



HARVARD UNIVERSITY.



LIBRARY

OF THE

MUSEUM OF COMPARATIVE ZOÖLOGY.

14704.

Exchange

November 20, 1906

11704

DENKSCHRIFTEN
DER
KAISERLICHEN
AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

ACHTER BAND.



MIT XXXI TAFELN.

IN COMMISSION BEI W. BRAUMÜLLER,
BUCHHÄNDLER DES K. K. HOFES UND DER KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

Ausgegeben am 18. December 1854.

Mathematisch-naturwissenschaftliche Classe.

Achter Band.

INHALT.

Erste Abtheilung.

Abhandlungen von Mitgliedern der Akademie.

	<u>Seite</u>
Fenzl: Bericht über die von Herrn Dr. Constantin Reitz, k. k. österr. Vice-Consul für Inner-Afrika, auf seiner Reise von Chartum nach Gondär in Abyssinien gesammelten geographisch-statistischen Notizen. (Mit I Karte.)	1
Ettingshausen, Const. v.: Die eocene Flora des Monte Promina. (Mit XIV Tafeln.) . .	17
Fenzl: Cyperus Jacquini Schrad., Prolixus Kunth. und Comostemum montevidense N. ab Es. Ein Beitrag zur näheren Kenntniss des relativen Werthes der Differential-Charaktere der Arten der Gattung Cyperus. (Mit III Tafeln.)	45
Hyrtl: Über den Zusammenhang der Geschlechts- und Harnwerkzeuge bei den Ganoiden. (Mit III Tafeln.)	65
Hyrtl: Beitrag zur Anatomie von Heterotis Ehrenbergii C. V. (Mit III Tafeln.)	73
Kreil: Resultate aus den magnetischen Beobachtungen zu Prag. (Mit III Tafeln.)	89
Grunert: Theorie der Sonnenfinsternisse, der Durchgänge der unteren Planeten vor der Sonne und der Sternbedeckungen für die Erde überhaupt	133

Zweite Abtheilung.

Abhandlungen von Nicht-Mitgliedern.

Schönemann: Theorie und Beschreibung einer neuen Brücken-Wage. (Mit II Tafeln.) . .	1
Langer: Das Gefäss-System der Teichmuschel. I. Abtheilung: Arterielles und capillares Gefäss-System. (Mit II Tafeln.)	15

DENKSCHRIFTEN

DER

KAISERLICHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

ACHTER BAND.



WIEN.

AUS DER KAISERLICH-KÖNIGLICHEN HOF- UND STAATSDRUCKEREI.

1854.

INHALT.

Erste Abtheilung.

Abhandlungen von Mitgliedern der Akademie.

Seite

Fenzl: Bericht über die von Herrn Dr. Constantin Reitz, k. k. österr. Vice-Consul für Inner-Afrika, auf seiner Reise von Chartum nach Gondär in Abyssinien gesammelten geographisch-statistischen Notizen. (Mit I Karte.)	1
Ettingshausen, Const. v.: Die eocene Flora des Monte Promina. (Mit XIV Tafeln.) . .	17
Fenzl: Cyperus Jacquini Schrad., Prolixus Kunth. und Comostemum montevidense N. ab Es. Ein Beitrag zur näheren Kenntniss des relativen Werthes der Differential-Charaktere der Arten der Gattung Cyperus. (Mit III Tafeln.)	45
Hyrtl: Über den Zusammenhang der Geschlechts- und Harnwerkzeuge bei den Ganoiden. (Mit III Tafeln.)	65
Hyrtl: Beitrag zur Anatomie von Heterotis Ehrenbergii C. V. (Mit III Tafeln.) . . .	73
Kreil: Resultate aus den magnetischen Beobachtungen zu Prag. (Mit III Tafeln.) . . .	89
Grunert: Theorie der Sonnenfinsternisse, der Durchgänge der unteren Planeten vor der Sonne und der Sternbedeckungen für die Erde überhaupt	133

Zweite Abtheilung.

Abhandlungen von Nicht-Mitgliedern.

Schönemann: Theorie und Beschreibung einer neuen Brücken-Wage. (Mit II Tafeln.) .	1
Langer: Das Gefäss-System der Teichmuschel. I. Abtheilung: Arteriellcs und capillares Gefäss-System. (Mit II Tafeln.)	15

Erste Abtheilung.

Abhandlungen von Mitgliedern der Akademie.

Mit 27 Tafeln.

BERICHT

über

die von Herrn Dr. Constantin Reitz, k. k. österr. Vice-Consul für Inner-Africa auf seiner Reise von Chartum nach Gondär in Abyssinien gesammelten geographisch-statistischen Notizen,

VON

PROF. Dr. E. FENZL¹⁾,

WIRKLICHEM MITGLIEDE DER KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

(MIT 1 KARTE)

(VORGELEGT IN DER SITZUNG DER MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHEN CLASSE AM 1. DECEMBER MDCCCLIII.)

Nachstehender, vom 30. Jänner 1853 aus Gondär datirter Reisebericht des, leider nur zu früh verstorbenen, ausgezeichnet thätigen und kenntnisreichen Mannes bildet den Schluss einer kurzen Reihe früherer an das k. k. General-Consulat zu Alexandrien gerichteten interessanten Mittheilungen über die handels-politischen Verhältnisse des Sudans und Abyssiniens. Während Dr. Reitz in diesen Consular-Berichten vorzugsweise nur letztere Verhältnisse im Auge behält und nur nebenher seiner wissenschaftlichen Thätigkeit, wie seiner eigenen Reise-Erlebnisse gedenkt, liefert er uns in dem vorliegenden Berichte, mit steter Bezugnahme auf seine früheren Mittheilungen, einen äusserst schätzbaren Beitrag zur näheren Kenntniss eines uns beinahe noch völlig unbekanntem Landstriches zwischen dem blauen Nil und dem Tzana-See in Abyssinien. Ganz aphoristisch gehalten und jedes, nicht gerade zur Sache gehörigen Beiwerkes absichtlich entkleidet, ist er in der Form eines schlichten Itinerariums abgefasst, in welchem er uns mit den Entfernungen der Rast- und Wasserstationen der Karawanen nach Tagreisen und Stunden, der Marktplätze, der oro- und hydrographischen Verhältnisse der eingeschlagenen Route, den Handelsartikeln, Ladungspreisen und ihrer Transportmittel von Punet zu Punet von Chartum an bis Gondär genau bekannt macht. Die an Entbehrungen und Beschwerden reiche Hinreise umfasst einen Zeitraum von beinahe 20 Tagen und durchschneidet in fast diagonaler Richtung eine zwischen den

¹⁾ Das hohe Ministerium des Äussern hatte der kais. Akademie der Wissenschaften den an dasselbe eingelangten Reisebericht des Herrn Reitz mitgetheilt, und die Classe hat auf Grundlage des von ihrem Mitgliede Dr. Fenzl erstatteten Berichtes über denselben beschlossen, sowohl diesen als den des Herrn Dr. Reitz in ihre Denkschriften aufzunehmen.

30° und 35° ö. L. von Paris und dem 12 — 16° n. Br. liegende, von Araber-Horden zum grösseren Theile bewohnte Gegend. Das erste Drittheil der Reise führt von Chartum aus östlich durch den unteren Theil der Steppen des alten sogenannten Insellandes Meroë, des heutigen Dar Atbára, das zweite Drittheil süd-süd-östlich längs des Atbára-Stromes durch die am Abfalle des abyssinischen Hochlandes sich hinziehende Kolla, das letzte endlich durch die fruchtbare Provinz Galábát, dann immer mehr ansteigend in die abyssinischen Districte Tschèlga und Dembéa an den Tzana-See und Gondàr.

Dr. Reitz ist meines Wissens nach Ponceet und Bruce der erste gebildete Reisende wieder, dem es überhaupt gelungen ostwärts vom blauen Nil nach Habesch vorzudringen, sicher ist er aber der einzige, der den obersten nur sehr dunkel bekannten Karawanen-Weg von Abuharàs nach Gondàr eingeschlagen. Bruce kreuzte auf seiner Rückreise von Gondàr nach Sennar Reitz' Route bloß im südlichsten Drittheile. Ponceet, der am blauen Nil über Roserres bis nach Gisim hinauf und von da über die Gebirge nach Gondàr ging, berührte gleichfalls die Route unseres Reisenden nur nahe an ihren Endpunkten.

Vergleicht man die Wege, welche die drei genannten Reisenden einschlugen, vom handels-politischen wie vom streng geographischen Standpunkte aus näher unter sich, so fällt der Werth der Reitz'schen Route in beiden Beziehungen sogleich in die Augen. In commercieller hat sie vor allem die grössere Nähe Chartums, als des wichtigsten inner-afrikanischen Handelsemporiums an der Vereinigung des weissen und blauen Nils für sich, ferner ein bis halben Weg nach Gondàr wenig coupirtes und nicht einmal besonders wasserarmes Terrain voraus. Als Handelsweg benutzt, berührt er in nicht zu grossen Entfernungen auseinander liegend 9 grössere und kleinere Marktplätze und erfreut sich bei Kanàra noch überdies der Nähe des für den Zwischenhandel wichtigen Punktes Sufié, an dem sich die grosse von Suakim am rothen Meere nach Sennar südlich führende Karawanenstrasse mit noch zwei anderen binnenländischen kreuzt. Endlich folgt Reitz's Weg zu mehr als zwei Drittheilen der Wasserstrasse des Atbára und geniesst von ägyptischer wie von abyssinischer Seite her eines verhältnissmässig grösseren Schutzes gegen räuberische Angriffe als irgend eine der südlicheren und nördlicheren Handelslinien. Man kann daher bei nur einigermaßen erleichterten Zollverhältnissen an den Einbruchsstationen in Abyssinien, wie sie Dr. Reitz bereits angebahnt, diesem Handelswege ein sicheres Prognosticum künftigen Gedeihens stellen. Seine genaueren Angaben über die auf diesen Handelsplätzen gangbaren Waaren, deren Preise und Transportkosten von Station zu Station müssen uns desshalb von besonderem Werthe erscheinen.

In geographischer Beziehung hat Dr. Reitz durch seine genaue Ermittlung der Ortslagen, Namens-Synonymie derselben und gegenseitige Entfernungen, der Bodenconfiguration, Richtung der zunächst seiner Route liegenden Gebirge, der wichtigeren Zuflüsse zum Atbára, ganz besonders aber durch die Aufhellung des von Alters her problematisch gebliebenen Laufes dieses mächtigen Nilzullusses sich ein aller Anerkennung werthes Verdienst um die Topo- und Hydrographie dieses in alten Zeiten besser als heutzutage bekannten Landstriches erworben. — Wie wichtig die Kenntniss des durch ihn zum erstenmale genau erforschten Laufes des Atbára ist, dürfte aus Folgendem entnommen werden:

Der Atbára ist in dem ungeheuren vom Mittel- und rothen Meere, dem Nordabfalle des abyssinischen Hochlandes und dem Nil eingerahmten Landstriches der einzige Nilzufluss, der den Namen eines Stromes verdient. Seiner Länge, wie seiner Wassermenge nach bleibt er hinter dem blauen Nil nur wenig zurück. Russegger fand dessen Flussbett an seiner Mündung (17° 34' n. Br.) an 200 Klafter breit, und schätzt seinen Lauf durch die Ebene auf 80 geographische Meilen. In seinem unteren Laufe, den Alten schon als Astabóras, den Neueren vorzugsweise als Atbára, in seinem oberen als Tacazzé bekannt, findet man ihn auf allen Karten verzeichnet. Ihn seiner ganzen Länge nach zu verfolgen war bisher noch keinem Europäer gelungen. Bruce übersetzte ihn nur bei seiner Einnündung in den grossen Nil; Burekhardt und

Linant verfolgte ihn von Goz-Radjeb, um 1° südlicher, wo sie auf ihn stiessen, bis zu seinem Ausflusse. Von diesem Punkte aufwärts bis Sufié (14° 22' n. Br.) blieb sein Lauf ganz problematisch. Man wusste nur, dass derselbe von letzterem Orte an eine immer nord-nord-westliche, und erst hoch oben bei dem Dorfe Athára mit einem male streng westliche Richtung einhalte. Über Sufié hinauf dieselbe Unsicherheit über Richtung und Ursprung. Man glaubte jedoch ziemlich sicher über dessen Identität mit dem aus Tigrè von Ost nach West fliessenden Tacazzé zu sein, von dem man jetzt weiss, dass er in der Parallele des Tzana-Sees in Abyssinien westlich von diesem entspringt, anfänglich nach Norden fliesst, in einem grossen Bogen dann nach Westen umbiegt und über den Punkt, an welchen die Karawanenstrasse zwischen der Provinz Siré und dem Passe Lamalmon in Tigrè ihn kreuzt, sich als reissender Bergstrom dem Tieflande im Westen zustürzt. Man hatte allen Grund in dem Tacazzé den Oberlauf des Athára zu suchen, als ausser dem Dindèr und Rahàd innerhalb derselben Breitenparallele kein einziger Fluss von Bedeutung am linken Ufer des blauen Nils mündet. Ritter, Rüppel und Russegger erklären ihn unbedingt für den oberen Athára und so finden wir ihn auf den Karten von Berghaus, Zimmermann und Russegger, in seinem westlichen Laufe hypothetisch bei Sufié anlangend, in rascher Krümmung den nördlich strömenden Athára bilden. Ausserdem finden wir auf denselben Karten bei Sufié noch ein kleines in die Krümmung des Stromes mündendes, ziemlich problematisches Flüssehen verzeichnet, welches gerade aus Süden kommend Guange (auch Guangue) heissen soll. Berghaus und Zimmermann lassen ihn als eine mutmassliche Fortsetzung des noch höher hinauf in Abyssinien westlich strömenden Gandowa erscheinen, welchen Ponceet auf seiner Reise überschritt.

Diese Unsicherheit in der Bestimmung des Laufes und der Zuflüsse des Athára ist nun meines Dafürhaltens durch Reitz, was den Guange und Gandowa betrifft, vollständig, die Mündung des Tacazzé belangend, mindestens theilweise behoben. — Dr. Reitz hat, anknüpfend an den Endpunkt der Reise Burekhard's am rechten Ufer des unteren Athára, diesen an seinem linken Ufer, auf einer früheren Reise von Schendy aus, von Goz-Radjeb bis Sufié aufwärts verfolgt und hierbei die Lage der Berge von Rera und Manderà in der Athára-Steppe berichtigen können. Er hat ferner sich überzeugt, dass bei Sufié (das am linken und nicht am rechten Athára-Ufer liegt), kein von Osten herkommender Strom sich in diesen mündet, wohl aber, dass 1½ Tagreisen nördlich von diesem Orte der bisher gar nicht bekannte Fluss Bassalam, und eine Tagreise südlich von Sufié der bisher gleichfalls unbekanntes Sidit, beide in obiger Richtung zuströmend, sich in den Athára münden. Reitz lässt es dahingestellt, welcher von beiden Zuflüssen der Tacazzé sei. — Nicht unwahrscheinlich dünkt es mir, dass der Bassalam derselbe Fluss sei, welcher, in der Steppe sich verlierend, als Wadi Omran nördlich vom Tacazzé und parallel mit ihm laufend, auf der Berghaus' und Zimmermann'schen Karte verzeichnet ist. In dem Sidit dürfte man aber wohl unbedenklich den einmündenden Tacazzé erkennen. Die ganz fremdartige Bezeichnung desselben in dieser Gegend darf einem übrigens weder besonders Wunder nehmen, noch mehr als nöthig über diesen Punkt zweifeln lassen, da, bei der grossen Verschiedenheit des Sprach-Idioms und dem so äusserst geringen Verkehr zwischen der Bevölkerung des Tief- und Hochlandes im Nordwesten von Abyssinien solche Erscheinungen zu den gewöhnlichsten zählen. Etwas anderes wäre es, wenn Reitz ausser den kleinen Gebirgswässern, deren er erwähnt, noch einen dritten grössern Fluss höher am Athára hinauf an dessen Ost-Ufer einmündend gefunden hätte. Durch das Zuströmen des Sidit (oder Tacazzé, welcher Name als der weit bekanntere ihm auch ferner wohl bleiben muss) wird nach der beiliegenden Skizze Reitz's der Lauf des Athára nicht im mindesten geändert, auch behält er, nach der Versicherung des ihn begleitenden Scheichs Kanfur, der als früherer Räuberhüpfing Jahre lang in diesen Gegenden sich herumgetrieben, diesen Namen bis zu seinem Ursprunge zwischen Schelga und Genda hinauf unverändert bei. Man wird den Tacazzé demnach wohl für

den gewiss mächtigsten aller Zuflüsse des Atbára, ihn jedoch nicht länger mehr für dessen oberen Lauf erklären können.

Anders verhält es sich mit dem problematischen Guange, oder wie Reitz ihn gewiss richtiger schreibt „Guaneh“. In diesem auf den Karten bisher unsicher angedeuteten Zuflusse des Atbára aus Süden lernen wir durch Reitz nummehr den wahren oberen Lauf des letzteren kennen. Ausserdem erfahren wir durch ihn, dass er nebst den kleineren beiderseits zuströmenden Gebirgswassern, näher schon dem 13. Breitengrade, den von West herkommenden wasserreichen Chor Cacanut bei Metamme und halben Wegs zwischen diesem Orte und Wochui südlicher noch den Chor Gandoa aufnimmt. Niemand kennt jedoch weder einen anderweitigen Zufluss des Atbára noch dessen oberen Lauf unter dem Namen Guaneh. Letzterer ist daher in der Folge unter die Synonyme des Atbára aufzunehmen. Unschwer erkennt man aber in dem Gandoa sowohl aus der Richtung seines Laufes von Süd nach Nord, als aus der Homophonie des Namens den früher schon erwähnten Gandowa Ponects. Dunkel bleibt mir nur mehr der auf der Berghaus'schen Karte verzeichnete von Osten herkommende Tokur, der nach der Aufnahme des kleinen Flösschens Gilma sich in den Gandowa unter Wochui ergiessen soll. Auf der Zimmermann'schen Karte erscheint er gleichfalls nur mehr verkürzt und ohne alle Bezeichnung. Aller Wahrscheinlichkeit nach ist er einer der vielen vom Westabhange des abyssinischen Hochlandes in dieser Gegend beginnenden Gebirgsbäche, die höher am Atbára hinauf nach Reitz's Berichten immer zahlreicher niederrauschen.

Zwischen Hellet-Dauud und Metamme fällt das westlich vom Atbára aus Süden heranziehende Gebirg Ras-el-Fil schroff in das Tiefland der Provinz Galabat ab und bildet so die Wasserscheide zwischen den Quellengebieten des dem Ost-Ufer des blauen Nils zuströmenden Rahad und den westlichen kleineren Zuflüssen des Atbára. Auf den Karten wird dieser Gebirgszug fälschlich als Ortsnamen mit zu südlicher Lage aufgeführt. Sein Nordabfall wäre demnach ungefähr unter den 33° 30' ö. Länge von Paris und 13° 22' n. Br. zu setzen; eben so der Berg Bela (nicht Beyla, wie er auf allen Karten steht) etwa 10' nordöstlicher noch zu verzeichnen, als er auf der Zimmermann'schen angegeben wird. Eine detaillirtere Karte dieser Gegenden ist uns in Aussicht gestellt, da Dr. Reitz diese Arbeit seinem treuen Begleiter Dr. Heuglin übertrug. — Damit könnte ich nun meinen Bericht über dessen kurze, aber wie wir gesehen, in hydrographischer Beziehung wichtige Reiserelation schliessen. Wenn ich mir demungeachtet erlaube, Ihre Geduld noch für eine kurze Zeit in Anspruch zu nehmen, so geschieht es, um, angeregt durch Reitz's Ausmittlung des Atbára-Laufes, gelegentlich einige vergleichende Rückblicke auf die von den Alten angegebene südliche Wasser-Grenze des alten Staates Meroë zu werfen.

Dass das zwischen dem Nil und dem Atbára eingeschlossene, das Atbára gegenwärtig genannte Stromland die Insel Meroë hiess und die bei Assuan zwischen der Atbára-Mündung und Schendy liegenden Ruinen die Trümmer ihrer berühmten Metropolis seien, darüber sind nach der Untersuchung derselben durch Caillaud, Russegger und Andere wohl alle früheren Zweifel verstummt. Die durch geraume Zeit hierüber mit grosser Gelehrsamkeit geführten Controversen können daher als geschlossen angesehen und höchstens nur mehr die Frage ventilirt werden, wie es denn kommen mochte, dass die Alten Meroë nicht bloß figürlich eine Insel nannten, sondern sie auch auf ihren Karten, wie dies die uns erhalten gebliebene Ptolomäische lehrt, auch als solche darstellten. — Hoskins und nach ihm Russegger¹⁾ deuten die Bezeichnung „Insel“ von Seite der Alten dahin, dass sie sagen: „letztere hätten dieses Wort genau in dem Sinne genommen, wie die Araber noch heute es gebrauchen, wenn sie von einer Dschezirah

¹⁾ Hoskins: Travels in Aethiopia, p. 66 etc. und Russeggers Reisen, II. 1. p. 476 etc.

sprechen, das ist von einer Gegend, welche zum grössten Theile oder ganz von Flüssen eingerahmt ist, ohne dass diese unter sich gerade ein geschlossenes Netz bilden. Nun komme dem Begriffe einer Insel im engeren Sinne das heutige Dar Atbára noch um so näher, als das Quellenland des blauen Nils von dem des Tacazzé wohl um kaum mehr als 30 geographische Meilen (am Dembea- oder Tzana-See herum) entfernt liege“. Damit ist zwar die Frage im Allgemeinen, keineswegs aber dann erlediget, wenn es sich um die Bestimmung einer Wasser-Grenze handelt, welche die Alten positiv ihrer Insel Meroë gegeben.

In der Angabe einer wirklich insularen Bildung stimmen alle alten Geographen bis zu Ende des vierten Jahrhunderts überein und lassen sie bald von zwei, bald von drei namentlich unterschiedenen Flüssen bilden. Am bündigsten und unzweideutigsten sprechen sich hierüber Strabo und Ptolomaeus aus. Nach allen bildet der Astabóras (der Atbára) die Ost-, der Astápus (der blaue Nil) oder nach Anderen, wie bei Ptolomaeus, richtiger der ganze Nil, die West-, jedesmal aber der Astápus zugleich wieder die Süd-Grenze. Vollkommen im Einklang mit dem Ptolomäischen Texte zeigt auch dessen Karte, die ich in dem berühmten handschriftlichen Codex aus dem fünfzehnten Jahrhunderte auf der hiesigen Hofbibliothek damit verglich, einen südöstlich liegenden Zusammenfluss des Astápus mit dem Astabóras und einen westlichen mit dem grossen Nil. Von jenem Confluenz-Winkel des Astápus mit dem Astabóras aus erseht man nur der erstere allein gegen Süd-Südost bis zum See Coloë (dem heutigen Dembea- oder Tzana-See) nach Abyssinien hinaufgezogen und damit man ja nicht in Versuchung gerathe den oberen Lauf des Astápus für den Astabóras zu halten, steht der Name des ersteren sowohl ober- als unterhalb der Vereinigungsstelle längs des langen und kurzen Laufes bis zu seiner Mündung in den grossen Nil angeschrieben. Von einem weiteren Zuflusse zum einen wie zum anderen findet man weder im Texte noch auf der Karte eine Spur. Der ganzen Darstellung nach gabelt sich der Astápus, und der längere, die Ostgrenze der Insel bildende Arm führt allein den Namen Astabóras, der kürzere, die sehrägere Südgrenze derselben bezeichnende, seinen ursprünglichen. Der Astabóras galt Ptolomaeus demnach nicht für einen selbstständigen Fluss mit einem eigenen Quellen-Gebiete, sondern für einen reinen Arm des Astápus. Eben deshalb erwähnt er auch eines oberen Laufes des Astabóras mit keiner Sylbe im Texte, während er dies ausdrücklich bei dem Astápus wie bei dem grossen Nil thut. Erst zu Ende des vierten Jahrhunderts, wenn nicht viel später, erfahren wir durch einen anonymen Griechen, dass in dem Lande der Axumitae (dem heutigen Tigrè im nördlichen Abyssinien) sich der Astabóras mit dem Astápus vereinige, dass beide dann vereint dem grossen Nil zufließen, sich aber später wieder von diesem trennten, hierauf östlich flössen und zuletzt im Norden von Meroë wieder sich mit dem Nil vereinigten. Aus der ganzen Relation des Griechen geht ausser der geschlossenen insularen Bildung Meroës nur das einzige Factum hervor, dass, in unsere Sprache übersetzt, der Tacazzé als Astabóras sich in unseren Atbára ergiesse; der Rest mit Ausnahme des Schlusses ist Fabel. Mannert, in seiner äusserst schätzbaren Geographie der Alten, X, 1, p. 178 etc., schenkt der Relation dieses Griechen zu viel Glauben und gelangt bei dem Entwurfe seiner Karte der Nilquellen eben dadurch zu ganz irrigen Vorstellungen über den Lauf, die Verbindung und Namensbezeichnung der hierbei concurrirenden Flüsse, sowie über die Ausdehnung und Configuration von Meroë. Selbst Forbiger, in seinem Meisterwerke (Handbuch der alten Geographie, II.) lässt auf seinem sauberen Kärtchen von Africa nach Ptolomaeus (zu pag. 764) nach der Angabe des Griechen, im Widerspruche jedoch mit dem Wiener Codex, den Astabóras als eigenen Strom erscheinen, ihn mit dem Astápus ungefähr da vereinigen, wo der Tacazzé sich in den heutigen Atbára mündet, eine Strecke oberhalb aber wieder abtrennen und den wahren Ptolomäischen Astabóras bilden, den aus dem Koloë-See abfliessenden Astápus aber von der Abzweigung des letzteren an in einem kurzen Bogen in den grossen Nil sich ergiessen.

Will man nicht mehr in die Worte des Ptolomaeus hineinlegen, als sie wirklich besagen, so muss man sich bei der Erklärung der Flüsse und der Art ihrer Verbindung rein an dessen Karte halten, wie sie der Wiener Codex gibt. Geben andere Codices auf dieser Karte mehr, was mir unbekannt ist, so spricht meines Erachtens der in allen hier gleichlautende Text weit mehr gegen, als für die Echtheit der Copiatur der hierbei benützten ältesten aber verloren gegangenen Karten. Wendet man sich, von diesem Standpunkte der Quellenforschung ausgehend, zur Vergleichung der Ptolomäischen Angaben mit unseren heutigen Erfahrungen über Namen, Lauf, Richtung und Verbindung dieser Flüsse, so ergeben sich unschwer folgende Resultate:

1) Ptolomaeus und seine Zeitgenossen kannten ganz gut die ober dem Einflusse des Atbára (Astabóras) in den ganzen Nil (Neilos) liegende Vereinigung des blauen Nils (Astápus) mit dem weissen Fluss bei dem heutigen Chartum.

2) Beide Flüsse galten ihnen nur als Zuflüsse des grossen Nils, von welchen der Astápus als der mächtigere, dessen Hauptmasse und Richtung (nach Eratosthenes) bestimmte.

3) Bekannt musste Eratosthenes und seinen Nachfolgern ferner der nördlichste Theil des heutigen Sennar-Delta, und somit der blaue Nil, etwa über das Sirbitum des Plinius hinaus, bis zur Einmündung des Rahád in denselben sein. Dass zur Zeit der grössten Blüthe Meroës und selbst nach dem Verfall dieses Reiches, dessen Macht sich auch über Sennar erstreckte, diese Gegenden den Griechen und Römern in Ägypten nicht unbekannt geblieben, geht aus zu vielen Stellen der alten Geographen hervor, um daran zweifeln zu können. Es ist daher gar nicht so unwahrscheinlich, dass sie, durch unklare Relationen über den wahren oberen Lauf des blauen Nil getäuscht, ihm eine dem Laufe des Rahád entsprechende östlichere Richtung zumetheten, als er factisch besitzt. Wenigstens spricht die dem kurzen Arme des Astápus auf der Karte des Ptolomaeus gegebene vollkommen dafür. War dies aber einmal der Fall, so musste sein oberer Lauf schon innerhalb eines Längengrades weiter nach Südost fortgezogen unseren Atbára zwischen dem 13^{ten} und 14^{ten} Breitengrade treffen, also gerade in der Gegend des Nordabfalles des Ras-el-Fil. Und in der That finden wir auf der Ptolomäischen Karte, zwischen der Länge dieses Astápus-Armes, verglichen mit dem grössten Querdurchmesser seiner Insel Meroë und dem Abstände der Einmündung des Rahád in den blauen Nil von dem Atbára zwischen Doka und Metamme nach der Reitz'schen Karte, eine so grosse Übereinstimmung, dass ich an der Richtigkeit der Deutung dieser südlichen Wassergrenze der Insel Meroë, wie die Alten sich dieselbe dachten, nicht besonders zweifeln möchte. Eine ungezwungener, mehr mit den Angaben derselben übereinstimmendere wüsste ich wenigstens nicht zu geben.

Diese Erklärung, vor der Hand als die wahrscheinlichste angenommen, muss der Astápus der Alten in seinem oberen Laufe uns als der durch Reitz nachgewiesene obere Lauf des Atbára (der Guange unserer Karten) gelten, womit Lage, Richtung und supponirter Ursprung aus dem Koloë-See auf der Karte des Ptolomäischen Codex abermals vollkommen übereinstimmt. Liegen doch die Quellen des Atbára zwischen Schelga und Genda schon so nahe am Nordende des Tzana-Sees, dass uns nur die nähere Kenntniss seines Beckenrandes von der Annahme eines Abflusses von dieser Seite her bewahrt! Dürfen wir aber nach dem bisher Gesagten wohl eine eben so genaue Kenntniss dieses Sees bei Ptolomaeus voraussetzen? Wohl schwerlich, und gewiss um so weniger, als er ihn, der Wassermenge des aus ihm abfliessenden Astápus wegen, schon weit südlicher, ja bis in den Äquator hinauf, zu verlegen sich gezwungen sah. — Was nun den unteren Lauf seines Astápus betrifft, so erscheint, übereinstimmend mit seiner und unseren heutigen Karten, der Astabóras als die gerade Fortsetzung des Atbára, während der dafür erklärte Taeazzé, in Folge der Reitz'schen Erhebungen über den Lauf des ersteren, aufhört hierbei eine Rolle zu spielen. Der kurze dem grossen Nil sich in westlicher Richtung zuwendende Arm des Ptolomäischen Astápus hingegen ist von seiner Abzweigung bis halbe Länge für wirkliche Fiction, von da an bis zu seiner Ver-

einigung mit dem weissen Flusse aber für den untersten Lauf des blauen Nils zu erklären. Dies, meines Dafürhaltens, die einzig mögliche und ungezwungene Deutung, welche man, ohne sich in noch gewagteren Voraussetzungen zu ergehen, der von den Alten postulirten südlichen Wassergrenze Meroë's geben kann. Die Annahme einer in historischer Zeit allenfalls bestandenen, nummehr aber nicht mehr existirenden Verbindung der Gewässer des Atbára mit dem blauen Nil entbehrt nicht blos aller Wahrscheinlichkeit, sondern, wie mir dünkt, sogar des Scheines einer Möglichkeit. Es bedarf in der That nur eines Blickes auf die meisten Karten dieser immerhin uns noch viel zu wenig bekannten Gegenden und der Berücksichtigung der Relationen Reitz's, Linant's und Burekhardt's über die dortigen Terrainverhältnisse, um sich von der Richtigkeit dieser Behauptung zu überzeugen. Man gewahrt nämlich sogleich eine, innerhalb der Parallele eines vollen Längengrades, vom Nordabfalle des Ras-el-Fil im Süden an, bis in die Breite von Chartum nördlich streichende, und genau in die Längs-Axe dieses äthiopischen Mesopotamiens fallende Reihe isolirter Berge von mittlerer Höhe, welche unter sich wieder durch eine in derselben Richtung streichende wasserarme Steppe zusammenhängen und so eine zwar niedere aber ununterbrochene Wasserscheide bilden, wie wir solchen allerwärts in den Ebenen Sibiriens, dann Nord- und Südamerica's begegnen. Ob bei dem raschen Fall der Ebene nach Norden und dem beschleunigten Laufe der aus den südlich gelegenen Gebirgen herabfallenden Gewässer gerade hier ein querer Durchbruch dieses breiten Landrückens denkbar sei, dessen Existenz noch bis in unsere Formations-Periode hätte reichen können, überlasse ich getrost dem Urtheile Sachverständigerer als ich bin.

Will man der Erklärung der südlichen Wassergrenze des alten Meroë, so wie ich sie gegeben, aber nicht beipflichten und lieber annehmen, die Alten hätten den Begriff „Insel“ in keinem anderen Sinne als den einer Dschesirah genommen, so braucht man auch in diesem Falle nicht bis zu dem Quellgebiete des Tacazzé, Atbára und blauen Nils hinaufzugehen, um so Meroë eine Ausdehnung zu geben, die es nie besessen, sondern findet sie wieder und überdies noch näher an einander gerückt an derselben Stelle, an die ich die zusammenhängende Wasserlinie nach der Karte des Ptolomäus hin verlegte. Wir finden nämlich unter dem 13^{ten} Breitengrad ungefähr das Quellengebiet des Chor Cacamat an der Ostseite, das des Rahád am Westabhange des Ras-el-Fil liegen, und somit diesen von Süd nach Nord in das Tiefland abfallenden Ausläufer der Gebirge Anharas die Dschesirah von Meroë natürlich abschliessen. Vergleichen wir weiter die Dimensionen dieser, von vier Flüssen und einem zwischen zwei derselben sich einkleidenden Berge eingerahmten Dschesirah mit den von Diodor und Strabo angegebenen Stadienmassen der Länge und Breite der Insel Meroë, so wird man, wie ich gleich zeigen werde, auch in dieser Hinsicht wieder eine so grosse Übereinstimmung beider gewahren, dass man meiner Deutung ihrer südlichen Wassergrenze bei den Alten schwerlich eine zutreffendere entgegenzustellen im Stande sein dürfte. Diodor und Strabo (letzterer des ersteren Angabe für etwas zu hoch gegriffen haltend) geben die Länge Meroë's auf 3000, ihre Breite — vermuthlich etwas weniges über der Stadt Meroë aufwärts genommen — auf 1000 Stadien an. Nachdem nun 1 Stadium bekanntlich einer $\frac{1}{40}$ deutschen Meile ungefähr gleichkommt, so würden die 3000 Stadien ungefähr 75 deutsche oder 300 geographische Meilen für die Länge, die 1000 Stadien 25 deutsche oder 100 geographische Meilen für die Breite der Insel an der gedachten Stelle geben. Sie musste somit innerhalb einer Zone von ungefähr 3 Breitengraden und 1° 40' Länge liegen. Und in der That fällt der schmalste Theil der oben angegebenen Wasserscheide zwischen dem Chor Cacamat und dem Rahád auf den 13° n. Br., die Mündung des Atbára (Astabóras) in den Nil auf den 17° 34' n. Br. Beide Punkte liegen somit 4° 34', oder 274 geographische Meilen von Süd nach Nord aus einander. Anderer Seits fällt der Querdurchmesser Meroë's zwischen Schendy und Goz-Radjeb (wahrscheinlich der von den Alten gemessene und noch heutigen Tags, wiewohl selten, benutzte Karavanen-Weg nach Suakim, da sie den grösseren Durchmesser bei Chartum gar nicht meinen konnten) ziemlich genau zwischen den 31° 4' und 32° 40' öst. Länge

von Paris, welche Entfernung somit $1^{\circ} 36'$ oder einer Breite von 96 geographischen Meilen entspricht. Der ganze Unterschied zwischen unseren Massnahmen nach der Berghaus'schen Karte und den ältesten Angaben Diodors beträgt daher blos 26 geographische Meilen für die Länge und 4 geographische Meilen für die Breite weniger als bei den Alten. Unterschiede, welche bei der Unsicherheit der alten Messungen und der nicht geringeren unserer heutigen Ortsbestimmungen in diesen Gegenden sicher von gar keinem Belange sein können, wenigstens der Übereinstimmung der Ausmasse im Ganzen gewiss keinen Abbruch thun.

Man ersieht hieraus nur, aus wie guten Quellen die Alten geschöpft haben mussten und wie unrecht man ihnen that, als man ihre Hydrographie des Nils geradezu für ersonnen erklärte. Selbst ihren Irrthümern liegt meist noch ein guter Rest von Wahrheit und positiver Landeskunde zu Grund. Von den Mährchen, die sie sich über die Bevölkerung Inner-Africa's nebenher noch aufbinden liessen, muss man freilich absehen; man findet die ärgsten aber meistens nur bei den Epigonen der Ptolomæer und den geographischen Compilatoren. Wenn Ptolomæus auch, wie ich nachgewiesen, den blauen Nil zum grössten Theile mit dem Atbara verwechselt, so möchte ich darum aber doch noch lange nicht glauben, dass auch seine beiden mächtigen Seen, die er zwischen den 6. und 7. Grad südlicher Breite hinaufrückt (die paludes Nili), aus welchen er den eigentlichen Nil (unseren weissen Fluss oder Bachar-el-Abiad) entspringen lässt, ähnlichen Missgriffen oder falsch verstandenen Berichten ihren Ursprung verdanken. Bestätiget sich das Vorhandensein des Zambre- und des gegen 630 geographische Meilen lang sein sollenden Nyassi-Sees unter diesen Breitengraden und ihr Abfluss nach Norden, wie dies Berghaus (in seinem geographischen Jahrbuche von 1850) nach den Forschungen Cooleys sehr wahrscheinlich findet, dann steht Ptolomæus mit seinen Angaben glänzender als je gerechtfertiget da.

Indem ich damit meinen Bericht über Dr. Reitz's Reiserelation mit dem Ausdrucke meines lebhaftesten Dankes für die Mittheilung derselben von Seite der Akademie schliesse, kann ich nur den Antrag auf unveränderte Aufnahme derselben sammt Flusskärtchen in Ihre Denkschriften stellen. Möge seinem treuen, noch in Chartum weilenden und für die Wissenschaft so unermüdlich thätigen Reisegefährten Herrn Dr. Heuglin, so wie unserem so kenntnisreichen und glaubensmuthigen apostolischen General-Vicar Dr. Knobler, den seine hohe Mission bereits weiter nach Süden geführt als irgend einen anderen Reisenden vor ihm, ein glücklicheres Loos beschieden sein als unserem vortrefflichen Vice-Consul Dr. Reitz.

K. k. Consulat für Central-Africa.

Gondâr, den 30. Januar 1833.

Sr. Hochwohlgeboren

Herrn Ritter von Huber, k. k. Ministerial-Rath, General-Consul etc. etc.

Alexandrien.

Hochwohlgeborner Herr Ministerial-Rath!

Über die von mir eingeschlagene und von den Karawanen am häufigsten benützte Strasse zwischen Chartum und Gondâr habe ich die Ehre Ihnen folgende Notizen nebst einigen commerciellen, politischen, ethnographischen und statistischen Bemerkungen, wie der gegenwärtige Zustand von Abyssinien dieselben zu machen mir gestattete, gehorsamst zu unterbreiten.

I. Die Strecke von Chartum bis Abuharàs, einem Marktplatze und Sitz eines Kaschefs, beträgt circa 44 Stunden und wird sowohl auf dem rechten als auf dem linken Ufer des blauen Flusses (über Mesalame) mit Lastkameelen in vier Tagen zurückgelegt; für jede Kameelladung zahlen die Kaufleute 1 Thlr. Fracht. Ich ging dahin zu Barke, in ebenfalls vier Tagen; die Hauptrichtung ist südöstlich.

II. Die Entfernung von Abuharàs bis Kanara, dem Hauptorte und Markte des Districtes Kedaraf und Sitze eines Kaschefs, beträgt nach meiner Berechnung circa 50 Stunden, und zwar in folgenden Tagmärschen:

1. Bis Scherife Jakub am rechten Ufer des bei Abuharàs in den blauen Fluss sich ergiessenden Rahâd 9 Stunden.

2. Von da bis in die wasserlose Steppe am südwestlichen Ende des Gebel Arang 8 Stunden. Auf dem Wege dahin versorgt man sich mit Wasser aus dem Rahâd, den man vier Stunden oberhalb Scherife Jakub nochmals berührt. Es ist rathsam, Nachts der Löwen wegen ein Feuer zu unterhalten.

3. Marsch in der Steppe, den Gebel Arang stets zur Rechten bis in ein kleines Dorf am Berge und von da in ein $1\frac{1}{2}$ Stunden entferntes Thal, welches den Berg von West nach Ost durchschneidet und viele von zahlreichen Nomaden besuchte Brunnen hat, 7 Stunden.

4. Von hier durch die Steppe bis zur südöstlichen Seite des Gebel Atesch, wo ein kleiner Teich in der Nähe einiger Araberhütten Wasser zum Vorrath auf den nächsten Tag und die nächste Nacht liefert, 9 Stunden.

5. Vom Gebel Atesch durch eine unendliche Steppe, deren südlicher Horizont durch den Gebel Bela und mehrere kleine Berge begrenzt wird, bis zu einem kleinen, mit niederem Laub-Gebüsch bewachsenen Berge, Adembelich, an dessen linker Seite die Strasse hinzieht, 10 Stunden.

6. Von da nach Kanara 7 Stunden. Zwei Stunden von Kanara kommt man an einige von Foggara „Frömmern“ bewohnte Togul-Dörfer.

Die Hauptrichtung von Abuharàs nach Kedaraf ist östlich. Das Terrain ist, mit Ausnahme der oben-erwähnten Granitberge Arang (circa 2000 Fuss hoch), Atesch und circa 30 anderen weniger bedeutenden Felsen, die sich scharf aus der unabhsehbaren Ebene erheben, reines Steppenland mit niederem Mimosen-Gebüsch und einem rohrartigen Grase, das während der Regenzeit oft über mannshoch emporwächst und nachdem es vertrocknet ist, von den nomadisirenden oder in Togul-Dörfern sesshaften Arabern abgebrannt wird, um auf der folgenden Regenzeit der Anpflanzung von Durra Platz zu machen. Diese bietet in statt-

lichen Feldern oft 10 Fuss hoch emporwachsend den Arabern die reichlichste Nahrung und gedeiht in zwei Gattungen, einer rothbraunen und einer weissen, ganz besonders gut im Districte Kedaref, so dass die Kameel-Ladung (zwei Ardebb) um 5 bis 6 Piaster = 30 bis 36 kr. Conv. Münze daselbst verkauft wird, während sie in Chartum 30 Piaster = 3 fl. Conv. Münze kostet.

Die diese Steppen durchziehenden Araber gehören vorzugsweise dem bedeutenden Schukorieh-Stamme an und stehen unter der unmittelbaren Herrschaft des Schech Achmed Abu-Sin. Im Districte Kedaref befinden sich auch Dabeina-Araber in grosser Anzahl.

Ein Fracht-Kameel wird von Abuharàs bis Kanara um 1 Thlr. gemiethet.

In dem circa 2000 Einwohner zählenden Kanara ist jeden Mittwoch Markt, der einst, wie ich in einem früheren Berichte zu bemerken die Ehre hatte, sehr bedeutend war. Seine Wichtigkeit war auf seine günstige geographische Lage gegründet, denn in Kanara kreuzt sich die Strasse Chartum-Gondar, zwischen denen es fast gerade in der Mitte liegt, mit derjenigen, welche von Suakin am rothen Meere nach Sennaar führt und somit das Hedjas mit dem Sudan commercieell verbindet.

a. Von Kanara nach Suakin geht die Karawanen-Route über Suffie am linken — und nicht wie auf der Berghaus'schen sowohl als auf der Zimmermann'schen Karte fälschlich angegeben ist, am rechten — Ufer des Atbára; zwei kleine Tagereisen. Von da nach Kassala, dem von Jussuf Bey befestigten Hauptorte der Provinz Taka, mit 4000 Einwohnern, 5 Tagereisen, und von hier durch die von Gallenka-, Fadendoa- und Bishari-Arabern bewohnten Steppen und Berggegenden nach Suakin 9 Tagereisen, im Ganzen 16 Tagereisen.

b. Die Strasse von Kanara nach Sennaar führt in zwei kleinen Tagereisen (jede zu 9 Stunden) an den Gebel Bela, wo sich Wasser vorfindet; am dritten Tage auf den Rahàd in der Nähe der Hellet Uad-Gogrus; am vierten Tage auf dem linken Ufer des Rahàd durch eine grosse Steppe nach der Maschera Naurara, von da am fünften Tage durch die zwischen den Flüssen Rahàd und Dindèr ziehende Steppe bis nach Gumren Nowa auf dem linken Ufer des Dindèr; von hier $\frac{1}{2}$ Tag längs des Dindèr zur Hellet Uad Dauud; von da einen Tag nach Uad-el-Abas auf dem rechten Ufer des blauen Flusses und endlich in einer weiteren kleinen Tagereise den blauen Fluss hinauf nach Sennaar; im Ganzen $7\frac{1}{2}$ Tagereisen. Diese letztere, durch zahlreiche Elefanten heimgesuchte Strasse wird übrigens seit Verfall des alten Königreiches Sennaar, in dessen Blüthenzeit sich der Handel mit Suakin von Sennaar über Aleis am weissen Flusse bis Kordofan erstreckte, nicht mehr stark frequentirt; die Kaufleute haben seitdem ihren Zug über Abuharàs nach dem von dort vier und vom linken Ufer des blauen Flusses $1\frac{1}{2}$ Stunden entfernten Marktplatze Mesalamieh genommen, wo ein bedeutender Verkehr stattfindet.

Der Markt von Kanara fängt an sich wieder zu heben, seit die Bedrückungen der Mauth aufgehört, und war bei meiner letzten Anwesenheit daselbst von einheimischen Krämern, von Handelsleuten aus Mesalamieh, Chartum, von Mograbinen und Ägyptiern (früheren Soldaten in der sudanischen Armee) und selbst einigen Hedjas-Arabern ziemlich besucht. Kaffee, Wachs und Selaven waren von Abyssinien nicht angelangt, wegen der dortigen ungünstigen politischen Ereignisse. Speck, Machleb, Glasperlen, einige Quineacillerie-Waaren und Säbelklingen repräsentirten den Markt mit unseren vaterländischen Producten.

In Kedaref beginnen sanfte Hügel und ein üppiger Baumschlag der Mimosen, der sich hie und da zu Wald gestaltet; die Landschaft verliert immer mehr die Einförmigkeit der Steppen.

III. Der Weg nach Doka in süd-süd-östlicher Richtung berührt mehrere Togul-Dörfer und führt über Abdachungen niederer Hügel, in deren Hintergrund sich im Osten die Berge von Gedai jenseits des Atbára erheben. Doka erreicht man nach zwei kleinen Tagemärschen (jeder zu $8\frac{1}{2}$ Stunden) von zusammen 17 Stunden. Die Dabeina-Araber haben in der Nähe ihre Hauptniederlassungen als El-Dagadisch mit dem Sitze eines Kadi, Raschid etc.; auch sind einige Dörfer der Djahlin-Araber in der Umgegend, welche sich nach Ismaïl-Pascha's Ermordung in Schendy auf der Flucht von Schendy und Metamme am

Nil hier niederliessen und die Hellet Anad Abu-Dom, Hellet Abdallah, Gobarab, Nefiab und Hellet Abdel-Kader gründeten, während ihre reicheren Stammgenossen ihre Flucht nach der zu Tigré gehörigen Provinz Walkeit, nördlich von Gedau fortsetzten.

Der Markt von Doka wird wöchentlich zweimal, Montag und Donnerstag, abgehalten, ist jedoch wegen der dermaligen Anwesenheit des türkischen Kaschefs mit 100 Soldaten, zu welchen die Araber eben kein grosses Vertrauen hegen, sehr spärlich besucht; dagegen erfreut sich der Markt von Wokin, das vier Stunden süd-östlich von Doka, $1\frac{1}{2}$ Stunden von Raschid, drei Stunden von El-Dagadisch und $\frac{1}{2}$ Tag vom Athára entfernt und von Tagruri bewohnt ist, einer bedeutenderen Frequenz.

Ich besuchte denselben auf einem Ausfluge Samstag den 23. December v. J. Er stand dem von Kanara nicht nach und lieferte ausserdem circa 30 abyssinische Pferde, welche von den im Districte Raschid der Zeit stationirten Schaikie-Arabern zur Reerutirung ihrer Reiterei aufgekauft wurden. Auf dem Wege dahin, der über einen circa 300 Fuss hohen, von *Kyuocephalus babuin* und Hyänen bewohnten Berg und mehrere Hügel, sowie durch einige Thäler führt, traf ich hohe Bäume, besonders Gongolas (*Adansonia digitata*), deren eine von zehn Mann kaum umspannt werden konnte.

IV. Von Doka nach Metamme, dem Hauptorte der Provinz Galabat, folgt der Weg ebenfalls süd-südöstliche Hauptrichtung. Die Gegend fängt an wasserreicher, der Boden fruchtbarer zu werden, und verschiedene, theils von Dabeina-Arabern, theils von Tagrurie bewohnte Togul-Dörfer befinden sich in der Nähe der Strasse.

Am 30. Dec. v. J. reiste ich von Doka nach Wokin, 4 Stunden; am 31. December von da bis zur Hellet Dauud, 12 Stunden, und am 1. I. M. bis Metamme am Caemut, 6 Stunden, zusammen 22 Stunden.

Die Entfernung von Kanara bis Metamme beträgt demnach 39 Stunden.

Von der Hellet Dauud, die ungefähr 1000 Einwohner zählen mag und wo sich viele aus Metamme gellüchtete Greise, Weiber und Kinder aufhielten, war ich zwei Stunden vor Sonnenaufgang aufgebrochen und erreichte in dem Momente, wo die Sonne in den Horizont stieg, das von Süden nach Norden sich herziehende, schön bewaldete und bei der Hellet Adume, die ich passiren musste, in scharfem Vorsprung abfallende Gebirge Ras-el-Fil (Elephanten-Kopf). Der Hügel, über den ich gerade herübergeritten war, bot eine besonders am Neujahrs-Morgen in wildfreiem Lande äusserst erhebende Aussicht, zur Rechten der schön geformte Ras-el-Fil, vor mir die Hellet Adume, im Hintergrund die Hügelketten von Metamme, unter denen ein leichter Nebel über den niederen Hügeln und Thälern schwamm, zur Linken die stattlichen Berge von Gedau.

Diese Gegend erseht mir als die natürliche Grenze zwischen Abyssinien und Sudan; sie hat ein ganz anderes Profil und eine verschiedene Vegetation, die besonders am Rande der Giessbäche und des Athára in üppiger Fülle strotzt.

Noch am Vormittage zog ich in Metamme ein, welches ungefähr 3000 Einwohner zählt und in verschiedenen Togul-Gruppen am linken Ufer des Caemut liegt, der $3\frac{1}{2}$ Stunden weiter östlich in den Athára sich ergiesst.

Die Provinz Galabat, die ich in einer Breite von circa 15 Stunden durchreiste, ist sehr reich an Holz, Wasser, Rindvieh, Getreide und Baumwolle; letztere wird in bedeutender Menge — in der jetzigen Jahreszeit wöchentlich heiläufig 100 Kameelladungen — in Abyssinien eingeführt, welches dagegen Selaven, Pferde, Maulthiere, Esel, Wachs, Kaffee und wenige Elefantenzähne aus dem Districte Woehni liefert. Die abyssinischen Kaufleute lagern unter den praechtollen Baumgruppen am linken Ufer des Chors (Giessbaches) bei Metamme. Einem derselben nahm mein Führer, Scheeh Kaufur, eine 15jährige abyssinische Christin mit Gewalt ab, die derselbe geraubt hatte und den Muhammedanern als Selavin zu verkaufen im Begriffe stand.

Wie ich in meinem gehorsamsten Berichte ddo. Woehni, S. I. M., Zahl I, bereits angezeigt, war die Bevölkerung von Metamme, mit Ausnahme weniger streitbarer Tagruri, aus Furcht vor einem Einfalle Kasa's

in die Gebirge entflohen. Morgens und Abends ertönte die Nogara (Kriegstrommel) um die Kleimmüthigen zu ermahnen, und am Morgen früh wurden die Streitmacht herumgetummelt. Der Markt findet jeden Dienstag bis Mittwoch Mittag Statt; es stand aber, während meiner Anwesenheit, wegen der durch den Kriegslärm entstandenen Furcht keine Frequenz desselben in Aussicht; ich setzte desshalb schon Montag den 3. I. M. meine Reise fort, hoffe jedoch auf der Rückreise einem Markt daselbst beiwohnen zu können.

In Metamme und in der ganzen Provinz Galabat kursiren nur k. k. österreichische Marien-Theresien-Thaler und als Scheidemünze die alten grossen ägyptischen ganzen und halben Piasterstücke. Die Anbringung aller anderen Geldsorten ist mit unendlichen Schwierigkeiten und bedeutendem Verluste verbunden, oft sogar ganz unmöglich. Dies ist auch schon in Doka und Wokin der Fall, wo ebenfalls grosser Mangel an Scheidemünze ist.

Ein Lastkameel von Kanara bis Metamme wird mit 16 bis 18 Piastern = 1 fl. 36 kr. bis 48 kr. Conv. Münze bezahlt.

Die Provinz Galabat, die ungefähr nur 15000 Einwohner zählen dürfte, steht gegenwärtig unter der Herrschaft des Tagruri-Schech Ibrahim. Derselbe, ein ferner Verwandter des Sultan Hussein von Darfur, mit dem er übrigens in sehr unbedeutender Verbindung steht, war neun Jahre lang als Gefangener unter Achmed-Pascha, der Galabat dem Sudan tributpflichtig machte, in Chartum in Ketten geschmiedet, in Folge dessen seine beiden Beine abgestorben sind, so dass er sich nicht vom Angareb erheben kann. Latif Pascha gab ihn frei und setzte ihn im Einverständnisse mit Fürst Kasa zum Verwalter der Provinz ein; er hat sowohl an die Regierung in Chartum als an Kasa jährlich 400 Thaler Abgabe zu zahlen, was im Verhältnisse zur Grösse und Ertragsfähigkeit der Provinz sehr wenig, im Verhältnisse zur Indolenz ihrer Bewohner jedoch viel ist. Letztere, unter dem Namen „Tagruri“ (Pilger) meistens von Darfur, Bornu, Borgu und Tombuku eingewandert, bringen aus dem Heimathlande ausser einer Lanze und Kürbisschale gewöhnlich Nichts mit, leben einige Wochen von der Gastfreundschaft ihrer Landsleute in Galabat und Gedani, kommen durch Betteln allmählich in den Besitz eines ärmlichen Strohtoguls, bauen dann in den ebenso wüsten als fruchtbaren Ländereien einige Stellen mit Durra und Baumwolle an, und benützen den Erlös aus diesen Producten zur Fortsetzung ihrer Pilgrimfahrt nach dem Hedjas, wohin sie über Sufie, Taka und Suakin gehen. Nach ihrer Rückkunft bleiben sie gewöhnlich noch einige Jahre in Galabat oder Gedani, erwerben sich auf die oben bezeichnete Weise, trotz einer fast unnaehmlichen Faulheit ein kleines Vermögen und gehen später entweder in ihre ursprüngliche, oder bleiben in der neuen Heimath.

Sie sind sehr fanatisch, kennen übrigens nur dürftig die Lehre des Propheten. Ihr Religionseifer wird durch das brutale und oft sehr unchristliche Benehmen der abyssinischen Christen gegen sie gesteigert, da sie von diesen mehr misshandelt werden, als von den Moslim im Sudan.

Da diese Tagruri auf ihren weiten Reisen mit verschiedenen anderen Völkern in Verbindung kommen, so sind sie mehr als ihre in der Heimath weilenden dickschädlichen Landsleute geeignet, die Nützlichkeit oder Annehmlichkeit der auf ihren Fahrten gesehenen neuen Gegenstände zu begreifen und überhaupt eine ausgedehntere Auffassung der verschiedenen commerciellen und politischen Beziehungen, in denen die einzelnen Völker zu einander stehen, zu erlangen; sie dürften daher im Laufe der Zeit, nachdem sie ein wenig mehr civilisirt worden und nachdem es der gütigen Vorsehung gefallen haben wird, auf die eine oder die andere Weise dem östlichen Theile von Nord-Africa eine andere, der allgemeinen Wohlfahrt der Menschheit entsprechendere Stellung anzuweisen, gewiss mit Erfolg als praktische Vermittler zur Anknüpfung und Belebung der commerciellen und politischen Verbindungen mit ihren Mutterländern benützt werden, und somit könnten diese brutal-fanatischen, bis jetzt fast unzugänglichen Länder trotz ihres Widerstrebens in das Netz der Gesittung gezogen werden, welches sich allmählich über die mehr als halbwilden schwarzen Völker Inner-Africa's ausbreitet.

V. Von Metamme bis zum Markte Wochni im abyssinischen Districte gleichen Namens biegt sich die Strasse mehr nach Osten, hat viele durch die Berge und Giessbäche bedingte Windungen, führt oft an tiefen Abgründen hin über abschüssige Felsplatten und ist für Kameele an vielen Stellen sehr gefährlich. Schöner Baumschlag und hohes Bambusrohr bedeckt Hügel und Thäler, die mit Spuren von Elephanten angefüllt sind; auch gibt es viele Löwen in jener Gegend.

Nach einem Marsche von 4 Stunden erreichte ich das von abyssinischen Christen und Muhamedanern (Geberli) bewohnte Dorf Dendeldi am Atbára und setzte am folgenden Tage, den 4. Jänner, 9 Stunden lang meinen Weg bis zum wasserreichen und dem Atbára bei Dendeldi fast gleichkommenden Chor Gandoa fort, der $1\frac{1}{2}$ Stunden nordöstlich von der Strasse in den ebengenannten Fluss mündet. Wegen der Löwen ward Nachts Feuer unterhalten. Von hier reiste ich am 5. Jänner stets in ost-süd-östlicher Richtung 11 Stunden lang über viele Hügel und Giessbäche bis Wochni; zusammen 24 Stunden. Zwischen Dendeldi und Wochni (20 Stunden) findet sich kein Ort an der Strasse. Scheeh Kanfur erzählte, mit schmerzlicher Erinnerung an die schöne Vergangenheit, rührende Raub- und Mord-Geschichten, die er in seiner Jugend als Räuberhauptmann mit neun Genossen in jener Gegend ausgeführt, bis er von Detschatsch Kanfu, dem älteren nun verstorbenen Bruder Kasa's, gefangen genommen worden und später in die Hände der Türken gerathen. Sein Raubsinn scheint noch nicht ganz erloschen zu sein, denn er nahm in Galabat an mehreren Orten den Tagruri Ziegen weg und verlangte dann für die Rückerstattung derselben einige Piaster Lösegeld, das ich an zwei verschiedenen Orten den armen Einwohnern zur Auslösung ihrer Ziegen von Kanfur zu schenken mich genöthigt sah, um scandalösen Scenen vorzubeugen, welche sich durch Lanzenstiche zwischen Kanfur's Leuten und den Tagruris zu äussern drohten.

Mehre Stunden rechts von der Strasse erhebt sich der von Wochni in Nordwest sichtbare Berg Gora mit zahlreichen Wohnungen, Stammsitz der Familie des Detschatsch Matsch Kasa, dessen Mutter vor zwei Jahren daselbst gestorben.

Wochni selbst, wie alle anderen in diesem Districte und in der Provinz Schelga befindlichen Orte liegt auf einem hohen nur durch einige Schluchten zugänglichen, oben flachen Berge, und ist meistens von Kamant's bewohnt, Ureinwohnern, die sich weder zur christlichen noch zur muhamedanischen Religion bekennen; der Sonntag gilt übrigens bei ihnen als Feiertag.

Der Markt wird am südlichen Abhange des Berges unter schönen Baumgruppen jeden Samstag Mittag abgehalten und ist als Zwischenplatz des bedeutenderen Handels von Metamme und des Marktes in Schelga, dem Hauptorte der Provinz Tschelga, zu betrachten.

VI. In meinem gehorsamsten Berichte ddo. Genda in der Provinz Dembea, 13. Jänner l. J., Zahl 2, habe ich den nur mit Eseln und Maulthieren passibaren Weg von Wochni bis Schelga bereits näher beschrieben. Ich beschränke mich daher nur auf die Angabe der Entfernungen.

Von Wochni bis Behaha 4 Stunden; von da bis an den nordöstlichen Abfall des Berges Uali-Dabba mit Zollstätte gleichen Namens 8 Stunden; von hier über den Berg mit der Zollstätte Wolde-Fadavi nach Schelga 5 Stunden, zusammen 17 Stunden, stets in südöstlicher Hauptrichtung. Jeden Dinstag und Mittwoch ist in Schelga Markt, der an Bedeutung dem von Metamme gleichzustellen ist; auf ersterem vertreten kleine Portionen Baumwolle, Ingwer, Pfeffer etc., sowie die von Tigré eingeführten Salzstücke die Scheidemünze. In ganz Abyssinien cursirt am besten der k. k. Marien-Theresien-Thaler vom Jahre 1780 mit sieben Perlen im Diadem und neun wohl ausgeprägten möglichst grossen Perlen im Agraf; dieser Thaler muss aber jedenfalls mit den Buchstaben S. F. unter dem Brustbilde versehen sein.

VII. Von Schelga nach Gondàr rechnet man einen Tagemarsch von 10 Stunden in rein östlicher Richtung und miethet Esel oder Maulthiere in Wochni bis Gondàr um $\frac{1}{2}$ Thaler per Stück (vier Esellasten rechnen die Kaufleute auf eine Kameelladung). — Ich machte nicht den directen Weg von Schelga hierher.

sondern ging, wie ich in meinem Berichte von Genda, 18. I. M., Zahl 2, zu melden die Ehre hatte, in südöstlicher Richtung nach dem $4\frac{1}{2}$ Stunden entfernten Genda zu dem Fürsten Kasa und von dort in nordöstlicher Richtung über Fendja, der durch den letzten Krieg halbverwüsteten Hauptstadt der Provinz Dembea, und Assaso nach Gondâr. Assaso ist $1\frac{1}{2}$, Fendja 7, Genda $9\frac{1}{2}$ und Gorgora am Zana-See, wohin ich mit Kasa einen Ausflug machte, 12 Stunden von Gondâr entfernt.

Die zwischen Wochni und Gondâr den Handel belästigenden Mauthplätze habe ich bereits in meinem gehorsamsten Berichte ddo. Wochni, 8. I. M., Z. 1, angegeben, führe dieselben jedoch, zur Vervollständigung des gegenwärtigen Berichtes in der auf anliegender Skizze beigeschriebenen Übersicht nochmals auf.

Die Strasse zwischen Metamme und Gondâr ist nur von Ende September bis Ende Mai praktikabel, denn während der viermonatlichen Regenzeit können die zahlreichen Giessbäche, von denen nicht ein einziger mit einer Brücke versehen ist, nicht passirt werden.

Obgleich unter der ziemlich strengen Herrschaft Kasa's, der Räubern und Dieben Hände und Füsse abhauen lässt, diese Strasse gerade nicht unsicher ist, so ziehen es doch die Kaufleute vor, am folgenden Tage nach jedem Markttage sich in Karawanen zu vereinigen, um von einem Marktplatze zum andern zu ziehen, und diesen schliessen sich auch die Reisenden an.

Gondâr ist von Norden nach Süden in verschiedenen Abtheilungen auf einem nach Süden in ein Thal abfallenden Bergvorsprunge erbaut, auf dessen östlicher und westlicher Seite ein Chor die Stadt mit Wasser versieht.

Der Markt wird östlich von der von den Kaufleuten bewohnten Abtheilung auf einem mit Felsen und Steinen bedeckten terrassenförmigen Hügel jeden Samstag abgehalten. Ich fand auf demselben: von Galabat eingeführte rohe Baumwolle von blendender Weisse und im Lande gewobene Baumwollenzeuge in ansehnlicher Menge, Kuhhäute, rohe und gegerbte, Ziegenfelle gegerbt und theils zu Transport-Säcken genäht, Bleiglanz, Ingwer, Schae, Mohmoko aus Dembea, rothen und schwarzen Pfeffer, Abisch (-Bitter zur Küche), Gescho-Blätter zur Merissa, Ondodsamen zum Waschen der Zeuge, Zwiebeln (kleine rothe), Knoblauch, Kaffee, Weihrauch, Salz aus Tigré, Honig, Wachs, Pferde, Rindvieh, Maulthiere, Esel, Schafe (kleine) und Ziegen, Durra, Gerste, Spelz, Tef (roth und weiss), Linsen, Homos, Reps (Dagusa), welsche Bohnen, Nuhk, Leinsamen, Fädu, Goja, Abasoda, Glasperlen verschiedener Gattung (von welchen ich Muster ein-senden werde), kleine Spiegel; Waffen: Schilde, Lanzen, Säbel; Ohr- und Fingerringe, messingene Kettchen (weiss gesotten), Ohrlöffel; alle diese Gegenstände, Producte hiesiger Industrie, von denen ich von Chartum aus Ihnen ebenfalls Muster überschieken werde.

Der Markt war ziemlich besucht — über 2000 Menschen — wurde aber durch mehrere Soldaten Kasa's aus einander gesprengt.

Einige Djahlin-Araber hatten Glasperlen (Feneto) feil geboten, andere fremde Kaufleute waren nicht zugegen.

Ein kleinerer Markt wird jeden Montag vor dem Residenz-Schlosse des Negus abgehalten, und heisst „Sultansmarkt“, ist aber ebenso bedeutungslos als der abyssinische Sultansname.

Die Grosshändler verkaufen ihre Waaren, als Moschus in Hörnern, Wachs, Kaffee, Elephantenzähne etc. in ihren Wohnungen.

Die Einfuhr fremder Waaren scheint mir sehr unbedeutend und wird hauptsächlich von Massaua aus bewerkstelligt.

Alle diese Märkte von Metamme, Wochni, Schelga und Gondar leiden sichtlich durch die schwankenden politischen Verhältnisse. Furcht und Misstrauen ist auf jedem Gesichte zu lesen und die hiesigen Grosshändler klagten mir bitter über das durch jene Zustände verursachte Stocken aller Geschäfte, sowie über die Bedrückungen, denen sie von Seiten der Soldaten immerwährend ausgesetzt sind.

So lange jene unglücklichen, allen Wohlstand und Verkehr untergrabenden politischen Zustände nicht geregelt sind, — und dies kann unter Umständen noch lange dauern, wenn nicht eine europäische Grossmacht im Interesse der Gesittung diesem unser Jahrhundert beschimpfenden religiösen und politischen Unwesen in Abyssinien ein Ende macht — möchte ich unseren Industriellen nicht rathen, bedeutendere Unternehmungen hierher zu riskiren. Ich bin übrigens fest überzeugt, dass in einer günstigeren Periode in diesem von der Natur grossmüthig ausgestatteten Lande sehr gute Geschäfte zu machen sind. Und dann dürften die in diesem Berichte enthaltenen Bemerkungen einen wirklich praktischen Werth erhalten, zumal da die österreichischen Unterthanen, nach meiner mit Kasa getroffenen Übereinkunft, in den von ihm beherrschten Provinzen keinen Zoll zu zahlen haben, wenigstens so lange Kasa am Ruder ist.

Aber alsdann wird es für unsere Unternehmer von Wichtigkeit sein, nur Agenten zu schicken, die mehr aus Patriotismus und aus Neigung, als aus schnöder Gewinnsucht hierher gehen. Nur durch solche, die mit Leib und Seele für die Sache arbeiten, können unseren Producten Eingang, respective Verbreitung in Abyssinien verschafft und ein bleibender sicherer Gewinn für unsere Industrie in Aussicht gestellt werden, die sich dann leicht von Gondär aus einen Absatzweg nach Godjam, Schoa, den Gallastämmen und von Basso selbst bis Fadassi bahnen und durch anzulegende Colonien befestigen kann.

In der Culturgeschichte fast aller Völker bemerken wir, dass von Zeit zu Zeit der Geist der Nation sich auf fremde, weit entfernte Länder gerichtet und durch energische Verfolgung seiner einmal gefassten Plane die Gesittung und den materiellen Aufschwung des eigenen Mutterlandes, sowie des fremden Landes in einem Massstabe gefördert hat, dass die Nachbarvölker fast um ganze Jahrhunderte in der Cultur zurückblieben. Die Spanier, Portugiesen, Franzosen, Holländer, Engländer etc. haben theils in America, theils an der Westküste und im Süden Africa's, theils in Australien und Ostindien Beispiele hiervon in Menge geliefert. Abyssinien, das täglich mehr in sich selbst verfällt, scheint mir bald auf dem Punkt anzulangen, wo es ebenfalls in die Gewalt einer an Intelligenz und bürgerlichen Tugenden überlegenen, europäischen Macht fallen wird, und dies muss zu seinem eigenen Vortheile und zu dem der es unterwerfenden Macht geschehen.

Schliesslich erlaube ich mir noch einige geographische und statistische Erhebungen beizufügen, welche erstere mit den Angaben der Berghaus'schen und Zimmermann'schen Karte nicht übereinstimmen und bei neuen Herausgaben benützt werden könnten:

1. Sufie liegt auf dem linken Ufer des Atbára. Als ich es im October 1851 besuchte, zählte es circa 500 Togulhäuser, mit beiläufig 2500 Einwohnern, meistens Djahlin-Araber, welche nach Verbrennung Ismaïl Pascha's in Schendy sich in die westlichen Provinzen von Tigré geflüchtet haben und später durch Achmed Pascha begnadigt und zur Rückkehr in den Sudan eingeladen, vor 13 Jahren Neu-Sufie gründeten. Ausser einigen Handelsleuten sind alle Fogara „Frömmler“, die ihr Leben mit Koran-Lesen — aber nicht verstehen — hinbringen und sich von Durrappflanzungen und Viehzucht ärmlich nähren. 25 Minuten nördlich von dieser Stadt befindet sich Alt-Sufie mit circa 10 Familien. Die von mehreren Reisenden ausgesprochene Vermuthung, es befänden sich Alterthümer bei Alt-Sufie habe ich nicht bestätigt gefunden. Auf dem rechten Ufer des Atbára ist Steppenland.

2. Den auf der Berghaus'schen Karte angegebenen Ort Gabaryb am Atbára (zwischen dem 16^{ten} und 15^{ten} Breitengrade) habe ich während meiner fünftägigen Reise auf dem linken Ufer des Atbara vom 16^{ten} Breitengrade südlich bis Sufie vergebends gesucht. Ich fand zwischen Gos-Radjeb und Sufie nur eine einzige aus circa 20 Häusern bestehende Ansiedelung des Schukorie-Häuptlings Ali Kartub mit einigen Sakien (von Ochsen bewegten Wasserrädern) etwa fünf Stunden nördlich von jenem Gabaryb.

Der Lauf des Atbára zwischen Gos Radjeb und Sufie ist im Ganzen nicht unrichtig; es ist aber wohl unwesentlich, denselben in seinen Details zu berichtigen. Bei und mit Sufie dürfte derselbe vielleicht circa vier Stunden weiter östlich zu setzen sein.

3. Manderá, als Hauptsitz der Schukorie angegeben, liegt ungefähr $\frac{1}{2}$ Längengrad weiter westlich von dem Punkte, wo Arang angegeben ist, gerade im Norden, und Rera wenigstens fünf Stunden weiter nordöstlich von dem Punkte, wo es jetzt angegeben ist; ich sah die Berge von Rera ganz deutlich, als ich die Steppe zwischen Schendy und Gos-Radjeb durchreiste.

4. Arang ist auf beiden Karten fälschlich als Dorf angegeben, während es der Name des circa 10 Stunden langen in der Hauptrichtung von Süd nach Nord ziehenden Granitgebirges ist. Es befinden sich auf und dicht an dem Berge mehrere kleine Ortschaften, deren bedeutendste, drei Stunden vom südlichen Ende des Berges, Hellet el Suk heisst.

Der Gebel Atesch, 9 Stunden östlich und nicht südlich vom Arang, wie auf der Berghaus'schen Karte angegeben ist, ist nur circa $1\frac{1}{2}$ Stunden lang.

5. Die Lage des Berges Bela (nicht Beyla, wie er dort geschrieben ist) ist jedenfalls zu weit südwestlich angegeben, und dürfte nach meinen Beobachtungen etwa 5 Stunden weiter nach Nord-Ost zu setzen sein, als er auf der Zimmermann'schen Karte verzeichnet ist. Auf der Berghaus'schen ist er richtiger angedeutet.

6. Der Ort, welcher Kedaraf als Stadt bezeichnet, ist als Districts-Bezeichnung an seiner Stelle; aber Kanara liegt circa 4 Stunden weiter östlich.

7. Der Guange, welcher nach der Berghaus'schen Karte bei Sufie sich mit dem Takazze vereinigt, existirt dort als Atbára, wie ich mich persönlich überzeugt; bei Sufie vereint sich kein Fluss mit dem Atbára, wohl aber beiläufig $1\frac{1}{2}$ Tag unter Sufie der Bassalam, und ungefähr ein Tag oberhalb Sufie ein anderer Fluss, der Sidit, beide von Südosten herkommend; einer derselben könnte der Takazze sein.

Auf der Berghaus'schen wie auf der Zimmermann'schen Karte (Guangue) ist der Ursprung des Guanch falsch. Er entspringt zwischen Schelga und Genda ungefähr zehn Stunden westlich von Gondar, gilt als die Grenze zwischen den Provinzen Tschelga und Dembea und ist mit dem von mir $3\frac{1}{2}$ Stunden östlich von Metamme, ferner am Einflusse des Chors Gandoa (Gundowa auf der Berghaus'schen und Gandowa auf der Zimmermann'schen Karte — auf beiden der Lauf unrichtig —) 9 Stunden südöstlich von Dendeldi und 11 Stunden nordwestlich von Wochni in einer Entfernung vom Wege von circa 3 Stunden berührt, dort noch so benannten Atbára identisch, wie mich Schech Kanfur, der aus der Umgegend von Wochni stammt, und zehn Jahre lang als Räuberhauptmann alle jene Gegenden kreuz und quer durchschwärmt, fest versicherte. Der ungefähre Lauf des Guanch (Atbára), wie ich ihn theils persönlich beobachtet oder nach Mittheilungen Kanfur's angenommen habe, ist aus anliegender Skizze ersichtlich, die ich hauptsächlich in der Absicht entworfen und mit der beigeschriebenen Übersicht der Stationen, Transportkosten, Tagmärsche, Marktplätze und Mauthen versehen habe, damit dieselbe den Handeltreibenden von praktischem Nutzen sei.

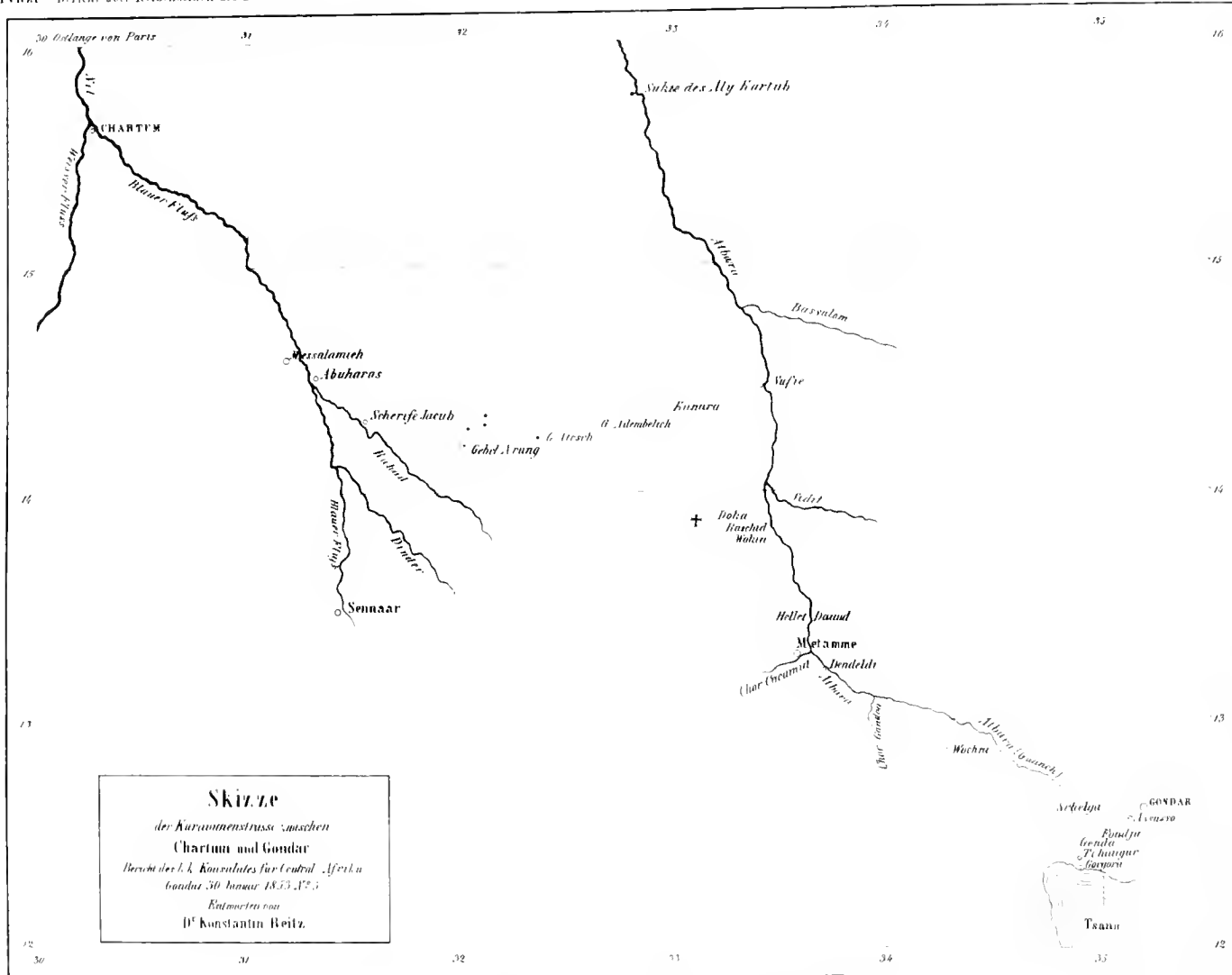
Die Ausarbeitung einer detaillirten Karte mit näheren geographischen Erhebungen überlasse ich meinem Reisegefährten, Herrn Heuglin, der zugleich mit derselben einen naturhistorischen Bericht, zu dem diese Reise ihm reichlichen und interessanten Stoff geliefert, der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften einschicken wird.

Indem ich Euer Hochwohlgeboren gehorsamst bitte, den vorstehenden Bericht nebst Beilage dem hohen k. k. Handels-Ministerium mit dem Ersuchen zu unterbreiten, die darin enthaltenen geographischen und statistischen Erhebungen der k. Akademie der Wissenschaften zu beliebigem Gebrauche gnädigst mittheilen zu wollen, habe ich die Ehre, mit ausgezeichnetster Hochachtung zu sein

Euer Hochwohlgeboren

ergebenster Diener

Dr. Constantin Reitz.



SKIZZE
 der Karawanenstrasse zwischen
 Chartum und Gondar
 Bericht des k. k. Konsulates für Central-Afrika
 Gondar 30. Januar 1855. N^o 1
 Entworfen von
 Dr. Konstantin Reitz.

Praktische Übersicht:

a) der Stationen, deren Entfernung und der Transportkosten per Kameel:

1)	von Chartum nach Meisalmieh	40 Stunden,	oder nach Abuharas	44 Stunden.	2 Gulden.
2)	"	"	Abuharas nach Kanara (Kedaref)	50 "	2 "
3)	"	"	Kedaref nach Metamme (Golabat)	39 "	1 - 48 kr.
4)	"	"	Metamme nach Wochai	24 "	1 - 12 "
5)	"	"	Wochai nach Gondar	27 "	4 - 1 1/2 - 14 Eest
					18 1/2 Stunden. 11 Guld C M

b) der Tagmärsche und Wasserplätze:

1)	von Chartum nach Meisalmieh oder Abuharas (Wasser)	4 Tage.	
2)	"	Abuharas nach Scherife Jakub	1 Tag.
3)	"	Scherife Jakub bis Gebel Arang	2 Tage
4)	"	Gebel Arang bis Gebel Atesch	1 Tag
5)	"	Gebel Atesch bis Gebel Adembelch	1 "
6)	"	Gebel Adembelch bis Kanara (Wasser)	1 "
7)	"	Kanara bis Doka	2 Tage
8)	"	Doka bis Wokim	1 1/2 Tag.
9)	"	Wokim bis Hellet Daoud	1 "
10)	"	Hellet Daoud bis Metamme	1 1/2 "
11)	"	Metamme bis Dendelili	1 1/2 "
12)	"	Dendelili zum Chor Gandoa	1 "
13)	"	Chor Gandoa nach Wochai	1 "
14)	"	Wochai nach Schelga	2 Tage
15)	"	Schelga nach Gondar	1 Tag
			Zusammen 19 1/2 Tage

c) der Marktplätze:

- 1) Chartum;
- 2) Meisalmieh;
- 3) Abuharas;
- 4) Kanara (Mittwoch);
- 5) Doka (Montag und Donnerstag);
- 6) Wokim (Samstag);
- 7) Metamme (Dienstag und Mittwoch);
- 8) Wochai (Samstag und Sonntag);
- 9) Schelga (Dienstag und Mittwoch);
- 10) Gondar (Samstag und Montag).

d) der Marktplätze.

1)	von Metamme nach Wochai, per Kameelladung	1 Thaler	
2)	"	Wochai nach Belluka ins Innere, per Esel	1 "
3, 4, 5, 6, 7)	in Belluka, Uchi Dubba, Wolde Fadera, Miswa und Kantafa, per Esel	1 1/4 - 1 1/2 Thlr = 1 1/4 - 1 1/2 "	
8)	in Gondar, per Esel oder Maulthier	1 1/2 - 1 3/4 "	
			Zusammen 4 1/2 Thaler.

3) in Wochai, per Kameelladung

- 1) in Wochai, per Kameelladung Wachs, Salz, Kaffee
- 1 Thaler
- 2) in Metamme, per Kameellad. Wachs, Kaffee
- 2 "
- 3) in Doka Wachs, Kaffee, per Kantar
- 12 Piaster = 1 fl 12 kr. Conv. Mz.

NB Die Strasse ist seit mehreren Jahren praktisch von Ende September bis Ende Mai.

DIE EOCENE FLORA DES MONTE PROMINA.

VON PROF. DR. CONSTANTIN v. ETTINGSHAUSEN,
CORRESPONDIRENDEM MITGLIEDE DER KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

(MIT XIV TAFELN.)

(VORGELEGT IN DER SITZUNG DER MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHEN CLASSE AM XVI. FEBRUAR MDCCCLIV.)

In neuester Zeit hat man das Alter der zur eocenen Epoche gezählten Tertiärfloren vielfach angezweifelt und sich bemüht, die Gleichzeitigkeit aller bis jetzt aus der tertiären Formation gewonnenen Floren als höchst wahrscheinlich zur Geltung zu bringen. Den mächtigsten Impuls hiezu gab die von Leopold von Buch in seiner Schrift über die Lagerung der Braunkohlen in Europa aufgestellte Ansicht, dass die verschiedenen Lagerstätten von Braunkohlen dieses Welttheiles und die selbe begleitenden fossilen Pflanzenreste nur Einer Epoche zufallen, welche der Nummuliten- oder Eocen-Periode folgte, sonach als mittel-tertiär zu bezeichnen wären. Diese Ansicht wurde von allen jenen mit grossem Beifalle aufgenommen, welche die Schwierigkeiten der genaueren Bestimmung des Alters einzelner Localitäten von Kohlen und Pflanzenresten in der Tertiärformation durch eigene Untersuchung kennen gelernt haben. In der That ist die Grenze zwischen dem Eocenen und Mioenen in der Flora keineswegs so scharf ausgesprochen, wie dies in der Fauna der Tertiärformation sich zeigt. Otto Weber fand in den immerhin als mioenen zu bezeichnenden Braunkohlen-Localitäten der niederrheinischen Formation viele Arten, welche die als eocen geltende Flora von Sotzka lieferte; Fischer-Oster entdeckte eocene Pflanzenarten in einigen Localitäten der Schweizer Molasse. Mir selbst wurde bei der Durchforschung der Vorkommen von tertiären Pflanzenresten in der österreichischen Monarchie eine Localität — das Kohlenlager bei Fohnsdorf in Steiermark — bekannt, deren fossile Flora ihrem Charakter nach zwischen die beiden tertiären Zeitabschnitte zu fallen scheint, indem die Anzahl von solchen Arten, welche die eocene Periode charakterisiren, der Zahl von eigentlich mioenen Formen nahezu gleichkommt. Die fossile Flora von Sagor in Krain, obwohl mit Sotzka sehr analog, birgt manche mioene Formen.

Dessungeachtet erschien es einigen Forschern gewagt, nach diesen Thatsachen hin sich zu der Annahme bestimmen zu lassen, dass die Verschiedenartigkeit, nach welcher wir die tertiären Floren bis jetzt in mioene und eocene zu trennen suchten, in localen Verhältnissen ihre Ursache habe, und dass es keine eigentlich eocenen Floren gäbe.

Bei dieser Sachlage kann die Entdeckung einer unzweifelhaft eocenen Flora, als welche sich unsere in gegenwärtiger Schrift bearbeitete Flora herausstellt, nur als ein sehr erwünschtes Ereigniss betrachtet werden. Am Monte Promina, nordöstlich von Sebenico in Dalmatien, einer bekannten Braunkohlen-Localität, deren Reichthum an Pflanzenresten bereits Leopold von Buch in oben gedachter Schrift erwähnt, fanden sich in Schichten von Kalkmergel und Mergelschiefer, welche ihren Lagerungsverhältnissen nach mit der

Kohle und den sie bedeckenden, Pflanzenreste führenden Schichten gleichzeitig sind, Nummuliten und andere die Eocenformation bezeichnende Versteinerungen. Die k. k. geologische Reichsanstalt verdankt den Bemühungen der Herren G. Schlehan, Director der adriatischen Steinkohलगewerkschaft zu Sieverich, G. Rösler, k. k. Oberbergamts-Assessor, und Dr. Lanza, Professor der Naturgeschichte zu Zara, eine reichhaltige Sammlung der trefflich erhaltenen Pflanzenfossilien und der Thierversteinerungen. Die wichtigsten Fundorte sind nach der Angabe des Herrn Schlehan: die Mergel bei der Quelle Velki Totschek und der Barbara-Stollen bei Sieverich, am südöstlichen Abhange des 3653 Fuss hohen, aus abwechselnden Schichten von Kalceonglomerat und Mergeln bestehenden Monte Promina. An der letzteren Localität erreicht die Braunkohlenablagerung ihre grösste Mächtigkeit, 6—10 Klafter. Das Hangende derselben bildet ein bläulicher, meist sehr bituminöser Mergelschiefer, welcher zahlreiche Pflanzenreste, darunter die interessante *Goniopteris dalmatica* A. Braun, in vorzüglicher Häufigkeit enthält. Über diesen liegt in einer Mächtigkeit von 8—12 Klaftern ein gelblicher, leicht spaltbarer, oft kalkreicher Mergelschiefer, dessen untere Lagen sich ebenfalls sehr reich an Pflanzenfossilien zeigen, namentlich an Dikotyledonen-Blättern, Zweigen von *Araucarites Sternbergii* Göpp., Fieder-Fragmenten von *Goniopteris polypodioides* Ett. u. a. Die oberen Schichten hingegen führen durchaus keine Pflanzenreste, vielmehr besonders häufig Mollusken. Über diesen Schichten tritt ein an Thierversteinerungen mitunter reicher Nummuliten-Kalk in verschiedener Mächtigkeit auf.

Nach den von meinem geehrten Freunde, Herrn Bergrathe Franz v. Hauer, vorgenommenen Untersuchungen gehören alle Thierfossilien, welche in den angegebenen über der Kohle liegenden Schichten bis jetzt aufgefunden werden konnten, sicher der Eocenformation an und tragen entschieden den Typus der Arten der alpinen Nummuliten-Formation. Die meisten Arten kommen nur als Steinkerne vor und sind daher schwer genauer zu bestimmen; doch konnten die nachfolgenden Arten mit ziemlicher Sicherheit erkannt werden:

Neritina conoidea Desh.
Melania stygii Brongn.
Natica sigaretina Desh.,
Turritella asperula Al. Brongn.

Melania costellata Lam.,
Rostellaria fissurella Lam.,
Pholadomya Puschii Goldf.

Ausserdem fanden sich Arten der Geschlechter *Bulla*, *Voluta*, *Oliva*, *Cardium* u. s. w.

Wir gehen nun zu der Schilderung der allgemeinen Vegetationsverhältnisse über, welche sich aus den Special-Untersuchungen der einzelnen Fossilreste schöpfen liessen.

Die bis jetzt aus den Schichten des Monte Promina gewonnenen Pflanzenfossilien konnten zu 71 Arten gebracht werden, welche sich in 26 Ordnungen dergestalt vertheilen, dass vier Arten auf zwei Ordnungen der Thalphyten, sechs Arten auf drei Ordnungen der Endsprosser, fünf Arten auf drei Ordnungen der Umsprosser, eine Art auf die naktsamigen, 21 Arten auf sechs Familien der apetalen, zehn Arten auf drei Familien der gamopetalen und 24 Arten auf 8 Ordnungen der dialypetalen Endumsprosser fallen.

Drei Arten, nämlich: *Sphaerococcites flabelliformis*, *Delesserites sphaerococcoides* und *Chondrites dalmaticus*, müssen ihren in der Flora der Jetztwelt lebenden Analogien zu Folge als Meeresbewohner; fünf Arten, nämlich: *Conferites capilliformis*, *Caulinites articulatus*, *Zosterites affinis*, *Nelumbium Buchii* und *Nelumbium nympheoides*, als Süsswassergewächse; drei Arten, *Equisetites Erbreichii*, *Typhaeloipum haeringianum* und *Vaccinium acheronticum*, als Sumpfpflanzen, die übrigen als eigentliche Festlandpflanzen im engeren Sinne betrachtet werden.

Diese letzteren können wir weiters, auf Grundlage der von ihren zunächst verwandten jetzt lebenden Gewächsen bekannten Vegetationsbedingungen, in folgende Gruppen nach der muthmasslichen Beschaffenheit ihres Wohnortes abtheilen.

An dünnen, sandigen oder felsigen, über das Meeresniveau nur wenig erhabenen Stellen wuchsen: die Santalum-Arten, einige Proteaceen, vorzüglich *Petrophiloides Richardsoni*, Banksien und vielleicht einige

kleinblättrige Sapotaceen und Myrtaceen. Auffelsigen, buschigen Anhöhen oder solchen Abhängen der Hügel und niederen Berge oder an ähnlichen Orten der Thäler konnten vorzüglich die Daphnogene- und Laurus-Arten, die Flabellarien, Arten von Adiantum und Pisonia, *Araucarites Sternbergii*, die Mehrzahl der Proteaceen, besonders Banksia- und Dryandra-Arten, einige Celastrineen, die Sterenlia, die meisten Sapotaceen, Eriaceen, Rhamneen, Myrtaceen und Leguminosen sich vergesellschaften; während *Artocarpidium Ephialtae*, *Apocynophyllum plumieriaefolium*, *Dombeyopsis Philypae*, die Ficus-Arten, diesen eingereiht und untergeordnet einige Cassieen, schlingende Celastrineen, *Malpighiastrum dalmaticum* und Filices, die Hauptbestandtheile der dichterem und feuchten Wälder der fossilen Flora des Monte Promina bildeten.

Ergibt sich aus der Vergleichung dieser Flora mit den Florengbildern der Jetztwelt einerseits der rein tropische Charakter, wie er nur an den als eocen bestimmten Tertiärfloren bis jetzt erkannt worden ist, so stellt sich andererseits durch die Vergleichung unserer Flora mit den bekannten tertiären Localfloren (siehe beifolgende Tabelle) ihre grosse Ähnlichkeit mit den Floren von Sotzka und von Häring evident heraus, während die Verschiedenheit ihres Charakters von dem der Floren von Parschlug, Bilin, Radoboj, Wien und anderer Miocenfloren eben so entschieden hervorgeht. Schon auf den ersten Blick fällt, wie bei den erstgenannten Floren, das Vorwiegen der schmalen lederartigen, am Rande gezähnten Proteaceen und der ebenfalls schmalen ganzrandigen derben Blätter von Myrtaceen auf, vieler anderer Repräsentanten der neuholländischen Vegetation nicht zu gedenken, die bei näherer Untersuchung sich zu erkennen geben. Breite Blattformen mit bogenlängiger Nervation und eigentliche Randläufer, welche die Miocengebilde vorwiegend charakterisiren, kommen hier selten zum Vorschein; die ersteren entsprechen meist tropischen Dikotyledonen, als: Ficus, Artocarpus, Dombeya, einigen Geschlechtern der Laurineen, Apocynaceen, Malpighiaceen u. s. w. Im Ganzen trägt diese Flora so wie die von Sotzka, Häring und Sagor den Typus der neuholländischen Vegetation an sich.

Die dieser Flora eigenthümlichen Arten fallen zum grössten Theile solchen Geschlechtern zu, welche überhaupt in der Flora der Tertiärperiode vorzugsweise repräsentirt sind. Doch mahnen einige Formen niederer Gewächse, Florideen, Sphenopterideen, Pecopterideen, an die Flora der Kreidezeit.

Nach Erwägung dieser Ergebnisse können wir die oben erwähnte Ansicht Leopold von Buch's nicht theilen. Gleichzeitig mit der Fauna der Nummuliten-Formation sind die fossilen Floren von Monte Promina, Monte Bolea, Häring, Sotzka, Eperies und Sagor; den Faunen der Miocen-Periode entsprechen die Localfloren von Fohnsdorf, Parschlug, Leoben, Trofajach, Gleichenberg, Eibiswald, Wien, Schauerleiten bei Pitten, Bilin, Altsattel, Radoboj, Tokay, der niederrheinischen Braunkohlenformation, u. a.

Übersicht der Arten der fossilen Flora des Monte Promina, ihres Vorkommens und ihrer Analogien.

Anzählung der Arten.	Vorkommen in analogen Localfloren der Eocen-formation.			Vorkommen in anderen Tertiär-Floren.	Analogien in vorweltlichen Floren.	Analogien in der Flora der Jetztwelt.
Regio Thallophyta.						
Classis Algae.						
Ordo Confervaceae.						
<i>Confervites capilliformis</i> Ett.	Häring	—	—	<i>C. bilinicus</i> Ung. Bilin.	Conferva-Arten. Süsswasserb.
Ordo Florideae.						
<i>Sphaerococcites flabelliformis</i> Ett.	—	—	—	<i>Sphaerococcites alveicornis</i> Ett. Häring.	
<i>Delesserites sphaerococcoides</i> Ett.	—	—	—	<i>Del. alata</i> u. <i>sinuosa</i> .
<i>Chondrites dalmaticus</i> Ett.	—	—	—	<i>Ch. Turgionii</i> Sterb. Kreide- und Neococen-F.	<i>Chondria</i> sp. pl.

Aufzählung der Arten.	Vorkommen in analogen Localflora der Eocen- formation.			Vorkommen in anderen Tertiär- Floren.	Analogien in vor- weltlichen Floren.	Analogien in der Flora der Jetztwelt.
Regio Cormophyta.						
Sectio I. Acrobrya.						
Ordo Equisetaceae.						
<i>Equisetites Erbreichii</i> ETT.	—	—	—	<i>Equis. Braunii</i> Ung. Parsehlug, Kindbg., Piesting, Oeningen.	<i>Equisetum</i> -Arten.
Ordo Sphenopterideae.						
<i>Sphenopteris eocenica</i> ETT.	—	—	—	<i>Sph. recentior</i> Ung. Radoboj.	
<i>Adiantites Schlehani</i> ETT.	—	—	—	<i>Adiant. Freyeri</i> Ung. Radoboj.	<i>Adiant. subcordatum</i> Swartz. Brasilien.
Ordo Polypodiaceae.						
<i>Goniopteris dalmatica</i> A. Braun.	—	—	—	Cilli in Untersteier- mark, Eocen-F.	<i>Gon. Braunii</i> ETT.	<i>Aspidium Eckloni</i> Kunze. Cap.
„ <i>polypodioides</i> ETT.	—	—	—	<i>Gon. stiriaca</i> Brong.	<i>Goniopter. prolifera</i> Presl.
<i>Blechnum Braunii</i> ETT.	—	—	—	<i>Taeniopteris dentata</i> Sternb.	<i>Blechnum striatum</i> R. Brown. Neuhol.
Sectio II. Amphibrya.						
Ordo Najadeae.						
<i>Caulinites articulatus</i> ETT.	Häring	—	—	<i>Z. marina</i> Ung. Radoboj.	Zostera-Arten.
<i>Zosterites affinis</i> ETT.	Häring	—	—		
Ordo Typhaceae.						
<i>Typhaeolipum haeringianum</i> ETT.	Häring	—	—	<i>T. maritimum</i> Sagor, Radob., Bilin. Oening.	
Ordo Palmae.						
<i>Flabellaria raphifolia</i> Stbg.	Häring	Sotzka	—	Lausanne i. d. Schweiz, Aix, Vinnacourt in Frankr.; Mioe.-F.		
„ <i>Latania</i> Rossm.	—	—	—	Altsattel, Böhmen Ra- doboj, Bonn; Mioe- cen-F.		
Sectio III. Acramphibrya.						
Ordo Abietineae.						
<i>Araucarites Sternbergii</i> Göpp.	Häring	Sotzka	—	Stein und Laak in Krain, Kostenblatt, Wittingau in Böh- men, Blocksberg bei Ofen; Mioe.-F.		
Ordo Moreae.						
<i>Ficus dalmatica</i> ETT.	—	—	—	{ <i>F. Hydrachos</i> Ung. } { <i>F. pannonica</i> ETT. }	Mehrere Ficus-Arten.
„ <i>Jynæ</i> Ung.	Häring	Sotzka	—			
„ <i>Morloti</i> Ung.	—	Sotzka	—			
Ordo Artocarpeae.						
<i>Artocarpidium Ephidullae</i> ETT.	—	—	—	<i>A. integrifol.</i> Ung. Sotzka, Häring.	
Ordo Nyctagineae.						
<i>Pisonia eocenica</i> ETT.	Häring	Sotzka	Sagor	{ <i>Pisonia Brunoniana</i> Endl. Norfolk. <i>Pisonia aculeata</i> L. Amer. trop.

Aufzählung der Arten.	Vorkommen in analogen Localfloraen der Eocenformation.			Vorkommen in anderen Tertiär-Floraen.	Analogien in vorweltlichen Floraen.	Analogien in der Flora der Jetztwelt.
	Häring	Sotzka	Sagor			
Ordo Laurineae.						
<i>Daphnogene polymorpha</i> Ett.	Häring	Sotzka	Sagor	Radoboj, Fohnsdorf, Arnfels, Eibiswald, Leoben, Parsehlug, Wildshuth, Wien, Altsattel, Bilin, Swoszowieze, Erlau, St. Gallen, Oeningen, Mombach, Salzhausen, Bonn; Mioe.-F.		} Ostindische Cinnamonum-, Camphora u. Litsaea-Arten.
„ <i>lanccolata</i> Ung.	Häring	Sotzka	Sagor			
„ <i>grandifolia</i> Ett.	Häring	Sotzka	—			
„ <i>cinnamomifolia</i> Ung.	Häring	—	—	Radoboj, Parsehlug, Altsattel, Bonn, Oeningen; Mioe.-F.		
<i>Laurus Lalages</i> Ung.	Häring	Sotzka	Sagor			
„ <i>pachyphylla</i> Ett.	—	—	—		<i>L. Swoszowie.</i> Ung. Swoszow., Wien etc.	
Ordo Santalaceae.						
<i>Santalum acheronticum</i> Ett.	Häring	Sotzka	Sagor	Parsehlug, Radoboj, Erdöbénye h. Tokay.		<i>Santalum</i> sp. Neuh.
„ <i>salicinum</i> Ett.	Häring	Sotzka	Sagor			{ <i>Sant. obtusifolium</i> Brown. Neuholl. <i>Sant. Preissianum</i> Miq. Neuholland. <i>Sant. lanceolatum</i> R. Br. Neuholl. <i>Osyris</i> sp. pl.
„ <i>osyrium</i> Ett.	Häring	Sotzka	—			
Ordo Proteaceae.						
<i>Petrophiloides Richardsoni</i> Ett.	—	—	—	InselSheppy; Eoc.-F.		Petrophila- und Isopogon-Arten. Neuholland.
<i>Banksia longifolia</i> Ett.	Häring	Sotzka	Sagor	Fohnsdorf, Steierm.: Blocksberg b. Ofen; Mioe.-F.		<i>Banksia spinulosa</i> R. Brown. Neuholland.
„ <i>haeringiana</i> Ett.	Häring	Sotzka	Sagor		<i>B. prototypa</i> Ett. Niederschöna; K.-F.	<i>Banksia collina</i> R. Brown. Neuhol.
„ <i>Ungeri</i> Ett.	Häring	Sotzka	Sagor			{ <i>Banksia attenuata</i> R. Brown. Neuh. <i>Banksia littoralis</i> R. Brown. Neuh. <i>Banksia serrata</i> R. Brown. Neuh.
„ <i>dillenoides</i> Ett.	Häring	—	—			<i>B. dilleniacifolia.</i> Kn. et Sal.
<i>Dryandra Brongniartii</i> Ett.	Häring	—	—	Eperies, Ungarn; Eoc.-F.; Arnissan, Clermont, Schweiz; M.-F.	<i>Dryandra antiq.</i> Ett. Grünsand, Skandin.	<i>Dryandra formosa</i> R. Brown. Neuh.
<i>Dryandroides hakeaefolia</i> Ung.	Häring	Sotzka	—			
Ordo Apocynaceae.						
<i>Apocynophyllum plumeriaefolium</i> Ett.	—	—	—			Mehrere Plumeria- u. Allamanda-Arten.
Ordo Sapotaceae.						
<i>Bumelia oblongifolia</i> Ett.	—	—	—		<i>B. ambigua</i> Ett. Wien; Mioe.-F.	

Aufzählung der Arten.	Vorkommen in analogen Localfloraen der Eocen-Formation.			Vorkommen in anderen Tertiär-Floraen.	Analogien in vorweltlichen Floraen.	Analogien in der Flora der Jetztwelt.
	Häring	Sotzka	Sagor			
<i>Bumelia Oreadum</i> Ung.	Häring	Sotzka	Sagor	Radoboj, Fohnsdorf, Bonn; Mioec.-F.	<i>Bumelia nervosa</i> W. Trop. Amer.
<i>Sapotaciles Daphnes</i> Ett.	—	—	—	Parschlug, Schemnitz; Mioec.-F.	Sideroxylon- und Acharas-Arten.
„ <i>vaccinioides</i> Ett.	Häring	Sotzka	—	Bassia- und Bumelia-Arten.
„ <i>ambignus</i> Ett.	Häring	Sotzka	—	<i>Mimusops Caffra</i> E. May. Cap.
Ordo Ericaceae.						
<i>Andromeda protogaea</i> Ung.	Häring	Sotzka	Sagor	Heiligenkreuz, Szakadat, Wittingau; Mioec.-F.	<i>Andromeda eucalyptoides</i> D. Cand. Brasilien.
<i>Gautiera cocenica</i> Ett.	—	—	—	<i>Gaut. lignitum</i> Web. Bonn. Mioec.-F.	<i>Gautiera acuminata</i> Schlecht. Nordamerika.
<i>Vaccinium acheronticum</i> Ung.	—	Sotzka	—	Radoboj, Parschlug.	<i>Rhododendr. punctatum</i> Beh. Nordamerika.
<i>Rhododendron Saturni</i> Ett.	—	—	—	
Ordo Nelumbonae.						
<i>Nelumbium Buchii</i> Ett.	—	—	—	<i>Nelumb. speciosum</i> Willd. Asien.
„ <i>nymphucoides</i> Ett.	—	—	—	
Ordo Büttneriaceae.						
<i>Dombeyopsis Philyrae</i> Ett.	—	—	—	<i>Db. tiliacifolia</i> Ung. Sotzka, Eocen-F.; Oeningen, Bilin, Bonn, Kainberg, Tokay; Mioec.-F.	
„ <i>grandifolia</i> Ung.	—	—	—	Bilin, Leoben, Kainbg., Prevali, Willdshuth, Bonn.	
Ordo Stereuliaceae.						
<i>Stereulia Labrusca</i> Ung.	—	Sotzka	Sagor	<i>Stere. diversifolia</i> G. Don. Neuholland.
Ordo Malpighiaceae.						
<i>Malpighiustrum dalmaticum</i> Ett.	—	—	—	
Ordo Celastrineae.						
<i>Celastrus Phlegthontis</i> Ett.	—	—	—	<i>Celastrus europaeus</i> Ung. Radoboj, Parschlug; Mioec.-F.	
„ <i>Andromedae</i> Ung.	—	Sotzka	—	<i>Celast. glaucus</i> Salt.
„ <i>orcophilus</i> Ung.	Häring	Sotzka	—	<i>Celastrus pachyphylus</i> Ett. Häring.	<i>Celastrus pterocarpus</i> D. Cand. Cap.
Ordo Rhamnaceae.						
<i>Rhamnus Roesleri</i> Ett.	—	—	—	Rhamnus- und Pomaderris-Arten.
<i>Ceanothus zizyphoides</i> Ung.	Häring	Sotzka	—	<i>Zizyphus incurva</i> Roxb. Neapel. <i>Zizyphus sinensis</i> Lam. Asien.

Aufzählung der Arten.	Vorkommen in analogen Localflora der Eocen-Formation.			Vorkommen in anderen Tertiär-Flora.	Analogien in vorweltlichen Flora.	Analogien in der Flora der Jetztwelt.
	Häring	Sotzka	Sagor			
Ordo Myrtaceae.						
<i>Callistmophyllum melaleucaeforme</i> Ett.	Häring	Sotzka	Sagor	{ <i>Callistemon glaucum</i> D. C. Neuh., <i>Callist. salignum</i> D. C. Neuh.
<i>Callistmophyllum diosmoides</i> Ett.	Häring	Sotzka	—	Melaleuca- u. Callistemon-Art., Neuh.
<i>Eucalyptus oceanica</i> Ung.	Häring	Sotzka	Sagor	<i>Eucalyptus haeringiana</i> Ett. Häring.	Mehrere Eucalyptus-Arten. Neuholland.
<i>Eugenia Apollinis</i> Ung.	Häring	Sotzka	Sagor	<i>Eugenia sinensis</i> . Asien, Neuholland.
Ordo Papilionaceae.						
<i>Dalbergia primaeva</i> Ung.	—	Sotzka	Sagor	<i>Dalbergia haeringiana</i> Ett.	<i>Mezoneurum Cumingianum</i> Fenzl Ins. Philipp.
<i>Sophora europaea</i> Ung.	Häring	Sotzka	Sagor	Radoboj, Erdöbénye b. Tokay; Mioc. F.	Caesalpinia-Arten.
<i>Caesalpinia norica</i> Ung.	—	Sotzka	—	Monte Bolea; Eoc. F.	<i>Caesalpinia sepiaria</i> Roxb. Ostindien.
„ <i>Haidingeri</i> Ett.	Häring	—	—	<i>Cassia coluteoides</i> Coll. Chili.
<i>Cassia ambigua</i> Ung.	Häring	—	—	Parsehlug, Fohnsd., Bilin, Wien, Radob., Tokay, Oeningen; Miocen.-F.	<i>Cassia ruseifolia</i> Jacq. Madeira.
„ <i>Zephyri</i> Ett.	Häring	—	—	{ <i>Cassia corymbosa</i> Linn. Trop. Am. <i>Cassia laevigata</i> Willd. Trop. Am.
„ <i>hyperborea</i> Ung.	Häring	Sotzka	Sagor	Parsehlug, Radoboj, Bonn; Miocen.-F.	Cassia-Arten.
„ <i>Dionis</i> Ett.	—	—	—	{ <i>Cassia micranthera</i> D. Cand. Brasil. <i>Cas. gemminiflora</i> Coll. Mexico.
„ <i>Phascolites</i> Ung.	Häring	Sotzka	—	Radoboj; Miocen.-F.	

Beschreibung der Arten.

REGIO I. THALLOPHYTA.

Ordo CONFERVACEAE.

Conferrites capilliformis Ettingsh.

Ettingshausen, tertiäre Flora von Häring in Tirol. Abhandlungen der k. k. geologischen Reichsanstalt, Bd. II, Abth. 3. Nr. 2, p. 25, Taf. 4, Fig. 1.

Taf. XIV, Fig. 4.

C. filamentis simplicibus elongatis tenuissimis, capillaceis, strictis, fragilibusque, fasciculatim aggregatis.

In schisto calcareo-margaceo ad montem Promina Dalmatiae, nec non in calcareo-bituminoso ad Haering Tirolis.

Diese Confervacee erhielt ich durch Herrn Bergmeister Schlehner nur in dem einzigen vorliegenden Exemplare. Sie theilt alle Charaktere mit dem von mir in den Eocen-Schichten von Häring aufgefundenen und a. a. O. beschrie-

benen *Confervites capilliformis*, daher ich dieselbe vorläufig der genannten Art jedoch mit der Bemerkung einreihe, dass erst vollständiger erhaltene Exemplare sichere Aufschlüsse über die systematische Stellung dieser Süsswasser-alge geben können.

Ordo FLORIDEAE.

Sphaerococcites flabelliformis Ettingsh.

Taf. I, Fig. 2, 3.

Sph. fronde plana vel subplicata, coriacea, flabelliformi, digitatim ramosa, ramis abbreviatis, fere lato-lanceolatis vel ovatis, longitudinaliter plicatis vel striatis.

In schisto calcareo-margaceo ad montem Promina.

Diese interessante Algen-Form mag in unserer vorweltlichen Flora häufiger vorgekommen sein, da aus den Schichten des Monte Promina eine grössere Anzahl von Fragmenten derselben gewonnen wurden.

Delesserites sphaerococcoides Ettingsh.

Taf. I, Fig. 1.

D. fronde plana, dichotome ramosa, tenue membranacea, ramis euneatis, ramulis lato-linearibus integerrimis, obtusis, sinu acutissimo divisus, ramis ramulisque nervo mediano pinnato percursis, venis simplicibus vel furcatis.

In schisto calcareo-margaceo ad montem Promina.

Die gabelspaltige Verästelung des flachen, fächerförmig ausgebreiteten Laubes erinnert an *Sphaerococcus*. Jedoch ist die Nervation des Laubes, der gefiederte an der Theilung der Äste und Ästchen gabelspaltige Mediannerv den Formen des genannten Geschlechtes fremd. Dieselbe kommt vielmehr einigen *Delesseria*-Arten zu. Unsere Art theilt den Habitus des Laubes mit *Delesseria alata*, die Nervation mit *D. sinuosa*.

Chondrites dalmaticus Ettingsh.

Taf. I, Fig. 4, 5.

Ch. fronde pinnatim ramosa, ramis simplicibus, elongatis, linearibus, aequalis, approximatis, inferioribus suboppositis, patentibus.

In schisto calcareo-margaceo ad montem Promina.

Die vorliegenden Fragmente einer *Chondrites*-Art, welche sich hier fanden, gleichen auf den ersten Blick so sehr den Formen des in den Schichten der Kreide und des Neocomien vorkommenden *Chondrites Targionii* Sternb., dass man geneigt sein könnte, selbe mit letzterer Art zu vereinigen. Bei näherer Vergleichung unserer Fossilreste mit einer hinreichenden Anzahl von Exemplaren des *Chondrites Targionii* spricht sich jedoch folgende nicht unbedeutende Differenz in der Tracht aus: die Äste des Laubes sind verhältnissmässig steifer und daher mehr gerade; die mittleren und unteren stehen sparrig, unter nahezu rechtem Winkel von der Spindel ab, unter einander fast parallellaufend. Dies ist schon an dem Fragmente Fig. 4, auffallend aber an Fig. 5, welches Exemplar den unteren Theil des Laubes darstellt, ersichtlich. Ausserdem stehen die Äste, wie es scheint ziemlich constant, sich fast gegenüber, was sogar bei den unteren, weiter von einander entfernten der Fall ist.

Die angegebenen Charaktere bestimmten mich, diese Formen als die Reste einer besonderen, mit der genannten Kreide-Alge zunächst verwandten *Chondrites*-Art zu betrachten.

REGIO II. CORMOPHYTA.**SECTIO I. ACROBRYA.**

Ordo EQUISETACEAE.

Equisetites Erbreichii Ettingsh.

Taf. I, Fig. 6, 7.

E. caule simpliciter, diametro 4—5 millim., articulo, tenuiter striato, articulis inaequilongis, vaginatis, vaginis brevissimis, tenuiter crenulatis, adpressis.

In schisto calcareo-margaceo ad montem Promina.

Von dem neuerlich auch in cocenen Schichten beobachteten *Equisetites Braunii* Ung. durch die sehr kurzen, fein gekerbten Scheiden leicht zu trennen. Ich benenne die Art zu Ehren des Herrn geheimen Bergrathes Erbreich in Berlin, welcher sich um die Aufsammlung der Pflanzenfossilien des Monte Promina verdient gemacht.

Ordo SPHENOPTERIDEAE.

Sphenopteris cocenica Ettingsh.

Taf. II, Fig. 5—8.

S. fronde bipinnata, pinnulis oblongis vel lanceolatis, acutis, inaequaliter inciso-dentatis vel pinnatifidis, erecto-patentibus, approximatis, dentibus aut lobis ovatis acutis, rarius obtusis, integerrimis vel crenulatis; nervis tenuibus pinnatis, nervulis furcatis.

In schisto calcareo-margaceo ad montem Promina.

Diese in den Pflanzenreste führenden Mergelschichten des Monte Promina nicht selten vorkommende Sphenopteris-Art hat auf dem ersten Blicke viele Ähnlichkeit mit der bis jetzt nur aus der Flora von Radoboj bekannten *Sphenopteris recentior* Ung., mit welcher sie auch Leopold v. Buch verwechselt zu haben scheint (siehe dessen „Lagerung der Braunkohlen in Europa“ Ber. d. k. Akademie der Wissenschaften zu Berlin, 1851, p. 686). Bei näherer Vergleichung unterscheidet sie sich aber von derselben leicht durch den nur zweifach-gefiederten Wedel und die länglichen oder lanzettlichen, spitzen, ungleichförmig eingeschnitten-gezähnten oder fiederspaltigen Fiederehen.

Adiantites Schlehani Ettingsh.

Taf. XIV, Fig. 3.

A. fronde pinnatim composita, pinnulis membranaceis, circ. 23 millim. longis, 17 millim. latis, sessilibus, subrotundis, basi cordatis, margine denticulatis vel integerrimis, venis flabellato-dichotomis.

In schisto calcareo-margaceo ad montem Promina.

Diese interessante Art, welche ich Herrn Director Schlehan, dem man die Aufsammlung und sorgfältige Aufbewahrung vieler und seltener Reste des Monte Promina zu verdanken hat, widme, unterscheidet sich von *Adiantites Freyeri* Ung. durch die rundlich-keilförmigen, an der Basis abgerundet-herzförmigen, am Rande fein- und entfernt-gezähnelten Fiederehen.

Einige Formen der vielgestaltigen Fiederehen der sterilen Wedel von *Adiantum subcordatum* Swartz aus Brasilien zeigen mit dieser Art sowohl in der Form als Nervation manche Ähnlichkeit.

Ordo POLYPODIACEAE.

Goniopteris dalmatica A. Braun.

Alex. Braun, über fossile Goniopteris-Arten, Zeitschrift d. deutschen geol. Gesellschaft, Jahrg. 1853, p. 558. Taf. 14, Fig. 2—4.

Taf. I, Fig. 8, 9.

G. fronde pinnata, pinnis anguste linearibus, breviter petiolatis, elongatis, 7—12 centm. longis, circ. 1 centm. latis, pinnatilobis, lobis triangularibus, obtusiusculis vel rotundatis; nervis secundariis e

nervo primario sub angulis 70—90° orientibus, pinnatis, ramulis alternantibus leviter curvatis, parallelis, infimis basilaribus.

In schisto calcareo-margaceo ad montem Promina, nec non ad Cilli Stiriae inferioris.

Die Reste dieses interessanten Farren, welche Herr Prof. Alex. Braun a. a. O. trefflich schildert und abbildet, gehören jedenfalls zu den häufigeren Pflanzenfossilien des Monte Promina, da alle Sendungen, welche mir von daher zukamen, dieselben in grosser Anzahl enthielten.

Herr Prof. Braun führt als Analoga seiner *Goniopteris dalmatica* eine Reihe von grösstentheils in den Tropen lebenden Filices an, als: *Aspidium gonylodes* Schkr. auf den Antillen und Surinam, *A. fecundum* Wall. aus Nepal, *A. Pollianum* Presl. aus Brasilien, *A. resiniferum* Kaulf. von den Sandwich-Inseln, *A. propinquum* R. Brown. aus Neuholland und *A. Eckloni* Kunze vom Cap. Die letztere Art steht der fossilen unstreitig am nächsten.

***Goniopteris polypodioides* Ettingsh.**

Taf. II, Fig. 1—4; Taf. III, Fig. 5.

G. fronde pinnata, rachide primaria sulcata, pinnis lineari-lanceolatis, breviter petiolatis, remote dentatis vel integerrimis; nervis secundariis 4—5 millim. inter se distantibus, minus distinctis, e nervo primario sub angulis 50—60° orientibus, pinnatis, ramulis alternantibus, leviter arcuatis, parallelis, infimis basilaribus; soris medio ramulorum insertis.

In schisto calcareo-margaceo ad montem Promina.

In den vorliegenden Wedelfragmenten eines Farren, welche in den Kalkmergelschichten am Barbara-Stollen bei Sieverich keineswegs selten vorkommen, ist ebenfalls das Geschlecht *Goniopteris* mit Sicherheit zu erkennen; und zwar haben wir hier entweder die *Goniopteris stiriaca* Brongn. oder eine neue, dieser sehr nahe verwandte Art vor uns. Erstere charakterisirt sich durch einen einfach gefiederten Wedel mit linealen, sitzenden, am Rande gesägten Fiedern und scharf hervortretenden, 2—3 Millm. von einander entfernten fiederästigen Secundärnerven, deren sanft gekrümmte Ästchen über ihrer Mitte die sehr kleinen Sporangienhäufchen tragen¹⁾.

Die hier in Betrachtung stehenden Formen kommen in allen diesen Merkmalen der bezeichneten Art sehr nahe, zeigen aber bei näherer Vergleichung folgende Abweichungen: Die Fieder des ebenfalls einfach gefiederten Wedels sind kurz gestielt (wie aus Fig. 1 und 2 ersichtlich), breitlanzettförmig, gegen die Spitze allmählich verschmälert, an der Basis wenig verschmälert oder abgerundet, am Rande entfernt-gezahnt oder fast ganzrandig. Die in Abständen von 4—5 Millm. entspringenden Secundärnerven sind feiner, treten weniger scharf hervor und werden nur durch die oft zwischenliegenden Falten bemerklicher. Hingegen sind die Fiederästchen derselben deutlicher ausgesprochen, dem unbewaffneten Auge stets erkennbar und tragen die Sporangienhäufchen in der Mitte oder selbst innerhalb derselben. Auf die eben erörterten Unterschiede hin glaube ich diese *Goniopteris*-Form von *G. stiriaca* trennen zu sollen.

Unter den jetzt lebenden Arten dürfte der *Goniopteris polypodioides* die *Goniopteris prolifera* Presl. am nächsten stehen.

***Blechnum Braunii* Ettingsh.**

Taf. XIV, Fig. 2.

B. fronde simpliciter pinnata, pinnis subcoriaceis, linearibus, elongatis, circ. 11 centm. longis, 1 centm. latis, margine subtilissime crenulatis; venis e costa mediana sub angulo acuto orientibus, tenuissimis, ereberrimis rectis, parallelisque; sporangia in soros lineales geminos, costae medianae utrinque parallelas continuos disposita.

In schisto calcareo-margaceo ad montem Promina.

Herr Prof. Braun erwähnt in seiner Schrift „über fossile *Goniopteris*-Arten“ l. c. S. 558 eines Farrenkrautes vom Monte Promina, welches er wegen seiner Ähnlichkeit mit *Taeniopteris dentata* Sternb., die nach fructificirenden,

¹⁾ Das von Unger in der *Iconographia plantarum fossilium* als *Goniopteris stiriaca* abgebildete Farrenfragment von Radoboj kann, da es eine vom Nerventypus des Geschlechtes *Goniopteris* wesentlich verschiedene Nervenbildung zeigt, sicherlich nicht hierher gehören.

im Berliner Museum aufbewahrten Exemplaren eine *Blechnum*-Art ist¹⁾, zu diesem Geschlechte bringt. Durch Herrn Director Schlehner zu Sieverich erhielt ich nun das hier abgebildete Fiederfragment eines Farren, welches wohl am besten mit *Blechnum*-Arten verglichen werden kann und sich von *Tacnopteris dentata* nur durch die schmälere Form der Fieder, die feine Zähnelung des Randes und die zahlreichen sehr genäherten Secundärnerven unterscheidet. Ich habe diese interessante, bis jetzt noch umbenannt gebliebene Art zu Ehren ihres ersten Entdeckers benannt.

Von den gegenwärtig lebenden *Blechnum*-Arten entspricht unserer Art in jeder Beziehung *Blechnum striatum* R. Brown (*Blechnopsis striata* Presl) aus Neuholland.

SECTIO II. AMPHIBRYA.

Ordo NAJADEAE.

Caulinites articulatus Ettingsh.

Ettingshausen, tertiäre Flora von Häring in Tirol, Abhandlungen der k. k. geolog. Reichsanstalt, Bd. II, Abthl. 3, Nr. 2, Seite 28, Taf. 4, Fig. 13—15.

C. caulibus ramosis, circ. 3 millm. latis, Equisetorum more articulatis, gracilibus, articulis aequalibus circ. 4 millm. longis, cicatricibus radicularum adventivorum tuberculatis, tuberculis infra articulationem insitis, verticillatis.

In schisto calcareo-margaceo ad montem Promina, nec non in bituminoso ad Haering.

Die dieser Bestimmung zu Grunde liegenden Exemplare stimmen bis auf die knötchenförmigen Narben der Adventivwurzeln mit den zu Häring vorkommenden des *Caulinites articulatus* genau überein.

Zosterites affinis Ettingsh.

Ettingshausen, tertiäre Flora von Häring in Tirol, l. c. p. 29, Taf. 4, Fig. 21, 22.

Taf. III, Fig. 1.

Z. caulibus striatis, nodosis, foliis anguste linearibus 1—2 millm. latis, nervosis, nervis pluribus tenuissimis parallelis vix distinctis.

In schisto calcareo-bituminoso ad Haering et ad montem Promina.

Das auf angegebener Tafel abgebildete Pflanzenpetrefact erhielt ich durch Herrn Rösler. Es zeigt dieselben Reste einer monokotyledonen Pflanze, welche ich auch zu Häring in Tirol fand und wegen ihrer Ähnlichkeit mit den Blattresten des *Zosterites marina* Ung. zu diesem Geschlechte stellte. Die Unterschiede derselben von der genannten Art habe ich bereits in der oben citirten Schrift angegeben, worauf ich hier verweise.

Ordo TYPHACEAE.

Typhueloipum haeringianum Ettingsh.

Ettingshausen, tertiäre Flora von Häring l. c. p. 30, Taf. 4, Fig. 20.

T. foliis lato-linearibus, integerrimis, striatis, striis crebris approximatis parallelis, septis transversis vix distinctis.

In schisto calcareo-margaceo ad montem Promina et in bituminoso ad Haering.

Wenn auch die nähere Bestimmung der mit obiger Bezeichnung aufgeführten, ebenfalls den Monokotyledonen angehörigen Fossilreste noch zweifelhaft ist, so stelle ich wenigstens die Thatsache fest, dass dieselben Reste, welche ich in den Schichten von Häring auffand und als *Typhueloipum haeringianum* beschrieb, auch in den Eocen-Mergeln des Monte Promina vorkommen.

¹⁾ Ich hatte bei einem Aufenthalte in Berlin durch die Güte des Herrn Prof. A. Braun Gelegenheit, mich von der Richtigkeit dieser Angabe nach eigener Anschauung zu überzeugen.

Ordo PALMAE.

***Flabellaria raphifolia* Sternb.**

Sternberg, Vers. I, Fase. 2, p. 32; Fase. 4, p. 34, Taf. 21. — Ettingshausen, tertiäre Flora von Häring in Tirol, l. e. p. 30, Taf. 1, Fig. 1—9; Taf. 2, Fig. 1—6; Taf. 3, Fig. 1—2.

Taf. III, Fig. 4; Taf. XIV, Fig. 1.

F. foliis longe petiolatis, flabellato-pinnatis vel ad petiolum usque multifidis, pinnis vel lobis longissimis planis, linearibus, numerosis, congestis, rhachide in plano anteriore brevi, obtusa vel convexa, in plano posteriore ovata vel lanceolata, acuta; nervis prominentibus, striatis, petiolo tereti, diametro $1\frac{1}{2}$ —3 centm.

Palmacites flabellatus Sehlth., Petref. p. 393.

Palmacites oxyrhachis Sternb., Vers. II, Taf. 42.

Flabellaria oxyrhachis Ung. in Mart. Gen. Palm., p. 61. — Gen. et spec. plant. foss., p. 330.

Flabellaria Martii Ung. in Mart. Gen. Palm., p. 62. — Gen. et spec. plant. foss. l. e.

Flabellaria haeringiana Ung., Chloris protog., p. 43, Taf. 14, Fig. 3. — Fossile Flora von Sotzka, Denkschriften der kais. Akademie der Wissenschaften, Bd. II, S. 175, Taf. 23, Fig. 10.

Flabellaria Lamanonis Brongn., Prodr. p. 121. — Ung. Gen. et spec. plant. foss., p. 331.

In schisto calcareo bituminoso ad Häring Tirolis, in margaceo ad Sotzka Stiriae inferioris, ad Lausannum Helvetiae ad Aix et Vinnaecourt Galliae, nec non ad montem Promina.

Unstreitig dasselbe Palmenblatt, welches besonders häufig und in wohl erhaltenen Exemplaren unter den Pflanzen der Eocenschichten von Häring erscheint und von welcher wir eine Reihe verschiedener Entwicklungs-Formen in oben citirter Schrift abbildeten. Hier, wie auch bei Sotzka scheint diese Palme sehr selten zu sein.

***Flabellaria Latania* Rossm.**

Rossmäessler, Beitr. zur Versteinerungskunde, Hft. I, p. 39, Taf. 11, Fig. 49. — Sternberg, Vers. II, p. 195, Taf. 40, Fig. 2.

Taf. III, Fig. 2, 3; Taf. IV, Fig. 1—3.

F. foliis longe petiolatis, laciniis rhachidi cylindricae, elongato-acuminatae sexpollicari insidentibus numerosis congestis longissimis linearibus, basi saepe ultra dimidiam unitis, induplicateis, nervis secundariis plurimis approximatis, petiolo compresso, valido, dorso vero sulcato.

In calcareo-margaceo formationis eocenicae ad montem Promina, in arenaceo lignitum ad Altsattel Bohemiae, ad Rott prope Bonnam, nec non ad Radoboium Croatiae.

Die hier abgebildeten und einige andere Blattfragmente einer Palme, die sich am Monte Promina fanden, stimmen mit den in der Braunkohlen-Formation von Altsattel nicht selten erscheinenden Fragmenten der *Flabellaria Latania*, von welcher ich auf Taf. IV einige Exemplare zur Vergleichung beigelegt habe, so genau überein, dass ich an ihrer Identität mit genannter Species kaum zweifeln kann. Leider konnte ich bis jetzt kein vollständigeres Fragment erhalten, um diese in der Tracht des Blattes ausgezeichnete Art für die Flora des Monte Promina mit grösserer Sicherheit nachzuweisen.

SECTIO III. ACRAMPHIBRYAE.

Ordo ABIETINEAE.

***Araucarites Sternbergii* Göpp.**

Göppert in Bronn's Geschichte der Natur, III, 2, p. 41. — Monographie der fossilen Coniferen, p. 236, Taf. 44, Fig. 1. —

Unger, foss. Flora von Sotzka, Denkschriften der kais. Akad. der Wissenschaften, Bd. II, p. 157, Taf. 24, Fig. 1—14;

Taf. 25, Fig. 1—7. — Ettingshausen, tertiäre Flora von Häring, Abhandlungen der k. k. geol. Reichsanstalt, Bd. II, Abthl. 3, Nr. 2, p. 36, Taf. 7, Fig. 1—10; Taf. 8, Fig. 1—12.

Taf. V, Fig. 1—3.

A. strobilis subglobosis, squamis numerosissimis, acumine recurvis, circ. 1 centm. longis, 2—3 millm. latis, imbricatis; ramis sparsis elongatis; foliis ovatis, ovato-lanceolatis, acutis vel acuminatis, sub-falcatis, basi decurrentibus, imbricatis, apice patentibus.

Araucarites Goeperti Sternb., Vers. II, p. 204. — Göppert, Monographie der fossilen Coniferen, p. 236, Taf. 44, Fig. 2.

Cystoscirites dubius Sternb., Vers. II, Taf. 9, Fig. 5, 6; Taf. 17, Fig. 1.

Cystoseirites taxiformis Sternb., Vers. II, Taf. 18, Fig. 1—3.

Juniperites cespitosa Brongn., Transact. of Geol. Soc., VII, p. 373.

Lycopodites cespitosus Schloth., Petref., p. 416.

In schisto calcareo-bituminoso formationis eocenicae ad Haering, in calcareo-margaceo ad Sotzka Stiriae inferioris et ad montem Promina Dalmatiae; in schisto margaceo formationis miocenicae ad Stein et Laak Carnioliae, ad Kostenblatt prope Bilinum et ad Wittingau Bohemiae, nec non ad Blocksberg prope Budam Hungariae.

Die Reste dieser Conifere kommen am Monte Promina in gleicher Häufigkeit wie zu Sotzka und Häring vor. Die schlanken verlängerten Ästchen, die spitzen Winkel ihrer Einfügung und die oft verkürzten, weniger abstehenden Blätter — Merkmale, welche, wie ich bereits in meiner tertiären Flora von Häring l. c. erwähnte, die Art mehr mit *Dacrydium cupressinum* als mit *Araucaria excelsa* theilt — sind an den hier abgebildeten Exemplaren sehr deutlich ausgesprochen.

Ordo MOREAE.

Ficus daluatica Ettingsh.

Taf. VII, Fig. 11.

F. foliis petiolatis, ovatis utrinque acutis, membranaceis, integerrimis, nervatione camptodroma, nervo primario versus apicem sensim evanescente, nervis secundariis infimis suprabasilaribus, sub angulo 30°. reliquis sub angulis obtusioribus orientibus, apice ramosis, nervis tertiariis tenuissimis rete laxum formantibus. Longt. circ. 6 centm., lat. 2 centm.

In schisto calcareo-margaceo ad montem Promina.

Dem Habitus nach dürfte dieses Blatt dem Geschlechte *Ficus* zufallen. Die grundständigen Nerven entspringen unter spitzerem Winkel als die übrigen Secundärnerven, welche, spärliche Tertiärnerven absendend, ein Blattnetz zwischen sich fassen, das auch den einiger *Ficus*-Arten sehr ähnlich ist. Übrigens spricht weder die Form des Blattes noch seine membranöse Textur gegen die gewählte Geschlechtsbestimmung. Unter den vorweltlichen für *Ficus*-Formen erkannten Blättern sind zwei zu erwähnen, die sich mit unserer Art, besonders im Typus der Nervation nahe verwandt zeigen. Die eine ist *Ficus Hydrarchos* Ung. aus der fossilen Flora von Sotzka, die andere *Ficus pannonica* Ettingsh. der fossilen Flora von Tokay angehörend. Von beiden Formen unterscheidet sie sich durch den ganzen, weder buchtigen noch gezähnten Rand und die schmalere, mehr zugespitzte Form des Blattes hinlänglich.

Ficus Jyux Ung.

Unger, Gen. et spec. plant. foss., p. 413. — Die foss. Flora von Sotzka, Denkschriften der kais. Akademie der Wissenschaften, Bd. II, p. 163, Taf. 33, Fig. 3. — Ettingshausen, tertiäre Flora von Häring in Tirol, Abhandlungen der k. k. geol. Reichsanstalt, Bd. II, Abthl. 3, Nr. 2, p. 41, Taf. 10, Fig. 6, 8.

F. foliis longe petiolatis, coriaceis ovato-oblongis vel ellipticis, obtusiusculis vel acutis, integerrimis margine saepe undulatis, penninerviis; nervatione camptodroma, nervis secundariis approximatis e nervo primario crasso sub angulis 70—80° orientibus, marginem versus arenatis et inter se conjunctis. Longt. 5—12 centm., lat. 2—6 centm.

Rhamnus Eridani Ung., Gen. et spec. plant. foss., p. 463. — Die fossile Flora von Sotzka, l. c. p. 178, Taf. 52, Fig. 4—6.

In schisto margaceo ad Sotzka et ad montem Promina, nec non in bituminoso ad Haering.

Eine wie es scheint ausschliesslich der Eocen-Formation angehörige Species, als deren eigentlicher Vegetationsherd die fossile Flora von Sotzka betrachtet werden muss. Hier und aus Häring in Tirol ist sie nur in wenigen Blattfragmenten erhalten worden.

Ficus Morloti Ung.

Unger, die fossile Flora von Sotzka, Denkschriften der kais. Akademie der Wissenschaften, Bd. II, p. 164, Taf. 33, Fig. 1.

F. foliis ovatis, circ. 25 centm. longis, 15 centm. latis, petiolatis integerrimis, apice rotundatis, nervatione camptodroma, nervo primario valido, nervis secundariis circ. 3—4 centm. inter se remotis, sub angulis 55—70° orientibus, subsimplicibus, alternis.

In schisto margaceo ad Sotzka Stiriae inferioris et ad montem Promina.

Das Vorkommen dieser interessanten Species erwähnt schon Leopold v. Buch in der Anfangs citirten Schrift über die Lagerung der Braunkohlen in Europa. Durch Herrn Director Schleich zu Sieverich bekam ich ein Blatt-exemplar derselben, welches dem von Unger a. a. O. abgebildeten an Grösse nur wenig nachgibt.

Ordo ARTOCARPEAE.

Artocarpidium Ephialtae Ettingsh.

Taf. VII, Fig. 10.

A. foliis ovatis, petiolatis, integerrimis, nervatione camptodroma, nervo mediano debili, nervis secundariis tenuibus, approximatis, sub angulis 60—70° orientibus, nervis tertiariis rete laxum macrosynammatum formantibus.

In schisto margaceo ad montem Promina.

Ein eiförmiges, gestieltes, ganzrandiges Blatt von anscheinend derber Textur, mit feinen bogenläufigen, unter wenig spitzen Winkeln entspringenden, ziemlich genäherten Secundärnerven, welche ein lockeres, grossmaschiges Netz zwischen sich einschliessen. Die Charaktere und der Habitus dieses Blattes deuten auf eine Verwandtschaft mit den Moreen oder Artocarpeen. Eine Ähnlichkeit dieses Fossils mit manchen Formen des *Ficus Juvæ* ist nicht zu verkennen, jedoch ist es von genannter Art durch das grossmaschige Blattnetz sicher zu unterscheiden.

Ordo NYCTAGINEAE.

Pisonia cocenica Ettingsh.

Ettingshausen, tert. Flora von Häring in Tirol, Abhandlungen der k. k. geologischen Reichsanstalt, Bd. II, Abthl. 3, Nr. 2, p. 43, Taf. 11, Fig. 1—22.

P. floribus corymboso cymosis (?): ovario vel achenio elongato, lineari subelavato, laevi, pedicellato, pedicello filiformi; foliis coriaceis, obovatis vel obovato-ellipticis, saepe obliquis, in petiolum 5—10 millm. longum angustatis, apice obtusatis; nervatione dictyodroma, nervo mediano valido, nervis secundariis tenuibus, vix distinctis. Longt. fol. circ. 3—6 centm., lat. 1—2½ centm.

In schisto calcareo-bituminoso ad Häring, in schisto margaceo ad Sotzka et Tüffer Stiriae inferioris, ad Sagor Carnioliae nec non ad montem Promina.

Dieselben Blätter, welche ich unter angegebener Bezeichnung in meiner tertiären Flora von Häring a. a. O. beschrieben und in zahlreichen Exemplaren abgebildet habe, fanden sich auch hier vor. Ihre Ähnlichkeit mit Blättern einiger *Pisonia*-Arten ist zwar auffallend, jedoch die wenig charakteristische Form dieser Blätter allein nicht hinreichend, um auf die Vertretung des genannten Geschlechtes in der Flora der Vorwelt mit Sicherheit schliessen zu können. Dies wurde erst durch die Auffindung einer Frucht in den Schichten von Häring möglich. Obige Bestimmung gründet sich vorzüglich auf eine kleine Achene, welche mit den Achenen von *Pisonia subcordata* Swartz aus Brasilien sehr grosse Übereinstimmung zeigt.

Ordo LAURINEAE.

Daphnogene polymorpha Ettingsh.

Ettingshausen, Tertiärfloren der österreichischen Monarchie, S. 16, Taf. 2, Fig. 23—25. — Tertiäre Flora von Häring in Tirol, l. c. p. 43, Taf. 31, Fig. 4, 5, 11.

Taf. VI, Fig. 1—8; Taf. VII, Fig. 1—6.

D. foliis petiolatis, coriaceis e basi aequali saepius angustata lanceolatis vel oblongis, acuminatis vel obtusis, integerrimis, triplinerviis; nervatione aerodroma, nervis secundariis suprabasilaribus, extrorsum ramosis, reliquis minoribus, sub angulo 45° orientibus.

Ceanothus polymorphus A. Braun, Neues Jahrbuch für Mineralogie 1845, S. 171. — Unger, Chloris prot., p. 144, Taf. 49, Fig. 11. — Gen. et spec. plant. foss., p. 446. — Weber, Tertiärfloren der niederrhein. Braunkohlenformation, Palaeontographica von W. Dunker und H. v. Mayer, Bd. II, p. 92, Taf. 6, Fig. 4.

In formatione eocenica ad Haering, Sotzka, Tüffer, Sagor, ad montem Promina; in formatione miocenica ad Radobojum, Fohnsdorf, Arnfels, Eibiswald, Altsattel, Bilin, Swosowicze, Erlau, Parschlug, Leoben, Wildshuth, Vindobonam, Oeningen, St. Gallen, Mombach, Salzhausen, Bonnam et alibi.

Diese bekannte, von Leopold v. Buch ihrer grossen Verbreitung wegen als tertiäre Leitpflanze hingestellte Form erscheint in den Schichten des Monte Promina noch häufiger als zu Radoboj in Croatien. Es wurde hier zur Darstellung ihrer zahlreichen Abänderungen eine Reihe von Exemplaren abgebildet. Aus der Vergleichung derselben mit den Blättern von *Cinnamomum*, *Camphora*, *Litsaea* und anderen Geschlechtern erhellet wohl mit Evidenz ihre nahe Verwandtschaft zu den Laurineen.

***Daphnogene grandifolia* Ettingsh.**

Ettingshausen, tertiäre Flora von Häring in Tirol, Abhandlungen der k. k. geologischen Reichsanstalt, Bd. II, Abthl. 3, Nr. 2, p. 45, Taf. 31, Fig. 10.

Taf. VI, Fig. 9—12.

D. foliis petiolatis coriaceis, rigidis late ovato-oblongis, acutis vel obtusis, integerrimis triplinerviis; nervatione aerodroma, nervis secundariis suprabasilaribus, extrorsum ramosis, nervis tertiaris sub angulo recto vel subrecto exeuntibus. Longt. circ. 10—20 centm., lat. 6—10 centm.

In schisto margaceo ad Sotzka, Haering et ad montem Promina.

Diese Art erscheint in unserer Flora weit häufiger als in den reichhaltigen Floren von Häring und Sotzka. Da die Blätter sehr gross sind, so fanden sich meist nur Bruchstücke derselben vor, von welchen wir die vollständigsten auf cit. Tafel abbildeten.

***Daphnogene cinnamomifolia* Ung.**

Unger, Gen. et spec. plant. foss., p. 424. — Fossile Flora von Sotzka, Denkschriften der kais. Akademie der Wissenschaften, Bd. II, p. 168, Taf. 39, Fig. 7—9. — Ettingshausen, tertiäre Flora von Häring, l. c. p. 46, Taf. 31, Fig. 6—8.

Taf. VII, Fig. 8.

D. foliis coriaceis petiolatis, e basi aequali vel angustata ovalibus vel oblongis, obtusis vel acuminatis, margine integerrimis, triplinerviis; nervatione aerodroma, nervis secundariis suprabasilaribus, nervis tertiaris sub angulo recto vel subrecto exeuntibus, transversis, leviter curvatis.

In schisto margaceo formationis eocenicae ad Häring et ad montem Promina, in formatione miocenica ad Radobojum, Parschlug, Altsattel, Bonnam, Oeningen etc.

Fand sich nur in einigen wenigen Exemplaren mit den vorhergehenden Formen.

***Daphnogene lanceolata* Ung.**

Unger, Gen. et spec. plant. foss., p. 424. — Fossile Flora von Sotzka, l. c. p. 167, Taf. 37, Fig. 1—7. — Ettingshausen, tertiäre Flora von Häring, l. c. p. 46, Taf. 11, Fig. 23—26.

Taf. VII, Fig. 7.

D. foliis petiolatis lanceolatis acuminatis, basi producta parum constrictis, integerrimis triplinerviis, nervatione aerodroma, nervis suprabasilaribus subrectis simplicissimis.

In schisto margaceo formationis eocenicae ad Sotzka et Sagor, in calcareo-margaceo ad montem Promina, nec non in calcareo bituminoso ad Haering.

Nach der hier dargestellten Formenreihe der *Daphnogene polymorpha* dürften sich wohl gegründete Zweifel über die Geltung der *D. lanceolata* Ung. als selbstständige Art erheben. In der That ist die mehr gestreckte Form das einzige Merkmal, auf welches sich die in der Nervation von *D. polymorpha* durchaus nicht verschiedene *D. lanceolata* allenfalls stützt. Will man aber beide Formen als besondere Arten trennen, so kann man die von Unger in der fossilen Flora von Sotzka, l. c. Fig. 1—7, als *D. lanceolata* dargestellten Formen unmöglich zu Einer Art zählen, denn es ist nicht abzusehen, warum z. B. Fig. 5, ja selbst Fig. 1 und 2 an besagtem Orte sich von *D. polymorpha* (*Ceanothus polymorphus* A. Braun) spezifisch unterscheiden sollen. Nur Fig. 3, 4 und 6, durch die lang vorgezogene Spitze und die etwas verschmälerte Basis von der Erstgenannten verschieden, dürften die eigentliche *D. lanceolata* darstellen.

Die von uns auf Taf. VII, Fig. 3—6 abgebildeten Exemplare können immerhin als Übergangsformen zwischen beiden Arten gelten.

Laurus Lalages Ung.

Unger, fossile Flora von Sotzka, l. c. p. 169, Taf. 40, Fig. 6—9. — Ettingshausen, tertiäre Flora von Häring, l. c. p. 47.

L. foliis ovato-lanceolatis, utrinque attenuatis, longe petiolatis, integerrimis, subcoriaceis, nervatione camptodroma, nervis secundariis simplicibus curvatis, inferioribus approximatis, sub angulo recto vel subrecto, mediis et superioribus sub angulo acutiore orientibus. Longit. foliorum circ. 9—13 centm., lat. 3—3½ centm.

In schisto margaceo ad Sotzka, Sagor, ad Häring, nec non ad montem Promina.

Fand sich nur in wenigen Exemplaren, zumeist mit Fragmenten von *Goniopteris dalmatica* A. Braun.

Laurus pachyphylla Ettingsh.

Taf. VII, Fig. 9.

L. foliis ovato-oblongis, integerrimis petiolatis, basi obtusis, coriaceis rigidis; nervatione camptodroma, nervis secundariis validis subsimplicibus rectis, sub angulo acuto orientibus. Longt. circ. 7 centm., lat. 2½ centm.

In schisto calcareo-margaceo ad montem Promina.

Vorliegendes Blatt zeigt die Form der *Laurus Swosowicziana* Ung. und beiläufig die Nervatur der vorhergehenden Species. Von beiden muss es aber seiner auffallenden derblederartigen Beschaffenheit und der stark hervortretenden Secundärnerven wegen der Art nach getrennt werden.

Ordo SANTALACEAE.

Santalum acheronticum Ettingsh.

Ettingshausen, tertiäre Flora von Häring, l. c. p. 49, Taf. 12, Fig. 6—10.

S. foliis ovatis vel ovato-oblongis, obtusis, integerrimis, petiolatis, basi acutis, 22—34 millm. longis, 8—12 millm. latis, subcoriaceis; nervatione dietyodroma, nervo medio distincto, nervis secundariis simplicibus, sparsis, vix conspicuis.

Vaccinium acheronticum Ung. (ex parte), Gen. et spec. plant. foss., p. 440. — Fossile Flora von Sotzka, Denkschriften der kais. Akademie der Wissenschaften, Bd. II, Taf. 45, Fig. 2, 8, 9, 12, 14, 17.

In schisto margaceo formationis eocenicae ad Sotzka, ad Sagor, ad Häring, nec non ad montem Promina; in formatione miocenica ad Parschlug, ad Radoboj, nec non ad Erdöbénye prope Tokay.

Santalum salicinum Ettingsh.

Ettingshausen, tertiäre Flora von Häring, l. c. p. 49, Taf. 12, Fig. 3—5.

S. foliis subcoriaceis, 4—6 centm. longis, circ. 1 centm. latis, oblongo-lanceolatis, integerrimis, obtusis, basi in petiolum crassum angustatis; nervatione dietyodroma, nervo medio distincto, saepe infra apicem evanescente, nervis secundariis vix conspicuis.

In schisto calcareo-bituminoso ad Häring, in calcareo-margaceo ad Sagor, Sotzka, nec non ad montem Promina.

Santalum osyrinum Ettingsh.

Ettingshausen, tertiäre Flora von Häring, l. c. p. 49, Taf. 12, Fig. 14—18.

Taf. IX, Fig. 3.

S. foliis lanceolatis acutis margine integerrimis, basi in petiolum brevem angustatis, coriaceis, 26—40 millm. longis, 7—10 millm. latis; nervatione hyphodroma, nervo medio distincto.

In schisto margaceo ad Sotzka Stiriae, ad montem Promina, nec non in calcareo bituminoso ad Häring.

Ordo PROTEACEAE.

Petrophiloides Richardsonsii.

Ettingshausen, die Proteaceen der Vorwelt, Sitzungsberichte der kais. Akademie der Wissenschaften, Bd. VII, 1851, p. 712.

P. strobilis ovoideis vel cylindricis $1\frac{1}{2}$ —4 centm. in diametro longitudinali, 1—3 centm. in diametro transversali metentibus, squamis confluentibus, apicibus subgibbosis vel depressis; seminibus compressis ovatis, obtusis, bilobis.

Petrophiloides Richardsonsii Bowerb., Hist. of the foss. fruits and seeds of the London-clay, I, p. 44, Taf. 9, Fig. 9—15; Taf. 10, Fig. 5—8.

Petrophiloides cylindricus Bowerb., l. c. p. 48, Taf. 9, Fig. 18, 19.

Petrophiloides conoidens Bowerb., l. c. p. 48, Taf. 9, Fig. 26.

Petrophiloides ellipticus Bowerb., l. c. p. 49, Taf. 9, Fig. 21.

Petrophiloides cellularis Bowerb., l. c. p. 47, Taf. 9, Fig. 16, 17.

In argilla londinensi ad littora Swale Cliff et Iterne-Bay insulae Sheppy, nec non in calcareo-margaceo ad montem Promina Dalmatiae.

Banksia longifolia Ettingsh.

Ettingshausen, Proteaceen der Vorwelt, Sitzungsberichte, l. c. p. 730, Taf. 31, Fig. 19. — Tertiäre Flora von Häring, l. c. p. 53, Taf. 15, Fig. 11—26.

Taf. VII, Fig. 12—14; Taf. VIII.

B. foliis anguste linearibus, basi in petiolum attenuatis, margine remote denticulatis; nervatione dietyodroma, nervo primario distincto, nervis secundariis tenuissimis, sub angulo recto orientibus, reticulatis.

Myrica longifolia Ung., Gen. et spec. plant. foss., p. 396. — Foss. Flora v. Sotzka, Denkschriften der kais. Akademie der Wissenschaften, Bd. II, S. 159, Taf. 27, Fig. 2; Taf. 28, Fig. 1.

Myrica Ophir Ung., Gen. et spec. plant. foss., p. 396. — Fossile Flora von Sotzka, l. c. Taf. 27, Fig. 12—16.

In schisto margaceo formationis coenicae ad Sagor, Sotzka, Haering et ad montem Promina, in formatione mioeenica ad Fohnsdorf Stiriae superioris, nec non ad Bloeksberg prope Budam.

Banksia haeringiana Ettingsh.

Ettingshausen, Proteaceen der Vorwelt, l. c. p. 731, Taf. 31, Fig. 17, 18. — Tertiäre Flora von Häring, l. c. p. 54, Taf. 16, Fig. 1—25.

Taf. VII, Fig. 16.

B. foliis lanceolatis vel lineari-lanceolatis, subcoriaceis, basi in petiolum attenuatis, margine argute serrato-denticulatis; nervatione dietyodroma, nervo primario distincto, nervis secundariis tenuissimis sub angulis 65 — 80° orientibus, areuatis, marginem versus adseendentibus.

Myrica haeringiana Ung., Gen. et spec. plant. foss., p. 395. — Foss. Flora v. Sotzka, l. c. p. 160, Taf. 27, Fig. 11; Taf. 28, Fig. 8. In schisto margaceo formationis coenicae ad Sotzka, ad Sagor, ad Haering, nec non ad montem Promina.

Banksia Ungerii Ettingsh.

Ettingshausen, Proteaceen der Vorwelt, l. c. p. 731. — Tertiäre Flora von Häring, l. c. p. 54, Taf. 17, Fig. 1—22; Taf. 18, Fig. 1—6.

B. foliis lineari-lanceolatis vel linearibus, coriaceis, in petiolum attenuatis, margine argute serrato-crenatis; nervatione dietyodroma, nervo primario distincto, nervis secundariis numerosis, tenuissimis, approximatis, sub angulo recto vel subrecto orientibus.

Phyllites ambiguus Sternb., Vers. I, Fase. 4, Taf. 42, Fig. 1.

Myrica banksiaefolia Ung., Gen. et spec. plant. foss., p. 395. — Fossile Flora von Sotzka, Denkschriften der kais. Akad. der Wissenschaften, Bd. II, p. 160, Taf. 27, Fig. 3, 4.

Myrica speciosa Ung., Gen. et spec. plant. foss., p. 396. — Fossile Flora von Sotzka, l. c. p. 161, Taf. 28, Fig. 7.

In schisto margaceo formationis coenicae ad Sotzka, ad Sagor, ad Haering, nec non ad montem Promina.

Bauksia dillenoides Ettingssh.

Ettingshausen, Proteaceen der Vorwelt, l. e. p. 732. — Tertiäre Flora von Häring, l. e. p. 53, Taf. 18, Fig. 7.

Taf. IX, Fig. 5—9.

B. foliis oblongo-lanceolatis, coriaceis, basi in petiolum angustatis, margine serrato-erenatis; nervatione dictyodroma, nervo primario valido, nervis secundariis tenuibus, 2—5 millm. distantibus, sub angulo subrecto orientibus.

In schisto calcareo-bituminoso ad Häring, in calcareo-margaceo ad montem Promina.

Dryandra Brongniartii Ettingssh.

Ettingshausen, Proteaceen der Vorwelt, l. e. p. 734, Taf. 32, Fig. 1—8. — Tertiäre Flora von Häring in Tirol, l. e. p. 55, Taf. 19, Fig. 1—26.

Taf. XIV, Fig. 5—6.

D. foliis linearibus vel lineari-lanceolatis, acuminatis, coriaceis, basi in petiolum angustatis, alternim pinnatifidis, laciniis triangularibus, vel subrhombis, acutiusculis, 2—4 nervis; nervatione dictyodroma, nervis tenuissimis, sub angulis 65—80° orientibus.

Comptonia dryandraefolia Brongn., Prodr. p. 143, 214. — Ann. des scienc. natur. Tom. IV, p. 49, Taf. 3, Fig. 7. — Unger, Gen. et spec. plant. foss., p. 393.*Comptonia breviloba* Brongn., Transact. of Geol. Soc. Vol. VII, p. 373. — Unger, Gen. et spec. plant. foss., p. 394. — Fossile Flora von Sotzka, Denkschriften der kais. Akademie der Wissenschaften, Bd. II, p. 162, Taf. 29, Fig. 2.*Aspleniopteris Schrankii* Sternb., Vers. I, Fasc. 4, p. 22, Taf. 24, Fig. 2.

In formatione tertiaria ad Eperies Hungariae, ad Häring Tirolis, ad montem Promina Dalmatiae, ad Armissan prope Narbonne, ad montem Gergovia prope Clermont Galliae, nec non in pluribus locis Helvetiae.

Dryandroides hakeaefolia Ung.

Unger, Gen. et spec. plant. foss., p. 428. — Fossile Flora von Sotzka, l. e. p. 169, Taf. 27, Fig. 5, 8, 10; Taf. 44, Fig. 7—10. — Ettingshausen, Proteaceen der Vorwelt, l. e. p. 738. — Tertiäre Flora von Häring, l. e. p. 56, Taf. 20, Fig. 1, 2.

Taf. VII, Fig. 15.

D. foliis elongato-lanceolatis, in petiolum attenuatis, remote dentatis, coriaceis, dentibus parvis inaequalibus, nervatione hyphodroma, nervo primario distincto.

In schisto margaceo formationis eocenicae ad Sotzka, Häring et ad montem Promina.

Ordo APOCYNACEAE.

Apocynophyllum plumeriaefolium Ettingssh.

Taf. IX, Fig. 14.

A. foliis oblongis breviter petiolatis, integerrimis versus basin angustatis; nervatione camptodroma, nervis secundariis validis, approximatis, e nervo primario valido sub angulis 70—85° orientibus, simplicibus. Longt. circ. 7 centm., lat. 2¹/₂ centm.

In schisto calcareo-margaceo ad montem Promina.

Dieses Blatt ist seiner charakteristischen Nervation wegen nicht schwierig zu deuten. Aus dem starken Primärnerven entspringen hogenläufige, ziemlich stark ausgeprägte Secundärnerven unter wenig spitzen oder nahe rechtem Winkel. Dieselben sind genähert, einfach, zeigen einen schwach welligen Verlauf und bilden erst in der Nähe des Blattrandes einen kleinen Bogen. Zwischen den Secundärnerven liegt ein lockeres Netz, welches jedoch nur an wenigen Stellen erhalten ist und dessen Nerven erster Ordnung aus den secundären Nerven unter rechtem Winkel entspringen. Die länglich-verkehrt-ovale, ganzrandige Form und die ziemlich derbe Textur des Blattes in Combination mit der beschriebenen Nervation finden wir beinahe ausschliesslich und in zahlreichen Fällen in der Ordnung der Apocynaceen, wo Blätter von Plumeria-, Allamanda- und andere Arten sehr grosse Übereinstimmung darbieten.

Ordo SAPOTACEAE.

Bumelia oblongifolia Ettingsh.

Taf. IX, Fig. 2.

B. foliis coriaceis, breviter petiolatis, cuneiformibus, integerrimis, apice rotundatis; nervatione dietyodroma, nervo primario valido, nervis secundariis tenuibus sub angulo acuto orientibus. Longt. circ. 5—6 centm., lat. 2 centm.

In schisto calcareo-margaceo ad montem Promina.

Unterscheidet sich von den Blättern der nachfolgenden Art durch die länglich-keilige Form und die angegebene Nervation, von der ihr noch näher stehenden *Bumelia ambigua* durch die derbere Blatttextur und die unter minder spitzen Winkeln abgehenden Secundärnerven.

Bumelia Oreadum Ung.

Unger, Gen. et spec. plant. foss., p. 435. — Fossile Flora von Sotzka, l. e. p. 172, Taf. 43, Fig. 7—14. — Ettingshausen, tertiäre Flora von Häring, l. e. p. 64, Taf. 21, Fig. 19, 20.

B. foliis obovatis, obtusis, petiolatis, integerrimis, coriaceis; nervatione dietyodroma, nervis secundariis tenuissimis.

In schisto margaceo formationis eocenicae ad Sotzka, Sagor et ad montem Promina, nec non in calcareo-bituminoso ad Häring; in formatione mioecenia ad Radobojum, Fohnsdorf, ad Bonnam.

Sapotacites Daphnes Ettingsh.

Taf. IX, Fig. 10.

S. foliis petiolatis ovato-oblongis vel oblongo-lanceolatis, margine saepe revolutointegerrimis, coriaceis, rigidis, supra nitidis; nervatione dietyodroma, nervis secundariis tenuissimis, approximalis, rectis parallelisque, e nervo primario valido sub angulis 65—80° orientibus. Longt. circ. 5—9 centm., lat. 1½—3 centm.

Quereus Daphnes Ung., Chlor. protog., Taf. 31, Fig. 2, 3. — Gen. et spec. plant. foss., p. 402.

In schisto calcareo-margaceo formationis eocenicae ad montem Promina, in margaceo formationis mioeceniae ad Parschlug Stiria, nec non ad Schemnitz Hungariae.

Sapotacites vaccinioides Ettingsh.

Ettingshausen, tertiäre Flora von Häring, l. e. p. 63, Taf. 21, Fig. 10—16.

S. foliis obovatis, brevissime petiolatis vel sessilibus, integerrimis, coriaceis, apice obtuso saepius emarginatis, nervatione hyphodroma, nervo mediano solo conspicuo. Longt. 1½—2½ centm., lat. 4—7 millm.

In schisto calcareo-bituminoso ad Häring, in margaceo ad Sotzka, nec non ad montem Promina.

Sapotacites ambiguus Ettingsh.

Ettingshausen, tertiäre Flora von Häring, l. e. p. 63, Taf. 21, Fig. 25.

Taf. IX, Fig. 4.

S. foliis lanceolatis vel oblongis, petiolatis, integerrimis, coriaceis, rigidis, basi et apice acutis, nervatione hyphodroma, nervo mediano solo conspicuo. Longt. 3 centm., lat. 9 millm.

In schisto calcareo-bituminoso ad Häring, in margaceo ad Sotzka, nec non ad montem Promina.

Ordo ERICACEAE.

Andromeda protogaea Ung.

Unger, fossile Flora von Sotzka, l. e. p. 173, Taf. 64, Fig. 1—9. — Ettingshausen, tertiäre Flora von Häring, l. e. p. 64, Taf. 22, Fig. 1—8.

Taf. IX, Fig. 11.

A. foliis lineari-lanceolatis, elongatis, longe petiolatis, obtusiusculis, integerrimis, coriaceis, nervatione hyphodroma, nervo medio solo conspicuo. Longt. circ. 4—10 centm., lat. 1—2 centm.

In formatione eocenica ad Sotzka, Sagor, ad montem Promina, nec non ad Häring; in formatione mioecenia ad Heiligenkreuz prope Kremnitz, ad Szakadat Transsylvaniae, nec non ad Wittingau Bohemiae.

Gautiera eocenica Ettingsh.

Taf. IX, Fig. 12.

G. foliis coriaceis, ovato-lanceolatis, basi angustatis, integerrimis, nervatione camptodroma, nervo primario valido, nervis secundariis sub angulis 20—30° orientibus. Longt. circ. 7—8 centm., lat. 1½—2 centm.

In schisto calcareo-margaceo ad montem Promina.

Dieses Blatt verräth weniger seiner Form als der Nervation und der auffallend derben lederartigen Textur nach eine nicht geringe Ähnlichkeit mit der von O. Weber beschriebenen *Gautiera lignitum* aus den Braunkohlengebilden des niederrheinischen Tertiärbeckens. Auch die nordamerikanische *Gautiera acuminata* Schlecht., welche Weber mit der genannten fossilen Art vergleicht, stimmt besonders in der Nervation mit demselben überein. Ich stellte es aus diesem Grunde unter das bezeichnete Geschlecht und unterscheidete die Art, welcher dieses Blatt angehörte, von der Weher'schen durch die lanzettliche, an der Basis verschmälerte Form und die unter spitzeren Winkeln abgehenden Secundärnerven.

Vaccinium acheronticum Ung.

Unger, Gen. et spec. plant. foss., p. 440. — Fossile Flora von Sotzka, l. c. p. 173. Taf. 43, Fig. 1, 3, 4, 16.

V. foliis ovato-lanceolatis, obtusis, integerrimis, petiolatis, subcoriaceis; nervatione diatyodroma, nervo primario distincto, nervis secundariis subtilibus ramosisque. Longt. circ. 2—4 centm., lat. 5—12 millm.

In formatione eocenica ad Sotzka et ad montem Promina, in mioenica ad Parschlug et Radoboj.

Rhododendron Saturni Ettingsh.

Taf. IX, Fig. 1.

R. foliis lanceolatis basi rotundata sessilibus, integerrimis, coriaceis; nervatione diatyodroma, nervo primario valido, nervis secundariis tenuibus, apice ramosis. Longt. circ. 6—7 centm., lat. 2 centm.

In schisto calcareo-margaceo ad montem Promina.

Ein starres, lederartiges, sitzendes Blatt von lanzettlicher Form mit hervortretendem Median- und feinen ästigen unter wenig spitzen Winkeln abgehenden Secundärnerven. Blätter von Ericaceen, namentlich mehrerer Rhododendron-Arten, z. B. von *R. punctatum* Beh aus Nordamerika, zeigen mit demselben besonders dem Typus der Nervation nach grosse Ähnlichkeit.

Ordo NELUMBONAE.

Nelumbium Buchii Ettingsh.

Taf. X, Fig. 2, 3; Taf. XI, Fig. 1; Taf. XII.

N. foliis longe petiolatis, laminis natantibus, orbicularibus, peltatim petiolo crasso insertis, integerrimis, coriaceis; nervatione aspidodroma, nervis crassis, striatis, ramosis; ramis sub angulis acutissimis orientibus dichotomis.

In schisto calcareo-margaceo ad montem Promina.

Diese interessanten Pflanzenreste beurkunden sich unzweifelhaft als Blatttheile einer *Nelumbium*-Art. Die höchst wahrscheinlich sehr lang gestielten Blätter zeigen einen kreisrunden, vollkommen ganzrandigen Laminartheil von ziemlich derber, lederartiger Consistenz, der schildförmig und excentrisch einem dicken Stiele eingefügt ist. Die schildläufigen, von der ansehnlichen und etwas hervorragenden Einfügungsstelle des Stieles strahlenförmig auslaufenden Nerven sind mächtig hervortretend, steif, an der Spitze ästig; ihre Äste unter sehr spitzen Winkeln entspringend, fast parallel laufend, gabelspaltig. Mit der eben charakterisirten Form und Nervation stimmen die Blätter des Süßwasseransammlungen des wärmeren Asiens zierenden *Nelumbium speciosum* Willd. ziemlich überein. Entfernter stehen die Blattformen des nordamerikanischen *N. luteum* Willd.

Nelumbium nymphaeoides E t t i n g s h.

Taf. X, Fig. 1; Taf. XI, Fig. 2.

N. foliis longe petiolatis, subpeltatis basi sagittaeformibus, integerrimis, lobis obtusis, approximatis, subconniventibus; nervatione aspidodroma, nervis crassis, strictis, ramosis.

In schisto calcareo-margaceo ad montem Promina.

Unterscheidet sich von der vorhergehenden Art, welcher sie in der Nervation vollkommen gleicht, durch den spitzen, pfeilförmige Lappen bildenden Einschnitt an der Einfügungsstelle der Lamina.

Ordo BUETTNERIACEAE.

Dombeyopsis Philyrae E t t i n g s h.

Taf. IX, Fig. 13—16.

D. foliis rotundatis, integerrimis, coriaceis, nervatione camptodroma, nervis secundariis validis, arcuatis, suboppositis, superioribus simplicibus, vel apice ramosis, inferioribus et infimis extrorsum pinnatis. Longt. circ. 6 centm., lat. 5 centm.

In schisto calcareo-margaceo ad montem Promina.

Von der im Typus der Nervation übereinstimmenden *Dombeyopsis tiliaefolia* Ung. durch die gleiche, nicht herzförmig ausgeschnittene Basis und die derbe, lederartige Blatt-Consistenz wohl verschieden.

Dombeyopsis grandifolia U n g.

Unger, Gen. et spec. plant. foss., p. 447. — Fossile Flora von Sotzka, l. c. p. 173, Taf. 47, Fig. 1—2; Taf. 48, Fig. 1—2. E t t i n g s h a u s e n, fossile Flora von Willdsbuth, Sitzungsber. d. kais. Akad. d. Wissensch. IX. Bd. p. 40, Taf. 4, Fig. 1—2.

D. foliis dimidiato-cordatis, subpeltatis, integerrimis, magnis nervatione actinodroma, nervis 5—7, lateralibus extrorsum, mediano utrinque pinnato, venis intersticialibus rete laxum ex areolis pentagonalibus hexagonalibusque formantibus.

In schisto margaceo formationis eocenicae ad montem Promina, in formatione mioecenica ad Prevali Carinthiae, ad Bilinum Boemiae, ad Leoben et Kainberg Stiriae, ad Willdsbuth Austriae superioris, nec non ad Bonnam.

Ordo STERCULIACEAE.

Sterculia Labrusca U n g.

Unger, fossile Flora von Sotzka, l. c. p. 173, Taf. 49, Fig. 1—11.

Taf. XIV, Fig. 7.

S. foliis longe petiolatis, coriaceis, basi rotundatis vel subcordatis, trilobis, rarius bi- vel quinquelobis, lobis lanceolatis, acuminatis, integerrimis, lobo medio saepius productiore; nervatione actinodroma, nervis 2—5, nervis secundariis tenuissimis, simplicibus.

Laurus Labrusca Ung., Gen. et spec. plant. foss., p. 423.

Ficus caricoides Ung., fossile Flora von Sotzka, l. c. p. 163, Taf. 34, Fig. 8.

Platanus Sirii Ung., fossile Flora von Sotzka, l. c. p. 166, Taf. 36, Fig. 1.

Acer sotzkiannum Ung., (ex parte), fossile Flora von Sotzka, l. c. p. 173, Taf. 50, Fig. 1—3.

In schisto margaceo formationis eocenicae ad Sotzka, Sagor, nec non ad montem Promina.

Von dieser vielgestaltigen Form, welche wir aus den Mergeln von Sotzka in zwei-, drei- und fünflobigen Typen kennen gelernt haben, fanden sich hier nur wenige Exemplare. Das auf der angegebenen Tafel abgebildete stellt eine Mittelform zwischen den von Unger als *Acer sotzkiannum* und *Sterculia Labrusca* bezeichneten Blättern dar. Zahlreiche Übergangsformen zwischen diesen beiden, *Ficus caricoides* und *Platanus Sirii*, fanden sich zu Sotzka in Untersteiermark.

Ordo MALPIGHIACEAE.

Malpighiastrum dalmaticum Ettingsh.

Taf. XIII, Fig. 1.

M. foliis late lanceolatis, basin versus angustatis, integerrimis, coriaceis, nervatione camptodroma, nervis secundariis 10—15 millm. distantibus, sub angulis 60—70° orientibus simplicibus vel apice ramosis.

In schisto calcareo-margaceo ad montem Promina.

Dieses Blattfragment scheint der Form und Nervation nach, die es verräth, einer Malpighiacee anzugehören. Es konnte weder mit einer der bis jetzt beschriebenen fossilen Formen der genannten Ordnung vereint, noch seiner unvollständigen Erhaltung wegen irgend einem der zahlreichen Geschlechter derselben mit Sicherheit eingereiht werden. Wir stellen es daher vorläufig unter das obige von Unger gebildete Hilfs-Genus.

Ordo CELASTRINEAE.

Celastrus Phlegelthontis Ettingsh.

Taf. IX, Fig. 13.

C. foliis coriaceis, ovatis, acuminatis, basi obtusis, margine denticulatis; nervatione dictyodroma, nervo mediano distincto, nervis secundariis tenuibus, sub angulo acuto egredientibus in rete laxum solutis. Longt. circ. 3 cent., lat. 2 centm.

In schisto calcareo-margaceo ad montem Promina.

Ein eiförmiges, an der Spitze verschmälertes, an der Basis stumpfes, am Rande gezähneltes Blatt von lederartiger Textur, mit hervortretendem, bis zur Spitze verlaufendem Median-, und netzläufigen, ziemlich feinen Secundärnerven. Seiner ganzen Tracht nach scheint dasselbe der Ordnung der Celastrineen anzugehören. Unter den bis jetzt bekannten fossilen Blattformen dieser Ordnung gleicht es am meisten dem *Celastrus europaeus* Ung.

Celastrus Andromedae Ung.

Unger, Gen. et spec. plant. foss., p. 439. — Fossile Flora von Sotzka, l. c. p. 177, Taf. 51, Fig. 2—10.

Taf. XIV, Fig. 8.

C. foliis ovatis vel lanceolatis, utrinque attenuatis, petiolalis, dentato-crenatis, coriaceis; nervatione dictyodroma, nervis secundariis tenuissimis, apice ramosis, sub angulis acutis variis orientibus. Longt. circ. 4—6 centm., lat. 1—2 centm.

In schisto margaceo ad Sotzka et ad montem Promina.

Celastrus arcophilus Ung.

Unger, fossile Flora von Sotzka, l. c. p. 177, Taf. 51, Fig. 11—13. — Ettingshausen, tert. Flora von Häring, l. c. p. 72, Taf. 23, Fig. 1.

Taf. IX, Fig. 17.

C. foliis parvis obovatis, in petiolum attenuatis, coriaceis, integerrimis; nervatione hyphodroma, nervo mediano crasso. Longt. circ. 2—3 centm., lat. 1½—2 centm.

In schisto calcareo-margaceo ad Sotzka, ad montem Promina, nec non in bituminoso ad Häring.

Ordo RHAMNEAE.

Rhamnus Roesteri Ettingsh.

Taf. XIII, Fig. 2, 3.

R. foliis lanceolatis vel lineari-lanceolatis, integerrimis, longe petiolatis, subcoriaceis; nervatione camptodroma, nervis secundariis e nervo primario excurrente sub angulis 40—50° orientibus, 5—6 millm. distantibus, simplicibus, parallelis.

In schisto calcareo-margaceo ad montem Promina.

Diese Blätter zeigen in ihren Charakteren so viele Ähnlichkeit mit den Blättern mehrerer Rhamneen-Arten, namentlich aus den Geschlechtern Rhamnus und Pomaderris, dass die nahe Verwandtschaft dieser zu jenen kaum bezweifelt werden kann. Die Art, welche zu den Seltenheiten unserer Flora gehört, unterscheidet sich von den bis jetzt entdeckten vorweltlichen Rhamneen mit bogenläufiger Nervation durch die lanzettliche Form, den über 1 Centm. langen Blattstiel und die derbe lederartige Textur hinlänglich. Ich benenne dieselbe zu Ehren des Herrn G. Rösler, durch dessen gütige Mittheilung ich zur Kenntniss derselben gelangte.

***Ceanothus zizyphoides* Ung.**

Unger, Chloris protog., p. 145, Taf. 49, Fig. 10. — Gen. et spec. plant. foss., p. 466. — Fossile Flora von Sotzka, l. c. p. 179, Taf. 52, Fig. 8, 9. — Ettingshausen, tertiäre Flora von Häring, l. c. p. 76, Taf. 23, Fig. 9—39.

Taf. IX, Fig. 18, 19.

C. ramulis elongatis, foliis alternis petiolatis, lanceolato-acuminatis, vel ovato-lanceolatis vel ovatis, basi saepius obliquis, abortu subrotundis, margine remote dentatis vel denticulatis, triplinervis; nervatione acrodroma, nervis secundariis infimis subbasilaribus, simplicibus, nervis reliquis tenuissimis, ramosissimis. Longt. norm. circ. 2—8 centm., lat. 6—23 millm.

In formatione eocenica ad Häring, Sotzka, nec non ad montem Promina.

Von dieser in den Tertiärschichten von Häring und Sotzka sehr häufigen Art fanden sich hier nur die zwei abgebildeten Blätter. Über die Richtigkeit der Bestimmung kann bei der charakteristischen Form dieser Rhamneen-Blätter kein Zweifel entstehen.

Ordo MYRTACEAE.

***Callistemphyllum metaleucaeforme* Ettingssh.**

Ettingshausen, tertiäre Flora von Häring in Tirol, l. c. p. 84, Taf. 27, Fig. 13, 14.

Taf. XIV, Fig. 10.

C. foliis lanceolato-linearibus, petiolatis, integerrimis, coriaceis; nervatione dictyodroma, nervis secundariis crebris, tenuibus, e nervo primario distincto sub angulis acutis orientibus, simplicibus vel ramosis. Longt. 6—7 centm., lat. 7—9 millm.

In schisto margaceo ad Sotzka, Sagor et ad montem Promina, nec non in calcareo-bituminoso ad Häring.

***Callistemphyllum diosmoides* Ettingssh.**

Ettingshausen, tertiäre Flora von Häring in Tirol, l. c. p. 83, Taf. 27, Fig. 6—9.

C. foliis lineari-lanceolatis vel linearibus, petiolatis, integerrimis, coriaceis; nervatione dictyodroma, nervo mediano tenui, nervis secundariis vix conspicuis, in rete tenerrimo solutis. Longt. 2—3½ centm., lat. 3—4 millm.

In formatione eocenica ad Sotzka, ad Häring et ad montem Promina.

***Eucalyptus oceanica* Ung.**

Unger, fossile Flora von Sotzka, Denkschriften der kais. Akademie der Wissenschaften, Bd. II, p. 182, Taf. 57, Fig. 1—13. — Ettingshausen, tertiäre Flora von Häring, l. c. p. 84, Taf. 28, Fig. 1.

Taf. XIII, Fig. 8—15; Taf. XIV, Fig. 9.

E. foliis 2—5 pollicaribus, lanceolatis vel lineari-lanceolatis, acuminatis subfalcatis, in petiolum attenuatis, coriaceis, integerrimis, petiolis semipollicaribus, saepius basi contortis; nervatione dictyodroma, nervo primario distincto, nervis secundariis tenuissimis, sub angulis acutis orientibus.

In schisto margaceo ad Sotzka, Sagor et ad montem Promina, nec non in calcareo-bituminoso ad Häring.

Eugenia Apollinis Ung.

Unger, Gen. et spec. plant. foss., p. 480. — Fossile Flora von Sotzka, l. c. p. 182, Taf. 56, Fig. 3—18. — Ettingshausen, tertiäre Flora von Häring in Tirol, l. c. p. 85, Taf. 27, Fig. 20, 21.

E. foliis petiolatis, lanceolatis vel ovatis, obtusiusculis, integerrimis, coriaceis; nervatione dictyodroma, nervo mediano excurrente, nervis secundariis tenuissimis, approximatis, sub angulo acuto orientibus. Longt. 2—6 centm., lat. $1\frac{1}{2}$ —3 centm.

In schisto margaceo formationis eocenicae ad Sotzka, Sagor, ad montem Promina, nec non in calcareo-bituminoso ad Häring.

Ordo PAPILIONACEAE.

Dalbergia primaeva Ung.

Unger, fossile Flora von Sotzka, l. c. p. 185, Taf. 60, Fig. 8—12. — Ettingshausen, Tert. Flora v. Häring, l. c. p. 96, Taf. XIII, Fig. 5.

D. foliis pinnatis, foliolis petiolatis ovato-lanceolatis, acuminatis, integerrimis, ultrapolliearibus.

In formatione eocenica ad Sotzka, ad Sagor, ad Haering (?), et ad montem Promina.

Sophora europaea Ung.

Unger, Gen. et spec. plant. foss., p. 490. — Fossile Flora von Sotzka, l. c. p. 187, Taf. 63, Fig. 1—5. — Ettingshausen, tertiäre Flora von Häring, l. c. p. 89, Taf. 29, Fig. 20. — Beitrag zur Kenntniss der fossilen Flora von Tokay, Sitzungsberichte der kais. Akademie der Wissenschaften, Bd. XI, p. 813, Taf. 4, Fig. 4.

Taf. XIII, Fig. 4.

S. foliis impari-pinnatis, plurijugis; foliolis rotundato-obovatis vel ellipticis, basi inaequalibus, breviter petiolatis, integerrimis; nervo primario valido, nervis secundariis inconspicuis. Foliol. long. circ. $2\frac{1}{2}$ —5 centm., lat. $1\frac{1}{2}$ — $2\frac{1}{2}$ centm.

In formatione eocenica ad Sotzka, ad Sagor, Haering et ad montem Promina; in formatione mioenica ad Radoboj et ad Erdöbénye prope Tokay.

Caesalpinia norica Ung.

Unger, fossile Flora von Sotzka, l. c. p. 187, Taf. 63, Fig. 8, 9. — Ettingshausen, Tertiäre Flora von Häring in Tirol, l. c. p. 96.

C. foliis abrupte bipinnatis, partialibus quadrijugis, propriis sexjugis; foliolis inaequalibus, basi inaequali ovato-ellipticis, semipolliearibus, emarginatis, integerrimis, subsessilibus.

In formatione eocenica ad Sotzka, ad montem Bolea prope Verona et ad montem Promina Dalmatiae, nec non ad Häring Tirolis.

Caesalpinia Haidingeri Ettingsh.

Ettingshausen, Tertiäre Flora von Häring in Tirol, l. c. p. 89, Taf. 29, Fig. 21—39.

C. foliis bipinnatis, foliolis inaequalibus, ellipticis vel subrotundis, basi obliquis, brevissime petiolatis, integerrimis, nervo primario distincto, nervis secundariis inconspicuis. Foliol. longt. circ. 7—19 millm., lat. 3—11 millm.

In schisto calcareo-bituminoso ad Haering frequens; nec non in calcareo-margaceo ad montem Promina.

Cassia ambigua Ung.

Unger, Gen. et spec. plant. foss., p. 492. — Ettingshausen, Tertiärfloren der österr. Monarchie; fossile Flora von Wien, p. 27, Taf. 5, Fig. 9—13. — Tertiäre Flora von Häring in Tirol, l. c. p. 90, Taf. 29, Fig. 43—46.

Taf. XIII, Fig. 6.

C. foliis pinnatis, foliolis subsessilibus v. breviter petiolatis, oblongo-ellipticis v. lanceolatis, subcoriaceis, integerrimis, obtusiusculis v. acutis, basi rotundata inaequalibus; nervatione dictyodroma, nervo primario distincto, nervis secundariis tenuissimis. Foliol. longt. circ. $1\frac{1}{2}$ — $2\frac{1}{2}$ centm., lat. 6—10 millm.

In calcareo-bituminoso formationis eocenicae ad Haering, in calcareo-margaceo ad montem Promina; in formatione mioenica ad Parschlug et Fohnsdorf Stiriae, ad Bilin, Vindobonam, Radoboj, ad Erdöbénye prope Tokay, nec non ad Oeningen.

Cassia Zephyri Ettingsh.

Ettingshausen, tertiäre Flora von Häring, l. c. p. 90, Taf. 30, Fig. 1—8.

Taf. XIII, Fig. 16.

C. foliis pinnatis, foliolis lanceolatis, integerrimis, subcoriaceis, basi acuta subobliquis; nervo primario valido, nervis secundariis obsoletis. Foliol. longt. circ. $2\frac{1}{2}$ —4 centm., lat. 7—11 millm.

In schisto calcareo-bituminoso ad Häring, in margaceo ad montem Promina.

Cassia hyperborea Ung.

Unger, Gen. et spec. plant. foss., p. 492. — Fossile Flora von Sotzka, l. c. p. 188, Taf. 64, Fig. 1—3. — Ettingshausen, tertiäre Flora von Häring, l. c. p. 91, Taf. 30, Fig. 12—14.

Taf. XIII, Fig. 18—23.

C. foliis pinnatis, foliolis petiolatis ovato-lanceolatis, acuminatis, integerrimis, subcoriaceis, basi inaequalibus, nervo primario valido, nervis secundariis subtilibus, vix conspicuis. Foliol. longt. circ. $4\frac{1}{2}$ —9 centm., lat. 2—3 centm.

Cassia Berenices Ung., fossile Flora von Sotzka, l. c. p. 188, Taf. 64, Fig. 4—10.

In formatione eocenica ad Sotzka, Sagor ad Häring et ad montem Promina; in formatione mioenica ad Parsehlag, Radoboj et Bonnam.

Cassia Diones Ettingsh.

Taf. XIII, Fig. 7.

C. foliis pinnatis, foliolis multijugis, ovatis, integerrimis, acuminatis, coriaceis, basi subobliquis, breviter petiolatis, petiolo transversim rugoso; nervo primario valido, excurrente.

In schisto calcareo-margaceo ad montem Promina.

Dieses Fiederblättchen unterscheidet sich von denen der *Cassia hyperborea* nur durch den kurzen, querrunzeligen Stiel und die fast gleiche Basis.

Cassia Phaseolites Ung.

Unger, fossile Flora von Sotzka, l. c. p. 188, Taf. 65, Fig. 1—5; Taf. 66, Fig. 1—9. — Ettingshausen, tertiäre Flora von Häring, l. c. p. 91, Taf. 30, Fig. 15—17.

C. foliis pinnatis, foliolis multijugis, petiolatis, ovato-elongatis, obtusiusculis, basi rotundata obliquis, integerrimis, membranaceis, nervo primario valido, nervis secundariis tenuibus, crebris, subsimplicibus, parallelis. Longt. foliol. circ. 7—10 centm., lat. 2—4 centm.

Phaseolites cassiacfolia Ung., Gen. et spec. plant. foss., p. 488.

In schisto margaceo formationis eocenicae ad Sotzka, ad montem Promina et ad Häring; formationis mioenicae ad Radobojum.

Erklärung der Tafeln.

Tafel I.

- Fig. 1. *Delesserites sphaerococcoides* Ettingsh.; *a.* ein Fragment des gabelspaltigen Laubes, schwach vergrössert, um die eigenthümliche fiederige Nervation desselben darzustellen. Das einzige Exemplar dieser Art, welches sich am Monte Promina vorfand.
- Fig. 2, 3. *Sphaerococcites flabelliformis* Ettingsh.; Fig. 2 stellt ein Fragment eines jüngeren, minder entwickelten Laubes Fig. 3 eines älteren Laubes dar, an welchen man die derbe lederartige Textur recht deutlich erkennen kann.
- Fig. 4, 5. *Chondrites dalmaticus* Ettingsh.; Fig. 4 den oberen Theil eines Laubzweiges mit dünneren, aufrechten Ästchen. Fig. 5 den unteren Theil eines solchen mit steiferen, wagrecht abstehenden Ästchen darstellend.
- Fig. 6, 7. *Equisetites Erbreichii* A. Braun; Fig. 6 mittlerer Theil des Stengels mit Fragmenten der quirlig gestellten Äste und einer wohl erhaltenen, die Gliederung desselben zierenden Scheide; Fig. 7 unterer Theil des Equiseten-Stengels mit genäherten Gliedern und stärkeren Längsstreifen.
- Fig. 8, 9. *Goniopteris dalmatica* A. Braun; Fig. 8 mittlerer Theil eines jüngeren Wedels, an welchem man die Stellung der theilweise wohl erhaltenen Fiedern noch entnehmen kann. Fig. 9 die zusammengehörigen und mehr gedrängten Seitenfiedern eines stärkeren Wedels darstellend; Fig. *b* Theil einer Fieder in schwacher Vergrösserung, um die gefiederte Nervation zu zeigen.

Tafel II.

- Fig. 1—4. *Goniopteris polypodioides* Ettingsh.; Fig. 1 Mittelstück eines Wedels, an welchem man die Einfügung einiger Fiedern gewahrt; Fig. 2 ein ähnliches Exemplar mit deutlich entwickelten den Nervenästchen aufsitzenden Fruchthäufchen; Fig. 3 und 4 Exemplare von Fiedern, steril, mit vorzüglich erhaltener Nervation; Fig. *a* die sterile, Fig. *b* die Sporangien tragende Nervation in schwacher Vergrösserung dargestellt.
- Fig. 5—8. *Sphenopteris eocenica* Ettingsh.; Fig. 5 Wedelfragment eines älteren Exemplares, mit entfernter gestellten und stärker entwickelten Fiedern; Fig. 6 und 7 Endtheile jüngerer Wedel mit verkürzten, an der Basis zusammenhängenden Fiedern; Fig. 8 Seitenfiedern eines grösseren, wohl ausgebildeten Wedels; Fig. *c* ein Fiederehen von letztgenanntem Exemplare, schwach vergrössert, zur Darstellung der Nervationsverhältnisse.

Tafel III.

- Fig. 1. *Zosterites affinis* Ettingsh.; Blatt- und Stengelreste einer Zosteren ähnlichen Najadee.
- Fig. 2, 3. *Flabellaria Latania* Rossm.; Fig. 2 Mittelstück der Blattfläche eines grossen Blattes, an welchem man die Anheftung der am Grunde verwachsenen Fiedern an die bereits sehr dünne Spindel noch deutlich wahrnimmt; Fig. 3 Fragment einer Fieder.
- Fig. 4. *Flabellaria raphifolia* Sternb., Mitteltheil eines jungen Blattes, ziemlich schlecht erhalten; man sieht jedoch deutlich den Ansatz der am Grunde zusammenhängenden Fiedern an das kleine abgerundete Köpfchen der sehr kurzen Spindel.
- Fig. 5. *Goniopteris polypodioides* Ettingsh., Fragmente von sterilen und von fructificirenden Fiedern mit vorzüglich schön erhaltener Nervation.

Tafel IV.

- Fig. 1—3. Blattreste der *Flabellaria Latania* Rossm. aus den Mioenschichten von Altsattel in Böhmen.

Tafel V.

- Fig. 1—3. *Araucarites Sternbergii* Göpp.; Fig. 1 und 2 Fragmente von älteren Zweigen, deren Ästchen mehr abstehen und mit grösseren, sparrigen Blättern besetzt sind; Fig. 3 Exemplar eines wohl erhaltenen jungen Zweigchens, dessen verlängerte mit kürzeren und mehr anliegenden Blättern besetzten Ästchen grosse Ähnlichkeit mit *Daerydium cupressinum* bedingen.

Tafel VI.

- Fig. 1—8. *Daphnogene polymorpha* Ettingsh.; Fig. 1—6 grössere Blattformen mit vorzüglich schön erhaltener Nervatur; Fig. 7, 8. Annäherungsformen zu *Daphnogene lanceolata* Ung.
- Fig. 9—12. *Daphnogene grandifolia* Ettingsh.; Fig. 9 oberer Theil eines grossen eilanzettlichen Blattes; Fig. 10 Mitteltheil eines grösseren elliptischen Blattes; Fig. 11, 12 Fragmente kleinerer eiförmiger Blätter.

Tafel VII.

- Fig. 1—6. *Daphnogene polymorpha* Ettingsh.; Blattformen von verschiedener Grösse und Entwicklung; Fig. 1 und 2 normale und am häufigsten vorkommende Formen; Fig. 3—6 schmalere und kleinere Blätter, Übergangsformen zu *Daphnogene lanceolata* Ung.
- Fig. 7. *Daphnogene lanceolata* Ung.; Fig. 10 Blattfragment mit stärker entwickelten oberen Secundärnerven.
- Fig. 8. Blatt von *Daphnogene cinnamomifolia* Ung.; die genähten, querläufigen Tertiärnerven sind sehr deutlich ausgeprägt.
- Fig. 9. *Laurus pachyphylla* Ettingsh.
- Fig. 10. *Artocarpidium Ephialtae* Ettingsh.
- Fig. 11. *Ficus dalmatica* Ettingsh.
- Fig. 12—14. *Banksia longifolia* Ettingsh.
- Fig. 15. *Dryandroides hakeaeifolia* Ung.
- Fig. 16. *Banksia haeringiana* Ettingsh.

Tafel VIII.

Blattformen von *Banksia longifolia* Ettingsh.

Tafel IX.

- Fig. 1. Blatt von *Rhododendron Saturni* Ettingsh.
- Fig. 2. *Bumelia oblongifolia* Ettingsh.
- Fig. 3. Kleineres Blatt von *Santalum osyrium* Ettingsh.
- Fig. 4. Blatt von *Sapotacites ambiguus* Ettingsh., dessen besonders stark hervortretender Rand die derbe lederartige Textur ausspricht.
- Fig. 5—9. *Banksia dilenioides* Ettingsh.; Fig. 5 kleineres Blatt, der *Banksia Ungeri* Ettingsh. in der Form sehr nahe kommend und nur durch die stärkeren und entfernter gestellten Secundärnerven von derselben zu unterscheiden; Fig. 6 Endtheil eines grösseren Blattes; Fig. 8, 9 verschiedene sich ergänzende Blatt-Fragmente mit schön erhaltener Nervation.
- Fig. 10. *Sapotacites Daphnes* Ettingsh.; kleineres Blatt, das einzige Exemplar dieser zu Parschlug sehr häufigen Art, welches hier aufgefunden wurde.
- Fig. 11. Blatt von *Andromeida protogaea* Ung.
- Fig. 12. *Gautiera cocenica* Ettingsh.
- Fig. 13. *Celastrus Phlegthontis* Ettingsh.
- Fig. 14. *Apocynophyllum plumeriaefolium* Ettingsh.
- Fig. 15—16. *Dombeyopsis Philyrae* Ettingsh.
- Fig. 17. *Celastrus oreophilus* Ung.
- Fig. 18, 19. *Ceanothus zizyphoides* Ung.

Tafel X.

- Fig. 1. Fragment eines grösseren Blattes von *Nelumbium nymphaeoides* Ettingsh., an welchem der spitze Ausschnitt an der Basis vollkommen deutlich erhalten ist.
- Fig. 2, 3. *Nelumbium Buchii* Ettingsh., Fragmente von kleineren Blättern mit deutlich sichtbarer Einfügungsstelle des mächtigen Blattstieles.

Tafel XI.

- Fig. 1. Fragment eines grösseren Blattes von *Nelumbium Buchii* Ettingsh.
- Fig. 2. Fragment eines Blattes von *Nelumbium nymphaeoides* Ettingsh., mit vorzüglich erhaltener Nervation.

Tafel XII.

- Fig. 1. Grosses Blatt von *Nelumbium Buchii* Ettingsh., mit ziemlich vollständigem, ganzen Blattrande und schön erhaltener Nervatur.

Tafel XIII.

- Fig. 1. Blattfragment von *Malpighiustrum dalmaticum* Ettingsh.
- Fig. 2, 3. Blätter von *Rhamnus Roesleri* Ettingsh. Bei Fig. 2 ist die wohl erhaltene Nervation, bei Fig. 3 die derbe, lederartige Beschaffenheit des Blattes ersichtlich gemacht.
- Fig. 4. Blättchen von *Sophora europaea* Ung.
- Fig. 5. Blättchen von *Dalbergia primavera* Ung.
- Fig. 6. Blättchen von *Cassia ambigua* Ung.
- Fig. 7. Blättchen von *Cassia Thinae* Ettingsh.; nebst dem schärfer ausgesprochenen Mediannerven fällt insbesondere die Querrunzelung des kurzen Stielchens auf.
- Fig. 8—15. Phyllodien von *Eucalyptus oceanica* Ung.; Fig. 8 und 9 grössere Blattformen mit ziemlich vollständig erhaltenen Stielen. Der scharf hervortretende Mediannerv und Rand deutet auf die derbere lederartige Beschaffenheit des Blattes. Fig. 8 zeigt einen etwas gedrehten Stiel, eine Erscheinung, die auch bei den zu Sotzka und Sagor vorkommenden

Blättern dieser Art nicht selten beobachtet werden konnte, und einen flacheren von der Seite ein wenig zusammengedrückten Blattstiel voraussetzen lässt; Fig. 10 und 13 kleinere Blattformen; Fig. 11—14 stellen die am häufigsten erscheinenden Formen dar; Fig. 11 und 14 zeigen die den Eucalyptus-Phyllodien eigenthümliche schiefe, vorgezogene Basis augenfällig; Fig. 13 mit Andeutung der feinen, selten bemerkbaren Nervatur.

Fig. 16. Blättchen von *Cassia Zephyri* Ettingsh.

Fig. 17. Fragment eines grösseren Fiederblättchens von *Cassia Phaseolites* Ung.

Fig. 18—23. *Cassia hyperborea* Ung.; Fig. 18 die normale Form, wie selbe in den Schichten von Parschlug vorkommt; Fig. 20—23 Übergangsformen zu *Cassia Berenices* Ung.

Tafel XIV.

Fig. 1. Blatt von *Flabellaria raphifolia* Sternb., eine Übergangsform zu *Flabellaria Martii* Ung. darstellend.

Fig. 2. Fieder von *Blechnum Braunii* Ettingsh.; Fig. a die wohl erhaltene Nervation des oberen Theiles derselben, in schwacher Vergrößerung.

Fig. 3. Fiederehen von *Adiantites Schlehani* Ettingsh.

Fig. 4. Fäden von *Confervites capilliformis* Ettingsh., das einzige Exemplar dieser Art, welches in den Schichten des Monte Promina aufgefunden wurde.

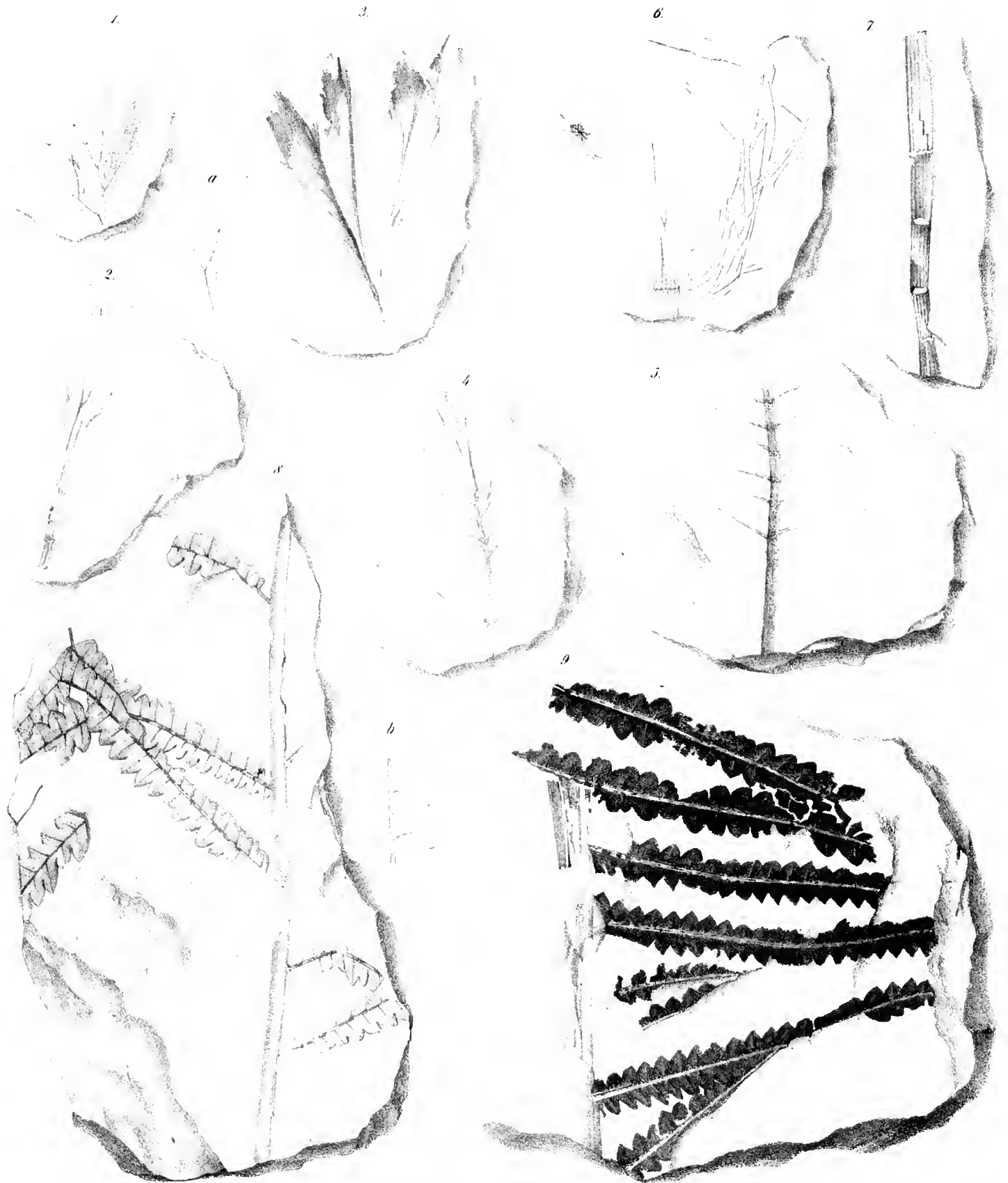
Fig. 5, 6. Blätter von *Dryandra Brongniartii* Ettingsh.

Fig. 7. Blatt von *Stereulia Labrusca* Ung., Übergangsform zu *Acer sotzkianum* Ung.

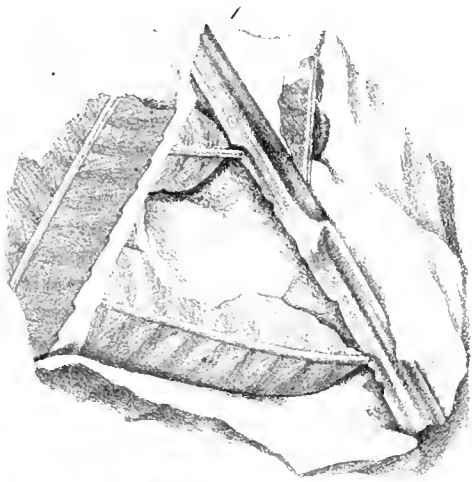
Fig. 8. *Celastrus Andromedae* Ung.

Fig. 9. *Eucalyptus oceanica* Ung., mit wohl erhaltener Nervation.

Fig. 10. Blatt von *Callistemophyllum melaleucaeforme* Ettingsh.











Leipzig gedruckt bei J. Neumann, Neudammstr. 10.





Lithogr. in d. k. Hof- u. Staatsdruckerei



2



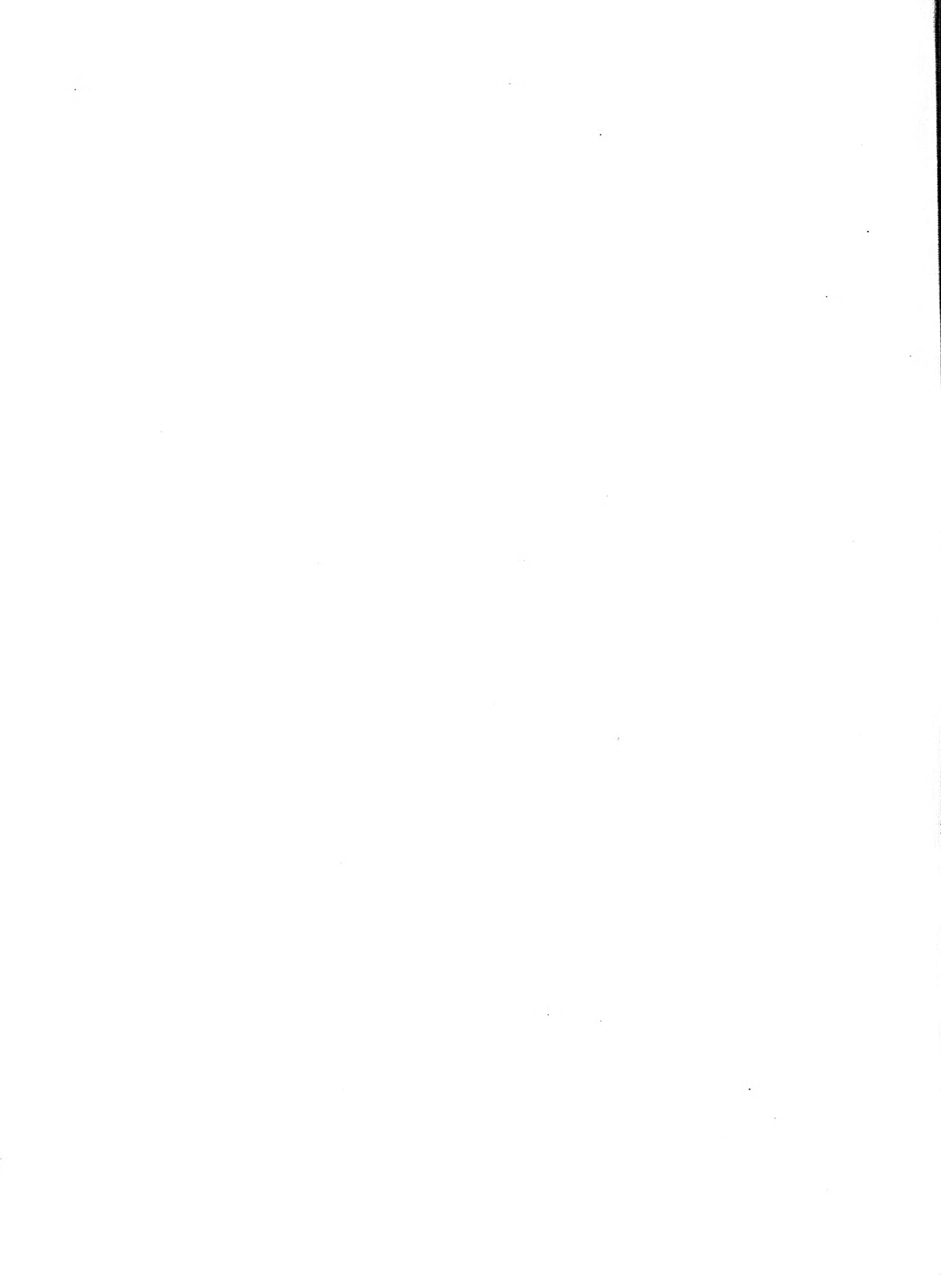
3



Verlagsges. in d. K. Hofu Staatsdruckerei

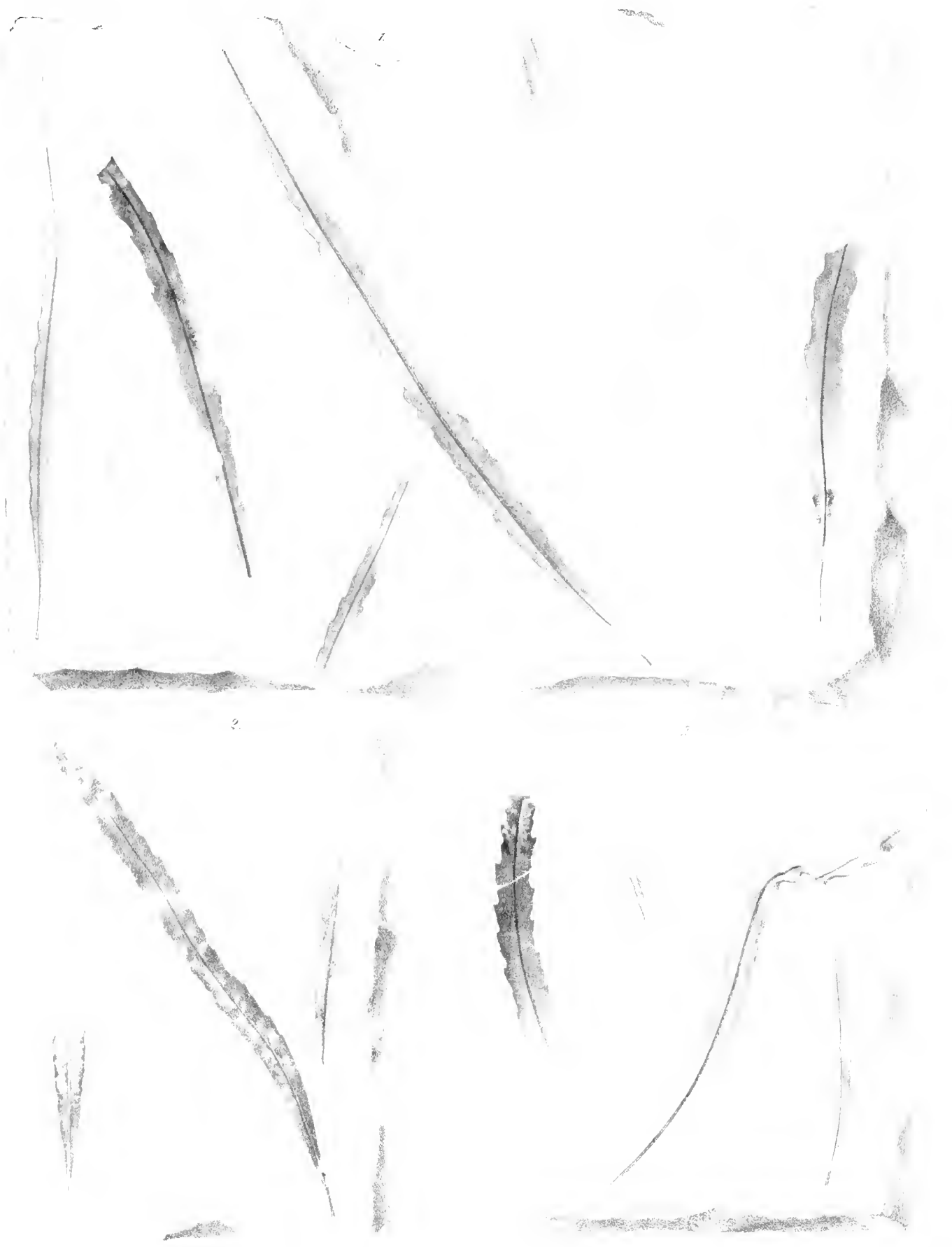


Lith. u. gedr. in d. k. k. Hof- u. Staatsdruckerei



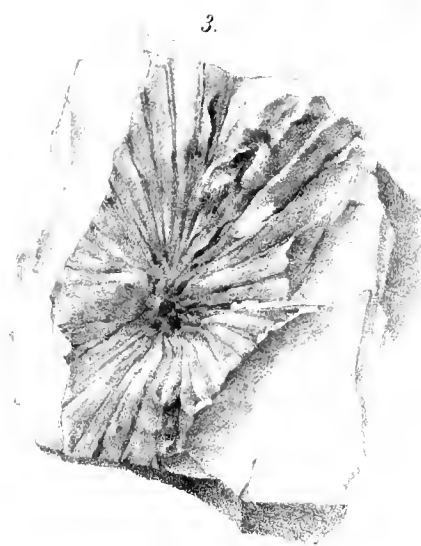
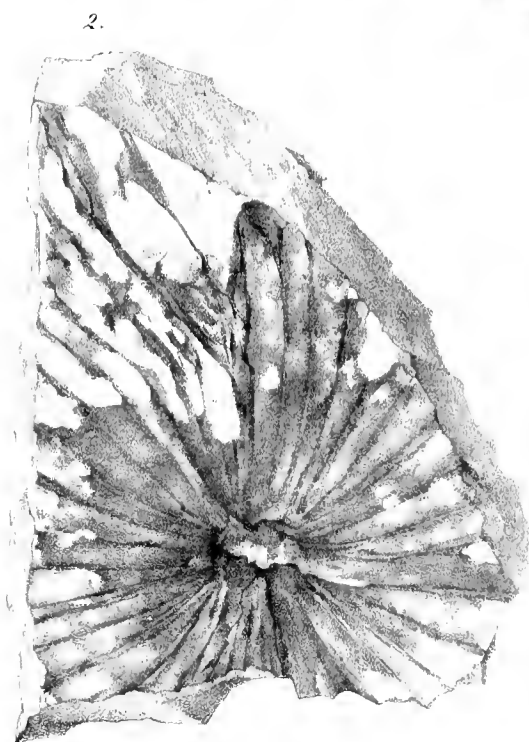
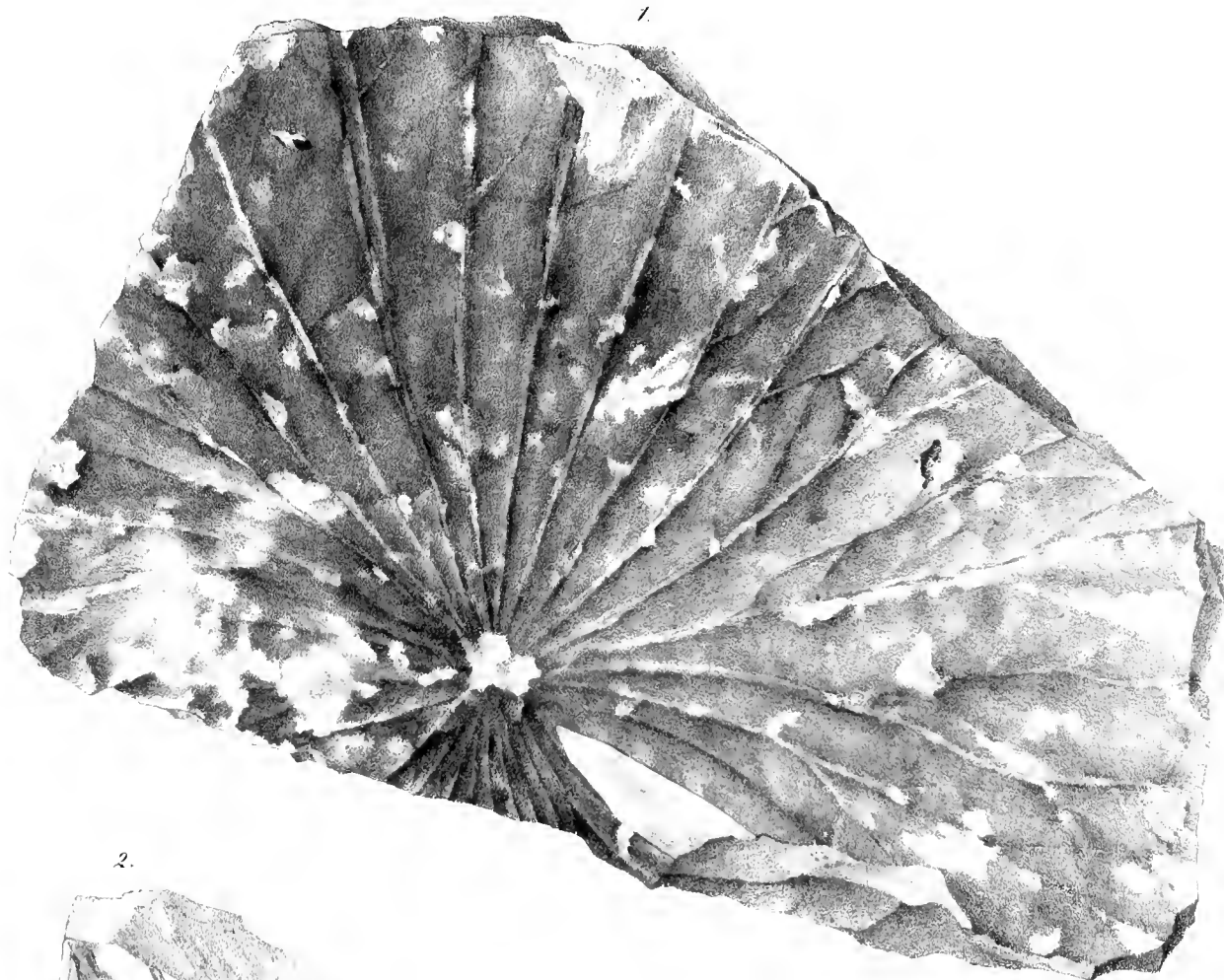




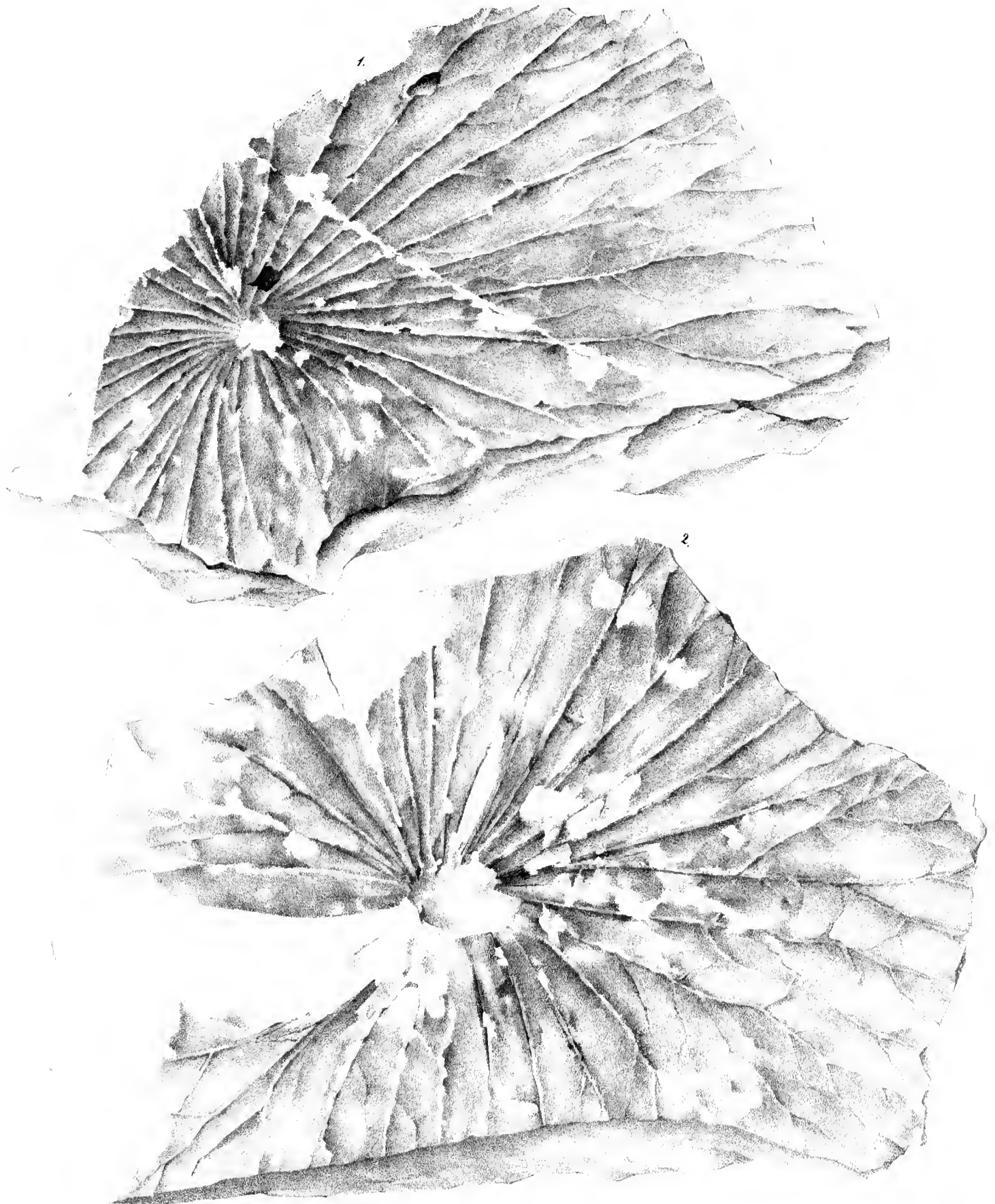




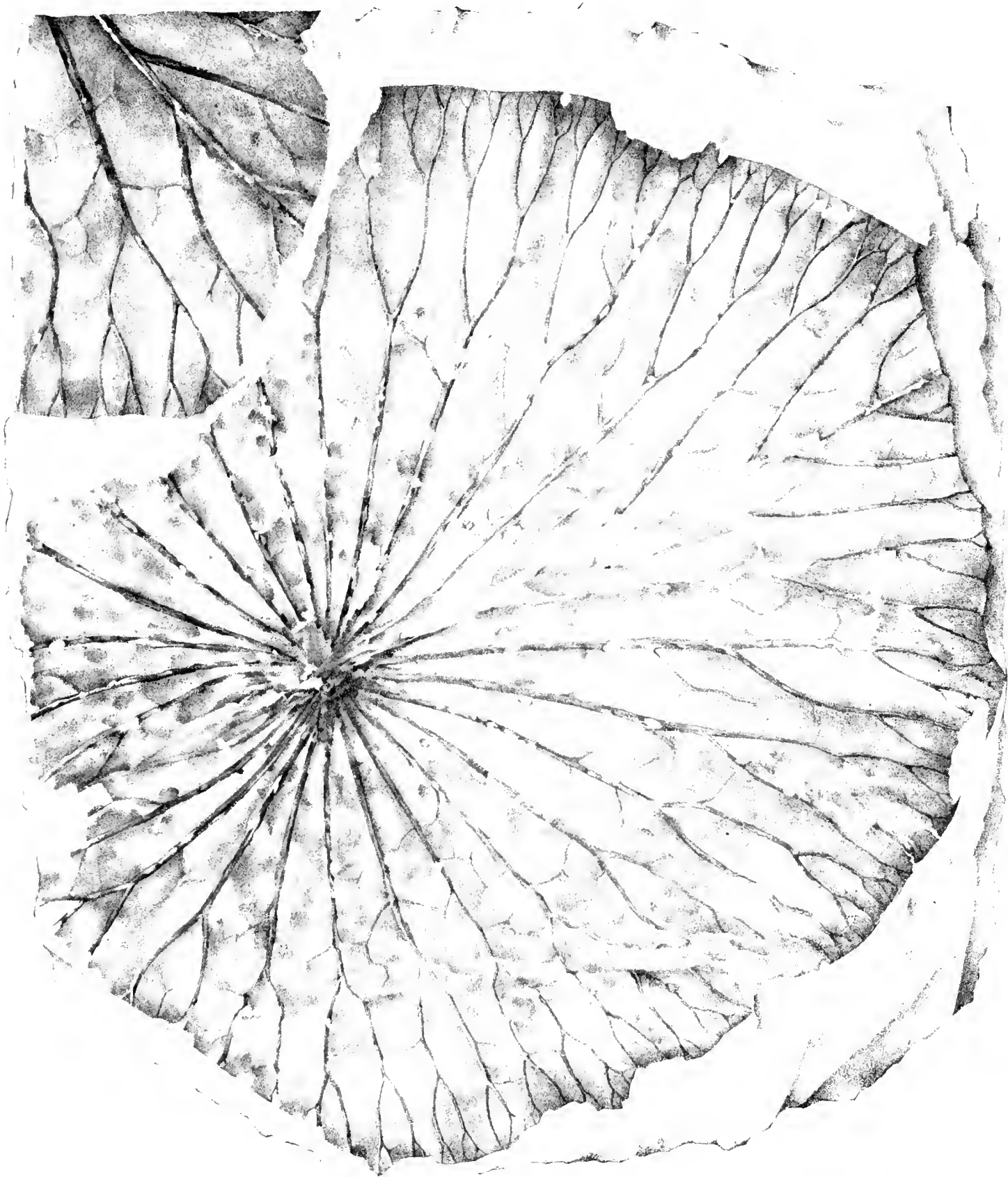






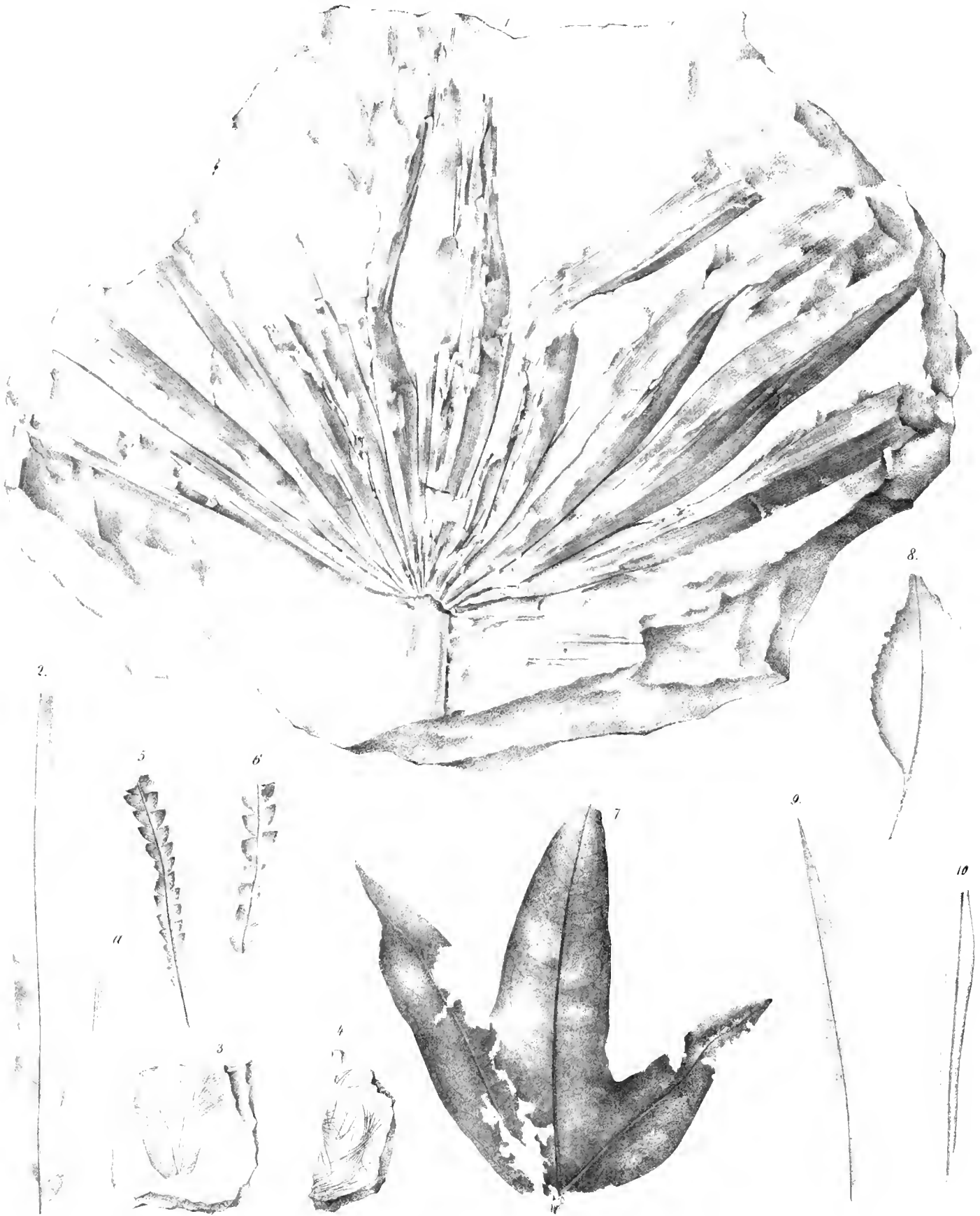






Lith. u. gedr. in d. k. Hof- u. Staatsdruckerei







CYPERUS JACQUINI SCHRAD., PROLIXUS KUNTH.

UND

COMOSTEMUM MONTEVIDENSE N. AB ES.

EIN BEITRAG

ZUR NÄHEREN KENNTNISS DES RELATIVEN WERTHES

DER

DIFFERENTIAL-CHARAKTERE DER ARTEN DER GATTUNG CYPERUS.

VON PROF. UND DIRECTOR Dr. EDUARD FENZL,
WIRKLICHEM MITGLIEDE DER KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

(MIT III TAFELN.)

(VORGELEGT IN DER SITZUNG DER MATHEMATISCH - NATURWISSENSCHAFTLICHEN CLASSE AM XVI. FEBRUAR MDCCCLIV.)

CYPERUS JACQUINI Schrad.

(Sectio MARISCOIDES Nees.)

Tafel I.

Perennis, laete virens, *haud tuberiferus*. Caules robusti, fasciculati, floriferi $1\frac{1}{2}$ — $2\frac{1}{2}$ pedales *basi globose tumidi*, triangulares, *glabri*, infra medium foliati, haud septati. Folia magno arcu recurva, majora caulem modice superantia, plana, medio late arguteque carinato-canaliculata, longe attenuata, supra vaginam truncatam 3 — $4''$ lata, *inferius laevia*, reliqua parte ad nervos angulosque scabra. Inflorescentia generalis 4 — 8 pollicaris, bi-subtricomposita umbellaris cum spica centrali *simplicissima v. basi fasciculato-composita* sessili, radiis trigono-compressis *laerissimis*, primariis 5 — 10 *erectopatulis*, quorum 3 — 4 longiora 3 — 6 pollicaria *stellatim umbellulifera*, reliqua triente v. dimidio breviora spica simplici terminata, secundariis 3 — 6 *simpliciter spicigeris, nuda parte* 2 — $12''$ longis, circa spicam suam centram *stellatim verticillatis*. Spicae terminales simplices $\frac{1}{2}$ — 1 pollicares *cylindricae* $1\frac{1}{2}$ — $3''$ latae, polystachyae, complures basi bracteis 1 — 5 herbaceis setaceis erectis inaequilongis fultae. Involueri universalis maximi patentissime recurvi folium primum caulem aequans v. superans; partialium foliola umbellas passim superantia, passim aequantia v. his breviora *radiis adpressa*, lineari-setacea. Ochreae hinc in ligulam brevem obtusam integram productae v. truncatae. Spiculae *rhachi adpressae, canque occultantes*, lineari-oblongae ac lineares, 2 — $4\frac{1}{2}''$ longae ac $1''$ latae, *compressae*, in eadem spica 5 — 11 florae, plus minusve confertae, primum viridi-flavae, demum fulvae; squamae laevis-

simae laxe imbricatae, supra medium patulae, racheam demum subnudantes, argute carinatae, $10-14/12'''$ longae, complicatae medio $3-4/12'''$ latae, vi explanatae exacte ovales obtusissimae $\delta-7$ nerves, opacae, mucronulo pone apicem exurrente recto (ad lentem compositam 40gesies ac ultra aug. apice denticulato) acutatae. Rhacheolae anguste alatae internodia media in unoquoque latere $8-9/12'''$ longa ac $2/12'''$ ad summum lata. Stamina squamis parum exserta. Stylus subduplo longior tripartitus, diutissime persistens. Caryopsis oblonga triquetra $6-9/12'''$ longa ac supra medium $3/12'''$ lata, atrofusca v. castanea (ad lentem compositam) depresso-punctulata.

Cyperus Jacquini Schrad. in indice sem. h. Göttling. 1835, p. 5, eum diagn. — Linnaea Littb. 1837, p. 87. — A Kunthio ac Dieterichio in op. suis praetervisus.

C. elatus h. Vindob. in catalog. sem. 1826. nec. Lin.

Hab. in India orientali, unde Jacqu. fil. semina accepit.

Diese vor mehr als 25 Jahren schon in dem hiesigen Garten aus Ostindien eingeführte, und seither zu wiederholten Malen aus Samen gezogene Art fällt sogleich durch ihren besonders gleichförmig entwickelten Gesamtblüthenstand auf. Dem Baue ihrer Ähren nach gehört sie in der Abtheilung der Mariscoideen Nees' und Kunth's zu jener Artengruppe, bei welcher die Ährenspindel zur Reifezeit sich am Grunde nicht abgliedert und erst sehr spät und dann häufig auch nur theilweise sich entblättert, wobei nebst der Deckschuppe jedes einzelnen Ährenzuges zugleich auch noch die über ihr stehende unterste blüthenlose Balgschuppe an dem nackten Spindelstengel stehen bleibt. Unter allen mir aus dieser Gruppe bekannten Arten reiht sich unsere unmittelbar an *C. nutans* Vahl an, von welchem mir mehrere von Nees in unserem Museums-Herbare selbst bestimmte Exemplare vorliegen. Andererseits nähert sie sich durch ihre schmalen am Ende der secundären Radien stehenden Ähren zugleich auch *C. spicatus* und *philippensis* Presl, *Roylei* W. Arn. und *racemosus* Retz.

Cyperus nutans Vahl¹⁾ unterscheidet sich von *C. Jacquini* durch seine, bald dickwalzenförmigen, bald lockeren länglichen, ei- und selbst verkehrt-eiförmigen, am Grunde häufig sogar zusammengesetzten, meist stiellos doldenförmig zusammengedrängten Ähren, wodurch die Döldchen ein mehr büscheliges als strenge doldenartiges Aussehen erhalten, was bei einfacherer Zusammensetzung des Blütenstandes besonders deutlich an den Central-Ähren der Döldchen und den gipfelständigen einfacheren Ähren der kürzeren primären Radien hervortritt. Formen des *C. nutans* mit höher zusammengesetzten Blütenständen unterscheiden sich von unserer Art durch die bedeutend ungleiche Länge der secundären Radien, deren Zahl zwischen 2—9 schwankt, von welchen dann 2—4 häufig wieder 3—4strahlige Döldchen tragen, deren kurze wirtelförmig um eine $1/2$ —1zöllige centrale sitzende Ähre gestellten Radien oft noch 2 Zoll lange einfache etwas schlaff überhängende Ähren zeigen. Die zur Zeit der Fruchtreife schlaff aufrechten Ähren sind in derselben Dolde bald 9-, bald 15-, häufig selbst 19-blüthig und $1\frac{1}{4}$ — $1\frac{1}{2}'''$ breit. Ihre 9—11nervigen Schuppen stehen dann mehr unter einem Winkel von 45° , gegen die Spitze hin, zuweilen sogar etwas zurückgekrümmt, von ihrer Spindel ab, und messen bei gleicher Länge mit jenen des *C. Jacquini* längs des Kieles zusammengefaltet $5/12'''$ und etwas darüber sogar in der Breite. Die Ährenspindel ist bei beiden Arten vollkommen gleich, anfänglich grün, getrocknet später an den Knoten und Rändern schwarz-purpurfarbig oder tiefbraun mit blassrostfarbenen linealem Mittelfelde. Im übrigen unterscheiden sich

¹⁾ *Cyperus xanthopus* Steudel in sched. ad pl. abyss. exsic. coll. Schimper un itin. 1842, nr. 1021 et 1155 ist dieselbe Art; dergleichen *C. sp.* nr. 528 der Kotschy'schen Pflanzen-Sammlung aus Bene-Schanguh am weissen Nil. — Das unter Nr. 1021 in unserem Museums-Herbare befindliche Schimper'sche Exemplar ist ein reichblühendes, noch geraume Zeit vor der Anthese des einzelnen Ährenzuges gesammeltes; das unter Nr. 1155 ausgegebene eine in Frucht stehende Form mit minder hoch zusammengesetzter Dolde und büschelig zusammengedrängten sitzenden dicken Ähren.

beide Arten nicht im geringsten. Es wäre daher immerhin möglich, dass trotz der ansehnend sehr abweichenden Form des Blütenstandes *C. Jacquini* doch nur eine auf einer niedrigeren Entwicklungsstufe verharrende Culturvarietät des *C. nutans* mit schwächtigen Ähren und Ährchen wäre.

Cyperus spicatus Presl¹⁾ gehört nach dem mir vorliegenden Exemplare mit jungen kaum im ersten Stadium der Anthese befindlichen Ährchen nicht zu den *Mariscoideen*, sondern zu den *Alopecuroideen* Nees²⁾, oder den *Exaltatis* Kunth³⁾. Dem Ansehen des Gesamtblüthenstandes, der Länge des Involucrum und der schwächtigen cylindrischen Ähren mit scharf anliegenden Ährchen nach stimmt diese Art mit *C. Jacquini* allerdings sehr überein. Die einzelnen Ährchen sind jedoch hellglänzend braun, ihre Schuppen sehr dicht geschindelt und ungemein scharf bis zur äussersten Spitze anschliessend, über und nicht in der Mitte am breitesten, ausgebreitet daher mehr verkehrt-eiförmig als genau oval, von derberer Textur, und nur $7\text{--}8/12'''$ lang; auch messen die Internodien der Ährenspindel auf je einer Seite kaum $3/12$ Linien.

Cyperus philippensis Presl⁴⁾, welchen ich nur aus der Beschreibung kenne, scheint dem vorigen und in so ferne auch *C. Jacquini* gleich nahe zu stehen, unterscheidet sich aber von beiden schon durch die einnervigen Schuppen seiner Ährchen und weissgefärbte Caryopsen.

Cyperus Roylei W. Arnott⁵⁾ kenne ich leider nicht aus unmittelbarer Anschauung sicher bestimmter Original-Exemplare. Den gleichlautenden Diagnosen und Bemerkungen Nees' und Kunth's nach, dürfte diese Art jedoch unserem *C. Jacquini* in der Tracht des Gesamtblüthenstandes und im Bau der Ährchen sehr nahe kommen, sich aber doch durch sehr absteigende linienförmig-pfriemliche Ährchen und eiförmige gelbgefärbte Schuppen unterscheiden.

1) Reliquiae Haenkeanae I. p. 173°. — Kunth Cyperogr. p. 101.

2) Linnaea IX. p. 285, et in Wight Contrib. p. 84.

3) Kunth. Cyperogr. p. 70.

4) Reliquiae Haenkeanae I. p. 174°. — Kunth. o. c. p. 101.

5) W. Arnott in Wight Contrib. p. 85 in adnot. — Nees ab Es. in Mart. et Endl. Fl. brasil. Fasc. II, p. 34 in adnot. — *C. verticillatus* Nees in Wight Contrib. p. 87, et Kunth Cyperogr. p. 71, nec Roxb., fide Nees in Fl. brasil. l. c. (*Diagnosis Kunthiana ex opere Wightiano verbotenus excerpta*). Die zu dieser Art gehörige Diagnose muss man unter *C. verticillatus* in den beiden zuletzt genannten Werken nachsehen, nachdem Nees in der Flora brasiliana die nöthigen Andeutungen zur Entwirrung der durch Arnott's Zusätze in Wight's Werke bei *C. digitatus* und *verticillatus* entstandenen Widersprüche zwischen Roxburgh's, Nees' und Kunth's Angaben und Synonymie gegeben. Um möglichen neuen Synonymen-Verwechslungen in dieser Hinsicht vorzubeugen, will ich bei dieser Gelegenheit den wahren Sachverhalt in Kürze angeben:

Nees glaubte bei der Bearbeitung der indischen Cyperaceen in einigen Exemplaren des Royle'schen Herbaries und der Wallich'schen Sammlung dieselbe Art vor sich zu haben, welche Roxburgh als *C. digitatus* beschrieb, während W. Arnott in einer Note (pag. 85 in Wight Contrib.) bemerkt „Roxburgh's Pflanze sei nichts weiter als *C. racemosus* Retz. Nees' Pflanze hingegen eine neue Art, die er *C. Roylei* nennen wolle.“ Kunth (l. c.) führt dem zu Folge auch *C. Roylei* mit der unveränderten Diagnose Nees' von *C. digitatus* auf. Gegenwärtig erklärt aber Nees nach Schrader in der Fl. brasiliana (Fasc. III, pag. 34) seinen *C. digitatus* und somit auch Kunth's *C. Roylei*, nebst der Wallich'schen Pflanze sub Nr. 3345 für identisch mit *C. radiatus* Vahl und gesellt diesen noch Roxburgh's *C. verticillatus* als synonym bei. Selbstverständlich kann demnach Arnott's obige Bemerkung nur mehr der Pflanze im Royle'schen Herbare gelten, und nur diese hinwieder von Nees stillschweigend in der Flora brasiliana (l. c.) gemeint sein, wo er Kunth's *C. verticillatus* für identisch mit Arnott's *C. Roylei* erklärt. Nachdem aber Kunth die Nees'sche Diagnose des *C. verticillatus* in Wight's Werke wörtlich auch auf seinen *C. verticillatus* überträgt, so muss nothwendig auch *C. verticillatus* Nees (in Wight's Contrib. of the Bot. of India p. 87) als synonym des *C. Roylei* erklärt werden. Zur leichteren Übersicht der dadurch so verwickelt gewordenen Synonymie dieser Arten stelle ich die besprochenen Synonyma nach den Arten, welchen sie angehören, einander gegenüber:

Cyperus racemosus Retz.

Syn. *C. digitatus* Roxb.

C. Roylei W. Arn.

C. digitatus Nees in herb. Royle.

C. verticillatus Nees in Wight. Contrib.

C. verticillatus Kunth.

C. radiatus Vahl.

C. digitatus Nees cum diagn. in Wight Contrib.

C. verticillatus Roxb.

C. Roylei Kunth.

C. sp. Wallich List. nr. 3345.

Cyperus racemosus Retz¹⁾, von welchem mir einige von Nees bestimmte Exemplare vorliegen, unterscheidet sich schon durch einen weit schlafferen und lange nicht so regelmässig doldenförmig entwickelten Blütenstand, ganz lockere Ähren, schmalere nur $6-8/12'''$ breite und bei einer Länge von $2-2\frac{1}{2}'''$ schon 9—11blüthige Ährchen, kaum $8/12'''$ lange Schuppen, sehr zarte Ährchenspindel mit höchstens $4/12'''$ langen Internodien an jeder Seite und weissliche blos $3-4/12'''$ lange Caryopsen.

Die bis auf Zwölftheile einer Wiener Linie sich erstreckenden Angaben der Längen- und Breitenmasse der Ährchen, Schuppen und Spindel-Internodien dürfte wohl Vielen als zu weit getrieben, deren Aufnahme aber als Differential-Charaktere in die Diagnose, als allem Herkommen zuwiderlaufend, wohl den Meisten ganz verwerflich erscheinen, noch Andere dürften am Ende in dieser versuchten Neuerung nichts weiter als ein fruchtloses Bemühen erblicken, der von Einigen bereits an das Ungeheuerliche streifenden Speciesmacherei einen Anstrich von Wissenschaftlichkeit zu geben. Gegen letzteren Vorwurf bedarf es meiner Seits wohl keiner besonderen Verwahrung, denn die aus allen meinen veröffentlichten systematischen Arbeiten augenfällig genug hervortretende Tendenz, diesem eben so unwissenschaftlichen als unpraktischen Treiben entgegen zu treten, spricht mich sicher von jeder Mitschuld an demselben los. Das genaue Unterscheiden verschiedener und mitunter ganz eigenthümlicher, durch den ganzen Complex ihrer Merkmale übrigens als Glieder eines und desselben Gestaltungstypus charakterisirter Formen, involvirt meines Erachtens nämlich noch lange nicht die Nöthigung einer eigenen Namensverleihung an dieselben unter der Firma von besonderen Arten. Ich halte die Unterordnung derselben nach Massgabe ihres längeren Bestehens unter verschiedenen äusseren Verhältnissen und des häufigeren oder spärlicheren Auftretens von Mittelformen, unter der Bezeichnung von Varietäten und reinen Übergangsformen (*lusus*) unter einem Artennamen für weit vortheilhafter für die Systematik und Pflanzengeographie, als das kritiklose Bezeichnen jeder geringfügigen Modification des einen und des anderen Charakters derselben mit einem neuen Artennamen. Weit sicherer und leichter werden an solche Specialerhebungen über den Formenkreis gewisser Arten sich Untersuchungen von grösserer Tragweite anknüpfen lassen, und man wird weit seltener als gegenwärtig in die Verlegenheit kommen, das seinem inneren Wesen nach Verschiedene von dem blos transitorisch Verschiedenen zu unterscheiden. Der Gesamtüberblick über die Artenmenge in den einzelnen Gattungen kann dadurch nur gewinnen und die Nothwendigkeit der Begründung letzterer wird dann von den subjectiven Ansichten über den Werth der Charaktere weniger abhängig sein als gegenwärtig; denn leider ist man jetzt schon nahe daran, den Artenbegriff an das Exemplar zu knüpfen, welches dem Autor eben als Vorlage zu seiner halbahren Diagnose gedient.

Gegen die Ablehnung der Aufnahme genauerer Masse in die Artendiagnose und die dadurch nothwendig gewordene Ausdehnung derselben zu kürzeren Beschreibungen, habe ich nur Folgendes zu bemerken:

Masse und Zahlenverhältnisse spielen in der organischen wie in der anorganischen Schöpfung, sobald es sich um die Bestimmung einer Gestalt handelt, die erste Rolle, und es gilt hiebei ganz gleich, ob die gegebene Gestalt sich als eine unveränderliche oder veränderliche erweist. So lange wir die Gesetze, welchen ihre Bildung gehorcht, nicht kennen, sind wir auch gar nicht im Stande, über den Werth oder Unwerth der Ziffer, welche eine Messung der Gestalt gibt, zu entscheiden. Wir können vor der Hand nichts anderes mit ihnen anfangen, als Behufs der Charakteristik des Einzelnen sie mit der Angabe der Zeit, des Ortes und der Lebensverhältnisse, in welcher und unter welchen wir sie zu untersuchen Gelegenheit haben, genau zu verzeichnen und vergleichend mit anderen gehörig zusammenstellen. Je sorgfältiger und gleichförmiger dies bei vielen geschieht, desto sicherer werden wir im Stande sein, den Gegenstand,

¹⁾ Retz Obs. 6, p. 20. — Vahl enum. II, p. 353. — Nees in Wight Contrib. p. 83. — Kunth, Cyperogr. p. 100.

wenn wir ihn unter denselben oder anderen Verhältnissen wieder begegnen, nicht nur selbst wieder zu erkennen, sondern ihn auch Anderen kenntlich zu machen.

Das genauere Studium der niederen Thier- und Pflanzenwelt hat die tüchtigen Forscher bald genug gelehrt, eine vage Terminologie mit einer concreteren, in Zahlen sprechenden, zu vertauschen. Man begegnet in der Charakteristik dieser Organismen daher schon weit allgemeiner als in der höheren Ordnungen angehörenden Pflanzenarten, bestimmt angegebenen Ausmassen ihrer wichtigeren Theile. Bei den letzteren scheint theils die allen derartigen Bestimmungen anscheinend Hohn sprechende Unbeständigkeit der Raumverhältnisse der Axen- wie der Blattgebilde, theils die grössere Leichtigkeit der Bezeichnung ihrer Formen durch Hervorhebung anderweitiger, minder variabler oder augenfälligerer Charaktere die Fachmänner vorläufig abgehalten zu haben, genauere Massbestimmungen der wichtigeren Organe jedesmal in die Diagnose der Art mit aufzunehmen. In der Regel begnügt man sich mit vagen relativen Schätzungen in derselben und verbannt die genaueren Theilmasse, wenn man überhaupt sie zu machen der Mühe werth gefunden, in die nicht selten noch für überflüssig erachtete Artbeschreibung. So stehen denn zum öftersten gerade die wesentlichsten Differential-Charaktere in dieser, die nichtssagenden dafür in der Diagnose, ja man darf oft noch von Glück sagen, wenn letztere der ersteren nicht theilweise oder ganz widerspricht. Und dies alles geschieht bald aus reiner Bequemlichkeit, bald aus Sorge gegen die hergebrachte Form zu verstossen. Ohne es selbst zu wissen und zu wollen substituirt man damit dem durch genaue Massangaben sicherer und leichter zu bestimmenden Charakter der einzelnen Theile einen rein eingebildeten. Eine Menge ganz unvermeidlicher und vollkommen schuldloser Artenverwechslungen und eine noch weit grössere Anzahl unhaltbarer Arten (wahrer Phantasiestücke) verdankt die heutige Systematik dieser Scheu vor genauen comparativen Messungen und gewissenhafter Angabe des Wie, Wo und Wann sie angestellt wurden. Die Mehrzahl unserer Arten-Diagnosen gleichen daher häufiger Räthsel-Aufgaben als succineten Charakteristiken möglichst einerleiheitiger Individuen. Besonders glücklich hierin sind diejenigen, welche in jedem nur etwas verschieden aussehendem Individuum den Typus einer neuen Art herauszuwittern verstehen. So lange die Artenzahl einer Gattung noch eine mässige bleibt, so lange findet man sich in diesem systematisch gepflegten Irrgarten allenfalls zurecht; schwillt aber die Menge derselben, wie eben bei *Cyperus* zu förmlichen Legionen an, dann mag man bei Bestimmungen einzelner, selbst mit Benützung eines wohlbestellten Herbares und eines reichen Literaturschatzes, vom Glück sagen, wenn man nach tagelangem Abmühen und Vergleichen keinen grösseren Fehlgriff macht, als den, eine vordem schon aufgestellte aber ängstlich charakterisirte Art für eine noch unbekannte zu halten und als neue aufzustellen. Am besten fährt man allerdings — und wie es scheint machen es sehr Viele in der Verzweiflung so — wenn man den letzteren Weg, als den mindest zeitraubenden und der persönlichen Eitelkeit zugleich am zusagendsten, gleich von vorneherein einschlägt. In der Regel gewinnt aber die Wissenschaft bei solehem Vorgehen nichts weiter als ein paar neue, aber eben so unklare Formeln für dieselben Arten mehr, als sie vordem schon besass. — Abbildungen und selbst vom Autor oder einzelnen Monographen eigenhändig bezeichnete und in ihren Schriften als gesehen angeführte Original-Exemplare lassen einem in solchen Nöthen nicht immer das Richtige treffen; die ersteren nicht, weil sie häufig verzeichnet, die letzteren oft deshalb nicht, weil sie genauer untersucht und verglichen auf des Autors eigene Diagnose und Beschreibung oft kaum zur Hälfte passen. Eine reiche und bittere Erfahrung in diesen Dingen hat mich deshalb ungemein misstrauisch gegen meine eigenen und in nicht minderem Masse auch gegen die Bestimmungen Anderer, besonders phantasiereicher Artenfrennde, gemacht. Die Noth, die mich bei derartigen Bestimmungen so oft überkam, wurde auch hierin mir zur besten Lehrmeisterin.

Die Gattung *Cyperus* belangend, musste es mir vor Allem anderen zu thun sein auszumitteln, worin denn das Eigenthümliche der Tracht, das Ähnliche und Fremdartige derselben bei so vielen, ich möchte

sagen nach einer Schablone geschaffenen Arten liege und welche Organe es denn seien, deren Dimensionen unter dem grösstmöglichen Gestalt- und Zahlenwechsel anderer desselben Individuums, oder unverkennbar identischer, in verschiedenen Lebensaltern und unter verschiedenen äusseren Verhältnissen die geringsten Schwankungen zeigen. Liessen sich überhaupt solche nachweisen, so mussten, bei sonstiger Übereinstimmung in der Textur, Messungen ihrer Dimensionen jedenfalls Zahlenverhältnisse geben, deren Differenzen aller Wahrscheinlichkeit nach bei ein- und derselben Art nicht zu weit aus einander liegen konnten. Alle sonst im höchsten Grade relativen Bezeichnungen, wie gross und klein, eiförmig, oval, lanzettlich etc., konnten dadurch einen schärferen Ausdruck und eine grössere Bedeutung in der Charakteristik der Arten gewinnen, als sie vordem besaßen.

Vielfältige, seit Jahren mit möglichster Genauigkeit wiederholt aufgenommene derartige Untersuchungen haben mich nimmehr belehrt, dass nur die Ährchen es seien, deren Theile, einer sicheren Messung unterzogen, Charaktere bieten, welche, auf ihr richtiges Mass zurückgeführt, den Ariadnenfaden für die verlässlichere Bestimmung der Hunderte bereits entdeckter und noch zu entdeckender Arten später liefern dürften. Damit soll aber noch gar nicht gesagt sein, dass die Dimensionen dieser Organe für sich allein schon zur Bestimmung der Art genügten, und die Anführung und Mitbenützung anderweitiger Charaktere geradezu entbehrlich machten. So viel ist mir jedoch gegenwärtig schon klar geworden, dass man ohne genaue Messung gedachter Theile in verschiedenen Altersstufen und Regionen des Gesamtblüthenstandes nie zu einer sicheren Bestimmung der einzelnen Arten gelangen kann. — Vor Allem sind sie auf die Länge der blüthentragenden Schuppen (mit Ausschluss der häufig auftretenden Stachelspitze), ihre grösste hälfteige Breite, (nach vorläufiger scharfer Zusammenfaltung auf den Kiel), dann auf die Abstände der Insertionspunkte der Schuppen im mittleren Drittheile der Ährchenspindel und deren Breite auszudehnen. Werden diese Massnahmen einmal bei einer grossen Anzahl von Arten gleichförmig durchgeführt sein, dann erst dürfen wir hoffen, zu einer natürlichen Gruppierung derselben, unbeeinträchtigt durch die wechselnde Zusammensetzung ihres Gesamtblüthenstandes, zu gelangen. — Vorerst genüge auf selbe aufmerksam gemacht und sie der besonderen Beachtung jener empfohlen zu haben, welche sich mit der Bestimmung von Cyperus-Arten befassen wollen. Mögen diese aber auch noch den folgenden, dem relativen Werthe der übrigen Artencharaktere gewidmeten Bemerkungen bei solchen Anlässen eine geneigte Berücksichtigung schenken.

Gesamtblüthenstand. So charakteristisch derselbe dem ersten Eindrücke nach für die meisten Arten auch sein mag, so wenig zuverlässig erweist er sich, sobald man näher auf seine Bildung eingeht und alle Wandlungen verfolgt, welchen er bei den einzelnen Arten nach den wechselnden Boden- und klimatischen Verhältnissen, ja unter denselben Bedingungen oft an einem und demselben Individuum unterliegt. Vorzüglich gilt dies von den Arten mit mehrfach zusammengesetzter rispendiförmiger Inflorescenz, welche unter ganz gleichen Verhältnissen an sehr vielen Exemplaren, ja nicht selten sogar an einzelnen Halme desselben Wurzelstockes zur einfachen Ähren-, Trauben-, Büschel- oder Kopfform herabsinkt, während umgekehrt solche Inflorescenzen, wie man sie bei vielen Arten in der Regel findet, sich gar nicht selten in langstrahlige und mehrfach zusammengesetzte auflösen. Ich erinnere in erster Beziehung einfach an *Cyperus longus*, *rotundus*, *esculentus*, *Monti* und *congestus*, in letzterer an *C. glaber*, *glomeratus* und andere. Gar manche Arten verdanken diesem äusserst trügerischen Charakter allein ihre Existenz in unseren Floren und figuriren seit Jahren schon, oft weit von einander getrennt, unter verschiedenen Namen in den grösseren systematischen Werken. Genaue Messungen der einzelnen Schuppen ihrer Ährchen und der Internodien ihrer Spindeln lassen in solchen Fällen allein das Richtige erkennen.

Hüllblätter und Tuten. Noch weit unzuverlässlicher als die Bildung des Gesamtblüthenstandes sind bei den meisten Cyperus-Arten Zahl, Länge und Breite der Involucralblätter. Als wahre

Stützblätter der einzelnen primären oder secundären Blütenäste — mögen diese sich zu deutlichen Radien entwickeln oder, vom Grunde aus sogleich Ährchen tragend, als deren gemeinsame Spindeln erscheinen — haben sie keine grössere Bedeutung als die grundständigen Laubblätter selbst, und dienen bei kopfförmigen oder diehtbüscheligen Blütenständen selten zu viel mehr als zur Orientirung über die Anzahl der angelegten Blütenäste. — Beachtenswerther ist schon ihre Richtung, insbesondere dann, wenn das erste Hüllblatt die Spitze des Halmes scheinbar fortsetzt. — Ihre Dimensionen stehen mit seltenen Ausnahmen in geradem Verhältnisse zu jenen der oberen Laubblätter und häufig auch zur Länge und Dicke der primären Radien, so dass man, bei zufälligem Mangel der Laubblätter an Herbariums-Exemplaren, aus der Beschaffenheit der ersteren einen ziemlich sicheren Schluss auf die gleiche der letzteren wagen darf. Gewöhnlich sind die drei ersten in der Blattfolge auch die am meisten entwickelten, und häufig das zweite Blatt sogar länger als das erste, alle folgenden hingegen in der Regel unverhältnissmässig verkürzt und in demselben Masse zugleich verschmälert. — Gewahrt man zwischen locker oder gedrängt beisammenstehenden Ährchen (nicht zu verwechseln mit den immerhin gleichwerthigen Hüllblättchen am Grunde ganzer Ähren und Büschel) borstenförmige sie überragende Blättchen, so weist ein solches Vorkommen schon auf eine höhere Zusammensetzung des gemeinsamen Radius oder der Spindel hin, und berechtigt unbedingt zur Annahme noch anderweitiger zur selben Art gehöriger Formen mit entschieden entwickelten Radien erster, oder wenn solche schon vorhanden zweiter oder dritter Ordnung. Trifft man hingegen an solchen kopf- oder büschelförmigen Blütenständen keine derartig zwischen den Ährchen eingemengten längeren Stützblätter, so kann man mit ziemlicher Gewissheit annehmen, dass eine höhere Verzweigung des Blütenstandes unter gewöhnlichen Verhältnissen nicht im Wesen der Art begründet ist, es müsste denn eben nur eine sehr verkümmerte Form einer Art mit typisch höher zusammengesetztem Blütenstande sein. Dass jedes Ährchen sein eigenes Deckblättchen besitzt, und dieses seiner Gestalt wie seiner Textur nach sich bald mehr den Stützblättern, bald den Ährchenschuppen nähern könne, versteht sich von selbst. Die Dimensionen dieser Deckblättchen eignen sich nur sehr selten zur Charakteristik der Arten, da ihre Länge und Breite vom Grunde gegen die Spitze der gemeinsamen Ährenspindel abnimmt und kaum je in einem directen Verhältnisse zur Menge der Ährchen und ihrer Blüten steht.

Die am Grunde aller deutlich entwickelten Radien auftretenden scharf anliegenden *Ochreae* sind nichts weiter als dem Vorblatte der Äste und der inneren zweinervigen Spelze der Gräser entsprechende, auf den Scheidentheile reducirte Niederblätter. Sie zeigen bald einen quer oder schief abgestutzten, bald einen in ein oder zwei Lappchen oder Zähnechen vorgezogenen Saum. Gleich den Involucralblättern liefern sie nur wenig verlässliche, bloß subsidiäre Artencharaktere. Es fällt häufig nicht schwer, an einem und demselben Individuum sämtliche angegebene Modificationen des Saumes nachzuweisen.

Ährchen. Weit charakteristischer und standhafter als die Verzweigung des Gesamtblütenstandes ist für die einzelne Art schon die Vertheilung, Anordnung und Richtung der Ährchen zur Zeit der Anthese und vollen Frucht reife. Ihr Verhalten in dieser Beziehung ist ziemlich unabhängig von der das Aussehen des Gesamtblütenstandes oft so wesentlich verändernden Länge und Verästelung der gemeinsamen Haupt- und Nebenspindeln. Das horizontale Abstehen oder selbst Zurückschlagen der Ährchen in einem der gedachten Stadien ihrer Entwicklung ist, wenn nicht durch gegenseitigen Druck bei massenhafter Anhäufung bewirkt, gewöhnlich Folge einer intraaxillären kegel- oder kugeligen Anschwellung der Ährchenspindel an ihrer Insertionsstelle und dann weit mehr als im anderen Falle, oder bei fehlender Anschwellung überhaupt, charakteristisch für die einzelne Art.

Bei weitem unbeständiger als die Richtung der Ährchen, die Dimensionen ihrer Schuppen und deren Abstände an jeder Seite des Spindelchens erweist sich die Zahl der Schuppen an den Ährchen desselben und verschiedener Individuen derselben Art. Sie unterliegt bei den meisten Arten sehr bedeutenden Wand-

lungen und erhebt sich bei einigen nicht selten auf das Doppelte, Drei- und Vierfache des beobachteten Minimums. Man lasse sich daher, bei sonstiger Übereinstimmung der Dimensionen dieser Theile an verschiedenen Exemplaren, ja nicht zu vorsehnell durch die verschiedene Schuppenzahl einzelner Ähren zur Annahme einer Artverschiedenheit verleiten. Am trügerischsten erweist sie sich vor und bei beginnender Anthese der Ähren, indem die obersten noch ganz unvollständig entwickelten, von den zunächst unteren ausgebildeten Schuppen vollständig verhüllt sind. Die Angabe ihrer Maxima und Minima, wie sich solche an verschiedenen Ähren eines oder mehrerer Exemplare herstellen, ist in der Charakteristik der Arten daher von weit grösserem Werthe als die der blossen Durchschnittszahlen und immer in die Diagnose aufzunehmen.

Die Gestalt der Ähren beliegend, erleidet diese nach der Anthese bis zur vollen Fruchtreife bei den wenigsten Arten sehr erhebliche Veränderungen und gewährt deshalb schon in jenem Altersstadium, in welchem zwei Drittheile aller Blüten bereits verstäubt, bei der Bestimmung der Arten sicherere Anhaltspunkte für die Ermittlung ihrer endlichen Form als die meisten der früher besprochenen Charaktere. Am unsichersten bleibt ihre Bestimmung bei noch gar nicht zur Verstäubung reifen Ähren. In den Abtheilungen der *Glomeraten*, *Pennaten*, *Mariscoideen* und *Killingioideen* Kunth's verlasse man sich selbst zur Zeit der vollsten Anthese nicht zu sehr auf deren Form, weil ihre anfänglich oft cylindrische Gestalt später in eine plattgedrückte übergeht und die früher noch sehr angedrückt geschindelten Schuppen bei der Fruchtreife zuletzt gar nicht selten sehr gelockert abstehen.

Von entschiedenem Werthe für die Bestimmung der Art erweist sich, wie ich schon wiederholt zu bemerken Gelegenheit hatte, die Gestalt der einzelnen Schuppen, hervorgehend aus dem Dimensions-Verhältnisse ihrer Länge und grössten Breite, je nachdem letztere in das oberste, mittlere oder unterste Drittheil der ersteren fällt. Ohne genauester Angabe dieser Verhältnisse reicht man mit den üblichen Bezeichnungen von eiförmig, verkehrt-eiförmig, oval, länglich und lanzettlich schlechterdings nicht aus und verfehlt, sobald man sich auf den blossen Sinneseindruck und eine oberflächliche Schätzung beider Durchmesser verlässt, zum öftersten die richtige Bezeichnung. Bei Organen, welche nur in seltenen Fällen mehr als zwei Linien lang und hälftig mehr als eine Linie breit sind, verändern Unterschiede von weniger als einer $\frac{1}{2}$ Linie in beiden Dimensionen schon merklich die ganze Configuration der Ähren. Erwägt man ferner, dass das absolute Längenmass der einzelnen Schuppen weit aus bei den meisten Cyperus-Arten nur innerhalb $\frac{3}{4}$ und $1\frac{1}{2}$ Linien sich bewegt, so wird man begreifen, wie entschieden werthlos jede bloß approximative Schätzung erscheinen muss. — Abgesehen selbst von dem beinahe völligen Mangel genauer Messungen der Schuppen erfährt man gegenwärtig nur selten aus den Beschreibungen, gar nirgends aber aus der blossen Diagnose, ob die angegebene Bezeichnung ihrer Gestalt auf die natürlich zusammengefaltete und an der Spindel sitzende, oder auf die abgelöste und künstlich ausgebreitete Schuppe sich bezieht oder nicht. — Genaue Messungen gewinnt man übrigens nur durch Auflegen abgelöster und scharf am Kiele zusammengefalteter Schuppen auf die Theillinien eines Transversal-Massstabes; Messungen mit einem Zirkel taugen nichts mehr. Künstlich flach ausgebreitete Schuppen geben selten richtige Maasse und noch seltener ein richtiges Bild derselben, weil bald eine Nebenfalte längs des Rückennerven, bald eine Berstung an den Rändern, an der Spitze oder am Grunde dasselbe verzerrt. Die Bestimmung der hälftigen Gestalt ist deshalb immer vorzuziehen und in den meisten Fällen vollkommen genügend. Dass ein ganz scharfes Einstellen auf die Theillinien hierbei so gut als bei feinen mikroskopischen Messungen unerlässlich sei, ist wohl kaum erst zu bemerken nöthig.

Da bei allen Cyperus-Arten das unterste und oberste Blümchen, oder wohl auch noch das zweite unterste eines Ärchens gar nie zur Ausbildung gelangen oder verkümmern, und auch deren Schuppen den

dazwischenliegenden selten an Länge gleichkommen, so thut man gut, nur Schuppen aus dem mittleren grösseren Ährendrittheile zu Messungen zu verwenden. Auch wäble man, um sicher zu gehen und gleich von vornherein die äussersten Grenzen der stattfindenden Schwankungen in den Dimensionen dieses Organs zu erhalten, hierzu Schuppen aus den kleinsten und grössten auf gleicher Altersstufe stehenden Ähren desselben oder verschiedener sicher identischer Exemplare derselben Art. Vielfache derartig vorgenommene Messungen von Ährenschuppen unserer einheimischen und cultivirten exotischen *Cyperus*-Arten haben mich über die Zweckmässigkeit dieser Untersuchungsmethode und ihre Verlässlichkeit bei der Bestimmung, was man in zweifelhaften Fällen für Art oder Abart vor der Hand zu halten habe, genügend belehrt. Ich habe hierbei sattsam Gelegenheit gehabt mich zu überzeugen, dass man durch Anzucht aus den Samen ein und derselben Pflanze Individuen mit anscheinend so bedeutend verschiedener Ähren- als Inflorescenzbildung erhält, dass, fänden sich nicht die Extreme derselben häufig auf einem und demselben Stoeke vereinigt, und nebenher noch durch Zwischenformen vermittelt, man sich sehr versucht fühlen könnte, sie im Sinne Vieler für verschiedene Arten zu halten. Untersucht man dann diese extremen Formen genauer, so findet man, dass das ganze fremdartige Aussehen des einen wie des anderen Exemplares häufig in nichts weiterem, als in dem Vorherrschen der kleinsten oder grössten Dimensionsverhältnisse der Schuppen sämmtlicher Ähren liegt, während das Prädominiren der mittleren Dimensionen, mit den extremen verschiedentlich gepaart, die Blütenstände der eben so zahlreichen und gewöhnlich noch zahlreicheren Zwischenformen kennzeichnet. Häufig fällt und steigt mit der Grösse der Schuppen auch ihre Zahl in den einzelnen Ähren. *Cyperus rotundus*, *longus*, *strigosus*, *elegans*, *congestus* und *distans* haben mir jedoch in dieser Beziehung zu häufige Beispiele des Gegentheils geliefert, als dass ich mich bewogen fühlen könnte, bei Dirimirung nahe verwandter Arten der Schuppenzahl einen gleichen Werth mit den Dimensionsverhältnissen derselben zuzuerkennen. Die grössten bisher beobachteten Schwankungs-Differenzen der Länge und der correspondirenden geringeren in der Breite der Schuppen fand ich bei diesen und noch einigen anderen Arten sich doch nie über $\frac{9}{12}$ einer Linie erheben. Wohl aber haben comparative Messungen von Ährenschuppen der verschiedenst gestalteten Exemplare derselben Art aus weit entlegenen Gegenden und Ländern häufig die allergrösste Übereinstimmung in ihren mittleren Massen sowohl, wie in ihren Extremen gezeigt.

Charakteristisch für viele *Cyperus*-Arten, besonders für die mit breit-eiförmigen oder ovalen Ähren, für manche aus der Abtheilung der *Pennaten* und *Mariscoideen*, so wie für die echten *Marisci*, ist besonders der Grössenwechsel der Schuppen in den einzelnen Ähren selbst (nicht zu verwechseln mit dem der Gestalt der Ähren), während er bei anderen sich nur als zufällige Missbildung erweist.

Sehr beachtenswerth ist das Verhalten des Rückenervens zum häutigen Saume der Schuppen-
spitze, in so ferne er entweder innerhalb des letzteren erlischt, oder bis an den äussersten Rand, oder wohl über diesen hinaus sich in Gestalt einer Stachelspitze fortsetzt. Auf die An- und Abwesenheit, wie auf die Länge dieses Fortsatzes selbst darf man sich jedoch bei der Artenbestimmung nicht mit voller Zuversicht verlassen und ihm deshalb auch nie in das Längenmass der Schuppe einbeziehen¹⁾. Häufiger aber noch als diese veränderliche Mueronenbildung hat die verschiedenartige Zuspitzungsweise der Schuppen selbst zu Verwechslungen von Arten, wie hinwieder zur Aufstellung nichts weniger als verschiedener veranlasst. Bei vielen Schuppen laufen nämlich deren Ränder noch eine Strecke an der Stachelspitze hinauf und bilden so gemeinsam mit der vorgezogenen Kielspitze den Muero; bei anderen Arten hingegen fließen sie schon innerhalb des letzteren zu einem bald mehr bald minder deutlichen kappenartigen Saum (*formix*)

¹⁾ Untersucht man die Spitze solcher Mueronen bei einer 50—200maligen Vergrösserung, so findet man die Enden der ihn bildenden Zellen häufig als kleine Zähnechen in verschiedener an den Schuppen desselben Ährens oft sehr abändernder Anzahl hervortreten.

zusammen, hinter welchem dann, scheinbar aus dem Rücken der Schuppe entspringend, die Stachelspitze sich fortsetzt. Bei noch anderen Arten zeigt der häutige Theil der Schuppenspitze eine Ausrandung, aus deren Sinus der verlängerte Kiel dann als Stachelspitze hervortritt. Übergänge von der einen Art der Bildung zur anderen lassen sich im Allgemeinen genug nachweisen, weit seltener jedoch bei ein- und derselben Art, beinahe nie an Ähren desselben Individuums. Jedenfalls sind diese drei Arten von Muerobildungen bei der Charakteristik der Arten schärfer hervorzuheben und mehr zu beachten, als das einfache Vorhanden- oder Nichtvorhandensein der Stachelspitze selbst. Verwechslungen derselben, hervorgegangen aus einer unzuweckmässigen Untersuchungsmethode, scheinen nicht selten da, wo von Ausrandungen der Schuppen die Rede ist, vorzukommen. Besonders dürfte dies bei solchen Arten der Fall sein, deren Schuppen eine gewölbartige Muerobildung besitzen, oder bei welchen die zarten Ränder durch Hinaufwachsen sich an dieser betheiligen. Bei dem gewaltsamen flachen Ausbreiten der am Rücken gewöhnlich etwas nach innen oder aussen gekrümmten Schuppen findet fast unvermeidlich, ja zur Reifezeit durch Vertrocknung der zarten Membran von selbst, ein Einreissen und Ablösen der häutigen Ränder von der derberen Kielspitze statt, und so mögen denn manche der Arten, welchen ausgerandete Ährenschuppen zugeschrieben, in Wirklichkeit solche nicht besitzen. Die Wahl der jüngeren Ähren zur Zeit der Anthese oder comparative Untersuchung von Schuppen aus verschiedenen Höhen desselben und verschiedener Ähren eines Exemplars, ohne sie auszubreiten, lässt dann sehr bald den wahren Sachverhalt erkennen.

Die Zahl der Nerven zu beiden Seiten des Kieles zeigt meinen Erfahrungen zufolge zu grosse Unbeständigkeit an den Schuppen verschiedener Ähren desselben Exemplars, um ihr einen besonderen Werth bei der Charakteristik der Arten einräumen zu können. Immerhin besitzt dieses Merkmal aber noch eine vergleichsweise grössere Berücksichtigung als der Grad der Zusammensetzung des Gesamtblüthenstandes. So viel glaube ich aber jetzt schon mit ziemlicher Bestimmtheit angeben zu können, dass die Zahl der Nerven bei derselben Art und denselben Individuen mit der zu- oder abnehmenden grössten Breite der hälftigen Schuppen im geraden Verhältnisse zu stehen scheint. Es gewinnt desshalb dieser Charakter, als differentieller, besonders dann eine höhere Bedeutung, wenn bei gleich grossen und breiten Schuppen einander sehr nahestehenden Arten deren Nervenzahl bei einer derselben sich sehr gering erweisen sollte. Beachtenswerther als die Zahl der Nerven scheinen mir Abweichungen von dem vorherrschenden Parallelismus derselben in allen jenen Fällen zu sein, in welchen eine solche Abweichung sich constant an den Schuppen sämmtlicher Ähren erweisen sollte. Bei *Cyperus (Pycreus) flavescens*, *compressus*, *Mouti* und noch manchen anderen fand ich die äussersten Seitennerven über der Mitte, mit einer leichten Krümmung dem Rande sich zuwendend, der Richtung der übrigen Parenchymzellen, jedoch nie allgemein, folgen. Überhaupt muss man sich sehr hüten aus der Anzahl und Richtung der farbigen Streifen an den Schuppen sogleich auch auf die entsprechende der Nerven zu schliessen. Zarte Längsfaltungen des Gewebes an getrockneten Exemplaren sehen unter einer gewöhnlichen Loupe häufig Nerven täuschend ähnlich. Um sicher zu gehen, verabsäume man nie halbirte Schuppen unter einer mindest mehr als 16maligen Vergrösserung zu untersuchen. Die Nerven selbst sind nichts weiter als Stränge langgestreckter Bastzellen ohne Spur eines echten Gefässes.

Die Färbung der Schuppen scheint für viele Arten eben so charakteristisch als unbeständig bei nicht wenigen andern zu sein. Man baue desshalb nicht zu sehr, am wenigsten aber dann auf sie, wenn die Verfärbung aus grün oder gelb in Hellbraun oder Purpurbraun erst im vorgerückten Alter der Ähren, oder gar nur halbseitig oder theilweise stattfindet. Man ist häufig nicht einmal im Stande, Varietäten, geschweige denn erst Arten, darnach zu unterscheiden.

Ährenspindel. Die werthvollsten Arten-Charaktere liefert in Verbindung mit den Dimensionsverhältnissen der Schuppen die Beschaffenheit der Ährenspindel, insbesondere aber das Mass der

Schuppenabstände je einer Zeile im mittleren Drittheile ihrer ganzen Länge. Ich sage im mittleren Theile der Ährchen, weil meinen vielen vorgenommenen Messungen an Ährchen desselben Individuums zufolge die Abstände der Schuppen unter sich in dieser Region die geringsten, in den beiden anderen, besonders im unteren Drittheile, noch die meisten Schwankungen zeigen. Die kleinsten Schuppenabstände fallen in das untere Drittheil des Spindelchens, und sie sind es, welche überhaupt die Minima und Maxima der Variation der mittleren Abstände der Schuppen bei den verschiedenen Formen und Varietäten jeder Art andeuten. Ich habe, ungeachtet der gleich anfänglich gewonnenen und durch ihre überraschende Übereinstimmung mich zu weiteren Vergleichen anregenden Resultate, diesen Abstandsmassen doch lange kein besonderes Zutrauen schenken wollen, und erst dann einen bestimmten Werth auf sie zu legen angefangen, als ich fand, dass selbst bei den polymorphesten Arten, wie *Cyperus hexastachyus*, *rotundus*, *longus*, *alopeuroides*, *congestus* und anderen, die Unterschiede der grössten Schwankungen nur äusserst selten das Mass von $\frac{4-5}{12}$ Linien erreichten und selbst dann noch im vollsten Einklange mit den noch bedeutenderen der Schuppendifferenzen standen.

Bei reichblüthigen Ährchen sind es gewöhnlich die 3—4 untersten Schuppenabstände auf jeder Seite, welche unter sich und den darauffolgenden an Länge differiren und bald kürzer, bald (jedoch seltener) länger als diese sind. Die Abstände der obersten Schuppen weichen seltener von jenen der mittleren und gewöhnlich nur in jüngeren Altersstadien ab; auch eignen sie sich der bedeutenderen Schwierigkeit halber, die Schuppen ohne Verletzung oder Bruch der Spindel rasch zu entfernen, lange nicht so gut zur Untersuchung als die mittleren. Der Grund, wesshalb ich den Weg der genetischen Schuppenfolge verlassend, sogleich den Abstand je zweier in derselben Zeile über einander stehender Schuppen (gleich 2 Internodien) mass, liegt einfach in der grösseren Sicherheit der anzustellenden Messung, indem sich einer Seits alle merklicheren Schwankungen in den einzelnen Abständen, als verdoppelt, deutlicher herausstellen, anderer Seits die geringeren von selbst compensiren müssen. Dazu kömmt noch die grössere Leichtigkeit directer Vergleichung, mehrerer scharf an einander gereihter Ährchenspindeln unter einer schwachen Linse, wobei das Auge durch die Schlingelungen der Spindel von einem Knotenpunkte zum anderen, ihre Dicke und Verunstaltung durch anhängende Schuppen- und Flügelreste an den Kanten wenig oder gar nicht heirrt wird. Zur Erzielung möglicher Genauigkeit der Masse ist es unerlässlich die Knotenpunkte unter einem Simplex in ihrer Mitte scharf auf die Theilungslinien des Massstabes einzustellen. Vergleicht man kürzere Ährchenspindeln mit längeren, oder ziemlich gleich lange verschiedener Formen oder Varietäten einer Art, so treten die Abstandsdifferenzen, sobald man die kürzere Spindel genau in die Mitte der längeren bringt, oft anseheinend sehr bedeutend hervor, compensiren sich aber sogleich, so wie man die untersten Schuppenabstände der längeren Spindel mit den mittleren der kurzen zusammenhält. Dasselbe gilt dann auch vom zweiten Falle.

Die Breite der Spindel variirt bei allen Arten mit nicht besonders verdickten Knoten und Internodiumsrändern nur ganz unbedeutend. Ihre anderweitige Beschaffenheit wurde bisher viel zu wenig berücksichtigt, während sie doch für viele Arten charakteristisch ist und die bald mehr walzliche, bald scharf zusammengedrückte Gestalt der Ährchen im späteren Alter wesentlich zu bedingen scheint. Ihre Dimensionen sollen daher in keiner Arten-Diagnose fehlen. Selbst ihre Färbung zur Zeit der Fruchtreife scheint mir einer gewissen Beachtung nicht unwerth zu sein und zwar um so mehr, als sie an getrockneten in jüngeren Altersstadien befindlichen Exemplaren schon ganz übereinstimmend mit der an lebenden, zur Zeit der Fruchtreife beobachteten hervortritt.

Grössere Berücksichtigung als den Dimensionen der Ährchenspindel ist schon ihrer Beränderung zu Theil geworden, ja die Gattung *Papyrus* ist geradezu auf ihr Verhalten zur Zeit der Fruchtreife gegründet worden. Meines Dafürhaltens dürfte man hierin wohl etwas zu weit gegangen sein. Denn einmal werden dadurch ungemein nahe mitsammen verwandte Arten weit auseinander gerissen, der Conjectur

bei ihrer Bestimmung nach getrockneten, nicht in voller Fruchtreife stehenden Exemplaren der weiteste Spielraum geöffnet, endlich einem einzelnen Charakter ein Werth beigelegt, den derselbe bei dem absoluten Mangel jedwedes anderen accessorischen um so weniger verdient, als es nahezu eben so viele, wenn nicht noch mehr Cyperus- als Papyrus-Arten gibt, bei welchen die Beschaffenheit des Flügelsumes der Spindel genau die Mitte zwischen der etwas derberen Textur bei den eigentlichsten Papyrus- und den zart-häutigen der übrigen Cyperus-Arten hält. Denn eben von dem Grade der Gewebsverdickung dieses Theiles hängt die vollständigere und vorzeitigere, oder bloß theilweise und spät erst stattfindende Ablösung derselben von den Rändern der Spindel ab. So halten *C. articulatus*, *corymbosus*, *Pangorei*, *odoratus*, *dissolutus* und *Papyrus Pohlii* in dieser Hinsicht genau die Mitte zwischen den Cyperus-Arten aus der Gruppe von *C. longus* einer und *Papyrus antiquorum*, *venustus* und *auricomus* anderer Seits. Oder soll man aus dieser Artengruppe etwa noch eine dritte Gattung bilden? Der Systematik kann doch unmöglich mit ganz künstlich gebildeten Gattungen gedient sein, durch welche weder die Charakteristik der natürlichen Artengruppen einer weitläufigen Gattung, noch die der einzelnen Arten selbst gefördert erscheint.

Der Flügelsum der Internodien der Ährchenspindel wird durch ein Verschmelzen der Epidermalzellen ihrer Kanten mit der ganzen unteren Portion des umfassenden freien Theiles der oberständigen Schuppe gebildet und erscheint um so breiter, je stärker diese Portion entwickelt ist. Häufen und verdicken sich die Zelllagen dieser Flügelleiste mehr in der Mediane oder gegen den freien Rand ihrer Ausbreitung zu, so reißt bei der Austrocknung der Schuppe sich diese Partie von dem zarteren Seitentheile der letzteren und zugleich auch von dem derberen Theile der Kante los und haftet dann nur kurze Zeit mehr am unteren Knoten des Internodiums. Nicht selten scheint diese Zerreißung an beiden Enden gleichzeitig stattzufinden und die Lamelle bleibt dann in der Mitte der Internodiums-Kante noch etwas länger haften. Trifft hingegen die Verdickung nur den obersten Theil der Flügelleiste (die untere Schuppenportion), oder verringert sie sich ihrer ganzen Länge nach gegen den freien Rand hin, so reißt bloß die Schuppenportion ein und der Riss setzt sich dann längs der Kante mehr oder minder weit nach unten, ja wohl auch gar nicht in allen jenen Fällen fort, in welchen das ganze Gewebe gleichmässig zart geblieben. In dieser Hinsicht lassen sich ohne irgend eine nebenherlaufende besondere Bildung der Schuppen oder der Spindel, alle Übergänge von sich ganz, theilweise oder gar nicht ablösenden Flügelleisten bis zu ihrem völligen Schwinden nach Verschiedenheit der Arten nachweisen. Aus dieser einfachen Darstellung des Sachverhaltes kann man wohl leicht entnehmen, auf welchem seichten Charakter die Gattung Papyrus gegründet ist.

Anders verhält es sich schon bei der, mit der Gruppe der *Mariscoideen* nahe verwandten Gattung *Diclidium*¹⁾. Hier verdicken sich die Internodien der Ährchenspindel nach der Anthese der einzelnen Blüten rasch an ihrem oberen Ende, schwellen an den Kanten schwammig auf und umklammern zuletzt mit den entweder ganz stumpfen oder an den Rändern häutigen Öhren die Caryopse beinahe vollständig. In die Ohrbildung wird hierbei der freie untere Rand der Schuppen nicht hineingerissen und nur der unterste quere angewachsene Theil derselben geht einigermaßen in diese Auftreibung ein. Während ferner bei allen Cyperus-Arten die Spindel entweder von vorne, oder von der Seite her flach zusammengedrückt ist, oder die einzelnen Internodien auf einer Seite etwas ausgehöhlt, auf der anderen abgerundet erscheinen, sind letztere bei allen mir bekannten *Diclidium*-Arten auf der einen Seite tief nachenförmig ausgehöhlt, auf der anderen ebenfalls völlig gekielt und unterhalb mit einer seichten in den Stiel anlaufenden Furche versehen. Die nothwendige Folge dieser Spindelbildung ist die rundliche und mehr oder minder geschlingelte Gestalt der Ähren, an der alle *Diclidium*-Arten für einen mit den verwandten Cyperus-Arten nur etwas Vertranten sogleich kenntlich sind. — An einem von meinem, leider zu früh für die Wissenschaft verstorbenen, Fremde

¹⁾ Schrader et Nees in Martius et Endl. Fl. brasil. Fase. III, p. 31.

v. Friedrichsthal im Staate Guatemala gesammelten Exemplare einer von *Diclidium lenticulare*¹⁾ wohl kaum verschiedenen Art, habe ich an den wenigen noch vorhandenen Ährenresten (nachdem die Mehrzahl bereits abgefallen) sogar eine deutliche Abgliederung der einzelnen Internodien bei voller Fruchtreife wahrnehmen können. Ich wage aus diesem zur Zeit noch vereinzelt dastehenden Factum zwar noch keinen Schluss auf ein derartiges Verhalten aller Ähren zu ziehen, noch weniger diesen Charakter in den der Gattung selbst schon aufzunehmen, aber unwahrscheinlich dünkt mir, der Bildung der Ähren aller *Diclidium*-Arten nach, ein solches allgemeines Abgliedern der Spindel durchaus nicht zu sein. Bestätigt sich diese vorerst vereinzelt Wahrnehmung später bei sämtlichen Arten, so würde der Werth dieser Gattung sich noch entschiedener als gegenwärtig herausstellen. An Andeutungen eines solchen Verhaltens der Ährenspindel fehlt es ohnedies nicht, da mehrere *Cyperus*-Arten aus der Abtheilung der *Mariscoideen*, wie *C. congestus*, *oostachyus* und einige andere, nebst allen Arten von *Mariscus*, bei voller Fruchtreife das ganze Ähren über dem ersten oder zweiten Internodium abwerfen.

Überhaupt möchte ich, um eine schärfere Begrenzung für die nun einmal von allen Botanikern festgehaltene Gattung *Mariscus* zu gewinnen, alle bisher bei *Cyperus* belassenen Arten mit entschieden, sich zuletzt am Grunde abgliedernden Ähren am liebsten zu *Mariscus* stellen, und zwar um so lieber, als sie weder ihrer Tracht nach von den echten *Mariscis* mit längeren mehrblüthigen Ähren, noch im Baue der letzteren selbst, noch durch irgend einen anderen erheblichen Charakter sich unterscheiden. Nees²⁾ gibt zwar an, dass die eigentlichen *Marisci* von den ihnen ähnlichen *Cyperus*-Arten sich besonders dadurch unterscheiden, dass die zwei untersten Ährenschuppen von auffallend ungleicher Länge seien, mit den übrigen sich zur Reifezeit von der Spindel nicht ablösen und, mit Ausnahme der untersten stehenbleibenden, bei voller Fruchtreife mit dieser abfallen. Dagegen habe ich einfach zu bemerken, dass ein derartiges Abfallen der ganzen Ähren sich schon bei *Cyperus congestus* und *speciosus* (welche doch verhältnissmässig viel weiter noch als andere von den *Mariscis* entfernt stehen) häufig kund gibt; dass dieser Fall schon bei *C. ligularis*, *oostachyus* und *coriaceus* regelmässig eintritt, endlich dass die merkliche Ungleichheit der beiden untersten Ährenschuppen eine ganz gewöhnliche Erscheinung bei gar vielen, wenn nicht bei den meisten Arten aus der *Mariscoideen*- und *Kyllingioideen*-Gruppe Kunth's ist.

Staubblätter. Ausser dem, von den gewöhnlichen Drei- auf die Zwei- und in sehr seltenen Fällen auf die Einzahl herabsinkenden Zahlenverhältnisse bieten diese Organe kaum irgend einen zur Charakteristik der Arten verwendbaren erheblichen Unterschied. In der Regel sind sie von ungleicher Länge und der hintere an die Ährenspindel angedrückte Staubfaden dann gewöhnlich der längste. Zur Zeit der Verstäubung ragen sie bei allen Arten mehr oder minder deutlich über die Ährenschuppen, bei einigen aus der Abtheilung der *Allagostachyi* und *Mariscoidei* Nees selbst beträchtlich, etwa um die halbe Länge der letzteren hervor. Nach der Verstäubung krümmt oder kräuselt sich der Fadentheil ganz leicht bei den genannten. Nur sehr selten, und auch dann nur an einzelnen Staubfäden desselben Ährens, konnte ich eine deutliche Schlingelung des Trägers schon vor dem Verstäuben der Beutel in der Knospelage gewahren, wie dies bei *Comostenum montevidense* Nees und den haarförmigen Borsten des *Eriophorum alpinum* gewöhnlich der Fall zu sein scheint. *Cyperus prolixus*, dessen ich hier vorläufig schon erwähnen muss, mag wohl die absolut längsten Staubblätter von allen besitzen, relativ sind sie aber auch nicht viel länger als bei einigen anderen. In keinem Falle darf er desshalb zu *Comostenum* gestellt werden, zu welchem ihn

¹⁾ Schrader et Nees in o. c. p. 53. — Die Figuren *l*, *e*, *f* und *d* lassen vieles zu wünschen übrig und versinnlichen nur zur Noth den wahren Bau der Ähren.

²⁾ Nees o. c. p. 43.

Nees bringt. — Das über die Antheren häufig etwas hervortretende Connectiv dürfte, gleich der Gestalt der letzteren, für manche Arten vielleicht charakteristisch werden. Es liegen aber hierüber noch viel zu wenige Erhebungen vor, um auch nur im entferntesten etwas Bestimmtes sagen zu können.

Pistill. Eine eben so magere Ausbeute an Differential-Charakteren für die einzelnen Arten, wie die Staubblätter sie geboten, liefert auch der Griffel mit seinen Ästen. Die Tiefe der Theilung und Länge der letzteren ist bekanntlich sehr unbeständig und nur dann charakteristisch, wenn diese, wie bei *C. prolixus*, weitaus das Längenmass der Schuppen übersteigt. Wichtiger schon ist die Zahl und Stellung der Griffeläste zur Ährenspindel. Die Gattung *Pycereus* ist bekanntlich auf deren Zweizahl, gegenüber ihrer Dreizahl bei *Cyperus*, gegründet. So hingestellt würde diese Gattung, bei Ermangelung aller anderweitigen Unterschiede und dem Umstande, dass *C. alopecuroides* gar nicht selten auf ein und demselben Exemplare zwei- und dreitheilige Griffel zeigt, sich eben so wenig haltbar als *Vignea* gegenüber von *Carex* erweisen. Hält man die generische Abtrennung der zweigriffeligen *Cyperus*-Arten für einen gar so grossen Gewinn für die systematische Eintheilung der Cyperaceen, so mag man zu ihrer besseren Begründung den mir immerhin noch wichtiger als die blosser Zahl der Griffeläste scheinenden Charakter ihrer Stellung zur Ährenspindel mit in den dieser Gattung aufnehmen.

Alle mir bekannten echten *Pycerei* besitzen eine von der Seite und nicht vom Rücken her zusammengepresste Ährenspindel und eben so linsenförmig zusammengedrückte Caryopsen, mit nach vorne und hinten in der Hohlkehlung der Schuppe und des Spindel-Internodiums liegenden Kanten. Dieselbe Richtung halten nun auch die Griffeläste ein. Bei *Cyperus alopecuroides* und allen anderen echten *Cyperus*-Arten, deren Blüten zuweilen blos zweispaltige Griffel zeigen, fand ich den nach vorne gerichteten Ast fehlgeschlagen, die Caryopse aber auch dann von rück- und vorwärts her etwas zusammengedrückt, oder wenn sie dreikantig erschien, an der vorderen Kante stark abgerundet. Demnach muss man auch alle *Pycerei* mit zweispaltigen aber nach rechts und links gerichteten Griffelästen und Kanten ihrer Caryopsen zu *Cyperus* wieder zurückwandern lassen. Bei allem dem scheint mir dieser Umstand, selbst wenn er sich noch weiter bestätigen sollte, viel zu wenig Eigenwerth zu besitzen, um seinetwegen eine generische Trennung von *Pycereus* und *Cyperus* gutheissen zu können.

Frucht. Die Gestalt derselben bietet, obgleich sie selten augenfällige Eigenthümlichkeiten zeigt, doch sehr zu berücksichtigende Charaktere zur Unterscheidung nahe verwandter Arten. Nachdem aber ihre Gestalt ewig zwischen der ei- und linienförmigen schwankt, sind genaue Massangaben zu ihrer Bezeichnung, wenn erstere überhaupt eine bestimmte Bedeutung gewinnen soll, ganz unerlässlich und mit in die Diagnose der Art aufzunehmen. Man begnüge sich aber nur ja nicht mit der Messung eines und des anderen Früchtchens. Nicht blos, dass der grössere oder geringere Grad der Reife, den man nicht immer genau zu beurtheilen im Stande ist, Einfluss auf die an und für sich schon geringen Dimensionen der Frucht wie ihre Färbung übt, sondern sie selbst ändern ohne Frage im Verhältniss zur Grösse der Ährenschuppen nach beiden Dimensionen ab. Sie verhalten sich in dieser Hinsicht genau so, wie der Samen vieler anderer Pflanzen, welche mit kleinen und grossen Corollen abändern, und dabei eine correspondirende Zu- und Abnahme der Dimensionen dieser constant gewahren lassen. Diese innerhalb gewisser Grenzen sich bewegenden Massunterschiede in der Grösse der Samen schienen mir weit seltener den wechselnden Dimensionen des Kelches, als jenen der Krone parallel zu laufen. — Man lasse sich daher, bei sonstiger Übereinstimmung der übrigen wichtigen Charaktere, durch dergleichen Differenzen in der Grösse und Färbung der Caryopsen nicht zu vorsehnell zur Annahme einer Artverschiedenheit bei *Cyperus* verleiten. Von der Wahrheit des Gesagten und dem sehr relativen Werthe dieses Charakters mag sich jeder durch Vergleichung und Messung einer guten Portion reifer, von ein und demselben Exemplare gewonnener Früchte einer beliebigen *Cyperus*-Art überzeugen. Dass Verschiedenheiten in der Structur und Zeichnung der Caryopsen,

wo solche augenfällig sind, grösseren Werth verdienen, versteht sich von selbst, nur lege man ja kein besonderes Gewicht auf den verschiedenen Grad des Punkirtseins derselben bei gleichem Grade der Reife und Grösse.

Gibt man, mit gehöriger Berücksichtigung aller die Dimensionen dieser Organe modificirenden Verhältnisse, deren Ausmasse mit der nöthigen Genauigkeit an, und verschweigt man vor Allem nicht geflissentlich was man nebenher noch an demselben und anderen Exemplaren sehen musste, aber aus lauter Unterschieds- und Namenshascherei nicht sehen wollte, so wird es nicht so schwer als gegenwärtig fallen, das Bekannte vom Unbekannten, das unwesentlich vom wesentlich Verschiedenen gehörig zu scheiden. Man wird dann nicht erst der löblichen Phrasen „*species toto coelo diversa etc.*“ benöthigen um wirklich verschiedene Arten damit kenntlich zu zeichnen, während selbe zum öftersten nur dazu verwendet erscheinen, um sich selbst und andere über die Nichtigkeit ihres Werthes und ihrer Charakteristik zu täuschen.

CYPERUS PROLIXUS Kunth.

(Sectio MARISCOIDES Nees).

Tafel II.

Perennis, laete virens, rhizomate horizontali *crasso, nodoso, haud tuberifero*. Caulis fasciculati, robusti, floriferi 3—6 pedales et altiores, ima basi pyriforme incrassati, acute triquetri, *leves*, inferiore triente solum foliati. Folia magno arcu recurva eulmum aequantia v. superantia, plana, medio late argueteque carinato-canaliculata, longe attenuata, majora supra vaginam truncatam 6—9'' lata, carina angulisque scaberrima. Inflorescentia generalis 6—15 pollicaris, 2—3 composite-umbellaris, *coarctata, nec expansa*, 7—15 radiata cum spica centrali subsessili simplici ut plurimum hebetata; radiis ancipiti-, paucioribus triquetro-compressis, laevissimis, primariis 3—7 majoribus 5—12 pollicaribus basi *extus globose tumidis*, brevioribus reliquis $\frac{1}{3} > 3$ plo brevioribus ac tenuioribus, brevissimis spica simplici v. subcomposita terminatis; radiis secundariis 2—9 umbellatis, *erectis*, paucioribusque patulis, una parte 1—3 pollicaribus, nunc *spica simplici*, nunc *radiolis 1—3 obsoletioribus adpressis* (uno alterove subinde patentissimo) aucta terminatis. Spicae majores 1—1 $\frac{1}{2}$ pollicares polystachiae, cylindricae v. oblongae, 3—6'' latae erectae v. apice subnutantes, foliolis bractealibus setaceis paucis *ipsa 2—3 plo brevioribus adpressis* fultae. Involueri universalis folia praelonga, latissima, patentissime recurva; partialium anguste linearia subulata *stricte patentissima* 1—2 pollicaria. Oehreae majores 1—1 $\frac{1}{2}$ pollicares bicuspidatae, radiolorum triplo minores truncatae. Spiculae *rhachim omnino occultantes laeve adpressae*, in fructu persistentes, lineares ac lineari-lanceolatae, compressae, 3—8'' longae ac medio 1'' latae, 5—18-pleraeque tamen 7—12-florae, virides, demum aeneo-subfuscae, *stylis staminibusque longius exsertis crispatis comatae*. Squamae laevissimae, nitidulae *laeve imbricatae*, rhacheolam serius subnudantes, demum deciduae, *dorso omnino rectae*, parum infra apicem carina excurrente mucronatae, mucrone microscopico simplici v. bidentato, in fructu 1 $\frac{4-9}{12}$ longae, complicatae medio $\frac{3}{12}$ '' latae, explanatae oblongo-lanceolatae, acutiusculae, siccatae 5—7 nerves, inter nervos fusco-striolatae, carina angustissima expallescens. Rhacheolae *anguste ac tenuissime alatae flexuosae internodia media in unoquoque latere* $\frac{10-12}{12}$ '' longa ac *rie* $\frac{1}{12}$ '' *latiora*. Stamina squamis plus dimidio, styli a basi fere tripartiti *rami his 2—3 plo longiores con crispatis, diu persistentes*, fulvi. Caryopsis lineari-lanceolata $\frac{11-12}{12}$ '' longa, medio $\frac{3}{12}$ '' lata, fusca v. atrocastanea, subtilissime *granulato-punctata*.

- Cyperus prolixus* H. B. Kunth nov. gen. I, p. 206^o: ej. Syn. I, p. 140; ej. Cyperogr. p. 79 (inter *Cyperos glomeratos*). — R. et Schult syst. II, p. 202^o — Dietr. Syn. I, p. 213.
Cyperus Schottianus Jacq. fil. in indic. sem. h. Vindob. anno 1823 et an. sequ. (inique h. Berol. apud Kunth).
Cyperus Schottii Dietr. Syn. I, p. 219.
Comostemum Schottii N. ab Es. in Linnaea IX, p. 283; ej. in Mart. et Endl. Fl. brasil. Fasc. III, p. 5^o.

Hab. in *udiusculis altis prope Villa rica, provinciae Minarum* (Martius): *prope Rio Janeiro* (unde semina retulit Schott.) *in insula Catharinae Brasiliae* (Eschscholtz); *in Brasilia australiore* (Sellow!); *in montosis regni novo-grauatensis circa Bogota inter Facatativa et Canoas ac prope lacum Guatavitae* (Humboldt); *in provincia Oaxaca regni mexicani* (Franeo!). V. v. etc.

Diese ausgezeichnet schöne, gleich so vielen anderen, über weit aus einander liegende Gegenden des tropischen America (zwischen dem 30^o s. und 28^o n. Br.) verbreitete Art, wurde dem hiesigen Universitäts-Garten durch den gegenwärtigen Director der kaiserlichen Hofgärten, Herrn H. Schott, in Samen mitgetheilt, welche derselbe, als Begleiter der Herren Pohl und Mikán, in den Umgebungen Rio-Janeiro's gesammelt. Von meinem verehrten Lehrer, Freiherrn Joseph v. Jacquin, für neu gehalten, wurde dieser *Cyperus* im Jahre 1823 von ihm als *C. Schottianus* im Wege des jährlichen Samentausches dem Garten zu Neapel zuerst mitgetheilt. Aus dem letzteren gelangte er in derselben Weise in den Berliner Garten, in dessen Samenverzeichnisse vom Jahre 1829 er als *C. Schottianus h. neapol.*, in dem des Jahres 1830 aber schon mit dem Autornamen Tenore irrtümlich bezeichnet auftaucht. Von diesem Jahre an verliert sich Jacquin's Name als Autor aus allen Samenverzeichnissen, mit Ausnahme des hiesigen, und macht der Bezeichnung „*horti Berlinensis*“ allgemein Platz. Gegenwärtig scheint diese Art aus allen Gärten verschwunden zu sein und nur mehr in dem hiesigen cultivirt zu werden, wenigstens begegne ich ihr schon seit mehreren Jahren in keinem der jährlich ausgegebenen Samenverzeichnisse mehr, obgleich sie sehr reichlich Früchte anzusetzen pflegt.

Wenn ich ungeachtet der sehr guten Beschreibungen dieser Art in Kunth's und Nees' oben angeführten Werken, sie dennoch zum Gegenstande einer eigenen Besprechung heranziehe, so geschieht dies weniger um ihrer Charakteristik im Allgemeinen nachzuhelfen, als um einige Angaben Nees v. Esenbeck's (l. c.) über die Beschaffenheit ihres Rhizoms, der Radien und Ährchen zur Zeit der Fruchtreife, wie ihre Versetzung unter die Gattung *Comostemum* theilweise zu ergänzen und zu berichtigen.

Wenn Nees den Wurzelstock von *Cyperus prolixus* als ein *rhizoma tuberosum* bezeichnet, so kann diese Angabe sich wohl nur auf die aufsitzende birnförmige Anschwellung der untersten latenten Internodien der blühenden Stengel beziehen; denn knollentragend in der Art von *C. esculentus*, *rotundus*, *longus* und anderer, bei welchen die Knollen sich an verdünnten Ausläufern entwickeln, ist dessen Rhizom durchaus nicht. Es bildet im Gegentheil einen kurzen, oft mehr als daumendicken horizontalen Stock mit gedrängt büscheliger Sprossbildung ohne Ausläufer. Von diesen Sprossen gelangen gewöhnlich nur 2 bis 3 in jedem Jahre zugleich zur Blütenbildung, während 3 bis 7 andere belaubte in verschiedenen Stadien der Entwicklung begriffen, um jene herunzusteigen und noch andere blos beschuppte aus der knolligen Anschwellung der ersteren horizontal, jedoch mit einer baldigen Neigung nach oben, hervorzubrechen. Übrigens zeigen nur die blühenden Stengel, keineswegs aber die blossen Laubsprosse, selbst wenn sie schon mehrere Fuss lange Blätter besitzen, gedachte knollige Auftreibung am Grunde.

Was die gleichfalls angegebene Brüchigkeit, oder besser Ablösung der primären und secundären Radien an ihren Insertionsstellen und Stehenbleiben ihrer Oehreae zur Zeit der Fruchtreife betrifft, so muss ich bemerken, dass dies keine normale Erscheinung ist, sondern offenbar ihren Grund in einem zufällig und vorzeitig herbeigeführten Moderprocess haben musste, von welchem das halbkugelig aufgetriebene untere Ende derselben, oder aber der über demselben befindliche Theil bei dem Trocknen für das Herbar befallen wurde, wie ich dies bei einigen anderen tropischen *Cyperus*-Arten schon

zu beobachten Gelegenheit hatte. Nur im letzteren Falle bleiben die Ochreae an dem verdickten Endgliede stehen, während im ersten der ganze Blütenstand aus einander fällt.

Dieser ganz zufälligen Erscheinung gegenüber habe ich an verschiedenen lebenden, wie getrockneten wildgewachsenen Exemplaren des *Cyperus prolixus* eine andere wiederholt wahrgenommen, welche die Entwicklung der ährenförmigen Specialblüthenstände zunächst berührt und darin besteht, dass ein bald theilweises, bald vollständiges Fehlschlagen der Ähren an einzelnen Spindeln der kürzeren primären wie der secundären Radien häufig stattfindet. Dieses Fehlschlagen ganzer Ähren gewahrt man aber nicht selten auch an den untersten Zusammensetzungen der grösseren Ähren, in deren oberem Drittheile, oder bei dreimal wiederholter Doldenbildung an einzelnen oder allen endständigen Ähren der Radien dritter Ordnung in verschiedenen Graden. Nur ein sehr zahlreiches Fehlschlagen von Ähren verändert das Ansehen eines solchen Blütenstandes; leichtere Grade desselben fallen hingegen wenig auf, verführen aber, bei voller Fruchtreife solcher Exemplare, nur um so leichter zu den Glauben, man habe es mit einer gemeinsamen Spindel zu thun, von der die reifen Ähren mit Hinterlassung ihrer untersten Schuppe wie bei anderen Mariscoideen bereits abgefallen und diese nun sammt den Deckblättchen der Spicula an ihr stehen geblieben wären. An solchen vorkommenden Spindeln messen dann die unteren borstenförmigen Deckblättchen 2 bis 3, ja auch 4 Linien, die oberen gewöhnlich nur 1 Linie in der Länge, während die unter normal entwickelten Ähren stehenden nur selten letzteres Mass überschreiten, ja in der Regel sogar kürzer und von weit zarterer Textur als jene sind. Was sich von den keiner weiteren Entwicklung fähigen Ährenanlagen in der Achsel dieser Deckblättchen vorfindet, reducirt sich auf die erste blüthenlose kleine normal gebildete und noch eine oder zwei oder drei weitere Ährenschuppen, die zu einem pfriemlichen $1\frac{1}{2}$ bis 2 Linien langen Körper zusammengerollt sind. Einige Zeit vor der Samenreife schon fangen diese missbildeten Spindeln an sich von der Spitze nach abwärts zu bräunen, und in demselben Masse auch diese Ährenrudimente abzuwerfen, so dass an ihnen zuletzt nichts weiter als die oberwähnten einzelnen Deckblättchen mit der entsprechenden untersten Ährenschuppe vertrocknet daran stehen bleiben.

Mit diesem Sachverhalte stimmt aber nun zugleich alles, was Nees über das Ansehen der gemeinsamen Ährenspindel und Länge der Deckblättchen in seiner Beschreibung zu *Comostemon Schottii* sagt, so genau zusammen, dass ich gegenwärtig nicht im mindesten mehr zweifle, dass es eben eine solche Missbildung gewesen, welche ihn über das wahre Verhalten der Ähren zur Zeit der Fruchtreife so gut, als mich ein um Oaxaca gesammeltes Exemplar bei der erstmaligen Untersuchung täuschen konnte. Seither fand ich nämlich durch directe Vergleichung dieses und anderer Exemplare mit der lebenden Pflanze bestätigt, dass bei *Cyperus prolixus* die Ährenspindel sich nach der Fruchtreife bis auf ihre unterste Schuppe entblättert und später erst verschiedentlich zusammenbricht.

Mehr Wunder nimmt mich aber schon dessen Versetzung unter *Comostemum*¹⁾ (*Androtrichum* Brongn. et Kunth) da doch, wie ich gleich zeigen werde, *Cyperus prolixus* mit *Comostemum monteridense* nicht einen jener Charaktere theilt, auf welche hin diese Gattung mit Fug und Recht gegründet wurde. Schon die Tracht des Gesamtblüthenstandes dieser vormaligen *Cyperus*-Art ist als eine, nicht blos *C. prolixus*, sondern auch der Mehrzahl aller übrigen, sehr fremde zu bezeichnen, indem nämlich das erste Hüllblatt, wie bei *Scirpus triquetus*, *lacustris* und den Verwandten, zur Zeit der Anthese starr aufgerichtet den laublosen Halm fortzusetzen scheint, während mit Ausnahme des zweiten etwas kürzeren Hüllblattes alle übrigen sich zu einfachen Hüllschuppen umbilden, zwischen welchen die bald längeren, bald kürzeren, bald nahezu ganz verschwindenden Radien mit ihren erbsen- und haselnussgrossen kopfförmig geknäulten Ähren, wie an *Eriophorum latifolium* anfänglich seitlich zum Halme, hervortreten. (Man vergleiche damit die auf Tafel III gegebene Abbildung und

¹⁾ Nees in *Linnaea* IX. p. 283; Martius et Endl. *Fl. bras. Fasc. III.* p. 5*.

deren Erklärung von *Comostemum montevidense*¹⁾). An ihren Ährchen trifft man ferner die Achsel der beiden untersten Schuppen entweder vollkommen leer, oder innerhalb der zweiten eine tabesirende, ja nicht selten erst in der Achsel der vierten eine vollständig entwickelte Blüthe. Zudem lassen die Ährchen an ihrer Insertionsstelle oder dem Spindelstiel nicht selten noch eine leichte Drehung um ihre Axe gewahren, wodurch im ersten Falle die unterste Schuppe etwas seitlich zum Deckblättchen zu stehen kommt, oder im zweiten Falle die zweizeilige Schuppenstellung in eine dreizeilige umzuschlagen scheint; lauter Erscheinungen, welche an und für sich schon den *Cyperus*-Arten im Allgemeinen fremd sind, und auf eine vergleichsweise grössere Verwandtschaft mit den *Ficinieen* und *Scirpeen* hinweisen, als sie die echten *Cyperus*-Arten zeigen. — Der entschiedenste Gegensatz zwischen beiden Gattungen spricht sich jedoch erst in dem Längenverhältnisse der Griffeläste zu den Staubblättern und in der Art des Verhaltens dieser nach ihrer Verstäubung und zur Zeit der Fruchtreife aus.

Während nämlich bei *Cyperus* die Filamente von gleicher Länge, oder wie bei *C. nutans*, *Jacquini* und *prolixus*, um das zwei- bis dreifache kürzer sind als die Griffeläste, und die Ährchenschuppen nur unbedeutend oder selten um ihre halbe Länge überragen, nach der Anthese unverändert vertrocknen und von der reifen Frucht sich ablösen oder ihr nur mehr ankleben, findet bei *Comostemum* gerade das Gegentheil Statt. Statt nach der Anthese zu vertrocknen, verlängern sie sich um das vier- bis achtfache der Schuppenlänge und das 7- bis 14fache der Griffeläste, kräuseln und verschlingen sich wirre zu einem lockeren schneeweissen Schopfe, wie es die haarförmigen Perigynialborsten bei *Eriophorum alpinum* und der *Trichophorum*-Arten thun und bleiben fest am Grunde der später ausfallenden Caryopsen befestigt.

Von allen dem findet sich, wie gesagt, keine Spur bei *C. prolixus*. Die anfänglich gelb-, später mehr rostbräunliche Bärtung seiner Ähren rührt fast ganz allein von den langen und, wie bei allen anderen langgriffligen Arten, sich kräuselnden Griffelästen und nur zum geringsten Theile von den weit kürzeren hervorgestreckten Staubblättern her. Es hat daher diese Art unter *Cyperus* zu verbleiben und es kann sich nur mehr um die Ausmittlung der Gruppe handeln, in welcher er seiner nächsten Verwandtschaft mit anderen Arten nach passend unterzubringen wäre.

Kunth schliesst, nicht so ganz unpassend, mit *C. prolixus* die Reihe seiner *Cyperus glomerati* ab, und in der That zeigt unsere Art mit *C. glomeratus* L. (*C. australis* Schrad.), wenn man die luxurirendsten Formen des letzteren mit schmalen und locker geschindelten Ährchenschuppen hierbei allein ins Auge fasst, immerhin etwas Ähnlichkeit. Näher verwandt ist sie jedoch unzweifelhaft mit *C. nutans* und *Jacquini* durch die ährenförmige Bildung der Partial-Inflorescenzen, die gleiche Richtung und Gestalt der Ähren, die schlaife Schindelung und Bildung der Schuppen, wie ihrer Spindel. Von beiden Arten unterscheidet sie sich aber schon durch die durchaus nicht sparrig ausgebreitete Doldenspitze, die Länge und Richtung der Ährchenschuppen zur Reifezeit, die merklich längeren Spindel-Internodien und die noch weit bedeutendere der Staubblätter, der Griffeläste und Caryopsen. An *C. nutans* reiht er sich vergleichsweise noch am nächsten an durch seinen höher zusammengesetzten Blütenstand, die mässigeren hie und da etwas gebüschelten und zuletzt auch an der Spitze ein wenig nickenden Ähren. Alle drei Arten bilden zusammen eine ganz natürliche Gruppe unter den *Mariscoideen* mit bleibender, erst spät sich entblätternder Ährchenspindel, welche sich durch die Bildung langer primärer und deutlich secundärer Radien mit endständigen Ähren und flach zusammengedrückten, mehr aufrechten als abstehenden Ährchen auszeichnet.

¹⁾ Bei dem Umstande, dass die Gattung *Comostemum* hinlänglich gut durch Nees in Martius und Endlicher's Flora brasiliensis (Fasc. III, p. 5) charakterisirt und ihre einzige bisher bekannte Art auch als *Cyperus globuliferus* Presl in dessen Reliquiis Haenkeanis (I, p. 165), dann als *C. prolifer* von Nees in der Linnæa (VII, p. 494), endlich von Kunth als *Androtrichum polycephalum* in dessen Cyperographie (p. 250) bereits näher beschrieben ist, hielt ich es für zweckmässiger statt einer neuen Beschreibung lieber eine Abbildung nach einem unserem Museum vom Berliner Herbare mitgetheilten Sellow'schen Exemplare zu geben.

Erklärung der Tafeln.

Tafel I.

Cyperus Jacquini Schrad. Die ganze Pflanze um zwei Drittheile verkleinert.

Fig. 1. Primärer Strahl des Gesamtblüthenstandes, in natürlicher Grösse.

- „ 2. Ein Ährchen in Früchten, bei 5maliger Vergrösserung, mit einer leeren Schuppe, aus deren Aehsel das Früchtchen entfernt wurde.
- „ 3, 4. Armblüthigere Ährchen, mit theilweise und ganz entfernten Früchtchen, 5mal vergrössert.
- „ 5, 5*. Oberster Theil verschiedener Ährchenschuppen, um die wandelbare Beschaffenheit der Stachelspitze derselben zu zeigen, bei 40maliger Vergrösserung.
- „ 6. Isolirte Ährchenschuppe, mit beinahe ausgereifter Frucht, bei 5maliger Vergrösserung.
- „ 7. Anthere mit noch geschlossenen Beuteln, vergrössert.
- „ 8. Reifes Früchtchen, bedeutend vergrössert.
- „ 9. Längendurchschnitt desselben mit Blosslegung des Embryo.
- „ 10. Querschnitt aus dessen oberem Drittheile.
- „ 11. Structur der Fruchthülle, nach einem auf eine Kante geführten Querschnitte, bei 315maliger Vergrösserung. Die dickwandigen Zellen, deren man an den Fruchtblächen nur 2—3, an den Kanten 3—4 Lagen zählt, sind tief braungelb gefärbt und äusserst schwach begrenzt, ihre rundlichen oder länglichen Lumina mit einem gesättigt gelbbraunen festen Inhalte erfüllt.
- „ 12. Ansicht eines Theiles der Oberfläche einer Frucht im lockeren Zustande bei 120maliger Vergrösserung. Die durch Einsinken der äusseren Wand der Epidermalzellen entstandenen Grübchen zeigen in der Mitte eine bald deutlich, bald undeutlich hervortretende punktförmige Erhabenheit. Bei schwachen Vergrösserungen fühlt man sich leicht versucht, die Grübchen für Höcker zu halten, wie sie denn bei frischen und noch nicht vollständig ausgereiften Caryopsen, mit noch turgescirender Epidermis auch thatsächlich auftreten. Vieles hängt hierbei noch von dem Grade der Ausbildung des Samens selbst ab¹⁾).

Tafel II.

Cyperus prolixus Kunth. Die ganze Pflanze im Sechstheile ihrer natürlichen Grösse dargestellt.

Fig. 1, 1°. Gesamtblüthenstand in natürlicher Grösse mit den übrigen, jedoch entfernten Radien.

- „ 2, 3. Ährchen verschiedener Grösse im Fruchtstande, bei 5maliger Vergrösserung.
- „ 4. Dessgleichen mit theilweise entblätterter Spindel.

¹⁾ Zur Gewinnung ganz feiner und hinlänglich durchsichtiger Abschnitte aus solchen kleinen und harten Früchtchen, wie sie aus freier Hand nur äusserst schwierig, oder gar nie zu erhalten sind, bediene ich mich folgenden einfachen Verfahrens: Ich nehme ein Stück Stearin, allenfalls das untere anpolirte Ende einer solchen Kerze, bohre mittelst einer Radirnadel in die Fläche ein kleines Löchelchen, oder eine Furehe, gross genug um den früher in Wasser erweichten und gut abgetrockneten Gegenstand zu zwei Drittheilen darin einsenken zu können, und schmelze ihn dann mittelst der an einer Weingeist- oder Kerzenflamme erhitzten Nadel durch Überfahren der Fläche vollends ein. Ist die Masse erstarrt, so kann man mit einem scharfen Rasirmesser die zartesten Späne daraus schneiden, ohne hierbei ein Auspringen des Gegenstandes zu gewärtigen, wie dies so häufig geschieht, wenn man ihn in einen Gummitropfen nach Schleidens Angabe einkittet. Man gewinnt dabei an Zeit, nützt die Schneide des Messers weniger rasch ab und hat noch ausserdem den Vortheil ein schnell mit Äther zu reinigendes Präparat zu besitzen. Am besten fährt man hierbei, wenn man das Stearin-Späncchen, in welchem jenes klebt, auf eine mehrfache Unterlage eines reinweissen feinen Druckpapiers bringt, die grösseren Stearinpartien mittelst einer feinen Nadel durch einen leichten Druck auf den gewölbten Theil des Späncchens entfernt und den Rest durch wiederholtes Auftröpfeln von Äther vollends beseitigt.

- Fig. 5. Isolirte Ährehenschuppe mit fast ausgereiftem Früchtchen, noch anhängenden Staubblättern und bleibenden Griffelästen, 5mal vergrössert.
- „ 6, 7. Oberster Theil verschiedener Ährehenschuppen mit wechselnder Länge und Bildung ihrer Staehelspitze, bei 40maliger Vergrösserung.
- „ 8. Anthere vor ihrer Verstäubung, vergrössert.
- „ 9. Reife Frucht bei 4maliger Vergrösserung.
- „ 10, 11. Dieselbe bei 20- und 40maliger Vergrösserung.
- „ 12. Längendurchschnitt derselben mit Blosslegung des Embryo.
- „ 13. Querschnitt aus der Mitte der Frucht.
- „ 14. Ansicht eines Theiles der Oberfläche einer Frucht im troekenen Zustande bei 120maliger Vergrösserung. Die Epidermalzellen treten in der Mitte als kleine warzenförmige Knötelchen hervor. Der Querschnitt der Caryopse zeigt übrigens dieselbe Structur wie sie Taf. I, Fig. 11 bei der vorhergehenden Art weist.

Tafel III.

Comostemum monteridense N. ab Es. Die ganze Pflanze in natürlicher Grösse mit der Ansicht eines Blütenstandes vor der Anthese und eines zweiten bei voller Frucht reife.

- Fig. 1. Ähren sammt der Deckschuppe desselben. Die drei untersten Blüten verkümmert geblieben, bei 5maliger Vergrösserung.
- „ 2, 3. Ähren vor und bei beginnender Anthese sammt ihrer Deckschuppe, bei derselben Vergrösserung.
- „ 4. Oberster Theil einer Ährehenschuppe, bedeutend vergrössert.
- „ 5. Fruchtknoten sammt Staubblatt und einem Theile des Deckschüppchens, geraume Zeit vor der Anthese, bei 30maliger Vergrösserung.
- „ 6. Oberer Theil einer Anthere mit ihrem Connektiv, dessen Zellen, ohne sich weiter zu verlängern, bloss als spitze Wäzchen hervortreten, bei 60maliger Vergrösserung.
- „ 7—9. Reifes Früchtchen sammt Längs- und Querschnitt desselben, bei 65maliger Vergrösserung.
- „ 10. Structur der Fruchthülle nach einem auf eine Kante geführten Querschnitt, bei 315maliger Vergrösserung. Die Wandung zeigt nur eine Lage dickwandiger, an den Fruchflächen übrigens nur etwas kleinerer Zellen als an den Kanten, von tief rostbrauner Färbung.
- „ 11. Ansicht eines Theiles der Oberfläche einer Frucht im troekenen Zustande, bei 315maliger Vergrösserung. Bei verschiedener Einstellung der Linsen schimmern die darunter liegenden verdickten Zellenreihen durch.



Cyperus Jacquina

Anal. auct. del.

Linnaeus, *Flora*, vol. 1, p. 116, t. 1, f. 1.



Cyperus proterius

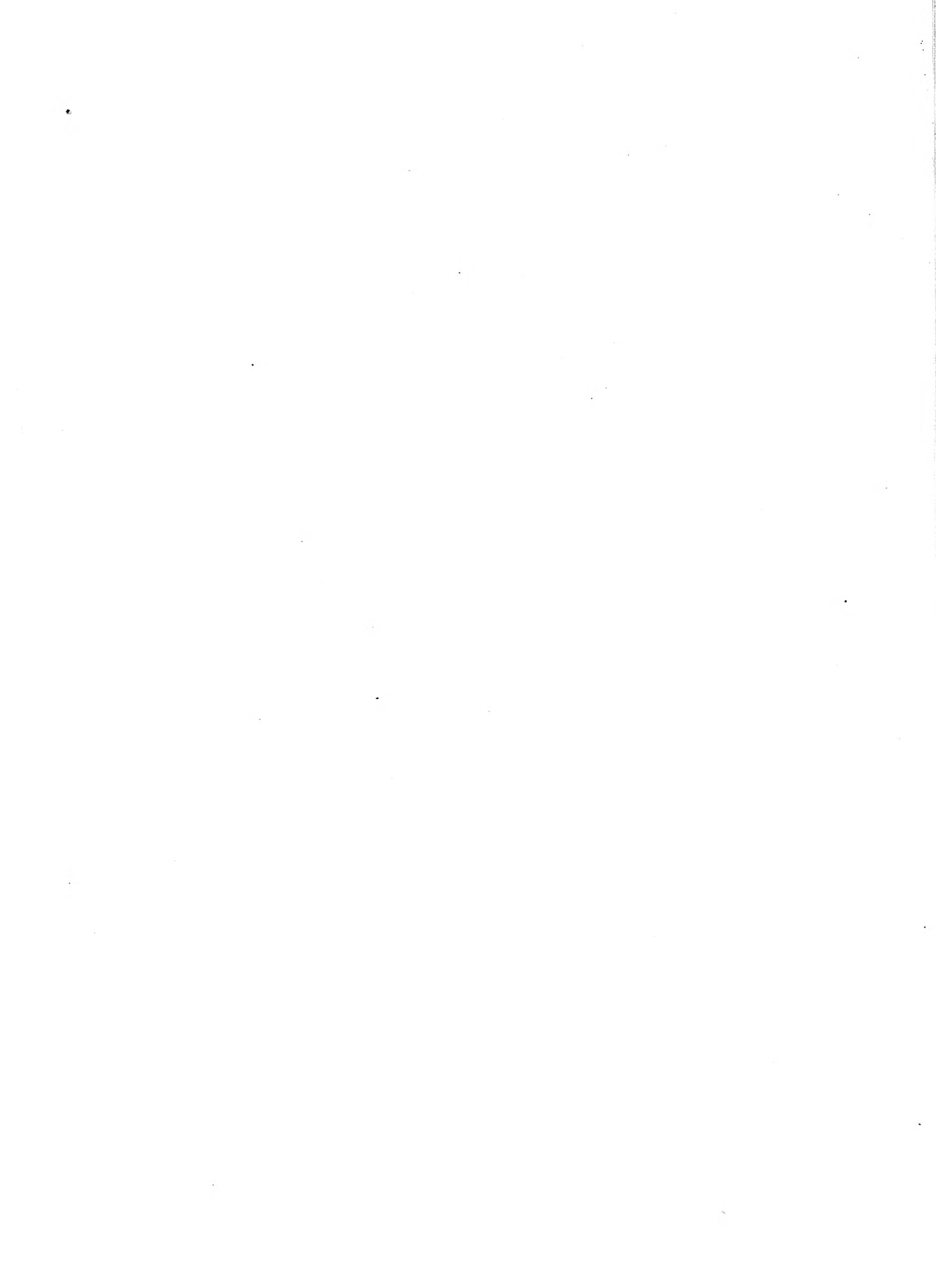
Anst. aut. del.

Bot. Anst. Wien, 1854, Taf. II, Fig. 1-12.



Cyrtostemma montevulense

Tab. n. 1. Farben gelb. r. d. k. k. (Hbl. n. Staatsdruckerei)



ÜBER DEN ZUSAMMENHANG DER GESCHLECHTS- UND HARNWERKZEUGE

BEI DEN

GANOIDEN.

VON

PROFESSOR JOSEPH HYRTL,

WIRKLICHEM MITGLIEDE DER KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

(MIT III TAFELN.)

(VORGELEGT IN DER SITZUNG DER MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHEN CLASSE AM IV. FEBRUAR MDCCCLIV.)

Die Einmündungs-Verhältnisse der Genitalien in das Harnsystem bieten bei den Ganoiden einige bemerkenswerthe Verschiedenheiten dar, welche, da sie theilweise von den gegenwärtigen Ansichten hierüber abweichen, hier im Einzelnen etwas näher beleuchtet zu werden verdienen.

Spatularia folium.

Taf. I, Fig. 1, 2.

Über die Verbindung des Geschlechtsweges der Spatularien mit den Harnwerkzeugen sagt A. Wagner (*De spatulariarum anatome, Berol. 1848, pag. 13*). Folgendes:

Sita sunt (infundibula) in anteriore abdominis parte, et in externo genitalium atque ureterum latere. Attamen a Polyptero divergentia, quod, ut apud Sturionos, brevissima sunt, neque sub exitum abdominis, neque ullo alio loco in ureteres sese aperiunt, a Sturionibus eo modo differunt, quod saecis caecis in ureterem immersis infundibula non finiuntur. Etenim plicae quaedam ab omento genitalium orta, ureterem quasi amplexa et ei per breve spatium coadita, infundibulum formatur, quod supra vaste apertum, infra ter dentatum sine apertura est. Aer si aperturae abdominali infusetur, in ureterem non transit, sicut infundibulum ureteri per porum urogenitalem uere repleto prorsus vacuum incumbit. Necessae igitur est, quod J. Müller bis in Sturionibus vidit, ut infundibula certo quodam tempore dehiscentia cum ureteribus communicent, alio omnino clausa sint.

Dieser Angabe zufolge liegt der Trichter der Genitalien auf dem Harnleiter bloß äusserlich auf, und endet blind. Wagner hatte nur kleine Exemplare zur Untersuchung erhalten, und die eben angeführte Stelle bezieht sich auf ein Individuum, welches er für ein Männchen halten zu sollen glaubte.

Ich kann über den fraglichen Punkt eine ganz andere, und zwar eine sehr bestimmte Mittheilung machen, da ich so glücklich war, durch die Vermittlung der Vorstände des Hamburger naturhistorischen

Museums zwei Exemplare von *Spatularia* zu erhalten, deren Länge über vierthalb Schuh misst, und mein geehrter Freund Dr. Leydy in Philadelphia, sowie der österreichische Reisende Scherzer, mehrere kleinere Exemplare dieser seltenen Fische einsendeten. Ich habe im Ganzen vier Individuen untersucht, welche, zu verschiedenen Jahreszeiten gefangen, verschiedene Evolutionsstadien ihrer Geschlechtsorgane darboten, und dennoch alle eine offene, wenn auch durch eigenthümliche Verhältnisse etwas maskirte Einmündung des Genitalientrichters in die Harnwege erkennen liessen.

An einem wahrscheinlich weiblichen Exemplare von 28 Zoll Länge erstreckten sich zwei wenig gelappte, flache, vom Bauchfell überzogene Organe von gelblich-weisser Farbe, vom vorderen Ende der Bauchhöhle bis anderthalb Zoll vor den After, deren mikroskopische Untersuchung ein zartfaseriges Grundgewebe mit zahlreichen eingestreuten Kernen und wenig kernhaltigen Zellen, nebst Fett in grosser Menge, erkennen liess. Sie gingen von der Seitenwand des Unterleibes, einen Zoll von der Wirbelsäule entfernt, aus. Der freie Rand dieser Falten war, der stärkeren Fettanhäufung wegen, bedeutend dicker als ihr Ursprungsrand, in welchem die Fettablagerung und der körnige Inhalt allmählich so abnahm, dass sie an dessen Anheftungsstelle vollkommen fehlten, die Falte somit durchsichtig wurde, und einen zwischen ihren Blättern verlaufenden, streifenähnlichen Körper unterscheiden liess, den ich für den Rest eines entleerten Ovarium halten zu müssen glaubte. An der der Bauchwand zugekehrten Platte dieser Falte fand sich, ohngefähr am Beginne des hinteren Drittels ihrer Länge, eine senkrecht gestellte, schlitzförmige Öffnung von 3 Linien Länge (Fig. 1, *d, d*). Sie führte in einen trichterförmig verschmäligten Canal, welcher gleich in die untere Wand des entsprechenden Hornes einer *Vesica urinaria bicornis* eindrang, und zwischen den Häuten derselben in der Länge eines Zolles nach hinten verlief. Da die Harnblase äusserst dünnwandig ist, so liess sich die canalartige Fortsetzung des Trichters selbst im ungefüllten Zustande leicht erkennen, und erschien an der äusseren Grenze zwischen oberer und unterer Wand als ein gelblich-grauer Streifen von der Breite einer halben Linie. Der Canal bleibt während seines ganzen Verlaufes zwischen den Häuten der Blase, dringt nicht, wie bei dem Störe, als ein vorspringender Zapfen in die Blasenhöhle ein, und mündet erst am Ende seines langen Verlaufes mit einer sehr feinen Öffnung in das Blasenhorn (Fig. 1, *e, e*). Luft, Wasser oder Quecksilber, welche durch den *Porus urogenitalis* in die Harnblase eingelassen werden, können durch den Canal nicht entweichen, da durch die Ansammlung dieser Flüssigkeiten in der Blasenhöhle ihre Wände gespannt sind, der Canal somit zusammengedrückt und das Eindringen dieser Flüssigkeiten in ihn ebenso verhindert wird, wie es bei dem interparietalen Verlaufe der Ureteren einer menschlichen Harnblase der Fall ist.

Füllt man aber die trichterförmige Anfangsöffnung des Canales in der Bauchhöhle mit Quecksilber, bei senkrechter Stellung des Thieres, so bahnt sich dasselbe durch seine Schwere entweder von selbst den Weg in die Harnblase, oder kann, wenn die Wände des Canales durch die Wirkung des Alkohols zusammengezogen oder mit einander verklebt wären, durch leises Streichen mit dem Finger leicht in die Blase einströmen gemacht werden.

Was A. Wagner als *Ureteres longi, vasti et tennes*, beschreibt, sind die Hörner einer *Vesica urinaria bicornis* (Fig. 1, *b, b*), welche sich erst am hintersten Ende der Bauchhöhle mit einander verbinden, jedoch ohne eine Erweiterung zu bilden, wie sie Wagner angibt: *ureteres conjuncti vesicam urinariam satis magnam formant*. Die Hörner der Blase haben im strotzend aufgeblasenen Zustande einen Durchmesser von 4 Linien. Ihre Länge reicht bis zur Mitte des Unterleibes, und aus ihrem hinteren verschmolzenen Ende geht ein 5 Linien langer und 1 Linie weiter *Canalis urogenitalis* hervor, welcher unmittelbar hinter dem grossen After mündet. Die Blasenhörner verlaufen zwischen den beiden Blättern der Aufhängebänder der Ovarien an der Seitenwand des Abdomen nach vorne, und nehmen ihren Zwischenraum so sehr für sich in Anspruch, dass es den Anschein hat, als sei die hintere Hälfte der Eierstöcke mit der unteren Fläche der Blasen-

hörner verwachsen. Das vordere Ende der Hörner spitzt sich plötzlich zu (was bei einem Ureter nie vorkommt) und durchbohrt, indem es sich gegen die Wirbelsäule nach innen und oben krümmt, die innere Lamelle des Mesoarium, sowie gleich darauf das feste fibröse Septum, welches die Nieren von der Bauchhöhle trennt, senkt sich in die Substanz der Nieren ein, und bildet eine kurze, spindelförmige Erweiterung (Fig. 1, c, c), die sich zu einem wahren, nur $\frac{1}{2}$ Linie weiten, am äusseren Rande der Nieren verlaufenden Ureter verlängert. Die Blasenhörner selbst nehmen während ihres Verlaufes eine grosse Anzahl sehr feiner, einfacher, oder (besonders nach vorne zu) zu Büscheln vereinigter Harnanäle auf, welche die fibröse Scheidewand zwischen den Nieren und der Bauchhöhle durchbohren, und das siebförmige Ansehen derselben bedingen, welches besonders am hinteren Ende der Bauchhöhle so sehr auffällt.

Die Nieren selbst (Fig. 1, a, a) bilden zwei dünne schmale Streifen, welche an der äusseren Seite der Cardinalvenen anliegen. Sie verdicken sich an ihrem hinteren Ende, und schliessen einen grossen, unpaarigen Sinus ein, in welchen sich die Caudalvene entleert, und aus welchen die rechte kleinere und die linke grössere Cardinalvene hervorgehen. Die vorderen Enden der Nieren reichen weit an der Schädelbasis hinauf (Kopfnieren), verdicken sich gleichfalls, und verlöthen sich zu einer gemeinschaftlichen Masse, welche die untere Wand der sinusartigen Aortenwurzel bedeckt, und durch die mächtige *Arteria caeliaca* und beide *Subclaviae* durchbohrt wird.

An einem $3\frac{1}{2}$ Fuss langen, riesigen Exemplare, entschieden männlichen Geschlechtes, fanden sich folgende, vom eben beschriebenen weiblichen Typus abweichende Vorkommnisse (Taf. 1, Fig. 2).

Die früher erwähnten gelappten, fetthältigen Organe (Fig. 1, b, b) hatten eine Länge von 9 Zoll, eine Breite von 2 Zoll, und eine Dicke von 4 Linien erreicht. An ihrer der Bauchwand zugekehrten Fläche war ein $6\frac{1}{2}$ Zoll langer und $\frac{2}{3}$ Zoll breiter Hode angeheftet (Lit. b, b, b), welcher schlangenförmig gewunden, von den Seiten zusammengedrückt, und besonders an seinem oberen Rande mehrfach gekerbt erschien. Ich konnte in ihm die gewundenen mit feinkörnigem Inhalt gefüllten Röhren deutlich unterscheiden, welche über die Natur dieses Organes keinen Zweifel Raum liessen. Etwas hinter der Mitte seines oberen Randes fand sich in dem Winkel, welchen die äussere Fläche seines Aufhängebandes mit der Bauchwand bildete, eine ovale Öffnung (Lit. c), welche in den Geschlechtstrichter führte. Die Öffnung war 3 Linien lang, und 2 Linien breit. Der Trichter selbst senkte sich in die äussere Wand des Harnblasenhornes ein, verlief in ihr ohngefähr einen Zoll weit nach hinten, und verhielt sich auf beiden Seiten verschieden. Auf der linken Seite theilte er sich in der Blasenwand in zwei Zweige, einen oberen und unteren (Lit. e, f), welche mässig divergirend neben einander fortliefen, dann die Schleimhaut der Harnblase faltig emporhoben und verschieden endigten. Der untere mündete nach einem halbzölligen Verlaufe mit einer nadelkopfgrossen Öffnung in die Höhle der Blase ein, während der obere, etwas längere, blind endigte. Bei Canälen von so ansehnlichen Durchmessern, und die sich vom Trichter aus mit Quecksilber so leicht füllen liessen, ist an eine Täuschung nicht zu denken. Auf der rechten Seite verlängerte sich der Trichter blos in einen einfachen Canal, welcher auf dieselbe Weise verlief, und mit einer 1 Linie weiten Öffnung in die Harnblase einmündete. Diese merkwürdige Asymmetrie ist übrigens kein auf die Spatularien beschränktes Vorkommen, da ich es auch bei anderen Ganoiden (mit gewissen weiter unten zu bemerkenden Modificationen) beobachtete, und ist erstens als Geschlechtsverschiedenheit interessant, indem sie bei dem Weibchen fehlt, dann aber auch für die Lösung der Frage wichtig, ob sich die Geschlechtstrichter nur zu Zeiten in die Blase öffnen, sonst aber abgeschlossen seien, wie J. Müller von den Stören angibt¹⁾. Peritonealeanäle finden sich in beiden Geschlechtern.

¹⁾ Untersuchungen über die Eingeweide der Fische. Berlin, 1843, pag. 7. J. Müller versichert offene Trichter nur zweimal, bei *Acipenser sturio* und *Scaphirhynchus Rafinesquii* Heck, gesehen zu haben.

Bei einem dritten Exemplare von noch bedeutenderer Grösse fand sich genau dieselbe Anordnung, und bei einem vierten kleineren, welches ich für ein Weibchen halten muss, weil in seinen Geschlechtsdrüsen keine Spur gewundener Canälchen aufgefunden wurde, war die Einmündung des Trichters in die Blase, wie bei dem erstbeschriebenen, beiderseits eine einfache, symmetrische, und offene.

Acipenser brevirostris und *Scaphirhynchus platyrhinus*.

Die Geschlechtsorgane der Störe unterscheiden sich, mit Ausnahme ihrer auf beiden Seiten symmetrischen Anordnung, nur wenig von jenen der Spatularien.

Sie wurden bisher unter allen Ganoiden am meisten untersucht. Schon im Jahre 1819 beschrieb Baer¹⁾ die Trichter, welche aus der Bauchhöhle männlicher Störe in die Harnleiter führen. Rathke²⁾ bestätigte ihr Vorkommen auch bei den Weibchen. Joh. Müller³⁾ fand diese Trichter bei beiden Geschlechtern gegen den Harnleiter zu theils verschlossen, theils offen (in zwei Fällen), und schloss hieraus, dass sie nur zu gewissen Zeiten dehisciren. Stannius⁴⁾ lässt, wie Rathke, den Samen durch Quergefässe aus dem Hoden in den Harnleiter gelangen. Leydig fand bei einem männlichen Störe⁵⁾ die Trichter auf beiden Seiten verschlossen. Bei den Weibchen fand er den Trichter offen. Ebenso J. Müller bei *Scaphirhynchus Rafinescii* Heck. Ich habe sie bei Männchen und Weibchen nur offen gefunden, aber zugleich einen sehr langen Verlauf zwischen den Blasenwänden (*A. ruthenus*), und ein so feines Lumen angetroffen, dass ich mir wohl denken kann, wie man weder durch Einführen von Sonden noch durch Lufteinblasen das Lumen des Trichtercanals zwischen den Blasenhäuten und seine freie Endmündung auffinden wird. Ich bin bei *A. ruthenus* durch diese Mittel auch nicht zum Ziele gekommen, und habe die constante offene Einmündung nur dadurch erkannt, dass ich einen Tropfen Quecksilber in das Bauchende des Trichters brachte, den Trichter zuband, und durch vorsichtiges Drücken und Streichen mit dem Finger das Quecksilber in der langen und feinen Röhre bis zu ihrer Mündung vorwärts trieb.

Es findet sich bei *Acipenser brevirostris* dieselbe fettreiche breite Peritonealfalte, in deren äusserer Lamelle die Geschlechtsdrüsen liegen. Das untersuchte Exemplar war ein weibliches. Der Abdominaltrichter liegt unmittelbar unter dem vorderen Ende der zweihörnigen Harnblase (welche für einen Ureter gehalten wurde), deren Umfang jenen bei den Spatularien etwas überwiegt, und deren obere, den Nieren zugekehrte Wand, durch quervorspringende Falten ein tiefzelliges Ansehen erhielt. Dass sie kein Ureter ist, erhellt daraus, dass sie bei ihrer Weite sich am Beginne des hinteren Nierendrittels mit einem blinden Zipfe abrundet, von welchem aus seitlich ein Büschel wahrer Ureteren ausgeht. Der Trichter ist sehr kurz, aber weit, und verläuft in der unteren Blasenwand 5 Linien lang, bevor er sich mit einer ziemlich weiten Öffnung in die Blase einmündet.

Bei *Acipenser ruthenus* (Weibchen) ist, wie bei *A. brevirostris*, der Trichter auf beiden Seiten einfach, symmetrisch, aber sein Verlauf zwischen den Blasenwänden bedeutend länger, obwohl die zwei untersuchten Exemplare um 8 Zoll kürzer waren, als der 32 Zoll lange *A. brevirostris*. Die Einmündung in die Blasenhöhle an beiden offen. Die Öffnung jedoch sehr fein. Bei drei Exemplaren von *Acipenser sturio*, beiderlei Geschlechts, waren die Trichter kurz, weit, in die Blase offen, in welche sie an ihrem Ende als pyramidale Zapfen vorsprangen, und bei dem Donau-Riesen, *A. huso*, dessen von mir zu dieser Untersuchung angekaufte

1) Bericht über die anat. Anstalt zu Königsberg. Leipzig, 1819, pag. 40.

2) Über den Darmcanal und die Zeugungsorgane der Fische. Halle, 1824, pag. 124.

3) Bau und Grenzen der Ganoiden. Berlin, 1846, pag. 21.

4) Lehrbuch der vergl. Anatomie der Wirbelthiere. Berlin, 1846, pag. 126.

5) Anatomisch-histologische Untersuchungen über Fische und Reptilien. Berlin, 1853, pag. 33.

Eingeweide 22 Pfd. wogen, hatte der Trichter beiderseits eine Weite von 1 Zoll, und bildete einen in die Blasen-
höhle vorspringenden Zapfen von der Dicke eines Daumens, auf dessen abgerundeter Spitze eine $2\frac{1}{2}$ Linien
weite, querovale, mit einem niedrigen häutigen Saume umgebene Öffnung stand. Das Thier war ein Männ-
chen, im März zur Laichzeit gefangen. — Ich habe seither an allen *A. ruthenus*, welche ich häufig zu
anderen Untersuchungen benöthige, die Einmündungsverhältnisse der Trichter nachgesehen, und sie zu allen
Jahreszeiten offen gefunden.

Bei *Scaphirhynchus platyrhinus*, männlichen Geschlechtes, waren die Bauchtrichter wie bei den Stören
gelagert. Die Fortsetzungen derselben zwischen den Blasenwänden messen nur 6 Linien, mit 1 Linie Weite.
Die Mündung in die Blasenhöhle beiderseits offen und einfach. Ihre Weite mehr als $\frac{1}{2}$ Linie.

Lepidosteus osseus.

Taf. II, Fig. 1, 2.

Bei einem weiblichen hochträchtigen Exemplare von 4 Schuh Länge füllten die Eierstöcke die ganze
Unterleibshöhle aus, und umfassten mit ihren inneren, tief gehöhlten Flächen, sämtliche Verdauungsorgane.
Die Eier hatten die Grösse von Hanfkörnern. Die Umhüllungsmembran des Eierstockes setzte sich (wie
durch Müller bekannt ist) unmittelbar in den Eileiter fort, welcher in der Nähe des oberen Randes der
inneren Fläche des Eierstockes seinen Ursprung nahm, und daselbst 2 Zoll Weite besass. Er verschmäch-
tigte sich hierauf bald zu einem nur 3 Linien weiten, äusserst dünnwandigen Schlauch, welcher neben dem derberen
Ureter verlief. Wo sich die Ureteren zu den Hörnern einer *Vesica urinaria bicornis* erweitern (Fig. 1, a, a),
senken sich die Eileiter in die untere Blasenwand ein, und verhalten sich auf beiden Seiten verschieden.
Der linke Eileiter (Lit. d) verläuft in der Länge von 11 Linien zwischen den Blasenwänden, erweitert sich
zu einem elliptischen, 6 Linien langen und 4 Linien breiten Sack, dessen abgerundetes Ende etwas in die
Blasenhöhle hineinragt, und mit einer runden, 1 Linie weiten Öffnung sich in letztere entleert. Vom äusseren
und inneren Rande der elliptischen Enderweiterung des Eileiters treten zwei birnförmige Diverticula ab
(Lit. e, f), welche gleichfalls sich zwischen die Häute der Blase einschieben. Das Äussere ist länger
und mit drei halbkugeligen Buchten besetzt, welche, wie das Diverticulum selbst, blind abgeschlossen sind,
und keinen Zusammenhang mit der Blasenhöhle haben. Das innere Diverticulum ist um 2 Linien kürzer,
und um die Hälfte enger, als das äussere, und endet gleichfalls blind. Die elliptische Erweiterung des rechten
Eileiters (Lit. g) mündet mit einer grösseren Öffnung in die Blase ein, und lässt nur von ihrem inneren
Rande ein bedeutend längeres Diverticulum abgehen, welches S-förmig gekrümmt in der Länge eines Zolles
zwischen den Blasenhäuten nach hinten verläuft, sich nicht ausbuchtet, und somit einen cylindrischen Gang
darstellt (Lit. h), der einen halben Zoll hinter der Mündung des Eileiters sich gleichfalls in die Blase öffnet.
Der rechte Eileiter hat somit zwei Insertionsöffnungen in die Blase. — Die beiden Hälften der *Vesica
urinaria bicornis* (Lit. a, a) hatten eine Länge von 4 Zoll. Eine vorspringende Scheidewand trennte
sie nur unvollkommen (Lit. b), und hörte einen halben Zoll vor dem Beginne der Urethra vollkommen auf.
Die innere Oberfläche beider Blasenhörner war vollkommen glatt. Die Ureteren hatten die ansehnliche Weite
von 4 Linien, und verliefen am äusseren Rande der Nieren. Bis zum vorderen Drittel der Bauchlänge sind
sie von den Nieren durch das die untere Fläche der letzteren überziehende fibröse Septum getrennt, und
senden unter rechten Winkeln dicht an einander stehende Seitenästchen ab, welche das Septum durchbohren
und sich im Nierenparenchym verzweigen. Am vorderen Drittel des Bauches werden die Ureteren plötzlich
enge, behalten nur eine halbe Linie Durchmesser, durchbohren das Septum, und verlaufen von nun an in
der Nierensubstanz bis zu ihrem vorderen Ende. Es wäre desshalb richtiger, den weiten Abschnitt der
Ureteren noch als ein verlängertes Blasenhorn anzusehen.

An zwei ebenso grossen männlichen Exemplaren untersuchte ich die Verbindung der Geschlechtswege mit der Harnblase¹⁾. Die Hoden hatten eine Länge von 8 Zoll, und umschlossen die übrigen Baueingeweide, wie oben von den Eierstöcken bemerkt wurde. Sie waren durch ein breites, aber sehr dünnwandiges Mesorchium, neben der Wirbelsäule befestigt. Dieses enthielt Blutgefässe, namentlich Venen, welche am Hilus des Hoden durch vielfältige Anastomosen einen Plexus bildeten, dessen abführende Stämme, dreizehn an Zahl, an der Wirbelsäule neuerdings sich zu einem Plexus verbanden, welcher mit den Cardinalvenen zusammenhing. Zwischen die Blätter des Mesorchium eingblasene Luft, ging ebenso leicht, als Quecksilber, in einen Samenleiter über, und die Untersuchung der inneren Oberfläche der Harnblase liess die doppelten Mündungen der Harnleiter und Hoden-Ausführungsgänge erkennen.

Die Harnblase der Männchen (Taf. 2, Fig. 2) besitzen noch eine von den Weibchen abweichende Bildung in der Gegenwart zahlreicher querer Scheidewände an ihrer oberen, den Nieren zugekehrten Wand. Die dadurch gebildeten Zellen werden durch kürzere Scheidewände in kleinere Buchten abgetheilt, in deren jede sich ein kleiner Ureter entleert.

Die äussere Geschlechtsöffnung (Lit. *d*) liegt an der vorderen Wand einer tiefen Bucht, welche von dem After durch eine quere, häutige Scheidewand (Lit. *e. e*) getrennt wird, an deren freiem Rand in der Mitte, bei Männchen und Weibchen, eine kleine, an ihrem Ende gefranste Papille aufsitzt.

Polypterus Bichir.

Taf. III. Fig. 1.

Polypterus Bichir besitzt den offenen Abdominaltrichter der Störe. Derselbe tritt jedoch auf eine andere Weise mit dem Harnapparate in Verbindung. Die am äusseren Nierenrande verlaufenden Ureteren (Lit. *b, b*) von 2 Linien Durchmesser, erweitern sich nicht zu einer zweihörnigen Harnblase, convergiren am hinteren Bauehnde, und vereinigen sich zu einer kurzen und engen Urethra, welche sich in das vereinigte Endstück der Oviducte entleert (Lit. *c*). Die Oviducte (Lit. *a, a*) beginnen an dem vor mir liegenden weiblichen Exemplare (welches kurz nach der Laichzeit gefangen wurde, da an dem entleerten Ovarium die Becher, in denen die hanfkorngrossen Eier lagerten, noch sehr deutlich zu erkennen waren) erst im hinteren Viertel der Bauchhöhle mit einer grossen, in dem Winkel zwischen Mesoarium und Bauchwand gelegenen Öffnung, welche in einen 5 Linien weiten, sich nicht trichterförmig verengernden Canal (Eileiter) führt. Derselbe verläuft anfangs zwischen den beiden Lamellen des Mesoarium, dann aber frei durch das hintere Segment der Bauchhöhle, hat über sich den Ureter, einwärts das hintere Ende der Schwimmblase liegen, und vereinigt sich kurz vor dem After mit jenem der anderen Seite zu einem einfachen *Porus genitalis*, der die kurze Urethra aufnimmt, und in einer tiefen Grube hinter dem After mündet. Die Afteröffnung ist nicht rund, sondern dreieckig, mit vorderer Spitze (Lit. *d*). Der vordere Winkel ist an das letzte mediane Knochenschild der Bauchkante, die beiden seitlichen an zwei, die Basis der Afterflosse wie eine Scheide umschliessende, beschilderte Hautlappen befestigt. An den beiden Seitenwänden des dreieckigen After stehen zwei niedrige Papillen (Lit. *e, e*), an deren Spitze sich die von mir nachgewiesenen Peritonealecanäle münden, welche einen anatomischen Charakter sämtlicher Ganoiden bilden. Hinter der Basis des Afterdreieckes liegt eine tiefe Grube (Lit. *f*), deren vordere Wand eben das Rectum bildet, an welcher eine mediane, longitudinale Leiste herabläuft, auf deren First die schlitzförmige Geschlechtsöffnung steht.

¹⁾ J. Müller fand den Typus der männlichen Genitalien mit jenem der weiblichen übereinstimmen. Sitzungsberichte der Berliner Akademie, 1846, Märzheft, pag. 75.

Der entleerte Eierstock nahm noch die ganze Länge der Bauchhöhle ein. Man konnte an dem siebförmig durchlöcherten Ansehen seiner äusseren Wand deutlich erkennen, dass die Eier nur durch die äussere Wand des Ovarium abgehen, von wo der Weg zur Abdominalöffnung der Eileiter leicht zu finden ist. Die innere, dem Darmeanale zugekehrte Wand des Eierstockes war vollkommen unversehrt, und der Länge nach mit weiten Gefässnetzen durchzogen.

Amia calva.

Taf. III, Fig. 2.

In H. Franque's *Anatomia amiae calvae*, Berol. 1847, pag. 8, wird über die Genitalien der *Amia calva* nur in Kürze folgendes erwähnt: *Genitalia sunt insignia infundibulo illo, per quod, ut apud Sturiones et Polypterum, ova in ureterem deducuntur, cujus quidem infundibuli apertura abdominalis in parte anteriore abdominis propeque anteriorem ovarii partem sita est. Pori abdominales non observantur. Duæ sunt vesicæ urinariæ.* — Ich kann über die Geschlechtswege dieses merkwürdigen Ganoiden ein Weiteres berichten.

Die Eierstöcke eines hochträchtigen Weibchens von 16 Zoll Länge hatten eine Länge von 6 Zoll. Sie nahmen nicht die ganze Bauchhöhle ein, sondern endigten, das rechte 2 Zoll, das linke 3 Zoll vor dem After. Sie waren von den Seiten zusammengedrückt, und ihre grösste Dicke betrug nur einen halben Zoll. Ihre innere Wand war glatt, und dem Volumen der Baueingeweide entsprechend ausgehöhlt. Ihre äussere Wand war vielfach gefaltet, und das Parenchym in senkrecht stehende Lappen zerklüftet, deren jeder 60 bis 100 Eier enthielt. Die Eier hatten eine verschiedene Grösse. Die grössten zeigten einen Durchmesser von anderthalb Linien. Die Abdominalmündung des Eileiters (Lit. *a*, *a*) lag hinter der Mitte des Ovarium. Sie war sehr weit, und hatte über einen Zoll Durchmesser. Der Eileiter selbst (Lit. *b*, *b*) verengerte sich nur allmählich, und ging mit weiter Öffnung in die Höhle einer unsymmetrisch zweilappigen Harnblase über. Der rechte Lappen (Lit. *c*) hatte im aufgeblasenen Zustande eine stumpfpyramidale Gestalt, deren lange Axe quergestellt erschien, der linke Lappen (Lit. *d*) war kleiner, mehr langgezogen, und an seinem Seitenrande mit zwei kurzen, stumpfspitzigen Diverticula besetzt (welche möglicherweise auch blos durch das unvollkommene Aufblasen der durch den Alkohol contrahirten, äusserst dünnwandigen Harnblase bedungen sein konnten). Die obere Wand der Blasenhälften war mit der unteren Nierenaponeurose verwachsen, welche aber kein continuierliches Septum bildete, sondern durch schmale Querschlitzte gespalten erschien, durch welche kleine Harnanälchen zur oberen Wand der Blase gelangten. Die Ureteren, allenthalben gleich weit, öffneten sich mit einem viel kleineren Lumen in die Blase als die Eileiter (Lit. *e*, *e*). Die Harnblase erschien demnach mehr als eine uterusähnliche Erweiterung der Eileiter, für welche sie auch von Franque mit Unrecht angesehen wurde, da die Einmündung zahlreicher kleiner Harnanälchen in sie, ihr die Bedeutung einer wahren Harnblase vindicirt.

Die faltig eingezogene äussere Öffnung des Urogenital-Systems (Lit. *h*) liegt 4 Linien hinter dem rundlichen, schuppenlosen After (Lit. *f*), an dessen seitlicher Umrandung zwei feine *Pori abdominales* münden (Lit. *g*, *g*).

Erklärung der Tafeln.

Taf. I.

Harn- und Geschlechtsorgane von Spatularia folium.

Fig. 1. *Systema uropoëticum* und dessen Zusammenhang mit den Trichtern weiblicher Genitalien.

a, a, Nieren, am Kopfende zu einer den Aortenanfang von unten umschliessenden gemeinschaftlichen Masse, welche von der *Arteria coeliaca* durchbohrt wird, verwachsen; *b, b*, die beiden Hörner einer *Vesica urinaria bicornis*, welche sich in die bei *e, e* elliptisch erweiterten Harnleiter fortsetzen. Feine Ureteren münden in den inneren Rand derselben; *d, d*, die Abdominalöffnungen der Trichter, deren zwischen den Blasenhäuten verlaufende Fortsetzungen bei *e, e*, in die Blasenhöhle einmünden; *f*, Rectum; *g*, After; *h, h*, Öffnung der *Pori anales*; *i*, Urogenitalöffnung; *k*, Aortenanfang; *l*, *Arteria coeliaca*.

„ 2. Linke Hälfte männlicher Genitalien.

a, a, a, fetthältige Peritonealfalte, in deren äusserer Lamelle der Hoden *b, b, b* liegt; *c*, Bauchöffnung des Trichters; *d*, linkes Horn der *Vesica urinaria*, dessen obere Wand geöffnet wurde, um die in der Blasenwand eingeschlossene Fortsetzung des Trichters und dessen gabelige Theilung zu sehen; *e*, offener Ast; *f*, blinder Ast.

Taf. II.

Harnblase von Lepidosteus osseus.

Fig. 1. Harnblase, durch Wegnahme der oberen Wand eröffnet.

a, a, Hörner der Blase; *b*, Septum der Hörner; *c, e*, aufgeschnittene Harnleiter; *d, d*, Eileiter, deren linker vor seiner Einmündung in die Blase zwei seitliche Diverticula *e* und *f* bildet, deren rechter, nebst der eigentlichen Einmündungsöffnung *g*, noch einen cylindrischen, gleichfalls sich in die Blase öffnenden Nebengang *h* absendet.

„ 2. Harnblase, deren rechtes Horn *a, a*, durch Wegnahme der unteren Wand geöffnet wurde, um die zellige Beschaffenheit der an die Nieren-Aponeurose angrenzenden oberen Wand zu sehen; *b*, After; *e, e*, Mündungen der *Pori anales*; *d*, Grube hinter dem After, in welcher der Urogenitalapparat ausmündet; *e, e*, Scheidewand zwischen der Grube und dem After, in deren Mitte eine weiche Papille ansitzt.

Taf. III.

Fig. 1. Weibliche *Uro-genitalia* von Polypterus.

a, a, Eileiter, in deren oberer Wand die Ureteren *b, b* verlaufen, welche eine gemeinschaftliche Endmündung in das Vereinigungsstück der Eileiter bei *c* besitzen; *d*, dreieckiger After; *e, e*, Öffnungen der *Pori anales*; *f*, Grube hinter dem After, in welcher der Geschlechtsweg mündet.

„ 2. Weibliche *Uro-genitalia* von *Amia calva*.

a, a, Abdominalöffnung der Trichter; *b, b*, Eileiter; *c*, rechtes, *d*, linkes Horn der Harnblase; *e, e*, Einmündung der Ureteren in die Blase; *f*, After; *g, g*, *Pori anales*; *h*, Mündung des *Systema uro-genitale*.

Fig. 1.

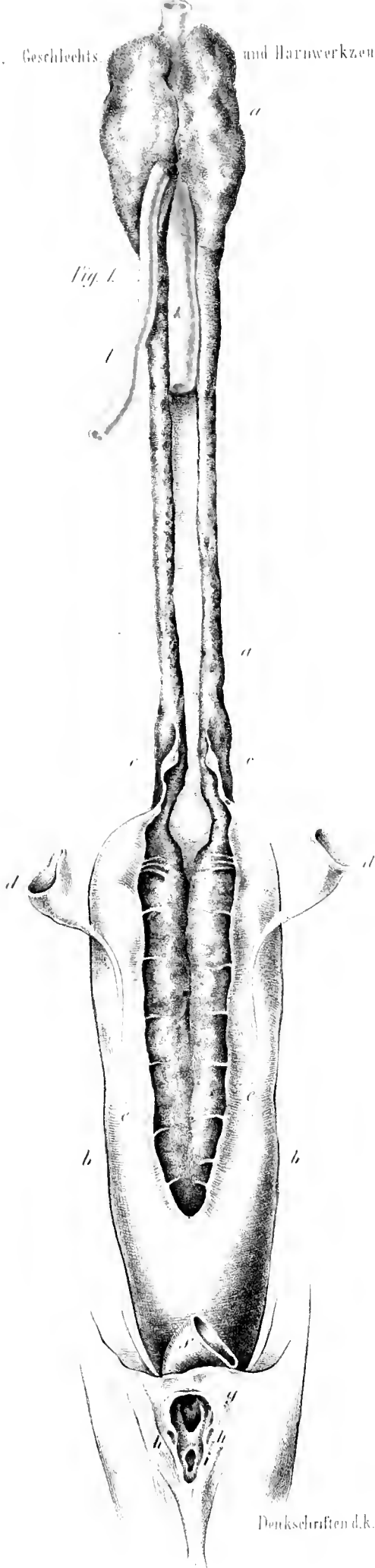


Fig. 2.

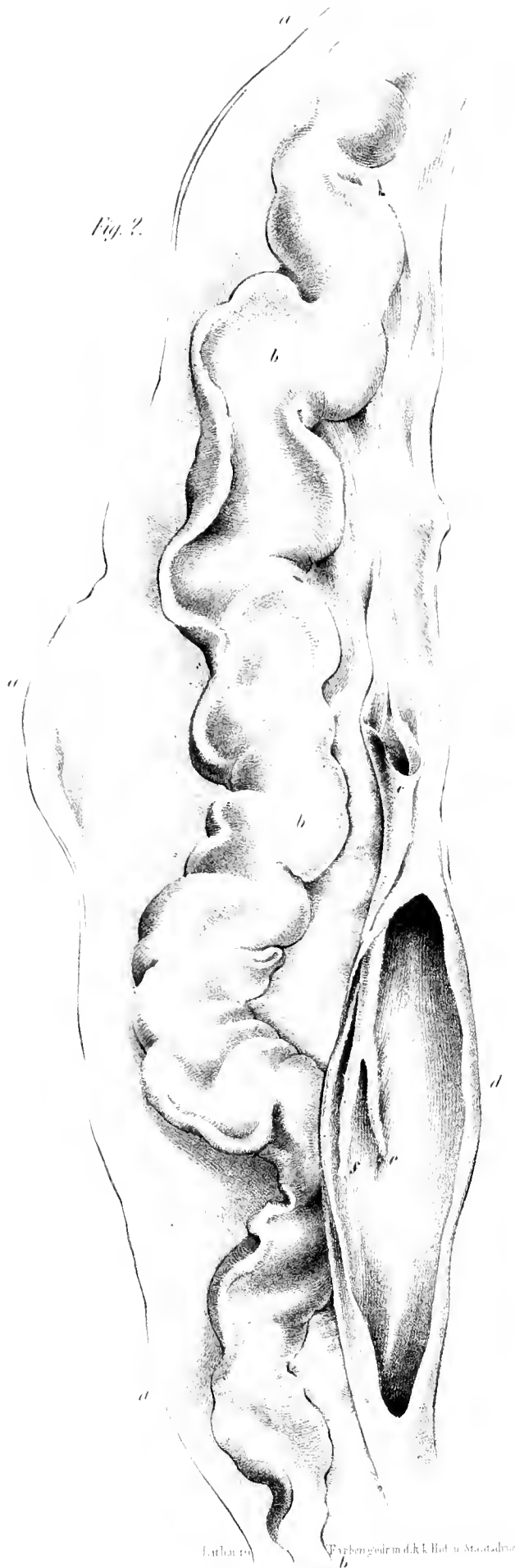


Fig. 1.

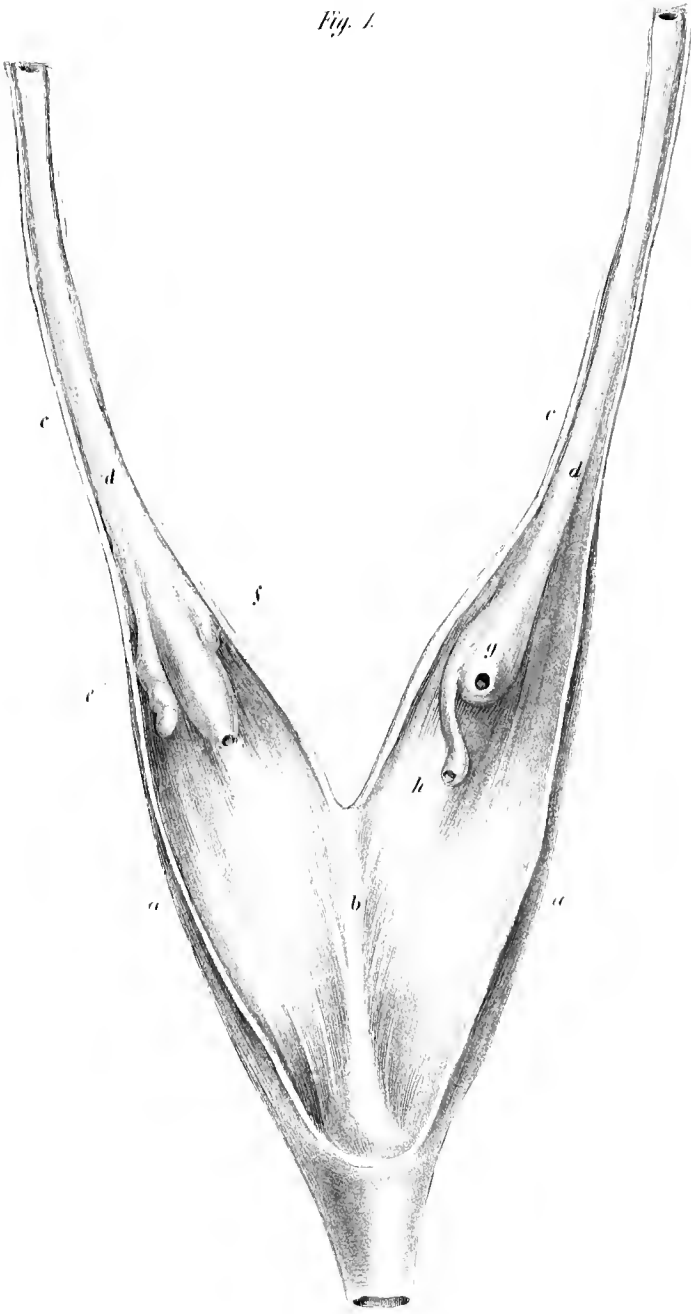
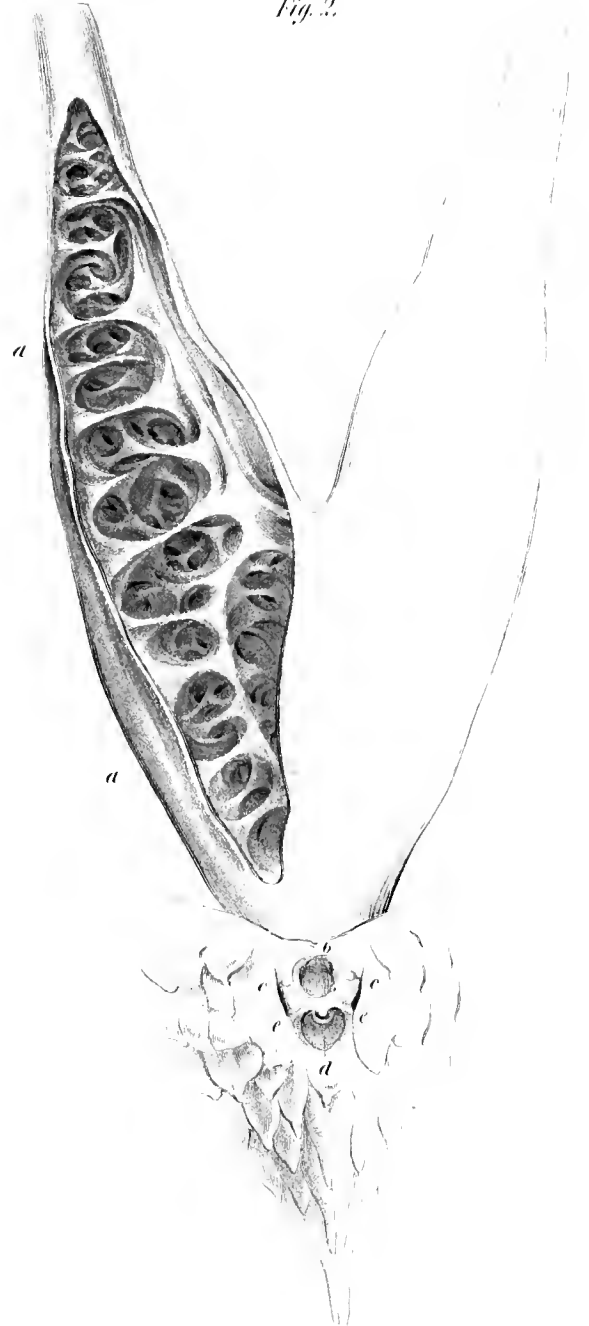
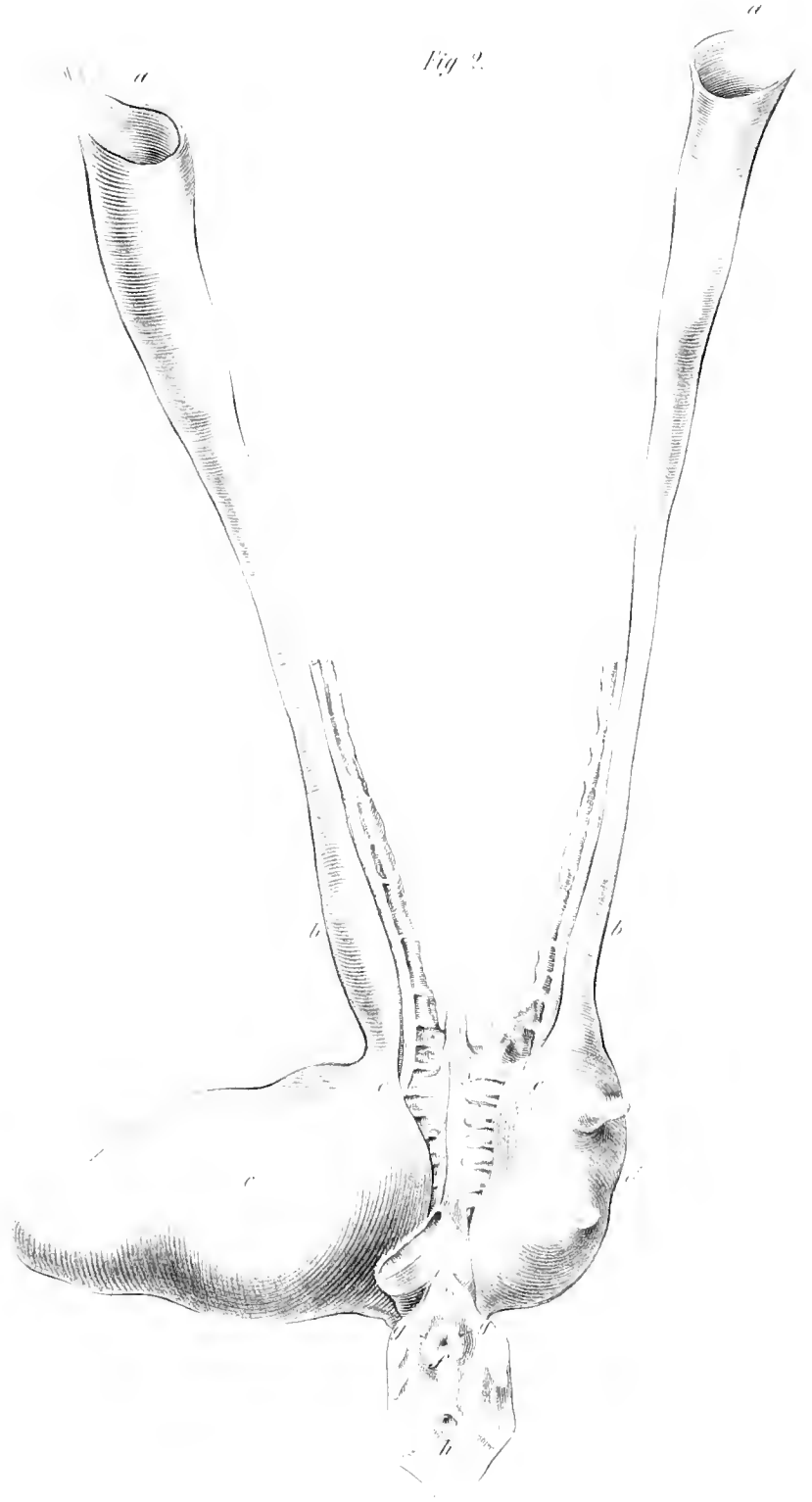
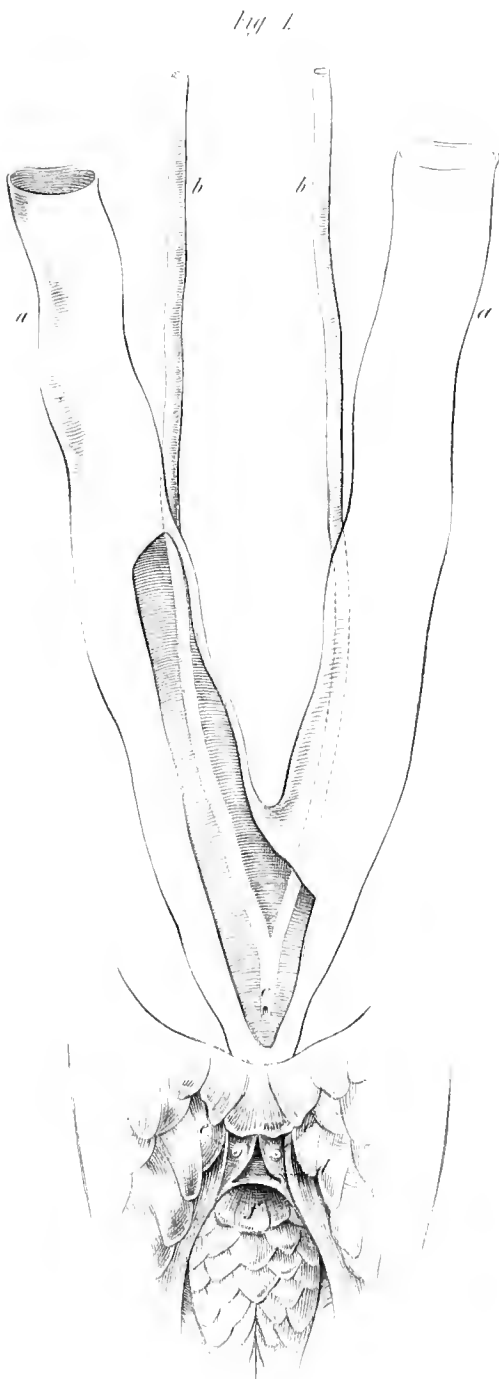


Fig. 2.





Lith. u. Farbendr. v. d. k. k. Hof- u. Allg. Lit.-Anst. v. G. W. Biedermann in Wien.

BEITRAG ZUR ANATOMIE

VON

HETEROTIS EHRENBERGII C. V.

VON

PROF. JOSEPH HYRTL,

WIRKLICHEM MITGLIEDE DER KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

(MIT III TAFELN.)

(VORGELEGT IN DER SITZUNG DER MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHEN CLASSE AM IX. MÄRZ MDCCCLIV.)

I. Skelet.

a. Kopf. (Taf. I und II, Fig. 1.)

Die Construction des knöchernen Schädels von *Heterotis* und *Osteoglossum*, und der gesamte Skeletbau dieser beiden Gattungen, differiren so auffallend von dem Typus der Clupeaceen, dass ihr Verbleiben in dieser Familie kaum mehr zu gestatten wäre, wenn nicht andererseits, wenigstens für *Heterotis*, im Baue der Verdauungsorgane, namentlich in der Gegenwart eines musculösen Magens, und in dem Vorkommen accessorischer Kiemenorgane, sich eine nähere Verwandtschaft zwischen dieser Gattung und gewissen Clupeaceen herausstellte¹⁾. Ich werde diese Verwandtschaft in einer demnächst vorzulegenden Abhandlung über die Anatomie der Kiemen und der Verdauungsorgane der Clupeen ausführlicher besprechen, und hier, ohne in Vergleichen einzugehen, nur einen Beitrag zur beschreibenden Anatomie der wenig untersuchten Gattung *Heterotis* geben. — Was die Anatomie des Kopfes von *Heterotis* anbelangt, so sind die Unterschiede so augenfällig, dass sie, ohne in eine detaillirte Beschreibung der einzelnen Schädelknochen einzugehen, eine nähere Erörterung wohl verdienen.

¹⁾ J. Müller hat sich bereits mit Bestimmtheit für die Belassung von *Heterotis* bei den Clupeiden ausgesprochen.

Der unbeschuppte, dicke, aus massiven Knochen zusammengesetzte Schädel von *Heterotis*, mit breiter Scheitelfläche, ist ein wahres Gegenstück des schmalen, hohen, aus zarten und dünnen, meist durchscheinenden Knochen bestehenden Clupeenschädels. Die Grösse, Gediegenheit und Stärke der Infraorbitalknochen, die bedeutende, bis zum vorderen Augenhöhlenrande reichende Verlängerung der Schädelhöhle, und die dadurch bedingte Trennung der beiden Augenhöhlen durch ein knöchernes Septum, der völlige Mangel des bei allen Clupeiden durch das *Occipitale basilare* und *Sphenoideum posterius* gebildeten vollständigen¹⁾ oder nur als mehr weniger tiefe Furche angelegten Canales²⁾ zur Aufnahme der Augenmuskeln, die fontanellähnlichen, durch Knorpel ausgefüllten Lücken des Hirnschädels, so wie der Abgang jener Gruben an der Schädelbasis, welche von vorderen Ausläufern der mit dem Gehörorgane in nähere Verbindung tretenden Schwimmblase eingenommen werden, geben die hervorragendsten Unterscheidungsmerkmale ab, in deren etliche hier näher einzugehen ist.

Der hintere Schädelwirbel ist nur unvollständig ossificirt, indem zwischen den sehr umfänglichen seitlichen Hinterhauptsbeinen, und der verkümmerten Schuppe, ein ansehnliches Stück des Schädel-Primordialknorpels unverknöchert zu Tage liegt, welches durch eine nach hinten und unten gerichtete lange, mediane Zaecke der Schuppe, nur unvollkommen in zwei seitliche Hälften getheilt wird. Bei *Osteoglossum* schliessen die seitlichen unteren Hinterhauptsbeine über dem *Foramen occipitale* zusammen, und die Schuppe erscheint als *Interparietale* (Cuvier).— Vom Basilartheile des Hinterhauptsbeines geht ein, durch Synchondrose mit ihm verbundener, starker stabförmiger Knochen nach rückwärts zur Verbindungsstelle der Scapula mit dem Schlüsselbeine (Coracoid. Owen), welcher bei *Osteoglossum* fehlt. Zwei, das *Foramen occipitale* an Umfang bedeutend übertreffende Löcher dienen dem mehr als federkiel-dicken Vagus zum Austritt, und sind der Medianlinie der Schädelbasis so nahe gerückt, dass sie nur durch den schmalen Körper des hinteren Keilbeines von einander getrennt werden (während sie bei den Cyprinen, wo sie im Verhältnisse fast eben so gross erscheinen, an der hinteren senkrecht abfallenden Schädelwand liegen). Es scheint, dass das fragliche Loch bei *Heterotis* nicht dem unteren seitlichen Hinterhauptsbein allein angehört, sondern auch vom *Petrosum*, welches mit dem *Occipitale laterale inferius* verwächst, gebildet wird. Die gabelige Verbindung des *Os suprascapulare* mit dem oberen und unteren seitlichen Hinterhauptsbeine zeigt nichts Abweichendes. — Der vom Keilbein gebildete Theil der Schädelbasis besitzt gleichfalls zwei knorpelig verschlossene Lücken, welche unten vom hinteren Keilbeine, vorne vom grossen Flügel, hinten und oben durch das *Petrosum* begrenzt werden.

Ich vermuthete anfänglich, dass die Schwimmblase mit dieser Fontanelle in nähere Beziehung tritt, was sich im Verlaufe der Untersuchung nicht bestätigte. Der grosse Keilbeinsflügel und das Mastoideum (Schläfenschuppe, Hallmann) sind bei weitem umfänglicher als bei *Osteoglossum*, der Vomer nicht bezahnt (bei *Osteoglossum* an seinem hinteren Endstücke), die *Alae orbitariae* trennen durch ihre Grösse die Augenhöhlen vollkommen von der Schädelhöhle (sie sind bei *Osteoglossum* ohne Zwischenwand), und lassen zwischen sich, dem eigentlichen Frontale, und dem grossen Praefrontale zwei Knorpelstellen übrig, welche die Abgrenzung der Schädelhöhle gegen die Augenhöhle vervollständigen. Das Schädeldach zeigt, mit Ausnahme paariger *Ossa nasalia*, jene Formen, Dimensionen und Verbindungen seiner Knochen, wie sie bei den Cyprinen vorkommen.

Die äusserliche knöcherne Umrandung der Augenhöhle wird oben durch das eigentliche Frontale und ein hinter ihm liegendes Supraorbitale, vorne, unten und hinten durch drei gewaltige Infraorbitalknochen gebildet. Bei *Osteoglossum* rückt, wegen Zurückziehen des Stirnbeines vom Augenhöhlenrand, das

¹⁾ z. B. bei *Elops saurus*, C. V.

²⁾ z. B. bei *Alausa tyrannus*, De Kay.

Supraorbitale an das vorderste Infraorbitale (Preorbital, Owen) heran, während die zwei grössten Infraorbitalia auf den hinteren Rand der Orbita hinaufrücken, und die zwischen ihnen und dem Praeorbitale übrig bleibende Lücke durch zwei unbedeutende, aber lange, hohle und dünnwandige Knochensäulchen ergänzt wird. Bei beiden sind die zwei hintersten Infraorbitalknochen so breit geworden, dass sie sich auf die Aussenfläche des Praeoperculum mit ihren hinteren Rändern hinaufschieben. Der Verlauf der Schleimcanäle in ihnen wird später angegeben.

Das Kiefer-Suspensorium, durch seine Stärke und Höhe ausgezeichnet, besteht aus einem oberen, mittleren und unteren Ergänzungsstück (Epi-, Meso-, Hypotympanie, Owen, — Temporal, Symplectique, Jugal, Cuvier). Ein selbstständiges Praetympanicum (Owen, Tympanal Cuvier) tritt nur bei *Osteoglossum* als viertes Element dieses Gerüsts auf.

Am Gaumenbogen scheinen das *Os palatinum*, *pterygoideum* und *entopterygoideum* (Owen) zu einer einfachen Knochenplatte verwachsen zu sein, welche nur an dem hinterem Ende ihres inneren Randes (sonst dem Entopterygoideum angehörend) bezahnt erscheint, während bei *Osteoglossum* die Trennung der drei Elemente des Gaumenbogens augenfällig ist, das Palatinum an seiner ganzen Mundhöhlenfläche, das Entopterygoideum nur an seinem inneren Rande stark bezahnt ist, und namentlich beide Palatina in ihrer durch das vordere, zahutragende Stück des Vomer vermittelten Verbindung, einen Zahnbogen bilden, welcher mit jenem der vereinigten *Maxillaria superiora* und *intermaxillaria* parallel geht, und nur durch eine schmale Furchung von ihm getrennt erscheint. Die nicht bezahnten Flächen des Gaumen- und Flügelbeines sind bei *Osteoglossum* mit scharfen oder bloß rauhen Höckerehen übersät, und fühlen sich wie eine stumpfe Feile an. Sie sind an frischen Exemplaren nicht von der Mundschleimhaut bedeckt, da sie einer unentwickelten Zahnbildung entsprechen. Ober-, Unter- und Zwischenkiefer sind bei *Heterotis* mit einer einfachen Reihe von Hakenzähnen, welche bei *Osteoglossum* geradlinig und pallasidenförmig zugespitzt werden, besetzt. Im Unterkiefer steht bei letzterem hinter den mittleren Unterkieferzähnen, noch eine zweite, vier Linien lange Reihe kürzerer, und etwas nach hinten gerichteter Pfiemenzähnechen.

Der Kiemendeckel-Apparat von *Heterotis* besteht nur aus einem Praeoperculum und Operculum. Letzteres ist ansehnlich breiter, aber zugleich kürzer als ersteres, und hat an seiner innern Seite eine horizontale, dicke, stark vorspringende Leiste, welche nach vorne eine tiefe Pfanne zur Aufnahme des sphärischen Gelenkkopfes des Epitympanicum trägt. Das Praeoperculum wird bei *Osteoglossum* von den beiden grossen, die hintere Peripherie des Orbitalringes bildenden Suborbitalknochen grösstentheils bedeckt. Am unteren Ende der inneren Fläche des Praetympanicum liegt ein dünner, breiter, schuppenähnlicher Knochen auf, der in schräg nach hinten und oben gehender Richtung bis zum Epitympanicum hinaufreicht, und an seinem unteren Ende mit der Kapsel des Unterkiefergelenkes verwächst. Er kann als ein nach oben verrücktes Interoperculum angesehen werden. Bei *Osteoglossum* ist er kürzer, und füllt nur den Winkel zwischen Operculum und Symplecticum aus.

Am Unterkiefer von *Heterotis* sind die Trennungsspuren seiner einzelnen Bestandtheile kaum mehr zu erkennen; — bei *Osteoglossum* dagegen in gewöhnlicher Form leicht zu bemerken.

b. Zungebein-Apparat und Kiemenbogen. (Taf. III, Fig. 1.)

Der Zungebeinbogen besteht aus den gewöhnlichen Stücken. Das Griffelbein ist knorpelig, und erscheint nicht durch Bandmasse, sondern durch ein Gelenk mit der Fuge zwischen Epi- und Mesotympanicum befestigt. Das obere und untere Stück des Hornes (Epi- und Ceratohyal, Owen) sind breit, dick und kurz; ersteres mit drei breiten, letzteres mit vier schmalen, stabförmigen *Radii branchiostegi* besetzt

(bei *Osteoglossum* haften am oberen Stück des Zungenbeinhornes ebenfalls 3, am unteren aber 14 Kiemenhautstrahlen). — Eine knöcherne Copula fehlt, deren Stelle durch zwei paarige, runde, erbsengrosse Knorpelstücke eingenommen wird, mit welcher ein dicker, pyramidaler, knöcherner Zungenbeinkiel (Urohyal, Owen) durch Bandmasse verbunden ist. Das *Os entoglossum* (Glossohyal, Owen) fehlt, und es liegt auf den beiden Knorpelstücken der Copula nur ein faserknorpeliger, nach vorne zugespitzter Körper auf, welcher sich nach hinten mit dem vordersten unpaaren Zwischenknochen des ersten und zweiten Kiemenbogens verbindet.

Die Kiemenbogen selbst zeigen, bis auf die später zu schildernde Form des vierten und des *Pharyngeum inferius*, nichts Abweichendes. Nur die medianen unteren Schlussstücke der Bogen differiren in soferne, als das vordere lange und starke Schlussstück, welches zwischen den zwei vorderen Kiemenbogen liegt, und dieselben in der Medianlinie verbindet, so weit nach vorne sich erstreckt, dass es den Hauptstützknochen der Zunge bildet, und an seinem hinteren breiten Theile oben eine Gruppe niedriger zahnartiger Papillen trägt. Hinter ihm folgt ein äusserlich verknöchertes, inwendig knorpeliges Schlussstück für den dritten, und hinter diesem zwei durchaus knorpelige Schlussstücke für den vierten Kiemenbogen, und zuletzt die *Ossa pharyngea inferiora*.

Bei *Osteoglossum* verlängert sich die vordere Copula der Kiemenbogen einen halben Zoll über die Commissur der beiden Zungenbeinhornen hinaus, und ist an seiner ganzen, der Mundhöhle zugekehrten Fläche bezahnt. Hinter ihr liegt eine zweite knöcherne Copula für den dritten Kiemenbogen. Der vierte, und die beiden unteren Schlundknochen, sind nur häutig verbunden. Die an die Copula sich anschliessenden unteren Segmente der Kiemenbogen haben am zweiten und dritten Bogen eine besondere Form. Jenes des zweiten Kiemenbogens wächst nämlich nach unten in einen langen, starken, etwas nach aussen gebogenen Fortsatz aus, welchen ich in solcher Entwicklung nur bei den Mormyri gesehen habe, und jenes des dritten Kiemenbogens schiebt einen ähnlichen aber kürzeren und breiteren Fortsatz nach innen und unten zur Verbindung mit dem gegenständigen ab, wodurch ein unter der Copula gelegener Hohlweg zum Durchgange des Hauptstammes der Kiemenarterie entsteht. — Der zweite und dritte Kiemenbogen zählen ein Segment mehr, indem sich an ihre oberen Enden kurze Ergänzungsstücke anfügen.

e. Schultergürtel und Becken.

Die gabelförmige Supraseapula hat die gewöhnliche doppelte Verbindung mit dem Hinterhauptwirbel, und noch eine dritte mit dem *Os mastoideum* durch einen Querriegel, welcher hohl ist, das vordere Ende des Seiteneanales (Schleimeanales) aufnimmt, und es in eine, das *Os mastoideum* durchsetzende Röhre fortleitet. An der Verbindung der eigentlichen Seapula mit der Clavicula heftet sich der säulenförmige Stützknochen an, der von der Seitengegend des *Occipitale basilare* herüberkommt (Taf. II, Fig. I, *aa*). An die innere Seite des oberen Endes der Clavicula ist ein flacher, dreieckiger Knochen mit unterer Spitze angeschmiegt, dessen Deutung ich nicht versuchen kann.

Analogien des Humerus, des Radius, und der Ulna, finden sich im gezwungenen Sinne Owen's und Cuvier's, sowie drei Handwurzelknochen, welche eiförmig weiche, gegliederte, gegen ihr Ende mehrfach gespaltene Flossenradien tragen. — Bei *Osteoglossum* ist der Schultergürtel, namentlich die *Clavicula*, stärker und breiter, Supraseapula und Seapula aber schwächer; die Zahl der Carpusknochen beträgt nur zwei, welche aber die Spuren von Verwachsensein mehrerer an sich tragen. Die Radien der Brustflossen sind, besonders die oberen, mehr als zweimal so lang wie bei *Heterotis*, der oberste besonders dick und einfach, die folgenden sechs gegen ihr Ende fächerförmig gespalten.

Der unpaare, aus zwei congruenten verwachsenen Seitenhälften bestehende Beckenknochen ist an den unteren Enden des 16. und 17. Rippenpaares durch Band und Fleisch befestigt, und trägt eine aus fünf Strahlen bestehende Bauchflosse. Bei *Osteoglossum* geht von jeder Beckenhälfte ein langer, griffelförmiger Knochen nach vorne. Die Zahl der Flossenstrahlen beträgt gleichfalls fünf.

d. Wirbelsäule.

Die Wirbelsäule besteht aus 69 Wirbeln¹⁾ (bei *Osteoglossum* 61). Der erste ist mit dem flachen und scheibenförmigen Basalstücke des Hinterhauptknochens unvollkommen aber fest verschmolzen, und ich konnte desshalb über das Vorkommen einer konischen Verbindungshöhle zwischen beiden nichts ermitteln. Seine Bogenschenkel schliessen oben nicht vollkommen zusammen, und der Dornfortsatz fehlt. Die folgenden Wirbel zeigen den bekannten Typus der Fischwirbel mit oberen und unteren Bogenschenkeln und konischen Verbindungsfacetten. Die Körper derselben sind kurz, prismatisch mit gerundeten Kanten, mit kleinen Grübchen an der unteren und den Seitenflächen versehen, und an den Bauchwirbeln mit scharfkantigen Leisten besetzt, welche von der Basis der oberen Bogenschenkel zu den rippentragenden Fortsätzen herabziehen. An den ersten beiden Wirbeln fehlen die rippentragenden Fortsätze; an den folgenden gewinnen sie allmählich an Länge, und nehmen die nach abwärts gehende Richtung an, welche am 27. Wirbel zum unteren Zusammenschliessen und zur Bildung unterer Bogen führt. Die Rippen sind nicht an die Spitze der *Processus costarii* angeheftet, sondern stecken in tiefen Furchen derselben fest; die unteren Bogen der Schwanzwirbel sind sehr geräumig, und werden in der hinteren Hälfte der Schwanzlänge mehr als dreimal so weit, wie an der vorderen, und bilden zusammen einen umfänglichen Hohlraum zur Aufnahme eines später zu erwähnenden Organs. Die zwei letzten unteren Bogenschenkel sind mit den Wirbelkörpern nicht durch Synostose verschmolzen, sondern nur durch Symphysen aufsitzend. — Jeder Wirbel hat hinter den oberen Bogenschenkeln noch jederseits einen kurzen, dünnen, aufsteigenden Fortsatz, welcher gleichfalls die Seitenwand des Rückgratecanales bilden hilft, und an den letzten Schwanzwirbeln mit dem eigentlichen Bogenschenkel verschmilzt. Die Rippen sind lang, stark, wenig gebogen, und stossen in der unteren Medianlinie, ohne sich zu verbinden, zusammen. Der letzte Bauchwirbel trägt keine Rippen. Die Rippen des dritten Wirbels (Taf. II, Fig. 1, b, b) sind von so ausgezeichneter Grösse und Stärke, dass sie den Seitenhälften des Schultergürtels an Breite und Länge nichts nachgeben. Sie articuliren mit sphärischen Gelenkköpfen in tiefen Seitenpfannen ihres Wirbels, und steigen an der inneren Fläche des Schlüsselbeins bis unter das Gelenk der Brustflossen herab, wo sie mit stumpfen Spitzen endigen. Ihre grösste Breite beträgt einen halben Zoll. Ihre hintere, mit einer starken Längenerista gezeichnete Fläche dient, wie der Schultergürtel, den seitlichen grossen Stamm-Muskeln zur Insertion.

Die oberen Bogenschenkel sind dünn, und schliessen zu langen oberen Dornfortsätzen zusammen. An den vorderen Schwanzwirbeln verbinden sich die Bogenschenkel, noch vor ihrem Schlusse, durch zarte knöcherne Querriegel, wodurch ein über dem eigentlichen Rückgratecanale gelegener, kleinerer Canal entsteht, in welchem das durch die ganze Wirbelsäulenlänge verlaufende elastische Band liegt. Auf jedem oberen Dorne befindet sich ein Flossenträger, obwohl die Rückenflosse erst an den Schwanzwirbeln beginnt. Die flossenlosen Träger der Bauchwirbel (welche ich auch an allen vor mir befindlichen Skeleten von Clupeaceen sehe) sind etwas kürzer als ihre Dornen, etwas nach vorne concav gebogen, rund, und in ihrer ganzen Länge

¹⁾ Schon von Rüppel richtig angegeben, welcher 27 Rückenwirbel und 42 Schwanzwirbel zählt, während Valenciennes 68 Wirbel (25 Bauch- und 43 Schwanzwirbel) anführt.

hohl, während die als solche verwendeten Flossenträger der Schwanzwirbel solide, und von vorne nach hinten zusammengedrückt erscheinen. Einige der flossenlosen Träger schieben sich zwischen den Dornen so tief ein, dass sie bis zur oberen Wand des Rückgratecanales herabreichen. — Nur die Bauchwirbel tragen Gräten. Die vordersten sitzen in der Mitte der Seitenfläche der Wirbelkörper fest, und articuliren daselbst; — die hinteren rücken immer höher und höher am oberen Bogenschenkel hinauf, bis die letzten sogar an die Basis des oberen Dornfortsatzes gelangen, und nicht mehr durch Gelenke, sondern durch ein langes Band an ihn befestigt werden. Die unteren Flossenträger der Analflosse (welche, wie die Rückenflosse, bis zur Endcaudalflosse reicht) sind länger und stärker als die oberen.

Bei *Osteoglossum* beträgt die Zahl der Bauchwirbel 31. Alle Wirbel, mit Ausnahme der 8 letzten, haben obere Flossenträger, obgleich die Rückenflosse nur dem 37. bis 52. Wirbel angehört. Der erste Wirbel trägt keine Rippen; der zweite und dritte nur kurze; die folgenden besitzen eben so lange und starke Rippen wie *Heterotis*, mit ähnlicher Invagination in gefurchte *Processus costarii*. Am letzten Bauchwirbel hängen die *Processus costarii* durch eine Querbrücke zusammen. Nur die 21 vorderen Bauchwirbel haben einfache Gräten aufsitzend, welche sich hinsichtlich ihrer Anheftung verkehrt wie bei *Heterotis* verhalten, indem die vordersten an der Basis der Bogenschenkel stehen, die hinteren bis zur Mitte der seitlichen Wirbelkörperfläche herabrücken. Das Ende der Wirbelsäule krümmt sich, wie bei heterozerken Fischen, gegen den oberen Rand der Schwanzflosse hinauf, was bei *Heterotis* nur angedeutet ist.

e. Schleimeanäle.

Das Rumpfstück des Seiteneanales besitzt weder knorpelige noch knöcherne Stützen. Die die Schuppen der Seitenlinie durchbohrenden Äste des Seiteneanales bilden längliche, in Furchen der Aussenseite der betreffenden Schuppen eingebettete, nach hinten gerichtete, 1—2 Linien lange Röhren, an deren Ende eine feine Öffnung nach aussen mündet, und von deren oberem Rande ein blindes, kurzes Diverticulum nach oben und vorne abgeht, welches durch eine bei äusserer Ansicht der Schuppe bemerkbare Depression der Schuppenoberfläche sich kenntlich macht. Am Schulterbogen angelangt, wird der Seiteneanal von einer knöchernen Röhre der Suprascapula aufgenommen, welche sich mit einer ähnlichen des Mastoideum verbindet. Von nun an gehört das System der Schleimeanäle den Schädel- und Gesichtsknochen an, welche weite, zahlreiche, wenig ramifizierte Canäle in folgender Anordnung einschliessen.

Der Knochenanal des Mastoideum theilt sich in einen auf- und absteigenden, und einen nach vorne ziehenden Ast. Der aufsteigende durchzieht das Parietale bis zum Scheitel, und mündet daselbst mit dem der anderen Seite zusammen. Der dadurch gebildete Bogen hat drei Öffnungen nach aussen, — eine mediane und zwei seitliche. Äste des häutigen Schleimeanals dringen durch diese Öffnungen nach aussen, lagern sich in oberflächliche Furchen des Knochens, und bilden nach hinten gerichtete, subcutane Gänge von 4—5 Linien Länge und 2 Linien Breite, welche als Depressionen der die Knochenfurchen bedeckenden dünnen Haut äusserlich kennbar sind. An ihrem hinteren Ende findet sich eine feine punktförmige Öffnung. Der absteigende Ast geht vom Mastoideum in die oberste Spitze des Praeoperculum über, und verläuft in demselben bogenförmig gekrümmt zum Unterkiefergelenk herab, von wo er bis zur Symphyse der Kieferhälften gelangt, um unter dem Kinne mit jenem der anderen Seite zusammen zu münden, und eine beiden gemeinschaftliche Endöffnung zu finden. Während dieses Weges sendet er fünf Nebenäste am Praeoperculum und zwei am Unterkiefer nach aussen und hinten ab, welche, wie jene des aufsteigenden Astes, nach aussen münden. Der nach vorne gehende Ast durchsetzt das *Mastoideum*, *Frontale principale*, und *Nasale*, um an der Schnauzenspitze, ohne mit dem gegenständigen zusammenzutreffen, auszumünden. Er hat während seines langen Zuges drei

Mündungen nach aussen, von welchen die beiden hinteren dem *Frontale principale*, die vordere dem *Nasale* angehören. Zugleich gibt er Nebenäste ab. Einen nach aufwärts im Stirnbein, und zwei nach abwärts. Der hintere gehört den Knochen der hinteren und unteren Umrandung der Augenhöhle an, und besitzt vier äussere Mündungen; — der vordere steigt im Praeorbitale herunter, und hat nur einen grossen nach aussen gehenden Nebenast am unteren Ende des genannten Knochen, und einen kleineren über diesem.

II.

Verdauungs-Organ.

Taf. III, Fig. 3.

a. Speiseröhre und Magen.

Die geräumige Schlundhöhle verengert sich hinter den unteren Schlundkiewern plötzlich zu einer wahren, ungewöhnlich langen Speiseröhre (Lit. *a*), von dem Kaliber eines Gänsekiels, während bei den meisten übrigen Fischen Schlund- und Magenöhle nur durch einen Sphinkter getrennt werden. Unmittelbar vor ihrem Beginne mündet die Schwimmblase in die Rückenwand des Schlundes ein. Die Einmündung geschieht direct, — nicht durch Vermittlung eines *Ductus pneumaticus*. Die Communications-Öffnung, von der Schlundhöhle aus gesehen, erscheint längs-oval, und ist mit einem papillenreichen Aufwurf der Schleimhaut umsäumt. Von der Schwimmblase aus gesehen präsentirt sie sich als eine erbsengrosse, napfförmige Vertiefung, in deren Grund eine anderthalb Linien lange Spalte klafft. Die Länge der Speiseröhre beträgt in der Bauchhöhle fünf Viertelzolle. Sie erweitert sich, ohne äusserliche scharfe Abgrenzung, allmählich zu einem kleinen, häutigen Magen von birnförmiger Gestalt (Lit. *b*), dessen Grund mit der zwischen Magen und *Appendices pyloricae* gelegenen Milz in Verbindung steht. Der häutige Magen hängt mit einem vor und unter ihm gelegenen äusserst dicken und harten Muskelmagen zusammen (Lit. *b'*). Man hat das treue Bild eines Echinus und Muskelmagens eines körnerfressenden Vogels vor sich. Die linke Wand dieses Muskelmagens besitzt eine breite, sehr dicke und frei zu Tage liegende silberglänzende Sehne. Jene der rechten Wand ist von den sich über sie hinaufschiebenden Muskellagern grösstentheils verdeckt. Beide Magensehnen hängen durch querlaufende, mit longitudinalen Faserzügen gemischte Muskellager zusammen, deren grösste Dicke an der linken Magenwand 5 Linien, an der rechten Magenwand über einen halben Zoll beträgt. Die beiden verdickten Stellen des Muskelmagens ragen in die Magenöhle als runde, gegenständige Scheiben vor, und können wie Mühlsteine drehend gegen einander wirken. Ein verhorntes Epithel, wie am Vogelmagen, fehlt, und die Schleimhaut zeigt ihre gewöhnliche Zartheit, und ein durch äusserst verjüngte Zotten bedingtes sammtartiges Ansehen. Kurz vor dem Pylorus schwindet, durch Eingehen der Muskellager, die Dicke der Magenwand auf 2 Linien herab, und buchtet sich unmittelbar unter den Triturationsplatten beider Magenwände ein wenig aus, wodurch eine Art unvollkommenen *Antrum pyloricum* entsteht (Lit. *c*), an dessen Grunde eine halbmondförmige, senkrecht stehende Schleimhautfalte die Grenze zwischen rechter und linker Magenwand bezeichnet. Der der rechten Magenwand angehörige Theil des *Antrum pyloricum* ist mehr ausgesackt, als jener der linken. In letzterem liegt die Pylorus-Öffnung mit einer unansehnlichen ringförmigen Schleimhautfalte.

Heterotis ist ein pflanzenfressender Fisch¹⁾. Der Mageninhalt bestand nur aus Vegetabilien. Mein geehrter Freund und Colleague, Professor Fenzl fand folgende Bestandtheile:

¹⁾ Rüppel sagt, dass er sich von kleinen Würmern zu nähren scheine.

α. Früchte, deren bereits verdauter Inhalt sie nicht mit Entschiedenheit bestimmen liess. Sie mochten vielleicht einer Alismacee, wahrscheinlicher einer Compositae aus der Abtheilung der Verberineen angehören.

β. Samen einer Lotus-Art (*Lotus arabicus?*).

γ. Samen von Rutaceen oder Zygophylleen.

Sämmtliche Objecte gehören Pflanzen an, die an den sandigen Ufern des Nils häufig wachsen, bei dem Anschwellen des Flusses dem Fische zugänglich werden, und deren Samen und Früchte auch von selbst oder durch Windstösse in das Wasser gelangen können.

b. Darmcanal.

Der Darmcanal (Lit. *d, d, e*) hat eine bedeutende Länge, indem er dreimal die ganze Länge der Bauchhöhle und zweimal ihre vordere Hälfte durchläuft, somit aus zwei langgestreckten Schlingen, und einem geradelinig zum After ziehenden Endstücke besteht. Die beiden Schlingen haben an allen Punkten ihres Verlaufes ziemlich gleichen Durchmesser — im aufgeblasenen Zustande ohngefähr $2\frac{1}{2}$ — 3 Linien. Der geradelinige Afterdarm ist dagegen in seiner ganzen Länge mässig spindelförmig erweitert. Die Wandungen des gesammten Darmcanales zeigen eine ziemliche Dicke auf Rechnung der Stärke der Muskelhaut, deren Ringfasern prävaliren.

Unmittelbar unter der Pylorusklappe münden zwei lange, dickwandige, an ihrem Ende etwas keulenförmig aufgetriebene *Appendices pyloricæ* ein (Lit. *f, f*). Die längere misst $3\frac{1}{3}$ Zoll, die kürzere $2\frac{3}{4}$. Ihre Weite gleicht jener des Darmcanales. Gegenüber der Eimmündung dieser Anhängsel öffnet sich der *Ductus choledochus*.

Die Schleimhaut des Darmcanales bietet in ihrer ganzen Ausdehnung ein ganz gleichförmiges Ansehen dar. Sie ist von Pylorus bis zum After mit niedrigen, nur als Streifen erscheinenden, sehr dicht auf einander folgenden Falten oder Leistchen bedeckt, welche in wellenförmig gebogenen Linien das Darmrohr umziehen. Ihre Menge kann daraus entnommen werden, dass auf einen Zoll Darmlänge 72 — 84 solcher Leistchen kommen. Mit der Loupe betrachtet, kommen zwischen den Querleistchen ebenso zahlreiche und zarte Commissurenfältchen vor, welche der Schleimhaut ein ausnehmend feingnetztes Ansehen geben. Im Afterdarme treten auch Längenfalten, welche die wellenförmigen Querfältchen unter schiefen Winkeln kreuzen, auf. — In den *Appendices pyloricæ* tritt die netzförmige oder zellenartige Bildung der Schleimhaut viel deutlicher hervor, unter gleichzeitigem Zurückweichen der Falten. Sie scheinen sich deshalb an dem Verdauungsacte viel lebhafter zu betheiligen, als das übrige Darmrohr, was um so wahrscheinlicher wird, als Flüssigkeiten, welche ich in den Magen des Fisches injicirte, beim Übertritte in den Darm zuerst die *Appendices pyloricæ* zu füllen pflegten, welche auch in den drei von mir untersuchten Exemplaren dieselben Stoffe, wie sie im Darmcanal gefunden werden, enthielten.

c. Leber, Gallenblase und Milz.

Die Leber ist verhältnissmässig klein. Sie besteht aus einem linken grösseren und einem rechten kleineren Lappen, an deren scharfen Rändern und Flächen zackige Einschnitte von verschiedener Tiefe vorkommen. Jeder Lappen besitzt einen tiefen seitlichen Eindruck von der ungewöhnlich stark entwickelten Rippe des dritten Wirbels. Aus dem vordersten Abschnitte der Leber treten zwei auffallend dickwandige Lebervenen hervor. An der oberen, wegen Anlagerung an den grossen Muskelmagen concav gebogenen Fläche

verzweigen sich baumförmig geästelte Furchen, in welchen die zuführenden Blutgefässe und die langgestreckten, sehr feinen Leber-Gallengänge verlaufen. Das Gewebe der Leber ist derb und fest, ihre Farbe lichtbraun und durch körnig-strahlige Pigmentablagerungen gesprenkelt. — Die ungeheuer grosse Gallenblase (Lit. *g*) steht mit der Leber nur durch das Bündel der *Ductus hepatici* in Verbindung. Sie erstreckt sich an der linken Wand des Muskelmagens, mit welcher sie durch lockeren kurzen Zellstoff verbunden ist, nach hinten bis zum hinteren Drittel der Bauchhöhle. Ihre Länge beträgt $3\frac{1}{2}$ Zoll. Mir ist kein ähnlicher Fall in der Fischwelt bekannt. Ihre Form ist schlauchförmig, mit 9 Linien Peripherie. Kurz vor ihrer Einmündung in den Darcanal verengert sie sich plötzlich zu einem 3 Linien langen, $\frac{3}{4}$ Linien weiten Ausführungsgang (*Ductus choledochus*), in welchen sich ein Bündel von drei feineren und einem grösseren *Ductus hepaticus* inserirt. Bevor der *Ductus choledochus* die Darmwand durchbohrt, verengert er sich nochmals zum Kaliber eines feinen Borstenhaares, und geht nun schief durch die Dicke der Wand in das Anfangsstück des Darmes, unmittelbar unter der Pylorusklappe.

Die Milz liegt zwischen dem häutigen Magen und den *Appendices pyloricae*. Sie ist gross, dreieckig, von beiden Seiten flachgedrückt. An ihrer linken Fläche treten die Blutgefässe aus und ein.

III.

Schwimmlase.

Taf. III, Fig. 2.

a. Vordere Schwimmlase.

Die vordere Schwimmlase¹⁾ liegt zwischen den Nieren und den Verdauungsorganen. Sie erstreckt sich durch die ganze Bauchhöhle, vom Diaphragma bis zum ersten unteren Schwanzwirbeldorn. Ihr Querdurchmesser ist zugleich jener der Bauchhöhle, mit deren Seitenwänden sie auf die gleich näher zu erörternde Weise innig zusammenhängt. Sie hat an ihrem vorderen, dicken und abgerundeten Ende keinerlei Verbindung mit dem Gehörorgane. Ihr hinteres Ende verengt sich am ersten unteren Schwanzwirbeldorn plötzlich zu einem $\frac{3}{4}$ Zoll langen, kegelförmigen, an der Basis $2\frac{1}{2}$ Linien weiten Zipf (Lit. *e*), welcher sich unter der Harnblase nach abwärts krümmt und bis zum Afterende des Mastdarmes gelangt.

Um die Eigenthümlichkeiten dieser Schwimmlase verständlich zu schildern, ist es nothwendig, die untere und obere Wand derselben besonders abzuhandeln. Die untere Wand besitzt die bekannten Attribute einer dicken und festgewebten Sehnenhaut. An ihrem Kopfe bildet sie eine erbsengrosse, halbkugelige Ausbuchtung, welche durch die früher erwähnte schlitzförmige Öffnung mit der Schlundhöhle in Verbindung steht. Die Sehnenhaut der unteren Schwimmlasenwand setzt sich nicht in die obere Wand fort. Sie verwächst vielmehr mit den Rippen und deren Zwischen-Aponenrose, und lässt von ihrer unteren Fläche das Mesenterium des Afterdarmes abgehen. Ihre innere Oberfläche ist mit einem glatten, feinen, und als zusammenhängende Schichte nicht abzulösenden Überzug versehen, welcher allein sich in die obere Wand der Schwimmlase fortsetzt. Letztere zeigt das feingenetzte, vielzellige Ansehen der Schwimmlase des *Lepidosteus* in ihrer ganzen Länge. Da die Nieren auf der oberen Schwimmlasenwand aufliegen, so müssen die Ausbuchtungen der letzteren sich in erstere eindringen, und es ist nicht möglich, die Nieren von der

¹⁾ Ruppell, Beschreibung und Abbildung mehrerer neuer Fische im Nil, Frankf. a. M. 1829, pag. 11, gab die Schwimmlase als fehlend an.

Schwimmblaste zu trennen. Da die mit der Blasenöhle zunächst communicirenden grösseren Zellen sich zu kleineren ausbuchteten, und diese wieder kleinere erzeugen, so muss das ganze Zellensystem so vom Nierenparenchym umwachsen sein, dass die Nieren bis in die Mitte ihrer Dicke nur eine poröse, schwammige Masse darstellen. — In der vorderen Hälfte der Medianlinie der oberen Wand liegt ein 2 Linien breiter, aber zarter fibröser Streifen (Lit. *b*), welcher an seinem hinteren Ende mit einem 4 Linien dicken, cylindrischen, in die Höhle der Schwimmblaste stark vorspringenden Muskelstrange (Lit. *a, a*) zusammenhängt, welcher auf der hinteren Hälfte der Medianlinie der oberen Wand aufsitzt. Dieser pralle mächtige Muskelkörper und seine vordere sehnige Verlängerung senden von ihren Seitenrändern Bündel tendinöser Bälkchen ab, welche quer nach aussen laufen, und mit ähnlichen, aber stärkeren Bündeln sich netzförmig verbinden, welche von der Anheftungsstelle der unteren Schwimmblastenwand an den Rippen ausstrahlen (Lit. *c, c, c, c*). Keines dieser Bälkchen erscheint, mit dem freien Auge betrachtet, musculös, wie es bei *Lepidosteus* für die grösseren der Fall ist. Die netzförmige Verbindung der Bälkchen bildet die Contouren der grösseren, zelligen Ausbuchtungen, deren wiederholte Aussackungen vom Nierenparenchym umschlossen werden. Die innere Schwimmblastenhaut scheint sämtliche Zellen auszukleiden, — ich sage scheint, weil vom anatomischen Verfolgen derselben ihrer Zartheit wegen keine Rede sein kann. Sämtliche Zellen communiciren überdies unter einander. Man sieht Quecksilber, welches man mit einer feinen Glasröhre in eine Zellenmündung hineinbläst, aus benachbarten hervortreten, und Luft, die man auf dieselbe Weise hineintreibt, verbreitet sich im Zellenlabyrinth nach jeder Richtung. Der dicke Längsmuskel, von welchem ich früher sprach, enthält in seiner Axe die beiden Ureteren, deren Seitenäste in die grösseren, vom Muskel seitlich abtretenden fibrösen Bälkchen gelangen, und sich den Theilungen derselben entsprechend wiederholt verästeln, bevor sie in das Parenchym der Niere gelangen.

Respiratorische Bedeutung kommt dem Zellensysteme der Schwimmblaste nicht zu. Die Arterien derselben sind sämtlich fast capillar, und stammen aus den *Arteriae renales* und *intercostales*. Die Venen entleeren sich theils in die Cardinalvenen, theils in die Zwischenrippenvenen.

b. Hintere Schwimmblaste.

Taf. III, Fig. 3.

Wenn ich dem jetzt zu beschreibenden Organe den Namen einer Schwimmblaste beilege, so geschieht dieses nur auf Grundlage schwacher Analogien. Sie liegt im Canale der unteren Schwanzwirbeldornen, und erstreckt sich durch die ganze Länge des Schwanzes bis zum drittletzten Wirbel. Sie durchläuft 39 untere Wirbeldornen (Lit. *a*), deren paarige Bogenschenkel fast in ihrer ganzen Länge unversehrt bleiben, sich convex nach aussen biegen, je zwei also einen ovalen Ring bilden, und erst an ihrem untersten Ende schwimmbogenähnlich zusammenschliessen (Lit. *b*). Durch die Succession dieser Knochenringe entsteht eine geräumige Höhle, in welcher das fragile Organ untergebracht ist.

Die Höhle ist nicht überall gleich weit. Während bei jenen Fischen, deren untere Schwanzwirbeldornen eine Fortsetzung der Schwimmblaste einschliessen, die Höhle derselben sich konisch nach hinten verengt, ist bei *Heterotis* das Gegentheil der Fall. An den ersten 17 Schwanzwirbeln beträgt die Grösse der Öffnung in den unteren Dornen nur ungefähr ein Viertel von jener der übrigen. Am 18. Wirbel wird das Lumen der Öffnung durch eine knöcherne Querbrücke in eine obere und untere Lücke getrennt. Vom 19. angefangen hält die ovale Öffnung ziemlich gleichförmig einen Zoll im Längendurchmesser, auf 4 Linien Breite, und selbst am drittletzten Wirbel misst sie noch 7 Linien Länge auf 3 Linien Breite. Eine sehr feste, obwohl dünne Membran (*Membrana interspinosa*), welche die hinter einander folgenden Bogenschenkel einer Seite unter

sich verbindet (Lit. *e, e*), vervollständigt die Seitenwand des fraglichen Organs, in dessen Innerem eben so viele complete Querscheidewände (Lit. *d, d, d*) als Bogensehnelkpaare vorkommen, indem jede Querscheidewand die Bogensehnel eines Wirbels mit einander verbindet. Der hohle Raum zerfällt dadurch in eben so viele vollständig geschlossene, hinter einander liegende Kammern, als Wirbel am Schwanz vorkommen. An den vorderen Schwanzwirbeln, deren untere Bogensehnel weniger klaffen, und sich früher zu einfachen unteren Dornen vereinigen, setzt sich die fibröse Seitenwand des unteren Schwanzwirbelraumes auch auf die schon mit einander verschmolzenen unpaaren unteren Dornen fort, und da diese eine ansehnliche Breite haben, so werden auch hier Kammerräume entstehen, deren Zwischenwände die breiten unteren Dornen selbst sind. Ich kann nicht verhehlen, dass, als mir diese Reihe von Kammern zuerst zu Gesichte kam, ich es mit einem elektrischen Organ zu thun zu haben glaubte. Öffnet man die interspinale Seitenwand einer Kammer, so findet man den Raum derselben durch eine senkrechte, longitudinale Scheidewand, welche nicht ganz bis zur Mitte der Kammer herabreicht, getheilt (Lit. *e, e, e*). Die senkrechte Wand verbindet die vordere Querscheidewand einer Kammer mit der hinteren, ist zart, durchscheinend, an ihren Seitenflächen selbst noch mit kleineren faltigen Erhebungen versehen, und besitzt einen unteren, freien, halbmondförmig gebogenen Rand, unter welchen man von einer Kammerhälfte in die andere gelangt. — Sticht man die Seitenwand einer Kammer bloß an und füllt sie mit Quecksilber, so kann man letzteres selbst nicht unter Beihülfe des Fingerdruckes von einer Kammer in die andere treiben. Höchst ärmliche Blutgefäße, welche aus der in demselben unteren Schwanzwirbelkanale verlaufenden *Aorta* und *Vena caudalis* stammen, gelangen zu den Seitenwänden und den inneren Septa der Kammern. Ich sah jedoch bei der umsichtigsten Präparation der an den Seitenwänden der einzelnen Kammern herabziehenden Intervertebralnerven keinen einzigen Nervenzweig in die Wand oder die Höhle der Kammern eingehen, und habe deshalb den Gedanken an die Bedeutung eines elektrischen Organs wieder aufgegeben. Die innere glatte, äusserst feine Auskleidungsmembran der Kammern scheint allein die longitudinalen Septa zu bilden, während die Seitenwände und Querscheidewände der Kammern dieselbe dichte, aus Bindegewebe bestehende Textur wie die äussere Faserhaut einer Schwimmblase zeigen. Auch ist die Grösse der Kammern und die Abwesenheit einer festeren Pulpa der Deutung als elektrisches Organ nicht günstig, eben so wenig als die tiefe, durch Muskellager und Knochen versteckte Lage, und das unpaare Vorkommen je bei einem elektrischen Organe gesehen wurden. Allerdings ist das Zerfallen in vollständig isolirte Kammern für eine Schwimmblase höchst anomal und bis jetzt noch nirgends beobachtet. Ebenso ist die kaum gestattete Möglichkeit einer Volums-Änderung der Natur einer Schwimmblase etwas zuwiderlaufend, verliert aber hier an Gewicht, da auch Schwimmblasen bekannt sind, welche gänzlich von knöchernen Kapseln umschlossen werden, wie bei einigen Siluroiden und Cyprinern. Ein besonderer, weil einzig entscheidender Werth ist auf die Beantwortung der Frage zu legen, ob das fragliche Organ im frischen Thiere Luft oder Flüssigkeit enthält. Im letzteren Falle könnte das Organ auch möglicherweise ein Lymphraum sein. Wäre es jedoch dieses, so müssten sich die durch den eingedrungenen Weingeist präcipirten Flocken der fällbaren Bestandtheile der Flüssigkeit als Beleg der Kammerwände haben finden lassen. Auch müssten ja bei einem vielkammerigen Lymphraum die Kammern mit einander communiciren, was, wie früher ausdrücklich bemerkt wurde, weder durch Luftemblasen noch durch Füllung einer Kammer mit Quecksilber nachzuweisen ist. Ich halte sonach die Kammern für eine vielfächerige hintere Schwimmblase, ohne jedoch für diese Ansicht, *salva erroris venia*, mit Entschiedenheit einzustehen. — Die *Arteria* und *Vena caudalis* liegen nicht in der Höhle dieser Blase, sondern an der unteren Fläche der Wirbelkörper, und zwar ausser der Begrenzungsmembran der Höhle.

IV.

Harn- und Geschlechtsorgane.

Dieses System zeigt keine erheblichen Abweichungen. Urogenitalöffnung und After liegen in einer 4 Linien langen, schlitzförmigen Spalte auf der unteren Leibeskante, 2 Zoll hinter den Bauchlossen. Die glattrandige Urogenitalöffnung hat die Grösse eines kleinen Stecknadelkopfes. Sie führt in eine nur 2 Linien lange, enge Harnröhre, welche sich zu einer spindelförmigen, ziemlich geräumigen, anderthalb Zoll langen und im grössten Querdurchmesser 8 Linien haltenden Harnblase erweitert. Diese liegt senkrecht in der Bauchhöhle, und erstreckt sich, dem ersten Analllossenträger und dem ersten unteren Schwanzwirbeldorn entlang, bis zur Wirbelsäule hinauf, wo sie an das hintere Ende der verschmolzenen Nieren ansteht, und, wie es bei den Cyprinoiden und Scomberoiden der Fall ist, in zwei kurze Hörner ausläuft, deren Verlängerung die Ureteren sind. Vor sich hat die Harnblase an ihrer unteren Hälfte den Mastdarm, an ihrer oberen den bei der vorderen Schwimmblase erwähnten hinteren, absteigenden, Verlängerungszipf derselben. Die beiden Ureteren treten unmittelbar in das hintere Ende des dicken Muskelstranges der oberen Schwimmblasenwand ein, verlaufen in demselben etwas geschlängelt unter Abgabe von 44 Seitenästen bis zu seinem vorderen Ende, und treten erst an letzterem in das Nierenparenchym ein (Taf. III, Fig. 2). Die Seitenäste der Ureteren werden durch die vom Muskelstrange seitlich abtretenden fibrösen Balken zur unteren Fläche des hinteren Nierenabschnittes geleitet, verästeln sich schon während dieses Verlaufes, und treten erst mit sehr verzweigten Ästchen in die Nierensubstanz ein.

Beide Nieren sind mit einander zu einer einfachen, nur an ihrer oberen Fläche, in Folge der Einlagerung in die Zwischenräume der *Processus costarii*, gelappten Masse verwachsen, erstrecken sich durch die ganze Länge der Bauchhöhle, und umschliessen eine linke grössere und rechte kleinere *Vena cardinalis*. Kopfnieren, wie ich sie bei so vielen Fischgeschlechtern nachwies, fehlen. Auch von Nebennieren war nichts aufzufinden. — Ein linksseitiger, einer verdickten Peritonealfalte ähnlicher Längsstreifen, scheint ein auf sein Minimum reducirtes Ovarium zu sein.

V.

Kiemer, und deren accessorische Organe.

a. Kiemer.

Es finden sich 4 Paare regulärer Kiemer, deren knöcherne Tragstützen aus den gewöhnlichen drei Segmenten bestehen. Von den 4 Kiemerspalten entspricht die letzte dem Zwischenraume zwischen dem vierten Kiemerbogen und den unteren Schlundknochen. Obere Schlundknochen fehlen, wenn man nicht die gleich zu erwähnenden accessorischen Organe als eine Modification derselben ansehen will. An dem concaven Rande der Kiemerbogen und der unteren Schlundknochen sitzen jene lang und fein gezahnten Rechen auf, welche bei den im Schlamm nach Nahrung suchenden Fischen vorzukommen pflegen, um die fremden Körper aufzufangen, deren Durchtreiben durch die Kiemerspalten dem Capillargefässnetz der Kiemerblättchen Schaden zufügen könnte.

An der concaven Seite des mittleren und unteren Segments des zweiten Kiemerbogens findet sich überdies noch einwärts vom Rechen ein harter, in eine scharfe Kante auslaufender, mit zwei vorderen und zwei hinteren konischen Zipfen besetzter Schleimhautwulst, welcher sich über den unteren Theil der

ersten Kiemenspalte hinüberlegen, und denselben von innen her verschliessen kann. Die Kiemenblättchen selbst sind wohl lang, aber weder so zart noch so zahlreich, wie sie es sonst bei den Clupeiden zu sein pflegen.

b. Accessorische Organe der Kiemen. (Taf. II, Fig. 2 und Taf. III, Fig. 1.)

Rüppell¹⁾, welcher diese sonderbaren Organe auf seiner Reise in Nubien nur sehr unvollständig untersuchen konnte, und auch zu Hause keine Gelegenheit dazu hatte, weil die mitgebrachten Köpfe von *Heterotis* alle verdarben, hielt sie für Theile des Gehörorganes. Auch Ehrenberg scheint, wie der Name *Heterotis* vermuthen lässt, eine ähnliche Vorstellung gehabt zu haben. Valenciennes²⁾ äussert sich über sie in diesen Worten: Ce que je n'ai pas examiné moi-même, et que je ne connais que d'après le dessin qu'en a donné M. Ehrenberg, est l'appareil très singulier, découvert par ce savant zoologiste, et qui lui a fait imaginer le nom donné à ce genre de poisson. Il a vu s'attacher à la troisième branchie (unrichtig), une lame conique, assez épaisse, creusée d'un canal roulé en spirale, qui est traversé par une branche nerveuse de la huitième paire. M. Ehrenberg a cru, que cet appareil était en rapport avec l'oreille. J'ai toujours supposé, que ce devait être une sorte de branchie supplémentaire, sur laquelle, je ne m'étendrai pas plus long temps, par ce que j'avoue, que je ne me fais pas encore une idée assez nette de cet organ.

Dieses merkwürdige und sonderbar geformte Organ hat, von aussen gesehen, die bekannte Gestalt einer Tellersehnecke (*Planorbis*). Es liegt über und hinter den Kiemenbogen, und nimmt den obersten Theil der Kiemenhöhle ein. Es besteht aus einer konisch sich verengernden, spitzig endigenden, knorpeligen Röhre von 8 Zoll Länge, welche durch spirale Einrollung in einer Ebene eine runde flache Scheibe bildet, deren offene Basis über der vierten Kiemenspalte steht, und deren Mittelpunkt das blinde, spitzige Ende der Röhre bildet. Die Zahl der Spiraltouren beträgt genau sechs. Die offene Basis der Röhre hat $4\frac{1}{2}$ Linien Durchmesser. Der senkrechte Durchschnitt der Schneekengänge (Taf. III, Fig. 4) zeigt keine runden, sondern niedrige, in der Richtung der Schneckenwindung zusammengedrückte Lumina, und eine treppenähnliche Lagerung derselben um die mittlere Spindel. Die knorpelige Röhre hängt mit dem mittleren und oberen Gelenkstücke des vierten Kiemenbogens zusammen, und scheint eine unmittelbare Fortsetzung derselben zu sein, indem diese sich zu einer Knorpelplatte verlängern, welche durch Einrollung eine Röhre bildet, die jedoch nicht vollkommen geschlossen ist. Es bleibt nämlich am concaven Rande der spiralen Röhrenkrümmungen ein offener Spalt frei, durch welchen der in der Axe der Schnecke verlaufende mächtige Nerv seine zahlreichen Seitenäste zur Auskleidungshaut der Schnecke sendet. Das obere knorpelige Ende des unteren Schlundknochens hat an der Bildung des Knorpelrohres keinen Antheil, indem es sich blos durch dichten, faserigen Zellstoff an den hinteren Rand der Öffnung der Schnecke anlegt. Die Schnecke liegt so in der Kiemenhöhle, dass ihre beiden Flächen fast senkrecht stehen, die eine, plane, gegen den Kiemendeckel sieht, und mit der Schleimhaut der Kiemenhöhle überzogen ist, die andere (innere) stark convexe, gegen die Raehenhöhle vorspringt. Die in die vierte Kiemenspalte eindringende Raehenschleimhaut setzt sich in die Röhre der Schnecke fort.

Ebenso senden die Rechen oder Kämme, welche auf dem concaven Rande des vierten Kiemenbogens und des unteren Schlundkiefers aufsitzen, Fortsetzungen in die Schneekengänge, welche sich an der äusseren und inneren Fläche der die Schneckenwindungen trennenden Scheidewände mit allmählicher Abnahme ihrer Höhe hinziehen, und sich bis in die letzte Windung verfolgen lassen. Die Schleimhaut, welche

¹⁾ l. c. pag. 12.

²⁾ Histoire naturelle des poissons, Tom. 19, pag. 475.

die äussere und innere Oberfläche der Scheidewände der Schneekengänge überzieht, ist sehr dick, und an ihrer freien Oberfläche mit schief verlaufenden faltigen Aufwürfen gezeichnet, deren dichtes Nebeneinandersein der Schleimhaut ein geriffles Ansehen verleiht. Diese Beschaffenheit der Schleimhaut erstreckt sich jedoch nur bis zu jener Stelle, wo die oben erwähnten Fortsetzungen der Kiemenkämme verlaufen. Jenseits dieser, also an der äusseren Begrenzungswand der Schneekengänge, verliert sie plötzlich ihre Dicke und ihre Faltenzeichnung, und wird zu einem einfachen, glatten und sehr dünnen Häutchen. Der dicke Theil der Schleimhaut ist ausserordentlich nervenreich. Ein Antheil des *Nervus vagus*, von der Dicke eines menschlichen *Nervus opticus*, tritt in schiefer Richtung nach aussen und unten in die Basis der Kiemenschnecke ein. Er besteht aus locker unter einander zusammenhängenden Nervenbündeln, welche in der Axe der Schnecke parallel aufsteigen, und ihre Äste in spiraler Folge zu dem Schleimhautsüberzuge der Zwischenwand der Schneckenwindungen absenden.

Die Arterien der Schneekenschleimhaut stammen aus einer Fortsetzung der vierten Kiemen-Arterie (Taf. III, Fig. 1, lit. k).

Die Venen sammeln sich zu einem Stämmchen, welches an derselben Stelle der Schneckenbasis austritt, an welcher der dicke Vagus-Ast eintrat, und sich in die Aortenwurzel, unmittelbar an der Vereinigungsstelle der ersten und zweiten Kiemenvenen entleert. Die Schleimhaut der Kiemenschnecke besitzt somit ein respiratorisches Gefäss-System, und die Schnecke hat die Bedeutung eines Kiemenlabyrinths. Für die respiratorische Function des Organs ist seine Form von keiner Bedeutung. Es handelt sich nur darum, eine hinlänglich grosse Fläche dem Wasser darzubieten. Mag diese Fläche durch Verästlung eines Plattengerüsts (*Anabas*, *Osphromenus* etc.), oder durch langgestreckte Röhrenform (*Saccobranchus*), oder durch schneckenförmige Einrollung einer solchen Röhre, wie bei *Heterotis*, gegeben sein. Die respiratorische Function der Kiemenschnecke ist jedoch nur unerheblich, da die zu- und abführenden Gefässe zur Grösse des Organs und zur Flächenausbreitung der Schleimhaut in einem grossen Missverhältnisse stehen. Die wirklich grossartige Entwicklung der Nerven der Schnecke stellt eine sensitive Verrichtung derselben in den Vordergrund, über deren nähere Qualification die anatomischen Verhältnisse keine erklärenden Aufschlüsse geben, und die stummen Fische nichts Näheres über die Art der Empfindung berichten. Die Grösse des Organs und die Stärke seines Nerven lässt vermuthen, dass die sensitiven Eindrücke, die von hier aus angeregt werden, in der Lebensgeschichte dieses Fisches eine grosse Rolle spielen, und vielleicht mit den Instineten desselben einen näheren Zusammenhang haben. Das Organ ist gleich gut befähigt riechbare oder schmeckbare Eigenschaften des Wassers, oder auch blos moleculare Schwingungen desselben aufzunehmen und zum Bewusstsein zu bringen, und kann sonach als Geruchs- oder Geschmackorgan, selbst als Gehörorgan functioniren. Die Ursprungsverhältnisse des Schneckenerven zu untersuchen, war mir nicht gestattet, da das Exemplar zur Bearbeitung seines Skeletes bestimmt war. Da das Gehörorgan von *Heterotis* in seiner Entwicklung nicht zurückblieb, und auch sonst keine Abweichung seiner Form vorliegt, so wäre der unpassende Name *Heterotis* aufzugeben, und durch den bezeichnenderen *Helicobranchus* zu ersetzen.

VI.

Gefäss-System.

Das Herz ist klein. Das musculöse Herz hat nur 6 Linien Länge, auf 4 Linien Breite. Seine Form ist die gewöhnliche, dreikantig pyramidale. In die Mitte seiner Rückenwand mündet der sehr geräumige Vorhof ein, welcher nach vorne nur bis zur Trennungsfurche des Ventrikels vom Bulbus reicht, nach hinten

jedoch den Ventrikel 5 Linien lang überragt. Die Kammerhöhle ist sehr klein, das Herzfleisch zweimal dicker als der Durchmesser der Höhle, und von zelligen, ästigen Räumen oder Gängen durchsetzt, welche mit der Kammerhöhle communiciren. Am *Ostium venosum* sitzen zwei breite Atrio-Ventrikelklappen. Der Bulbus beginnt mit einem 2 Linien langen Stiel, welcher sich plötzlich zu einer kurzen, aber breiten, dickwandigen, elastischen Anschwellung erweitert, welche keinen Muskelbeleg besitzt. Seine innere Oberfläche ist mit zahlreichen Längsfalten besetzt, und an seinem Ursprunge finden sich nur zwei halbmondförmige Klappen.

Der *Truncus communis arteriae branchialis* sendet zuerst zwei kurze, dicke Stämmchen nach hinten, welche sich in die dritte und vierte Kiemenarterie ihrer Seite theilen, hierauf folgen die Arterien des zweiten Kiemenbogens, worauf der *Truncus communis* in die beiden ersten Kiemenarterien zerfällt. Die erste und zweite Kiemenvene jeder Seite verbinden sich zu langen gemeinschaftlichen Stämmen, deren Vereinigung die Aortenwurzel bildet. Die dritte und vierte Kiemenvene der linken Seite entleeren sich dicht neben einander in den Aortenanfang; jene der rechten Seite gehen in die *Arteria coeliaca* über, welche gleich an ihrem Beginne durch einen kurzen und dicken Verbindungsast mit der Aorta zusammenhängt. Die vierte Kiemenvene ist die stärkste, da sie auch das Blut aus der Kiemenschnecke der Aorta zuführt. Die Kiemenschnecke erhält übrigens noch zwei kleine *Arteriae nutrientes*, welche seitlich aus der Aortenwurzel entspringen.

Erklärung der Abbildungen.

Tafel I.

Skelet von *Heterotis Ehrenbergii*. Ohne eine die Zeichnung entstellende Bezifferung der einzelnen Knochengruppen zu geben, erwähne ich blos, dass die *Suprascapula* vom *Occipitale laterale superius* und *Mastoideum* abgelöst, und in einiger Entfernung von diesen Knochen gezeichnet ist. Die drei vorderen Wirbel haften noch am Schädel, und es werden die Dornfortsätze des zweiten und dritten Wirbels hinter der *Spina occipitalis* hervorragend gesehen. Die breiten ausgezackten Streifen, welche sich an der Verbindungsstelle der oberen und unteren Dornfortsätze mit den betreffenden Flossenträgern hinziehen, sind absichtlich belassene Überreste der *Membrana interspinosa*; die knotige Verdickung der 14 vorderen *Processus spinosi inferiores* ist durch Callusbildung an früheren Bruchstellen bedingt.

Tafel II.

- Fig. 1. Hintere Ansicht des Schädels von *Heterotis*, um die stabförmigen Knochen *a, a* zu sehen, welche vom Hinterhauptsbein zur Verbindungsstelle von *Scapula* und *Clavicula* gehen; *b, b*, das erste Rippenpaar, durch seine Stärke ausgezeichnet; *c, c*, Schultergürtel; *d*, konische Gelenkfacetten des dritten Wirbels. Der zwischen den oberen Bogenschenkeln dieses Wirbels enthaltene Canal ist durch eine knöcherne Querbrücke in eine untere grössere und obere kleinere Abtheilung getrennt. Letztere enthält ein elastisches Band.
- „ 2. Seitenansicht des Kopfes von *Heterotis*. Das Opereulum ist ausgelöst, um das im oberen Theile der Kiemenkammer enthaltene schneckenförmige Organ und seine Ausmündung in die Kiemenhöhle zu zeigen. Das Organ gehört dem vierten Kiemenbogen an. Die oberen Enden des 1., 2. und 3. Kiemenbogens verdecken mehr als die Hälfte der unteren Peripherie des Organs.
- „ 3. Hinterer Theil der Wirbelsäule, in etwas vergrössertem Massstabe. Man sieht die weiten thorförmigen Öffnungen der unteren Dornfortsätze *a*, deren Schenkel erst bei *b* coalesciren; *c, c*, fibröse *Membrana interspinosa*, welche die Seitenwand des unteren Dornraumes bildet. An den vorderen 10 Wirbeln ist sie rechterseits weggenommen, um die die Grosse Öffnung der unteren Dornfortsätze verschliessende *Membrana transversa d, d, d.* und die häutigen Brücken *e, e, e* zu zeigen, durch welche je zwei *Membranae transversae* mit einander verbunden werden; *f, f, f*, kurze, hinter den oberen Dornfortsätzen stehende *Processus accessorii*.

Tafel III.

- Fig. 1. Seitenansicht des Kiemenapparates mit der Kiemenschnecke.
- a*, herabgeschlagenes Zungenbeinhorn mit den 7 *Radii branchiostegi*; *b*, der das *Os entoglossum* vertretende Faserknorpel; *c*, Bezahnung des vorderen unteren Schlusstückes der Kiemenbogen; *d* erster, *e* zweiter, *f* dritter, und *g* vierter Kiemenbogen, welcher letztere ohne Theilnahme des *Pharyngaeum inferius* die Kiemenschnecke *h, i*, bildet, deren *Arteria venosa* bei *k* als eine Fortsetzung der vierten Kiemenarterie zu sehen ist.
- „ 2. Schwimmblase von unten geöffnet, um die an ihrer oberen Wand befindliche Zellenbildung zu sehen.
- a, a*, Längsmuskel, vorne in eine breite, aber dünne mediane Sehne *b* übergehend, seitwärts mit den fibrösen Querwänden der Zellengruppen *c, c, c*, in Zusammenhang; *d*, Harnblase, über der Schwimmblase liegend, und deshalb nur punctirt gezeichnet, mit zwei Ureteren, welche die in den fibrösen Querwänden der Schwimmblase verlaufenden Harn-Canäle aufnehmen; *e*, hinteres, trichterförmig abgeschlossenes Ende, über welchem die Harnblase liegt.
- „ 3. Verdauungsorgane.
- a*, sich allmählich nach hinten erweiternder Oesophagus; *b*, häutiger Magen; *b'* Muskelmagen; *c*, *Antrum pyloricum*; *d, d*, Dünndarm; *e*, spindelförmige Erweiterung des Afterdarmes; *f, f*, die beiden *Appendices pyloricae*; *g*, die aussergewöhnlich grosse Gallenblase.
- „ 4. Verticaler Durchschnitt der Kiemenschnecke.
- a*, äussere Fläche; *b*, innere Fläche des ganzen Organs. Die Spindel, um welche der Schneckenang herumgeht, ist in der horizontalen Richtung *a b* zu sehen.



Fig. 1.

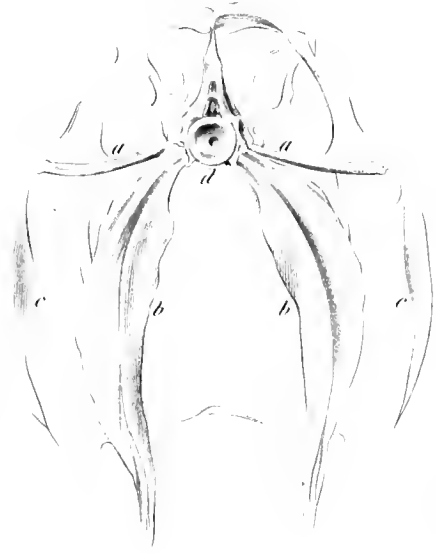
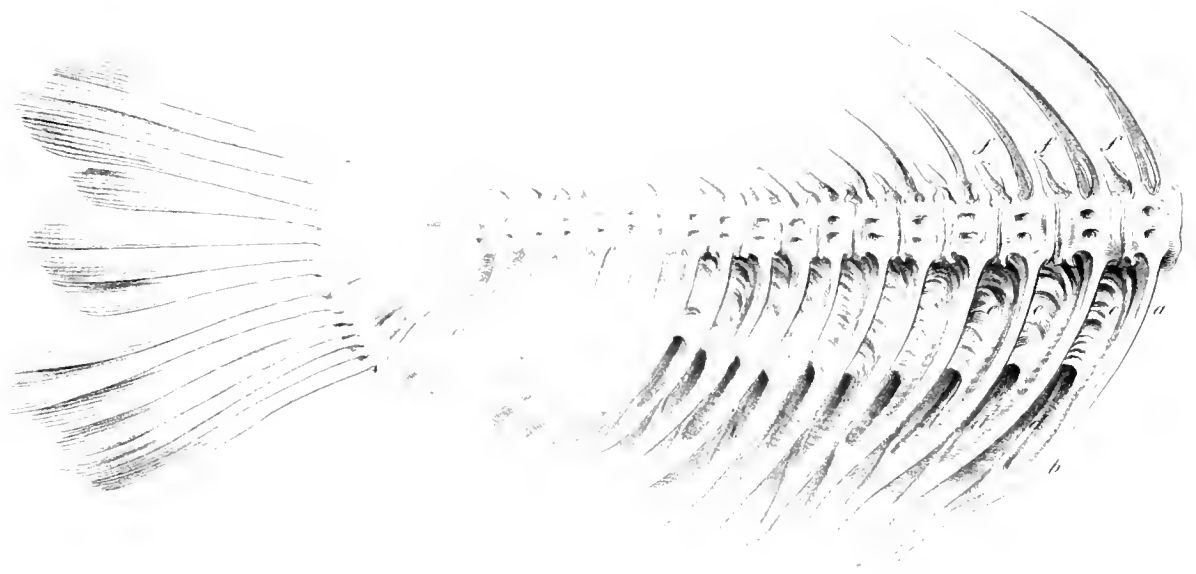
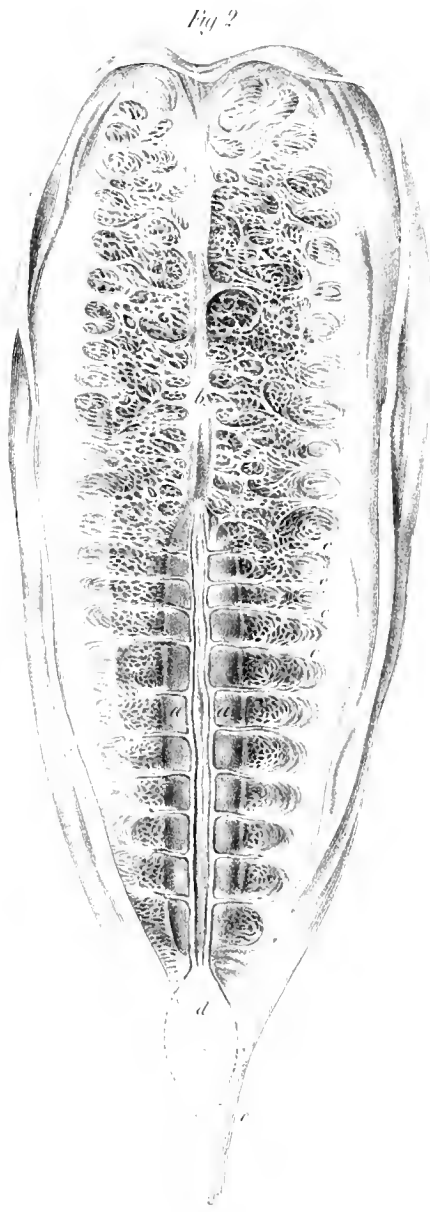
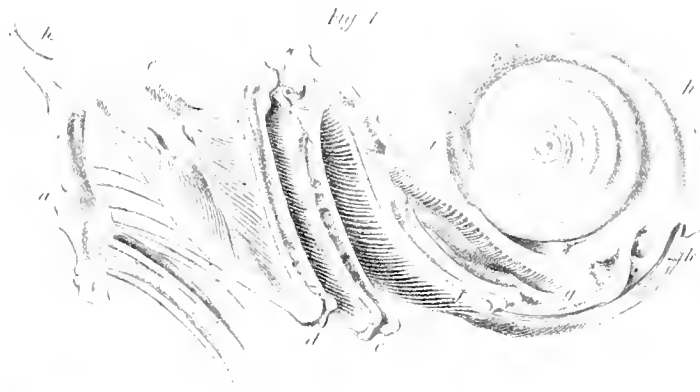


Fig. 2.





RESULTATE

AUS DEN

MAGNETISCHEN BEOBACHTUNGEN ZU PRAG.

VON

KARL KREIL,

WIRKLICHEM MITGLIEDE DER KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

(MIT III TAFELN.)

(VORGELEGT IN DER SITZUNG DER MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHEN CLASSE AM XVIII. MAI MDCCCLIV.)

Bei den Untersuchungen über den Erdmagnetismus handelt es sich überall um die Änderungen entweder dem Raume oder der Zeit nach. Änderungen dem Raume nach für dieselbe Zeit führen, insoferne man sich hierbei auf die Oberfläche des Erdkörpers beschränkt, zur Kenntniss der Vertheilung der magnetischen Kraft über denselben in einer bestimmten Epoche und bilden die erste Grundlage einer allgemeinen Theorie des Erdmagnetismus, wie sie von Euler, Hansteen, Gauss bearbeitet worden ist. Da aber diese Vertheilung eben wegen der verschiedenen Änderungen, die in jedem einzelnen Punkte vor sich gehen, eine andere sein wird in anderen Epochen, so müssen in den einzelnen Beobachtungsorten die Änderungen erkannt und die Grösse derselben, so wie auch die Perioden, in denen sie eingeschlossen sind, erforscht werden. Erst eine Kenntniss dieser Änderungen an hinreichend vielen Punkten wird zu einer allgemeinen Theorie führen, insoferne dieselbe den magnetischen Zustand der Erde nicht für eine Epoche, sondern für einen längeren Zeitraum in sich begreift.

Das bei diesen Untersuchungen angewendete Verfahren ist dasselbe, welches man auch bei den meteorologischen Forschungen und überall befolgt, wo die genauere Kenntniss periodisch zurückkehrender Erscheinungen gewünscht wird, nämlich die Entwicklung von Reihen, deren Glieder aus numerischen Coëfficienten und trigonometrischen Functionen bestehen, in denen die Winkel wachsen bis zur Vollendung der Kreisperipherie, welche die Periode darstellt. Diese Coëfficienten sind, wenn sie aus meteorologischen Beobachtungen erhalten werden, verschieden, je nachdem die Beobachtungen auf Inseln oder dem Festlande, unter den Tropen, in mittleren Breiten oder in Polargegenden angestellt wurden, und charakterisiren auf diese Weise das See- und Continental- oder das tropische, gemässigte und Polar-Klima. Die aus den magnetischen Beobachtungen abgeleiteten Coëfficienten zeigen die Äusserungen der magnetischen Kraft, die Art ihrer Verbreitung über die Erde und, wenn sie an demselben Orte für verschiedene Zeiten gefunden werden, die Änderungen, denen die Kraft im Verlaufe der Zeit unterworfen ist.

Es sind bis jetzt vier Perioden bekannt, in welche die magnetischen Variationen eingeschlossen sind, die tägliche, die jährliche, die zehnjährige und die seculäre. Die ersteren drei stehen zu einander in einer Beziehung wie Grössen verschiedener Ordnungen, indem die jährliche Änderung aus der Variation der täglichen Änderungen, die zehnjährige Änderung aus der Variation der Jahresmittel hervorgeht. Diese zehnjährige Periode schliesst auch eine andere hier nicht näher betrachtete Classe von Änderungen ein, die nicht so regelmässig wie die frühere, sondern mehr stossweise und in kürzeren Zeitfristen vor sich gehen und Störungen genannt werden. Ob auch die seculären Änderungen in einer ähnlichen Abhängigkeit von den übrigen sind, kann jetzt noch nicht entschieden werden. Die ersten beiden Perioden, die tägliche und jährliche, lassen sich nicht gut trennen, und werden daher in Verbindung mit einander behandelt.

Bei der grossen Menge des durch die Thätigkeit der magnetischen Beobachtungsstationen aufgehäuften Stoffes ist es an der Zeit, zu einer erschöpfenderen Bearbeitung desselben zu schreiten. Bereits naht sich, seit die ersten derselben errichtet und mit neuen schärferen Instrumenten ausgerüstet wurden, das zweite Decennium seinem Ende; viele derselben sind wieder eingegangen, andere haben später begonnen; nichts desto weniger wurden schon einige Beobachtungsreihen geliefert, deren Bearbeitung die sichere Hoffnung gewährt, nützliche Resultate daraus ziehen zu können. Ausser der nicht unbedeutenden Mühe, welche das Ordnen, Berechnen und Combiniren so vieler Tausende von Beobachtungszahlen verursacht, ist beim Beginne einer solchen Arbeit auch der Zweifel störend, dass sie vielleicht schon von einem Anderen unternommen wurde, somit möglicherweise Zeit und Kraft umsonst angewendet ist. In dieser Beziehung ist es wohl das Rätlichste, zunächst die eigenen Beobachtungen der Untersuchung zu unterziehen, für welche natürlich jeder eine besondere Vorliebe hat, ein Sporn, der bei so ermüdenden Vorarbeiten oft allein im Stande ist, uns die nöthige Ausdauer und Beharrlichkeit zu verleihen.

Dies ist wohl die Hauptursache, wesswegen zu den folgenden Untersuchungen die Prager Beobachtungen zu Grunde gelegt wurden, wengleich Mancher meinen wird, dass andere, unter günstigeren Verhältnissen durchgeführte Beobachtungsreihen in der einen oder anderen Beziehung vielleicht vollkommnere Ergebnisse geliefert haben würden. Denn in Prag gestatteten die vorhandenen Mittel und örtlichen Umstände nicht, die Variations-Instrumente an eisenfreien Orten aufzustellen, oder während eines mehr als einjährigen Zeitraumes Beobachtungen auch in den Nachtstunden (von 11^h Abends bis 5^h Morgens) auszuführen. Die Änderungen des dritten Bestimmungsstückes der magnetischen Kraft, der Inclination oder der verticalen Componente, wurden einige Jahre hindurch mit einem Apparate beobachtet, welcher für fremdartige Einflüsse zu empfindlich war, als dass seine Angaben innerhalb längerer Zeitfristen volles Vertrauen verdient hätten, ein Übelstand, den er freilich mit vielen noch im Gebrauche stehenden gemein hatte, daher auch diese Beobachtungen später aufgegeben und er in den letzten Jahren durch das Inductions-Inclinorium ersetzt wurde.

Dagegen ist die Beobachtungsreihe der horizontalen Bestimmungsstücke bisher noch von keiner anderen ihrer Ausdehnung nach übertroffen worden, denn sie erstreckt sich vom Jahre 1839 bis auf den heutigen Tag und wurde stets in enger Verbindung mit den meteorologischen Beobachtungen durchgeföhrt, daher aus ihr auch die allenfalls bestehenden Beziehungen zwischen beiden Classen von Erscheinungen abgenommen werden können. Sie bietet ferner den Vortheil dar, dass sie an zwei ganz verschiedenen und unter verschiedenen Umgebungen aufgestellten Apparaten durchgeföhrt wurde, indem bis zum Jahre 1845 ein nach Gauss'schen Vorschriften gebautes Unifilar- und ein eben solches Bifilar-Magnetometer, vom Jahre 1846 an aber die im 7. Jahrgange der Prager Beobachtungen beschriebenen Apparate dienten. Es lässt sich demnach erwarten, dass der ohnehin kleine Einfluss, welchen die Fehler der Instrumente und die umgebenden Eisenmassen auf die Änderungen ausgeübt haben, in beiden Beobachtungsreihen sich gegen-

seitig theilweise folgte. Die Übereinstimmung der Ergebnisse beider Reihen sowohl unter sich als mit denen anderer Beobachtungsorte beweist überdies, dass derselbe ganz unbeträchtlich gewesen sein müsse.

Da ferner der Hauptgegenstand der Untersuchung nicht die absoluten Werthe der magnetischen Elemente sind, sondern ihre Änderungen, auf welche bekanntlich die Umgebungen einen viel geringeren Einfluss ausüben, so glaube ich behaupten zu dürfen, dass die hier niedergelegten Resultate volles Vertrauen verdienen, was auch durch die im Verlaufe der Abhandlung vorkommenden Vergleichen mit denen, welche andere Stationen geliefert haben, vollkommen bestätigt wird.

Die Beobachtungen wurden im Allgemeinen zehnmal des Tages, nämlich zu allen geraden Stunden von 18^h oder 6^h Morgens bis 10^h Abends und um 1^h mittlere Göttinger Zeit angestellt; in den Jahren 1840 und 1841 aber, so lange die Nachtbeobachtungen dauerten, zwölfmal. Da diese Beobachtungen so wie auch die Monatmittel derselben, welche letztere die ausschliessliche Grundlage dieser vorliegenden Untersuchung bilden, bis zum Jahre 1850 bereits veröffentlicht sind¹⁾, so wird es genügen, hier anzugeben, wie man zu den in den folgenden Tafeln enthaltenen Zahlen gelangt ist.

A. Declination.

I. Um den täglichen und jährlichen Gang der Declination unabhängig von der neu aufgefundenen zehnjährigen Periode zu finden, wurden von den vorliegenden dreizehn Jahrgängen zehn ausgewählt, nämlich von 1840 bis 1849, und aus ihnen für jede Beobachtungsstunde von 6^h Morgens bis 10^h Abends ein zehnjähriger Durchschnitt der Monatmittel genommen. Aus den Nachtbeobachtungen der Jahre 1840 und 1841 wurde der Unterschied zwischen 10^h und 12^h gesucht, und dieser Unterschied zum zehnjährigen Durchschnitte für 10^h hinzugegeben, wodurch man das Monatmittel für 12^h erhielt. Eben so verfuhr man, um das Monatmittel für 16^h aus jenem für 18^h abzuleiten. Für 14^h wurde es sowohl aus 10^h als aus 18^h gesucht, und von beiden das Mittel genommen. Waren auf diese Weise die Zahlen für alle geraden Stunden und für 1^h gefunden, so zog man, da es sich ohnehin nur um Differenzen handelte, die kleinste derselben von allen übrigen ab, wodurch die in der folgenden Tafel eingetragenen Zahlen entstanden, in Bogenminuten und deren Theilen ausgedrückt.

Tabelle I.

Tägliche Änderung der Declination nach den Beobachtungen von 1840 bis 1849.

	12 ^h	14 ^h	16 ^h	18 ^h	20 ^h	22 ^h	Mittag	1 ^h	2 ^h	4 ^h	6 ^h	8 ^h	10 ^h	Mittel der geraden Stunden
Jänner . . .	0 ¹ 25	2 ¹ 18	1 ¹ 48	1 ¹ 93	1 ¹ 69	3 ¹ 22	5 ¹ 45	5 ¹ 83	4 ¹ 99	3 ¹ 44	2 ¹ 49	0 ¹ 81	0 ¹ 00	2 ¹ 336
Februar . . .	0 ⁰ 00	0 ⁴ 46	2 ⁶ 62	2 ² 21	1 ⁸ 87	3 ⁷ 71	7 ¹ 16	7 ⁵ 55	7 ² 29	4 ⁵ 54	3 ⁴ 40	1 ⁶ 67	0 ⁸ 89	2 ⁹ 985
März	2 ⁰ 07	4 ⁴ 48	1 ⁷ 76	1 ⁶ 64	0 ⁰ 00	3 ³ 36	9 ⁰ 00	9 ⁸ 82	9 ⁴ 42	5 ³ 32	3 ¹ 13	1 ⁸ 85	0 ⁹ 92	3 ⁵ 579
April	2 ² 20	1 ⁶ 64	2 ³ 39	2 ⁰ 04	0 ⁰ 00	4 ⁷ 76	11 ⁴ 44	12 ⁸ 86	11 ⁸ 89	7 ⁶ 67	4 ³ 31	3 ² 26	2 ⁸ 82	4 ⁵ 535
Mai	3 ⁴ 41	3 ⁵ 58	3 ² 29	0 ⁰ 00	0 ⁰ 03	5 ² 27	10 ⁹ 96	11 ⁶ 61	10 ⁸ 80	7 ⁰ 07	4 ¹ 19	3 ⁴ 46	3 ¹ 15	4 ⁵ 576
Juni	3 ⁴ 41	2 ⁹ 91	1 ⁷ 79	0 ⁰ 00	0 ¹ 16	4 ⁹ 99	10 ⁶ 60	11 ⁷ 72	11 ⁴ 44	8 ³ 39	5 ² 29	4 ³ 30	4 ⁰ 03	4 ⁷ 776
Juli	1 ⁷ 76	1 ⁸ 84	1 ⁷ 77	0 ⁰ 00	0 ³ 31	4 ⁷ 77	9 ⁹ 99	11 ⁰ 02	10 ⁹ 90	7 ⁵ 51	4 ⁸ 82	3 ⁸ 82	3 ¹ 16	4 ² 221
August . . .	3 ² 25	4 ⁹ 99	0 ⁰ 00	0 ² 25	0 ⁶ 64	5 ³ 32	10 ⁹ 97	11 ⁶ 67	10 ⁹ 93	6 ⁶ 68	3 ⁷ 75	3 ¹ 15	2 ⁶ 69	4 ⁴ 402
September .	1 ⁵ 51	1 ⁸ 84	0 ⁰ 08	0 ⁵ 53	0 ⁰ 00	4 ⁶ 65	9 ⁵ 58	9 ⁸ 87	8 ⁵ 55	4 ⁰ 05	2 ² 21	0 ⁶ 60	0 ⁴ 41	2 ⁸ 834
October . . .	0 ¹ 18	0 ⁰ 02	2 ⁸ 80	1 ⁴ 49	0 ⁰ 00	3 ¹ 15	7 ⁷ 74	8 ¹ 16	7 ³ 33	3 ³ 39	1 ⁹ 92	0 ¹ 11	0 ⁰ 03	2 ² 287
November . .	0 ⁶ 64	1 ¹ 16	2 ⁷ 72	2 ⁶ 60	2 ⁰ 04	3 ⁸ 88	6 ⁵ 58	6 ⁷ 71	5 ⁵ 53	3 ⁶ 68	2 ³ 32	0 ⁸ 80	0 ⁰ 00	2 ⁶ 663
December . .	1 ⁵ 55	1 ⁰ 01	1 ¹ 13	2 ⁰ 08	1 ⁹ 99	3 ¹ 10	5 ² 26	5 ⁴ 47	4 ⁹ 99	2 ⁸ 84	2 ⁰ 09	0 ⁶ 65	0 ⁰ 00	2 ² 224

¹⁾ Magnetische und meteorologische Beobachtungen zu Prag, vom Jahre 1839 bis 1850, elf Bände: die Jahrgänge 1851 und 1852 noch im Manuscript.

II. Die Zahlen dieser Tafel zeigen während der Nachtstunden noch einige Unregelmässigkeiten, welche in der zu geringen Anzahl der Beobachtungen ihren Grund haben mögen, die aber durch Entwicklung der bekannten Reihen sich gleichmässiger vertheilen und den regelmässigen Verlauf der täglichen Änderungen zeigen werden. Ist y die Grösse der Änderung für die Tageszeit x , wenn man den Tag in zwölf gleiche Theile theilt, so geben die den geraden Stunden zugehörigen Zahlen der vorigen Tafel folgende Ausdrücke: für Jänner:

$$y = 2^{\cdot}336 + 1^{\cdot}970 \sin (x \cdot 30^{\circ} + 263^{\circ} 58' 1) \\ + 1^{\cdot}045 \sin (x \cdot 60 + 26 39 \cdot 8) \\ + 0^{\cdot}431 \sin (x \cdot 90 + 294 22 \cdot 0);$$

für Februar:

$$y = 2^{\cdot}985 + 2^{\cdot}862 \sin (x \cdot 30^{\circ} + 254^{\circ} 51' 1) \\ + 1^{\cdot}054 \sin (x \cdot 60 + 22 3 \cdot 9) \\ + 0^{\cdot}963 \sin (x \cdot 90 + 240 46 \cdot 3);$$

für März:

$$y = 3^{\cdot}579 + 2^{\cdot}667 \sin (x \cdot 30^{\circ} + 242^{\circ} 22' 1) \\ + 2^{\cdot}812 \sin (x \cdot 60 + 40 21 \cdot 1) \\ + 0^{\cdot}886 \sin (x \cdot 90 + 259 4 \cdot 2);$$

für April:

$$y = 4^{\cdot}662 + 4^{\cdot}163 \sin (x \cdot 30^{\circ} + 236^{\circ} 24' 8) \\ + 2^{\cdot}590 \sin (x \cdot 60 + 46 2 \cdot 0) \\ + 1^{\cdot}569 \sin (x \cdot 90 + 230 4 \cdot 1);$$

für Mai:

$$y = 4^{\cdot}576 + 3^{\cdot}449 \sin (x \cdot 30^{\circ} + 231^{\circ} 8' 6) \\ + 3^{\cdot}025 \sin (x \cdot 60 + 52 15 \cdot 1) \\ + 1^{\cdot}257 \sin (x \cdot 90 + 263 4 \cdot 0);$$

für Juni:

$$y = 4^{\cdot}776 + 4^{\cdot}132 \sin (x \cdot 30^{\circ} + 222^{\circ} 9' 3) \\ + 2^{\cdot}702 \sin (x \cdot 60 + 53 49 \cdot 3) \\ + 0^{\cdot}875 \sin (x \cdot 90 + 244 15 \cdot 3);$$

für Juli:

$$y = 4^{\cdot}221 + 4^{\cdot}157 \sin (x \cdot 30^{\circ} + 228^{\circ} 25' 4) \\ + 2^{\cdot}273 \sin (x \cdot 60 + 50 45 \cdot 0) \\ + 1^{\cdot}076 \sin (x \cdot 90 + 246 20 \cdot 8);$$

für August:

$$y = 4^{\cdot}402 + 3^{\cdot}620 \sin (x \cdot 30^{\circ} + 233^{\circ} 11' 8) \\ + 3^{\cdot}228 \sin (x \cdot 60 + 61 42 \cdot 2) \\ + 0^{\cdot}595 \sin (x \cdot 90 + 276 16 \cdot 0);$$

für September:

$$y = 2^{\cdot}834 + 3^{\cdot}404 \sin (x \cdot 30^{\circ} + 250^{\circ} 20' 7) \\ + 2^{\cdot}618 \sin (x \cdot 60 + 60 45 \cdot 8) \\ + 0^{\cdot}794 \sin (x \cdot 90 + 260 25 \cdot 9);$$

für October:

$$y = 2^{\cdot}287 + 2^{\cdot}934 \sin (x \cdot 30^{\circ} + 257^{\circ} 40' 7) \\ + 1^{\cdot}802 \sin (x \cdot 60 + 40 15 \cdot 0) \\ + 1^{\cdot}232 \sin (x \cdot 90 + 239 23 \cdot 7);$$

für November:

$$y = 2'663 + 2'364 \sin (x \cdot 30^\circ + 271^\circ 6'9) \\ + 1'043 \sin (x \cdot 60 + 28 15'7) \\ + 0'636 \sin (x \cdot 90 + 258 23'4);$$

für December:

$$y = 2'224 + 1'898 \sin (x \cdot 30^\circ + 266^\circ 8'0) \\ + 0'778 \sin (x \cdot 60 + 38 12'7) \\ + 0'182 \sin (x \cdot 90 + 217 11'1).$$

III. Diese Gleichungen werden den Gang der täglichen Declinations-Änderung genauer kennen lehren.

Man sieht, dass die Glieder, aus welchen sie bestehen, von einem Monate zum anderen manchen nicht immer regelmässigen Schwankungen unterworfen sind, welche durch Anwendung desselben Verfahrens, das zu den Gleichungen selbst geführt hat, leicht auf einen gesetzmässigen Gang zurückgebracht werden könnten, wenn es wahrscheinlich wäre, dass die Unregelmässigkeiten von Beobachtungsfehlern oder von örtlichen Einflüssen herrühren. Da aber bei zehnjährigen Beobachtungen an zwei verschiedenen Apparaten diese Fehlerquellen nur eine untergeordnete Rolle spielen können, so schien es vorzuziehen die unverbesserten Zahlen einer näheren Betrachtung zu unterziehen.

Stellt man die Gleichungen unter der Form dar :

$$y = A + a \sin (x \cdot 30^\circ + \alpha) + b \sin (x \cdot 60^\circ + \beta) + c \sin (x \cdot 90^\circ + \gamma)$$

so sind bekanntlich die von x unabhängigen Grössen A die arithmetischen Mittel aller Beobachtungszahlen. Die Gleichungen zeigen, dass diese vom December zum Juni wachsen, dann wieder abnehmen, und zur Zeit der Solstifien ihren grössten und kleinsten Werth erlangen. Zur Zeit des Frühlings-Äquinoctiums, nämlich vom März bis zum April, ist ihre Zunahme, einige Zeit vor dem Herbst-Äquinoctium, nämlich vom August zum September, ihre Abnahme am grössten. Durch die rasche Zunahme erreicht der April einen so grossen Mittelwerth, dass er von keinem Monate des Jahres, Juni ausgenommen, übertröffen wird; so wie durch die herbstliche Abnahme der October zu einem so kleinen Werthe herabsinkt, dass nur der December unter ihm steht.

Es ist hier nicht der Ort, tiefer in die Erörterung dieser Erscheinungen einzugehen; es wird sich vielleicht später eine Gelegenheit dazu ergeben.

Das Glied

$$a \sin (x \cdot 30^\circ + \alpha)$$

stellt die Summe aller jener Einflüsse dar, welche im Verlaufe des Tages ein Wachsen der Declination bis zu Einem Maximum und ein Abnehmen bis zu Einem Minimum hervorbringen. Es hat den grössten Coefficienten, dessen Werthe ebenfalls bis zum Solstitium des Sommers und noch darüber hinaus wachsen, von da an bis zum Winter-Solstitium abnehmen. Es ist hierbei anfallend, dass die Coefficienten a in der ersten Hälfte des Jahres sprungweise zunehmen, nämlich vom Jänner bis zum Februar starke Zunahme, vom Februar bis zum März schwache Abnahme, vom März bis zum April starke Zunahme, vom April bis Mai schwache Abnahme, während in der zweiten Hälfte des Jahres vom Juli an die Abnahme viel regelmässiger erfolgt. Die Winkel α bleiben, mit Ausnahme des November, im 3. Quadranten, nehmen bis zum Sommer-Solstitium ab, von da an bis November zu, mit welchem Monate die Abnahme beginnt. In Folge des Werthes dieser Winkel wird dieses Glied in den ersten sechs bis acht Stunden des Tages (von Mitternacht angefangen) negativ, dann durch zwölf Stunden positiv.

Das dritte Glied,

$$b \sin (x \cdot 60^\circ + \beta)$$

welches wegen des Werthes des an x haftenden Coëfficienten einen Cyklus von 12 Stunden hat, begreift alle jene Wirkungen, welche in der täglichen Änderung ein doppeltes Maximum und Minimum hervorbringen streben. Die bedeutenden Werthe des Coëfficienten b zeigen, dass diese zweiten Wendepunkte in den meisten Fällen merklich werden müssen, nur ausnahmsweise können sie durch Änderungen, welche die beiden übrigen Glieder darstellen, verwischt werden. Diese Coëfficienten sind zwar, so wie die Winkel β in den Sommermonaten, grösser als im Winter, sie zeigen aber nicht mehr so viel Regelmässigkeit in ihrer Zu- und Abnahme, als die Grössen des zweiten Gliedes. Die Winkel β liegen sämmtlich im ersten Quadranten, sie geben daher diesem Gliede in den ersten vier bis sechs Tagesstunden positive Werthe, welche von sechs bis zu sechs Stunden das Zeichen wechseln.

Das vierte Glied,

$$c \sin (x \cdot 90^\circ + \gamma)$$

erstreckt sich über alle Einflüsse, die in kürzere oder keine erkennbaren Perioden eingeschlossen sind, wohin also alle scheinbaren zufälligen oder unregelmässigen Wirkungen gehören, in soferne dieselben den Werth der Monatmittel auf eine noch merkliche Weise abzuändern im Stande sind und nicht durch entgegengesetzte aufgehoben werden. Ihrer Natur nach kann der Einfluss derselben nur gering und in keinem einfachen Gesetze enthalten sein, daher auch in den viel kleineren Coëfficienten c kein regelmässiger Gang ersichtlich ist. Die Winkel γ bleiben immer im 3. und 4. Quadranten.

Es begreift somit jedes Glied der obigen Ausdrücke eine eigene Gruppe von Erscheinungen, welche alle, um den Zahlen-Ausdruck der Declinations-Änderung für eine bestimmte Tageszeit zu erhalten, wohl unter sich und mit dem Mittel A vereinigt werden, die aber bei einer genaueren Untersuchung dieser Erscheinungen einzeln in Erwägung gezogen werden müssen.

IV. Die aus obigen Gleichungen hervorgehenden Werthe der täglichen Änderung der Declination sind für die ganzen Stunden in folgender Tafel enthalten.

Tabelle II.

Tägliche Änderung der Declination aus den Gleichungen berechnet.

Morgens:

	12 ^h	13 ^h	14 ^h	15 ^h	16 ^h	17 ^h	18 ^h	19 ^h	20 ^h	21 ^h	22 ^h	23 ^h	Mittag
Jänner . .	+ 0 ¹ 453	+ 1 ¹ 111	+ 1 ¹ 757	+ 2 ¹ 142	+ 2 ¹ 444	+ 1 ¹ 842	+ 1 ¹ 482	+ 1 ¹ 366	+ 1 ¹ 700	+ 2 ¹ 489	+ 3 ¹ 533	+ 4 ¹ 518	+ 5 ¹ 157
Februar .	- 0 ⁰ 222	+ 0 ⁰ 028	+ 0 ⁰ 792	+ 1 ⁰ 741	+ 2 ⁰ 444	+ 2 ⁰ 618	+ 2 ⁰ 311	+ 1 ⁰ 885	+ 1 ⁰ 835	+ 2 ⁰ 507	+ 3 ⁰ 886	+ 5 ⁰ 577	+ 6 ⁰ 984
März . . .	+ 2 ⁰ 167	+ 2 ⁰ 891	+ 3 ⁰ 469	+ 3 ⁰ 672	+ 3 ⁰ 144	+ 2 ⁰ 002	+ 0 ⁰ 733	- 0 ⁰ 149	+ 0 ⁰ 043	+ 1 ⁰ 498	+ 3 ⁰ 847	+ 6 ⁰ 542	+ 8 ⁰ 633
April . . .	+ 1 ⁰ 728	+ 1 ⁰ 539	+ 1 ⁰ 862	+ 2 ⁰ 391	+ 2 ⁰ 635	+ 2 ⁰ 261	+ 1 ⁰ 375	+ 0 ⁰ 556	+ 0 ⁰ 589	+ 1 ⁰ 998	+ 4 ⁰ 755	+ 8 ⁰ 143	+ 11 ⁰ 071
Mai	+ 3 ⁰ 032	+ 3 ⁰ 627	+ 3 ⁰ 816	+ 3 ⁰ 774	+ 2 ⁰ 826	+ 1 ⁰ 635	+ 0 ⁰ 172	- 0 ⁰ 592	- 0 ⁰ 008	+ 2 ⁰ 102	+ 5 ⁰ 260	+ 8 ⁰ 532	+ 10 ⁰ 904
Juni	+ 3 ⁰ 396	+ 3 ⁰ 165	+ 2 ⁰ 935	+ 2 ⁰ 533	+ 1 ⁰ 816	+ 0 ⁰ 837	- 0 ⁰ 088	- 0 ⁰ 440	+ 0 ⁰ 250	+ 2 ⁰ 150	+ 4 ⁰ 976	+ 8 ⁰ 042	+ 10 ⁰ 518
Juli	+ 1 ⁰ 877	+ 1 ⁰ 729	+ 1 ⁰ 835	+ 1 ⁰ 906	+ 1 ⁰ 642	+ 0 ⁰ 963	+ 0 ⁰ 240	- 0 ⁰ 279	+ 0 ⁰ 262	+ 2 ⁰ 014	+ 4 ⁰ 732	+ 7 ⁰ 713	+ 10 ⁰ 091
August . .	+ 3 ⁰ 753	+ 3 ⁰ 894	+ 3 ⁰ 498	+ 2 ⁰ 813	+ 1 ⁰ 370	+ 0 ⁰ 233	- 0 ⁰ 544	- 0 ⁰ 634	+ 0 ⁰ 635	+ 3 ⁰ 016	+ 5 ⁰ 859	+ 8 ⁰ 802	+ 10 ⁰ 735
Septemb. .	+ 1 ⁰ 130	+ 1 ⁰ 415	+ 1 ⁰ 603	+ 1 ⁰ 497	+ 0 ⁰ 987	+ 0 ⁰ 204	- 0 ⁰ 464	- 0 ⁰ 523	+ 0 ⁰ 412	+ 2 ⁰ 364	+ 4 ⁰ 941	+ 7 ⁰ 435	+ 9 ⁰ 108
October .	- 0 ⁰ 475	- 0 ⁰ 140	+ 0 ⁰ 638	+ 1 ⁰ 499	+ 1 ⁰ 981	+ 1 ⁰ 813	+ 1 ⁰ 124	+ 0 ⁰ 422	+ 0 ⁰ 345	+ 1 ⁰ 303	+ 3 ⁰ 220	+ 5 ⁰ 520	+ 7 ⁰ 377
Novemb. .	+ 0 ⁰ 170	+ 0 ⁰ 748	+ 1 ⁰ 554	+ 2 ⁰ 293	+ 2 ⁰ 693	+ 2 ⁰ 659	+ 2 ⁰ 343	+ 2 ⁰ 082	+ 2 ⁰ 219	+ 2 ⁰ 917	+ 4 ⁰ 056	+ 5 ⁰ 276	+ 6 ⁰ 144
Decemb. .	+ 0 ⁰ 701	+ 0 ⁰ 903	+ 1 ⁰ 145	+ 1 ⁰ 380	+ 1 ⁰ 365	+ 1 ⁰ 679	+ 1 ⁰ 760	+ 1 ⁰ 894	+ 2 ⁰ 180	+ 2 ⁰ 682	+ 3 ⁰ 366	+ 4 ⁰ 106	+ 4 ⁰ 709

Abends:

	Mittag	1 ^h	2 ^h	3 ^h	4 ^h	5 ^h	6 ^h	7 ^h	8 ^h	9 ^h	10 ^h	11 ^h	12 ^h
Jänner ..	+ 5 ¹ 157	+ 5 ¹ 307	+ 5 ¹ 001	+ 4 ¹ 398	+ 3 ¹ 676	+ 2 ¹ 952	+ 2 ¹ 252	+ 1 ¹ 560	+ 0 ¹ 886	+ 0 ¹ 315	- 0 ¹ 009	+ 0 ¹ 032	+ 0 ¹ 453
Februar ..	+ 6 ¹ 984	+ 7 ¹ 604	+ 7 ¹ 266	+ 6 ¹ 183	+ 4 ¹ 822	+ 3 ¹ 642	+ 2 ¹ 867	+ 2 ¹ 423	+ 2 ¹ 047	+ 1 ¹ 509	+ 0 ¹ 788	+ 0 ¹ 105	- 0 ¹ 222
März ...	+ 8 ¹ 633	+ 9 ¹ 565	+ 9 ¹ 223	+ 7 ¹ 772	+ 5 ¹ 910	+ 4 ¹ 146	+ 2 ¹ 783	+ 2 ¹ 009	+ 1 ¹ 581	+ 1 ¹ 374	+ 1 ¹ 415	+ 1 ¹ 626	+ 2 ¹ 167
April ...	+ 11 ¹ 071	+ 12 ¹ 557	+ 12 ¹ 186	+ 10 ¹ 257	+ 7 ¹ 685	+ 5 ¹ 379	+ 4 ¹ 967	+ 3 ¹ 488	+ 3 ¹ 503	+ 3 ¹ 476	+ 3 ¹ 065	+ 2 ¹ 357	+ 1 ¹ 728
Mai	+ 10 ¹ 904	+ 11 ¹ 719	+ 10 ¹ 936	+ 9 ¹ 082	+ 6 ¹ 951	+ 5 ¹ 225	+ 4 ¹ 196	+ 3 ¹ 750	+ 3 ¹ 550	+ 3 ¹ 346	+ 3 ¹ 076	+ 2 ¹ 912	+ 3 ¹ 032
Juni	+ 10 ¹ 518	+ 11 ¹ 759	+ 11 ¹ 561	+ 10 ¹ 209	+ 8 ¹ 318	+ 6 ¹ 535	+ 5 ¹ 278	+ 4 ¹ 620	+ 4 ¹ 358	+ 4 ¹ 212	+ 3 ¹ 915	+ 3 ¹ 692	+ 3 ¹ 396
Juli	+ 10 ¹ 091	+ 11 ¹ 199	+ 10 ¹ 857	+ 9 ¹ 412	+ 7 ¹ 530	+ 5 ¹ 869	+ 4 ¹ 782	+ 4 ¹ 235	+ 3 ¹ 930	+ 3 ¹ 552	+ 2 ¹ 980	+ 2 ¹ 339	+ 1 ¹ 877
August ..	+ 10 ¹ 735	+ 11 ¹ 362	+ 10 ¹ 808	+ 9 ¹ 051	+ 7 ¹ 042	+ 5 ¹ 179	+ 3 ¹ 664	+ 2 ¹ 986	+ 6 ¹ 677	+ 2 ¹ 728	+ 3 ¹ 137	+ 3 ¹ 394	+ 3 ¹ 753
Septemb.	+ 9 ¹ 108	+ 9 ¹ 495	+ 8 ¹ 565	+ 6 ¹ 731	+ 4 ¹ 611	+ 2 ¹ 782	+ 1 ¹ 562	+ 0 ¹ 949	+ 0 ¹ 756	+ 0 ¹ 744	+ 0 ¹ 797	+ 0 ¹ 915	+ 1 ¹ 130
October ..	+ 7 ¹ 377	+ 8 ¹ 106	+ 7 ¹ 482	+ 5 ¹ 825	+ 3 ¹ 811	+ 2 ¹ 119	+ 1 ¹ 222	+ 0 ¹ 760	+ 0 ¹ 683	+ 0 ¹ 521	+ 0 ¹ 136	- 0 ¹ 314	- 0 ¹ 475
Novemb.	+ 6 ¹ 144	+ 6 ¹ 352	+ 5 ¹ 858	+ 4 ¹ 871	+ 3 ¹ 731	+ 2 ¹ 731	+ 1 ¹ 995	+ 1 ¹ 470	+ 1 ¹ 021	+ 0 ¹ 571	+ 0 ¹ 172	- 0 ¹ 014	+ 0 ¹ 170
Decemb.	+ 4 ¹ 709	+ 4 ¹ 989	+ 4 ¹ 843	+ 4 ¹ 290	+ 3 ¹ 461	+ 2 ¹ 547	+ 1 ¹ 726	+ 1 ¹ 110	+ 0 ¹ 728	+ 0 ¹ 544	+ 0 ¹ 504	+ 0 ¹ 564	+ 0 ¹ 701

Die Zahlen dieser Tafel so wie die nach ihnen entworfenen Zeichnungen (Beilage I) gewähren ein deutliches Bild des Ganges der magnetischen Declination sowohl im Verlaufe eines Tages als während des ganzen Jahres. Man sieht daraus, dass in den ersten Stunden nach Mitternacht ein kleines Maximum eintritt, welches nur in den Monaten der Solstitien, Juni und December, verschwindet. In den späteren Morgenstunden, gegen 8^h Morgens, hat ein Minimum Statt, welches während sieben Monaten, nämlich vom März bis zum September, das kleinere ist, während es in den fünf Wintermonaten höher steigt, und von dem Minimum der späten Abendstunden übertroffen wird, so dass die kleinste Declination nur in den sieben Sommermonaten, vom März angefangen, in den Morgenstunden, in den fünf Wintermonaten aber in den Abendstunden eintritt. Im December verschwindet dieses Minimum ganz. Das zweite und Hauptmaximum in den ersten Nachmittagsstunden ist der einzige Wendepunkt, welcher das ganze Jahr hindurch vorhanden ist, und das auch seine Zeit am genauesten einhält. Das zweite Minimum, das sich gegen oder nach Mitternacht zeigt, verschwindet im Juni, so dass in den beiden Monaten der Solstitien nur eine Wendung nach jeder Seite hin erscheint, und zwar im Juni das Minimum Morgens und das Maximum Nachmittags, im December das Maximum Nachmittags und das Minimum Abends.

V. Wenn man die Zahlen der Tabelle I mit jenen der Tabelle II vergleicht, so erhält man die in der folgenden Tafel eingetragenen Unterschiede zwischen den berechneten und beobachteten Declinationsänderungen:

Tabelle III.

Vergleichung der berechneten Änderungen (R) mit den beobachteten (B) = B - R.

	12 ^h	14 ^h	16 ^h	18 ^h	20 ^h	22 ^h	0 ^h	1 ^h	2 ^h	4 ^h	6 ^h	8 ^h	10 ^h
Jänner	- 0 ¹ 20	+ 0 ¹ 52	- 0 ¹ 66	+ 0 ¹ 45	- 0 ¹ 01	- 0 ¹ 31	+ 0 ¹ 29	+ 0 ¹ 52	- 0 ¹ 01	- 0 ¹ 24	+ 0 ¹ 24	- 0 ¹ 08	+ 0 ¹ 01
Februar	+ 0 ¹ 22	- 0 ¹ 33	+ 0 ¹ 18	- 0 ¹ 10	- 0 ¹ 04	- 0 ¹ 18	+ 0 ¹ 18	- 0 ¹ 05	+ 0 ¹ 03	- 0 ¹ 28	+ 0 ¹ 73	- 0 ¹ 38	+ 0 ¹ 10
März	- 0 ¹ 10	+ 1 ¹ 01	- 1 ¹ 38	+ 0 ¹ 91	- 0 ¹ 04	- 0 ¹ 49	+ 0 ¹ 37	+ 0 ¹ 26	+ 0 ¹ 20	- 0 ¹ 59	+ 0 ¹ 35	+ 0 ¹ 27	- 0 ¹ 50
April	+ 0 ¹ 47	- 0 ¹ 22	- 0 ¹ 25	+ 0 ¹ 66	- 0 ¹ 59	+ 0 ¹ 01	+ 0 ¹ 37	+ 0 ¹ 30	- 0 ¹ 30	- 0 ¹ 01	- 0 ¹ 66	- 0 ¹ 24	- 0 ¹ 24
Mai	+ 0 ¹ 08	- 0 ¹ 24	+ 0 ¹ 46	- 0 ¹ 17	+ 0 ¹ 03	+ 0 ¹ 01	+ 0 ¹ 06	- 0 ¹ 11	- 0 ¹ 14	+ 0 ¹ 12	- 0 ¹ 01	- 0 ¹ 09	+ 0 ¹ 07
Juni	+ 0 ¹ 01	- 0 ¹ 02	- 0 ¹ 03	+ 0 ¹ 09	- 0 ¹ 09	+ 0 ¹ 01	+ 0 ¹ 08	- 0 ¹ 04	- 0 ¹ 12	+ 0 ¹ 07	- 0 ¹ 01	+ 0 ¹ 06	- 0 ¹ 11
Juli	- 0 ¹ 12	0 ¹ 00	+ 0 ¹ 13	- 0 ¹ 24	- 0 ¹ 05	+ 0 ¹ 14	- 0 ¹ 10	- 0 ¹ 18	+ 0 ¹ 05	- 0 ¹ 02	+ 0 ¹ 04	- 0 ¹ 11	+ 0 ¹ 18
August	- 0 ¹ 50	+ 1 ¹ 50	- 1 ¹ 57	+ 0 ¹ 79	0 ¹ 00	- 0 ¹ 33	+ 0 ¹ 14	+ 0 ¹ 31	+ 0 ¹ 12	- 0 ¹ 36	+ 0 ¹ 09	+ 0 ¹ 47	- 0 ¹ 45
September	+ 0 ¹ 38	+ 0 ¹ 24	- 0 ¹ 91	+ 0 ¹ 99	- 0 ¹ 41	- 0 ¹ 29	+ 0 ¹ 49	+ 0 ¹ 38	- 0 ¹ 01	- 0 ¹ 56	+ 0 ¹ 65	- 0 ¹ 16	- 0 ¹ 39
October	+ 0 ¹ 65	- 0 ¹ 62	+ 0 ¹ 10	+ 0 ¹ 37	- 0 ¹ 34	- 0 ¹ 07	+ 0 ¹ 37	+ 0 ¹ 05	- 0 ¹ 15	- 0 ¹ 42	+ 0 ¹ 70	- 0 ¹ 57	+ 0 ¹ 19
November	+ 0 ¹ 47	- 0 ¹ 39	+ 0 ¹ 03	+ 0 ¹ 26	- 0 ¹ 18	- 0 ¹ 18	+ 0 ¹ 44	+ 0 ¹ 36	- 0 ¹ 33	- 0 ¹ 05	+ 0 ¹ 33	- 0 ¹ 22	- 0 ¹ 17
December	+ 0 ¹ 85	- 0 ¹ 13	- 0 ¹ 43	+ 0 ¹ 32	- 0 ¹ 19	- 0 ¹ 27	+ 0 ¹ 55	+ 0 ¹ 48	+ 0 ¹ 15	- 0 ¹ 62	+ 0 ¹ 36	- 0 ¹ 08	- 0 ¹ 50

Die grössten Werthe der Differenz $B - R$ fallen in die Nachtstunden, was wohl erwartet werden konnte, da für diese Stunden die Änderungen nur aus einjährigen Beobachtungen abgenommen werden mussten. Abgesehen von den Nachtstunden (12^h , 14^h , 16^h) geben die übrigen Zahlen, ohne Rücksicht auf ihr Zeichen, folgende Summen

Jänner $\Sigma = 2^1 16$	Juli $\Sigma = 1^1 11$
Februar $\Sigma = 2 \cdot 07$	August $\Sigma = 3 \cdot 06$
März $\Sigma = 3 \cdot 98$	September $\Sigma = 4 \cdot 33$
April $\Sigma = 3 \cdot 38$	October $\Sigma = 3 \cdot 23$
Mai $\Sigma = 0 \cdot 82$	November $\Sigma = 2 \cdot 52$
Juni $\Sigma = 0 \cdot 68$	December $\Sigma = 3 \cdot 52$

Obschon der Gang dieser Zahlen nicht vollkommen regelmässig ist, so sieht man doch darin deutlich ein Minimum zur Zeit des Sommer-Solstitiums und zwei Maxima während den Äquinoctien, was auf ein zweites Minimum zur Zeit des Winter-Solstitiums schliessen lässt. Dieser Gang beweist auch, dass die Unterschiede zwischen den berechneten und beobachteten Grössen nicht den Beobachtungsfehlern allein zugeschrieben werden können, sondern, wenigstens theilweise, einen anderen Entstehungsgrund haben, welcher höchst wahrscheinlich in den magnetischen Störungen zu suchen ist.

VI. Die wichtigsten Punkte in der Curve der täglichen Änderung der Declination sind die Wendepunkte, welche durch Differenzirung der obigen Gleichungen erhalten werden. Auf diese Art ist die folgende Tabelle entstanden:

Tabelle IV.

Wendungen der täglichen Declinations-Änderung.

Monat	1. Maximum		1. Minimum		2. Maximum		2. Minimum		Differenz
	Zeit	Maximum	Zeit	Minimum	Zeit	Maximum	Zeit	Minimum	
Jänner	13 ^h 30'	2 ¹ 191	18 ^h 48'	+1 ¹ 338	0 ^h 48'	3 ¹ 316	10 ^h 24'	-0 ¹ 661	3 ¹ 977
Februar	16 48	2 ¹ 630	19 36	+1 ¹ 745	1 9	7 ¹ 615	12 5	-0 ¹ 224	7 ¹ 839
März	14 45	3 ¹ 693	19 19	-0 ¹ 216	1 12	9 ¹ 589	9 31	+1 ¹ 346	9 ¹ 805
April	15 56	2 ¹ 637	19 31	+0 ¹ 419	1 18	12 ¹ 704	12 50	+1 ¹ 532	12 ¹ 285
Mai	14 27	3 ¹ 875	19 7	-0 ¹ 602	0 59	11 ¹ 719	11 7	+2 ¹ 908	12 ¹ 321
Juni	Verschwindet		18 53	-0 ¹ 507	1 21	12 ¹ 035	Verschwindet		12 ¹ 542
Juli	14 49	1 ¹ 987	19 3	-0 ¹ 279	1 15	11 ¹ 243	12 35	+1 ¹ 729	11 ¹ 521
August	12 51	3 ¹ 894	18 28	-0 ¹ 798	0 57	11 ¹ 363	8 18	+2 ¹ 660	12 ¹ 161
September	14 13	4 ¹ 611	18 35	-0 ¹ 602	0 47	9 ¹ 527	8 43	+0 ¹ 739	10 ¹ 129
October	16 13	2 ¹ 002	19 36	+0 ¹ 266	1 2	8 ¹ 106	14 53	-0 ¹ 479	8 ¹ 585
November	16 20	2 ¹ 726	19 10	+2 ¹ 070	0 47	6 ¹ 369	11 3	-0 ¹ 014	6 ¹ 383
December	Verschwindet		Verschwindet		1 10	4 ¹ 995	9 52	+0 ¹ 503	4 ¹ 492

Das erste Minimum und das zweite Maximum sind diejenigen Wendungen, welche ihre Zeit am genauesten einhalten, die beiden übrigen, welche meistens in die Nachtstunden fallen, sind in dieser Beziehung viel wandelbarer, woran vielleicht auch der Mangel an Beobachtungen Schuld ist.

Aber selbst das zweite Maximum, welches für sich allein den jährlichen Gang der Änderungen genähert darstellt, ist manchen Unregelmässigkeiten unterworfen, welche man auf den ersten Anblick einer nicht hinreichenden Anzahl von Beobachtungen oder örtlichem Einflusse zuzuschreiben versucht wäre. Dahin gehört das rasche Wachsen der Zahlen in den ersten vier Monaten des Jahres, wodurch es geschieht, dass das Maximum im April grösser ist als in jedem anderen Monate, und dass namentlich der Mai schon eine bedeutende Abnahme zeigt, welche sich im Juli in höherem Grade wiederholt, so dass, wenn man die

Werthe des Maximums durch eine Curve darstellen wollte, diese im April durch ihren Scheitel, im Mai und Juli aber durch merkliche Einbiegungen laufen würde.

VII. Es scheint daher nicht unnütz, zu untersuchen, ob die erwähnten Unregelmässigkeiten den Prager Beobachtungen allein angehören oder sich auch in denen anderer Stationen offenbaren; aus diesem Grunde wurden in der folgenden Tafel die aus mehrjährigen Beobachtungen an verschiedenen Beobachtungs-orten gefundenen Änderungen zusammengestellt, nämlich:

von Mailand aus den Jahren 1837 — 1838	von Katharinenburg aus den Jahren 1847 — 1849
„ Kremsmünster „ „ 1842 — 1850	„ Barnaul „ „ 1847 — 1849
„ München „ „ 1842 — 1845	„ Nertschinsk „ „ 1848 — 1849
„ Brüssel „ „ 1842 — 1846	„ Toronto „ „ 1841 — 1842
„ Göttingen „ „ 1834 — 1840	„ St. Helena „ „ 1841 — 1845
„ Greenwich „ „ 1841 — 1846	„ Cap der guten Hoffnung „ „ 1841 — 1846
„ Makerstoun „ „ 1842 — 1844	„ Hobarton in Van Diemenland „ „ 1841 — 1848
„ Petersburg „ „ 1847 — 1849	

Tabelle V.

Tägliche Declinations-Änderung an verschiedenen Orten aus den Beobachtungen.

Monat	Mailand	Kremsmünster	München	Brüssel	Göttingen	Greenwich	Makerstoun	Petersburg	Katharinenburg	Barnaul	Nertschinsk	Toronto	St. Helena	Cap	Hobarton
Jänner	7 ^h 86	7 ^h 83	5 ^h 01	5 ^h 14	6 ^h 66	7 ^h 82	4 ^h 33	7 ^h 72	—	—	4 ^h 63	6 ^h 70	3 ^h 72	4 ^h 68	11 ^h 66
Febr.	8·75	8·36	5·21	5·47	7·95	9·43	6·79	8·25	3·73	3·78	5·78	6·43	4·53	8·24	11·80
März	12·96	10·60	7·49	8·31	12·47	11·20	8·59	10·55	10·00	9·07	10·63	9·42	4·11	7·27	9·50
April	16·79	13·09	10·22	10·97	15·38	12·36	9·80	13·58	12·92	11·12	11·95	9·88	3·28	5·00	7·26
Mai	15·31	14·10	9·38	10·02	14·29	12·04	9·73	14·25	13·92	10·75	11·82	10·34	2·58	3·91	4·56
Juni	15·90	11·44	10·06	10·45	13·96	10·60	10·72	14·58	13·68	11·37	12·32	11·99	3·31	3·21	3·70
Juli	14·59	11·12	9·42	9·90	13·44	11·49	9·65	—	13·38	10·78	12·33	12·70	3·11	3·54	4·61
August	14·96	11·70	9·95	10·34	14·22	12·67	10·16	—	12·97	10·77	12·43	12·69	3·43	4·98	5·89
Sept.	14·61	10·40	8·52	9·44	12·74	12·47	9·36	11·43	10·63	8·53	8·93	9·72	2·12	4·33	8·24
Octob.	11·67	10·24	7·30	7·66	10·88	10·54	8·56	10·03	7·33	6·15	5·30	7·65	4·41	5·96	11·01
Nov.	7·27	6·39	5·42	5·71	6·87	7·99	5·78	8·42	3·88	2·48	2·40	5·89	3·97	6·36	12·05
Dec.	4·38	5·77	4·10	4·76	4·89	7·20	4·71	7·53	4·07	2·22	2·55	5·67	3·65	5·47	11·81

Diese Tafel zeigt, dass die von den Prager Beobachtungen angedeuteten Unregelmässigkeiten keineswegs sich auf diesen Beobachtungsort allein beschränken, denn die übrigen Stationen, bis auf eine gewisse Entfernung, Mailand, München, Brüssel, Göttingen zeigen denselben Gang, und auch die kleineren Einbiegungen der Curve laufen so parallel, als man es bei der verschiedenen Beschaffenheit und Aufstellung der Instrumente nur erwarten kann. Kleinere Verschiedenheiten bleiben auch hier noch übrig; so z. B. trifft die grösste Declinations-Änderung in Kremsmünster erst im Mai ein, auch in Göttingen bemerkt man im Mai eine grössere Änderung als im Juni, was vielleicht darin seinen Grund haben kann, dass dort nur zweimal des Tages, nämlich um 8 Uhr Morgens und um 1 Uhr Nachmittags beobachtet wurde, während von den übrigen Stationen stündliche oder zweistündige Beobachtungen vorliegen, oder wenigstens, wie in Kremsmünster, auch in der Nähe des abendlichen Minimums eine Beobachtung ausgeführt wurde. Es ist aber auch möglich, dass Göttingen schon einem anderen Curvensysteme, nämlich demjenigen angehört, welches sich über England erstreckt, da Greenwich fast denselben Gang der Änderungen aufweist, nämlich ein doppeltes Maximum im April und August, und ein doppeltes Minimum im Juni (in Göttingen im Juli) und December.

Die russischen Stationen haben nur ein Maximum, welches später eintritt als im westlichen Europa, meisten zur Zeit des Sommer-Solstitiums; auch Toronto schliesst sich an dieses System an, das Maximum tritt aber dort erst mit Anfang August's ein.

In der Nähe des Äquators (St. Helena) sind die Änderungen viel kleiner und zeigen eine mehrfache Wendung; die südlichen Stationen endlich, Cap und Hobarton, geben trotz ihres grossen Längenunterschiedes übereinstimmend ein doppeltes Maximum im Februar und November, und ein doppeltes Minimum im Jänner und Juni an.

VIII. Die letzte Spalte der Tabelle IV gibt den Unterschied zwischen dem grössten Maximum und dem kleinsten Minimum, also die wahre Grösse der fäglichen Änderung an. In diesen Zahlen verschwinden die meisten der früher erwähnten Unregelmässigkeiten, der Gang vereinfacht sich zu einem einfachen Maximum und Minimum, nur der Juli behält noch seinen zu kleinen Werth bei, welcher nach dem früher Gesagten von keiner blos örtlichen, sondern einer weitergreifenden Ursache herrühren muss, die wie eine Störungsquelle auf den gesetzmässigen Gang einwirkt. Um diesen genauer zu erkennen, wurde statt dem Tafelwerthe des Juli (11·521) das Mittel der beiden Monate Juni und August (12·35) genommen und hiermit folgende Gleichung entwickelt:

$$y = 9\text{!}571 + 3\text{!}791 \sin (x \cdot 30^\circ + 297^\circ 16\text{!}0) \\ + 0\text{!}822 \sin (x \cdot 60 + 317 30\text{!}9) \\ + 0\text{!}018 \sin (x \cdot 90 + 253 36\text{!}6)$$

woraus sich für die Zeit des Maximums $x = 4\text{!}780$, oder da man die Werthe von x von der Mitte des Monats Jänner zu zählen anfangen muss, der 8. Juni, für jene des Minimums $x = 11\text{!}160$ oder der 20. December ergibt. Es kann leicht sein, dass ohne der früher erwähnten Unregelmässigkeit des Juli auch das Maximum näher mit dem Solstitium zusammengefallen wäre.

IX. Die Gleichungen in II geben auch die Tageszeiten, zu welchen die Declination ihren mittleren Werth erlangt, indem man y der Constanten gleichsetzt, und aus dem dadurch erhaltenen Ausdrücke x durch Näherung bestimmt. Man findet dafür die in der folgenden Tafel zusammengestellten Zeiten:

Tabelle VI.

Zeit der mittleren Declinations-Änderung.

Monat	Mittlere Declinations-Änderung	Vormittag	Nachmittag	Zwischen-Zeit
Jänner	2!336	20 ^b 48'	5 ^b 53'	9 st 5'
Februar	2!983	21 24	5 43	8 19
März	3!487	21 53	5 54	8 1
April	4!662	21 58	5 28	7 30
Mai	4!576	21 48	5 39	7 51
Juni	4!776	21 58	6 39	8 41
Juli	4!173	21 49	7 13	9 24
August	4!103	21 28	5 32	8 4
September	2!834	21 12	4 58	7 46
October	2!287	21 33	4 53	7 20
November	2!663	20 42	5 12	8 30
December	2!224	20 6	5 22	9 16

Da, wie man aus der IV. Tabelle sieht, das erste Maximum nur ausnahmsweise, nämlich im März und November die mittlere Declination erreicht, in den übrigen Monaten aber immer unter derselben bleibt, so erscheinen in der vorstehenden Tabelle nur die Eintrittszeiten der mittleren Declination vor und nach dem zweiten oder Hauptmaximum.

Die Zahlen der letzten Spalte dieser Tabelle, welche den Zeitraum zwischen dem vor- und nachmittägigen Eintreten der mittleren Declination darstellen, zeigen wieder einen gesetzmässigen Gang, aber mit doppeltem Maximum und Minimum. Die Gleichung, durch welche sie dargestellt werden, ist folgende:

$$y = 8^{\text{st}}316 + 0^{\text{st}}154 \sin (x \cdot 30^{\circ} + 112^{\circ} 4'6) \\ + 0 \cdot 849 \sin (x \cdot 60 + 111 7 \cdot 5) \\ + 0 \cdot 220 \sin (x \cdot 90 + 247 16 \cdot 8)$$

Aus ihr findet man:

Die Zeit des ersten Minimums = 18. April,
 und den Werth desselben = 7st 38';
 die Zeit des ersten Maximums = 11. Juli,
 und den Werth desselben = 9st 16';
 die Zeit des zweiten Minimums = 28. September,
 und den Werth desselben = 7st 17';
 die Zeit des zweiten Maximums = 24. December,
 und den Werth desselben = 9st 15'.

X. Eine der interessanteren Erscheinungen im Gebiete der magnetischen Variationen ist die von Lamont zuerst¹⁾ aufgefundene zehnjährige Periode, binnen welcher die täglichen Änderungen einen grössten und einen kleinsten Werth erreichen, welche Periode auch wieder in dem Einflusse des Mondes auf die horizontale Componente der Erdkraft erkannt wurde²⁾. Lamont suchte nun das Vorhandensein dieser Periode nachzuweisen, und liefert den Beweis dafür nicht nur aus seinen eigenen, den Göttinger und Mailänder Beobachtungen, sondern auch aus jenen, welche Beanfroy in Busby Heath von 1813 bis 1820 anstellte, und aus denen von Cassini in Paris von 1784 bis 1788, woraus sich eine Dauer der Periode von 10¹/₃ Jahren herausstellt, nach welcher die Epoche des Maximums auf folgende Jahre traf: 1848,5; 1838,2; 1817,5; 1786,5.

Es ist in dieser Beziehung vor allem zu trachten, die Dauer dieser Periode, also die Zeit des Eintretens des Maximums und Minimums, der täglichen Schwankung aus den Beobachtungen der letzten Jahrzehende mit grösstmöglicher Schärfe aufzufinden, um in späteren Jahren entscheiden zu können, ob sie nicht ebenfalls einer secularen Änderung unterworfen sei, in welchem Falle die Beobachtungen des vorigen Jahrhunderts schon aus diesem Grunde, auch abgesehen von ihrer geringeren Genauigkeit, ein etwas verschiedenes Resultat geben müssten. Nicht minder wichtig ist es, zu erforschen, ob diese zehnjährige Schwankung auch in den übrigen Bestimmungsstücken der magnetischen Kraft sich zeige oder blos auf die Declination beschränkt sei.

Die Grundlage dieser Untersuchung bilden die Mittelwerthe, welche aus den Beobachtungen zu festen Beobachtungsstunden erlangt werden, und um sie genau zu führen, sollte man, geometrisch gesprochen, die jene Mittelwerthe darstellende Curve quadriren, nämlich den Ausdruck für den Rauminhalt suchen, welcher zwischen ihr und der Abscissenaxe enthalten ist, welche Ausdrücke die in den täglichen Schwankungen der Magnetkraft vorhergehenden Änderungen darstellen würden. Statt diesem Verfahren hat man sich begnügt, nur die Stunden, an welchen das Maximum und Minimum eintritt, in Betracht zu ziehen, wodurch natürlich nur ein erster genäherter Werth für die Periode dieser Änderungen erreicht werden kann. Auch wurde der Umstand ausser Acht gelassen, dass das Minimum in verschiedenen Jahreszeiten zu verschiedenen Stunden stattfindet, nämlich in den Sommermonaten Morgens, in den Wintermonaten Abends, wie oben in VI. gezeigt worden ist.

¹⁾ Dove's Repertorium der Physik, 7. Bd., S. CH, Jahresbericht der Münchner Sternwarte 1832, S. 54 und Poggendorff's Annalen Bd. 84, S. 572.

²⁾ Denkschriften der kais. Akademie der Wissenschaften zu Wien, V. Bd., S. 78.

Die Prager Beobachtungen umfassen einen für diesen Zweck günstig gelegenen Zeitraum, indem während ihrer fast 13jährigen Dauer, vom Juli 1839 bis Ende des Jahres 1851, zwei Maxima und ein Minimum eintreten. Es fand zwar das erste Maximum einige Monate vor dem Beginne der Beobachtungen Statt, wurde jedoch von denselben mit der hinlänglichen Sicherheit angegeben. Da die Monatmittel der Declination vom Jahre 1850 bereits in den Prager Beobachtungen veröffentlicht sind, so folgen in der Tabelle VII nur jene des Jahres 1851.

Tabelle VII.

Monatmittel der Declination im Jahre 1851.

Werth eines Seentheiles = $29^{\circ}026$.

Monat	18 ^h	20 ^h	22 ^h	0 ^h	1 ^h	2 ^h	4 ^h	6 ^h	8 ^h	10 ^h
Jänner	72·89	70·89	74·28	80·86	81·86	81·42	75·89	74·16	70·77	68·20
Februar	71·37	70·66	73·53	81·17	82·49	81·47	77·22	75·99	72·10	68·55
März	70·62	66·56	73·40	84·20	85·03	84·96	78·14	75·73	71·64	70·16
April	68·02	62·40	70·81	86·30	89·50	88·09	79·90	74·22	71·11	69·81
Mai	68·71	67·53	75·20	89·16	92·54	90·92	83·61	77·29	76·04	73·44
Juni	67·45	68·15	77·96	90·30	92·50	92·97	85·91	79·19	78·38	76·90
Juli	67·67	67·72	77·03	88·89	91·83	91·74	84·82	79·00	77·38	75·35
August	67·57	68·27	78·57	88·46	90·29	88·07	79·89	75·11	73·11	72·31
September	68·12	65·23	76·38	85·89	86·58	84·17	76·84	73·06	63·56	66·51
October	45·05	40·50	45·72	56·73	57·71	55·46	48·31	45·45	42·55	39·45
November	38·59	37·45	40·30	47·61	48·50	46·35	42·83	39·64	37·39	34·85
December	34·38	35·66	37·99	41·92	40·71	40·24	37·21	34·46	29·95	27·75

Es wurden alle Beobachtungsstunden von 18^h Morgens bis 10^h Abends in Rechnung gebracht, und von den für jede Beobachtungsstunde veröffentlichten Monatmitteln der magnetischen Declination das kleinste von allen übrigen desselben Monats abgezogen. Die Mittel der dadurch erhaltenen Differenzen, welche in der folgenden Tabelle enthalten sind, bilden den Stoff für die gegenwärtige Untersuchung. Jede Zahl derselben ist daher der Durchschnitt von zehn Differenzen, welche aus den Beobachtungsstunden 18^h, 20^h, 22^h, 0^h, 1^h, 2^h, 4^h, 6^h, 8^h, 10^h, erhalten worden sind.

Tabelle VIII.

Gesamtmittel der Änderungen.

Monat	1839	1840	1841	1842	1843	1844	1845	1846	1847	1848	1849	1850	1851
Jänner	—	4 ¹ 05	3 ¹ 70	3 ¹ 30	1 ¹ 93	2 ¹ 10	2 ¹ 30	2 ¹ 10	2 ¹ 52	4 ¹ 03	3 ¹ 95	3 ¹ 55	3 ¹ 35
Februar	—	4·45	4·40	2·93	3·13	2·38	2·33	2·52	3·15	3·75	4·47	4·18	3·43
März	—	5·48	4·75	4·10	3·23	3·12	3·77	4·27	4·62	5·73	7·23	6·50	4·52
April	—	7·17	6·33	4·98	4·45	4·62	5·93	5·80	5·62	6·98	9·13	7·77	6·57
Mai	—	6·50	5·65	5·27	4·72	4·43	5·65	6·13	6·57	6·57	6·88	7·00	5·77
Juni	—	6·83	6·37	5·15	5·18	4·98	6·17	6·03	6·20	7·67	7·50	7·67	6·53
Juli	7 ¹ 30	6·23	4·85	4·00	4·45	5·07	5·20	6·20	6·32	7·98	7·60	7·03	6·03
August	7·77	5·08	4·77	4·70	4·72	4·53	5·13	5·17	6·58	7·80	6·15	5·87	5·12
September	5·93	4·40	4·58	3·32	3·73	3·62	3·35	4·42	5·27	6·58	4·72	5·70	5·35
October	5·22	4·47	4·88	3·10	3·20	3·93	3·42	3·38	5·30	4·57	4·00	3·80	3·98
November	4·55	4·25	3·87	2·83	1·88	3·52	2·75	3·28	4·80	4·15	4·20	3·48	3·15
December	3·23	4·97	3·12	2·18	2·27	2·23	2·38	2·38	3·33	3·43	2·58	3·15	4·00
Mittel	5·997	5·322	4·772	3·822	3·573	3·712	4·018	4·307	5·022	5·770	5·952	5·475	4·817

Von den Zahlen dieser Tabelle bedarf nur das Mittel für 1839 einige Erörterung, weil die ersten sechs Monate dieses Jahres fehlen, und es aus der Ansicht der Zahlen einleuchtend wird, dass ein Maximum dahin fällt, wesswegen dieser Jahrgang, trotz seiner Mangelhaftigkeit, nicht unbeachtet gelassen werden konnte.

Nimmt man von den folgenden Jahrgängen 1840—1851 das Mittel der letzten sechs Monate für sich, und vergleicht es mit dem des ganzen Jahres, so fällt es in den meisten Fällen kleiner aus als das Jahresmittel. Wenn dieses durch M , das Mittel der 6 Monate von Juli bis December aber durch μ angezeigt wird, so findet man für die Differenz $M - \mu$ die Zahlen

1840..... $M - \mu = + 25^{\circ}4$	1846..... $M - \mu = + 10^{\circ}1$
1841..... $M - \mu = + 35^{\circ}6$	1847..... $M - \mu = - 14^{\circ}7$
1842..... $M - \mu = + 18^{\circ}0$	1848..... $M - \mu = + 1^{\circ}0$
1843..... $M - \mu = + 11^{\circ}9$	1849..... $M - \mu = + 64^{\circ}6$
1844..... $M - \mu = - 6^{\circ}3$	1850..... $M - \mu = + 38^{\circ}2$
1845..... $M - \mu = + 18^{\circ}8$	1851..... $M - \mu = + 12^{\circ}7$

Das Mittel dieser Zahlen ist

$$+ 19^{\circ}6.$$

Diese Zahl wurde zu dem Mittel der 6 Monate des Jahres 1839 hinzugegeben, und dadurch die als Jahresmittel angesetzte Zahl gefunden.

XI. Fasst man die letzte Zeile der Tabelle VII, welche die Jahresmittel enthält, genau ins Auge, so sieht man in denselben ein fortwährendes Abnehmen vom Jahre 1839 bis 1843, dann ein fortwährendes Zunehmen bis 1849, welchem wieder eine Abnahme folgt. Es finden sich unter diesen Mitteln drei Paare, deren Werthe bis auf einen geringen Unterschied gleich sind, nämlich 1839 und 1849, 1840 und 1850, 1841 und 1851, woraus man schliessen kann, erstens dass die Periode, innerhalb welcher diese Änderung stattfindet, sehr nahe zehn Jahre betragen, und zweitens, dass im Jahre 1839 ein Maximum eingetreten sein muss. Die Änderung der Zahlen ist so regelmässig, dass sich die Mühe lohnen wird, sie strenger zu untersuchen, um die Zeit und Grösse der Wendungen so genau zu bestimmen, als es die verwendeten Beobachtungen erlauben.

Benützt man auch für diesen Zweck die bekannten Besselschen Formeln, indem man die Länge der Periode zu zehn Jahren annimmt, so findet man für das Decennium 1839—1848 die Grösse der Änderung durch folgende Gleichung:

$$y = 4^{\circ}631 + 1^{\circ}1526 \sin (x \cdot 36^{\circ} + 102^{\circ} 19^{\circ}4) \\ + 0^{\circ}1980 \sin (x \cdot 72 + 81 52^{\circ}2) \\ + 0^{\circ}0860 \sin (x \cdot 108 + 197 35^{\circ}5)$$

wo die Werthe von x den Zeiten entsprechen, für welche die Mittel der Tabelle VII gelten, also x für die Mitte des Jahres 1839 gleich Null wird.

Man findet hieraus das Maximum der täglichen Schwankung

$$= 5^{\circ}978$$

$$\text{für } x = - 0^{\circ}364$$

oder wenn man das Jahr vom 1. Jänner an zählt,

$$\text{für } 1839.14$$

und das Minimum

$$= 3^{\circ}522$$

$$\text{im Jahre } 1843.58.$$

Die Unterschiede zwischen den berechneten (R) und beobachteten (B) Werthen der Schwankungen findet man

für 1839 . . . $B-R = + 0^1073$	für 1844 . . . $B-R = - 0^1017$
„ 1840 . . . $B-R = - 0^1094$	„ 1845 . . . $B-R = - 0^1002$
„ 1841 . . . $B-R = + 0^1098$	„ 1846 . . . $B-R = + 0^1004$
„ 1842 . . . $B-R = - 0^1081$	„ 1847 . . . $B-R = + 0^1009$
„ 1843 . . . $B-R = + 0^1047$	„ 1848 . . . $B-R = - 0^1030$

Das Decennium 1840—1849 gibt die Gleichung:

$$y = 4^1627 + 1^1440 \sin (x . 36^\circ + 138^\circ 26^12) \\ + 0^1887 \sin (x . 72 + 153 34^13) \\ + 0^10921 \sin (x . 108 + 311 27^18)$$

Daraus folgt:

$$\text{Minimum der täglichen Schwankung} = 3^1517 \\ \text{im Jahre 1843.51} \\ \text{Maximum der täglichen Schwankung} = 5^1946 \\ \text{im Jahre 1849.22}$$

Die Unterschiede zwischen den berechneten (R) und beobachteten (B) Werthen der Schwankungen sind:

für 1840 . . . $B-R = - 0^1088$	für 1845 . . . $B-R = + 0^1008$
„ 1841 . . . $B-R = + 0^1089$	„ 1846 . . . $B-R = + 0^1009$
„ 1842 . . . $B-R = - 0^1079$	„ 1847 . . . $B-R = + 0^1001$
„ 1843 . . . $B-R = + 0^1054$	„ 1848 . . . $B-R = - 0^1028$
„ 1844 . . . $B-R = - 0^1023$	„ 1849 . . . $B-R = + 0^1037$

Das Decennium 1841—1850 gibt die Gleichung:

$$y = 4^1641 + 1^1650 \sin (x . 36^\circ + 173^\circ 17^17) \\ + 0^12046 \sin (x . 72 + 217 39^12) \\ + 0^10720 \sin (x . 108 + 76 21^10)$$

Daraus folgt:

$$\text{Minimum der täglichen Schwankung} = 3^1522 \\ \text{im Jahre 1843.50} \\ \text{Maximum der täglichen Schwankung} = 5^1958 \\ \text{im Jahre 1849.23}$$

Die Unterschiede zwischen den berechneten (R) und beobachteten (B) Werthen der Schwankungen sind:

für 1841 . . . $B-R = + 0^1048$	für 1846 . . . $B-R = - 0^1000$
„ 1842 . . . $B-R = - 0^1033$	„ 1847 . . . $B-R = - 0^1003$
„ 1843 . . . $B-R = + 0^1048$	„ 1848 . . . $B-R = - 0^1002$
„ 1844 . . . $B-R = - 0^1032$	„ 1849 . . . $B-R = + 0^1018$
„ 1845 . . . $B-R = + 0^1022$	„ 1850 . . . $B-R = - 0^1039$

Das Decennium 1842—1851 gibt die Gleichung:

$$y = 4^1646 + 1^1646 \sin (x . 36^\circ + 208^\circ 51^12) \\ + 0^1989 \sin (x . 72 + 287 15^11) \\ + 0^10815 \sin (x . 108 + 186 20^14)$$

Daraus folgt:

$$\text{Minimum der täglichen Schwankung} = 3^1515 \\ \text{im Jahre 1843.50} \\ \text{Maximum der täglichen Schwankung} = 5^1949 \\ \text{im Jahre 1849.21}$$

Die Unterschiede zwischen den berechneten (R) und beobachteten (B) Schwankungen sind:

für 1842 . . . $B-R = - 0^{\circ}065$ „ 1843 . . . $B-R = + 0^{\circ}055$ „ 1844 . . . $B-R = - 0^{\circ}035$ „ 1845 . . . $B-R = + 0^{\circ}011$ „ 1846 . . . $B-R = + 0^{\circ}004$	für 1847 . . . $B-R = - 0^{\circ}007$ „ 1848 . . . $B-R = - 0^{\circ}001$ „ 1849 . . . $B-R = + 0^{\circ}027$ „ 1850 . . . $B-R = - 0^{\circ}046$ „ 1851 . . . $B-R = + 0^{\circ}064$
---	---

Als Endergebniss hat man demnach für die Epoche das Maximum

aus der ersten Gleichung das Jahr	1839.14,
aus dem Mittel der drei letzten Gleichungen das Jahr	1849.22,
Länge der Periode	10.08 Jahre.

Die Epoche des Maximum ist im Mittel aus

allen 4 Gleichungen das Jahr . . . 1843.52,

daher der Zeitraum

zwischen dem ersten Maximum und dem Minimum	4.30 Jahre
zwischen dem Minimum und dem zweiten Maximum	5.70 „

Die Grösse der Änderung beim ersten Maximum war	5.978
beim zweiten Maximum	5.951
beim Minimum	3.519
Unterschied	2.432
Mittlere Änderung	4.735.

Es beträgt demnach der Unterschied zwischen der grössten und kleinsten Änderung sehr nahe die Hälfte der mittleren Änderung.

XII. Die absolute Bestimmung der magnetischen Elemente konnte in Prag nicht so häufig ausgeführt werden, als es zur genauen Erforschung der secularen Änderung derselben wünschenswerth gewesen wäre. Die für diesen Zweck aufgeführte eisenfreie Hütte war, da in der Nähe des Observatoriums kein geeigneter Ort aufgefunden wurde, sehr entlegen und im Winter schwer zugänglich. Aus diesem Grunde und bei meiner häufigen Abwesenheit während der Sommermonate wegen der in den letzten fünf Jahren durchgeführten wissenschaftlichen Bereisung der österreichischen Monarchie wurden diese Beobachtungen gewöhnlich nur ein- oder zweimal des Jahres angestellt, und die aus den gleichzeitigen Ablesungen am Variations-Apparate für diese sich ergebenden Fehler galten auch für die zwischenliegenden Zeitfristen. Dieses Verfahren gewährt den Vortheil, dass die Variations-Apparate behufs ihrer Berichtigung nicht berührt zu werden brauchen und die Beobachtungsreihe keine Unterbrechung erleidet, daher ihre Angaben auch in Beziehung auf secularen Änderungen Vertrauen verdienen, so lange in ihren Umgebungen keine darauf einflussende Änderung eintritt.

Die Ergebnisse der absoluten Bestimmungen finden wir an einem anderen Orte veröffentlicht (Prager Beobachtungen VIII. Jahrg., S. V, und „Ueber den Einfluss der Alpen auf die Äusserungen der magnetischen Erdkraft“ im I. Bande der Denkschriften der kais. Akademie der Wissenschaften in Wien, S. 298), daher es hier genügen wird, nur jene Grössen anzugeben, welche zur Verwandlung der an den Variations-Apparaten abgelesenen Zahlen in wahre Declination gedient haben. Diese Grössen sind:

Vom 21. August bis 3. September 1840 beobachtete Declination

$$= 15^{\circ} 43' 77$$

Ablesung am Variations-Apparate

$$= 392.41$$

Vom 3. bis 10. Mai 1843 beobachtete Declination

$$= 15^{\circ} 14' 70$$

Ablesung am Variations-Apparate

$$= 293.95.$$

Beim Uebergange zum neuen Apparate im Anfange des Jahres 1846 wurde aus den an beiden Apparaten gleichzeitig angestellten Ablesungen geschlossen, dass die Declination

$$15^{\circ} 12' 00$$

dem Scalentheile 164.82

entspreche, und aus den Beobachtungen vom 20. bis 25. September 1849 wurde

$$\text{der Declination} = 14^{\circ} 42' 38$$

$$\text{der Scalentheil} = 104.22$$

entsprechend gefunden.

Die Tagesmittel der Declination wurden nach der Formel

$$\frac{1}{4} [2(22^b) + 6^b + 8^b]$$

gerechnet, von der schon früher (Einfluss der Alpen etc. pag. 296) gezeigt wurde, dass sie dem Mittel aus zweistündigen Beobachtungen sehr nahe kömmt.

Die folgende Tabelle enthält nicht die einzelnen Tagesmittel, sondern die fünftägigen Mittel derselben, jedoch so, dass zum letzten Mittel der Monate mit 31 Tagen sechs Tagesmittel, zu jenem des Februar drei oder vier Tagesmittel verwendet wurden.

Tabelle IX.

Fünftägige Mittel der Declination.

Zeit	Monat	1840	1841	1842	1843	1844	1845	1846	1847	1848	1849	Mittel
1.—5.	Jänner	13°50'91	13°42'51	13°33'10	13°27'32	13°19'98	13°15'90	13°12'00	13° 2'35	14°49'57	14°46'72	13°18'04
6.—10.	„	50·17	42·14	32·41	28·08	20·38	13·77	11·16	1·37	50·11	46·51	17·83
11.—15.	„	49·63	42·69	32·48	27·71	20·34	13·49	12·35	1·43	50·72	46·16	17·92
16.—20.	„	49·38	42·28	31·94	27·31	19·78	13·86	12·46	1·76	49·93	43·02	17·37
21.—25.	„	50·99	42·69	32·39	27·21	20·73	13·67	10·56	1·91	48·94	41·86	17·29
26.—31.	„	50·94	41·95	32·72	27·37	20·48	13·91	9·93	0·43	49·26	41·28	17·03
1.—5.	Februar	51·12	41·48	32·15	27·51	19·96	13·98	9·72	0·53	46·94	41·36	16·68
6.—10.	„	50·63	40·73	31·74	26·86	20·18	16·90	8·69	14 38·70	46·00	40·29	16·07
11.—15.	„	50·95	41·26	32·92	27·01	20·22	16·96	10·54	37·61	46·79	40·19	16·44
16.—20.	„	51·11	41·29	32·79	27·33	20·62	16·35	9·75	37·86	48·50	39·79	16·56
21.—25.	„	49·52	41·40	32·73	27·22	20·45	16·68	10·23	36·02	49·21	40·55	16·40
26.—28.	„	48·97	41·30	32·55	27·08	21·23	16·77	8·31	33·21	47·67	38·54	15·76
1.—5.	März	48·58	41·84	32·94	26·53	19·45	16·57	7·39	36·05	49·53	40·11	15·90
6.—10.	„	48·36	41·87	32·09	27·33	19·33	17·13	8·21	33·62	50·36	41·75	16·20
11.—15.	„	49·20	41·88	32·33	26·00	19·89	16·17	8·36	36·36	49·00	42·64	16·18
16.—20.	„	49·38	42·19	32·60	26·71	19·40	13·68	7·70	33·32	49·24	44·59	16·28
21.—25.	„	47·14	41·23	32·39	26·08	19·08	16·18	7·72	34·38	49·73	42·16	13·63
26.—31.	„	47·86	41·39	32·24	26·44	19·13	13·67	7·92	34·95	34·23	41·30	15·80
1.—5.	April	48·52	40·97	31·83	25·76	19·49	13·39	7·50	34·04	49·63	40·53	13·37
6.—10.	„	47·86	40·37	31·98	25·66	19·03	13·43	6·48	36·71	50·50	41·09	13·51
11.—15.	„	47·39	40·37	33·02	25·41	19·05	14·78	7·99	37·13	49·35	41·05	13·53

Zeit	Monat	1840	1841	1842	1843	1844	1845	1846	1847	1848	1849	Mittel
16.—20	April	15°47'07	15°40'90	15°31'15	15°25'28	15°18'87	15°15'17	15° 7'46	14°57'54	14°31'46	14°41'31	15°15'62
21.—23.	„	47·37	40·49	31·29	24·90	18·28	14·83	8·38	55·93	49·65	39·74	15·09
26.—30.	„	47·14	41·21	30·84	24·96	17·79	14·90	8·31	56·79	50·33	40·34	15·26
1.— 5.	Mai	46·71	40·29	30·93	24·84	18·39	14·64	10·69	56·23	51·45	40·13	15·43
6.—10.	„	46·78	41·59	31·47	24·31	18·42	14·81	9·93	56·76	52·41	40·14	15·66
11.—15.	„	47·56	39·74	31·21	24·54	18·96	14·88	9·31	57·09	51·45	41·87	15·66
16.—20.	„	46·58	39·92	31·89	23·04	18·44	15·63	8·97	57·69	52·04	41·51	15·77
21.—23.	„	47·16	40·54	31·93	24·29	18·38	15·12	9·74	57·73	50·95	42·29	15·81
26.—31.	„	46·87	39·97	31·11	23·71	18·51	14·65	10·29	59·06	52·95	41·93	15·85
1.— 5.	Juni	46·16	38·78	31·05	24·57	18·42	14·49	12·02	60·92	50·99	41·07	15·85
6.—10.	„	45·85	39·13	31·11	23·60	18·51	14·33	9·49	59·68	51·41	41·36	15·45
11.—15.	„	45·26	38·51	30·47	23·57	18·44	14·86	9·35	59·20	52·52	42·44	15·46
16.—20.	„	45·32	38·56	30·98	22·92	18·30	14·24	9·87	57·03	53·71	43·18	15·41
21.—23.	„	44·93	38·86	30·62	23·24	18·41	14·23	11·74	57·89	54·20	43·29	15·74
26.—30.	„	45·80	38·07	30·73	23·20	18·70	14·93	11·34	59·17	51·52	43·62	15·71
1.— 5.	Juli	45·21	38·22	32·72	22·74	18·26	14·35	11·78	58·19	54·23	44·94	16·06
6.—10.	„	45·01	38·08	30·98	23·19	18·01	13·31	9·79	57·81	51·66	43·21	15·10
11.—15.	„	44·75	37·62	30·67	22·67	18·07	13·45	9·90	57·14	51·63	44·83	15·07
16.—20.	„	45·41	37·44	30·60	22·33	18·13	13·68	9·62	59·15	51·37	44·69	15·24
21.—23.	„	45·00	37·60	29·64	22·64	18·00	14·05	10·50	59·46	53·24	44·21	15·43
26.—31.	„	44·25	37·65	30·27	22·36	18·95	13·48	9·98	59·27	53·33	43·34	15·29
1.— 5.	August	44·27	37·62	31·58	21·99	18·23	14·16	8·28	57·76	52·05	44·17	15·01
6.—10.	„	44·05	36·30	31·05	21·49	17·58	13·79	10·31	56·47	53·66	44·75	14·94
11.—15.	„	44·76	35·94	31·44	21·76	17·76	13·24	9·42	57·65	53·03	42·65	14·76
16.—20.	„	44·15	34·88	32·71	21·72	17·86	13·92	9·79	58·47	52·49	43·66	14·96
21.—23.	„	43·45	34·50	31·73	22·13	18·11	14·05	10·37	57·65	52·73	43·94	14·86
26.—31.	„	43·46	34·33	31·28	21·61	17·73	13·80	9·57	59·02	53·15	44·46	14·84
1.— 5.	Septemb.	44·43	33·98	30·83	21·52	17·93	14·05	10·63	58·03	51·53	45·56	14·85
6.—10.	„	43·44	33·61	30·83	22·18	17·61	13·78	10·26	58·92	52·46	44·20	14·73
11.—15.	„	43·31	34·04	30·88	21·86	17·79	13·87	9·96	58·06	51·39	44·64	14·58
16.—20.	„	41·72	32·74	30·93	21·97	16·70	13·89	10·75	56·39	51·68	43·39	14·02
21.—23.	„	41·76	34·01	30·28	20·76	16·51	13·26	8·20	56·14	51·02	42·38	13·43
26.—30.	„	42·23	32·87	28·99	21·54	16·89	12·33	7·66	54·18	49·07	41·59	12·73
1.— 5.	October	42·17	33·36	29·16	21·89	17·03	12·43	7·05	55·07	47·67	40·91	12·67
6.—10.	„	41·96	31·76	29·25	20·99	15·99	12·66	5·72	54·76	47·07	40·81	12·10
11.—15.	„	41·93	33·22	28·93	21·63	15·66	12·45	6·94	52·61	47·96	41·72	12·30
16.—20.	„	41·83	32·27	28·34	21·42	15·94	13·35	5·72	53·82	46·10	41·01	11·98
21.—23.	„	42·33	31·04	27·82	21·82	15·17	12·35	4·63	51·72	46·80	42·29	11·60
26.—31.	„	43·06	32·49	28·46	20·74	16·14	12·64	5·27	52·15	47·06	41·25	11·93
1.— 5.	Novemb.	42·61	32·14	27·87	20·89	13·25	12·17	5·91	50·55	47·33	41·11	11·38
6.—10.	„	42·62	31·84	28·44	21·14	15·55	12·77	4·66	49·93	48·31	40·39	11·56
11.—15.	„	42·25	32·42	28·59	20·88	16·42	12·08	5·58	50·10	48·94	39·75	11·70
16.—20.	„	41·92	32·85	28·10	21·09	15·91	12·09	5·37	51·16	46·00	39·56	11·40
21.—23.	„	41·98	32·51	28·79	21·03	15·26	11·74	4·80	50·49	46·20	39·71	11·25
26.—30.	„	42·32	32·63	28·20	21·27	16·20	11·73	2·85	50·89	46·50	41·51	11·41
1.— 5.	Decemb.	42·82	31·60	27·62	20·74	15·68	11·72	2·59	51·11	45·82	39·67	10·94
6.—10.	„	42·67	32·48	26·40	20·96	16·52	11·54	2·77	49·85	46·64	38·71	10·85
11.—15.	„	41·74	33·13	27·43	20·25	16·49	11·10	3·31	49·80	44·63	39·03	10·69
16.—20.	„	41·07	32·71	27·46	20·70	16·97	11·23	4·65	46·81	45·13	37·83	10·46
21.—23.	„	42·76	32·42	27·93	20·73	15·76	12·63	2·76	50·32	46·40	38·45	11·02
26.—31.	„	42·22	32·84	27·77	20·69	16·00	11·92	1·32	49·62	45·78	38·15	10·63

Die Zahlen dieser Tafel zeigen, dass die *seculäre* Änderung der Declination keineswegs regelmässig vor sich geht, sondern Schwankungen unterworfen ist, deren Gesetze aber aus dieser Beobachtungsreihe allein nicht abgenommen werden können. Die Gesamtabnahme der einzelnen Jahre ist ebenfalls sehr ungleich und auch hier zeigt sich keine Gesetzmässigkeit; erst in den zehnjährigen Mitteln gleichen sich diese Schwankungen so ziemlich aus und es bleiben nur kleine Unregelmässigkeiten übrig, welche noch einer näheren Betrachtung würdig sind.

Man sieht aus diesen Mitteln, dass die Abnahme der Declination im Verlaufe des Jahres nicht immer gleichförmig vor sich geht, denn nach einer raschen Abnahme in den beiden ersten Monaten erfolgt schon im März eine Art von Stillstand, indem in den ersten 20 Tagen eine Zunahme, dann Abnahme stattfindet. Eine entschiedene Zunahme sieht man im Mai eintreten; sie dauert durch den ganzen Monat an. Auch im Juni ist die Abnahme noch kaum merklich, erst im Juli und August wird sie grösser. Ein sehr hervorragendes Maximum der Abnahme tritt aber im September ein.

Das Gesagte wird noch ersichtlicher aus der folgenden Tafel, welche die Unterschiede der Zahlen der letzten Spalte in der vorigen Tafel enthält, und wo das Zeichen (—) Abnahme, das Zeichen (+) Zunahme bedeutet.

Tabelle X.

Abnahme der Declination im Verlaufe des Jahres.

Tage	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	September	October	November	December
Vom 3. bis 8.	—0'21	—0'61	+0'30	+0'14	+0'23	—0'40	—0'96	—0'07	—0'12	—0'57	+0'18	—0'09
„ 8. „ 13.	+0'09	+0'37	—0'02	+0'04	0'00	+0'01	—0'03	—0'18	—0'15	+0'20	+0'14	—0'16
„ 13. „ 18.	—0'55	+0'12	+0'10	+0'07	+0'11	—0'05	+0'17	+0'20	—0'56	—0'32	—0'30	—0'23
„ 18. „ 23.	—0'08	—0'16	—0'65	—0'53	+0'04	+0'33	+0'19	—0'10	—0'59	—0'38	—0'15	+0'56
„ 23. „ 28.	—0'26	—0'64	+0'17	+0'17	+0'04	—0'03	—0'14	—0'02	—0'70	+0'33	+0'16	—0'39
„ 28. „ Ende	—0'33	+0'14	—0'43	+0'17	0'00	+0'33	—0'28	+0'01	—0'07	—0'55	—0'47	—
Mittel A. . .	—0'23	—0'13	—0'09	+0'01	+0'07	+0'04	—0'17	—0'03	—0'37	—0'22	—0'07	—0'06
Mittel B. . .	0'26	0'34	0'28	0'19	0'07	0'19	0'29	0'10	0'36	0'39	0'23	0'29

Die Mittel *A* dieser Tafel sind genommen mit Rücksicht auf die Zeichen, indem man den Unterschied der positiven und negativen Zahlen durch 6 theilte; sie geben daher die Zu- oder Abnahme der Declination in den vorgezeichneten Zeitfristen an. Man sieht, dass der September sich vor allen übrigen Monaten durch die rascheste Abnahme auszeichnet, und der einzige ist, an welchem dieselbe nicht durch eine Zunahme unterbrochen wird. Nächst ihm sind noch Jänner und October jene Monate, an denen die Declination am meisten abnimmt.

Die Mittel *B* sind genommen ohne Rücksicht auf die Zeichen, geben also jene Monate an, in welchen die *seculären* Declinations-Änderungen überhaupt ihren höchsten Werth, positiven oder negativen, erreichen. Zur Vergrösserung ihres Werthes trägt nebst der Abnahme auch der rasche Übergang in Zunahme bei, welcher nur die Wirkung störender Einflüsse sein kann. In soferne sind diese Mittel ein Ausdruck der störenden Kräfte, und man sieht, dass solche Kräfte in den Monaten October, September und Februar am meisten einwirken. In den beiden ersten dieser Monate tritt aber, wie eben bemerkt wurde, auch die rascheste Abnahme der Declination ein; dass diese auch im Februar, namentlich in den Tagen vom 3. bis 8. und vom 23. bis 28., zu welchen Epochen nach vieljähriger Erfahrung sehr bedeutende Störungen eintreten, sehr stark sei, beweisen die Zahlen der vorhergehenden Tafel. Man muss demnach daraus schliessen, dass die störenden Kräfte im Allgemeinen die Abnahme der Declination befördern, also nicht blos

vorübergehend, sondern nachhaltig und in demselben Sinne wie jene Kräfte wirken, welche die seculäre Abnahme hervorbringen.

Um diesen Gegenstand auch noch auf andere Weise zu beleuchten, wurden aus der zehnjährigen Störungstafel, welche in dem 10. Jahrgange der Prager Beobachtungen S. XIV enthalten ist, die fünfjährigen Mittel und die Monatmittel gerechnet, die man in der folgenden Tafel findet.

Tabelle XI.

Fünftägige und Monatmittel der Störungszahlen in Sealentheilen.

Tage	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septem-ber	October	Novem-ber	Deecem-ber
Vom 1. bis 5.	36·14	34·09	43·43	67·54	52·15	52·30	49·53	51·76	56·29	46·50	38·09	31·88
„ 6. „ 10.	31·18	59·22	46·43	64·22	57·49	51·52	49·20	49·58	50·22	51·09	40·80	28·19
„ 11. „ 15.	30·51	38·49	52·47	62·32	50·90	48·39	47·12	50·02	55·42	49·21	35·89	29·97
„ 16. „ 20.	38·92	41·77	59·89	59·64	52·17	46·29	50·14	53·39	56·42	54·61	44·20	37·65
„ 21. „ 25.	35·71	58·87	59·71	59·79	49·49	48·77	51·90	54·83	64·19	59·31	37·79	33·33
„ 26. „ Ende	37·22	54·81	61·38	52·16	52·68	47·79	49·08	53·75	56·37	45·23	33·67	28·58
Monatmittel ..	35·12	46·49	54·11	60·93	52·49	49·18	49·45	52·15	56·48	50·81	38·41	31·50

Die Monatmittel dieser Tafel zeigen ganz deutlich einen jährlichen Gang, welcher auch aus der Art, wie die Störungszahlen entstanden sind (s. Prager Beobachtungen Jahrgang II, S. 5), leicht zu erklären ist. Um ihn wegzubringen und den Einfluss der Störungen ersichtlich zu machen, wurde aus den Monatmitteln folgende Jahresgleichung für diese Zahlen gerechnet:

$$y = 48 \cdot 09 + 8 \cdot 368 \sin(x \cdot 30^\circ + 301^\circ 33' 7) \\ + 8 \cdot 378 \sin(x \cdot 60 + 310 24 \cdot 1) \\ + 0 \cdot 474 \sin(x \cdot 90 + 48 4 \cdot 5)$$

in welcher x für die Mittel der auf einander folgenden Monate Jänner, Februar, März u. s. f. die Werthe 0, 1, 2 u. s. f., also für die fünfjährigen Perioden

$$\begin{array}{l} \text{vom 1. — 5. Jänner, oder für den 3. Jänner den Werth — } \frac{12}{30} \\ \text{„ 6. — 10. „ „ „ 8. „ „ „ — } \frac{7}{30} \\ \text{„ 11. — 15. „ „ „ 13. „ „ „ — } \frac{2}{30} \end{array}$$

u. s. f. erhält.

Rechnet man aus dieser Gleichung die Werthe von x für alle fünfjährigen Perioden und vergleicht sie mit den beobachteten Werthen, so ergeben sich die in der folgenden Tafel enthaltenen Unterschiede:

Tabelle XII.

Unterschiede zwischen den beobachteten und berechneten Werthen der Störungszahlen.

Tage	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septem-ber	October	Novem-ber	Deecem-ber
Vom 1. bis 5.	+3·97	— 6·60	—9·21	+8·52	—4·28	+2·05	+1·42	+0·24	+0·61	— 6·83	—5·60	— 1·91
„ 6. „ 10.	—1·80	+16·31	—7·94	+5·15	+2·05	+2·08	+1·00	—2·83	—5·64	— 1·02	—1·00	—4·39
„ 11. „ 15.	—3·69	— 5·29	—3·24	+3·36	—3·58	—0·39	—1·38	—3·24	—0·41	— 1·49	—4·05	—2·05
„ 16. „ 20.	+3·50	— 5·10	+2·99	+1·02	—1·11	—2·00	+0·94	—0·66	+0·86	+ 5·49	+6·04	+6·04
„ 21. „ 25.	—1·29	+ 4·97	+1·87	+1·73	—2·71	+0·79	+0·20	+0·09	+9·13	+11·91	+1·27	+1·85
„ 26. „ Ende	—1·56	+ 3·98	+2·87	—3·15	+1·49	—0·08	—1·62	+1·46	+2·06	— 0·34	—1·38	—3·09
Monatmittel ...	2·63	7·07	4·69	4·16	2·54	1·23	1·09	1·42	3·12	4·51	3·22	3·25

Die Zahlen dieser Tafel lehren, dass die Epoche der stärksten Störungen auf die erste Hälfte des Februar fällt, nach dieser sind der 21.—25. October, der 21.—25. September und der 1.—5. März die Perioden stärkerer Störungen, welche, wie man aus den Monatmitteln ersieht, in den Sommermonaten Mai bis August seltener und schwächer eintreten.

Dies bestätigt im Allgemeinen den früher ausgesprochenen Satz über die rascheste Abnahme der Declination zur Zeit der Störungsepochen, und wenn man hierin noch einzelne Ausnahmen findet, so darf dies wohl bei einer Erscheinung, welche wie die Störungen so schwer unter eine Regel zu bringen ist, Niemanden Wunder nehmen.

B. Horizontale Intensität.

XIII. Um die täglichen Änderungen der horizontalen Intensität zu untersuchen, wurden die wegen Wärme und Abnahme des Stabmagnetismus bereits corrigirten Monatmittel benützt, die in der Abhandlung „Ueber den Einfluss des Mondes auf die horizontale Componente der magnetischen Erdkraft“ (siehe Denkschriften der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften in Wien, Band V, Seite 42, 43, 44¹⁾) aufgeführt sind. Mit den daselbst auf S. 37²⁾ gegebenen Werthen eines Scalentheiles sind sie in Zehntausendtheile der Horizontalkraft verwandelt und in kleinsten Zahlen ausgedrückt worden, indem das kleinste Stundenmittel eines jeden Monates = 0·00 gesetzt wurde. Zur Ausfüllung der Nachtstunden verfuhr man eben so wie bei der Declination. Die zehnjährige Reihe 1840—1849 gab auf diese Weise folgende Gesamtmittel:

Tabelle XIII.

Tägliche Änderung der horizontalen Intensität nach den Beobachtungen von 1840 bis 1849 in $\frac{1}{10000}$ Theilen der Horizontalkraft.

Monate.	12 ^h	14 ^h	16 ^h	18 ^h	20 ^h	22 ^h	Mittag	1 ^h	2 ^h	4 ^h	6 ^h	8 ^h	10 ^h	Mittel d. geraden Stunden
Jänner . .	2·72	3·27	6·80	8·64	6·28	0·00	0·51	1·80	2·76	1·87	3·63	4·77	5·15	3·867
Februar . .	6·00	6·94	7·83	9·64	7·13	0·57	0·00	1·30	2·75	2·36	4·65	6·92	8·06	5·238
März . . .	13·40	15·66	12·99	13·43	7·67	0·00	2·59	6·02	8·15	9·39	11·41	15·06	15·40	10·346
April . . .	20·96	20·16	15·29	16·84	8·58	0·00	3·43	8·87	11·62	15·42	18·15	20·61	20·15	14·434
Mai	15·01	16·95	17·26	10·80	2·86	0·00	6·00	9·33	11·82	13·76	17·00	19·10	17·97	12·377
Juni	18·49	17·99	15·96	12·39	3·48	0·00	6·69	12·87	14·12	17·63	19·51	21·31	21·58	14·096
Juli	20·39	20·57	19·16	14·40	4·73	0·00	5·41	9·55	14·32	19·09	20·57	23·14	22·65	15·369
August . .	17·53	20·67	21·38	13·39	3·90	0·00	7·13	11·16	13·73	17·15	19·01	22·71	22·32	14·910
September.	21·19	19·48	20·43	16·99	7·19	0·00	7·68	11·88	13·93	14·65	17·77	21·10	21·83	15·187
October . .	17·32	20·55	17·83	16·76	8·37	0·00	3·39	6·19	7·60	8·03	12·86	16·20	17·67	12·215
November .	3·30	6·22	9·94	9·80	6·78	0·00	0·44	1·55	1·83	2·51	5·99	6·77	7·38	5·080
December .	7·20	3·85	4·17	7·36	5·68	0·70	0·10	0·31	0·05	0·00	1·57	2·32	3·24	3·020

Der erste Anblick dieser Zahlen lehrt schon, dass sie in den Frühlingsmonaten wachsen, im Herbst abnehmen. Nur die Stunden 18^h und 20^h scheinen hiervon eine Ausnahme zu machen, indem dem Frühlinge und Herbst die grösseren Zahlen entsprechen, so dass hier eine zweifache Wendung eintritt. Eine Spur dieser Erscheinung zeigt auch die Tafel I bei den täglichen Änderungen der Declination in den Stunden 14^h und 16^h. Da aber die Zahlen dieser Stunden nur aus einjährigen Beobachtungen abgeleitet sind, so wurde sie dort nicht weiter verfolgt.

Aus den Zahlen der Tafel XIII, welche geraden Stunden zugehören, wurden folgende Gleichungen abgeleitet:

¹⁾ Seite 10, 11, 12 der Separat-Abdrücke.

²⁾ Seite 5 der Separat-Abdrücke.

für Jänner:

$$y = 3 \cdot 867 + 1 \cdot 994 \sin (x \cdot 30^\circ + 47^\circ 30' 5) \\ + 2 \cdot 228 \sin (x \cdot 60 + 264 \quad 26 \cdot 3) \\ + 1 \cdot 621 \sin (x \cdot 90 + 187 \quad 9 \cdot 6);$$

für Februar:

$$y = 5 \cdot 238 + 3 \cdot 414 \sin (x \cdot 30^\circ + 66^\circ 13' 7) \\ + 1 \cdot 918 \sin (x \cdot 60 + 257 \quad 50 \cdot 4) \\ + 1 \cdot 387 \sin (x \cdot 90 + 174 \quad 54 \cdot 8);$$

für März:

$$y = 10 \cdot 346 + 6 \cdot 086 \sin (x \cdot 30^\circ + 98^\circ 12' 0) \\ + 2 \cdot 285 \sin (x \cdot 60 + 300 \quad 35 \cdot 7) \\ + 1 \cdot 652 \sin (x \cdot 90 + 181 \quad 2 \cdot 5);$$

für April:

$$y = 14 \cdot 434 + 8 \cdot 262 \sin (x \cdot 30^\circ + 110^\circ 51' 2) \\ + 2 \cdot 828 \sin (x \cdot 60 + 312 \quad 8 \cdot 9) \\ + 1 \cdot 820 \sin (x \cdot 90 + 160 \quad 35 \cdot 4);$$

für Mai:

$$y = 12 \cdot 377 + 7 \cdot 586 \sin (x \cdot 30^\circ + 121^\circ 19' 0) \\ + 3 \cdot 308 \sin (x \cdot 60 + 330 \quad 2 \cdot 4) \\ + 2 \cdot 103 \sin (x \cdot 90 + 238 \quad 14 \cdot 3);$$

für Juni:

$$y = 14 \cdot 096 + 8 \cdot 878 \sin (x \cdot 30^\circ + 128^\circ \quad 5' 5) \\ + 3 \cdot 173 \sin (x \cdot 60 + 331 \quad 33 \cdot 7) \\ + 1 \cdot 909 \sin (x \cdot 90 + 202 \quad 23 \cdot 2);$$

für Juli:

$$y = 15 \cdot 369 + 9 \cdot 633 \sin (x \cdot 30^\circ + 121^\circ 33' 7) \\ + 3 \cdot 961 \sin (x \cdot 60 + 325 \quad 30 \cdot 7) \\ + 1 \cdot 802 \sin (x \cdot 90 + 198 \quad 52 \cdot 7);$$

für August:

$$y = 14 \cdot 910 + 8 \cdot 985 \sin (x \cdot 30^\circ + 118^\circ 45' 7) \\ + 3 \cdot 996 \sin (x \cdot 60 + 330 \quad 5 \cdot 9) \\ + 2 \cdot 662 \sin (x \cdot 90 + 232 \quad 19 \cdot 5);$$

für September:

$$y = 15 \cdot 187 + 8 \cdot 283 \sin (x \cdot 30^\circ + 108^\circ 43' 9) \\ + 3 \cdot 128 \sin (x \cdot 60 + 327 \quad 58 \cdot 3) \\ + 2 \cdot 781 \sin (x \cdot 90 + 201 \quad 44 \cdot 4);$$

für October:

$$y = 12 \cdot 215 + 8 \cdot 228 \sin (x \cdot 30^\circ + 86^\circ 13' 8) \\ + 2 \cdot 526 \sin (x \cdot 60 + 312 \quad 16 \cdot 3) \\ + 1 \cdot 564 \sin (x \cdot 90 + 203 \quad 14 \cdot 2);$$

für November

$$y = 5 \cdot 080 + 3 \cdot 153 \sin (x \cdot 30^\circ + 62^\circ 24' 7) \\ + 1 \cdot 129 \sin (x \cdot 60 + 266 \quad 51 \cdot 1) \\ + 1 \cdot 364 \sin (x \cdot 90 + 213 \quad 51 \cdot 2);$$

für December:

$$y = 3 \cdot 020 + 3 \cdot 057 \sin (x \cdot 30^\circ + 45^\circ \quad 7' 2) \\ + 0 \cdot 844 \sin (x \cdot 60 + 228 \quad 33 \cdot 1) \\ + 1 \cdot 292 \sin (x \cdot 90 + 305 \quad 46 \cdot 2).$$

XIV. Die Änderung der numerischen Grössen dieser Gleichungen von einem Monate zum anderen ist wohl im Allgemeinen jener, welche sich bei den Gleichungen für die Declination zeigte, analog, und es lassen sich demnach auch dieselben Betrachtungen anstellen. Es zeigen sich jedoch auch manche nicht unerhebliche Verschiedenheiten. Die ersten Glieder nach dem Gleichheitszeichen, die Mittelwerthe, erreichen auch hier ihren grössten und kleinsten Werth in der Nähe der Solstitien, nämlich in den Monaten Juli und December; ferner gelangen dieselben durch die rasche Zunahme vom Februar bis April in diesem letzten Monate zu einem Werthe, der die der beiden folgenden Monate übertrifft, aber gegen jene der Sommermonate Juli und August, auch selbst gegen jenen des Septembers bedeutend zurücksteht, während er bei der Declination nur vom Juni-Mittel übertroffen wurde. Auch tritt bei der Intensität die rasche Abnahme des Herbstes später ein als bei der Declination, nämlich erst vom October bis zum November, während sie dort schon vom August zum September stattfindet.

Ganz derselbe Gang, nur etwas regelmässiger, zeigt sich auch beim Coëfficienten des zweiten Gliedes. Der Mai steht auch hier gegen den April bedeutend zurück, Juni hat ihn aber bereits übertroffen; Juli erreicht ein sehr ausgesprochenes Maximum. Die Abnahme erfolgt dann allmählich, vom October bis zum November aber sehr rasch.

Noch regelmässiger ändert sich der Werth des Winkels unter dem Sinuszeichen. Bei ihm verschwindet auch die anscheinend unregelmässige Vergrösserung im April, er erreicht seine Wendepunkte im Juni (Maximum) und im December (Minimum), ohne dass die rasche und sprungweise Abnahme vom October bis November eintritt.

Fast dieselbe Regelmässigkeit zeigen die Constanten des dritten Gliedes, mit Ausnahme des Jänners, wo sie im Vergleiche mit Februar zu grosse Werthe erlangen. Das Maximum des Coëfficienten dieses Gliedes findet man erst im August, während der Winkel schon im Juni seinen grössten Werth erreicht.

Das vierte Glied scheint in diesen Gleichungen schon überflüssig zu sein, und wurde bei der Berechnung der Zahlenwerthe nicht berücksichtigt, da sich Unregelmässigkeiten zeigten, welche offenbar nur darin ihren Grund hatten.

XV. Die Tafel XIV enthält die aus den vorhergehenden Gleichungen gefundenen Zahlen.

Tabelle XIV.

Tägliche Änderung der horizontalen Intensität aus den Gleichungen berechnet.

Morgens.

	12 ^b	13 ^b	14 ^b	15 ^b	16 ^b	17 ^b	18 ^b	19 ^b	20 ^b	21 ^b	22 ^b	23 ^b	Mittag!
Jänner	3·119	3·606	4·517	5·643	6·690	7·361	7·432	6·817	5·594	3·996	2·346	0·983	0·179
Februar	6·487	6·786	7·228	8·016	8·578	8·797	8·489	7·584	6·154	4·406	2·633	1·155	0·239
März	14·402	14·818	15·154	15·155	14·598	13·352	11·445	9·071	6·558	4·310	2·704	2·018	2·356
April	20·058	20·264	20·245	19·712	18·440	16·357	13·590	10·462	7·432	4·997	3·585	3·450	4·616
Mai	17·206	17·618	17·674	17·038	15·511	13·110	10·086	6·889	4·066	2·140	1·485	2·232	4·244
Juni	19·573	19·515	19·071	17·955	16·019	13·318	10·131	6·911	4·198	2·493	2·135	3·226	5·597
Juli	21·334	21·682	21·624	20·877	19·055	16·197	12·569	8·684	5·230	2·735	1·791	2·561	4·918
August	20·794	21·405	21·573	20·885	19·099	16·229	12·578	8·688	5·223	2·820	1·931	2·727	5·048
September	21·372	21·964	22·117	21·505	19·931	17·411	14·186	10·698	7·494	5·107	3·938	4·159	5·684
October	18·556	19·516	20·132	20·102	19·193	17·330	14·764	11·381	8·041	5·093	2·969	1·957	2·136
November	6·747	7·150	7·613	8·026	8·251	8·158	7·667	6·774	5·564	4·198	2·880	1·814	1·159
December	4·553	4·842	5·173	5·518	5·803	5·933	5·810	5·371	4·606	3·573	2·391	1·216	0·221

Abends.

	Mittag	1 ^h	2 ^h	3 ^h	4 ^h	5 ^h	6 ^h	7 ^h	8 ^h	9 ^h	10 ^h	11 ^h	12 ^h
Jänner	0·179	0·070	0·623	1·639	2·888	3·999	4·738	4·973	4·732	4·170	3·544	3·123	3·119
Febr.	0·239	0·038	0·674	1·632	3·072	4·323	5·737	6·344	6·896	6·878	6·669	6·477	6·487
März .	2·356	3·730	5·586	7·863	10·076	11·910	13·181	13·863	14·086	14·036	14·006	14·104	14·402
April .	4·616	6·870	9·813	12·952	15·812	18·041	19·472	20·140	20·246	20·073	19·899	19·888	20·058
Mai . .	4·244	7·140	10·392	13·448	15·859	17·372	17·972	17·861	17·376	16·882	16·633	16·794	17·206
Juni . .	5·597	8·851	12·443	15·817	18·515	20·280	21·083	21·107	20·672	20·119	19·715	19·560	19·573
Juli . .	4·918	8·436	12·450	16·391	19·581	21·691	22·653	22·674	22·172	21·473	21·049	21·027	21·334
August	5·048	8·429	12·253	15·863	18·713	20·503	21·226	21·118	20·589	20·072	19·897	20·179	20·794
Sept. .	5·684	8·188	11·191	14·173	16·695	18·489	19·506	19·898	19·946	19·963	20·184	20·689	21·372
Octob.	2·136	3·376	5·372	7·726	10·049	12·036	13·404	14·587	15·315	15·939	16·649	17·537	18·536
Novem.	1·159	0·996	1·313	2·010	2·929	3·892	4·747	5·400	5·830	6·086	6·260	6·456	6·747
Decem.	+0·221	-0·458	-0·735	-0·596	-0·099	+0·645	+1·496	+2·325	+3·036	+3·585	+3·985	+4·286	+4·553

Die Zahlen dieser Tafel zeigen im Vergleiche mit jenen der Tafel XIII mehrere sehr merkliche Unterschiede, welche auch durch die darnach gezeichneten Curven (Beilage 2) anschaulich werden, und deren Grund in den so raschen Änderungen zu suchen ist, welche durch die Gleichungen mehr verflacht und in allmählichere Übergänge verwandelt werden. Insbesondere tritt das Minimum in den Vormittagsstunden auch in den Wintermonaten, wo doch alle Änderungen geringer sind, mit einer Entschiedenheit auf, welche selten bei Wendungen angetroffen wird und welche die Gleichung nicht darzustellen vermag. Es bleiben daher die berechneten Zahlen gegen die beobachteten in ihrer Abnahme sehr bedeutend zurück, wodurch die nach abwärts gehenden Spitzen der Beobachtungs-Curve in der Rechnungs-Curve viel abgerundeter erscheinen. Nur der December macht hiervon eine Ausnahme; in diesem Monate kommt durch die Rechnung ein Minimum zum Vorschein, welches unter das beobachtete hinabsteigt. Dasselbe Verhältniss spricht sich auch in den Zahlen der folgenden Tafel aus, welche die Vergleichung der berechneten mit den beobachteten Änderungen enthält, und in welcher die Zeichen nicht regellos auf einander folgen, wie es der Fall sein müsste, wenn sie blos Folgen von Beobachtungsfehlern wären, sondern zu manchen Stunden, wie um 18^h, 22^h, 1^h, 2^h, 10^h, das ganze Jahr hindurch dasselbe Zeichen auftritt.

Tabelle XV.

Vergleichung der berechneten Änderungen (*R*) mit den beobachteten (*B*).

$$= B - R.$$

	12 ^h	14 ^h	16 ^h	18 ^h	20 ^h	22 ^h	0 ^h	1 ^h	2 ^h	4 ^h	6 ^h	8 ^h	10 ^h
Jänner . . .	-0·40	-1·23	+0·11	+1·21	+0·69	-2·35	+0·33	+1·73	+2·14	-1·02	-1·11	+0·04	+1·61
Februar . . .	-0·51	-0·16	-0·75	+1·15	+0·98	-2·06	-0·24	+1·26	+2·08	-0·71	-1·08	+0·02	+1·39
März	-1·00	+0·51	-1·61	+1·99	+1·11	-2·70	+0·23	+2·29	+2·56	-0·69	-1·77	+0·97	+1·39
April	+0·90	-0·08	-3·15	+3·25	+1·13	-3·58	+0·81	+2·00	+1·81	-0·39	-1·32	+0·36	+0·23
Mai	-2·20	-0·72	+1·75	+0·71	-1·21	-1·48	+1·76	+2·19	+1·43	-2·10	-0·97	+1·72	+1·32
Juni	-1·08	-1·08	-0·06	+2·26	-0·72	-2·13	+1·10	+4·02	+1·68	-0·88	-1·57	+0·64	+1·87
Juli	-0·94	-1·05	+0·10	+1·83	-0·50	-1·79	+0·49	+1·11	+1·87	-0·49	-2·08	+0·97	+1·60
August	-3·26	-0·90	+2·28	+0·81	-1·32	-1·93	+2·08	+2·73	+1·48	-1·56	-2·22	+2·12	+2·42
September . .	-0·18	-2·64	+0·50	+2·80	-0·30	-3·94	+2·00	+3·69	+2·74	-1·24	+0·42	-1·36	+2·00
October	-1·24	+0·42	-1·36	+2·00	+0·33	-2·97	+1·25	+2·81	+2·23	-2·02	-0·54	+0·88	+1·02
November . . .	-3·45	-1·39	+1·69	+2·13	+1·22	-2·88	-0·72	+0·53	+0·52	-0·42	+1·24	+0·94	+1·12
December . . .	+2·65	-1·32	-1·63	+1·55	+1·07	-1·69	-0·12	+0·77	+0·78	+0·10	+0·07	-0·72	-0·74
Mittel	1·48	0·96	1·25	1·81	0·88	2·46	0·93	2·10	1·77	0·97	1·20	0·89	1·39

Die Fehler sind, wie man aus der letzten Zeile dieser Tafel, nämlich den ohne Rücksicht auf Zeichen genommenen Mitteln erschen kann, nicht mehr während der Nachtstunden am grössten, wie dies bei der

Declination der Fall war, sondern zu den oben angeführten Stunden. Es ist also auch nicht der Mangel an Beobachtungen die Hauptursache derselben.

Summirt man die Zahlen nach den Monaten, so erhält man:

für Jänner die Summe = 13·99, „ Februar „ „ = 12·39, „ März „ „ = 18·82, „ April „ „ = 19·05, „ Mai „ „ = 19·56, „ Juni „ „ = 19·09,	für Juli die Summe = 14·88, „ August „ „ = 25·11, „ September „ „ = 23·81, „ October „ „ = 19·07, „ November „ „ = 18·27, „ December „ „ = 13·21.
---	--

Sieht man ab vom Monate Juli, welcher auch hier so wie bei anderer Gelegenheit (VIII.) eine Ausnahme macht, so zeigen diese Zahlen einen ziemlich regelmässigen Gang und gelangen zu einem Minimum im Februar, zu einem Maximum im August, wodurch obige Behauptung, dass diese Zahlen nicht von Beobachtungsfehlern oder vom Mangel an Beobachtungen herrühren, noch mehr bekräftigt wird. Sie weichen aber auch bedeutend ab von den ähnlichen für die Declination gefundenen Summen, die nach (S. 96¹⁾ ein doppeltes Maximum und Minimum andeuteten.

XVI. Die aus den Gleichungen abgeleiteten Zeiten der Wendepuncte so wie die Grösse der Maxima und Minima sind in der folgenden Tafel enthalten, in welcher die letzte Spalte wieder den Unterschied zwischen dem grössten Maximum und kleinsten Minimum, also die Grösse der täglichen Änderung gibt.

Tabelle XVI.

Wendungen der täglichen Intensitäts-Änderung.

Monat	1. Maximum		1. Minimum		2. Maximum		2. Minimum		Differenz
	Zeit	Maximum	Zeit	Minimum	Zeit	Maximum	Zeit	Minimum	
Jänner	17 ^h 37'	7·485	0 ^h 41'	+0·028	6 ^h 58'	4·976	11 ^h 31'	3·062	7·457
Februar	16 58	8·802	0 46	−0·016	8 26	6·926	11 29	6·449	8·818
März	14 31	15·211	23 10	+2·003	8 16	14·093	10 2	14·006	13·208
April	13 28	20·301	22 36	+3·344	7 43	20·257	10 33	19·866	16·957
Mai	13 39	17·718	21 58	+1·484	6 17	18·000	10 7	16·650	16·516
Juni	12 13	19·577	21 45	+2·088	6 32	21·172	11 31	19·558	19·084
Juli	13 29	21·745	22 3	+1·789	6 33	22·760	11 33	20·987	20·971
August	13 45	21·597	22 2	+1·931	6 7	21·239	9 51	19·984	19·666
September . .	13 45	22·134	22 29	+3·867	Verschwundet		Verschwundet		18·267
October	14 18	20·203	23 21	+1·753	„		„		18·450
November . . .	16 15	8·262	0 49	+0·989	„		„		9·273
December . . .	17 4	5·940	2 16	−0·797	„		„		6·737

Nach dieser Tafel ist das erste Paar der Wendungen, nämlich das Maximum, in den früheren Morgen- und das Minimum in den späteren Morgen- oder Mittagsstunden das beträchtlichere und das ganze Jahr hindurch ausdauernde, während das Maximum in den früheren und das Minimum in den späteren Abendstunden immer nur wenig von einander verschieden sind, und in den vier letzten Monaten des Jahres ganz verschwinden. Daher ist auch die Zeit ihres Eintretens nicht scharf bestimmbar, während jene des ersten Paares mit hinreichender Genauigkeit die Verrückung der Wendestunden erkennen lässt. Beide, sowohl das erste Maximum als das erste Minimum, rücken während des Winters und Frühlings in die früheren Morgenstunden hinein, und kehren nach dem Sommer-Solstitium wieder zu den späteren zurück. Das Maximum verrückt seine Eintrittszeit von 17^h 37' (im Jänner) bis auf 12^h 13' (im Juni), also um mehr als 5 Stunden; das Minimum von 2^h 16' (im December) bis auf 21^h 45' (im Juni), also um 4½ Stunden. Das Maximum

¹⁾ Seite 8 der Separat-Abdrücke dieser Abhandlung.

der Morgenstunden wird in den Monaten Mai, Juni und Juli von dem der Abendstunden übertroffen, wodurch, wenn man dieses zur Berechnung des täglichen Ganges zu Hilfe nimmt, derselbe sich in diesen Monaten vergrössert, und sich so darstellt, wie ihn die letzte Spalte anweist. Es zeigt sich in dieser Beziehung, wenn man von einem kleinen Rückgange im Mai und October absieht, ein Wachsen der täglichen Änderung vom Winter-Solstitium bis nach dem Sommer-Solstitium (bis zum Juli), und ein Abnehmen durch die übrigen Monate des Jahres. Die Unregelmässigkeit, welche in dieser Beziehung bei der Declination der Monat Juli zeigte, verschwindet bei der Intensität, und der durch die Zahlen dieser Spalte dargestellte jährliche Gang führt zur Gleichung:

$$y = 14 \cdot 617 + 6 \cdot 628 \sin (x \cdot 30^\circ + 271^\circ 39' 6) \\ + 1 \cdot 856 \sin (x \cdot 60 + 310 33 \cdot 9) \\ + 0 \cdot 536 \sin (x \cdot 90 + 201 55 \cdot 3)$$

woraus man findet:

Maximum am 10. August,
Minimum am 11. Jänner.

XVII. Die Zeiten, an denen die mittlere Intensitäts-Änderung eintritt, sind in der folgenden Tafel enthalten:

Tabelle XVII.

Zeit der mittleren Intensitäts-Änderung.

Monat	Mittlere Intensit.-Änderung	Vormittag	Nachmittag	Zwischenzeit
Jänner . .	3·867	21 ^h 6'	4 ^h 52'	7 ^{st.} 46'
Februar . .	5·238	20 32	5 34	9 2
März . . .	10·346	18 29	4 6	9 37
April . . .	14·434	17 43	3 30	9 47
Mai	12·377	17 15	2 34	9 19
Juni	14 096	16 44	2 28	9 44
Juli	15·369	17 9	2 45	9 36
August . .	14·910	17 23	2 43	9 20
September .	15·185	17 42	3 22	9 40
October . .	12·215	18 45	5 6	10 21
November .	5·080	20 22	6 28	10 6
December .	3·020	21 28	7 58	10 30

Die Eintrittszeiten der mittleren Intensitäts-Änderung befolgen nach dieser Tafel denselben Gang wie die Wendestunden; sie schreiten nämlich in der ersten Hälfte des Jahres von den Morgenstunden gegen Mitternacht und von den Abendstunden gegen Mittag zurück, und vollbringen in der zweiten Jahreshälfte die entgegengesetzte Bewegung. Die Grösse dieser Bewegung zwischen Juni und December beträgt Vormittags gegen, Nachmittags über fünf Stunden, ist also nahezu dieselbe wie bei den Wendestunden. Die geringe Änderung in den Wintermonaten erlaubt übrigens keine scharfe Bestimmung des Eintrittes zu dieser Jahreszeit. Dies und die Gleichmässigkeit dieser Verrückung Vor- und Nachmittags ist auch die Ursache, dass die zwischen dem Eintritte der mittleren Intensitäts-Änderung liegende Zwischenzeit keine so regelmässige Zu- und Abnahme zeigt, wie dies bei der Declination der Fall war; man sieht aber, dass der grösste Theil des Jahres hindurch nahezu gleich bleibt.

XVIII. Zu der Untersuchung über die zehnjährige Periode wurden ausser den Beobachtungen von 1840 bis 1849 auch noch jene der Jahre 1850 und 1851 verwendet. Die Monatmittel der Beobach-

tungen von 1851 sind in den beiden folgenden Tafeln enthalten, von denen Tafel XVIII die Mittel der Ablesungen am Bifilar-Apparate, Tafel XIX aber die Mittel der in der Nähe des Magnetes stattfindenden Temperatur enthält.

Tabelle XVIII.

Monatmittel der horizontalen Intensität im Jahre 1851.

Monate	18 ^h	20 ^h	22 ^h	0 ^h	1 ^h	2 ^h	4 ^h	6 ^h	8 ^h	10 ^h
Jänner . . .	249·87	264·45	240·41	239·01	239·37	241·80	243·34	247·80	244·42	246·38
Februar . . .	246·14	242·90	237·42	236·50	238·86	243·33	241·10	243·37	245·62	245·29
März	230·99	227·33	219·83	222·26	224·14	225·74	225·14	226·93	229·15	230·32
April	178·35	170·72	160·57	163·69	165·76	168·70	170·49	173·91	176·99	176·87
Mai	146·73	173·80	132·95	134·89	137·66	138·71	142·86	149·54	150·04	149·63
Juni	96·64	86·37	82·12	86·54	90·37	92·06	96·45	100·45	102·15	99·65
Juli	72·62	64·32	60·08	64·40	67·58	69·89	73·97	77·49	78·74	78·28
August	61·53	51·32	49·92	55·80	58·78	60·21	61·57	63·23	64·36	65·05
September . .	98·97	83·39	80·13	91·84	95·07	96·10	96·44	99·23	103·19	103·99
October	103·64	97·70	87·76	91·82	93·15	96·48	97·85	100·70	104·39	105·41
November . . .	177·20	172·46	165·08	166·51	167·93	167·95	169·98	173·40	174·50	176·76
December . . .	202·06	199·65	194·76	195·41	196·36	195·02	194·30	193·84	193·42	195·26

Tabelle XIX.

Monatmittel der Temperatur im Kasten des Bifilar-Apparates (Réaum.).

Monate	18 ^h	20 ^h	22 ^h	0 ^h	1 ^h	2 ^h	4 ^h	6 ^h	8 ^h	10 ^h
	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
Jänner	1°24	1°27	1°29	1°31	1°34	1°34	1°31	1°33	1°36	1°34
Februar	1·60	1·63	1·69	1·71	1·72	1·74	1·72	1·72	1·74	1·78
März	3·32	3·36	3·42	3·45	3·47	3·51	3·50	3·50	3·54	3·56
April	8·70	8·78	8·89	8·90	8·92	8·94	8·95	8·96	8·95	8·95
Mai	10·28	10·38	10·47	10·47	10·48	10·49	10·50	10·49	10·47	10·44
Juni	14·08	14·22	14·33	14·35	14·36	14·35	14·38	14·39	14·35	14·34
Juli	15·70	15·81	15·94	15·94	15·93	15·92	15·94	15·94	15·92	15·88
August	16·69	16·75	16·88	16·90	16·89	16·88	16·89	16·86	16·82	16·79
September . . .	12·37	12·39	12·48	12·45	12·46	12·48	12·49	12·48	12·47	12·47
October	10·85	10·87	10·89	10·93	10·97	11·00	10·98	10·94	10·93	10·91
November	4·21	4·20	4·25	4·24	4·26	4·27	4·23	4·18	4·20	4·14
December	2·23	2·25	2·31	2·29	2·31	2·35	2·33	2·29	2·28	2·28

Diese Beobachtungen so wie die bereits veröffentlichten des Jahres 1850 gaben nach dem in der Abhandlung „Ueber den Einfluss des Mondes auf die horizontale Componente der magnetischen Erdkraft“ auseinandergesetzten Verfahren folgende Bedingungsgleichungen zur Bestimmung des Corrections-Coëfficienten wegen Temperatur und Abnahme des Stabmagnetismus:

1850.

$$\begin{aligned}
 \text{Jänner} & 282·35 - (2^{\circ}10) a + (0·00) A = M \\
 \text{Februar} & 246·28 + (2·18) a + (2·95) A = M \\
 \text{März} & 230·53 + (3·12) a + (5·90) A = M \\
 \text{April} & 185·35 + (7·41) a + (8·95) A = M \\
 \text{Mai} & 141·44 + (11·65) a + (12·00) A = M \\
 \text{Juni} & 80·32 + (16·21) a + (15·05) A = M \\
 \text{Juli} & 57·09 + (17·11) a + (18·10) A = M
 \end{aligned}$$

August	54·15 + (17°09) a + (21·20) A = M
September	88·87 + (13·19) a + (24·25) A = M
October	135·74 + (9·67) a + (27·30) A = M
November	186·48 + (5·97) a + (30·35) A = M
December	222·90 + (2·87) a + (33·40) A = M

1851.

Jänner	244·42 + (1°36) a + (0·00) A = M
Februar	245·62 + (1·74) a + (2·95) A = M
März	226·93 + (3·50) a + (5·90) A = M
April	170·49 + (8·95) a + (8·95) A = M
Mai	142·86 + (10·50) a + (12·00) A = M
Juni	96·45 + (14·38) a + (15·05) A = M
Juli	73·97 + (15·94) a + (18·10) A = M
August	61·57 + (16·89) a + (21·20) A = M
September	96·44 + (12·49) a + (24·25) A = M
October	100·70 + (10·94) a + (27·30) A = M
November	173·40 + (4·18) a + (30·35) A = M
December	193·42 + (2·28) a + (33·40) A = M

Diese Gleichungen geben den Wärme-Coëfficienten

für 1850 . . . a = 10·929

für 1851 . . . a = 10·120

und die Abnahme des Stabmagnetismus in zehn Tagen

für 1850 . . . A = 0·937

für 1851 . . . A = 1·981

Hieraus ergeben sich die in der folgenden Tafel enthaltenen corrigirten Monatmittel der horizontalen Intensität:

Tabelle XX.

Monatmittel der wegen Wärme und Abnahme des Stabmagnetismus corrigirten Intensität.

1850	Jänner.	Febr.	März.	April.	Mai.	Juni.	Juli.	August.	Septb.	Octob.	Novb.	Decb.
18 ^h	263·17	272·64	275·60	282·40	275·32	267·53	256·23	258·75	255·60	271·95	284·41	289·36
20	260·38	268·65	268·29	273·28	265·49	257·52	246·71	249·07	246·03	260·90	279·79	286·78
22	252·77	259·92	255·55	264·13	263·60	256·39	243·26	245·84	240·23	251·78	273·27	282·14
0	252·09	259·06	256·55	267·45	268·69	262·39	249·52	252·48	244·22	255·82	272·67	283·61
1	254·67	263·77	260·63	271·30	271·07	266·05	253·69	255·70	248·83	258·78	275·97	284·33
2	256·09	265·09	264·49	274·62	274·99	269·17	256·98	258·12	252·23	260·74	277·06	283·31
4	256·20	267·14	268·16	274·72	280·01	271·58	261·06	260·80	255·75	263·47	277·82	283·54
6	258·48	269·64	270·16	283·73	281·58	274·88	263·92	266·13	258·74	267·01	280·16	286·64
8	259·40	272·87	273·93	286·63	282·64	277·63	263·97	267·06	260·61	269·51	280·86	285·57
10	260·57	273·59	274·14	287·40	281·54	275·92	263·14	265·14	261·62	273·10	283·54	286·98
1851												
18 ^h	262·42	268·17	276·28	284·12	274·53	268·94	267·35	272·44	272·18	267·51	279·91	290·78
20	259·00	265·24	273·22	277·30	266·62	260·09	260·37	263·02	257·00	261·77	275·07	288·57
22	253·45	260·36	266·13	268·27	262·67	256·95	257·25	262·73	254·46	252·04	268·20	284·29
0	252·27	259·65	268·86	271·49	264·61	261·57	261·57	268·82	265·86	256·50	269·53	284·73
1	252·93	262·11	270·95	273·76	267·48	265·50	264·64	271·70	269·19	258·24	271·15	285·89
2	255·36	266·78	272·95	276·90	268·64	267·09	266·85	273·02	270·43	261·87	271·27	284·95
4	256·77	264·35	272·25	278·79	272·89	271·79	271·14	274·49	270·87	262·77	272·90	284·03
6	261·26	266·62	274·04	282·32	279·47	275·89	274·66	275·84	273·56	265·48	275·81	283·16
8	258·18	269·07	276·66	285·29	279·76	277·18	275·70	276·56	277·42	269·07	277·11	282·64
10	259·94	269·14	278·04	285·17	279·05	274·58	274·83	276·96	278·22	269·89	278·77	284·48

Der Werth eines Theilstriches wurde angenommen

im Jahre 1850 = 0·0001140 in Theilen der horizontalen Intensität,

„ „ 1851 = 0·0001186 „ „ „ „ „ „

Zieht man das kleinste der Mittel eines jeden Monates von allen übrigen desselben Monates ab, verwandelt die so entstandenen Reste mit den entsprechenden Werthen in Theile der horizontalen Intensität, und bildet daraus die allgemeinen Monat- und Jahresmittel, indem man alle Beobachtungsstunden in ein Mittel vereinigt, so erhält man mit Berücksichtigung der in oben erwähnter Abhandlung aufgeführten Monatmittel die Intensität der Zahlen der folgenden Tafel, deren Einheit $\frac{1}{10000}$ der horizontalen Intensität ist.

Tabelle XXI.

Gesamtmittel der Änderungen der horizontalen Intensität.

Monate	1840	1841	1842	1843	1844	1845	1846	1847	1848	1849	1850	1851
Jänner . .	6·968	5·468	2·545	4·906	3·269	3·683	3·459	7·839	5·384	9·990	6·729	5·774
Februar . .	7·241	4·802	4·566	2·713	2·958	4·017	4·907	3·849	10·734	12·104	10·202	7·279
März . . .	9·877	6·380	7·796	8·018	8·814	10·041	6·196	7·263	11·790	13·469	12·768	8·074
April . . .	13·863	11·611	12·215	9·367	9·320	14·261	9·587	14·545	13·132	17·682	14·176	11·932
Mai . . .	11·490	8·796	9·000	10·416	8·984	11·510	12·178	13·030	13·481	12·146	12·417	10·538
Juni . . .	10·762	13·319	13·208	14·603	9·331	13·702	13·031	10·389	14·654	13·570	13·128	12·992
Juli . . .	14·475	12·223	12·601	11·588	12·313	11·259	13·236	12·812	19·184	14·171	14·350	12·079
August . .	13·697	15·387	9·515	14·190	12·320	12·175	14·581	11·088	15·597	12·039	13·758	10·780
September .	16·007	13·765	9·697	11·240	11·831	10·483	13·314	14·171	17·931	14·585	13·857	17·149
October . .	7·774	9·797	7·574	9·403	8·679	8·351	8·861	14·244	12·054	10·348	13·141	12·424
November .	4·289	4·421	3·363	2·979	3·008	4·889	6·824	8·150	4·695	5·286	6·532	6·845
December .	4·719	3·336	2·623	2·570	2·721	3·294	3·342	2·937	7·218	3·432	3·519	3·215
Mittel	10·097	9·109	7·892	8·499	7·796	8·972	8·293	10·026	12·154	11·568	11·215	9·925

XIX. Die letzte Zeile dieser Tafel enthält die Jahresmittel, welche, wenn gleich in ihnen manche Unregelmässigkeiten zum Vorschein kommen, doch schon durch den ersten Anblick eine periodische Ab- und Zunahme erkennen lassen. Bedient man sich, um diese Periode genauer zu erforschen, des bei der Declination angewandten Verfahrens, indem man zuerst die zehn Jahresmittel von 1840 bis 1849 der Rechnung unterzieht, so geben sie die Gleichung

$$\begin{aligned}
 y = & 9\cdot441 + 1\cdot796 \sin(x \cdot 36^\circ + 143^\circ 44'6) \\
 & + 0\cdot711 \sin(x \cdot 72 + 192 30\cdot8) \\
 & + 0\cdot342 \sin(x \cdot 108 + 291 20\cdot5)
 \end{aligned}$$

Da die Werthe von x der Mitte des Jahres entsprechen, so findet man hieraus

ein Minimum = 7·950

im Jahre . . . 1843. 41

ein Maximum = 12·211

im Jahre . . . 1848. 89

und die Unterschiede zwischen den berechneten (R) und beobachteten (B) Werthen der Schwankung betragen:

für 1840 . . . $B - R = + 0.050,$		für 1845 . . . $B - R = + 0.445,$
„ 1841 . . . $B - R = + 0.161,$		„ 1846 . . . $B - R = - 0.227,$
„ 1842 . . . $B - R = - 0.392,$		„ 1847 . . . $B - R = - 0.006,$
„ 1843 . . . $B - R = + 0.545,$		„ 1848 . . . $B - R = + 0.162,$
„ 1844 . . . $B - R = - 0.566,$		„ 1849 . . . $B - R = - 0.176.$

Das Decennium 1841 — 1850 gibt folgende Gleichung:

$$y = 9.552 + 1.613 \sin (x . 36^\circ + 174^\circ 24' 8) \\ + 0.584 \sin (x . 72 + 246 27.9) \\ + 0.119 \sin (x . 108 + 74 27.0)$$

woraus man findet

ein Minimum = 8.188
im Jahre . . . 1843. 11
ein Maximum = 11.734
im Jahre . . . 1849. 11

Die Unterschiede zwischen den berechneten und beobachteten Werthen der Schwankung betragen

für 1841 . . . $B - R = - 0.180,$		für 1846 . . . $B - R = - 0.452,$
„ 1842 . . . $B - R = - 0.402,$		„ 1847 . . . $B - R = + 0.090,$
„ 1843 . . . $B - R = + 0.241,$		„ 1848 . . . $B - R = + 0.716,$
„ 1844 . . . $B - R = - 0.825,$		„ 1849 . . . $B - R = - 0.055,$
„ 1845 . . . $B - R = + 0.368,$		„ 1850 . . . $B - R = + 0.603.$

Das Decennium 1842—1851 gibt folgende Gleichung:

$$y = 9.634 + 1.630 \sin (x . 36^\circ + 205^\circ 39' 3) \\ + 0.459 \sin (x . 72 + 311 27.5) \\ + 0.254 \sin (x . 108 + 189 45.6)$$

woraus man findet

ein Minimum = 8.126
im Jahre . . . 1843. 28
ein Maximum = 11.671
im Jahre . . . 1849. 00

Die Unterschiede zwischen den berechneten und beobachteten Werthen der Schwankung betragen

für 1842 . . . $B - R = - 0.648,$		für 1847 . . . $B - R = - 0.014,$
„ 1843 . . . $B - R = + 0.343,$		„ 1848 . . . $B - R = + 0.676,$
„ 1844 . . . $B - R = - 0.858,$		„ 1849 . . . $B - R = + 0.040,$
„ 1845 . . . $B - R = + 0.308,$		„ 1850 . . . $B - R = + 0.411,$
„ 1846 . . . $B - R = - 0.401,$		„ 1851 . . . $B - R = + 0.143.$

Im Durchschnitte aus allen drei Gleichungen ergibt sich

ein Minimum 8.088 im Jahre 1843. 27
ein Maximum 11.872 „ „ 1849.00.

Es treffen demnach die Epochen der Extreme sehr nahe auf dieselbe Zeit wie bei der Declination, und der Unterschied beträgt für das Minimum nur 0.25, für das Maximum 0.22 Jahre, also nahezu drei Monate, um welche sie bei der Declination später eintreten als bei der horizontalen Intensität. Da aber alle Änderungen der horizontalen Intensität ihrem grössten Theile nach von der geänderten Inclination herrühren, so kann man den Satz auch so aussprechen, dass die Extreme der Schwankungen in horizontaler und verticaler Richtung sehr nahe gleichzeitig eintreten.

XX. Die secularen Änderungen der horizontalen Intensität können aus den Ablesungen am Prager Variations-Apparate nicht gut abgenommen werden, da die Correctionen wegen Wärme und Abnahme des Stabmagnetismus noch nicht die gehörige Schärfe besitzen, da überdies viele Änderungen am Apparate vorgenommen wurden, und kein zweiter vorhanden war, an welchem während derselben gleichzeitige Beobachtungen auszuführen waren. Auch war wegen der grossen Entfernung des magnetischen Observatoriums die Anstellung der absoluten Bestimmungen sehr zeitraubend, konnte daher nur ein- oder zweimal im Jahre stattfinden. Die durch diese Bestimmungen gefundenen Werthe der horizontalen Intensität sind folgende:

Im Jahre	1843·6	horizontale Intensität =	1·88119
„ „	1844·7	„ „	= 1·87254
„ „	1845·7	„ „	= 1·87808
„ „	1846·8	„ „	= 1·87830
„ „	1847·2	„ „	= 1·87843
„ „	1848·3	„ „	= 1·88050
„ „	1849·3	„ „	= 1·88639
„ „	1850·4	„ „	= 1·89071
„ „	1850·8	„ „	= 1·89158
„ „	1851·3	„ „	= 1·89263
„ „	1851·8	„ „	= 1·89227

Diese Beobachtungen sind durchgehends mit demselben Apparate und bis auf die letzte, welche Dr. Jelinek ausgeführt hat, von mir gemacht. Sie zeigen im Jahre 1844 ein Minimum und durch die folgenden drei Jahre eine kaum merkliche Zunahme der Kraft, welche erst mit dem Jahre 1848 rascher zu wachsen anfängt.

Ob sie im Jahre 1851, wie die Beobachtungen anzudeuten scheinen, wirklich zu einem Maximum gelangte, und ob dieser Gang mit der in den täglichen Variationen aufgefundenen zehnjährigen Periode in irgend einem Zusammenhange stehen, müssen zukünftige Beobachtungen lehren. Die gleichzeitig angestellten Inclinations-Bestimmungen zeigen aber, dass wenigstens ein Theil dieser Änderungen den entsprechenden Variationen der Inclination zuzuschreiben sei. Für diese wurde nämlich in Prag gefunden:

Im Jahre	1843·7	Inclination =	66° 2'23
„ „	1846·3	„	= 66 0·68
„ „	1847·2	„	= 66 2·59
„ „	1848·3	„	= 66 1·85
„ „	1849·7	„	= 65 58·23
„ „	1850·4	„	= 65 51·04
„ „	1851·3	„	= 65 50·61

Hieraus ergeben sich auch für die Gesamtkraft (durch Division der Horizontalkraft mit dem Cosinus der Inclination) die Werthe

für	1843·7	Gesamtkraft =	4·6242
„	1847·2	„	= 4·6260
„	1848·3	„	= 4·6288
„	1850·4	„	= 4·6212
„	1851·3	„	= 4·6248
	<u>1848·6</u>	Mittel =	<u>4·6250</u>

XXI. Die Heiterkeit ist eines jener Elemente, denen man einen sehr merklichen Einfluss auf die Änderungen des Erdmagnetismus, namentlich auf die Grösse der Schwankungen zugeschrieben hat. Die Wahrnehmungen Schübler's hierüber¹⁾ sind in mehrere Schriften übergegangen und bilden die Haupt-

¹⁾ Schweigger's Journal für Chemie und Physik, Bd. 28 und 67.

quelle und nebst einigen wenigen Beobachtungen Farquharson's¹⁾ den einzigen Beweis dieses vermutheten Zusammenhanges.

Zur Messung der Heiterkeit des Himmels fehlen uns jetzt so wie damals die Mittel, und man ist auf blossе Schätzungen beschränkt. Der Fortschritt, den man in dieser Beziehung in neuerer Zeit gemacht hat, besteht darin, dass man die Zahlen statt der Worte anwendet, indem man das sichtbare Himmelsgewölbe in eine gewisse Anzahl Theile abtheilt und herauszubringen sucht, wie viele soleher Theile von den vorhandenen und an einander gereihten Wolken bedeckt würden. Dass bei diesem Verfahren in einzelnen Fällen bedeutende Fehler begangen werden können und für persönliche Verschiedenheiten ein grosser Spielraum bleibt, ist keinem Zweifel unterworfen, und dies ist wohl auch die Ursache, warum man bisher nicht glaubte, derlei Beobachtungen einer schärferen Behandlung unterwerfen zu können. Andererseits haben aber in neuerer Zeit manche Reihen von Bestimmungen, die gleichfalls ohne messende Instrumente ausgeführt waren und bloss auf Schätzung beruhen, so übereinstimmende und von Niemanden bezweifelte Resultate gegeben, dass man annehmen muss, die oben erwähnten Fehlerquellen seien desto unschädlicher, in je grösserer Anzahl die Beobachtungen ausgeführt wurden und je mehr Beobachter daran Theil genommen haben. Da diese beiden Bedingungen bei den Prager Beobachtungen in hohem Grade erfüllt worden sind, so habe ich keinen Anstand genommen, die Heiterkeit derselben Behandlungsweise zu unterwerfen, welche bei den übrigen meteorologischen Elementen angewendet zu werden pflegt.

Die folgende Tabelle enthält die aus den Jahrgängen 1840 bis 1849 gerechneten zehnjährigen Monatmittel; die Zahlen geben den Theil des sichtbaren Himmels an, welcher heiter war. Zur Berechnung der Mittel in der letzten Spalte wurden nur die geraden Stunden genommen.

Tabelle XXII.

Zehnjährige Monatmittel der Heiterkeit.

Monat	12 ^h	14 ^h	16 ^h	18 ^h	20 ^h	22 ^h	Mittag	1 ^h	2 ^h	4 ^h	6 ^h	8 ^h	10 ^h	Mittel
Jänner . .	0·281	0·217	0·268	0·251	0·245	0·256	0·268	0·287	0·273	0·280	0·266	0·258	0·269	0·261
Februar . .	0·309	0·250	0·177	0·198	0·250	0·300	0·341	0·349	0·360	0·334	0·348	0·351	0·324	0·295
März . . .	0·429	0·437	0·388	0·338	0·332	0·360	0·362	0·350	0·337	0·325	0·369	0·390	0·416	0·375
April . . .	0·541	0·438	0·400	0·480	0·534	0·525	0·481	0·463	0·449	0·454	0·468	0·473	0·551	0·483
Mai	0·489	0·488	0·503	0·466	0·532	0·500	0·470	0·487	0·463	0·464	0·471	0·467	0·541	0·488
Juni	0·471	0·462	0·465	0·495	0·471	0·456	0·448	0·455	0·444	0·436	0·469	0·471	0·501	0·466
Juli	0·596	0·533	0·418	0·471	0·492	0·435	0·400	0·430	0·413	0·402	0·449	0·429	0·497	0·461
August . .	0·588	0·475	0·505	0·538	0·592	0·549	0·511	0·489	0·454	0·453	0·496	0·518	0·559	0·520
September .	0·575	0·425	0·505	0·438	0·505	0·516	0·496	0·481	0·455	0·478	0·536	0·545	0·569	0·504
October . .	0·379	0·320	0·272	0·253	0·293	0·314	0·291	0·278	0·276	0·331	0·368	0·408	0·395	0·325
November .	0·368	0·268	0·251	0·224	0·255	0·258	0·296	0·267	0·267	0·254	0·268	0·280	0·302	0·274
December .	0·347	0·250	0·236	0·303	0·308	0·304	0·311	0·315	0·321	0·291	0·299	0·274	0·289	0·294

Wenn man, wie in den früheren Fällen, nur die Differenzen berücksichtigt, so ergibt sich folgende Tabelle.

¹⁾ Philosophical Transactions, 1830.

Tabelle XXIII.

Änderung der Heiterkeit in kleinsten Zahlen.

Monat	12 ^h	14 ^h	16 ^h	18 ^h	20 ^h	22 ^h	0 ^h	1 ^h	2 ^h	4 ^h	6 ^h	8 ^h	10 ^h	Mittel
Jänner . .	0·064	0·000	0·031	0·034	0·028	0·039	0·051	0·070	0·056	0·063	0·048	0·041	0·052	0·0439
Februar . .	0·132	0·073	0·000	0·021	0·073	0·123	0·164	0·172	0·183	0·157	0·171	0·174	0·147	0·1182
März . . .	0·104	0·112	0·063	0·013	0·027	0·035	0·037	0·025	0·012	0·000	0·043	0·064	0·090	0·0500
April . . .	0·141	0·038	0·000	0·080	0·134	0·126	0·081	0·063	0·049	0·055	0·068	0·073	0·151	0·0830
Mai	0·026	0·025	0·040	0·002	0·069	0·037	0·006	0·023	0·000	0·000	0·007	0·003	0·077	0·0243
Juni	0·035	0·026	0·029	0·059	0·035	0·019	0·012	0·019	0·008	0·000	0·033	0·035	0·065	0·0297
Juli	0·196	0·133	0·018	0·071	0·092	0·035	0·000	0·030	0·014	0·002	0·049	0·029	0·097	0·0613
August . .	0·135	0·022	0·052	0·085	0·139	0·097	0·059	0·037	0·001	0·000	0·044	0·065	0·106	0·0671
September .	0·150	0·000	0·080	0·013	0·080	0·091	0·071	0·056	0·030	0·053	0·111	0·120	0·144	0·0786
October . .	0·126	0·067	0·019	0·000	0·040	0·062	0·038	0·025	0·023	0·078	0·116	0·155	0·143	0·0722
November .	0·144	0·044	0·027	0·000	0·031	0·035	0·072	0·043	0·044	0·030	0·044	0·057	0·079	0·0506
December .	0·111	0·014	0·000	0·067	0·072	0·068	0·074	0·079	0·085	0·055	0·063	0·038	0·053	0·0583

Die aus den Zahlen abgeleiteten Gleichungen sind folgende:

für Jänner:

$$y = 0\cdot0439 + 0\cdot0124 \sin(x \cdot 30^\circ + 198^\circ 52' 5'') \\ + 0\cdot0029 \sin(x \cdot 60 + 119 14\cdot9) \\ + 0\cdot0094 \sin(x \cdot 90 + 167 14\cdot1);$$

für Februar:

$$y = 0\cdot1182 + 0\cdot0767 \sin(x \cdot 30^\circ + 196^\circ 58' 3'') \\ + 0\cdot0313 \sin(x \cdot 60 + 118 36\cdot6) \\ + 0\cdot0048 \sin(x \cdot 90 + 55 58\cdot9);$$

für März:

$$y = 0\cdot0500 + 0\cdot0419 \sin(x \cdot 30^\circ + 87^\circ 40' 6'') \\ + 0\cdot0225 \sin(x \cdot 60 + 100 45\cdot6) \\ + 0\cdot0137 \sin(x \cdot 90 + 336 15\cdot0);$$

für April:

$$y = 0\cdot0830 + 0\cdot0024 \sin(x \cdot 30^\circ + 92^\circ 23' 2'') \\ + 0\cdot0536 \sin(x \cdot 60 + 157 10\cdot0) \\ + 0\cdot0301 \sin(x \cdot 90 + 105 25\cdot3);$$

für Mai:

$$y = 0\cdot0243 + 0\cdot0169 \sin(x \cdot 30^\circ + 38^\circ 30' 0'') \\ + 0\cdot0072 \sin(x \cdot 60 + 32 35\cdot5) \\ + 0\cdot0079 \sin(x \cdot 90 + 102 27\cdot0);$$

für Juni:

$$y = 0\cdot0297 + 0\cdot0167 \sin(x \cdot 30^\circ + 68^\circ 11' 9'') \\ + 0\cdot0175 \sin(x \cdot 60 + 340 19\cdot5) \\ + 0\cdot0091 \sin(x \cdot 90 + 186 20\cdot4);$$

für Juli:

$$y = 0\cdot0613 + 0\cdot0584 \sin(x \cdot 30^\circ + 70^\circ 10' 0'') \\ + 0\cdot0272 \sin(x \cdot 60 + 117 7\cdot8) \\ + 0\cdot0409 \sin(x \cdot 90 + 81 50\cdot9);$$

für August:

$$y = 0\cdot0671 + 0\cdot0301 \sin(x \cdot 30^\circ + 30^\circ 18' 7'') \\ + 0\cdot0486 \sin(x \cdot 60 + 170 10\cdot2) \\ + 0\cdot0170 \sin(x \cdot 90 + 106 24\cdot5);$$

für September:

$$y = 0.0786 + 0.0334 \sin(x.30^\circ + 138^\circ 38'2) \\ + 0.0407 \sin(x.60 + 165 2.5) \\ + 0.0032 \sin(x.90 + 38 39.6);$$

für October:

$$y = 0.0722 + 0.0739 \sin(x.30^\circ + 130^\circ 0'0) \\ + 0.0318 \sin(x.60 + 165 2.7) \\ + 0.0142 \sin(x.90 + 21 52.6);$$

für November:

$$y = 0.0506 + 0.0254 \sin(x.30^\circ + 126^\circ 49'5) \\ + 0.0344 \sin(x.60 + 103 47.6) \\ + 0.0082 \sin(x.90 + 90 0.0);$$

für December:

$$y = 0.0583 + 0.0132 \sin(x.30^\circ + 242^\circ 35'5) \\ + 0.0209 \sin(x.60 + 122 5.6) \\ + 0.0233 \sin(x.90 + 115 27.8).$$

Aus diesen Gleichungen wurden die Änderungen im Verlaufe eines Tages abgeleitet, welche in der folgenden Tabelle enthalten sind.

Tabelle XXIV.

Tägliche Änderung der Heiterkeit aus den Gleichungen berechnet.

Morgens.

Monat.	12 ^h	13 ^h	14 ^h	15 ^h	16 ^h	17 ^h	18 ^h	19 ^h	20 ^h	21 ^h	22 ^h	23 ^h	0 ^h
Jänner . . .	0.044	0.033	0.023	0.023	0.027	0.034	0.039	0.040	0.038	0.035	0.035	0.040	0.048
Februar . . .	0.127	0.099	0.066	0.035	0.013	0.005	0.015	0.038	0.069	0.102	0.130	0.151	0.164
März	0.108	0.113	0.107	0.089	0.063	0.036	0.017	0.011	0.018	0.031	0.042	0.044	0.036
April	0.135	0.093	0.045	0.009	0.002	0.026	0.070	0.113	0.143	0.145	0.126	0.097	0.072
Mai	0.046	0.048	0.045	0.041	0.037	0.033	0.035	0.034	0.031	0.024	0.017	0.011	0.010
Juni	0.038	0.042	0.048	0.056	0.061	0.060	0.051	0.034	+0.015	-0.001	-0.007	-0.003	+0.009
Juli	0.181	0.167	0.126	0.077	0.043	0.035	0.051	0.076	0.090	0.082	0.052	+0.016	-0.011
August	0.107	0.080	0.051	0.033	0.035	0.057	0.090	0.120	0.136	0.131	0.108	0.075	0.044
September . .	0.113	0.086	0.059	0.037	0.023	0.028	0.040	0.059	0.077	0.088	0.089	0.080	0.065
October	0.142	0.119	0.088	0.054	0.023	0.005	0.003	0.014	0.031	0.042	0.043	0.033	0.018
November . . .	0.112	0.097	0.070	0.040	0.016	0.002	0.002	0.012	0.026	0.040	0.049	0.054	0.055
December . . .	0.083	0.061	0.032	0.011	0.006	0.019	0.044	0.067	0.081	0.082	0.075	0.068	0.068

Abends.

	0 ^h	1 ^h	2 ^h	3 ^h	4 ^h	5 ^h	6 ^h	7 ^h	8 ^h	9 ^h	10 ^h	11 ^h	12 ^h
Jänner	0.048	0.057	0.062	0.061	0.055	0.048	0.044	0.045	0.050	0.056	0.058	0.054	0.044
Februar	0.164	0.170	0.172	0.172	0.170	0.168	0.167	0.166	0.166	0.165	0.159	0.148	0.127
März	0.036	0.021	0.008	0.002	0.007	0.021	0.039	0.055	0.068	0.080	0.088	0.099	0.108
April	0.072	0.059	0.057	0.058	0.058	0.055	0.054	0.064	0.088	0.119	0.146	0.154	0.135
Mai	0.010	0.013	0.017	0.020	0.019	0.013	0.005	0.001	0.003	0.012	0.025	0.038	0.046
Juni	0.009	0.023	0.033	0.037	0.033	0.026	0.020	0.019	0.022	0.027	0.032	0.035	0.038
Juli	-0.011	-0.015	-0.001	+0.021	+0.034	0.033	0.023	0.017	0.030	0.065	0.116	0.161	0.181
August	0.044	0.021	0.008	0.005	0.008	0.015	0.028	0.047	0.073	0.099	0.118	0.121	0.107
September . . .	0.065	0.050	0.041	0.041	0.052	0.071	0.096	0.119	0.138	0.148	0.147	0.135	0.113
October	0.018	0.008	0.012	0.029	0.060	0.094	0.125	0.146	0.159	0.163	0.162	0.156	0.142
November	0.055	0.054	0.050	0.045	0.038	0.033	0.032	0.040	0.056	0.078	0.100	0.113	0.112
December	0.068	0.075	0.083	0.084	0.074	0.055	0.038	0.030	0.037	0.057	0.079	0.090	0.083

Die Zahlen dieser Tabelle, so wie die nach ihnen verzeichneten Curven (Beilage III) zeigen den täglichen und jährlichen Gang der Heiterkeit in sehr anschaulicher Weise. In den frühen Morgenstunden nimmt die Heiterkeit ab, und erreicht meistens schon vor 18^h ein Minimum, von welchem sie sich rasch zu einem Maximum erhebt, das noch Vormittags eintritt. In den Nachmittagsstunden ergibt sich ein zweites Minimum, und noch vor Mitternacht tritt das zweite Maximum ein.

Dieser Gang ist in der zweiten Hälfte des Jahres besser ausgeprägt als in der ersten, wahrscheinlich weil die stärkere Erwärmung der Erdrinde während des Frühlings und Sommers einen kräftigeren und regelmässigeren aufsteigenden Luftstrom hervorbringt, der bei der Vertheilung der Dünste eine so grosse Rolle spielt. Bekanntlich ruht er während der Nacht und lässt die zu diesen Stunden sich ansammelnden Dünste ungestört, daher das Minimum des Morgens. So wie er erwacht, und, unterstützt von der Sonnenwirkung, die Dünste zerstreut, wächst die Heiterkeit, aber nicht so lange als er andauert, denn das Maximum tritt zumeist in den Vormittagsstunden ein, der aufsteigende Luftstrom aber erstreckt sich auch über die Nachmittagsstunden. Allein es wird jetzt eine andere Ursache thätig, welche auf die Heiterkeit der Luft einen grossen Einfluss ausübt. Dies ist die in den höheren und kälteren Luftschichten nothwendigerweise eintretende Verdichtung der durch den aufsteigenden Strom in die Höhe geführten Dünste, welche Trübung des Himmels, Elektrizitätsentwicklung und häufige Niedererschläge zur Folge hat, daher auch das tägliche Maximum der Gewitter und der Niedererschläge in den Sommermonaten auf diese Stunden fällt. Das davon herführende Minimum der Heiterkeit zeigt sich in allen Monaten des Jahres, ausser im Februar, welcher hievon eine bemerkenswerthe Ausnahme macht, ungeachtet seine Änderungen grösser sind als die irgend eines Monats, und besonders das Minimum des Morgens ungemein scharf hervortritt. Die Monate März und April befolgen aber schon den gewöhnlichen Gang, und der letzte Monat in einer ausgezeichneten Weise. Seine Änderung hat nach Februar den grössten Werth und verdankt ihren Ursprung vielleicht dem Kampfe der Luftströmungen, welcher um diese Zeit am stärksten wird. Da im folgenden Monate zwischen diesen Strömungen wieder mehr Ruhe eintritt, der aufsteigende Strom aber wegen der geringeren Menge der in die Erdrinde eingedrungenen Wärme noch nicht seine ganze Kraft erreicht hat, so ist die Änderung im Mai auffallend klein, und gewinnt erst im Juni, und auch nur da allmählich, jene Ausdehnung, die sie während der Sommermonate zeigt und im Herbste grösstentheils beibehält.

XXII. Aus der Vergleichung dieser Curven mit denen, welche die magnetischen Änderungen darstellen, ersieht man sogleich, dass ein engerer Zusammenhang zwischen beiden Classen von Erscheinungen nicht besteht, als höchstens ein solcher, welcher in einem gemeinschaftlichen Ursprunge, mag dieser nun in den Wärmeänderungen oder wo anders zu suchen sein, seinen Grund hat. Wenn also dennoch eine engere Abhängigkeit gefunden wurde, so kann sie nur aus einer solchen Gruppierung der Beobachtungen entstanden sein, in welcher anderweitige Einflüsse nicht vollständig ausgeschieden worden sind. Um diesen Punkt mehr aufzuklären, wurden die ersten fünf Jahre des Decenniums, welches dieser Untersuchung zur Grundlage dient, nämlich die Jahrgänge 1840 bis 1844, so behandelt, dass der unmittelbare Einfluss der Heiterkeit auf die Änderungen des Erdmagnetismus, wenn ein solcher vorhanden war, daraus hervorgehen musste. Es wurde nämlich für jeden Tag die Änderung der Declination von ihrem Minimum des Morgens bis zu ihrem Maximum Nachmittags und zugleich der zwischen beiden Epochen stattgefundene Grad der Heiterkeit gerechnet. Dieser Grad ist in Zahlen ausgedrückt, je nachdem der 0·1, 0·2, 0·3. . . . Theil des sichtbaren Himmels heiter war. Nach diesem Grade der Heiterkeit wurden dann die Beobachtungen vertheilt und in vier Classen geordnet, von denen die erste Classe die Änderungen an trübigen Tagen, nämlich

die Änderungen bei der Heiterkeit von 0·0 bis 0·2						
die zweite Classe	„	„	„	„	0·3	0·4
„ dritte	„	„	„	„	0·5	0·6
„ vierte	„	„	„	„	0·7	1·0

enthält. In der folgenden Tafel sind die Ergebnisse dieser Gruppierung nach Jahren und Monaten zusammengestellt. Die Überschriften der einzelnen Spalten sind die Anzahl der Beobachtungen (n) und der Grad der Heiterkeit. Die Declinations-Änderungen sind in Scalentheilen ausgedrückt, deren einer 27·226 Bogensekunden beträgt.

Tabelle XXV.

Zusammenstellung der Declinations-Änderungen nach der Heiterkeit.

1840	n	0·0 bis 0·2	n	0·3 bis 0·4	n	0·5 bis 0·6	n	0·7 bis 1·0
Jänner	14	136	3	30	6	83	8	97
Februar	16	319	5	122	1	20	5	93
März	11	312	3	87	5	106	12	271
April	1	36	4	131	4	123	21	679
Mai	9	246	5	152	5	142	12	368
Juni	11	311	4	102	6	170	9	255
Juli	9	191	2	47	11	307	9	297
August	3	71	8	184	12	285	7	138
September	9	201	4	82	13	257	4	132
October	18	345	7	137	5	73	1	8
November	13	143	8	81	6	65	3	22
December	11	91	2	16	7	58	11	119
Summen	125	2402	55	1171	81	1689	102	2479
1841								
Jänner	18	213	5	50	2	27	6	31
Februar	17	287	3	56	5	54	3	46
März	17	307	2	43	8	161	4	77
April	6	169	6	155	6	181	12	336
Mai	6	138	2	45	5	132	18	423
Juni	11	312	6	161	3	86	11	270
Juli	13	288	6	143	6	125	6	146
August	8	188	5	147	1	21	17	367
September	2	35	8	196	3	52	17	302
October	12	203	9	92	4	76	6	96
November	17	111	6	67	3	44	4	82
December	17	110	6	50	4	20	2	8
Summen	144	2361	64	1205	50	979	106	2184
1842								
Jänner	21	158	2	14	4	37	4	24
Februar	7	117	5	58	4	37	12	133
März	18	314	6	128	2	36	5	88
April	11	286	4	110	2	56	13	301
Mai	5	113	6	144	4	72	16	372
Juni	7	171	6	105	6	134	11	293
Juli	7	137	6	97	5	96	11	241
August	0	—	3	71	5	77	23	518
September	11	171	4	109	7	114	8	128
October	14	214	6	89	5	83	7	116
November	19	224	5	86	3	24	3	43
December	23	213	2	16	2	28	4	32
Summen	143	2118	55	1027	49	794	117	2289

1843	<i>n</i>	0·0 bis 0·2	<i>n</i>	0·3 bis 0·4	<i>n</i>	0·5 bis 0·6	<i>n</i>	0·7 bis 1·0
Jänner	18	184	5	57	5	64	3	35
Februar	20	253	3	60	4	47	1	10
März	15	211	4	57	0	—	12	220
April	11	234	6	124	7	158	6	143
Mai	14	312	5	112	5	90	7	143
Juni	14	313	9	200	3	77	4	101
Juli	9	202	6	141	4	82	10	164
August	4	96	4	88	7	160	16	354
September	8	165	4	82	4	71	14	284
October	18	307	3	45	6	128	4	46
November	22	228	5	51	3	35	0	—
December	25	251	3	30	0	—	3	28
Summen	178	2756	57	1047	48	912	80	1528
1844								
Jänner	16	190	6	67	1	11	6	36
Februar	14	139	7	109	6	55	2	22
März	18	292	6	100	4	68	3	50
April	7	159	4	86	6	129	13	297
Mai	14	268	8	150	5	96	4	92
Juni	6	145	5	100	11	215	8	155
Juli	19	393	9	183	3	66	0	—
August	17	373	6	107	5	111	3	60
September	12	217	3	67	8	185	7	117
October	17	275	3	44	8	166	2	30
November	20	260	7	114	1	23	2	33
December	14	168	0	—	3	35	14	97
Summen	174	2879	64	1127	61	1160	64	989

Vereinigt man nun, wie man gewöhnlich zu thun pflegt, die in dieser Tafel gegebene Jahressumme in eine einzige, und nimmt daraus die fünfjährigen Mittel, so findet man folgende fünfjährige Mittel der Declinations-Änderungen für verschiedene Grade der Heiterkeit:

für die Heiterkeit von 0·0 bis 0·2 Declinations-Änderung = 16·4
„ „ „ „ 0·3 „ 0·4 „ = 18·8
„ „ „ „ 0·5 „ 0·6 „ = 19·2
„ „ „ „ 0·7 „ 1·0 „ = 20·2

demnach einen Unterschied zwischen der grössten und kleinsten Zahl von 3·8 Scalentheilen = 1' 43". Dies ist nahezu die Grösse, welche auch Schübler gefunden hat, der sie im Sommer auf 2' 6, im Winter auf 1' 3, also im Mittel auf 1' 95 angibt.

Es ist aber hierbei zu bemerken, dass, um diese Zahlen hervorzubringen, zwei Erscheinungen beitragen, nämlich die jährliche Änderung der Declination und die jährliche Änderung der Heiterkeit, welche letztere aus der letzten Spalte der Tabelle XXI ersehen werden kann. Diese macht, dass bei weiten die meisten Beobachtungen bei heiterer Witterung auf die Sommermonate, also in die Periode der grossen Declinations-Änderungen fallen, die meisten Beobachtungen bei trübem Himmel aber auf die Wintermonate oder in die Periode der kleinen Änderungen. Vergleicht man die Beobachtungszahl für die Heiterkeit 0·0 bis 0·2 mit der Summe der Beobachtungszahlen der übrigen drei Heiterkeitsgrade, so ist ihr Verhältniss im Winter nahezu 1:1, im Sommer ungefähr 1:3, wie man sich aus den Zahlen der vorstehenden Tafel leicht überzeugen kann. Schon aus diesem Grunde muss, auch wenn die Heiterkeit gar keinen Einfluss äussert, aus der vorgenommenen Gruppierung der Zahlen der obige Gang erscheinen. Ist aber ein solcher Einfluss wirklich

vorhanden, so ist nicht einzusehen, warum er nicht auch in den einzelnen Monaten erscheinen sollte, wenn ja die Beobachtungen so zahlreich sind, dass dadurch andere Einwirkungen aufgehoben werden.

Um dies zu untersuchen, wurden in der folgenden Tabelle die fünfjährigen Mittel der einzelnen aus Tafel XXV genommenen Monate zusammengestellt.

Tabelle XXVI.

Fünfjährige Monatmittel der Declinations-Änderungen bei verschiedener Heiterkeit.

Monat	0·0 bis 0·2	0·3 bis 0·4	0·5 bis 0·6	0·7 bis 1·0
Jänner	10·1	10·4	12·3	8·3
Februar	15·1	17·6	10·6	10·5
März	18·2	19·8	19·1	19·7
April	24·6	25·2	25·9	27·0
Mai	25·5	23·7	23·5	24·6
Juni	25·5	22·3	23·5	25·0
Juli	21·4	21·1	23·2	23·6
August	22·8	23·0	21·8	21·8
September	18·8	23·3	19·2	19·3
October	17·0	14·5	18·8	14·8
November	10·6	12·9	11·9	15·0
December	9·3	8·6	8·8	8·4
Mittel	18·2	18·5	18·2	18·2

Die in dieser Tafel zusammengestellten Monatmittel zeigen keinen von der Heiterkeit abhängigen Gang mehr, wohl aber noch manche Unregelmässigkeit, welche der zu geringen Anzahl der Beobachtungen für jeden einzelnen Monat zugeschrieben werden muss. Sie verschwinden daher auch aus den Jahresmitteln gänzlich, und diese geben für alle Grade der Heiterkeit fast genau dieselbe Declinations-Änderung, wodurch man genöthigt ist zu schliessen, dass der Heiterkeit kein Einfluss auf die Schwankungen der Declination zugeschrieben werden dürfe.

XXIII. Wenn gleich die Declinations-Änderungen einem Einflusse der Heiterkeit nicht unterliegen, so könnte ein solcher doch vielleicht auf das zweite Element, die horizontale Intensität, sich bemerkbar machen, denn es ist bekannt, dass sowohl Magnetismus, wenigstens der in Stäben vorhandene, als Heiterkeit in enger Abhängigkeit von der Temperatur sind, jener weil die Erhöhung der Temperatur eine Abnahme der Intensität hervorbringt, diese weil die Heiterkeit die Abkühlung der Erdrinde durch Strahlung und ihre Erwärmung durch die Sonne befördert. Demnach dürfte es nicht unnütz sein zu untersuchen, wie sich die Änderungen der horizontalen Intensität der magnetischen Kraft gegen jene der Heiterkeit verhalten, was ganz auf dieselbe Weise wie bei der Declination geschehen ist. Die folgende Tafel enthält die Intensitäts-Änderungen in Sealentheilen, welche den überschriebenen Graden der Heiterkeit entsprechen, und unter denen vielleicht einige negative Zahlen auffallen, die eine kurze Erklärung nöthig machen.

Die Intensitäts-Änderung ist der Unterschied zwischen den Beobachtungszahlen zur Zeit des Minimum Morgens um 22^h und des Maximum um 8^h oder 10^h Abends. In den Wintermonaten ist diese Änderung, wie man aus dem Früheren gesehen hat (Tabelle XIV—XVI, S. 110, 111, 112¹⁾), nur gering, die störenden Kräfte hingegen üben einen desto grösseren Einfluss aus. Da geschieht es nun sehr oft, dass zur Zeit des Minimum die Intensität sich grösser zeigt als zur Zeit des Maximum, was in den Zahlen der folgenden Tabelle durch das Zeichen — angedeutet wird.

1) Der Separat-Abdrücke Seite 22, 23, 24.

Tabelle XXVII.

Zusammenstellung der Intensitäts-Änderungen nach der Heiterkeit.

	<i>n</i>	0·0 bis 0·2	<i>n</i>	0·3 bis 0·4	<i>n</i>	0·5 bis 0·6	<i>n</i>	0·7 bis 1·0
1840								
Jänner	9	219	4	73	8	207	8	122
Februar	14	220	4	80	2	21	7	129
März	11	334	6	214	3	35	11	391
April	—	—	5	203	5	257	20	689
Mai	6	195	9	326	4	156	12	412
Juni	6	283	8	266	9	294	7	183
Juli	8	459	6	371	12	668	5	231
August	1	60	9	438	12	579	8	342
September	8	354	11	473	3	158	7	347
October	17	571	3	62	9	261	2	56
November	16	306	6	128	5	251	3	73
December	13	285	0	—	5	242	13	257
Summen	109	3286	71	2634	77	3129	103	3232
1841								
Jänner	20	339	3	96	4	84	4	104
Februar	17	— 16	2	— 8	4	— 20	5	— 12
März	14	457	8	204	2	4	7	160
April	5	144	7	284	9	324	9	210
Mai	4	112	5	123	6	205	16	434
Juni	9	300	7	356	8	288	6	192
Juli	9	219	8	241	9	276	5	154
August	10	520	2	144	5	254	14	560
September	2	83	6	356	3	57	18	727
October	10	391	7	263	8	292	6	191
November	17	108	4	157	5	41	4	193
December	18	— 287	7	— 205	5	— 45	1	6
Summen	135	2370	66	2011	68	1760	95	2919
1842								
Jänner	16	199	9	126	4	36	2	3
Februar	6	66	5	141	2	39	15	346
März	17	363	8	176	2	25	4	5
April	12	373	2	88	3	99	13	323
Mai	4	92	6	39	6	156	15	208
Juni	8	373	7	179	6	283	9	233
Juli	6	251	6	226	7	392	12	488
August	1	46	3	161	5	168	21	553
September	8	303	8	286	8	187	6	137
October	17	398	1	24	6	255	5	154
November	17	256	7	74	2	46	2	118
December	17	192	2	39	3	104	3	83
Summen	129	2912	64	1559	54	1790	107	2651

1843	n	0·0 bis 0·2	n	0·3 bis 0·4	n	0·5 bis 0·6	n	0·7 bis 1·0
Jänner	19	549	7	125	2	32	2	38
Februar	17	165	6	70	3	41	1	2
März	3	29	14	315	7	159	5	91
April	12	214	7	187	5	133	8	159
Mai	11	209	6	113	4	74	6	99
Juni	15	583	7	204	4	146	4	148
Juli	11	343	7	249	8	243	5	164
August	5	190	6	157	7	271	12	372
September	5	210	6	153	4	118	14	388
October	15	393	8	178	4	107	4	97
November	19	251	5	77	2	46	0	—
December	25	349	2	31	0	—	3	40
Summen	157	3305	81	1859	50	1370	64	1598
1844	n	0·0 bis 0·2	n	0·3 bis 0·4	n	0·5 bis 0·6	n	0·7 bis 1·0
Jänner	16	259	4	36	3	24	6	78
Februar	11	104	6	105	7	139	3	47
März	17	327	7	120	4	66	2	43
April	5	131	6	154	5	131	12	375
Mai	14	291	5	135	7	181	5	124
Juni	4	117	7	178	9	203	10	215
Juli	16	516	2	472	1	20	1	37
August	13	503	8	226	6	140	2	51
September	12	368	5	183	5	149	8	259
October	11	246	10	200	6	109	2	50
November	15	328	6	97	3	54	1	19
December	9	157	5	34	3	99	13	250
Summen	143	3347	81	1940	59	1315	65	1503

Wenn man, so wie es bei der Declination gesehehen ist, sämmtliche Zahlen dieser Tabelle zu Mitteln vereinigt, so findet man:

für Heiterkeit von 0·0 bis 0·2 die Intensitäts-Änderung	= 22·9
" " " 0·3 " 0·4 " " "	= 27·5
" " " 0·5 " 0·6 " " "	= 30·4
" " " 0·7 " 1·0 " " "	= 27·4

Ist gleich der Gang dieser Zahlen nicht regelmässig fortschreitend, so zeigen doch die frühen Tage eine geringere Änderung der Intensität als die heiteren, was aber so wie das in XXII gefundene Resultat eine Folge der Jahresänderung sein kann, welche auf dieses Element noch stärker einfließt als auf die Declination. Um diesen Einfluss unschädlich zu machen, wird es wieder gut sein, die einzelnen Monate für sich zu betrachten, deren fünfjährige Mittel daher in folgender Tabelle zusammengestellt wurden.

Tafel XXVIII.

Fünfjährige Monatmittel der Intensitäts-Änderungen bei verschiedener Heiterkeit.

	n	0·0 bis 0·2	n	0·3 bis 0·4	n	0·5 bis 0·6	n	0·7 bis 1·0
Jänner	80	19·6	27	16·9	21	18·2	22	15·7
Februar	65	8·3	23	17·7	18	12·2	31	16·5
März	62	24·4	43	23·9	18	16·1	29	23·8
April	34	25·4	27	33·9	27	35·0	62	28·3
Mai	39	23·8	31	23·7	27	28·6	54	23·6
Juni	42	39·4	36	32·9	36	33·7	36	27·0
Juli	50	35·8	39	40·0	37	34·2	28	38·4
August	30	44·0	28	40·2	35	40·3	57	33·0
September	35	37·7	36	32·0	23	29·1	53	35·1
October	70	28·6	29	25·1	33	34·1	19	28·8
November	84	14·9	28	19·0	17	25·8	10	40·3
December	82	8·5	16	—6·3	16	25·0	33	17·9
Mittel		25·8		24·9		27·7		27·3

Die aus dieser Tabelle gefundenen Jahresmittel zeigen eine viel grössere Übereinstimmung als die Ergebnisse der früheren Combination, und wenn diese Übereinstimmung auch nicht vollkommen ist, so beweist doch der unregelmässige Gang derselben, dass man die Ursache hiervon nicht in dem Einflusse der Heiterkeit, sondern in anderen Umständen, namentlich in den Änderungen der Temperatur und in den Störungen zu suchen habe, welche besonders im Winter eine so bedeutende Rolle spielen, dass eine sehr lange Beobachtungsreihe erfordert wird, um sie ganz unschädlich zu machen.

Man darf daher nach dieser Untersuchung der Heiterkeit keinen anderen Einfluss auf die Änderungen der magnetischen Kraft zuschreiben, als einen solchen, den sie entweder durch eine von ihr abhängige Erwärmung oder Abkühlung der Erdrinde, oder in Folge einer jährlichen Gleichung hervorbringt, welcher sie eben so wie die magnetischen Elemente unterworfen ist.

XXIV. Ein anderer Punkt, welcher der Bestätigung oder Berichtigung durch neuere Beobachtungen nicht unwerth zu sein schien, war der Zusammenhang, welchen man zwischen der magnetischen Declination und der Richtung des Windes gefunden hatte, nämlich die magnetische Windrose, nach welcher die Declination in unseren Gegenden bei Nord-Winden grösser, d. h. die Nordspitze der Nadel mehr gegen Westen gekehrt, bei Südwest-Winden kleiner wäre als in ihrer mittleren Richtung. Der Unterschied soll sich nach Hemmer's zehnjährigen Beobachtungen auf 0'90, nach Beguelin's dreijährigen auf 1'20, nach Beaufoy's dreijährigen auf 2'00 belaufen, so dass in Mannheim das Maximum der Declination bei Nordnordost- das Minimum bei Südsüdwest-Winden, in Berlin das Maximum bei Nord-, das Minimum bei Südwest-Winden, in London das Maximum bei Ostnordost-, das Minimum bei West-Winden eintritt¹⁾.

Wenn dieser Unterschied überhaupt stattfindet, so wäre es wohl am natürlichsten, ihn auf Rechnung der durch die Winde geänderten Temperatur der Luft und der Erde zu setzen, obsehon dadurch leichter eine Einwirkung auf die tägliche Änderung als auf die Grösse der Declination erklärt würde. Zuerst muss aber untersucht werden, ob auch die neueren Beobachtungen, nachdem man sie von allen übrigen Einflüssen, insbesondere von dem jährlichen Gange und der Secular-Änderung befreit hat, einen solchen Einfluss anzeigen, und es wurden daher schon vor mehreren Jahren die Mailänder Beobachtungen, welche von 1836 bis 1838 angeführt worden sind²⁾, zu dieser Untersuchung verwendet. Man verfuhr hierbei nach folgenden Regeln.

1. Die Stärke der Winde wurde in so weit berücksichtigt, dass Winde von doppelter Stärke als zwei Winde von einfacher, Winde von dreifacher Stärke als drei Winde von einfacher Stärke angesehen wurden.

2. Es wurden acht Windrichtungen in Betracht gezogen, und die beobachteten Zwischenwinde den nächsten Hauptwinden zugetheilt, z. B. OSO, wurde O. gleichgesetzt.

3. Wenn an einem Tage zwei Winde gleichmässig wehten, so wurde der aus ihnen zusammengesetzte Wind genommen, z. B. N. und O. gaben NO.; wehte einer von ihnen nur kurze Zeit, so galt der vorherrschende Wind.

4. Wehten an selbem Tage zwei Winde aus entgegengesetzter Richtung, oder wechselten sie aus mehr als zwei Richtungen, so wurde der Tag gar nicht in Rechnung gezogen.

5. Eben so wurden die Tage ausgelassen, an denen starke magnetische Störungen eintraten.

Um den täglichen und jährlichen Gang der Declination unschädlich zu machen, wurden nur die Tagesmittel angewendet, welche vom Jänner bis September 1836 aus den Stunden 19^h (7^h Morgens), 1^h und 11^h, von da an aus den Stunden 20^h (8^h Morg.), 1^h und 11^h gerechnet worden sind. Diese Tagesmittel wurden nach

¹⁾ Siehe Kämtz's Lehrbuch der Meteorologie III. Bd., S. 443.

²⁾ Osservazioni sull' intensità e sulla direzione della forza magnetica. Milano 1839. (Supplemento alle Effemeridi astronomiche di Milano 1839.)

den Winden geordnet, und aus den Tagen, an welchen in irgend einem Monate ein bestimmter Wind wehte, das Mittel (der mittlere Tag = n), so wie aus den an diesen Tagen gefundenen mittleren Declinationen das Mittel = Δ genommen. Diese Declination wurde dann zunächst auf das Mittel des folgenden Monates reducirt nach der Formel

$$\frac{45-n}{30} (D'-D)$$

wo D und D' die Monatmittel jener Monate sind, zwischen welchen n lag, und welche natürlich für die Mitte eines jeden Monates geltend angesehen wurden. In dieser Formel behält n seinen gefundenen Werth, wenn es in der letzten Hälfte des Monates lag; dieser Werth wurde aber um 30 vermehrt, wenn n in die erste Hälfte des folgenden Monates fiel. Die Epoche, auf welche alle Δ gebracht wurden, war die Hälfte des December 1838, und wenn für diese Epoche die Declination = d ist, so hat man die Reductionsformel:

$$\Delta' = \Delta + \frac{45-n}{30} (D' - D) + d - D'$$

Die Tabelle XXIX gibt die Mittel (Δ) der nicht reducirten Declinationen für die einzelnen Winde und Monate an, so wie die Anzahl (N) der Beobachtungstage, aus welchen die beigesetzte Declination gefunden wurde. Die Zahlen sind übrigens um den constanten Fehler von 22' 23" 5 zu gross (Osserv. sull' intensità ecc. pag. 3), ein Umstand, welcher in dem vorliegenden Falle, wo es sich nur um Differenzen handelt, von keiner Bedeutung ist.

Tabelle XXIX.

Beobachtete Declination in Mailand.

1836	Süd		Süd-West		West		Nord-West		Nord		Nord-Ost		Ost		Süd-Ost	
	N	Δ	N	Δ	N	Δ	N	Δ	N	Δ	N	Δ	N	Δ	N	Δ
		18°		18°		18°		18°		18°		18°		18°		18°
Jänner . . .	1	42' 36" 2	4	44' 24" 4	1	44' 36" 7	7	43' 41" 3	3	41' 52" 6	4	42' 43" 3	5	42' 13" 5	—	—
Februar . . .	2	42' 27" 2	—	—	2	46' 21" 8	2	45' 18" 9	5	44' 9" 7	11	44' 39" 5	4	43' 24" 3	2	44' 4" 5
März	—	—	1	45' 53" 3	5	45' 53" 4	3	46' 24" 5	5	46' 43" 4	7	45' 39" 4	7	45' 54" 8	—	—
April	2	47' 41" 8	2	43' 42" 9	1	43' 30" 9	3	44' 59" 5	4	45' 37" 1	3	45' 26" 6	9	46' 0" 4	3	45' 20" 4
Mai	4	45' 18" 7	5	45' 28" 3	3	44' 45" 4	3	45' 27" 7	2	44' 49" 5	1	45' 26" 1	9	45' 0" 8	3	43' 56" 2
Juni	2	43' 5" 2	7	44' 56" 7	4	45' 2" 4	1	44' 51" 5	3	45' 6" 9	1	44' 39" 0	5	43' 24" 4	2	43' 22" 7
Juli	3	43' 46" 4	1	45' 33" 1	2	43' 34" 5	1	43' 3" 7	3	44' 13" 9	2	43' 12" 4	16	44' 19" 2	1	43' 9" 3
August	2	41' 18" 7	1	44' 17" 4	3	43' 26" 1	—	—	—	—	3	41' 32" 5	14	40' 28" 4	4	41' 18" 5
September . .	—	—	5	39' 35" 9	—	—	—	—	1	40' 11" 7	2	39' 47" 5	15	38' 53" 0	1	38' 6" 7
October . . .	5	35' 2" 0	2	35' 18" 8	—	—	—	—	1	36' 26" 0	4	35' 33" 4	10	35' 29" 9	2	35' 12" 0
November . . .	2	35' 38" 5	5	34' 6" 4	—	—	2	33' 52" 5	1	31' 56" 5	5	34' 26" 3	9	35' 17" 4	2	35' 27" 6
December . . .	5	34' 0" 2	6	33' 43" 5	4	33' 38" 0	1	33' 59" 5	5	33' 27" 5	4	33' 34" 9	8	33' 23" 3	1	32' 40" 6
1837																
Jänner	2	31' 36" 4	11	34' 25" 9	4	34' 1" 2	1	34' 40" 9	—	—	8	35' 6" 2	2	33' 16" 1	2	34' 42" 0
Februar	1	31' 58" 3	3	30' 53" 9	5	32' 25" 6	1	31' 37" 9	2	32' 5" 9	6	31' 44" 4	6	31' 22" 3	1	30' 20" 9
März	1	31' 58" 6	3	31' 23" 0	2	31' 35" 9	—	—	5	32' 18" 4	7	32' 52" 6	8	32' 32" 0	2	32' 28" 2
April	3	31' 15" 2	3	31' 36" 9	3	31' 32" 0	—	—	2	30' 43" 4	4	31' 35" 4	12	31' 19" 2	1	30' 46" 4
Mai	2	32' 58" 6	7	32' 30" 8	1	31' 47" 3	3	31' 13" 9	6	32' 19" 4	7	32' 9" 7	2	32' 57" 2	2	32' 13" 3
Juni	5	34' 20" 3	5	34' 34" 9	—	—	—	—	—	—	4	35' 29" 3	9	34' 45" 5	3	34' 43" 9
Juli	3	32' 29" 2	5	32' 44" 4	1	30' 3" 1	—	—	1	33' 0" 6	1	33' 11" 3	16	32' 10" 4	1	32' 38" 3
August	4	31' 41" 6	4	31' 32" 6	1	30' 8" 1	2	31' 1" 0	—	—	3	31' 28" 6	16	32' 4" 1	1	31' 43" 9
September . .	1	33' 20" 8	2	33' 15" 6	2	32' 59" 4	2	32' 52" 1	—	—	5	32' 3" 3	15	33' 42" 0	2	35' 11" 8
October	2	31' 7" 4	1	33' 55" 4	1	31' 47" 3	1	32' 38" 1	3	33' 21" 1	5	32' 13" 3	12	32' 57" 1	3	33' 47" 1
November . . .	1	33' 1" 5	6	31' 38" 2	3	32' 43" 1	—	—	7	31' 27" 8	2	33' 38" 7	7	32' 28" 9	—	—
December . . .	2	31' 0" 0	4	32' 14" 7	6	32' 3" 3	3	31' 54" 6	4	31' 18" 7	1	29' 20" 0	8	31' 35" 5	1	31' 49" 1

1838	Süd		Süd-West		West		Nord-West		Nord		Nord-Ost		Ost		Süd-Ost	
	N	Δ	N	Δ	N	Δ	N	Δ	N	Δ	N	Δ	N	Δ	N	Δ
	18°		18°		18°		18°		18°		18°		18°		18°	
Jänner . . .	—	—	5	31' 40" 2	5	32' 54" 3	2	31' 6" 7	3	31' 51" 9	5	31' 32" 8	6	32' 13" 2	1	32' 1" 9
Februar . . .	—	—	5	35 0·0	1	36 51·4	2	33 27·9	7	34 5·3	3	34 7·2	7	34 31·4	—	—
März . . .	—	—	3	34 30·3	3	34 57·8	1	36 41·5	2	34 29·9	4	34 5·6	8	34 34·3	3	33 22·8
April . . .	1	31' 18" 7	3	33 21·2	1	32 3·6	1	31 42·7	4	32 40·3	5	33 25·7	5	33 2·3	2	32 23·9
Mai . . .	4	33 14·2	4	33 10·7	2	32 2·4	1	32 3·5	3	32 47·1	3	33 2·9	4	32 1·6	1	32 51·8
Juni . . .	1	34 42·2	4	33 40·7	6	34 29·2	—	—	5	34 36·3	3	34 40·8	3	33 56·4	1	34 48·2
Juli . . .	—	—	—	—	7	32 14·7	1	32 59·3	—	—	3	31 53·5	9	32 18·9	1	32 3·7
August . . .	—	—	1	29 58·0	3	29 27·8	1	29 58·8	—	—	4	30 22·9	9	30 0·1	2	29 48·5
September .	—	—	—	—	5	28 57·7	4	29 2·6	4	29 10·3	5	28 15·9	6	30 34·3	—	—
October . .	—	—	—	—	3	28 38·2	6	28 8·9	2	28 52·1	4	29 44·4	8	29 16·5	—	—
November .	—	—	—	—	8	29 12·0	7	27 54·8	3	28 32·9	—	—	7	28 53·3	—	—
December .	—	—	—	—	7	27 31·8	4	28 35·1	6	28 20·6	3	28 55·2	5	28 42·6	—	—

Wenn man diese Declinationen auf die oben angegebene Weise reducirt, und die Jahresmittel, so wie die Gesammtmittel nimmt, so ergeben sich folgende Zahlen:

Tabelle XXX.

Jahres- und Gesammtmittel der reducirtten Declination in Mailand.

Wind	1836	1837	1838	Gesammt- mittel
Süd . . .	18° 28' 12" 7	18° 27' 50" 9	18° 28' 11" 9	18° 28' 2" 1
Süd-West . .	28 51·6	28 5·2	27 57·0	28 6·1
West . . .	28 46·2	27 45·1	28 6·9	28 10·4
Nord-West .	28 22·6	27 56·4	27 47·2	28 1·9
Nord . . .	28 24·6	28 5·8	27 59·9	28 11·6
Nord-Ost . .	28 31·4	27 57·4	28 12·7	28 13·7
Ost . . .	28 18·9	28 13·9	28 17·5	28 16·7
Süd-Ost . .	28 8·7	28 18·7	28 28·0	28 19·6

Diese Zahlen zeigen nur ganz geringe Unterschiede, welche, wie aus ihrem Gange zu schliessen ist, nicht in dem Einflusse der Winde, sondern in anderen Störungen ihren Grund haben, und wenn ja die Winde auch auf den Stand der Magnetnadel eine Wirkung äussern, so muss sie sehr gering sein, und von anderen Einflüssen leicht verdeckt werden.

Leichter erkennbar dürfte diese Wirkung vielleicht in den Intensitäts-Änderungen sein, da sie viel mehr als die der Declination von den Wärmeänderungen abhängen, auf welche bekanntlich die Winde sehr erkennbar einwirken. Eine solche Wirkung lässt sich aber schon von vorne herein erwarten, da jede Ursache, welche eine Temperatur-Erhöhung hervorbringt, den Magnetismus schwächt und umgekehrt. Es würde sich demnach nur darum handeln, ob auch die wegen Wärme corrigirten Intensitäts-Beobachtungen einen Einfluss der Winde anzeigen. Um diese Frage zu beantworten wurden auch die in Mailand gemessenen Schwingungsdauern auf dieselbe Weise zusammengestellt, wie dies mit den Declinationen gesehehen ist, und gaben, wegen Wärme corrigirt und auf dieselbe Epoche zurückgeführt, folgende Jahres- und Gesammtmittel:

Tabelle XXXI.

Jahres- und Gesamt-Mittel der reducirten Schwingungsdauern in Mailand.

Wind	1836	1837	1838	Gesamt-Mittel
Süd	22 ^s 122659	22 ^s 120733	22 ^s 117913	22 ^s 121165
Süd-West	117327	117538	118363	118009
West	119151	120648	119903	119972
Nord-West	119020	117067	123175	120207
Nord	121298	122588	118504	120669
Nord-Ost	121195	120103	120180	120478
Ost	118945	118930	117151	118325
Süd-Ost	120150	121081	117313	119794

Auch hier zeigen die Gesamtmittel einige kleine Unterschiede, deren Vertheilung jedoch nicht der Art ist, dass man daraus auf einen Einfluss der Windrichtung schliessen könnte.

Um jedoch wo möglich eine entscheidende Antwort auf die vorgelegte Frage zu erlangen, wurden auch zehnjährige Declinations-Beobachtungen von Prag der Rechnung unterworfen. Die Verhältnisse der Luftströmung sind an beiden Beobachtungsorten der örtlichen Umstände wegen, gänzlich verschieden. Die lombardisch-venetianische Ebene, von drei Seiten durch hohe Gebirge geschlossen und nur gegen Osten geöffnet, gestattet den Ostwinden vorzugsweise den Zutritt, während Prag von allen Seiten gleichmässig mit nicht bedeutenden Anhöhen umgeben Luftströmungen unterworfen ist, die nach den allgemeinen Gesetzen der Passate wechseln. Man ersieht dies deutlich aus der folgenden Zusammenstellung, welche die Anzahl der Tage enthält, an welchen während der benützten Perioden (in Mailand 1836—38, in Prag 1840—49) bestimmte Winde vorherrschend waren.

Tabelle XXXII.

Anzahl der Tage mit vorherrschenden Winden.

Wind	Mailand	Prag
Süd	61	384
Süd-West	118	712
West	105	609
Nord-West	66	409
Nord	102	410
Nord-Ost	142	140
Ost	301	396
Süd-Ost	51	258

Während also in Mailand die Ostwinde die häufigsten sind, und die Südwestwinde ein viel kleineres Maximum zeigen, sind in Prag die Südwestwinde die vorherrschenden, und die Ostwinde treten nur in einem untergeordneten Maximum auf.

Wenn demnach überhaupt ein Einfluss der Luftströmungen auf die magnetischen Erscheinungen vorhanden ist, so muss sich dieser der Vertheilung der Winde gemäss darstellen, und beide Beobachtungsorte müssten ihn in ihrem Gegensatze um so deutlicher hervortreten lassen.

Die folgende Tabelle enthält die zehnjährigen Monatmittel der Declination in Prag in Scalentheilen ausgedrückt, deren einer den Werth 27^{''}.226 hat, so wie die Anzahl der Beobachtungen (*n*). Sie sind aus den Mittelwerthen der Tage nach dem in einer früheren Abhandlung¹⁾ angegebenen Verfahren gefunden worden, und daher von der täglichen, so wie durch Zurückführung auf eine feste Epoche von der jährlichen und seculären Änderung befreit. Die Störungen wurden durch Auslassung der bedeutenderen Störungstage beseitigt.

¹⁾ Einfluss des Mondes auf die magnetische Declination. Denkschriften der Wiener Akad. der Wissensch. III. Bd., §. II und X, insbesondere Tafel XVII.

Tabelle XXXIII.

Zehnjährige Monatmittel der Declination in Prag bei verschiedenen Winden.

	n	S.	n	SW.	n	W.	n	NW.	n	N.	n	NO.	n	O.	n	SO.
Jänner	63	416·71	61	416·33	43	416·55	26	416·62	37	416·07	10	416·13	29	416·76	23	416·44
Februar	40	416·61	61	416·65	59	416·47	20	416·61	24	416·15	6	416·36	27	416·93	16	416·57
März	33	416·30	53	416·64	52	417·05	44	416·28	21	415·43	13	417·55	32	417·25	33	416·81
April	21	416·60	47	416·74	33	415·69	33	416·14	42	416·49	20	416·80	55	416·68	22	417·11
Mai	14	417·51	26	416·31	46	416·70	32	416·59	58	416·38	28	416·85	48	417·06	22	416·31
Juni	15	417·01	39	416·86	66	416·51	52	416·22	51	416·83	9	415·37	15	416·29	14	416·60
Juli	22	416·83	69	416·58	58	417·02	60	416·64	47	416·59	7	416·54	10	416·05	9	416·35
August	27	417·50	53	416·98	57	416·65	35	416·47	40	416·54	16	417·14	39	416·56	16	416·65
September	23	416·51	53	416·81	48	417·10	39	416·77	33	416·44	11	417·78	48	416·40	18	416·17
October	43	416·66	85	416·42	63	417·08	31	416·38	15	416·30	5	417·71	25	416·42	21	416·33
November	42	416·73	82	416·29	40	417·27	15	416·98	20	416·54	8	417·02	25	417·03	42	416·50
December	41	416·65	83	416·54	44	416·53	22	415·98	22	416·38	7	416·84	43	416·54	22	416·42
Mittel		416·74		416·57		416·74		416·46		416·41		416·87		416·71		416·54

Nach den Gesamtmitteln dieser Tabelle ist die Richtung der Magnetenadel bis auf ungefähr einen halben Scalentheil bei allen Winden dieselbe. Bei der grossen Anzahl der Beobachtungen und der Sorgfalt, mit welcher sie angestellt und berechnet worden sind, könnte man in diesen kleinen Unterschieden ein, wenn auch schwaches, Anzeichen eines Einflusses der Windrichtung auf jene der Nadel erkennen, wenn nicht der grösste und kleinste Werth der Declination unmittelbar neben einander lägen, nämlich der Werth 416·41 bei Nord-, der Werth 416·87 bei Nordost-Winden, was wohl unbestreitbar auf eine andere Quelle dieser Unterschiede hindeutet.

Man muss daraus schliessen, dass auch dieser Einfluss, welchen frühere Beobachtungen angedeutet haben, nur scheinbar ist, und durch die neueren und schärferen Messungen wieder in Frage gestellt wurde.

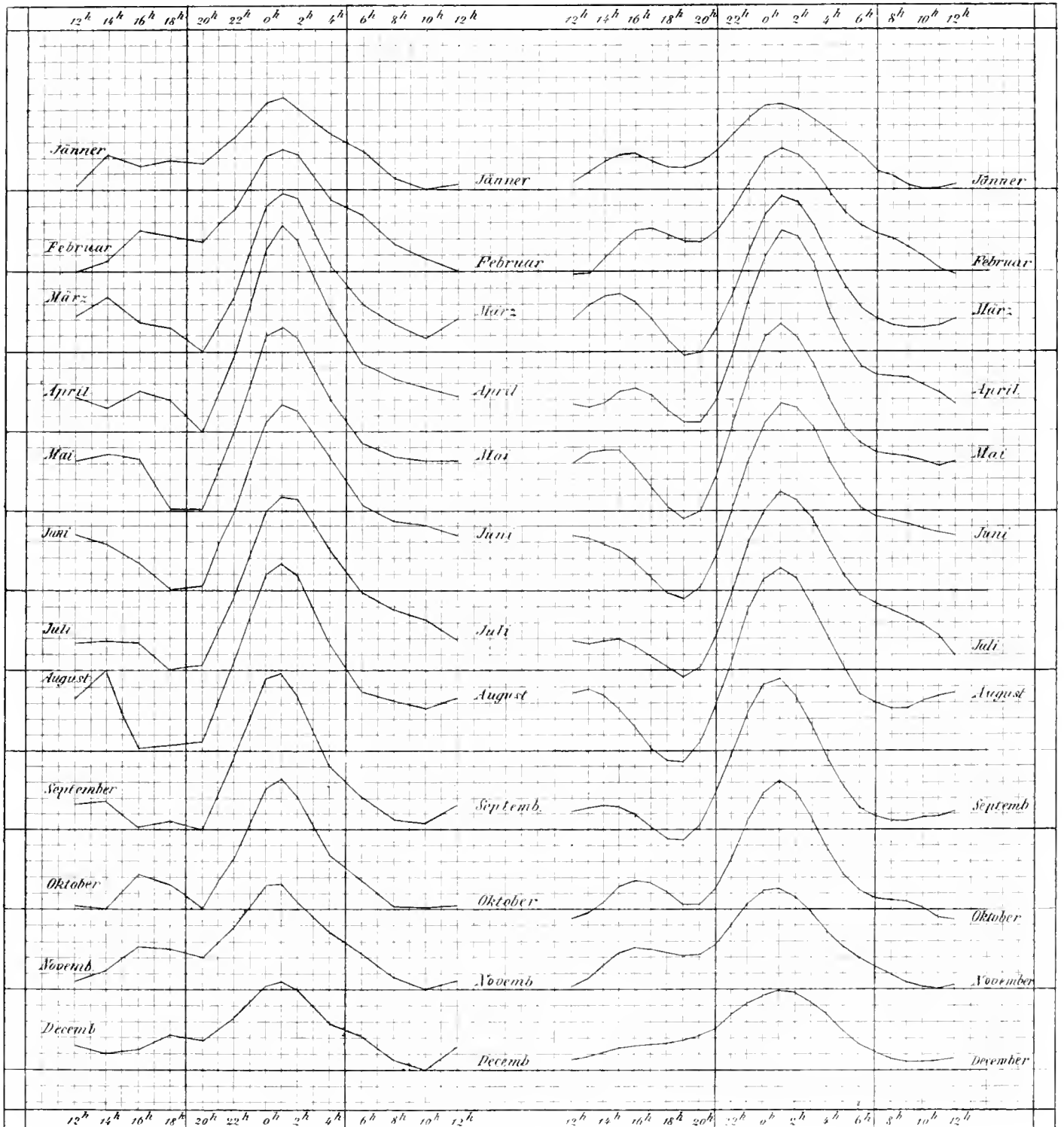
Tägliche Änderung der magnetischen Declination.

(Die stärkeren Horizontallinien entsprechen dem Nullpunkte der Tafeln I und II Seite 91.94.)

Jeder Netztheil beträgt eine Bogenminute.

Nach der Beobachtung:

Nach der Berechnung:



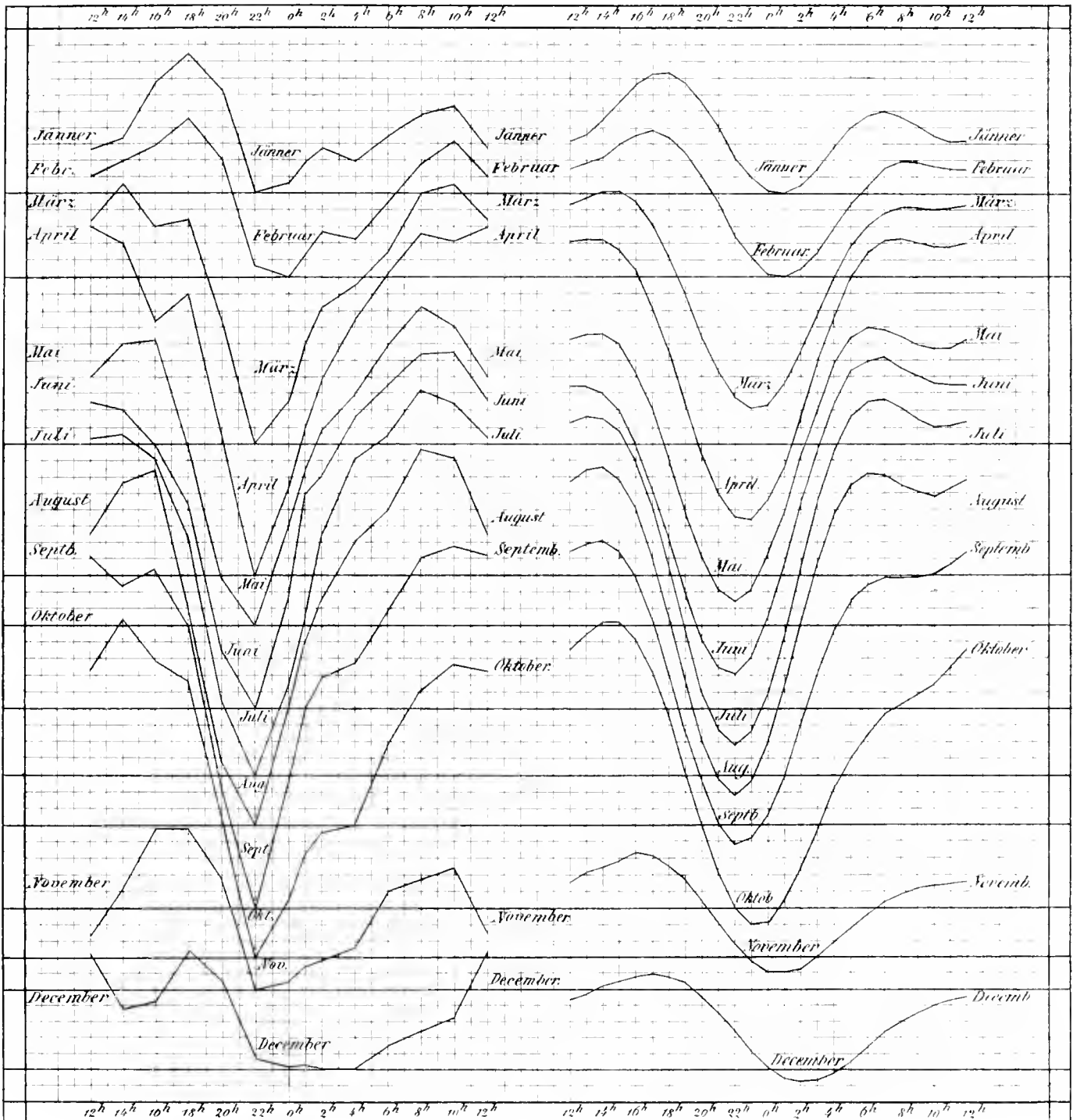
Tägliche Änderung der horizontalen Intensität.

(Die stärkeren Horizontallinien entsprechen dem Nullpunkte der Tafeln IX und X.)

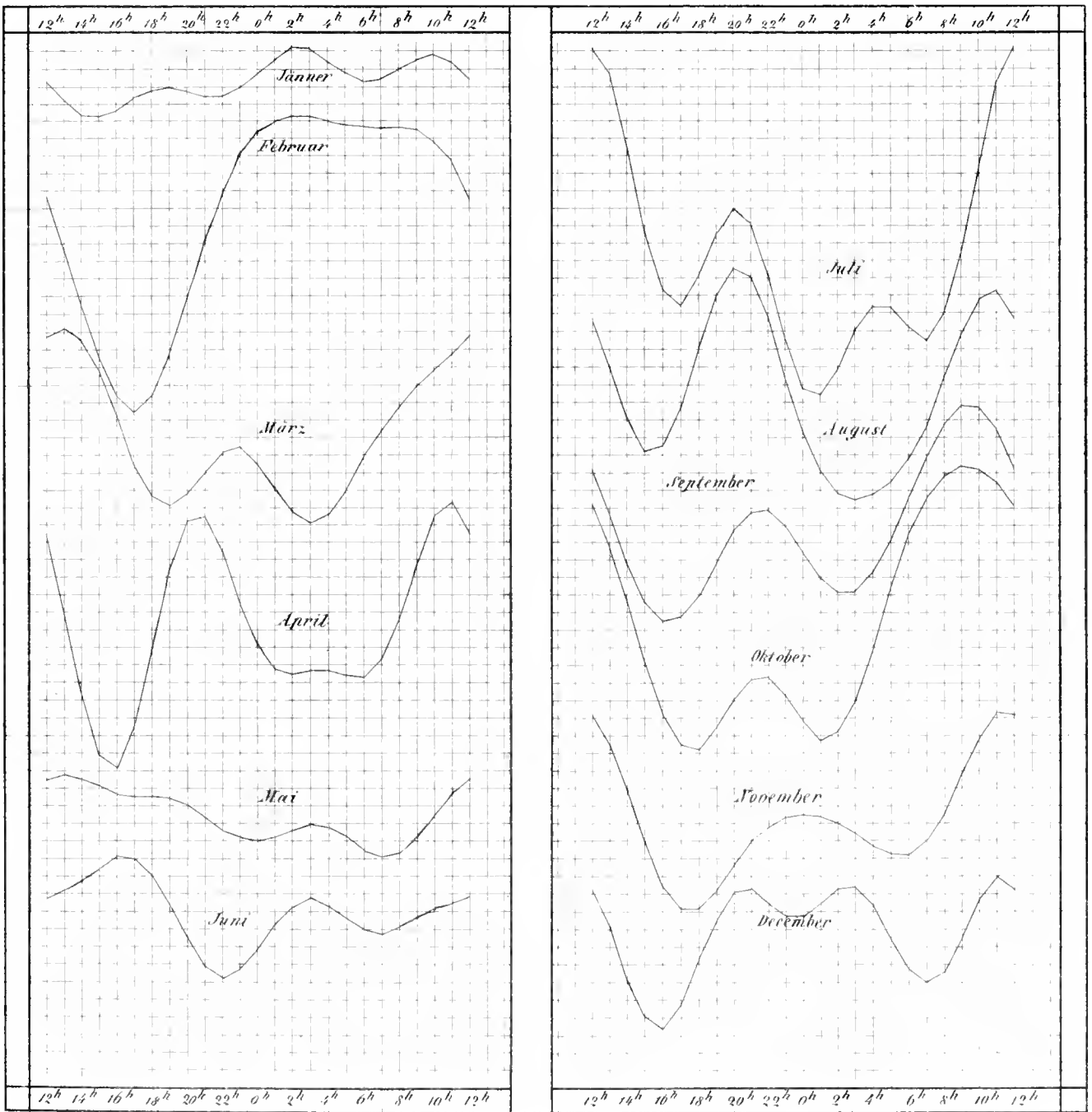
Jeder Netztheil bedeutet $\frac{1}{10000}$ der horizontalen Intensität.

Nach der Beobachtung.

Nach der Berechnung.



'Tägliche Änderung' der Heiterkeit.
 Nach der Berechnung
 Jeder Netztheil beträgt 0.01 des sichtbaren Himmels.



THEORIE DER SONNENFINSTERNISSE,
 DER DURCHGÄNGE
DER UNTEREN PLANETEN VOR DER SONNE
 UND DER
STERNBEDECKUNGEN FÜR DIE ERDE ÜBERHAUPT.

VON J. A. GRUNERT,

CORRESPONDIRENDEM MITGLIEDE DER KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

(VORGELEGT IN DER SITZUNG DER MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHEN CLASSE AM XII. OCTOBER MDCCCLIV.)

Erstes Capitel.

Über die Ebene, welche durch eine der Lage nach gegebene gerade Linie im Raume geht.

I.

Wenn die der Lage nach gegebene gerade Linie durch zwei gegebene Punkte im Raume bestimmt ist.

§. 1.

Ein rechtwinkliges Coordinatensystem der xyz zu Grunde legend, wollen wir die Coordinaten der beiden gegebenen Punkte, durch welche die Lage der gegebenen geraden Linie im Raume bestimmt wird, durch f, g, h und f_1, g_1, h_1 bezeichnen, und wollen nun zuerst die Gleichung der durch diese beiden Punkte und den Anfang der Coordinaten gehenden Ebene suchen, welche bekanntlich im Allgemeinen die Form

$$1) \quad \mathfrak{A}x + \mathfrak{B}y + \mathfrak{C}z = 0$$

hat.

Da diese Ebene durch die beiden Punkte (fgh) und $(f_1g_1h_1)$ gehen soll, so haben wir die beiden Gleichungen

$$\begin{aligned} \mathfrak{A}f + \mathfrak{B}g + \mathfrak{C}h &= 0, \\ \mathfrak{A}f_1 + \mathfrak{B}g_1 + \mathfrak{C}h_1 &= 0; \end{aligned}$$

aus denen sich leicht

$$\begin{aligned} (hf_1 - fh_1) \mathfrak{A} - (gh_1 - hg_1) \mathfrak{B} &= 0, \\ (fg_1 - gf_1) \mathfrak{B} - (hf_1 - fh_1) \mathfrak{C} &= 0, \\ (gh_1 - hg_1) \mathfrak{C} - (fg_1 - gf_1) \mathfrak{A} &= 0 \end{aligned}$$

oder

$$\begin{aligned}(hf_1 - fh_1) \mathfrak{A} &= (gh_1 - hg_1) \mathfrak{B}, \\ (fg_1 - gf_1) \mathfrak{B} &= (hf_1 - fh_1) \mathfrak{C}, \\ (gh_1 - hg_1) \mathfrak{C} &= (fg_1 - gf_1) \mathfrak{A},\end{aligned}$$

ergibt. Bezeichnen wir jetzt die Gleichungen der Projectionen der durch die beiden Punkte (fgh) und $(f_1g_1h_1)$ gehenden geraden Linie auf den Ebenen der xy , yz , zx respective durch

$$\begin{aligned}\mathfrak{A}_1x + \mathfrak{B}_1y + \mathfrak{C}_1 &= 0, \\ \mathfrak{A}_2y + \mathfrak{B}_2z + \mathfrak{C}_2 &= 0, \\ \mathfrak{A}_3z + \mathfrak{B}_3x + \mathfrak{C}_3 &= 0;\end{aligned}$$

so ist

$$\begin{aligned}\mathfrak{A}_1f + \mathfrak{B}_1g + \mathfrak{C}_1 &= 0, \\ \mathfrak{A}_2g + \mathfrak{B}_2h + \mathfrak{C}_2 &= 0, \\ \mathfrak{A}_3h + \mathfrak{B}_3f + \mathfrak{C}_3 &= 0\end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned}\mathfrak{A}_1f_1 + \mathfrak{B}_1g_1 + \mathfrak{C}_1 &= 0, \\ \mathfrak{A}_2g_1 + \mathfrak{B}_2h_1 + \mathfrak{C}_2 &= 0, \\ \mathfrak{A}_3h_1 + \mathfrak{B}_3f_1 + \mathfrak{C}_3 &= 0;\end{aligned}$$

also, wie man hieraus leicht findet:

$$\begin{aligned}(fg_1 - gf_1) \mathfrak{A}_1 - (g - g_1) \mathfrak{C}_1 &= 0, \\ (gh_1 - hg_1) \mathfrak{A}_2 - (h - h_1) \mathfrak{C}_2 &= 0, \\ (hf_1 - fh_1) \mathfrak{A}_3 - (f - f_1) \mathfrak{C}_3 &= 0\end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned}(fg_1 - gf_1) \mathfrak{B}_1 + (f - f_1) \mathfrak{C}_1 &= 0, \\ (gh_1 - hg_1) \mathfrak{B}_2 + (g - g_1) \mathfrak{C}_2 &= 0, \\ (hf_1 - fh_1) \mathfrak{B}_3 + (h - h_1) \mathfrak{C}_3 &= 0,\end{aligned}$$

so wie

$$\begin{aligned}(hf_1 - fh_1) \mathfrak{A}_1 - (gh_1 - hg_1) \mathfrak{B}_1 + (h - h_1) \mathfrak{C}_1 &= 0, \\ (fg_1 - gf_1) \mathfrak{A}_2 - (hf_1 - fh_1) \mathfrak{B}_2 + (f - f_1) \mathfrak{C}_2 &= 0, \\ (gh_1 - hg_1) \mathfrak{A}_3 - (fg_1 - gf_1) \mathfrak{B}_3 + (g - g_1) \mathfrak{C}_3 &= 0.\end{aligned}$$

Wäre nun zugleich

$$fg_1 - gf_1 = 0, \quad gh_1 - hg_1 = 0, \quad hf_1 - fh_1 = 0,$$

so wäre nach den vorhergehenden Gleichungen:

$$\begin{aligned}(f - f_1) \mathfrak{C}_1 = (g - g_1) \mathfrak{C}_1 = (h - h_1) \mathfrak{C}_1 &= 0, \\ (f - f_1) \mathfrak{C}_2 = (g - g_1) \mathfrak{C}_2 = (h - h_1) \mathfrak{C}_2 &= 0, \\ (f - f_1) \mathfrak{C}_3 = (g - g_1) \mathfrak{C}_3 = (h - h_1) \mathfrak{C}_3 &= 0.\end{aligned}$$

Fallen also, was hier nothwendig vorausgesetzt werden muss, die beiden Punkte (fgh) und $(f_1g_1h_1)$ nicht zusammen, so ist nicht zugleich

$$f - f_1 = 0, \quad g - g_1 = 0, \quad h - h_1 = 0;$$

folglich nach dem Obigen:

$$\mathfrak{C}_1 = 0, \quad \mathfrak{C}_2 = 0, \quad \mathfrak{C}_3 = 0;$$

also sind die Gleichungen der Projectionen der durch die beiden Punkte (fgh) und $(f_1g_1h_1)$ gehenden geraden Linie auf den Ebenen der xy , yz , zx respective:

$$\begin{aligned}\mathfrak{A}_1 x + \mathfrak{B}_1 y &= 0, \\ \mathfrak{A}_2 y + \mathfrak{B}_2 z &= 0, \\ \mathfrak{A}_3 z + \mathfrak{B}_3 x &= 0;\end{aligned}$$

woraus sich ergibt, dass unter der gemachten Voraussetzung, — unter der Voraussetzung nämlich, dass zugleich

$$fg_1 - gf_1 = 0, \quad gh_1 - hg_1 = 0, \quad hf_1 - fh_1 = 0$$

sei. — diese drei Projectionen durch den Anfang der Coordinaten gehen, und dass also unter der in Rede stehenden Voraussetzung auch die durch die beiden Punkte (fgh) und $(f_1 g_1 h_1)$ der Lage nach bestimmte gerade Linie selbst durch den Anfang der Coordinaten geht, ein specieller Fall, den wir von allen unseren folgenden Betrachtungen ausschliessen werden, und deshalb auch zu der Annahme berechtigt sind, dass nicht zugleich

$$fg_1 - gf_1 = 0, \quad gh_1 - hg_1 = 0, \quad hf_1 - fh_1 = 0$$

sei.

Nehmen wir nun beispielsweise an, dass nicht

$$fg_1 - gf_1 = 0$$

sei, und setzen

$$\mathfrak{C} = \lambda (fg_1 - gf_1),$$

wo λ einen gewissen Factor bezeichnet, so ergibt sich aus der zweiten und dritten der drei folgenden aus dem Obigen bekannten Gleichungen:

$$\begin{aligned}(hf_1 - fh_1) \mathfrak{A} &= (gh_1 - hg_1) \mathfrak{B}, \\ (fg_1 - gf_1) \mathfrak{B} &= (hf_1 - fh_1) \mathfrak{C}, \\ (gh_1 - hg_1) \mathfrak{C} &= (fg_1 - gf_1) \mathfrak{A}\end{aligned}$$

auf der Stelle:

$$\mathfrak{B} = \lambda (hf_1 - fh_1), \quad \mathfrak{A} = \lambda (gh_1 - hg_1);$$

also überhaupt:

$$\mathfrak{A} = \lambda (gh_1 - hg_1), \quad \mathfrak{B} = \lambda (hf_1 - fh_1), \quad \mathfrak{C} = \lambda (fg_1 - gf_1).$$

Wäre nun $\lambda = 0$, so wäre

$$\mathfrak{A} = 0, \quad \mathfrak{B} = 0, \quad \mathfrak{C} = 0,$$

was offenbar ungereimt ist, so lange, wie wir hier natürlich annehmen, die Gleichung

$$\mathfrak{A}x + \mathfrak{B}y + \mathfrak{C}z = 0$$

irgend einer bestimmten Ebene entspricht, indem natürlich die Gleichung

$$0 \cdot x + 0 \cdot y + 0 \cdot z = 0 \text{ oder } 0 = 0$$

eine bestimmte Ebene gar nicht charakterisiren kann. Also ist nicht $\lambda = 0$, und weil nun nach dem Obigen die Gleichung der durch die Punkte (fgh) und $(f_1 g_1 h_1)$ und durch den Anfang der Coordinaten gehenden Ebene, d. h. die Gleichung der Ebene, welche durch die gerade Linie, deren Lage durch die Punkte (fgh) und $(f_1 g_1 h_1)$ bestimmt wird, und durch den Anfang der Coordinaten geht,

$$\lambda (gh_1 - hg_1) x + \lambda (hf_1 - fh_1) y + \lambda (fg_1 - gf_1) z = 0$$

ist, so ist diese Gleichung, wenn man durch das nicht verschwindende λ dividirt:

$$2) \quad (gh_1 - hg_1) x + (hf_1 - fh_1) y + (fg_1 - gf_1) z = 0.$$

und es kann daher

$$3) \quad \mathfrak{A} = gh_1 - hg_1, \quad \mathfrak{B} = hf_1 - fh_1, \quad \mathfrak{C} = fg_1 - gf_1$$

gesetzt werden.

Weil die in Rede stehende Ebene durch die Punkte (fgh) und $(f_1g_1h_1)$ geht, so hat man nach 2) die beiden folgenden Relationen:

$$4) \quad \begin{cases} f(gh_1 - hg_1) + g(hf_1 - fh_1) + h(fg_1 - gf_1) = 0, \\ f_1(gh_1 - hg_1) + g_1(hf_1 - fh_1) + h_1(fg_1 - gf_1) = 0; \end{cases}$$

deren Richtigkeit übrigens auch sogleich ganz von selbst in die Augen fällt, und die Gleichung unserer Ebene kann daher auch unter einer der beiden folgenden Formen dargestellt werden:

$$5) \quad \begin{cases} (gh_1 - hg_1)(x - f) + (hf_1 - fh_1)(y - g) + (fg_1 - gf_1)(z - h) = 0, \\ (gh_1 - hg_1)(x - f_1) + (hf_1 - fh_1)(y - g_1) + (fg_1 - gf_1)(z - h_1) = 0. \end{cases}$$

§. 2.

Die Gleichung einer anderen beliebigen Ebene, welche durch die gerade Linie, die der Lage nach durch die beiden Punkte (fgh) und $(f_1g_1h_1)$ bestimmt wird, gelegt ist, aber nicht durch den Anfang der Coordinaten geht, sei

$$6) \quad Ax + By + Cz + D = 0.$$

Weil nach der Voraussetzung diese Ebene nicht durch den Anfang der Coordinaten geht, so verschwindet D nicht, und wir können also vorstehende Gleichung unter der Form

$$\frac{A}{D}x + \frac{B}{D}y + \frac{C}{D}z + 1 = 0$$

oder, wenn der Kürze wegen

$$7) \quad u = \frac{A}{D}, \quad v = \frac{B}{D}, \quad w = \frac{C}{D}$$

gesetzt wird, unter der Form

$$8) \quad ux + vy + wz + 1 = 0$$

darstellen. Weil die in Rede stehende Ebene durch die Punkte (fgh) und $(f_1g_1h_1)$ geht, so haben wir die beiden Gleichungen:

$$9) \quad \begin{cases} uf + vg + wh + 1 = 0, \\ uf_1 + vg_1 + wh_1 + 1 = 0; \end{cases}$$

und können also die Gleichung unserer Ebene auch unter einer der beiden folgenden Formen darstellen:

$$10) \quad \begin{cases} u(x - f) + v(y - g) + w(z - h) = 0, \\ u(x - f_1) + v(y - g_1) + w(z - h_1) = 0. \end{cases}$$

Bringen wir die drei Gleichungen 8) und 9) auf die Form:

$$\begin{aligned} fu + gv + hw + 1 &= 0, \\ f_1u + g_1v + h_1w + 1 &= 0, \\ xu + yv + zw + 1 &= 0 \end{aligned}$$

und multipliciren dieselben dann nach der Reihe mit

$$g_1z - h_1y, \quad hy - gz, \quad gh_1 - hg_1;$$

so erhalten wir:

$$\begin{aligned} f(g_1 z - h_1 y) u + g(g_1 z - h_1 y) v + h(g_1 z - h_1 y) w + g_1 z - h_1 y &= 0, \\ f_1(h y - g z) u + g_1(h y - g z) v + h_1(h y - g z) w + h y - g z &= 0, \\ x(g h_1 - h g_1) u + y(g h_1 - h g_1) v + z(g h_1 - h g_1) w + g h_1 - h g_1 &= 0. \end{aligned}$$

Addiren wir nun diese drei Gleichungen zu einander, so ergiebt sich:

$$11) \quad \left. \begin{aligned} &(g h_1 - h g_1) u x \\ &+ \{h - h_1 + (h f_1 - f h_1) u\} y \\ &- \{g - g_1 - (f g_1 - g f_1) u\} z \\ &+ g h_1 - h g_1 \end{aligned} \right\} = 0,$$

welches die Gleichung unserer Ebene sein wird. Daher können wir setzen:

$$12) \quad \left\{ \begin{aligned} A &= (g h_1 - h g_1) u, \\ B &= (h - h_1) + (h f_1 - f h_1) u, \\ C &= -(g - g_1) + (f g_1 - g f_1) u, \\ D &= g h_1 - h g_1. \end{aligned} \right.$$

Dass die Gleichung 11) und die Ausdrücke 12) die willkürliche Grösse u enthalten, entspricht ganz der Natur der Sache, da ja unsere Ebene, ausser dass sie durch die beiden Punkte $(f g h)$ und $(f_1 g_1 h_1)$ und nicht durch den Anfang der Coordinaten gehen soll, sonst ganz willkürlich ist.

Übrigens erhellet auf der Stelle, dass man die Gleichung unserer Ebene auch unter einer der beiden folgenden Formen darstellen kann:

$$13) \quad \left. \begin{aligned} &(g h_1 - h g_1) u (x - f) \\ &+ \{h - h_1 + (h f_1 - f h_1) u\} (y - g) \\ &- \{g - g_1 - (f g_1 - g f_1) u\} (z - h) \end{aligned} \right\} = 0$$

und

$$14) \quad \left. \begin{aligned} &(g h_1 - h g_1) u (x - f_1) \\ &+ \{h - h_1 + (h f_1 - f h_1) u\} (y - g_1) \\ &- \{g - g_1 - (f g_1 - g h_1) u\} (z - h_1) \end{aligned} \right\} = 0.$$

§. 3.

Bezeichnen wir jetzt den Winkel, welchen die im vorhergehenden Paragraphen betrachtete Ebene 6) mit der durch die Punkte $(f g h)$ und $(f_1 g_1 h_1)$ und den Anfang der Coordinaten gelegten Ebene einschliesst, ohne für jetzt eine Bestimmung zu geben, wie dieser Winkel genommen werden soll, im Allgemeinen durch ω , und setzen der Kürze wegen

$$T = \mathfrak{A}A + \mathfrak{B}B + \mathfrak{C}C$$

und

$$P = \mathfrak{A}^2 + \mathfrak{B}^2 + \mathfrak{C}^2, \quad Q = A^2 + B^2 + C^2;$$

so ist nach einer bekannten Formel der analytischen Geometrie:

$$\cos \omega^2 = \frac{T T}{P Q}.$$

Führt man aber für

$$\mathfrak{A}, \mathfrak{B}, \mathfrak{C} \text{ und } A, B, C$$

ihre Werthe aus dem Obigen ein, so erhält man:

$$\begin{aligned} T &= - \{ (g - g_1)(fg_1 - gf_1) - (h - h_1)(hf_1 - fh_1) \} \\ &\quad + \{ (fg_1 - gf_1)^2 + (gh_1 - hg_1)^2 + (hf_1 - fh_1)^2 \} u, \\ P &= (fg_1 - gf_1)^2 + (gh_1 - hg_1)^2 + (hf_1 - fh_1)^2, \\ Q &= (g - g_1)^2 + (h - h_1)^2 \\ &\quad - 2 \{ (g - g_1)(fg_1 - gf_1) - (h - h_1)(hf_1 - fh_1) \} u \\ &\quad + \{ (fg_1 - gf_1)^2 + (gh_1 - hg_1)^2 + (hf_1 - fh_1)^2 \} u^2; \end{aligned}$$

und setzt man nun noch der Kürze wegen

$$\begin{aligned} S &= (g - g_1)^2 + (h - h_1)^2, \\ U &= (g - g_1)(fg_1 - gf_1) - (h - h_1)(hf_1 - fh_1); \end{aligned}$$

so ist

$$T = -U + Pu, \quad Q = S - 2Uu + Pu^2;$$

also

$$\cos \omega^2 = \frac{(U - Pu)^2}{P(S - 2Uu + Pu^2)},$$

und die Gleichung zur Bestimmung von u aus ω ist folglich:

$$P(S - 2Uu + Pu^2) \cos \omega^2 = (U - Pu)^2$$

oder

$$P(S - 2Uu + Pu^2) \sin \omega^2 = P(S - 2Uu + Pu^2) - (U - Pu)^2,$$

also

$$P(S - 2Uu + Pu^2) \sin \omega^2 = PS - U^2,$$

woraus

$$u^2 - 2 \frac{U}{P} u = \frac{PS - U^2}{P^2 \sin \omega^2} - \frac{S}{P}$$

folgt. Hieraus ergibt sich

$$\left(u - \frac{U}{P} \right)^2 = \frac{PS - U^2}{P^2} \cot \omega^2.$$

Es ist aber, wie man leicht findet:

$$\begin{aligned} PS - U^2 &= (g - g_1)^2 \{ (gh_1 - hg_1)^2 + (hf_1 - fh_1)^2 \} \\ &\quad + (h - h_1)^2 \{ (fg_1 - gf_1)^2 + (gh_1 - hg_1)^2 \} \\ &\quad + 2(g - g_1)(h - h_1)(fg_1 - gf_1)(hf_1 - fh_1) \\ &= (gh_1 - hg_1)^2 \{ (f - f_1)^2 + (g - g_1)^2 + (h - h_1)^2 \} \\ &\quad - (f - f_1)^2 (gh_1 - hg_1)^2 \\ &\quad + \{ (g - g_1)(hf_1 - fh_1) + (h - h_1)(fg_1 - gf_1) \}^2, \end{aligned}$$

also, weil offenbar die Relation

$$(f - f_1)(gh_1 - hg_1) + (g - g_1)(hf_1 - fh_1) + (h - h_1)(fg_1 - gf_1) = 0$$

Statt findet¹⁾:

$$PS - U^2 = (gh_1 - hg_1)^2 \{ (f - f_1)^2 + (g - g_1)^2 + (h - h_1)^2 \},$$

¹⁾ Alle in dieser Abhandlung zur Anwendung kommenden Relationen sind in einem besonderen Anhange zu derselben zusammengestellt worden, und dort anzusehen, wenn sie gebraucht werden, was hier ein- für allemal bemerkt wird.

oder, wenn wir

$$15) \quad E = \sqrt{(f-f_1)^2 + (g-g_1)^2 + (h-h_1)^2}$$

setzen, wo E die Entfernung der beiden Punkte (fgh) und $(f_1g_1h_1)$ von einander bezeichnet:

$$PS - U^2 = (gh_1 - hg_1)^2 E^2.$$

Daher ist nach dem Obigen:

$$\left(u - \frac{U}{P}\right)^2 = \frac{(gh_1 - hg_1)^2 E^2}{P^2} \cot^2 \omega,$$

woraus

$$u = \frac{U \sin \omega \pm (gh_1 - hg_1) E \cos \omega}{P \sin \omega}$$

folgt.

Also ist nach 12):

$$A = (gh_1 - hg_1) \frac{U \sin \omega \pm (gh_1 - hg_1) E \cos \omega}{P \sin \omega}.$$

Setzt man jetzt überhaupt

$$16) \quad \begin{cases} U = (g-g_1)(fg_1 - g_1f_1) - (h-h_1)(hf_1 - fh_1), \\ V = (h-h_1)(gh_1 - hg_1) - (f-f_1)(fg_1 - g_1f_1), \\ W = (f-f_1)(hf_1 - fh_1) - (g-g_1)(gh_1 - hg_1); \end{cases}$$

so überzeugt man sich leicht von der Richtigkeit der folgenden Relationen:

$$17) \quad \begin{cases} (f-f_1)P = (hf_1 - fh_1)W - (fg_1 - g_1f_1)V, \\ (g-g_1)P = (fg_1 - g_1f_1)U - (gh_1 - hg_1)W, \\ (h-h_1)P = (gh_1 - hg_1)V - (hf_1 - fh_1)U. \end{cases}$$

Weil nach der dritten und zweiten dieser Relationen

$$\begin{aligned} (h-h_1)P + (hf_1 - fh_1)U &= (gh_1 - hg_1)V, \\ -(g-g_1)P + (fg_1 - g_1f_1)U &= (gh_1 - hg_1)W \end{aligned}$$

ist, so erhält man mittelst des obigen Ausdruckes von u und der Formeln 12), in Verbindung mit dem schon vorher gefundenen Werthe von A , leicht:

$$\begin{aligned} A &= (gh_1 - hg_1) \frac{U \sin \omega \pm (gh_1 - hg_1) E \cos \omega}{P \sin \omega}, \\ B &= (gh_1 - hg_1) \frac{V \sin \omega \pm (hf_1 - fh_1) E \cos \omega}{P \sin \omega}, \\ C &= (gh_1 - hg_1) \frac{W \sin \omega \pm (fg_1 - g_1f_1) E \cos \omega}{P \sin \omega}, \\ D &= gh_1 - hg_1; \end{aligned}$$

wo natürlich die oberen und unteren Zeichen sich auf einander beziehen. Offenbar ist es aber verstatf, aus diesen sämmtlichen Ausdrücken den gemeinschaftlichen Factor $gh_1 - hg_1$ wegzulassen, und dieselben dann sämmtlich mit $P \sin \omega$ zu multipliciren, so dass man also kürzer auch setzen kann:

$$18) \quad \begin{cases} A = U \sin \omega \pm (gh_1 - hg_1) E \cos \omega, \\ B = V \sin \omega \pm (hf_1 - fh_1) E \cos \omega, \\ C = W \sin \omega \pm (fg_1 - g_1f_1) E \cos \omega, \\ D = P \sin \omega. \end{cases}$$

Dass nun aber hierunter auch der Fall begriffen ist, wenn die durch die Punkte (fgh) und $(f_1g_1h_1)$ gelegte Ebene durch den Anfang der Coordinaten geht, fällt auf der Stelle in die Augen, weil in diesem Falle $\sin \omega = 0$, $\cos \omega = \pm 1$ ist, also die Gleichung

$$Ax + By + Cz + D = 0,$$

wo A, B, C, D die obigen Werthe haben, offenbar mit der Gleichung

$$\mathfrak{A}x + \mathfrak{B}y + \mathfrak{C}z = 0$$

zusammenfällt, oder wenigstens sogleich in dieselbe übergeht, wenn man die Zeichen aller Glieder mit den entgegengesetzten vertauscht, was natürlich verstattet ist.

Um nun aber alle Ebenen zu erhalten, welche sich durch die gerade Linie legen lassen, die durch die Punkte (fgh) und $(f_1g_1h_1)$ der Lage nach bestimmt wird, braucht man in den Formeln 18) den Winkel ω nicht grösser als 180° werden zu lassen. Denn wenn man in diesen Formeln $180^\circ + \omega$ für ω setzt, so erhält man:

$$\begin{aligned} A &= -U \sin \omega \mp (gh_1 - hg_1) E \cos \omega, \\ B &= -V \sin \omega \mp (hf_1 - fh_1) E \cos \omega, \\ C &= -W \sin \omega \mp (fg_1 - gf_1) E \cos \omega, \\ D &= -P \sin \omega; \end{aligned}$$

was, da man A, B, C, D offenbar sämmtlich mit -1 multipliciren kann, wieder dieselbe Ebene giebt, welche

$$\begin{aligned} A &= U \sin \omega \pm (gh_1 - hg_1) E \cos \omega, \\ B &= V \sin \omega \pm (hf_1 - fh_1) E \cos \omega, \\ C &= W \sin \omega \pm (fg_1 - gf_1) E \cos \omega, \\ D &= P \sin \omega \end{aligned}$$

gaben. Setzt man aber ferner in den Ausdrücken

$$\begin{aligned} A &= U \sin \omega + (gh_1 - hg_1) E \cos \omega, \\ B &= V \sin \omega + (hf_1 - fh_1) E \cos \omega, \\ C &= W \sin \omega + (fg_1 - gf_1) E \cos \omega, \\ D &= P \sin \omega \end{aligned}$$

$180^\circ - \omega$ für ω , so erhält man:

$$\begin{aligned} A &= U \sin \omega - (gh_1 - hg_1) E \cos \omega, \\ B &= V \sin \omega - (hf_1 - fh_1) E \cos \omega, \\ C &= W \sin \omega - (fg_1 - gf_1) E \cos \omega, \\ D &= P \sin \omega. \end{aligned}$$

Hieraus erhellet nun vollständig, dass es, um alle Ebenen zu erhalten, welche sich durch die Punkte (fgh) und $(f_1g_1h_1)$, oder durch die durch diese Punkte der Lage nach bestimmte gerade Linie legen lassen, völlig hinreicht, in den Formen 18) bloß die oberen Zeichen zu nehmen und ω von 0 bis 180° wachsen zu lassen, oder diesen Winkel zwischen 0 und 180° zu nehmen. Wir wollen daher von jetzt an immer setzen:

$$19) \quad \begin{cases} A = U \sin \omega + (gh_1 - hg_1) E \cos \omega, \\ B = V \sin \omega + (hf_1 - fh_1) E \cos \omega, \\ C = W \sin \omega + (fg_1 - gf_1) E \cos \omega, \\ D = P \sin \omega \end{cases}$$

und ω stets zwischen 0 und 180° nehmen.

Weil, wie man leicht findet:

$$\begin{aligned} 0 = & (fg_1 - gf_1) \{ (f - f_1) (hf_1 - fh_1) - (g - g_1) (gh_1 - hg_1) \} \\ & + (gh_1 - hg_1) \{ (g - g_1) (fg_1 - gf_1) - (h - h_1) (hf_1 - fh_1) \} \\ & + (hf_1 - fh_1) \{ (h - h_1) (gh_1 - hg_1) - (f - f_1) (fg_1 - gf_1) \}, \end{aligned}$$

d. i.

$$(gh_1 - hg_1) U + (hf_1 - fh_1) V + (fg_1 - gf_1) W = 0$$

ist, so ist

$$A^2 + B^2 + C^2 = (U^2 + V^2 + W^2) \sin \omega^2 + PE^2 \cos \omega^2.$$

Aber, wie man leicht findet:

$$U^2 + V^2 + W^2$$

$$\begin{aligned} = & \{ (f - f_1)^2 + (g - g_1)^2 + (h - h_1)^2 \} (fg_1 - gf_1)^2 - (h - h_1)^2 (fg_1 - gf_1)^2 \\ & + \{ (f - f_1)^2 + (g - g_1)^2 + (h - h_1)^2 \} (gh_1 - hg_1)^2 - (f - f_1)^2 (gh_1 - hg_1)^2 \\ & + \{ (f - f_1)^2 + (g - g_1)^2 + (h - h_1)^2 \} (hf_1 - fh_1)^2 - (g - g_1)^2 (hf_1 - fh_1)^2 \\ & - 2 (f - f_1) (g - g_1) (gh_1 - hg_1) (hf_1 - fh_1) \\ & - 2 (g - g_1) (h - h_1) (hf_1 - fh_1) (fg_1 - gf_1) \\ & - 2 (h - h_1) (f - f_1) (fg_1 - gf_1) (gh_1 - hg_1) \\ = & PE^2 - \{ (f - f_1) (gh_1 - hg_1) + (g - g_1) (hf_1 - fh_1) + (h - h_1) (fg_1 - gf_1) \}^2, \end{aligned}$$

also, weil bekanntlich

$$(f - f_1) (gh_1 - hg_1) + (g - g_1) (hf_1 - fh_1) + (h - h_1) (fg_1 - gf_1) = 0$$

ist,

$$U^2 + V^2 + W^2 = PE^2,$$

folglich nach dem Obigen:

$$A^2 + B^2 + C^2 = PE^2 \sin \omega^2 + PE^2 \cos \omega^2,$$

also

$$20) \quad A^2 + B^2 + C^2 = PE^2.$$

II.

Wenn die der Lage nach gegebene gerade Linie durch einen gegebenen Punkt geht, und einer gegebenen geraden Linie parallel ist.

§. 4.

Die Gleichungen einer durch den gegebenen Punkt (fgh) gehenden geraden Linie, welche einer gegebenen geraden Linie parallel ist, haben im Allgemeinen die Form

$$21) \quad \frac{x - f}{\cos \lambda} = \frac{y - g}{\cos \mu} = \frac{z - h}{\cos \nu}.$$

wo die Winkel λ, μ, ν durch die gegebene gerade Linie, welcher die durch die vorhergehenden Gleichungen charakterisirte gerade Linie parallel ist, bestimmt und daher, eben so wie die Coordinaten f, g, h , als gegeben zu betrachten sind.

Um nun diesen Fall auf den in I. betrachteten Fall zurückzuführen, wollen wir in der durch die Gleichungen 21) charakterisirten geraden Linie einen beliebigen Punkt $(f_1 g_1 h_1)$ annehmen, wo dann nach den in Rede stehenden Gleichungen

$$\frac{f_1 - f}{\cos \lambda} = \frac{g_1 - g}{\cos \mu} = \frac{h_1 - h}{\cos \nu}$$

ist. Weil aber f_1 ganz beliebig ist, so ist es gestattet,

$$f_1 = f - \cos \lambda$$

zu setzen. Dann erhält man aus den obigen Gleichungen überhaupt:

$$\begin{aligned} f_1 &= f - \cos \lambda, & \text{oder } f - f_1 &= \cos \lambda, \\ g_1 &= g - \cos \mu, & g - g_1 &= \cos \mu, \\ h_1 &= h - \cos \nu; & h - h_1 &= \cos \nu. \end{aligned}$$

Also ist:

$$\begin{aligned} f g_1 - g f_1 &= f (g - \cos \mu) - g (f - \cos \lambda) = -(f \cos \mu - g \cos \lambda), \\ g h_1 - h g_1 &= g (h - \cos \nu) - h (g - \cos \mu) = -(g \cos \nu - h \cos \mu), \\ h f_1 - f h_1 &= h (f - \cos \lambda) - f (h - \cos \nu) = -(h \cos \lambda - f \cos \nu); \end{aligned}$$

und folglich:

$$\begin{aligned} U &= (g - g_1) (f g_1 - g f_1) - (h - h_1) (h f_1 - f h_1) \\ &= -\cos \mu (f \cos \mu - g \cos \lambda) + \cos \nu (h \cos \lambda - f \cos \nu) \\ &= -f (\cos \mu^2 + \cos \nu^2) + (g \cos \mu + h \cos \nu) \cos \lambda \\ &= -f + (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu) \cos \lambda, \\ V &= -(h - h_1) (g h_1 - h g_1) - (f - f_1) (f g_1 - g f_1) \\ &= -\cos \nu (g \cos \nu - h \cos \mu) + \cos \lambda (f \cos \mu - g \cos \lambda) \\ &= -g (\cos \lambda^2 + \cos \nu^2) + (f \cos \lambda + h \cos \nu) \cos \mu \\ &= -g + (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu) \cos \mu, \\ W &= (f - f_1) (h f_1 - f h_1) - (g - g_1) (g h_1 - h g_1) \\ &= -\cos \lambda (h \cos \lambda - f \cos \nu) + \cos \mu (g \cos \nu - h \cos \mu) \\ &= -h (\cos \lambda^2 + \cos \mu^2) + (f \cos \lambda + g \cos \mu) \cos \nu \\ &= -h + (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu) \cos \nu. \end{aligned}$$

Hiernach ist also:

$$22) \quad \begin{cases} U = -f + (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu) \cos \lambda, \\ V = -g + (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu) \cos \mu, \\ W = -h + (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu) \cos \nu. \end{cases}$$

Ferner ist

$$\begin{aligned} P &= (f g_1 - g f_1)^2 + (g h_1 - h g_1)^2 + (h f_1 - f h_1)^2 \\ &= (f \cos \mu - g \cos \lambda)^2 + (g \cos \nu - h \cos \mu)^2 + (h \cos \lambda - f \cos \nu)^2 \\ &= f^2 (\cos \mu^2 + \cos \nu^2) + g^2 (\cos \lambda^2 + \cos \nu^2) + h^2 (\cos \lambda^2 + \cos \mu^2) \\ &\quad - 2 f g \cos \lambda \cos \mu - 2 g h \cos \mu \cos \nu - 2 h f \cos \nu \cos \lambda, \end{aligned}$$

woraus sich mit Berücksichtigung der Relation

$$\cos \lambda^2 + \cos \mu^2 + \cos \nu^2 = 1$$

auf der Stelle

$$23) \quad P = f^2 + g^2 + h^2 - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu)^2$$

ergiebt.

Weil endlich

$$E^2 = (f - f_1)^2 + (g - g_1)^2 + (h - h_1)^2$$

ist, so ist nach dem Obigen

$$E^2 = \cos \lambda^2 + \cos \mu^2 + \cos \nu^2,$$

also

$$24) \quad E = 1.$$

§. 5.

Führt man nun die im vorhergehenden Paragraphen gefundenen Ausdrücke in die Formeln 19) ein, so erhält man für die Coefficienten A, B, C, D der Gleichung einer jeden Ebene, welche sich durch die gerade Linie, die durch die Gleichungen 21) charakterisirt wird, legen lässt, die folgenden Ausdrücke:

$$25) \quad \left\{ \begin{array}{l} A = - \{ f - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu) \cos \lambda \} \sin \omega \\ \quad \quad \quad - (g \cos \nu - h \cos \mu) \cos \omega, \\ B = - \{ g - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu) \cos \mu \} \sin \omega \\ \quad \quad \quad - (h \cos \lambda - f \cos \nu) \cos \omega, \\ C = - \{ h - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu) \cos \nu \} \sin \omega \\ \quad \quad \quad - (f \cos \mu - g \cos \lambda) \cos \omega, \\ D = \{ f^2 + g^2 + h^2 - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu)^2 \} \sin \omega. \end{array} \right.$$

Nach 20), 23), 24) ist

$$26) \quad A^2 + B^2 + C^2 = f^2 + g^2 + h^2 - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu)^2.$$

Auch erhält man leicht aus 25):

$$A \cos \lambda + B \cos \mu + C \cos \nu$$

$$= - \{ f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu) (\cos \lambda^2 + \cos \mu^2 + \cos \nu^2) \} \sin \omega \\ - \{ (g \cos \nu - h \cos \mu) \cos \lambda + (h \cos \lambda - f \cos \nu) \cos \mu + (f \cos \mu - g \cos \lambda) \cos \nu \} \cos \omega,$$

also offenbar, weil

$$\cos \lambda^2 + \cos \mu^2 + \cos \nu^2 = 1$$

ist:

$$27) \quad A \cos \lambda + B \cos \mu + C \cos \nu = 0.$$

Weil nach 24) $E = 1$ ist, so ist der im vorhergehenden Paragraphen als Hilfspunkt benutzte Punkt (f_1, g_1, h_1) ein Punkt in der durch die Gleichungen 21) charakterisirten geraden Linie, dessen Entfernung von dem Punkte (f, g, h) in dieser geraden Linie der Längeneinheit gleich ist.

Zweites Capitel.

Über die Kegelflächen, welche zwei Kugeln einhüllen.

§. 1.

Wir wollen uns zwei Kugeln denken, deren Halbmesser r und r_1 , und deren Mittelpunkte respective durch die Coordinaten f, g, h und f_1, g_1, h_1 bestimmt sind, wobei wir, wie überhaupt in dieser Abhandlung, immer nur rechtwinklige Coordinaten zu Grunde legen. Zugleich wollen wir annehmen, dass r der Halbmesser der grösseren Kugel sei. Die Spitzen der die beiden Kugeln einhüllenden Kegelflächen wollen

wir im Allgemeinen durch \mathfrak{S} und deren Entfernungen von dem Mittelpunkte der grösseren und von dem Mittelpunkte der kleineren Kugel, respective durch \mathfrak{G} und \mathfrak{G}_1 bezeichnen. Die Entfernung der Mittelpunkte der beiden Kugelflächen von einander werde dagegen durch E bezeichnet.

Die Gleichungen der durch die Mittelpunkte der beiden Kugeln gehenden geraden Linie sind nach den Lehren der analytischen Geometrie:

$$1) \quad \frac{x-f}{f-f_1} = \frac{y-g}{g-g_1} = \frac{z-h}{h-h_1}$$

oder

$$2) \quad \frac{x-f_1}{f-f_1} = \frac{y-g_1}{g-g_1} = \frac{z-h_1}{h-h_1}.$$

Ferner ist

$$3) \quad E = \sqrt{(f-f_1)^2 + (g-g_1)^2 + (h-h_1)^2}.$$

Mittelst einer einfachen geometrischen Betrachtung erhellet aber, wenn man im Folgenden immer die oberen Zeichen der äusseren, die unteren Zeichen der inneren einhüllenden Kugelfläche entsprechen lässt, auf der Stelle die Richtigkeit der folgenden Proportionen:

$$4) \quad \begin{cases} r \mp r_1 : E = r : \mathfrak{G}, \\ r \mp r_1 : E = r_1 : \mathfrak{G}_1; \end{cases}$$

aus denen sich

$$5) \quad \mathfrak{G} = \frac{rE}{r \mp r_1}, \quad \mathfrak{G}_1 = \frac{r_1 E}{r \mp r_1};$$

also nach dem Obigen

$$6) \quad \begin{cases} \mathfrak{G} = \frac{r \sqrt{(f-f_1)^2 + (g-g_1)^2 + (h-h_1)^2}}{r \mp r_1}, \\ \mathfrak{G}_1 = \frac{r_1 \sqrt{(f-f_1)^2 + (g-g_1)^2 + (h-h_1)^2}}{r \mp r_1} \end{cases}$$

ergiebt.

Sind jetzt x, y, z die Coordinaten von \mathfrak{S} , so ist

$$\begin{aligned} \mathfrak{G}^2 &= (x-f)^2 + (y-g)^2 + (z-h)^2, \\ \mathfrak{G}_1^2 &= (x-f_1)^2 + (y-g_1)^2 + (z-h_1)^2; \end{aligned}$$

und nach 1) und 2):

$$\begin{aligned} \frac{x-f}{f-f_1} &= \frac{y-g}{g-g_1} = \frac{z-h}{h-h_1}, \\ \frac{x-f_1}{f-f_1} &= \frac{y-g_1}{g-g_1} = \frac{z-h_1}{h-h_1}. \end{aligned}$$

Also ist offenbar

$$\begin{aligned} (f-f_1)^2 \mathfrak{G}^2 &= \{(f-f_1)^2 + (g-g_1)^2 + (h-h_1)^2\} (x-f)^2, \\ (f-f_1)^2 \mathfrak{G}_1^2 &= \{(f-f_1)^2 + (g-g_1)^2 + (h-h_1)^2\} (x-f_1)^2. \end{aligned}$$

Nimmt man einmal den Mittelpunkt der grösseren Kugel als Anfang eines dem primitiven Coordinatensysteme parallelen Coordinatensystems an, so sind nach der Lehre von der Verwandlung der Coordinaten in diesem neuen Coordinatensysteme f_1-f und $x-f$ die ersten Coordinaten des Mittelpunktes der kleineren Kugel und von \mathfrak{S} ; entspricht nun \mathfrak{S} der äusseren Kugelfläche, so haben offenbar f_1-f und $x-f$ gleiche Vorzeichen; und wenn \mathfrak{S} der inneren Kugelfläche entspricht, so haben f_1-f und $x-f$ wieder gleiche Vorzeichen; also haben $f-f_1$ und $x-f$ immer entgegengesetzte Vorzeichen. Nimmt man dagegen den Mittelpunkt der kleineren Kugel als Anfang eines dem primitiven Coordinatensysteme parallelen Coordinatensystems an, so sind nach der Lehre von der Verwandlung der Coordinaten in diesem neuen Coordinatensysteme $f-f_1$ und $x-f_1$ die ersten Coordinaten des Mittelpunktes der grösseren Kugel und von \mathfrak{S} ;

entspricht nun \ominus der äusseren Kegelfläche, so haben offenbar $f-f_1$ und $x-f_1$ ungleiche Vorzeichen; entspricht dagegen \odot der inneren Kegelfläche, so haben offenbar $f-f_1$ und $x-f_1$ gleiche Vorzeichen. Daher ist nach dem Obigen, wenn, wie früher, auch jetzt immer die oberen Zeichen der äusseren, die unteren Zeichen der inneren Kegelfläche entsprechen, offenbar in völliger Allgemeinheit:

$$x-f = -\frac{(f-f_1)\ominus}{\sqrt{(f-f_1)^2 + (g-g_1)^2 + (h-h_1)^2}},$$

$$x-f_1 = \mp \frac{(f-f_1)\ominus_1}{\sqrt{(f-f_1)^2 + (g-g_1)^2 + (h-h_1)^2}};$$

also nach 6):

$$x-f = -\frac{(f-f_1)r}{r \mp r_1},$$

$$x-f_1 = \mp \frac{(f-f_1)r_1}{r \mp r_1};$$

und weil nun nach dem Obigen

$$\frac{x-f}{f-f_1} = \frac{y-g}{g-g_1} = \frac{z-h}{h-h_1},$$

$$\frac{x-f_1}{f-f_1} = \frac{y-g_1}{g-g_1} = \frac{z-h_1}{h-h_1}$$

ist, so ist überhaupt mit derselben Bestimmung wegen der Vorzeichen wie vorher:

$$7) \quad \left\{ \begin{array}{l} x-f = -\frac{(f-f_1)r}{r \mp r_1}, \\ y-g = -\frac{(g-g_1)r}{r \mp r_1}, \\ z-h = -\frac{(h-h_1)r}{r \mp r_1}; \end{array} \right.$$

und

$$8) \quad \left\{ \begin{array}{l} x-f_1 = \mp \frac{(f-f_1)r_1}{r \mp r_1}, \\ y-g_1 = \mp \frac{(g-g_1)r_1}{r \mp r_1}, \\ z-h_1 = \mp \frac{(h-h_1)r_1}{r \mp r_1}. \end{array} \right.$$

Sowohl aus den Gleichungen 7), als auch aus den Gleichungen 8) folgt:

$$9) \quad \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{rf_1 \mp r_1f}{r \mp r_1}, \\ y = \frac{rg_1 \mp r_1g}{r \mp r_1}, \\ z = \frac{rh_1 \mp r_1h}{r \mp r_1}. \end{array} \right.$$

Nimmt man jetzt aber den Halbmesser r_1 der kleineren Kugel nicht mehr wie bisher stets positiv, sondern für die äussere Kegelfläche positiv, für die innere Kegelfläche negativ, wobei der Halbmesser r der grösseren Kugel wie früher immer positiv genommen wird, so kann man die obigen Formeln auch auf den folgenden, ganz allgemeinen Ausdruck bringen:

$$7^*) \quad \left\{ \begin{array}{l} x-f = -\frac{(f-f_1)r}{r-r_1}, \\ y-g = -\frac{(g-g_1)r}{r-r_1}, \\ z-h = -\frac{(h-h_1)r}{r-r_1}; \end{array} \right.$$

ferner:

$$8^*) \quad \begin{cases} x - f_1 = -\frac{(f - f_1)r_1}{r - r_1}, \\ y - g_1 = -\frac{(g - g_1)r_1}{r - r_1}, \\ z - h_1 = -\frac{(h - h_1)r_1}{r - r_1}; \end{cases}$$

endlich:

$$9^*) \quad \begin{cases} x = \frac{rf_1 - r_1f}{r - r_1}, \\ y = \frac{rg_1 - r_1g}{r - r_1}, \\ z = \frac{rh_1 - r_1h}{r - r_1}. \end{cases}$$

§. 2.

Wir wollen jetzt, wenn

$$10) \quad Ax + By + Cz + D = 0$$

die Gleichung einer beliebigen durch die Mittelpunkte der beiden Kugeln gelegten Ebene ist, uns die folgende Aufgabe stellen:

Die Gleichungen der in dieser, d. h. durch die Gleichung 10) charakterisirten, Ebene liegenden geraden Linie zu finden, welche die beiden Kugeln entweder von aussen oder von innen berührt.

Weil die durch die Gleichung 10) charakterisirte Ebene durch die Mittelpunkte (fgh) und $(f_1g_1h_1)$ der beiden Kugeln gehen soll, so hat man die Gleichungen:

$$11) \quad \begin{cases} Af + Bg + Ch + D = 0, \\ Af_1 + Bg_1 + Ch_1 + D = 0; \end{cases}$$

also

$$12) \quad A(f - f_1) + B(g - g_1) + C(h - h_1) = 0,$$

und nach 10) und 11):

$$13) \quad \begin{cases} A(x - f) + B(y - g) + C(z - h) = 0, \\ A(x - f_1) + B(y - g_1) + C(z - h_1) = 0. \end{cases}$$

Die Coordinaten des Berührungspunktes der gesuchten Berührenden mit der grösseren Kugel seien X, Y, Z ; so hat man zur Bestimmung dieser Coordinaten zuvörderst offenbar die Gleichungen:

$$\begin{aligned} (X - f)^2 + (Y - g)^2 + (Z - h)^2 &= r^2, \\ A(X - f) + B(Y - g) + C(Z - h) &= 0. \end{aligned}$$

Da ferner die gesuchte Berührende durch die Punkte (xy_1) und (XYZ) geht, so sind ihre Gleichungen:

$$\frac{x - x}{X - x} = \frac{y - y_1}{Y - y_1} = \frac{z - z_1}{Z - z_1}.$$

Die Gleichungen des nach dem Berührungspunkte (XYZ) gezogenen Halbmessers der grösseren Kugel sind aber:

$$\frac{x - f}{X - f} = \frac{y - g}{Y - g} = \frac{z - h}{Z - h}.$$

und da nun dieser Halbmesser auf der Berührenden bekanntlich senkrecht steht, so haben wir nach den Lehren der analytischen Geometrie die Gleichung:

$$1 + \frac{X-f}{Z-h} \cdot \frac{X-x}{Z-\xi} + \frac{Y-g}{Z-h} \cdot \frac{Y-y}{Z-\xi} = 0$$

oder

$$(X-f)(X-x) + (Y-g)(Y-y) + (Z-h)(Z-\xi) = 0,$$

oder auch

$$\left. \begin{aligned} & (X-f)^2 + (Y-g)^2 + (Z-h)^2 \\ & - (x-f)(X-f) - (y-g)(Y-g) - (\xi-h)(Z-h) \end{aligned} \right\} = 0,$$

also nach dem Obigen

$$(x-f)(X-f) + (y-g)(Y-g) + (\xi-h)(Z-h) = r^2.$$

Daher hat man jetzt zur Bestimmung von $X-f$, $Y-g$, $Z-h$ die drei folgenden Gleichungen:

$$14) \quad \left\{ \begin{aligned} & A(X-f) + B(Y-g) + C(Z-h) = 0, \\ & (x-f)(X-f) + (y-g)(Y-g) + (\xi-h)(Z-h) = r^2, \\ & (X-f)^2 + (Y-g)^2 + (Z-h)^2 = r^2. \end{aligned} \right.$$

Bezeichnen wir die Coordinaten des Berührungspunktes der gesuchten Berührenden mit der kleineren Kugel durch X_1 , Y_1 , Z_1 ; so erhalten wir auf ganz ähnliche Art wie vorher zur Bestimmung von $X-f$, $Y-g$, $Z-h$ die drei folgenden Gleichungen:

$$15) \quad \left\{ \begin{aligned} & A(X_1-f_1) + B(Y_1-g_1) + C(Z_1-h_1) = 0, \\ & (x-f_1)(X_1-f_1) + (y-g_1)(Y_1-g_1) + (\xi-h_1)(Z_1-h_1) = r_1^2, \\ & (X_1-f_1)^2 + (Y_1-g_1)^2 + (Z_1-h_1)^2 = r_1^2. \end{aligned} \right.$$

Aus den beiden ersten Gleichungen in 14) erhält man:

$$\begin{aligned} & \{A(\xi-h) - C(x-f)\} (X-f) \} = -Cr^2, \\ & + \{B(\xi-h) - C(y-g)\} (Y-g) \} \\ & \{A(y-g) - B(x-f)\} (X-f) \} = -Br^2, \\ & + \{C(y-g) - B(\xi-h)\} (Z-h) \} \end{aligned}$$

Nun ist aber nach 7*):

$$\begin{aligned} A(y-g) - B(x-f) &= -\frac{r}{r-r_1} \{A(g-g_1) - B(f-f_1)\}, \\ B(\xi-h) - C(y-g) &= -\frac{r}{r-r_1} \{B(h-h_1) - C(g-g_1)\}, \\ C(x-f) - A(\xi-h) &= -\frac{r}{r-r_1} \{C(f-f_1) - A(h-h_1)\}; \end{aligned}$$

also, wenn der Kürze wegen

$$16) \quad \left\{ \begin{aligned} [AB] &= A(g-g_1) - B(f-f_1), \\ [BC] &= B(h-h_1) - C(g-g_1), \\ [CA] &= C(f-f_1) - A(h-h_1) \end{aligned} \right.$$

gesetzt wird:

$$17) \quad \left\{ \begin{aligned} A(y-g) - B(x-f) &= -\frac{r}{r-r_1} [AB], \\ B(\xi-h) - C(y-g) &= -\frac{r}{r-r_1} [BC], \\ C(x-f) - A(\xi-h) &= -\frac{r}{r-r_1} [CA]. \end{aligned} \right.$$

Daher lassen die beiden obigen Gleichungen zwischen den Grössen $X-f$, $Y-g$, $Z-h$ sich unter der folgenden Form darstellen:

$$\begin{aligned} [CA] (X-f) - [BC] (Y-g) &= -Cr (r-r_1), \\ [AB] (X-f) - [BC] (Z-h) &= Br (r-r_1); \end{aligned}$$

und zur Bestimmung der drei in Rede stehenden Grössen hat man also die drei folgenden Gleichungen:

$$18) \quad \begin{cases} Y-g = \frac{Cr(r-r_1) + [CA](X-f)}{[BC]}, \\ Z-h = -\frac{Br(r-r_1) - [AB](X-f)}{[BC]}, \\ (X-f)^2 + (Y-g)^2 + (Z-h)^2 = r^2. \end{cases}$$

Ganz auf ähnliche Art erhält man aus den beiden ersten der Gleichungen 15) die beiden folgenden Gleichungen:

$$\begin{aligned} \{A(z-h_1) - C(x-f_1)\} (X_1-f_1) &+ \{B(z-h_1) - C(y-g_1)\} (Y_1-g_1) \} = -Cr_1^2, \\ \{A(y-g_1) - B(x-f_1)\} (X_1-f_1) &+ \{C(y-g_1) - B(z-h_1)\} (Z_1-h_1) \} = -Br_1^2. \end{aligned}$$

Nach 8*) ist aber:

$$\begin{aligned} A(y-g_1) - B(x-f_1) &= -\frac{r_1}{r-r_1} \{A(g-g_1) - B(f-f_1)\}, \\ B(z-h_1) - C(y-g_1) &= -\frac{r_1}{r-r_1} \{B(h-h_1) - C(g-g_1)\}, \\ C(x-f_1) - A(z-h_1) &= -\frac{r_1}{r-r_1} \{C(f-f_1) - A(h-h_1)\}; \end{aligned}$$

also nach 16):

$$19) \quad \begin{cases} A(y-g_1) - B(x-f_1) = -\frac{r_1}{r-r_1} [AB], \\ B(z-h_1) - C(y-g_1) = -\frac{r_1}{r-r_1} [BC], \\ C(x-f_1) - A(z-h_1) = -\frac{r_1}{r-r_1} [CA]. \end{cases}$$

Daher lassen sich die beiden obigen Gleichungen zwischen den Grössen X_1-f_1 , Y_1-g_1 , Z_1-h_1 , unter der folgenden Form darstellen:

$$\begin{aligned} [CA] (X_1-f_1) - [BC] (Y_1-g_1) &= -Cr_1 (r-r_1), \\ [AB] (X_1-f_1) - [BC] (Z_1-h_1) &= Br_1 (r-r_1); \end{aligned}$$

und zur Bestimmung der drei in Rede stehenden Grössen hat man also die drei folgenden Gleichungen:

$$20) \quad \begin{cases} Y_1-g_1 = \frac{Cr_1(r-r_1) + [CA](X_1-f_1)}{[BC]}, \\ Z_1-h_1 = -\frac{Br_1(r-r_1) - [AB](X_1-f_1)}{[BC]}, \\ (X_1-f_1)^2 + (Y_1-g_1)^2 + (Z_1-h_1)^2 = r_1^2. \end{cases}$$

§. 3.

Mittelst der drei Gleichungen 18) wollen wir nun die drei Grössen $X-f$, $Y-g$, $Z-h$ bestimmen.

Führt man die Ausdrücke von $Y-g$ und $Z-h$ in 18) in die dritte der dortigen Gleichungen ein, so erhält man:

$$r^2 = (X-f)^2 + \left\{ \frac{Cr(r-r_1) + [CA](X-f)}{[BC]} \right\}^2 + \left\{ \frac{Br(r-r_1) - [AB](X-f)}{[BC]} \right\}^2,$$

woraus sich leicht ergibt:

$$(X-f)^2 - 2r(r-r_1) \frac{B[AB] - C[CA]}{[AB]^2 + [BC]^2 + [CA]^2} (X-f) = r^2 \frac{[BC]^2 - (r-r_1)^2 (B^2 + C^2)}{[AB]^2 + [BC]^2 + [CA]^2};$$

und löst man nun diese quadratische Gleichung in Bezug auf $X-f$ als unbekannte Grösse auf, so erhält man, mit Rücksicht auf die sogleich sich ergebende Relation:

$$21) \quad A[BC] + B[CA] + C[AB] = 0,$$

nach leichter Rechnung zuerst für $X-f$, und dann mittelst der aus dem Obigen bekannten Formeln

$$Y-g = \frac{Cr(r-r_1) + [CA](X-f)}{[BC]},$$

$$Z-h = -\frac{Br(r-r_1) - [AB](X-f)}{[BC]}$$

für $Y-g$ und $Z-h$, die folgenden Formeln, in denen die oberen und unteren Zeichen sich auf einander beziehen:

$$22) \quad \left\{ \begin{array}{l} X-f = r \frac{(r-r_1) \{B[AB] - C[CA]\} \pm [BC] \sqrt{[AB]^2 + [BC]^2 + [CA]^2 - (r-r_1)^2 (A^2 + B^2 + C^2)}}{[AB]^2 + [BC]^2 + [CA]^2}, \\ Y-g = r \frac{(r-r_1) \{C[BC] - A[AB]\} \pm [CA] \sqrt{[AB]^2 + [BC]^2 + [CA]^2 - (r-r_1)^2 (A^2 + B^2 + C^2)}}{[AB]^2 + [BC]^2 + [CA]^2}, \\ Z-h = r \frac{(r-r_1) \{A[CA] - B[BC]\} \pm [AB] \sqrt{[AB]^2 + [BC]^2 + [CA]^2 - (r-r_1)^2 (A^2 + B^2 + C^2)}}{[AB]^2 + [BC]^2 + [CA]^2}. \end{array} \right.$$

Weil aber die folgenden Relationen stattfinden:

$$B[AB] - C[CA] = -(f-f_1)(A^2 + B^2 + C^2),$$

$$C[BC] - A[AB] = -(g-g_1)(A^2 + B^2 + C^2),$$

$$A[CA] - B[BC] = -(h-h_1)(A^2 + B^2 + C^2)$$

und

$$[AB]^2 + [BC]^2 + [CA]^2 = E^2 (A^2 + B^2 + C^2);$$

so erhält man nach leichter Rechnung sogleich:

$$23) \quad \left\{ \begin{array}{l} X-f = -\frac{r}{E} \left\{ \frac{(r-r_1)(f-f_1)}{E} \mp \frac{[BC]}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \sqrt{1 - \left(\frac{r-r_1}{E}\right)^2} \right\}, \\ Y-g = -\frac{r}{E} \left\{ \frac{(r-r_1)(g-g_1)}{E} \mp \frac{[CA]}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \sqrt{1 - \left(\frac{r-r_1}{E}\right)^2} \right\}, \\ Z-h = -\frac{r}{E} \left\{ \frac{(r-r_1)(h-h_1)}{E} \mp \frac{[AB]}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \sqrt{1 - \left(\frac{r-r_1}{E}\right)^2} \right\}; \end{array} \right.$$

und nach 7*) ist folglich:

$$24) \quad \begin{cases} X-x = \pm r \left\{ \frac{[BC]}{E\sqrt{A^2+B^2+C^2}} \pm \frac{f-f_1}{r_1-r_1} \sqrt{1-\left(\frac{r-r_1}{E}\right)^2} \right\} \sqrt{1-\left(\frac{r-r_1}{E}\right)^2}, \\ Y-y = \pm r \left\{ \frac{[CA]}{E\sqrt{A^2+B^2+C^2}} \pm \frac{g-g_1}{r-r_1} \sqrt{1-\left(\frac{r-r_1}{E}\right)^2} \right\} \sqrt{1-\left(\frac{r-r_1}{E}\right)^2}, \\ Z-z = \pm r \left\{ \frac{[AB]}{E\sqrt{A^2+B^2+C^2}} \pm \frac{h-h_1}{r-r_1} \sqrt{1-\left(\frac{r-r_1}{E}\right)^2} \right\} \sqrt{1-\left(\frac{r-r_1}{E}\right)^2}. \end{cases}$$

§. 4.

Wir wollen nun auch die Grössen X_1-x , Y_1-y , Z_1-z entwickeln, werden uns dabei aber nicht an die Formeln 20) unmittelbar anschliessen, sondern, um zugleich die Beziehung, in welcher die doppelten Vorzeichen in den Ausdrücken dieser Grössen zu den doppelten Vorzeichen in den Ausdrücken der Grössen $X-x$, $Y-y$, $Z-z$ stehen, kennen zu lernen, uns des folgenden Verfahrens bedienen.

Die Gleichungen der durch die Punkte $(x \ y \ z)$ und $(X \ Y \ Z)$ gehenden geraden Linie sind bekanntlich

$$\frac{x-r}{X-r} = \frac{y-y}{Y-y} = \frac{z-z}{Z-z}.$$

Weil in dieser geraden Linie der Punkt $(X_1 \ Y_1 \ Z_1)$ offenbar liegt, so ist

$$\frac{X_1-r}{X-r} = \frac{Y_1-y}{Y-y} = \frac{Z_1-z}{Z-z}.$$

Sind nun

$$x = \mu z + \mu_1, \quad y = \nu z + \nu_1$$

die Gleichungen der von dem Punkte $(f_1 \ g_1 \ h_1)$ auf die durch die Gleichungen

$$\frac{x-r}{X-r} = \frac{y-y}{Y-y} = \frac{z-z}{Z-z}$$

charakterisirte gerade Linie gefällten Senkrechten, so ist nach den Lehren der analytischen Geometrie

$$1 + \mu \frac{X-r}{Z-z} + \nu \frac{Y-y}{Z-z} = 0;$$

weil aber der Punkt $(X_1 \ Y_1 \ Z_1)$ in der in Rede stehenden Senkrechten liegt, so ist

$$X_1 = \mu Z_1 + \mu_1, \quad Y_1 = \nu Z_1 + \nu_1;$$

und weil in dieser Senkrechten auch der Punkt $(f_1 \ g_1 \ h_1)$ liegt, so ist

$$f_1 = \mu h_1 + \mu_1, \quad g_1 = \nu h_1 + \nu_1;$$

also

$$X_1 - f_1 = \mu (Z_1 - h_1), \quad Y_1 - g_1 = \nu (Z_1 - h_1);$$

woraus

$$\mu = \frac{X_1 - f_1}{Z_1 - h_1}, \quad \nu = \frac{Y_1 - g_1}{Z_1 - h_1}$$

folgt; also ist nach dem Obigen

$$1 + \frac{X-r}{Z-z} \cdot \frac{X_1 - f_1}{Z_1 - h_1} + \frac{Y-y}{Z-z} \cdot \frac{Y_1 - g_1}{Z_1 - h_1} = 0$$

oder

$$(X-r)(X_1 - f_1) + (Y-y)(Y_1 - g_1) + (Z-z)(Z_1 - h_1) = 0.$$

Nach dem Obigen ist aber

$$Y_1 = y + \frac{Y-y}{X-r} (X_1 - r),$$

$$Z_1 = z + \frac{Z-z}{X-r} (X_1 - r);$$

also ist

$$\left. \begin{aligned} & (X-r) \left\{ x - f_1 + \frac{X-r}{X-r} (X_1 - r) \right\} \\ & + (Y-y) \left\{ y - g_1 + \frac{Y-y}{X-r} (X_1 - r) \right\} \\ & + (Z-z) \left\{ z - h_1 + \frac{Z-z}{X-r} (X_1 - r) \right\} \end{aligned} \right\} = 0;$$

folglich

$$\frac{X_1 - r}{X - r} = \frac{Y_1 - y}{Y - y} = \frac{Z_1 - z}{Z - z}$$

$$= \frac{(f_1 - r)(X - r) + (g_1 - y)(Y - y) + (h_1 - z)(Z - z)}{(X - r)^2 + (Y - y)^2 + (Z - z)^2}.$$

Weil nun aber nach 8*)

$$f_1 - r = \frac{(f - f_1)r_1}{r - r_1}, \quad g_1 - y = \frac{(g - g_1)r_1}{r - r_1}, \quad h_1 - z = \frac{(h - h_1)r_1}{r - r_1}$$

und, wie man leicht findet,

$$(f - f_1)[BC] + (g - g_1)[CA] + (h - h_1)[AB] = 0$$

ist, so ist nach 24)

$$(f_1 - r)(X - r) + (g_1 - y)(Y - y) + (h_1 - z)(Z - z)$$

$$= \frac{r r_1 E^2}{(r - r_1)^2} \left\{ 1 - \left(\frac{r - r_1}{E} \right)^2 \right\}.$$

Ferner ist nach 24)

$$(X - r)^2 + (Y - y)^2 + (Z - z)^2$$

$$= r^2 \left\{ \frac{[AB]^2 + [BC]^2 + [CA]^2}{E^2(A^2 + B^2 + C^2)} + \frac{E^2}{(r - r_1)^2} \left[1 - \left(\frac{r - r_1}{E} \right)^2 \right] \right\} \left\{ 1 - \left(\frac{r - r_1}{E} \right)^2 \right\},$$

also, weil bekanntlich

$$[AB]^2 + [BC]^2 + [CA]^2 = E^2(A^2 + B^2 + C^2)$$

ist:

$$(X - r)^2 + (Y - y)^2 + (Z - z)^2 = \frac{r^2 E^2}{(r - r_1)^2} \left\{ 1 - \left(\frac{r - r_1}{E} \right)^2 \right\}.$$

Folglich ist

$$\frac{(f_1 - r)(X - r) + (g_1 - y)(Y - y) + (h_1 - z)(Z - z)}{(X - r)^2 + (Y - y)^2 + (Z - z)^2} = \frac{r_1}{r}$$

und daher nach dem Obigen:

$$\frac{X_1 - r}{X - r} = \frac{Y_1 - y}{Y - y} = \frac{Z_1 - z}{Z - z} = \frac{r_1}{r}$$

oder

$$X_1 - r = \frac{r_1}{r} (X - r), \quad Y_1 - y = \frac{r_1}{r} (Y - y), \quad Z_1 - z = \frac{r_1}{r} (Z - z).$$

Folglich ist nach 24) mit Beziehung der oberen und unteren Zeichen auf einander:

$$25) \begin{cases} X_1 - x = \pm r_1 \left\{ \frac{[BC]}{E \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \pm \frac{f - f_1}{r - r_1} \sqrt{1 - \left(\frac{r - r_1}{E}\right)^2} \right\} \sqrt{1 - \left(\frac{r - r_1}{E}\right)^2}, \\ Y_1 - y = \pm r_1 \left\{ \frac{[CA]}{E \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \pm \frac{g - g_1}{r - r_1} \sqrt{1 - \left(\frac{r - r_1}{E}\right)^2} \right\} \sqrt{1 - \left(\frac{r - r_1}{E}\right)^2}, \\ Z_1 - z = \pm r_1 \left\{ \frac{[AB]}{E \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \pm \frac{h - h_1}{r - r_1} \sqrt{1 - \left(\frac{r - r_1}{E}\right)^2} \right\} \sqrt{1 - \left(\frac{r - r_1}{E}\right)^2}. \end{cases}$$

§. 5.

Bekanntlich beziehen in den Gleichungen 24) und 25) die oberen und unteren Zeichen sich auf einander, und was den Winkel ω betrifft, so ist aus dem Obigen bekannt, dass wir denselben bloß von 0 bis 180° wachsen zu lassen brauchen. Indess ist es für die weitere Entwicklung vortheilhaft, aus den in Rede stehenden Formeln die doppelten Zeichen wegzuschaffen, wodurch eine andere Bestimmung wegen des Winkels ω bedingt wird. Weil nämlich, wie man leicht findet:

$$\frac{[AB]}{E} = (fg_1 - gf_1) E \sin \omega - \{(f - f_1)(hf_1 - fh_1) - (g - g_1)(gh_1 - hg_1)\} \cos \omega,$$

$$\frac{[BC]}{E} = (gh_1 - hg_1) E \sin \omega - \{(g - g_1)(fg_1 - gf_1) - (h - h_1)(hf_1 - fh_1)\} \cos \omega,$$

$$\frac{[CA]}{E} = (hf_1 - fh_1) E \sin \omega - \{(h - h_1)(gh_1 - hg_1) - (f - f_1)(fg_1 - gf_1)\} \cos \omega$$

und

$$\sin(180^\circ + \omega) = -\sin \omega, \quad \cos(180^\circ + \omega) = -\cos \omega$$

ist, so sieht man, dass für zwischen 180° und 360° liegende Werthe von ω die Grössen $[AB]$, $[BC]$, $[CA]$ dieselben absoluten Werthe wie für die zwischen 0 und 180° liegenden Werthe von ω erhalten, aber ihre Vorzeichen ändern. Beachtet man nun die Gestalt der Ausdrücke 24) und 25) von

$$X - x, \quad Y - y, \quad Z - z \quad \text{und} \quad X_1 - x, \quad Y_1 - y, \quad Z_1 - z;$$

so wie, dass

$$A^2 + B^2 + C^2 = \{(fg_1 - gf_1)^2 + (gh_1 - hg_1)^2 + (hf_1 - fh_1)^2\} E^2,$$

also diese Grösse von ω ganz unabhängig ist, so wird auf der Stelle erhellen, dass, wenn man ω nicht, wie bisher, bloß von 0 bis 180° , sondern von 0 bis 360° wachsen lässt, es nicht mehr nöthig ist, in den Ausdrücken 24) und 25) die doppelten Zeichen beizubehalten, sondern dass man sich mit einem Zeichen begnügen kann. Ob man aber in den genannten Ausdrücken, unter der gemachten Voraussetzung wegen des Winkels ω , die oberen oder die unteren Zeichen nehmen will, ist, wie ebenfalls sogleich in die Augen fällt, an sich ganz gleichgültig, und es wird uns daher verstattet sein, für das Folgende von jetzt an die Bestimmung zu geben, dass in den Ausdrücken 24) und 25) bloß die oberen Zeichen genommen werden sollen, natürlich aber mit der gleichzeitigen Bestimmung, dass wir nun den Winkel ω nicht mehr wie bisher bloß von 0 bis 180° , sondern von 0 bis 360° wachsen lassen. Unter dieser Voraussetzung wollen wir daher in der Folge immer setzen:

$$24^*) \begin{cases} X - x = r \left\{ \frac{[BC]}{E\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} + \frac{f - f_1}{r - r_1} \sqrt{1 - \left(\frac{r - r_1}{E}\right)^2} \right\} \sqrt{1 - \left(\frac{r - r_1}{E}\right)^2}, \\ Y - y = r \left\{ \frac{[CA]}{E\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} + \frac{g - g_1}{r - r_1} \sqrt{1 - \left(\frac{r - r_1}{E}\right)^2} \right\} \sqrt{1 - \left(\frac{r - r_1}{E}\right)^2}, \\ Z - z = r \left\{ \frac{[AB]}{E\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} + \frac{h - h_1}{r - r_1} \sqrt{1 - \left(\frac{r - r_1}{E}\right)^2} \right\} \sqrt{1 - \left(\frac{r - r_1}{E}\right)^2} \end{cases}$$

und

$$25^*) \begin{cases} X_1 - x = r_1 \left\{ \frac{[BC]}{E\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} + \frac{f - f_1}{r - r_1} \sqrt{1 - \left(\frac{r - r_1}{E}\right)^2} \right\} \sqrt{1 - \left(\frac{r - r_1}{E}\right)^2}, \\ Y_1 - y = r_1 \left\{ \frac{[CA]}{E\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} + \frac{g - g_1}{r - r_1} \sqrt{1 - \left(\frac{r - r_1}{E}\right)^2} \right\} \sqrt{1 - \left(\frac{r - r_1}{E}\right)^2}, \\ Z_1 - z = r_1 \left\{ \frac{[AB]}{E\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} + \frac{h - h_1}{r - r_1} \sqrt{1 - \left(\frac{r - r_1}{E}\right)^2} \right\} \sqrt{1 - \left(\frac{r - r_1}{E}\right)^2}. \end{cases}$$

§. 6.

Die Gleichungen der gesuchten Berührenden sind

$$26) \quad \frac{x - r}{X - r} = \frac{y - y}{Y - y} = \frac{z - z}{Z - z},$$

oder

$$27) \quad \frac{x - r}{X_1 - r} = \frac{y - y}{Y_1 - y} = \frac{z - z}{Z_1 - z};$$

oder auch

$$28) \quad \frac{x - X}{X - X_1} = \frac{y - Y}{Y - Y_1} = \frac{z - Z}{Z - Z_1},$$

oder

$$29) \quad \frac{x - X_1}{X - X_1} = \frac{y - Y_1}{Y - Y_1} = \frac{z - Z_1}{Z - Z_1}.$$

Weil $x, y, z; X - x, Y - y, Z - z; X_1 - x, Y_1 - y, Z_1 - z$ aus dem Obigen bekannt sind, so können die Gleichungen der gesuchten Berührenden jetzt als vollständig entwickelt betrachtet werden.

Wenn die beiden Kugeln ganz ausserhalb einander liegen, so ist immer, d. h. r_1 mag positiv oder negativ sein:

$$\left(\frac{r - r_1}{E}\right)^2 \leq 1,$$

also immer

$$1 - \left(\frac{r - r_1}{E}\right)^2 \geq 0.$$

Wenn die beiden Kugeln sich schneiden, so ist, je nachdem r_1 positiv oder negativ ist, respective

$$\left(\frac{r - r_1}{E}\right)^2 < 1 \text{ oder } \left(\frac{r - r_1}{E}\right)^2 > 1,$$

also

$$1 - \left(\frac{r - r_1}{E}\right)^2 > 0 \text{ oder } 1 - \left(\frac{r - r_1}{E}\right)^2 < 0.$$

Wenn die kleinere Kugel ganz innerhalb der grösseren liegt, so ist immer, d. h. r_1 mag positiv oder negativ sein:

$$\left(\frac{r - r_1}{E}\right)^2 \geq 1,$$

also immer

$$1 - \left(\frac{r - r_1}{E} \right)^2 < 0.$$

Die geometrische Deutung dieser analytischen Resultate unterliegt keinem Zweifel, und braucht hier nicht weiter erläutert zu werden.

Wegen der doppelten Zeichen in den in §. 3 und §. 4 entwickelten Ausdrücken, insofern diese Ausdrücke reelle Resultate liefern, oder die Aufgabe überhaupt möglich ist, giebt es im Allgemeinen immer zwei äussere und zwei innere derselben genügende Berührende, was auch aus der einfachsten geometrischen Betrachtung auf der Stelle erhellet.

Drittes Capitel.

Über die Aufgabe: Wenn eine Kugel und eine durch deren Mittelpunkt gehende gerade Linie, letztere der Lage nach, gegeben sind: die Gleichungen einer geraden Linie zu finden, welche der gegebenen geraden Linie parallel ist, in einer gegebenen durch diese gerade Linie gelegten Ebene liegt, und die gegebene Kugel berührt.

Genauer präcisirt lautet die Aufgabe, mit deren Auflösung wir uns in diesem Capitel beschäftigen werden, folgendermassen:

Die Gleichungen einer geraden Linie zu finden, welche in der durch die Gleichung

$$1) \quad Ax + By + Cz + D = 0$$

charakterisirten Ebene, die durch eine gegebene gerade Linie, deren Gleichungen

$$2) \quad \frac{x-f}{\cos \lambda} = \frac{y-g}{\cos \mu} = \frac{z-h}{\cos \nu}$$

sind, gelegt ist, liegt; der durch die vorstehenden Gleichungen charakterisirten geraden Linie parallel ist; und eine aus dem Mittelpunkte (fgh) mit dem Halbmesser r beschriebene Kugel berührt.

Die Gleichungen der gesuchten geraden Linie haben, wenn wir die Coordinaten ihres Berührungspunktes mit der aus dem Mittelpunkte (fgh) mit dem Halbmesser r beschriebenen Kugel durch X, Y, Z bezeichnen, offenbar im Allgemeinen die Form

$$3) \quad \frac{x-X}{\cos \lambda} = \frac{y-Y}{\cos \mu} = \frac{z-Z}{\cos \nu}.$$

Die Gleichungen der durch die Punkte (fgh) und (XYZ) gehenden geraden Linie sind

$$4) \quad \frac{x-f}{X-f} = \frac{y-g}{Y-g} = \frac{z-h}{Z-h}.$$

oder

$$5) \quad \frac{x-X}{X-f} = \frac{y-Y}{Y-g} = \frac{z-Z}{Z-h}.$$

Da nach den Bedingungen der Aufgabe diese Linie auf der durch die Gleichungen

$$\frac{x-X}{\cos \lambda} = \frac{y-Y}{\cos \mu} = \frac{z-Z}{\cos \nu}$$

charakterisirten Linie senkrecht stehen muss, so ist nach den Principien der analytischen Geometrie

$$1 + \frac{\cos \lambda}{\cos \mu} \cdot \frac{X-f}{Z-h} + \frac{\cos \mu}{\cos \nu} \cdot \frac{Y-g}{Z-h} = 0$$

oder

$$6) \quad (X-f) \cos \lambda + (Y-g) \cos \mu + (Z-h) \cos \nu = 0.$$

Da ferner nach den Bedingungen der Aufgabe die durch die Gleichungen

$$\frac{x-X}{\cos \lambda} = \frac{y-Y}{\cos \mu} = \frac{z-Z}{\cos \nu}$$

charakterisirte Linie in der durch die Gleichung

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

charakterisirten Ebene liegen soll, so ist für jedes x :

$$Ax + B \left\{ Y + \frac{\cos \mu}{\cos \lambda} (x-X) \right\} + C \left\{ Z + \frac{\cos \nu}{\cos \lambda} (x-X) \right\} + D = 0$$

oder

$$\left. \begin{aligned} &(A \cos \lambda + B \cos \mu + C \cos \nu) x \\ &+ B (Y \cos \lambda - X \cos \mu) + C (Z \cos \lambda - X \cos \nu) + D \cos \lambda \end{aligned} \right\} = 0,$$

also

$$7) \quad \begin{cases} A \cos \lambda + B \cos \mu + C \cos \nu = 0, \\ B (Y \cos \lambda - X \cos \mu) + C (Z \cos \lambda - X \cos \nu) + D \cos \lambda = 0. \end{cases}$$

Die zweite dieser beiden Gleichungen giebt

$$-(B \cos \mu - C \cos \nu) X + B \cos \lambda \cdot Y + C \cos \lambda \cdot Z + D \cos \lambda = 0,$$

also vermöge der ersten der Gleichungen 7):

$$A \cos \lambda \cdot X + B \cos \lambda \cdot Y + C \cos \lambda \cdot Z + D \cos \lambda = 0,$$

folglich

$$8) \quad AX + BY + CZ + D = 0,$$

wie sich auch von selbst versteht, da der Punkt (XYZ) in der durch die Gleichung

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

charakterisirten Ebene liegen muss.

Der Punkt (fgh) liegt auch in dieser Ebene, und es ist folglich

$$9) \quad Af + Bg + Ch + D = 0,$$

also nach 8) und 9):

$$10) \quad A(X-f) + B(Y-g) + C(Z-h) = 0.$$

Da nun endlich der Punkt (XYZ) auch in der Oberfläche der aus dem Mittelpunkte (fgh) mit dem Halbmesser r beschriebenen Kugel liegt, so ist

$$11) \quad (X-f)^2 + (Y-g)^2 + (Z-h)^2 = r^2;$$

und zur Bestimmung von X, Y, Z haben wir daher jetzt nach 6), 10), 11) die drei folgenden Gleichungen:

$$12) \quad \begin{cases} \cos \lambda (X-f) + \cos \mu (Y-g) + \cos \nu (Z-h) = 0, \\ A(X-f) + B(Y-g) + C(Z-h) = 0, \\ (X-f)^2 + (Y-g)^2 + (Z-h)^2 = r^2. \end{cases}$$

Aus den beiden ersten dieser drei Gleichungen folgt:

$$\begin{aligned} (C \cos \lambda - A \cos \nu) (X-f) - (B \cos \nu - C \cos \mu) (Y-g) &= 0, \\ (A \cos \mu - B \cos \lambda) (X-f) - (B \cos \nu - C \cos \mu) (Z-h) &= 0; \end{aligned}$$

d. i., wenn wir

$$13) \quad \begin{cases} \{AB\} = A \cos \mu - B \cos \lambda, \\ \{BC\} = B \cos \nu - C \cos \mu, \\ \{CA\} = C \cos \lambda - A \cos \nu \end{cases}$$

setzen:

$$\begin{aligned} \{CA\} (X-f) - \{BC\} (Y-g) &= 0, \\ \{AB\} (X-f) - \{BC\} (Z-h) &= 0; \end{aligned}$$

woraus

$$14) \quad Y-g = \frac{\{CA\}}{\{BC\}} (X-f), \quad Z-h = \frac{\{AB\}}{\{BC\}} (X-f)$$

folgt. Also ist nach der dritten der Gleichungen 12):

$$\frac{\{AB\}^2 + \{BC\}^2 + \{CA\}^2}{\{BC\}^2} (X-f)^2 = r^2,$$

und folglich hiernach und nach 14), mit Beziehung der oberen und unteren Zeichen auf einander:

$$15) \quad \begin{cases} X-f = \pm \frac{r \{BC\}}{\sqrt{\{AB\}^2 + \{BC\}^2 + \{CA\}^2}}, \\ Y-g = \pm \frac{r \{CA\}}{\sqrt{\{AB\}^2 + \{BC\}^2 + \{CA\}^2}}, \\ Z-h = \pm \frac{r \{AB\}}{\sqrt{\{AB\}^2 + \{BC\}^2 + \{CA\}^2}}. \end{cases}$$

Nach 7) und 13) ist aber, wie man leicht findet,

$$\{AB\}^2 + \{BC\}^2 + \{CA\}^2 = A^2 + B^2 + C^2;$$

also

$$16) \quad \begin{cases} X-f = \pm \frac{r \{BC\}}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}, \\ Y-g = \pm \frac{r \{CA\}}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}, \\ Z-h = \pm \frac{r \{AB\}}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \end{cases}$$

oder

$$17) \quad \begin{cases} X = f \pm \frac{r \{BC\}}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}, \\ Y = g \pm \frac{r \{CA\}}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}, \\ Z = h \pm \frac{r \{AB\}}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}. \end{cases}$$

Es giebt also im Allgemeinen zwei Auflösungen unserer Aufgabe.

Bedenkt man aber, dass, wie man leicht findet:

$$\begin{aligned} \{AB\} &= -(f \cos \mu - g \cos \lambda) \sin \omega \\ &\quad + \{h - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu) \cos \nu\} \cos \omega, \\ \{BC\} &= -(g \cos \nu - h \cos \mu) \sin \omega \\ &\quad + \{(f - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu))\} \cos \omega, \\ \{CA\} &= -(h \cos \lambda - f \cos \nu) \sin \omega \\ &\quad + \{g - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu) \cos \mu\} \cos \omega \end{aligned}$$

ist; so erhellet auf ganz ähnliche Art wie in Cap. II, §. 5, dass es, wenn man ω von 0 bis 360° wachsen lässt, genügt, in den obigen Formeln die oberen Zeichen zu nehmen, und daher

$$18) \quad \begin{cases} X = f + \frac{r \{BC\}}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}, \\ Y = g + \frac{r \{CA\}}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}, \\ Z = h + \frac{r \{AB\}}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \end{cases}$$

zu setzen.

Viertes Capitel.

Über die Durchschnittspunkte einer geraden Linie mit der Oberfläche eines Ellipsoides im Allgemeinen.

Die Gleichung der Oberfläche eines Ellipsoides sei

$$1) \quad \left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 + \left(\frac{z}{c}\right)^2 = 1,$$

und

$$2) \quad \frac{x - a_1}{\cos \alpha} = \frac{y - b_1}{\cos \beta} = \frac{z - c_1}{\cos \gamma}$$

seien die Gleichungen einer geraden Linie im Raume. Handelt es sich nun um die Durchschnittspunkte dieser geraden Linie mit der Oberfläche des Ellipsoides, so kommt es darauf an, aus den drei obigen Gleichungen die Coordinaten x, y, z dieser Durchschnittspunkte zu bestimmen, wozu man auf folgende Art gelangt.

Weil nach den Gleichungen 2)

$$y = b_1 + \frac{\cos \beta}{\cos \alpha} (x - a_1), \quad z = c_1 + \frac{\cos \gamma}{\cos \alpha} (x - a_1)$$

ist, so ist vermöge der Gleichung 1):

$$\left\{\frac{a_1}{a} + \frac{\cos \alpha}{a} \cdot \frac{x - a_1}{\cos \alpha}\right\}^2 + \left\{\frac{b_1}{b} + \frac{\cos \beta}{b} \cdot \frac{x - a_1}{\cos \alpha}\right\}^2 + \left\{\frac{c_1}{c} + \frac{\cos \gamma}{c} \cdot \frac{x - a_1}{\cos \alpha}\right\}^2 = 1,$$

also nach gehöriger Entwicklung:

$$\begin{aligned} 1 &= \left(\frac{a_1}{a}\right)^2 + \left(\frac{b_1}{b}\right)^2 + \left(\frac{c_1}{c}\right)^2 + 2 \left\{ \frac{a_1 \cos \alpha}{a^2} + \frac{b_1 \cos \beta}{b^2} + \frac{c_1 \cos \gamma}{c^2} \right\} \frac{x - a_1}{\cos \alpha} \\ &\quad + \left\{ \left(\frac{\cos \alpha}{a}\right)^2 + \left(\frac{\cos \beta}{b}\right)^2 + \left(\frac{\cos \gamma}{c}\right)^2 \right\} \left(\frac{x - a_1}{\cos \alpha}\right)^2 \end{aligned}$$

oder, wenn man diese Gleichung auf die gewöhnliche Form der quadratischen Gleichungen bringt:

$$\begin{aligned} \left(\frac{x-a_1}{\cos \alpha}\right)^2 + 2 \frac{\frac{a_1 \cos \alpha}{a^2} + \frac{b_1 \cos \beta}{b^2} + \frac{c_1 \cos \gamma}{c^2}}{\left(\frac{\cos \alpha}{a}\right)^2 + \left(\frac{\cos \beta}{b}\right)^2 + \left(\frac{\cos \gamma}{c}\right)^2} \cdot \frac{x-a_1}{\cos \alpha} \\ = \frac{1 - \left(\frac{a_1}{a}\right)^2 - \left(\frac{b_1}{b}\right)^2 - \left(\frac{c_1}{c}\right)^2}{\left(\frac{\cos \alpha}{a}\right)^2 + \left(\frac{\cos \beta}{b}\right)^2 + \left(\frac{\cos \gamma}{c}\right)^2}. \end{aligned}$$

Also ist

$$\begin{aligned} & \left\{ \frac{x-a_1}{\cos \alpha} + \frac{\frac{a_1 \cos \alpha}{a^2} + \frac{b_1 \cos \beta}{b^2} + \frac{c_1 \cos \gamma}{c^2}}{\left(\frac{\cos \alpha}{a}\right)^2 + \left(\frac{\cos \beta}{b}\right)^2 + \left(\frac{\cos \gamma}{c}\right)^2} \right\}^2 \\ = & \frac{\left(\frac{a_1 \cos \alpha}{a^2} + \frac{b_1 \cos \beta}{b^2} + \frac{c_1 \cos \gamma}{c^2}\right)^2 + \left\{\left(\frac{\cos \alpha}{a}\right)^2 + \left(\frac{\cos \beta}{b}\right)^2 + \left(\frac{\cos \gamma}{c}\right)^2\right\} \left\{1 - \left(\frac{a_1}{a}\right)^2 - \left(\frac{b_1}{b}\right)^2 - \left(\frac{c_1}{c}\right)^2\right\}}{\left\{\left(\frac{\cos \alpha}{a}\right)^2 + \left(\frac{\cos \beta}{b}\right)^2 + \left(\frac{\cos \gamma}{c}\right)^2\right\}^2}. \end{aligned}$$

Wenn man den Zähler des Bruches auf der rechten Seite des Gleichheitszeichens gehörig entwickelt, und aufhebt, was sich aufheben lässt, so erhält man für denselben leicht den folgenden Ausdruck:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\cos \alpha}{a}\right)^2 + \left(\frac{\cos \beta}{b}\right)^2 + \left(\frac{\cos \gamma}{c}\right)^2 \\ & - \left(\frac{a_1 \cos \beta - b_1 \cos \alpha}{ab}\right)^2 - \left(\frac{b_1 \cos \gamma - c_1 \cos \beta}{bc}\right)^2 - \left(\frac{c_1 \cos \alpha - a_1 \cos \gamma}{ca}\right)^2, \end{aligned}$$

und daher nach dem Vorhergehenden, mit Rücksicht auf die Gleichungen 2):

$$\begin{aligned} 3) & \left\{\left(\frac{\cos \alpha}{a}\right)^2 + \left(\frac{\cos \beta}{b}\right)^2 + \left(\frac{\cos \gamma}{c}\right)^2\right\} \frac{x-a_1}{\cos \alpha} \\ & = \left\{\left(\frac{\cos \alpha}{a}\right)^2 + \left(\frac{\cos \beta}{b}\right)^2 + \left(\frac{\cos \gamma}{c}\right)^2\right\} \frac{y-b_1}{\cos \beta} \\ & = \left\{\left(\frac{\cos \alpha}{a}\right)^2 + \left(\frac{\cos \beta}{b}\right)^2 + \left(\frac{\cos \gamma}{c}\right)^2\right\} \frac{z-c_1}{\cos \gamma} \\ & = -\frac{a_1 \cos \alpha}{a^2} - \frac{b_1 \cos \beta}{b^2} - \frac{c_1 \cos \gamma}{c^2} \end{aligned}$$

$$\pm \sqrt{\left(\frac{\cos \alpha}{a}\right)^2 + \left(\frac{\cos \beta}{b}\right)^2 + \left(\frac{\cos \gamma}{c}\right)^2 - \left(\frac{a_1 \cos \beta - b_1 \cos \alpha}{ab}\right)^2 - \left(\frac{b_1 \cos \gamma - c_1 \cos \beta}{bc}\right)^2 - \left(\frac{c_1 \cos \alpha - a_1 \cos \gamma}{ca}\right)^2}.$$

Für die Kugel ist $a = b = c$, also

$$\begin{aligned} 4) & \frac{x-a_1}{\cos \alpha} = \frac{y-b_1}{\cos \beta} = \frac{z-c_1}{\cos \gamma} \\ & = -(a_1 \cos \alpha + b_1 \cos \beta + c_1 \cos \gamma) \\ & \pm a \sqrt{1 - \frac{(a_1 \cos \beta - b_1 \cos \alpha)^2 + (b_1 \cos \gamma - c_1 \cos \beta)^2 + (c_1 \cos \alpha - a_1 \cos \gamma)^2}{a^2}}. \end{aligned}$$

Die durch die Gleichungen 2) charakterisirte gerade Linie schneidet die durch die Gleichung 1) charakterisirte Oberfläche des Ellipsoides in zwei Punkten, wenn

$$\left. \begin{aligned} & \left(\frac{\cos \alpha}{a} \right)^2 + \left(\frac{\cos \beta}{b} \right)^2 + \left(\frac{\cos \gamma}{c} \right)^2 \\ & - \left(\frac{a_1 \cos \beta - b_1 \cos \alpha}{ab} \right)^2 - \left(\frac{b_1 \cos \gamma - c_1 \cos \beta}{bc} \right)^2 - \left(\frac{c_1 \cos \alpha - a_1 \cos \gamma}{ca} \right)^2 \end{aligned} \right\} > 0$$

ist.

Die durch die Gleichungen 2) charakterisirte gerade Linie trifft die durch die Gleichung 1) charakterisirte Oberfläche des Ellipsoides nur in einem Punkte, und berührt dieselbe also, wenn

$$\left. \begin{aligned} & \left(\frac{\cos \alpha}{a} \right)^2 + \left(\frac{\cos \beta}{b} \right)^2 + \left(\frac{\cos \gamma}{c} \right)^2 \\ & - \left(\frac{a_1 \cos \beta - b_1 \cos \alpha}{ab} \right)^2 - \left(\frac{b_1 \cos \gamma - c_1 \cos \beta}{bc} \right)^2 - \left(\frac{c_1 \cos \alpha - a_1 \cos \gamma}{ca} \right)^2 \end{aligned} \right\} = 0$$

ist.

Die durch die Gleichungen 2) charakterisirte gerade Linie trifft die durch die Gleichung 1) charakterisirte Oberfläche des Ellipsoides gar nicht, wenn

$$\left. \begin{aligned} & \left(\frac{\cos \alpha}{a} \right)^2 + \left(\frac{\cos \beta}{b} \right)^2 + \left(\frac{\cos \gamma}{c} \right)^2 \\ & - \left(\frac{a_1 \cos \beta - b_1 \cos \alpha}{ab} \right)^2 - \left(\frac{b_1 \cos \gamma - c_1 \cos \beta}{bc} \right)^2 - \left(\frac{c_1 \cos \alpha - a_1 \cos \gamma}{ca} \right)^2 \end{aligned} \right\} < 0$$

ist.

Die durch die Gleichung

$$x^2 + y^2 + z^2 = a^2$$

charakterisirte Kugelfläche wird von der durch die Gleichungen 2) charakterisirten geraden Linie in zwei Punkten geschnitten, wenn

$$(a_1 \cos \beta - b_1 \cos \alpha)^2 + (b_1 \cos \gamma - c_1 \cos \beta)^2 + (c_1 \cos \alpha - a_1 \cos \gamma)^2 < a^2$$

ist.

Die durch die Gleichung

$$x^2 + y^2 + z^2 = a^2$$

charakterisirte Kugelfläche wird von der durch die Gleichungen 2) charakterisirten geraden Linie nur in einem Punkte getroffen, und also von dieser geraden Linie berührt, wenn

$$(a_1 \cos \beta - b_1 \cos \alpha)^2 + (b_1 \cos \gamma - c_1 \cos \beta)^2 + (c_1 \cos \alpha - a_1 \cos \gamma)^2 = a^2$$

ist.

Die durch die Gleichung

$$x^2 + y^2 + z^2 = a^2$$

charakterisirte Kugelfläche wird von der durch die Gleichungen 2) charakterisirten geraden Linie gar nicht getroffen, wenn

$$(a_1 \cos \beta - b_1 \cos \alpha)^2 + (b_1 \cos \gamma - c_1 \cos \beta)^2 + (c_1 \cos \alpha - a_1 \cos \gamma)^2 > a^2$$

ist.

Mittelst leichter Rechnung findet man, dass auch

$$\begin{aligned} 5) & \left(\frac{\cos \alpha}{a} \right)^2 + \left(\frac{\cos \beta}{b} \right)^2 + \left(\frac{\cos \gamma}{c} \right)^2 \\ & - \left(\frac{a_1 \cos \beta - b_1 \cos \alpha}{ab} \right)^2 - \left(\frac{b_1 \cos \gamma - c_1 \cos \beta}{bc} \right)^2 - \left(\frac{c_1 \cos \alpha - a_1 \cos \gamma}{ca} \right)^2 \\ & = \frac{1}{a^2} \left(1 - \frac{b_1^2}{b^2} - \frac{c_1^2}{c^2} \right) \cos^2 \alpha + \frac{1}{b^2} \left(1 - \frac{c_1^2}{c^2} - \frac{a_1^2}{a^2} \right) \cos^2 \beta + \frac{1}{c^2} \left(1 - \frac{a_1^2}{a^2} - \frac{b_1^2}{b^2} \right) \cos^2 \gamma \\ & + 2 \frac{a_1 b_1}{a^2 b^2} \cos \alpha \cos \beta + 2 \frac{b_1 c_1}{b^2 c^2} \cos \beta \cos \gamma + 2 \frac{c_1 a_1}{c^2 a^2} \cos \gamma \cos \alpha \end{aligned}$$

ist.

Fünftes Capitel.

Theorie der Bedeckungen, wenn keiner der beiden Weltkörper ein Fixstern ist.

(Theorie der Sonnenfinsternisse.)

§. 1.

Alles kommt hier auf die Betrachtung der durch die in Cap. II durch $(xy\zeta)$, (XYZ) , $(X_1 Y_1 Z_1)$ bezeichneten Punkte gehenden geraden Linie an, womit wir uns also jetzt in aller Ausführlichkeit beschäftigen wollen.

Die Gleichungen der in Rede stehenden geraden Linie sind bekanntlich

$$1) \quad \frac{x-r}{X-r} = \frac{y-y}{Y-y} = \frac{z-\zeta}{Z-\zeta}.$$

Bezeichnen wir aber die von der einen der beiden Richtungen dieser geraden Linie, welche man bei jeder geraden Linie unterscheiden kann, mit den positiven Richtungen der drei Coordinaten-Axen eingeschlossenen, 180° nicht übersteigenden Winkel durch φ , ψ , χ ; so sind die Gleichungen dieser geraden Linie auch:

$$2) \quad \frac{x-y}{\cos \varphi} = \frac{y-y}{\cos \psi} = \frac{z-\zeta}{\cos \chi},$$

und aus der Vergleichung dieser Gleichungen mit den Gleichungen 1) ergibt sich daher, wenn μ einen gewissen constanten Factor bezeichnet, unmittelbar:

$$\begin{aligned} \cos \varphi &= \mu (X-r), \\ \cos \psi &= \mu (Y-y), \\ \cos \chi &= \mu (Z-\zeta). \end{aligned}$$

Zur Bestimmung des constanten Factors μ hat man aber die Gleichung

$$\cos^2 \varphi + \cos^2 \psi + \cos^2 \chi = 1,$$

also nach dem Vorhergehenden die Gleichung

$$\mu^2 \{ (X-r)^2 + (Y-y)^2 + (Z-\zeta)^2 \} = 1.$$

Weil nun

$$[AB]^2 + [BC]^2 + [CA]^2 = E(A^2 + B^2 + C^2)$$

und

$$(f-f_1)[BC] + (g-g_1)[CA] + (h-h_1)[AB] = 0,$$

auch

$$(f-f_1)^2 + (g-g_1)^2 + (h-h_1)^2 = E^2$$

ist, so erhält man aus Cap. II, §. 3, Nr. 24*) leicht

$$(X-r)^2 + (Y-y)^2 + (Z-\zeta)^2 = \frac{r^2 E^2}{(r-r_1)^2} \left\{ 1 - \left(\frac{r-r_1}{E} \right)^2 \right\},$$

und folglich nach dem Obigen

$$\frac{r^2 E^2}{(r-r_1)^2} \left\{ 1 - \left(\frac{r-r_1}{E} \right)^2 \right\} \mu^2 = 1,$$

woraus sich

$$\mu = \pm \frac{r - r_1}{r E \sqrt{1 - \left(\frac{r - r_1}{E}\right)^2}}$$

ergiebt. Weil es aber völlig gleichgültig ist, auf welche der beiden Richtungen der durch die Punkte $(xy\zeta)$, (XYZ) , $(X_1 Y_1 Z_1)$ gehenden geraden Linie man die Winkel φ , ψ , χ beziehen will, indem es nur auf die Bestimmung der Lage dieser geraden Linie an sich im Raume ankommt, so reicht es offenbar hin, in dem obigen Ausdrücke des constanten Factors μ bloß das obere Zeichen beizubehalten, also

$$3) \quad \mu = \frac{r - r_1}{r E \sqrt{1 - \left(\frac{r - r_1}{E}\right)^2}}$$

folglich nach dem Obigen

$$4) \quad \begin{cases} \cos \varphi = \frac{(r - r_1)(X - x)}{r E \sqrt{1 - \left(\frac{r - r_1}{E}\right)^2}}, \\ \cos \psi = \frac{(r - r_1)(Y - y)}{r E \sqrt{1 - \left(\frac{r - r_1}{E}\right)^2}}, \\ \cos \chi = \frac{(r - r_1)(Z - \zeta)}{r E \sqrt{1 - \left(\frac{r - r_1}{E}\right)^2}} \end{cases}$$

zu setzen.

Führt man nun in diese Formeln die bekannten Ausdrücke von $X - x$, $Y - y$, $Z - \zeta$ aus Cap. II, §. 5, Nr. 24*) ein, so erhält man:

$$5) \quad \begin{cases} \cos \varphi = \frac{r - r_1}{E} \left\{ \frac{[BC]}{E \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} + \frac{f - f_1}{r - r_1} \sqrt{1 - \left(\frac{r - r_1}{E}\right)^2} \right\}, \\ \cos \psi = \frac{r - r_1}{E} \left\{ \frac{[CA]}{E \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} + \frac{g - g_1}{r - r_1} \sqrt{1 - \left(\frac{r - r_1}{E}\right)^2} \right\}, \\ \cos \chi = \frac{r - r_1}{E} \left\{ \frac{[AB]}{E \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} + \frac{h - h_1}{r - r_1} \sqrt{1 - \left(\frac{r - r_1}{E}\right)^2} \right\}. \end{cases}$$

Aus diesen Formeln kann man verschiedene bemerkenswerthe Relationen ableiten, von denen wir jedoch hier nur die folgenden, sich sogleich ganz von selbst ergebenden hervorheben wollen:

$$6) \quad (f - f_1) \cos \varphi + (g - g_1) \cos \psi + (h - h_1) \cos \chi = E \sqrt{1 - \left(\frac{r - r_1}{E}\right)^2};$$

ferner:

$$7) \quad A \cos \varphi + B \cos \psi + C \cos \chi = 0;$$

auch:

$$8) \quad [BC] \cos \varphi + [CA] \cos \psi + [AB] \cos \chi = (r - r_1) \sqrt{A^2 + B^2 + C^2};$$

endlich:

$$9) \quad \begin{cases} (x - f) \cos \varphi + (y - g) \cos \psi + (\zeta - h) \cos \chi = - \frac{r E}{r - r_1} \sqrt{1 - \left(\frac{r - r_1}{E}\right)^2}, \\ (x - f_1) \cos \varphi + (y - g_1) \cos \psi + (\zeta - h_1) \cos \chi = - \frac{r_1 E}{r - r_1} \sqrt{1 - \left(\frac{r - r_1}{E}\right)^2}; \end{cases}$$

woraus

$$10) \quad \frac{(x-f) \cos \varphi + (y-g) \cos \psi + (z-h) \cos \chi}{(x-f_1) \cos \varphi + (y-g_1) \cos \psi + (z-h_1) \cos \chi} = \frac{r}{r_1}$$

folgt. Die Ableitung noch anderer Relationen aus den obigen Ausdrücken von $\cos \varphi$, $\cos \psi$, $\cos \chi$, die für unseren Zweck von geringer Wichtigkeit sind, können wir füglich dem Leser überlassen.

Führen wir aber die obigen Ausdrücke 5) von $\cos \varphi$, $\cos \psi$, $\cos \chi$ für $[AB]$, $[BC]$, $[CA]$ und $A^2 + B^2 + C^2$ ihre Ausdrücke durch ω ein, so erhalten wir:

$$11) \quad \cos \varphi = \frac{r-r_1}{E} \left\{ \frac{(gh_1 - hg_1) E \sin \omega - \{(g-g_1)(fg_1 - gf_1) - (h-h_1)(hf_1 - fh_1)\} \cos \omega}{E \sqrt{(fg_1 - gf_1)^2 + (gh_1 - hg_1)^2 + (hf_1 - fh_1)^2}} + \frac{f-f_1}{r-r_1} \sqrt{1 - \left(\frac{r-r_1}{E}\right)^2} \right\}$$

$$\cos \psi = \frac{r-r_1}{E} \left\{ \frac{(hf_1 - fh_1) E \sin \omega - \{(h-h_1)(gh_1 - hg_1) - (f-f_1)(fg_1 - gf_1)\} \cos \omega}{E \sqrt{(fg_1 - gf_1)^2 + (gh_1 - hg_1)^2 + (hf_1 - fh_1)^2}} + \frac{g-g_1}{r-r_1} \sqrt{1 - \left(\frac{r-r_1}{E}\right)^2} \right\}$$

$$\cos \chi = \frac{r-r_1}{E} \left\{ \frac{(fg_1 - gf_1) E \sin \omega - \{(f-f_1)(hf_1 - fh_1) - (g-g_1)(gh_1 - hg_1)\} \cos \omega}{E \sqrt{(fg_1 - gf_1)^2 + (gh_1 - hg_1)^2 + (hf_1 - fh_1)^2}} + \frac{h-h_1}{r-r_1} \sqrt{1 - \left(\frac{r-r_1}{E}\right)^2} \right\}$$

§. 2.

Indem wir von jetzt an alles Folgende auf ein bestimmtes absolutes Zeitmoment beziehen, welchem die Sternzeit \mathfrak{Z} des Orts, für welchen die Ephemeriden berechnet sind, entspricht, kommt es nun zunächst darauf an, alle diejenigen Orte auf der Erdoberfläche zu ermitteln, die in dem in Rede stehenden absoluten Zeitmomente eine innere Berührung der beiden Weltkörper sehen, wobei wir die Erde als ein durch die Gleichung

$$12) \quad \frac{x^2 + y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1$$

charakterisirtes Umdrehungs-Ellipsoid, entstanden durch Umdrehung einer Ellipse, um die Axe $2b$, betrachten, und nach Cap. II, §. 1, bekanntlich der Halbmesser r_1 der kleineren Kugel für äussere Berührungen negativ, für innere Berührungen positiv genommen werden muss.

Die gesuchten Punkte erhält man aber sämmtlich, wenn man für das in Rede stehende absolute Zeitmoment die Coordinaten x , y , z der Durchschnittspunkte der durch die Punkte (xy_3) , (XYZ) , $(X_1 Y_1 Z_1)$ gehenden geraden Linie mit der Erdoberfläche sucht, und in den dadurch erhaltenen Formeln dann den Winkel ω , von welchem dieselben abhängen, von 0 bis 360° wachsen lässt.

Eine ganz feste Bestimmung wegen des Coordinatensystems ist bis jetzt absichtlich noch nicht gegeben worden; am besten wird man aber thun, wenn man dasselbe hier ganz eben so annimmt, wie in den Denkschriften Band VII, Cap. I, §. 1¹⁾. Dann hat man, wenn die Coordinaten x , y , z eines Orts auf der Erdoberfläche gegeben oder mittelst des Obigen gefunden sind, zur Bestimmung seiner Länge L in

¹⁾ Hierunter wird immer die in den Denkschriften Bd. VII abgedruckte Abhandlung: „Theorie der Sonnenfinsternisse, der Durchgänge der unteren Planeten vor der Sonne und der Sternbedeckungen für einen gegebenen Ort der Erde“ verstanden.

Bezug auf den Ort, für welchen die Ephemeriden berechnet sind, als Anfang der Längen, seiner geographischen oder geocentrischen Breite, die wir jetzt durch Φ bezeichnen wollen, und des nach diesem Orte gezogenen Erdhalbmessers, der jetzt durch R bezeichnet werden mag, nach Denkschriften, Band VII, Cap. I, §. 2, Nr. 3) die folgenden Formeln:

$$13) \quad \begin{cases} x = R \cos \Phi \cos (L + 15 \mathfrak{Z}), \\ y = R \cos \Phi \sin (L + 15 \mathfrak{Z}), \\ z = R \sin \Phi; \end{cases}$$

aus denen sich

$$14) \quad \begin{cases} R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}; \\ \sin \Phi = \frac{z}{R}; \\ \cos (L + 15 \mathfrak{Z}) = \frac{x}{R \cos \Phi}, \quad \sin (L + 15 \mathfrak{Z}) = \frac{y}{R \cos \Phi}, \quad \text{tang } (L + 15 \mathfrak{Z}) = \frac{y}{x} \end{cases}$$

ergiebt. Wenn man nur weiss, ob

$$0 < L + 15 \mathfrak{Z} < 360^\circ \text{ oder } 360^\circ < L + 15 \mathfrak{Z} < 2.360^\circ$$

ist, so lassen diese Formeln gar keine Zweideutigkeit zu. Uebrigens hat man aber wegen der heiden ersten Gleichungen in 13):

$$\begin{aligned} \frac{x}{R \cos \Phi} &= \cos 15 \mathfrak{Z} \cos L - \sin 15 \mathfrak{Z} \sin L, \\ \frac{y}{R \cos \Phi} &= \sin 15 \mathfrak{Z} \cos L + \cos 15 \mathfrak{Z} \sin L; \end{aligned}$$

aus denen sich

$$\begin{aligned} \cos L &= \frac{x \cos 15 \mathfrak{Z} + y \sin 15 \mathfrak{Z}}{R \cos \Phi}, \\ \sin L &= -\frac{x \sin 15 \mathfrak{Z} - y \cos 15 \mathfrak{Z}}{R \cos \Phi}, \\ \text{tang } L &= -\frac{x \sin 15 \mathfrak{Z} - y \cos 15 \mathfrak{Z}}{x \cos 15 \mathfrak{Z} + y \sin 15 \mathfrak{Z}} \end{aligned}$$

ergiebt, so dass man jetzt die folgenden Formeln hat:

$$15) \quad \begin{cases} R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}; \\ \sin \Phi = \frac{z}{R}; \\ \cos L = \frac{x \cos 15 \mathfrak{Z} + y \sin 15 \mathfrak{Z}}{R \cos \Phi}, \\ \sin L = -\frac{x \sin 15 \mathfrak{Z} - y \cos 15 \mathfrak{Z}}{R \cos \Phi}, \\ \text{tang } L = -\frac{x \sin 15 \mathfrak{Z} - y \cos 15 \mathfrak{Z}}{x \cos 15 \mathfrak{Z} + y \sin 15 \mathfrak{Z}}. \end{cases}$$

welche gar keine Zweideutigkeit zulassen, weil L immer positiv und nie grösser als 360° , Φ zwar positiv und negativ, absolut genommen aber nie grösser als 90° ist.

Am besten verfährt man aber, wie es mir scheint, auf folgende Art. Man setze

$$L + 15 \mathfrak{Z} = \theta,$$

so ist

$$\begin{aligned}x &= R \cos \Phi \cos \Theta, \\y &= R \cos \Phi \sin \Theta, \\z &= R \sin \Phi.\end{aligned}$$

Nun bestimme man nach einer hinreichend bekannten Methode mittelst dieser Formeln, indem man Θ vorläufig als einen blossen Hülfswinkel betrachtet, die Grössen R , Φ , Θ so, dass den obigen Gleichungen genügt wird, mit der Bedingung, dass R positiv und der absolute Werth von Φ nicht grösser als 90° sei, was immer möglich ist. Dann ist nach 15)

$$\cos L = \cos(\Theta - 15^\circ \mathfrak{L}), \quad \sin L = \sin(\Theta - 15^\circ \mathfrak{L});$$

und da nun immer L positiv und nicht grösser als 360° ist, so lassen vorstehende Formeln bei der Bestimmung von L nicht die geringste Zweideutigkeit zu.

Bezeichnen wir die Coordinaten des Orts, für welchen die Ephemeriden berechnet sind, durch (x) , (y) , (z) , seine geographische oder geocentrische Breite durch (Φ) , und den nach diesem Orte gezogenen Erdhalbmesser durch (R) : so ist:

$$16) \quad \begin{cases} (x) = (R) \cos(\Phi) \cos 15^\circ \mathfrak{L}, \\ (y) = (R) \cos(\Phi) \sin 15^\circ \mathfrak{L}, \\ (z) = (R) \sin(\Phi): \end{cases}$$

also nach 15):

$$\begin{aligned}\cos L &= \frac{x \cdot \frac{(x)}{(R) \cos(\Phi)} + y \cdot \frac{(y)}{(R) \cos(\Phi)}}{R \cos \Phi}, \\ \sin L &= - \frac{x \cdot \frac{(y)}{(R) \cos(\Phi)} - y \cdot \frac{(x)}{(R) \cos(\Phi)}}{R \cos \Phi}\end{aligned}$$

folglich:

$$17) \quad \cos L = \frac{x(x) + y(y)}{R(R) \cos \Phi \cos(\Phi)}, \quad \sin L = - \frac{x(y) - y(x)}{R(R) \cos \Phi \cos(\Phi)}, \quad \tan L = - \frac{x(y) - y(x)}{x(x) + y(y)}.$$

Um nun aber die Coordinaten x , y , z selbst zu finden, muss man in den Formeln Cap. IV, Nr. 3) für a , b , c ; a_1 , b_1 , c_1 ; α , β , γ respective a , a , b ; x , y , z ; φ , ψ , χ setzen, wodurch man für die gesuchten Coordinaten x , y , z die folgenden Formeln erhält:

$$\begin{aligned}18) \quad & \left(\frac{\cos \varphi^2 + \cos \psi^2}{a^2} + \frac{\cos \chi^2}{b^2} \right) \frac{x - r}{\cos \varphi} \\ &= \left(\frac{\cos \varphi^2 + \cos \psi^2}{a^2} + \frac{\cos \chi^2}{b^2} \right) \frac{y - y}{\cos \psi} \\ &= \left(\frac{\cos \varphi^2 + \cos \psi^2}{a^2} + \frac{\cos \chi^2}{b^2} \right) \frac{z - z}{\cos \chi} \\ &= - \frac{r \cos \varphi + y \cos \psi}{a^2} - \frac{z \cos \chi}{b^2} \\ & \pm \sqrt{\frac{\cos \varphi^2 + \cos \psi^2}{a^2} + \frac{\cos \chi^2}{b^2} - \frac{(r \cos \psi - y \cos \varphi)^2}{a^2 a^2} - \frac{(y \cos \chi - z \cos \psi)^2 + (z \cos \varphi - r \cos \chi)^2}{a^2 b^2}}.\end{aligned}$$

Die einzelnen hierin vorkommenden Grössen wollen wir nun nach der Reihe einer etwas genaueren Betrachtung unterwerfen.

Zuerst ist

$$\frac{r \cos \varphi + y \cos \psi}{a^2} + \frac{z \cos \chi}{b^2} = \frac{r \cos \varphi + y \cos \psi + z \cos \chi}{a^2} - \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2} \right) z \cos \chi.$$

also

$$a^2 \left(\frac{r \cos \varphi + y \cos \psi}{a^2} + \frac{z \cos \chi}{b^2} \right) = r \cos \varphi + y \cos \psi + z \cos \chi + \varepsilon^2 z \cos \chi^1).$$

Ferner ist

$$\begin{aligned} \frac{\cos \varphi^2 + \cos \psi^2}{a^2} + \frac{\cos \chi^2}{b^2} &= \frac{\cos \varphi^2 + \cos \psi^2 + \cos \chi^2}{a^2} - \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2} \right) \cos \chi^2 \\ &= \frac{1}{a^2} - \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2} \right) \cos \chi^2. \end{aligned}$$

also

$$a^2 \left(\frac{\cos \varphi^2 + \cos \psi^2}{a^2} + \frac{\cos \chi^2}{b^2} \right) = 1 + \varepsilon^2 \cos \chi^2.$$

Endlich ist

$$\begin{aligned} &\frac{(r \cos \psi - y \cos \varphi)^2}{a^2 a^2} + \frac{(y \cos \chi - z \cos \psi)^2 + (z \cos \varphi - r \cos \chi)^2}{a^2 b^2} \\ &= \frac{(r \cos \psi - y \cos \varphi)^2 + (y \cos \chi - z \cos \psi)^2 + (z \cos \varphi - r \cos \chi)^2}{a^2 b^2} \\ &\quad + \frac{1}{a^2} \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2} \right) (r \cos \psi - y \cos \varphi)^2 \\ &= \frac{r^2 + y^2 + z^2 - (r \cos \varphi + y \cos \psi + z \cos \chi)^2}{a^2 b^2} + \frac{1}{a^2} \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2} \right) (r \cos \psi - y \cos \varphi)^2, \end{aligned}$$

also

$$\begin{aligned} &a^2 \left\{ \frac{(r \cos \psi - y \cos \varphi)^2}{a^2 a^2} + \frac{(y \cos \chi - z \cos \psi)^2 + (z \cos \varphi - r \cos \chi)^2}{a^2 b^2} \right\} \\ &= \frac{r^2 + y^2 + z^2 - (r \cos \varphi + y \cos \psi + z \cos \chi)^2}{b^2} - \varepsilon^2 \left(\frac{r \cos \psi - y \cos \varphi}{a} \right)^2 \\ &= (1 + \varepsilon^2) \frac{r^2 + y^2 + z^2 - (r \cos \varphi + y \cos \psi + z \cos \chi)^2}{a^2} - \varepsilon^2 \left(\frac{r \cos \psi - y \cos \varphi}{a} \right)^2. \end{aligned}$$

Setzen wir nun der Kürze wegen:

$$19) \quad \begin{cases} F = \sqrt{\frac{r^2 + y^2 + z^2}{a^2}} = \sqrt{\left(\frac{r}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{a}\right)^2 + \left(\frac{z}{a}\right)^2}, \\ G = \frac{r \cos \varphi + y \cos \psi + z \cos \chi}{a} = \frac{r}{a} \cos \varphi + \frac{y}{a} \cos \psi + \frac{z}{a} \cos \chi, \\ H = \frac{r \cos \psi - y \cos \varphi}{a} = \frac{r}{a} \cos \psi - \frac{y}{a} \cos \varphi; \end{cases}$$

so ist nach dem Vorhergehenden:

$$\begin{aligned} a^2 \left(\frac{r \cos \varphi + y \cos \psi}{a^2} + \frac{z \cos \chi}{b^2} \right) &= aG + \varepsilon^2 z \cos \chi, \\ a^2 \left(\frac{\cos \varphi^2 + \cos \psi^2}{a^2} + \frac{\cos \chi^2}{b^2} \right) &= 1 + \varepsilon^2 \cos \chi^2, \\ a^2 \left\{ \frac{(r \cos \psi - y \cos \varphi)^2}{a^2 a^2} + \frac{(y \cos \chi - z \cos \psi)^2 + (z \cos \varphi - r \cos \chi)^2}{a^2 b^2} \right\} \\ &= (1 + \varepsilon^2) (F^2 - G^2) - \varepsilon^2 H^2 = F^2 - G^2 + \varepsilon^2 (F - G^2 - H^2). \end{aligned}$$

¹⁾ Über die Bedeutung von ε s. m. Denkschriften. Band VII. Cap. 1. §. 3. Nr. 5).

Führt man diese Ausdrücke in die Formeln 18) ein, so erhält man nach einer ganz leichten Verwandlung:

$$20) \quad \frac{x-r}{\cos \varphi} = \frac{y-y}{\cos \psi} = \frac{z-z}{\cos \chi} \\ = \frac{-aG - \varepsilon^2 z \cos \chi \pm a \sqrt{1 + \varepsilon^2 \cos^2 \chi - (1 + \varepsilon^2)(F^2 - G^2) + \varepsilon^2 H^2}}{1 + \varepsilon^2 \cos^2 \chi}$$

oder

$$21) \quad \frac{x-r}{\cos \varphi} = \frac{y-y}{\cos \psi} = \frac{z-z}{\cos \chi} \\ = \frac{-aG - \varepsilon^2 z \cos \chi \pm a \sqrt{1 - F^2 + G^2 + \varepsilon^2 (\cos^2 \chi - F^2 + G^2 + H^2)}}{1 + \varepsilon^2 \cos^2 \chi}.$$

also

$$22) \quad \left\{ \begin{array}{l} x = r - \frac{aG + \varepsilon^2 z \cos \chi \mp a \sqrt{1 - F^2 + G^2 + \varepsilon^2 (\cos^2 \chi - F^2 + G^2 + H^2)}}{1 + \varepsilon^2 \cos^2 \chi} \cos \varphi, \\ y = y - \frac{aG + \varepsilon^2 z \cos \chi \mp a \sqrt{1 - F^2 + G^2 + \varepsilon^2 (\cos^2 \chi - F^2 + G^2 + H^2)}}{1 + \varepsilon^2 \cos^2 \chi} \cos \psi, \\ z = z - \frac{aG + \varepsilon^2 z \cos \chi \mp a \sqrt{1 - F^2 + G^2 + \varepsilon^2 (\cos^2 \chi - F^2 + G^2 + H^2)}}{1 + \varepsilon^2 \cos^2 \chi} \cos \chi. \end{array} \right.$$

Für die Grössen

$$aG = x \cos \varphi + y \cos \psi + z \cos \chi \quad \text{und} \quad aH = x \cos \psi - y \cos \varphi$$

lassen sich nun noch die folgenden Ausdrücke finden.

Nach 5) ist nämlich

$$aG = \frac{r-r_1}{E} \left\{ \frac{x[BC] + y[CA] + z[AB]}{E\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} + \frac{(f-f_1)x + (g-g_1)y + (h-h_1)z}{r-r_1} \sqrt{1 - \left(\frac{r-r_1}{E}\right)^2} \right\},$$

also nach bekannten Relationen:

$$23) \quad aG = \frac{r-r_1}{E} \left\{ \frac{\sqrt{(fg_1 - gf_1)^2 + (gh_1 - hg_1)^2 + (hf_1 - fh_1)^2}}{E} \cos \omega + \frac{(f-f_1)x + (g-g_1)y + (h-h_1)z}{r-r_1} \sqrt{1 - \left(\frac{r-r_1}{E}\right)^2} \right\}.$$

Ferner ist nach 5)

$$aH = \frac{r-r_1}{E} \left\{ \frac{x[CA] - y[BC]}{E\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} + \frac{(g-g_1)x - (f-f_1)y}{r-r_1} \sqrt{1 - \left(\frac{r-r_1}{E}\right)^2} \right\},$$

also nach bekannten Relationen:

$$24) \quad aH = -\frac{r-r_1}{E} \left\{ \frac{(Ax + By + Cz)(h-h_1) - C\{(f-f_1)x + (g-g_1)y + (h-h_1)z\}}{E\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} + \frac{fg_1 - gf_1}{r-r_1} \sqrt{1 - \left(\frac{r-r_1}{E}\right)^2} \right\},$$

wo bekanntlich:

$$25) \quad \left\{ \begin{array}{l} Ax + By + Cz = -\{(fg_1 - gf_1)^2 + (gh_1 - hg_1)^2 + (hf_1 - fh_1)^2\} \sin \omega, \\ \sqrt{A^2 + B^2 + C^2} = E\sqrt{(fg_1 - gf_1)^2 + (gh_1 - hg_1)^2 + (hf_1 - fh_1)^2}, \\ C = (fg_1 - gf_1)E \cos \omega + \{(f-f_1)(hf_1 - fh_1) - (g-g_1)(gh_1 - hg_1)\} \sin \omega \end{array} \right.$$

ist.

Mittels der vorhergehenden Formeln kann man für jeden zwischen 0 und 360° liegenden Werth von ω die Coordinaten x, y, z berechnen.

Man erhält aber für x, y, z im Allgemeinen jederzeit zwei Systeme von Werthen, die wir durch x, y, z und $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ bezeichnen wollen. Es fragt sich nun, welcher von den Punkten $(xy z)$ und $(\bar{x}\bar{y}\bar{z})$ die Bedeckung wirklich sieht, und welcher sie nicht sieht, da dieselbe offenbar nur von dem einen dieser Punkte wirklich gesehen werden kann. Dies lässt sich nach den folgenden Regeln beurtheilen, deren Gründe wir nicht weitläufig entwickeln wollen, da dieselben einem Jeden leicht von selbst einleuchten werden. Vorausgesetzt wird bei der Anwendung dieser Regeln, dass man die Coordinaten X_1, Y_1, Z_1 berechnet habe, wozu die erforderlichen Formeln in dem Obigen enthalten sind.

Äussere Berührung.

Man prüfe, ob $(xy z)$ zwischen $(\bar{x}\bar{y}\bar{z})$ und $(X_1 Y_1 Z_1)$ liegt oder nicht, was sich aus den Coordinaten dieser Punkte immer leicht erkennen lässt. Liegt nun $(xy z)$ zwischen $(\bar{x}\bar{y}\bar{z})$ und $(X_1 Y_1 Z_1)$, so sieht $(xy z)$ die Bedeckung und $(\bar{x}\bar{y}\bar{z})$ sieht dieselbe nicht. Liegt $(xy z)$ nicht zwischen $(\bar{x}\bar{y}\bar{z})$ und $(X_1 Y_1 Z_1)$, so sieht $(xy z)$ die Bedeckung nicht und $(\bar{x}\bar{y}\bar{z})$ sieht dieselbe.

Innere Berührung.

Man prüfe, ob $(xy z)$ zwischen $(xy z)$ und $(\bar{x}\bar{y}\bar{z})$ liegt oder nicht.

1. Es liege $(xy z)$ zwischen $(xy z)$ und $(\bar{x}\bar{y}\bar{z})$.

Man prüfe, ob $(xy z)$ zwischen $(xy z)$ und $(X_1 Y_1 Z_1)$ liegt oder nicht. Liegt $(xy z)$ zwischen $(xy z)$ und $(X_1 Y_1 Z_1)$, so sieht $(xy z)$ die Bedeckung und $(\bar{x}\bar{y}\bar{z})$ sieht dieselbe nicht. Liegt $(xy z)$ nicht zwischen $(xy z)$ und $(X_1 Y_1 Z_1)$, so sieht $(xy z)$ die Bedeckung nicht und $(\bar{x}\bar{y}\bar{z})$ sieht dieselbe.

2. Es liege $(xy z)$ nicht zwischen $(xy z)$ und $(\bar{x}\bar{y}\bar{z})$.

Man prüfe, ob $(xy z)$ zwischen $(xy z)$ und $(X_1 Y_1 Z_1)$ oder, was hier dasselbe ist, zwischen $(\bar{x}\bar{y}\bar{z})$ und $(X_1 Y_1 Z_1)$ liegt oder nicht. Liegt $(xy z)$ zwischen $(xy z)$ und $(X_1 Y_1 Z_1)$, und also auch zwischen $(\bar{x}\bar{y}\bar{z})$ und $(X_1 Y_1 Z_1)$, so prüfe man, ob $(xy z)$ zwischen $(xy z)$ und $(\bar{x}\bar{y}\bar{z})$ liegt oder nicht; liegt nun $(xy z)$ zwischen $(xy z)$ und $(\bar{x}\bar{y}\bar{z})$, so sieht $(xy z)$ die Bedeckung und $(\bar{x}\bar{y}\bar{z})$ sieht dieselbe nicht; liegt dagegen $(xy z)$ nicht zwischen $(xy z)$ und $(\bar{x}\bar{y}\bar{z})$, so sieht $(xy z)$ die Bedeckung nicht und $(\bar{x}\bar{y}\bar{z})$ sieht dieselbe. Liegt $(xy z)$ nicht zwischen $(xy z)$ und $(X_1 Y_1 Z_1)$, und also auch nicht zwischen $(\bar{x}\bar{y}\bar{z})$ und $(X_1 Y_1 Z_1)$, so prüfe man, ob $(xy z)$ zwischen $(xy z)$ und $(\bar{x}\bar{y}\bar{z})$ liegt oder nicht; liegt nun $(xy z)$ zwischen $(xy z)$ und $(\bar{x}\bar{y}\bar{z})$, so sieht $(xy z)$ die Bedeckung nicht und $(\bar{x}\bar{y}\bar{z})$ sieht dieselbe; liegt dagegen $(xy z)$ nicht zwischen $(xy z)$ und $(\bar{x}\bar{y}\bar{z})$, so sieht $(xy z)$ die Bedeckung und $(\bar{x}\bar{y}\bar{z})$ sieht dieselbe nicht¹⁾.

Ob eine äussere Berührung dem Eintritte oder dem Austritte, eine innere Berührung dem Anfange oder dem Ende der ringförmigen Bedeckung entspricht, wird man hier ganz ebenso beurtheilen, wie in den Denkschriften, Band VII, Cap. III, §. 1, gelehrt worden ist, wobei man zu beachten hat, dass man nach dem Vorhergehenden den Ort auf der Erdoberfläche kennt, von welchem aus die Bedeckung gesehen wird.

Wenn wir die Erde als eine mit dem Halbmesser a beschriebene Kugel betrachten, so ist $\varepsilon = \rho$, und nach dem Obigen hat man also in diesem Falle zur Bestimmung von x, y, z die folgenden Formeln:

$$26) \quad \frac{x-x'}{\cos \varphi} = \frac{y-y'}{\cos \psi} = \frac{z-z'}{\cos \chi} = -a(G \pm \sqrt{1 - F^2 + G^2})$$

¹⁾ Wenn überhaupt drei Punkte durch die Coordinaten x, y, z ; x', y', z' ; x'', y'', z'' bestimmt sind, so liegt der Punkt (x', y', z') zwischen $(xy z)$ und $(x'' y'' z'')$, wenn $x'-x$ und $x'-x''$ ungleiche Vorzeichen haben; dagegen liegt $(x' y' z')$ nicht zwischen $(xy z)$ und $(x'' y'' z'')$, wenn $x'-x$ und $x'-x''$ gleiche Vorzeichen haben. Ähnliches gilt natürlich auch von den anderen Coordinaten.

oder

$$27) \quad \begin{cases} x = x - a (G \mp \sqrt{1 - F^2 + G^2}) \cos \varphi, \\ y = y - a (G \mp \sqrt{1 - F^2 + G^2}) \cos \psi, \\ z = z - a (G \mp \sqrt{1 - F^2 + G^2}) \cos \chi; \end{cases}$$

wo F und G die aus dem Obigen bekannten Werthe haben.

§. 3.

Wir wollen jetzt den Ort auf der Erdoberfläche bestimmen, welcher in dem in Rede stehenden absoluten Zeitmomente, dem die Sternzeit \mathfrak{Z} entspricht, eine Berührung der beiden Weltkörper in seinem Horizonte sieht.

Da dies offenbar der Punkt der Erdoberfläche ist, in welchem dieselbe von der durch die Punkte $(x y z)$, (XYZ) , $(X_1 Y_1 Z_1)$ gehenden geraden Linie berührt wird, so haben wir nach 22) im vorhergehenden Paragraphen, weil die beiden Durchschnittspunkte der in Rede stehenden geraden Linie mit der Erdoberfläche in einen Punkt zusammenfallen müssen, in den dort eingeführten Zeichen offenbar die folgende Bedingungsgleichung:

$$28) \quad 1 - F^2 + G^2 + \varepsilon^2 (\cos \chi^2 - F^2 + G^2 + H^2) = 0,$$

welche bloß die eine unbekannt Grösse ω enthält. Bestimmen wir daher ω mittelst dieser Gleichung, und berechnen dann die entsprechenden Werthe der Grössen G und φ , ψ , χ mittelst der aus dem Vorhergehenden bekannten Formeln, so haben wir nach 22) für die Coordinaten x , y , z des gesuchten Ortes die folgenden Formeln:

$$29) \quad \begin{cases} x = x - \frac{a G + \varepsilon^2 z \cos \chi}{1 + \varepsilon^2 \cos \chi^2} \cos \varphi, \\ y = y - \frac{a G + \varepsilon^2 z \cos \chi}{1 + \varepsilon^2 \cos \chi^2} \cos \psi, \\ z = z - \frac{a G + \varepsilon^2 z \cos \chi}{1 + \varepsilon^2 \cos \chi^2} \cos \chi; \end{cases}$$

woraus dann ferner die Länge L und die Breite Φ des gesuchten Ortes nach der im vorhergehenden Paragraphen gegebenen Anweisung gefunden werden können.

Lässt man die Zeit \mathfrak{Z} sich stetig verändern, so kann man mittelst der vorhergehenden Rechnungsvorschriften die Curven auf der Erdoberfläche ermitteln, wo eine Berührung der beiden Weltkörper im Horizonte gesehen wird.

Betrachtet man die Erde als eine Kugel von dem Halbmesser a , so ist $\varepsilon = 0$, und die Gleichung 28), aus welcher ω bestimmt werden muss, nimmt also in diesem Falle die einfache Form

$$30) \quad 1 - F^2 + G^2 = 0 \quad \text{oder} \quad F^2 - G^2 = 1$$

an; die Coordinaten x , y , z des gesuchten Ortes sind aber:

$$31) \quad \begin{cases} x = x - a G \cos \varphi, \\ y = y - a G \cos \psi, \\ z = z - a G \cos \chi. \end{cases}$$

Diesen Fall der kugelförmigen Erde wollen wir nun zuerst etwas näher betrachten.

Die Gleichung 30), aus welcher in diesem Falle ω bestimmt werden muss, ist nach 19) und 23), wenn man die dortigen Ausdrücke von F und G in dieselbe einführt:

$$a^2 - (x^2 + y^2 + z^2) + \left(\frac{r-r_1}{E}\right)^2 \left\{ \frac{\sqrt{(fg_1 - gf_1)^2 + (gh_1 - hg_1)^2 + (hf_1 - fh_1)^2} \cos \omega}{E} + \frac{(f-f_1)x + (g-g_1)y + (h-h_1)z}{r-r_1} \sqrt{1 - \left(\frac{r-r_1}{E}\right)^2} \right\}^2 = 0,$$

und aus dieser Gleichung ergibt sich für $\cos \omega$ der folgende völlig entwickelte Ausdruck:

$$32) \quad \cos \omega = -\frac{E}{r-r_1} \cdot \frac{\{(f-f_1)x + (g-g_1)y + (h-h_1)z\} \sqrt{1 - \left(\frac{r-r_1}{E}\right)^2} \mp E \sqrt{x^2 + y^2 + z^2 - a^2}}{\sqrt{(fg_1 - gf_1)^2 + (gh_1 - hg_1)^2 + (hf_1 - fh_1)^2}}.$$

Wegen des doppelten Zeichens in dieser Formel, und weil ω nur zwischen den Grenzen 0 und 360° eingeschlossen ist, führt dieselbe offenbar im Allgemeinen immer zu vier Werthen von ω . Für aG erhält man nach 23) den folgenden Ausdruck:

$$aG = \pm \sqrt{x^2 + y^2 + z^2 - a^2},$$

und zur Bestimmung der Coordinaten x, y, z hat man daher die folgenden Formeln:

$$33) \quad \begin{cases} x = x \mp \cos \varphi \sqrt{x^2 + y^2 + z^2 - a^2}, \\ y = y \mp \cos \psi \sqrt{x^2 + y^2 + z^2 - a^2}, \\ z = z \mp \cos \chi \sqrt{x^2 + y^2 + z^2 - a^2}. \end{cases}$$

Die Gleichung, aus welcher ω bestimmt werden muss, wollen wir nun auch für die ellipsoidische Erde weiter entwickeln. Zu dem Ende führen wir diese Gleichung auf ihre ursprüngliche Form, nämlich auf die Form

$$\left. \begin{aligned} & \frac{\cos \varphi^2}{a^2} + \frac{\cos \psi^2}{b^2} + \frac{\cos \chi^2}{c^2} \\ & - \left(\frac{x \cos \psi - y \cos \varphi}{a^2} \right)^2 - \frac{(y \cos \chi - z \cos \psi)^2 + (z \cos \varphi - x \cos \chi)^2}{a^2 b^2} \end{aligned} \right\} = 0,$$

oder auf die Form

$$\left. \begin{aligned} & \frac{b^2 - (x^2 + y^2 + z^2)}{a^2 b^2} + \left(\frac{x \cos \varphi + y \cos \psi + z \cos \chi}{ab} \right)^2 \\ & - \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2} \right) \left\{ \cos \chi^2 + \left(\frac{x \cos \psi - y \cos \varphi}{a} \right)^2 \right\} \end{aligned} \right\} = 0,$$

zurück. Führt man nun in diese Gleichung für $\cos \varphi, \cos \psi, \cos \chi$ die Ausdrücke Cap. V. §. 1. Nr. 5) ein, so erhält man die Gleichung:

$$\begin{aligned} 0 &= \left(\frac{E}{r-r_1}\right)^2 \cdot \frac{b^2 - (x^2 + y^2 + z^2)}{a^2 b^2} \\ &+ \frac{1}{a^2 b^2} \left\{ \frac{x [BC] + y [CA] + z [AB]}{E \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} + \frac{(f-f_1)x + (g-g_1)y + (h-h_1)z}{r-r_1} \sqrt{1 - \left(\frac{r-r_1}{E}\right)^2} \right\}^2 \\ &- \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}\right) \left\{ \begin{aligned} & \left\{ \frac{[AB]}{E \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} + \frac{h-h_1}{r-r_1} \sqrt{1 - \left(\frac{r-r_1}{E}\right)^2} \right\}^2 \\ & + \frac{1}{a^2} \left\{ \frac{x [CA] - y [BC]}{E \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} - \frac{fg_1 - gf_1}{r-r_1} \sqrt{1 - \left(\frac{r-r_1}{E}\right)^2} \right\}^2 \right\}. \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

Nun ist aber nach bekannten Relationen:

$$A^2 + B^2 + C^2 = PE^2,$$

$$x[BC] + y[CA] + z[AB] = PE \cos \omega,$$

$$[AB] = E \{ (fg_1 - gf_1) E \sin \omega - W \cos \omega \},$$

$$x[CA] - y[BC]$$

$$= (h - h_1) P \sin \omega + \{ (f - f_1)x + (g - g_1)y + (h - h_1)z \} \{ (fg_1 - gf_1) E \cos \omega + W \sin \omega \};$$

wo E , P , W ihre aus dem Obigen bekannte Bedeutung haben. Setzen wir nun der Kürze wegen noch

$$34) \quad J = (f - f_1)x + (g - g_1)y + (h - h_1)z,$$

so wird:

$$\frac{C[BC] + y[CA] + z[AB]}{E\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} = \frac{\sqrt{P}}{E} \cos \omega,$$

$$\frac{[AB]}{E\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} = \frac{fg_1 - gf_1}{\sqrt{P}} \sin \omega - \frac{W}{E\sqrt{P}} \cos \omega,$$

$$\frac{x[CA] - y[BC]}{E\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} = \left\{ \frac{(h - h_1)\sqrt{P}}{E^2} + \frac{JW}{E^2\sqrt{P}} \right\} \sin \omega + \frac{(fg_1 - gf_1)J}{E\sqrt{P}} \cos \omega;$$

und daher unsere obige Gleichung:

$$0 = \left(\frac{E}{r - r_1} \right)^2 \cdot \frac{b^2 - (x^2 + y^2 + z^2)}{a^2 b^2} + \frac{1}{a^2 b^2} \left\{ \frac{\sqrt{P}}{E} \cos \omega + \frac{J}{r - r_1} \sqrt{1 - \left(\frac{r - r_1}{E} \right)^2} \right\}^2 - \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2} \right) \left\{ \frac{fg_1 - gf_1}{\sqrt{P}} \sin \omega - \frac{W}{E\sqrt{P}} \cos \omega + \frac{h - h_1}{r - r_1} \sqrt{1 - \left(\frac{r - r_1}{E} \right)^2} \right\}^2 + \frac{1}{a^2} \left\{ \frac{(h - h_1)\sqrt{P}}{E^2} + \frac{JW}{E^2\sqrt{P}} \right\} \sin \omega + \frac{(fg_1 - gf_1)J}{E\sqrt{P}} \cos \omega - \frac{fg_1 - gf_1}{r - r_1} \sqrt{1 - \left(\frac{r - r_1}{E} \right)^2} \right\}^2.$$

Der von $\sin \omega$ und $\cos \omega$ unabhängige Theil dieser Gleichung ist, wie man nach einigen Reductionen leicht findet:

$$\left(\frac{E}{r - r_1} \right)^2 \cdot \frac{b^2 - (x^2 + y^2 + z^2)}{a^2 b^2} + \frac{1}{a^2 b^2} \left\{ J^2 + e^2 \{ a^2 (h - h_1)^2 + (fg_1 - gf_1)^2 \} \left\{ \left(\frac{1}{r - r_1} \right)^2 - \left(\frac{1}{E} \right)^2 \right\} \right\}.$$

Der Factor von $\sin \omega$ ist:

$$2 \frac{e^2}{a^2 b^2} \cdot \frac{fg_1 - gf_1}{\sqrt{P}} \left\{ a^2 (h - h_1) - \frac{1}{E^2} \{ (h - h_1)P + JW \} \right\} \sqrt{\left(\frac{1}{r - r_1} \right)^2 - \left(\frac{1}{E} \right)^2}.$$

Der Factor von $\sin \omega^2$ ist:

$$\frac{e^2}{a^2 b^2 P} \left\{ a^2 (fg_1 - gf_1)^2 + \frac{1}{E^2} \{ (h - h_1)P + JW \}^2 \right\}.$$

Der Factor von $\cos \omega$ ist:

$$\frac{2}{a^2 b^2 E \sqrt{P}} \left\{ J P - e^2 \{ a^2 (h - h_1) W + (fg_1 - gf_1)^2 J \} \right\} \sqrt{\left(\frac{1}{r - r_1} \right)^2 - \left(\frac{1}{E} \right)^2}.$$

Der Factor von $\cos \omega^2$ ist:

$$\frac{1}{a^2 b^2 P E^2} \{ P^2 + e^2 \{ a^2 W^2 + (f g_1 - g f_1)^2 J^2 \} \}.$$

Der Factor von $\sin \omega \cos \omega$ ist:

$$- 2 \frac{e^2}{a^2 b^2} \cdot \frac{f g_1 - g f_1}{P E} \{ a^2 W - \frac{J}{E^2} \{ (h - h_1) P + J W \} \}.$$

Also ist unsere obige Gleichung zur Bestimmung von ω , wenn man dieselbe mit $a^2 b^2$ multiplicirt:

$$\begin{aligned} 35) \quad 0 = & \{ b^2 - (x^2 + y^2 + z^2) \} \left(\frac{E}{r - r_1} \right)^2 \\ & + \{ J^2 + e^2 \{ a^2 (h - h_1)^2 + (f g_1 - g f_1)^2 \} \} \left\{ \left(\frac{1}{r - r_1} \right)^2 - \left(\frac{1}{E} \right)^2 \right\} \\ & + \frac{2}{E \sqrt{P}} \{ J P - e^2 \{ a^2 (h - h_1) W + (f g_1 - g f_1)^2 J \} \} \sqrt{\left(\frac{1}{r - r_1} \right)^2 - \left(\frac{1}{E} \right)^2} \cdot \cos \omega \\ & + 2 e^2 \frac{f g_1 - g f_1}{\sqrt{P}} \{ a^2 (h - h_1) - \frac{1}{E^2} \{ (h - h_1) P + J W \} \} \sqrt{\left(\frac{1}{r - r_1} \right)^2 - \left(\frac{1}{E} \right)^2} \cdot \sin \omega \\ & + \frac{1}{P E^2} \{ P^2 + e^2 \{ a^2 W^2 + (f g_1 - g f_1)^2 J^2 \} \} \cos \omega^2 \\ & - 2 e^2 \frac{f g_1 - g f_1}{P E} \{ a^2 W - \frac{J}{E^2} \{ (h - h_1) P + J W \} \} \sin \omega \cos \omega \\ & + \frac{e^2}{P} \{ a^2 (f g_1 - g f_1)^2 + \frac{1}{E^2} \{ (h - h_1) P + J W \}^2 \} \sin \omega^2. \end{aligned}$$

Wie Gleichungen dieser Art aufzulösen sind, ist bekannt. Man kann nämlich entweder

$$\cos \omega = \frac{1 - \tan \frac{1}{2} \omega^2}{1 + \tan \frac{1}{2} \omega^2}, \quad \sin \omega = \frac{2 \tan \frac{1}{2} \omega}{1 + \tan \frac{1}{2} \omega^2}$$

setzen, wodurch man eine Gleichung des vierten Grades mit der unbekanntem Grösse $\tan \frac{1}{2} \omega$ erhält. Oder man kann die Grösse auf der rechten Seite des Gleichheitszeichens in 35) in zwei Factoren von der Form

$$z + \lambda \cos \omega + \mu \sin \omega, \quad z_1 + \lambda_1 \cos \omega + \mu_1 \sin \omega$$

zerlegen, wo z, λ, μ und z_1, λ_1, μ_1 allein aus den Coëfficienten der gegebenen Gleichung bestimmt werden, was dann zu den beiden Gleichungen

$$z + \lambda \cos \omega + \mu \sin \omega = 0, \quad z_1 + \lambda_1 \cos \omega + \mu_1 \sin \omega = 0$$

führt, aus denen ω leicht mittelst eines Hülfswinkels auf bekannte Weise bestimmt werden kann. Beide Methoden führen auf die Auflösung einer cubischen Hülfsleichung; indess scheint die zweite Methode etwas leichter zu sein, als die erste.

Hat man ω auf diese Weise gefunden, so ergeben sich x, y, z mittelst der Formeln 29), wie schon aus dem Obigen bekannt ist. Führen wir indess e statt ε in diese Formeln ein, so erhalten wir:

$$36) \quad \begin{cases} x = x - \frac{(1 - e^2) a G + e^2 z \cos \chi}{1 - e^2 \sin^2 \chi} \cos \varphi, \\ y = y - \frac{(1 - e^2) a G + e^2 z \cos \chi}{1 - e^2 \sin^2 \chi} \cos \psi, \\ z = z - \frac{(1 - e^2) a G + e^2 z \cos \chi}{1 - e^2 \sin^2 \chi} \cos \chi; \end{cases}$$

oder

$$37) \quad \begin{cases} \frac{x}{a} = \frac{r}{a} - \frac{(1-e^2)G + e^2 \frac{1}{a} \cos \chi}{1 - e^2 \sin^2 \chi} \cos \varphi, \\ \frac{y}{a} = \frac{y}{a} - \frac{(1-e^2)G + e^2 \frac{1}{a} \cos \chi}{1 - e^2 \sin^2 \chi} \cos \psi, \\ \frac{z}{a} = \frac{z}{a} - \frac{(1-e^2)G + e^2 \frac{1}{a} \cos \chi}{1 - e^2 \sin^2 \chi} \cos \chi. \end{cases}$$

§. 4.

Man kann sich auch die Frage vorlegen, welche Orte auf der Erdoberfläche in dem absoluten Zeitmomente, das wir hier immer ins Auge fassen, eine Berührung der beiden Weltkörper im Meridiane sehen. Diese Frage lässt sich auf folgende Art beantworten.

Wenn nämlich die durch die Gleichungen

$$\frac{x-r}{\cos \varphi} = \frac{y-y}{\cos \psi} = \frac{z-z}{\cos \chi}$$

charakterisirte gerade Linie in dem Meridiane irgend eines Orts auf der Erdoberfläche liegen soll, so muss sie durch die Axe der z gehen, was die Bedingungsgleichung

$$\frac{x}{\cos \varphi} = \frac{y}{\cos \psi} \quad \text{oder} \quad x \cos \psi - y \cos \varphi = 0$$

gibt. Nach 19) und 24) ist diese Bedingungsgleichung:

$$\frac{(Ar + By + Cz)(h - h_1) - C\{(f - f_1)r + (g - g_1)y + (h - h_1)z\}}{E\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} + \frac{fg_1 - fg_1}{r - r_1} \sqrt{1 - \left(\frac{r - r_1}{E}\right)^2} = 0.$$

Bekanntlich ist aber:

$$Ar + By + Cz = -\{fg_1 - gf_1\}^2 + (gh_1 - hg_1)^2 + (hf_1 - fh_1)^2 \sin \omega.$$

$$\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} = E\sqrt{\{fg_1 - gf_1\}^2 + (gh_1 - hg_1)^2 + (hf_1 - fh_1)^2}.$$

$$C = \{(f - f_1)(hf_1 - fh_1) - (g - g_1)(gh_1 - hg_1)\} \sin \omega + (fg_1 - gf_1) E \cos \omega;$$

folglich die obige Gleichung:

$$\begin{aligned} & E^2 \frac{fg_1 - gf_1}{r - r_1} \sqrt{\{fg_1 - gf_1\}^2 + (gh_1 - hg_1)^2 + (hf_1 - fh_1)^2} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{r - r_1}{E}\right)^2} \\ & = \left\{ \begin{aligned} & (h - h_1) \{fg_1 - gf_1\}^2 + (gh_1 - hg_1)^2 + (hf_1 - fh_1)^2 \\ & + \{(f - f_1)(hf_1 - fh_1) - (g - g_1)(gh_1 - hg_1)\} \{(f - f_1)r + (g - g_1)y + (h - h_1)z\} \end{aligned} \right\} \sin \omega \\ & \quad + (fg_1 - gf_1) E \{(f - f_1)r + (g - g_1)y + (h - h_1)z\} \cos \omega. \end{aligned}$$

Berechnet man nun den Hülfswinkel $\bar{\omega}$ mittelst der Formel:

$$38) \quad \tan \bar{\omega} = \frac{\left\{ \begin{aligned} & (h - h_1) \{fg_1 - gf_1\}^2 + (gh_1 - hg_1)^2 + (hf_1 - fh_1)^2 \\ & + \{(f - f_1)(hf_1 - fh_1) - (g - g_1)(gh_1 - hg_1)\} \{(f - f_1)r + (g - g_1)y + (h - h_1)z\} \end{aligned} \right\}}{(fg_1 - gf_1) E \{(f - f_1)r + (g - g_1)y + (h - h_1)z\}}$$

oder mittelst der Formel:

$$39) \quad \operatorname{tang} \bar{\omega} = \frac{(f-f_1)(hf_1-fh_1) - (g-g_1)(gh_1-hg_1)}{(fg_1-gf_1)E} + \frac{(h-h_1)\{(fg-gf_1)^2 + (gh_1-hg_1)^2 + (hf_1-fh_1)^2\}}{(fg_1-gf_1)E\{(f-f_1)r + (g-g_1)y + (h-h_1)z\}}$$

so erhält man zur Berechnung von ω die Formel:

$$40) \quad \cos(\bar{\omega} - \omega) = \cos \bar{\omega} \frac{\sqrt{(fg_1-gf_1)^2 + (gh_1-hg_1)^2 + (hf_1-fh_1)^2}}{(f-f_1)r + (g-g_1)y + (h-h_1)z} \sqrt{\left(\frac{E}{r-r_1}\right)^2 - 1}$$

Mittelst der Gleichungen 39) und 40) findet man ω , und wie man dann weiter die Coordinaten x, y, z des gesuchten Orts findet, unterliegt nach dem Obigen keinem Zweifel, und bedarf hier keiner weitern Erläuterung. Auch über die Beantwortung aller andern Fragen, welche hier noch aufgestellt werden könnten, ob z. B. die Berührung über oder unter dem Horizonte des Orts (xyz) stattfindet, ob dieselbe dem Anfange oder Ende der Bedeckung, dem Anfange oder Ende der ringförmigen Bedeckung entspricht, ist schon früher bei anderer Gelegenheit ¹⁾ alles Nöthige gesagt worden, was hier in ganz ähnlicher Weise Anwendung findet, und daher nicht wiederholt werden soll.

§. 5.

Von vorzüglicher Wichtigkeit ist es nun ferner, die Zeiten kennen zu lernen, wo die Erdoberfläche von den die beiden Weltkörper einhüllenden Kegelflächen berührt wird, und die Orte auf der Erdoberfläche zu bestimmen, wo diese Berührungen stattfinden. Denn es leuchtet ein, dass man dadurch zugleich die Zeiten des Anfangs und Endes der Bedeckung auf der Erde überhaupt, auch die Zeiten des Anfangs und Endes der ringförmigen Bedeckung auf der Erde überhaupt kennen lernt.

Wir wollen diese Aufgabe zuerst unter der Voraussetzung auflösen, dass die Erde eine Kugel sei. Unter dieser Voraussetzung wird in dem gesuchten Zeitmomente der Ort (xyz) auf der Erdoberfläche, wo deren Berührung mit einer der beiden einhüllenden Kegelflächen stattfindet, offenbar eine Berührung der beiden Weltkörper in seinem Horizonte sehen, und zugleich wird die durch die Mittelpunkte der beiden Weltkörper gelegte Ebene, in welcher die durch die Punkte (xy_1), (XYZ), ($X_1 Y_1 Z_1$) gehende gerade Linie liegt, durch den Mittelpunkt der Erde gehen, d. h. es wird $\cos \omega = \pm 1$, $\sin \omega = 0$ sein. Man wird also die Gleichung, aus welcher die gesuchte Zeit \mathfrak{Z} bestimmt werden muss, finden, wenn man in der Gleichung

$$a^2 - (x^2 + y^2 + z^2) + \left(\frac{r-r_1}{E}\right)^2 \left\{ \frac{\sqrt{(fg_1-gf_1)^2 + (gh_1-hg_1)^2 + (hf_1-fh_1)^2}}{E} \cos \omega \right\}^2 + \frac{(f-f_1)r + (g-g_1)y + (h-h_1)z}{r-r_1} \sqrt{1 - \left(\frac{r-r_1}{E}\right)^2} \right\} = 0,$$

welche uns aus §. 3 bekannt ist, $\cos \omega = \pm 1$ setzt, was die Gleichung

$$\left(\frac{E}{r-r_1}\right)^2 (x^2 + y^2 + z^2 - a^2) = \left\{ \frac{(f-f_1)r + (g-g_1)y + (h-h_1)z}{r-r_1} \sqrt{1 - \left(\frac{r-r_1}{E}\right)^2} \right\}^2 \pm \frac{\sqrt{(fg_1-gf_1)^2 + (gh_1-hg_1)^2 + (hf_1-fh_1)^2}}{E} \left\{ \right.$$

¹⁾ M. s. Denkschriften. Band VII.

also die vier Gleichungen:

$$41) \left\{ \begin{array}{l} \frac{(f-f_1)x + (g-g_1)y + (h-h_1)z}{r-r_1} \sqrt{1 - \left(\frac{r-r_1}{E}\right)^2} \\ + \frac{\sqrt{(fg_1 - gf_1)^2 + (gh_1 - hg_1)^2 + (hf_1 - fh_1)^2}}{E} \end{array} \right\} = \pm \frac{E}{r-r_1} \sqrt{x^2 + y^2 + z^2 - a^2}.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{(f-f_1)x + (g-g_1)y + (h-h_1)z}{r-r_1} \sqrt{1 - \left(\frac{r-r_1}{E}\right)^2} \\ - \frac{\sqrt{(fg_1 - gf_1)^2 + (gh_1 - hg_1)^2 + (hf_1 - fh_1)^2}}{E} \end{array} \right\} = \pm \frac{E}{r-r_1} \sqrt{x^2 + y^2 + z^2 - a^2}$$

gibt, deren zwei erste dem Werthe $\cos \omega = +1$, die zwei letzten dem Werthe $\cos \omega = -1$ entsprechen.

Da diese Gleichungen in Bezug auf die Zeit \mathfrak{Z} als unbekannt Grösse, von welcher f, g, h und f_1, g_1, h_1 , und daher auch E, x, y, z abhängen, transcendente sind, so ist deren Auflösung nur durch Näherung möglich, und man muss sich dabei der hinreichend bekannten Näherungsmethode bedienen, deren weitere Erläuterung nicht hierher gehört.

Für $\cos \omega = +1$ ist nach 23):

$$aG = \frac{r-r_1}{E} \left\{ \frac{(f-f_1)x + (g-g_1)y + (h-h_1)z}{r-r_1} \sqrt{1 - \left(\frac{r-r_1}{E}\right)^2} + \frac{\sqrt{(fg_1 - gf_1)^2 + (gh_1 - hg_1)^2 + (hf_1 - fh_1)^2}}{E} \right\},$$

also nach den beiden ersten der Gleichungen 41) mit Beziehung der oberen und unteren Zeichen auf einander:

$$42) \quad aG = \pm \sqrt{x^2 + y^2 + z^2 - a^2},$$

und folglich nach 31):

$$43) \quad \left\{ \begin{array}{l} x = x \mp \cos \varphi \sqrt{x^2 + y^2 + z^2 - a^2}, \\ y = y \mp \cos \psi \sqrt{x^2 + y^2 + z^2 - a^2}, \\ z = z \mp \cos \chi \sqrt{x^2 + y^2 + z^2 - a^2}. \end{array} \right.$$

wo, wegen $\cos \omega = +1$, $\sin \omega = 0$, nach 44):

$$44) \quad \left\{ \begin{array}{l} \cos \varphi = \frac{r-r_1}{E} \frac{f-f_1}{r-r_1} \sqrt{1 - \left(\frac{r-r_1}{E}\right)^2} - \frac{(g-g_1)(fg_1 - gf_1) - (h-h_1)(hf_1 - fh_1)}{E \sqrt{(fg_1 - gf_1)^2 + (gh_1 - hg_1)^2 + (hf_1 - fh_1)^2}} \left\{ \right. \\ \cos \psi = \frac{r-r_1}{E} \frac{g-g_1}{r-r_1} \sqrt{1 - \left(\frac{r-r_1}{E}\right)^2} - \frac{(h-h_1)(gh_1 - hg_1) - (f-f_1)(fg_1 - gf_1)}{E \sqrt{(fg_1 - gf_1)^2 + (gh_1 - hg_1)^2 + (hf_1 - fh_1)^2}} \left\{ \right. \\ \cos \chi = \frac{r-r_1}{E} \frac{h-h_1}{r-r_1} \sqrt{1 - \left(\frac{r-r_1}{E}\right)^2} - \frac{(f-f_1)(hf_1 - fh_1) - (g-g_1)(gh_1 - hg_1)}{E \sqrt{(fg_1 - gf_1)^2 + (gh_1 - hg_1)^2 + (hf_1 - fh_1)^2}} \left\{ \right. \end{array} \right.$$

ist.

Für $\cos \omega = -1$ ist nach 23):

$$aG = \frac{r-r_1}{E} \left\{ \frac{(f-f_1)x + (g-g_1)y + (h-h_1)z}{r-r_1} \sqrt{1 - \left(\frac{r-r_1}{E}\right)^2} - \frac{\sqrt{(fg_1 - gf_1)^2 + (gh_1 - hg_1)^2 + (hf_1 - fh_1)^2}}{E} \right\},$$

also nach den beiden letzten der Gleichungen 41) mit Beziehung der oberen und unteren Zeichen auf einander:

$$45) \quad aG = \pm \sqrt{x^2 + y^2 + z^2 - a^2},$$

und folglich nach 31):

$$46) \quad \begin{cases} x = x \mp \cos \varphi \sqrt{x^2 + y^2 + z^2 - a^2} \\ y = y \mp \cos \psi \sqrt{x^2 + y^2 + z^2 - a^2} \\ z = z \mp \cos \zeta \sqrt{x^2 + y^2 + z^2 - a^2} \end{cases}$$

wo, wegen $\cos \omega = -1$, $\sin \omega = 0$, nach 11):

$$47) \quad \begin{cases} \cos \varphi = \frac{r-r_1}{E} \left\{ \frac{f-f_1}{r-r_1} \sqrt{1 - \left(\frac{r-r_1}{E}\right)^2} + \frac{(g-g_1)(fg_1 - gf_1) - (h-h_1)(hf_1 - fh_1)}{E \sqrt{(fg_1 - gf_1)^2 + (gh_1 - hg_1)^2 + (hf_1 - fh_1)^2}} \right\} \\ \cos \psi = \frac{r-r_1}{E} \left\{ \frac{g-g_1}{r-r_1} \sqrt{1 - \left(\frac{r-r_1}{E}\right)^2} + \frac{(h-h_1)(gh_1 - hg_1) - (f-f_1)(fg_1 - gf_1)}{E \sqrt{(fg_1 - gf_1)^2 + (gh_1 - hg_1)^2 + (hf_1 - fh_1)^2}} \right\} \\ \cos \zeta = \frac{r-r_1}{E} \left\{ \frac{h-h_1}{r-r_1} \sqrt{1 - \left(\frac{r-r_1}{E}\right)^2} + \frac{(f-f_1)(hf_1 - fh_1) - (g-g_1)(gh_1 - hg_1)}{E \sqrt{(fg_1 - gf_1)^2 + (gh_1 - hg_1)^2 + (hf_1 - fh_1)^2}} \right\} \end{cases}$$

ist.

Wenn man die Erde als Ellipsoid betrachtet, so wird die Auflösung der vorhergehenden Aufgabe viel weitläufiger. Die zu erfüllenden Bedingungen sind dieselben wie vorher, mit dem Unterschiede, dass die durch die Mittelpunkte der beiden Weltkörper gelegte Ebene, in der die durch die Punkte $(x y z)$, $(X Y Z)$, $(X_1 Y_1 Z_1)$ gehende gerade Linie liegt, nicht durch den Mittelpunkt der Erde, sondern durch die Normale des gesuchten Orts $(xy z)$ gehen muss.

Weil aber

$$\frac{x^2 + y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1 \quad \text{oder} \quad \frac{x^2 + y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} - 1 = 0$$

ist, so ist, wenn wir die Grösse auf der linken Seite des Gleichheitszeichens in dieser Gleichung durch s bezeichnen:

$$\frac{d_x s}{d x} = \frac{2x}{a^2}, \quad \frac{d_y s}{d y} = \frac{2y}{a^2}, \quad \frac{d_z s}{d z} = \frac{2z}{b^2}$$

wo die Differentialquotienten partielle sind. Also sind, wenn wir die veränderlichen oder laufenden Coordinaten durch (x) , (y) , (z) bezeichnen,

$$\frac{(x) - x}{\frac{2x}{a^2}} = \frac{(y) - y}{\frac{2y}{a^2}} = \frac{(z) - z}{\frac{2z}{b^2}}$$

oder

$$\frac{a^2 \{ (x) - x \}}{x} = \frac{a^2 \{ (y) - y \}}{y} = \frac{b^2 \{ (z) - z \}}{z}$$

die Gleichungen der dem Punkte $(xy z)$ entsprechenden Normale des Erd-Ellipsoides. Weil nun die durch die Gleichung

$$A(x) + B(y) + C(z) + D = 0 \quad *$$

charakterisirte Ebene, wo A, B, C, D die aus Cap. I, §. 3. Nr. 19) bekannten Werthe haben, durch den Punkt $(xy z)$ gehen soll, so ist

$$A \{ (x) - x \} + B \{ (y) - y \} + C \{ (z) - z \} = 0,$$

und folglich, weil in dieser Ebene die Normale des Punktes $(xy z)$ liegen soll:

$$\left(A + B \frac{y}{x} + C \frac{a^2 z}{b^2 x} \right) \{ (x) - x \} = 0$$

für jedes (x) , also

$$1 + B \frac{y}{x} + C \frac{a^2 z}{b^2 x} = 0,$$

oder

$$\frac{b^2}{a^2} (Ax + By) + Cz = (1 - e^2) (Ax + By) + Cz = 0,$$

oder

$$48) \quad Ax + By + Cz - e^2 (Ax + By) = 0,$$

welche Gleichung mit der Gleichung 35) in §. 3 zu verbinden, und die Rechnung auf folgende Art zu führen ist.

Man lasse sich \mathfrak{Z} stetig verändern ¹⁾, und bestimme für die einzelnen Werthe von \mathfrak{Z} die entsprechenden Werthe von ω mittelst der Gleichung 35). Hierauf berechne man den Werth von aG mittelst der Formel 23), die Winkel φ, ψ, χ mittelst der Formeln 11), die Coordinaten x, y, z mittelst der Formeln 29) oder 37), und die Grössen A, B, C mittelst der Formeln Cap. I, §. 3, Nr. 19). Nun führe man die gefundenen Werthe von x, y, z und A, B, C in die Gleichung 48) ein, und sehe zu, ob dieselbe erfüllt wird. Die Werthe von \mathfrak{Z} und x, y, z für welche dies der Fall ist, sind die gesuchten.

Leichter als das vorhergehende Verfahren scheint mir aber das folgende zu sein. Man bestimme zuerst nach der oben gegebenen Anweisung für die als eine Kugel betrachtete Erde die Zeit \mathfrak{Z} und die Coordinaten x, y, z , so wie auch aus den letzteren auf bekannte Weise die Länge und Breite des Orts (xyz). Dann wird es nie Schwierigkeiten haben, die kleinen Veränderungen zu ermitteln, welche die auf diese Weise gefundene Zeit, Länge und Breite erleiden müssen, damit die in den Denkschriften, Band VII, Cap. III, §. 8, Nr. I, aufgestellten drei Gleichungen vollständig erfüllt werden: denn die Zeit, Länge und Breite, für welche dies der Fall ist, werden die gesuchten sein. Diese letztere Auflösung unsers Problems in dem Falle der ellipsoidischen Erde scheint mir unter allen die einfachste zu sein.

§. 6.

Wir wollen nun den Ort auf der Erdoberfläche zu bestimmen suchen, der in dem gegebenen absoluten Zeitmomente, welchem die Sternzeit \mathfrak{Z} entspricht, eine Berührung der beiden Weltkörper als Maximum der Bedeckung sieht.

Sei (xyz) dieser Ort und Δ^1 die demselben entsprechende scheinbare Entfernung der beiden Weltkörper von einander, deren Entfernungen von dem Orte (xyz) durch ρ^1 und ρ_1^1 bezeichnet werden sollen, Alles natürlich auf die Sternzeit \mathfrak{Z} bezogen. Dann ist

$$49) \quad \cos \Delta^1 = \frac{\rho^{1^2} + \rho_1^{1^2} - E^2}{2\rho^1 \rho_1^1}.$$

Setzen wir nun der Kürze wegen

$$50) \quad \mathfrak{P} = \frac{aG + \varepsilon^2 z \cos \chi \mp a\sqrt{1 - F^2 + G^2 + \varepsilon^2 (\cos \chi^2 - F^2 + G^2 + H^2)}}{1 + \varepsilon^2 \cos \chi^2},$$

wo die Ausdrücke von F, G, H und $\cos \chi$ durch ω aus §. 1 und §. 2 bekannt sind; so ist nach 22):

$$51) \quad \frac{x - x'}{\cos \varphi} = \frac{y - y'}{\cos \psi} = \frac{z - z'}{\cos \chi} = \mathfrak{P},$$

¹⁾ Wie man diesen Ausdruck, d. h. eine stetige Veränderung, bei Näherungsrechnungen zu verstehen hat, bedarf hier keiner weiteren Erläuterung.

und man muss nun offenbar ω so bestimmen, dass

$$\frac{d\Delta^1}{d\xi} = 0$$

ist. Ist dies geschehen, so ergeben sich die Coordinaten x, y, z des gesuchten Orts mittelst der vorhergehenden Gleichungen 51) von selbst.

Aus der Gleichung 49) ergibt sich

$$2\rho^1 \rho_1^1 \cos \Delta^1 = \rho^{1^2} + \rho_1^{1^2} - E^2,$$

also

$$-\rho^1 \rho_1^1 \sin \Delta^1 \frac{d\Delta^1}{d\xi} + \cos \Delta^1 \left(\rho^1 \frac{d\rho_1^1}{d\xi} + \rho_1^1 \frac{d\rho^1}{d\xi} \right) = \rho^1 \frac{d\rho^1}{d\xi} + \rho_1^1 \frac{d\rho_1^1}{d\xi} - E \frac{dE}{d\xi},$$

folglich für $\frac{d\Delta^1}{d\xi} = 0$, wenn man zugleich für $\cos \Delta^1$ den Ausdruck 49) einführt, nach einigen leichten Reductionen:

$$52) \quad \rho_1^1 (\rho^{1^2} - \rho_1^{1^2} + E^2) \frac{d\rho^1}{d\xi} + \rho^1 (\rho_1^{1^2} - \rho^{1^2} + E^2) \frac{d\rho_1^1}{d\xi} - 2\rho^1 \rho_1^1 E \frac{dE}{d\xi} = 0.$$

oder, weil

$$\rho^{1^2} - \rho_1^{1^2} + E^2 = 2\rho^1 (\rho^1 - \rho_1^1 \cos \Delta^1),$$

$$\rho_1^{1^2} - \rho^{1^2} + E^2 = 2\rho_1^1 (\rho_1^1 - \rho^1 \cos \Delta^1)$$

ist:

$$53) \quad (\rho^1 - \rho_1^1 \cos \Delta^1) \frac{d\rho^1}{d\xi} + (\rho_1^1 - \rho^1 \cos \Delta^1) \frac{d\rho_1^1}{d\xi} - E \frac{dE}{d\xi} = 0.$$

Nach 51) ist

$$x = r + \mathfrak{P} \cos \varphi, \quad y = \mathfrak{y} + \mathfrak{P} \cos \psi, \quad z = \mathfrak{z} + \mathfrak{P} \cos \chi;$$

also

$$x - f = r - f + \mathfrak{P} \cos \varphi, \quad \text{und} \quad x - f_1 = r - f_1 + \mathfrak{P} \cos \varphi,$$

$$y - g = \mathfrak{y} - g + \mathfrak{P} \cos \psi, \quad y - g_1 = \mathfrak{y} - g_1 + \mathfrak{P} \cos \psi,$$

$$z - h = \mathfrak{z} - h + \mathfrak{P} \cos \chi; \quad z - h_1 = \mathfrak{z} - h_1 + \mathfrak{P} \cos \chi;$$

folglich nach bekannten Relationen:

$$\rho^{1^2} = (x - f)^2 + (y - g)^2 + (z - h)^2 + \mathfrak{P}^2 \\ + 2\mathfrak{P} \{ (x - f) \cos \varphi + (y - g) \cos \psi + (z - h) \cos \chi \}$$

$$= \left(\frac{rE}{r-r_1} \right)^2 + \mathfrak{P}^2 - 2\mathfrak{P} \frac{rE}{r-r_1} \sqrt{1 - \left(\frac{r-r_1}{E} \right)^2},$$

$$\rho_1^{1^2} = (x - f_1)^2 + (y - g_1)^2 + (z - h_1)^2 + \mathfrak{P}^2 \\ + 2\mathfrak{P} \{ (x - f_1) \cos \varphi + (y - g_1) \cos \psi + (z - h_1) \cos \chi \}$$

$$= \left(\frac{r_1 E}{r-r_1} \right)^2 + \mathfrak{P}^2 - 2\mathfrak{P} \frac{r_1 E}{r-r_1} \sqrt{1 - \left(\frac{r-r_1}{E} \right)^2};$$

also, wie man leicht findet:

$$\rho^{1^2} = r^2 + \left\{ \mathfrak{P} - \frac{rE}{r-r_1} \sqrt{1 - \left(\frac{r-r_1}{E} \right)^2} \right\}^2 \\ = \left\{ \frac{(r-r_1)\mathfrak{P}}{E} \right\}^2 + \left\{ \frac{rE}{r-r_1} - \mathfrak{P} \sqrt{1 - \left(\frac{r-r_1}{E} \right)^2} \right\}^2.$$

$$\begin{aligned}\rho_1^{1^2} &= r_1^2 + \left\{ \mathfrak{P} - \frac{r_1 E}{r-r_1} \sqrt{1 - \left(\frac{r-r_1}{E}\right)^2} \right\}^2 \\ &= \left\{ \frac{(r-r_1)\mathfrak{P}}{E} \right\}^2 + \left\{ \frac{r_1 E}{r-r_1} - \mathfrak{P} \sqrt{1 - \left(\frac{r-r_1}{E}\right)^2} \right\}^2.\end{aligned}$$

Setzen wir

$$54) \quad \mathfrak{D} = \frac{E}{r-r_1} \sqrt{1 - \left(\frac{r-r_1}{E}\right)^2},$$

so wird:

$$55) \quad \rho^{1^2} = r^2 + (\mathfrak{P} - r\mathfrak{D})^2, \quad \rho_1^{1^2} = r_1^2 + (\mathfrak{P} - r_1\mathfrak{D})^2.$$

Es ist:

$$\begin{aligned}\rho^{1^2} - \rho_1^{1^2} &= \frac{r^2 - r_1^2}{(r-r_1)^2} E^2 - 2\mathfrak{P}E \sqrt{1 - \left(\frac{r-r_1}{E}\right)^2} \\ &= \frac{r+r_1}{r-r_1} E^2 - 2\mathfrak{P}E \sqrt{1 - \left(\frac{r-r_1}{E}\right)^2}, \\ \rho_1^{1^2} - \rho^{1^2} &= \frac{r_1^2 - r^2}{(r-r_1)^2} E^2 + 2\mathfrak{P}E \sqrt{1 - \left(\frac{r-r_1}{E}\right)^2} \\ &= -\frac{r+r_1}{r-r_1} E^2 + 2\mathfrak{P}E \sqrt{1 - \left(\frac{r-r_1}{E}\right)^2};\end{aligned}$$

also:

$$\begin{aligned}\rho^{1^2} - \rho_1^{1^2} + E^2 &= 2E \left\{ \frac{r}{r-r_1} E - \mathfrak{P} \sqrt{1 - \left(\frac{r-r_1}{E}\right)^2} \right\}, \\ \rho_1^{1^2} - \rho^{1^2} + E^2 &= -2E \left\{ \frac{r_1}{r-r_1} E - \mathfrak{P} \sqrt{1 - \left(\frac{r-r_1}{E}\right)^2} \right\};\end{aligned}$$

daher wird die Gleichung 52):

$$\begin{aligned}\rho^{1^2} \left\{ \frac{r}{r-r_1} E - \mathfrak{P} \sqrt{1 - \left(\frac{r-r_1}{E}\right)^2} \right\} \frac{d\rho^1}{d\xi} \\ - \rho_1^{1^2} \left\{ \frac{r_1}{r-r_1} E - \mathfrak{P} \sqrt{1 - \left(\frac{r-r_1}{E}\right)^2} \right\} \frac{d\rho_1^1}{d\xi} \\ - \rho^1 \rho_1^1 \frac{dE}{d\xi} = 0.\end{aligned}$$

Es ist aber nach 55):

$$\begin{aligned}\rho^1 \frac{d\rho^1}{d\xi} &= (\mathfrak{P} - r\mathfrak{D}) \left(\frac{d\mathfrak{P}}{d\xi} - r \frac{d\mathfrak{D}}{d\xi} \right), \\ \rho_1^1 \frac{d\rho_1^1}{d\xi} &= (\mathfrak{P} - r_1\mathfrak{D}) \left(\frac{d\mathfrak{P}}{d\xi} - r_1 \frac{d\mathfrak{D}}{d\xi} \right)\end{aligned}$$

und nach 54):

$$E^2 = (r-r_1)^2 (1 + \mathfrak{D}^2), \quad \sqrt{1 - \left(\frac{r-r_1}{E}\right)^2} = \frac{\mathfrak{D}}{\sqrt{1 + \mathfrak{D}^2}};$$

also:

$$\begin{aligned}\frac{r}{r-r_1} E - \mathfrak{P} \sqrt{1 - \left(\frac{r-r_1}{E}\right)^2} &= \frac{r_1(1 + \mathfrak{D}^2) - \mathfrak{P}\mathfrak{D}}{\sqrt{1 + \mathfrak{D}^2}}, \\ \frac{r_1}{r-r_1} E - \mathfrak{P} \sqrt{1 - \left(\frac{r-r_1}{E}\right)^2} &= \frac{r_1(1 + \mathfrak{D}^2) - \mathfrak{P}\mathfrak{D}}{\sqrt{1 + \mathfrak{D}^2}};\end{aligned}$$

auch ist, wie man leicht findet:

$$\frac{dE}{d\xi} = \frac{(r-r_1)\mathfrak{D}}{\sqrt{1+\mathfrak{D}^2}} \cdot \frac{d\mathfrak{D}}{d\xi}.$$

Folglich wird unsere obige Gleichung:

$$\left. \begin{aligned} & \rho_1^{1^2} (\mathfrak{P} - r \mathfrak{D}) \{ r (1 + \mathfrak{D}^2) - \mathfrak{P} \mathfrak{D} \} \left(\frac{d\mathfrak{P}}{d\xi} - r \frac{d\mathfrak{D}}{d\xi} \right) \\ & - \rho_1^{1^2} (\mathfrak{P} - r_1 \mathfrak{D}) \{ r_1 (1 + \mathfrak{D}^2) - \mathfrak{P} \mathfrak{D} \} \left(\frac{d\mathfrak{P}}{d\xi} - r_1 \frac{d\mathfrak{D}}{d\xi} \right) \\ & - (r - r_1) \rho_1^{1^2} \rho_1^{1^2} \mathfrak{D} \frac{d\mathfrak{D}}{d\xi} \end{aligned} \right\} = 0$$

oder

$$\left. \begin{aligned} & \rho_1^{1^2} (\mathfrak{P} - r \mathfrak{D}) \{ r - (\mathfrak{P} - r \mathfrak{D}) \mathfrak{D} \} \left(\frac{d\mathfrak{P}}{d\xi} - r \frac{d\mathfrak{D}}{d\xi} \right) \\ & - \rho_1^{1^2} (\mathfrak{P} - r_1 \mathfrak{D}) \{ r_1 - (\mathfrak{P} - r_1 \mathfrak{D}) \mathfrak{D} \} \left(\frac{d\mathfrak{P}}{d\xi} - r_1 \frac{d\mathfrak{D}}{d\xi} \right) \\ & - (r - r_1) \rho_1^{1^2} \rho_1^{1^2} \mathfrak{D} \frac{d\mathfrak{D}}{d\xi} \end{aligned} \right\} = 0.$$

Setzen wir nun

$$56) \quad \mathfrak{U} = \mathfrak{P} - r \mathfrak{D}, \quad \mathfrak{U}_1 = \mathfrak{P} - r_1 \mathfrak{D};$$

so ist

$$(r - r_1) \mathfrak{P} = r \mathfrak{U}_1 - r_1 \mathfrak{U}, \quad (r - r_1) \mathfrak{D} = \mathfrak{U}_1 - \mathfrak{U}$$

und nach 55)

$$\rho_1^{1^2} = r^2 + \mathfrak{U}^2, \quad \rho_1^{1^2} = r_1^2 + \mathfrak{U}_1^2.$$

Also ist die obige Gleichung:

$$\left. \begin{aligned} & \mathfrak{U} (r_1^2 + \mathfrak{U}_1^2) \{ r (r - r_1) + \mathfrak{U} (\mathfrak{U} - \mathfrak{U}_1) \} \frac{d\mathfrak{U}}{d\xi} \\ & - \mathfrak{U}_1 (r^2 + \mathfrak{U}^2) \{ r_1 (r - r_1) + \mathfrak{U}_1 (\mathfrak{U} - \mathfrak{U}_1) \} \frac{d\mathfrak{U}_1}{d\xi} \\ & - (\mathfrak{U} - \mathfrak{U}_1) (r^2 + \mathfrak{U}^2) (r_1^2 + \mathfrak{U}_1^2) \left(\frac{d\mathfrak{U}}{d\xi} - \frac{d\mathfrak{U}_1}{d\xi} \right) \end{aligned} \right\} = 0.$$

folglich nach einigen leichten Reductionen:

$$(r \mathfrak{U}_1 - r_1 \mathfrak{U}) \left\{ r (r_1^2 + \mathfrak{U}_1^2) \frac{d\mathfrak{U}}{d\xi} - r_1 (r^2 + \mathfrak{U}^2) \frac{d\mathfrak{U}_1}{d\xi} \right\} = 0.$$

Wollte man nun

$$57) \quad r \mathfrak{U}_1 - r_1 \mathfrak{U} = 0$$

setzen, so würde dies nach dem Obigen (56) $\mathfrak{P} = 0$, also $x = x$, $y = y$, $z = z$ gehen, und es würde folglich

$$\frac{x^2 + y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1$$

sein, d. h. die Spitze der die beiden Weltkörper einhüllenden äusseren oder inneren Kegelfläche würde in dem in Rede stehenden absoluten Zeitmomente in der Erdoberfläche liegen, was man daher in jedem Falle besonders prüfen muss. Im Allgemeinen ist aber die gesuchte Bedingungsgleichung:

$$58) \quad r (r_1^2 + \mathfrak{U}_1^2) \frac{d\mathfrak{U}}{d\xi} - r_1 (r^2 + \mathfrak{U}^2) \frac{d\mathfrak{U}_1}{d\xi} = 0.$$

Zur Auflösung unserer Aufgabe bedient man sich nun dieser Gleichung auf folgende Weise. Man lässt ω sich von 0 bis 360° stetig verändern, und bestimmt für jedes ω sowohl in Bezug auf die Zeit \mathfrak{Z} , als auch in Bezug auf eine davon um ein Geringes verschiedene Zeit, die Werthe von \mathfrak{P} und \mathfrak{Q} mittelst der Formeln 50) und 54), und dann die Werthe von \mathfrak{U} und \mathfrak{U}_1 mittelst der Formeln 56). Dann wird man leicht die den in Rede stehenden Werthen von ω entsprechenden Werthe von

$$\frac{d\mathfrak{U}}{d\mathfrak{z}} \quad \text{und} \quad \frac{d\mathfrak{U}_1}{d\mathfrak{z}}$$

wenigstens näherungsweise berechnen können. Führt man nun die der Zeit \mathfrak{Z} entsprechenden Werthe von

$$\mathfrak{U}, \quad \mathfrak{U}_1 \quad \text{und} \quad \frac{d\mathfrak{U}}{d\mathfrak{z}}, \quad \frac{d\mathfrak{U}_1}{d\mathfrak{z}}$$

zugleich mit den Werthen von r, r_1 in die Gleichung 58) ein, so wird sich zeigen, ob dieselbe erfüllt ist oder nicht. Diejenigen Werthe von ω , für welche sich diese Gleichung erfüllt erweist, sind die gesuchten, und die Coordinaten x, y, z werden dann mittelst der aus dem Obigen bekannten Formeln:

$$x = r + \mathfrak{P} \cos \varphi, \quad y = r + \mathfrak{P} \cos \psi, \quad z = r + \mathfrak{P} \cos \chi$$

erhalten: aus diesen Coordinaten ergeben sich aber ferner L und Φ auf bekannte Weise.

§. 7.

Wir wollen jetzt die Orte auf der Erdoberfläche bestimmen, wo in dem in Rede stehenden absoluten Zeitmomente, welchem die Sternzeit \mathfrak{Z} entspricht, die Bedeckung central ist. Zu dem Ende bezeichnen wir die diesem Zeitmomente entsprechenden Rectascensionen und Declinationen der beiden Weltkörper durch α, δ und α_1, δ_1 , und ihre Entfernungen von dem Mittelpunkte der Erde durch ρ und ρ_1 . Dann sind

$$\begin{aligned} \rho \cos \alpha \cos \delta, \quad & \text{und} \quad \rho_1 \cos \alpha_1 \cos \delta_1 \\ \rho \sin \alpha \cos \delta, \quad & \rho_1 \sin \alpha_1 \cos \delta_1 \\ \rho \sin \delta, \quad & \rho_1 \sin \delta_1 \end{aligned}$$

die Coordinaten der beiden Weltkörper in dem in Rede stehenden absoluten Zeitmomente. Sind nun

$$x = \mathfrak{A} z + \mathfrak{B}, \quad y = \mathfrak{A}_1 z + \mathfrak{B}_1$$

die Gleichungen der durch die Mittelpunkte der beiden Weltkörper gehenden geraden Linie in demselben absoluten Zeitmomente, so ist

$$\rho \cos \alpha \cos \delta = \mathfrak{A} \rho \sin \delta + \mathfrak{B}, \quad \rho \sin \alpha \cos \delta = \mathfrak{A}_1 \rho \sin \delta + \mathfrak{B}_1$$

und

$$\rho_1 \cos \alpha_1 \cos \delta_1 = \mathfrak{A} \rho_1 \sin \delta_1 + \mathfrak{B}, \quad \rho_1 \sin \alpha_1 \cos \delta_1 = \mathfrak{A}_1 \rho_1 \sin \delta_1 + \mathfrak{B}_1:$$

also

$$x - \rho \cos \alpha \cos \delta = \mathfrak{A} (z - \rho \sin \delta), \quad y - \rho \sin \alpha \cos \delta = \mathfrak{A}_1 (z - \rho \sin \delta)$$

und

$$x - \rho_1 \cos \alpha_1 \cos \delta_1 = \mathfrak{A} (z - \rho_1 \sin \delta_1), \quad y - \rho_1 \sin \alpha_1 \cos \delta_1 = \mathfrak{A}_1 (z - \rho_1 \sin \delta_1):$$

so wie

$$\begin{aligned} \rho \cos \alpha \cos \delta - \rho_1 \cos \alpha_1 \cos \delta_1 &= \mathfrak{A} (\rho \sin \delta - \rho_1 \sin \delta_1), \\ \rho \sin \alpha \cos \delta - \rho_1 \sin \alpha_1 \cos \delta_1 &= \mathfrak{A}_1 (\rho \sin \delta - \rho_1 \sin \delta_1). \end{aligned}$$

Folglich sind

$$59) \quad \begin{cases} x - \rho \cos \alpha \cos \delta = \frac{\rho \cos \alpha \cos \delta - \rho_1 \cos \alpha_1 \cos \delta_1}{\rho \sin \delta - \rho_1 \sin \delta_1} (z - \rho \sin \delta), \\ y - \rho \sin \alpha \cos \delta = \frac{\rho \sin \alpha \cos \delta - \rho_1 \sin \alpha_1 \cos \delta_1}{\rho \sin \delta - \rho_1 \sin \delta_1} (z - \rho \sin \delta); \end{cases}$$

oder

$$60) \quad \begin{cases} x - \rho_1 \cos \alpha_1 \cos \delta_1 = \frac{\rho \cos \alpha \cos \delta - \rho_1 \cos \alpha_1 \cos \delta_1}{\rho \sin \delta - \rho_1 \sin \delta_1} (z - \rho_1 \sin \delta_1), \\ y - \rho_1 \sin \alpha_1 \cos \delta_1 = \frac{\rho \sin \alpha \cos \delta - \rho_1 \sin \alpha_1 \cos \delta_1}{\rho \sin \delta - \rho_1 \sin \delta_1} (z - \rho_1 \sin \delta_1); \end{cases}$$

oder, wie man leicht findet:

$$61) \quad \begin{cases} x = \frac{\rho \cos \alpha \cos \delta - \rho_1 \cos \alpha_1 \cos \delta_1}{\rho \sin \delta - \rho_1 \sin \delta_1} z - \frac{\rho \rho_1 (\cos \alpha \cos \delta \sin \delta_1 - \cos \alpha_1 \sin \delta \cos \delta_1)}{\rho \sin \delta - \rho_1 \sin \delta_1}, \\ y = \frac{\rho \sin \alpha \cos \delta - \rho_1 \sin \alpha_1 \cos \delta_1}{\rho \sin \delta - \rho_1 \sin \delta_1} z - \frac{\rho \rho_1 (\sin \alpha \cos \delta \sin \delta_1 - \sin \alpha_1 \sin \delta \cos \delta_1)}{\rho \sin \delta - \rho_1 \sin \delta_1} \end{cases}$$

die Gleichungen der durch die Mittelpunkte der beiden Weltkörper gehenden geraden Linie.

Aus den Gleichungen 61) folgt:

$$\begin{aligned} & x^2 + y^2 \\ &= \frac{\rho^2 \cos^2 \delta + \rho_1^2 \cos^2 \delta_1 - 2 \rho \rho_1 \cos (\alpha - \alpha_1) \cos \delta \cos \delta_1}{(\rho \sin \delta - \rho_1 \sin \delta_1)^2} z^2 \\ & - \frac{2 \rho \rho_1 \{ \rho \cos \delta [\cos \delta \sin \delta_1 - \cos (\alpha - \alpha_1) \sin \delta \cos \delta_1] + \rho_1 \cos \delta_1 [\sin \delta \cos \delta_1 - \cos (\alpha - \alpha_1) \cos \delta \sin \delta_1] \}}{(\rho \sin \delta - \rho_1 \sin \delta_1)^2} z \\ & + \frac{\rho^2 \rho_1^2 \{ \cos^2 \delta \sin^2 \delta_1 + \sin^2 \delta \cos^2 \delta_1 - 2 \cos (\alpha - \alpha_1) \sin \delta \cos \delta \sin \delta_1 \cos \delta_1 \}}{(\rho \sin \delta - \rho_1 \sin \delta_1)^2}. \end{aligned}$$

Bezeichnen wir nun die Coordinaten des Durchschnittspunktes der durch die Gleichungen 61) charakterisirten geraden Linie mit der Erdoberfläche durch x, y, z , so ist

$$\frac{x^2 + y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1,$$

was, in Verbindung mit dem Vorhergehenden, die folgende Gleichung zur Bestimmung von z giebt:

$$\begin{aligned} 1 = & \left\{ \frac{\rho^2 \cos^2 \delta + \rho_1^2 \cos^2 \delta_1 - 2 \rho \rho_1 \cos (\alpha - \alpha_1) \cos \delta \cos \delta_1}{a^2 (\rho \sin \delta - \rho_1 \sin \delta_1)^2} + \frac{1}{b^2} \right\} z^2 \\ & - \frac{2 \rho \rho_1 \{ \rho \cos \delta [\cos \delta \sin \delta_1 - \cos (\alpha - \alpha_1) \sin \delta \cos \delta_1] + \rho_1 \cos \delta_1 [\sin \delta \cos \delta_1 - \cos (\alpha - \alpha_1) \cos \delta \sin \delta_1] \}}{a^2 (\rho \sin \delta - \rho_1 \sin \delta_1)^2} z \\ & + \frac{\rho^2 \rho_1^2 \{ \cos^2 \delta \sin^2 \delta_1 + \sin^2 \delta \cos^2 \delta_1 - 2 \cos (\alpha - \alpha_1) \sin \delta \cos \delta \sin \delta_1 \cos \delta_1 \}}{a^2 (\rho \sin \delta - \rho_1 \sin \delta_1)^2}. \end{aligned}$$

Setzen wir jetzt der Kürze wegen

$$62) \quad \cos \Theta = \sin \delta \sin \delta_1 + \cos (\alpha - \alpha_1) \cos \delta \cos \delta_1$$

und

$$63) \quad \begin{cases} \cos \bar{\omega} = \cos \delta \sin \delta_1 - \cos (\alpha - \alpha_1) \sin \delta \cos \delta_1, \\ \cos \bar{\omega}_1 = \sin \delta \cos \delta_1 - \cos (\alpha - \alpha_1) \cos \delta \sin \delta_1; \end{cases}$$

auch wie gewöhnlich $a^2 - b^2 = \varepsilon^2 b^2$, so bringt man die obige Gleichung zur Bestimmung von z leicht auf die folgende Form:

$$\begin{aligned} a^2 (\rho \sin \delta - \rho_1 \sin \delta_1)^2 = & \{ \rho^2 + \rho_1^2 - 2 \rho \rho_1 \cos \Theta + \varepsilon^2 (\rho \sin \delta - \rho_1 \sin \delta_1)^2 \} z^2 \\ & - 2 \rho \rho_1 (\rho \cos \delta \cos \bar{\omega} + \rho_1 \cos \delta_1 \cos \bar{\omega}_1) z \\ & + \rho^2 \rho_1^2 (\cos \delta \sin \delta_1 \cos \bar{\omega} + \sin \delta \cos \delta_1 \cos \bar{\omega}_1). \end{aligned}$$

Setzen wir:

$$64) \quad R = \rho \sqrt{1 + \varepsilon^2 \sin^2 \delta}, \quad R_1 = \rho_1 \sqrt{1 + \varepsilon^2 \sin^2 \delta_1};$$

$$65) \quad \cos \Theta = \frac{\cos \Theta + \varepsilon^2 \sin \delta \sin \delta_1}{\sqrt{(1 + \varepsilon^2 \sin^2 \delta)(1 + \varepsilon^2 \sin^2 \delta_1)}};$$

$$66) \quad \sin D = \frac{\sin \delta}{\sqrt{1 + \varepsilon^2 \sin^2 \delta}}, \quad \sin D_1 = \frac{\sin \delta_1}{\sqrt{1 + \varepsilon^2 \sin^2 \delta_1}};$$

$$67) \quad \cos P = \frac{\cos \delta \cos \bar{\omega}}{\sqrt{(1 + \varepsilon^2 \sin^2 \delta)(1 + \varepsilon^2 \sin^2 \delta_1)}}, \quad \cos P_1 = \frac{\cos \delta_1 \cos \bar{\omega}_1}{\sqrt{(1 + \varepsilon^2 \sin^2 \delta)(1 + \varepsilon^2 \sin^2 \delta_1)}};$$

so ist, wie man leicht findet:

$$\begin{aligned} \rho \sin \delta - \rho_1 \sin \delta_1 &= R \sin D - R_1 \sin D_1, \\ \rho^2 + \rho_1^2 - 2 \rho \rho_1 \cos \Theta + \varepsilon^2 (\rho \sin \delta - \rho_1 \sin \delta_1)^2 &= R^2 + R_1^2 - 2 R R_1 \cos \Theta, \\ \rho \rho_1 (\rho \cos \delta \cos \bar{\omega} + \rho_1 \cos \delta_1 \cos \bar{\omega}_1) &= R R_1 (\rho \cos P + \rho_1 \cos P_1), \\ \rho^2 \rho_1^2 (\cos \delta \sin \delta_1 \cos \bar{\omega} + \sin \delta \cos \delta_1 \cos \bar{\omega}_1) &= R R_1 (\rho R_1 \cos P \sin D_1 + \rho_1 R \cos P_1 \sin D); \end{aligned}$$

folglich die Gleichung zur Bestimmung von z :

$$\begin{aligned} & a^2 (R \sin D - R_1 \sin D_1)^2 \\ &= (R^2 + R_1^2 - 2 R R_1 \cos \Theta) z^2 - 2 R R_1 (\rho \cos P + \rho_1 \cos P_1) z \\ & \quad + R R_1 (\rho R_1 \cos P \sin D_1 + \rho_1 R \cos P_1 \sin D), \end{aligned}$$

oder auch:

$$\begin{aligned} & a^2 \left(\frac{\sin D}{R} - \frac{\sin D_1}{R_1} \right)^2 \\ &= \left(\frac{1}{R^2} + \frac{1}{R_1^2} - \frac{2 \cos \Theta}{R R_1} \right) z^2 - 2 \left(\frac{\rho}{R} \cdot \frac{\cos P}{R_1} + \frac{\rho_1}{R_1} \cdot \frac{\cos P_1}{R} \right) z \\ & \quad + \left(\frac{\rho}{R} \cos P \sin D_1 + \frac{\rho_1}{R_1} \cos P_1 \sin D \right); \end{aligned}$$

oder, wenn wir

$$68) \quad \sin \Pi = \frac{a}{R}, \quad \sin \Pi_1 = \frac{a}{R_1}$$

setzen:

$$\begin{aligned} 69) \quad & (\sin \Pi_1 \sin D - \sin \Pi \sin D_1)^2 \\ &= (\sin \Pi^2 + \sin \Pi_1^2 - 2 \sin \Pi \sin \Pi_1 \cos \Theta) \left(\frac{a}{R} \right)^2 - 2 \left(\frac{\rho}{R} \sin \Pi_1 \cos P + \frac{\rho_1}{R_1} \sin \Pi \cos P_1 \right) \frac{a}{R} \\ & \quad + \left(\frac{\rho}{R} \cos P \sin D_1 + \frac{\rho_1}{R_1} \cos P_1 \sin D \right). \end{aligned}$$

Löst man diese Gleichung auf gewöhnliche Weise auf, so erhält man:

$$70) \quad \left(\sin \Pi^2 + \sin \Pi_1^2 - 2 \sin \Pi \sin \Pi_1 \cos \Theta \right) \frac{z}{a} \\ = \frac{\rho}{R} \sin \Pi_1 \cos P + \frac{\rho_1}{R_1} \sin \Pi \cos P_1 \\ \pm \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{\rho}{R} \sin \Pi_1 \cos P + \frac{\rho_1}{R_1} \sin \Pi \cos P_1 \right)^2 \\ + (\sin \Pi^2 + \sin \Pi_1^2 - 2 \sin \Pi \sin \Pi_1 \cos \Theta) \\ \left\{ (\sin \Pi_1 \sin D - \sin \Pi \sin D_1)^2 - \left(\frac{\rho}{R} \cos P \sin D_1 + \frac{\rho_1}{R_1} \cos P_1 \sin D \right) \right\} \end{array} \right\}^{\frac{1}{2}}$$

Hat man z mittelst dieser Formel gefunden, so erhält man x und y mittelst der folgenden, aus dem Obigen sich unmittelbar ergebenden Formeln:

$$71) \quad \left\{ \begin{array}{l} x = \rho \cos \alpha \cos \delta + \frac{\rho \cos \alpha \cos \delta - \rho_1 \cos \alpha_1 \cos \delta_1}{\rho \sin \delta - \rho_1 \sin \delta_1} (z - \rho \sin \delta), \\ y = \rho \sin \alpha \cos \delta + \frac{\rho \sin \alpha \cos \delta - \rho_1 \sin \alpha_1 \cos \delta_1}{\rho \sin \delta - \rho_1 \sin \delta_1} (z - \rho \sin \delta); \end{array} \right.$$

oder:

$$72) \quad \left\{ \begin{array}{l} x = \rho_1 \cos \alpha_1 \cos \delta_1 + \frac{\rho \cos \alpha \cos \delta - \rho_1 \cos \alpha_1 \cos \delta_1}{\rho \sin \delta - \rho_1 \sin \delta_1} (z - \rho_1 \sin \delta_1), \\ y = \rho_1 \sin \alpha_1 \cos \delta_1 + \frac{\rho \sin \alpha \cos \delta - \rho_1 \sin \alpha_1 \cos \delta_1}{\rho \sin \delta - \rho_1 \sin \delta_1} (z - \rho_1 \sin \delta_1). \end{array} \right.$$

Bezeichnen wir die beiden Systeme von Werthen, welche die durch die vorhergehenden Formeln bestimmten Coordinaten haben können, durch x, y, z und $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$, so ist noch zu entscheiden, welcher von den beiden Punkten (xyz) und $(\bar{x}\bar{y}\bar{z})$ die centrale Bedeckung wirklich sieht. Zu dem Ende ermittle man, was immer sehr leicht ist, ob der Punkt (xyz) zwischen dem Punkte $(\bar{x}\bar{y}\bar{z})$ und dem durch die Coordinaten $\rho \cos \alpha \cos \delta, \rho \sin \alpha \cos \delta, \rho \sin \delta$ oder dem durch die Coordinaten $\rho_1 \cos \alpha_1 \cos \delta_1, \rho_1 \sin \alpha_1 \cos \delta_1, \rho_1 \sin \delta_1$ bestimmten Punkte liegt oder nicht. Ist das Erste der Fall, so sieht (xyz) die centrale Bedeckung; ist das Zweite der Fall, so wird dieselbe von $(\bar{x}\bar{y}\bar{z})$ gesehen.

Die Bedingungsgleichung, dass die durch die Mittelpunkte der beiden Weltkörper gehende gerade Linie die Erdoberfläche berührt, also der Berührungspunkt die centrale Bedeckung in seinem Horizonte sieht, wodurch sich zugleich der Anfang und das Ende der centralen Bedeckung auf der Erde bestimmt, ist nach dem Obigen:

$$73) \quad \left(\frac{\rho}{R} \sin \Pi_1 \cos P + \frac{\rho_1}{R_1} \sin \Pi \cos P_1 \right)^2 \\ + (\sin \Pi^2 + \sin \Pi_1^2 - 2 \sin \Pi \sin \Pi_1 \cos \Theta) \\ \left\{ (\sin \Pi_1 \sin D - \sin \Pi \sin D_1)^2 - \left(\frac{\rho}{R} \cos P \sin D_1 + \frac{\rho_1}{R_1} \cos P_1 \sin D \right) \right\} = 0$$

oder:

$$74) \quad \frac{\rho}{R} \cos P \sin D_1 + \frac{\rho_1}{R_1} \cos P_1 \sin D \\ = (\sin \Pi_1 \sin D - \sin \Pi \sin D_1)^2 + \frac{\left(\frac{\rho}{R} \sin \Pi_1 \cos P + \frac{\rho_1}{R_1} \sin \Pi \cos P_1 \right)^2}{\sin \Pi^2 + \sin \Pi_1^2 - 2 \sin \Pi \sin \Pi_1 \cos \Theta}$$

§. 8.

Wir wollen jetzt noch die Orte auf der Erdoberfläche zu bestimmen suchen, wo in dem absoluten Zeitmomente, welches wir hier immer in's Auge fassen, die scheinbare Entfernung der beiden Weltkörper von einander die gegebene Grösse Δ^1 hat. Diese Aufgabe kann, wie es mir scheint, am einfachsten und elegantesten auf folgende Art gelöst werden.

Die Gleichungen der durch die Mittelpunkte der beiden Weltkörper gehenden geraden Linie sind bekanntlich

$$\frac{x-f}{f-f_1} = \frac{y-g}{g-g_1} = \frac{z-h}{h-h_1}$$

oder

$$\frac{x-f_1}{f-f_1} = \frac{y-g_1}{g-g_1} = \frac{z-h_1}{h-h_1},$$

und die Coordinaten des Mittelpunktes der Entfernung E der beiden Weltkörper von einander sind:

$$\frac{1}{2}(f+f_1), \quad \frac{1}{2}(g+g_1), \quad \frac{1}{2}(h+h_1).$$

Die allgemeine Form der Gleichung einer durch diesen Punkt gehenden Ebene ist

$$L\{x - \frac{1}{2}(f+f_1)\} + M\{y - \frac{1}{2}(g+g_1)\} + N\{z - \frac{1}{2}(h+h_1)\} = 0.$$

Soll diese Ebene aber auf der durch die Mittelpunkte der beiden Weltkörper gehenden geraden Linie senkrecht stehen, so muss nach den Lehren der analytischen Geometrie bekanntlich

$$\frac{L}{f-f_1} = \frac{M}{g-g_1} = \frac{N}{h-h_1}$$

sein, und die Gleichung unserer Ebene ist also:

$$(f-f_1)\{x - \frac{1}{2}(f+f_1)\} + (g-g_1)\{y - \frac{1}{2}(g+g_1)\} + (h-h_1)\{z - \frac{1}{2}(h+h_1)\} = 0,$$

oder, wenn wir der Kürze wegen

$$2K = (f-f_1)(f+f_1) + (g-g_1)(g+g_1) + (h-h_1)(h+h_1)$$

setzen:

$$(f-f_1)x + (g-g_1)y + (h-h_1)z = K.$$

Die Gleichung einer beliebigen durch die beiden Punkte (f, g, h) und (f_1, g_1, h_1) gelegten Ebene sei wie gewöhnlich

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

oder

$$A(x-f) + B(y-g) + C(z-h) = 0,$$

$$A(x-f_1) + B(y-g_1) + C(z-h_1) = 0;$$

wo

$$A(f-f_1) + B(g-g_1) + C(h-h_1) = 0$$

ist.

Die Coordinaten eines Punktes in der gemeinschaftlichen Durchschnittslinie der beiden vorhergehenden Ebenen, welcher von dem Mittelpunkte der die Mittelpunkte der beiden Weltkörper mit einander verbindenden geraden Linie eine gewisse gegebene Entfernung P hat, sein x_0, y_0, z_0 : so hat man zur Bestimmung dieser Coordinaten nach dem Vorhergehenden die drei folgenden Gleichungen:

$$(f - f_1)x_0 + (g - g_1)y_0 + (h - h_1)z_0 = K,$$

$$A(x_0 - f) + B(y_0 - g) + C(z_0 - h) = 0,$$

$$\{x_0 - \frac{1}{2}(f + f_1)\}^2 + \{y_0 - \frac{1}{2}(g + g_1)\}^2 + \{z_0 - \frac{1}{2}(h + h_1)\}^2 = P^2;$$

welche man auch auf folgende Art ausdrücken kann:

$$(f - f_1)\{x_0 - \frac{1}{2}(f + f_1)\} + (g - g_1)\{y_0 - \frac{1}{2}(g + g_1)\} + (h - h_1)\{z_0 - \frac{1}{2}(h + h_1)\} = 0,$$

$$\left. \begin{aligned} & A\{x_0 - \frac{1}{2}(f + f_1) - \frac{1}{2}(f - f_1)\} \\ & + B\{y_0 - \frac{1}{2}(g + g_1) - \frac{1}{2}(g - g_1)\} \\ & + C\{z_0 - \frac{1}{2}(h + h_1) - \frac{1}{2}(h - h_1)\} \end{aligned} \right\} = 0,$$

$$\{x_0 - \frac{1}{2}(f + f_1)\}^2 + \{y_0 - \frac{1}{2}(g + g_1)\}^2 + \{z_0 - \frac{1}{2}(h + h_1)\}^2 = P^2;$$

oder, wenn wir der Kürze wegen

$$\mathfrak{X}_0 = x_0 - \frac{1}{2}(f + f_1),$$

$$\mathfrak{Y}_0 = y_0 - \frac{1}{2}(g + g_1),$$

$$\mathfrak{Z}_0 = z_0 - \frac{1}{2}(h + h_1)$$

setzen, auf folgende Art:

$$(f - f_1)\mathfrak{X}_0 + (g - g_1)\mathfrak{Y}_0 + (h - h_1)\mathfrak{Z}_0 = 0,$$

$$A\{\mathfrak{X}_0 - \frac{1}{2}(f - f_1)\} + B\{\mathfrak{Y}_0 - \frac{1}{2}(g - g_1)\} + C\{\mathfrak{Z}_0 - \frac{1}{2}(h - h_1)\} = 0,$$

$$\mathfrak{X}_0^2 + \mathfrak{Y}_0^2 + \mathfrak{Z}_0^2 = P^2;$$

oder endlich, weil

$$A(f - f_1) + B(g - g_1) + C(h - h_1) = 0,$$

ist, auf folgende Art:

$$(f - f_1)\mathfrak{X}_0 + (g - g_1)\mathfrak{Y}_0 + (h - h_1)\mathfrak{Z}_0 = 0,$$

$$A\mathfrak{X}_0 + B\mathfrak{Y}_0 + C\mathfrak{Z}_0 = 0,$$

$$\mathfrak{X}_0^2 + \mathfrak{Y}_0^2 + \mathfrak{Z}_0^2 = P^2.$$

Aus den beiden ersten Gleichungen folgt:

$$\{C(f - f_1) - A(h - h_1)\}\mathfrak{X}_0 - \{B(h - h_1) - C(g - g_1)\}\mathfrak{Y}_0 = 0,$$

$$\{A(g - g_1) - B(f - f_1)\}\mathfrak{X}_0 - \{B(h - h_1) - C(g - g_1)\}\mathfrak{Z}_0 = 0;$$

oder in bekannter Bezeichnung:

$$[CA]\mathfrak{X}_0 - [BC]\mathfrak{Y}_0 = 0, \quad [AB]\mathfrak{X}_0 - [BC]\mathfrak{Z}_0 = 0;$$

also

$$\mathfrak{Y}_0 = \frac{[CA]}{[BC]}\mathfrak{X}_0, \quad \mathfrak{Z}_0 = \frac{[AB]}{[BC]}\mathfrak{X}_0;$$

folglich wegen der dritten der drei obigen Gleichungen:

$$\{[AB]^2 + [BC]^2 + [CA]^2\}\mathfrak{X}_0^2 = P^2[BC]^2.$$

und daher mit Beziehung der oberen und unteren Zeichen auf einander:

$$\mathfrak{X}_0 = \pm \frac{P[BC]}{\sqrt{[AB]^2 + [BC]^2 + [CA]^2}},$$

$$\mathfrak{Y}_0 = \pm \frac{P[CA]}{\sqrt{[AB]^2 + [BC]^2 + [CA]^2}},$$

$$\mathfrak{Z}_0 = \pm \frac{P[AB]}{\sqrt{[AB]^2 + [BC]^2 + [CA]^2}};$$

also

$$x_0 = \frac{1}{2}(f + f_1) \pm \frac{P[BC]}{\sqrt{[AB]^2 + [BC]^2 + [CA]^2}},$$

$$y_0 = \frac{1}{2}(g + g_1) \pm \frac{P[CA]}{\sqrt{[AB]^2 + [BC]^2 + [CA]^2}},$$

$$z_0 = \frac{1}{2}(h + h_1) \pm \frac{P[AB]}{\sqrt{[AB]^2 + [BC]^2 + [CA]^2}}.$$

Insofern man aber den Winkel ω von 0 bis 360° wachsen lässt, reicht es offenbar hin, in diesen Formeln entweder bloß die oberen, oder bloß die unteren Zeichen zu nehmen, wesshalb wir im Folgenden stets

$$x_0 = \frac{1}{2}(f + f_1) + \frac{P[BC]}{\sqrt{[AB]^2 + [BC]^2 + [CA]^2}},$$

$$y_0 = \frac{1}{2}(g + g_1) + \frac{P[CA]}{\sqrt{[AB]^2 + [BC]^2 + [CA]^2}},$$

$$z_0 = \frac{1}{2}(h + h_1) + \frac{P[AB]}{\sqrt{[AB]^2 + [BC]^2 + [CA]^2}}$$

setzen wollen.

Denken wir uns jetzt über der Entfernung E der beiden Weltkörper von einander als Sehne in der durch die Gleichung

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

charakterisirten Ebene einen den gegebenen Winkel Δ' fassenden Kreisabschnitt beschrieben, und lassen die Coordinaten x_0, y_0, z_0 jetzt dem Mittelpunkte des Kreises, welchem dieser Kreisabschnitt angehört, entsprechen, so ergibt sich durch eine sehr einfache geometrische Betrachtung auf der Stelle die Gleichung

$$\frac{1}{2}E = P \tan \Delta', \quad \text{also} \quad P = \frac{1}{2}E \cot \Delta';$$

und für die Coordinaten x_0, y_0, z_0 ergeben sich also nach dem Obigen die folgenden Formeln:

$$x_0 = \frac{1}{2}(f + f_1) + \frac{E[BC] \cot \Delta'}{2\sqrt{[AB]^2 + [BC]^2 + [CA]^2}},$$

$$y_0 = \frac{1}{2}(g + g_1) + \frac{E[CA] \cot \Delta'}{2\sqrt{[AB]^2 + [BC]^2 + [CA]^2}},$$

$$z_0 = \frac{1}{2}(h + h_1) + \frac{E[AB] \cot \Delta'}{2\sqrt{[AB]^2 + [BC]^2 + [CA]^2}};$$

oder nach einer bekannten Relation :

$$\begin{aligned} x_0 &= \frac{1}{2}(f + f_1) + \frac{[BC] \cot \Delta'}{2E\sqrt{(fg_1 - gf_1)^2 + (gh_1 - hg_1)^2 + (hf_1 - fh_1)^2}}, \\ y_0 &= \frac{1}{2}(g + g_1) + \frac{[CA] \cot \Delta'}{2E\sqrt{(fg_1 - gf_1)^2 + (gh_1 - hg_1)^2 + (hf_1 - fh_1)^2}}, \\ z_0 &= \frac{1}{2}(h + h_1) + \frac{[AB] \cot \Delta'}{2E\sqrt{(fg_1 - gf_1)^2 + (gh_1 - hg_1)^2 + (hf_1 - fh_1)^2}}. \end{aligned}$$

Der Halbmesser des in Rede stehenden Kreises ist

$$\frac{E}{2 \sin \Delta'} = \frac{1}{2} E \operatorname{cosec} \Delta',$$

und die Orte (xyz) auf der Erde, welche in dem in Rede stehenden absoluten Zeitmomente die Entfernung E der beiden Weltkörper von einander unter dem Winkel Δ' sehen, sind offenbar diejenigen Punkte in der durch die Gleichung

$$A(x - f) + B(y - g) + C(z - h) = 0$$

oder

$$A(x - f_1) + B(y - g_1) + C(z - h_1) = 0$$

charakterisirten Ebene und in der Erdoberfläche, welche von dem Punkte $(x_0 y_0 z_0)$ die Entfernung $\frac{1}{2} E \operatorname{cosec} \Delta'$ haben, was zur Bestimmung von x, y, z die Gleichungen

$$A(x - f) + B(y - g) + C(z - h) = 0,$$

$$\frac{x^2 + y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1,$$

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = \frac{1}{4} E^2 \operatorname{cosec}^2 \Delta'^2$$

oder

$$A(x - f_1) + B(y - g_1) + C(z - h_1) = 0,$$

$$\frac{x^2 + y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1,$$

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = \frac{1}{4} E^2 \operatorname{cosec}^2 \Delta'^2$$

gibt. Das erste dieser beiden Systeme von Gleichungen, welches wir hier benützen wollen, kann auch auf den folgenden Ausdruck gebracht werden:

$$A(x - f) + B(y - g) + C(z - h) = 0,$$

$$\frac{x^2 + y^2 + z^2}{a^2} - \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}\right) z^2 = 1,$$

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = \frac{1}{4} E^2 \operatorname{cosec}^2 \Delta'^2;$$

oder auf den Ausdruck:

$$A(x - f) + B(y - g) + C(z - h) = 0,$$

$$x^2 + y^2 + (1 + \varepsilon^2) z^2 = a^2,$$

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = \frac{1}{4} E^2 \operatorname{cosec}^2 \Delta'^2.$$

Die Entwicklung der Grössen x , y , z aus diesen Gleichungen bietet wesentliche Schwierigkeiten nicht dar. Um jedoch nicht zu weitläufig zu werden, wollen wir dieselben hier nur für den Fall der Kugel, wo $\varepsilon = 0$ ist, und die Gleichungen daher die Gestalt

$$A(x-f) + B(y-g) + C(z-h) = 0,$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = a^2,$$

$$(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2 = \frac{1}{4}E^2 \operatorname{cosec} \Delta^2$$

annehmen, auflösen. Hat man x , y , z aus diesen drei letzteren Gleichungen bestimmt, so werden sich, weil ε eine sehr kleine Grösse ist, nach den bekannten Näherungsmethoden immer auch leicht die kleinen Verbesserungen berechnen lassen, welche an die gefundenen Werthe von x , y , z noch angebracht werden müssen, wenn den Gleichungen

$$A(x-f) + B(y-g) + C(z-h) = 0,$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + \varepsilon^2 z^2 = a^2,$$

$$(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2 = \frac{1}{4}E^2 \operatorname{cosec} \Delta^2$$

genügt werden soll.

Aus den drei aufzulösenden Gleichungen

$$A(x-f) + B(y-g) + C(z-h) = 0,$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = a^2,$$

$$(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2 = \frac{1}{4}E^2 \operatorname{cosec} \Delta^2$$

leitet man sehr leicht die beiden folgenden ab:

$$Ax + By + Cz = Af + Bg + Ch,$$

$$x_0x + y_0y + z_0z = \frac{1}{2}(a^2 + x_0^2 + y_0^2 + z_0^2) - \frac{1}{4}E^2 \operatorname{cosec} \Delta^2;$$

aus denen sich ferner ergibt:

$$\begin{aligned} & (Az_0 - Cx_0)x - (Cy_0 - Bz_0)y \\ &= (Af + Bg + Ch)z_0 - \frac{1}{2}C(a^2 + x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 - \frac{1}{4}E^2 \operatorname{cosec} \Delta^2), \\ & (Bx_0 - Ay_0)x - (Cy_0 - Bz_0)z \\ &= -(Af + Bg + Ch)y_0 + \frac{1}{2}B(a^2 + x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 - \frac{1}{4}E^2 \operatorname{cosec} \Delta^2); \end{aligned}$$

also:

$$y = \frac{(Af + Bg + Ch)z_0 - \frac{1}{2}C(a^2 + x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 - \frac{1}{4}E^2 \operatorname{cosec} \Delta^2) - (Az_0 - Cx_0)x}{Cy_0 - Bz_0},$$

$$z = \frac{(Af + Bg + Ch)y_0 - \frac{1}{2}B(a^2 + x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 - \frac{1}{4}E^2 \operatorname{cosec} \Delta^2) + (Bx_0 - Ay_0)x}{Cy_0 - Bz_0};$$

und folglich:

$$(Bz_0 - Cy_0)x = (Bz_0 - Cy_0)x,$$

$$(Bz_0 - Cy_0)y = (Af + Bg + Ch)z_0 - \frac{1}{2}C(a^2 + x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 - \frac{1}{4}E^2 \operatorname{cosec} \Delta^2) + (Cx_0 - Az_0)x,$$

$$(Bz_0 - Cy_0)z = -(Af + Bg + Ch)y_0 + \frac{1}{2}B(a^2 + x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 - \frac{1}{4}E^2 \operatorname{cosec} \Delta^2) + (Ay_0 - Bx_0)x.$$

Erhebt man nun diese drei Gleichungen auf das Quadrat und addirt sie dann zu einander, so erhält man, mit Rücksicht auf die zweite der drei aufzulösenden Gleichungen, zur Bestimmung von x die folgende Gleichung des zweiten Grades:

$$\begin{aligned} & \{ (Ay_0 - Bx_0)^2 + (Bz_0 - Cy_0)^2 + (Cx_0 - Az_0)^2 \} x^2 \\ - 2 & \left\{ \begin{aligned} & (Ay_0 - Bx_0) \{ (Af + Bg + Ch) y_0 - \frac{1}{2} B (a^2 + x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 - \frac{1}{4} E^2 \operatorname{cosec} \Delta^2) \} \\ & - (Cx_0 - Az_0) \{ (Af + Bg + Ch) z_0 - \frac{1}{2} C (a^2 + x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 - \frac{1}{4} E^2 \operatorname{cosec} \Delta^2) \} \end{aligned} \right\} x \\ & = a^2 (Bz_0 - Cy_0)^2 - \{ (Af + Bg + Ch) y_0 - \frac{1}{2} B (a^2 + x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 - \frac{1}{4} E^2 \operatorname{cosec} \Delta^2) \}^2 \\ & \quad - \{ (Af + Bg + Ch) z_0 - \frac{1}{2} C (a^2 + x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 - \frac{1}{4} E^2 \operatorname{cosec} \Delta^2) \}^2. \end{aligned}$$

Setzen wir daher der Kürze wegen

$$\begin{aligned} [x_0 y_0] &= Ay_0 - Bx_0, \\ [y_0 z_0] &= Bz_0 - Cy_0, \\ [z_0 x_0] &= Cx_0 - Az_0 \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned} [Ax_0] &= (Af + Bg + Ch) x_0 - \frac{1}{2} A (a^2 + x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 - \frac{1}{4} E^2 \operatorname{cosec} \Delta^2), \\ [By_0] &= (Af + Bg + Ch) y_0 - \frac{1}{2} B (a^2 + x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 - \frac{1}{4} E^2 \operatorname{cosec} \Delta^2), \\ [Cz_0] &= (Af + Bg + Ch) z_0 - \frac{1}{2} C (a^2 + x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 - \frac{1}{4} E^2 \operatorname{cosec} \Delta^2); \end{aligned}$$

so haben wir nach dem Obigen zur Bestimmung von x , y , z die drei folgenden Gleichungen:

$$\begin{aligned} & \{ [x_0 y_0]^2 + [y_0 z_0]^2 + [z_0 x_0]^2 \} x^2 - 2 \{ [x_0 y_0] [By_0] - [z_0 x_0] [Cz_0] \} x \\ & = a^2 [y_0 z_0]^2 - [By_0]^2 - [Cz_0]^2, \\ y &= \frac{[Cz_0] + [z_0 x_0] x}{[y_0 z_0]}, \quad z = -\frac{[By_0] - [x_0 y_0] x}{[y_0 z_0]}. \end{aligned}$$

Löst man aber diese Gleichungen vollständig auf, so erhält man nach einer zwar etwas weitläufigen, sonst aber keiner weitem Schwierigkeit unterliegenden Rechnung, wenn man der Kürze wegen

$$\Omega = a^2 \{ [x_0 y_0]^2 + [y_0 z_0]^2 + [z_0 x_0]^2 \} - \{ [Ax_0]^2 + [By_0]^2 + [Cz_0]^2 \}$$

setzt, für x , y , z die folgenden merkwürdigen Ausdrücke, in denen die oberen und unteren Zeichen sich auf einander beziehen:

$$\begin{aligned} x &= \frac{[x_0 y_0] [By_0] - [z_0 x_0] [Cz_0] \pm [y_0 z_0] \sqrt{\Omega}}{[x_0 y_0]^2 + [y_0 z_0]^2 + [z_0 x_0]^2}, \\ y &= \frac{[y_0 z_0] [Cz_0] - [x_0 y_0] [Ax_0] \pm [z_0 x_0] \sqrt{\Omega}}{[x_0 y_0]^2 + [y_0 z_0]^2 + [z_0 x_0]^2}, \\ z &= \frac{[z_0 x_0] [Ax_0] - [y_0 z_0] [By_0] \pm [x_0 y_0] \sqrt{\Omega}}{[x_0 y_0]^2 + [y_0 z_0]^2 + [z_0 x_0]^2}. \end{aligned}$$

Man könnte diese Formeln noch auf verschiedene andere Arten ausdrücken, weil zwischen den Grössen, von denen sie abhängen, verschiedene bemerkenswerthe Relationen stattfinden. Um jedoch nicht zu weitläufig zu werden, wollen wir hier nur auf ein Paar dieser Relationen aufmerksam machen, welche sich auf der Stelle darbieten.

Zuvörderst erhält man leicht

$$\begin{aligned} & [x_0 y_0]^2 + [y_0 z_0]^2 + [z_0 x_0]^2 \\ &= (A^2 + B^2 + C^2) (x_0^2 + y_0^2 + z_0^2) - (Ax_0 + By_0 + Cz_0)^2; \end{aligned}$$

weil nun aber

$$Af + Bg + Ch = Af_1 + Bg_1 + Ch_1,$$

$$A[BC] + B[CA] + C[AB] = 0$$

ist, so liefern die obigen Ausdrücke von x_0, y_0, z_0 leicht die Gleichung:

$$Ax_0 + By_0 + Cz_0 = Af + Bg + Ch,$$

so dass also nach dem Obigen auch

$$\begin{aligned} & [x_0 y_0]^2 + [y_0 z_0]^2 + [z_0 x_0]^2 \\ &= (A^2 + B^2 + C^2) (x_0^2 + y_0^2 + z_0^2) - (Af + Bg + Ch)^2 \end{aligned}$$

gesetzt werden kann.

Es ist

$$x_0 [y_0 z_0] + y_0 [z_0 x_0] + z_0 [x_0 y_0] = 0, \quad A[y_0 z_0] + B[z_0 x_0] + C[x_0 y_0] = 0$$

und

$$\begin{aligned} & x_0 [Ax_0] + y_0 [By_0] + z_0 [Cz_0] \\ &= \frac{1}{2} (Af + Bg + Ch) (x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 - a^2 + \frac{1}{4} E^2 \operatorname{cosec} \Delta^2), \\ & A[Ax_0] + B[By_0] + C[Cz_0] \\ &= (Af + Bg + Ch)^2 - \frac{1}{2} (A^2 + B^2 + C^2) (a^2 + x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 - \frac{1}{4} E^2 \operatorname{cosec} \Delta^2). \end{aligned}$$

Weil man nach den aus dem Obigen bekannten Formeln für jeden Werth von ω zwischen 0 und 360° die entsprechenden Werthe von A, B, C und x_0, y_0, z_0 bestimmen kann, so kann man mittelst der vorher entwickelten Ausdrücke von x, y, z für jeden zwischen 0 und 360° liegenden Werth von ω die entsprechenden Werthe dieser Coordinaten finden; wie man dann aber ferner aus denselben die entsprechenden Längen und Breiten findet, ist oben gleichfalls schon gezeigt worden.

Sechstes Capitel.

Theorie der Bedeckungen, wenn der eine der beiden Weltkörper ein Fixstern ist.

(Theorie der Sternbedeckungen.)

§. 1.

Alles kommt in diesem Capitel auf die Betrachtung der geraden Linie an, deren Lage im Allgemeinen zu bestimmen in Cap. III gelehrt worden ist. Um dies dem Leser deutlich vor die Augen zu führen, wollen wir uns die folgende Construction gemacht denken. Wir wollen durch den Mittelpunkt (fgh) des unserm

Sonnensysteme angehörenden, mit dem Halbmesser r beschriebenen kugelförmigen Weltkörpers uns eine zugleich durch einen gewissen Fixstern gehende Ebene gelegt denken, welche durch die Gleichung

$$1) \quad Ax + By + Cz + D = 0$$

charakterisirt sein mag, und wollen in dieser Ebene von dem Fixsterne aus zwei gerade Linien ziehen: die erste nach dem Mittelpunkte (fgh) des mit dem Halbmesser r beschriebenen kugelförmigen Weltkörpers, die zweite so, dass sie diesen Weltkörper in dem Punkte (XYZ) berührt; ziehen wir dann von dem Fixsterne aus noch eine dritte gerade Linie nach dem Mittelpunkte der Erde oder dem Anfange der Coordinaten, so wird man diese drei geraden Linien, weil dieselben sämmtlich von dem Fixsterne aus nach innerhalb des Bereiches unsers Sonnensystemes liegenden Punkten gezogen sind, wegen der in Bezug auf unser Sonnensystem als unendlich zu betrachtenden Entfernung der Fixsterne, ohne allen merklichen Fehler, wenigstens bei Untersuchungen von der Art der vorliegenden, als unter einander parallel anzusehen berechtigt sein, und es werden folglich, wenn wir die von dem Fixsterne nach dem Mittelpunkte (fgh) des mit dem Halbmesser r beschriebenen kugelförmigen Weltkörpers gezogene gerade Linie uns wie in Cap. III durch Gleichungen

$$2) \quad \frac{x-f}{\cos \lambda} = \frac{y-g}{\cos \mu} = \frac{z-h}{\cos \nu}$$

charakterisirt denken, die drei Winkel λ , μ , ν unmittelbar durch die Rectascension und Declination des betreffenden Fixsterns gegeben sein, wenigstens mittelst bekannter einfacher Formeln immer leicht aus den letzteren abgeleitet werden können, so dass wir also im Folgenden die durch λ , μ , ν bezeichneten Winkel, ebenso wie die Coordinaten f , g , h des mit dem Halbmesser r beschriebenen kugelförmigen Weltkörpers, letztere natürlich in Bezug auf ein bestimmtes absolutes Zeitmoment, immer als bekannt betrachten können. Dass es aber in diesem Capitel zunächst hauptsächlich auf die Bestimmung der Durchschnittspunkte der von dem Fixsterne nach dem Punkte (XYZ) gezogenen geraden Linie, welches eben die in Cap. III der Lage nach zu bestimmen gelehrt Linie ist, mit der Oberfläche der Erde ankommen wird, bedarf nun einer weiteren Erläuterung nicht, und wir wollen daher jetzt sogleich zur Entwicklung der Coordinaten der Durchschnittspunkte übergehen.

§. 2.

Die Gleichungen der geraden Linie, auf deren Betrachtung in diesem Capitel Alles ankommt, sind nach Cap. III, Nr. 3) bekanntlich:

$$3) \quad \frac{x-X}{\cos \lambda} = \frac{y-Y}{\cos \mu} = \frac{z-Z}{\cos \nu},$$

wo die Coordinaten XYZ nach Cap. III, Nr. 18) durch die Formeln

$$4) \quad \left\{ \begin{array}{l} X = f + \frac{r \{BC\}}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \\ Y = g + \frac{r \{CA\}}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \\ Z = h + \frac{r \{AB\}}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \end{array} \right.$$

oder, vollständig entwickelt, durch die Formeln

$$5) \quad \begin{cases} X = f - r \frac{(g \cos \nu - h \cos \mu) \sin \omega - \{f - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu) \cos \lambda\} \cos \omega}{V f^2 + g^2 + h^2 - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu)^2}, \\ Y = g - r \frac{(h \cos \lambda - f \cos \nu) \sin \omega - \{g - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu) \cos \mu\} \cos \omega}{V f^2 + g^2 + h^2 - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu)^2}, \\ Z = h - r \frac{(f \cos \mu - g \cos \lambda) \sin \omega - \{h - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu) \cos \nu\} \cos \omega}{V f^2 + g^2 + h^2 - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu)^2} \end{cases}$$

bestimmt sind.

Bezeichnen wir jetzt die Coordinaten der Durchschnittspunkte der durch die Gleichungen 3) charakterisirten geraden Linie mit der Oberfläche der Erde durch x, y, z : so ist nach Cap. IV, Nr. 3):

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\cos \lambda^2 + \cos \mu^2}{a^2} + \frac{\cos \nu^2}{b^2} \right) \frac{x - X}{\cos \lambda} \\ &= \left(\frac{\cos \lambda^2 + \cos \mu^2}{a^2} + \frac{\cos \nu^2}{b^2} \right) \frac{y - Y}{\cos \mu} \\ &= \left(\frac{\cos \lambda^2 + \cos \mu^2}{a^2} + \frac{\cos \nu^2}{b^2} \right) \frac{z - Z}{\cos \nu} \\ &= - \frac{X \cos \lambda + Y \cos \mu}{a^2} - \frac{Z \cos \nu}{b^2} \\ & \pm \sqrt{\frac{\cos \lambda^2 + \cos \mu^2}{a^2} + \frac{\cos \nu^2}{b^2} - \left(\frac{X \cos \mu - Y \cos \lambda}{a^2} \right)^2 - \frac{(Y \cos \nu - Z \cos \mu)^2 + (Z \cos \lambda - X \cos \nu)^2}{a^2 b^2}}. \end{aligned}$$

Zuerst ist nun

$$\frac{\cos \lambda^2 + \cos \mu^2}{a^2} + \frac{\cos \nu^2}{b^2} = \frac{\cos \lambda^2 + \cos \mu^2 + \cos \nu^2}{a^2} - \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2} \right) \cos \nu^2,$$

also

$$a^2 \left(\frac{\cos \lambda^2 + \cos \mu^2}{a^2} + \frac{\cos \nu^2}{b^2} \right) = 1 - \left(1 - \frac{a^2}{b^2} \right) \cos \nu^2 = 1 + \varepsilon^2 \cos \nu^2.$$

Ferner ist

$$\frac{X \cos \lambda + Y \cos \mu}{a^2} + \frac{Z \cos \nu}{b^2} = \frac{X \cos \lambda + Y \cos \mu + Z \cos \nu}{a^2} - \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2} \right) Z \cos \nu,$$

also

$$a^2 \left(\frac{X \cos \lambda + Y \cos \mu}{a^2} + \frac{Z \cos \nu}{b^2} \right) = X \cos \lambda + Y \cos \mu + Z \cos \nu + \varepsilon^2 Z \cos \nu;$$

aber, weil nach einer bekannten Relation

$$\{AB\} \cos \nu + \{BC\} \cos \lambda + \{CA\} \cos \mu = 0$$

ist,

$$X \cos \lambda + Y \cos \mu + Z \cos \nu = f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu;$$

also

$$a^2 \left(\frac{X \cos \lambda + Y \cos \mu}{a^2} + \frac{Z \cos \nu}{b^2} \right) = f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu + \varepsilon^2 Z \cos \nu.$$

Endlich ist

$$\begin{aligned} & \left(\frac{X \cos \mu - Y \cos \lambda}{a^2} \right)^2 + \frac{(Y \cos \nu - Z \cos \mu)^2 + (Z \cos \lambda - X \cos \nu)^2}{a^2 b^2} \\ &= \frac{X^2 + Y^2 + Z^2 - (X \cos \lambda + Y \cos \mu + Z \cos \nu)^2}{a^2 b^2} + \frac{1}{a^2} \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2} \right) (X \cos \mu - Y \cos \lambda)^2, \end{aligned}$$

also

$$a^2 \left\{ \left(\frac{X \cos \mu - Y \cos \lambda}{a^2} \right)^2 + \frac{(Y \cos \nu - Z \cos \mu)^2 + (Z \cos \lambda - X \cos \nu)^2}{a^2 b^2} \right\} \\ = \frac{X^2 + Y^2 + Z^2 - (X \cos \lambda + Y \cos \mu + Z \cos \nu)^2}{b^2} - \varepsilon^2 \left(\frac{X \cos \mu - Y \cos \lambda}{a} \right)^2.$$

Nun ist

$$X^2 + Y^2 + Z^2 = f^2 + g^2 + h^2 + 2r \frac{f \{BC\} + g \{CA\} + h \{AB\}}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \\ + r^2 \frac{\{AB\}^2 + \{BC\}^2 + \{CA\}^2}{A^2 + B^2 + C^2}$$

$$= r^2 + f^2 + g^2 + h^2 + 2r \sqrt{f^2 + g^2 + h^2 - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu)^2} \cdot \cos \omega,$$

also

$$X^2 + Y^2 + Z^2 - (X \cos \lambda + Y \cos \mu + Z \cos \nu)^2 \\ = r^2 + f^2 + g^2 + h^2 - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu)^2 \\ + 2r \sqrt{f^2 + g^2 + h^2 - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu)^2} \cdot \cos \omega.$$

Ferner ist

$$X \cos \mu - Y \cos \lambda = f \cos \mu - g \cos \lambda + r \frac{\{BC\} \cos \mu - \{CA\} \cos \lambda}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \\ = f \cos \mu - g \cos \lambda \\ + r \frac{(f \cos \mu - g \cos \lambda) \cos \omega + \{h - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu) \cos \nu\} \sin \omega}{\sqrt{f^2 + g^2 + h^2 - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu)^2}}.$$

Also ist

$$a^2 \left\{ \left(\frac{X \cos \mu - Y \cos \lambda}{a^2} \right)^2 + \frac{(Y \cos \nu - Z \cos \mu)^2 + (Z \cos \lambda - X \cos \nu)^2}{a^2 b^2} \right\} \\ = \frac{r^2 + f^2 + g^2 + h^2 - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu)^2 + 2r \sqrt{f^2 + g^2 + h^2 - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu)^2} \cdot \cos \omega}{b^2} \\ - \frac{\varepsilon^2}{a^2} \left\{ \begin{array}{l} f \cos \mu - g \cos \lambda \\ + r \frac{(f \cos \mu - g \cos \lambda) \cos \omega + \{h - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu) \cos \nu\} \sin \omega}{\sqrt{f^2 + g^2 + h^2 - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu)^2}} \end{array} \right\}^2.$$

Setzen wir jetzt der Kürze wegen:

$$6) \quad \begin{cases} F = \sqrt{f^2 + g^2 + h^2 - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu)^2}, \\ G = f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu, \\ H = f \cos \mu - g \cos \lambda; \end{cases}$$

so ist:

$$a^2 \left(\frac{\cos \lambda^2 + \cos \mu^2}{a^2} + \frac{\cos \nu^2}{b^2} \right) = 1 + \varepsilon^2 \cos \nu^2, \\ a^2 \left(\frac{X \cos \lambda + Y \cos \mu}{a^2} + \frac{Z \cos \nu}{b^2} \right) = G + \varepsilon^2 Z \cos \nu, \\ a^2 \left\{ \left(\frac{X \cos \mu - Y \cos \lambda}{a^2} \right)^2 + \frac{(Y \cos \nu - Z \cos \mu)^2 + (Z \cos \lambda - X \cos \nu)^2}{a^2 b^2} \right\} \\ = \frac{r^2 + F^2 + 2rF \cos \omega}{b^2} - \frac{\varepsilon^2}{a^2} \left\{ H + r \frac{H \cos \omega + (h - G \cos \nu) \sin \omega}{F} \right\}^2;$$

also:

$$\begin{aligned}
 7) \quad & (1 + \varepsilon^2 \cos \nu^2) \frac{x - X}{\cos \lambda} \\
 & = (1 + \varepsilon^2 \cos \nu^2) \frac{y - Y}{\cos \mu} \\
 & = (1 + \varepsilon^2 \cos \nu^2) \frac{z - Z}{\cos \nu} \\
 & = -G - \varepsilon^2 Z \cos \nu \\
 & \pm a \sqrt{1 - \frac{r^2 + F^2 + 2rF \cos \omega}{a^2} + \varepsilon^2 \left\{ \cos \nu^2 + \frac{1}{a^2} \left(H + r \frac{H \cos \omega + (h - G \cos \nu) \sin \omega}{F} \right)^2 \right\}}.
 \end{aligned}$$

Betrachtet man die Erde als eine Kugel, so ist $\varepsilon = 0$, also:

$$8) \quad \frac{x - X}{\cos \lambda} = \frac{y - Y}{\cos \mu} = \frac{z - Z}{\cos \nu} = -G \pm a \sqrt{1 - \frac{r^2 + F^2 + 2rF \cos \omega}{a^2}}$$

wo a den Halbmesser der Erde bezeichnet.

Welches Zeichen in den vorstehenden Formeln man nehmen muss, wenn der bestimmte Ort die Berührung der beiden Weltkörper wirklich sehen soll, prüft man ganz eben so wie in Cap. V, §. 2, bei äusseren Berührungen, indem man an die Stelle der dortigen X_1, Y_1, Z_1 jetzt nur die obigen X, Y, Z setzt.

§. 3.

Wir wollen jetzt den Ort auf der Erdoberfläche bestimmen, welcher in dem absoluten Zeitmomente, dem die Sternzeit \mathfrak{T} entspricht, die Berührung der beiden Weltkörper in seinem Horizonte sieht.

Betrachten wir zuerst die Erde als eine Kugel, so ist die Bedingungsgleichung, aus welcher ω bestimmt werden muss, nach dem vorhergehenden Paragraphen:

$$1 - \frac{r^2 + F^2 + 2rF \cos \omega}{a^2} = 0,$$

woraus sich

$$9) \quad \cos \omega = \frac{a^2 - r^2 - F^2}{2rF}$$

oder

$$10) \quad \cos \omega = \frac{a^2 - r^2 - f^2 - g^2 - h^2 - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu)^2}{2r \sqrt{f^2 + g^2 + h^2 - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu)^2}}$$

ergiebt. Auch ist nach einer bekannten trigonometrischen Verwandlung:

$$11) \quad \begin{cases} \cos \frac{1}{2} \omega^2 = \frac{(a + r - F)(a - r + F)}{4rF} \\ \sin \frac{1}{2} \omega^2 = \frac{(a + r + F)(-a + r + F)}{4rF} \end{cases}$$

Hat man ω auf diese Weise gefunden, so erhält man x, y, z mittelst der Formeln:

$$12) \quad \begin{cases} x = X - G \cos \lambda, \\ y = Y - G \cos \mu, \\ z = Z - G \cos \nu; \end{cases}$$

oder:

$$13) \quad \begin{cases} x = X - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu) \cos \lambda, \\ y = Y - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu) \cos \mu, \\ z = Z - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu) \cos \nu; \end{cases}$$

wo X, Y, Z ihre aus dem Obigen bekannten Werthe haben.

Betrachten wir die Erde als ein Ellipsoid, so haben wir zur Bestimmung von ω die Bedingungsgleichung:

$$\begin{aligned} 0 &= 1 - \frac{r^2 + F^2}{b^2} - \frac{2rF}{b^2} \cos \omega \\ &+ \varepsilon^2 \left\{ \cos \nu^2 + \frac{1}{a^2} \left(H + \frac{rH}{F} \cos \omega + \frac{r(h - G \cos \nu)}{F} \sin \omega \right)^2 \right\} \\ &= 1 - \frac{r^2 + F^2}{b^2} + \varepsilon^2 \left(\cos \nu^2 + \frac{H^2}{a^2} \right) - 2r \left(\frac{F}{b^2} - \frac{\varepsilon^2 H^2}{a^2 F} \right) \cos \omega \\ &+ \frac{2\varepsilon^2 r H (h - G \cos \nu)}{a^2 F} \sin \omega + \frac{\varepsilon^2 r^2 H^2}{a^2 F^2} \cos \omega^2 \\ &+ \frac{2\varepsilon^2 r^2 H (h - G \cos \nu)}{a^2 F^2} \sin \omega \cos \omega + \frac{\varepsilon^2 r^2 (h - G \cos \nu)^2}{a^2 F^2} \sin \omega^2. \end{aligned}$$

Weil aber $\frac{a^2}{b^2} = 1 + \varepsilon^2$ ist, so wird diese Gleichung:

$$14) \quad \begin{cases} 0 = a^2 - (1 + \varepsilon^2) (r^2 + F^2) + \varepsilon^2 (H^2 + a^2 \cos \nu^2) \\ - 2r \left(F + \varepsilon^2 \frac{F^2 - H^2}{F} \right) \cos \omega + \frac{2\varepsilon^2 r^2 H (h - G \cos \nu)}{F} \sin \omega \\ + \frac{\varepsilon^2 r^2 H^2}{F^2} \cos \omega^2 + \frac{2\varepsilon^2 r^2 H (h - G \cos \nu)}{F^2} \sin \omega \cos \omega + \frac{\varepsilon^2 r^2 (h - G \cos \nu)^2}{F^2} \sin \omega^2. \end{cases}$$

Über die Auflösung der Gleichungen von dieser Form ist schon früher das Nöthige bemerkt worden. Hat man ω gefunden, so ergeben sich x, y, z mittelst der Formeln:

$$15) \quad \begin{cases} x = X - \frac{G + \varepsilon^2 Z \cos \nu}{1 + \varepsilon^2 \cos \nu^2} \cos \lambda, \\ y = Y - \frac{G + \varepsilon^2 Z \cos \nu}{1 + \varepsilon^2 \cos \nu^2} \cos \mu, \\ z = Z - \frac{G + \varepsilon^2 Z \cos \nu}{1 + \varepsilon^2 \cos \nu^2} \cos \nu. \end{cases}$$

§. 4.

Um die Zeiten des Anfangs und des Endes der Bedeckung auf der Erde überhaupt und zugleich die Orte zu bestimmen, welche den Anfang oder das Ende sehen, muss man, insofern man die Erde als eine mit dem Halbmesser a beschriebene Kugel betrachtet, auf ganz ähnliche Art wie in Cap. V, §. 5, in der aus dem vorhergehenden Paragraphen bekannten Gleichung

$$1 - \frac{r^2 + F^2 + 2rF \cos \omega}{a^2} = 0$$

die Grösse $\cos \omega = \pm 1$ setzen, was die Gleichung

$$1 - \left(\frac{r \pm F}{a}\right)^2 = 0$$

oder die Gleichung

$$(r \pm F)^2 = a^2$$

gibt, welche, weiter entwickelt, zu den vier Gleichungen

$$r + F = \pm a, \quad r - F = \pm a;$$

oder zu den vier Gleichungen

$$F = \pm a - r, \quad F = \mp a + r$$

führt. Insofern nun aber die Bedeckung des Fixsternes von dem Monde geschieht, also $a > r$ ist, sind die beiden Gleichungen

$$F = -a - r, \quad F = -a + r$$

offenbar ungereimt, weil F im Obigen immer als positiv betrachtet worden ist; und es bleiben also bloss die beiden Gleichungen

$$16) \quad F = a \mp r \quad \text{oder} \quad 17) \quad a \mp r - F = 0,$$

d. i. die beiden Gleichungen:

$$18) \quad a \mp r - \sqrt{f^2 + g^2 + h^2 - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu)^2} = 0$$

oder

$$19) \quad a \mp r = \sqrt{f^2 + g^2 + h^2 - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu)^2}.$$

Aus diesen Gleichungen müssen die gesuchten Zeiten bestimmt werden, und ob dieselben dem Anfange oder Ende der Bedeckung entsprechen, wird sich aus ihrer relativen Grösse jederzeit von selbst ergeben. Das obere Zeichen entspricht in der Gleichung 19) dem Werthe $\cos \omega = +1$, das untere dem Werthe $\cos \omega = -1$.

Hat man nun die in Rede stehenden Zeiten gefunden, so ist für $\cos \omega = +1$ nach dem Obigen:

$$20) \quad \left\{ \begin{array}{l} X = f + r \frac{f - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu) \cos \lambda}{\sqrt{f^2 + g^2 + h^2 - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu)^2}}, \\ Y = g + r \frac{g - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu) \cos \mu}{\sqrt{f^2 + g^2 + h^2 - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu)^2}}, \\ Z = h + r \frac{h - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu) \cos \nu}{\sqrt{f^2 + g^2 + h^2 - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu)^2}}; \end{array} \right.$$

und für $\cos \omega = -1$ ist:

$$21) \quad \left\{ \begin{array}{l} X = f - r \frac{f - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu) \cos \lambda}{\sqrt{f^2 + g^2 + h^2 - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu)^2}}, \\ Y = g - r \frac{g - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu) \cos \mu}{\sqrt{f^2 + g^2 + h^2 - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu)^2}}, \\ Z = h - r \frac{h - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu) \cos \nu}{\sqrt{f^2 + g^2 + h^2 - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu)^2}}. \end{array} \right.$$

Zur Bestimmung von x, y, z hat man aber die Formeln:

$$22) \quad \begin{cases} x = X - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu) \cos \lambda, \\ y = Y - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu) \cos \mu, \\ z = Z - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu) \cos \nu. \end{cases}$$

Führt man in diese Formeln die obigen Werthe von X, Y, Z ein, und lässt in den folgenden Formeln die oberen Zeichen dem Werthe $\cos \omega = +1$, die unteren dem Werthe $\cos \omega = -1$ entsprechen, so erhält man, mit Rücksicht darauf, dass nach dem Obigen

$$\sqrt{f^2 + g^2 + h^2 - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu)^2} \pm r = a,$$

$$\sqrt{f^2 + g^2 + h^2 - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu)^2} = a \mp r$$

ist, die folgenden Ausdrücke von x, y, z :

$$23) \quad \begin{cases} x = \frac{a \{ f - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu) \cos \lambda \}}{a \mp r}, \\ y = \frac{a \{ g - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu) \cos \mu \}}{a \mp r}, \\ z = \frac{a \{ h - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu) \cos \nu \}}{a \mp r}. \end{cases}$$

Betrachtet man die Erde als ein elliptisches Sphäroid, so hat man sich bei der Auflösung dieser Aufgabe ganz auf ähnliche Art wie in Cap. V, §. 5, zu verhalten, was ich hier der Kürze wegen nicht weiter erläutern will, da das hier einzuschlagende Verfahren von jenem im Allgemeinen durchaus nicht wesentlich verschieden ist.

§. 5.

Wir wollen uns jetzt die Frage vorlegen, welche Orte auf der Erdoberfläche in dem absoluten Zeitmomente, welches wir hier immer in's Auge fassen, eine Berührung der beiden Weltkörper im Meridiane sehen. Diese Frage lässt sich auf folgende Art beantworten.

Wenn nämlich die durch die Gleichungen

$$\frac{x - X}{\cos \lambda} = \frac{y - Y}{\cos \mu} = \frac{z - Z}{\cos \nu}$$

charakterisirte gerade Linie in dem Meridiane irgend eines Ortes auf der Erdoberfläche liegen soll, so muss sie durch die Axe der z gehen, was die Bedingungsgleichung

$$\frac{X}{\cos \lambda} = \frac{Y}{\cos \mu} \quad \text{oder} \quad X \cos \mu - Y \cos \lambda = 0,$$

also nach §. 2 die Gleichung

$$f \cos \mu - g \cos \lambda + r \frac{(f \cos \mu - g \cos \lambda) \cos \omega + \{ h - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu) \cos \nu \} \sin \omega}{\sqrt{f^2 + g^2 + h^2 - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu)^2}} = 0,$$

oder die Gleichung

$$\begin{aligned} \cos \omega &+ \frac{h - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu) \cos \nu}{f \cos \mu - g \cos \lambda} \sin \omega \\ &= - \sqrt{\frac{f^2 + g^2 + h^2 - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu)^2}{r}} \end{aligned}$$

giebt. Berechnet man den Hülfswinkel $\bar{\omega}$ mittelst der Formel

$$24) \quad \tan \bar{\omega} = \frac{h - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu) \cos \nu}{f \cos \mu - g \cos \lambda},$$

so ist

$$25) \quad \cos (\bar{\omega} - \omega) = - \sqrt{\frac{f^2 + g^2 + h^2 - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu)^2}{r}} \cos \bar{\omega}.$$

Wie man weiter zu verfahren hat, erhellet aus Cap. V, §. 4.

§. 6.

Wir wollen nun den Ort auf der Erdoberfläche zu bestimmen suchen, der in dem gegebenen absoluten Zeitmomente, welchem die Sternzeit \mathfrak{Z} entspricht, eine Berührung der beiden Weltkörper als Maximum der Bedeckung sieht, wobei wir die eigentliche Bedeutung dieses Ausdrucks hier nicht weiter zu erläutern brauchen werden.

Sei $(xy z)$ dieser Ort und Δ^1 die demselben entsprechende scheinbare Entfernung der beiden Weltkörper von einander, so erhält man nach den Lehren der analytischen Geometrie leicht die Formel

$$\cos \Delta^1 = \pm \frac{(x-f) \cos \lambda + (y-g) \cos \mu + (z-h) \cos \nu}{\sqrt{(x-f)^2 + (y-g)^2 + (z-h)^2}}$$

oder, wenn der Kürze wegen

$$26) \quad x_0 = x - f, \quad y_0 = y - g, \quad z_0 = z - h$$

gesetzt wird, die Formel

$$\cos \Delta^1 = \pm \frac{x_0 \cos \lambda + y_0 \cos \mu + z_0 \cos \nu}{\sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}}.$$

Setzen wir ferner der Kürze wegen

$$\begin{aligned} 27) \quad & (1 + \varepsilon^2 \cos \nu^2) \mathfrak{P} \\ &= -G - \varepsilon^2 Z \cos \nu \\ & \pm a \sqrt{1 - \frac{r^2 + F^2 + 2rF \cos \omega}{b^2} + \varepsilon^2} \left\{ \cos \nu^2 + \frac{1}{a^2} \left(H + r \frac{H \cos \omega + (h - G \cos \nu) \sin \omega}{F} \right)^2 \right\} \end{aligned}$$

so ist bekanntlich nach 7)

$$\frac{x-X}{\cos \lambda} = \frac{y-Y}{\cos \mu} = \frac{z-Z}{\cos \nu} = \mathfrak{P},$$

oder:

$$28) \quad \begin{cases} x = X + \mathfrak{P} \cos \lambda, \\ y = Y + \mathfrak{P} \cos \mu, \\ z = Z + \mathfrak{P} \cos \nu; \end{cases}$$

folglich

$$29) \quad \begin{cases} x_0 = X - f + \mathfrak{P} \cos \lambda, \\ y_0 = Y - g + \mathfrak{P} \cos \mu, \\ z_0 = Z - h + \mathfrak{P} \cos \nu; \end{cases}$$

und man muss nun auf ähnliche Art wie in Cap. V, §. 6. den Winkel ω so bestimmen, dass

$$\frac{d\Delta^1}{d\xi} = 0,$$

d. i., weil

$$\frac{d \cos \Delta^1}{d\xi} = -\sin \Delta^1 \frac{d\Delta^1}{d\xi}$$

ist, so, dass

$$\frac{d \cos \Delta^1}{d\xi} = 0$$

ist. Weil nun nach dem Obigen

$$\frac{d \cos \Delta^1}{d\xi} = \pm \frac{d}{d\xi} \left\{ \frac{x_0 \cos \lambda + y_0 \cos \mu + z_0 \cos \nu}{\sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}} \right\}$$

ist, so muss man ω so bestimmen, dass

$$\frac{d}{d\xi} \left\{ \frac{x_0 \cos \lambda + y_0 \cos \mu + z_0 \cos \nu}{\sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}} \right\} = 0$$

ist. Setzen wir aber der Kürze wegen

$$30) \quad \begin{cases} P = x_0 \cos \lambda + y_0 \cos \mu + z_0 \cos \nu, \\ Q = \sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}; \end{cases}$$

so muss man ω so bestimmen, dass

$$Q \frac{dP}{d\xi} - P \frac{dQ}{d\xi} = 0$$

ist. Es ist aber nach dem Vorhergehenden

$$P = (X - f) \cos \lambda + (Y - g) \cos \mu + (Z - h) \cos \nu + \mathfrak{P},$$

also, weil nach 4) und einer bekannten Relation

$$(X - f) \cos \lambda + (Y - g) \cos \mu + (Z - h) \cos \nu = 0$$

ist, $P = \mathfrak{P}$. Ferner ist wegen vorstehender Gleichung und nach dem Obigen

$$Q^2 = (X - f)^2 + (Y - g)^2 + (Z - h)^2 + \mathfrak{P}^2.$$

Nach 4) ist aber

$$(X - f)^2 + (Y - g)^2 + (Z - h)^2 = r^2 \frac{\{AB\}^2 + \{BC\}^2 + \{CA\}^2}{A^2 + B^2 + C^2},$$

also nach einer bekannten Relation:

$$(X - f)^2 + (Y - g)^2 + (Z - h)^2 = r^2,$$

folglich

$$Q^2 = r^2 + \mathfrak{P}^2, \quad Q = \sqrt{r^2 + \mathfrak{P}^2}.$$

Also ist

$$\frac{dP}{d\xi} = \frac{d\mathfrak{P}}{d\xi}, \quad Q \frac{dQ}{d\xi} = \mathfrak{P} \frac{d\mathfrak{P}}{d\xi}$$

folglich

$$\frac{dQ}{d\xi} = \frac{\mathfrak{P}}{Q} \cdot \frac{d\mathfrak{P}}{d\xi} = \frac{\mathfrak{P}}{\sqrt{r^2 + \mathfrak{P}^2}} \cdot \frac{d\mathfrak{P}}{d\xi}.$$

und daher unsere obige Bedingungsgleichung:

$$\sqrt{r^2 + \mathfrak{P}^2} \cdot \frac{d\mathfrak{P}}{d\xi} - \frac{\mathfrak{P}^2}{\sqrt{r^2 + \mathfrak{P}^2}} \cdot \frac{d\mathfrak{P}}{d\xi} = 0,$$

woraus sich leicht

$$r^2 \frac{d\mathfrak{P}}{d\xi} = 0, \quad \text{also} \quad \frac{d\mathfrak{P}}{d\xi} = 0$$

ergiebt. Weil nun aber für einen Fixstern natürlich die Grösse $1 + \varepsilon^2 \cos \nu^2$ constant ist, so kann man, wenn der Kürze wegen

$$31) \quad \mathfrak{P}_0 = -G - \varepsilon^2 Z \cos \nu \\ \pm a \sqrt{1 - \frac{r^2 + F^2 + 2rF \cos \omega}{b^2} + \varepsilon^2 \left\{ \cos \nu^2 + \frac{1}{a^2} \left(H + r \frac{H \cos \omega + (h - G \cos \nu) \sin \omega}{F} \right)^2 \right\}}$$

gesetzt wird, die obige Bedingungsgleichung offenbar kürzer unter der Form

$$32) \quad \frac{d\mathfrak{P}_0}{d\xi} = 0$$

schreiben.

Wie man diese Bedingungsgleichung zur Bestimmung von ω zu benutzen hat, erhellet aus Cap. V, §. 6, mit hinreichender Deutlichkeit, so dass wir hier darüber nichts weiter zu sagen brauchen: jedoch wollen wir den Fall der kugelförmigen Erde jetzt noch einer besonderen Betrachtung unterwerfen.

In diesem Falle ist

$$33) \quad \mathfrak{P}_0 = -G \pm \sqrt{a^2 - r^2 - F^2 - 2rF \cos \omega},$$

also, wie man leicht findet, da natürlich ω bei der Differentiation nach ξ hier als constant betrachtet werden muss:

$$\frac{d\mathfrak{P}_0}{d\xi} = -\frac{dG}{d\xi} \pm \frac{F + r \cos \omega}{\sqrt{a^2 - r^2 - F^2 - 2rF \cos \omega}} \cdot \frac{dF}{d\xi},$$

was die Bedingungsgleichung

$$\frac{F + r \cos \omega}{\sqrt{a^2 - r^2 - F^2 - 2rF \cos \omega}} = \mp \frac{dG}{d\xi} : \frac{dF}{d\xi},$$

oder, wenn man quadriert, die Bedingungsgleichung

$$\frac{(F + r \cos \omega)^2}{a^2 - r^2 + F^2 - 2F(F + r \cos \omega)} = \left(\frac{dG}{d\xi} : \frac{dF}{d\xi} \right)^2,$$

also die Gleichung

$$(F + r \cos \omega)^2 + 2F \left(\frac{dG}{d\xi} : \frac{dF}{d\xi} \right)^2 (F + r \cos \omega) \\ = (a^2 - r^2 + F^2) \left(\frac{dG}{d\xi} : \frac{dF}{d\xi} \right)^2$$

giebt, durch deren Auflösung man

$$34) \quad r \cos \omega = -F \left\{ 1 + \left(\frac{dG}{d\xi} : \frac{dF}{d\xi} \right)^2 \right\} \\ \pm \left(\frac{dG}{d\xi} : \frac{dF}{d\xi} \right) \sqrt{a^2 - r^2 + F^2} \left\{ 1 + \left(\frac{dG}{d\xi} : \frac{dF}{d\xi} \right)^2 \right\}$$

erhält, wo bekanntlich

$$35) \quad \begin{cases} F = \sqrt{f^2 + g^2 + h^2 - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu)^2}, \\ G = f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu \end{cases}$$

ist. Hat man ω gefunden, so erhält man X, Y, Z mittelst der Formeln 4) oder 5) und nachdem man \mathfrak{P}_0 mittelst der Formel 33) berechnet hat, die Coordinaten x, y, z des gesuchten Ortes mittelst der Formeln:

$$36) \quad \begin{cases} x = X + \mathfrak{P}_0 \cos \lambda, \\ y = Y + \mathfrak{P}_0 \cos \mu, \\ z = Z + \mathfrak{P}_0 \cos \nu. \end{cases}$$

§. 7.

Soll die Bedeckung für den Punkt (xyz) auf der Erdoberfläche in dem absoluten Zeitmomente, welches wir hier immer ins Auge fassen, central sein, so müssen die Coordinaten x, y, z offenbar aus den Gleichungen

$$37) \quad \begin{cases} \frac{x-f}{\cos \lambda} = \frac{y-g}{\cos \mu} = \frac{z-h}{\cos \nu}, \\ \frac{x^2 + y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1; \end{cases}$$

oder aus den Gleichungen

$$38) \quad \begin{cases} \frac{x-f}{\cos \lambda} = \frac{y-g}{\cos \mu} = \frac{z-h}{\cos \nu}, \\ x^2 + y^2 + z^2 - \left(1 - \frac{a^2}{b^2}\right) z^2 = a^2; \end{cases}$$

d. i. aus den Gleichungen

$$39) \quad \begin{cases} \frac{x-f}{\cos \lambda} = \frac{y-g}{\cos \mu} = \frac{z-h}{\cos \nu}, \\ x^2 + y^2 + z^2 + \varepsilon^2 z^2 = x^2 + y^2 + (1 + \varepsilon^2) z^2 = a^2 \end{cases}$$

bestimmt werden. Da indess diese Aufgabe in astronomischer Rücksicht kein Interesse haben kann, und überdies die Art und Weise der Auflösung der obigen Gleichungen sich unmittelbar aus Cap. IV ergibt, so will ich bei diesem Gegenstande nicht länger verweilen.

Allgemeine Schlussbemerkung.

Streng genommen, würde es nun noch nöthig sein, alle im Obigen entwickelten Formeln in den Grössen auszudrücken, durch welche in den astronomischen Tafeln und Ephemeriden die Lage der Weltkörper im Raume gewöhnlich bestimmt wird. Dadurch würden aber, wie es mir scheint, die Formeln an analytischer Einfachheit und Eleganz, so weit dieselbe bei diesem Gegenstande überhaupt zu erreichen ist, eher verlieren als gewinnen. Desshalb will ich mich mit den folgenden wenigen allgemeinen Bemerkungen begnügen.

Was zuerst den in Cap. V behandelten Fall betrifft, so kommt es in demselben eigentlich blos auf die durch f, g, h und f_1, g_1, h_1 bezeichneten Coordinaten der beiden Weltkörper in dem absoluten Zeitmomente, welchem die Sternzeit \mathfrak{T} entspricht, an. Bezeichnen wir aber die Rectascensionen und Declinationen der beiden Weltkörper in diesem Zeitmomente, natürlich auf den Mittelpunkt der Erde bezogen, durch α, δ und α_1, δ_1 , und ihre entsprechenden Entfernungen von dem Mittelpunkte der Erde durch ρ und ρ_1 ; so ist offenbar:

$$1) \quad \left\{ \begin{array}{ll} f = \rho \cos \alpha \cos \delta, & f_1 = \rho_1 \cos \alpha_1 \cos \delta_1, \\ g = \rho \sin \alpha \cos \delta, & g_1 = \rho_1 \sin \alpha_1 \cos \delta_1, \\ h = \rho \sin \delta; & h_1 = \rho_1 \sin \delta_1. \end{array} \right.$$

Bezeichnen wir ferner die sogenannten Horizontalparallaxen unter dem Äquator für die beiden Weltkörper in dem in Rede stehenden absoluten Zeitmomente durch π und π_1 , so ist

$$2) \quad \rho = \frac{a}{\sin \pi}, \quad \rho_1 = \frac{a}{\sin \pi_1};$$

also:

$$3) \quad \left\{ \begin{array}{ll} f = a \frac{\cos \alpha \cos \delta}{\sin \pi}, & f_1 = a \frac{\cos \alpha_1 \cos \delta_1}{\sin \pi_1}, \\ g = a \frac{\sin \alpha \cos \delta}{\sin \pi}, & g_1 = a \frac{\sin \alpha_1 \cos \delta_1}{\sin \pi_1}, \\ h = a \frac{\sin \delta}{\sin \pi}; & h_1 = a \frac{\sin \delta_1}{\sin \pi_1}. \end{array} \right.$$

Sind endlich D und D_1 die scheinbaren Halbmesser, so ist

$$4) \quad r = \rho \sin D, \quad r_1 = \rho_1 \sin D_1;$$

oder

$$5) \quad r = a \frac{\sin D}{\sin \pi}, \quad r_1 = a \frac{\sin D_1}{\sin \pi_1};$$

wobei es sich von selbst versteht, dass r und r_1 constant sind.

In dem in Cap. VI betrachteten Falle gilt von dem durch die Coordinaten f, g, h seines Mittelpunktes und dem Halbmesser r bestimmten Weltkörper ganz das Nämliche, was wir so eben von demselben

Weltkörper in Bezug auf den ersten Fall gesagt haben. Bezeichnen wir aber in dem in Cap. VI behandelten Falle die constante Rectascension und Declination des Fixsternes durch α , δ ; so ergeben sich die 180° nicht übersteigenden Winkel λ , μ , ν auf der Stelle mittelst der Formeln:

$$6) \quad \begin{cases} \cos \lambda = \cos \alpha \cos \delta, \\ \cos \mu = \sin \alpha \cos \delta, \\ \cos \nu = \sin \delta. \end{cases}$$

Dies wären in beiden Fällen die in die im Obigen entwickelten Formeln einzuführenden Grössen, welches wirklich auszuführen wir jedoch aus den angegebenen Gründen unterlassen. Am Einfachsten wird man verfahren, wenn man immer den Halbmesser a des Erd-Äquators als Längeneinheit annimmt.

RELATIONEN.

Erste Classe.

I.

$$f (gh_1 - hg_1) + g (hf_1 - fh_1) + h (fg_1 - gf_1) = 0.$$

$$f_1 (gh_1 - hg_1) + g_1 (hf_1 - fh_1) + h_1 (fg_1 - gf_1) = 0.$$

II.

$$(f - f_1) (gh_1 - hg_1) + (g - g_1) (hf_1 - fh_1) + (h - h_1) (fg_1 - gf_1) = 0.$$

III.

$$\begin{aligned} 0 = & (fg_1 - gf_1) \{ (f - f_1) (hf_1 - fh_1) - (g - g_1) (gh_1 - hg_1) \} \\ & + (gh_1 - hg_1) \{ (g - g_1) (fg_1 - gf_1) - (h - h_1) (hf_1 - fh_1) \} \\ & + (hf_1 - fh_1) \{ (h - h_1) (gh_1 - hg_1) - (f - f_1) (fg_1 - gf_1) \} \end{aligned}$$

IV.

$$\begin{aligned} & \{(f-f_1)(hf_1-fh_1)-(g-g_1)(gh_1-hg_1)\}^2 \\ & + \{(g-g_1)(fg_1-gf_1)-(h-h_1)(hf_1-fh_1)\}^2 \\ & + \{(h-h_1)(gh_1-hg_1)-(f-f_1)(fg_1-gf_1)\}^2 \\ = & \{(f-f_1)^2 + (g-g_1)^2 + (h-h_1)^2\} \{(fg_1-gf_1)^2 + (gh_1-hg_1)^2 + (hf_1-fh_1)^2\}. \end{aligned}$$

V.

$$\begin{aligned} (f-f_1)(gh_1-hg_1) + (g-g_1)(hf_1-fh_1) &= -(h-h_1)(fg_1-gf_1), \\ (g-g_1)(hf_1-fh_1) + (h-h_1)(fg_1-gf_1) &= -(f-f_1)(gh_1-hg_1), \\ (h-h_1)(fg_1-gf_1) + (f-f_1)(gh_1-hg_1) &= -(g-g_1)(hf_1-fh_1). \end{aligned}$$

VI.

$$\begin{aligned} & f\{(g-g_1)(fg_1-gf_1)-(h-h_1)(hf_1-fh_1)\} \\ & + g\{(h-h_1)(gh_1-hg_1)-(f-f_1)(fg_1-gf_1)\} \\ & + h\{(f-f_1)(hf_1-fh_1)-(g-g_1)(gh_1-hg_1)\} \\ = & \{f(g-g_1)-g(f-f_1)\}(fg_1-gf_1) \\ & + \{g(h-h_1)-h(g-g_1)\}(gh_1-hg_1) \\ & + \{h(f-f_1)-f(h-h_1)\}(hf_1-fh_1) \\ = & -\{(fg_1-gf_1)^2 + (gh_1-hg_1)^2 + (hf_1-fh_1)^2\}. \end{aligned}$$

VII.

$$\begin{aligned} & f_1\{(g-g_1)(fg_1-gf_1)-(h-h_1)(hf_1-fh_1)\} \\ & + g_1\{(h-h_1)(gh_1-hg_1)-(f-f_1)(fg_1-gf_1)\} \\ & + h_1\{(f-f_1)(hf_1-fh_1)-(g-g_1)(gh_1-hg_1)\} \\ = & \{f_1(g-g_1)-g_1(f-f_1)\}(fg_1-gf_1) \\ & + \{g_1(h-h_1)-h_1(g-g_1)\}(gh_1-hg_1) \\ & + \{h_1(f-f_1)-f_1(h-h_1)\}(hf_1-fh_1) \\ = & \{(fg_1-gf_1)^2 + (gh_1-hg_1)^2 + (hf_1-fh_1)^2\}. \end{aligned}$$

VIII.

$$x = \frac{rf_1 - r_1f}{r - r_1}, \quad y = \frac{rg_1 - r_1g}{r - r_1}, \quad z = \frac{rh_1 - r_1h}{r - r_1}.$$

IX.

$$\begin{aligned} (g - g_1)x - (f - f_1)y &= \dots (fg_1 - gf_1), \\ (h - h_1)y - (g - g_1)z &= \dots (gh_1 - hg_1), \\ (f - f_1)z - (h - h_1)x &= \dots (hf_1 - fh_1). \end{aligned}$$

X.

$$(gh_1 - hg_1)x + (hf_1 - fh_1)y + (fg_1 - gf_1)z = 0.$$

XI.

$$\begin{aligned} &\{(g - g_1)(fg_1 - gf_1) - (h - h_1)(hf_1 - fh_1)\}x \\ &+ \{(h - h_1)(gh_1 - hg_1) - (f - f_1)(fg_1 - gf_1)\}y \\ &+ \{(f - f_1)(hf_1 - fh_1) - (g - g_1)(gh_1 - hg_1)\}z \\ &= - \{(fg_1 - gf_1)^2 + (gh_1 - hg_1)^2 + (hf_1 - fh_1)^2\}. \end{aligned}$$

XII.

$$\begin{aligned} (x - f)(gh_1 - hg_1) + (y - g)(hf_1 - fh_1) + (z - h)(fg_1 - gf_1) &= 0, \\ (x - f_1)(gh_1 - hg_1) + (y - g_1)(hf_1 - fh_1) + (z - h_1)(fg_1 - gf_1) &= 0. \end{aligned}$$

XIII.

$$\begin{aligned} &\left. \begin{aligned} (x - f) \{ (g - g_1)(fg_1 - gf_1) - (h - h_1)(hf_1 - fh_1) \} \\ + (y - f) \{ (h - h_1)(gh_1 - hg_1) - (f - f_1)(fg_1 - gf_1) \} \\ + (z - h) \{ (f - f_1)(hf_1 - fh_1) - (g - g_1)(gh_1 - hg_1) \} \end{aligned} \right\} = 0, \\ &\left. \begin{aligned} (x - f_1) \{ (g - g_1)(fg_1 - gf_1) - (h - h_1)(hf_1 - fh_1) \} \\ + (y - g_1) \{ (h - h_1)(gh_1 - hg_1) - (f - f_1)(fg_1 - gf_1) \} \\ + (z - h_1) \{ (f - f_1)(hf_1 - fh_1) - (g - g_1)(gh_1 - hg_1) \} \end{aligned} \right\} = 0. \end{aligned}$$

XIV.

$$\begin{aligned} (f - f_1)(x - f) + (g - g_1)(y - g) + (h - h_1)(z - h) &= \dots \frac{r}{r - r_1} E^2, \\ (f - f_1)(x - f_1) + (g - g_1)(y - g_1) + (h - h_1)(z - h_1) &= - \frac{r_1}{r - r_1} E^2. \end{aligned}$$

XV.

$$(x-f)^2 + (y-g)^2 + (z-h)^2 = \left(\frac{rE}{r-r_1}\right)^2,$$

$$(x-f_1)^2 + (y-g_1)^2 + (z-h_1)^2 = \left(\frac{r_1E}{r-r_1}\right)^2.$$

Zweite Classe.

I.

$$f A + g B + h C + D = 0,$$

$$f_1 A + g_1 B + h_1 C + D = 0.$$

II.

$$(f-f_1) A + (g-g_1) B + (h-h_1) C = 0.$$

III.

$$[AB] = A(g-g_1) - B(f-f_1),$$

$$[BC] = B(h-h_1) - C(g-g_1),$$

$$[CA] = C(f-f_1) - A(h-h_1).$$

IV.

$$A[BC] + B[CA] + C[AB] = 0.$$

V.

$$\begin{aligned} & [AB]^2 + [BC]^2 + [CA]^2 \\ = & A^2 \{(g-g_1)^2 + (h-h_1)^2\} - 2AB(f-f_1)(g-g_1) \\ & + B^2 \{(f-f_1)^2 + (h-h_1)^2\} - 2BC(g-g_1)(h-h_1) \\ & + C^2 \{(f-f_1)^2 + (g-g_1)^2\} - 2CA(h-h_1)(f-f_1) \\ = & A^2 \{(f-f_1)^2 + (g-g_1)^2 + (h-h_1)^2\} - A^2(f-f_1)^2 - 2AB(f-f_1)(g-g_1) \\ & + B^2 \{(f-f_1)^2 + (g-g_1)^2 + (h-h_1)^2\} - B^2(g-g_1)^2 - 2BC(g-g_1)(h-h_1) \\ & + C^2 \{(f-f_1)^2 + (g-g_1)^2 + (h-h_1)^2\} - C^2(h-h_1)^2 - 2CA(h-h_1)(f-f_1) \end{aligned}$$

$$= \{(f-f_1)^2 + (g-g_1)^2 + (h-h_1)^2\} (A^2 + B^2 + C^2) \\ - \{(f-f_1)A + (g-g_1)B + (h-h_1)C\}^2,$$

also nach II.:

$$[AB]^2 + [BC]^2 + [CA]^2 = E^2 (A^2 + B^2 + C^2).$$

VI.

$$(g-g_1) [AB] - (h-h_1) [CA] = A(g-g_1)^2 - B(f-f_1)(g-g_1) \\ + A(h-h_1)^2 - C(f-f_1)(h-h_1) \\ = A\{(f-f_1)^2 + (g-g_1)^2 + (h-h_1)^2\} - (f-f_1)\{(f-f_1)A + (g-g_1)B + (h-h_1)C\}, \\ (h-h_1) [BC] - (f-f_1) [AB] = B(h-h_1)^2 - C(g-g_1)(h-h_1) \\ + B(f-f_1)^2 - A(g-g_1)(f-f_1) \\ = B\{(f-f_1)^2 + (g-g_1)^2 + (h-h_1)^2\} - (g-g_1)\{(f-f_1)A + (g-g_1)B + (h-h_1)C\}, \\ (f-f_1) [CA] - (g-g_1) [BC] = C(f-f_1)^2 - A(h-h_1)(f-f_1) \\ + C(g-g_1)^2 - B(h-h_1)(g-g_1) \\ = C\{(f-f_1)^2 + (g-g_1)^2 + (h-h_1)^2\} - (h-h_1)\{(f-f_1)A + (g-g_1)B + (h-h_1)C\};$$

also nach II.:

$$(g-g_1) [AB] - (h-h_1) [CA] = AE^2, \\ (h-h_1) [BC] - (f-f_1) [AB] = BE^2, \\ (f-f_1) [CA] - (g-g_1) [BC] = CE^2.$$

VII.

$$(f-f_1) [BC] = B(f-f_1)(h-h_1) - C(f-f_1)(g-g_1), \\ (g-g_1) [CA] = C(f-f_1)(g-g_1) - A(g-g_1)(h-h_1), \\ (h-h_1) [AB] = A(g-g_1)(h-h_1) - B(f-f_1)(h-h_1);$$

also:

$$(f-f_1) [BC] + (g-g_1) [CA] + (h-h_1) [AB] = 0, \\ f[BC] + g[CA] + h[AB] = f_1[BC] + g_1[CA] + h_1[AB].$$

VIII.

$$B[AB] - C[CA] = AB(g-g_1) - B^2(f-f_1) \\ + AC(h-h_1) - C^2(f-f_1) \\ = A\{(f-f_1)A + (g-g_1)B + (h-h_1)C\} - (f-f_1)(A^2 + B^2 + C^2), \\ C[BC] - A[AB] = BC(h-h_1) - C^2(g-g_1) \\ + BA(f-f_1) - A^2(g-g_1)$$

$$\begin{aligned}
&= B\{(f-f_1)A + (g-g_1)B + (h-h_1)C\} - (g-g_1)(A^2 + B^2 + C^2), \\
&\quad A[CA] - B[BC] = CA(f-f_1) - A^2(h-h_1) \\
&\quad\quad\quad + CB(g-g_1) - B^2(h-h_1) \\
&= C\{(f-f_1)A + (g-g_1)B + (h-h_1)C\} - (h-h_1)(A^2 + B^2 + C^2):
\end{aligned}$$

also nach II.:

$$\begin{aligned}
B[AB] - C[CA] &= -(f-f_1)(A^2 + B^2 + C^2), \\
C[BC] - A[AB] &= -(g-g_1)(A^2 + B^2 + C^2), \\
A[CA] - B[BC] &= -(h-h_1)(A^2 + B^2 + C^2).
\end{aligned}$$

oder:

$$\begin{aligned}
C[CA] - B[AB] &= (f-f_1)(A^2 + B^2 + C^2), \\
A[AB] - C[BC] &= (g-g_1)(A^2 + B^2 + C^2), \\
B[BC] - A[CA] &= (h-h_1)(A^2 + B^2 + C^2).
\end{aligned}$$

IX.

$$\{A[CA] - B[BC]\}^2 + \{B[AB] - C[CA]\}^2 + \{C[BC] - A[AB]\}^2 = E^2(A^2 + B^2 + C^2).$$

X.

$$\begin{aligned}
x[CA] - y[BC] &= -(Ax + By + Cz)(h-h_1) + C\{(f-f_1)x + (g-g_1)y + (h-h_1)z\}, \\
y[AB] - z[CA] &= -(Ax + By + Cz)(f-f_1) + A\{(f-f_1)x + (g-g_1)y + (h-h_1)z\}, \\
z[BC] - x[AB] &= -(Ax + By + Cz)(g-g_1) + B\{(f-f_1)x + (g-g_1)y + (h-h_1)z\}.
\end{aligned}$$

XI.

$$(x-f)[BC] + (y-g)[CA] + (z-h)[AB] = 0.$$

XII.

$$(x-f_1)[BC] + (y-g_1)[CA] + (z-h_1)[AB] = 0.$$

Dritte Classe.

I.

$$\begin{aligned}
U &= (g-g_1)(fg_1 - gf_1) - (h-h_1)(hf_1 - fh_1), \\
V &= (h-h_1)(gh_1 - hg_1) - (f-f_1)(fg_1 - gf_1), \\
W &= (f-f_1)(hf_1 - fh_1) - (g-g_1)(gh_1 - hg_1).
\end{aligned}$$

II.

$$A = U \sin \omega + (gh_1 - hg_1) E \cos \omega,$$

$$B = V \sin \omega + (hf_1 - fh_1) E \cos \omega,$$

$$C = W \sin \omega + (fg_1 - gf_1) E \cos \omega,$$

$$D = \{fg_1 - gf_1\}^2 + (gh_1 - hg_1)^2 + (hf_1 - fh_1)^2 \sin \omega.$$

III.

$$\begin{aligned} [AB] &= (g - g_1) U \sin \omega + (g - g_1) (gh_1 - hg_1) E \cos \omega \\ &\quad - (f - f_1) V \sin \omega - (f - f_1) (hf_1 - fh_1) E \cos \omega \\ &= (fg_1 - gf_1) \{(f - f_1)^2 + (g - g_1)^2\} \sin \omega \\ &\quad - (h - h_1) \{(f - f_1) (gh_1 - hg_1) + (g - g_1) (hf_1 - fh_1)\} \sin \omega \\ &\quad - \{(f - f_1) (hf_1 - fh_1) - (g - g_1) (gh_1 - hg_1)\} E \cos \omega \\ &= - (fg_1 - gf_1) \{(f - f_1)^2 + (g - g_1)^2 + (h - h_1)^2\} \sin \omega \\ &\quad - \{(f - f_1) (hf_1 - fh_1) - (g - g_1) (gh_1 - hg_1)\} E \cos \omega. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [BC] &= (h - h_1) V \sin \omega + (h - h_1) (hf_1 - fh_1) E \cos \omega \\ &\quad - (g - g_1) W \sin \omega + (g - g_1) (fg_1 - gf_1) E \cos \omega \\ &= (gh_1 - hg_1) \{(g - g_1)^2 + (h - h_1)^2\} \sin \omega \\ &\quad - (f - f_1) \{(g - g_1) (hf_1 - fh_1) + (h - h_1) (fg_1 - gf_1)\} \sin \omega \\ &\quad - \{(g - g_1) (fg_1 - gf_1) - (h - h_1) (hf_1 - fh_1)\} E \cos \omega \\ &= (gh_1 - hg_1) \{(f - f_1)^2 + (g - g_1)^2 + (h - h_1)^2\} \sin \omega \\ &\quad - \{g - g_1\} (fg_1 - gf_1) - (h - h_1) (hf_1 - fh_1) \} E \cos \omega, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [CA] &= (f - f_1) W \sin \omega + (f - f_1) (fg_1 - gf_1) E \cos \omega \\ &\quad - (h - h_1) U \sin \omega - (h - h_1) (gh_1 - hg_1) E \cos \omega \\ &= (hf_1 - fh_1) \{(f - f_1)^2 + (h - h_1)^2\} \sin \omega \\ &\quad - (g - g_1) \{(h - h_1) (fg_1 - gf_1) + (f - f_1) (gh_1 - hg_1)\} \sin \omega \\ &\quad - \{(h - h_1) (gh_1 - hg_1) - (f - f_1) (fg_1 - gf_1)\} E \cos \omega \\ &= (hf_1 - fh_1) \{(f - f_1)^2 + (g - g_1)^2 + (h - h_1)^2\} \sin \omega \\ &\quad - \{(h - h_1) (gh_1 - hg_1) - (f - f_1) (fg_1 - gf_1)\} E \cos \omega: \end{aligned}$$

also:

$$[AB] = (fg_1 - gf_1) E^2 \sin \omega - \{(f - f_1) (hf_1 - fh_1) - (g - g_1) (gh_1 - hg_1)\} E \cos \omega.$$

$$[BC] = (gh_1 - hg_1) E^2 \sin \omega - \{(g - g_1) (fg_1 - gf_1) - (h - h_1) (hf_1 - fh_1)\} E \cos \omega.$$

$$[CA] = (hf_1 - fh_1) E^2 \sin \omega - \{(g - g_1) (gh_1 - hg_1) - (f - f_1) (fg_1 - gf_1)\} E \cos \omega:$$

oder:

$$\frac{[AB]}{E} = (fg_1 - gf_1) E \sin \omega - \{(f - f_1)(hf_1 - fh_1) - (g - g_1)(gh_1 - hg_1)\} \cos \omega,$$

$$\frac{[BC]}{E} = (gh_1 - hg_1) E \sin \omega - \{(g - g_1)(fg_1 - gf_1) - (h - h_1)(hf_1 - fh_1)\} \cos \omega,$$

$$\frac{[CA]}{E} = (hf_1 - fh_1) E \sin \omega - \{(h - h_1)(gh_1 - hg_1) - (f - f_1)(fg_1 - gf_1)\} \cos \omega.$$

IV.

$$\begin{aligned} & A^2 + B^2 + C^2 \\ = & (U^2 + V^2 + W^2) \sin^2 \omega + \{(fg_1 - gf_1)^2 + (gh_1 - hg_1)^2 + (hf_1 - fh_1)^2\} E^2 \cos^2 \omega \\ = & \{fg_1 - gf_1\}^2 + \{gh_1 - hg_1\}^2 + \{hf_1 - fh_1\}^2\} E^2 \sin^2 \omega \\ & + \{fg_1 - gf_1\}^2 + \{gh_1 - hg_1\}^2 + \{hf_1 - fh_1\}^2\} E^2 \cos^2 \omega, \end{aligned}$$

also:

$$A^2 + B^2 + C^2 = \{(fg_1 - gf_1)^2 + (gh_1 - hg_1)^2 + (hf_1 - fh_1)^2\} E^2.$$

V.

$$A \cos \omega + \frac{[BC]}{E} \sin \omega = (gh_1 - hg_1) E,$$

$$B \cos \omega + \frac{[CA]}{E} \sin \omega = (hf_1 - fh_1) E,$$

$$C \cos \omega + \frac{[AB]}{E} \sin \omega = (fg_1 - gf_1) E.$$

VI.

$$\begin{aligned} & (fA + gB + hC) \cos \omega + \frac{f[BC] + g[CA] + h[AB]}{E} \sin \omega \\ & = \{f(gh_1 - hg_1) + g(hf_1 - fh_1) + h(fg_1 - gf_1)\} E. \\ & (f_1A + g_1B + h_1C) \cos \omega + \frac{f_1[BC] + g_1[CA] + h_1[AB]}{E} \sin \omega \\ & = \{f_1(gh_1 - hg_1) + g_1(hf_1 - fh_1) + h_1(fg_1 - gf_1)\} E: \end{aligned}$$

also:

$$(fA + gB + hC) \cos \omega + \frac{f[BC] + g[CA] + h[AB]}{E} \sin \omega = 0,$$

$$(f_1A + g_1B + h_1C) \cos \omega + \frac{f_1[BC] + g_1[CA] + h_1[AB]}{E} \sin \omega = 0:$$

oder:

$$\begin{aligned} & fA + gB + hC = f_1A + g_1B + h_1C \\ = & -\frac{f[BC] + g[CA] + h[AB]}{E} \tan \omega = -\frac{f_1[BC] + g_1[CA] + h_1[AB]}{E} \tan \omega. \end{aligned}$$

VII.

$$\begin{aligned} fA + gB + hC &= f_1A + g_1B + h_1C \\ &= -\{(fg_1 - gf_1)^2 + (gh_1 - hg_1)^2 + (hf_1 - fh_1)^2\} \sin \omega. \end{aligned}$$

VIII.

$$\begin{aligned} f[BC] + g[CA] + h[AB] &= f_1[BC] + g_1[CA] + h_1[AB] \\ &= \{(fg_1 - gf_1)^2 + (gh_1 - hg_1)^2 + (hf_1 - fh_1)^2\} E \cos \omega. \end{aligned}$$

IX.

$$[AB]^2 + [BC]^2 + [CA]^2 = \{(fg_1 - gf_1)^2 + (gh_1 - hg_1)^2 + (hf_1 - fh_1)^2\} E^2.$$

X.

$$\begin{aligned} &(r - r_1) (Ax + By + Cz) \\ &= \{(rf_1 - r_1f)U + (rg_1 + r_1g)V + (rh_1 - r_1h)W\} \sin \omega \\ + &\{(rf_1 - r_1f)(gh_1 - hg_1) + (rg_1 - r_1g)(hf_1 - fh_1) + (rh_1 - r_1h)(fg_1 - gf_1)\} E \cos \omega \\ &= \{r(f_1U + g_1V + h_1W) - r_1(fU + gV + hW)\} \sin \omega \\ &= -(r - r_1) \{(fg_1 - gf_1)^2 + (gh_1 - hg_1)^2 + (hf_1 - fh_1)^2\} \sin \omega. \end{aligned}$$

also :

$$Ax + By + Cz = -\{(fg_1 - gf_1)^2 + (gh_1 - hg_1)^2 + (hf_1 - fh_1)^2\} \sin \omega.$$

XI.

$$Ax + By + Cz = -\frac{A^2 + B^2 + C^2}{E^2} \sin \omega = -\left\{\left(\frac{A}{E}\right)^2 + \left(\frac{B}{E}\right)^2 + \left(\frac{C}{E}\right)^2\right\} \sin \omega.$$

XII.

$$\begin{aligned} &\frac{(r - r_1) \{x[BC] + y[CA] + z[AB]\}}{E} \\ &= \{(rf_1 - r_1f)(gh_1 - hg_1) + (rg_1 - r_1g)(hf_1 - fh_1) + (rh_1 - r_1h)(fg_1 - gf_1)\} E \sin \omega \\ &\quad - \{(rf_1 - r_1f)U + (rg_1 - r_1g)V + (rh_1 - r_1h)W\} \cos \omega \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= -\{r(f_1U + g_1V + h_1W) - r_1(fU + gV + hW)\} \cos \omega \\
&= \{r - r_1\} \{(fg_1 - gf_1)^2 + (gh_1 - hg_1)^2 + (hf_1 - fh_1)^2\} \cos \omega,
\end{aligned}$$

also:

$$r[BC] + \vartheta[CA] + \delta[AB] = \{(fg_1 - gf_1)^2 + (gh_1 - hg_1)^2 + (hf_1 - fh_1)^2\} E \cos \omega.$$

Vierte Classe.

I.

$$\begin{aligned}
A &= -\{f - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu) \cos \lambda\} \sin \omega - (g \cos \nu - h \cos \mu) \cos \omega, \\
B &= -\{g - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu) \cos \mu\} \sin \omega - (h \cos \lambda - f \cos \nu) \cos \omega, \\
C &= -\{h - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu) \cos \nu\} \sin \omega - (f \cos \mu - g \cos \lambda) \cos \omega, \\
D &= \{f^2 + g^2 + h^2 - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu)^2\} \sin \omega.
\end{aligned}$$

II.

$$A \cos \lambda + B \cos \mu + C \cos \nu = 0.$$

III.

$$A^2 + B^2 + C^2 = f^2 + g^2 + h^2 - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu)^2.$$

IV.

$$fA + gB + hC = -\{f^2 + g^2 + h^2 - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu)^2\} \sin \omega.$$

V.

$$\{AB\} = A \cos \mu - B \cos \lambda,$$

$$\{BC\} = B \cos \nu - C \cos \mu$$

$$\{CA\} = C \cos \lambda - A \cos \nu.$$

VI.

$$\{AB\} \cos \nu + \{BC\} \cos \lambda + \{CA\} \cos \mu = 0.$$

VII.

$$\begin{aligned} \{AB\} &= -(f \cos \mu - g \cos \lambda) \sin \omega + \{h - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu) \cos \nu\} \cos \omega, \\ \{BC\} &= -(g \cos \nu - h \cos \mu) \sin \omega + \{f - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu) \cos \lambda\} \cos \omega, \\ \{CA\} &= -(h \cos \lambda - f \cos \nu) \sin \omega + \{g - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu) \cos \mu\} \cos \omega. \end{aligned}$$

VIII.

$$\begin{aligned} &\{AB\}^2 + \{BC\}^2 + \{CA\}^2 \\ &= A^2 (\cos \mu^2 + \cos \nu^2) + B^2 (\cos \lambda^2 + \cos \nu^2) + C^2 (\cos \lambda^2 + \cos \mu^2) \\ &\quad - 2AB \cos \lambda \cos \mu - 2BC \cos \mu \cos \nu - 2CA \cos \nu \cos \lambda \\ &= (A^2 + B^2 + C^2) (\cos \lambda^2 + \cos \mu^2 + \cos \nu^2) \\ &\quad - (A \cos \lambda + B \cos \mu + C \cos \nu)^2 \\ &= A^2 + B^2 + C^2 - (A \cos \lambda + B \cos \mu + C \cos \nu)^2, \end{aligned}$$

also nach II.:

$$\{AB\}^2 + \{BC\}^2 + \{CA\}^2 = A^2 + B^2 + C^2,$$

und daher nach III.:

$$\{AB\}^2 + \{BC\}^2 + \{CA\}^2 = f^2 + g^2 + h^2 - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu)^2.$$

IX.

$$f(g \cos \nu - h \cos \mu) + g(h \cos \lambda - f \cos \nu) + h(f \cos \mu - g \cos \lambda) = 0.$$

X.

$$(f \cos \mu - g \cos \lambda) \cos \nu + (g \cos \nu - h \cos \mu) \cos \lambda + (h \cos \lambda - f \cos \nu) \cos \mu = 0.$$

XI.

$$\begin{aligned} &f\{BC\} + g\{CA\} + h\{AB\} \\ &= \{f^2 + g^2 + h^2 - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu)^2\} \cos \omega. \end{aligned}$$

XII.

$$\begin{aligned} &\{AB\} \cos \lambda - \{BC\} \cos \nu \\ &= -\{f \cos \lambda \cos \mu - g(\cos \lambda^2 + \cos \nu^2) + h \cos \nu \cos \mu\} \sin \omega \\ &\quad + \left\{ \begin{array}{l} h \cos \lambda - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu) \cos \lambda \cos \nu \\ -f \cos \nu + (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu) \cos \lambda \cos \nu \end{array} \right\} \cos \omega \\ &= (h \cos \lambda - f \cos \nu) \cos \omega + \{g - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu) \cos \mu\} \sin \omega, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \{BC\} \cos \mu - \{CA\} \cos \lambda \\
&= -\{f \cos \lambda \cos \nu + g \cos \mu \cos \nu - h (\cos \lambda^2 + \cos \mu^2)\} \sin \omega \\
&+ \left\{ \begin{array}{l} f \cos \mu - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu) \cos \mu \cos \lambda \\ -g \cos \lambda + (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu) \cos \mu \cos \lambda \end{array} \right\} \cos \omega \\
&= (f \cos \mu - g \cos \lambda) \cos \omega + \{h - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu) \cos \nu\} \sin \omega. \\
& \{CA\} \cos \nu - \{AB\} \cos \mu \\
&= -\{-f (\cos \mu^2 + \cos \nu^2) + g \cos \mu \cos \lambda + h \cos \nu \cos \lambda\} \sin \omega \\
&+ \left\{ \begin{array}{l} g \cos \nu - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu) \cos \nu \cos \mu \\ -h \cos \mu + (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu) \cos \nu \cos \mu \end{array} \right\} \cos \omega \\
&= (g \cos \nu - h \cos \mu) \cos \omega + \{f - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu) \cos \lambda\} \sin \omega:
\end{aligned}$$

also, wenn man die drei gefundenen Formeln zusammenstellt:

$$\begin{aligned}
& \{AB\} \cos \lambda - \{BC\} \cos \nu \\
&= (h \cos \lambda - f \cos \nu) \cos \omega + \{g - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu) \cos \mu\} \sin \omega, \\
& \{BC\} \cos \mu - \{CA\} \cos \lambda \\
&= (f \cos \mu - g \cos \lambda) \cos \omega + \{h - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu) \cos \nu\} \sin \omega, \\
& \{CA\} \cos \nu - \{AB\} \cos \mu \\
&= (g \cos \nu - h \cos \mu) \cos \omega + \{f - (f \cos \lambda + g \cos \mu + h \cos \nu) \cos \lambda\} \sin \omega.
\end{aligned}$$

Zweite Abtheilung.

Abhandlungen von Nicht-Mitgliedern.

Mit 4 Tafeln.

THEORIE UND BESCHREIBUNG
EINER
NEUEN BRÜCKEN-WAGE.

VON
THEODOR SCHÖNEMANN,
PROFESSOR AM GYMNASIUM ZU BRANDENBURG.

(MIT II TAFELN.)

(VORGELEGT IN DER SITZUNG DER MATHEMATISCH - NATURWISSENSCHAFTLICHEN CLASSE AM XVI. FEBRUAR MDCCCLIV.)

Die folgenden Blätter haben den Zweck, vorzüglich die wissenschaftlichen Gesichtspunkte hervorzuheben und in Anwendung zu bringen, nach welchen die neue Construction zu beurtheilen ist. Dass dieselben Principien bei sehr verschiedenen Formen, bei welchen sich der Belastungsraum höher oder tiefer befinden kann, Anwendung finden, wird klar sein. Da aber diese verschiedenen Anwendungen, welche für verschiedene Zwecke nothwendig sind, nicht hierher gehören, so ist bei der Darlegung nur auf eine bestimmte Construction Bezug genommen worden.

§. 1. Die Mittel, welche die praktische Mechanik bis jetzt anwandte, um den Brücken-Körper einer Brücken-Wage Parallel-Bewegung zu ertheilen, bestanden darin, gewisse Punkte desselben auf bestimmten Kreisen, andere dagegen auf festen oder veränderlichen Kugelflächen zu leiten. Sind diese Punkte in hinreichender Anzahl vorhanden, so kann sich der Brücken-Körper unter Einwirkung der Schwerkraft mit seinen Punkten nur auf bestimmten Curven bewegen und die Leitungen sind so eingerichtet, dass die mögliche Bewegung des Körpers, zum mindesten die momentane, von der Normalstellung heraus, eine Parallel-Bewegung werde.

Bei der neuen Construction werden alle Punkte des Brücken-Körpers, die einer Leitung unterworfen werden, vermöge Ketten und Streben, die unter sich weiter keine besondere Verbindung haben, auf constanten Kugelflächen so geleitet, dass der Brücken-Körper unter der Einwirkung jeder Kraft nur Parallel-Bewegung erhalten kann.

§. 2. Um die Einrichtung der neuen Wage darzulegen, ist nun zunächst zu zeigen, dass ein Körper im Allgemeinen mit fünf constanten Punkten auf fünf festen Oberflächen geleitet werden könne und dass bei einer solchen Leitung jeder Punkt des Körpers im Allgemeinen eine bestimmte krumme Linie beschreiben müsse.

Bezieht man nämlich den Körper wie die Oberflächen auf ein rechtwinkliges Coordinaten-System und bezeichnet die Gleichungen der fünf Oberflächen durch

$$f_1(x y z) = 0, f_2(x y z) = 0, f_3(x y z) = 0, f_4(x y z) = 0 \text{ und } f_5(x y z) = 0$$

und die Coordinaten der fünf Punkte durch:

$$x_1 y_1 z_1, x_2 y_2 z_2, \text{ etc.}$$

so erhält man für diese fünfzehn Grössen, da die Punkte ihre gegenseitige Lage nicht ändern, zunächst folgende neun unabhängige Gleichungen:

$$(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 = k_1^2; (x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2 + (z_3 - z_1)^2 = k_2^2 \\ (x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2 + (z_3 - z_2)^2 = k_3^2$$

$$(x_4 - x_1)^2 + (y_4 - y_1)^2 + (z_4 - z_1)^2 = k_4^2; (x_4 - x_1)^2 + (y_4 - y_2)^2 + (z_4 - z_2)^2 = k_5^2 \\ (x_4 - x_3)^2 + (y_4 - y_3)^2 + (z_4 - z_3)^2 = k_6^2$$

$$(x_5 - x_1)^2 + (y_5 - y_1)^2 + (z_5 - z_1)^2 = k_7^2; (x_5 - x_2)^2 + (y_5 - y_2)^2 + (z_5 - z_2)^2 = k_8^2 \\ (x_5 - x_3)^2 + (y_5 - y_3)^2 + (z_5 - z_3)^2 = k_9^2$$

wo k_1, k_2 etc. die gegenseitigen Entfernungen der fünf Punkte des Körpers angeben.

Nimmt man nun an, der Körper liege mit fünf Punkten auf den vorher erwähnten fünf Oberflächen, so erhält man noch fünf Gleichungen zwischen jenen fünfzehn Grössen, so dass etwa

$$f_1(x_1 y_1 z_1) = 0, f_2(x_2 y_2 z_2) = 0 \text{ etc. etc.}$$

wird. Man erhält mithin zwischen den fünfzehn Coordinaten der fünf Punkte des festen Körpers im Ganzen $9 + 5$ oder 14 Gleichungen, woraus hervorgeht, dass man durch Elimination muss eine Gleichung zwischen je zweien dieser Grössen herstellen können.

Denkt man sich nun eine solche Gleichung zwischen x_1 und y_1 abgeleitet, so muss diese in Verbindung mit der Gleichung $f_1(x_1 y_1 z_1) = 0$ die Gleichungen der Curve bestimmen, auf welcher sich der Punkt des Körpers, dessen ursprüngliche Coordinaten $x_1 y_1 z_1$ waren, auf seiner Oberfläche bewegen muss.

Differentirt man sämmtliche 14 Gleichungen zwischen den Grössen $x_1 y_1 z_1, x_2 y_2 z_2$ etc., so erhält man, wenn man dieselben durch dx_1 dividirt, 14 Gleichungen des ersten Grades für die 14 Verhältnisse

$$\frac{dy_1}{dx_1}, \frac{dz_1}{dx_1}, \frac{dx_2}{dx_1}, \frac{dy_2}{dx_1}, \text{ etc.,}$$

woraus zu schliessen ist, dass die Richtung der Curven in den angegebenen Punkten sich stets auf reelle Weise bestimmen lasse. Sollten diese Werthe unter der unbestimmten Form $\frac{0}{0}$ erscheinen, so wird man einen oder mehrere beliebig annehmen und die andern vermöge jener Gleichungen bestimmen können.

Anmerkung. Die fünf Punkte, mit denen ein Körper auf fünf Oberflächen geleitet werden kann, dürfen nicht in gerader Linie liegen, denn solche fünf Punkte würden die jedesmalige Lage des geleiteten Körpers noch nicht bestimmen, sondern vielmehr nur eine Drehungaxe desselben, und man würde dann im Allgemeinen den Körper mit einem sechsten Punkt noch auf einer sechsten Fläche leiten können. In der That lässt sich leicht nachweisen, dass eine gerade Linie mit 4 constanten Punkten sich auf 4 Oberflächen leiten lasse, denn man erhält zwischen den 12 Coordinaten der 4 Punkte die folgenden 11 Gleichungen:

$$(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 = k_1^2; (x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2 + (z_3 - z_1)^2 = k_2^2 \\ (x_4 - x_1)^2 + (y_4 - y_1)^2 + (z_4 - z_1)^2 = k_3^2$$

$$\frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1} = \frac{x_3 - x_1}{y_3 - y_1} = \frac{x_4 - x_1}{y_4 - y_1}; \quad \frac{x_2 - x_1}{z_2 - z_1} = \frac{x_3 - x_1}{z_3 - z_1} = \frac{x_4 - x_1}{z_4 - z_1}$$

$$f_1(x_1, y_1, z_1) = 0, \quad f_2(x_2, y_2, z_2) = 0, \quad f_3(x_3, y_3, z_3) = 0, \quad f_4(x_4, y_4, z_4) = 0,$$

woraus der Satz wie vorher folgt.

Auf ähnliche Weise lässt sich zeigen, dass ein Körper sich mit 3 Punkten auf drei Oberflächen, und mit dem vierten auf einer Curve, oder mit zwei Punkten auf zwei Curven und einem Punkte auf einer Oberfläche leiten lasse, so wie von selbst klar ist, dass eine gerade Linie mit zwei Punkten sich auf zwei Curven leiten lasse. Hieraus geht ganz allgemein hervor, dass für diese Betrachtungen die Bedingung, ein Körper werde mit zwei constanten Punkten auf zwei Oberflächen geleitet, nicht mehr bestimmende Kraft habe, als die Voraussetzung, der Körper werde mit einem Punkte auf einer bestimmten Curve geleitet.

Bei den verschiedenen Constructionen von Brücken-Wagen finden sich die meisten dieser Leitungen vor, jedoch mit dem Unterschiede, dass die Oberflächen, auf denen die Punkte geleitet werden, zum Theil veränderlich sind. Die obigen Sätze gelten aber noch, wenn die Leitungsf lächen veränderlich sind und etwa ihre Form von der Lage eines bestimmten Punktes des geleiteten Körpers abhängt.

Bei den Roberval'schen Tafel-Wagen wird der Brücken-Körper auf zwei constanten Kreisen und einer constanten Kugel-Oberfläche geleitet. Bei der Strassburger Wage wird derselbe auf zwei constanten Kreisen und einer variablen Kugelfläche geleitet.

Die Leitung eines Körpers ist überbestimmt, wenn derselbe noch mehreren Bedingungen, als den oben aufgestellten genügen soll, und der Körper wird im Allgemeinen unter dieser Voraussetzung keiner Bewegung mehr fähig sein. So wird ein Körper, welcher der Bedingung unterworfen ist, mit sechs Punkten auf sechs Oberflächen zu liegen, im Allgemeinen fest sein. Da man aber den Weg des sechsten Punktes als eine Function der ersten fünf Oberflächen ansehen kann, so wird noch dieselbe Bewegung möglich sein, wenn dieser Weg auf die sechste Oberfläche fällt. Da indessen eine mathematische Genauigkeit nie von praktischen Ausführungen zu erwarten ist, so würde bei überbestimmten Leitungen entweder eine der Leitungen verlassen werden müssen oder Stillstand eintreten, wenn die geleiteten Körper wirklich fest und die Leitungsf lächen unveränderlich wären. Die Elasticität der Körper hebt beide Voraussetzungen auf und macht es möglich, dass allerdings ein Körper bei überbestimmter Leitung noch Beweglichkeit behalte, ähnlich wie ein belasteter Körper in der Wirklichkeit auf mehr als drei Punkten mit bestimmten Druckkräften ruhen kann. Natürlich dürfen die überzähligen Leitungen nicht weit von den Wegen, die ihnen von den andern angewiesen werden, abweichen, wenn sie dem Körper nicht eine ganz unveränderliche Lage ertheilen sollen. Die Leitung an der Roberval'schen Wage mit zwei verbundenen Streben (vergl. §. 6 meiner früheren Abhandlung über die Empfindlichkeit der Brücken-Wagen) sowohl, wie die Leitung an der George'schen Wage ist überbestimmt. Bei der ersten wird der Brücken-Körper auf vier festen Kreisen, bei der zweiten sogar auf vier festen Kreisen und einer veränderlichen Kugelfläche geleitet.

§. 3. Allgemeine Gesetze der Bewegung, denen ein Körper unterworfen ist, der sich mit fünf Punkten auf fünf bestimmten Oberflächen bewegt.

Da ein Körper, der mit fünf seiner Punkte auf fünf Oberflächen geleitet wird, mit jedem Punkte eine bestimmte Curve beschreiben muss, welche die Bahn des Punktes heissen mag, so wird eine Kraft, welche einen solchen in Ruhe befindlichen Körper ergreift, keine Wirkung ausüben, wenn sie senkrecht gegen das Bahn-Element des Angriffspunktes gerichtet ist. Da man aber bekanntlich bei einem festen Körper den Angriffspunkt in irgend einem Punkte der Richtung der Kraft annehmen darf, so kann man behaupten, dass eine Kraft, die irgend ein Bahn-Element senkrecht trifft, alle Bahn-Elemente, die in ihrer Richtung liegen, senkrecht treffe.

Errichtet man mithin auf einem Bahn-Elemente eine Normal-Ebene, so trifft jede Transversale dieser Ebene, die durch das Bahn-Element geht, sämmtliche Bahn-Elemente senkrecht. Legt man nun durch zwei Bahn-Elemente zwei Normal-Ebenen, so muss jedes Bahn-Element der Durchschnittskante senkrecht auf einer Ebene stehen, die durch die drei in Betracht gezogenen Bahn-Elemente geht. Hierdurch ist man im Stande die Richtung sämmtlicher Bahn-Elemente der Durchschnittskante der Normal-Ebenen anzugeben, wenn nicht überhaupt die Bahn solcher Elemente Null ist.

Wird mithin ein Körper mit zwei Punkten auf zwei Curven und mit einem dritten Punkte auf einer beliebigen Oberfläche geleitet, so sind die Richtungen der Bahn-Elemente jener Durchschnittskante im Allgemeinen unabhängig von der Leitungsoberfläche. Es können aber auch sämmtliche Punkte oder ein Punkt der Durchschnittskante momentan unveränderlich sein, und dieser letzte Fall muss insbesondere eintreten, wenn die Leitungen auf der Leitungsoberfläche im Durchschnittspunkt dieser Fläche und der Durchschnittskante stattfindet. — Legt man durch drei Bahn-Elemente drei Normal-Ebenen, so werden diese eine körperliche Ecke bilden; da aber das Bahn-Element dieser Ecke, wenn dasselbe existirt, d. h. wenn diese Ecke nicht momentan in Ruhe ist, auf den drei Verbindungslinien mit den drei Bahn-Elementen senkrecht stehen muss, so müssen diese drei Verbindungslinien in einer Ebene liegen.

Man erhält mithin den merkwürdigen Satz:

Die drei Normal-Ebenen dreier Bahn-Elemente schneiden sich jedesmal in einem Punkte der Ebene, welche durch die drei Elemente hindurchgeht, und: die Normal-Ebenen der Bahn-Elemente sämmtlicher Punkte einer bewegten Ebene schneiden sich in einem Punkte dieser Ebene.

Hieraus folgt, dass, wenn man die Richtung der Bahn-Elemente zweier der fünf geleiteten Punkte des Körpers kennt, man auch die Richtung der übrigen drei leicht geometrisch bestimmen könne. Man braucht nämlich nur durch den dritten und die beiden gegebenen Punkte eine Ebene zu legen und den Schnittpunkt derselben mit der Kante der Normal-Ebenen der Bahn-Elemente der beiden ersten Punkte mit dem dritten zu verbinden, und die Senkrechte auf dieser Verbindungslinie zu bestimmen, welche in der Leitungsoberfläche des dritten Punktes liegt. Um die Richtung des Bahn-Elementes irgend eines Punktes des Körpers zu bestimmen, verbinde man den Punkt erst mit zweien jener drei Punkte durch eine Ebene, dann verbinde man ihn mit dem Schnitt-Punkte der Kante der Normal-Ebenen der Bahn-Elemente jener Punkte und der construirten Ebene, so muss das gesuchte Bahn-Element auf dieser Linie senkrecht stehen; verbindet man den Punkt mit zwei andern jener drei Punkte, so erhält man noch eine zweite Linie, auf der das Bahn-Element senkrecht stehen muss und gelangt so zur vollständigen Bestimmung der Richtung desselben.

Offenbar müssen sich diese Sätze auf die Bewegung jedes Körpers beziehen, und lassen sich auch aus dem bereits von Euler nachgewiesenen Satze ableiten, dass jede unendlich kleine Bewegung eines Körpers sich in eine drehende Bewegung um eine bestimmte Axe, und in eine fortschreitende nach der Richtung dieser Axe zerlegen lasse. Da indessen hier zugleich noch einige Eigenthümlichkeiten gezeigt werden können, welche auf die Grösse der Bahn-Elemente Bezug haben, so werde ich mir erlauben, von diesen Dingen eine sehr einfache, rein geometrische Darstellung zu geben. (Fig. 1.) Hat man nämlich im Raume zwei congruente Dreiecke A, B, C und abc und man construirte irgendwo ein Tetraeder, in welchen drei anstossende Kanten Aa, Bb, Cc gleich und parallel sind, und denkt drei Tetraeder, die mit jenem congruent sind und mit ihm parallele Lage haben, construirte, von denen die drei mit jener Ecke homologen in A, B und C liegen und nennt dieselben $A a b_1 c_1, B b c_2 a_2, C c a_3 b_3$, so sind offenbar die Grundflächen dieser Tetraeder $a b_1 c_1, b c_2 a_2, c a_3 b_3$ parallel. Legt man nun durch A, B und C ebenfalls drei Ebenen, welche mit ihnen parallel sind, denkt ausserdem durch irgend zwei homologe Punkte beider Dreiecke noch zwei mit jenem parallele Ebenen gelegt, so ist klar, dass der Abstand zweier solcher Parallel-Ebenen gleich der Höhe des Tetraeders sei, die man etwa von A auf $a b_1 c_1$ fallen kann.

Ausserdem ist klar, dass $AC = a a_3 = b_1 b_3 = c_1 c$; $AB = a a_2 = b_1 b = c_1 c_2$; $BC = a_2 a_3 = b b_3 = c_2 c$ ist. Es ist mithin Dreieck $abc \cong$ Dreieck $a a_3 a_2$. Projicirt man nun sämtliche betrachteten Dreiecke auf eine jener Parallel-Ebenen, so müssen die Projectionen von ABC , $a a_3 a_2$ und abc congruente Figuren werden; die Projectionen der homologen Seiten von ABC und $a a_3 a_2$ sind, wie diese Seiten selbst, parallel und da die Projection von abc durch Drehung um a in die Projection von $a a_3 a_2$ übergehen kann, so muss nun auch die Projection von abc , ohne dass sie aus der Projections-Ebene herausgenommen zu werden brauchte, sich auf die Projection von ABC schieben lassen. Es können mithin die Projectionen von ABC und abc durch Drehung um einen Punkt s in ihrer Ebene in einander übergehen. Den Punkt s erhält man in dem Schnittpunkte der Perpendikel, die man auf die Verbindungslinien zweier homologen Punkte der Projectionen in ihren Halbierungspunkten errichten kann. Dreht man nun ABC nebst seiner Projection so, dass letztere in die Lage der Projection von abc übergeht und erhebt dasselbe sodann in senkrechter Richtung gegen die Projections-Ebene, um die Höhe des Tetraeders $A a b_1 c_1$, so muss offenbar Dreieck ABC in Dreieck abc übergegangen sein. Denkt man sich Erhebung und Drehung gleichzeitig und gleichförmig ausgeführt, so erhält hierdurch ABC eine Schraubenbewegung, und man kann sagen, dass zwei congruente Dreiecke stets durch Schraubenbewegung in einander übergehen können. Da aber zwei congruente Körper zusammenfallen müssen, wenn drei homologe Punkte von ihnen zusammenfallen, so kann man stets einen Körper in die Lage eines zweiten congruenten Körpers durch Schraubenbewegung übergehen lassen. Da es nun also für zwei congruente Körper ein System von Parallel-Ebenen gibt, der Art, dass je zwei soleher Ebenen, die durch zwei homologe Punkte der Körper gehen, eine constante Entfernung von einander haben und dieses System auf der Axe der Schraubenbewegung senkrecht steht — da es ferner für zwei congruente Dreiecke nur ein solehes System gibt, welches auf die angegebene Weise gefunden werden muss, so gibt es überhaupt auch für zwei congruente Körper nur ein solehes System paralleler Ebenen, und da dies durch irgend zwei homologe Dreiecke beider Körper gefunden werden kann, so erhält man folgenden Satz: Hat man zwei congruente Körper im Raume und denkt sich durch irgend einen Punkt o eine Schaar von begrenzten Linien gelegt, die den Verbindungslinien der homologen Punkte der Körper gleich und parallel sind, so liegen die Endpunkte in einer Ebene und es gibt das Perpendikel von o auf diese Ebene die Richtung der Axe der Schraubenbewegung an, durch welche ein Körper in die Lage des andern übergehen kann. — Geht ein Körper also durch Bewegung in eine nächste Lage über und man kennt die Richtung und das Verhältniss dreier Bahn-Elemente, so kann man die Grösse jedes andern Bahn-Elementes leicht folgendermassen bestimmen: Man ziehe aus einem Punkte o drei Linien, welche den drei Bahn-Elementen gleich und parallel sind, verbinde ihre Endpunkte durch eine Ebene e , ziehe durch o eine Linie parallel mit der Richtung des Bahn-Elementes, dessen Grösse gefunden werden soll, so ist die Strecke zwischen der Ebene und o gleich der gesuchten Grösse. Geht die Ebene aber durch o selbst, so geht der eine Körper in den andern durch blosse Drehung über und die zuletzt gegebene Construction wird unbestimmt, lässt sich aber dann leicht durch eine andere ersetzen.

Um nun von hier aus die Sätze über die Richtung der Bahn-Elemente abzuleiten, bemerke man, dass eine constante Linie, die mit einem bestimmten Punkte an einer zweiten Linie rechtwinklig nach irgend einem Gesetze geführt wird, mit ihren sämtlichen Punkten Bahnen beschreibe, die rechtwinklig auf der geleiteten Linie stehen.

Eine Ausnahme von dieser Regel findet nur an den Punkten Statt, in welchen sich zwei auf einander folgende Lagen der geleiteten Linien scheiden und wo mithin die Bahn eines solehen Punktes gegen die Bahn auf den Leitungen verschwindet.

Dass dieser Satz stattfindet, wenn die Linien in einer Ebene geleitet werden, folgt daraus, dass man jede unendlich kleine Bewegung einer solchen Linie durch eine Drehung um einen Punkt hervorbringen

könne, den man erhält, wenn man auf zwei Bahn-Elemente zweier Punkte der Linie Normalen errichtet, und den Schnittpunkt derselben construirt. Bewegt sich aber die Linie nicht in einer Ebene, so kann man doch irgend zwei Bahn-Elemente als in zwei Parallel-Ebenen liegend annehmen; steht nun die Linie auf einem Bahn-Elemente senkrecht, so muss auch ihre Projection auf die Ebene, in der das Bahn-Element liegt, auf demselben senkrecht stehen; ferner müssen die Projectionen zweier nächster Lagen der geleiteten Linie auf jene Ebene constant sein, und mithin die Bahn-Elemente der constanten Punkte der Projection auf der Projection senkrecht stehen. Da aber die Bahn-Elemente sämmtlicher Punkte der Projections-Ebene parallel sein müssen, so stehen sie auch auf der geleiteten Linie senkrecht.

Hieraus folgt nun, dass eine Linie, die bei der Schraubenbewegung eines Körpers senkrecht auf irgend einem Bahn-Elemente steht, auf allen Bahn-Elementen, die ihre Punkte beschreiben, senkrecht stehen müsse, und hieraus folgen die übrigen Sätze wie vorher.

§. 4. Construction der neuen Brücken-Wage. Hat ein Körper Parallel-Bewegung und jeder Punkt desselben beschreibt einen Kreisbogen, so kann man jeden dieser Kreise als die Basis eines geraden Kegels ansehen, dessen Axe senkrecht auf der Ebene des Kreises steht und durch den Mittelpunkt geht.

Nimmt man an, dass fünf Punkte des Körpers durch fünf Linien mit constanten Punkten der Axen der Kreise, die sie beschreiben, verbunden seien, so werden diese Linien alle bei der Bewegung von unveränderlicher Länge sein. Setzt man nun aber umgekehrt voraus, jene fünf Linien seien von unveränderlicher Länge und auf der einen Seite an den Axen, auf der andern Seite an dem Körper befestigt, so ist hierdurch der Körper genöthigt, sich mit fünf seiner Punkte auf fünf Kugel-Oberflächen zu bewegen, deren Mittelpunkte in den Axen liegen, und deren Radien den Verbindungslinien gleich sind. Da hierbei der Körper nach dem Vorigen nur eine bestimmte Art von Bewegung haben kann, so muss dies die Parallel-Bewegung sein. Nach diesem Gedanken ist die Construction der neuen Brücken-Wage nun auf folgende Weise ausgeführt:

Fig. II stellt das feste Gestell einer solchen Wage von rechts gesehen, und Fig. III den Brücken-Körper, von links gesehen, vor. Diese beiden Stücke sind abgesondert gezeichnet, weil man sonst die Anordnung nicht übersehen könnte.

Die Brücke befindet sich oben in $B B B B$, der Belastungs-Raum ist also ganz frei und diese Anordnung gehört mithin einer sogenannten Tafel-Wage an. Die Wandfläche $W_1 W_1$ soll nun so geleitet werden, dass sie stets mit $W W$ parallel bleibt und jeder ihrer Punkte einen Kreisbogen von gleicher Grösse beschreibt, deren Mittelpunkte in einer Ebene liegen, die mit der Wandfläche $W W$ parallel ist. Dies geschieht durch vier Ketten und eine Strebe, deren Angriffspunkte durch Stahlschneiden gebildet werden, die senkrecht auf den zugehörigen Ketten und der Strebe stehen und horizontal sind, wenn in der Normal-Stellung die Ketten und die Strebe es ebenfalls sind. Von den Mittelpunkten dieser Stahlschneiden nehme man an, dass sie in Ebenen liegen, die den Wänden $W W$ und $W_1 W_1$ parallel sind. In Fig. II und III sind die Schneiden, welche die Angriffspunkte einer Kette im Gestell und im Brücken-Körper bilden, durch dieselben Buchstaben bezeichnet, die aber in Fig. II noch mit dem Zeichen \blacksquare versehen sind. Die Ketten und die Strebe kann man zweckmässig mit folgenden Namen belegen:

1) Die Strebe, welche die Schneiden a und a_1 angreift und aus einem eisernen Stabe besteht, der an seinen Enden mit 2 Stahlpfannen versehen ist (Fig. IV).

2) Die Streben-Kette, welche die Schneiden b und b_1 angreift und wie die folgenden Ketten aus drei Theilen besteht (Fig. VII a obere Ansicht, b Seitenansicht).

3) Die obere Quer-Kette, welche die Schneiden c und c_1 angreift.

4) Die untere Quer-Kette, welche die Schneiden d und d_1 angreift.

5) Die Seiten-Kette, welche die Schneiden e und e_1 angreift.

Strebe, Streben-Kette und Seiten-Kette stehen senkrecht auf den Wandflächen, und sind desshalb von gleicher Grösse. Ausserdem liegen Strebe und Streben-Kette in einer Vertical-Ebene.

Die Verbindungslinie der Schneiden a und b an der Brücken-Wand soll die Vertical-Axe derselben heissen. Sind die beiden Quer-Ketten von gleicher Länge, so lässt man dieselben die Brücken-Wand in ungleicher Entfernung von der Vertical-Axe ergreifen, und legt die Seiten-Kette auf die Seite der Vertical-Axe, auf welcher der Angriffspunkt der Quer-Kette den geringeren Abstand von jener Axe hat. Es ist klar, dass man die Seiten-Kette auch durch eine Seiten-Strebe auf der entgegengesetzten Seite der Vertical-Axe ersetzen könne.

Ausser diesen vier Ketten und der Strebe ist noch die Halte-Kette zu bemerken, welche nicht zur Leitung dient, sondern nur verhindert, dass der Brücken-Körper durch zufällige Stösse aus seiner Lage gebracht werde. Dieselbe verbindet die beiden Schneiden f und f_1 und ist durch eine eingeschaltete Spiralfeder dehnbar. Den Grundriss der Wände und der Ketten zeigt Fig. VI. Die Strebe und Streben-Kette fallen hier in eine Richtung. Eine perspectivische Ansicht der ganzen Wage zeigt Fig. VIII; g g_1 ist die Hub-Kette, mit welcher der Wage-Balken den Brücken-Körper an der Schneide g ergreift, und es ist aus dem Vorhandenen klar, dass wenn bei einer Belastung sämtliche Leitungs-Ketten (mit Einschluss der Strebe) gespannt werden, der Brücken-Körper Parallel-Bewegung habe, und mithin nach dem Princip der virtuellen Geschwindigkeiten die Einwirkung auf die Hub-Kette ebenso sein müsse, als wenn die ganze Last in der Schneide g_1 vereinigt wäre; dass sonach die Brücke richtig sei.

Dass der Brücken-Körper bei dieser Anordnung parallel bewegt werden müsse, lässt sich noch anderweitig leicht übersehen.

Strebe und Streben-Kette verhindern nämlich eine Drehung des Brücken-Körpers um eine Axe, die senkrecht auf der Ebene steht, die durch sie hindurehgeht und mithin horizontale Lage hat, übrigens aber beliebig angenommen werden kann. Das System von Strebe, Streben-Kette und Seiten-Kette verhindert eine Drehung um die Vertical-Axe, und die beiden Quer-Ketten verhindern in Verbindung mit den vorigen eine Drehung um eine horizontale Axe, die auf den Wandflächen senkrecht steht. Diese drei Axen, um welche keine Drehung stattfinden kann, stehen senkrecht auf einander, sie verhindern mithin jede mögliche Drehung und lassen daher nur Parallel-Bewegung zu.

Es liegt hierin ein zweiter charakteristischer Unterschied von allen früheren Constructionen von Brücken-Wagen. Die in Kraft tretenden Kräfte-Paare befinden sich nämlich bei allen andern Constructionen in Parallel-Ebenen und es sind dieselben in der That unmittelbar aus Constructionen in der Ebene hervorgegangen, indem man die Linien zu Ebenen erweiterte. Hier treten in der That drei Kräfte-Paare in Kraft, welche in Ebenen von verschiedener Richtung liegen und durch besondere technische Mittel aufgehoben werden. Es ist hier also zuerst auf die drei Dimensionen eines Körpers wahrhaft Rücksicht genommen, und man könnte mit Recht die früheren Brücken-Wagen Constructionen mit einem Kräfte-Paar, und diese eine Construction mit drei Kräfte-Paaren nennen.

Anmerkung. Die Figuren II und III zeigen die Befestigungen der Schneiden an hölzernen Wänden. Die Schneiden für die Streben-Kette und Seiten-Kette sind noch mit einem besonderen Kloben versehen, um ihre Verrückung unmöglich zu machen. Die Schneiden für die Quer-Ketten werden durch Schienen gehalten, welche einestheils den Zweck haben, diese Schneide mit festzuhalten und andernteils dem Schwinden des Holzes, auf dessen Längenfaser sie rechtwinklich stehen, entgegenzuwirken.

§. 5. Berechnung der Spannung in den Leitungs-Ketten, welche bei der Belastung der Wage eintritt. Bevor zu dieser Berechnung geschritten wird, bemerken wir, das mit dem Ausdruck Leitungs-Ketten die beiden Quer-Ketten, Streben-Kette, Seiten-Kette, so wie die Strebe bezeichnet werden.

Man denke sich nun die Wage in einer solchen Stellung, dass sämtliche Leitungs-Ketten horizontal sind und nehme an, die Hub-Kette $g g_1$ sei senkrecht. Setzt man nun voraus, der Schwerpunkt der Last P befindet sich in einer senkrechten Linie, die durch h geht (Fig. VIII), so ziehe man $h i$ parallel mit der Strebe und $i l$ senkrecht, so dass $l g_1$ wieder horizontal wird. Durch die Angriffspunkte der beiden Quer-Ketten ziehe man auf der inneren Wandfläche zwei Horizontallinien $c m$ und $d n$. Den Abstand von diesen beiden Linien nenne man U , den Abstand $a b$ der Strebe und Streben-Kette A . Nun nehme man in l die beiden gleichen sich aufhebenden senkrechten Kräfte $+ P_l$ und P_l an, die beide $= P$ sind. Das Kräfte-Paar $+ P$ und $- P_l$ drehe man erst in seiner Ebene $h i l$, bis beide Kräfte horizontal sind und lege es alsdann in die parallele Ebene, in der Strebe und Streben-Kette liegen. Nennt man nun die Kraft, mit welcher dieses Kräfte-Paar Strebe und Streben-Kette spannt, K , so hat man $K \cdot A = P \cdot h i$ oder wenn man $h i$ durch E bezeichnet $K = P \frac{E}{A}$. Jetzt nehme man in g_1 die beiden senkrechten Kräfte wirkend an, $+ P_{g_1}$ und $- P_{g_1}$, und setze die Grösse beider $= P$, so wird aus $+ P_l$ und $- P_{g_1}$ ein Kräfte-Paar entstehen, und in g_1 die senkrecht wirkende Kraft $P_{g_1} = P$ übrig bleiben, welche auf den Wage-Balken nach bekannten Gesetzen wirkt.

Das Kräfte-Paar $+ P_l$ und $- P_{g_1}$ ersetze man durch ein anderes, dessen Kräfte durch $d n$ und $c m$ gehen. Nennt man die Grösse dieser Kräfte Q , so erhält man $Q \cdot U = P \cdot l g_1$. Oder $Q \cdot U = P \cdot L$ und $Q = \frac{P \cdot L}{U}$, wenn man $g_1 l = L$ setzt. Nennt man nun den Winkel, den die obere Quer-Kette mit $c m$ bildet φ , und den Winkel, den die untere mit $d n$ bildet ψ , so zerlege man das Q , welches auf die obere Quer-Kette wirkt, in eine Kraft, die durch diese Quer-Kette geht und dieselbe spannt und in eine Kraft, die senkrecht auf der Wandfläche steht. Erstere ist offenbar $\frac{Q}{\cos \varphi}$ und die zweite $Q \tan \varphi$. Ähnlich zerlegt man die untere Kraft Q , welche in der Richtung $n d_1$ wirkt, in $\frac{Q}{\cos \psi}$, welches die untere Quer-Kette spannt, und in $Q \tan \psi$, welches senkrecht auf der Wandfläche steht. Die beiden Kräfte $Q \tan \psi$ und $Q \tan \varphi$ werden nun die Spannung der Seiten-Kette bewirken, und die bereits nachgewiesene Spannung in Strebe und Streben-Kette noch verändern. Nennt man nämlich die Spannung in der Seiten-Kette S , so müssen sich $Q \tan \varphi$, $Q \tan \psi$ und S , an der Vertical-Axe das Gleichgewicht halten. Man erhält mithin: $Q \tan \varphi \cdot O + Z \cdot S = Q \tan \psi \cdot U$ und folglich $S = \frac{-Q \tan \varphi \cdot O + Q \tan \psi \cdot U}{Z}$, wo O den Abstand des Angriffspunktes der oberen Quer-Kette von der Vertical-Axe, U den Abstand der unteren Quer-Kette von der Vertical-Axe und Z den Abstand des Angriffspunktes der Seiten-Kette von der Vertical-Axe bedeutet. Da sich die Kräfte $Q \tan \varphi$, $Q \tan \psi$ und S das Gleichgewicht halten, wenn man die Vertical-Axe als Drehungs-Axe ansieht, so geht die Resultante dieser drei parallelen Kräfte durch die Vertical-Axe und ist $= Q \tan \varphi + Q \tan \psi + S$. Bezeichnet man diese Kraft mit Σ und nimmt an, dass sie durch den Punkt r der Vertical-Axe gehe, dessen Lage sich durch die bekannten Sätze über die Bestimmung des Schwerpunktes leicht angeben lässt, so muss man Σ in zwei parallele Kräfte zerfallen, die durch a_1 und b_1 gehen. Die erste ist offenbar $\Sigma \cdot \frac{r b}{a b}$ und die zweite $\Sigma \cdot \frac{r a}{a b}$. Die vollständigen Kräfte, welche auf Strebe und Streben-Kette wirken, sind mithin: Auf die erste die Druckkraft $K + \Sigma \cdot \frac{r b}{a b}$ und auf die zweite die Zugkraft $K - \Sigma \cdot \frac{r a}{a b}$. Diese Ausdrücke, welche die Spannung der Leitungs-Ketten angeben, bestimmen die nach gewissen Richtungen hin nothwendige Begrenzung der Brücke, da dieselbe so beschaffen sein muss, dass keiner dieser Ausdrücke negativ werden darf.

§. 6. Es ist jetzt zu untersuchen, welche Fehler durch die Abweichung der Leitungs-Ketten von den vorgeschriebenen Richtungen hervorgebracht werden müssen.

Da ein Körper, der mit fünf Punkten auf fünf Oberflächen geleitet wird, im Allgemeinen sich mit seinen Punkten auf bestimmten Bahnen bewegen muss, so wird ein Körper, der der Bedingung unterworfen

wird, sich mit sechs Punkten auf sechs Oberflächen zu befinden, im Allgemeinen fest sein. Sind insbesondere diese sechs Flächen constante Kugelflächen und geschieht die Leitung vermöge Ketten und Streben, so kann man sagen, dass ein Körper, der diese sechs Theile in Spannung setzt, im Allgemeinen fest sei; dass folglich jede Kraft, die auf einen solchen Körper wirkt, aufgehoben werden müsse, und mithin in sechs Kräfte nach den Richtungen dieser Theile zerlegt werden könne. Bilden die Richtungen dieser sechs Punkte die sechs Kanten eines Tetraeders, so kann die Zerfällung sehr einfach geschehen, ähnlich wie jede Kraft in einer Ebene in drei Kräfte zerfällt werden kann, deren Richtungen durch die Seiten eines constanten Dreiecks angegeben werden. Liegen aber diese sechs Richtungen beliebig im Raume, so lässt sich allerdings leicht übersehen, dass vermöge der sechs bekannten Gleichungen, welche zwischen den Kräften, die auf einen Körper wirken und sich das Gleichgewicht halten, stattfinden, sich sechs lineäre Gleichungen werden aufstellen lassen, mittelst welcher man die Spannungen, die in jeder Kette und Strebe wirken, durch Zuziehung dreier rechtwinkligen Coordinaten-Ebenen wird entwickeln können. Indessen soll hier durch eine specielle Methode das oben vorgesteckte Ziel erreicht werden, und wir halten aus der allgemeinen Betrachtung nur das Ergebniss fest, dass die Spannungen in den sechs Ketten sich vermöge linearer Gleichungen durch die Elemente der Lage jener Ketten rational müsse ausdrücken lassen.

Der Brücken-Körper unserer Wage spannt in der That sechs Ketten; nämlich die fünf Leitungs-Ketten und die Hub-Kette. Steht die Hub-Kette senkrecht, so wird sie stets genau durch die Last, die sich auf der Brücke befindet, gespannt, und es soll nun gezeigt werden: Erstens, mit welcher Kraft diese Kette gespannt wird, wenn eine der Leitungs-Ketten eine falsche Lage hat, und zweitens, wie gross diese Spannung sei, wenn mehrere der Leistungs-Ketten sich von der richtigen Lage entfernen, diese Abweichung aber nur gering ist.

Nimmt man nun an, alle Leitungs-Ketten hätten ursprünglich eine richtige und horizontale Lage, so kann man jede derselben durch eine andere ersetzen, die auf denselben Angriffspunkt wirkt und auf dem Bahn-Elemente dieses Punktes senkrecht steht. Ersetzt man nun eine richtige Kette durch eine falsche, die auf denselben Angriffspunkt wirkt, so kann man stets annehmen, dass diese beiden Ketten und die Richtung des Bahn-Elements, welches der richtigen Kette entspricht, in einer Ebene liegen. Bildet nun die richtige Kette mit der falschen den Winkel φ , so kann man die Spannung, die in ihr wirkt, nach der falschen Kette und nach der Richtung des Bahn-Elements zerlegen. Nennt man jetzt die Spannung in der richtigen Kette σ , so kommt auf die falsche Kette die Spannung $\frac{\sigma}{\cos \varphi}$ und auf die Richtung des Bahn-Elements die Spannung $\sigma \tan \varphi$. Denkt man sich also statt der richtigen Kette die falsche, und an ihrem Angriffspunkte eine Kraft, die in der Richtung des Bahn-Elements wirkt und gleich $-\sigma \tan \varphi$ ist, so bleibt die Spannung in der Hub-Kette ungeändert. Lässt man nun noch drei senkrechte Kräfte auf dem Brücken-Körper wirken, nämlich auf die Schneide der betrachteten Leitungs-Kette $+\sigma \tan \varphi$ und auf die Schneide der Hub-Kette $+\sigma \tan \varphi$ und $-\sigma \tan \varphi$, so wird die erste und dritte Kraft ein Kräfte-Paar bilden und die zweite wird die Spannung der Hub-Kette um $\sigma \tan \varphi$ vermehren. Da nun in der That die Schneide der Leitungs-Kette durch keine vorhandene Kraft $-\sigma \tan \varphi$ gehalten wird, so geschieht durch das Wegfallen dieser Kraft dasselbe, als wenn jene drei Kräfte hinzugefügt würden. Das erwähnte Kräfte-Paar zerlege man nach den richtigen fünf Leitungs-Ketten und nach der Hub-Kette, so erhält letztere, wie aus der früheren Darlegung folgt, hierdurch keine Spannung. Die Spannung, welche die richtige Leitungs-Kette erhält, welche durch eine falsche ersetzt werden soll, mag σ_1 heissen; diese Kraft σ_1 zerlege man wieder in $\frac{\sigma_1}{\cos \varphi}$ und $\sigma_1 \tan \varphi$ und gebe der Hub-Kette die Spannung $\sigma_1 \tan \varphi$ mehr wie vorher, so ist jetzt die falsche Kette gespannt durch $\frac{\sigma + \sigma_1}{\cos \varphi}$ und die Hub-Kette durch $P + (\sigma + \sigma_1) \tan \varphi$. Es wirkt aber noch auf den Brücken-Körper an den Angriffspunkten der betrachteten Leitungs-Kette und der Hub-

Kette das senkrechte Kräfte-Paar $+\sigma_1 \operatorname{tang} \varphi - \sigma_1 \operatorname{tang} \varphi$. Verfährt man nun mit diesem Kräfte-Paar wie mit dem vorigen, so kann auch dies in der Hub-Kette keine Spannung erzeugen, wird aber in der falschen Kette eine Zunahme an Spannung $= \frac{\sigma_2}{\cos \varphi}$ hervorbringen. Es wird aber $\sigma : \sigma_1 = \sigma_1 : \sigma_2$ sein; denn, wenn das Kräfte-Paar $+\sigma_1 \operatorname{tang} \varphi - \sigma_1 \operatorname{tang} \varphi$ durch gewisse Kräfte, die in den Leitungs-Ketten wirken, ersetzt werden kann und die in Betracht gezogene Leitungs-Kette hierbei die Spannung σ_2 erhält, so wird das Kräfte-Paar $+\sigma \operatorname{tang} \varphi - \sigma \operatorname{tang} \varphi$, welches auf dieselben Angriffspunkte wirkt, durch Kräfte in den Leitungs-Ketten zu ersetzen sein, die sich zu den vorigen wie $\sigma_1 : \sigma$ verhalten. In Bezug auf die betrachtete Leitungs-Kette folgt also $\sigma : \sigma_1 = \sigma_1 : \sigma_2$.

Diese Operationen kann man im Gedanken so lange fortsetzen, wie man will, und wenn man auf diese Weise die Spannung σ_m erzeugt, so wird die Hub-Kette belastet sein mit $P + (\sigma + \sigma_1 + \sigma_2 + \dots + \sigma_m) \operatorname{tang} \varphi$ und die falsche Leitungs-Kette wird gespannt sein durch $(\sigma + \sigma_1 + \sigma_2 + \dots + \sigma_m) \frac{1}{\cos \varphi}$; ausserdem wird aber an den Angriffspunkten der Hub-Kette und der falschen Leitungs-Kette noch das Kräfte-Paar $+\sigma_m \operatorname{tang} \varphi - \sigma_m \operatorname{tang} \varphi$ wirken. Da nun aber das Kräfte-Paar $+\sigma \operatorname{tang} \varphi - \sigma \operatorname{tang} \varphi$ nach den richtigen fünf Leitungs-Ketten zerlegt wurde, und hierbei in der Kette, welche durch die falsche ersetzt werden sollte, die Spannung σ_1 hervorbrachte, so kann man $\sigma_1 = \tau \operatorname{tang} \varphi$ setzen, wo τ eine constante Grösse ist, welche von den Massen abhängt, die der Construction zu Grunde gelegt sind. Man kann mithin $\operatorname{tang} \varphi$ immer klein genug annehmen, dass $\frac{\sigma_1}{\sigma}$ oder $\frac{\tau \operatorname{tang} \varphi}{\sigma} < 1$ werde. Setzt man nun $m = \infty$, so ist das zuletzt übrig bleibende Kräfte-Paar $+\sigma_m \operatorname{tang} \varphi - \sigma_m \operatorname{tang} \varphi$ unendlich klein, und kann daher ausser Acht gelassen werden. Die Summe der unendlichen geometrischen Reihe $\sigma + \sigma_1 + \sigma_2 + \dots$ in inf.; ist dann aber $\sigma \left\{ \frac{1}{1 - \frac{\tau \operatorname{tang} \varphi}{\sigma}} \right\}$, und es ist mithin die Hub-Kette belastet mit $P + \sigma \operatorname{tang} \varphi \cdot \left\{ \frac{1}{1 - \frac{\tau \operatorname{tang} \varphi}{\sigma}} \right\}$.

Da dieser Ausdruck streng richtig ist, wenn $\frac{\tau \operatorname{tang} \varphi}{\sigma} < 1$ ist, so muss er überhaupt richtig sein, weil, wie bemerkt wurde, ein analytischer Ausdruck für die Spannung der Hub-Kette existirt.

Hat mithin die Hub-Kette eine verticale Richtung, die Leitungs-Ketten ausser einer, eine horizontale Richtung, bildet ferner diese eine Leitungs-Kette mit dem Horizonte den Winkel $+\varphi$, so ist die Spannung in der verticalen Hub-Kette $P + \sigma \operatorname{tang} \varphi \cdot \left\{ \frac{1}{1 - \frac{\tau \operatorname{tang} \varphi}{\sigma}} \right\}$, wo P die Last auf der Brücke angibt, und σ die Spannung, die in einer horizontalen Kette erzeugt werden würde, welche an die Stelle der falschen Kette gesetzt werden könnte und mit ihr denselben Angriffspunkt hätte, auch in derselben Vertical-Ebene läge; τ aber eine Constante bedeutet, die von den Abmessungen der Construction abhängt. Liegt die falsche Kette unter der Horizontal-Ebene, die durch ihren Angriffspunkt an den Brücken-Körper geht, so ist der Winkel φ positiv zu nehmen; die Spannung σ ist in den Ketten positiv, in der Strebe negativ zu setzen.

Berücksichtigt man nur die erste Potenz von $\operatorname{tang} \varphi$, so kann man die Spannung in der Hub-Kette einfach $= P + \sigma \operatorname{tang} \varphi$ setzen: Weichen mehrere oder alle Leitungs-Ketten von der horizontalen Richtung ab, so kann man die Spannung in der verticalen Hub-Kette als Function der Richtung der Leitungs-Ketten ansehen, und mithin, wenn man nur die ersten Potenzen der Abweichungs-Winkel berücksichtigt, $= P + \sigma_1 \varphi_1 + \sigma_2 \varphi_2 + \sigma_3 \varphi_3 + \sigma_4 \varphi_4 + \sigma_5 \varphi_5$ setzen, wo σ_1, σ_2 etc. die Spannungen in den richtigen fünf Ketten, die mit je einer falschen Kette in derselben Vertical-Ebene liegen, φ_1, φ_2 etc. die Abweichungen der falschen Kette vom Horizonte bedeuten.

Nimmt man an, die Leitungs-Ketten hätten alle eine richtige Lage und die Brücke hübe sich um die sehr kleine Höhe δ , so kann man, wenn man die Länge der Ketten, deren Spannung durch $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ etc. angegeben sind, durch $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ etc. bezeichnet, $\varphi_1 = \frac{\delta}{\lambda_1}$, $\varphi_2 = \frac{\delta}{\lambda_2}$ etc. setzen. Da nun aber bei vollständiger Parallel-Bewegung, wie sie der obigen Construction zu Grunde liegt, nach der Hebung der

Brücke um δ , die senkrechte Hub-Kette immer noch mit P gespannt sein muss, so erlangt man die Gleichung: $\frac{\sigma_1}{\lambda_1} + \frac{\sigma_2}{\lambda_2} + \frac{\sigma_3}{\lambda_3} + \frac{\sigma_4}{\lambda_4} + \frac{\sigma_5}{\lambda_5} = 0$, das heisst also, die Summe der Quotienten der Spannungen der Leitungs-Ketten durch ihre respectiven Längen ist 0, wo sich auch die Last befinden möge. Durch Einsetzung der oben für $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ etc. entwickelten Ausdrücke kann man sich leicht auf andere Weise von der Richtigkeit dieser Gleichung überzeugen.

§. 7. **Lehrsatz:** Eine sehr kleine Verlängerung oder Verkürzung einer Quer-Kette hat auf die Spannung der Hub-Kette keinen Einfluss.

Da die Strebe, Streben-Kette und Seiten-Kette in der Normal-Stellung senkrecht auf der Brücken-Wand stehen, und eine kleine Drehung dieser Ketten, insofern sie gespannt bleiben, nur Annäherungen der Angriffspunkte derselben an die Gestell-Wand zur Folge haben kann, welche kleine Grössen der zweiten Ordnung sind, wenn man die Bogen, welche von den Endpunkten jener Leitungs-Ketten beschrieben werden, als kleine Grössen der ersten Ordnung ansieht. so kann man jede Veränderung, welche die Brücken-Wand erfährt, indem Strebe, Streben-Kette und Seiten-Kette gespannt bleiben, und kleine Bogen beschreiben, als eine Drehung derselben um eine auf ihr senkrechte Axe ansehen. Gesetzt nun, die obere Quer-Kette verlängerte sich ein wenig, so nehme man zunächst an, die Schneide der unteren Quer-Kette d Fig. VIII bleibe unbeweglich; die vorausgesetzte Verlängerung wird nun eine Drehung der Wage nach dem Pfeil $x y$ zur Folge haben. Die Senkungen, welche die Punkte b, a, e, c hierdurch erhalten, werden sich verhalten wie ihre Horizontal-Abstände an dem Drehungs-Punkte d , nämlich wie $U:U:U+Z:U+O$ (§. 5).

Man kann diese Senkungen mit $U\varepsilon, U\varepsilon, (U+Z)\varepsilon$ und $(U+O)\varepsilon$ bezeichnen, wo ε einen kleinen Bruch bedeutet. Da Strebe und Streben-Kette gleiche Senkung erfahren, und durch die Kraft k gleich gespannt werden, so wird die Hub-Kette durch die gleichzeitige Senkung dieser Leitungs-Ketten in ihrer Spannung unverändert bleiben, weil sie durch die eine verliert, was sie durch die andere gewinnt. Da aber sämtliche Leitungs-Ketten auch noch durch das Kräfte-Paar $+Q-Q$ (§. 5) gespannt werden, so ist noch zu untersuchen, welchen Einfluss die Senkung bei dem Theile der Spannung, der durch die Kraft Q hervorgebracht wird, auf die Hub-Kette haben muss. In der oberen Quer-Kette verursacht nun das Kräfte-Paar $+Q-Q$ die Spannung $\frac{Q}{\cos \varphi}$, in der unteren die Spannung $\frac{Q}{\cos \psi}$, in der Seiten-Kette $\frac{Q \tan \psi \cdot U - Q \tan \varphi \cdot O}{Z}$ und ausserdem wird die Vertical-Axe, auf welcher der Schwerpunkt der Kräfte $Q \tan \psi, Q \tan \varphi$ und $\frac{Q \tan \psi \cdot U - Q \tan \varphi \cdot O}{Z}$ liegt, mit der Summe dieser Kräfte nach der Richtung der Strebe gedrückt. Obgleich sich diese letzte Druckkraft in der That der Strebe und Streben-Kette mittheilt, so lässt sich doch leicht übersehen, dass es für das Resultat keinen Unterschied machen kann, wenn man annimmt, dass diese ganze Druckkraft auf die Strebe kommt. Durch die Senkung des Angriffspunktes der oberen Quer-Kette entsteht die Mehr-Belastung der Hub-Kette $-\frac{Q}{\cos \varphi} \left(\frac{U+O}{\lambda}\right) \varepsilon$, wo λ die Länge der oberen Quer-Kette bedeutet; durch die Senkung des Angriffspunktes der Seiten-Kette entsteht die Mehr-Belastung $-\left(\frac{Q \tan \psi \cdot U - Q \tan \varphi \cdot O}{Z}\right) \left(\frac{U+Z}{\gamma}\right) \varepsilon$ wo γ die Länge der Seiten-Kette bedeutet, und durch die Senkung der Vertical-Axe mit der in derselben befindlichen Strebe entsteht die Mehr-Belastung der Hub-Kette

$$+ (Q \tan \varphi + Q \tan \psi + \frac{Q \tan \psi \cdot U - Q \tan \varphi \cdot O}{Z}) \frac{U}{\gamma} \cdot \varepsilon.$$

Bildet man nun die Summe dieser Mehr-Belastungen, so erhält man

$$-\frac{Q}{\cos \varphi} \left(\frac{U+O}{\lambda}\right) \varepsilon - \left(\frac{Q \tan \psi \cdot U - Q \tan \varphi \cdot O}{Z}\right) \varepsilon + (Q \tan \varphi + Q \tan \psi) \frac{U}{\gamma} \varepsilon =$$

$$-\frac{Q}{\cos \varphi} \left(\frac{U+O}{\lambda} \right) \varepsilon + \frac{Q \tan \varphi \cdot O + Q \tan \varphi \cdot U}{\gamma} \varepsilon = Q (U+O) \left\{ \frac{1}{\lambda \cos \varphi} \varphi - \frac{\tan \varphi}{\gamma} \right\} \varepsilon = 0,$$

da $\lambda \cos \varphi \cdot \tan \varphi$ offenbar $= \gamma$ ist, und mithin der Factor $\frac{1}{\lambda \cos \varphi} - \frac{\tan \varphi}{\gamma}$ verschwindet. Es ist nun nachzuweisen, dass keine Mehr-Belastung der senkrechten Hub-Kette eintritt, wenn der Punkt d nicht festgehalten wird, sondern zugleich, wie es in der Wirklichkeit geschieht, eine kleine Senkung erfährt. Hält man zunächst den Punkt d fest, so werden nach Verlängerung der oberen Quer-Kette und Drehung des Brücken-Körpers um d sämmtliche Leitungs-Ketten wieder gespannt sein. (Diese Spannungen werden aber mit den ersten bis auf die kleinen Grössen der zweiten Ordnung, welche die Senkung der Angriffspunkte der Leitungs-Ketten angeben, übereinstimmen (§ 6), ihnen also gleichgesetzt werden können.) Da nun die Spannung der Hub-Kette wieder bis auf die hier betrachteten Grenzen unabhängig von der Belastung der Brücke wird, so sind die virtuellen Geschwindigkeiten aller Punkte des Brücken-Körpers, welche bei einer erfolgenden Bewegung eintreten, gleich zu setzen. Da ferner die Spannungen in den Leitungs-Ketten mit denen in der ersten Lage innerhalb der hier betrachteten Grenzen auch übereinstimmen müssen, so erhält man wieder, wenn man diese Spannungen durch σ_1, σ_2 etc. bezeichnet, $\frac{\sigma_1}{\lambda_1} + \frac{\sigma_2}{\lambda_2} + \frac{\sigma_3}{\lambda_3} + \frac{\sigma_4}{\lambda_4} + \frac{\sigma_5}{\lambda_5} = 0$. Bedeutet nun λ_5 die Länge der unveränderten oberen Quer-Kette und $\lambda_5 + \xi$ die verlängerte obere Quer-Kette, so wird nach einer Senkung des Brücken-Körpers um die Grösse δ die Zunahme der Spannung der Hub-Kette: $\delta \left(\frac{\sigma_1}{\lambda_1} + \frac{\sigma_2}{\lambda_2} + \frac{\sigma_3}{\lambda_3} + \frac{\sigma_4}{\lambda_4} + \frac{\sigma_5}{\lambda_5 + \xi} \right)$ betragen. Da man aber $\frac{\sigma_5}{\lambda_5 + \xi} = \frac{\sigma_5}{\lambda_5} - \frac{\sigma_5}{\lambda_5} \cdot \frac{\xi}{\lambda_5}$ setzen kann, so wird die Zunahme der Hub-Kette $\sigma_5 \cdot \frac{\delta}{\lambda_5} \cdot \frac{\xi}{\lambda_5}$ mithin wieder eine kleine Grösse der zweiten Ordnung sein, weil $\frac{\delta}{\lambda_5}$ und $\frac{\xi}{\lambda_5}$ kleine Grössen der ersten Ordnung sind. Mithin kann diese Zunahme ausser Acht gelassen werden.

§. 8. Es lässt sich auch nachweisen, dass kleine Veränderungen in der Länge der Strebe und Streben-Kette, sowie der Seiten-Kette keinen Einfluss auf die Spannung der senkrechten Hub-Kette haben können. Da nämlich Strebe und Streben-Kette die gegenüberstehenden Seiten eines Rechteckes bilden, so folgt, dass die durch kleine Veränderungen in der Länge von Strebe und Streben-Kette nothwendigerweise erfolgende Divergenz derselben eine kleine Grösse der zweiten Ordnung ist, wenn man die Veränderungen selbst als keine Grössen der ersten Ordnung einführt. Die anderen hierdurch hervorgehenden kleinen Veränderungen gehen auf ähnliche Weise vor sich, wie es im vorigen Paragraphen beschrieben ist, und können desshalb keinen Einfluss haben, der hier in Betracht kommt. Es folgt mithin der Satz: dass kleine Veränderungen in den Leitungs-Ketten auf die Spannung der senkrechten Hub-Kette keinen Einfluss haben. Da nun aber bei den kleinen Drehungen des Brücken-Körpers der Angriffspunkt der Hub-Kette eine kleine seitliche Verschiebung erleiden kann, die senkrecht auf der Hub-Kette steht, so entsteht noch die Frage, ob hierdurch ein Fehler im Resultate der Wägung entstehen könne. Um diese Frage beantworten zu können, denke man die senkrechte Kraft, welche die Hub-Kette spannt, in zwei andere zerlegt, von welchen die eine durch die wirkliche Hub-Kette geht, die andere in die Normal-Ebene des Bahn-Elements fällt, das der Angriffspunkt der Hub-Kette beschreibt und mithin vernichtet wird. Auf gleiche Weise kann auch wieder die Zugkraft der Hub-Kette auf die Schneide des Wage-Balkens in die ursprünglich senkrechte Kraft und in eine Kraft, welche der in der Normal-Ebene des Bahn-Elements wirkenden parallel ist, aufgelöst werden. Da diese zweite Kraft, an sich schon sehr klein, sehr nahe bei der Schwingungs-Axe des Wage-Balkens vorbeigehen muss, so kann das Moment derselben nur ein sehr kleiner Bruch sein, der aus zwei sehr kleinen Factoren zusammengesetzt ist und mithin unbeachtet bleiben kann.

Das Schluss-Resultat dieser Betrachtung enthält den, für die Anwendung sehr wichtigen Satz: dass kleine Veränderungen in der Länge der Leitungs-Ketten auf das Resultat der Wägung keinen Einfluss haben.

Da die Ketten aus mehreren Gliedern bestehen, so bilden sie in der That eine Art Kettenlinie, und ihre Angriffspunkte sind, je nach der Spannung der Ketten, mehr oder weniger von einander entfernt. Diese Veränderungen, die an sich sehr klein sind, werden also keinen Fehler im Resultate hervorbringen, wenn die Ketten eine verhältnissmässige Stärke haben. Eben so wenig kann eine kleine Abnutzung der Schneiden die Wage falsch machen, weil hier die Wirkung dieselbe sein müsste, als wenn die Leitungs-Ketten in ihrer Länge etwas geändert würden.

Bei den aus Holz gefertigten Wagen wird die Längenfaser in der Richtung von Strebe und Streben-Kette genommen und beide Wände, sowohl des Brücken-Körpers als des Gestells, aus derselben Holzart gemacht. Das Schwinden des Holzes kann nur so wirken, als wenn die Quer-Ketten verlängert würden, und sonst keinen Einfluss üben. Durch die eisernen Schienen ist die mögliche Wirkung des Schwindens auf sehr geringe Grenzen reducirt, und kann daher wegen der auseinandergesetzten Eigenthümlichkeiten der Wage übersehen werden.

§. 9. Es ist bis jetzt vorausgesetzt worden, dass die Leitungs-Ketten genau wie starre Linien wirken. Da die Schneiden und Pfannen sich aber nicht genau in einem Punkte allein berühren, so wird diese Voraussetzung durch die Leitungs-Ketten nicht in aller Strenge erfüllt. Wenn nun die hieraus entspringenden Hemmungen des Mechanismus auch lange nicht die Grenzen erreichen, dass sie für die Bedürfnisse des praktischen Lebens von Einfluss wären, so machen dennoch wissenschaftliche Bedürfnisse es wünschenswerth, die Genauigkeit der kleinen Tafel-Wagen noch zu erhöhen. Durch die folgende Einrichtung ist mir dieses in einem Grade gelungen, dass ich noch nicht im Stande war, die Hemmungen, welche aus den Leitungs-Ketten entspringen, mit denen zu vergleichen, die in den Schneiden des Wage-Balkens selbst stattfinden.

Ich liess nämlich die Strebe durch drei Glieder einer dreigliedrigen Kette ersetzen, von denen das eine gewissermassen als Strebe, die beiden andern als Kette wirkten. Fig. IV *a* zeigt die gewöhnliche Einrichtung.

Die Schneide a_1 wird an die Schneide a herangedrückt und diese Druckkraft setzt die Strebe $x y$ in Spannung. Fig. IV *b* zeigt die veränderte Einrichtung. Die dreigliedrige Kette besteht aus der Strebe $u v w z$ und der Kette $m n q$. Auf $u z$ und $v w$ befinden sich zwei Pfannen aus Stahl. Wird nun die Schneide a_1 gegen a gedrückt, so wird, wenn diese Druckkraft im Verhältniss zur Schwere der zweigliedrigen Kette sehr gross ist, die Entfernung $a a_1 = a_1 m - m q$ gesetzt werden können. Macht man also $a_1 m - m q$ gleich der Länge der Streben-Kette, so wird die Strebe durch diese dreigliedrige Kette ersetzt werden können; letztere wird aber dem System mehr freie Beweglichkeit gestatten als die erste, und man kann desshalb bei Anwendung derselben die Empfindlichkeit sehr gross machen, ehe eine Art von Indifferenz eintritt.

§. 10. Wie die Wage einzurichten sei, damit die Stellung auf das Resultat der Wägung keinen Einfluss habe, ist bereits in meiner früheren Abhandlung über die Empfindlichkeit der Brücken-Wagen (§. 2) auseinandergesetzt worden. Hier bemerke ich nur, dass es nicht darauf ankommt, dass bei der Normal-Stellung der Wage die Hub-Kette physisch senkrecht sei. Diese Voraussetzung ist blos gemacht worden, um die Betrachtung zu vereinfachen. Durch eine Abweichung derselben von dieser Richtung, erleidet, bei richtiger Länge derselben, nur die Spannung der Leitungs-Ketten und Hub-Kette eine Veränderung, aber nicht das Gewicht, welches der Last das Gleichgewicht hält. Diese Veränderung bleibt in sehr kleinen Grenzen, wenn die Abweichung der Hub-Kette von der senkrechten Richtung nur so klein ist, als erforderlich ist, um das Gleichgewicht der Wage zu einem stabilen zu machen. In Bezug auf die Abhängigkeit der Empfindlichkeit der Waage von der Stellung derselben will ich hier nachträglich und schliesslich bemerken, welcher geometrische Sinn den Constructionen einer Brücken-Wage unterzulegen sei, deren Angaben unabhängig von der Stellung der Wage sind.

Bei den Schwingungen einer Wage wird der Schwerpunkt der Last und des Gewichts im Allgemeinen eine krumme Linie beschreiben, welche die Schwerpunkts-Curve heissen mag. Bei der stabilen Gleichgewichts-Lage muss dieser Schwerpunkt auf der krummen Linie einen tiefsten Punkt einnehmen. Soll nun das Gleichgewicht unabhängig von der Stellung sein, so muss auch der tiefste Punkt jener krummen Linie unabhängig von ihrer Stellung sein. Dieses scheinbare Paradoxon löst sich dadurch auf, dass man annimmt, die Schwerpunkts-Curve bestehe aus zwei Zweigen, die sich im tiefsten Punkte unter einem gewissen Winkel schneiden. In der That lässt sich aber nachweisen, dass die Schwerpunkts-Curve an dem bezeichneten Punkte einen Rückkehr-Punkt hat, und dass die beiden Zweige derselben eine gemeinschaftliche Tangente haben. Dieselbe ist mithin von der Gestalt $a b c$, Fig. V. Denkt man sich, ein materieller Punkt befinde sich zwischen den beiden Zweigen $a b$ und $b c$, so wird er stets die Lage bei b annehmen, so lange das Curven-Element bei b von b aus nach oben, in Bezug auf den Horizont, gerichtet ist. Wie also die Lage des materiellen Punktes in der Curve $a b c$ innerhalb gewisser Grenzen unabhängig von der Stellung der Curve ist, so kann auch das System einer Brücken-Wage, an welcher sich Last und Gewicht das Gleichgewicht halten, unabhängig von der Stellung der Wage sein. — Die Nachweisung dieses Verhaltens kann ohne Schwierigkeit durch die allgemeine Formel der Empfindlichkeit (§. 15) der angeführten Abhandlung geschehen.

Fig. 1.



Fig. 5.

Fig. 3.

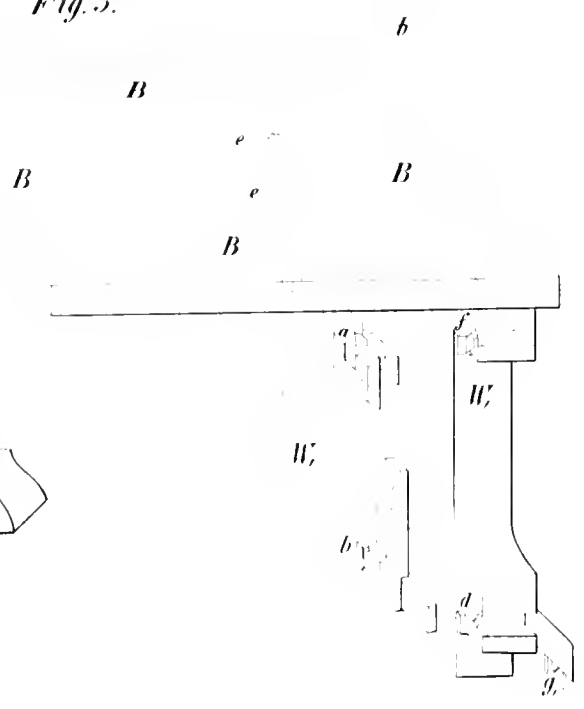
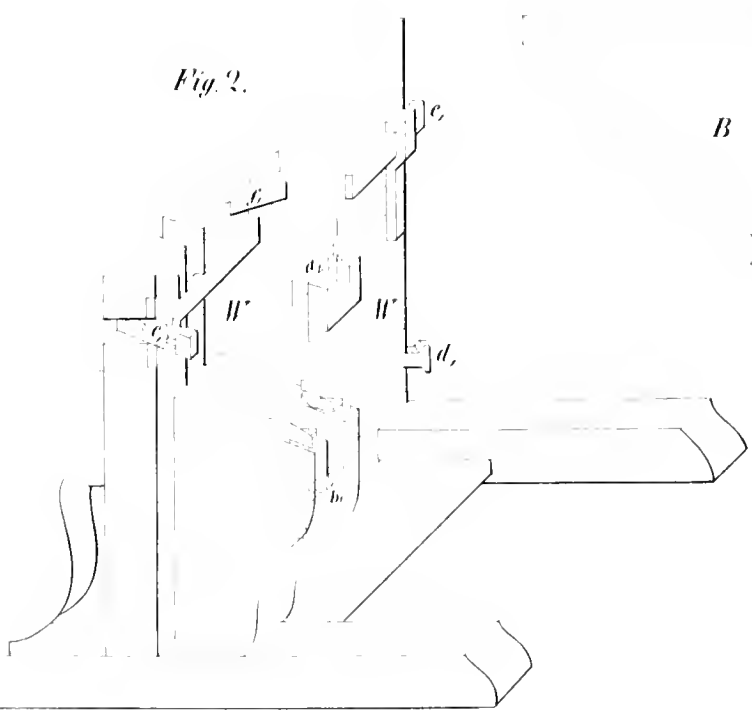
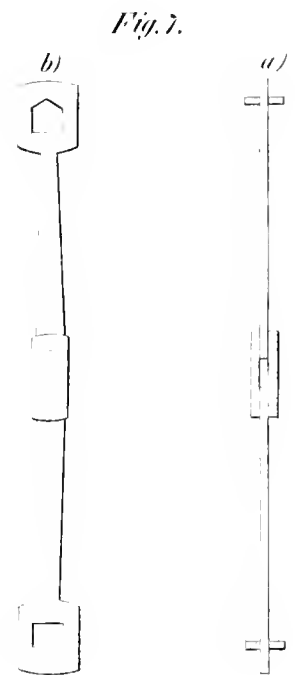
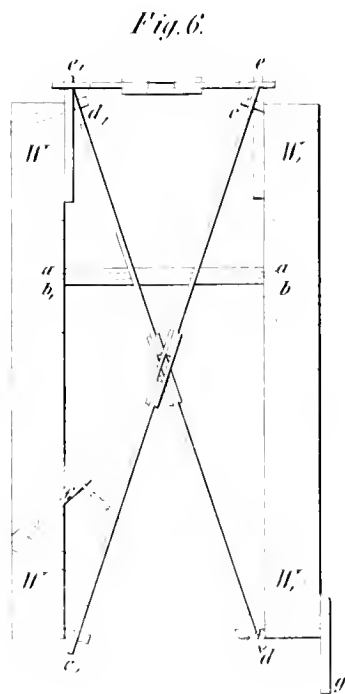
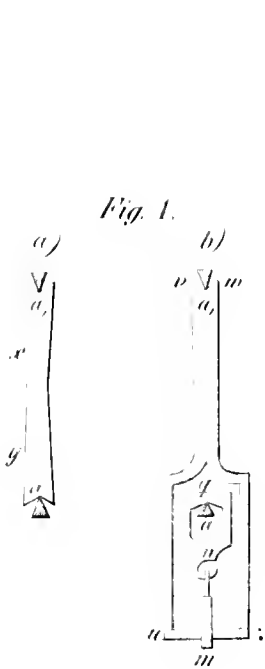
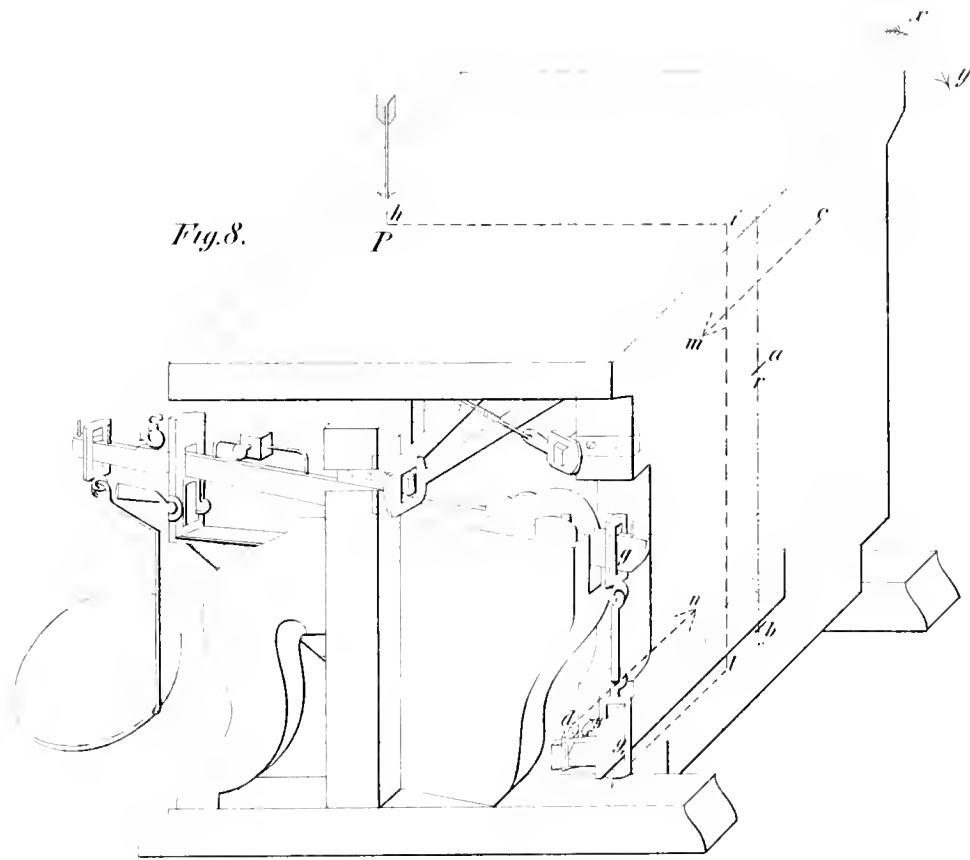


Fig. 2.







DAS GEFÄSS-SYSTEM DER TEICHMUSCHEL.

I. ABTHEILUNG: ARTERIELLES UND CAPILLARES GEFÄSS-SYSTEM.

VOM PROFESSOR KARL LANGER.

(MIT II TAFELN.)

(VORGELEGT IN DER SITZUNG DER MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHEN CLASSE AM XX. APRIL MDCCCLIV.)

Das Gefäß-System der Teichmuschel.

Drei Punkte sind es, die ich bei Bearbeitung des Gefäß-Systems der Teichmuschel insbesondere vor Augen hatte und zu erledigen suchte. Erstens, dass die Anodonta nicht nur kein unvollkommenes Gefäß-System im Sinne Milne Edwards, sondern ein in allen drei Sphären hoch entwickeltes Gefäß-System besitze; zweitens, ob dieses Gefäß-System irgendwie nach aussen offen sei, zur unmittelbaren Wasseraufnahme; und drittens, ob neben den Blutgefäßen noch besondere Wassergefäße existiren, oder ob auch ohne solche alle Erscheinungen der Schwellung des Muschelleibes erklärt werden können. Ich suchte daher zunächst eine Übersicht des ganzen Blut-Gefäß-Systems der Anodonta zu gewinnen und dann in den einzelnen Stromesrichtungen die Art des Zusammenhanges zu ermitteln, in welchem das arterielle zum venösen Systeme steht.

Dass ich auf Details Rücksicht genommen, und namentlich die Organen-Gefäße besonders berücksichtigte, dürfte mir daher nicht zur Last gelegt werden, um so weniger als das gerade der problematische Theil des Gefäß-Systems ist, und seine Kenntniss eben auch zur Feststellung typischer Unterschiede nothwendig ist. Vor der Hand habe ich jedoch Beziehungen auf das Gefäß-System anderer Blattkiemer unterlassen: vielleicht wird es mir möglich sein, dies ein andermal nach eigener Anschauung zu thun. Ich beschränke mich daher hier auf eine monographische Darstellung, sie ist das Ergebniss einer schon seit längerer Zeit begonnen, leider mehrfach unterbrochenen Arbeit.

Einleitend muss ich noch erwähnen, dass die Injectionen nicht mit Quecksilber, sondern mit Harzmassen vorgenommen wurden, und um den Erfolg mehr zu sichern und Extravasaten vorzubeugen, die

durch Verletzung der Theile in Folge der Ablösung der Schale hervorgebracht werden könnten, wurde die eine Schale stets so abgebrochen, dass der Theil, an welchem die Schliessmuskel sich anheften unbeschädigt blieb. Um der durch Injection dargestellten Gefässformen sicher zu sein, wurden wiederholte Injectionen gemacht, diese, wo nöthig, durch das Mikroskop controlirt, und auch der Histologie Rechnung getragen.

A. Das arterielle Gefäss-System.

Bekanntlich entstehen aus dem Herzen der Teichmuschel zwei grosse Gefäss-Stämme, Aorten, deren vorderer über dem Mastdarm, der hintere unter demselben entsteht. Indem das Stromgebiet der hinteren Aorta meist doppelte und symmetrisch entwickelte Theile umfasst, ist auch die Astfolge und Verlaufsweise der Gefässe mit wenig Ausnahmen symmetrisch; bei der vorderen Aorta ist die Symmetrie schon mehrfach gestört, namentlich in jenen Ästen, die den Darmeanal zu versorgen haben.

Manche grössere Gefässe, namentlich Verbindungsäste, selbst die Aorta liegen rechterseits des Darmes; linkerseits sind solche Durchkreuzungen mit dem Darne nur an kleineren Ästen zu finden. Auch Varianten in der Astfolge und Verlaufsweise wurden an kleineren Zweigen, namentlich der Visceral-Arterie beobachtet ¹⁾.

Fig. 1 und 4 geben einen Überblick dieser beiden Aortensysteme. In Fig. 1 ist das Stromgebiet der vorderen Aorta dargestellt; die rechte Mantelhälfte ist grösstentheils abgetragen, das rechte Kiemenpaar zurückgeschlagen, die Tentakel entfernt, der Fuss von der rechten Seite her eröffnet. In Fig. 4 ist die hintere Aorta mit ihren Ästen abgebildet; die Ansicht ist von der linken Seite; das vordere Stück der linken Mantelhälfte abgeschnitten, das linke Kiemenpaar entfernt, der Fuss und theilweise das rechte Kiemenpaar entblösst.

Vordere Aorta.

Die vordere Aorta verläuft nach ihrem Ursprunge aus dem Herzen eine kurze Strecke weit am Dorsal-Rande des Muschelleibes vorwärts, dieht am Mantelrande, den Mastdarm unter sich, bis gegen das hintere Ende der Mundhöhle, wo sie rechterseits nach hinten zu in einem Bogen umbiegt und am vorderen Schliessmuskel in die beiden grossen Stämme sich theilt, deren einer vorzüglich den Darm, der andere den fleischigen Theil des Fusses und den Mantel versieht; und wenn sich auch ihre Stromgebiete mehrfach begegnen, der eine als Visceralis, der andere als vereinigte Fuss- und Mantel-Arterie bezeichnet werden können.

Vom Aortenbogen her, der einerseits den Ursprung des Darmrohres und einen oberen Leberlappen umspannt, andererseits selbst wieder in den unteren Leberlappen eingesenkt ist, entstehen beiderseits kleine Äste, die die umgebenden Organe versorgen. Magen, Leber, Rückentheil des Mantels (Pericardium) bekommen durch fünf Äste ihr Blut zugeführt; zwei links, drei rechts. Der die Magenwände rechterseits versorgende Zweig ist durch seinen bogenförmigen Verlauf besonders auffallend; von der convexen Seite dieses Bogens entstehen dichotomisch getheilte Magenäste, die an der concaven Seite entspringenden sind Leberzweige. In Fig. 1 ist dieser Zweig leicht zu erkennen. Der fünfte unpaarige Ast geht zum Mastdarm, er entsteht meist rechts, doch habe ich ihn auch linkerseits gesehen, tritt in die Längswand des Mastdarmes ein, und geht mit ihm rückläufig durch's Herz; feine Zweige für den Mantel (Pericardium) entstehen gleich am Ursprunge aus dieser Mastdarm-Arterie.

¹⁾ Bei Angabe der Richtungen, ist die Mundgegend als vordere, der freie Schalenrand als untere bezeichnet.

Die vereinigte Fuss- und Mantel-Arterie einer der primitiven Aorten-Äste, versorgt nebst diesen beiden Hauptrichtungen auch noch den Schliessmuskel, die Tastlappen und einen Theil des Darmcanales. Ihre Verlaufs- und Theilungsweise ist folgende:

Gleich am Schliessmuskel geht von ihr ein kurzer unpaariger Ast ab, der in der Substanz des Muskels in ein Paar symmetrischer Zweige sich theilt, die quer auf seine Faserung zur vorderen Fläche desselben verlaufen, ihm Zweige abgeben, und als Mantel-Arterien in die beiden Mantelblätter eintreten. Klein ist ein Ast, den sie um den Muskel aufwärts abgeben; ihre Fortsetzung bildet mit der von der hinteren Aorta entstehenden die Kranz-Arterie des Mantels, welche etwa eine Linie, bis darüber, vom Rande entfernt, den Mantel einsäumt.

In Fig. 1 ist der Ursprung dieser Arterie und ein Stück ihres Verlaufes innerhalb der rechten Mantelhälfte abgebildet. Conf. die Abbildungen von Bojanus. Isis 1819, Bd. 1.

Bekanntlich ist der Mantel etwa drei Linien auch mehr vom Rande entfernt, an seiner äusseren Fläche durch eine Reihe von Sehnenfasern an die Schale befestigt und zerfällt durch diese Linie in zwei Partien, von denen die äussere dickere ein dichtes Gewebe von queren Muskelfasern enthält, deren Sehnen eben an der Schale befestigt sind. Der freie Rand des Mantels ist zweilippig und die bekannten Papillen des hinteren Mantel-Endes sitzen an dieser inneren, sonst kürzeren Lefze.

Nicht ganz in der Mitte dieses muskulösen Mantelsaumes, der äusseren Fläche näher verläuft die Kranz-Arterie und gibt ein dreifaches Gefäss-System ab. Marginal, entsprechend den beiden Lefzen alternirende Zweige; eine zweite Reihe zahlreicher Gefässe, der äusseren Fläche näher nach Innen gegen die Befestigungslinie, über welche hinaus diese Gefässe nicht weiter sich ausbreiten, und eine dritte Reihe der inneren Fläche näher liegender Gefässe, die mit anderen aus den Tentakel-Arterien entstehenden Ästen den centralen Theil des Mantels bis nahe zur Anheftung der Kiemenblätter in lockeren dendritischen Verzweigungen durchziehen. Diese Äste sind weniger zahlreich, so dass drei bis vier der früheren zwischen je zwei dieser Art zu liegen kommen. Fig. 4 zeigt das Verhalten der aus der Kranz-Arterie entstehenden Äste, die innerhalb des muskulösen Mantelsaumes verlaufen. Aus Fig. 3 sind die Gefässe des centralen Mantelstückes ersichtlich. Der Contractionsgrad des Mantels bestimmt den mehr oder minder geschlungenen Verlauf der Gefässe. Ihr Zerfallen in die Capillaren ist hier leicht nachzuweisen.

Noch sind die zwei arteriellen Gefässe jedes Tentakelpaares zu besprechen, die gleich am Ursprunge der Kranz-Arterie beiderseits aus einem gemeinschaftlichen Stämmchen (Fig. 1 t) ihre Entstehung nehmen.

Die einander zugewendeten Flächen jedes Tentakels bekanntlich durch niedere quere Leisten geriffelt, sind gegen den Mund zu ganz glatt, die oberen Ränder zu zwei Dritttheilen an Mantel und Fuss angewachsen, und an der äusseren glatten Fläche die Vertheilung der Tentakel-Arterie zu sehen. Sie verläuft etwas gewunden bis gegen das hintere Ende. Die kleinen Äste, die sie beiderseits abgibt, lösen sich dichotomisch in dichte feine Zweige auf, welche alle aussen zu sichtbar bleiben, und dann in ein capillares Schwellnetz übergehen. Nach der Tiefe zu bekommt jede Leiste, wie das Mikroskop zeigt, eine Reihe kurzer Zweige, die locker dichotomisch getheilt bis zur Kante gelangen und von da aus in die Capillaren zerfallen. Fig. 3 zeigt den Verlauf der Tentakel-Arterie linkerseits, wie auch jene Äste, die sie in den Mantel schiebt; eine entsteht an ihrem Übertritte in den Tentakel, der andere unter der Mitte ihres Verlaufes, letzterem entsprechend, entsteht von der Arterie des inneren Tentakels ein Zweig, der oberflächlich in den Fuss eintritt.

In Fig. 5 sind die Arterien der Leisten abgebildet.

Schliesslich ist noch ein kleiner Zweig zu erwähnen, der aus dem Stamme der Mantel-Arterie zur Wand der Mundhöhle hinter dem Muskel geht.

Die eigentliche Fuss-Arterie ist die Fortsetzung des ersten Hauptastes der Aorta. Anfangs von Lebermasse umgeben, die sie auch mit kleinen Zweigen bedenkt, tritt sie in den eingewidelosen, muscülösen Theil des Fusses. Wo sich die Kante des Fusses zwischen den Tentakeln frei macht, ist ihr Stamm zu finden; sie umschlingt bogenförmig die Eingeweide, und verzüngt sich durch Abgabe von Ästen gegen den hinteren Fussrand. (Fig. 1.) Nur einer, selten zwei Äste gehen constant zu einer genau bestimmten Stelle des Darmcanals, alle andern Äste, neun bis zehn gehen in die Fusskante, und durchdringen mit ihren Zweigen bis an die Oberfläche das ganze muscülöse Gitterwerk dieses Fusstheiles. Wenn schon anderwärts der Grad der Ausdehnung oder Zusammenziehung auf den Gefässverlauf Einfluss nimmt, um wie viel mehr hier. Man muss immer darauf rechnen, selbst wenn man schon klaffende Muscheln zur Injection verwendet, dass durch die nachträglich eintretende Contraction der Muskeln die Gefässe theilweise entleert und dicht zusammengeschoben werden, was um so mehr dann der Fall ist, wenn man frische Thiere zur Injection wählt, wo oft selbst die grossen Gefässe so dicht zusammen geschoben sind, dass nach Abschälung einer dünnen oberflächlichen Fleischlage das ganze Innere des Fusses nur aus solchen, grossen stark gewundenen, wie sinusartig ausgedehnten Arterien zu bestehen scheint; von einer feinen Verzweigung ist dann nichts zu sehen. Weder Injectionen mit Quecksilber noch das Verfolgen der Gefässe mit der Scheere, wie es Keber gethan, kann da eine richtige Vorstellung von der Gefässvertheilung verschaffen; dass sich auch hier die Arterien in feine Zweige theilen, die den Muskeltrabekeln folgen, und nicht in netzartig durchbrochenen Räumen verästeln (Keber, Beiträge z. Anat. u. Phys. der Weichthiere, 1851, p. 40), davon kann man sich durch Injection mit einer leicht flüssigen gefärbten Masse, im Nothfalle mit Tinte, überzeugen; man wählt dazu am besten eine schon klaffende Muschel. Legt man dann den injicirten Fuss nur auf kurze Zeit in Essig, um die Musculatur gänzlich zu erschlaffen, und die Theile durchsichtiger zu machen, so kann man nach unterbundenem Hauptgefässe, die Flüssigkeit durch Druck beliebig weiter drängen, man kann die Injections-Masse im Laufe deutlich verfolgen, und da sich auch kleinere Stücke dazu benützen lassen, unter dem Mikroskope die Injection der Capillaren beobachten. Die Zeichnung dieser Arterie (Fig. 1) ist nach einer Injection mit erstarrender Masse gemacht, und der Fuss in einem mittleren Grade von Zusammenziehung.

Unter der Mitte des Verlaufes der Fuss-Arterie entsteht jener Ast, der constant ein Stück des Darmes versorgt, und dessen Verzweigungen bei Besprechung des Darmgefäss-Systems näher bezeichnet werden sollen.

Bevor ich zur Beschreibung der Visceral-Arterie, dem zweiten aus der Aorta entstehenden Hauptstamm übergehe, will ich noch einiges über den Darmcanal selbst voraussenden.

Der Mund liegt bekanntlich als eine quer nach den Seiten gebogene Spalte zwischen dem vorderen Schliessmuskel und dem vorderen Fussrande; so weit diese Theile das Eingangsrohr begrenzen, ist seine Schleimhaut glatt, und vom Magen wesentlich zu unterscheiden, der erst am Ende des Fussrandes beginnt, und da gleich steil in die Lebermasse abfällt.

Um eine richtige Ansicht der Lagerungsverhältnisse des Darmes zu bekommen, füllte ich ihn vom Mastdarme aus mit erstarrender Injections-Masse; einem solchen Präparate ist die in Fig. 1 dargestellte Skizze entnommen; und um eine richtige Vorstellung von dem Aussehen der inneren Darmwindungen, namentlich des Magens zu gewinnen, empfehle ich eine Injection des Gefäss-Systems vorzuschicken und die Capillaren zu erfüllen, weil dadurch die Wandungen ganz prall, wie erigirt werden und die Leisten und Wülste deutlicher vorspringen. Nach einem solchen Präparate ist Fig. 9 und die Beschreibung des Magens entworfen.

Bekanntlich bildet die Leber zwei grosse Portionen, die den Magen umgeben; eine untere, die das Eingangsstück umschliesst, und in der die Theilung der Aorta geschieht, dann eine obere, die unter dem

Bogen der Aorta liegt. Beide diese Lappen berühren sich oberflächlich, ohne jedoch zu verschmelzen, entsprechend dem Bogen, der aus der Aorta entstehenden Gastrica (Fig. 1); und da die beiden Leberlappen zugleich die Magenwände bilden, so werden diese durch Injection geschwellt, mit ihren Berührungsflächen einen queren spaltenartigen Raum darstellen, der senkrecht auf der Längsrichtung des ganzen Rohres liegt. Entsprechend der Berührungsstelle beider Leberlappen, also der Nath der Magenwände, ist die Wand desselben dünn, und nach dieser Richtung ist in der Fig. 9 der Magen geöffnet, die untere Wand desselben nach rechts, die obere nach links umgeschlagen. Man sieht, wie die untere Wand (rechte in der Zeichnung) gegen den Boden der Mundhöhle zu, von einer bogenförmigen Wulst begrenzt ist, der brückenartig über den Mageneingang sich herüber wölbt, und die Wand fächerförmig über ihn sich ausbreitet, mit radiären getheilten Falten. Im Grunde des Magens unter der Wölbung liegen zwei Ausführungsgänge des unteren Leberlappens, dann zwei Erhabenheiten, deren eine (*a*) mehr birnförmig gegen links mit dem Bogen theilweise verschmilzt, die andere (*b*) mehr rechts gebogen in die Darmleiste übergeht. Durch diese Erhabenheit entstehen am Boden des Magens zwei Rinnen; in der linken grösseren mündet ein dritter Lebergang, sie führt zu dem Divertikel, in welchem der Knorpelstyl liegt; die rechte engere Rinne entspricht gerade einem der oben berührten zwei Lebergänge und führt direct in den Darm. Das Divertikel für den Knorpelstyl und der Eingang in den Darmcanal sind durch eine Falte geschieden, die mit diesem zweiten Wulst ebenfalls zusammenhängt.

Ein Analogon des im Magen vorkommenden bekannten Knorpelstyles fand ich einmal in einer im Februar gefangenen Muschel; es war dies ein langer Faden, der durch das ganze Anfangsstück des Darmes sich erstreckte, mit seinem spitzigen Ende gegen den Magen gerichtet. Unter dem Mikroskope zeigte er ein hyaline geschichtete Corticalsubstanz und eine weisse Markmasse, die ein Aggregat war von lauter aus spitzigen Nadeln bestehenden Concrementen; die Nadeln wurden von Essigsäure nicht angegriffen. Die Zusammensetzung dieses Fadens entspricht also ganz den Elementen, die von Siebold im Knorpelstyl des Magens gefunden.

Das Darmrohr selbst macht innerhalb des Fusses drei bogenförmige Windungen, die miteinander ziemlich gleich laufen. Die Concavitäten der Bögen sind dem Schlossrande zugewendet; der mittlere Bogen ist das Anfangsstück, welches oben durch eine Schlinge in das Mittelstück übergeht; dieses umgeht rücklaufend das Anfangsstück, dicht an ihm gelegen, und nach einer scharfen Knickung kehrt das Endstück aufwärts um, durchkreuzt rechterseits das Anfangsstück und verläuft, als innerster der drei Bögen, gegen den Magen, wo es dann unter der Aorta in das Herz umbiegt. Die Krümmung der ersten Schlinge liegt also parallel mit der Theilungsebene des Muschelleibes; die der zweiten tritt rechterseits aus ihr heraus, steht also senkrecht auf ihr. Das erste direct aus dem Magen kommende Stück ist das Engste, weiter ist das Endstück, welches besonders an der oberen Darmsehlinge in eine beträchtliche Erweiterung anschwillt. Zahlreiche Sehnenbündel, die quer den Fuss durchsetzen, sichern die Lage des ganzen Darmapparates. Zwischen den Windungen und seitlich liegen bekannter Massen die Geschlechtsdrüsen.

Bezüglich der Innenwand des Darmes ist zu bemerken, dass die im Magen beginnende grössere Leiste des Anfangsstückes an der convexen Seite des Bogens bis in die obere Schlinge verläuft und da, wie in einem seitlichen Divertikel endigt; sie bildet eine scharfe Kante, der gegenüber eine kleinere Leiste liegt, die erst ausser dem Magen entsteht.

Weil in der Schlinge der Darm scharf umbiegt, so springen die einander zugekehrten Wände als eine halbmondförmige Leiste in die Höhle der Darmsehlinge vor (Fig. 2), mit welcher die Darmleiste verschmilzt. In Mittelstücke und bis zur blasigen Anschwellung des Enddarmes, hat die Darmwand keine Leiste, doch scheint das Rohr, wie aus zwei Platten zusammengesetzt, deren Flächen etwas gedreht anfangs nach den Seiten, später auf- und abwärts sich kehren und so eine Kante bilden, die in einer

halben Windung um den Darm herumlauft. Entlang dieser Kantennath, ist der Darm dünn und durchsichtig; an den Wandungen liegen lockere Querleisten und Furchen, die wechselseitig in einandergreifen, die ich aber nur von der Zusammendrückung des Darmes ableiten möchte, da ihnen keine besondere Gefässform zu Grunde liegt. An dieser dünnwandigen Nath des Darmes, begegnen sich zweierlei Arterien-Systeme.

Im Enddarm bis zum After, ist wieder eine Darmleiste, die aber mehr abgerundet ist, und in der blasigen Auftreibung kolbenförmig beginnt. Eine Gegenleiste ist da nicht zu finden. Die Lage der Leiste entspricht hier der concaven Seite des Endstückes; im Mastdarm selbst liegt sie an seiner unteren Wand.

Die ganze Innenfläche des Darmes die Leisten nicht ausgenommen, ist mit einem Flimmerepithel überzogen. In Fig. 2 ist das Darmrohr an drei Stellen geschlitzt dargestellt, um diese Leistenbildungen zu zeigen.

Eine Übersicht der Verlaufsweise und Astfolge der Visceralis ist in der Fig. 1 und 2 gegeben. In Fig. 1 ist der Darm mit seinen Gefässen in natürlicher Lagerung, in Fig. 2 sind die Darmwindungen gelockert dargestellt, um auch die zwischen den Windungen verborgenen Gefässe zur Anschauung zu bringen.

Vor allem ist darauf aufmerksam zu machen, dass zwei Hauptarterien in zwei Bögen zwischen den drei bogenförmigen Darmwindungen gegen die obere Schlinge zu verlaufen und dort endigen, nachdem sie während ihres Verlaufes an die angrenzenden Seiten der Darmbögen reichlich Zweige abgegeben haben, das in der Mitte liegende Anfangsstück ist also in seiner ganzen Länge heiderseits von diesen Stämmen her mit Ästen versorgt. Die zweite und dritte Darmwindung, beide randständig bekommen auch, aber nur von einer Seite her Äste aus diesen zwei Stämmen, nämlich da, wo diese dem Darm anliegen. Ein dritter grösserer Gefäss-Stamm begleitet vom Wulste an das Endstück in seiner Concavität bis in die Nähe des Herzens. Alle diese drei Hauptstämme, wo sie sich mit dem Endstücke des Darmes kreuzen, senden zu diesem Zweige, so dass auch dieses Darmstück mit einer doppelten Reihe von Arterien-Ästen versehen wird. Die zweite Astreihe des Mittelstückes kommt aus zwei Zweigen, die von den Darmschlingen her gegeneinander zu laufen, und dieses Darmstück einsäumen, und wenn auch diese besonderen Zweige einander nicht erreichen, und diese Lücke durch einen quer über den Darm gehenden Zweig vom ersten Hauptstamm aus erfüllt wird (Fig. 2), dessen Zweige den beiden anderen entgegen laufen, so zeigen doch die feinen Gefässe, wie sie eben in die Darmwand eintreten diese Sonderung, so dass die beiden Darmwände jede besondere arterielle Gefässe bekommen. In Fig. 2 sind die, die Darmwindungen begleitenden Hauptstämme mit 1, 2, 3 bezeichnet; die das Endstück an seiner concaven Seite versiehenden Zweige mit 4, die das Mittelstück an seiner convexen Seite versorgenden mit 5.

Alle genannten Äste, mit einer Ausnahme gehören in das Stromgebiet der Visceralis. Ihre Fortsetzung ist der erste Gefässbogen, der zwischen dem Anfangs- und Mittelstück des Darmes verläuft. Am Ursprunge aus der Aorta, wo sie noch innerhalb der Leber liegt, gibt sie dieser mehrere Zweige (Fig. 1). Quer über den Darm rechterseits schiekt sie einen grossen Ast ab (Fig. 1, 2), dessen Fortsetzung der zweite Gefässbogen ist, und zwischen erster und dritter Darmwindung verläuft, sein Hauptast ist der dritte Bogen, der um auf die concave Seite des Endstückes zu gelangen, mit diesem linkerseits sich kreuzt. Aus diesen entsteht einer der Äste (Fig. 2, 3), der die obere Darmschlinge umspannt, und auf die convexe Seite des Mittelstückes tritt, die linke Wand versorgt, und gegen den zweiten dieser Äste verläuft, der aus der Fuss-Arterie (B 5) entsteht. In das Stromgebiet der Visceralis gehört noch die Geschlechtsdrüse und der obere Fusstheil, in beiden lösen sich kleine Zweige auf, die von der Visceralis abstammen. Ein solches Zweigehen des Fusses ist in Fig. 3 angegeben.

Hier mögen noch einige Varianten erwähnt werden, die ich in der Astfolge der Visceralis bei den mehrfach wiederholten Präparationen beobachtete; in wie ferne sie mit der Entwicklung des Darmes in Verbindung stehen, muss vor der Hand dahin gestellt bleiben. Eine häufig vorkommende Variante ist die, dass der dritte Gefässbogen statt linkerseits, rechterseits über den Darm weggeht, die Astfolge bleibt auch dann in der Regel dieselbe, doch habe ich auch den Fall gesehen, wo ein Ast in die Schlinge der ersten und zweiten Darmwindung eintrat, und die rechtsseitig liegenden Äste abgab. In Fig. 1 ist eine zweite Variante abgebildet, die ich nur einmal beobachtete; es ging hoch oben vom Stamme der Visceralis ein längerer Ast zur unteren Schlinge, zwischen zweiter und dritter Windung, die den sonst constanten Ast vertritt, der (in Fig. 1 abgesehritten dargestellt) auf kürzerem Wege zu derselben Windung hingehet.

Was die Vertheilung der Arterien am Darne selbst betrifft, so stellte es sich bereits oben heraus, dass jedes Darmstück aus zweierlei Quellen seine Äste bezieht; weiters ergibt sich, dass das Gefäss-System der Darmleiste eine eigenthümliche Anordnung zeigt. Am Mittelstück ist die Nath, wo der Darm am dünnsten ist, die Grenze beider Systeme, und nur bei sehr gelungenen Injectionen sieht man da die Capillaren der beiden Wandungen verschmelzen. Eigenthümlich ist die Astreihe für die Darmleiste. Man gelangt zur Ansicht dieser Äste erst dann, wenn die Darmwindungen von einander gezogen werden, wie dies in Fig. 2 gezeichnet ist. Es verläuft gewissermassen der erste Arterienbogen in einer Rinne der Leiste, und wird das Gefäss entblösst, so bemerkt man dichtstehende kurze Zweige (Fig. 2), die ungetheilt in die Leiste treten, sich hier gablig theilen, und wie das Mikroskop zeigt, innerhalb der Leiste, in den Ästen zweiter und dritter Ordnung ebenfalls gekämmt, reihenweise an einander liegen; bis in die scharfe Kante der Darmleiste, sieht man diese Äste eindringen. Fig. 6 zeigt unterhalb der Capillaren dieses Gefäss-System der Darmleiste.

Wegen der geringeren Ausdehnung der Leiste im Anfangsstücke ist die Ramification nicht so reich, wie an den Ästen der Leiste des Enddarmes, namentlich des Kolbens, der vom dritten Arterienbogen versorgt wird, und dessen Äste auf gleiche Weise eintreten (Fig. 2).

Gleiche gekämmt Anordnung der Zweige zeigen die Mastdarm-Arterien, deren eine am Anfang der vorderen Aorta, und die andere aus der hinteren Aorta entsteht. Auch hier anastomosirt dieses Gefäss-System mit dem der Wände erst in den Capillaren.

Minder bedeutende Äste der Visceralis sind aus den Zeichnungen zu entnehmen.

Auch das Gefäss-System des Magens zeigt diese Sonderung, indem die Arterien der beiden Wände auch erst in den Capillaren, und zwar an jener dünnen Magenstelle sich vereinigen, wo die beiden Wände sich verbinden.

Hintere Aorta.

Die hintere Aorta liegt am Ursprunge aus dem Herzen, unter dem Mastdarm, tritt gleich in den Spalt ein, den die beiden Schenkel des hinteren cylindrischen Fussmuskels bilden, vor ihrer Anheftung an die Schale. Hier beginnt gleich die Astfolge.

Zwei der stärksten Äste gehen auf dem hinteren Schliessmuskel etwas divergirend, unter den oberen Mantelrand, nehmen zwischen sich den Mastdarm, und nachdem sie den Muskel umgangen, treten sie in das hintere mit Würzchen versehene Mantelende; es sind dies die beiden hinteren Mantel-Arterien, deren Fortsetzung am Rande des Mantels vorwärts geht, und mit den vorderen Mantel-Arterien den arteriellen Kranz erzeugen. Sie sind die eigentlichen Fortsetzungen der Aorta. Die Gabel ist vertical gestellt, so dass die Linke am Ursprunge in der Regel vor die rechte zu liegen kommt. Die beobachteten Abweichungen sind ohne Bedeutung.

Die nachbarlich liegenden Organe, Mastdarm und Schliessmuskel bekommen von ihnen kleine Zweige, so wie auch der obere Mantelrand (Pericardium). Der für die Mastdarmleiste bestimmte unpaarige Ast, wechselt in seinem Ursprunge, theilt sich in zwei Äste, deren einer in der Richtung des Afters, der andere rücklaufend gegen das Herz geht, indem beide in der schon bemerkten Weise gekämmte Äste abgeben.

Ein grösserer dritter unpaariger Ast der Aorta kann als Muskel-Arterie bezeichnet werden. Er theilt sich in drei Zweige, von denen einer rückwärts in den hinteren Schliessmuskel tritt, der zweite die untere Peripherie desselben umgreift, und der dritte den hinteren cylindrischen Muskelfortsatz des Fusses versorgt. Des letzteren Verzweigungen lassen sich bis zum hinteren Fussrande verfolgen.

Die eben geschilderte Vertheilung der hinteren Aorta ist in Fig. 4, von der linken Seite her dargestellt.

B. Das capillare Gefäss-System.

Wenn man auch die Arterien in ihren Details nicht kannte, so nahm man doch keinen Anstand ihre Existenz für die Blatkiemer, wenigstens theilweise zuzugeben, aber ob es ein capillares Übergangs-Gefäss-System gebe oder nicht, ist eine Frage, die noch vor Kurzem mit Entschiedenheit für alle Mollusken verneint wurde; seitdem hat man sich schon mehrseitig für ein geschlossenes Übergangsgefäss-System ausgesprochen, doch glaube ich die Sache noch nicht mit Bestimmtheit erledigt. Bis jetzt ist es eben noch nicht gelungen, den directen Übergang nachzuweisen. Da und dort sah man wohl mit Injections-Masse erfüllte Netze, die aber in so lange als problematisch gelten mussten, so lange eben ihr Zusammenhang mit Arterien und Venen nicht direct nachgewiesen war, und jede andere Blutvertheilung mit Bestimmtheit zurückgewiesen werden konnte.

Robin hat in seinem „Rapport à la Société de Biologie“ über den Phlebenterisme, Paris 1851, eine erschöpfende Kritik der Arbeiten über den Kreislauf der Mollusken gegeben, daher ich auf dies Werk bezüglich der Literatur verweise. Zugleich spricht sich Robin entschieden gegen die Annahme eines unvollständigen oder unterbrochenen Kreislaufs-Organes aus, und berichtet über capillare Netze, die er bei Mollusken und speciell auch bei Anodonta beobachtete; auf diese werde ich später noch hinweisen.

Die in mancher Hinsicht verdienstvolle Arbeit von Keber (Beiträge zur Anatomie und Physiologie der Weichthiere, Königsberg 1851) ist betreffs der Capillaren gänzlich unbefriedigend, denn so sehr er auch ein geschlossenes Gefäss-System vertheidigt, so ist es ihm doch nicht gelungen die Capillaren darzustellen, wie dies auch mittelst Quecksilber-Injectionen und Verfolgen der Gefässe mit der Scheere nicht möglich ist. Keber spricht zwar von einem „netzartig durchbrochenen Gefässnetz“, in welches sich die Arterien verästeln (pag. 40), dann im Fusse von „einem netzförmigen aber grossmaschigen Gefässnetz, dessen Bezeichnung als Haargefässnetz bloss deshalb einiges Bedenken hat, weil die Lumina der einzelnen Gefässzweige auffallend gross zu sein scheinen“. Dass er jedoch nicht die Capillaren, sondern bloss Venen gesehen, geht schon daraus hervor, dass er dieses „schwammige Gewebe“ nur unter der Loupe beobachtete.

Auch V. Carus (System der thierischen Morphologie, Leipzig 1853, pag. 138), fand nur „weite Gefässmaschen, die die Stelle des Haargefäss-Systems vertreten,“ und schliesst sich Keber's Ansicht an.

Eine vorläufige Mittheilung über das von mir im Zusammenhange dargestellte capillare Gefäss-System der Teichmuschel, habe ich schon im Märzhefte 1853 der Sitzungsberichte der kais. Akademie der Wissenschaften niedergelegt. Die seither wiederholten Beobachtungen ergaben dieselben Resultate.

Zunächst suchte ich durch Injectionen den Zusammenhang der Arterien und Venen, und die Art der Blutvertheilung in den Organen kennen zu lernen, und schon nach den ersten Versuchen sah ich mich zu der Annahme von geschlossenen Capillaren berechtigt. Gewiss kann in diesem Falle den Injectionen die Berechtigung nicht abgesprochen werden, denn wenn sie eine genau umschriebene Vertheilung der Masse, in regelmässigen Formen und bei wiederholten Versuchen stets dasselbe Resultat ergeben, so kann doch gewiss unmöglich mehr an wandungslose Ströme, an Gewebs- und Organen-Lücken gedacht werden, es müsste ja wie das Blut, so auch der Injectionsstoff in alle diese Lücken sich eindringen, und jede Begrenzung der Injections-Masse wäre unmöglich, es würde ein Extravasat, aber keine Injection vorliegen. Es gelingt ferner auch ganz gut an injicirten Objecten die Gewebs-Elemente zur Anschauung zu bringen, und sich zu überzeugen, dass es nicht die Organen-Gewebe sind, die die Strömung begrenzen. Über die Versuche auch die Wandungen der Gefässe nachzuweisen, werde ich am Schlusse dieser Abhandlung, zunächst aber über die Ergebnisse der Injectionen berichten.

In allen Organen des Teichmuschelleibes habe ich nach gelungenen Injectionen ein Netz erfüllt, und dessen Zusammenhang mit den Arterien unzweifelhaft nachgewiesen. Fig. 7 zeigt die Art des Zusammenhanges an der äusseren, freien Seite der Tastläppchen: dasselbe ist ganz leicht im Mantelrande zu sehen, nur muss hier, weil das capillare Netz oberflächlicher als die Arterien liegt, das Netz nur theilweise erfüllt worden sein. In der Leiste des Darmes (Fig. 6) sind auch aus der Tiefe von den Arterien kommende Zweige zu sehen, die in das Netz übergehen.

Bezüglich ihrer Form zeigen diese Netze im Allgemeinen eine grosse Übereinstimmung in allen den Organen, die ein Schwellvermögen besitzen: es sind grobe Netze mit engen Maschen, man kann sie mit Recht Schwellnetze nennen.

Nicht immer hat man jedoch die Gelegenheit diese Netzform deutlich ausgesprochen zu sehen: man sieht oft Formen, die, was Grösse der Lücken und Grösse der Gefässchen anbelangt, sich unterscheiden. Doch muss zweierlei berücksichtigt werden; einmal der durch die Injection erzielte Grad der Erfüllung der Capillaren, und dann der Grad der Zusammenziehung der Organe. Auch wenn die Gefässe nicht ganz erfüllt sind, stellen sich Netze dar, deren Maschen aber grösser sind, und verschieden verbogen sein können durch eine eingetretene Zusammenziehung der Musculatur, und je nach der Faserrichtung variiert auch die Form der Maschen: nur wiederholte und gelungene Injectionen führen zur Erkenntniss der wahren Sachlage.

Solche strotzend erfüllte Capillaren z. B. in den Tastläppchen sind bis $\frac{1}{30}$ W. Linie gross, also jedenfalls grösser, als man sonst, wenigstens bei Wirbelthieren solche Gefässe zu sehen gewohnt ist, ohne jedoch den Namen von Sinus zu verdienen. Die Grösse dieser Capillaren und die der Venen erklärt auch ganz ungezwungen das Vermögen dieser Thiere ihren Fuss, Mantel, so stark aufquellen zu machen; anderseits erklärt sich auch wie schon injicirte, durch den Injectionsstoff gefärbte Theile, namentlich der Fuss, nach eingetretener Zusammenziehung der Musculatur wieder entfärbt und entleert werden, indem die noch nicht erkaltete Masse durch die grossen Capillaren mit Leichtigkeit in die Venen herübergepresst wird, und man oft gar nicht zur Ansicht des capillaren Netzes gelangt; der Fuss z. B. wird dabei knotig wie dies Keber, Taf. I, Fig. 5, gezeichnet.

Viel kleinere oft nur $\frac{1}{70}$ W. Linie grosse Capillaren sind im Darmeanale zu sehen: wo auch besondere Netzformen auftreten.

In den einzelnen Organen verhalten sich die Capillaren auf folgende Weise:

Im fleischigen Mantelrande, wo eine unter rechten Winkeln gekrenzte Musculatur vorkommt, mit vorwaltender Faserrichtung gegen den Rand zu sind die Gefässmaschen bei strotzend erfüllten Capillaren klein; man sieht unter einer gelungenen Injection den Mantelsaum anschwellen, und die beiden

Lefzen deutlich hervortreten; sind die Gefässe weniger erfüllt, und der Mantelsaum dabei eingezogen, so sind die grösseren Lücken parallel dem Rande längs gezogen und der Zusammenhang der Capillaren mit den Arterien genau zu verfolgen; gerade der Mantel war es, wo ich mich zu allererst mit Entschiedenheit von der Gegenwart der Capillaren überzeugte. Dieses Netz setzt sich feiner auch in die kleinen Würzchen fort, welche hinten am Mantelspalte sitzen. Am oberen Rande des Muschelleibes steht das Netz mit diesem des Mantels in Verbindung; auch dieser Theil schwillt bei einer Injection an, doch ist das Netz, wenn es weniger erfüllt ist, lockerer mit rundlichen Maschen.

Auch am fleischigen Fussrande ist dieses grosse Schwellnetz mehr weniger erfüllt zu sehen, doch gelingt es hier nicht grössere Partien der Oberfläche gleichförmig zu erfüllen, weil durch die Zusammenziehung der Musculatur die Injections-Masse wieder herausgepresst und in die Venen herüber gedrängt wird; doch werden stets kleinere oder grössere Partien bruchsackartig hervorgedrängt, in denen die Masse, wie durch eine Einschnürung zurückgehalten wird, und an diesen gelingt es das oberflächliche Netz zur Anschauung zu bekommen, nur ist es zu sehr zusammengedrängt, und man muss um die Lücken deutlich wahrzunehmen den Fuss mit Essig befeuchten, und durch vorsichtig angebrachten Druck die Theile wieder etwas ausdehnen.

Robin hat, l. c. pag. 122, dieses Netz ganz richtig beschrieben; er sagt: „*la portion musculaire du pied, surtout vers sa partie libre, est également parcourue par de gros réseaux courant entre les faisceaux et formant un véritable tissu érectile*“ —.

In dem hinteren cylindrischen Fussmuskel, wie auch in den beiden Schliessmuskeln ist der netzförmige Verlauf der Gefässe zwischen und quer auf die Bündel, wie auch ihr Zusammenhang mit den Arterien deutlich nachweisbar.

An den Tastlappchen sind die Netze ebenfalls dicht, die Grösse der Capillaren auf beiden Flächen verschieden. An der freien Seite beschreibt Robin, pag. 123, Netze „*à mailles généralement longitudinales, par rapport à l'organe et aux vaisseaux; réseaux plus gros en bas qu'en haut.*“ Diese Beschreibung passt nicht ganz auf das von mir beobachtete Netz. In Fig. 7 ist ein Stück desselben gezeichnet, mit nicht strotzend erfüllten Gefässen; die Arterie A. ist ein aus der Haupt-Arterie entstehendes Querästchen, welches gegen den Rand zu umbiegt und in das Netz zerfällt. Ist letzteres strotzend erfüllt, so schwellen die Gefässe derart an, dass die Zwischenräume wie kleine, linienförmige Halbmonde, ohne bestimmte Richtung erscheinen, und die Tentakel als wahre erectile Organe charakterisiren. (Taf. III.)¹⁾

Rücksichtlich der geriffelten Flächen der Tentakel, bemerkt Robin weiter: „*Sur les tentacules, les deux faces qui se touchent sont dépourvues de réseaux: mais on aperçoit par transparence ceux de l'autre face de chacun d'eux par des intervalles réguliers qui séparent les petites saillies cornées linéaires unaliques à celles des branchies. Ces petits intervalles linéaires pourraient être pris pour des vaisseaux parallèles: c'est ce que M. Edwards a figuré sur l'un des tentacules de la Pinne marine.*“

Nachdem ich bereits die in den Leisten verlaufenden Arterien-Verzweigungen gekannt (Fig. 5), gelang es mir später auch hier ein Netz darzustellen. Es kann kein Zweifel sein, dass dieses Netz den Leisten eigenthümlich ist, da man mit einem Pinsel unter dem Mikroskope den Leisten eine verschiedene Lage geben und abwechselnd das Netz der einen oder anderen Fläche besehen kann. Die Bildung dieses Netzes geht von den kleinen Arterienzweigen an der Kante der Leisten aus, diese zerfallen in ein kleinmaschiges Netz, welches sich rückläufig gegen die Basis über diese Arterien herüber legt, wobei die Capillaren gegen die Basis zu immer stärker werden (Taf. III). Da die Erfüllung des Netzes vom Rande ausgeht, so wird

¹⁾ Die hier bezeichneten Abbildungen werden auf Taf. III, des zweiten Theiles dieser Abhandlung folgen.

dasselbe bei nicht durchgängiger Injection hier theilweise erfüllt und es scheint dann, besonders wenn die Epithelien nicht gut entfernt wurden, als ob entlang der Kante der Leisten ein Gefäss da verlaufen würde, welches aber nicht existirt. Die Gefässe dieses Netzes sind bei weitem dünner, als die der freien Fläche, vorausgesetzt, dass diese strotzend erfüllt sind.

Der an den Mund grenzende nicht geriffte Theil dieser Tentakelfläche ist mit einem einfachen Gefässnetz versehen, welches an der Basis der ersten Leiste mit dem Netz dieser verschmilzt, und sich in den Mund fortsetzt.

Von diesem im Mantel, Fuss und der freien Tentakelfläche beobachteten Schwellnetze ist das des Darmes, besonders stellenweise wesentlich abweichend.

In den Stücken des Darmcanales, wo keine Wulst ist (Mitteldarm, und ein Stück des Enddarmes bis zum Kolben), besteht das Netz der inneren Oberfläche ebenfalls aus gröbereren Gefässen, doch sind sie kleiner, als in den Schwellorganen, sie bilden engere gebogene Maschen, deren Lücken, wenn der Darm stark zusammengepresst war, erst durch einen vorsichtig geleiteten Druck, namentlich an einem durch Essig erschlafften Stücke deutlich erkennbar werden (Fig. 8).

Wie schon von den gröbereren Ramificationen der Arterien angegeben wurde, so ist auch in den Capillaren eine gewisse Selbstständigkeit in den beiden Wandungen zu bemerken; meistens bleibt die Nath in der die beiden Darmwände sich vereinigen leer, bei ganz gelungenen Injectionen sieht man aber auch hier beide Gefäss-Systeme mit einander anastomosiren, und zwar in dichten feinen Längsgefässen, so dass hier schon die Bildung angedeutet ist, die in den mit Leisten versehenen Darmstücken namentlich dem Anfangsstück stärker ausgebildet vorkommt.

Im Endstücke ist an der Leiste das capillare Netz etwas gelockerter, die Maschen grösser, und namentlich am Kolben ziemlich leicht darstellbar; die sonst glatte Wand dieses Darmstückes zeigt dasselbe Netz, welches im Mitteldarm vorkommt, und diese beiden scheinbar verschiedenen Netzformen des Kolbens und der Wand, verschmelzen an der Basis des Kolbens, wo dieser aus der Wand hervortritt mit einander. Den Unterschied in der Grösse der Lücken glaube ich bloß daher abzuleiten, dass der Kolben gewissermassen durch die Zusammenpressung des Darmes noch stärker hervorgedrängt wird, wodurch das oberflächliche Netz wie gelockert erscheint. Diesen Typus behält das Netz bis zum After.

Die Bildung von feinen Längsgefässen, die schon an der Nath des Mitteldarmes minder entwickelt beobachtet wird, tritt im Anfangsstück des Darmes so stark ausgebildet auf, dass die ganzen Seitenwandungen, zwischen den Leisten ein sogenanntes gekämmtes Netz zeigen, nämlich lange dünne Capillaren, mit parallelen linienförmigen Zwischenräumen; es scheinen hier die dünnen Seitenwandungen der Nath des Mitteldarmes zu entsprechen. An den Leisten selbst ist ein Netz mit gebuchteten grösseren Maschen, das aus den gekämmten Arterien des ersten Hauptstammes gespeist wird, und dessen Zusammenhang mit diesen Arterien leicht gesehen wird (Fig. 6). Von der scharfen Kante an übergeht allmählich die grössere Leiste, wie in einer Bucht in die Seitenwandungen, und hier sieht man, wie das Netz beinahe plötzlich seinen Charakter ändert und in das gekämmte übergeht. Die Capillaren werden dabei feiner, es sind die feinsten, die ich überhaupt an der Muschel beobachtete; es spaltet sich gewissermassen das Gefäss in mehrere und dabei verlängern sich die Zwischenräume und die Capillaren rücken näher an einander. Die Richtung dieses gekämmten Netzes ist quer auf die Länge des Darmrohres. Der Übergang dieser beiden Netzformen ist auf Taf. III abgebildet. Ausser diesem Zusammenhange beiderlei Capillaren untereinander wird das gekämmte Netz noch von eigenen Arterienzweigen gespeist, die direct zu diesen seitlichen Darmwandungen zerstreut hingehen.

Am Ende der Leiste in der ersten Darmschlinge, bildet wie ich früher bemerkte die Wand am Knickungswinkel eine vorspringende halbmondförmige Leiste, die mit der längslaufenden Darmleiste verschmilzt, hier sind die Capillaren gröber und verdünnen sich gegen den Rand beider Leisten.

Diese im Darne beobachteten Gefässformen wiederholen sich im Magen, einzelne jedoch in grösserem Mafsstabe entwickelt.

Am grössten Theile der oberen (in Fig. 9 nach links umgeschlagenen) glatten Magenwand bilden die Capillaren das gewöhnliche Netz, vergrössern sich aber gegen den Magenrund ohne jedoch vom allgemeinen Typus abzuweichen. Gegen die Vereinigungsstelle mit der unteren Wand, sind wie im Mittelstück des Darmes feinere in Reihen geordnete Gefässchen zu bemerken, die sich aus dem Netze entwickeln, und in der Furche (Nath), mit den Gefässen der unteren Wand verbinden. Am bogenförmigen Wulst der unteren Magenwand ist ebenfalls ein lockeres grobmasehiges Netz zu finden, das gegen den concaven Rand zu in dieke über $\frac{1}{30}$ W. Linien haltende Gefässe übergeht, die in dem linksseitigen, birnförmigen Wulst ober dem Gallengange liegen und netzartig verbunden sind. Am convexen Rande des Wulstes übergehen seine Gefässe in die der Falten der unteren Magenwand. In die Falten treten aus der Tiefe grössere Gefässe, welche entlang der Faltenkämme verlaufen, sich in ihnen dichotomisch theilen, bis sie ebenfalls in sehr feine gekämmte Capillaren übergehen, und an der Nath der beiden Magenwände mit denen der oberen Wand anastomosiren. Weniger zahlreich und gröber am Ursprunge der Falten, stehen diese Gefässe einerseits durch feine Zweige mit denen des bogenförmigen Wulstes, andererseits in den Faltenfurchen unter sich durch quere gröbere Äste in Verbindung.

Trotz zahlreicher Injectionen bemerkte ich nie selbst Andeutungen feiner Capillaren, die diese groben Gefässe der Falten gedeckt hätten. Soweit die Falten an der Magenwand reichen, ist diese Gefässbildung ganz abgeschlossen. Im Magenrunde um den Gallengang habe ich ebenfalls Netze dargestellt. An der rechtsseitig liegenden Wulst (*b*) die in den Darm übergeht, ist das Netz der Längswulst des Darmes schon zu sehen, doch sind die Gefässe gröber und werden gegen den Darm zu feiner.

Erklärung der Abbildungen.

Fig. 1. Ansicht der vorderen Aorta mit ihren Zweigen. Der Fuss von der rechten Seite her eröffnet, der Darneanal in seiner natürlichen Lage.

1. Die abgeschchnittene Tentakel-Arterie.

„ 2. Das Gefäss-System des Darnecanales. Die Darmwindungen sind entfaltet, um die zwischen ihnen liegenden Arterien zur Ansicht bringen zu können. Das Darmrohr an drei Stellen eröffnet, um die Leisten zu zeigen.

A. Darmarterie; B. Zweige der Fuss-Arterie.

1. 2. 3. Die drei arteriellen Hauptstämme, die die Darmwindungen begleiten.

4. 4. 4. Zweite Astreihe für den Enddarm.

3. 3. 3. Zweite Astreihe für den Mitteldarm.

„ 3. Arterien der Tentakeln und des Mantels. Ansicht von der linken Seite.

„ 4. Verzweigungen der hinteren Aorta. Ansicht von links, das linke Kiemenpaar entfernt.

„ 5. Arterien dreier Tentakelleisten. Vergrösserung 30.

„ 6. Darneleiste des Anfangsstückes mit seinem capillaren Netz und den arteriellen Endästen in der scharfen Kante. Vergrösserung 30.

„ 7. Vertheilung eines Zweigchens A. der Tentakel-Arterie mit dem unvollkommen erfüllten Schwellnetze der freien Tentakelfläche. Vergrösserung 30.

„ 8. Capillares Netz der glatten Wand des Enddarmes. Vergrösserung 30.

„ 9. Innere Oberfläche des Magens, dieser nach der Nath gespalten, die untere Wand nach rechts, die obere nach links umgeschlagen.

A. Mageneingang; B. Divertikel zur Aufnahme des Knorpelstyles; C. Darneanal mit seinen beiden Leisten.

a. b. Zwei Wülste; zwischen ihnen im Magenrunde die Mündung eines Gallenganges. Vergrösserung 2.

Fig. 1

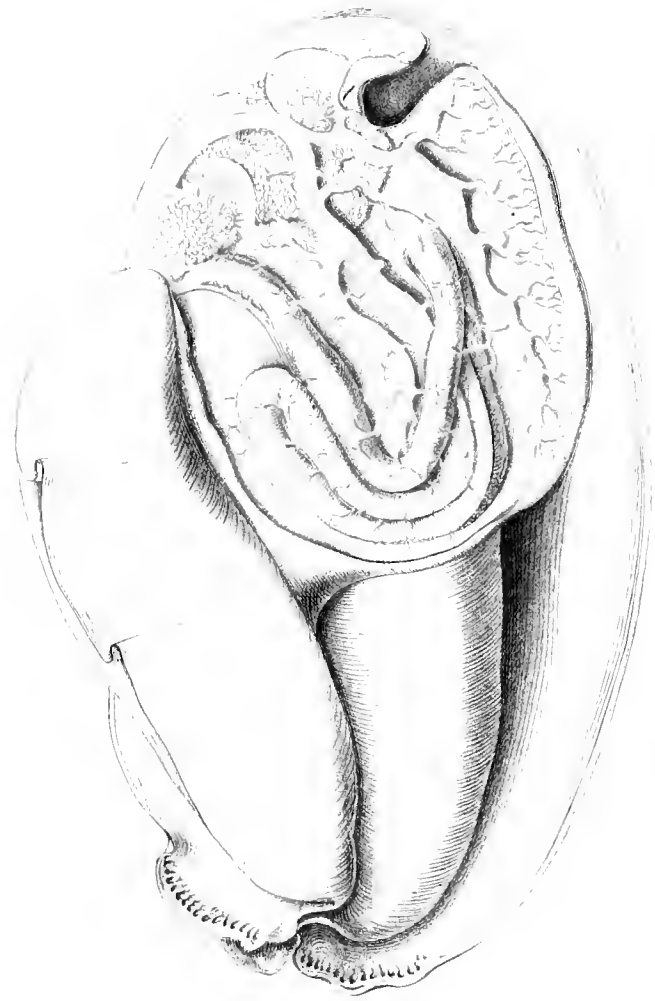


Fig. 7

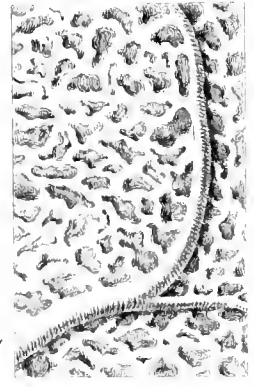


Fig. 6

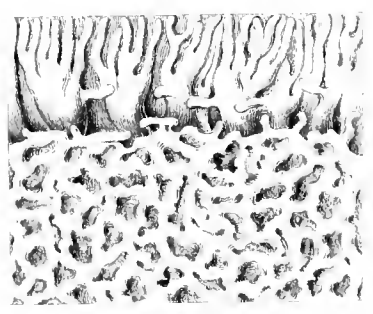
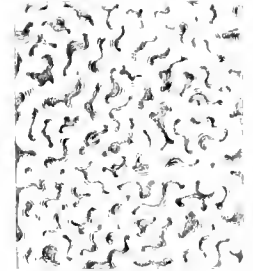
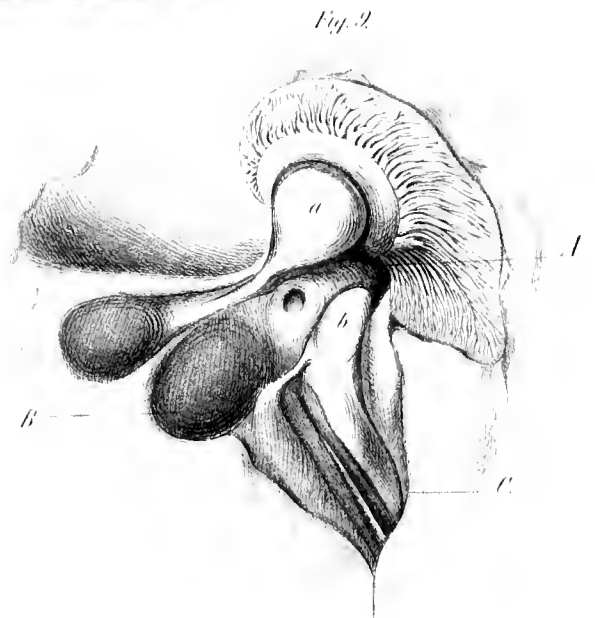
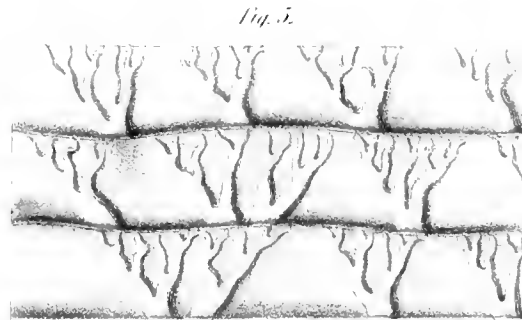
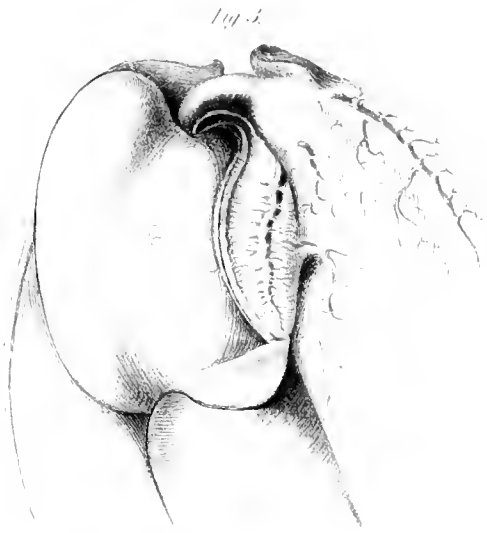
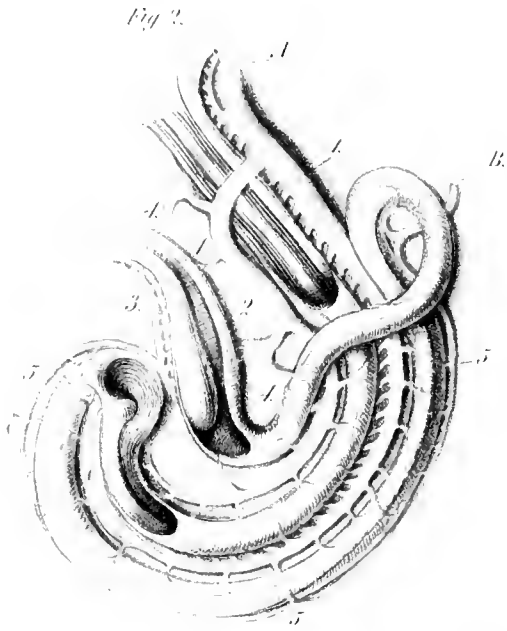
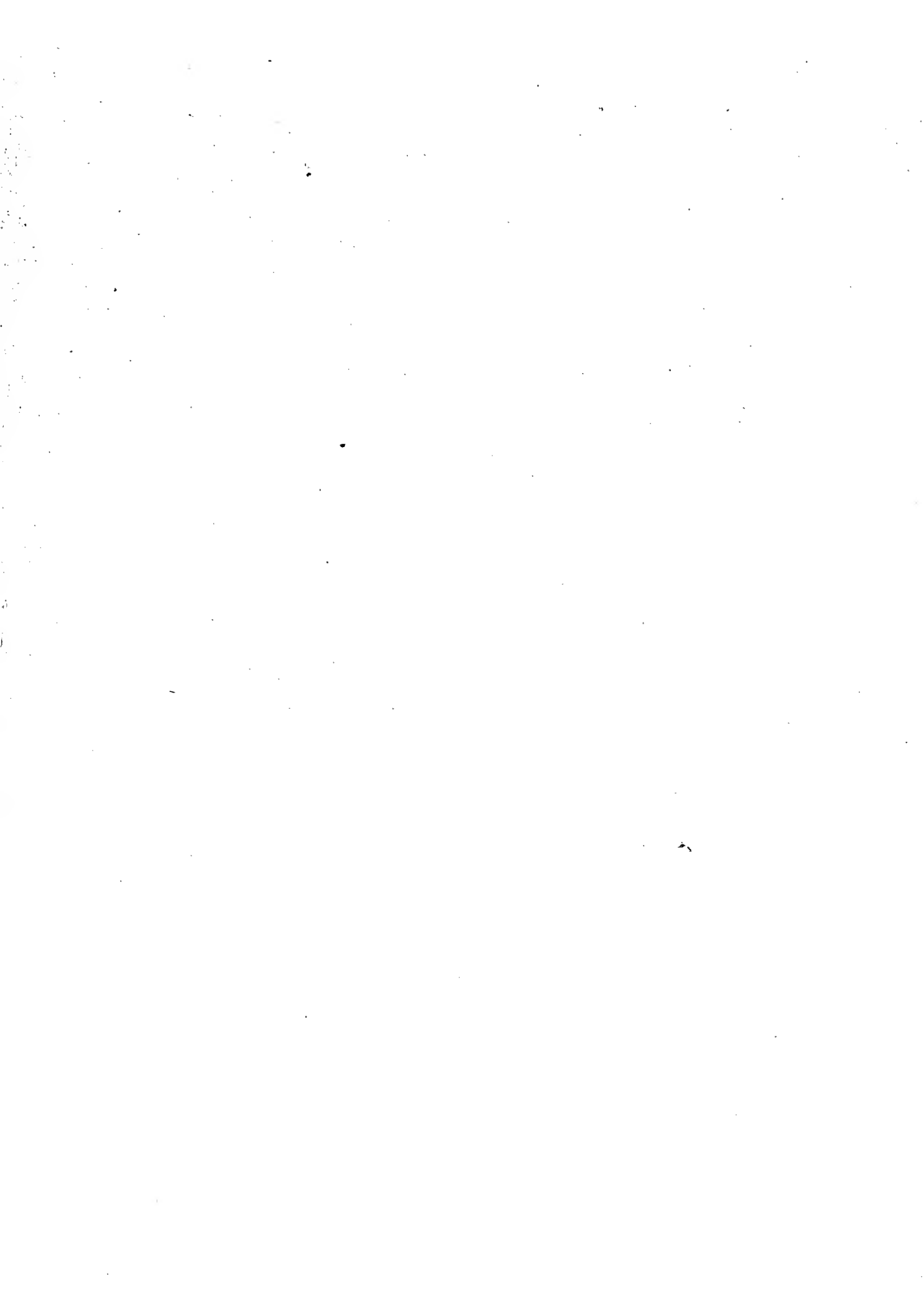


Fig. 8



Lith. u. i. Farben gedr. v. d. k. Hof- u. Staatsdruckerei







WIEN.

AUS DER KAISERLICH-KÖNIGLICHEN HOF- UND STAATSDRUCKEREI.

1854.





3 2044 093 282 432



