto omnino jacere, & medicam opem quærere opus habuit. Olei amygdalarum dulcium potus, & Clyſterum emollientium uſus ipſi ſtatim præſcriptus fuit, ſed cum vomitu rejiceretur primum, a ſecundis vero nullum, aut breve tantum ſolamen reciperet Æger, immo dolor ſic interdum gravis, & acutus fieret, ut & agitari, & torqueri, & vomere, & ejulare admodum cogere- tur, de calculo in dextro rene exiſtente ſuſpicio aliqua orta eſt, & quamvis nullum verum nephriticum dolorem unquam antea paſſus fuerit, nec ullum unquam calculum, ſed tenues tantum, & rubras arenulas per urinam interdum eje- cerit; cum tamen in acutioribus doloribus moleſtæ aliquæ contractiones ad femur, ad inguen, & ad dextram ſcroti par- tem producerentur, cum identidem cibum, & potum per vo- mitum ejiceret, & poſtquam per aliquot dies a dolore liber extiterit, cum iterum ab eodem ſævius aggredere- tur, ideo non de alia, quam de prædicta cauſa cogitari rationabiliter poterat; præſertim cum moleſta laſſitudo, quam antea ad dor- ſum diutius pertulerat, & ſanguis, quem, ut diximus, ſemel per urinam ejecerat, indicare videretur calculum hunc in re- nibus a longo jam tempore impactum, & coagmentatum fuiſſe. Itaque cum a ſolis emollientibus nullum, aut parvum admodum ſolamen reciperet Æger, cumque febris, moleſta fitis, & diuturnæ vigiliæ, quæ horis etiam a dolore liberis ipſum aſſidue vexabant, inditium non leve præberent inci- pientis jam jam ad partem affectam inflammationis, miſſio ſanguinis e pede inſtituta fuit, cujus ope licet febris, & præ- dicta alia ſymptomata magnam partem fuerint imminuta, idemque dextri lateris dolor rarius inturgeret, ipſa tamen effi- cere non potuit, ut ab hoc omnino liber evaderet; immo, quotieſcumque dolor eum adoriebatur, omnes illos cruciatus, & anguſtias, quibus antea vexari ſolebat, iterum excitabat, atque etiam quandoque ad integros dies producebatur; abſque alia remiſſione quam illa, quæ vel a cliſteribus, & fotibus emollientibus, vel iis non juvantibus, a levioribus etiam opiatis eidem interdum aſſerebatur. Quoniam vero hujusmodi opiatorum uſus, ob dolorum vehementiam, vigiliarumque diuturnitatem, magis quam optaremus, Ægro neceſſarius vi- debatur, opportunum duximus urinarium laudanum cæteris omnibus opiatis anteponere, ut pote quod propter ſuam leni-

tatem, & propter specificorum aliorum ingredientium unionem tutius, & opportunius in hoc casu videbatur.

Verum tum ab hoc, tum a similibus aliis remediis in morbi progressu omnino abstinere necesse fuit, non solum ob insignem Ægri debilitatem, verum etiam propter vomitum, qui ab ipsorum usu semper excitabatur. Id autem, quod a principio, usque fere ad morbi finem, nunquam intermisimus, fuerunt potiones copiosæ, vel jusculorum emollientium, vel simplicis nocerianæ aquæ, non tantum quia continua Ægri sitis fecerat, ut ab ipso facilius tolerarentur, sed quia etiam urinæ, quæ in principio morbi parvæ admodum, & rubræ apparebant, in progressu, exhibitis hujusmodi largis potionibus, copiosæ, & claræ absque tamen ulla laudabili contentorum separatione, reddebantur. Prædictis potionibus addebatur etiam aliqua nitri depurati quantitas, & post decimamquartam, aut decimamquintam morbi diem arcanum duplicatum a Mylncht, ut videremus num a levioribus hisce diureticis urinæ aut sanguini impulsus aliquis adderetur, propter quem illi, qui in renibus latitare putabantur calculi, aut arenosa corpuscula ad exitum promoverentur; sed cum ultimum hoc remedium potius quam calculorum, aut arenarum descensui, doloribus, & cruciatibus fomitem, præberet, post quinque, aut sex dies ab eodem omnino abstinuimus. Interea febris, quæ a prima sanguinis missione multum, ut diximus, imminuta fuerat, circa decimamseptimam iterum reviviscere coepit; hinc necesse fuit aliam e brachio instituere, quæ adeo profuit, ut reliquo morbi cursu, usque fere ad ultimas ejus periodos nunquam febris amplius observata fuerit; immo, quotiescumque Æger minus a doloribus cruciabatur, aliquantisper e lecto surgere, & copiosorem cibum sumere, ipsumque intra stomachum retinere facilius potuerit, eidemque cibo aliquem vini haustum adjungere; cum ob summam virium debilitatem, ob diurnam stomachi nauseam, & ob maximam, qua ipsum exoptabat, aviditatem diebus a febre liberis vinum ei nunquam prohiberetur. Nam omissa quoque fuerunt semicupia, & balnea emollientia, in quibus tamen vix horæ dimidium detineri poterat propter vomitus, & animi deliquia, quæ facile eidem superveniebant; & quanquam post primum, aut secundum balneum lateris dolor profus evanuisse videbatur, ut ad aliquot dies ab eo omnino liber exti-

terit, reliqua tamen, quæ postmodum repetita fuerunt, balnea nullum dolori levamen attulerunt, immo post eadem magis ille invalescere cœpit; hinc hujusmodi, & aliis remediis aliquantulum superfedere opus fuit, præsertim cum per ea neque ullius calculi expulsio, neque ipsius, ut diximus, doloris integra sedatio haberetur. Verum circa vigesimam tertiam, aut quartam morbi diem, in qua ob longiorem aliquam doloris intermissionem Æger cibo, & potui aliquanto magis indulgere ausus fuit, natura ipsa, vel ab alimentorum copia, vel a continuato remediorum usu commota, viam aliam invenit, quanquam a Medico non quæsitam, per quam morbus expelleretur; quæ quidem etsi ad Ægrum sanandum non suffecit, apta tamen fuit, ut per eam a renalibus doloribus omnino liber evaserit, adeo ut de illis nunquam imposterum conquestus fuerit. Ad podicem itaque, seu ad recti intestini finem dolor, instar Tenesmi, ita acutus, & pungens eidem supervenit, ut de eo magis, quam de anteaacto nephritico dolore conqueri, & agitari admodum cogereetur. Tenesmi instar dixi, nam licet huic dolori fortis quidam premitus, & voluntas aliquid per anum excernendi adderetur, non inde tamen quidquam excludere per ipsum poterat, nisi id clysteribus educeretur. Hujusmodi dolor adeo constans, & contumax perstitit, ut neque emollientibus per os, aut per alvum exhibitis, neque narcoticis, & sedantibus etiam efficacioribus omnino auferri, aut compefci potuerit; & licet ab his ultimis sæpe abstinere oporteret ob summam Ægri debilitatem, & ob insignem quendam capitis torporem in parvis illis intervallis, in quibus dolor aliquantulum mitescebat, eum assidue occupantem (a quo si excutere vellemus, inquietum valde, & vaniloquum fieri videbamus) in clysteribus tamen interdum opium adjungere cogebamur propter doloris acutiem, qua in furorem veluti concitus acerrime torquebatur. Acutiore hujusmodi dolore diutius perdurante nec quiescere, nec cibaria assumere amplius valuit, viresque etiam, & reliqua omnia sperandæ salutis inditia paulatim ammisit; immo, superveniente adhuc insigniori febre, & majore capitis stupore, vix in lecto moveri, aut postulanti responsum dare imposterum potuit. Hinc omnino a morbo oppressus, quamvis, parva alia sanguinis missione e manu incassum tentata, cardiacis remediis labans ejus vita ad aliquot dies sustentata fuerit,

opor-

oportuit tandem ipsum morbi viribus relinquere: neque enim per supervenientem diarrheam, neque per copiosas urinas, quæ involuntario, & sine ullo ejusdem sensu fluebant, neque per sudores, qui, spasmodicarum contractionum vi, e superioribus præsertim corporis partibus exprimebantur, quicquam levaminis sensit Æger, sed lethargo, & apoplexia correptus circa quadragesimum a primo ejus decubitu diem morte occubuit.

Sequenti die Cadaveris sectio instituta fuit, & quanquam proximam mortis causam in capite sitam esse judicavimus, cum hæc tamen effectus quidam esse videretur alterius in abdomine existentis causæ, remotam potius quam proximam hujusmodi causam inquirere voluimus. Aperto igitur abdomine parvam tantum, atque vix a naturali quantitate diversam feri copiam intra illius cavum invenimus, conversisque statim oculis ad intestina, visuri num in iis omnibus, vel in aliqua ipsorum parte vitium aliquod esset, quod supradicti molestissimi tenesmi occasio esse potuerit, rectum intestinum aliquanto latius, quam naturaliter esse solet, observavimus, ejusdemque sanguinea vasa non parum sanguine turgida; cæterum membranarum color, & crassitudo tum in eo, tum in reliquis crassorum intestinorum partibus naturalis videbatur. Eadem pariter erat ventriculi, & tenuium intestinorum constitutio, jejuno excepto, quod valde lividum, & quasi cancrena affectum apparuit. Urinariam quoque vesicam observavimus, exploraturi, an in ejusdem cavo, vel collo calculus aliquis foret, qui, ut suspicatum fuerat, ad supradictum ultimum dolorem ansam tribuerit; sed neque calculum invenimus, neque ullum in externa illius superficie inflammationis, aut stagnantis sanguinis signum, quod memorati doloris causæ inditium aliquod nobis afferret. Hepar quoque, lien, & pancreas neque mole, neque substantia quicquam a naturali statu distabant, primum tamen aliquanto pallidius, & luteis punctis sparsum apparuit, eisdemque cystis omnino bile vacua. Ablatis postmodum ex abdominis cavo prædictis omnibus visceribus ad lumborum regionem prominere vidimus binos insignes tumores dorso adherentes, quos a pinguedine, & ab externa, unde involvebantur, peritonei lamella solutos, renes esse cognovimus, ter saltem ultra naturalem suam magnitudinem auctos; dexter tamen major, & turgidior erat
fini.

sinistro, hæcque magnitudo, & crassities oriebatur ab innumerabilium, e quibus uterque componebatur, vescicularum turgentia. Earum maximæ nucis avvelanæ magnitudinem fere æquabant, minimæ vix granorum milii crassitudinem superabant, cæteræ vero molis erant inter magnas, & minimas proportione quadam decrefcentis. Omnes seroso humore replebantur, eodemque humore pelvis cavum, & uretheres etiam turgabant, magis tamen in dextro, quam in sinistro rene: ferum, quod in pelvi, & in plerisque ex interioribus, & minoribus vesciculis exitebat, coloris erat, & consistentiæ aliquanto naturali urina densioris, quod vero in aliquibus ex majoribus, & exterioribus continebatur, valde turbidum, & ad nigredinem accedens. Major vescicularum copia in extima, sive corticali renum parte aderat, multis ipsarum illico existentibus sub intima eorum membrana, cui arcte admodum adhærebant; membrana autem hæc, crassior plusquam naturaliter esse solet, hic illic a subjectis vesciculis elevabatur; hinc extima utriusque renis superficies variis, inæqualibus, & rotundis eminentiis aspera, & veluti versicolor apparebat; ut in iis, quas vobis attuli, figuris inspicere poteritis (*Fig. 1., & 2.*). Aliquæ tamen ex dictis vesciculis etiam in interiore, sive medullari renum parte reperiebantur, nonnullis etiam latitantibus prope illas pelvis productiones, intra quas pluribus foraminulis aperiuntur eæ renum protuberantiæ, sive papillæ, quæ ab unione renalium canaliculorum, aut bellinianarum fistularum efformantur. Hujusmodi interiores vesciculæ licet & ipsæ magnitudine inæquales, minus tamen quam reliquæ rotundæ, & regularis figuræ apparebant; fortasse quia inter canaliculos dictos, & majores sanguiferorum vasculorum ramos restrictæ, & veluti compressæ detinebantur. Exteriores, & majores vesciculæ haud difficulter a connexis partibus sejungi poterant, non sic porro interiores, & minores; omnes tamen sanguiferis vasculis refertæ erant, quæ in capillares ramusculos divisa per earum externam superficiem perbelle spargebantur, & quanquam oculis etiam nudis conspici quadantenus poterant, microscopio tamen munitis melius, & pulchrius apparebant (vid. in prædictis figuris litter. *eee*). Reliqua postmodum renum substantia, quæ a prædictis vesciculis distincta aderat, naturalem crassitudinem, & colorem non servabat; multo enim crassior, ac rubicundior, non secus ac in inflammatis

matis renibus, observabatur, majoresque sanguiferorum vasorum ramuli sanguine aliquantulum turgidi cernebantur.

Hæc fuit in primo Ægroto morbi constitutio, hæc cadaveris sectio; in sequentibus vero quamvis eadem fere fuerit morborum, & mortis causa, non eadem tamen in ipsis omnino observata fuerunt symptomata, neque renum structura, quæ in primo vi morbi alterata tantum videbatur, eadem regulari, & mirabili ratione mutata in secundis inventa fuit. Mercator itaque, qui vix quinquagesimum annum attigerat, quique temperamenti sanguineo biliosi erat, habitus vero corporis aliquanto plenioris, cum motibus iræ, & animi pathematibus admodum obnoxius esset, hanc ob causam, vel ob pravam victus rationem in lentiores febres incidit, a quibus diu vexatus: accedentibus rheumaticis affectionibus, tussi sicca, & notabili corporis macie de incipiente tabe suspicio orta fuit, ideoque extraneum in nativum aerem mutare suavisimus. Annos circiter quatuor postquam ad nostras regiones rediit, valetudinem, quam ab aeris mutatione aliquantulum recuperaverat, iterum ammisit. Febris enim rheumatica cum tussi, non sine aliqua inflammationis nota, ipsum invasit, quam ob repetitas sanguinis missiones, tenuem victum, & aptiora quædam remedia aliquantulum imminutam, effectum esse cognovimus crassioris cujusdam tumoris in dextro hypocondrio existentis. Hujusmodi tumoris situs, difficultas spirandi, aliquis ad hepatis tactum dolor, luteus cutis color, & lenta febris, quæ his omnibus adjungebatur, suspicionem non levem nobis injicere videbantur, eum in hepate existere, præsertim cum largiores alvi excretiones, quas identidem remediis promovere oportebat, magnum semper Ægro levamen afferrent. Continuato igitur Gummi-ammoniacy, Tartari vitriolati, & decoctionum quarumdam aperientium usu, non solum prædictæ alvi excretiones, & urinarum fluxus, aperti fuerunt, sed & febris ablata, & tumor aliquantulum imminutus, sic ut Æger e lecto surgere, melius nutriri, & ad consueta sua munia per aliquot menses facilius incumbere potuerit. Sed accedente hieme post liberiores sex rerum non naturalium usum, aucta iterum tumoris mole, cœpit denuo de molesto doloris, & ponderis sensu non in solo dextro hypocondrio, sed in toto pariter ventre conqueri, quod non a tumore tantum, verum etiam a sero in abdomine aliquantulum

lum stagnante oriri videbatur. Hujus enim feri stagnantis inditia non in solo abdomine, sed in pedibus quoque, & cruribus apparebant. Tumor autem non juxta hepar amplius, sed aliquanto inferius prominebat; hinc quanquam omnis, quam de hepate affecto habebamus, suspicio evanuit, non inde tamen veram tumoris sedem dignoscere potuimus. Transacta hieme, cum ad veris accessum omnia in pejus ruerent, & non dicta tantum tumoris moles, sed & crura, & venter ita in dies turgerent, ut nec scalas ascendere, nec libere amplius progredi posset, circa veris finem in lecto jacere, & medicam opem quærere iterum fuit coactus. Acutus tumidæ partis dolor, & febris, quæ non sine aliquo incipientis inflammationis inditio ipsum denuo aggressa fuit, necessitatem quandam Medico attulerunt, ut non obstantibus dictarum partium tumoribus, binas sanguinis missiones aliquo dierum intervallo præscriberet. Ab his autem, & a pulveris viperinæ, simplicisque radicis graminis usu ad longum aliquod tempus producto, febris iterum evanuit, & aucto admodum urinarum fluxu, venter aliquantulum, omnino vero pedes, & crura detumuerunt; ita ut, præter omnem Medici spem, e lecto surgere, & ad aliquot dies pedibus ingredi posset. Sed hujusmodi inopinata valetudine abusus Æger, cum cibo, & potui nimium indulserit, denuo tumere, & dolere cœpit, & lectum, e quo surrexerat, denuo tenens medicam opem iterum exposcere. Nullam tamen opem, solamen nullum afferre potuit Medicus, cumque remediis plurimis incassum adhibitis, serum quod in solo abdomine, & cruribus prius stagnaverat, in capite quoque stagnare fortasse cœperit, stupidus primum, & somniculosus ad plures dies extitit, tandem letargicus, & apoplecticus factus, circa initium autumnus, annum circiter unum, postquam supradictus tumor in abdomine apparuit, mortem obiit. Aperto Cadavere, præter magnam feri copiam, quam in abdominis cavo fluctuantem invenimus, insignis quidam tumor statim se prodidit, qui ad anteriorem abdominis partem ita prominebat, ut quamvis ab hepate aliquantulum distaret, inferiorem tamen ejus limbum suo vertice superaret, atque una cum ventriculo intestina ipsa premendo, eadem locum sibi cedere cogeret, plerisque illorum intra sinistram prædictæ cavitatis partem inclusis, & veluti absconditis remanentibus. Remotis autem intestinis, cæteris.

terisque omnibus abdominis visceribus, præter renes, nihilque in iis valde a naturali statu diversum inventientes, facile dignoscere potuimus, dextrum renem partem illam esse, quæ magnitudine, & crassitudine aucta, tumorem jam pridem observatum efformabat, quique non tactui tantum, sed oculis etiam in dextra, & anteriore abdominis parte elevatus apparebat. Solutus itaque a Peritoneo, & ab omnibus illis involucris, & ligamentis, quæ una cum pinguedine ipsum involuebant, quæque & ipsa crassa valde, & turgidioribus sanguiferis vasis onusta cernebantur, in tota sui substantia innumeris tuberculis, & vesciculis conflatus veluti, & compositus apparebat. Multæ istarum majores illas, quas in supradictis renibus descripsimus, magnitudine superabant, non tamen, ut illæ, urinoso sero, sed vel sanguine, vel pure, vel liquore alio sero densiore turgebant, omnesque simul molem efformabant, quæ ad trutinam ponderata undecim librarum pondus æquabat, non computatis involucris, & membranis, quas ab eo sejunxisse diximus, neque liquore illo, qui in rene contrectando ab ipso exierat.

Explorato abdomine, & tumore in eo contento ad thoracem devenimus, in cujus cavo vix aliquid feri invenimus, minus quidem in pericardio, in pulmonibus vero modicam copiam sanguinis stagnantis in vasis; stagnantem pariter, & valde solutum in corde vidimus, & in dextra ejus auricula; cor autem valde parvum, & substantiæ laxioris. Non datum fuit cranium aperire, sed a symptomatis superius descriptis, & a lentitudine, qua Æger a lethargo ad apoplexiam transit, arbitratum est, caput, non secus ac abdomen, in suis vasis sanguine, in suis vero membranis, & cavitatibus sero turgidum probabiliter extitisse.

Tertia observatio habita fuit in Cadavere Mulieris universali hydrope extinctæ. Laboraverat hæc plurium mensium morbo, cujus symptomata erant febris lenta, & intermittens, frequens vomitus fluidæ cujusdam acris, & viridis materiæ, & acuti quidam dolores modo unam, modo alteram abdominis partem identidem vexantes. Antequam stagnantis in abdomine feri inditia prodirent, tumores in eo apparuerunt duri, & ad tactum non admodum dolentes, ut naturæ quodammodo scirrhosæ viderentur, qui tamen, cum non ita ad exteriora, ut in secundo Ægro, prominere, putati sunt exi-

stere in mesenterio. Ad dissolvendos hujusmodi tumores multa inutiliter adhibita fuerunt remedia tum febrifuga, tum aperientia. Hisce enim nihil juvantibus non solum in aliquibus partibus, sed in tota sua cavitate, & extensione tumere cœpit abdomen; paulatimque inundante sero unam post alteram corporis cavitatem, anasartica primum, dein apoplectica facta est mulier, & lenta morte perempta.

Præter magnam feri copiam, quæ in dictis cavitatibus aderat, reperti sunt renes utrinque crassiores, & majores facti, dimidium circiter minus, quam ille, quem in prædicto secundo Cadavere invenimus, sed & ipsi innumeris vesciculis, aut tuberculis præditi, imo in tubercula dicta omnino fere mutati. Plurima ex his tuberculis vero pure, aliqua sanguine, non nulla sero denso, & nigro turgabant. Vesciculas tamen minimas, quas in primi Cadaveris renibus observavimus, neque in his, neque in secundo invenire potuimus, neque pariter vesciculam ullam, quæ serum urinæ simile, seu veram urinam contineret. Notare tamen oportet mulierem hanc, & secundum, quem supra descripsimus, Ægrum, nullum, quem scire potuimus, verum nephriticum dolorem passos fuisse, & acutiores illi dolores, quibus interdum vexabantur, magis ad anteriorem abdominis regionem, quam ad lumbos, & dorsum manifestabantur, ut potius de quocumque alio abdominis viscere, quam de renibus affectis suspicionem injicerent.

Suspicionem quidem non levem, imo certum quodammodo inditium renem aliquem fuisse affectum nobis attulit Mulier altera, quæ annum circiter postquam passa fuerat acutiores quartanas febres, quibus profligandis necessarius fuit corticis peruviani usus, incidit in febrem lentam, cum sopore, & obtuso aliquo capitis dolore, eademque febre, & tabe confecta, tandem apoplectica mortua est. In hac enim, licet Cadaveris sectio fieri non potuerit, observatæ tamen fuerunt urinæ, triginta circiter dierum spatium, quibus ultimo vixit, non solum turbidæ, & purulentæ, sed plenæ etiam plurimis pellucidis vesciculis diversæ magnitudinis, non tamen gravis uræ majoribus, quarum aliquæ integræ, & rotundæ apparebant, aliæ vero disruptæ, & laceræ, ut acinorum cortices videntur: quæ autem integræ, & intactæ reddebantur puro putoque sero, odore, & colore omnino urinæ simili turgidæ erant. Hujusmodi quoque Mulier nullum verum nephriticum dolorem

rem passa unquam fuerat, obtusiorum vero aliquem, ultimis morbi diebus, ad sinistrum dorsi latus, in quo pariter decumbere non poterat.

Quamvis innumeræ sint animadversiones, & cogitata, quæ in hujusmodi observationibus institui possent, quorum aliqua particularem quarundam partium, alia universalem totius corporis respiciunt œconomiam, ne tamen diutius abutar patientia vestra, Sodales ornatissimi, & ne ea mihi arrogem, quæ vobis potiori jure tribuenda esse judico, ab his paucis me expediam.

Ex prima igitur observatione quemadmodum videtur admodum illustrari vescicularem, seu follicularem renum structuram, ita obscura valde, & incerta redduntur vera, & distincta calculi in renibus existentis signa. Nam si urina intra vesciculas retenta talem in dextro rene stimulum excitare poterat, ut effectus in eo haberentur similes illis, qui a calculis producuntur, cur id pariter in sinistro rene non effecerat? & si urina ipsa ad initium morbi prædictum stimulum excitare valebat, cur non id quoque in morbi progressu, in quo urina magis in rene retenta, & inclusa manebat? Cur tandem hic stimulus, & dolor renis evanuit tunc, cum tenesmus, sive recti intestini dolor Ægrum vexare cœpit? quæ hujusmodi acutissimi doloris ad recti intestini finem causa esse potuit, cum in eo post mortem nulla læsio, nullum notabile vitium inventum fuerit?

A secunda vero, & tertia observatione manifesto cognoscitur in morborum diagnosi, quam facile decipi possimus, & quam sane difficile sit tumorum in abdomine existentium veram sedem quandoque dignoscere. Nam quis unquam cogitasset renes ita aliquando augeri posse, ut non solum tactu, sed etiam oculis in anteriore abdominis parte percipi valeant? Et si interdum sanguis, aut pus in ipsis stagnet (quemadmodum in prædictis duobus ultimis casibus re vera stagnare vidimus) dolores tamen, & symptomata renum propria excitari non debeant? An autem vesciculæ, & tubercula in duobus ultimis detecta, quanquam a primis valde diversa, & multo magis quam in illis morbo vitata, possint & ipsa præconceptam vescicularem structuram aliquatenus illustrare, id vobis determinandum relinquam. Illustrare quidem, & comprobare eam posse arbitror vesciculas illas plurimas partim integras,

partim disruptas, quas in Muliere ultimo descripta per urinam excerni diximus. Licet enim impedita Cadaveris sectio alteratam renum structuram manifestare nobis non potuerit, cum tamen per urinam omnes excernerentur, & cum quæ integræ erant vero urinoso fero turgerent, quis non videt, eas e renibus emanasse, totamque unius saltem renis substantiam in hujusmodi vesciculas immutatam, & veluti dissolutam esse potuisse. Sed id, quod in dictis observationibus magis etiam notatu dignum videtur, quodque medicæ praxi majorem aliquam utilitatem afferre valet, est progressus, & transitus, quem omnes prædicti morbi, etsi modis, & rationibus diversis, in hydropem prius, dein in apoplexiam, & mortem fecerunt. Quod si aliis similibus observationibus ejusmodi morborum progressus ulterius confirmari possent, lumen sane maximum inde medici eruerent ad certam de ipsis prognosim enuntiandam.

EXPLICATIO FIGURARUM.

Fig. 1. Ren sinister innumeris vesciculis constans.

A. Arteria emulgens.

B. Vena emulgens.

C. Ureter.

eeee &c. Majores vesciculæ, in quibus sanguifera vascula oculis conspici poterant.

Fig. 2. Ren dexter apertus.

AA. Cavitas pelvis.

BB. Stilus intra ureterem per cavitatem pelvis immissus.

C. Ureter.

ddd. Papillæ intra cavitatem pelvis prominentes.

eee. Aliquæ ex interioribus vesciculis sanguiferis vasculis pariter refertæ.

Fig. 1.

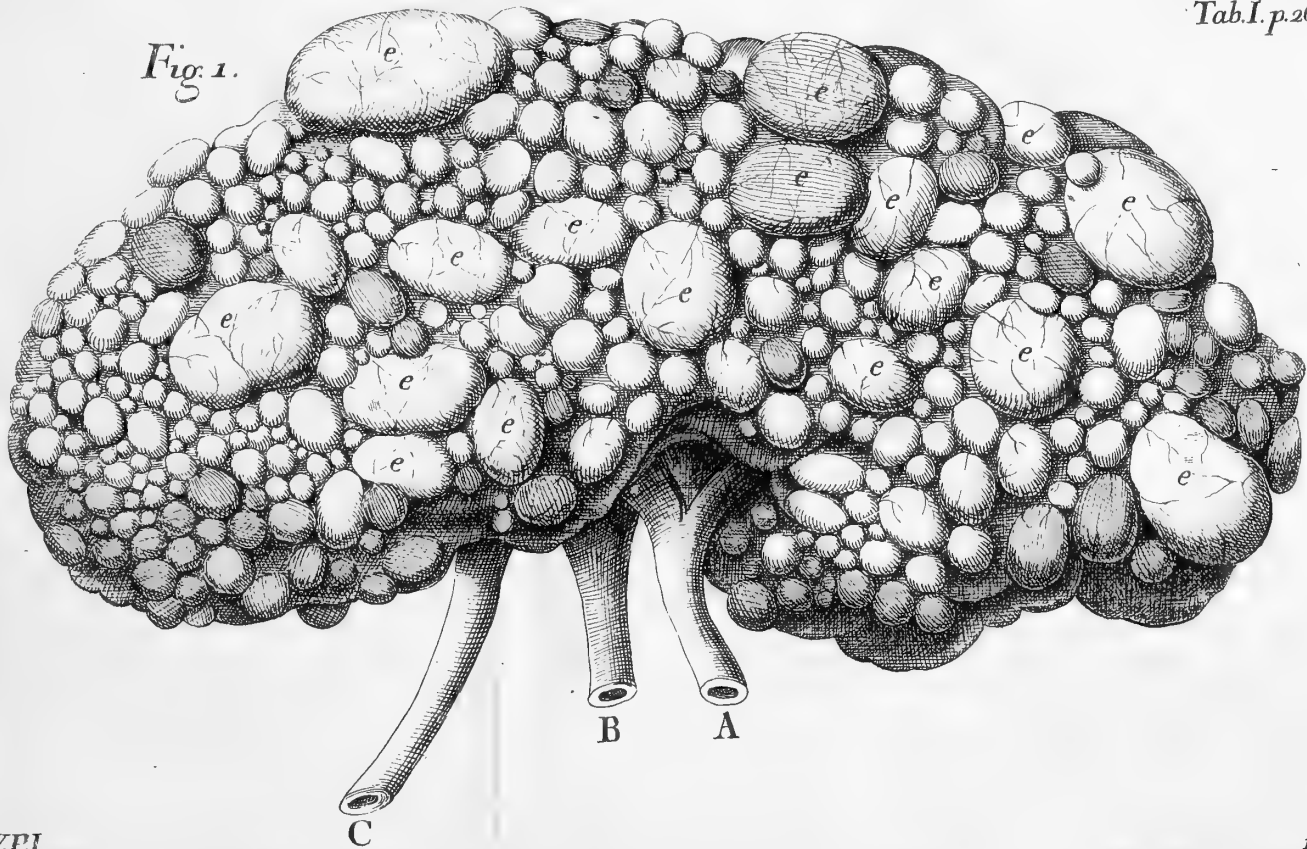
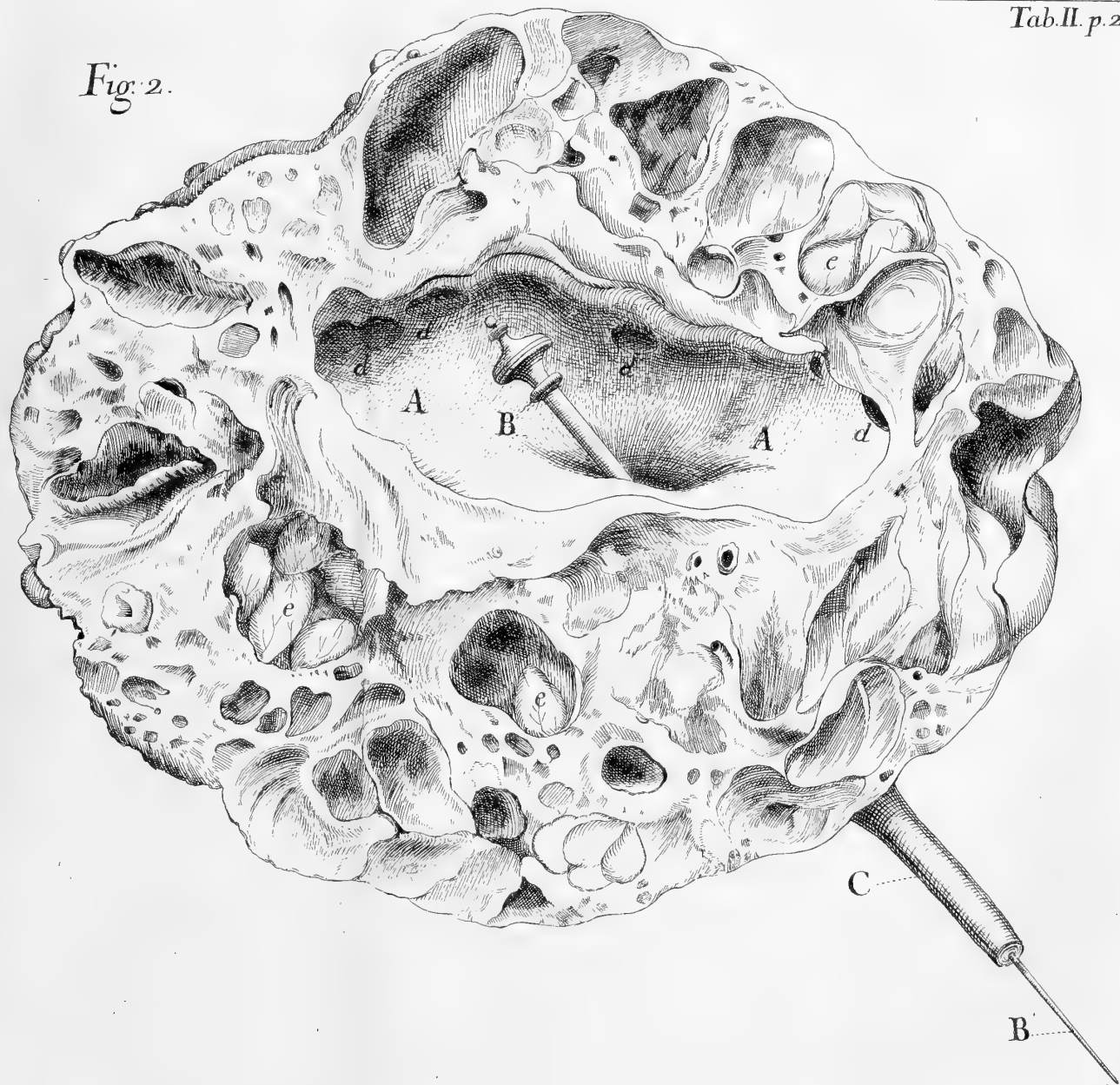
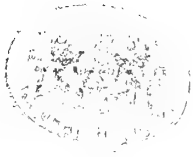




Fig. 2.





VINCENTII MENGHINI;

De aquarum vi in calculis dissolvendis.

Calculi humani dissolutio variis Aquarum speciebus tentata, atque a me superioribus annis vobiscum, ornatissimi viri, communicata, cum ad aliud quoddam longe difficilius inquirendum, atque adeo ad nova experimenta instituenda me sensim adduxerit, tandem hujusce dissertationis, quam in præsens Academiæ propono, mihi præbuit argumentum.

Nullum ferme est aquarum genus, quod ad dissolvendos calculos debite applicatum, eos vel omnino, vel ex parte saltem emollire non deprehendatur; quin si aliorum libros consulamus, præsertim illorum, qui aquas in suis regionibus scaturientes ad hanc analysim adhibuerunt, v. g. Lobbium, Artlæjum, Halefium, Littrium, Stæchælinum, quorum methodos in experiendo sum imitatus, facile apparebit aquas in Anglia, in Gallia, in Helvetia eundem fere effectum edere, quem Italicas aquas a me exploratas edidisse vobis enarravi. Fateor quidem me quinque dumtaxat calculorum species experimento subjecisse, cum aliæ fortasse non paucæ supersint, quæ ad manus meas non pervenerunt: verum prope est, ut credam reliquas etiam illorum species, si quæ sint, quæ me præterierint, fore tandem methodo eadem, qua antea sum usus, molliendas; nempe cum nullus calculorum, de quibus ipse periculum feci, aliqua mollitudinis signa non præbuerit, quamquam crassa sua, idest duriore substantia plerumque obductus exploraretur.

Hæc igitur aquarum facultas dissolvendi nunc majori, nunc minori promptitudine hujusmodi concreciones, anxium me tenuit, & discendi cupidum, e quo tandem principio illa emanaret, vel si eo usque progredi inquirendo mihi non licuisset, saltem cupiebam noscere, an dicta facultas ab elementis aquam constituentibus oriretur, an vero a principio ipsi
ad-

adventitio, & sensibus nostris prorsus abscondito; etenim cognitio hæc non videbatur parvi facienda, præsertim ab iis, qui experimenta variorum auctorum super hac re instituta, student ad praxim medicam revocare. Si enim innotuerit aquam simplicissimam, atque defæcatissimam in penetrando calculo majorem habere efficacitatem, quam alia quævis aqua, extranea imbuta materia, profecto nullus erit Medicus, qui illam huic anteferendam non judicet: contra vero, si hæc illa efficacior fuerit observata, etiamsi ignoretur, quonam peculiari principio materia cum aqua conjuncta calculum dissolvat, tamen non erit, qui in curanda Lithiasi negligat dictam materiam cum aqua simplici conjungere, atque adeo ipsam hoc pacto reddere præstantiorem.

Illud igitur, quod mihi investigandum proposui, huc spectat: videlicet an calculi humani dissolutio, quam mihi, dictisque auctoribus contigit observare, tribuenda sit soli aquæ simplicissimæ, an vero substantiæ adscititiæ, qua forte aqua ipsa imbuatur.

Itaque quinque sunt aquarum species, quibus in hac indagine sum usus, quarum effectus hoc loco recensebo; harum prima est pluvialis, quæ destillatione purior fuit reddita, & destillatam posthac appellabo: altera species est item pluvialis, sed non destillata: tertia putealis quædam luto nonnihil infecta, quam sublutosam vocabo: quarta augustinianorum aqua, de qua alias sum loquutus; quinta denique aqua pluvialis cum tartaro solubili conjuncta.

In exploranda harum singularum vi, placuit mihi methodo illa uti, quam meminere me alia occasione vobis indicasse: scilicet ut unaquæque aquæ species calore eodem, humano non dissimili, tempore eodem, idest spatio dierum viginti, immisso in unamquamque frustulo ab eodem calculo detracto, foveretur. Nam ad rem hanc conficiendam malui in aquis singulis ejusdem calculi fragmentum infundere, & quidem marmorei, ut pote omnium durissimi, ne si plures calculorum species adhibuissem, aut si adhibuissem utique eandem calculi speciem, sed e diversis hominibus exemptam, meis observationibus fallaciæ aliquid subesset. Etenim ut opportune monet Stachelinus, meæque experientiæ alias habitæ confirmaverunt, magnum est discrimen in duritie, seu firmitate compagis inter varias calculorum species; est quoque
non

non leve discrimen in ejusdem speciei calculis; & quamquam calculi cujuslibet pars una differat duritie, colore, pondere, raritate, aliisque qualitatibus ab alia quacumque ejusdem calculi parte simili, tamen discrimen hoc profecto non erit tantum, si partes illæ ab uno, eodemque calculo, ac si a diversis ejusdem speciei calculis desumantur.

Cum ergo ad manus essent calculi tres marmorei in hominis cujusdam vesica simul inventi, atque uno simul tempore ex hac extracti, iique durissimi, leves, & bezoarticum lapidem colore suo referentes, quorum omnium conjunctim expensorum pondus erat ducentorum circiter granorum, hos in frustula defregi. Porro sumptis quinque fragmentis, quorum singulorum pondus erat granorum quatuordecim, horum unum indidi in aquam pluvialem destillatam; alterum in pluvialem non destillatam; tertium in putealem sublutosam; quartum in aquam augustinianorum; quintum denique in aquam pluvialem cum drachma i. tartari solubilis conjunctam. Aquæ cujusvis mensura erat unciarum decem; vascula vitrea eas continentia figuram habebant matratii, seu phyalæ minoris, angusti & oblongi colli; capacitas in omnibus prorsus eadem; idem quoque arenæ calor viginti, ut antea dixi, dierum spatium, omnibus suppositus.

Cum elapsis quatuor diebus fieret prima observatio singularum hujusmodi infusionum (quam observationem, non secus ac unamquamque sequentium, non solum instituebat diligentissimus Jacobus Zanonius, sed una cum ipso clarissimus Cajetanus Monti pro sua humanitate in hac re mihi adjutor) duæ priores phyalæ, quarum una aquam pluvialem destillatam, altera non destillatam, unaquæque cum suo calculi frustulo, continebat, nihil prorsus novi, ostenderunt. At vero aqua putealis sublutosa, præter quasdam bullas aereas, plurimis moleculis partim calculo circumfusis, partim ob propriam gravitatem, vasis fundum petentibus, scatebat; & istæ concussa phyala vel nullatenus, vel numero paucissimæ ad superiora attollebantur. Advertendum vero hanc aquam a me sublutosam appellatam, licet e puteo hausta pellucida videatur, tamen si tantisper ad quiescendum seponatur, insignem tartari lutosi copiam e sinu suo dimittere: est quoque eadem gustui ingrata; nam quemdam cruditatis sensum eam gustantibus imprimit. Quod attinet ad aquam augustinianorum, itemque ad
aquam

aquam pluvialem tartaro solubili imbutam, hæc ambæ tum aereis bullis, tum moleculis tenuioribus, levioribusque, sed paucioribus, & cunctis phyalæ motui obsequentibus refertæ apparuerunt.

Ex hac prima observatione videtur posse colligi aquam putealem, quam sublutofam vocavi, itemque aquam augustinianorum, & pluvialem tartaro solubili conjunctam citius duabus prioribus, pluviali scilicet destillata, & pluviali non destillata, vires suas in dissolvendo calculo exerere: siquidem tres illæ etiam in primis infusionis diebus bullulas aereas moleculis interspersas e calculo eduxerunt; quæ bullarum aerearum præsentia inditio esse solet calculum a menstruo penetrari, & ejus dissolutionem paulatim inchoari; sunt quippe hujusmodi bullæ, docente Halesio, & Lobbio, aer, qui cum antea intra calculi compagem in statu latente esset, nunc demum libertatem adeptus, elasticitatem recuperat.

Secunda observatio, quæ elapsis aliis quatuor diebus est facta, in omnibus vasculis calculi dissolutionem jam peragi indicavit: etenim duæ priores aquæ, idest pluvialis destillata, & non destillata, quæ primis quatuor diebus nihil egisse visæ fuerant, jam aeris bullas, & quasdam moleculas se se facile attollentes, prodiderunt; tres vero reliquæ novas bullas, & moleculas gignere perrexerunt. Quem eundem molecularum, & bullarum proventum in singulis quinque vasculis tertia, & quarta observatio demonstravit, nisi quod aqua pluvialis tartarum solubilem continens moleculas habebat multo uberiores. Denique observatio quinta, quam peracta jam die vigesima ab initio infusionis instituimus, phyalas omnes, dempta illa, in qua inerat tartarus solubilis, eadem molecularum innatantium, & subsidentium copia refertas, idest in eodem antecedentium observationum statu manentes nobis obtulit. Nam aqua, in qua idem tartarus erat solutus, præter jam dictas bullas, & moleculas tenuissimorum spiculorum copiam in ea innatantium, & iridis colores intuentibus exhibentium præferebat; quod phænomenon in præcedentibus quatuor observationibus non fuerat visum.

His ita se habentibus calculum ex unoquoque vasculo exemimus, nempe ad explorandum quantum ponderis, & duritiei prægressa maceratio ab illorum quolibet abstulisset.

Aqua pluvialis destillata abstulit ponderis grana duo:
nam

nam exsiccato calculi frustulo, quod (non secus ac reliqua frustula) grana quatuordecim pendebat, & deterfo tenui quodam involucro, mucoso, obscuro, levissimo, ejus pondus granorum duodecim repertum est: idem fragmentum digitos pertractantium subalbo colore inficiebat, & unguis pressione quædam minutia ab eo divellebantur. Aqua vero pluvialis non destillata tria ponderis grana ab infuso calculi frustulo abstulit: cæterum in ipso eadem mucosi, & obscuri involucris phænomena; eadem albedo digitos sædans; eadem minutiarum divisio, ac in præcedenti. Calculus aqua puteali sublutosa maceratus sex ponderis grana amisit; & color, mucositas, comminutio ab unguis pressu fuit prioribus duobus calculis omnino par. Qui vero maceratus fuit aqua augustinianorum amisit septem grana: duritiei imminutio reliquis non dissimilis: involucrum mucosum repertum est in hoc quasi gummosum: cætera ut in aliis. Demum in calculo aqua tartaro solubili saturata infuso, ponderis decrementum fuit granorum octo, detracto scilicet mucoso involucro, quod granum dimidium ponderis secum abstulit.

Itaque ut illud iterum colligam, quo meum spectat experimentum, quinque frustula ejusdem speciei, quin pene dixerim ejusdem numero calculi, peracta dierum viginti digestionem, cum antea singulorum pondus idem esset, observata sunt inæqualiter decrevisse, hæcque decremента sequentibus numeris esse exprimenda: videlicet octo, septem, sex, trium, duorum granorum.

Hæc decrementorum ponderis differentia, si aquarum actioni in calculos vere sit tribuenda, quemadmodum utique tribuendam esse censeo, profecto non levem virtutis dissolventis discrepantiam in aquis tam brevi tempore agentibus demonstrat, cum maximum decrementum passum fuerit frustulum infusum in aqua cum adjecto tartaro; paullo minus frustulum in aqua augustinianorum; adhuc minus in aqua puteali sublutosa; tum minus in aqua pluviali non destillata; denique decrementum omnium minimum passum fuerit frustulum in aqua pluviali destillata infusum.

Porro quid quinque istæ aquarum species, post exemptum calculorum, singulæ ostenderint, quasi in transitu dicam; quippe cum is non fuerit præcipuus scopus mearum observationum.

Prima, & secunda, idest pluvialis destillata, & non destillata paucorum dierum spatio moleculas antea innatantes, infra medium phyalæ ad hujus fundum, & latera tenuissimi sedimenti instar dimiserunt; copiosius vero prima, quam secunda. Tertia species, nempe aqua putealis sublutosa dimisit sedimentum multo crassiusculum, gravius, & subflavum, obducente vasis fundum subalbo velamento. Velamento item subalbo, ac tenui pars ima phyalæ, in qua inerat augustinianorum aqua, operiebatur, itemque ejus fundo infederat sedimentum subflavum, grave, sed minus copiosum, ac præcedens. Denique illa spicula versicolora, quæ in aqua tartarum solubilem habente antea innatare deprehendebantur, jam detracto calculo ad phyalæ fundum cum moleculis subflavis descendisse deprehensa sunt.

Hactenus videbar mihi meorum experimentorum finem consequutus; tamen cum in re tanta uni experimento acquiescendum non judicarem, placuit mihi istud pari studio, ac pari diligentia iterare, ne si quod inditium de aquarum facultate solvente tulissem, id fortasse nimia properantia laboraret.

Igitur easdem quinque phyalas eadem, ac antea, aquarum specie plenas, singulas eodem, ac antea calculo instructas, idest illo ipso, qui a præcedenti infusione superstes erat, eidem ac antea calori commissimus visuri num iterata viginti dierum infusio eundem, ac antea, effectum edidisset. Edidit vero sin minus eundem, at certe non admodum dissimilem. Etenim frustulum, quod post primam infusionem in aqua tartaro conjuncta ad sex grana fuerat redactum, in infusione hac secunda adhuc quinque ponderis grana amisit, ita ut unum dumtaxat hujus frustuli granum reliquum fuerit. Calculus in augustinianorum aquam immissus fere quatuor ponderis grana amisit, cum in prima infusione, uti supra est dictum, grana septem amisisset. Qui immissus fuit in aquam putealem sublutosam, imminutus est granis quatuor, & quatuor item granis imminutus est, qui aqua pluviali non destillata continebatur. Demum qui continebatur aqua pluviali destillata uno tantum grano decrevit. Enimvero hi decrementorum numeri hac secunda infusione reperti, non sequuntur rationem numerorum primæ infusionis decrementa experimentium. Quod, si quid judico, videtur materiei frustulorum ipsorum diversitati tribuendum, de qua diversitate Stechalini sententiam paullo super-

perius audivistis. Jam vero aqua pluvialis, in qua dissolutus erat tartarus, hac quoque secunda observatione cæ terarum omnium in penetrando calculo efficacissima visa est. Cæterarum vero minime efficax, pluvialis destillata; dum interea virtus penetrativa trium reliquarum aquæ specierum inter illas duas extremas medio modo se habet.

Nimius sim, si aquarum ab hac secunda infusione residuarum phænomena, quæ cæteroquin non admodum insignia sunt, neque a præcedentibus discrepantia, velim recensere. Id unum non videtur ommittendum, videlicet aquam pluvialem sublutosam, quæ præ cæteris omnibus a me adhibitis magnam sedimenti copiam ad fundum vasis præsentem calculo deiecit, cum ad inquirendam hujus phænomeni causam fuisset iterum absque calculo explorata; nempe fuisset viginti diebus eidem, ac antea, calori exposita, profecto neque tantam molecularum copiam ad fundum vasis deturbasse, neque hanc subflavam, ut antea, sed potius albescentem apparuisse; quasi calculi præsentia potuerit e poris aquæ multo plus extraneæ materiæ præcipitare, quam sola caloris vis.

Revertendo igitur illuc, unde fueram digressus, patet ex allatis observationibus nullam aquam ad molliendum calculum ineptiorem esse pluviali destillata, adeo ut videatur aquam, quo magis accedit ad nativam suam simplicitatem, eo plus amittere ejus substantiæ, quæ quandocumque cum ipsa conjungitur, hanc redit aptiorem ad calculi compagem dissolvendam. Siquidem pluvialis aqua sane est per se se simplex, ac magnopere defæcata; quare si præterea destillationi subjiciatur, profecto verosimile est eam ad tantam simplicitatem redigi, ut ars nullum fortasse corpus eo simplicius possit reddere. Hinc licet suspicari, ideo in experimentis hucusque narratis evenisse, ut pluvialis destillata tam in prima, quam in secunda infusione debilius, ac parcius dissolverit calculum, quam pluvialis non destillata, quod in hac maneat principium aliquod calculosæ concretionis penetrare potens, quod in altera fuit destillatione sublatum. Licet etiam suspicari, ne Medici, qui calculosis bibendam dant aquam destillatam, aliquid confulant, quod ægris suis minus auxilietur. Cum autem, si junctim sumantur decremента calculorum peractis hisce duabus infusionibus reperta, constet aquam pluvialem non destillatam debilius puteali sublutosam agere, videtur aquam pluvialem

non destillatam nondum satis in sinu suo continere illius principii, quod calculorum efficit solutionem; continere vero paulo plus de illo aquam putealem sublutosam, quæ dato tempore majorem calculi partem valet comminuere, non quod ego putem lutum cum aqua puteali comixtum esse illud agens, de quo nunc quæritur, sed quia fortasse vel in luto, vel in aqua ipsa puteali aliquid lateat ad hanc comminutionem magis opportunum. Et sane, si aqua augustinianorum, quæ & ipsa putealis est, sed multo pauciore infecta luto, vel eadem, vel vix majorem ponderis imminutionem effecit in calculo, verosimile est in ambabus hisce aquis putealibus principium abscondi utrique commune.

Jam vero cujusnam indolis sit principium istud, quod licet sensus nostros fugiat, effectu tamen molliendi tam duras concreciones se prodit, non ausim dicere, cum recta philosophandi methodus nos doceat in judicio de hujusmodi rebus ferendo non paucis tantum opus esse experimentis, sed millenis, ne dicam infinitis: nihilominus observatiunculæ istæ meæ continenter ostenderunt aquam pluvialem tartaro solubili junctam tam in primis, quam in secundis tentaminibus cæteris omnibus aquis lithonriptica facultate anteire.

Quam ob rem videor posse tuto colligere hunc salem maxime accedere ad dictum principium, neque aliud isto præstantius mihi hætenus se se obtulisse.

Debeo clarissimo Beccario hujus Instituti Præsidi meritissimo consilium hoc de tartaro solubili in hac indagine adhibendo.

Comprobat autem hoc meum qualecumque experimentum id, quod a summo viro Hermanno Boeravio de tartari solubilis virtute in profliganda calculi humani tam biliosi, quam urinosi, materia est traditum.

Quare an ea, quæ hætenus recensui, tanquam inutilia a me prorsus abjicienda, an contra in aliquo habenda sint pretio, obsecro vos, viri præstantissimi, ut libere, ac aperte monentis.

VINCENTII MENGHINI.

In idem argumentum

DISSERTATIO ALTERA:

Quod reliquum erat in meis qualibuscumque experimentis, ut tartari solubilis facultatem in dissolvendo calculo cum aliorum salium virtute compararem; tandem clarissimi Beccarii consilio, & monitis, præterito autumno sum plane exequutus. Nam puto vos meminisse, quemadmodum superiore anno, cum ipse de singulari ejusdem tartari solubilis efficacitate præ aquarum simplicium vi in Academia differuissem, clarissimus idem vir, quæ ejus est humanitas, me publice ex hoc loco hortatus fuerit, ut eandem efficacitatem in aliis quoque salibus experirer. Erat enimvero adhuc dubium, an forte hujusmodi facultas omnibus salis neutri generibus inesset, an solis tartari præparationibus. Quare a me postulari hæctenus videbatur, ut non solum varias tartari præparationes ad invicem conferrem, verum etiam ut has ipsas cum diversis salibus mediis v. g. cum sale glauberiano, cum sale nitro, cum sale marino, aliisque hujus naturæ salibus compararem.

Itaque solertissimi Zanonii industria fretus aliam calculi solutionem diversis salinis menstruis tentare constitui, eamque sequentem in modum adornavi.

Novem omnino salium species, singulas aquæ pluvialis destillatæ purissimæ libra una solutas in hoc tentamine adhibui: videlicet salem glauberi, mirabilem dictum: tartarum vitriolatum: alumen crudum: salem marinum: nitrum depuratum: salem ammoniacum: salem catarticum: liquorem tartari regenerati: denique tartarum solubilem.

Porro non una fuit dosis salium singulorum, licet menstrui aquei mensura, ut dictum est, eadem in omnibus fuerit. Nam cum imprimis rationi consonum videretur eam dumtaxat salis copiam in aquæ libram indere, quæ sufficeret

ad

ad hanc iusto sapore imbuendam; cumque dictorum salium alter præ altero promptius, atque intensius saporem suum aqueo liquori impertiretur, hinc factum est, ut v. g. salis marini dragma una; at vero salis ammoniaci scrupuli duo, vel tartari solubilis dragmae duæ cum dimidio, nitri depurati scrupuli quatuor, & sic porro alii sales, singuli juxta modum propriæ sapiditatis prædictam aquæ libram sufficienter saturaverint. Cæterum vascula novem, quibus dictæ salium solutiones continebantur, uno, eodemque furno fuerunt imposita, ita ut singula eodem arenæ calore, humani corporis calori simillimo foverentur; atque ut idem esset in omnibus subiectum illud, in quod hujusmodi sales agerent, detracta fuerunt ex calculo quodam humano, qui forte ad manus erat, quique erat ponderis dragmarum quindecim cum dimidio, frustra novem, quorum unumquodque ad pondus æquale, videlicet granorum triginta quinque, redactum fuerat. Frustra partim ex calculi medullio, albido, poroso, duro, maculis nigricantibus distincto constabant; partim constabant ex calculi crusta exteriori fatis crassa, & quæ marmoris duritiem, & plumbi colorem æmulabatur: utriusque calculosæ hujusce substantiæ, nempe tum medullaris, tum corticalis durities in hoc par esse videbatur, quod validissima unguis pressio neque in hac, neque in illa fulcum, quin ne vestigium quidem ullum inscriberet.

Digestio lapideorum hujusmodi fragmentorum ad viginti dies protracta est, & horum spatium quinque observationes in singulis vasculis sunt factæ, nempe ut observaretur, quid in uniuscujusque vasculi liquore in singulos quatuor dies accidisset; quinta vero, eaque postrema observatio non de solo liquoris aspectu, sed de ipso quoque calculo extra liquorem posito, & exsiccato habebatur, quo scilicet hujus pondus, & durities, peracta jam digestionem, iterum exploraretur.

Jam vero ne vestra abutar patientia singillatim narrans, quis fuerit color, quæ opacitas, quæ bullularum congeries, quanta sediminis copia; denique qualis fuerit facies in singulis hisce salinis solutionibus, dum quinque jam dictæ explorationes fierent, consultum duxi absolutam horum omnium historiam per summa capita vobis indicare, præsertim vero singulorum frustulorum mollitiem, & ponderis decrementum; nam ad hæc duo omnis investigatio mea potissimum dirigebatur.

Scien-

Sciendum est ergo tria fragmenta, quorum unum in solutione salis glauberiani, alterum in solutione tartari vitriolati, tertium in solutione aluminis infusum fuerat, & dicto tempore dierum viginti digestum, tria, inquam, hæc fragmenta, omnia æque ac antea dura, & unguis pressioni resistentia permanisse: pondus vero eorundem æqualiter, videlicet grano uno decrevisse.

Quantum ad colorem, fragmentum illud, quod cum sale glauberiano, itemque illud, quod cum alumine digestum fuerat, utrumque exterius quidem album, interius vero nullatenus mutatum apparuerant: contra vero illud, quod in tartari vitriolati solutione steterat, exterius quidem naturalem colorem servaverat, interius vero nigrorem acquisiverat.

Porro fragmenta quatuor sale marino, sale nitro, sale ammoniaco, & sale catartico digesta, quantum ad duritiem nullo modo fuerunt mutata; pondus in singulis, duobus granis imminutum est; quin fragmentum, quod sale catartico maceratum fuerat, imminutum est duobus cum dimidio.

Quod spectat ad colorem ab iisdem solutionibus inductum, sal marinus, & sal catarticus calculi colorem in interna parte neutiquam mutaverant, in externa vero album reddiderant: ex adverso nitrum, & sal ammoniacus calculorum colorem in externa parte non mutaverant, utique vero in interna, quam fuscam reddiderant.

Dicam pariter brevissime de liquoris aspectu in septem salium solutionibus hætenus enumeratis, facta jam dierum viginti infusione. In his omnibus dum quinta, eademque ultima observatio fieret, moleculæ innatantes deprehensæ sunt, & aquæ pelluciditas aliquantulum turbata. In prioribus quatuor observationibus, nulla deprehensa est turbatio, nisi quod solutio salis glauberiani vix tantillum sedimenti usque ab initio infusionis, idest in prima observatione, ad phyalæ fundum dimiserat.

Descripto jam effectu, quem dicta septem salina menstrua in calculis ediderunt, qui sane levis admodum est, minusque attendendus, quam qui ab aquis simplicibus, præsertim verò tum a zanonis, tum ab aqua augustinianorum haud ab simili methodo, superioribus annis, tractatis, fuit editus; jam nunc propono, quæ a reliquis duabus salinis solutionibus, nempe tartari regenerati, & tartari solubilis peracta sunt.

Cum

Cum itaque elapsis diebus viginti, quinta demum vice explorarentur tum menstrua hæc duo, tum calculi iisdem macerati, & postmodum exsiccati, & idcirco amborum pondus ad bilancem, & amborum durities ad unguis pressionem revocarentur, fateor, sodales optimi, me non leviter admiratum fuisse ponderis, & duritiei decrementum. Scilicet horum alter ob actionem tartari regenerati, a pondere granorum triginta quinque, ad granorum viginti pondus redactus est; ita ut ponderis decrementum granorum quindecim deprehensum fuerit. Alter ob actionem tartari solubilis, a pondere itidem granorum triginta quinque, ad granorum duodecim pondus redactus est; ita ut ponderis decrementum fuerit granorum trium, & viginti.

Horum amborum durities, ipsa quoque valde minor deprehensa est. Nam primus tartari regenerati actionem passus, dum ungue comprimeretur, facile in fragmenta totus abiit: alter a tartaro solubili penetratus, adhuc facilius comminutus est. Qui effectus clare demonstrant, quanto hæc duo menstrua præ cæteris septem paullo ante memoratis, in referendo humano calculo sint potentiora. Et sane dum prima vice, nempe quarta die a macerationis initio, dicta duo menstrua perlustrarentur, cœperunt tam in tartaro regenerato, quam in tartaro solubili se prodere magnæ activitatis inditia, quæ usque ad statutam vigesimam diem sensim aucta sunt. Nam utrumque hoc menstruum subopacum fieri cœpit, residuum ad phyalæ fundum dejicere paullo copiosiore, & moleculas confertim ad superficiem emittere, quæ omnia incipientem jam tum calculi dissolutionem satis testabantur.

His ita se habentibus, placuit in duorum eorundem salium virtutem paullo diutius inquirere, ut si fieri posset, compertum haberem, quanto demum tempore hæc eadem calculosa fragmenta, quæ a viginti dierum infusione supererant, forent penitus dissolvenda.

Itaque illa ipsa tartari regenerati solutio, quæ antea fuerat adhibita una cum calculi in ipsa viginti diebus digesti fragmentis; itemque illa ipsa tartari solubilis solutio, quæ antea fuerat adhibita una cum calculi in ipsa dicto tempore infusi fragmentis, ambæ suis phyalis inditæ, eidem ac antea calori impositæ fuerunt, ut dies adhuc aliquot eorundem fragmentorum digestio protraheretur.

Hujus novi experimenti eventus is fuit; videlicet liquor tartaro regenerato saturatus, cum, peractis adhuc quindecim diebus, fuisset a furno exemptus, deprehensus est dissolvisse duo calculi grana: exsiccatis quippe hujus fragmentis, quæ grana viginti pendebant, & ad bilancem exactis, repertum est eadem pendere grana octodecim; quin eorundem fragmentorum durities aliquatenus etiam mollita est: nam in minutiores moleculas minuebantur, non ita tamen, ut in pulverem redigerentur. At liquor tartarum solubilem continens cum peractis itidem diebus quindecim, fuisset e furno exemptus, calculi fragmenta in ipso digesta, & ut antea exsiccata, ad duo grana redegit deprehensus est, adeo ut horum pondus, quod ad duodecim grana jam fuerat redactum, decem insuper granis decreverit; & dictum residuum granorum duorum potuit digitorum affricu in pulverem facile comminui.

Memineritis, puto, me anno superiore non pauca instituisse experimenta de vi, qua plures aquæ nostrates in humanum calculum agunt, comparata cum ea vi, qua in eundem calculum agit aqua pluvialis tartaro solubili saturata. Illorum experimentorum summa hæc tandem fuit, ut aquæ simplices debilius agerent in calculos, quam aqua dicto tartaro juncta.

In præsens habetis comparisonem factam inter plura menstrua salina, quæ a Chemicis neutra, sive media vocantur, & ex hac comparatione proclive est colligere etiam hoc casu tartarum solubilem inter cæteros, quotquot expertus sum sales neutros, in dissolvendo calculo eminere. Huic proximus est tartarus regeneratus, cujus virtus in hoc opere præstando, quamquam tartari solubilis virtute debilior sit, tamen cæterorum salium mediorum efficacitatem valde antecellit, quasi natura in hoc concreto, idest in tartaro ea condiderit principia, quæ debite invicem attemperata, ad comminuendum calculum maxime sunt opportuna. Etenim notissima res est tartarum solubilem esse concretum salinum, quod nascitur ex lixivio tartari, in quod alia tartari materia, quam oleum tartari per deliquium vocant, fuerit guttatim instillata: tartarum vero regeneratum esse liquorem, qui nascitur ex sale tartari fixo, ubi is imbutus fuerit aceto destillato: proinde ad conflandum utrumque hoc compositum, nullæ aliæ substantiæ adhibentur, quam quæ vel ex tartaro ipso prodeunt va-

riis modis tractato, vel quæ originem cum tartaro ipso communem habent.

Hinc nil mirum si tartarus vitriolatus quamquam partem unam habeat ex tartaro petitam, nempe oleum tartari per deliquium, tamen quia partem alteram habet a tartaro ipso prorsus alienam, videlicet oleum vitrioli, hinc fortasse hanc ob causam tartarus vitriolatus, quantum ad facultatem lythotripticam longe debilior est dictis duobus menstruis, quæ juxta omnia sui componentia tartari naturam præferunt.

Verum cum ego meæ imbecillitatis optime conscius hanc mihi legem indixerim, ut si phœnomenon quodpiam scitu dignum ad Academiam aliquando afferrem, de phœnomeni tamen causa neutiquam differerem, spero veniam a vobis facile impetraturum, si a proponendis iis conjecturis, quæ super hac re mihi in mentem venerant, prorsus abstineam.

JANI PLANCI ARIMINENSIS.

De Urina Veneta.

A D

AMICUM BONONIENSEM

Academicum Infituti

EPISTOLA:

Promiferam jampridem me ad Te, Amicorum optime; historiam quamdam scripturum de Viro, qui per octo vel decem ante obitum dies Urinam reddiderat cum sedimento pulchre cæruleo, quod Cyaneum illum Veterum colorem, seu Berolinense Recentiorum referebat; quod & tibi, & aliis singulare admodum, & plane inauditum visum fuerat: nunc fidem datam libero, & in primis morbi historiam præmitto. Vir iste sexagenarius erat, & boni temperamenti, Dominicus Paulluccius vocabatur, qui Thermopolii Tabernæ erat præfectus. Is a duobus annis dysuria laborare cœperat, ut calculum in Vesica gestare mentiretur. Diluentibus potionibus, & demulcentibus ex seminibus Melonum, & ex Arabico Gummi curabam, ut urinæ acrimonia, & stillidium minueretur, ut reipsa imminuta sunt hæc omnia. Verum elapso vere, quum gravibus animi perturbationibus conflictaretur incidit in morbum ex animi mœrore, cum feбри, quæ ex pulsu & calore magna non apparebat; at insignis erat in ægro linguæ & faucium ariditas, fortasse quia æger, licet a me invitatus, parce admodum bibebat. Inappetentia in eo erat summa, & ad somnum erat pronus. Post tertiam a decubitu diem reddere cœpit cum urinis sedimentum pulchri coloris cærulei, veluti Cyanei illius Veterum, quod Ultramarinum vocant, seu veluti Cœrulei Berolinensis, ut dixi, quod ego mane per tres dies collegi in chartulis, & ad solem exsiccavi; deinde per alios tres dies urina universa, quam noctu reddebat, in qua potissimum sedimentum hoc cæruleum

cernebatur, curavi ut ad me deferretur, quæ subviridis apparerebat cum insigni Spiritus Salis Hammoniæ graveolentia. Per chartam bibulam urinam hanc trajiciebam, & in charta sedimentum remanebat, quod exsiccatum pulvisculum referebat ærugini Massiliensi per quam similem. Ultimis tribus diebus ante mortem ægri urina colligi amplius nequibat, quia æger viribus pene destitutus eam guttatim in lectulo reddebat; sed urina tunc insigni colore cæruleo lintea inficiebat: tandem æger inedia, seu voluntaria abstinentia cibi, potus & medicamentorum omnium a. d. xi. Kal. Junias obiit. Sequenti die ejus cadaver a nobis dissectum fuit, cujus dorsum extrinsecus valde lividum apparuit, & in facie ejus pustulæ erant variæ, ut in gutta rosacea, quæ aliquot diebus ante mortem apparere cœperunt. Vesica erat valde crassa cum plicis variis, ut sunt in ventriculo, & cum variis illis herniis a celebri Morgagno descriptis. Vesicæ Sphincter valde angustus apparuit, Uretheres tamen valde dilatati cernebantur, ut intestina Agni referrent, & inflati, atque exsiccati una cum portione Vesicæ, in primo eorum in Vesica ingressu, valvulam semilunarem, seu conniventem ostendebant, ut sunt valvulæ hujus generis in intestino colo, & in canali vesicæ felleæ. Post hanc valvulam canaliculus intra tunicas vesicæ progrediebatur. Quæsi proximis diebus in alio Cadavere Uretheres ejus inflando cum portione vesicæ, exsiccandoque, at valvulam hanc adesse non inveni; quare inconstans res hæc valvula ad initium vesicæ dicenda, & pro lusu naturæ potius est habenda. Intra vesicam erat portio urinæ, sed aquea, & sine sedimento illo cæruleo: renes erant flaccidi, sed sani, nullumque vestigium in iis sedimenti illius cærulei apparebat, neque arenulæ cujuscumque coloris, uti neque in vesica. Intestina, ventriculus, pulmo subnigra omnia apparuerunt, gangræna enim erant infecta. In Larynge ventriculi illi Galeni, & Morgagni parvi, & angusti cernebantur; non enim voce magna, sed exili gaudebat Vir iste. Cetera viscera in naturali statu erant.

Igitur quod rarum in hac Historia videtur, est mictus ille cæruleus, seu, ut melius dicam, est sedimentum illud cæruleum in urinis per octo, vel decem ante mortem dies, & præsertim in ultimis diebus, quod lintea omnia colore isto inficiebat. Quum casus iste de urina ista cærulea per urbem

nostram vulgaretur, retulit mihi Mulier sexagenaria, se viginti abhinc annis, quæ tunc famulatum nobili Matronæ hujus urbis præbebat, & ornatrix ejus erat, quum ruri una cum Domina verno tempore esset, & quibusdam affectionibus hysteriis ibi laboraret ex mensium paucitate, & juscula alterata ex herbis sumeret, & quum alvum haberet adstrictam, suafu famuli cujusdam contubernalis sui pilulam Novellariæ sumit, quæ Ciceris erat magnitudine; ex hac pilula facta est mulieri purgatio multa, seu hypercatharsis, ut Medici loquuntur, & deinde sequentibus diebus reddere cœpit in urinis sedimentum cæruleum, quod matulas omnes in fundo, & ad latera ita inficiebat, ut detergi nulla vi possent. Hoc per tres, vel quatuor dies accidit, deinde effectus iste cessavit. At urinæ namquam cæruleæ apparuerunt, uti non apparebant tales in ægro nostro, sed cæruleus color tantum erat in fundo vasis, seu in sedimento urinarum.

Causam urinæ hujus cum sedimento isto cæruleo exquirere, non ita facile est. Præter enim casum Viri hujus nostri, & præter illum Mulieris itidem nostræ, rem similem, neque videre, neque legere unquam mihi contigit. Actuarius ultimus inter Græcos Medicos eruditos, qui Tractatus varios, & peculiare, satis diligentes quidem, ut tempora ejus ferebant, de urinis, earumque signis, causis, & differentiis scripsit, variis in locis urinam venetam memorat, & venetum in urinis colorem, & inter signa lethalia plerumque ponit; pessimum enim est apud ipsum niger in urinis color, quippe quia a melancholia, sive ab atra bile fusa, ut ait, originem ducat, & colori atro proximus est venetus iste, seu cæruleus color. Ait tamen urinam venetam malam non esse, si a pharmaco quodam assumpto procedat, & non a vi morbi, narratque casum Servi sui, qui potionem quamdam ex Trochisco quodam amaro cum aqua fervida ex Oxymelle sumserat loco ægri cujusdam morosi, qui eam sumere noluit; deinde Puer ille Actuarii pedibus triginta stadia confecit, & postea urinam mingere primo nigram, deinde ceruleam, summo cum timore Pueri illius, & magna cum Heri admiratione, qui tamen memor potionis illius, jussit eum bono animo esse, ut revera nil mali accidit Puero illi, nam paullo post omni morbo, & timore liber evasit. At Actuarius nullam aliam Historiam de urina veneta, seu cærulea, refert. Quare credibile est præter illam

illam Pueri sui nullam aliam vidisse, & doctrinam illam de malignitate, & de innocentia urinæ venetæ a scientia tunc pervulgata Galenicorum de quatuor humoribus sumsisse, & non a solida ratione, & ab experimentis. Præterea non dicit ex quibus potissimum rebus conflatus esset Pastillus ille amarus, quem admixtum cum aqua fervidâ, & Oxymellite propinandum exhibuerat Ægro cuidam moroso, & delicato, qui, quum sumere nolisset, ejus loco sumsit Puer suus, qui deinde peragratis triginta stadiis, urinam prius nigram, deinde venetam mingere cœpit. Si enim narrasset ex quibus rebus compositus fuisset Pastillus ille, fortasse modo nosceremus, quomodo ex assumptione alicujus rei urina interdum fiat veneta, seu cærulea. Multa sunt quidem, quæ naturalem urinæ colorem, & odorem depravant. Videmus enim assumpto Rhabbarbaro colore flavo tingi urinam, & assumpta Cassia, tingi vineo, & Opuntia fructus comesi sanguineum colorem urinæ conciliant. Sic terebinthina veneta, & cypria, & generatim resinosa omnia, si Balsamum de copaibe excipias, ut & mala Medica comesa gratum violarum odorem urinæ conciliant; at asparagi ingratiſſimum. Fortasse in Trochisco illo amaro Actuarii basis erat Colocynthis, seu erat Trochiscus ille vulgaris de Colocynthide, qui Arabico nomine de Alhandal vocatur. Colocynthis enim amarissima res est, & valde purgans. Fortasse & pilularum de Novellaria basis est ipsa Colocynthis; sunt enim amaræ & ipsæ, & insigniter purgantes. Ex analysi enim earum inventum est Bdellium in iis adeste, & Crocum, & nescio quid amarum, quod Aloen, seu melius, quod Colocynthida referat. Trochisci quidem de Alhandal, seu de Colocynthide a mesue cum arabico gummi, cum Tragacantha, & cum Bdellio parantur. Ex amarore igitur Colocynthidos, & ex salibus suis vellicantibus, pungentibusque prodiisse urinam illam venetam in Actuarii Puero, & in Muliere nostra credendum. At quomodo prodierit item in ægro nostro, qui mortem obiit, ignoramus. Fortasse suafu alicujus amici antequam lectum peteret, sumserat & ipse Pilulas illas Novellariæ, ut liberaretur ex anxietate, quam ex animi mœrore in se experiebatur, ut solent Viri hypochondriacis morbis tentati, qui purgari frequenter amant. Fortasse & ex hypercatharsi orta est in Viro nostro magna illa linguæ, & faucium ariditas, & deinde subsequutus est

mictus ille cæruleus, ut contigit mulieri alteri nostræ adhuc viventi, & quum clam sumisset pharmacum illud, noluit fortasse id affidentibus, & Medico revelare, at majori deinde animi angore correptus, inedia perire maluit. Verum quicquid hoc sit, semper res admodum rara est mictus iste cæruleus, quum tres casus tantum in Historiis Medicorum narrentur, Actuarii nempe illius, & duo nostri. Quare remanet semper adhuc diligenter inquirendum, quomodo urina, vel natura, vel medicamentorum vi cærulea fiat, quod fortasse novis observationibus, & experimentis palam fiet. Hæc habui, Amicorum optime, quæ, ut receperam, ad te scriberem de Urina ista veneta, seu cærulea, vel ut melius dicam, de Urina cum sedimento pulchre cæruleo, quæ tu communicare poteris cum Academicis nostris Instituti, & sententiam illorum exquirere, quam postea ad me scribas velim. Vale. Datis Arimino a. d. viii. Kal. Martias Anno CIOCCCLVI. a Christi Nativitate.

PETRI PAULLI MOLINELLII.

De gravium corporum descensu in aqua.

I. **O**pusculum forte pervolventi mihi, quod in Academia annos ante triginta quinque jam legeram, experimenti ad gravium in aqua descensum pertinentis narratio inter cetera occurrit, de qua cum superioribus mensibus sermonem haberem cum Gusmano Galeatio, Paulo Baptista Balbo, Josepho Veratto, Eustachio Zanotto aliisque præclaris Viris, ea fuit omnium opinio & vox, rem neque a physicoꝝ commodis, neque ab Academiae voluntate alienam facturum esse me, si & experimentum illud repeterem, & qui in repetendo exitus esset, vobiscum (Sodales spectatissimi) communicarem. Quod cum iterum ipsi, ac sapius urgerent, non potui non parere adhortationibus eorum hominum, quos cum audirem, videbar mihi non Academiam modo, sed physicam, mehercule, ipsam adhortantem audire. Antequam tamen, quæ in iterato nuperrime experimento contigerint, expono, quibus de causis primo institutum fuerit, & quo exitu, paucis accipite.

II. Eam de gravitatis natura hypothesim sibi finxit Galileus, quam post eum philosophi secuti sunt, pene dixerim, ad unum omnes. Sibi persuasit scilicet gravitatem inhærentem esse corporibus qualitatem quamdam, eandemque, si modo impedimenta removeas, & quovis puncto temporis premendo agere, & ubique, & uno eodemque modo. Nullam enim (arbitror) satis justam videbat causam, quamobrem modo intenderetur, modo remitteret. Atque ex his conjecit fore, ut in vacuo gravia quæcumque corpora deorsum agerentur accelerato æquabiliter motu; neque in eo plumbum inter, & plumam discrimen ullum intercessurum esse; addiditque spatia a gravibus percursa non temporum summæ, quibus deciderint, at eorum quadrato utique respondere; fierique necesse esse, ut in aere aliisque gravitati obnitentibus fluidis acceleratio illa

illa finem habeat denique, seseque descendencia corpora ad motum uniformem componant.

III. Atque hæc quidem postea quam admirabili, atque una affectus esset ingenii vi, ad experimenta se contulit, delectoque aere, in quo illa caperet; quod, credo, haud tantum a vacuo, quantum fluida cetera, distare aer videretur, æreorum globulorum in planis inclinatis descendendum velocitatem secundum numeros impares, initio ab unitate ducto, augeri deprehendit, qua in re cum præclare commentationibus illis suis consentientem naturam vidisset, quæ ad alias gravitatis leges, aliisque in fluidis demonstrandas sumi experimenta potuissent, consequentium ætatum philosophis pertentanda reliquit.

IV. In iis vero, qui talem provinciam susceperint, primas Newtonus tenet, quippe qui non in aere solum ut Ricciolus, ut Freniclus, Desagulierus, aliique, verum in aqua etiam, atque hydrargiro, itemque in vacuo observationes habuit permultas aptissimasque ad corporum sive libere descendendum, sive affixorum & oscillantium motum explorandum, definiendumque.

V. Tamen cum spatia tantum, quæ ab initio motus ad ejus finem percurta fuissent, Newtonianæ illæ observationes respicerent, de intermediis nihil monerent, locum hic superesse aliquem intellexi, in quo se physicorum exerceret industria. Nam etsi experimenta a se habita inter se conferens Newtonus, atque ad calculos revocans velocitatem recta descendens globi, & resistentias in quas incurrit, & percurta spatia, & quibus percurruntur tempora egregie, si Maupertuisio credimus, enodaverit, tamen haud injucundum videbatur, quacumque tandem quæreretur, se prodere veritatem.

VI. Experimento itaque, de quo alias exposui in Academia, illud mihi proponebam in primis, ut quærerem num in aliis præter aerem fluidis cadentia corpora accelerari contingat, & quatenus, eorum velocitatem in partibus fluidorum intermediis diligenter adnotando. Tametsi autem perspectis cadentium legibus, quas levia inter ascendendum servant, proclive sit intelligere, tamen cum neque a Newtono, neque ab alio quopiam, quod scirem, res ad experimentum hæctenus revocata fuerit, ne id quidem prætermittendum esse duxi. Aqua primum, ut pote ad hæc pericula facienda com-

modior, adhibita est. Nunc experimenti narrationem exequor, quam italice tunc conscriptam, summa fide latinam feci.

VII. Vitreo tubo unciam unam parisiensem in latitudine, pedes octo in altitudine æquanti, stanneus adjectus est tubus latitudinis ejusdem, qua vitreus, altitudinis unciarum duarum circiter. Dividebatur stanneus in partes duas, quarum altera stabiliter vitreo tubo adnectebatur, stabili jungebatur altera ope cochleæ. Itaque ab illa hæc, quoties liberet, disjungi poterat. Os habebat ab inferiori parte clausum, eratque illud propterea, cum mobilem stannei tubi partem alteri junxisset cochlea, tubi totius fundum. Tabulæ, quæ parieti affixa erat, totus alligabatur tubus; si mobilem tamen stannei tubi partem excipias, quæ libera & extans relinquebatur. Tabulam ad dexterum vitrei tubi latus dividebamus in spatia æqualia quingenta; divisionesque nigris lineis distinguebantur, & numeris. Quo vero ascendentis corporis velocitas ab ipso ascensus initio notari posset, columna idcirco plumbea satis lata fundo imponebatur, cujus vertex imam vitrei tubi oram attingebat. Fundum ad centrum perforatum erat, exiguo admodum foramine, quod axi columnæ respondebat, secundum quem & ipsa perforata erat. Acus deinde immittebatur extrinsecus per fundi foramen, urgebaturque ad columnæ summum sic, ut ejus extaret apex, in quem globus figebatur ex cera cum plumbi tantillo conflatus. Instructa hoc modo stannei tubi inferior pars alteri necebat. Jam vero cum experimentum faciendum esset, impleto aqua tubo, acum trahere oportebat; tum statim atque secederet, efferretque sese globus, signum cuiquam dare, qui penduli vibrationes elata voce numeraret; denique intentis oculis prosequi ascendentem globum, & locum, quo esset æqualibus temporibus quarta quaque, sextave vibratione ex gratia, juxta nigras lineas ea, quæ diximus, spatiola distinguentes, albo lapillo notare. Eodemque modo descendentium corporum velocitas observabatur.

VIII. Longum esset observationes narrare singulas; tantummodo quid ostenderint universæ, complectar quam paucissimis. Ostenderunt scilicet, gravia, si lenius per aquam tubo inclusam descendant, æquabili illa motu, quantum sensu percipi potest, a principio descensus ad finem usque descendere; idque levibus similiter accidere, cum ascendunt. Quodque mirum magis videri potest, si foramen satis amplum in parie-

pariete stannei fundi insculptum recludatur, sicque erumpat aqua magno impetu, nihilo secius tum gravia, cum levia etiam æquabilem retinent motum: tantum in his tardior fit, in illis celerior.

IX. Experiri etiam placuit, num effluente aqua ex tubo longitudinis unciarum aliquot, foramini, quod modo diximus, adnexo, gravia velocius descenderent, quam si e foramine solum efflueret. Videbatur enim res, si priori modo cessisset, pondus aliquod nonnullis Polenii observationibus allatura. Decrescente in tubo aqua vix ullum discrimen compertum est. Periculum autem facere, eadem usque servata aquæ altitudine, non licuit. Capta sunt experimenta omnia in conspectu clarissimorum hominum Matthæi Bazzani, Gufmani Galeatii, Ferdinandi Gulielmini, Joannis Baciallii, qui operam ipse præstabat in omnibus. Alia etiam ad experimentum revocare in animo erat, quæ fusius in eo, de quo antea dictum est, opusculo percerentur, nunc prætermitto, ne longior sim.

X. Ad se enim me vocant superioribus mensibus a me habitæ observationes; tum ratio præsertim, quam ad eas habendas iniverim. Primo enim de ampliori tubo cogitatum est. Memineram enim, cum antiquiora illa experimenta ad Academiam detulissem, fuisse nonnullos, atque in his immortalis memoriæ virum Eustachium Manfredium, cui propter nimiam adhibiti tubi angustiam minus apta viderentur ad fidem faciendam de ea, quam præferebant, motus æquabilitate. Itaque tubum faciendum curavi quadrilaterum, altum pedes octo, latum quoquoersus uncias quatuor, & lineas novem. Parietes duo iique oppositi ex bractea ferrea erant stanno obducta. Hos rectæ transversæque necēbant ex eadem bractea fibulæ ad paria utrinque intervalla dispositæ, transversum minimum digitum latæ, eaque longitudine singulæ, qua unius ex parietibus, quos modo dixi, latitudinem æquarent. Interiecta spatia, quasi fenestellæ quædam, vitro occludebantur, in sulcatis fibularum, & parietum limbos immisso, multoque his ad rimas occludendas fideli cæmento, lineisque fasciis multis eodem imbutis adglutinato. Appressæ ad hæc, quo firmiter continerentur, exteriores sulcorum oræ. Tubo sic constituto adiectus est tubus ejus similis, qui vitreo tubo, de quo supra exposui, adjungebatur, nisi quod ex stanno ille,

ex ære hic esset, eaque crassitie, ac diametro, quæ majori tubi amplitudini responderet. Plumbea item columna, & acus adhibita in eundem modum. Tum fulcro & imposuimus tubum, & fustes præterea commisimus duos, qui effectis ex ferrea bractea parietibus, utrinque unus, appositi tubum firmarent, prohiberentque ne parietes a premente aqua inflexi, arcuatique diducerentur. Neque fuit id tamen fatis. Zonas enim ferreas addere oportuit ad ejusmodi incommodum evitandum, quæ fustes simul ac tubum complecterentur, superque fibulis ductæ vitrum, quoad ejus fieri quidem poterat, præterirent. Ne autem dum aqua in tubum immitteretur, nimio impetu vitreos parietes impeteret, disrumperetque, infundibulo ex compactiori tela fatis longo in eum demisso provisum est. Infundibuli superius orificium circulus ferreus apertum detinebat, cui alæ item ferreæ adjectæ erant, quæ super fustium capitibus ponebantur. Singula hæc delineata ab egregio Juvene tabula ostendit tertia.

XI. Porro autem sumpta in ampliori hoc tubo experimenta eundem habuerunt exitum. Uniformem scilicet motum per aquam descendentes, atque ascendentes globi ex cera plumboque effecti tenuerunt. Modo autem observatum est, quæ ad certa, & æqualia temporis intervalla percursa fuissent spatia, modo, quæ æqualibus spatiis tempora responderent. Idque ut exactius fieret, filis coloratis duobus, interiecto pollicis spatio, quinque in locis æqualiter inter se distantibus, tubus præcingebatur, intentisque oculis in pollicaria illa spatia, quo per ea globus transfret, tempus adnotabatur. Singula ne hic quidem experimenta referre vacat. Octo quemadmodum cesserint in ea, quæ proxime sequitur, tabula quisque leget, qui voluerit, ex iisque judicium feret de ceteris. Non globorum pondus, non diameter, non tempora, non percursa spatia prætermittenda sunt.

XII. Ceterum scire licet fuisse globos, qui minutis secundis viginti quatuor, & amplius tubum totum conficerent, fuisse etiam qui quatuor, neque hos minus quam illos uniformem in descendendo motum habuisse, quæ res expectationem de iis movebat, qui graviores essent, & breviori tempore descendissent. Itaque globum plumbeum diametri linearum septem aquæ commisimus. Minutis secundis duobus tubi fundum attigisse visus est, cum ad ejus dimidium uno certissime per-

pervenisset. Experimentis hisce interfuerunt Franciscus Zanottus, Joseph Verattus, Bartholomæus Riverius, Joannes Bacialius. Sed hic frequentior fuit, ut forte cum physica in gratiam rediret, si posset, quam cum fere se totum Reipublicæ dedisset, mærentem ea de caussa, sibi que subiratam reliquerat. Zanottus interim (nihil enim dissimulandum est) facile de multis, quæ viderat, experimentis concedebat uniformem haud pauca decidentium globorum velocitatem ostendere; mirabatur etiam tantam eorum constantiam atque consensum; idem e novissimo colligi recte posse, in quo duobus tantum minutis secundis descenderat globus, difficilior erat ad concedendum, ut qui vereretur haud leviter, ne propter tantam motus celeritatem fallacia subesset in observando aliqua. Videbatur proprie hunc sibi Galileana theoria patronum delegisse, ne detrimenti quidpiam a physicorum observationibus, & conjecturis caperet.

XIII. Cum itaque experimento nollem ego fidere, cui summo Vir ingenio, summaque doctrina diffideret, de instrumento cœpi cogitare, quod decidentium corporum velocitatem exactius proderet. Vas ergo ligneum extruendum curavi, cui inclinatum planum pro fundo esset. Plani hujus altitudo erat pedis unius, & unciarum novem, longitudo pedum trium supra viginti. In media fundi interiorique facie excavatus est canaliculus, oris ferro, ac pumice per summam diligentiam complanatis levigatisque. Oleo etiam oblinitæ sunt, ne facile aquam admittentes turgerent, inæqualesque fierent. Eam faciem in spatia divisimus viginti quatuor supra centum æqualia. Divisiones grandioribus nigris lineis, ac numeris distinguiebantur transversim dispositis. Ab utroque fundi latere lignei parietes assurgebant in eum modum, quem tabula quarta exhibet. Vase luci exposito, repletoque aqua numeri illi, ac lineæ egregie translucebant. Jam vero inclinato plano ad canaliculi initium commissa sunt corpora, quæ ad tubum conficiendum minuta minus secunda quatuor impendissent, certissimaque æquabilis motus inditia præbuisent. Atqui hæc vel sedere visa sunt, vel si motum habuisent aliquem, hære paulo post, atque quiescere. Quibus experimentis aliisque præclare intellexi graviora corpora, dum per aquam descendunt, accelerari omnia, æquabilem ea tantum habere motum, quæ gravitate vix æquale aquæ volumen excedant. Quam scilicet
vim

vim decidenti corpori nullo non puncto temporis superaddit gravitas, eam, quæ gravium descensui obnituntur, impedimenta elidunt, cum tantula sit, absumuntque perfacile. Quo accelerati motus causam omnem tolli necesse est.

XIV. Verum cum nihil inclinatum planum contulisset ad ostendendam motus æquabilitatem in iis corporibus, in quibus eam tubus octo pedes altus certissime demonstrasset, nolui non experiri, quid de iis, si altior adhiberetur, accideret. Confecto ea propter ex bractea ferrea tubo altitudinis pedum quatuor supra viginti, appositoque ad fundum artificio, quo usus fueram, ut explorarem in vitreis tubis ascendentium corporum velocitatem, experimenta eadem iterata sunt. Ac quoniam carebat hic vitro, quod quid intus ageretur, doceret, tubum omnem a principio adhibuimus; tum tertia ejus parte sublata quod erat reliquum; hujus denique reliqui dimidiatam partem, quæ quidem altitudinis erat octo pedum, ejus scilicet, qua vitreus uterque tubus. Neque vero de corporibus solum, quæ inclinato plano hæserant, periculum fecimus, sed etiam de iis, quæ accelerato motu per illud descenderant.

XV. Quibusdam præterea ex his, plumbeis videlicet globulis, eorum quædam nexuimus, globos puta ex leviori ligno confectos, sic ut priori celeritate amissa, leniter plumbei & ipsi per aquam deciderent. Quid in singulis tubis cuique corporum, quæ diximus, generi evenerit, secunda ostendit tabula; quam qui inspexerit, agnoscet statim, corpora quæ satis lente per aquam ascendant, descendantque, æquabilem utique motum habere, neque ea minus, quæ tametsi adeo gravia sunt, ut sola accelerentur, tamen leviorum conjunctione tarditatem acquirunt ab ea, quam hæc habent, non longe diversam.

XVI. Habetis modo observationum mearum summam, quas ut omnino leves vix dignas hoc loco judicarem, nisi parisiensis Academia animum addidisset, quæ Frenicli experimenta laudavit, suisque in actis edidit, tametsi nihil hæc ostenderent aliud, quam medullæ sambuci portiunculam ad duodecim, Gallinæ vero ingluviem pedes intra viginti, cum descenderent, a motu, ut videbatur, accelerato ad æquabilem transiisse. Neque enim quibusdam legibus inhærentem naturam adeo sequi convenit, ut easdem illas leges excipientem præ-

termittamus. Exceptiones enim hujusmodi leges sunt & ipsæ, quas fide, atque constantia tuetur non minori. Quid si eadem spem aliquam afferant utilitatis non contemnendæ? velut hæc ipsa in quibusdam sive gravibus, sive levibus a nobis animadversa accelerationis exceptio, quam quis crediderit ad stagnantium profunde aquarum, atque adeo ad Maris immensi altitudinem dimetiendam conferre aliquo modo posse? Sed jam de suscepto proposito satis.

XVII. Antequam tamen finem dicendi facio, non ingratum vobis facturum me esse puto, si experimentum aliud paucis proponam huc spectans non alio nomine, quam quod inter illa, de quibus hæctenus dixi, subortum est. Ingentem videlicet impetum cum adverterem, quo aqua e foramine factis amplo erumpebat ad imum ejus tubi parietem insculpto, qui altitudinis erat pedum quatuor supra viginti, in animum venit experiri, quid capillaribus tubis proxime ab eo foramine effluentem in aquam demersis accideret. Ut enim probe intelligebam fieri vix posse, quin ea jactus directio, ea vis, aquæ per eosdem ascensum vel tolleret, vel impediret quidem certe, atque minueret, utrum horum efficeret tamen, & quatenus, certius id distinctiusque proditurum se experimentum profitebatur, quam ratio. Res itaque cecidit in hunc modum. Demersi in aquam eo quo diximus loco, vitrei tubuli vix hujus tantum arripuerunt, quantum ad unum atque alterum transversum digitum attolli visum est, cum in consimilibus, ut videbatur, tubulis intra quiescentem aquam immisis ad novem usque pervenisset, atque celerius. Eademque scio contigisse præstantissimæ Mulieri Lauræ Bassiæ, cum experimentum hujusmodi, me rogante, iterasset, aqua vero efflueret prope fundum amplioris vitrei tubi, quem supra descripsimus, quique a nostris ad Verattianas ædes tamquam ad propriam physicæ sedem ac domicilium transierat. Cujus quidem experimenti rationem, quam mihi perhumaniter de scripto tradidit, eo libentius referam, quo inde appareat, quanta illud diligentia perfecit. Tubos igitur capillares quatuor sumpsit longitudinis singulos pedis unius parisiensis, unciarum duarum, & linearum trium. Ex his duorum diameter lineæ quartam partem æquabat, aliorum duorum vix nonam. Jam vero eorum, qui diametri latioris erant, altero in effluentem aquam demisso, in quiescentem altero, aqua in priori illo ad

uncias tres, lineam unam & dimidiatam, in hoc ad uncias quinque, & lineam unam se extulit. Neque in aliis duobus qui angustiores habebant diametrum, dispar fuit exitus, nisi quod in uno atque altero, quod erat propter minorem diametrum facile expectandum, aquam evertam vidit aliquanto altius, in eo videlicet, qui erumpenti aquæ committebatur, ad uncias quatuor, & lineas tres, in altero ad uncias septem, & lineam unam. Infiti igitur capillaribus tubis aquæ attrahendæ facultas ab opposita, de qua loquimur, vi turbari quidem se finit, præteriri non finit. Quid si aqua ex multo altioribus tubis effluat? Nimirum ea, quæ modo attulimus, experimenta futurum innuunt fore, ut aucto, neque nimis multum, jactus impetu cedat illa tandem, & nihil agat. Verum id conjiciens tantum, & dubitans. Neque enim pro certo affirmare ausim, quod observatio non adhuc satis compertum fecerit. Quæ autem in dubitando conjiciendoque culpa esse potest, qui modus?

XVIII. Itaque dubitationem aliam afferre nullus verebor, quæ ob id etiam commode cadit in hunc locum, quod nobis in aliena provincia versantibus sufficiat aliquid, unde ornari nostram aliquo modo possit. Est autem hujusmodi. Sunt qui præcipue ad animalem secretionem explicandam pulsus adhibent. Attractioni, posthabito pulsu, primas attribuunt alii. Porro in utraque hypothese explicandum est maxime, cur quadam fecernantur prope cor, quæ item fecernuntur ad extremum pedem, pinguedo exempli causa? quodque eodem recidit, cur non minus eo in loco, quo motus videtur esse summus, ejusdem omnino humoris, atque in eo, ubi motus tanto sit minor, secretio fiat? præsertim cum neque flexus, neque anguli, neque artificium adsit aliud quodpiam, ut scite animadvertit Morgagnus, quo satis major illa motus vis infringatur, ac retardetur. Jam vero quam difficile est iis, qui in priori Hypothese sunt, propositam questionem explicare! contra vero quam expeditum iis, & facile, qui attractioni favent! Pone capillares tubos sive in quiescentem aquam, sive in eam, quæ magno impetu fluat, immisos ejus attrahendæ vim non ammittere. Cur facturas pinguedinem partes non attrahant fecernentes glandularum poruli sanguini licet modo lenius modo quam celeriter acto commixtas.

XIX. His rebus vix dum scriptis, monuit me Baciallius de excogitato a se instrumento ad Maris altitudinem dimetiendam, quod aliud quodpiam a nobis inventum firmitate longe antecellit, & commodo, Hoochiani vero incommoda, nisi admodum fallor, egregie tollit. Tunc sane de institutis observationibus mihi gavifus sum, quod artificio hujusmodi inveniendō occasionem dedissent aliquam. Utrumque, Baciallii scilicet, & Hoochii, Tabula quinta exhibet. Verum hac de re accuratius illum differentem audietis, & fusius.

TABULA I.

EXperimenta demonstrat, in tubo vitreo ampliori octo pedum habita, ad ascensum, atque descensum pertinentia.

TAB. II.

Experimenta ostendit, quæ eodem spectant, habita in tubis pedes quatuor supra viginti, sexdecim, & octo altis.

TAB. III.

Tubum exhibet ex bractea ferrea, & vitro confectum.

- A. Fenestellæ vitreæ.
- B. Fustes lignei.
- Q. Vincula ferrea.
- D. Pars mobilis tubi ænei stabili adnexa.
- G. Disiuncta.
- FF. Tubi eidem adjecti.
- R. Columna plumbea.
- N. Acus.
- Y. Globus apici acus infixus.
- E. Infundibuli orificium.
- XS. Infundibuli alæ.

TAB. IV.

Vas ligneum repræsentat planum inclinatum pro fundo habens.

- P. Altitudo.
- N. Longitudo.
- S. Cubus ligneus ad sistendos descendentes globos.

TAB. V.

Instrumenta duo demonstrat ad Maris altitudinem dimetiendam inventa.

- X. Pedunculus ferreus globo affixus.
- V. Forceps pedunculum apprehendens.
- M. Elater.
- L. Pondus.
- T. Corpus leve

<i>Glob. ex cera,</i> & <i>plumbo</i> <i>descend.</i>	<i>Pondus</i>	<i>Diamet.</i>	<i>Spatia per-</i> <i>curfa</i>	<i>Temp.M.S.</i>
	℥ ii. gr. vii.	lin. 8.	8	4
			11	
			14	
			17	
			20	
			23	
			26	
			29	

<i>P.</i>	<i>D.</i>	<i>S. p.</i>	<i>T.M.S.</i>
		8	4
		11	
		13	
		16	
		19	
		22	
		24	
		27	

<i>P.</i>	<i>D.</i>	<i>S. p.</i>	<i>T.M.S.</i>
℥ ii.	lin. 7.	9	4
		14	
		19	
		24	
		28	
		33	
		38	
		43	

<i>P.</i>	<i>D.</i>	<i>S. p.</i>	<i>T.M.S.</i>
℥ ii. gr. viii.	lin. 6.	9	4
		11	
		14	
		17	
		20	
		23	

<i>Glob. ex cera,</i> & <i>plumbo</i> <i>descend.</i>	<i>Pondus</i>	<i>Diamet.</i>	<i>Spatia per-</i> <i>curfa</i>	<i>Temp.M.S.</i>
	℥ iii. s. gr. viii.	lin. xii.	8	4
			10	
			12	
			14	
			16	
			18	
			20	
			22	

<i>P.</i>	<i>D.</i>	<i>S. p.</i>	<i>T.M.S.</i>
℥ iii. gr. iii.	lin. 9½.	25	11
		25	14
		25	17
		25	20
		25	23
		25	26
			29

<i>P.</i>	<i>D.</i>	<i>S. p.</i>	<i>T.M.S.</i>
℥ iii. F. i.	lin. 9.	25	7
		25	10
		25	13
		25	17
		25	20
		25	25
			28

<i>Glob. ex cera,</i> & <i>plumbo</i> <i>ascend.</i>	<i>P.</i>	<i>D.</i>	<i>S. p.</i>	<i>T.M.S.</i>
	℥ i.	lin. 7½.	25	6
			25	11
			25	16
			25	21
			25	26
				32



Glob. ex cera,
 ☉ *plumbo descend.*

Tub. 24. pedum sexdecim octo

<i>M. S.</i>	12	8	4
	15	12	5

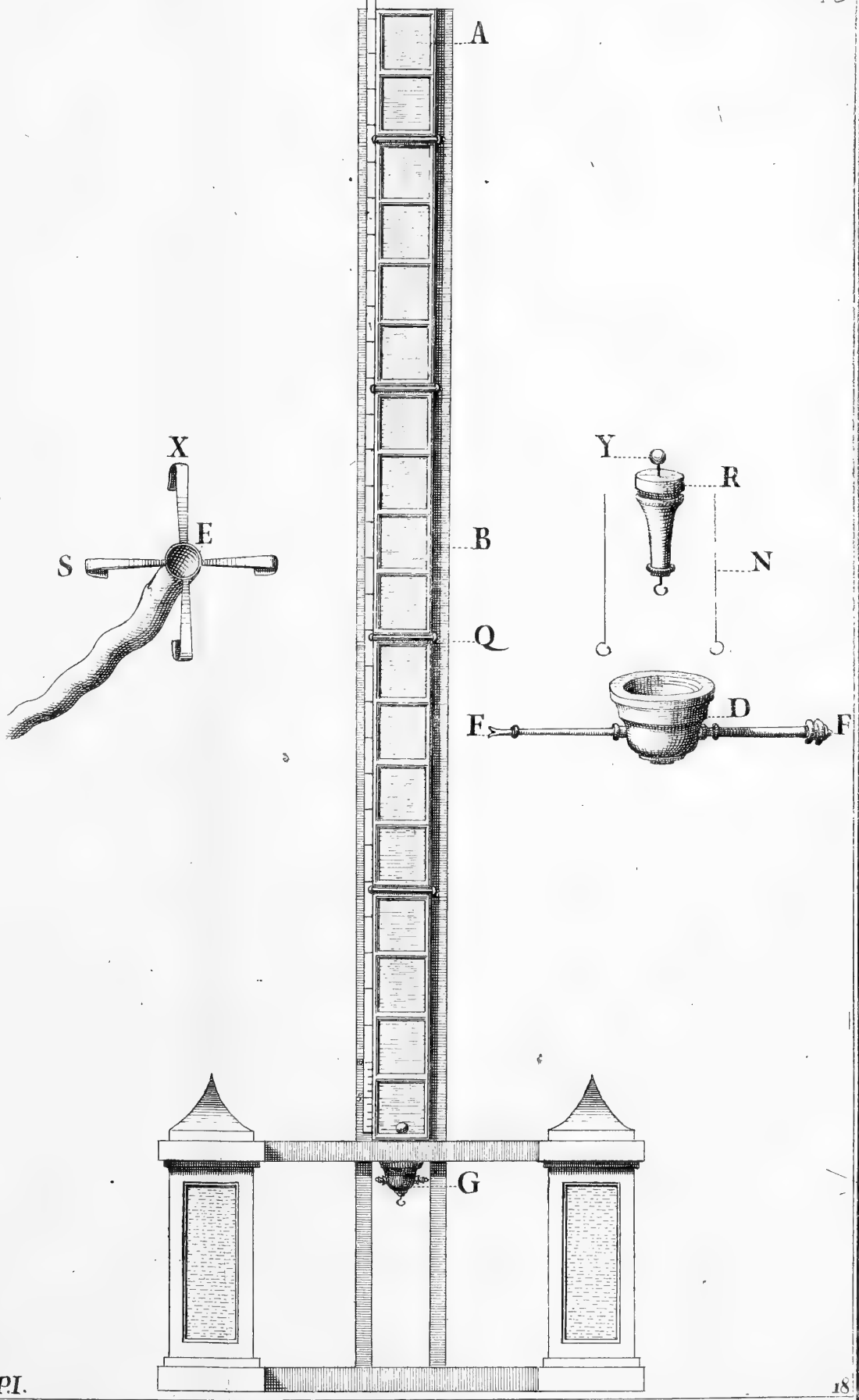
Composita ex glob. ligneo,
 ☉ *plumbeo*

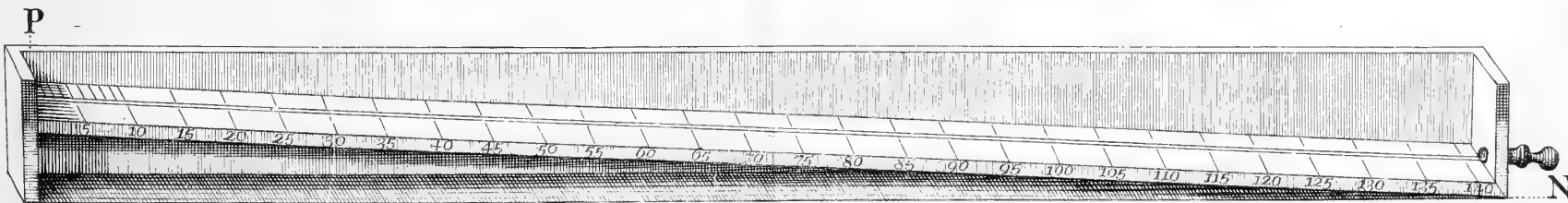
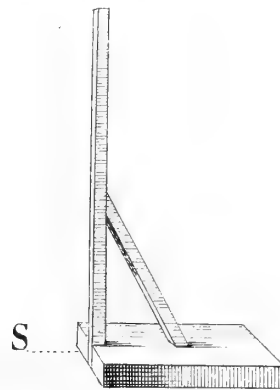
<i>M. S.</i>	9	6	3
	12	8	4

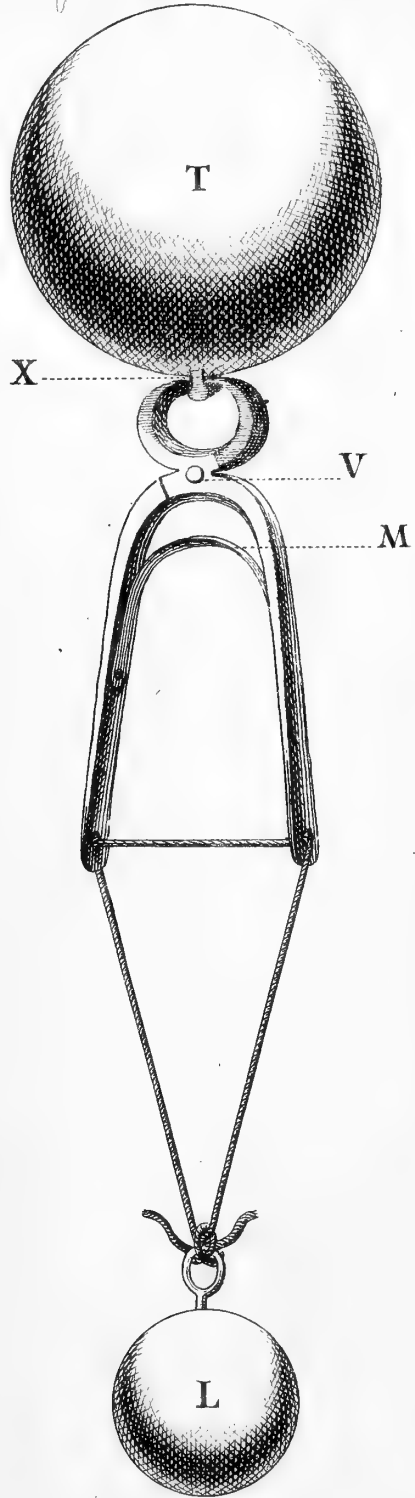
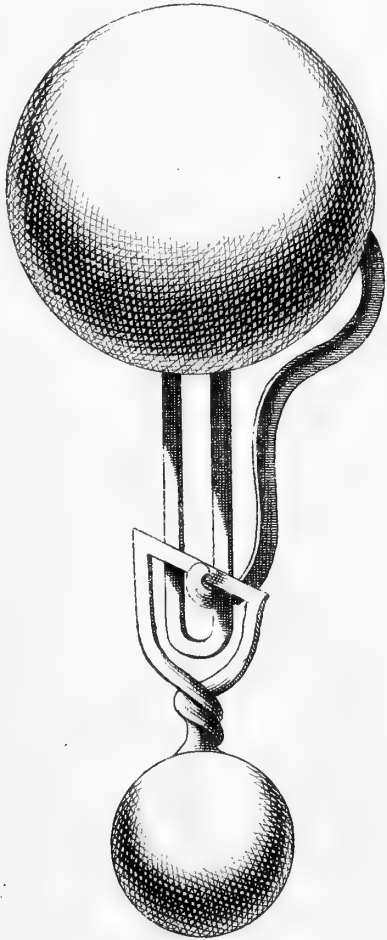
Glob. lignei ascend.

<i>M. S.</i>	29	20	10
	30	21	10











PAULLI FRISII
CLERIC. REGUL. S. PAULLI.

De motu Orbium Planetarum .

MOveatur Planeta *M* in circulari orbita *B M b*, (*Fig. I.*) & fit *B F b* ipsius projectio in planum orbitæ Planetæ alterius *A*, *B b* linea nodorum utriusque orbitæ, *T A* linea syzygiarum. Sit insuper *P* vis, qua Planeta *M* alterius Planetæ actione a plano orbitæ suæ perpendiculariter distrahitur, & fit $\frac{1}{2}$ *M N* spatium, quod viribus perpendicularibus hifce omnibus a Planeta *M* absolvi posset quo tempore describit arcum *M M*. Quia vires perturbatrices continue agunt per totum arcum *M M*, si accipiatur *M m* = *M N*, erit velocitas projectionis ad velocitatem plano orbitæ perpendicularem ut *M m* : *M N*, adeoque rectangulo *M N n m* completo, erit Planetæ femita *M n*. Tota igitur Planetæ orbita circa vectorem radium *M T* veluti circa axem nutabit, ductaque ex nodo *B* recta *BC* ad *M T* perpendiculari, & ex *M* in *B T* perpendiculari alia *M Z*, erit *M m* ad *m n*, five ad *M N*, ut *BC*, aut *M Z* ad arcum, quo punctum *B* supra planum *B F b* elevabitur. Rursus erit sinus inclinationis duarum orbitalium Planetæ attracti, attrahentisque ad sinum totum, ut arcus iste a puncto *B* circa radium *M T* descriptus ad arcum *BL*, quo retrocedet nodorum linea. Quod si igitur sinus inclinationis ad sinum totum se habeat ut ω : 1, erit arcus $BL = \frac{MZ \cdot MN}{\omega \cdot M m}$, & angularis nodorum motus = $\frac{MZ \cdot MN}{\omega \cdot M T \cdot M m}$.

Quia vero angulus *MTB* est summa, aut differentia duorum *M T R*, *R T B*, five (ducta ex *P* in *T b* perpendiculari alia *P G*) duorum *M T B*, *T P G*, erit ex regulis Trigonometricis $MZ = \frac{MH \cdot PG + TH \cdot TG}{M T}$, & neglecto posteriore termino, qui Planeta ex *R* ad *P*, & deinde ad *r* transeunte

oppositione signi destruitur, fiet angularis nodorum motus = $\frac{MH \cdot PG \cdot MN}{\omega \cdot MT^2 \cdot Mm}$. Rursus si MD fit sinus versus arcus Mm, erit

$\frac{Mm}{MT} = \frac{2MD}{Mm}$, eritque 2MD ad MN ut gravitas Planetæ M in centrum T ad vim perturbatricem P. Quare si pro ratione PG:MT scribatur $\pi:1$, & quantitates materiæ in Planetis T, & A se habeant inter se ut M:1, & sit AT = a, MT = b, MH = $\pm x$, gravitas Planetæ M in centrum T = $\frac{M}{b^2}$, ac denique fit angulus MTm = $\frac{Mm}{MT} = dz$, evadet angularis nodorum motus = $\frac{\pm \pi x \cdot MN \cdot Mm}{\omega \cdot MT^2 \cdot 2MD} = \frac{\pm P \cdot b \cdot \pi x dz}{\omega \cdot M}$.

Ducatur jam ex puncto A (Fig. 2.), in planum orbitæ BMb perpendiculum Aa, & ex P in planum BFb perpendiculum PF. Erit PF = $\omega \cdot PG$, Aa = $\frac{\omega \cdot PG \cdot AT}{PT} = \omega \pi a$, aT = $(a^2 - \omega^2 \pi^2 a^2)^{\frac{1}{2}}$, aM = $(a^2 T^2 + MT^2 - 2aT \cdot MH)^{\frac{1}{2}}$ = $(a^2 - \omega^2 \pi^2 a^2 + b^2 \mp 2ax(1 - \omega^2 \pi^2)^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}}$, & AM³ = $(a^2 + b^2 \mp 2ax(1 - \omega^2 \pi^2)^{\frac{1}{2}})^{\frac{3}{2}}$. Quare cum sit $\frac{\omega \pi}{a}$ vis, qua punctum T trahitur perpendiculariter plano orbitæ BMb, & vis qua similiter trahitur punctum M sit = $\frac{\omega \pi a}{AM^3}$, erit duarum virium differentia, nimirum vis perpendiculariter distrahens Planetam M ab orbitæ suæ plano = $\frac{\omega \pi a}{(a^2 + b^2 \mp 2ax(1 - \omega^2 \pi^2)^{\frac{1}{2}})^{\frac{3}{2}}}$ — $\frac{\omega \pi}{a^2}$, & angularis nodorum motus evadet = $\frac{\pm \pi^2 a b x dz}{M \cdot (a^2 + b^2 \mp 2ax(1 - \omega^2 \pi^2)^{\frac{1}{2}})^{\frac{3}{2}}} \cdot \frac{\pm \pi^2 b x}{Ma^2}$.

Si Planetæ attrahentis distantia præ radio vectore orbitæ adeo fit magna ut possint negligi altiores radii ipsius potestates, erit AM³ = $a^3 \mp 3a^2 x(1 - \omega^2 \pi^2)^{\frac{1}{2}}$, & angularis nodorum motus = $\frac{3\pi^2 b x^2}{M \cdot a^3} \cdot (1 - \omega^2 \pi^2)^{\frac{1}{2}} \cdot dz$. Hic casus Lunæ est, quæ a Sole perturbatur. Quare si nodi Lunaris orbitæ in qua-

quadraturis Solis, & Luna ipsa in syzigiis reperiatur, scilicet si sit $x = b$, & $\pi = 1$, nodorum motus fiet maximus,

& $= \frac{3b^3}{M \cdot a^3} (1 - \omega^2)^{\frac{1}{2}} \cdot dz$, & cum sit inclinatio Lunaris orbitæ ad Eclipticam $5^\circ 9'$ circiter, & motus horarius Lunæ $32,941057'$, & sit insuper $\frac{b}{a^3} : \frac{M}{b^2} = 1 : 178,725$ per Prop. 26.

lib. 3. Princ. Mathem. Newtoni; erit motus horarius maximus nodorum Lunæ $33'' 2''' 48^{IV} 37^V$. Deinde si aspectus Solis, & nodorum idem permaneat, & Luna a syzigiis tendat ad quadraturas, horarius nodorum motus minuetur in duplicata ratione sinus distantiae a quadraturis ipsis: & quia summa omnium x^2 dimidia est summæ totidem b^2 , motus medius nodorum integra Lunæ revolutione dimidius erit motus maximi

in syzigiis, scilicet $= \frac{3b^3}{2M \cdot a^3} \cdot (1 - \omega^2)^{\frac{1}{2}} \cdot dz = 16'' 31''' 24^{IV} 18^V$. Denique si alii atque alii nodorum, Solisque aspectus se excipiant, accepto medio mediorum omnium, & pro π^2 scribendo $\frac{1}{2}$, erit pro loco quolibet nodorum Solis, & Lu-

næ, motus vere medius nodorum $= \frac{3b^3}{4M \cdot a^3} \cdot (1 - \frac{1}{2}\omega^2)^{\frac{1}{2}} \cdot dz$, scilicet propter modicam Lunaris orbitæ inclinationem fere dimidius prioris motus, & $= 8'' 15''' 42^{IV} 9^V$.

In Terra vero, Jove, Saturno, & Planetis aliis negligi quidem poterunt orbitalium inclinationes, & æquationes aliæ, quibus Newtonus, & Walmeslejus problema horarii nodorum Lunarium motus ab orbita circulari ad ellipticam traduxerunt; sed ob majorem distantiarum rationem plures accipiendi erunt termini illius seriei, in quam fractio $\frac{1}{(a^2 + b^2 + 2ax)^{\frac{3}{2}}}$ resol-

vitur: quod facili negotio præstabitur si in Newtoniana serie

$(P + PQ)^{\frac{m}{n}} = P^{\frac{m}{n}} + \frac{m}{n} A Q + \frac{m-m}{2n} B Q$ &c. fiat $m = -3$,

$n = 2$, $P = a^2$, $Q = \frac{b^2}{a^2} + \frac{2x}{a}$. Hoc enim posito si ad eos

usque terminos sit deveniendum, in quibus quantitates b , & x quomodocumque inter se mixtæ septimam dimensionem

nem non superent, erit

$$P^{\frac{m}{n}} = \frac{x}{a^3} = A$$

$$\frac{m}{n} A Q = \pm \frac{3x}{a^4} - \frac{3b^2}{2a^5} = B$$

$$\frac{m-n}{2n} B Q = \frac{15x^2}{2a^5} \mp \frac{15b^2x}{2a^6} + \frac{15b^4}{8a^7} = C$$

$$\frac{m-2n}{3n} C Q = \pm \frac{35x^3}{2a^6} - \frac{105b^2x^2}{4a^7} \pm \frac{105b^4x}{8a^8} - \frac{35b^6}{16a^9} = D$$

$$\frac{m-3n}{4n} D Q = \frac{315x^4}{8a^7} \mp \frac{315b^2x^3}{4a^8} + \frac{945b^4x^2}{16a^9} \mp \frac{315b^6x}{16a^{10}} = E$$

$$\frac{m-4n}{5n} E Q = \pm \frac{693x^5}{8a^8} - \frac{3465b^2x^4}{16a^9} \mp \frac{3465b^4x^3}{16a^{10}} = F$$

$$\frac{m-5n}{6n} F Q = \frac{3003x^6}{16a^9} \mp \frac{9009b^2x^5}{16a^{10}} = G$$

$$\frac{m-6n}{7n} G Q = \pm \frac{6435x^7}{16a^{10}}.$$

Ita vires perturbatrices exprimentur seriebus, quæ fatis pro natura problematis convergent, si de Planetis inferioribus agatur, qui perturbantur a superioribus, & fit $a > b$. Quod si superiores Planetæ ipsi ab inferioribus perturbentur, & fit $b > a$, series convertere oportebit, & in numeratores Planetæ attrahentis distantia a centro rejicienda erit, & distantia Planetæ attracti in denominatores. Quod si igitur fiat $P = b^2$, Q

$= \frac{a^2 \mp 2ax}{b^2}$, atque in denominatoribus singulis superioris seriei ponatur b^3 loco a^3 , in numeratoribus vero $\frac{a^2}{b^2}$ loco $\frac{b^2}{a^2}$,

& $\mp \frac{2ax}{b^2}$ loco $\mp \frac{2ax}{a^2}$, emerget series, quæ vires perturba-

trices Planetæ inferioris exprimet, neglectisque terminis omnibus, in quibus Planetæ attrahentis distantia superat septimam dimensionem, prodibit

$$\frac{1}{(a^2 + b^2 \mp 2ax)^{\frac{3}{2}}}$$

=

$$\begin{aligned}
 &= \frac{x}{b^3} \\
 &+ \frac{3ax}{b^5} - \frac{3a^2}{2b^5} \\
 &+ \frac{15a^2x^2}{2b^7} + \frac{15a^3x}{2b^7} + \frac{15a^4}{8b^7} \\
 &+ \frac{35a^3x^3}{2b^9} - \frac{105a^4x^2}{4b^9} + \frac{105a^5x}{8b^9} - \frac{35a^6}{16b^9} \\
 &+ \frac{315a^4x^4}{8b^{11}} - \frac{315a^5x^3}{4b^{11}} + \frac{945a^6x^2}{16b^{11}} - \frac{315a^7x}{16b^{11}} \\
 &+ \frac{693a^5x^5}{8b^{13}} - \frac{3465a^6x^4}{16b^{13}} + \frac{3465a^7x^3}{16b^{13}} \\
 &+ \frac{3003a^6x^6}{16b^{15}} - \frac{9009a^7x^5}{16b^{15}} \\
 &+ \frac{6435a^7x^7}{16b^{17}} .
 \end{aligned}$$

Ducantur modo finguli ferierum termini in $\frac{\pm \pi^2 abxdz}{M}$, & negligantur qui ambiguo signo in advertis locis se destruunt. In primo casu Planetæ attrahentis superius positi angularis motus nodorum Planetæ alterius inferioris æquabitur $\frac{\pi^2 b dz}{M}$

ducto in $\frac{3x^2}{a^3} - \frac{15b^2x^2}{2a^5} + \frac{35x^4}{2a^5} + \frac{105b^4x^2}{8a^7} - \frac{315b^2x^4}{4a^7} + \frac{693x^6}{8a^7} - \frac{315b^6x^2}{16a^9} + \frac{3465b^4x^4}{16a^9} - \frac{9009b^2x^6}{16a^9} + \frac{6435x^8}{16a^9}$. In

casu altero superioris Planetæ, qui ab inferiore perturbetur, angularis motus nodorum æqualis erit $\frac{\pi^2 a^2 dz}{M}$ ducto in $\frac{3x^2}{b^4} -$

$$\begin{aligned}
 &\frac{15a^2x^2}{2b^6} + \frac{35a^2x^4}{2b^8} + \frac{105a^4x^2}{8b^8} - \frac{315a^4x^4}{4b^{10}} + \frac{693a^4x^6}{8b^{12}} - \\
 &\frac{315a^6x^2}{16b^{10}} + \frac{3465a^6x^4}{16b^{12}} - \frac{9009a^6x^6}{16b^{14}} + \frac{6435a^6x^8}{16b^{15}} .
 \end{aligned}$$

Por-

Porro si fit ds elementum peripheriæ, & radius ad peripheriam se habeat ut $1 : \Delta$, erit $\int x^2 ds = \frac{1}{2} b^3 \Delta$. Est autem generatim $\int x^{2m} ds = \frac{2m-1}{2m} \cdot b^2 \int x^{2m-2} ds - \frac{1}{2m} \cdot b (b^2 - x^2)^{\frac{1}{2}} \cdot x^{2m-1}$, & posito $b^2 - x^2 = 0$, est $\int x^{2m} ds = \frac{2m-1}{2m} \cdot b^2 \int x^{2m-2} ds$. Fiet igitur $\int x^4 ds = \frac{3}{8} b^5 \Delta$, $\int x^6 ds = \frac{5}{16} b^7 \Delta$, $\int x^8 ds = \frac{35}{128} b^9 \Delta$ &c. & si summa omnium x^2 , x^4 , x^6 , x^8 dividatur per circula-rem peripheriam $b \Delta$ prodibit medius potestatum earundem valor $\frac{1}{2} b^2$, $\frac{3}{8} b^4$, $\frac{5}{16} b^6$, $\frac{35}{128} b^8$, quo scilicet valore per totam peripheriam uniformiter continuato æqualis summa conficere- tur. Quod si denique valores isti in duabus antecedentibus seriebus suo loco singuli substituantur, prodibit nodorum mo- tus, qui tota Planetæ attracti revolutione medius censeri pos- set, ubi Planeta attrahens datum orbitæ suæ locum, datum- que aspectum cum nodis ipsis immutabiliter tueretur.

Itaque si Planeta quispiam inferior a superiore perturbe- tur, medius motus nodorum utriusque orbitæ, qui dato supe- rioris Planetæ loco integra inferioris Planetæ revolutione re- spondebit, æqualis erit $\frac{\pi^2 b dz}{M}$ ducto in $\frac{3b^2}{2a^3} - \frac{15b^4}{4a^5} + \frac{105b^6}{16a^7}$
 $+ \frac{105b^6}{16a^7} - \frac{945b^6}{32a^7} + \frac{3465b^6}{128a^7} - \frac{315b^8}{32a^9} + \frac{10395b^8}{128a^9} - \frac{45045b^8}{256a^9}$
 $+ \frac{225225b^8}{2048a^9} = \frac{\pi^2 b dz}{M} \left(\frac{3b^2}{2a^3} + \frac{45b^4}{16a^5} + \frac{525b^6}{128a^7} + \frac{11025b^8}{2048a^9} \right) =$
 $\frac{3\pi^2 b dz}{2Ma^3} \left(1 + \frac{15b^2}{8a^2} + \frac{175b^4}{64a^4} + \frac{3675b^6}{1024a^6} \right)$. Dato pariter infé- rioris Planetæ loco, motus medius nodorum Planetæ superio- rioris æqualis erit $\frac{\pi^2 a^2 dz}{M}$ ducto in $\frac{3b^2}{2b^4} - \frac{15a^2}{4b^4} + \frac{105a^2}{16b^4} +$
 $\frac{105a^4}{16b^6} - \frac{945a^4}{32b^6} + \frac{3465a^4}{128b^6} - \frac{315a^6}{32b^8} + \frac{10395a^6}{128b^8} - \frac{45045a^6}{256b^8} +$
 $\frac{225225a^6}{2048b^8} = \frac{3\pi^2 a^2 dz}{2Mb^3} \left(1 + \frac{15a^2}{8b^2} + \frac{175a^4}{64b^4} + \frac{3675a^6}{1024b^6} \right)$.

Ut habeatur motus vere medius nodorum pro aspectu quolibet Planetæ attracti, attrahentisque, medium mediorum omnium motuum accipere oportebit, & Newtoniano more
 pro

pro π^2 scribere $\frac{3}{2}$. Et quidem Terræ, aliorumque inferiorum Planetarum respectu Jovis idem fere est casus qui Lunæ respectu Solis. Luna enim a fyzigiis digressa post integram revolutionem paulo minus quam uno signo a priore loco distitum Solem invenit. Integra autem Terræ revolutione signum unum percurrit Jupiter, & Veneris, ac Mercurii tanta est velocitas, ut præ ipsis progressus Jovis singulis revolutionibus possit omnino negligi. In Planetis aliis, ac potissimum superioribus, qui ab inferioribus perturbantur, ob aliam proportionem velocitatum, dispar casus videri posset. Quia vero motus nodorum Planetæ cujuscumque esset maximus si Planeta alius perturbans semper in quadraturis nodorum reperiretur, nullus si in nodis ipsis, mediocris si in octantibus, & ubique proportionalis quadrato sinus distantiae a nodis; patet nodorum motum vere mediocrem quam proxime haberi semper colligendo motus omnes, & summam per orbitæ perimetrum dividendo. Itaque pro aspectu quolibet Planetarum, nodorumque inter se, erit motus vere medius nodorum, in

$$\text{Planetis quidem inferioribus} = \frac{3b^3 dz}{4Ma^3} \left(1 + \frac{15b^2}{8a^2} + \frac{175b^4}{64a^4} + \frac{3675b^6}{1024a^6} \right), \text{ in superioribus autem} = \frac{3a^3 dz}{4Mb^2} \left(1 + \frac{15a^2}{8b^2} + \frac{175a^4}{64b^4} + \frac{3675a^6}{1024b^6} \right).$$

Hæ formulæ cum iis congruunt, quas tradideram to. 2. variarum Dissertationum lib. 1. cap. 3. de inæqualitatibus Planetarum. Hic vero series paulo aliter sunt erutæ, & ad quartum usque terminum productæ. Quod si accipiatur $dz = 360^\circ$, & sint T, t periodica tempora Planetæ superioris, inferiorisque, ob $a^3 : b^3 = T^2 : t^2$, & $a : b = T^{\frac{2}{3}} : t^{\frac{2}{3}}$, evadet integra

$$\text{inferioris Planetæ revolutione nodorum motus} = \frac{3t^2 \cdot 360^\circ}{4M \cdot T^2} \left(1 + \frac{15t^3}{8T^3} + \frac{175t^4}{64T^3} + \frac{3675t^4}{1024T^4} \right) \text{ integra autem revolutione}$$

Planetæ superioris nodorum motus inferioris ipsius Planetæ augendus erit in ratione $t : T$, erit scilicet $= \frac{3t \cdot 360^\circ}{4M \cdot T}$

$(1 + \frac{15t^{\frac{4}{3}}}{8T^{\frac{4}{3}}} + \frac{175t^{\frac{8}{3}}}{64T^{\frac{8}{3}}} + \frac{3675t^4}{1024T^4})$. Ita series hujusmodi conve-

nient etiam cum aliis Cl. Sylvabellii. Vide illustre opus de variationibus Planetarum num. 135., & 195. In Planetis superioribus, inferiorum actione, evadet nodorum motus =

$$\frac{3t^{\frac{4}{3}} \cdot 360^{\circ}}{4M \cdot T^{\frac{4}{3}}} \left(1 + \frac{15t^{\frac{4}{3}}}{8T^{\frac{4}{3}}} + \frac{175t^{\frac{8}{3}}}{64T^{\frac{8}{3}}} + \frac{3675t^4}{1024T^4} \right).$$

Ut series, accuratius quam fieri potest, casibus singulis aptemus Planetarum superiorum, inferiorumque, primo massarum ratio statuenda est. Quantitates materiæ in Sole, Terra, Jove, & Saturno sunt inter se ut 1, $\frac{1}{169282}$, $\frac{1}{1067}$, $\frac{1}{3021}$, sive ut 10000, 0.059, 9.37, 3.31 juxta Prop. 8. lib. 3. Principiorum Newtoni editionis Londinensis anni 1726. Newtonus vero semidiametrum orbitæ quarti Jovis Satellitis e Sole visæ statuit 8' 16'', quam Cassinus in elementis Astronomiæ 8' 45'' esse voluit. Hac correctione adhibita Cl. Boscovichius, aliisque calculi elementis ex Cassino ipso depromptis massas Jovis, & Saturni statuit 11. 121, 3. 029. Newtonus in editione Amstelodamensi anni 1714 statuit massas ipsas 9. 68, 4. 15, & Gravesandius in postrema editione 9. 305, 3. 25.

His positis si definiendus sit motus nodorum orbitæ Jovis, qui ex attractione Saturni oritur, fiat $\frac{1}{M} = \frac{3029}{10000000}$, $a = 95$, $b = 52$, $dz = 360^{\circ} = 1296000''$. Erit primus terminus seriei, quæ motum ipsum definit = $\frac{1}{26841} \cdot 1296000'' = 49''$ circiter. Primus seriei terminus ad secundum se habebit ut $8a^2 : 15b^2 = 1805 : 1014$, & fiet secundus terminus = 27''. Secundus se habebit ad tertium ut $72a^2 : 105b^2 = 5415 : 2366$, unde ipse tertius terminus evadet = 12''. Tertius se habebit ad quartum ut $16a^2 : 21b^2 = 9025 : 3549$, & fiet quartus terminus = 5'', & serie celeriter decrescente censerit singulis Jovis revolutionibus quæsitus nodorum motus = 93'', & annis singulis 8'' circiter. Si Saturni massa cum Newtono statuatur 3. 31, annuus nodorum motus evaderet fere 9''. Eadem methodo annuus motus nodorum Martis, & Veneris in plano orbitæ

tæ Jovis, qui Jovis actione gignitur, eruetur $17''$, & $4''$. Hi motus fixarum respectu cum sint retrogradi, cumque annis singulis puncta Æquinoctialia regrediantur circiter $51''$, fiet annua progressio nodorum orbitæ Jovis cum plano orbitæ Saturni, atque orbitarum Martis, & Veneris cum orbita Jovis, respectu punctorum Æquinoctialium $42''$, $34''$, & $47''$.

Pariter si a Planetis inferioribus transeamus ad superiores, & fiat $\frac{1}{M} = \frac{11121}{10000000}$, prodibit primus terminus seriei, quæ motum periodicum nodorum orbitæ Saturni cum plano orbitæ Jovis ex Jove ipso ortum exprimet $= \frac{90213552}{361000000} \cdot 1296'' = 324\frac{3}{4}''$: & cum primus terminus se habeat ad secundum ut $1805 : 1014$, secundus ad tertium ut $5415 : 2366$, tertius ad quartum ut $9025 : 3549$, fiet secundus terminus $= 182''$, tertius $= 79''$, quartus $= 32''$, & terminis celerius quam pro ratione dupla decrescentibus, motus omnis nodorum una Saturni revolutione rotundo numero censeri poterit $= 630''$, & annis singulis $= 21''$. Si massa Jovis cum Newtono statuatur 9. 37, evadet motus ipse annuus $= 17\frac{2}{3}''$ fixarum respectu, & respectu punctorum Æquinoctialium $33''$.

Cl. Eulerus in celebri dissertatione de inæqualitatibus Jovis, & Saturni, quæ anno 1748 a Parisiensi Academia præmium retulit, §. LXXXVII. motum annum nodorum orbitæ Saturni in plano orbitæ Jovis statuit $18''$ fixarum respectu, & respectu punctorum Æquinoctialium $33''$. Deinde §. XC. motum annum nodorum orbitæ Jovis cum plano orbitæ Saturni, atque orbitarum Martis, & Veneris cum orbita Jovis statuit fixarum respectu $10''$, $16''$, $4''$. Tum etiam animadvertit sic definitos motus nodorum Saturni, & Martis in plano orbitæ Jovis cum tabulis Astronomicis Cassini apprimè congruere. Verum, ut notat Caillius num. 516. Lectionum Astronomicarum, cum qui ante sæculum decimum sextum floruerunt Astronomi, perpaucas nobis, & parum accuratas observationes de nodorum motu reliquerint, difficile admodum est motus ipsos observationibus sic definire ut pateat, qui observationum, & theoriæ consensus sit. Nobis sufficet hæc in re nostras, aliasque Euleri supputationes diversa penitus methodo institutas pro superioribus æque, atque inferioribus Planetis inter se invicem adeo convenire.

Modo ut videamus, qui sit motus Eclipticæ cum planis aliorum Planetarum, & primo cum orbita Saturni, rursus pro $\frac{1}{M}$ scribendum est $\frac{3029}{10000000}$, statuendumque $a = 95$, $b = 10$: quo fiet primus terminus seriei, quæ annum nodorum motum determinat $= \frac{9087 \cdot 1296''}{34295000} = 20\frac{2}{3}''$, & ad secundum terminum se habebit ut 722 : 15. Quare aliis terminis neglectis, cenferi poterit motus interfectionum Eclipticæ, atque orbitæ Saturni 21''' annis singulis, & integro sæculo 35''. Si Saturni massa ea statuatur, quæ a Newtono definita est, evadet æquatio annua nodorum 23'', & sæcularis æquatio 38''. Pariter si sit $\frac{1}{M} = \frac{11121}{10000000}$, & $a = 52$, erit primus terminus æquationis motus annui nodorum Eclipticæ, & plani orbitæ Jovis $= \frac{33363 \cdot 1296''}{5624320} = \frac{259930688''}{562432} = 461''$, & primus terminus ad secundum se habebit ut 21632 : 1500, & secundus ad tertium ut 64896 : 3500, unde fiet secundus terminus 32'', tertius 2'', & tota æquatio 8" 15''' annis singulis, & integro sæculo 825''. Si massa Jovis juxta Newtonum definiatur, erit æquatio annua nodorum 6" 57'', & sæcularis æquatio 695''. Si quantitates materiæ in Terra, & Marte voluminibus essent proportionales, se haberent scilicet inter se ut 100 : 65, esset motus annuus nodorum Eclipticæ cum plano orbitæ Martis 13''' : & si statuatur quod Eulerus, in Dissertatione de variationibus latitudinis fixarum, & obliquitatis Eclipticæ, ex Terræ, Jovis, & Saturni analogia verosimiliter collegerat, densitates Planetarum omnium inter se esse in ratione subduplicata periodicorum temporum reciproce, fiet motus ipse 9''' circiter.

Denique si accipiantur series aliæ, quæ motum superiorum orbium definiunt, atque eadem in Terra, & Venere materiæ quantitas intelligatur, sicuti idem volumen est, ac fiat $b = 10$, $a = 7$, erit primus terminus æquationis annui motus nodorum ipsius Eclipticæ in plano orbitæ Veneris $= \frac{8673 \cdot 1296''}{4000000} = 168\frac{1}{2}''$. Primus autem terminus ad secundum se habebit ut $8b^2 : 15a^2 = 160 : 147$, & secundus ad tertium ut 480 : 343, & tertius ad quartum ut 1600 : 1029. Quare erit secundus terminus = 155'', tertius = 110 $\frac{2}{3}$ ''', quartus = 71''', atque omnes

omnes simul = $505'' = 8'' 25''$, & serie celerius semper de-
 crescente cenferi poterit motus annuus nodorum Eclipticæ,
 qui ex Venere oritur = $9''$. Si densitas Veneris major esset
 densitate Terræ in ratione subduplicata periodicorum tempo-
 rum reciproce, ut Eulerus opinabatur in memorata disserta-
 tione, quæ in Actis Berolinensis Academiæ anni 1754 legitur,
 motus idem evaderet = $11''$. Quod si denique densitates, quan-
 titatesque materiæ in Terra, & Venere inter se essent ut 3:
 2, quod Cl. Clairaut in Actis Parisiensis Academiæ anni 1754,
 de apparente orbita Solis differens aliis phænomenis aberratio-
 num Terræ satis conforme esse invenerat, prodiret motus an-
 nuus $6''$, & sæcularis motus $600''$. Eulerus num. XXII. suæ
 Dissertationis motum annum nodorum Eclipticæ cum pla-
 nis orbitarum Saturni, & Jovis esse dixit $22''$, & $6'' 57''$,
 omnino ut paulo superius a nobis statutum est: motum au-
 tem nodorum eorundem cum orbitis Martis, & Veneris de-
 finivit $5''$, & $5'' 20''$. Et quidem antea cum nos etiam pri-
 mos dumtaxat terminos supputaremus illius seriei, quæ vim
 perturbatricem Veneris exprimit, ad eandem Euleri æquatio-
 nem pro eadem densitatis hypothese devenimus. At prioribus
 quatuor terminis supputatis, & subsequen-
 tium aliorum aliqua
 ratione habita, motus annuus intersectionum Eclipticæ cum
 plano orbitæ Veneris, pro variis densitatis Veneris hypothe-
 sibus, cenferi non potest minor $9''$, $11''$, & $6''$.

His positis ex puncto T, (Fig. 3), elevetur recta TO per-
 pendicularis plano BMb, & radio vectori MT æqualis.
 Manifestum est angularem motum totius plani circa quamli-
 bet orbitæ diametrum æquari angulari motui rectæ TO. Jam
 vero, ut dictum est, arcus, quo nodus B in plano orbitæ
 Planetæ alterius retrocedit, ad arcum, quo punctum prioris
 nodi, plano BMb ob vim perturbatricem nutante, describit
 circa radium MT, se habet ut $1 : \omega$, atque is ipse arcus
 ad arcum alium Oo, quem eodem tempore, eademque plani
 nutatione perpendicularis erectæ extremum O circa eundem
 radium describit, & ut BC:TO, sive ut MZ:TO. Cum
 ergo motus puncti O secundum lineam TQ radio ipsi nor-
 malem fiat, & minimo quocumque tempore veluti rectili-
 neus, & rectæ TQ parallelus spectari possit, si in alios mo-
 tus secundum directiones alias resolvatur, prodibit motus re-
 ctæ TO, & totius plani BMb circa alios vectores radios.

Ita

Ita si motus plani circa nodorum lineam requiratur, quo scilicet inclinatio orbitarum Planetæ attracti, attrahentisque aut imminuitur, aut augetur, ducatur recta VT rectæ BT, & recta QD rectæ VT perpendicularis. Quia, ob rectos angulos QTM, VTB, æquales sunt anguli QTD, MTZ, erit motus omnis puncti O secundum IQ conceptus, ad motum qui secundum TD fiet, & quo planum BMb circa nodorum lineam Bb nutabit, ut $TQ:TD = MT:TZ$, & compositis rationibus erit angularis motus nodorum ad variationem inclinationis orbitæ ut $MZ:\omega.TZ$. Est autem $Tv = TH \mp Hv = TH \mp \frac{TG.MH}{PG}$, & $PT:PG = Tv:TZ$. Quare erit $\pm TZ = \pm \frac{TH.PG}{PT} - \frac{TG.MH}{PT}$, & , priore termino de more ommisso, erit angularis motus nodorum ad motum variatæ inclinationis ut $\frac{PG.MH}{PT} : - \frac{\omega.TG.MH}{PT} = \pi : - \omega.(1 - \pi^2)^{\frac{1}{2}}$.

Si Planeta quispiam superior integra inferioris Planetæ revolutione datum locum servaret esset variatio media inclinationis orbitæ ipsius inferioris = $-\frac{3\omega\pi(1-\pi^2)^{\frac{1}{2}}.b^3 dz}{2Ma^3}$

$$\left(1 + \frac{15b^2}{8a^2} + \frac{175b^4}{64a^4} + \frac{3675b^6}{1024a^6}\right), \text{ atque esset variatio eadem}$$

$$= -\frac{3\omega\pi(1-\pi^2)^{\frac{1}{2}}.a^2 dz}{2Mb^2} \left(1 + \frac{15a^2}{8b^2} + \frac{175a^4}{64b^4} + \frac{3675a^6}{1024b^6}\right) \text{ si Pla-}$$

neta attrahens statueretur inferior quam qui attrahitur: nimirum in casu utroque inclinationis variatio esset nulla si Planeta attrahens aut in quadraturis nodorum, aut in ipsa nodorum linea reperiretur, & in octantibus nodorum maxima evaderet. Quod si attrahens idem Planeta in orbe suo moveri intelligatur, & a linea nodorum tendat ad quadraturas minuetur inclinatio duorum orbium in ratione composita sinus, & cosinus distantæ a nodis. Deinde dum a quadraturis Planeta attrahens tendet ad nodum alterum, rectangulum π

$(1 - \pi^2)^{\frac{1}{2}}$ fiet negativum, augebiturque iisdem gradibus inclinatio, quibus antea imminuebatur, ac restituetur in statum pristinum. Denique quia summa omnium $\pi(1 - \pi^2)^{\frac{1}{2}}$ per inte-

integrum quadrantem est $\frac{\pi}{2}$, & summam ipsam per quadrantem circuli, sive $\frac{1}{4}\Delta$ dividendo fit $\frac{\pi}{2}$ valor medius rectanguli $\pi (1 - \pi^2)^{\frac{1}{2}}$, erit vera media variatio inclinationis = $-\frac{3\omega b dz}{\Delta M a^3}$

$(1 + \frac{15b^2}{8a^2} + \frac{175b^4}{64a^4} + \frac{3675b^6}{1024a^6})$ si Planeta attrahens sit supe-

rior, & si ipse inferior statuatur, erit = $-\frac{3\omega a^2 dz}{\Delta M b^3} (1 + \frac{15a^2}{8b^2} + \frac{175a^4}{64b^4} + \frac{3675a^6}{1024b^6})$. Si prioris formulæ secundus termi-

nus, alique subsequentes omnes negligantur, idem Lunæ casus habebitur, & Propositio 34. Princip. Mathem. Newtoni cum suis corollariis unica formula continebitur, quemadmodum cap. 4. lib. 1. de inæqualitatibus Planetarum singillatim jam explicavimus.

Quod si ex dato motu nodorum Eclipticæ cum orbitis aliorum Planetarum eruenda sit variatio inclinationis Eclipticæ, & Æquatoris, fit rursus, (*Fig. 4.*), *Bb* linea nodorum, *B* nodus ascendens orbitæ Planetæ alterius, *Pp* intersectio Eclipticæ, & Æquatoris, *Rr* linea solstitiorum, ducanturque ex *M*, & *Q*, *MN*, & *Qg* perpendiculares rectis *Pp*, *Rr*. Erit ex modo dictis, nodi *B* motus in plano orbitæ Planetæ alterius ad motum poli Eclipticæ circa radium *MT*, & secundum *TQ*, ut *MZ* : ω . *MT*. Motus autem secundum *TQ* erit ad motum, qui secundum lineam *Tg*, & circa lineam *Pp* fiet, quo scilicet inclinatio Eclipticæ, & Æquatoris variabitur ut *TQ* : *Tg*, sive ut *TM* : *TN*. Itaque erit nodorum motus ad variationem inclinationis ut *MZ* : ω . *TN*, sive ut $\frac{\omega \cdot MZ \cdot BX \pm \omega \cdot TZ \cdot TX}{MT}$, sive demum ob signi ambiguitatem neglecto altero termino ut *MT* : ω . *BX*.

Si nodus ascendens *B* fit in signis Borealibus Eclipticæ, punctum idem Eclipticæ, in quo est nodus, regredi non poterit in plano orbitæ Planetæ alterius nisi excurrendo Austrum versus, hoc est Æquatori propius accedendo: contra vero si in signis Borealibus reperiatur nodus descendens, a quo scilicet ultra Eclipticam Planeta versus polum Australem tendit, simili retrogradatione idem punctum Eclipticæ recedet semper ab Æquatore. Itaque in primo casu motus inclinationis, qui fit

fit circa *Æquinoctiorum* lineam *Pp*, obliquitatem *Eclipticæ* imminuet, augebitque in casu altero. Porro sæculi hujus initio erant nodi ascendentes Saturni, & Jovis in signo Cancri $21^{\circ} 13' 29''$, & $7^{\circ} 29' 53''$, nodus ascendens Veneris in signo Geminorum $13^{\circ} 59' 25''$, & nodi ascendentes Martis, & Mercurii in signo Tauri $17^{\circ} 17' 25''$, & $14^{\circ} 43''$, ut in *Lectio-ibus Astronomicis Caillii* videre est. Itaque in ea positione orbitarum, quæ modo est, conspirant vires Planetarum omnium ad imminuendam obliquitatem *Eclipticæ*, & *Æquatoris*.

Ut imminutionis totius calculum ineamus, fit motus sæcularis nodorum *Eclipticæ*, atque orbitæ Saturni $35''$, inclinatio $2\frac{1}{2}^{\circ}$, cujus sinus est 0,0436, distantia vero nodi ascendentis Saturni a punctis *Æquinoctialibus* $68^{\circ} 47'$, cujus sinus est 0,9322. Erit tota sæcularis variatio obliquitatis *Eclipticæ*, quæ ex viribus Saturni orietur, $1\frac{1}{2}''$ circiter. Pariter si sæcularis motus nodorum *Eclipticæ* cum orbita Jovis statuatur $825''$, inclinatio orbitæ Jovis ad *Eclipticam* $1^{\circ} 19' 30''$, cujus sinus est 0,023, distantia nodi ascendentis a linea *Æquinoctiorum* $82\frac{1}{2}^{\circ}$, cujus sinus est 0,9914449, fiet sæcularis variatio obliquitatis *Eclipticæ* $18\frac{1}{3}''$. Si sæcularis motus nodorum censeatur $695''$, ut prodiit quantitatem materiæ Jovis eam assumendo, quam *Newtonus* determinaverat, evaderet variatio eadem dumtaxat $15''$. Denique si sæcularis motus nodorum cum plano orbitæ Veneris sit $600'$, inclinatio orbitæ $3^{\circ} 23' 20''$, cujus sinus 0,059, longitudo nodi ascendentis 74° circiter, cujus sinus 0,96, fiet sæcularis variatio obliquitatis $33''$, & neglectis ob parvitatem actionibus Martis, & Mercurii, conjunctisque aliis Veneris, Jovis, & Saturni, tota imminutio inclinationis *Eclipticæ* ad *Æquatorem* censeferi poterit rotundo numero $50''$.

Tycho, aliique *Astronomi* decimi sexti sæculi *Eclipticæ* obliquitatem posuerunt $23^{\circ} 31'$, ut etiam ferunt *Copernici* observationes, si $2'$ addantur ob refractionem. Elapso sæculo $23^{\circ} 30'$, & $23^{\circ} 29'$ circiter deprehensa est. Ut unam ex observationibus omnibus feligamus, quæ instrumentis melioribus peracta est, *Flamsteedius* mense Junio anni 1691 altitudinem meridianam, ac *Solstitialem* limbi Solis superioris *Grenovicii* deprehendit $27^{\circ} 45' 30''$, vel $27^{\circ} 45' 35''$, limbi vero inferioris $28^{\circ} 16' 55''$, vel $28^{\circ} 17'$: quarum altitudinum summa $56^{\circ} 2' 25''$, vel $56^{\circ} 2' 35''$, vel medium *Arithmeticum* sumendo

mendo $56^{\circ} 2' 30''$ bifariam divisa altitudinem centri solaris dabit $28^{\circ} 1' 15''$, & erroribus instrumenti correctis $27^{\circ} 59' 10''$, & parallaxi demum, ac refractionibus supputatis $27^{\circ} 59' 37''$. Quia igitur in Grenoviciensi observatorio \AA quatoris distantia a vertice est $51^{\circ} 28' 30''$, fiet observata Eclipticæ obliquitas $23^{\circ} 28' 53''$: & quia tunc temporis nodus ascendens Lunaris orbitæ circa 20° Piscium reperiebatur, $8''$ subtrahendo ob nutationem terrestris axis, fiet obliquitas media $23^{\circ} 28' 45''$. Quod si igitur pro anno 1750 statuatur cum Cl. Caillio obliquitas media $23^{\circ} 28' 19''$, fiet imminutio obliquitatis $26''$ singulis annis 59 , & integro sæculo $44''$, ut etiam ab eodem Caillio in tabulis Astronomicis determinata est. Cassinus in elementis Astronomiæ animadvertit imminutionem obliquitatis Eclipticæ, quæ 66 annis respondet, ex ferie plurium observationum prodire $30''$, scilicet uno sæculo $45\frac{1}{2}''$. Louvilleus in Actis Lipsiensibus anni 1719 sæcularem imminutionem integri minuti primi esse voluit. Unde quæ massæ Veneris hypothesis aliis perturbationum motus terræ phœnomenis conformis Cl. Clairaut visa est, eadem explicandæ imminutioni obliquitatis Eclipticæ par esse potest. Si observationibus vere minor deprehendatur sæcularis variatio, quam superioribus calculis prodierit, massæ etiam Planetarum præ massa Solis minores statuendæ erunt.

Posita Eclipticæ obliquitate $23^{\circ} 28' 19''$ pro anno 1750 ineunte, fiet exeunte hoc sæculo obliquitas $23^{\circ} 27' 54''$, & pro sæculi initio ponenda erit $23^{\circ} 28' 44''$. Quo jam si nodi ascendentes Planetarum distantias suas a punctis \AA quinoctialibus sensibiliiter non mutare intelligantur, ad datum quodcumque aliud tempus obliquitas eadem Eclipticæ supputari poterit. Ita 300 annis ante Christum, sive ætate Pythæ, fiet obliquitas $23^{\circ} 45'$: unde parum accuratæ observationes Pythæ æstimari debent, quæ $23^{\circ} 51'$ obliquitatem ipsam faciebant. Albateynii, aliorumque Arabum observationes, quæ altissimorum Gnomonum ope instituebantur, accuratiores censendæ sunt. Albateynius autem inclinationem Eclipticæ ad \AA quatorem definivit $23^{\circ} 35'$, & Arabes alii Thebit, & Mahmud annis æræ vulgaris 901, & 992 ipsam statuerunt $23^{\circ} 33\frac{1}{2}'$, & $23^{\circ} 32\frac{3}{4}'$. Porro exeunte sæculo nono Eclipticæ obliquitas calculo erueretur $23^{\circ} 35'$. Id theoriæ conforme esse Eulerus animadvertit num. xxvi. de obliquitate Eclipticæ: quamvis ante-

T. V. Qq ceden-

cedente numero indicaverit calculum omnem precariæ hypothesi inniti quod eadem semper fuerit inclinatio orbitarum Jovis, & Veneris ad Eclipticam. Et plane si inclinatio orbitarum major fuisset aliquando quam modo est, major etiam prodiiisset æquatio inclinationis Eclipticæ ad Æquatorem. Nos vero supra observavimus inclinationem Eclipticæ cum aliorum Planetarum orbitis modo imminui, modo augeri, & stasis temporibus restitui in gradum pristinum, eandemque manere semper, saltem quam proxime, inclinationem mediam Eclipticæ cum ipsis orbitis, licet inclinatio Eclipticæ cum Æquatore singulis sæculis fiat minor: unde etiam certius constat theoriæ cum observationibus Arabum consensus.

Quia vero Planetarum nodi, & puncta Æquinoctialia fixarum respectu regrediuntur, & punctorum Æquinoctialium respectu nodi progrediuntur in consequentia signa Eclipticæ, subsequenter sæculis ea variationis pars, quæ pendet ex Venere, augeri debet, & ea, quæ ex Jove pendet, imminui, sicuti elapsis sæculis contraria ratione, & partem illam minorem, & majorem hanc fuisse oportuit. Et licet totum variationis discrimen sæculorum aliquot intervallo satis exiguum sit, si tamen longius progrediamur, fiet denique sensibile. Ita cum juxta tabulas Astronomicas, initio æræ vulgaris, nodus ascendens Veneris fuerit in signo Tauri $19^{\circ} 20'$, & nodus ascendens Jovis in signo Geminorum $13^{\circ} 58'$, si instituat ut supra calculus, variatio tota obliquitatis Eclipticæ, quæ primo æræ vulgaris sæculo respondet, $6''$ circiter minor prodibit, quam quæ respondet sæculo nostro. Quando autem nodi ascendentes orbitarum Jovis, & Veneris, quorum vires ad immutandam obliquitatem potiores sunt, ad Australia signa pervenient, augebitur iisdem gradibus obliquitas, quibus antea imminuta est, & integra revolutione restituetur in gradum pristinum. Et cum nodorum eorundem motus respectu punctorum Æquinoctialium septendecim sæculis fuerit circiter 21° , & 25° , tota revolutio non absolvetur nisi sæculis 291, & 245, quorum dimidio augebitur Eclipticæ obliquitas, & dimidio imminuetur.

Si nodus ascendens Jovis semper in primis Cancris punctis reperiretur, maxima obliquitatis Eclipticæ imminutio ex Jove orta evaderet integro sæculo = $\frac{695'' \cdot 23}{1000} = 16''$ circiter,

&

& sæculis $145\frac{1}{2} = 2328''$. Pariter si nodus ascendens Veneris in primis Cancris punctis permaneret, actione Veneris Eclipticæ obliquitas uno sæculo imminueretur $35\frac{2}{3}''$, & $4368''$ sæculis $122\frac{1}{2}$. Est autem summa variationum omnium ad summam variationum totidem maximarum ut summa sinuum omnium ad summam totidem radiorum, vel ut radius ad quadrantem circuli, sive ut dupla diameter ad peripheriam. Erit igitur tota variatio, quæ ex Jove, & Venere oriri poterit, $25'$, & $46'$, & nodis duorum Planetarum a se invicem fere uno signo distantibus censeferi poterit limes maxime imminutæ, auctæve obliquitatis Eclipticæ circiter unius gradus. Falsum igitur est quod nonnulli, authore Herodoto, atque ex veteri traditione Ægyptiorum asseruerunt Eclipticam fuisse olim Æquatori circulo perpendicularem, quodque in Actis Lipsiensibus contendebat Louvilleus Eclipticæ obliquitatem singulis sæculis integro minuto ita imminui, ut demum cum Æquatore congruere debeat. Siquidem nec nisi uno gradu major esse unquam potuit Eclipticæ obliquitas quam modo est, nec nisi uno gradu minor potest unquam evadere.

Eodem modo inveniri poterit motus punctorum Æquinoctialium, qui ex Jove, Saturno, & Venere proficiscitur. In solutione enim problematum præcessionis Æquinoctiorum, nutationis terrestris axis, aliarumque vicissitudinum diurni motus, tomo primo dissertationum variarum, supputavimus motus omnes punctorum Æquinoctialium, qui in plano Eclipticæ immobili ob vires Solis, & Lunæ haberi debent. Id autem facile præstitum a nobis fuit ope illius theorematis, cujus alteram, brevissimamque demonstrationem præ manibus habemus, de compositione motuum rotationis. At si motus punctorum eorundem ex Planetarum aliorum actione ortus quærat, manentibus omnibus ut supra, erit motus nodi ascendentis B, (Fig. 4.) ad motum illum poli Eclipticæ, qui secundum rectam TN fiet, & quo tota Ecliptica circa Rr veluti circa axem nutabit, ut $MZ : \omega . Gg = MZ : \omega . MN = BT : -\omega . TX$. Est enim $MN = \frac{BX . TZ - MZ . TX}{BT}$. Ita dum

Eclipticæ planum circa lineam Rr feretur, puncta P, p a loco prioris plani recedent perpendiculariter, & alia fiet intersectio Eclipticæ, & Æquatoris. Motus autem poli Eclipticæ, & puncti P circa Rr idem erit, & motus puncti P circa Rr

erit ad motum inde ortum punctorum *Æquinoctialium* in plano *Eclipticæ* ut sinus ad cosinum obliquitatis *Eclipticæ*, sive ut tangens obliquitatis *Eclipticæ* ad sinum totum. Itaque motus nodi *Eclipticæ* *B* in plano orbitæ *Planetæ* alterius erit ad motum punctorum *Æquinoctialium* in plano *Eclipticæ* in ratione composita $BT : -\omega . TX$, & tangens obliquitatis *Eclipticæ* ad sinum totum: quod rursus congruit cum aliis *Euleri* formulis.

Si nodus ascendens *B* sit inter punctum *Æquinoctii* verni, & puncta *Solstitialia*, *TX* positiva erit, & puncta *Æquinoctialia* actione *Planetæ* alterius ferentur contra ordinem signorum: contra vero ferentur in consequentia signa *Eclipticæ* si *TX* fiat negativa, & nodus ascendens *B* reperiatur puncta inter *Solstitialia*, & punctum *Æquinoctii* Autumnalis. In ea igitur positione orbitarum, quæ modo est, actione quidem *Saturni*, & *Jovis* imminuetur præcessio annua *Æquinoctiorum*, quæ ex *Sole*, & *Luna* oritur, actione vero aliorum *Planetarum* augebitur. Et quia nodi ascendentes *Jovis*, & *Saturni* a punctis *Solstitialibus* distant $7\frac{1}{2}^{\circ}$, & $21^{\circ} 13'$, fiet sæcularis progressio punctorum *Æquinoctialium* ob vim *Planetæ* utriusque $6''$ circiter. Ob vim *Veneris* retrocedent singulis sæculis circiter $24''$. Quare præ tota regressione, quæ ex *Sole*, & *Luna* oritur, quæque annis singulis est circiter $51''$, nimis exigua erit regressio ex aliis *Planetis* orta, quam ut observationibus possit detegi. Subsequentibus sæculis minor fiet æquatio, quæ ex *Venere*, & major quæ ex *Jove*, & *Saturno* pendet: utraque vero eandem periodum habebit, qua variatio obliquitatis *Eclipticæ* complectitur, nisi quod variationis hujus periodus a punctis *Æquinoctialibus*, illius vero a punctis *Solstitialibus* supputari debeat. Antecedentibus sæculis majorem esse oportuit æquationem, quæ ex *Venere*, & minorem quæ ex duobus aliis *Planetis* oritur, & differentia omnis ad præcessionem annuam *Æquinoctiorum* proportionem sensibilem habere aliquando potuit. Ita si primo æræ vulgaris sæculo statuatur *Eclipticæ* obliquitas $23^{\circ} 42'$, prodibit æquationum duarum differentia integro illo sæculo unius circiter minuti primi.

Fig. 1.

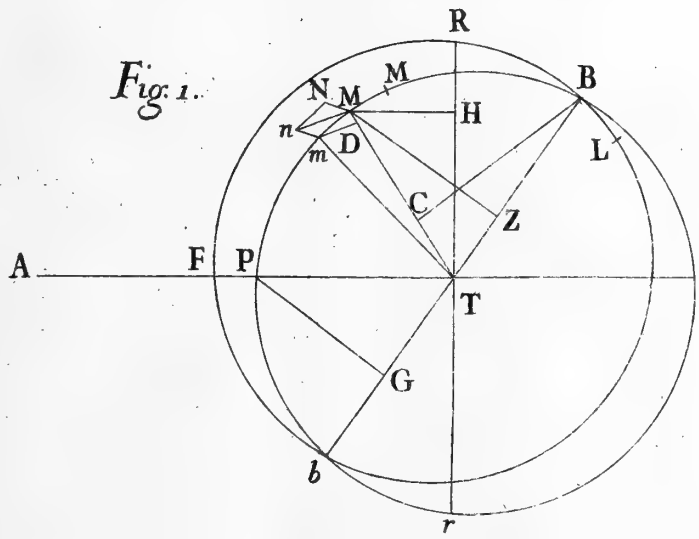


Fig. 3.

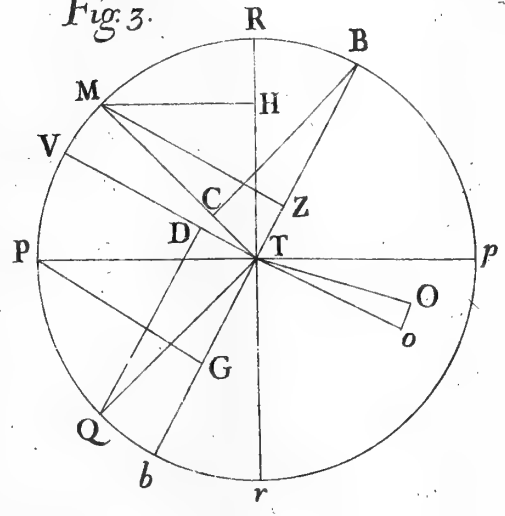


Fig. 2.

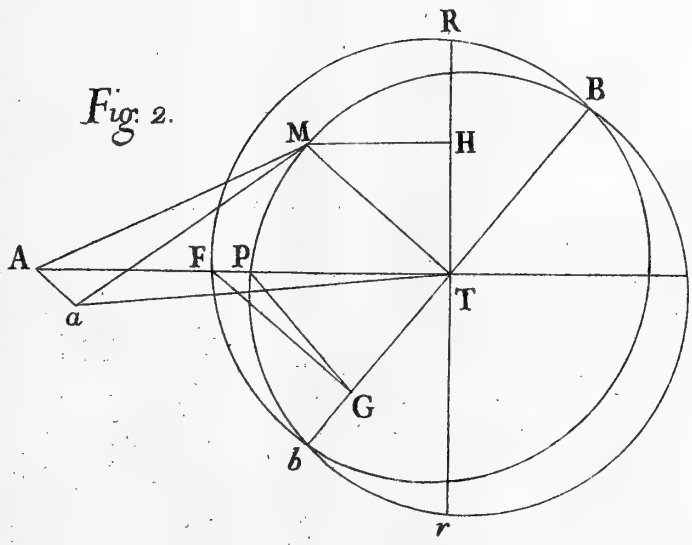
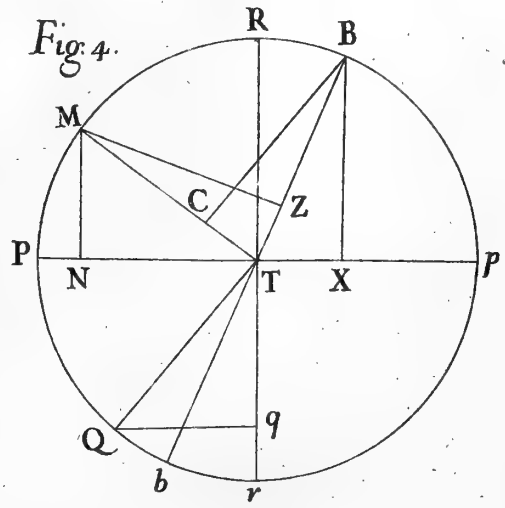


Fig. 4.





PAULLI FRISII
CLERIC. REGUL. S. PAULLI.

De acceleratione, Et retardatione motus Planetarum.

SI Planeta aliquis C (*Fig. 1.*) in orbita elliptica ZCzC circa focum T revolvatur, & Planeta alius statuatur in loco A, & sint CH, AO perpendiculares ex C, A ductæ ad CT, & AT; vis qua Planeta C alterius Planetæ actione secundum lineam radio vectori CT perpendicularem sollicitabitur, erit $= \frac{AT \cdot AO}{AT \cdot AC^3} - \frac{AO}{AT^3} = \frac{AT \cdot CH}{CT \cdot AC^3} - \frac{CH}{CT \cdot AT^2} =$

$$\frac{AT \cdot CH}{CT \cdot (AT^2 + CT^2 - 2AT \cdot TH)^{\frac{3}{2}}} - \frac{CH}{CT \cdot AT^2}.$$

Tum si fiat finus

anguli CTH $= \frac{CH}{CT} = y$, cosinus $\frac{TH}{CT} = x$, posito sinu toto $= 1$, distantia Planetæ attrahentis a foco TA $= a$, semiaxis major ellipseos DZ $= b$, minor DP $= c$, excentricitas TD $= \phi$, & centro T, ac radio TB, qui æquetur semiaxi majori ellipseos, describatur circulus PBp, ac sit insuper TN $=$

X; erit ex conicis TC $= \frac{bc^2}{b^2 - \phi X}$, atque his omnibus valoribus substitutis suo loco singulis, evadet vis radio vectori orbitæ ellipticæ perpendicularis $= \frac{ay}{\left(a^2 + \frac{b^2 c^4}{(b^2 - \phi X)^2} - \frac{2abc^2 x}{b^2 - \phi X} \right)^{\frac{3}{2}}}$

$$- \frac{y}{a^2}.$$

Quæ ut rite in feriem formula evolvatur, cum de Primariis Planetis agitur, ob modicam orbitarum excentricitatem negligi possunt quadraticæ, & plusquam quadraticæ excentricitatis ipsius potestates. Scilicet fieri debet $c^2 = b^2 - \phi^2 = b^2$,

$$\frac{b^2 c^4}{(b^2 - \phi X)^2} = \frac{b^6}{b^4 - 2b^2 \phi X} = b^2 + 2\phi X, \quad \frac{2abc^2 x}{b^2 - \phi X} = 2abx +$$

$\frac{2a\phi x X}{b}$. His enim positis, si pro $a^2 + b^2 - 2abx$ scribatur P^2 , juxta binomii theorema eruetur vis perpendicularis = $\frac{ay}{P^3} - \frac{y}{a^2} + \frac{3a^2\phi xy X - 3ab\phi y X}{bP^5}$. Pro Luna vero cum excentricitatis etiam quadrata supputare oporteat, ob maximam Solis distantiam negligi poterunt termini omnes, in quorum denominatoribus distantia eadem superat tertiam dimensionem: quo fiet vis perpendicularis radio vectori lunaris orbitæ = $\frac{ay}{P^3} - \frac{y}{a^2} + \frac{3a^2\phi^2 xy X^2 - 3a^2b^2\phi^2 xy + 3a^2b^2\phi xy X}{b^3P^5}$.

Quod si insuper fiat sinus anguli $ATZ = m$, cosinus = n , evadet $\frac{X}{b} = \cos. ZTC = \sin. ATZ$. $\cos. ATC + \cos. ATZ$. $\sin. ATC = my + nx$, & vis omnis perpendicularis radio vectori Planetarum Primariorum erit = $\frac{ay}{P^3} - \frac{y}{a^2} + \frac{(3a^2\phi xy - 3ab\phi y)(my + nx)}{P^5}$. Denique si elementum circularis arcus Mm fit = dz (*Fig. 2.*) erit $ct = \frac{c^2 dz}{b^2 - \phi X} = (1 + \frac{\phi X}{b^2}) dz = (1 + \phi \cdot \frac{my + nx}{b}) dz$ quam proxime: & quia vis acceleratrix ducta in elementum spatii æquatur velocitati ductæ in elementum suum, si velocitas projectionis secundum tangentem orbitæ, aut, quod ob affinitatem circuli, & ellipseos proxime idem est, secundum lineam radio vectori perpendicularem vocetur V , prodibit $VdV = \frac{ay dz}{P^3} - \frac{y dz}{a^2} + \frac{a\phi y (my + nx) dz}{bP^3} - \frac{\phi y (my + nx) dz}{ba^2} + \frac{(3a^2\phi xy - 3ab\phi y)(my + nx) dz}{P^5}$.

Bini priores hujus seriei termini, in quibus excentricitas non occurrit, accelerationem, aut retardationem Planetæ expriment in orbita circulari, & ob $dz = \frac{b dx}{y}$, erit in circulari orbita $VdV = \frac{abd dx}{P^3} - \frac{b dx}{a^2}$. Jam vero si Planeta attrahens sit superior, & inferior Planeta a quadratura ad conjunctio-

ctionem cum ipso tendat, hoc est si x positiva fit, & in denominatore habeatur factum $- 2 a b x$, erit $\frac{1}{P^3} =$

$$\frac{1}{(a^2 + b^2 - 2 a b x)^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{a^3} + \frac{3 b x}{a^4} - \frac{3 b^2}{2 a^5} + \frac{15 b^2 x^2}{2 a^5} - \frac{15 b^3 x}{2 a^6}$$

+ $\frac{35 b^3 x^3}{2 a^6}$ &c., ut in dissertatione altera de motu orbium Planetarum jam dictum est. Quod si a quadratura ad oppositionem tendat Planeta inferior, sinus x negative accipiendus erit, & immutanda erunt signa terminorum, in quibus sinus ipse ad dimensiones imparis gradus affurgit. Unde integrando universim erit $V^2 = C + \frac{3 b^2 x^2}{a^3} \mp \frac{3 b^3 x}{a^4} \pm \frac{5 b^3 x^3}{a^4} - \frac{15 b^4 x^2}{2 a^5}$ + $\frac{35 b^4 x^4}{4 a^5}$ &c., superioribus signis pro conjunctione valentibus, & inferioribus pro oppositione.

Porro si massa corporis centralis T ad massam Planetæ attrahentis A , (*Fig. 1.*) se habeat ut $M:1$, & Planeta C per altitudinem r labi intelligatur, erit $V dV = \frac{M d r}{b^2}$, & lapsu per dimidium radium concepto fiet $V^2 = \frac{M}{b} = C$. Cum igitur in quadraturis, posito $x = 0$, Planetæ velocitas in orbita circulari ea fit, quæ per dimidium radium labendo vi gravitatis conciperetur, addita eadem quantitate constanti C , in conjunctione, & oppositione, ob $x = \pm 1$, fiet $V^2 = \frac{M}{b}$

+ $\frac{3 b^2}{a^3} \pm \frac{2 b^3}{a^4} + \frac{5 b^4}{4 a^5}$, & velocitas in quadraturis ad velocitatem in syzigiis se habebit in ratione subduplicata $1:1 + \frac{b^3}{M a^3} (3 \pm \frac{2 b}{a} + \frac{5 b^2}{4 a^2})$ five ut $1:1 + \frac{b^3}{2 M a^3} (3 \pm \frac{2 b}{a} + \frac{5 b^2}{4 a^2})$

quam proxime, ac denique velocitas eadem in quadraturis erit ad incrementum, aut decrementum velocitatis in conjunctione, aut oppositione ut $1: \frac{b^3}{2 M a^3} (3 \pm \frac{2 b}{a} + \frac{5 b^2}{4 a^2})$, si dum

Planeta C a quadraturis ad syzigias progreditur alius Planeta attrahens semper confisteret in loco A . Quod si ipse etiam Pla-

Planeta A in circulari orbita moveri intelligatur, tardius Planeta inferior a quadraturis ad syzigiis perveniet, & a syzigiis rursus ad quadraturas. Atqui erit tempus, quo inferior Planeta angulo quocumque minimo propius accederet superiori in hypothesi quod solus in orbe suo moveri pergeret, ad tempus quo æquali angulo accedet propius in hypothesi quod binii simul circa centrum moveantur, ut motus angularis inferioris ipsius Planetæ ad summam motuum angularium Planetæ inferioris, & superioris: adeoque vires acceleratrices, & celeritates additæ singulis temporibus, & tota celeritatum differentia in syzigiis, & quadraturis in hac ipsa ratione augenda erit.

Si massæ Saturni, & Solis, & distantia Saturni, Jovisque a Sole sumantur illæ, quæ in dissertazione altera statuta sunt, erit velocitas Jovis in quadraturis ad incrementum velocitatis

in conjunctionibus Saturni ut $1 : \frac{52^3 \cdot 3,029}{95^3 \cdot 20000} \left(3 + \frac{104}{95} + \frac{5 \cdot 52^2}{4 \cdot 95^2} \right)$

$= 857375 : 128 = 6698 : 1$ circiter. Et si ob modicum incrementum velocitatis intelligamus Jovem a circulari orbita sensibilibiter non recedere, & circa conjunctionem dumtaxat accelerari, & fiat ut $6698 : 1$ ita 90° ad quartum, & quartus numerus proportionalis augeatur in ratione summæ angularium motuum Jovis, & Saturni ad motum Jovis, sive in ratione

$\frac{1}{12} + \frac{1}{30} : \frac{1}{12} = 7 : 5$, prodibit, circiter $1\frac{1}{2}'$ pro tota acceleratione areæ circa Solem descriptæ a Jove in transitu a quadraturis Saturni ad conjunctiones.

Cassinus in conjunctione anni 1743 longitudinem Jovis $2\frac{1}{2}'$ majorem deprehendit quam ferrent tabulæ Astronomicæ, & differentiam ipsam majorem censuit, quam ut in errores tabularum tota refunderetur. Hinc vero patet ejusdem differentia dimidium fere Saturni actioni esse adscribendum. Simili calculo patebit velocitatem Martis in quadraturis esse ad incrementum velocitatis in conjunctionibus Jovis ut $20087 : 1$, & $6 : 7$ conjunctim, quæ ratio nimis exigua est, quam ut Astronomicis observationibus velocitatis differentia possit detegi. Et plane in conjunctione anni 1727 nihil Eustachius Manfredius deprehendit, quod sensibilem aliquam Martis accelerationem proderet.

Si Planeta attrahens sit inferior, fractio

$$\frac{x}{(a^2 + b^2 - 2abx)^{\frac{3}{2}}}$$

re.

resolvenda erit in seriem $\frac{1}{b^3} + \frac{3ax}{b^4} - \frac{3a^2}{2b^5} + \frac{15a^2x^2}{2b^5} - \frac{15ax}{2b^6}$
 $\frac{35a^3x^3}{2b^6}$ &c., in qua Planetæ attrahentis distantia numeratores

seriei afficiat, & distantia Planetæ attracti denominatores, quemadmodum in priori eadem dissertatione præsitum a nobis est.

Tum vero fiet $VdV = \frac{adx}{b^2} - \frac{bdx}{a^2} + \frac{3a^2x dx}{b^3} -$

$\frac{3a^3 dx}{2b^4} + \frac{15a^3x^2 dx}{2b^4} - \frac{15a^4x dx}{2b^5} + \frac{35a^4x^3 dx}{2b^5}$, & $V^2 = \frac{M}{b} \pm$

$\frac{2ax}{b^2} \mp \frac{2bx}{a^2} + \frac{3a^2x^2}{b^3} \mp \frac{3a^3x}{b^4} \pm \frac{5a^3x^3}{b^4} - \frac{15a^4x^2}{2b^5} + \frac{35a^4x^4}{4b^5}$,

& si Planeta inferior confisteret immobiliter in loco suo, velocitas superioris Planetæ in quadraturis ad velocitatem in

syziis se haberet ut $1 : 1 + \frac{1}{M} \left(\pm \frac{a}{b} \mp \frac{b^2}{a^2} + \frac{3a^2}{2b^2} \pm \frac{a^3}{b^3} +$

$\frac{5a^4}{8b^4} \right)$, superioribus signis valentibus pro conjunctione, & inferioribus pro oppositione.

Omisso autem termino $\mp \frac{b^2}{Ma^2}$, neglecta scilicet actione

Planetæ A in centrum T, motuque omni Planetæ C ad immobile centrum virium relato, foret incrementum velocitatis

in conjunctione $\frac{a}{M.b} \left(1 + \frac{3a}{2b} + \frac{a^2}{b^2} + \frac{5a^3}{8b^3} \right)$, & decrementum

velocitatis in oppositione $\frac{a}{M.b} \left(-1 + \frac{3a}{2b} - \frac{a^2}{b^2} + \frac{5a^3}{8b^3} \right)$. Quod

si ipse etiam Planeta attrahens in orbe suo moveri intelligatur, & tempora periodica sint in ratione radorum sesquipli-

cata, Planeta superior a quadratura ad conjunctionem transeundo antecedit Planetam inferiorem, subsequetur autem tran-

seundo a quadratura altera ad oppositionem, & vires ab inferiore Planeta exercitæ superiorem Planetam retardabunt in

conjunctione, & in oppositione accelerabunt, & si motus Planetæ superioris referatur pariter ad immobile centrum vi-

rium, erit ipsius velocitas ad decrementum, aut incrementum velocitatis in conjunctione, aut oppositione in ratione

T. V. R r com.

composita $1 : \frac{a}{Mb} \left(\pm 1 \pm \frac{3a}{2b} \pm \frac{a^2}{b^2} \pm \frac{5a^3}{8b^3} \right)$, & motus angularis superioris Planetæ ad summam motuum Planetæ superioris, & inferioris.

In hac igitur hypothefi erit Saturni velocitas in quadraturis Jovis ad decrementum velocitatis in conjunctionibus ut

$$1 : \frac{7.52.11,121}{5.950000} \left(1 + \frac{156}{190} + \frac{2704}{9025} + \frac{35152}{342950} \right) = 1 : \frac{7.0,0578292}{475}$$

$$\left(1 + \frac{4}{5} + \frac{3}{10} + \frac{1}{10} \right) = 475 : 0,89 : \text{quo fiet loci veri, atque}$$

ex tabulis eruti differentia = 10' 8". Si massa Jovis juxta Newtonum ad massam Solis se haberet ut 9,37 : 10000, differentia eadem evaderet = 8' 52". Eulerus de inæqualitatibus Saturni, & Jovis §. XL. assumpta hac altera massæ Jovialis quantitate, in eadem hypothefi motus ad immobile centrum virium relati, longe alia methodo, differentiam omnem invenit 9' 10". Animadvertit autem hypothefim, & parum vero esse similem, & cum observationibus minime conciliari. Quod si vero consideremus actione Planetarum, Cometarumque ex adversis partibus jacentium prohiberi ne Sol longius recedat a communi centro gravitatis totius systematis, non admodum

recedemus a veritate, si negligamus terminum $\frac{\mp b^2}{Ma^2}$ ex Jovis

in Solem actione ortum, atque ita referamus Saturni motum ad immobile centrum virium. Insuper Cassinus in conjunctione eadem Saturni, & Jovis differentiam veræ, atque ex tabulis erutæ longitudinis Saturni deprehendit 12' 38", quæ cum superioribus calculis facile conveniet, si tribuamus quidpiam errori observationum, & tabularum.

Si quærat horarium incrementum areæ, quam Luna radio ad Terram ducto describeret in orbe circulari, ob maximam Solis distantiam negligi poterunt termini omnes antecedentis seriei præter primum, & velocitas Lunæ a quadraturis ad syzigiis pergendo augebitur in duplicata ratione finis distantiæ a quadraturis ipsis, sive in ratione simplici finis versus distantiam duplicatæ, atque erit Lunæ velocitas in quadraturis ad incrementum velocitatis in syzigiis in ratione subduplicata

$$\frac{M}{b^2} : \frac{3b}{a^3}, \text{ sive in ratione subduplicata gravitatis Lunæ in Ter-}$$

ram

ram ad triplum vis perturbatricis, quæ a Sole secundum radium vectorem Lunaris orbitæ exercetur. Quod si gravitas Lunæ ad eandem vim perturbatricem se habeat ut 1:Q, erit velocitas Lunæ in quadraturis ad velocitatem in syzigiis ut 1: $\sqrt{(1+3Q)} = \sqrt{(1-2Q)} : \sqrt{(1+Q)}$, quam velocitatis rationem statuit Mac-Laurinus §. 490. de fluxionibus. Porro si tempora periodica Terræ circa Solem, & Lunæ circa Terram vocentur T, & t, erit 1:Q = T²:t², juxta Coroll. 17 Prop. 66. lib. 1. Princip. Newtoni. Erit igitur velocitas in quadraturis ad velocitatem in syzigiis ut T: $\sqrt{(T^2+3t^2)}$, quam rationem velocitatis Machinius tradidit in appendice ad Leges motuum Lunarum. Et quia est T²:t² = 178725:1000, erunt etiam velocitates Lunæ in quadraturis, & syzigiis inter se ut 1: $1 + \frac{300}{35745} = 35745:36045 = 2383:2403$, quæ ratio parum differt ab alia 11915:12015, aut 2373:2393, quam dedit Newtonus in Prop. 26. lib. 3. Ea vero cum Newtono augenda erit in ratione revolutionis Lunæ synodicæ ad periodicam, sive in ratione 1, 080853:1.

Simili methodo, & paulo longiore calculo definiri poterit velocitas Lunæ in syzigiis, & quadraturis orbitæ ellipticæ, supputando scilicet etiam quadraticas excentricitatis potestates, & negligendo pariter omnes terminos, in quorum denominatoribus Planetæ attrahentis distantia superat tertiam dimensionem. Quod si insuper negligantur termini, qui ambiguo signo integra Lunæ revolutione compensant se invicem ac destruant, prodibit Lunæ velocitas, quæ pendet ex vario aspectu Solis, & Apfidum lunaris orbitæ, & quæ revolutionibus singulis velocitati mediæ adjicitur aut demitur, & fiet

$$V dV = \frac{12 \phi^2 m n x^2 y^2 dz}{b a^3}, \text{ \& \textit{, si radius ad peripheriam se habeat}}$$

ut 1:Δ, erit integrando $V^2 = C + \frac{3 \phi^2 \Delta m n}{a^3}$: atque erit velocitas media Lunæ ad velocitatem totam, ut $\frac{M}{b} : \frac{M}{b} + \frac{3 \phi^2 \Delta m n}{2 a^3}$, ad velocitatem autem adjectam singulis Lunæ revolutionibus ut M: $\frac{3 b \phi^2 \Delta m n}{2 a^3}$. Scilicet differentia veræ, & me-

diæ velocitatis nulla erit quando recta a Sole ad Terram ducta cum diametro transversa, aut conjugata Lunaris orbitæ

coincidat, & fiet m , aut $n = 0$: hinc inde vero in octantibus erit maxima. Et quidem quando quantitates m , & n aut simul positivæ, aut simul negativæ erunt, quando nimirum Luna post syzigias cum Sole tendet ad quadraturas suas cum linea Apfidum vis perpendicularis radio vectori, revolutione integra Lunam accelerabit: retardabit autem in ea Lunaris orbitæ positione, in qua Luna a Sole digressa ad suæ orbitæ Aphelium, aut ad Perihelium proficiscetur, & alterutra ex quantitatibus m , & n negativa erit. Singulis denique Apogæi revolutionibus incrementa, & decrementa velocitatis mediæ compensabunt se se invicem in orbita elliptica, sicut in circulari orbita singulis Lunæ revolutionibus se se invicem compensant.

Quia numerus revolutionum dato tempore absolutarum est reciproce ut tempus periodicum, & tempus periodicum reciproce ut motus medius, adeoque numerus revolutionum est motui medio directe proportionalis, si motus medii Lunæ, Solis, & Apogæi sint L , I , A , erit $\frac{L}{I-A}$ numerus revolutionum a Luna absolutarum una Apogæi circa Terram revolutione, atque erit $\frac{3b\phi^2 \Delta mn}{2a^3} \cdot \frac{L}{I-A}$ summa velocitatum, quæ velocitati Lunæ projectili possent adjici, si toto eo tempore Apogæi, & Solis aspectus maneret idem. Erit etiam $\Delta : \frac{dn}{m}$ ut velocitatum summa ad velocitatem, quæ adjicietur Lunæ, quo tempore Apogæum Soli accedet propius arcu quam minimo $\frac{dn}{m}$: quæ propterea velocitas erit $= \frac{3b\phi^2 n dn}{2a^3} \cdot \frac{L}{I-A}$, & variis Apogæi, Solisque aspectibus se se excipientibus, summa velocitatum additarum, quo tempore Apogæum Soli accedet angulo, cujus sinus sit n , fiet $= \frac{3b\phi^2 n^2}{4a^3} \cdot \frac{L}{I-A}$, proportionalis scilicet quadrato distantie Apogæi ipsius a quadraturis Solis: & velocitas minima in quadraturis Apogæi cum Sole ad velocitatem maximam in syzigiis se habebit ut $M : M + \frac{3b\phi^2}{4a^3} \cdot \frac{L}{I-A}$. Quare si bifecetur horum motuum differentia, juxta

notum

notum Machinii theorema, motus Lunæ tam variabilis, quam uniformis exponi poterunt ope circuli, & inscriptæ ellipseos, cujus axis major ad minorem se habeat in subduplicata ratione

$$2M + \frac{3b\phi^2}{4a^3} \cdot \frac{L}{1-A} : 2M - \frac{3b\phi^2}{4a^3} \cdot \frac{L}{1-A}, \text{ sive ut } M + \frac{3b\phi^2}{16a^3} \cdot \frac{L}{1-A} :$$

$M - \frac{3b\phi^2}{16a^3} \cdot \frac{L}{1-A}$. Erit etiam juxta idem theorema summa axium

$$2M \text{ ad differentiam } \frac{3b\phi^2}{8a^3} \cdot \frac{L}{1-A}, \text{ ut radius ad sinum æquatio-$$

nis maximæ, quæ habebitur in octante. Unde cum sit $\frac{\phi}{b} = 0$,

$$05505, \frac{M}{b^2} : \frac{b}{a^3} = 178, 725 : 1, L : I = 13\frac{1}{2} : 1, I : A = 8 : 1,$$

adeoque $L : I - A = 15\frac{1}{2} : 1$ quam proxime, erit radius ad sinum æquationis maximæ ut 1000000 : 51, atque ipsa æquatio aucta in ratione revolutionis synodica ad periodicam fiet circiter 12'', & addi debet motui medio Lunæ in transitu Apogæi a Solis quadraturis ad syzigias, subtrahi vero in transitu a syzigis ad quadraturas.

Denique in cæteris Planetis omnibus cum adeo exigua sit excentricitas, ut possit negligi ipsius quadratum, sed alii etiam supputandi sint termini, in quorum denominatoribus Planetæ attrahentis distantia superat tertiam dimensionem, acceleratio, aut retardatio omnis, quæ pendet ex forma orbitæ ellipticæ, postremis primæ seriei terminis exprimetur $\frac{a\phi v (my + nx) dz}{bP^3}$

$$\frac{\phi y (my + nx) dz}{ba^2} + \frac{(3a^2 \phi xy - 3ab\phi y) (my + nx) dz}{P^5}. \text{ Jam vero,}$$

si fiat $a^2 + b^2 = R^2$, erit rursus juxta binomii theorema $\frac{1}{P^3} =$

$$\frac{1}{(a^2 + b^2 - 2abx)^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{R^3} + \frac{3abx}{R^5} + \frac{15a^2 b^2 x^2}{2R^7} + \frac{35a^3 b^3 x^3}{2R^9} +$$

$$\frac{315a^4 b^4 x^4}{8R^{11}} + \frac{693a^5 b^5 x^5}{8R^{13}} + \frac{3003a^6 b^6 x^6}{16R^{15}} \frac{1}{P^1} = \frac{1}{(R^2 - 2abx)^{\frac{5}{2}}} = \frac{1}{R^5}$$

$$+ \frac{5abx}{R^7} + \frac{35a^2 b^2 x^2}{2R^9} + \frac{105a^3 b^3 x^3}{2R^{11}} + \frac{1155a^4 b^4 x^4}{8R^{13}} + \frac{3003a^5 b^5 x^5}{R^{15}}.$$

Itaque iis solis retentis terminis, in quibus potestates finuum, & cosinum x , & y sunt paris dimensionis, & qui ambi-

ambiguitate signi in adversis quadrantibus revolutione integra se se minime compensant, ac destruunt, fiet

$$VdV = \frac{a\phi my^2 dz}{b} \left(\frac{1}{R^3} + \frac{15a^2 b^2 x^2}{2R^7} + \frac{315a^4 b^4 x^4}{8R^{11}} + \frac{3003a^6 b^6 x^6}{16R^{15}} \right) -$$

$$\frac{\phi my^2 dz}{b a^2} + 3a^2 \phi my^2 dz \left(\frac{5abx^2}{R^7} + \frac{105a^3 b^3 x^4}{2R^{11}} + \frac{3003a^5 b^5 x^6}{8R^{15}} \right) -$$

$$3ab\phi my^2 dz \left(\frac{1}{R^5} + \frac{35a^2 b^2 x^2}{2R^9} + \frac{1155a^4 b^4 x^4}{8R^{13}} \right).$$

Porro si radius circuli sit = 1, & radius ad peripheriam se habeat ut 1 : Δ, & sit elementum ipsius peripheriæ = $\frac{dz}{b}$, erit

$$\frac{\int x^{2\lambda} dz}{b} = \frac{2\lambda - 1}{2\lambda b} \int x^{2\lambda - 2} dz - \frac{y x^{2\lambda - 1}}{2\lambda b}, \text{ adeoque summa omnium } x^2 dz, x^4 dz, x^6 dz, x^8 dz \text{ per integram peripheriam est } \frac{1}{2} b \Delta, \frac{3}{8} b \Delta, \frac{5}{16} b \Delta, \frac{35}{128} b \Delta, \text{ eritque } \int x^2 y^2 dz = \int x^2 dz - \int x^4 dz = \frac{1}{8} b \Delta, \text{ ac pariter summa omnium } y^2 x^4 dz, \text{ \& } y^2 x^6 dz \text{ erit } \frac{1}{16} b \Delta, \text{ \& } \frac{5}{128} b \Delta. \text{ Itaque integrando erit } V^2 = C + \frac{a\phi\Delta m}{R^3}$$

$$\left(1 + \frac{15a^2 b^2}{8R^4} + \frac{315a^4 b^4}{64R^8} + \frac{15015a^6 b^6}{1024R^{12}} \right) - \frac{\phi\Delta m}{a^2} + \frac{3a^2 \phi\Delta m}{R^7} \left(\frac{5}{4} a b^2 \right.$$

$$\left. + \frac{105a^3 b^4}{16R^4} + \frac{15015a^5 b^6}{512R^8} \right) - \frac{3ab^2 \phi\Delta m}{R^5} \left(1 + \frac{35a^2 b^2}{8R^4} + \frac{1155a^4 b^4}{64R^8} \right)$$

$$= \frac{M}{b} - \frac{\phi\Delta m}{a^2} + \frac{a\phi\Delta m}{R^3} \left(1 - \frac{3b^2}{R^2} + \frac{45a^2 b^2}{8R^4} - \frac{105a^2 b^4}{8R^6} + \frac{1575a^4 b^4}{64R^8} \right.$$

$$\left. - \frac{3465a^4 b^6}{64R^{10}} + \frac{105105a^6 b^6}{1024R^{12}} \right), \text{ quæ omnino eadem series est, quam paulo longiori methodo exhibuimus lib. 2. cap. 2. de inæqualitatibus Planetarum.}$$

Si Planeta attrahens sit superior, denominator fractionum singularum ita rursus in seriem converti debet, ut ipsius distantia a foco denominatores, & semiaxis orbitæ inferioris Planetæ numeratores novæ seriei afficiat: scilicet fieri debet

$$\frac{1}{R^3} = \frac{1}{(a^2 + b^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{a^3} - \frac{3b^2}{2a^5} + \frac{15b^4}{8a^7} - \frac{35b^6}{16a^9} \text{ \&c.}$$

$$\frac{1}{R^5} = \frac{1}{(a^2 + b^2)^{\frac{5}{2}}} = \frac{1}{a^5} - \frac{5b^2}{2a^7} + \frac{35b^4}{8a^9}$$

$$\frac{1}{R^7} = \frac{1}{(a^2 + b^2)^{\frac{7}{2}}} = \frac{1}{a^7} - \frac{7b^2}{2a^9} + \frac{63b^4}{8a^{11}}$$

atque ita pariter $\frac{1}{R^9} = \frac{1}{a^9} - \frac{9b^2}{2a^{11}}, \frac{1}{R^{11}} = \frac{1}{a^{11}} - \frac{11b^2}{2a^{13}}, \frac{1}{R^{13}} = \frac{1}{a^{13}}$.

Hiscæ substitutionibus suo loco singulis rite factis, atque iis tantum serierum singularum terminis supputatis, in quorum denominatoribus distantia Planetæ attrahentis octavam potestatem non superet, collectisque terminis omnibus, ac rite ordinatis fiet $V^2 = \frac{M}{b} + \frac{9b^2 \phi \Delta m}{8a^4} + \frac{75b^4 \phi \Delta m}{64a^6} + \frac{1225b^6 \phi \Delta m}{1024a^8}$.

Quare si pro media inferioris Planetæ in orbita elliptica revoluti celeritate scribatur 1, & differentiæ totius dimidium,

ut antea, accipiatur, erit $\frac{b^3 \phi \Delta m}{16Ma^4} \left(9 + \frac{75b^2}{8a^2} + \frac{1225b^4}{128a^4} \right)$ celeritas

media projectionis, quæ ipsi accederet singulis revolutionibus si Planeta attrahens, & superior maneret semper in loco A. Scilicet media projectionis velocitas, quæ ex vi perturbatrice oritur, nulla erit quando linea AT cum linea Zz coincidat, & superior Planeta in syzigiis Apfidum inferioris orbitæ consistet: & velocitas eadem fiet maxima superiore Planeta in quadraturis ipsarum Apfidum constituto, & lineis AT, Zz se ad angulos rectos interfecantibus: Patet autem quod si inferior Planeta moveatur secundum ordinem linearum ZPz p, & superior Planeta ex plaga ZPz circa primam quadraturam Apfidum Zz reperiatur, superior inferiori erit propior a summa Apfide ad conjunctionem tendenti, quam inde transeunti ad Perihelium orbitæ ellipticæ: unde magis in priore casu accelerabitur Planeta inferior, quam in casu altero ob vim perturbatricem Planetæ superioris possit retardari. Itaque si finis m ex ea parte positivo signo accipiatur, exprimet

$\frac{b^3 \phi \Delta m}{16Ma^4} \left(9 + \frac{75b^2}{8a^2} + \frac{1225b^4}{128a^4} \right)$ accelerationem totam: contra

vero

vero $-\frac{b^3 \varphi \Delta m}{16Ma^4} \left(9 + \frac{75b^2}{8a^2} + \frac{1225b^4}{128a^4}\right)$ exprimet totam retardationem superiore Planeta ex altera parte orbitæ constituto, in qua sinus m negative accipi debet, Planetamque inferiorem superioris actione retardari manifestum est.

Quod si attrahens Planeta inferius constituitur, quantitas b in denominatores singulos rejicienda erit. Facilius etiam prioris seriei termini supputari poterunt, si fiat

$$\frac{1}{R^3} = \frac{1}{b^3} - \frac{3a^2}{2b^5} + \frac{15a^4}{8b^7}$$

$$\frac{1}{R^5} = \frac{1}{b^5} - \frac{5a^2}{2b^7} + \frac{35a^4}{8b^9}$$

$$\frac{1}{R^7} = \frac{1}{b^7} - \frac{7a^2}{2b^9}$$

Tum enim substitutis iterum, collectisque terminis omnibus,

$$\text{atque ordinatis fiet } V^2 = \frac{M}{b} - \frac{2a\varphi\Delta m}{b^3} - \frac{\varphi\Delta m}{a^2} - \frac{3a^3\varphi\Delta m}{2b^5} - \frac{45a^5\varphi\Delta m}{32b^7}, \text{ atque erit } -\frac{a\varphi\Delta m}{Mb^2} - \frac{b\varphi\Delta m}{2Ma^2} - \frac{3a^3\varphi\Delta m}{4Mb^4} - \frac{45a^5\varphi\Delta m}{64Mb^6}$$

velocitas media, quæ singulis revolutionibus accederet projectili velocitati superioris Planetæ, si Planeta attrahens inferius semper confisteret in loco A.

Rursus igitur in syzigiis Apfidum nulla, & maxima in quadraturis erit velocitas, quæ inferioris Planetæ actione accederet superiori. Et quia similiter præsto est superiorem Planetam retardari oportere, si Planeta attrahens, & inferior circa primam quadraturam Apfidum orbitæ ellipticæ jaceat, & Planetæ eidem superiori a quadratura ad Perihelium tendenti sit propior, quam cum ab Aphelio ad quadraturam proficiscitur; ex ea parte sinu m positive accepto designabit $-\frac{\varphi\Delta m}{M}$

$$\left(\frac{a}{b^2} + \frac{b}{2a^2}\right) - \frac{3a^3\varphi\Delta m}{4Mb^4} \left(1 + \frac{15a^2}{16b^2}\right) \text{ \&c.} \text{ totam retardationem.}$$

Contra hac ipsa quantitate positive accepta exprimetur tota acceleratio Planetæ superioris inferiore Planeta constituto ex adversa parte orbitæ, ubi sinus m negative accipi debet, & Planeta inferior superiori a Perihelio ad secundam quadraturam

turam tendenti propior est quam cum inde ad Aphelium suum revertitur.

Ut motus etiam Planetæ attrahentis rationem ineamus, Newtoni vestigiis insitemus, qui cum quæreret motum medium nodorum Lunæ, in primis dato nodorum Solisque aspectu determinavit motum medium nodorum singulis Lunæ revolutionibus: deinde aliis, aliisque aspectibus sese excipientibus, accepto medio mediorum omnium determinavit medium nodorum motum pro loco quolibet nodorum eorundem respectu Solis. Simili methodo nos ipsi antea & medium nodorum motum in singulis orbitis Planetarum, & accelerationem, retardationemque Lunæ pro aspectu quolibet Solis, & Apfidum Lunarum orbitæ supputavimus. Et quidem Terræ, aliorumque inferiorum Planetarum respectu Jovis, & Saturni fere idem casus est, qui est Lunæ respectu Solis. Terra enim a conjunctione Jovis digressa post integram revolutionem uno circiter signo a priore loco distitum invenit Jovem ipsum: quo fit ut Jupiter veluti in dato orbitæ loco quiescens singulis Terræ revolutionibus spectari possit, & vis quæ a Jove in Terram exercetur, & quæ pro dato Apfidum utriusque orbitæ aspectu est vere media, determinari possit quam proxime colligendo medias vires omnes, quæ ex singulis orbitæ Jovialis punctis exercentur, & medium rursus ex omnibus accipiendo. Quæ ut ad alios Planetas omnes superiores, inferioresque methodus traducatur, observandum est vires Saturni in Jovem ex. gr. maximas esse in conjunctione, in oppositione minimas, in octantibus conjunctionis majores quam in octantibus oppositionis, & ita porro. Rursus limitem aliquem exhibent vires, quas Saturnus exerceret si semper in Aphelio suæ orbitæ, aut semper in Perihelio reperiretur: limitem alium vires, quæ in octantibus Aphelii, aut Perihelii exercentur: & alium pariter vires, quæ punctis aliis analogis responderent. Igitur quo plura puncta, & aspectus combinentur inter se, eo etiam arctiores virium limites habebuntur, & accuratior evadet approximatio supputando vires punctorum omnium, aut temporum, summamque per orbitæ perimetrum, aut per tempus periodicum dividendo.

Moveatur igitur Planeta attrahens in orbita elliptica GAB
Fig. 3, & sit linea Apfidum BT, & cum linea ZT Apfidum orbitæ alterius Planetæ attracti constituat angulum BTZ,
T. V. S s cujus

cujus finus sit = p , cofinus = q . Sit A Planetæ attrahentis locus, & excentricitas orbitæ HT fit = π . Tum centro T, ac radio TL, qui semiaxi majori ellipseos fit æqualis describatur circulus TLK, & sit ipse semiaxis major = r , minor = l , TO = u , LO = v . Hisce valoribus substitutis suo loco singulis fiet $m = \sin. ATP = \sin. BTZ$. Cof. LTO + Cof.

BTZ. Sin. LTO = $\frac{pu + qv}{r}$, & $a = \frac{r l^2}{r^2 - \pi u} = \frac{r^3}{r^2 - \pi u}$, po-

sito scilicet $l^2 = r^2 - \pi^2$, aut quam proxime = r^2 . Quare si Planeta attrahens sit superior, & manere intelligatur in loco A, erit nova projectionis velocitas, quæ Planetæ inferiori re-

volutionibus singulis accedet = $\frac{b^3 \phi \Delta m}{16 M a^4} (9 + \frac{75 b^2}{8 a^2} + \frac{1225 b^4}{128 a^4}) =$

$\frac{b^3 \phi \Delta}{16 M r^{13}} (pu + qv) (r^2 - \pi u)^4 (9 + \frac{75 b^2}{8 r^6 \cdot r^2 - \pi u} + \frac{1225 b^4}{128 r^{12} \cdot r^2 - \pi u}) =$

$\frac{b^3 \phi \Delta}{16 M r^7} (pu + qv) (r^2 - 4\pi u) (9 + \frac{75 b^2}{8 r^4 \cdot r^2 - 2\pi u} + \frac{1225 b^4}{128 r^6 \cdot r^2 - 4\pi u})$.

Porro velocitates mediæ, quæ dato quocumque tempore accedunt, quibus scilicet uniformiter continuatis totum velocitatis augmentum revolutione integra haberetur, sunt tempori proportionales. Rursus periodica tempora inferioris Planetæ, superiorisque sunt inter se in ratione sesquuplicata majorum axium $2b$, $2r$. Denique tempus integræ revolutionis Planetæ superioris est ad tempus, quo arcus quicumque minimus orbitæ ellipticæ describitur, ut tota area ellipseos ad sectorem quam minimum, sive ut $\frac{1}{2} r^2 \Delta : (\frac{1}{2} r + \frac{\pi u}{r}) dz$. Est

enim sector quam minimus ellipseos = $\frac{AT^2 \cdot dz}{2r} = (\frac{1}{2} r + \frac{\pi u}{r})$

dz , posito quod sit dz elementum peripheriæ circuli radio r descripti. Quare velocitas mediæ, quæ inferiori Planetæ accedet toto revolutionis suæ tempore, erit ad velocitatem mediam eo tempore accedentem, quo superior Planeta arcum

quam minimum orbitæ ellipticæ describet ut $b^{\frac{3}{2}} \cdot \frac{1}{2} r^2 \Delta : r^{\frac{3}{2}} (\frac{1}{2} r + \frac{\pi u}{r}) dz$, sive spectato motu inferioris Planetæ, superiorisque fiet elementum novæ projectilis velocitatis Planetæ ipsius inferioris =

(r^2)

$$\frac{(r^2 + 2\pi u) dz}{b^2 \cdot r^2 \cdot \Delta} \cdot \frac{b^3 \phi \Delta}{16Mr^7} (pu + qv) (r^2 - 4\pi u) \left(9 + \frac{75b^2}{8r^4} \cdot r^2 - 2\pi u + \right.$$

$\left. \frac{1225b^4}{128r^6} \cdot r^2 - 4\pi u \right)$, & æquationem ordinando, omittendoque terminos, qui ambiguo signo in adversis locis orbitæ ellipticæ

se mutuo destruunt, fiet elementum ipsum = $-\frac{9b^2 p \phi \pi u^2 dz}{8Mr^2}$

$-\frac{75b^2 p \phi \pi u^2 dz}{32Mr^2} - \frac{3675b^2 p \phi \pi u^2 dz}{1024Mr^2}$, & summa elementorum

omnium, sive tota projectionis velocitas, quam inferior Planeta revolutione integra superioris Planetæ adipiscetur, erit

$$= -\frac{3b^2 \phi \pi \Delta p}{16Mr^2} \left(3 + \frac{25b^2}{4r^2} + \frac{1225b^4}{128r^4}\right).$$

Quod si Planeta attrahens sit inferior, ope earumdem substitutionum prodibit nova projectionis velocitas, quæ dato loco Planetæ attrahentis singulis Planetæ attracti revolutionibus

respondebit = $-\frac{\phi \Delta m}{M} \left(\frac{a}{b^2} + \frac{b}{2a^2}\right) - \frac{3a^3 \phi \Delta m}{4Mb^4} \left(1 + \frac{15a^2}{16b^2}\right) = -$

$$\frac{r^2 \phi \Delta (pu + qv)}{Mb^2 (r^2 - \pi u)} - \frac{b \phi \Delta (pu + qv) (r^2 - \pi u)^2}{2Mr^7} - \frac{3r^8 \phi \Delta (pu + qv)}{2Mb^4 (r^2 - \pi u)^3}$$

$-\frac{45r^9 \phi \Delta (pu + qv)}{64Mb^6 (r^2 - \pi u)^5}$. Qua serie ducta similiter in $\frac{(r^2 + 2\pi u) dz}{b^2 \cdot r^2 \cdot \Delta}$

& neglectis terminis omnibus, in quibus quantitates u , & v impares habent dimensiones, & qui oppositione signorum se mutuo destruunt, fiet elementum velocitatis Planetæ superioris, quod elemento cuilibet periodici temporis inferioris Planetæ responde-

bit = $-\frac{3\phi \pi pu^2 dz}{Mr^2 b^2} - \frac{15r^{\frac{7}{2}} \phi \pi pu^2 dz}{4Mb^2} - \frac{315r^{\frac{5}{2}} \phi \pi pu^2 dz}{64Mb^2}$, & totum

incrementum, aut decrementum velocitatis superioris ipsius Pla-

Planetæ erit pro singulis inferioris Planetæ revolutionibus =

$$-\frac{3r^2 \varphi \pi \Delta p}{2Mb^2} \left(1 + \frac{5r^2}{4b^2} + \frac{105r^4}{64b^4} \right).$$

Binas hujusmodi postremas formulas consideranti manifestum erit quod si summæ Apfides duarum orbitarum Planetæ superioris, inferiorisque aut jungantur, aut opponantur inter se invicem, scilicet si aut ad idem cæli punctum e Sole referantur, aut ad puncta ex diametro opposita, & sit $p = 0$; accelerationes, & retardationes motus compensabunt se se invicem, & mediam projectionis velocitatem Planeta uterque revolutionibus singulis tuebitur in orbita elliptica non minus quam in circulari orbita tueretur. Si sit $p = \pm 1$, & lineæ Apfidum ad rectos angulos se interfecent, incrementum, aut decrementum velocitatis projectilis fiet maximum. Jam vero, cum de inferioribus Planetis agitur qui perturbantur a superioribus, sinus m positivo signo, ut jam diximus, debet accipi circa primam quadraturam Apfidum inferioris orbitæ, adeoque etiam sinus p accipiendus est positive cum summa Apfis orbitæ superioris jacet ex plaga illa, in qua inferior Planeta ab Aphelio orbitæ suæ ad Perihelium proficiscitur, & in hac positione orbitarum negativo signo exprimetur variatio mediæ velocitatis Planetæ ipsius inferioris, & contra exprimetur positivo signo eadem variatio negative accepto sinu p , & orbitis contrarie positis. Cum pariter de superioribus Planetis agitur, sinus m , & p positive accipi debent circa primam quadraturam Apfidum orbitæ superioris, aut cum summa Apfis Planetæ inferioris, & attrahentis ex plaga illa est, in qua superior Planeta tendit ab Aphelio suo ad Perihelium, aut cum e plaga summæ Apfidis orbitæ superioris Planeta inferior tendit a suo Perihelio ad Aphelium. Itaque si summa Apfis orbitæ superioris ex plaga illa reperitur, in qua inferior Planeta ab Aphelio orbitæ suæ ad Perihelium proficiscitur, Planeta ipse inferior superioris actione retardabitur in motu suo, & actione inferioris superior accelerabitur: & contra retardabitur superior, & inferior accelerabitur in adversa orbitarum positione, in qua inferior Planeta digressus e plaga summæ Apfidis Planetæ superioris ad Aphelium orbitæ suæ progreditur.

Erat

Erat autem juxta Hirei observationes sæculi hujus initio Apogæum Saturni in signo Sagittarii $29^{\circ} 14'$: Apogæum Jovis in signo Libræ $10^{\circ} 17'$: Apogæum Martis in signo Virginis $35'$: Apogæum Terræ in signo Cancri $8^{\circ} 7'$: Apogæum Veneris in signo Aquarii $6^{\circ} 56'$: Apogæum Mercurii in signo Sagittarii $13^{\circ} 13'$. Itaque Aphelium Saturni integro circiter quadrante secundum ordinem signorum antecedit Aphelium Jovis, & pro Jove quidem est circiter $p = 1$, pro Saturno autem $p = -1$, adeoque positis orbitis ut modo sunt velocitas projectionis Jovis magis semper magisque imminui debet Saturni actione, & velocitas Saturni augeri semper actione Jovis. Pariter Aphelium Jovis in prima fere quadratura est cum Aphelio Terræ, & a prima quadratura Aphelii Martis distat fere 30° , & fere $26\frac{1}{2}^{\circ}$, aut 27° a secunda quadratura Apheliorum Veneris, aut Mercurii. Quare inferiorum Planetarum orbitis ad orbitam Jovis relatis fiet p pro Marte $= 0$, $64 = \frac{16}{25}$, pro Terra $= 1$, pro Venere, aut Mercurio $= -\frac{2}{10}$. Quod si orbita Terræ ad Martis orbitam referatur, & Mercurii orbita ad orbitam Veneris, fiet in casu utroque $p = \frac{1}{3}$, & si denique orbita Veneris referatur ad Terræ orbitam fiet $p = -0,47$. Imminuetur igitur actione Jovis velocitas Terræ, & Martis, & velocitas Mercurii, & Veneris augebitur: actione autem Martis velocitas projectionis Terræ, actione Terræ velocitas Veneris, & Mercurii velocitas actione Veneris imminuetur: & contra augebitur Martis velocitas actione Terræ, & velocitas Terræ actione Veneris.

Quia imminuta velocitate projectionis centro propius accedere debet Planeta, & corripitur tempus periodicum, augeri que motus medius, qui periodici temporis proportionem inversam sequitur: & contra velocitate projectionis aucta minus deflecti a recto tramite ob vim centripetam debet Planeta, amplioremque orbitam, ac diuturnius tempus periodicum sibi comparare; manifestum est primo periodicum tempus Jovis corripitur Saturni actione, & tempus periodicum Saturni actione Jovis augeri. Quæ binæ periodicorum temporum vicissitudines cum diu Astronomis innotuerint, visæ sunt etiam aliquando gravitatis legibus contrariæ. Quibusdam enim visum est quod cum actione Jovis augeri debeat gravitas Saturni in Solem, & gravitas Jovis imminui Saturni actione, coarctari etiam

etiam debeat Saturni orbita, & orbita Jovis dilatari semper, & tempus periodicum Saturni quidem imminui, Jovis autem augeri. At cum Aphelia Planetarum lentissime moveantur inter se invicem, & integris etiam sæculis eadem orbitarum inter se invicem positio censerī possit; intelligitur facile easdem esse medias vires centripetas in focum, easdemque orbitarum dimensiones, & periodica tempora, quæ nonnisi continue auctis, aut imminutis viribus ipsis centripetis continue imminui, aut augeri debent. Contra si data orbitarum positione vires radio vectori perpendiculares minime compensent se se invicem singulis revolutionibus, quæ minime destruetur portio secundum tangentem orbitæ Planetam accelerabit semper, aut retardabit, atque ad aliam orbitam paulatim transferet. Cassinus in Actis Parisiensis Academiæ anni 1746 cum in pluribus orbitarum locis Saturni, & Jovis vires supputasset, statuit pro ea positione Apfidum, quæ modo est, velocitatem projectionis Jovis a Saturno augeri semper, & velocitatem Saturni a Jove imminui: quod quidem si verum esset dilatari deberet Jovis orbita, & tempus periodicum augeri, æque ac si manente projectionis velocitate gravitas absoluta in centrum imminueretur. Cum vero locis omnibus consideratis velocitatem Saturni augeri, Jovisque imminui deprehensum a nobis sit, patet periodicum tempus Jovis in dies brevius, & Saturni diuturnius fieri oportere: eademque ratione constat in præsentī orbitarum positione anni Tropici quantitatem a Jove, & Marte imminui, & a Venere augeri: ac denique tempus periodicum Mercurii imminui a Venere, & motum medium augeri &c. Motis Planetarum Apheliis inter se alia fiet projectionis velocitas, quæ addetur, aut detrahetur, & contrariis orbitarum positionibus contrariæ mediorum motuum vicissitudines habebuntur, & integra Apheliorum revolutione ad priores dimensiones redibunt orbitæ.

Facile etiam definiri poterit sæcularis æquatio, qua periodicum tempus Planetarum augetur, aut imminuitur, & motus medius e contra imminuitur, aut augetur. Moveatur enim Planeta C in ellipsi ZCz, Fig. 4., circa focum T, & sit CQ altitudo, per quam libere cadendo ea vi centripeta, quam in C habet, velocitatem suæ projectionis acquireret. Si fiat TQ: TC = TC: TR, erit TR axi transverso Zz æqualis. Quod si in loco eodem C nova velocitas Planetæ accedat, quæ ad prio-

priorem projectionis velocitatem se habeat ut $V : 1$, & præ ipsa satis sit parva, Cq vero sit altitudo, per quam tota velocitas cadendo acquiri posset, erunt spatia CQ , Cq in ratione duplicata velocitatum, five erit $CQ : Cq = 1 : 2V$ quam proxime. Denique si fiat $Tq : TC = TC : Tr$, erit etiam

quam proxime $TQ : Cq = TR : Rr$, unde ob $TQ = \frac{TC^2}{TR}$, $Cq = 2V \cdot CQ$, & $CQ = TC - TQ$, fiet incrementum axis transversi $Rr = \frac{2V \cdot TR^2}{TC} - 2V \cdot TR$, & pro TC substi-

tuendo ut supra $\frac{bc^2}{b^2 - \phi X}$, & $2b$ pro TR , negligendoque am-

biguum terminum ϕX , & quadraticas excentricitatis ϕ potestates, fiet demum $Rr = 4bV$, & novus axis transversus = $2b + 4bV$. Sunt autem periodica tempora in ellipsis circa eundem focum descriptis in ratione sesquuplicata majorum axium. Quare periodica tempora, quæ velocitatibus projectionis 1 , & $1 + V$ respondebunt, inter se erunt ut $1 : 1 + 3V$, & periodicum tempus se habebit ad æquationem temporis, quæ ex aucta projectionis velocitate oritur ut $1 : 3V$. Jam vero singulis superioris Planetæ revolutionibus ea velocitas inferiori Planetæ accedit, ad quam media projectionis ve-

locitas se habet ut $1 : -\frac{3b^2 \phi \omega \Delta p}{16Mr^2} \left(3 + \frac{25b^2}{4r^2} + \frac{1225b^4}{128r^4} \right)$,

ut supra inventum est. Erit itaque tempus periodicum inferioris ipsius Planetæ ad æquationem temporis habitam singulis

superioris Planetæ revolutionibus ut $1 : -\frac{9b^2 \phi \omega \Delta p}{16Mr^2} \left(3 + \frac{25b^2}{4r^2} + \frac{1225b^4}{128r^4} \right)$. Planetæ autem superiori cum singulis infe-

rioris Planetæ revolutionibus accedat velocitas $-\frac{3r^{\frac{3}{2}} \phi \omega \Delta p}{2Mb^2}$

$\left(1 + \frac{5r^2}{4b^2} + \frac{105r^4}{64b^4} \right)$, tempus periodicum Planetæ ipsius su-

terioris se habebit ad æquationem temporis singulis inferioris

$$\text{Planetæ revolutionibus ut } 1 : - \frac{9 r^2 \varphi \pi \Delta p}{2 M \delta^2} \left(1 + \frac{5 r^2}{4 b^2} + \frac{105 r^4}{64 b^4} \right).$$

His positis si requiratur æquatio temporis periodici Saturni, quæ ex Jove oritur, & fiat $p = -1$, $b = 95$, $b^{\frac{1}{2}} = 9,8$, $r = 52$, $r^{\frac{1}{2}} = 7,2$, $\frac{1}{M} = \frac{11121}{10000000}$, $\frac{\varpi}{b} = \frac{5430}{95302} = \frac{2}{35}$, $\frac{\varphi}{b} = \frac{2505}{95302} = \frac{1}{38}$, $\Delta = \frac{44}{7}$; erit tempus periodicum Saturni ad æquationem, qua singulis Jovis revolutionibus augebitur ut 2. 95.

$$980000000 : 9.52.72.11121. \frac{1}{38} \cdot \frac{2}{35} \cdot \frac{44}{7} \left(1 + \frac{5 \cdot 52^2}{4 \cdot 95^2} + \frac{105 \cdot 52^4}{64 \cdot 95^4} \right),$$

& si tempori periodico substituatur medius Saturni motus, sive 1295000'', æquatio qua imminuetur motus medius Saturni singulis sæculis, sive 8 $\frac{1}{3}$ Jovis revolutionibus, erit = 205'' + 77'' + 30''. Si alii seriei termini eadem proportione cum binis posterioribus decreverent, oporteret addere 12'', 5'', 2''. Quia vero si bini posteriores termini cum primo comparentur tardius convergere videtur series, cenferi poterit rotundo numero singulis sæculis æquatio motus ipsius medii 340'', & singulis revolutionibus Saturni 100'', ut etiam Cl. Aembercius invenerat §. 239. de Mundi systemate. Si massa Jovis 9, 37 cum Newtono definiretur, posita Solis massa 10000, minor etiam evaderet æquatio, nec multo augeri posset Satellitum ratione habita, quorum massa nonnisi exigua præ Jovis massa esse potest. Porro Astronomicæ observationes multo majorem æquationem medio Saturni motui videntur adjudicare. Hireus enim in tabulis statuit motum ipsum 6'' annis singulis imminui, & 1° 40' tempore annorum mille: quo dato suas, Tychonicasque observationes conciliavit inter se invicem, & vetustiores alias Ptolemæi, quæ 2°, aut 3° a suis dissentiebant, veluti indiligentes, ac dubias penitus dereliquit. Hallejus spectatis omnibus observationibus censuit decrementum omne singulis annis mille esse 2° 19'. Cassinus vero 11'' annis singulis, & 3° 3' 20'' annis mille esse voluit. Quare in tanto theoriæ non solum ab observationibus, sed observationum etiam inter se invicem dissensu, aut non satis perspecta

sta censerī debent elementa theoriæ Saturni, aut si æquationes mediī motus Saturni Astronomicis observationibus vere multo majores prodeant, quam ferat superior calculus, extra Planetarium systema causæ aliæ quærendæ erunt, quæ projectionis motum accelerent, videndumque utrum Saturnus cum Cometarum motus perturbet, vicissim ipse a Cometis sensibilibiter perturbetur.

Pariter cum Saturnus revolutionem suam absolvat spatio annorum $29\frac{1}{2}$ circiter, posita ipsius massa 3, 029, & similibus

substitutionibus in formula
$$-\frac{9b^{\frac{3}{2}}\phi\pi\Delta p}{16Mr^{\frac{7}{2}}}\left(3 + \frac{25b^2}{4r^2} + \frac{1225b^4}{128r^4}\right)$$

rite factis, evadet integro sæculo æquatio, qua mediū motus Jovis ob vim perturbatricem Saturni augebitur = $512'' + 319''' + 147''$, & seriei terminis paulo celerius decrescen-
tibus censerī poterit rotundo numero sæcularis eadem æquatio = $20'$. Si quantitas materiæ, quæ in Saturno est, cum Newtono statuatur 3, 31. æquatio evadet = $22'$; eaque magis adhuc aūgenda erit quinque Satellitum Saturni ratione habita, quorum massæ non ita parvæ præ toto Saturni corpore censerī debent. Cassinus idem in actis Parisiensis Academiæ anni 1746 contendit $30'''$ annis singulis motum mediū Jovis augeri, adeoque $50''$ integro sæculo, & $8' 20''$ singulis annis mille. Hallejus autem in tabulis motum ipsum $57'$ singulis annis mille augeri voluit. Quare hic rursus non magis theoria nostra ab observationibus discrepat, quam variæ observationes discrepent inter se invicem: & si imminutio temporis periodici, & incrementum mediī motus Jovis, Astronomorum industria, aliquando certius innotescat, & valde adhuc dissentiat a calculis superioribus, inquirendum supererit, quæ motus Jovis irregularitates ex Cometarum actione proficisci possint.

Ut definiamus æquationem, qua motus mediū Martis actione Jovis augeri debet, & Terræ actione imminui, sint primo distantia mediæ Jovis, Martisque a Sole 52, & 15, ac deinde fiat $p = \frac{16}{25}$, $\frac{\pi}{b} = \frac{1}{21}$, $\frac{\phi}{b} = \frac{3}{110}$. Erit singulis sæculis

æquatio, quæ ex Jove profluet, & qua mediū motus Martis augebitur = $20'$, si massa Jovis sit 11, 121: & , si massa ea-

T. V.

T t

dem

dem fit 9, 37, dumtaxat 17". Fiant postmodum mediæ distantia Martis, & Terræ a Sole 15, & 10, ac fit massa Terræ 0, 06, atque insuper $p = -\frac{4}{5}$, $\frac{\pi}{b} = \frac{1}{11}$, $\frac{\phi}{b} = \frac{1}{181}$. Evadet integro sæculo æquatio alia, qua motus medius Martis actione Terræ imminuetur = 10" + 5½" + 3", & compositis simul Jovis, ac Terræ viribus nulla orietur periodici motus Martis æquatio, quæ sensibilis demum fiat: quod Astronomicis observationibus conforme est. Etenim longitudo Martis in oppositione anni 1741 fere eadem, in oppositione anni 1745 paulo minor, & in oppositione anni 1751 paulo major deprehensa est, quam ex Hallei tabulis prodierit: unde motum medium Martis iisdem tabulis accurate exhiberi censuit Cl. de la Lande in actis Parisiensis Academiae anni 1755. Similiter motus medius inferiorum Planetarum Veneris, & Mercurii satis regularis deprehendetur. Quippe actio Terræ, & Jovis in Venerem, & Mercurium sic parva est, ut nulla inde sensibilis æquatio periodici temporis, & medii motus integro etiam sæculo haberi possit. Actio autem Veneris in Mercurium non nisi aliquot secundis integro sæculo medium motum Mercurii potest augere. Et plane Astronomorum observationibus non nisi exiguæ medii motus inæqualitates in inferioribus ipsis Planetis detectæ sunt, quæ incertitudini fortasse earundem observationum adscribi possent, aut non nisi scrupulis aliquot secundis integro sæculo medium Mercurii motum augeri evincerent.

Si æquatio anni Tropici, quæ ex Jove oritur requiratur, & fiat $\frac{\pi}{b} = \frac{1}{21}$, $\frac{\phi}{b} = \frac{1}{310}$, $p = 1$, & massa Jovis 11, 121; erit tempus periodicum Terræ ad primum terminum æquationis, qua corripietur singulis Jovis revolutionibus ut 775534: 1, & primus terminus ad secundum se habebit ut 12.2704: 2500. Quare cum annus Tropicus sit 365^d 5^h 48' 40", sive 31556920", serie celerrime convergente, erit integro sæculo æquatio imminuti anni Tropici 43" temporis: & si Jovis massa statuatur 9, 37 erit æquatio eadem 36". Si Venus duas tertias partes complecteretur quantitatis materiae, quæ in Terra est, ut in dissertatione altera supposuimus, ac fiat insuper $p = -\frac{2}{5}$, $\frac{\pi}{b} = \frac{1}{192}$, $\frac{\phi}{b} = \frac{1}{60}$, positis distantiiis mediis 10, & 7;

erit

erit integro sæculo, five 160 Veneris revolutionibus æquatio, qua annus Tropicus ob vim perturbatricem Veneris augetur $12\frac{2}{3}'' + 7\frac{3}{4}'' + 5''$, & terminis fere in ratione Geometrica decreſcentibus, rotundo numero tota æquatio cenſeri poterit = $30''$. Actio autem Martis ad annum Tropicum corripendum cum Jovis actione conſpirabit, & quidem ſi denſitas Terræ, & Martis ſit eadem, & ſoliditas Terræ ad Martis ſoliditatem ſe habeat ut $100 : 65$, erit primus terminus æquationis, qua uno ſæculo, ſeu 50 Martis revolutionibus annus Tropicus corripietur = $28''$, & primus ad ſecundum ſe habeat ut $27 : 25$, & ſecundus ad tertium ut $72 : 49$. Quod ſi denſitas Martis cenſeri poſſit pars ſexta ex gr. denſitatis Terræ, fiet tota æquatio $12''$, jūctiſque ſimul æquationibus ex Marte, & Jove ortis, demptaque æquatione Veneris, anni Solaris quantitas $18''$ circiter corripietur. Keplerus, Tycho, Ricciolius, alique Aſtronomi comparatis obſervationibus vetuſtioribus inter ſe, diebus 365, horis 5, & minutis primis 48, quæ ſolarem annum definiunt, ſecunda addiderunt 48, aut 49. Caſſinus ex pluſibus æquinoctiis, quæ Uraniburgi, Bononiæ, & Lutetiæ Pariſiorum obſervaverat addenda inſuper eſſe cenſuit ſecunda dumtaxat 35, aut ad ſummum 41. Caillius in Lectionibus Aſtronicis comparatione obſervationum a ſe, & Caſſino inſtitutarum ſecunda addidit 43: in actis vero Academiæ anni 1750, cum quatuor obſervationes a ſe inſtitutas, obſervationemque aliam Picarti comparaffet inter ſe invicem, addenda eſſe deprehendit ſecunda circiter 30. Ubi demum certius innotefcat, quæ ſit correpti anni Tropici æquatio ſæcularis, patebit etiam quæ hypotheſes denſitatis Veneris, & Martis explicando phænomeno ſufficiant.

Eulerus in opusculo de relaxatione motus Planetarum totius phænomeni rationem phyſicam ex reſiſtentia ætherei medii derivavit, & §. XVII animadvertit locum, & motum Apſidum ſenſibiliter ob medii reſiſtentiam non immutari: tum vero §. XX oſtendit perpetuo imminui excentricitatem, tranſverſumque axem, & tempus periodicum Planetarum: ac denique §. XXIV aſſumptis quibuſdam hypotheſibus, anni Tropici ſæcularem imminutionem $5''$ eſſe invenit. Poſita etiam ubique eadem ætheris denſitate, ex diametris apparentibus Planetarum collegit tempora periodica ſingulis annis mille corri-

pi oportere, Saturni quidem 33'', Jovis 15'', Martis 62'', Veneris 25'', Mercurii 33''. Et plane si quæ esset sensibilis medii ætherei resistentia, ea se proderet maxime imminuta semper velocitate projectionis, & transverso axe orbitæ, & tempore totius periodicæ revolutionis. At vero tempus periodicum Saturni e contra augetur sensibilibiter, & magis etiam fortasse quam ferant vires perturbatrices Jovis, unde alias potius causas in natura universa quærendas esse monuimus, quæ motum projectilem Saturni continue augeant. Motus Martis, & Veneris satis regularis est, ut jam diximus, neque ullas sensibiles exhibet periodici temporis æquationes. Denique tempus periodicum Mercurii longe minorem imminutionem patitur singulis annis mille, quàm in hypothese medii ætherei æque densi Eulerus existimaverat. Quod si insuper consideremus medium æthereum grave esse oportere, & inferiores partes a superioribus debere comprimi, majoremque densitatem, ac resistentiam in minoribus a Sole distantis præferre, adhuc majores imminutorum periodicorum temporum Mercurii, & Veneris æquationes prodirent, quam ab Eulero statutæ sint: quod cum magis etiam ab Astronomicis observationibus dissentiat, certius argumentum habebimus, quo hypothese resistentiæ sensibilis ætherei medii rejiciamus.

Fig. 1.

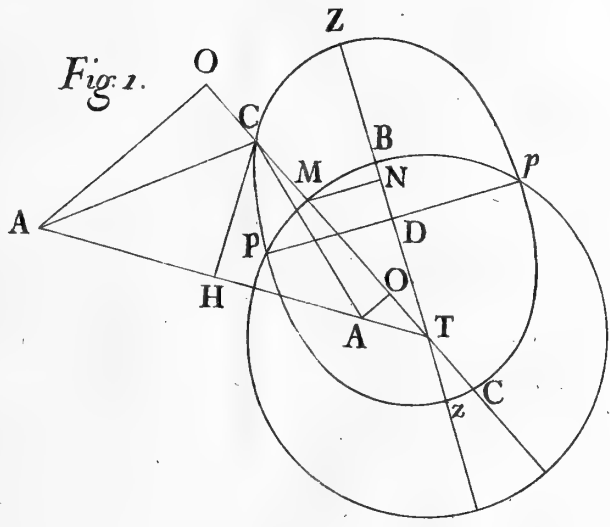


Fig. 2.

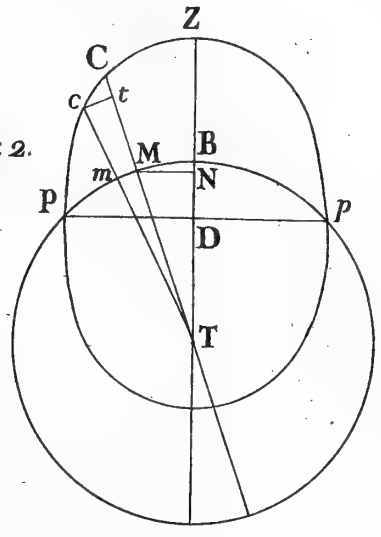


Fig. 3.

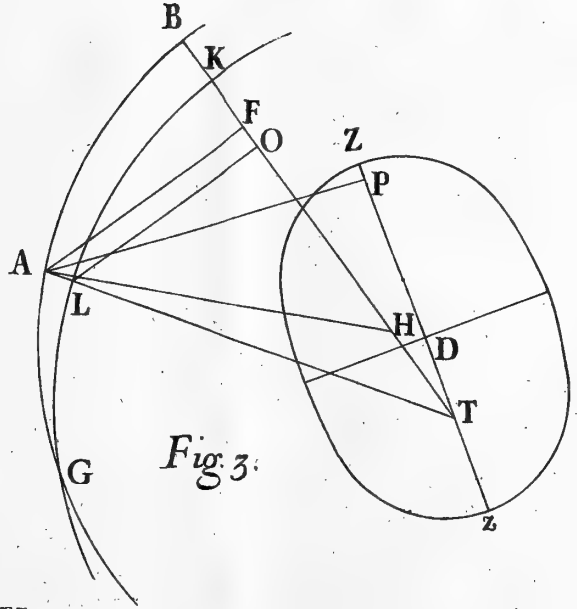
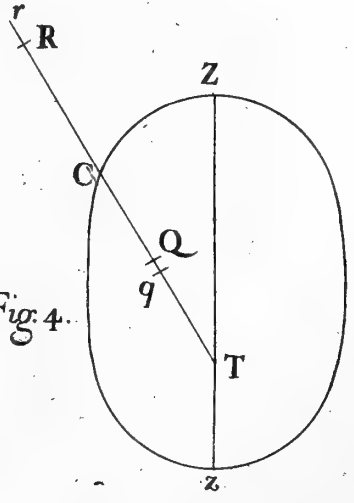


Fig. 4.





CAJETANI MONTII.

De Xylophthori terrestris prima specie.

CUm superioribus annis insectorum quorundam transmutationibus investigandis operam darem, accidit mihi, ut in aliquot illius animalculi species incurrerem, quod Xylophthoros a Græcis, Ligniperda a Latinis est appellatum; ex falsa persuasione, quod ligna corrumpere, iisque perniciem moliri existimaretur. Earum alias a nemine profus descriptas reperiēbam, alias leviter tantum, & subobscurè indicatas; nullas vero, de quibus illud explicatum esset, quod erat in ipsis maxime & cognitione, & admiratione dignum: singularis videlicet ratio sobolis propagandæ, neque cum aliis erucis communis ac papilionibus, neque cum ipsismet tineis, quibus Xylophthoros annumeraverat insectorum investigator nostra ætate longe omnium acerrimus, ac perspicacissimus Reaumurius. Mearum igitur partium esse arbitratus sum, omnia, quæ in hoc animalculi genere, vel fors ipsa & casus objecerat pæne non cogitanti, vel observatio pluries iterata scrutanti aperuerat, huic, & aliis fortasse commentariolis demandare: quo scilicet insectorum historiæ, in qua excellentibus ingeniis homines nostro hoc sæculo versatos fuisse accepimus, aliquid etiam per nos, si fieri posset, & lucis & incrementi accederet. Quod prius quam facere ingredimur, operæ pretium esse ducimus superiores, quotquot colligere potuimus, de hoc non valde noto insecti genere, Scriptorum auctoritates breviter percensere.

Et omnium quidem princeps Aristoteles in libro VI. de Animalium natura super Xylophthoro memoriæ hæc prodidit (cap. xxxii.) *Nascitur & vermiculus quidam, cui nomen a corrumpendis lignis Xylophthoros, ac si Ligniperdam appelles, nullo minus absurdum; (ita videlicet græcum verbum αροποι Theodorus Gaza interpres vertit) caput enim e suo putamine exerit varium, pedes in postremo habet, ut alii vermes, reli-*
quum

quum corpus tunica araneosa tegitur, suoque tegumento hærentes festucas gerit; ita ut sorte eas casuque contraxisse, dum ambulat, videatur. Verum ipsæ nativæ inhærent tunicæ, & ut limacibus testa, sic totum id vermiculo huic adhæret; nec decidit unquam, sed evellitur ut nativum. Quod si hanc ei tunicam detrahas, exspirat, parique modo atque limax testa detracta hebetescit. Processu utique temporis id quoque in aureliam transit, ut eruca, atque immobile vivit; sed quidnam ex eo pennati animalis oriatur, compertum non adhuc est.

Ab Aristotele notitiam hujus insecti sine dubio accepit Plinius, qui, ubi de tineis loquitur, sic ait. *Est earum genus tunicas suas trahentium, quo cochleæ modo, sed harum pedes cernuntur, spoliata exspirant; si accrevere, faciunt chrysalidem* (Lib. xi. cap. xxxiv.). Quod vero animalcula hæc ligna corrumpent, rem videlicet non fatis exploratam, prudenter reticuit Plinius, neque Xylophthori appellationem prorsus usurpavit. At recentiori memoria præclarus civis noster Ulysses Aldrovandus, rerum naturalium accuratissimus ac diligentissimus indagator, in suo de insectis volumine animalculum proposuit ac delineavit, quod Aristotelis, ac Plinii descriptioni omni ex parte responderet. Erat autem instar vermiculi, sive erucæ, ejusque corpus tegumento occultabatur ex multis festucis conflato, ut lignorum ac festucarum casu quodam ferruminatarum congeries videretur. Paucis post diebus, quam ad se allatum esset, discissa tunica in chrysalidem abiisse compertit, ac tandem in exiguum papilionem fuscum transformatum offendit; idque pennatum fuisse animal jure existimavit, quod Aristotelem, ceterosque naturalium rerum perscrutatores usque ad eam diem latuisset. In Appendice autem sive Paralipomenis alterius Xylophthori meminit, ejusque pariter imaginem expressit, qui minor erat, cetera similis, licet paulo candidior, unde & illius papilionem minorem fuisse ait, & candidiorem. Postremo inter Xylophthoros insecti cujusdam aquatilis genus connumeravit, quod ante ipsum a Petro Belonio observatum fuerat, & Phryganium appellatum. Ejus quidem forma plurimum aberat ab erucis; neque in papilionem, sed in aliud volucre animalculum conversum vidit: Xylophthoris nihilominus adscripsit, propter tegumentum e festucis compactum, ab eo non multum dissimile, quo Xylophthorus terrestris induitur. De hoc palustri Xylophthoro per-

perelegantes observationes in suis Dialogis edidit Cl. Vallisnerius: terrestrem nihil habere censuit, quod peculiari studio, aut animadversione dignum videretur.

Joannes vero Leonardus Frischius pictor Berolinensis, qui insectorum metamorphoses quamplurimas nostra memoria diligentissime persequutus est, alteram illam ac minorem *Xylophthori* terrestris speciem ab Aldrovando recensitam cum suo papiliunculo tabulæ insculpfit, paullo ille quidem exactius delineatam; nihil vero de peculiari illius indole suspicatus, sed ut erucam unam de multis, quas in chrysalides primum, deinde in papiliones mutari nemini est non exploratissimum.

Minorem hanc eandem *Xylophthori* speciem immortalibus suis scriptis consignavit Cl. Reaumurius, tinearum, ut supra ostendimus, ordini annumerans; ingenue tamen præfatus multa sese in hoc animalculi genere necessario præterisse, quæ in occulto adhuc essent, accuratius deinceps investiganda. Nec vero sibi defuisse observandi studium, sed copiam ipsius insecti, quod in agro Parisiensi, ac finitima regione rarius occurreret.

Tandem, ut ad recentissimos deveniam, Vir summa nominis celebritate ac fama, & in hoc studiorum genere facile princeps, Carolus Linnæus, cum in *Systemate Naturæ*, quod duobus abhinc annis evulgavit, universam insectorum multitudinem in certas classes, & ordines distribuendam suscepisset; phalænarum vero sive nocturnorum papilionum species amplius trecentas, omnes videlicet quas clare noverat, partim ex propriis observationibus, partim ex auctoribus universis, qui tum extabant, numerasset, *Xylophthori*, ejusque volatilis animalculi, quod tamen phalænæ verissima est species, nusquam meminit: unde etiam conjecturam facere possumus, ne istis quidem novissimis insectorum observatoribus, quorum elucubrationes nondum ad nos pervenerunt, Wilkio, de Geer, Roefelio, & aliis, qui omnes cum laude a Linnæo commemorati sunt, *Xylophthori* naturam, mirasque proprietates cognitas existisse.

Quæ cum ita sint jure illud a nobis posci videtur, ut *Xylophthori* terrestris species, quotquot hætenus novimus, accuratius describentes, absolutam, quoad fieri potest, huius animalculi historiam contexamus: *Xylophthori* inquam terrestris; neque enim id nobis propositum est, neque res ipsa

postulat, ut *Xylophthorum* etiam aquatilem nostro sermone complectamur, qui de alio est prorsus insectorum genere, & de quo clarissimi viri Vallisnerius, & Reaumurius tam plane, ac dilucide commentati sunt, ut nihil amplius desiderari posse videatur. Placet autem nobis, vitandæ ambiguitatis causa, postremum hoc animalculi genus cum Belonio, ac Linnæo Phryganium potius, sive Phryganeam nuncupare quam *Xylophthorum*; *Xylophthori* vero nomen terrestribus reservare: quorum etsi variæ sunt species, in eo tamen conveniunt omnes, quod de erucarum proprio sint genere, quod e serica materie, sive araneosa lanugine mobilia tegumenta sibi comparent; quod variis ex rebus extrinsecus eadem obducant, instar tinearum, quæ laneas vestes depascuntur; quod denique in papiliones transformentur, quorum mares alati sint, foemina vero non modo alis cassæ, sed pedibus etiam, vel certe omni pedum usu propemodum orbata, singulari prorsus naturæ instituto, nullis aliis insectis, quod constat, communi, ovula deponentes.

Est tamen in his ipsis *Xylophthoris*, dum vivunt sub erucarum forma, in suis vaginis, sive tunicis construendis discrimen aliquod; nam alii, qui fere majores sunt, festucis, paleis, lignique frustulis eas sepiunt, alii vero arenulis, aut minutissimis lapillis; quamobrem ordinis gratia bifariam *Xylophthoros* in festucarios, & arenarios dividere consuevi. Neque illud me moratur quod *Xylophthori* appellatio, vi propriæ significationis, minus conveniat festucariis, arenariis autem nulla ratione. Vocabulo mihi opus fuit, quod non modo ab reliquis erucis, verum etiam a tineis ipsis ea, de quibus acturus eram, animalcula distingueret: illud vero assumpsi non invitus, quod veterum Scriptorum, Aristotelis in primis auctoritate comprobatum reperiebam.

Inter festucarios autem *Xylophthoros* eam potissimum speciem hodierno sermone persequi institui, quæ & minor est ceteris, & omnium apud nos frequentissima; quam Aldrovandus secundo loco proposuit, quæque sola a Friichio, & a Reaumurio commemorata est; fortasse quod in regionibus ad septemtriones vergentibus non alia reperitur.

Insecti forma nihil plane ab aliis erucis differt, quæ metamorphosi peracta papilionis formam assument, larvæ propterea papilionum a Linnæo nuncupatæ. Eadem capitis, &
oris,

oris, & mandibularum structura, idem numerus annulorum, idem stigmatum sive trachearum positus; ut qui hæc omnia in aliis erucis noverit minutiozem in describendo operam non desideret. Pedes, ut in plerisque, sexdecim: squamosi sive crustati sex ad annulos primores; membranacei decem, & ex his octo in annulis intermediis, bini in extremo corpore. Sunt autem hi pedes membranacei, quibus ad incedendum animal non utitur, haud multum prominentes, neque flexiles, unguiculorum sive uncinorum ambitu muniti, non prorsus completo, neque circulari, sed ad alteram partem quasi in cuspidis formam producto. Caput, quemadmodum in suo Xylophthoro Aristoteles notavit, varium est, ex albo videlicet ac nigro: annuli quoque tres primi ceteris graciliores, quos fere animal dum repit extra tubulum efferre solet, candidi sunt, nitidi, & quasi eburnei, lineis tribus nigris per longum ductis eleganter variati: reliquum corpus, quod, nisi vi extractum fuerit, intra mobile domicilium perpetuo abditum latet, aliquanto tumidius est, & unicolor, pallida rubedine suffusum, ut vermiculi sive eruculae, quæ in medullis pyrorum, prunorum, aliorumque ejusmodi fructuum victitare solent.

Tubuli sive folliculi, quibus Xylophthori vel penitus occultantur dum quiescunt, vel onerati incedunt dum progrediuntur, ex araneosa & quasi bombycina constant lanugine, dense contexta, intus candidi & læves, argentei quasi nitoris; extus vero festucis undique circumsepti, quibus detractis rudes nihilominus, ac veluti pulvere obsiti apparent; in medio crassiores, utrinque attenuati fusi formam quodammodo præferunt; anteriori orificio, eo videlicet quo caput, ac priores pedes ab animalculo efferuntur, nonnihil latiore; posteriore autem, quo alvi faces prodeunt, in acumen fere angustato.

Festucæ, quibus folliculi, ut ostendimus, toti amiciuntur, ejusmodi sunt, ut non casu hinc & illinc arreptæ, sed ex gramineis culmis, fistulosis ac tenuibus apte resectæ, & ad opus comparatæ esse videantur: longitudo eadem fere, ac tubulorum, aut paullo major; suntque ita dispositæ, ut vel parallelum situm servant inter se, & cum ipso tubulo, vel modice inclinatæ ad orificium anterius paullulum convergant. Orificium hoc sive ostiolum minus angustum esse diximus, si cum inferiori comparatum fuerit: potest tamen, & solet ani-

mal pro suo arbitrio modo illud relaxare, modo constringere: relaxat dum progrediendi causa & caput, & tres primores annulos exferit, crustatis pedibus instructos, interdum etiam binos subsequentes: nam reliquum corpus hamatis unguiculis, quibus pedes membranaceos munitos esse diximus, intra suum tubulum firmiter retinetur; constringit vero quotiescumque aut metu, aut alia causa impulsus in suum latibulum se recipit: quod si tum fiat, cum per valde acclivem, aut perpendicularem locum reptando viam sibi parat, tenuissimum stamen ex ore protinus effundit, quo ipsius orificii limbum ex immobili aliquo puncto leviter suspendit: alioquin tubulum ipsum decidere necesse esset, retractis intro unguiculis anteriorum pedum, quibus incedens animalculum & proprium corpus, & sui domicilii cum adiacentibus festucis molem sustinebat.

Tales fere, quales descripsimus, *Xylophthori* vernali tempore, Majo mense scilicet ac Junio, passim vagantur, per maceries, & hortorum septa; neque quo loco antea delituerint, neque quo alimenti genere victitaverint facile aestimari potest; justam enim tum assequuti magnitudinem ad transformationem se componunt; quo tempore si quis eos in pyxide, aut vitreo vase concluderit, multos quidem dies jejuni permanent, de appositis herbarum & arborum foliis nihil degustantes, & nihilominus debitam naturæ suæ metamorphosim tempesteve subeunt. Metamorphoseos autem imminentis indicium est, quod in sublimem locum ascendens *Xylophthorus* plurimum staminis ex ore profundat, densiorem quasi telam pertexens, qua antea illud sui folliculi ostiolum penitus occludit, illudque parieti, aut lapidi, aut, si inclusus fuerit, vasis operculo immobiliter affigit; ea ratione ut folliculus ipse pendulus maneat, posteriori orificio deorsum spectante. Post paucos dies intra eundem folliculum seu tubulum a summo ad imum animal volvitur, quemadmodum partu appropinquante humanus foetus in utero materno: extremum scilicet corpus in sublime erigitur, caput vero ad inferius obvertitur orificium, quod neque occlusum fuit, & solum erupturo postea papilioni exitum præbere potest.

Est autem *Xylophthoro* subeunda nova chrysalidis forma eodem in ipso folliculo, quo antea, cum sub erucæ larva viveret, pro domicilio usus fuerat. Id quemadmodum fiat

nemini obscurum esse potest, qui paullulum sit modo in observandis insectorum transmutationibus versatus: nimirum quod aliis erucis contingit, id etiam Xylophthoro accidere certum est, ut paucos dies immotus maneat, ut contrahatur corpus, ut findatur cervix, utque excussa veteri exuvia, quam retro ad summam folliculi partem propellit, sub nova chrysalidis, sive aureliæ, sive, ut Linnæano verbo utar, pupæ figura se ostendat.

Id vero peculiare Xylophthori chrysalidibus, quod sexus discrimen apertissime præferant, & masculæ a fœmineis insignibus notis differant. Masculæ simillimæ sunt bombycum chrysalidibus, & aliis ex quibus phalænæ, sive papiliones nocturni evolvuntur, ejusdem formæ, ejusdemque ferruginei coloris, capitis, oculorum, pedum, & alarum futuri papilionis typum impressum habentes. Fœminæ contra majores, ac tumidiore, totæ pæne ex annulis constant, vix perexigua capitis, oculorum, ac pedum vestigia ostendentes, alarum vero prorsus nulla.

Neque minor est dissimilitudo papilionum diversi sexus, qui post alteram, aut tertiam hebdomadam ex ipsis chrysalidibus erumpunt. Mares alati, vividi, & ad volatum alacres & prompti, chrysalidis spoliis quasi vinculis soluti, dilatato inferiori folliculi orificio, eoque chrysalidis ipsius exuviam secum trahentes, in apertam lucem, liberumque aerem emergunt. Sunt vero admodum pusilli, de illorum genere quos *Phalænas Bombyces elingues alis depressis dorso lævi* in systemate naturæ appellavit Linneus. Caput antennis instructum habent nigricantibus, non simplicibus, ut eas minus recte in sua icone delineavit Reaumurius, sed pectinatis, & ad instar plumæ dispositis; ut in papilione bombycis, aliisque multis, qui ad eundem ordinem referri solent. Oculi ipsis nigri, lingua sive fistula oris nulla, thorax, & imus venter gracilis, cinerei coloris: crura longiuscula, & inflexa: alæ tam interiores, quam exteriores utraque facie pullæ, nulla colorum varietate insignes, nitore tamen quasi sericeo sublucentes, & ad imam oram fimbriatæ, ut recte animadvertit Reaumurius, qui alioquin hujus papiliunculi imaginem talem exhibuit, quæ neque satis ad verum expressa esset, & ex aliqua potius diversa papilionis specie desumpta videretur.

Papiliones vero, sive phalænæ fœminei sexus, quæ &

ipsæ eodem temporis spatio e suis chryfallidibus, trifariam in apice dehiscentibus, se evolvunt, longe aliam a maribus præferunt faciem, nam præterquam quod alis penitus destituuntur, sic etiam differunt omnium partium figura, & habitu, ut quicumque originis nescius aliquam ex his forte inspexerit, vermiculi genus quodpiam, aut insecti, quod nondum transformationem subierit, verius quam papilionem se videre putet.

Corpus huic animalculo arcuatum, flexile, quod in circuli sive annuli figuram, quamdiu viribus constat, intorquere solet: cervix duriuscula, nitida, & quasi cornea deorsum incurvatur, fere ut in squillis aquatilibus; eademque caput protegit minimum, nullo oris foramine pervium, & adeo informe, ut omnino deesse putaretur, nisi puncta duo perexigua nigricantia oculorum situm, & speciem adumbrarent. Nam antennæ fili instar simplicissimæ, quas demissas ac pedibus implicatas gestat, tantæ subtilitatis sunt, ut oculus microscopio non instructum facile effugiant; & ego ipse in eo errore aliquando sum versatus, ut nullas esse arbitrarer; pictor vero noster etsi lineas duxit, quam tenuissimæ duci possunt, crassiores tamen quam re vera essent necessario effluxit. Annuli sive incisuræ corporis duodecim sunt, tribus vero primoribus, & ad cervicem pertinentibus totidem pedum inhærent paria, gracillima & pellucida; mobilia illa quidem, & suis locis flexa, sed infirmissima, quibus insistere aut progredi omnino animal non possit. Ceteri annuli secundum tres primos sensim crassescunt; postremi rursus modice contrahuntur; estque totum corpus cervice tenus molliusculum, glabrum, coloris sublividi, incisuris singulis in dorso zona transversa ex violaceo nigricante eleganter depictis. Extrema alvus in circulum definit sive anulum, paucis tomento flavi coloris inductum: ea res sola animalculum hoc de papilionum seu phalanarum esse genere suspicionem præbere potest; similem enim alvi conformationem in foemineo sexu, ut ceteras omittam, habet illa phalanæ species vulgatissima, quam Cl. Linnaeus *chryso-rhoeam* appellavit; sed tomento longe densiori, quo ovula sua in ipso partu implicat & cooperit. In nostro autem insecto, ex medio illo annulo seu circulo, quo abdomen terminari diximus, prælongus oviductus exporrigitur, in tres veluti articulos distinctus, immo ex tribus quodammodo tubulis compositus, eadem inter se ratione nexis, ut in telescopiis

piis fieri videmus; quorum ille qui ex ipso ventre egreditur alterum infertum habet paullo strictiorem, & hic rursus alterum tenuiorem: ex qua structura efficitur, ut liberum animalculo sit oviductum hunc modo producere, modo retrahere, modo in diversas partes flectere; id quod partus ipsius rationi consentaneum esse postea ostendemus.

Fœmina hæc papilio, quam descripsimus, ab involucris suæ chryfallidis expedita, e folliculo quoque molitur exitum; cujus inferiori orificio aliquantulum dilatato, caput primum, deinde & pedes educit, quibus, licet imbecillimis, folliculum, sive festucas ipsum sepientes apprehendit, iisque innixa reliquum corpus extrahit; idque protinus in orbem torquet, ad pendentis ansulæ modum, ostiolo, quo egressa est, extremam alvum, & oviductum obvertens. Hunc positum deinde servat prorsus immota, a vestibulo sui folliculi, cui tranquillissime adhæret, non amplius discessura.

Sed jam generationis ordinem, ac modum explicare oportet; quod unum, peracta metamorphosi, insectis nostris, ut aliis multis, superest opus. Qua quidem in re mira quædam, & aliis papilionibus insueta *Xylophthoris* accidere animadvertit præclarus observator Reaumurius; neque tamen quorsum tenderent, aut quem exitum haberent satis clare potuit intelligere. Incluserat ille in vitreo vase *Xylophthoros* aliquot, sive eorum folliculos, quibus vivæ chryfallides continebantur: post vero dies non multos, nullo edito papilione, seu volucris animalculo, innumeros huc illuc prorepere vidit minutissimos *Xylophthoros*, qui recens nati videbantur, & suos nihilominus sibi tubulos construxerant, quos secum trahebant, a majoribus, & adultis, magnitudine excepta, nihil dissimiles. Suspiciatus est initio sese una cum *Xylophthoris*, etiam eorum ovula, aut femina in illud vas casu aliquo inscientem conjecisse: verum interiecto aliquo tempore, rursus eandem rem sibi accidisse comperit, cum ovulorum intus latitantium nulla suspicio esse posset. Meminerat tamen, plures dies ante quam illa minimorum *Xylophthororum* multitudo appareret, ignotum sibi animalculum eodem in vase conspectum, cujus figuram observare tum quidem neglexerat; sed quod exortis deinde parvulis *Xylophthoris*, matrem eorum fuisse suspiciatus est; fœminam videlicet papilionem, alis deficientem, quæ ovulis depositis sobolem illam procreasset. Sed illud nihilomi-

nus obscurum relinquebatur, quomodo fieri potuisset, ut fœmina illa a masculo fœcundaretur; quando nullus ibi per eos dies volitans papiliunculus apparuisset. Et species ille quidem non paucas papilionum noverat, quorum alati essent mares, fœminæ vero non item; quorum vero uterque sexus alis deficeret, omnino nullam. Illud tamen fieri potuisse existimavit, ut papiliunculus alatus perpussillus re vera affuisset, fœminæque suæ fœcunditatem impertitus esset, & nihilominus casu aliquo conspectum suum subterfugisset. Qua in sententia tum est in primis confirmatus, quum alio tempore simile animalculum, cujusdam Xylophthori folliculo incumbens, & innixum, vidit, parturientis, & jam jam ovula deponentis specie; neque enim amplius dubitavit, quin ejusmodi infectum papilio esset fœmina; partus vero rationem eam esse conjecit, ut mater, evulso tomento sui ventris, ovula in exitu obvolveret, & ex ipsis quasi glomerem formaret, quem ad ostium proprii folliculi peculiari naturæ instinctu constitueret. Papilionum autem, qui suam adhibeant lanuginem ad ovula protegenda, ac fovenda, exempla non deerant; in primis illius phalænæ, quam a Linnæo *Chrysoorrhoeam* nuncupatam esse diximus, & alterius etiam apud nos frequentissimæ, quam ille idem Vir Cl. *disparem* appellavit.

At in Xylophthori papilione rem aliter evenire, constans, & sapissime iterata observatio apertissime tandem demonstravit. Jam multis ante annis pluries mihi acciderat, ut Xylophthorum, qui in chryfallides abjerant, folliculos discernerem, contemplaturus discrimen, quod inter varias ejusdem speciei chryfallides interesse animadverteram, quodque unde proficisceretur, nondum tum mihi fatis liquido erat perceptum. Inter majores autem illas, ac totas annulatas, quas postea fœmineas esse comperi, nonnullas offendebam in apice contractas, exsuccas, & plane emortuas; apice vero tenus turgidas, & succi plenas, quibus dissectis incredibilis ovulorum, quibus infartæ erant, apparebat copia. Dubitavi initio, an forte ab aliqua musca, aut ichneumone; quorum sane infectorum species multæ intra erucarum corpora, & alienas chryfallides ovula sua immittunt. Sed inanem fuisse conjecturam tum denique intellexi, cum in ejusmodi chryfallidem peropportune incidi, qua vi aperta ac diducta, vermiculorum ex illis ovulis excludorum incredibilem multitudinem ebullire

vidi, qui non multo post staminibus, quæ ex ore fundebant, suos sibi tubulos comparabant, ac sese nihil aliud esse, nisi parvulos Xylophthoros, apertissime ostendebant. Sed illud inexplicabile videbatur, ac fere portento simile, quod ex chryfallide, imperfecto animali, & nondum vim gignendi adepto, verissima tamen proles, eaque in suo genere perfecta, ac vitalis exstitisset. Ac mihi quidem in re tam perplexa tamdiu tenebræ fuerunt, dum fœminæ papilionis peculiarem figuram, ac vitæ rationem, quæ diu me latuerat, cognitam habere cœpi. Ex quo enim animadverti, eam sic fuisse a natura constructam, ut neque alarum, quibus prorsus careret, neque pedum auxilio, a sui folliculi vestibulo se removere posset: postea quam compertum habui, statim a folliculo egressam in eum situm se componere, ut alvum extremam, & oviductum ipsius folliculi ostiolo objiceret, verisimillimum existimavi, hanc illi legem a natura impositam, ut fœcundatione per maris copulam suscepta, ovula sua intra folliculum, immo intra exuviam propriæ chryfallidis immitteret, eamque ita infarciret, ut apice excepto, vivæ chryfallidis habitum, & formam repræsentaret. Quæ res etsi mihi minime videbatur dubia, quo tamen eam testatorem redderem, ut meo conspectui daretur omni ope elaborare cœpi. Medio igitur vere anni proxime elapsi, tum cum maxime id genus Xylophthori ad hortorum parietes abundant, quam maximam eorum copiam undecumque colligi, & ad me afferri curavi; quos partim ligneis arculis, partim vitreis vasis inclusi: omnesque, illis exceptis, qui ab ichneumonibus, aut muscis vitiati fuerant, in chryfallides primum, deinde in papiliones abierunt utriusque sexus; fœminarum vero numero utique majore.

Accidit autem ut quadam die, quæ dies postrid. kal. Junii mensis fuit, cum paullo post solis ortum operculum elevassem lignæ capsulæ, qua folliculi aliquot continebantur, unde papiliones proxime erupturos exspectabam, fœmellam aspicerem optimi habitus, quæ eodem ipso momento sub meis oculis e folliculo egrediebatur; egressa vero illico se incurvabat in annuli, sive ansulæ formam, ut supra demonstratum est, adversus ejusdem folliculi festucas pedibus connixa. Forte illa eadem nocte e sua pariter chryfallide evolutus masculus papilio, omnium quos in eo genere viderim facile

maximus, idemque vegetus, ac viribus integer vitreâ campana inclusus volitabat; quo illum paullo ante adegeram, ut a pictore commodius conspici, ac delineari posset. Data igitur opportunitate quam peroptabam, campanæ limbum a mensa cui incumbebat leviter submovi, fœminamque vixdum egressam, ac suo adhærentem folliculo sub ipsa constitui: quam simul ac masculus conspiciatus est, magno edito alarum plausu ter quaterve eam circumivit, mox superincumbens, alisque in tentorioli modum expansis & compositis, sic eam operuit, ut aspectui meo prorsus subduceret: antennis interim demissis per quatuor circiter horæ minuta immotus quievit: ad extremum fœcundationis opere ut æstimari potuit completo, volatui iterum se dedit, vixitque in illo carcere etiam per triduum.

Fœmina vero vix maris congressu exfoluta. partui dare operam cœpit, in folliculum, cui tum etiam appensa adhærebat, exteriorem oviductum penitus inferens, magnisque nixibus ovula intra cavum ejusdem propellens, quod alterna imi ventris contractio, & relaxatio ostendebat. Interea corpus torum, partu procedente gracilescere ac minui, idemque infuscari manifesto deprehendebatur, obliteratedis zonis, quibus annulos singulos variatos esse diximus: atque hæc omnia tanta celeritate peracta sunt, ut hora circiter quarta, posteaquam egressa e sua chryfallide, & cum mare commista fuerat, ovulorum depositione absoluta, extenuatoque, & contracto in minimam molem corpusculo, exanimis ceciderit; licet obscura quædam vitæ indicia usque ad vesperam servaverit. Fœminæ quæ maris copiam non habuerunt, ut pluries observavi, ad duos tresve dies vitam producere solent; ad extremum nullis ovulis depositis, ne subventaneis quidem, languentes intereunt.

Folliculus vero ille, quem papilionis nostri partum suscepisse diximus, nulla ovulorum intus latitantium indicia præbebat; ab aliis minime dissimilis, qui chryfallides vivas continebant, sive etiam erant prorsus vacui; præterquam quod orificium illius paucis tomento occlusum videbatur, nempe illo, quod mater sine dubio sub finem partus e proprio ventre evulsam, & corrasum in eum locum congesserat: nulla tamen existabat glomeris species, neque ova ipsa tomento erant intermixta, sed intra chryfallidis exuviam penitus con-

dita,

dita, quod ex innumeris aliis observationibus liquido nobis constabat. Nam ab illo folliculo, qui nobis inspectantibus ovulis repletus fuerat, lacerando abstinuimus, intactum servare cupientes, sub eadem vitrea campana, ut quo tempore viva animalcula ex ovulis prodirent cognitum haberemus. Præterierunt autem dies omnino viginti, quibus elapsis, eodem ex ostiolo, per quod ovula introducta fuerant, tota sese vermiculorum, sive erucularum multitudo effudit; quæ maternæ chrysalidis exuviam in ipso exitu foras nonnihil pertraxerunt. Erant autem eruculæ microscopio spectatæ a *Xylophthoris* adultis non dissimiles, pallidi coloris, annulis tribus capiti proximis, singulis zona fusca transversim notatis: reliquum corpus his tribus annulis tenuis incedentes retro sublevabant, donec emissio ex ore tenuissimo stamine, quod extemplo factum est, proprio illud indumento protegerent, tubulos sibi construentes cylindricos, & paullo laxiores, intra quos & caput ipsum laceffiti occultabant, ut *Xylophthoris* adultis in more est.

Illud etiam periclitari volui, an possem ejusmodi animalcula domi alere, ac nutrire instar bombycum: sed quo alimenti genere uterentur ignorabam. Apposui herbas multas, quæ ibi frequentes sunt, ubi *Xylophthori* plurimi reperiri solent, *Urticam*, *Parietariam*, *Nepetam*, *Cichorium agreste*, *Gramen*: etiam arborum quarumdam folia, *Ulmi*, *Salicis*, *Populi*, *Quercus*, *Carpini*, *Oxyacanthæ*, *Pruni silvestris*, & alia longe multa; quæ tamen a parvulis illis *Xylophthoris* nunquam attingi vidi: & tamen verisimile videbatur obviam, & parabilem escam a natura ipsis destinatam; quando matres eorum ad gressum, & ad volatum impotentes, ibi ovula ponere cogerentur, ubi eas transmutari accidisset. Sed postea longe faciliorem hujus rei exitum inveni, quam expectaveram. Forte enim pictori, qui hæc animalcula delineaturus domum meam identidem ventitabat, cum ad lineas, quæ minus successerant, abolendas panis medulla de more uteretur, micæ aliquot exciderant, quibus libenter adhærescere vidi nonnullos, qui ex campana se proripuerant, parvulos *Xylophthoros*. Qua re admonitus sum, ut experirer an panis medulla, virentis frondis loco apposita, eos sustentari contingeret: neque incassum; quamplurimos enim deinceps enutrivimus, non alio alimenti genere, per quatuor & amplius menses: quo temporis spatio, & mole aucti sunt, incremento licet tardissimo,

simo, & suos ipsi tubulos in longitudinem maxime extendunt, e floribus quibusdam aridis & coloratis, quos eum in finem suggerebam, fibrillas detrahentes; partim tenuissimas quas staminibus suis intexerent, partim crassiusculas, quas munimenti loco folliculis adiungerent; pari ratione, ac festucis majores obvallari solent. Illud etiam animadverti, elapsis ab ortu diebus circiter quadraginta, primam eos, aut fortasse alteram deposuisse exuviam; quod coloris mutatio indicabat; jam enim primores annuli eburneum candorem præferebant, neque amplius zonas transversas fuscas, sed lineas tres nigras per dorfi longitudinem decurrentes ostentabant; ut jam a *Xylophthoris* adultis nulla re, nisi magnitudine, differrent. Atque in hoc statu permanferunt usque ad Novembris initium: quo tempore, cum varii casus plures extinxissent, qui supererant, circiter quatuordecim, interiorem campanæ testudinem conscenderunt, stamina ex ore fundentes; non quibus ad imum rursus se demitterent, ut alias consueverant, sed quorum ope folliculos suos cavo vitro agglutinent. In eo situ continuerunt se per totam hiemem; vere autem appetente, sub initium videlicet Martii mensis, quasi diuturno somno experrecti reptare cœperunt, & in omnem partem progredi, panisque medulla exhibita rursus vesci; eoque in primis alimenti genere, trium fere mensium spatio, ad justam magnitudinem crevere: quamquam & arborum quarumdam, Coryli potissimum, folia grandiores facti minime aspernati sunt, quæ ab ipsis pertusa & arrosa non semel comperi. Festucarum vero loco pertenues triticei culmi particulas, quas solas obieceram, folliculis suis apte circumdederunt, ut flavo tantum tegumentorum colore a *Xylophthoris* passim occurrentibus discreparent. Junio mense ad metamorphosim se compararunt, non omnes eodem tempore; etsi anno ante, uti demonstravimus, simul concepti, & uno partu editi; quin etiam eodem loco eodemque pabulo una omnes nutriti: scilicet nonnulli in papiliones partim mares, partim fœminas jam abjerant, cum alii erucarum formam nondum deposuissent.

Incompertum mihi adhuc est, quo in loco *Xylophthori* liberi, suoque ingenio viventes primam ætatem agant, aut quo pabuli genere vescantur: juniores equidem medulla paris diu conservatos vidi; id vero alimentum esse nequaquam potest a natura ipsis constitutum: herbæ fortasse non deerunt, quas

quas vel tenelli non abnuant; ligni vero durio rem materiem, eos non attingere, etsi a corrumpendis lignis nomen adepti sunt, propemodum habeo exploratum. Sunt illi quidem natura valde temperantes, ac jejunium diutissime perferunt, minimumque cibi capiunt, quod in illis maxime perspexi, quos pane educavi; nam neque suam escam rodentes unquam aspexi, neque panem ipsum, quo multi plures dies alti fuerant, quod sensu percipi posset, imminutum.

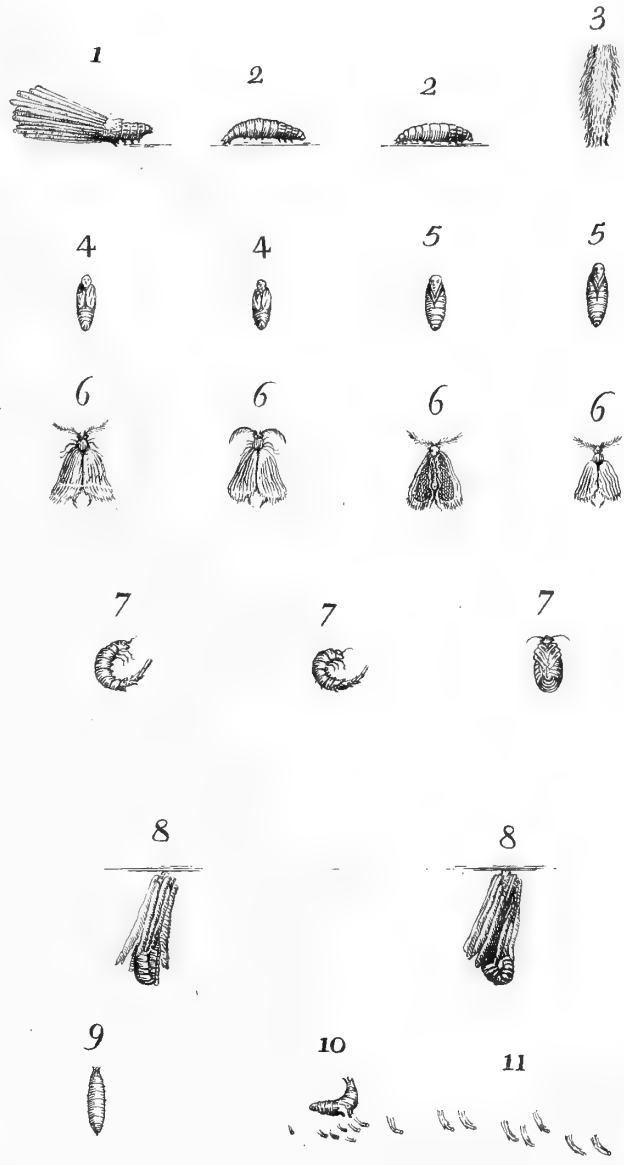
Et tamen in tanta abstinentia viribus pro corpusculi ratione plurimum pollent. Affirmare non dubitavit Reaumurius, Xylophthorum suas festucas, quantumlibet leves & cavas secum trahentem, graviori onere pressum incedere, quam quemquam olim Romanum militem. Ego amplius vidi Xylophthorum supra mensam reptantem, cui araneosis staminibus tres alij quiescentes adhæserant, quos ille omnes cum sua, & cum eorum sarcinis, nullo labore circumferebat; neque id modo in adultis, sed in parvulis, & recens natis, qui nullum adhuc alimentum ceperant, pluries observavi.

Quos sibi tubulos in ipso vitæ exordio, ut ostendimus, e bombycinis filis contexit Xylophthori, eos numquam deponunt, sed ad extremam usque servant metamorphosim, pro corporis sui incremento, in longitudinem, ac latitudinem porrigentes; artificio ab eo non dissimili, quod Reaumurius in vulgaribus tineis observavit, quæ laneas vestes exedunt. Initio quidem laxiores construunt, ut etiam nonnihil auge-scentibus tegumentum præbere queant. Postea quam justo breviores effecti sunt, nova materie ad anterius orificium super-addita in longum producunt: neque hujusmodi incrementa suis temporibus notare difficile est; potissimum, si quis ex aridis floribus bracteolas suppeditaverit, quarum illi solutas fibrillas staminibus suis libenter attextunt. Sed illud longe operosius folliculos dilatare & expandere; quod tamen necessario præstare debent Xylophthori, cum aucta corporis crassitudine pristini indumenti angustiis nequaquam contineri possunt. Quotiescumque id accidit, tubulos ipsi suos sive folliculos a summo fere ad imum discindunt, utroque tamen orificio, quantum nobis observare licuit, intacto: rimam deinde valde diductam, & non modico spatio hiantem, sericea textura ex-plant; cujus operis ratio id efficit, ut qui initio fere cylindrici erant tubuli, utrinque angustiores evadant, & quasi fusiformes,

Etiam illud inquirendum censui, verūm̄ ne esset quod scripsit Aristoteles, Xylophthoros videlicet e tubulo vi extractos interire, ut limaces e suis testis. Res mihi aliter cecidit. Evulsi quidem Xylophthori e suis folliculis non facile alios sibi comparant, staminis penuria; non tamen emoriuntur: immo si quis laceros ipsis folliculos objecerit, non mediocri industria eos sarcire norunt, & ad pristinam formam reducere. Eorum unum vidi aliquando, qui cum in ipso opere prælongam festucam forte offendisset, ore arreptam valide intorquere, ac vibrare cœpit, perinde ac si hasta luderet, dum eam proprio tubulo, quem pæne redintegraverat, apponeret & conglutinaret. Quod si fragmenta discerpti folliculi defecissent, vidi etiam ex oblata ipsis gossipina lanugine tegumenta sibi parantes; ut tamen, si optio daretur, reliquias proprii tubuli sine cunctatione gossipio anteponerent: alii vero, quibus novi indumenti materies defuit, nudi quidem permanferunt, sed nihilominus in chryfallides, deinde in papiliones, licet imbecilliores, transmutati sunt. Neque vero illud mirum est Xylophthoros adultos novos a se ipsis tubulos construere non posse; est enim perexigua staminis copia, cui uno eodemque tempore fundendæ pares sunt; folliculi vero, quos gestant, opus totius vitæ esse ostendimus, quotidianis pæne accessionibus ad eam, quam videmus, molem, ac spissitudinem perductum.

TABULÆ EXPLICATIO.

- 1 Xylophthorus cum suo folliculo incedens.
- 2 Xylophthorus e folliculo extractus.
- 3 Folliculus festucis denudatus.
- 4 Chryfallis mascula.
- 5 Chryfallis fœminea.
- 6 Papilio mas.
- 7 Papilio fœmina.
- 8 Papilio fœmina ostiolo folliculi incumbens.
- 9 Exuvia chryfallidis ovulis infarta.
- 10 Xylophthori parvuli ab exuvia chryfallidis egressi.
- 11 Xylophthori recens nati suis tunicis induti.





FRANCISCI MARIÆ ZANOTTI

A D

TORQUATUM VARENUM

EPISTOLA

In qua primum de luce agitur, tum pauca indicantur de motu corporum initiali.

FRANCISCUS MARIA ZANOTTUS TORQUATO VARENO S.

S. P. D.

TE ne igitur, Varene suavissime, Nevtono illi tuo, sic enim scribis, succensuisse? Atqui vehementer gaudeo, te adeo, ex quo a nobis discessisti, in mathematicis rebus profecisse, ut jam & tibi possis fidere, & philosopho tanto subiras. Sed de lemmate, quod tibi molestiam attulit, dicam postea. Nam quod ais, scire te velle, quemadmodum otium per hos menses oblectaverim, & nostras, quod dudum fileant, musas increpas; statui pleniores litteras ad te dare, e quibus intelligas, quæ lucis & colorum pericula fecerim; scito enim, me, cum animi causa ad physicos parumper diverterim, nescio quomodo paulo audaciorum esse factum, voluisseque communibus & pervagatis Nevtonianorum experimentis non nihil addere. Quemadmodum id gestum sit; narrabo primum ex ordine; post deinde veniam ad lemma, curaboque, ut Nevtonus tibi, si fieri potest, in gratiam redeat. Sed jam de luce dicamus.

Non ignoras, illud apud Nevtonianos, physicos in primis nobiles, ratum fixumque esse, unicuique lucis radiolo nativum & proprium inhærere colorem, ac sic inhærere, ut nulla omnino ratione possit discuti. Id illi scilicet experimentis probant bene multis. Etenim cum prisma vitreum radio solis objecerint, atque imaginem coloribus variis distinctam tabella exceperint, radiolum certi coloris per foramen in tabella insculptum progredi longius sinunt, eumque postea, divulsam veluti ab imagine, separatamque, modis omnibus versant,

fant, si suum forte colorem amittat: opacis objectis corporibus flectunt, reflectuntque sæpius; diaphanis interpositis trahunt. Ille scilicet sui semper coloris est. Id Newtoniani cum viderint, nulloque neque opacorum corporum neque diaphanorum genere colorem radii mutari posse cognoverint, statuerunt tandem, cujusque radii colorem immutabilem prorsus esse. Quæ opinio his temporibus apud omnes tanti est, ut qui illam non teneant, indocti habeantur.

Ego tamen, qui neque doctus haberi vellem, nec essem, licere mihi aliquid existimavi. Et quamvis Newtonianorum opinionem argumentis adeo multis, tantorumque hominum auctoritate firmatam ultro amplecterer, id mihi tamen concedi volui, ut desiderare adhuc aliquid in illorum experimentis auderem; videbantur enim mihi, cum experimenta in opacis, diaphanisque corporibus fecissent, ea tentavisse, in quibus minor esset dubitatio; illa vero, quæ plus haberent periculi, prætermisisse. Cur enim non in tertio etiam genere, id est in lucidis, eadem experirentur? Atqui erat sane metuendum, ne flamma, si qui radii in ipsam incurrerent, & ab ipsa reflecterentur, colores illorum mutaret; vel, si nullatenus reflecterentur, ipsamque pervaderent, quam erat facile suspicari, trajicientes flammam radios in colores alios ex illa transmissione converti? Quippe flamma, ut quæ lucem parit, videtur etiam gignendis coloribus aptissima, ideoque etiam mutandis. Hæc mecum sæpius cogitans experimenti desiderium ferre diutius non potui. Facere ergo ipse constitui; quoque esset vel certius, vel illustrius, idem feci sæpius, adutoresque mihi adjunxi, modo Lauram Bassiam, & Josephum Verattum, claros physicos, modo Herculem Lellium, cujus in omni artium genere spectata est industria. Quem admodum res cesserit, paucis expedito.

Coloratam solis imaginem, uti fieri solet, paravimus prismate satis bono, eamque tabella excepimus, in qua foramen factum erat perexiguum, eo nempe consilio, ut radiolus in ipsum incurrens abiret longius, secretusque ab aliis omnibus ad chartam albam, quæ illi adversa ponebatur, appelleret. His ad hunc modum comparatis intuebar ego attentius in chartam, radiolumque e foramine evadentem, in ipsamque incurrentem, omni, qua poteram, diligentia considerabam: qui color ejus esset, qui situs in charta, quæ forma, qui

qui nitor. Quæ cum mihi in animo penitus infixissem, iussi candelæ flammam post tabellam ad foramen subito admove-ri; volebam enim, ut radiolus flammam trajiceret, antequam foramen subiret, seseque in chartam, in quam intuebar, immitteret; etenim si qua coloris mutatio ex illo per flammam transitu radiolo accidisset, vix fieri posse videbatur, ut non id ego, radiolum ipsum in charta spectans, sentirem. Et quoniam flamma duabus maxime partibus constat (ut mit- tam lanuginem tenuissimam quamdam, qua tota involvitur) quarum altera obscurior est, atque ellychnium tangit; niti- dior altera, quæ obscuriorem ambit, seseque sursum efferens splendet vel maxime; illud præcepi, ut flammam sic semper admovent, ut radiolus per splendidiorē partem transfiret; videbatur enim in hac periculum & expectatio esse major.

Experimentum fecimus sæpe numero, neque in uno tan- tum radiorum genere, sed in multis & variis, in flavo, in viridi, in rubro. Eodem semper modo res cessit, ut ex flammæ interpositione nihil quidquam in radio, quod sensu quidem percipere ipse possem, mutaretur: non color, non vis luminis, non situs, non forma. Quæ omnia usque adeo constabant, ut ipse interdum, cum mutari nihil viderem, in- creparem focios, quod flammam, uti præceperam, non ad- movissent; illi vero sancte affirmabant, & flammam se inter- posuisse, & tunc vel maxime esse interpositam, dum ipsos increpabam. Itaque errorem ridebant meum. Delectari ego fallacia illa capi, rogavi- que, ut eandem mihi sæpius face- rent. Neque dissimulaverim tamen, me utique ex illo radii vestigio, quod in charta insidebat, interpositionem flammæ potuisse aliquando cognoscere; quod illud nimirum interiori quodam motu cieri interdum ex interjecta flamma, turbari- que videbatur. Id quod nos quidem non flamma ipsa fieri existimavimus, sed particulis potius quibusdam crassiusculis, & nigricantibus, quæ ex ellychnio nonnumquam erumpen- tes, neque dum in flammam conversæ, mira celeritate ferun- tur sursum, fumoque se admiscunt. His enim radium pervas- dentibus, ejus speciem in charta turbari necesse est. Itaque etiamsi flamma radio subjiceretur; sic quidem, ut ne ipsum contingeret, sed fumum tantum in eum immitteret, quod haud semel experti sumus, eadem turbatio sequebatur.

Intellexisti, mi Torquate, quemadmodum experimentum
ces-

cesserit. Quas ex illo coniecturas fecerim, paucis habe. Ac primum quidem illud affirmare non dubitavi, radium quemque lucis, etiamsi flammam pertranseat, colorem suum egregie retinere; quippe id ipsum, ut alia nulla accederet ratio, experimento manifestabatur. Conjeci deinde flammam non modo radios non reflectere, si qui in ipsam incurrant, sed ne intercipere quidem ullos. Qui enim fieri potuisset, ut in illa radii specie, quam charta excipiebat, neque vis luminis, neque color ex interjecta flamma imminueretur, si quos radios aut reflecteret flamma ipsa, aut interciperet? Quid quod flamma in radio solis posita colorem nullum trahit, etiamsi radius, in quo ponitur, prisma trajecerit, sitque ipse idcirco pulcherrimis coloribus nitidissimisque distinctus; quos flamma profecto videretur trahere, si quid radorum reflecteret. Ac flammam cum dico, superiorem semper lucidioremque partem intelligo; non illam inferiorem, obscurioremque, quæ ellychnium ambit; quæ lumen reflectit utique, & pro radorum, qui in ipsam incurrunt, varietate varie coloratur.

Id cum vidissem, nullamque reflectendi luminis vim inesse in flamma cognovissem, ad eam facile coniecturam delapsus sum, ut existimaverim, ne ullam quidem inesse in ea vim refringendi. Idque sane experimentum ipsum, quod supra narravi, monere videbatur; etenim cum radii species in charta insidens eundem semper obtineret locum, sive flammam radius trajiceret, sive non; id sane argumento erat, haudquaquam refringi eum in illa traiectione. Quæ cum ita esse viderentur, delectabat jam nos mira quædam flammæ & lucis similitudo. Ut enim lux lucem neque reflectit, neque refringit, neque intercipit, neque de eius colore quidquam detrahit, quod quotidianus rerum adspectus nos monet; sic flamma advenientibus radiis haudquaquam obsistit, neque coloribus injuriam facit: ut videantur lux & flamma ejusdem prope esse generis; quamquam illa tenuior multo est, vix ut corpus esse credatur.

Cum hæc mecum ipse voverem, & coloris præsertim constantiam mirarer, qui ne flammæ quidem interpositione mutari potuisset, venit in mentem experimentum rursus facere cum majore periculo. Sed antequam id narro, placet de sermone quodam, & quæstione inde orta, neque enim longum est, exponere. Cum experimento, quod ante dixi,

con-

conjecturisque meis satis jam fiderem, non dubitavi hæc eadem cum Academia privato in conventu communicare. Sermones, uti fit, secuti sunt varii, approbantibus aliis, aliis dissentientibus. Sequenti die Gabrielem Manfredium offendi, hominem, uti scis, doctissimum, mihi que longe amicissimum. Is conjecturas meas omnes primum gratulatus ad extremum addidit, unam esse, in qua acquiescere nondum posset; sibi illud non omnino placere, quod dixeram, nullos lucis radios a flamma reflecti: id nimirum observationi cuidam suæ minime respondere. Percontanti hic tum mihi quid id esset, narravit caminum se domi habere fenestræ adversum, quæ fenestra ad orientem solem spectat: huc hieme, cum lecto surgeret, recipere se consuevisse, ibique sarmenta, & ligna accendere ad frigus depellendum; accidisse autem sæpius, ut cum fenestram aperuisset, immisso in caminum sole, flamma sibi visa esset multo clarior, quam antea. Quid ergo, aiebat, in causa esse putemus, ut illa fiat claritatis accessio, nisi quod flamma præter eos, quos ex sese emittit, radios, illos etiam reflectit, quos a sole accipit? Quæ cum ille dixisset; equidem, respondi, mirari satis non possum, quid tibi id acciderit. Quid enim notius, quid communius, quam facis cujusque lumen tenuius videri, si locus, in quo est, sole illustretur? An non id candelæ accensæ quotidie ostendunt, si in sole ponantur? Quid quod flammam inter experimenta facienda nos quidem sæpe in solis lumine collocavimus, neque ea tamen nitidior umquam fieri visa est? Fateor ego quidem, inquit Manfredius, hæc omnia; sed nihil tamen hoc mihi eripiat, camini flammam mihi visam esse ex appulsu solis clariorem. Vide, ut id explices. Quæ cum prope- ranter dixisset, festinabat enim alio, me perhumaniter salutavit, discessitque.

Quærens ipse postea, ac rem totam in omnes partes versans, illud primum vereri cæpi, ne qui flammam sub camino accensam ex appulsu solis clariorem fieri judicasset, eum vel camini, vel totius loci species fefelleret. Etenim cum immisso per fenestram sole, fierent alia omnia illustriora, non satis ille fortasse animadverterat flammam esse excipiendam. Cogitatio deinde alia subiit animum, posse utique flammam sub camino ardentem, etiamsi radium, uti ipse docueram, reflectat nullum, immisso tamen sole fieri clariorem. Etenim flam-

ma, quæ ex farmentis lignisque fit, nequaquam simplex est, sed ex flammis coalescit quamplurimis, quarum unaquæque duabus partibus constat, inferiore altera, atque obscuriore, quæ interdum est longe maxima, altera superiore, quæ & brevior esse solet, & multo est nitidissima. Atque ego quidem reflecti radios ab hac superiori parte negaveram; ab illa inferiori, non negaveram. Cur non ergo fieri posse existimemus, ut si in camini flammam, quæ flammis constat quamplurimis, solis lux immittatur, inferiores omnes, obscurioresque harum partes immittam lucem reflectant, eoque nomine dicatur flamma clarius fieri, quamvis superiores partes nitidioresque nihil lucis reflectant? Hanc cogitationem alia est consecuta. Permeantes flammam radii, ubi illam trajecerunt, in adversa corpora incidunt, a quibus reflexi ad flammam redeunt, rursusque illam permeantes perveniunt tandem ad oculos. Quod si clariores radii sint vividioresque, nec unde proveniant, advertas, facile putes, eos quoque prodire e flamma, flammamque idcirco clariorem esse judices. Hæc me cogitatio ad experimentum deduxit adeo promptum, & facile, ut vel si minus valeret ad rem confirmandam, ignoscendum tamen narranti esset propter brevitatem. Id fuit hujusmodi. Taniam impense rubram ultra candelæ flammam locavi, ut transpicerem. Initio scilicet flammæ nitore obruta vix apparerebat, interdum ne vix quidem. Interim jussi foramen in fenestra aperiri, quo radius solis in taniam subito invaderet. Tunc enimvero egregie videri tania, ejusque color per flammam pulchre splendescere. Neque ego dubitavi, quin, si taniam nescissem ultra flammam esse locatam, judicia confudissem, coloremque illum & nitorem taniæ in flamma ipsa insidere existimarem.

Sed jam his missis illuc redeo, unde discessi, atque experimentum narro, de quo ante monui, quoque mihi visus sum Newtonianorum opinionem in discrimen majus adducere. Curaveram antea semper, ut coloratus solis radius e prisma ductus per communem flammam transfret; nihilque ille de suo colore in eo transitu mutaverat. Vereri subiit, ne mutaturus quid esset, si per flammam transfret certo colore infectam, eoque longe diverso; videbatur enim ex illo diversorum colorum occursum expectari posse aliquid. Placuit ergo hoc etiam periclitari. Flammam viridem parari jussi;

quo

quo artificio nihil attinet dicere; est enim notissimum. Tum solis radium e prisma ductum, pulcherrimeque rubescentem per ipsam transire feci, cumque transisset, charta excepi. Hic Newtoni apparuit felicitas. Nam quamvis flamma esset pulchre viridis, radius vero solis præclare rubesceret, in tanta colorum diversitate radius per flammam transiens colorem omnino retinuit suum. Neque vero negaverim, me, cum iterum ac sæpius experimentum fecerim, in ea radii specie, quam charta excipiebam, viriditatis nescio quid interdum comperisse. Quod quidem non ex eo fieri existimavi, quod radius ruber per flammam viridem transiens viridis ipse fieret, sed quia virides flammæ radii sese illi admiscerent; ac licet pauci essent, & propter nitoris tenuitatem cum radio solis vix comparandi, colore tamen suo satis interdum se proderent. Sic mihi suspicionem omnem ademi.

Atque his quidem omnibus videbar mihi eam coloris, quam Newtonus monstraverat, in unoquoque lucis radio constantiam majore, quam fieri solet, periculo comprobasse; idque unice spectaveram. Sed quoniam aliud, ut ajunt, ex alio; cum in ea lucis cogitatione versarer, illa subito incessit dubitatio, utrum lux a flamma prodiens, & objecta quæque corpora illuminans, ab externa superficie tantum, an etiam ex interioribus flammæ partibus proficiscatur. Idque videbatur ad magnitudinem lucis æstimandam valde pertinere; si enim ab exterioribus tantum partibus lux prodit, videtur ea sane superficie flammæ æstimari debere, sin etiam ab interioribus, soliditate; quæ duæ mensuræ, uti scis, longe inter se distant. Atque illud quidem proclive erat credere, lucis radios non modo ab exterioribus flammæ partibus, sed etiam ab interioribus proficisci, quando id vel communes observationes suadere videntur & quotidianæ; nam si quid opacum in flammam penitus introducatur, id statim sentiunt qui adsunt, etiam si flammam non adspiciant, quia nempe opacum illud, quod introductum est, radios quamplurimos ab intima flamma prodeuntes intercipit, ideoque obscuritatem rebus affert. Idque etiam ellychnium facit, si porrectum longius in superiorem nitidioremque flammæ partem se immittat. Sed ego quidem observationibus hisce communibus contentus non eram; experimentum subtilius aliquod requirebam.

Cum eam igitur cogitationem suscepissem, experimenta

duo mihi in mentem venerunt, quæ si fieri possent, ut mihi videbantur, lumen aliquod attulissent: primum, ut cognoscerem, an, superficie flammæ imminuta, eadem tamen manente soliditate, lux maneret eadem: deinde an aucta flammæ soliditate, eadem tamen manente superficie, lux augetur; etenim si utrumvis horum accidisset, videbatur utique a soliditate flammæ repetenda lux esse; sin minus, a superficie. Neque vero me fugit quam difficile factu esset, ut superficies flammæ certæ soliditatesque constituerentur; quod nisi fieret, spes erat vix ulla, ut ea experimenta inirem, quæ aut mihi, aut aliis, si qui sunt, morosioribus satisfacerent; illudque etiam intelligebam, quam sim ipse ad molimina physicorum omnia plane iners. Nihilominus tentare aliquid volui; maluique experimenta, quæ agitabam animo, minus recte facere, quam nullo modo; confidebamque Lellii nostri industria, cujus tanta est sagacitas, ut illo adjutore liceat sperare omnia vel inertibus. Sed jam experimenta ut cesserint, dicamus; ac primum quid luci acciderit conservata flammæ soliditate, superficie imminuta.

Binas flammulas, easque brevissimo intervallo inter se disjunctas, æquales, quantum fieri potuit, & similes super mensa locari jussi; meque ipse ita locavi, ut chartam in earum lumine positam attentius inspiciens litterulas in ea exaratas vix possem legere. Cum vim luminis animadvertissem, & quantum mihi valerent oculi in illa distantia sensissem, jussi binas flammulas confestim jungi, ut de duabus una fieret; videbatur enim, si id fieret, soliditatum summa eadem fore, quæ antea, non item superficialium; vix enim aliquando accidat, ut, si corpora duo in unum coalescant, non superficialium summaminiatur; in similibus certe corporibus numquam accidit; puta in sphaeris, in cylindris, in pyramidibus, in conis denique, ad quorum figuram figura flammæ proxime accedit. Cum ergo flammulæ, uti dixi, junctæ essent, eaque re ipsarum soliditas, quod facile credi potest, manifestet, superficie tantum imminuta, extenuari quidem lumen paululum visum est; sed ego tamen litterulas perrexi legere æque commode, ut antea. Quod meo quidem judicio signum fuit, lucem soliditate magis æstimandam esse, quam superficie. Etenim illa, quam dixi, extenuatio luminis non tanta esse visa est, ut imminutæ flammularum superficiei responderet.

ret. Idque experimento iterum facto clarius apparuit, cum pro binis flammulis ternas adhibuiffem. Tribus enim in unam coeuntibus fuit litterularum lectio æque facilis; obfcuratio vero luminis, quantacumque fuerit, haud certe major vifa est, quam antea, cum flammulas binas adhibuiffem.

Haftenus expofui, quid mihi contigiffe vifum fit, cum foliditatem flammæ, quo potui modo, confervavi, fuperficiem imminui. Cognofce nunc, quid contigerit, cum fuperficiem retinui, foliditatem auxi. Flammulam unam fuper menfa locavi, quæ per foramen in lamella infulptum lucem in chartam immitteret exiguis characteribus notatam; qua in charta fpatiolum mihi oculis defignavi, in quod intuens defcriptos inibi characteres poffem commode vix legere. Neque vero in id fpatiolum univerfa flammæ fuperficies propter interpofitum foramen radiare poterat; fed pars tantum fuperficiæ certa atque conftituta; quantacumque effet flammæ magnitudo. His ita comparatis in eam flammam, cujus lumen in charta intuebar, immitti aliam fubito juffi, ut magnitudo ejus augetur, foliditasque. Hic tum lumen in charta manifefto majus fieri, & characteres legi multo commodius. Quo intellexi, augeri lucem utique, etiamfi flammæ fuperficies radians minime augeatur, fi modo augeatur foliditas.

His conjecturis, non enim demonstrationes audeo dicere, factum eft, ut quam fententiam præconceptam animo habueram, lucem non fuperficie flammæ, fed foliditate effe æftimandam, eandem poftea arctius complexus fim, optaverimque eam, fi fieri poffet, in ufum quempiam transferre. Scis enim multos effe, qui nihil jucunditati dent atque otio; in omnibus fpectari ufum velint. Quos haud fcio, an me fatis utilem fuiſſe exiſtimaverint, fi conjecturis utar meis ad quamdam non vulgi modo, fed etiam doctorum quorundam hominum admirationem dubitationemque tollendam. Id, quidquid eft, paucis accipe.

Mirari fape quofdam intellexi, & ipfe interdum miratus fum, quid fit, quod in eclipfi folis, cum progrediens paulatim luna fe illi objicit, non continuo obfcuratio fiat tanta, quanta exſpectanda effe pro obtecta folis parte videbatur; itaque fi vel quartam, vel eo etiam majorem folaris diametri partem luna obtexerit, obfcurationem tamen, præter valde attentos, nemo fere fentiat; ubi vero luna proceſſerit

ferit longius, propiusque ad solis centrum accesserit, brevissimo tempore ea rerum obscuratio fiat, quæ neminem possit fugere. Atqui hoc totum explicationem habeat meo iudicio facillimam, si flammæ lux non superficie quidem sed soliditate æstimetur. Etenim cum sit sol flamma quædam ingens in sphæræ modum conformata, illud sane sequitur, ut si luna sese illi objiciat, atque alias aliasque ejus diametri partes sensim occupet, initio quidem superficiem plus obtegat, quam soliditatis: hoc est: pars obtecta superficiem majorem habeat proportionem ad superficiem totam, quam pars obtecta soliditatis ad totam soliditatem; quamvis progrediente deinde luna proportionem eam ad æqualitatem paulatim accedant, ac tandem quæ major erat, superetur ab altera. Nihil ergo mirari convenit, quod sub eclipses initium non ea fiat obscuratio, quæ obtectis solaris diametri partibus respondeat; tunc enim luna solaris superficiem multum obtegit, soliditatis non multum; quamquam progressa longius tantum fere soliditatis abscondat, quantum superficiem, unde etiam sequitur, ut ubi longius processerit, brevissimo tempore obscuratio fiat maxima. Neque ego dubito, quin si hæc ad calculos revocentur, totus ille obscuracionis cursus cognosci facile possit, qualis sit; quamque initio lentus esse debeat, post deinde quam celer. Habes, Varene suavissime, quod te maxime scire velle scripsisti, quibus me rebus per hos menses sublevaverim.

Quid nostræ facerent ingrata per otia Musæ?

Ista me recrearunt, vel certe a molestiis abduxerunt.

At, inquires, quid tandem de lemmate? Nam & de hoc aves scire, & quod valde miror, id me posse explicare putas, quod tibi Nevtonus non satis videtur explicavisse; quasi vero mathematicus magnus aliquis ego sim, ac non is potius, quem mediocris quisque facile vincat. Tamen, ut morem geram, id ad te scribam, quod mihi nuper super ea re in mentem venit. Id si tu paulo attentius consideraveris, spero fore, ut illum Nevtoni locum per te ipse facile intelligas; commentatorum diligentiam non requiras. Neque mathematicum agere recusabo, quo intelligas me nihil non tua causa posse facere. Sed primum dubitationem tuam vide, an sim ipse plane affectus.

Nevtonus in nono illorum lemmatum, quæ philosophia universæ præposuit quibusque se præmunivit ad omnia, hoc

ha-

habet. Si recta AX (*Fig. 1.*) fecerit curvam AZ in A ; in ipso autem ortu anguli XAZ sumantur abscissæ AB, AD , ducanturque ordinatæ BC, DE , erit $AB, AD :: BC, DE$. Cum id in nono lemmate demonstraverit; in decimo hoc ponit. Si moveatur corpus vi quavis finita ipsum perpetuo urgente, quomodocumque ea vis variet, erit motus in ipso initio uniformiter acceleratus. Idque sic demonstrat. Quomodocumque variet vis illa, quæ corpus urget, & motum facit, poterunt utique in recta AX sumi abscissæ AB, AD &c. quæ expriment tempora; hisque abscissis applicari ordinatæ BC, DE &c., quæ expriment velocitates; eoque modo efficietur curva AZ , discedens procul dubio a puncto A ; abscissæque AB, AD , & ordinatæ BC, DE sumtæ in ipso ortu anguli XAZ , expriment tempora & velocitates, quæ erunt in ipso motus initio; atqui in ipso ortu anguli XAZ est $AB, AD :: BC, DE$; (id quippe demonstratum est in nono lemmate) ergo etiam in ipso initio motus erunt tempora proportionalia velocitatibus, eritque initialis ille motus uniformiter acceleratus. Huc tibi scilicet spectare videtur demonstratio, qua Newtonus utitur ad lemma decimum probandum; neque ego repugno.

Tu autem hic hæres, neque rem tibi demonstrari vis, de qua, ut video, non dubitas, sed ostendi, demonstrationem ipsam Newtoni satis firmam esse; videtur enim tibi illa in eo labi, quod ex nono lemmate assumit; ac sic urges. Demonstrat quidem Newtonus in nono lemmate esse $AB, AD :: BC, DE$; sed ita demonstrat, si curvam AZ recta AX fecerit. Quid ergo, inquis; si curvam illam AZ , quam efficio, cujusque ordinatæ expriment velocitates, abscissæ tempora, si, inquam, curvam illam AZ recta AX minime fecerit, sed tangat? Nisi id fieri non posse ostendatur, demonstratio erit manca. Quid quod demonstratio illa, quam Newtonus adhibet in nono lemmate, ea est, quam facile accommodes ad curvam AZ , si sit hæc convexa ad axem AX ; non facile, si sit concava. Hæc nempe dubitatio tua est, quam statim, ut spero, dissolves, si illa paulisper consideraveris, quæ statim exsequar. Quo loco si pressius dixerò & angustius, quam soleo; nosti mathematicorum morem, quibus res curæ sunt, non oratio. Ceterum nascentes illas quantitates atque evanescentes, quas multi Newtonum complexi ambiciosius adhi-

hibent, in infinitesimas vertam, quarum ratio meo iudicio minus habet obscuritatis, ideoque est etiam communior. Sed jam ad propositum venio.

Discedant ab eodem puncto A (*Fig. 2. 3. 4. 5.*) recta AX , & curva AZ ; sumtaque abscissa infinitesima AB , ducatur ordinata BC . Sic jam pono. Si recta AX tangit curvam AZ in A , ut in *Fig. 2.*, erit BC infinite minor, quam AB . Si recta AX fecat curvam AZ perpendiculariter in A , ut in *Fig. 3.*, erit BC infinite major, quam AB . Hæc duo, quæ te profecto non fugiunt, tertium illud monent. Si recta AX oblique fecet curvam AZ in A , five curva sit convexa ad partem AX , ut in *Fig. 4.*, five concava, ut in *Fig. 5.*, erunt BC & AB ejusdem ordinis. Id quod ostendi potest etiam ad hunc modum. Ducatur per A tangens Au , quæ fecet BC in u . Hic cum anguli in triangulo ABu assignabiles sint omnes, latera quoque omnia ejusdem erunt ordinis. Erunt ergo ejusdem ordinis Bu & AB . Atqui facile constat, Cu esse infinitesimam, si cum Bu comparatur, ideoque posse BC , & Bu confundi; erunt ergo BC & AB ejusdem ordinis.

Ac jam nonum *Newtoni* lemma habes expeditissimum. Sumta enim abscissa alia infinitesima AD , ductaque ordinata DE , quam tangens Au fecet in t , statim patet esse $AB, AD :: Bu, Dt$. Cum ergo Bu cum BC , & pariter Dt cum DE , confundi possint, erit etiam $AB, AD :: BC, DE$. Nihilque intererit, utrum curva AZ convexa sit ad partem AX , an concava.

Ex his porro ad decimum lemma facilis erit aditus, si duo prius considerentur, quæ sic explico. Discedentibus, ut supra posui, ab eodem puncto A tum recta AX , tum curva AZ , dividatur recta AX (*Fig. 6. 7.*) in infinitas partes, easque inter se æquales AB, BD, DF, FH &c., ductisque ordinatis BC, DE, FG, HI &c. notentur deinceps ordinarum differentiarum BC, NE, OG, PI &c. His factis duo animadvertes.

Primum est illud. Si recta AX oblique fecet curvam AZ , differentiarum ordinarum erunt omnes ejusdem ordinis; non autem sint omnes ejusdem ordinis, si recta AX aut tangat curvam AZ , aut fecet perpendiculariter. Id facile ex his, quæ supra diximus, colliges. Etenim si recta AX oblique fecat curvam AZ , erit utique, ut supra ostendimus, BC ejusdem ordinis atque AB ; & pari ratione erit PI ejusdem ordi-

dinis, ac GP. Quare cum sint AB & GP, uti manifestum est, æquales, erunt differentiæ duæ BC, PI ejusdem ordinis. Quod si recta AX aut tangat curvam AZ, aut perpendiculariter secet; differentias BC & PI nequaquam esse ejusdem ordinis, vel ex eo colliges, quod, si primum accidat, erit, ut supra docuimus, BC infinite minor, quam AB; si alterum, infinite major. Ratum ergo fixumque sit illud. Si differentiæ ordinarum sunt omnes ejusdem ordinis, recta AX oblique secet curvam AZ.

Secundum est illud. Moveatur corpus vi quavis ipsum perpetuo urgente. Abscissæ in recta AX exprimant tempora, quibus corpus movetur; ordinatæ vero ad curvam AZ exprimant velocitates illis temporibus acquisitas. Particulæ sane illæ, quas supra posui, AB, BD, DF, FH &c. expriment tempuscula æqualia; differentiæ vero BC, NE, OG, PI &c. expriment velocitates, quas deinceps in tempusculis singulis vis parit, & corpori addit. Unde sane sequitur, ut eadem differentiæ exprimant etiam vires, quæ in singulis tempusculis corpus urgent; sunt enim hæ vires proportionales velocitatibus, quas in singulis tempusculis pariunt.

His animadversis nihil negotii erit decimum Nevtoni lemma ostendere, si illa ipsa demonstratio, quam Nevtonus affert, inflectatur non nihil, & ad infinitesimorum rationem convertatur. Id scilicet per te ipse intelliges ad Nevtonum te referens; ego in præsens rem persequar, quæstionemque conficiam ad hunc modum. Si vis corpus urgens perpetuo finita est, ut in decimo illo lemmate ponitur, oportet sane, vires, quæ in singulis tempusculis corpus urgent, finitas omnes esse, ideoque esse omnes ejusdem ordinis; ac si ita est, oportebit etiam differentias ordinarum, quippe quæ has vires exprimunt; ipsas quoque ejusdem omnes esse ordinis; ac si ita est, fieri non poterit, quin recta AX curvam AZ oblique secet. Quod demonstrari tibi, Varene, cupiebas; ac nisi demonstraretur, infirma tibi Nevtoni ratio & manca videbatur.

Sed rem persequamur, disputationemque hanc totam ad exitum perducamus. Si vis corpus urgens perpetuo finita sit, abscissæque in recta AX exprimant tempora, ordinatæ ad curvam AZ exprimant velocitates, oportebit, ut modo dixi, ut recta AX oblique secet curvam AZ. Igitur, ut illuc

T. V.

Z z

re-

revertar, unde initium disputatio duxit, & ad Figuram primam me referam, si abscissæ duæ sumantur infinitesimæ AB, AD, ducanturque ordinatæ BC, DE; erit utique AB, AD :: BC, DE; erunt ergo tempora in illo initio motus proportionalia velocitatibus, eritque initialis ille motus uniformiter acceleratus.

Hæc habui de lemmate quæ ad te scriberem. Quid valeant, & quanti facienda sint, tuum judicium erit. Illud certe tenebis, de quo tamen dubitare te non video, cujusvis corporis motum in initio quidem atque ortu suo esse uniformiter acceleratum, si vis modo, quæ corpus continenter urget, ubique finita sit; nam si quo in loco aut infinitesima vis sit, aut infinita, corpus autem ex eo loco moveri incipiat, non erit utique initialis ejus motus uniformiter acceleratus. Sed vim talem ullam in natura esse negant. Jure fortasse. Nam vis attrahens, qualiscumque tandem fingatur, numquam non ea fingi solet, quæ vel longissime propagata ubique finita sit; quod in sole, & planetis apparet, quibus ea vis tribuitur, quæ vix tandem infinitesima evadat, ubi sese ad spatia produxerit infinita. Si quod ergo corpus ex eo spatio decidat, ubi vis attrahens finita sit, oportebit id sane initialem motum habere uniformiter acceleratum. Neque id minus in elastris accidit, quorum ratio esset obscurior, nisi Bernullius & Camusius, magni homines, lumen attulissent. Elastrum quippe quocumque in constrictionis statu detineatur, vim facit omnino finitam, quare si se explicet, objectumque sibi globum continenter pellat, oportebit, hunc quoque, ut qui finita semper vi pellitur, in ipso motus initio uniformiter accelerari. Quod cum Camusius olim assumeret, neque demonstraret, veritum me esse memini, ne id mathematicus præstans assumeret, quod demonstrandum esset potius, quam assumendum; dubitationemque illam meam, cum de elastris nescio quæ scriberem, declaravi. Postea intellexi, non Camusium sine causa affirmasse; me potius plus, quam oportebat, dubitavisse. Hæc dico, ut si, quæ olim de elastris scripsi, in manus tuas venerint; ne a præsentis opinione te abducant; quamquam non mei sed tui judicii te esse volo. Novi ingenium tuum. Vale, mi Torquate; ac si epistolam longiorem habes, quam aut tu exspectabas, aut opus erat, scito, me, illam dum scriberem, non tam de

rebus ipsis disserere voluisse, quam te alloqui, amoremque erga te meum significare; quod cum agerem, epistola mihi nulla satis longa videri poterat. Etiam vale. IV. Id. Novembres. MDCCLXIII.

Obsignata nondum epistola ecce tibi tuæ litteræ amoris plenissimæ, quibus me ad quæstiones mathematicas revocas. Obsequar; invitus, fateor; non enim, credo, id vetas; sed tamen obsequar; eaque ad te scribam, quæ mihi alias in mentem venisse memini, cum hæc eadem, de quibus nunc quæris, forte mecum ipse pervolverem. Idque statim faciam, ut si quid erravero, minus me pudeat festinantem erravisse. Ceterum de rebus omnibus pro ingenio tuo judicabis.

Duo scilicet ex me petis. Primum, ut theorema vulgatissimum tibi in hyperbola commodius explicem, quam explicari passim solet; nam cum plerique illud idem demonstrant, & in ellipsi, & in hyperbola; demonstrationem in ellipsi adhibent haud facilem, in hyperbola difficiliorem. Cur, inquis, non in hac faciliorem reperire student, asymptotorum commoditate usi, ut sæpe Hospitalius? Theorema autem, de quo laboras, est hoc. Parallelogrammum, quod fit e binis quibusque diametris conjugatis, est magnitudinis constantis. Vide igitur, an id tibi satis commode demonstrari in hyperbola videatur, si demonstretur ad hunc modum.

Sit hyperbola AB , (*Fig. 8.*) cujus centrum C , asymptoti CD , CE . Fac, ductam esse a centro C ad quodvis hyperbolæ punctum B rectam lineam CB , eamque puta productam esse ad partem alteram usque in M , ut sint CM & CB æquales. Erit videlicet MB una ex infinitis illis diametris, quas hyperbola recipit. Duc jam per punctum hyperbolæ B tangentem DE , quæ secet asymptotum CD in D , asymptotum CE in E . Quo loco, si vel levissime attenderis, statim intelliges, rectam lineam DE bifariam dividi in puncto B . Jam vero si a centro C duxeris lineam aliam rectam CF , æqualem, & parallelam lineæ BD , eandemque CF produxeris ad partem alteram usque in N , ut sint CN & CF æquales; erit videlicet linea NF illa ipsa, quam vocant diametrum conjugatam diametri MB . Propositis ergo duabus diametris conjugatis MB , NF , demonstrandum est, parallelogrammum, quod ex his fit, magnitudinis constantis esse.

Antequam id demonstro, ducatur recta linea FD . Ducatur etiam recta linea FB , quæ sane secabit rectam CD in aliquo puncto V . His factis demonstrationem expedio ad hunc modum.

Cum sint duæ rectæ lineæ CF , BD æquales inter se, ut supra posuimus, & parallelæ; oportet sane figuram totam $CBD F$ esse parallelogrammum; neque minus liquet, diagonales ejus duas CD , FB interfecare se mutuo bifariam in V . Jam vero cum recta VB bifariam secet lineas duas CD , ED , dubitari non potest, quin ea sit parallela asymptoto CE . Erit ergo parallelogrammum, quod fit ex abscissa CV , & ordinata VB , ut ipsa hyperbolæ natura fert, magnitudinis constantis. Ergo magnitudinis constantis erit etiam triangulum CVB , quod illius parallelogrammi dimidium est. Atqui hoc triangulum est quarta pars parallelogrammi $CBD F$, & parallelogrammum $CBD F$ est quarta pars parallelogrammi totius, quod fit ex diametris conjugatis MB , NF . Ergo parallelogrammum, quod fit ex diametris conjugatis MB , NF , erit magnitudinis constantis, quod ostendere oportebat. Quæ si vera modo sunt, nihil mihi videtur dici posse commodius.

Duarum rerum, de quibus ex me quæris, ad primam adhuc respondi. Ad quæstionem alteram nunc venio, in qua erit mihi paulo latius differendum; est enim ipsa implicatior, ac vereor ne in metaphysicorum subtilitates incurrat; in quibus difficile persæpe est illa etiam, quæ perspicue intelliguntur, perspicue dicere. Primum, quod ipse quæris, exponam, ut videas, an id satis animo apprehenderim; deinde quæ mihi olim super ea re sententia fuerit, declarabo: dico olim: nam quæ nunc fit, cum ab illa cogitatione tamdiu absim, vix audeo dicere.

Tu scilicet hæc ponis. Punctum C (*Fig. 9.*) trahat ad se corpus positum in A ; idque sibi relictum cadat libere ex A per rectam lineam AC . Non est dubium, quin id corpus, ubi cadendo attigerit punctum infimum, quod idem est ac C , concepto impetu progrediatur ultro, feraturque in T . Id nempe certissime constat, mechanicis physicisque omnibus consentientibus.

Rursus punctum C (*Fig. 10.*) trahat ad se corpus positum in A ; idque discedens a puncto A pellatur vi alia quâpiam, projiciaturque secundum directionem AX , perpendicularem

larem lineæ rectæ AC ; ita quidem, ut percurrere debeat ellipsim ADP , cui focus sit punctum C . Non est dubium, quin id corpus, ubi cadendo attigerit punctum infimum, puta P , debeat statim regredi per alteram ellipseos partem PEA . In quo pariter mechanicos physicosque omnes habemus consentientes.

Atque hæc quidem, quæ dicuntur de corpore labente per ellipsim ADP , æque valent, quantumcumque ellipseos latitudo minuatur. Etenim quanto minor erit vis illa, qua corpus projicitur secundum directionem AX , tanto erit minor latitudo ellipseos, tantoque magis accedet punctum infimum P ad punctum C . Ac cum infinitæ poni possint ellipseos latitudines, aliæ aliis minores; illud tamen perpetuum in omnibus & constans est, ut, ubi corpus attigerit punctum infimum P , regredi statim debeat.

Nihilque est, cur non idem accidere debeat, etiamsi ellipseos latitudo ponatur infinite parva, punctumque infimum P infinite proximum ponatur puncto C . Cur enim quod constans est, nec umquam fallit, in latitudinibus aliis omnibus quamlibet parvis, id subito intereat in infinite parva? Non id sane patitur vulgarissima illa continuitatis lex, qua nihil hodie est illustrius. Illud ergo ratum manet, corpus cadens per ellipsim ADP , etiamsi sit ellipseos latitudo infinite parva, ubi tamen attigerit punctum infimum P , sive C , debere statim regredi.

Hic vero dubitatio tibi oritur justa nec levis. Dicitur corpus, si per lineam rectam decidat, ubi punctum infimum attigerit, debere ulterius progredi. Rursum dicitur, corpus, si per ellipsim decidat, cujus latitudo sit infinite parva, ubi punctum infimum attigerit, debere regredi. Quid ergo? An non ellipsis, cujus latitudo sit infinite parva, pro linea recta sumi potest? An non contra linea recta pro ellipsi? Quid est igitur, quod aliud dicatur accidere corpori, si per lineam rectam cadat; aliud, si cadat per ellipsim latitudinis infinitesimæ: in illa debere progredi, ubi ad infimum locum venerit; in hac regredi? Hæc te scilicet, Varene mi, torquet dubitatio.

Si quid memoria teneo, non hæc nunc primum invehitur quæstio. Alios me olim audivisse memini, legisse etiam nonnullos, qui hac eadem de re docte admodum copioseque differerent. Quamquam ii, ut verum fatear, nihil mihi nisi παραδοξα proponere videbantur, ne dicam ἀδύνατα. Neque tamen, quod ego maxime voluisssem, explicare curabant, quemadmodum & qua

qua vi projici corpus debeat, ut ellipſim percurrat latitudinis infinite parvæ. De quo, ut video, ne tu quidem laboras. Id nempe ſumis; eoque ſumto in aliud ζήτημα incidifti, de quo quid ſentiam, me rogas. Idem ſumam ego quoque, neque illud mihi quærendum eſſe exiſtimabo, de quo ipſe non quæris. Ea igitur ad te ſcribam, quæ mihi alias, cum in hac dubitatione verſarer, in mentem veniſſe memini; quibus ſi non aſſentieris, haud ægre feram; vix enim, dum eadem repeto, aſſentior mihi ipſe. Exordium hinc ducam.

Quoniam, an progrèdi corpus debeat, ubi deſcendendo punctum infimum attingerit, an regredi, quæſtio eſt; illud mihi ante omnia quærendum eſſe videtur, quid cauſæ ſit, cur corpus, ſi cadat per lineam rectam, ubi pervenerit ad punctum infimum, ulterius progrediatur; regrediatur vero, ſi cadat per ellipſim; atque hic ellipſim eam pono, cujus latitudo ſit non infinite parva, ſed aſſignabilis. Si enim progreſſionis regreſſionisque cauſa in his cognoscatur, cetera fortasſe facilius intelligentur.

Ego autem ſic exiſtimo, omnem progrediendi, regrediendive cauſam ex ea directione petendam eſſe, quam corpus habet, dum punctum infimum attingit; ſi enim attingens punctum infimum C, ut in fig. 9., directionem habet ſecundum rectam AT, ſive CT; nihil eſt ſane, cur concepto impetu non progredi ulterius debeat, ac pergere in T. Sin autem attingens punctum infimum P, ut in fig. 10., directionem habet ſecundum rectam PZ, perpendiculararem rectæ AC, ſive AP; non eſt dubium, quin, cum trahatur a puncto C, deflectere ad eam partem debeat, & regredi.

Atqui manifeſtum eſt, ſi cadat corpus per lineam rectam AC (Fig. 9.) habere ipſum, dum pervenit in C, directionem ſecundum rectam AC, ſive CT. Neque minus manifeſtum eſt, ſi cadat per ellipſim ADP, (Fig. 10.) habere ipſum, dum pervenit in P, directionem ſecundum rectam PZ, perpendiculararem rectæ AC, ſive AP. Id ergo cauſæ eſt, cur cadens corpus per lineam rectam debeat progredi, cadens per ellipſim regredi. Neque vero dubitari poteſt, quin corpus perveniens in P directionem habeat, uti diximus, ſecundum rectam PZ; quippe ſe vertens per ellipſim directionem ubique habet ſecundum tangentem ejus puncti, in quo eſt; eſt autem PZ procul dubio tangens puncti P.

Quæ cum ita ſint, quis eſt quin videat, nihil horum, quæ

quæ de corpore per ellipsim cadente dicta sunt, mutari oportere, etiam si ellipseos latitudo magis magisque minuat, ac tandem fiat infinite parva? Fac enim, si vis, latitudinem ellipseos esse infinite parvam. Corpus tamen per eam cadens habebit sine dubio in puncto A directionem AX, quam deinceps in alias mutabit atque alias, usque dum perveniat ad punctum P, & directionem acquirat PZ. Cum ergo directione illa fiat, ut regredi corpus debeat; regredietur, vel si sit ellipseos latitudo infinite parva.

Habes, Varene, quæ me jamdudum adduxerint, ut duas simul sententias poni posse existimaverim: debere corpus cadens, ubi punctum infimum attigerit, ulterius progredi, si per lineam rectam decadat; idemque debere regredi, si decadat per ellipsim, cui sit latitudo infinite parva. Neque intelligere satis possum, quid hæc duo inter se pugnent, ut tibi est creditum.

Quid? inquires. Quod corpori accidit per lineam rectam cadenti, non idem ei accidat, si per ellipsim cadat, cuius latitudo sit infinite parva? Quid, quæso, interest inter hujusmodi ellipsim, & lineam rectam? An non altera converti in alteram & semper & jure potest?

Respondeo, nisi id rite & ratione fiat, nihil esse conversione ista periculosius, multosque hinc errores manasse, a quibus scriptores vel probatissimi non semper abstinuerint; ut mihi minus succenseam, qui & ipse, non enim diffiteor, eandem ob causam interdum peccaverim. Id facile senties aut mea, aut illorum scripta pervolvens.

At, inquires, cum alias sæpe liceat ellipsim eam, cui latitudo sit infinite parva, in lineam rectam convertere, quid est, cur hoc loco non liceat? Quid id impedit?

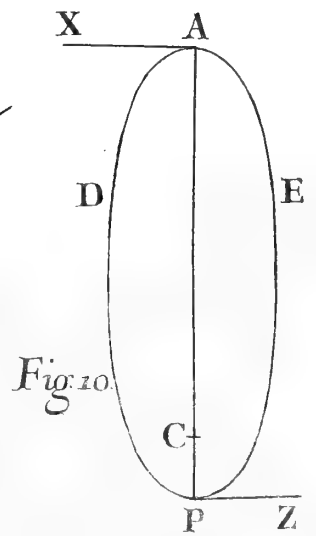
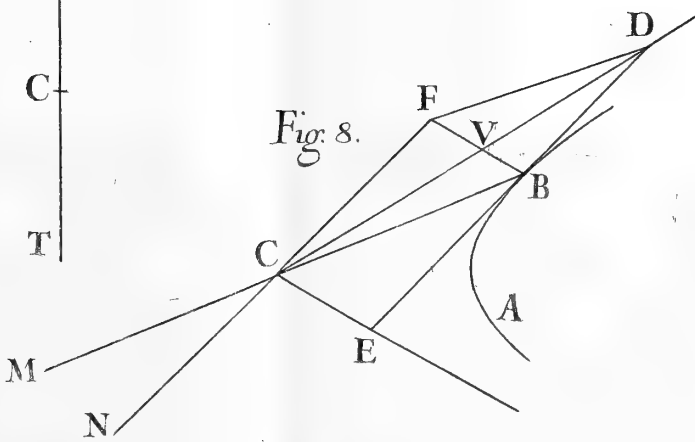
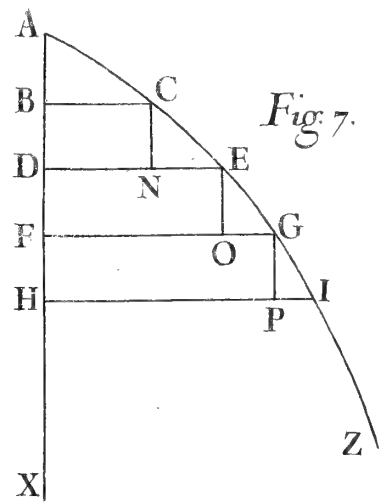
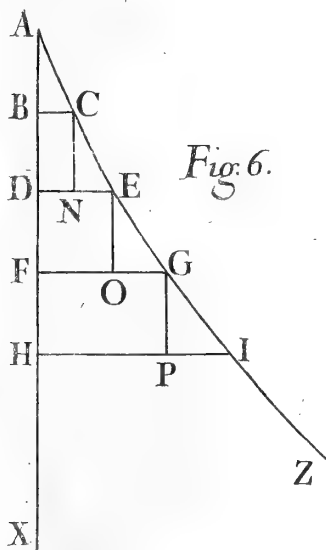
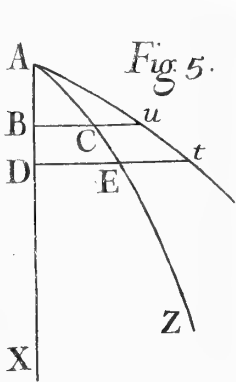
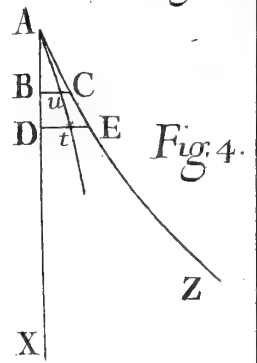
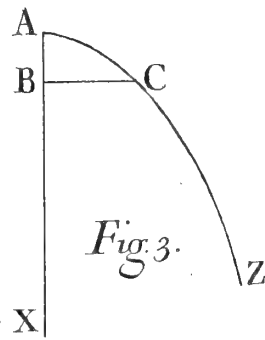
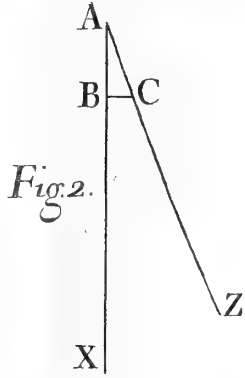
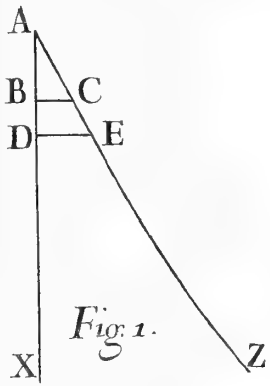
Id ipsum, inquam, quod supra monui. Nam si id agatur, quod ex ellipseos latitudine pendeat, facile crediderim, posse ellipsim, latitudine ejus in infinitum imminuta, in lineam rectam converti, perindeque haberi, ac si latitudo esset prorsus nulla; ac tum pro nullo illud etiam habebitur, quod ex latitudine pendet. Atqui hic de regressu corporis agitur per ellipsim cadentis, qui regressus ex ellipseos latitudine, ut modo dixi, nihil pendet: pendet ex directione, quam habet corpus, ubi infimum punctum attigit, quæ directio eadem manet, & perpetua est in ellipsi quavis, vel si sit ellipseos latitudo infinite parva. Non ergo licet hujusmodi ellipsim in lineam rectam convertere, eique di-

directionem illam adimere, quam adhuc servat, & a qua pendent omnia.

An putas, si id agatur, quod ex magnitudine anguli cujuscumque pendeat, minuantur autem magis, magisque anguli latera; ac fiant tandem infinite parva; an putas, inquam, ea, cum sint infinite parva, haberi posse pro nihilo? Minime vero: ut sint enim infinite parva, sunt tamen aliqua; eademque manet anguli magnitudo; qui angulus imminutis lateribus nihil minuitur; neque tollitur, nisi cum latera, aut ambo, aut unum, tolluntur penitus; ac tum angulus ex assignabili repente fit nullus. Eodem modo, si de regressu corporis agatur per ellipsim quampiam cadentis; minuatur autem magis magisque ellipseos latitudo, ac fiat tandem infinite parva; non hanc continuo oportebit pro nulla habere, & ellipsim in lineam rectam convertere: ut sit enim ellipseos latitudo infinite parva, est tamen aliqua; eademque permanet puncti infimi directio, a qua omnis quaestio pendet.

Neque illos audire te velim, qui dictitant, ellipsim quamlibet, si latitudo ejus magis magisque minuatur, in verissimam lineam rectam tandem desinere; esseque ellipsim ultimam nihil aliud, nisi lineam quamdam rectam. Hicque quidquid in lineam rectam cadit, ad ellipsim ultimam transferunt.

Quibus assentirer, si mihi persuaderent, posse magnitudinem quampiam, ex eo quod magis magisque minuatur, in nihilum tandem plane verti; nam nisi ellipseos latitudo in nihilum plane vertatur, verti ellipsis in verissimam lineam rectam non potest. Sed aliud est rem minuere, aliud in nihilum plane vertere. Qui ergo ellipsim ultimam proferunt, in eaque insistent; mihi explicent velim, quid illud sit, quod ellipsim ultimam vocant; neque enim obscurius quidquam esse arbitror, quam magnitudines istas ultimas, quas geometria vetus ignorasse dicitur, quibusque se uti nolle profitentur omnes; illi etiam, qui utuntur. Itaque (dicam enim quod sentio) evanescentium ista ac nascentium quantitatum methodus numquam non mihi durior visa est; ac valde vereor, ne usu magis quam ratione fiat, ut Newtonianis hisce nostris mollior videatur. Hac me perspicue satis scripsisse confido, quia ad te scripsi; ceterum nihil umquam scripsi properantius. Tu quid de his judicaveris, ad me scribes; judicabis autem, ut voles. Vale, Varene suavissime, meque, ut facis, ama.





I N D E X

TITULORUM,

Quibus commentarii divisi fuerunt.

PRÆFATIO. 1.
 AD NATURÆ HISTORIAM SPECTANTIA. 10.
 CHYMICA. 56.
 MEDICA. 60.
 PHYSICA. 93.
 ARITHMETICA. 130.
 GEOMETRICA. 152.
 AD REM MUSICAM SPECTANTIA. 160.
 MECHANICA. 171.
 ASTRONOMICA. 209.

HIS ACCEDIT
 VINCENTII RICCATI AD FRANCISCUM MARIAM
 ZANOTTUM EPISTOLA. 219.

I N D E X

OPUSCULORUM.

- B**Assi Ferdinandi. *De Ambrosina novo plantæ genere.* 82.
De Bononiensi Phytotypolito. 141.
 Beccarii Jacobi Bartholomæi. *De lacte.* 1.
 Bibienæ Francisci. *Spicilegium de bombyce.* 9.
 Boscovick Rogerii Josephi. *De recentibus compertis pertinentibus ad perficiendam Dioptricam.* 169.
 Frisii Paulli. *De motu orbium Planetarum.* 291.
De acceleratione & retardatione motus Planetarum. 309.
 Galeatii Gusmani. *De Renum morbis.* 249.
 Laghii Thomæ. *Historia Epidemicæ constitutionis, in qua Parotides seroso glutine tumentes redduntur, cum peculiaribus symptomatibus, quæque constitutio ineunte anno 1753 Bononiæ contigit.* 117.
 Menghini Vincentii. *De aquarum vi in calculis dissolvendis.* 261.
In idem argumentum. 269.
 Molinellii Petri Paulli. *De gravium corporum descensu in aqua.* 280.
 Monti Cajetani. *De Ammanniæ herbæ palustris nova specie.* 109.
De Xylophthori terrestris prima specie. 333.
 Planci Jani. *De incessu marinorum echinorum, ac de rebus quibusdam aliis marinis.* 236.
De Urina Veneta. 275.
 Riccati Vincentii. *De termino generali Serierum Recurrentium cum Appendice.* 87.
De motibus liberis & curvilineis corporum projectorum, quæ se se attrahunt per funem inextensibilem transeuntem per datum punctum. 150.
 Zanotti Eustachii. *De Veneris ac Solis congressu.* 126.
 Zanotti Francisci Mariæ. *Epistola, in qua primum de luce agitur, tum pauca indicantur de motu initiali.* 349.

IN Boscovicki & Frisii opuscula, quod e manu scriptis edita sunt non admodum emendatis, cum auctores longe abessent, errores irrepperunt haud pauci. Hi quemadmodum emendandi sunt, sequens tabula ostendet, quam ex his composuimus, quæ nos Auctores ipsi, opusculis jam editis, per literas humaniter monuerunt. Errores, si qui sunt alibi, qui & pauciores erunt, & emendationem habent faciliorem, prætermittimus, ne videamur Lectoris aut æquitati, aut ingenio diligentiaque diffidere.

IN BOSCOVICKI OPUSCULO.

ANte omnia hoc habe. Cum hanc pagellam jam jam ederem, ecce tibi alias Boscovicki literas, quibus significat se maxime velle, ut num. 17, qui legitur pag. 175, ne quid Dollondi gloriæ detractum esse videatur, hæc addantur. Cum hæc scriberem, nondum videram Transactiones pro anno 1761 impressas anno 1762, ubi ex Maskelynii epistola constat, Dollondum habuisse jam tum, adeoque ante Clairautium, formulam pro corrigendo errore figuræ sphericæ simul cum errore diversæ refrangibilitatis, quod & Maskelynius per se se præstiterat. Hæc in ipso initio propriisque characteribus edi volumus, ne quem fugiant. Ceteræ emendationes, additionesve, seu mutationes, quas Boscovickus nos monuit, hæc sunt.

pag.		lin.			
170	20	deprehendit		lege	deprehendit e Snellianis observationibus
178	23	altiores potentias			plures dimensiones
179	5	$\frac{-k}{m^3}$			$\frac{-k^3}{m^2}$
		$\frac{m-1}{m^3}$			$\frac{m-1}{m^3}$
182	18	ex formula			ex valoribus q, p & formula
183	8	radii a			radii, a
	14	$R^2 m \gamma$			$R^2 M \gamma$
	18	$\rho + \sigma$			$\rho + \sigma$
184	20	mf			Mf

pag. lin.

186	26	$\frac{dr}{r}$	lege	$-\frac{dr}{r}$
187	33	54	55	
188	30	$2r\delta e^2$	$2r^2\delta e^2$	
192	4	<i>a. c</i>	<i>c. a</i>	
194	18	positiva	realis	
195	2	$= \frac{298}{2542}$	$= -\frac{298}{2542}$	
	16	$\frac{1}{n}$	$\frac{1}{h}$	
	30	<i>g, a, e</i>	<i>g, a, c</i>	
196	13	$3m + 1$	$3M + 1$	
197	16	num. 69	num. 75	
	39	$= \frac{rrdm}{f}$	$= -\frac{rrdm}{f}$	
199	15	per	quo	
201	2	=	=	
206	11	<i>eMm</i>	<i>CMm</i>	
	15	<i>M'EA</i>	<i>MEA</i>	
208	25	110	111	
211	29	122	123	
213	4	<i>mα....mα</i>	<i>m'α....m'α</i>	
	18	num. 30	num. 132	
216	28	<i>BFH</i>	<i>BHL</i>	
217	14	<i>r =</i>	supplementum <i>r =</i>	
224	11	accepi: at	accipiat	
	12	<i>NE</i>	<i>NO</i>	
228	4	$\frac{1}{2}c$	$\frac{1}{2}c'$	
	5	$\frac{1}{2}C....\frac{1}{2}C....\frac{1}{2}C'$	$\frac{1}{2}C....\frac{1}{2}c....\frac{1}{2}c'$	
230	10	106	197	
233	38	196	201	

IN PRIMO FRISII OPUSCULO.

De motu orbium Planetarum.

<i>pag.</i>	<i>lin.</i>		<i>lege</i>	
291	27	M T B		M T R
292	21	$\pi^2 b x$		$\pi^2 b x d z$
295	6	$\mp 3465 a^7$		$\pm 3465 a^7$
300	13	2599		2594
307	34	G g		Q g

IN ALTERO FRISII OPUSCULO.

De acceleratione, & retardatione motus Planetarum.

<i>pag.</i>	<i>lin.</i>		<i>lege</i>	
317	8	g		q
322		in tota pagina literulæ π & π idem designant.		



*Vidit D. Johannes Maria Vidarius Clericus Regularis S. Paulli;
& in Ecclesia Metropolitana Bononiæ Pœnitentiarius pro
Eminentissimo, ac Reverendissimo Domino D. Vincentio
Cardinali Malvetio Archiepiscopo Bononiæ, & S. R. L.
Principe.*

Die 25 Junii 1766.

IMPRIMATUR.

*Fr. Joseph Maria Pettoni Vicarius Generalis Sancti Officii
Bononiæ.*

