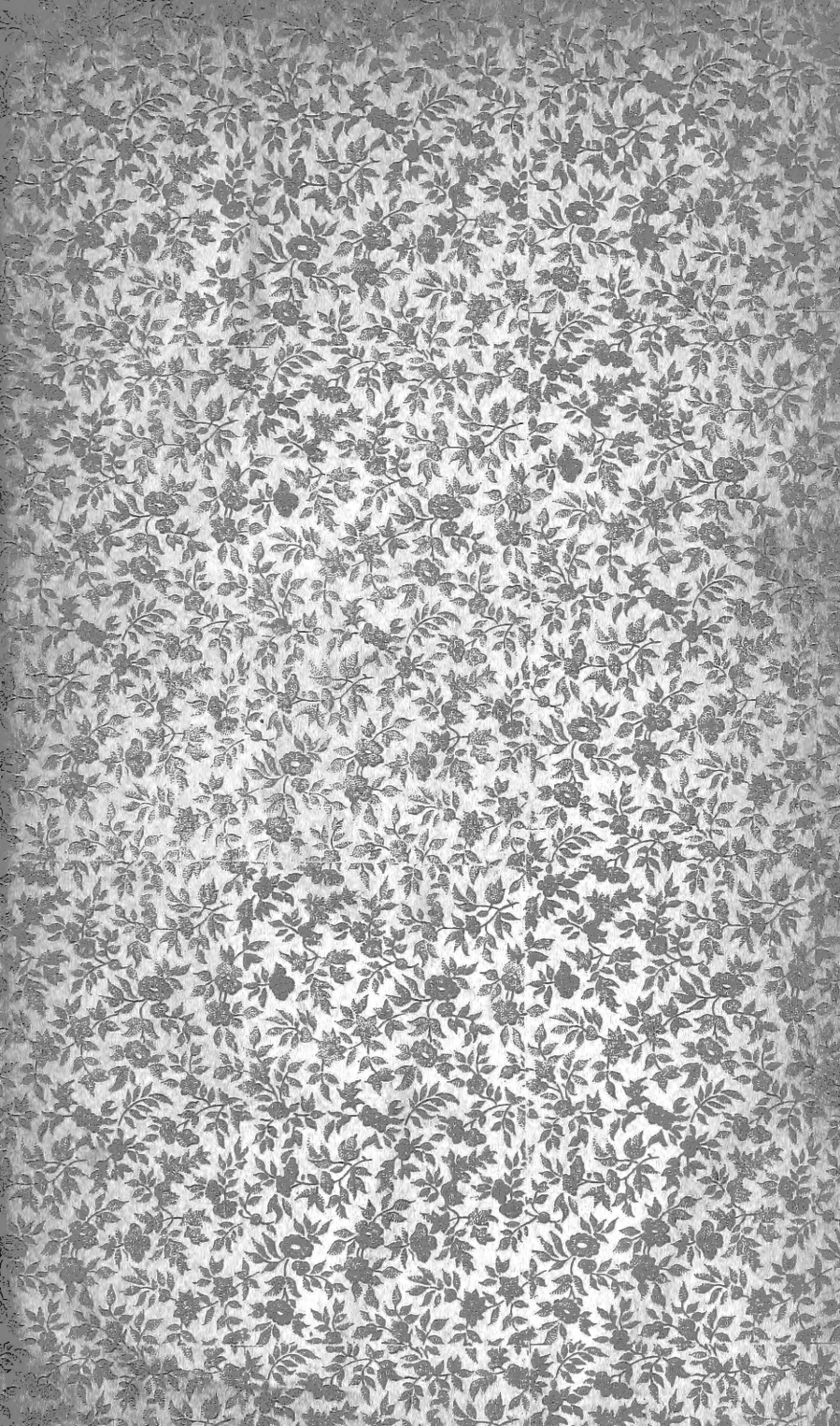




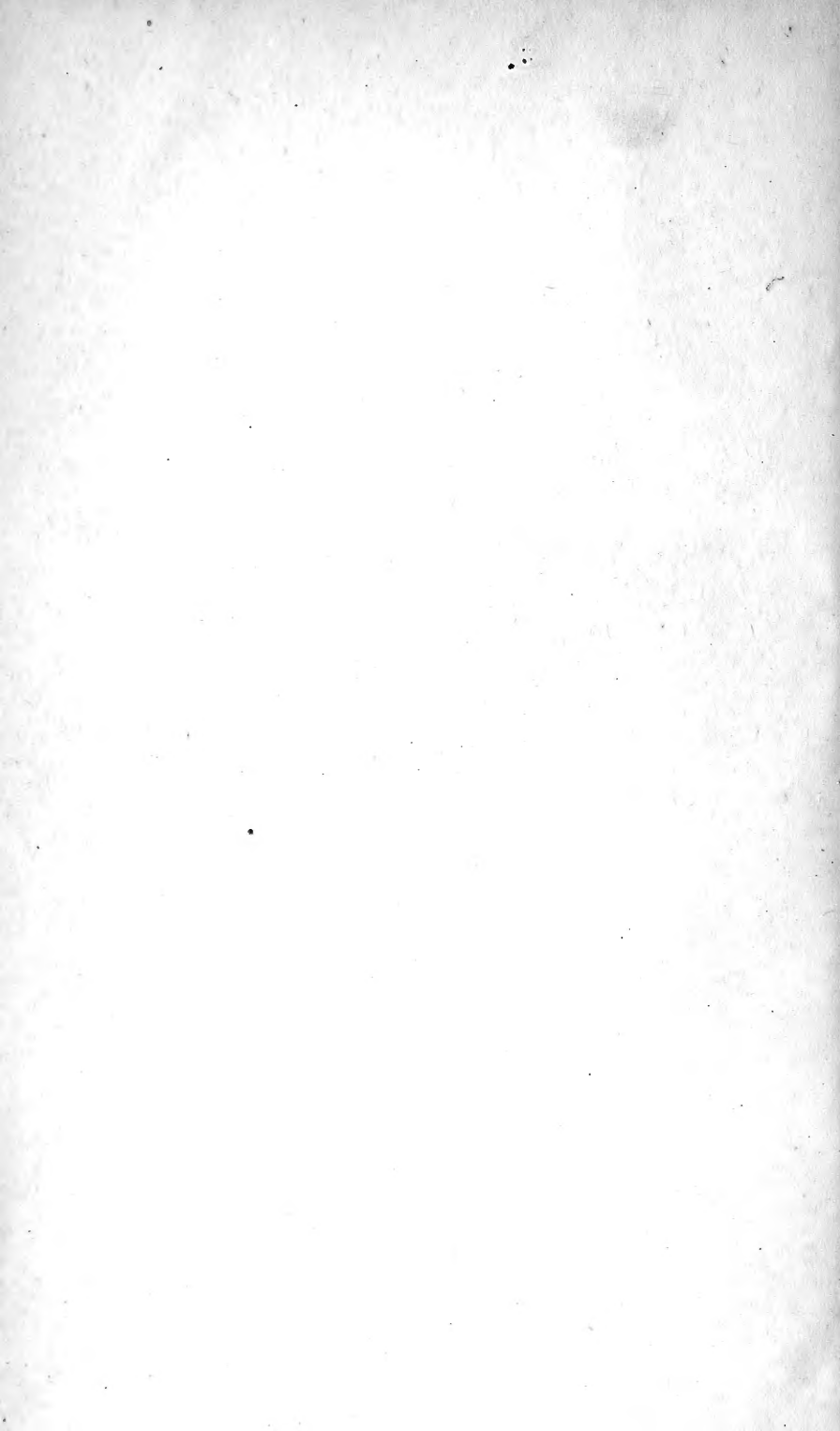


Library



5
0.06. (48.5)
①

5335



N. Y. ACADEMY
3374 OF SCIENCES

ÖFVERSIGT

AF

KONGL. VETENSKAPS-AKADEMIENS FÖRHANDLINGAR.

FYRATTONDEFEMTE ÅRGÅNGEN.

1888.

A 1930

INNEHÅLL.

Utförliga uppsatser äro betecknade med en asterisk.

	Sid.
*AGARDH, Om structuren hos <i>Champia</i> och Lomentaria.....	49.
—, <i>Species Sargassorum Australiæ</i>	505.
ANDRÉE, Iakttagelser vid kondensation af vattenångor i en fuktig, elektrisk atmosfär.....	418.
ARNELL och LINDBERG, <i>Musci Asiæ borealis</i> . I. Lebermoose.....	567.
*ARRHENIUS, Ueber das Leitungsvermögen der verdünnten Luft.....	31.
*—, Theorie der isohydrischen Lösungen.....	233.
—, Reseberättelse.....	417.
—, Ueber den Gefrierpunkt verdünnter wässriger Lösungen.....	418.
AURIVILLIUS, CARL, der Wal Svedenborgs.....	271.
—, Die Maskirung oxyrrhinchen Dekapoden.....	567.
AURIVILLIUS, CHR., Reseberättelse.....	145.
*—, Om våra solitära getingars lefnadssätt.....	605.
BERGENDAL, Reseberättelse.....	145.
—, Ueber abnorme Formen der ersten abdominalen Anhänge bei einigen Krebsweibchen.....	272.
*—, Männliche Copulationsorgane am ersten abdominalen Somite einiger Krebsweibchen.....	339.
*BERGER, De Bernoulliska talens och funktionernas teori.....	433.
BERLIN ref. KLASON, Om Persulfocyanäsyra och dithiocyanäsyra.....	505.
BEIJER och CRONSTEDT, Utlåtande om reglering af Vreta-ån.....	505.
*BJÖRLING, Singuläre Generatricen i algebraischen Regelflächen.....	587.
*BOHLIN, Om bestämningen af konstanterna vid den dagliga nutationen.....	209.
—, Ueber eine Annäherungsmethode in der Störungstheorie.....	272.
*—, En generalisation af LAPLACE's undersökning af librationen i planet-theorien.....	329.
BROCH, DUNÉR och MITTAG-LEFFLER, Utlåtande om den Skandinaviska Allmänna Lifförsäkringsföreningen.....	45.
*BRÖGGER och BÄCKSTRÖM, Ueber den Dahllit, ein neues Mineral.....	493.
*BÄCKLUND, Bidrag till theorien för vägrörelsen i ett gasartadt medium 103, BÄCKSTRÖM, Rhombenporphyr aus dem Brunnenthale in Norwegen.....	46.
—, Krystallform und optische Konstanten des Hydrokarbostyrils.....	46.
*— och BRÖGGER, Ueber den Dahllit, ein neues Mineral.....	493.
*—, Elektrisches und thermisches Leitungsvermögen des Eisenglanzes.....	533.
*—, Beiträge zur Kenntniss der Thermoelectricität der Krystalle.....	553.
CHARLIER, Astrophotometrische Studien.....	2.
*CLESSIN, Ueber zwei neue Lamellibranchiaten aus Schonen.....	335.
*CLEVE, Om inverkan af klor på α - och β -naftol.....	89.
*—, Derivat af β -amidonaftalinsulfonsyra.....	273.
*—, Derivat af γ -amidonaftalinsulfonsyra.....	283.

CRONSTEDT och BELJER, Utlåtande om reglering af Vreta-ån	505.
*DILLNER, Om integration af differentialeqvationerna i <i>N</i> -kropparsproblemet	367.
DUNÉR, BROCH, MITTAG-LEFFLER, Utlåtande om den Skandinaviska Allmänna Lifförsäkringsföreningen	45.
EDLUND ref. ARRHENIUS. Ueber das Leitungsvermögen der beleuchteten Luft	2.
— ref. MEBIUS, Ueber HOPPES Aufsatz: Zur magnetoelektrischen Induction	2.
— ref. SILJESTRÖM, Om elektrisk ström genom mekaniskt tryck	2.
— ref. MEBIUS, Ueber Disjunctionsströme	145-
* —, Om FOEPPEL'S undersökning rörande tomrummets ledningsförmåga för elektricitet	217, 219.
— ref. ARRHENIUS, Theorie der isohydrischen Lösungen	217.
—, Fortsatt granskning af undersökningarne rörande luften elektriciteten ..	347.
— ref. ISBERG, Undersökningar af metalltråders elasticitet och hållfasthet	347.
*EKSTRAND, Några naftostyrilderivat. —	13.
* — och JOHANSON, Bidrag till kännedomen om kolhydraten	119.
* —, Om naftoösyror. III	317.
* —, Om naftoösyror. IV	625.
FALK, Beweise einiger Sätze aus der Theorie der elliptischen Functionen	2.
*FLINK, Mineralogische Notizen	571.
FORSLING, Om två β -amidonaftalinsulfosyror	46.
* —, Om inverkan af rykande svafvelsyra på $\beta_1 = \beta_2$ -amidonaftalinsulfosyra	639.
GYLDÉN ref. CHARLIER, Astrophotometrische Studien	2.
* —, Om sannolikheten af divergens hos hittills brukliga metoder att att analytiskt framställa planetariska störningar	46, 77.
— ref. BOHLIN, Om bestämningen af konstanterna vid den dagliga nutationen	146.
— ref. BOHLIN, »Ueber eine Annäherungsmethode in der Störungstheorie» och »En generalisation af LAPLACE'S undersökning af librationen» ..	272.
—, Fortsatta undersökningar rörande en icke lineär differentialeqvation af 2:dra ordningen	347.
* —, Om sannolikheten att påträffa stora tal vid utvecklingen af irrationala decimalbråk i kedjebråk	349.
—, Bevis för en sats rörande frågan om planetsystemets stabilitet	417.
— förevisar en räknemaskin	417.
HAIJ, Öfversigt af Skandinavien's Orthoptera	146.
*HAMBERG, A., Om kristalliseradt gediget bly från Pajsberg	483.
HAMBERG, H. E., Undersökningar om skogarnes inflytande på Sveriges klimat	585.
*HANSON, Om förekomsten af <i>Limnadia lenticularis</i> på Nordkoster	215.
*HELLSTRÖM, Om några derivat af α_1 - β_1 -diklor-naftalin	475.
* —, Om dinitronaftalinsulfosyra och några dess derivat	613.
HENNING, Reseberättelse	1.
*ISBERG, Bestämning af metalltråders elasticitetsgräns och absoluta hållfasthet medelst galvanometer	399.
*JOHANSON och EKSTRAND, Bidrag till kännedomen om kolhydraten	119.
—, Om gräSENS qväfvefria reservnäringsämnen	271.
JOHNSON, Metafosforsyrans inverkan på di- och tri-oxider	46.
*JONQUIÈRE, Transscendenten, welche durch mehrmalige Integration rationaler Funktionen entstehen	522.
KEY ref. SELANDER, Om svinpestens bakterier	46.
KLASON, Om Persulfoneyansyra och dithiocyansyra	505.
LEVIN, Ueber spanische Süßwasser-algen	2.
*LILLEHÖÖK, Geografiska ortsbestämningar och magnetiska iakttagelser åren 1838, 1839 och 1840 under franska polarexpeditionen	291.
* —, Vattenöjdsförändringar vid Altenfjord	491.
LINDBERG och ARNELL, Musci Asiae borealis. I. Lebermoose	567.
*LINDMAN, Om en serie	69.
* —, Om några definitiva integraler	421.

LINDSTRÖM ref. CLESSIN, Ueber zwei neue Lamellibranchiaten aus Schonen	272.
LOVÉN, On the structure of the aurides in the Echinoconidæ.....	585.
*LUNDGREN, Om Sveriges kritfauna	225.
*LUNDSTRÖM och SJÖGREN, Om Barysit från Harstigsgrufvan.....	7.
LÖNNBERG, Reseberättelse	567.
—, Bidrag till kännedomen om i Sverige förekommande Cestoder.....	568.
*MEBIUS, Ueber HOPPE's Aufsatz: Zur magnetoelektrischen Induction	39.
—, Ueber Disjunctionsströme	145.
—, Galvanometriska mätningar öfver inflytandet af en elektrisk gnista på en annan	418.
MITTAG-LEFFLER, BROCH och DUNÉB, Utlåtande om den Skandinaviska Allmänna Lifförsäkringsföreningen.....	45.
— ref. JONQUIÈRE, Transscendenten, welche durch mehrmalige Integration rationaler Funktionen entstehen.....	506.
—, Om singulära ställen till funktioner, som äro definierade genom icke lineära differentialeqvationer.....	585.
*MÖLLER, Zur Theorie der singulären Lösungen einer partiellen Differentialgleichung mit zwei unabhängigen Variabeln.....	463.
*NATHORST, Remarques de M. Lebesconte concernant les Cruziana.....	3.
— ref. SCHENCK, Fossile Hölzer von Ostasien und Ägypten.....	146.
— ref. THORODDSEN, Vulkaner i det nordöstlige Island.....	146.
*—, Nya anmärkingar om Williamsonia.....	359.
NILSON och PETERSSON, Sur deux nouvelles chlorures d'indium, et sur la densité de vapeur de chlorures d'indium, de gallium, de fer et de chrom.....	418.
NORDENSKIÖLD, Atlas öfver kartor från 15:de och 16:de seklen.....	45.
— ref. HJ. SJÖGREN, »Om aralokaspiska hafvet och nordeuropeiska glaciationen», och »Om jordskorpan sammanpressning under atmosferycket».....	46.
— ref. CAMERLANDER, Om det stora stofffallet i Schlesien, Mähren och Ungern d. 5 och 6 Febr. d. å.....	418, 497.
— förefvisar ett nytt arseniat, Brandit, från Pajsberg.....	418.
— ref. A. HAMBERG, Om kristalliseradt gediget bly från Pajsberg.....	418.
— förefvisar en upplaga från 1560 af MERCATORS stora världskarta.....	506.
— ref. A. SJÖGREN, Om ett nytt mineral från Mossgrufvan i Nordmarken.....	506.
— ref. FLINK, Mineralogische Notizen.....	567.
—, Öfversigt af NANSSENS färd öfver Grönland.....	568.
NYSTRÖM, Om en monströs form af Cottus scorpius.....	568.
*PETERSON, Analyser af gadolinit och homilit.....	179.
PETERSSON och NILSON, Sur deux nouveaux chlorures d'indium, et sur la densité de vapeur des chlorures d'indium, de gallium, de fer et de chrom.....	418.
PIEHL, Reseberättelse.....	417.
QVENERSTEDT, Om den tidigare förekomsten af Felis catus i Skåne.....	418.
*RINGIUS, Reseberättelse	187.
ROSÉN, Om pendeliakttagelsers anställande i Sverige	146.
RUBENSON ref. WIGERT, Orage accompagné de trombes près Upsala.....	146.
— ref. ÄRRHENIUS, Reseberättelse	505.
— ref. ÅNGSTRÖM, Eine Wage zur Bestimmung der Stärke magnetischer Felder.....	506.
SCHENCK, Fossile Hölzer von Ostasien und Ägypten.....	146.
SEGERSTEDT, Om hydroidfaunan vid Sveriges kuster.....	348.
*SELANLIER, Om svinpestens bakterier.....	139.
*SILJESTRÖM, Om elektrisk ström genom mekaniskt tryck.....	27.
*—, Bestämningar af magnetiska inkinationen i Stockholm, Sundsvall och Östersund.....	563.
*SJÖGREN, A., och LUNDSTRÖM, Om Barysit från Harstigsgrufvan.....	7.
*—, Om ett nytt mineral från Mossgrufvan i Nordmarken.....	561.
*SJÖGREN, HJ., Om jordskorpan sammanpressning under atmosferycket.....	131.
*—, Om aralokaspiska hafvet och nordeuropeiska glaciationen.....	155.

SMITT ref. EWARTH, Om dödsstelheten och förruttelseprocessen hos fiskar	1.
—, Redogörelse för ornitologiska komiténs verksamhet	1.
—, Om en för Sverige ny fiskart, och om Sandhönans invandring till Sverige	271.
—, Om de senare årens undersökningar rörande sillen vid Bohuslänska kusten	347.
—, Om sillrasernas betydelse	585.
STARBÄCK, Om några skandinaviska Pyrenomyceter	568.
STRÖMFELT, Reseberättelse	1.
*SÖDERBAUM, Om platooxalatens reaktionsförhållanden	123.
*— och WIDMAN, Framställning af nitrocymol och dess oxidationsprodukter	149.
SÖDERSTRÖM, Ueber den anatomischen Bau von Desmarestia aculeata	506.
THORODDSEN, Vulkaner i det nordöstlige Island	146.
*WAHLSTEDT, Reseberättelse	169.
*WIDMAN och SÖDERBAUM, Framställning af nitrocymol och dess oxidationsprodukter	149.
*—, Om acetopropylbenzol och acetokumul jemte deras derivat	507.
WILLE, Om Fucaceernes Blärer	567.
WIRÉN, Reseberättelse	1.
—, Om en hos eremitkräftor lefvande annelid	418.
WITTRÖCK ref. STRÖMFELT och HENNING, Reseberättelser	2.
— ref. LEVIN, Ueber spanische Süßwasseralgen	2.
— ref. WAHLSTEDT och RINGIUS, Reseberättelser	145.
— ref. SÖDERBAUM, Ueber den anatomischen Bau von Desmarestia aculeata	506.
— ref. Wille, Om Fucaceernes Blärer	567.
*ÅNGSTRÖM, Bestämning af känsligheten vid bolometriska mätningar	379.
*—, Iakttagelser öfver dunkla mediers genomskinlighet för värmestrålning af olika våglängd	385.
*—, Eine Wage zur Bestimmung der Stärke magnetischer Felder	506.

*Sekreterarens årsberättelse	249.
MALMSTRÖM väljes till Præses	218.
KEY nedlägger præsidium	218.
MALMSTRÖM afsäger sig uppdraget att vara Præses	272.
FORSSELL väljes till Præses	272.
LINDHAGEN afsäger sig uppdraget att vara ledamot af Direktionen öfver Stockholms stads undervisningsverk	47.
FORSSELL väljes till ledamot af samma Direktion	47.
HASSELBERG utnämnd till Akademiens Fysiker	569.
LINDBÄCK utnämnd till Akademiens Ombudsman	2.
Med döden afgångne ledamöter: DE BARY, ASA GRAY, 45; DAUG, LANDGREN, COLDING, 217; EDLUND, CLAUDIUS, 417; KJERULE, BAMBERGER, 567.	
Invalde ledamöter: BORNET, WILLIAMSON, 218; ODHNER, BÄCKLUND, GRASHOF, 568, 569; HILDEBRANDSSON, BOLTZMAN, 586.	
LETTERSTEDTSKA författarepriset: SÖDERVALL	47.
LETTERSTEDTSKA översättningspriset	47.
LETTERSTEDTSKA anslaget för undersökningar: ERDMANN	47.
LETTERSTEDTSKA resestipendiet: SÖDERBERG, 217; NYSTEDT, 586.	
FERNERSKA belöningen: KOBBS	146.
LINDBOMSKA belöningen: LINDSTRÖM	146.
FLORMANSKA belöningen	146.
WALLMARKSKA belöningen: HOLMSTRÖM, CHARLIER	568.
REGNELLS zoologiska gäfvomedel: S. LOVÉN, SMITT, LAMPA, GOËS	568.

Resenunderstöd: NATHORST, CARL AURIVILLIUS, BERGENDAL, LÖNNBERG, ASK- LUND, ANDERSSON, JOHANSSON, JUEL, STARBÄCK.....	147.
Uppmuntran för instrumentmakare: P. M. SÖRENSEN och G. SÖRENSEN.....	147.
Skänker till biblioteket: 2, 12, 26, 47, 48, 68, 148, 154, 168, 218, 224, 232, 272, 282, 290, 348, 366, 384, 419, 432, 462, 474, 506, 521, 532, 552, 569, 579, 586, 612, 638, 646.	
Skänker till Akademiens Fysiska kabinet.....	569.

ÖFVERSIGT

AF

KONGL. VETENSKAPS-AKADEMIENS FÖRHANDLINGAR.

Årg. 45.

1888.

N^o 1.

Onsdagen den 11 Januari.

INNEHÅLL:

Öfversigt af sammankomstens förhandlingar	sid. 1.
NATHORST, Sur les nouvelles remarques de M. LEBESCONTE concernant les Cruziana	» 3.
SJÖGREN och LUNDSTRÖM, Om Barysit, ett ej förr uppmärksammat bly- silikat från Harstigsgrufvan	» 7.
EKSTRAND, Några naftostyrilderivat	» 13.
SILJESTRÖM, Om elektrisk ström genom mekaniskt tryck	» 27.
ARRHENIUS, Über das Leitungsvermögen der beleuchteten Luft	» 31.
MEBIUS, Bemerkungen zu dem Aufsätze des Herrn HOPPE: »Zur magnet- electrischen Induction»	» 39.
Skänker till Akademiens bibliotek	sidd. 2, 12, 26.

Berättelser om vetenskapliga resor, som under sistlidne sommar blifvit med understöd af Akademien inom landet utförda, hade blifvit afgifna af Docenten A. WIRÉN, som vid Kristinebergs zoologiska station anställt undersökningar öfver Anneliders, Gephyreers och Echinodermers inre byggnad; af Docenten och Regnellske Amanuensen vid Riksmuseum Grefve H. STRÖMFELT, som i Bohuslän idkat studier öfver hafsalgernas rotorgan; och af Filos. Licentiaten ER. HENNING, som inom Jemtlands fjelltrakter studerat dels de högre svamparne och dels fanerogamernas olika formationer ofvan trädgränsen.

Hr SMITT dels refererade en af Professor EWARTH i Edinburgh nyligen offentliggjord afhandling om dödsstelheten och dess förhållande till förruttnelseprocessen hos fiskar, och dels aflemnade på den ornitologiska komiténs vägnar fortsättning af redogörelsen för dess verksamhet.

Hr WITTRÖCK redogjorde för innehållet af ofvan nämnda, af Docenten Grefve STRÖMFELT och Filos. Licentiaten HENNING afgifna reseberättelser, samt öfverlemnade och refererade en af studeranden vid Stockholms Högskola MARIA LEWIN författad afhandling: »Ueber spanische Süßwasseralgen» (se Bihang till K. Vet.-Akad. Handl.).

Hr GYLDÉN refererade en af Docenten C. V. L. CHARLIER författad och inlemnad afhandling: »Astrophotometrische Studien» (se Bihang etc.).

Hr EDLUND meddelade följande uppsatser: 1:o »Über das Leitungsvermögen der beleuchteten Luft», af Docenten S. ARRHENIUS*; 2:o »Bemerkungen zu dem Aufsätze des Herrn HOPPE: 'Zur magnetelektrischen Induction'», af Docenten C. A. MEBIUS*; 3:o »Om elektrisk ström genom mekaniskt tryck», af Rektor P. A. SILJESTRÖM*.

Sekreteraren öfverlemnade på författarnes vägnar följande uppsatser: 1:o »Sur de nouvelles remarques de M. LEBESCONTE concernant les Cruziana», af Prof. A. G. NATHORST*; 2:o »Om Barysit, ett ej förr uppmärksammat blysilikat från Harstigsgrufvan», af Bergmästaren A. SJÖGREN och Bergsskoleföreståndaren C. H. LUNDSTRÖM*; 3:o »Beweise einiger Sätze aus der Theorie der elliptischen Functionen», af Lektor M. FALK (se Bihang etc.); 4:o »Några naftostyrilderivat», af Docenten Å. G. EKSTRAND*.

Anmäldes, att Akademiens Förvaltningsutskott kallat och antagit Revisionssekreteraren K. G. LINDBÄCK till Akademiens Ombudsman i ledigheten efter Justitierådet A. R. SKARIN, som äfsagt sig denna befattning.

Följande skänker anmäldes:

Till Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

Stockholm. K. Statistiska Centralbyrån.

Bidrag till Sveriges officiella statistik. 29 häften.

— Sveriges geologiska undersökning.

Sveriges geologiska undersökning. Ser. Aa. N:o 92, 94, 97—99, 101—102; Ab. 11—12; Text & kartor; Bb. 5; C. 65:1; 78—90. 1885—87: 8:o, 4:o; Fol.

(Forts. å sid. 12.)

Sur de nouvelles remarques de M. LEBESCONTE concer-
nant les *Cruziana*.

Par A.-G. NATHORST.

[Communiqué le 11 Janvier 1888.]

Dans un travail récent relatif à la constitution générale du massif breton etc. (Bull. Soc. Géol. de France, 3:me série, T. 14, p. 776), M. LEBESCONTE a pris l'occasion de faire quelques nouvelles remarques par rapport aux vues exposées dans mon dernier ouvrage sur des traces d'animaux¹⁾. Ses remarques ne sont pas, il est vrai, de nature à pouvoir infirmer mes vues aux yeux de quiconque a sérieusement étudié mon ouvrage, et l'on pourrait donc regarder une réponse de ma part comme totalement superflue. Mais M. LEBESCONTE m'ayant à la même fois attribué gratuitement des opinions que je n'ai jamais eues et encore moins exprimées, je crois devoir réfuter ici du moins quelques-unes de ses allégations. Je n'ai toutefois pas l'intention d'aller plus loin, car la position nouvelle qu'occupe M. LEBESCONTE suffit pleinement à prouver à elle seule l'inanité de ses raisons. Il y a certainement lieu de constater avec satisfaction qu'il avoue maintenant que les *Cruziana* ne sont pas des plantes, mais je regrette vivement à la même fois qu'il les regarde toujours comme des organismes. Il croit y voir des éponges. Il ne fournit, il est

¹⁾ A. G. NATHORST: Nouvelles observations sur des traces d'animaux et autres phénomènes d'origine purement mécanique décrits comme «algues fossiles». 1886. Stockholm, Norstedt & Söner. Paris, F. Savy. (Tirage à part des Mémoires (*Handlingar*) de l'Acad. des sciences de Suède, T. 21, N:o 14.)

vrai, aucune preuve à l'appui de ses suppositions, et les paléozoologistes peuvent donc se tranquilliser en présence de ce cadeau d'une valeur si douteuse.

Je mentionnerai aussi que M. LEBESCONTE englobe dans une seule et même espèce la totalité des *Cruziana* et des *Rhyssophycus* décrits jusqu'à ce jour. Cela paraîtra sans nul doute passablement étrange, du moment où l'on sait que la première apparition du genre a eu lieu dès avant la faune primordiale (*Cruziana dispar* LINNÉ, dans le grès à *Eophyton*), et qu'il en existe d'autres espèces (selon DAWSON) jusque dans le carbonifère de l'Amérique du Nord. Il est aussi assez étonnant de voir M. LEBESCONTE rapporter à *Cruziana furcifera* D'ORB. les objets qu'il a nommés autrefois *Cruziana Rouaulti* et *C. Lefebvrei*. En agissant de la sorte, il a rendu toute discussion impossible. Si un autre auteur parle des vrais *Cruziana*, la réponse de M. LEBESCONTE portera peut-être sur des objets du genre de ceux mentionnés, ou même sur des formes encore plus vagues. La première condition d'une discussion scientifique, savoir qu'elle porte des deux côtés sur le même objet, n'existe donc plus, du moment où M. LEBESCONTE rapporte à *Cruziana* les objets les plus hétérogènes. Il me semble en réalité que ce procédé n'est pas autre chose qu'une dernière tentative désespérée en vue de sauver du moins les apparences.

Je néglige la circonstance que M. LEBESCONTE semble s'être totalement mépris sur le but de mes expériences. Mais ce qui je ne puis pas laisser passer sans protestation, c'est que M. LEBESCONTE ait mis à ma charge de prétendues modifications dans ma manière de voir. Écoutons par exemple ce qu'il dit page 806: »Aussi voyons-nous M. NATHORST, qui autrefois était dans le vrai en disant que, quand deux traces se rencontraient, il y avait coupure et déchirement au point de contact, le voyons-nous, dis-je, nier aujourd'hui cette vérité de son premier travail, parce que son cylindre l'induit en erreur». Cette allégation est totalement en l'air; ce que j'ai dit, c'est seulement que nous avons maintenant appris qu'il peut se produire aussi d'autres phéno-

mènes que des coupures. Ainsi, M. LEBESCONTE pourra lire, s'il le veut bien, page 55 de mon ouvrage: — — »il est sorti du cours de la discussion, qu'il peut naître une quantité d'autres phénomènes que des déchirures quand deux pistes se croisent». Et à la page 24: »Cela, si le mouvement est lent; quand il est plus rapide, les traces se couperont plus brusquement, sans que cette inflexion se puisse former». Il suffit en outre d'un coup d'oeil sur les planches qui accompagnent mon ouvrage, pour y trouver des coupures et des déchirements presque partout. Comment M. LEBESCONTE peut-il donc prétendre que j'aie changé d'opinion à cet égard?

Tout aussi peu fondée est l'allégation de M. LEBESCONTE (page 804) que j'aurais aussi modifié mes opinions relativement aux conditions nécessaires pour la conservation des pistes. Il cite comme appui un passage de mon ouvrage. Malheureusement pour M. LEBESCONTE, ce passage *ne se rapporte pas à la formation des pistes*; il y est en réalité question de la formation de vrais demi-reliefs comme empreintes d'organismes réels (méduses, etc.), ce qui n'a rien à voir avec la formation de pistes au fond de la mer.¹⁾ Il n'est par conséquent pas vrai que j'aie abandonné mes précédentes opinions.

M. LEBESCONTE n'est pas moins dans l'erreur lorsqu'il prétend que »quand la mer se retire, il ne reste aucune trace sur un sol vaseux, si ce n'est celles que font les vagues». Cela peut, il est vrai, avoir lieu dans certaines localités, mais l'assertion de M. LEBESCONTE n'a aucune portée générale. En effet, les *Eophytions* récents qui se forment au fond de la mer, se présentent souvent sur la plage justement *après le retrait de l'eau*, et cela avec les détails les plus délicats et les plus fins possibles. Ils sont même très communs sur certains points des côtes de la Scanie, où ils ont été étudiés par une multitude de savants,

¹⁾ M. LEBESCONTE commence, il est vrai, sa citation par les mots suivants tirés de mon ouvrage (page 18): »Un crustacé tantôt nageant, tantôt labourant la vase» etc. Mais ces mots n'ont rien à voir avec la continuation de la partie citée, qui est tirée de la page 15 du même ouvrage.

tandis qu'ils ne pourraient jamais être rencontrés, si l'allégation de M. LEBESCONTE était juste. Cet argument sur lequel il appuie toute la défense de ses vues, est donc tout aussi entaché d'erreur que les autres.

Les autres remarques de M. LEBESCONTE n'étant pas mieux fondées, je crois superflu de les réfuter, d'autant qu'elles le sont déjà dans mon ouvrage cité plus haut. Je me contenterai simplement d'ajouter que je n'ai plus l'intention d'entrer à l'avenir en discussion avec M. LEBESCONTE. Mon temps est en réalité trop précieux pour que je puisse trouver loisir de répéter sans cesse et à l'infini des arguments ou de preuves déjà fournies, par cette seule raison que le savant pharmacien de Rennes n'a pas suffisamment étudié le contenu des ouvrages qu'il combat.

Om Barysil, ett ej förr uppmärksammat blysilikat från Harstigsgrufvan.

Af ANT. SJÖGREN och C. H. LUNDSTRÖM.

[Meddeladt den 11 Januari 1888.]

Till de förut kända och undersökta blysilikaten från de Vermländska mangangrufvorna få vi nu lägga ofvanstående, af Herrar H. V. TIBERG och V. VERMIN till oss för undersökning inlemnade mineral.

Ehuru förekomsten på platsen ännu icke blifvit noggrannare undersökt, synes antagligt, af de inlemnade stufverna och gjorda slipprof, att det nya mineralet måtte vara en nybildningsprodukt. Det förekommer tillsammans med gul granat, kalkspat, tefroit, hedyphan och blyspat, enligt uppgift, såsom sprickfyllnader i jernmalm uti Harstige-grufvan å Pajsbergsfältet.

Det mest utmärkande för det nya mineralet barysil är dess höga egentliga vikt, som har befunnits uppgå till 6,55. Detta är mera än något förut känt silikat har. Såsom varande ett ovanligt tungt silikat, har namnet *barysil* för den nya föreningen blifvit valdt. Färgen är i friskt tillstånd silfverhvit med stark perlemorglans på den mest framträdande och synliga genomgångsytan, basiska planet. Med sin något krumbladiga textur liknar den i friskt tillstånd hvit muscovit. Mineralet anlöper emellertid efter hand och får då en något mera grå anstrykning. Dess streck och pulver äro hvita, kristallsystemet är hexagonalt, genomgångar, utom den förutnämde och mest framträdande efter

P, äfven prismatiska. Hårdhet ungefär kalkspatens; i friskt tillstånd är den i tunna lameller fullt genomskinlig och har stark ljusbrytning. Då den är anlupen, förlorar den till en viss grad sin genomskinlighet. För blåsrör visar den blyets och mangans reaktioner och är så lättsmält, att den i mindre bitar smälter i sjelfva ljuslågan. Löses i salpetersyra med lätthet till kiselgelé och i klorvätesyra med kvarlemnande af klorbly.

Sammansättning enligt formeln $3\text{PbO} \cdot 2\text{SiO}_2$, der bly till någon del (4 å 8 procent) är ersatt af MnO , FeO , CaO och MgO . I kolf ger den något vatten, blifver vid upphettning grå genom mangans upoxidering och tål sedan god rödglödning utan att smälta, samt förlorar dervid mer eller mindre (0,66 å 1,20 %) i vikt, allt efter som mineralet är mer eller mindre anlupet.

Fyra å barysilen verkstälde analyser ¹⁾ hafva gifvit:

Analys N:o I å ett något anlupet prof, hvars specifika vikt visade sig vara 6,11, gaf följande resultat:

I.

SiO_2	17,85	Syre	9,518	4,021
PbO	73,89	5,265	} 7,101	} 3,00
MnO	4,14	0,933		
FeO	0,44	0,098		
CaO	1,29	0,369		
MgO	1,09	0,436		
Klor	ovägbart spår			

Direkt glödgnings-
förlust 0,89

Genom mangans
upoxidering 0,31

99,40, som kan anses motsvara:

$(\frac{1}{4}\text{RO} + \frac{3}{4}\text{PbO})^3 \cdot 2\text{SiO}_2$.

¹⁾ N:is 1 och 4 af A. SJÖGREN, N:is 2 och 3, af C. H. LUNDSTRÖM.

Analysen på friskt mineral, så godt det kunnat utletas, och som hade en sp. vikt af 6,55, hafva lemnat följande resultat:

II.

SiO ²	17,03	Syre	9,08	4,053
PbO	77,73	5,58		
MnO	3,41	0,76		
FeO	0,16	0,04		
CaO	0,48	0,14		
MgO	0,50	<u>0,20</u>	6,72	3,00
Klor	spår			
Glödgningsförlust	<u>0,66</u>			
	99,97			

III.

SiO ²	16,93	Syre	9,02	3,984
PbO	77,95	5,59		
MnO	3,58	0,81		
FeO	0,15	0,03		
CaO	0,33	0,09		
MgO	0,67	<u>0,27</u>	6,79	3,00
Klor	spår			
Glödgningsförlust	<u>0,66</u>			
	100,27			

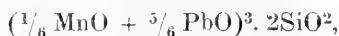
Medeltalet af analyserna II och III blifver

SiO ²	16,98	Syre	9,06	4,02
PbO	77,84	5,58		
MnO	3,49	0,79		
FeO	0,16	0,04		
CaO	0,41	0,12		
MgO	0,58	<u>0,23</u>	6,76	3,00
Glödgningsförlust	<u>0,66</u>			
	100,12			

Om detta beräknas på 100 del. med uteslutande af glödgningsförlusten så fås:

SiO ²	17,07
PbO	78,26
MnO	3,51
FeO	0,16
CaO	0,41
MgO	0,59
	<hr/> 100,00,

hvilket i det närmaste motsvarar formeln:



som beräknad gifver:

SiO ²	16,83
PbO	78,19
MnO	<hr/> 4,98
	100,00

Analys IV har lemnat:

SiO ²	16,83	Syre	8,976	4,011
PbO	77,64		5,571	
MnO	3,67		0,828	
FeO	0,12		0,026	
CaO	0,23		0,064	
MgO	0,57		<hr/> 0,226	6,715
Klor	Spår			3,0

Glödningsförlust	<hr/> 0,54
	99,60

Af ofvanstående analyser synes, att mineralets generela formel kan anses vara $3\text{PbO} \cdot 2\text{SiO}_2$, men att MnO, MgO, CaO och FeO till mer eller mindre del företräda PbO.

För jemförelses skull anföras här de vid manganförekomsterna förut funna och undersökta blysilikat:

Melanotekit	= $\text{Fe}^2\text{O}_3 \cdot \text{SiO}_2 + 2\text{PbO} \cdot \text{SiO}_2$	med 55% PbO o. eg. v. = 5,73.
Ganomalit	= $2\text{RO} \cdot \text{SiO}_2 + 3\text{PbO} \cdot 2\text{SiO}_2$	» 69% » » » » = 5,74.
Barysil	= $3\text{PbO} \cdot 2\text{SiO}_2$	» 78% » » » » = 6,55.

Det förstnämnda af dessa är funnet vid Långbans och Pajsbjergs grufvor, ganomaliten vid Jacobsbergs och Långbans grufvor, barysilen å Pajsbjergsfältet vid Harstigen. Barysilen liknar mest

ganomaliten, men skiljes lätt från densamma genom den silfverglänsande färgen och den bladiga texturen. Under mikroskopet har barysil mycket likhet med ganomalit i det hänseende, att de begge vittra lätt och förete då efter genomgångarne ögenomskinliga grumliga partier; ganomaliten kristalliserar tetragonalt och är optiskt positiv, barysilen hexagonalt och är optiskt negativ. Melanotekitens mörka, grönbruna färg skiljer den mycket lätt från de båda andra blysilikaten.

Kort beskrifning på barysil:

Hexagonal, genomgångar mycket tydliga efter σP , mindre tydliga efter P . Optiskt negativ. Perlemorglans på tydligaste genomgångsytan; färg och streck hvita. Anlöper lätt då den blifver utsatt för luft och vatten. Har krumbladiga ytor. Smälter i blotta ljuslågan till ett genomskinligt något brunaktigt glas. Ger för blåsrör reaktion på bly, mangan och kiselsyra. Dekrepererar svagt, ger i glaströr något vatten, mörknar vid upphettning. Sammansättning $3PbO \cdot 2SiO_2$, der bly till större eller mindre del (4 à 8 procent) ersättes till hufvudsaklig del af mangan och till mindre del af FeO , CaO och MgO . Hårdhet = 3. Eg. v. = 6,11 — 6,55. Löses under gelatinering med lätthet af salpetersyra och af klorvätesyra med kvarlemnande af klorbly. Funnen såsom sprickfyllnad i jernmalm vid Harstige-grufvan ä Pajsbergsfältet i Vermland tillsammans med kalkspat, gul granat, tefroit och blyspat.

Skänker till Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

(Forts. från sid. 2.)

Stockholm. *K. Medicinalstyrelsen.*

- EICHORN, C., Förteckning öfver K. medicinalstyrelsens porträttsamling. 1887. 8:o.
- *K. Generalstaben.*
- Karta öfver Sverige. $\frac{1}{100000}$. Bl. 43, 63. 1887. Tv.fol.
- *K. Sjökarteverket.*
- Sjökort. Bl. C. 1; H. 1—2. 1887. Fol.
- *K. Vitterhets-, Historie- och Antiquitets-Akademien.*
- Tidskrift, Antiquarisk, för Sverige. D. 10: H. 3—4. 1887. 8:o.
- Månadsblad. Årg. 14(1885)—15(1886). 8:o.
- *Stadsfullmäktige.*
- Berättelse angående Stockholms kommunalförvaltning. Årg. 18(1885). 8:o.
- *Svenska sällskapet för antropologi och geografi.*
- Ymer. Årg. 6(1886): H. 1—s. 8:o.
- *Svenska Jägarförbundet.*
- Ny tidskrift. Årg. 25(1887): H. 1—4. 8:o.

Upsala. *K. Universitetet.*

- Årsskrift. Årg. 1886. 8:o.
- Akademiskt tryck 1886/87. 23 häften. 4:o & 8:o.
- *Botaniska sektionen af naturvetenskapliga studentsällskapet.*
- Sitzungsberichte. Jahrg. 1(1886). Cassel. 8:o.

Kristiania. *K. Universitetsbibliotheket.*

- Norsk Bogfortegnelse for 1886. 8:o.

London. *Chemical society.*

- Journal. Vol. 51—52(1887). 8:o.
- Proceedings. Vol. 3(1887): N:o 31—45. 8:o.
- *R. Geographical society.*
- Proceedings and monthly record of geography. Vol. 8(1887): N:o 1—12. 8:o.
- *R. Microscopical society.*
- Journal. 1887: N:o 56—61. 8:o.

Paris. *Académie des sciences.*

- Comptes rendus des séances. Année 1887: Vol. 104: N:o 1—26; 105: 1—26. 4:o.

Rom. *Direzione generale della statistica.*

- Publikationer. 14 bd. 1886—87. 4:o & 8:o.
- *Biblioteca nazionale centrale Vittorio Emanuele.*
- Bollettino delle opere moderne straniere acquistate delle biblioteche pubbliche governative del regno d'Italia. Vol. 1(1886): N:o 1—6.

Öfverbibliotekarien, m. m. hr Dr G. E. Klemming.

- MAGNUS, OLAUS, Carta marina et descriptio septemtrionalium terrarum ac mirabilium rerum in eis contentarum diligentissime elaborata. Veneciis 1539. [Fotolitografiskt facsimile. München 1887.] 9 bl. Tv.fol.

(Forts. å sid. 26.)

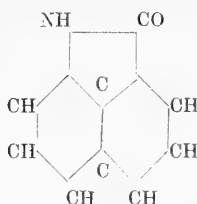
Meddelanden från Upsala kemiska laboratorium.

136. Några naftostyrylderivat.

Af Å. G. EKSTRAND.

[Meddeladt den 11 Januari 1888 genom P. T. CLEVE.]

Vid ett föregående tillfälle ¹⁾ har jag redogjort för några försök med den s. k. perinitro- α -naftoësyran och den derur erhållna naftostyrylen, hvars formel måste skrivas



Denna förening, som utgör den inre anhydriden till periamido- α -naftoësyra, bildas lätt genom denna syras upphettning eller behandling med alkohol, men dess återförvandling till amidosyra under inverkan af alkalier eller alkalikarbonater går deremot ganska trögt, och en ännu mera utpreglad indifferens mot alkalier visa flere bland dess derivat, hvilka därför förhålla sig nästan som substituerade kolväten.

Benzoylnaftostyryl.

Naftostyryl upphettades med ett öfverskott af benzoylklorid lindrigt öfver fri eld, så att blandningen kom i svag kokning; då

¹⁾ Öfversigt af Kongl. Vetensk.-akad. Förh. 1886. N:o 5.

allt var löst och vätskan kokat en kort stund, ansågs reaktionen slutad, och, sedan lösningen kallnat, stelnade alltsammans till en kristallkaka, hvilken först utkokades med något alkohol, och sedan löstes i kokande isättika; ur denna lösning erhöles en riklig kristallisation af fina färglösa nålar, som efter omkristallisering ur alkohol smälte vid 170°.

0,1955 gr. gafvo vid 15° C och 741,9 mm. 9,3 kc. = 0,01093 gr. N.

	Funnet.	Ber. f. $C_{10}H_6CONCOC_6H_5$.
N	5,59	5,12.

Föreningen var temligen lättlost i varm isättika och alkohol men svårlöst deri vid vanlig temperatur.

Benzoylnaftostyriken löstes vid upphettning med svag natronlut på vattenbad och öfvergick dervid till benzoylamidonaftoësya. Vid tillsats af ättiksyra erhöles dock ingen fällning af den fria amidosyran, emedan denna sannolikt var för lättlös, men med klorvätesyra erhöles deremot en af fina färglösa nålar bestående fällning, som utgjorde *amidosyrans klorhydrat*. Vid 100° tycktes detta klorhydrat förlora något HCl, att döma af analysen.

0,1952 gr., torkade vid 100°, gafvo nemligen 0,0672 AgCl = 0,0166 Cl = 8,50 % Cl ber. f. $C_{10}H_6CO_2HNHCOC_6H_5 \cdot HCl$: 11,32 % Cl.

Det erhållna klorhydratet smälte under pösning vid 178°. Då det löstes i helt litet ammoniak och denna lösning försattes med ättiksyra, erhöles en kristallinisk fällning af den fria *benzoylamidonaftoësyan*; sedan fällningen fått stå en stund utgjordes den af små nålar.

α -Naftoylnaftostyriken.

Då naftostyriken upphettades med α -naftoylchlorid först på vattenbad och sedan öfver fri eld, erhöles en grönfärgad produkt, hvilken utkokades med alkohol och djurkol. Ur den sålunda erhållna numera temligen färglösa lösningen afsatte sig två slags kristaller, dels runda korn, dels korta nålar, hvilka visade olika

smältpunkt, i det att kornen smälte vid 110° , nålarne vid 152° ; kornen voro derjemte svårlöstare och utkristalliserade först. Efter upprepade omkristalliseringar dels ur isättika dels ur alkohol var produkten fortfarande en blandning af korn och nålar, men smältpunkten låg nu vid 150° . Försöket att på mekanisk väg skilja kornen och nålarne medförde ej åsyftadt resultat, utan gaf en temligen kornfri samling af nålar vid omkristallisering åter en blandning af båda slagen. Hvari detta egendomliga förhållande har sin grund, är svårt att säga; måhända var temperaturen vid α -naftoylkloridens inverkan på naftostyryl för hög, så att biprodukter dervid uppstått, hvilka voro svåra att affägsna. Åtminstone erhöill jag vid β -naftoylklorids inverkan på naftostyryl inga biprodukter, hvilket torde hafva berott derpå, att temperaturen dervid var lägre samt att upphettningen ej fortsattes så länge:

0,2356 gr. af den vid 150° smältande produkten gafvo vid 16° C och 736,8 mm. 9,2 kc. = 0,01059 gr. N.

	Funnet.	Ber. f. $C_{10}H_6CONCOC_{10}H_7$.
N	4,49	4,34.

β -Naftoylnaftostyryl.

Erhölls på samma sätt som föregående vid naftostyryls upphettning med β -naftoylklorid, ehuru, för att om möjligt erhålla en renare produkt, upphettningen ej fortgick så länge eller vid så hög temperatur. Den erhållna produkten utkokades med alkohol, och återstoden löstes sedan i kokande isättika, hvarur fina färglösa nålar af smtp. 197° — 198° afsatte sig. Föreningen var högst obetydligt löslig äfven i varm alkohol.

0,2542 gr. gåfvo vid $16,6^{\circ}$ C och 761,4 mm. 9,6 kc. = 0,01138 gr. N.

	Funnet.	Ber. f. $C_{10}H_6CONCOC_{10}H_7$.
N	4,47	4,34.

Föreningen var särdeles beständig äfven vid kokning med utspädd kalilut, men löstes dock så småningom deri, och ur denna lösning utfälldes med ättiksyra en förening, som, omkristalliserad ur eter, bildade små nålar, hvilka voro fullständigt smälta vid 172° , men redan förut börjat sammansintra. Denna förening var β -naftoylamido- α -naftoösyra.

Mononitronaftostyryl.

Naftostyryl löstes i isättika, och till den svalnade lösningen sattes salpetersyra af eg. v. 1,42. För att underlätta reaktionen, uppvärmdes lösningen lindrigt på vattenbad, hvarvid hela innehållet snart stelnade till en massa af fina nålar, hvilka utgjordes af minst två olika föreningar; ty vid kokning med alkohol löstes en del och kristalliserade i små ljusgula nålar, hvilkas smältpunkt låg omkring 235° ; större delen af den erhållna produkten var dock nästan olöslig i alkohol men löstes i kokande isättika, hvarur den kristalliserade i större orangegula nålar, hvilka efter omkristallisering smälte omkring 300° . Denna sistnämnda förening kunde på grund af sin svårlöslighet lättast erbållas i rent tillstånd.

1) 0,1545 gr. af den vid 300° smältande föreningen gåfvo vid $16,3^\circ$ C och 763 mm. 16,9 kc. = 0,02011 gr. N.

2) 0,1811 gr. af samma förening gåfvo 0,4080 CO_2 = 0,1118 C och 0,0576 H_2O = 0,0064 H.

	Funnet.	Ber. f. $\text{C}_{10}\text{H}_5\text{NO}_2\text{NHCO}$.
C	— 61,47	61,68
H	— 3,53	2,80
N	13,03 —	13,08.

Att äfven den omkring 235° smältande föreningen var en mononitronaftostyryl framgår af en analys derå.

0,1750 gr. gåfvo vid $16,4^\circ$ C och 757,2 mm. 19,4 kc. = 0,2292 gr. N.

	Funnet.	Ber. f. $C_{10}H_5NO_2NHCO$.
N	13,09	13,08.

Denna lättsmältare förening bildades blott i ringa mängd, och det visade sig mycket svårt att befria den från den mera svårsmälta, enär smältpunkten vid upprepade omkristalliseringar ur alkohol ej visade tillräcklig beständighet.

Amidonaftostyryl.

Den vid 300° smältande nitronaftostyrylen upphettades med tenn och klorvätesyra, och dervid utföll redan under reaktionen amidonaftostyrylens klorhydrat i fina gula nålar. Detta klorhydrat var temligen lättlösligt i varmt vatten, och vid tillsats af ammoniak till lösningen fylde den snart med en voluminös massa af röda nålar, hvilka voro lättlösliga i alkohol och kristalliserade derur i breda röda nålar af smältpunkten $239-240^\circ$. Äfven i varmt vatten är amidoföreningen löslig och erhålles derur vid afsvalning i fina nålar.

0,1810 gr. gäfvos vid $16,4^\circ C$ och 760,5 mm. 23,8 kc. = 0,02764 gr. N.

	Funnet.	Ber. f. $C_{10}H_5NH_2NHCO$.
N	15,27	15,21.

Klorhydratet. Amidonaftostyryl löses lätt i utspädd klorvätesyra, och denna lösning afsätter vid tillsats af koncentrerad syra en riklig fällning af gula nålar, hvilkas smältpunkt ligger öfver 290° .

0,1850 gr. gäfvos 0,1245 AgCl = 0,0307 Cl.

	Funnet.	Ber. f. $C_{10}H_5NH_2NHCO \cdot HCl$.
Cl	16,64	16,10.

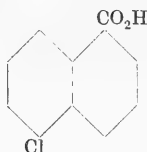
Amidonaftostyryl behandlades enligt SANDMEYERS¹⁾ metod med en klorvätesur lösning af kopparklor och kaliumnitrit, och dervid utföll en förening, som behandlades med varm alkohol, hvari större delen var lättlöslig. Ur denna lösning afsatte sig

¹⁾ Berichte d. d. chemie Ges. XVII. 1633, 2650.

vid afdunstning långa fina nålar, som dock, då deras utseende ej var fullt homogent, sedermera sublimerades, hvarvid de lätt erhöles i långa, gula nålar, som smälte omkring 262°, och därför måste hafva varit identiska med klornaftostyryl af sammansättningen



hvars smältpunkt dock förut befunnits vara 270°, och som erhöles genom nitring af klornaftoësya



och klornitrosyrans reduktion¹⁾. Till utseende och sublimerbarhet äro de båda föreningarne alldeles lika. Å den sublimerade produkten utfördes till yttermera visso en klorbestämning, som visade, att densamma var ett monoklorderivat. I följd häraf måste den vid nitring af naftostyryl såsom hufvudprodukt erhöles nitronaftostyrylen hafva konstitutionen



och alltså vara ett derivat af dinitro- α -naftoësya af smtp. 218°²⁾.

Ditronaftostyryl.

Förestående nitronaftostyryl af smältpunkten 300° kokades med salpetersyra af eg. v. 1,42, hvarvid en klar lösning erhöles;

¹⁾ Öfversigt af Vetensk.-akad. förh. 1885. N:o 9.

²⁾ " " " " 1887. N:o 2.

ur denna afsatte sig vid afsvulning en massa små kristallnålar af gul färg, hvilkas smältpunkt låg öfver 300° och därför ej kunde bestämmas.

0,1856 gr. gåfvo vid 16° C och 761,4 mm. 25 kc. = 0,02973 gr. N.

	Funnet.	Ber. f. $C_{10}H_4(NO_2)_2NHCO$.
N	16,02	16,21.

Vid ett annat tillfälle öfvergöts naftostyryl med rykande salpetersyra, hvarvid en mycket häftig reaktion inträdde; då denna afstannat, upphettades något på vattenbad, och vatten tillsattes, då en gul fällning erhöles, som digererades med ammoniak, och hvad, som blef olöst, kokades med isättika. Derur kristalliserade föreningen i små rhombiska taflor, hvilkas smältpunkt låg öfver 290°. I varm isättika var den mycket svårlöst och ännu mera i alkohol. Den ur isättika erhållna kristallmassan kokades med alkohol, och återstoden användes till analys.

0,1666 gr. gåfvo vid 15,6° C och 757,5 mm. 22,4 kc. = 0,02653 gr. N.

	Funnet.	Ber. f. $C_{10}H_4(NO_2)_2NHCO$.
N	15,93	16,21.

Till ättiksyreanhydrid visade sig Dinitronaftostyryl temligen indifferent, ty hvarken vid kokning under kylrör eller vid upphettning i tillsmält rör till 130—140° hade någon acetylförening bildat sig, åtminstone var utseendet oförändradt och smältpunkten låg öfver 290°.

Slutligen må omnämnas ännu ett sätt att erhålla Dinitronaftostyryl. Då nemligen Dibromnaftostyryl uppvärmdes med rykande salpetersyra, löstes den småningom fullständigt, och ur denna lösning hade efter några dagar väl utbildade gula prismar afsatt sig, hvilka smälte öfver 290°. Vid analys visade sig denna förening fri från brom.

0,1714 gr. gåfvo vid 16,6° C och 758,1 mm. 23,8 kc. = 0,02813 gr. N.

	Funnet.	Ber. f. $C_{10}H_4(NO_2)_2NHCO$.
N	16,41	16,21.

Naftostyrikinon.

Till en varm lösning af naftostyryl i isättika sattes kromsyra, hvarvid en häftig reaktion inträdde. Då den gröna lösningen utspäddes med mycket vatten, erhöles en röd fällning, bestående af fina nålar. I alkohol voro dessa mycket svårlösta och omkristalliserades därför ur isättika, hvarvid föreningen erhöles i långa vackra nålar, som smälte vid 278° , ehuru ej fullt skarpt.

1) 0,1390 gr. gäfvö $0,3346 \text{ CO}_2 = 0,0914 \text{ C}$ och $0,0406 \text{ H}_2\text{O} = 0,0045 \text{ H}$.

2) 0,1816 gr. gäfvö vid $12,8^{\circ} \text{ C}$ och $763,3 \text{ mm. } 10,4 \text{ kc.} = 0,01254 \text{ gr. N}$.

3) 0,1939 gr., omkristalliserade ur isättika, gäfvö $0,4707 \text{ CO}_2 = 0,1284 \text{ C}$. och $0,0608 \text{ H}_2\text{O} = 0,0067 \text{ H}$.

	Funnit.			Ber. f. $\text{C}_{10}\text{H}_4\text{O}_2\text{NH} \cdot \text{CO}$.
	1.	2.	3.	
C	65,75	—	66,22	66,33
H	3,23	—	3,45	2,51
N	—	6,90	—	7,03.

Föreningen var temligen löslöst i kokande isättika men utkristalliserade till största delen vid afsvälning; i alkalier löstes den lätt, och lösningen var till färgen brunröd. Genom utseende och egenskaper erinrade föreningen i mycket om β -naftokinon, och för att se, om den verkligen var ett derivat af denna, behandlades den med ortotoluylendiamin, hvarmed den i sådant fall borde liksom ortodiketonen i allmänhet gifva en *kinoxalin*, och försöket bekräftade denna förmodan.

Naftostyryl-tolukinoxalin.

Naftostyrikinon löstes i varm isättika, och till den kallnade klara lösningen sattes en isättikelösning af toluylendiamin. Snart ehuru icke genast afskildes ur denna lösning ett gult kristallpulver, hvars smältpunkt låg öfver 290° . Emedan föreningen ej

kunde erhållas i väl utbildade kristaller, renades den genom lösning i isättika och utfällning derur med alkohol.

1) 0,1038 gr. gåfvo vid 17,6° C och 751,7 mm. 12,8 kc. = 0,00149 gr. N.

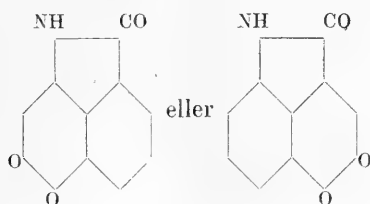
2) 0,0739 gr. gåfvo 0,2024 CO₂ = 0,0552 C.

3) 0,1322 gr. gåfvo vid 16,4° C och 761,7 mm. 16,2 kc. = 0,01925 gr. N.

4) 0,1640 gr. gåfvo 0,4498 CO₂ = 0,1227 C och 0,0640 H₂O = 0,0071 H.

	Funnet.				Ber. f. NHCOC ₁₀ H ₄ N ₂ C ₆ H ₃ CH ₃
	1.	2.	3.	4.	
C	—	74,69	—	74,81	75,79
H	—	—	—	4,32	3,86
N	14,40	—	14,56	—	14,73.

Af analyserna synes, att föreningen ej var fullt ren, ehuru det ej kan råda något tvifvel om dess sammansättning. Den innehöll sannolikt något oförändrad naftostyrilkinon. Bildningen af denna kinoxalin bevisar nu, att kinonen är en ortodiketon och alltså måste vara ett derivat af β -naftokinon, hvilket ock *a priori* var att förutse, enär i naftostyril redan 2 närliggande α -ställningar äro upptagna. Men huruvida kinonen har sammansättningen



är ännu oafgjordt.

I likhet med β -naftokinon tyckes naftostyrilkinon också gifva en förening med *anilin*, då den upphettas med anilin och alkohol, och den erhållna produkten har en intensivt rödviolett färg; det har emellertid af brist på material ej lyckats mig att erhålla föreningen i en för analys lämplig form.

Nitronaftostyrilkinon.

Kinonen upphettades med salpetersyra af eg. v. 1,3, ända tills fullständig lösning inträdt. Ur lösningen afsatte sig sedermera efter någon tid temligen stora kristaller, och vid tillsats af vatten utföll ännu mera; föreningen omkristalliserades ur isättika och bildade då tafkor eller breda nålar af orangeröd färg, hvilka under stark pösning smälte omkring 285°. Föreningen var knappt löslig i kokande alkohol samt mycket svårlöslig i kokande isättika.

0,1796 gr. gåfvo vid 16° C och 754 mm. 17,5 kc. = 0,02061 gr. N.

	Funnet.	Ber. f. $C_{10}H_3NO_2 \cdot O_2NHCO$.
N	11,47	11,47.

I samband med förestående försök hafva äfven blifvit framställda några derivat af naftolakton och oxi- α -naftoësya, hvilka som bekant lätt erhållas genom diazotering af här ifrågavarande amido- α -naftoësya.

Calciumoxinaftoat $(C_{10}H_6OH \cdot CO_2)_2Ca + 3\frac{1}{2} H_2O$. Oxi-naftoësyan kokades med vatten och calciumkarbonat, då kalksaltet lätt erhöles. Vid lösningens afdunstning afskildes en förening, som ej vidare löstes i varmt vatten, och i moderluten kvarstannade en lättlöst förening, som kristalliserade i till skifvor förenade nålar, hvilkas sammansättning motsvarade ofvanstående formel.

0,2424 gr., torkade mellan läskapper, förlorade vid 160° 0,0324 $H_2O = 13,36$ %; ber. 13,20 % H_2O ; återstoden 0,2100 gaf 0,0678 $CaSO_4 = 0,0199$ Ca = 9,47 %; ber. 9,66 % Ca.

Nitronaftolakton.

Naftolakton öfvergoets med salpetersyra af 1,42 eg. v., och derefter tillsattes något rykande syra, hvarvid uppvärmning och lösning så småningom inträdde; för att fullborda reaktionen,

upphettades något på vattenbad, och efter en kort stund fylles lösningen nu med små fina nålar, hvilka efter afsugning och pressning samt utkokning med alkohol, löstes i kokande isättika, hvarur föreningen kristalliserade i långa, fina, gula nålar, som smälte vid 242°. Den var mycket svårlöslig i alkohol.

1) 0,1672 gr. gäfvö 0,3852 CO₂ = 0,1051 C och 0,0424 H₂O = 0,0047 H.

2) 0,1924 gr. gäfvö vid 17,2° C och 738,5 mm. 11,5 kc. = 0,01321 gr. N.

	Funnet.		Ber. f. C ₁₀ H ₅ NO ₂ OCO.
	1.	2.	
C	62,85	—	61,39
H	2,81	—	2,32
N	—	6,86	6,51.

Den erhållna nitronaftolaktonen var, att döma af analysen 1, ej fullt ren, ehuru smältpunkten var konstant äfven vid olika beredningar.

Nitrooxi- α -naftoësyra.

Nitronaftolakton löstes lätt, isynnerhet vid upphettning, i natronlut, och ur denna lösning utfälades vid tillsats af klorvätesyra en gul kristallinisk fällning; var natriumsaltets lösning ej för koncentrerad, dröjde det något, innan fällningen afskildes, men den bestod då af tydliga kristaller, hvilka under mikroskopet visade sig hafva en rhombisk form. Föreningen smälte vid samma temperatur som laktonen, nemligen 242°, hvilket låter förmoda, att vid upphettning vatten afsöndras.

0,1897 gr. gäfvö vid 14° C och 755,2 mm. 10 kc. = 0,01187 gr. N.

	Funnet.	Ber. f. C ₁₀ H ₅ NO ₂ OHCO ₂ H.
N	6,26	6,01.

Calciumsaltet C₁₀H₅NO₂ : $\overset{\text{O}}{\text{CO}_2} > \text{Ca} + 5\frac{1}{2}\text{H}_2\text{O}$ erhölls genom att lösa syran i ammoniak och fälla denna lösning med klor-

calcium, då calciumsaltet utföll såsom en af gulröda fina nålar bestående fällning. Det var mycket svårlöst äfven i varmt vatten.

0,4322 gr., torkade mellan läskpapper, förlorade vid 150° 0,1172 H₂O = 27,11 %; ber. 26,75 % H₂O; återstoden 0,3150 gaf 0,1474 CaSO₄ = 0,0434 Ca = 13,77 %; ber. 14,76 % Ca. Anledningen till den något för ringa calciumhalten var sannolikt, att föreningen äfven höll något af det sura saltet: (C₁₀H₅NO₂OH.CO₂)₂Ca. Af oxinaftoësyran erhålles lättast ett salt af den senare sammansättningen.

Klornaftolakton.

Naftolakton löstes i kolsvafva, och i den med något jod försatta lösningen inleddes klogas till full mättning, hvarefter kolsvafvan afdunstades och återstoden löstes i isättika, hvarur föreningen kristalliserade i gulhvita nålar, som efter omkristallisering ur alkohol smälte vid vid 184°—185°.

0,1863 gr. gafvo 0,1299 AgCl = 0,03214 Cl.

	Funnet.	Ber. f. C ₁₀ H ₅ ClOCO.
Cl	17,25	17,35.

Kloroxi- α -naftoësyra.

Klornaftolakton upphettades med utspädd natronlut och gaf dermed en lösning af kloroxinaftoësyrans natriumsalt; ur denna lösning utfälades syran med klorvätesyra såsom ett gult af fina nålar bestående kristallpulver, hvilket tvättades med kallt vatten. Föreningen smälte under pösning vid 190°—191°.

0,1818 gr., torkade i exsickator, gafvo 0,3941 CO₂ = 0,1075 C och 0,0610 H₂O = 0,0067 H.

	Funnet.	Ber. f. C ₁₀ H ₅ ClOHCO ₂ H.
C	59,13	59,32
H	3,68	3,14.

Calciumsaltet C₁₀H₅Cl: $\overset{\text{O}}{\text{C}}\text{O}_2 > \text{Ca}$ erhöles då den ammoniakaliska lösningen af syran försattes med klorcalcium, och afskildes då såsom en grågrön flockig fällning.

0,1917 gr., torkade vid 160° , gäfvö $0,0940 \text{ CaSO}_4 = 0,02764 \text{ Ca} = 14,44 \%$; ber. $15,35 \%$ Ca. Äfven här synes, att döma af analysen, den undersökta föreningen hafva innehållit något surt salt: $(\text{C}_{10}\text{H}_5\text{ClOHC}_2\text{O}_2)_2 \text{ Ca}$.

Då moderluten från det neutrala calciumsaltet uppvärmdes, afskildes mera deraf i form af grågröna flockor, hvilket häntyder på en genom upphettningen förorsakad sönderdelning af den ursprungliga lösningens innehåll.

Skänker till Vetenskaps-Akademiens Bibliothek.

(Forts. från sid. 12.)

Utgifvarne.

- Acta mathematica, hrsg. von G. MITTAG-LEFFLER. 10: 1—4. Inhaltsverzeichnis zu Bd. 1—10. Sthlm 1887. 4:o.
- Bibliotheca mathematica, hrsg. von G. ENESTRÖM. (2) 1: N:o 1—4. Sthlm 1887. 8:o.
- Anzeiger, Zoologischer, hrsg. von J. V. CARUS. Jahrg. 10(1887): N:o 241—268. Lpz. 8:o.
- Journal of science, American. Ed. by J. D. & E. S. DANA. (3) Vol. 33—34(1887): N:o 193—204. New Haven, Conn. 8:o.

Författarne.

- EISEN, G., En resa i Guatemala. Sthm 1886. 8:o.
- FORSSELL, K. J. B., Über den Polymorphismus der Algen (Flechtengonidien) aus Anlass von Herrn ZUKAL's Flechtenstudien . . . Regensburg 1886. 8:o.
- HOLMERTZ, C. G. & ÖRTENBLAD, TH., Om Norrbottens skogar. Sthlm 1886. 4:o.
- — Resumé af resultat vunna genom växtfysiologiska undersökningar 1884 och 1885. Sthm 1886. 8:o.
- KROK, TH. O. B. N., Svensk botanisk literatur 1886. Lund 1887. 8:o.
- LAGERHEIM, G., Note sur le Mastigocoleus . . . Padova 1886. 8:o.
- LUNDBERG, R., Några undersökningar om naturförhållandena i mellersta delen af Stockholms skärgård åren 1885—1886. Sthm 1887. 8:o.
- MÖRNER, C. TH., Bidrag till kännedomen om de ätliga svamparnes näringsvärde. Ups. 8:o.
- NORDENSKIÖLD, A. E., Den första på verkliga iakttagelser grundade karta öfver Norra Asien. Sthm 1887. 8:o.
- Mineralogiska bidrag. N:o 8, 10, 17. Sthm 1885—87. 8:o.
- NORDSTRÖM, TH., Om utsträckningen af begreppet malm. Sthm 1887. 8:o.
- ÖRTENBLAD, TH. & KINMAN, J. E., Thüringerwald, dess skogar och skogsskötsel. Sthm 1885. 8:o.
- PLATEAU, F., Recherches expérimentales sur la vision chez les Arthropodes. P. 1—2. Bruxelles 1887. 8:o.
- Småskrifter. 2 st.
- WILLE, N., Algologische Mittheilungen. Jena 1887. 8:o.

Om elektrisk ström genom mekaniskt tryck.

Af P. A. SILJESTRÖM.

[Meddeladt den 11 Januari 1888 genom E. EDLUND].

Genom teoretiska undersökningar på ett annat område har jag blifvit föranledd att söka experimentelt utforska huruvida elektrisk ström må kunna åstadkommas genom mekaniskt tryck. Efter att under flera år hafva i det fallet gjort försök af åtskillig art, hvilka icke ledt till någon slutsats, har jag omsider genom de iakttagelser, som här nedan komma att beskrivas, lyckats vinna ett, efter hvad jag tror, nöjaktigt resultat till frågans afgörande, om än, i anseende till ringheten af den kvantitet, som det gäller att bestämma, det otvifvelaktigt måste anses önskvärdt att mina försök kontrolleras af andra observatörer och genom andra observationsmetoder.

Vid det termoelektriska grundförsöket spelar värmet en tvåfaldig rol, i det att dels elektromotorisk kraft uppväcker, dels metallerna utvidgas. Kunde denna utvidgning förekommas, skulle den elektromotoriska kraften ökas. Följaktligen kan man säga, att utvidgningen i det fallet verkar såsom en elektromotorisk kraft af motsatt riktning skulle göra. Härigenom angifves ock den riktning, i hvilken man har att söka en förmodad elektromotorisk kraft genom mekanisk utvidgning eller sammanpressning.

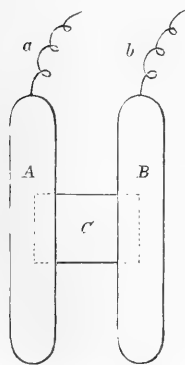
Hvad påräkneliga *effekten* af denna förmodade kraft beträffar, så kan redan på förhand densamma icke annat än antagas såsom mycket ringa. Om man enligt formeln

$$v' = v \left(1 - \frac{p}{Q} \right)$$

hvarst p betecknar trycket på enheten yta och Q elasticitetskoefficienten, beräknar volymsförminskningen t. ex. af jern vid 50 atmosferers tryck, så finner man densamma så obetydlig, att den icke en gång går upp mot den volymsförändring, som blir följden af en enda grads temperaturskilnad; och om äfven ett enkelt termoelektriskt element (sådant t. ex. jag begagnat vid mina försök) må kunna gifva en eller annan grads utslag på galvanometern för icke större temperaturskilnad, så är likväl a priori temligen antagligt att den här ifrågavarande förmodade elektromotoriska kraften vid motsvarande volymsförändring endast skulle kunna gifva ett observationsresultat, som vore ännu långt mindre och således ganska svårt att konstatera.

Efter denna inledning går jag att beskrifva den apparat jag begagnat och de försök som dermed blifvit anställda.

Med uteslutande af konstruktionsdetaljer, hvilka hvar och en lätt kan föreställa sig, består apparaten helt enkelt af två



cylindriska jernkärl A och B af 36 centimeters höjd och 7 centimeters invändig genomskärning, sinsemellan förenade med en skifva af nysilfver C, fastlödd i kärlens väggar. Huruvida dessa metaller, hvilka, som bekant, tillsammans bilda ett godt termoelektriskt element, varit de tjenligaste för det här ifrågavarande ändamålet eller för att bilda, så att säga, ett piézoelektriskt element, lemnas derhän; kanske hade en annan sammansättning

varit bättre; jag har likväl funnit mig föranlåten att begagna den som nämnts. Utvändigt var hela apparaten fernissad och oljemålad.

Apparaten omgafs med smältande is och ena cylindern A fylldes med komprimerad luft, hvarigenom således kärlet utvidgades med bibehållen temperatur och utan att någon termoelektrisk verkan borde kunna befaras. Genom ledningstrådarne a

och *b* sattes apparaten i förening med en RUHMKORFF's galvanometer. Enligt hvad förut nämnts borde pressionsströmmen, i fall någon sådan gjorde sig förnimbar, gå i motsatt rigtning mot den som skulle uppkomma i fall *A*-cylindern uppvärmdes. Vid försöken angafs denna senare rigtning genom galvanometernålens deviation åt vester. Luftkompressionen drefs till högst 86 atmosferer. Observationerna började vid detta högsta tryck samt fortsattes sedan tills trycket nedgått till en atmosfer.

Genast vid observationernas början gaf nålen ett tydligt utslag, men åt vester, således i motsatt rigtning mot hvad som bort ega rum, i fall deviationen förorsakats af en pressionsström. Orsaken dertill måste sökas i någon elektromotorisk kraft hos sjelfva apparaten, hvarom vidare nedanföre. I sjelfva verket visade sig det anförda resultatet konstant under hela observationsserien. Utslagsvinkeln varierade likväl mellan $\frac{1}{2}$ ända till 3 à 4 grader, men var i allmänhet 1 à 2 grader. Under sådant förhållande och när dertill lägges jordmagnetismens inflytande (alldenstund nålen icke var fullkomligt astatisk) inser man hela svårigheten af att konstatera tillvaron af en så ringa kraft som den här ifrågavarande; och det bör ej förvåna, om det erfordrats mellan 2 och 3 hundra afläsningar på galvanometern, gjorda under flere dagar och på olika stunder af dygnet, innan jag omsider kommit till ett resultat, som jag ansett förtjent att meddelas.

Vid de högsta pressionerna (86—77 atmosferer) stannade galvanometernålen efter det första utslaget och några få oscillationer så nära intill det ursprungliga läget, att det var omöjligt att med något slags säkerhet bestämma den definitiva deviationen (ehuru densamma vid ett och annat tillfälle ansågs kunna estimeras till $\frac{1}{10}$ grad eller så vid pass). Sedan pressionen derefter förminskats till 40 atmosferer och småningom längre nedåt iaktogs deremot alltjemt en fast deviation af $\frac{1}{4}$ till $\frac{1}{2}$ grad från ursprungliga läget, och vid de lägsta pressionerna steg den fasta deviationen stundom ända till 1 grad. Utslagsvinkeln vid de lägre pressionerna steg ock vid åtskilliga tillfällen till 1 à 2 grader

mer än hvad någonsin iakttagits vid de högre pressionerna. Det synes svårt att förklara detta förhållande annat än genom antagandet af en elektromotorisk kraft af motsatt riktning med apparatens och som vid de högsta pressionerna varit starkast, men sedan aftagit samtidigt med pressionen. En enda gång förmodade denna motström att deviera nålen något litet åt öster.

Hvad apparatens elektromotoriska kraft beträffar, så kan jag icke fullt tillfredsställande redogöra därför. Luften i *A*-cylindern var, till följd af sättet för påfyllningen, mättad med fuktighet och fuktighet måste äfven hafva slagit sig på väggarne, men denna omständighet kan svårigen hafva utöfvat något inflytande, så mycket mindre som äfven *B*-cylindern innehöll fuktighet efter den gemensamma vattenprofningen. Sjelfva cylindrarne, som utgjordes af dragna jernrör, voro utan tvifvel magnetiska genom jordmagnetismens inflytande, men ej heller detta kan härvidlag tagas i betraktande. Jag nödgas därför antaga något termoelektriskt inflytande. Apparaten var nedsatt i ett ganska rymligt kärl med smältande is, och detta oafbrutet under en hel månads tid, under fortgående noggrann påfyllning och i ett rum, hvars temperatur först var omkring 8 à 9 grader, men sedan, vid de egentligen afgörande försöken, omkring 5 à 6 grader, och vid den undersökning, jag efter observationsseriens slut gjorde, befanns isen fullkomligt tätt packad omkring kärnen. Allt detta oaktadt kan man alltid misstänka att någon liten skillnad kunnat finnas i de båda lödningarnas temperaturer. Såsom försöken utfallit, skulle lödningen i *A*-cylindern alltjemt varit något varmare än den andra. Emellertid är den hufvudsakliga slutsats, som jag dragit af observationerna, icke beroende af den ena eller andra förklaringsgrunden till apparatens egen elektromotoriska kraft. Något inflytande på *A*-cylinderns temperatur i följd af luftens efter hand skeende uttömning har jag så mycket mindre att härvid befara, som denna senare skett på ett sådant sätt att effekten bordt visa sig minst vid de högre pressionerna, störst vid de lägre, under det observationerna gifvit ett motsatt resultat.

Über das Leitungsvermögen der beleuchteten Luft.

VON SVANTE ARRHENIUS.

[Mitgetheilt den 11. Januar 1888 durch E. EDLUND.]

In einer früheren Abhandlung¹⁾ bin ich bei der Diskussion der Versuchsdaten zu der Anschauung geführt worden, dass die Luft durch Bestrahlung mit geeignetem Licht wie ein Elektrolyt für Elektrizität leitend wird. Um diese Ansicht experimentell zu bestätigen habe ich im physikalischen Institut der schwedischen Akademie der Wissenschaften die im Folgenden erwähnten Versuche angestellt.

1. *Versuchsordnung.* Ein kurzes cylindrisches Glasrohr von 10 mm. inneren Durchmessers wurde an dem einen Ende mit der Luftpumpe verbunden, am anderen mit einer zur Axe des Rohres senkrechten 3 mm. dicken Quarzplatte abgeschlossen. In das Rohr waren zwei Platindrähte einander gegenüber so eingelöthet, dass sie von der Quarzplatte 4 mm. entfernt waren. Der Abstand dieser Drähte betrug 1,4 mm. Von einer mit Ladflaschen versehener HOLTZ'schen Maschine gingen Zuleitungsdrähte zu zwei am Rand einer Glasplatte befestigten Stecknadeln, deren Spitzen 1,7 mm. von einander abstanden. Die Verbindungslinie durch diese Spitzen lag senkrecht zu den genannten Platindrähten und in einem Abstand von 0,34 mm. von der Quarzplatte. Wenn also ein Funke zwischen diesen Spitzen übersprang, so wurde die Luft zwischen den Platindrähten be-

¹⁾ Bihang till K. V. A:s Handl. den 14 Sept. 1887. WIED. ANN. Bd. 32, p. 565 (1887).

leuchtet. Die HOLTZ'sche Maschine wurde im Takt nach den Schlägen eines Metronomes gedreht und lieferte einen Strom von $41,5 \cdot 10^{-6}$ ampères. Die beiden Platindrähte im Glasrohre waren mit einer Leitung verbunden die ein sensibles THOMSON'sches Galvanometer (1 Scalenstrich = $3,2 \cdot 10^{-11}$ amp.) und hinter einem Kommutator eine Säule von 38 CLARK'schen Elementen enthielt. Da der Widerstand dieser Elemente und des Galvanometers gegen denjenigen der untersuchten Luft vollkommen verschwindet, so ist der Ausschlag des Galvanometers dem Leitungsvermögen der Luft zwischen den Platindrähten proportional.

2. *Allgemeines.* Wenn die HOLTZ'sche Maschine nicht gedreht wurde oder überhaupt kein Funke zwischen den Nadelspitzen sich ausbildete, so zeigte das Galvanometer bei Umlegen des Kommutators einen Ausschlag von einigen Scalentheilen, herührend von einem kurzdauernden Ladungsstrom; die Galvanometernadel ging aber gleich in ihre Ruhelage zurück. Liess man dann einen Strom von Funken zwischen den Nadelspitzen überspringen, so wich, bei geeignetem Drucke im Glasrohre, die Galvanometernadel bedeutend aus, so dass bei Umlegung des Kommutators ein Stellungsunterschied von etwa 100 Scalentheilen wahrgenommen wurde. Dieser Ausschlag bekündigt, dass die Luft zwischen den Platindrähten durch das Licht der Funken leitend wurde. Von einer merklichen Erwärmung der Luft kann nämlich hier nicht die Rede sein. Um die Einwendung zu beseitigen, dass dieser Ausschlag möglicherweise durch elektrostatische oder elektrodynamische Wirkungen des Maschinenstromes direkt oder indirekt herrühren könnte, machte ich folgende Versuch. Vor der durchsichtigen Quarzplatte wurde ein dünnes Blatt von elektrischem Papier (Nitrocellulosa) befestigt, wodurch, da dieses Papier ein vorzüglicher Nichtleiter ist, keine merkbare Änderung der elektrostatischen oder elektrodynamischen Einwirkung des Maschinenstromes entstehen konnte, dagegen die Beleuchtung der Luft im Glasrohr durch den Funken bedeutend beeinträchtigt wurde. Der Ausschlag der Galvanometernadel wurde durch Einführen des elektrischen Papieres von 110 auf

10 Scalentheilen erniedrigt, um nachher bei Entfernung des Papiers wieder seinen früheren Werth zurückzunehmen. Die 10 zurückbleibenden Scalentheile können durch die nicht vollkommene Undurchsichtigkeit des Papiers erklärt werden. Dieser Versuch, der mehrere Mal mit demselben Erfolg wiederholt wurde, lässt wohl keine andere Deutung übrig, als dass die Luft zwischen den Platindrähten durch Beleuchtung mittelst des elektrischen Funkens leitend gemacht wird. Auch die atmosphärische Luft besitzt ein grosses Absorptionsvermögen für die dabei wirksamen Strahlen, indem eine Vergrösserung des Abstandes der Nadelspitzen von der Quarzplatte um 0,34 mm. in einer zur derselben senkrechten Richtung den Ausschlag auf etwa die Hälfte erniedrigt. Die Wirkung der Funken auf das Leitungsvermögen der Luft nahm allmählig ab, indem die Quarzplatte von den Funken angegriffen wurde, so dass sie allmählig ihre Durchsichtigkeit verlor. Es sei auch erwähnt, dass keine merkliche Funkenbildung zwischen den Platindrähten auftrat, wozu auch offenbar die Stromstärke viel zu klein war, ebenso wie auch, dass die Erscheinung bei einer elektromotorischen Kraft von 9 Clarks zu beobachten war; im allgemeinen wurde jedoch eine elektromotorische Kraft von 38 Clarks verwendet.

3. *Einfluss des Luftdruckes.* Unter übrigens gleichen Umständen ist der Ausschlag des Galvanometers sehr stark abhängig von dem Luftdrucke in dem die Platindrähte enthaltenden Glasrohr. Bei sehr niederen und hohen Drucken ist der Ausschlag Null und geht also bei einem bestimmten Druck — im vorliegenden Falle etwa 4 bis 5 mm. — durch ein Maximum, wie aus der folgenden Tabelle erhellt.

Druck in mm.	0,03	0,12	0,6	1,5	3,0	6,0
Stromstärke in 10^{-10} amp.	0	0	0,9	1,9	6,1	6,7
Druck in mm.	9,0	12,0	15,0	21,0	—	—
Stromstärke in 10^{-10} amp.	2,6	1,3	0,3	0	—	—

In dieser Beziehung verhält sich also die beleuchtete Luft ganz wie die im Kathodenlichte phosphorescirende Luft, wie es auch zu vermuthen war. Ich habe auch in der angeführten Ab-

handlung eine theoretische Erklärung dieses Umstandes gegeben, welche auf die hier untersuchte Erscheinung, wie leicht zu ersehen, verwendbar ist, so dass ich auf eine nähere Erörterung derselben verzichten kann.

4. *Elektrolytische Leitung der Luft.* Nachdem ich im Vorigen gezeigt habe, dass beleuchtete Luft sich ebenso verhält, mag die Lichtquelle gewöhnliches oder Kathodenlicht sein, wird es genügen aufzuweisen, dass die von Kathodenlicht bestrahlte Luft elektrolytisch leitet. Wenn man zwei verschiedene einander berührende Metalle durch einen Leiter verbindet, so entsteht entweder ein Strom in diesem geschlossenen Kreis, oder es geschieht nicht. Unter Voraussetzung, dass keine Temperaturverschiedenheiten in diesem Kreise vorkommen, ist im ersten Fall der eingeschaltete Leiter ein Elektrolyt, im zweiten Falle leitet er wie ein Metall. Um also zu entscheiden, ob phosphorescierende Luft elektrolytisch oder metallisch leitet, verfuhr ich folgendermaassen. Einem L-förmigen Glasrohre von 20,5 mm. Durchmesser (vgl. meine angeführte Abhandlung) war im obersten Punkte des 58 mm. langen vertikalen Schenkels ein Platindraht eingelöthet. In demselben Schenkel war unten eine kreisrunde Aluminiumplatte von 18 mm. Durchmesser auf einen Platinstiel so eingelöthet, dass die Axe des vorliegenden horizontalen 47 mm. langen Schenkels nahe senkrecht durch den Mittelpunkt der Platte ging. Durch ein 3,5 mm. starkes in 27 mm. Entfernung von der Platte angelöthetes horizontales Seitenrohr konnten verschiedene Metalldrähte in das L-förmige Rohr eingeführt werden. Übrigens war das L-förmige Rohr mit der Luftpumpe verbunden. Zwei dünne Drähte wurden jetzt mittelst Siegelack einander parallel in sehr kleiner Entfernung (unter 1 mm.) verbunden und nachher in das Seitenrohr eingeführt. Wenn man dann durch einen im vertikalen Rohrschenkel verlaufenden primären Strom im horizontalen Schenkel Kathodenlicht entwickelte, so wurde, wie ich in meiner angeführten Arbeit gezeigt habe, die Luft in diesem Schenkel leitend. Die beiden durch das Seitenrohr eingeführten Drähte zeigen dann, auch wenn sie beide

aus demselben Metall bestehen, eine gewisse Potentialdifferenz. Bei geeignetem Druck ist diese jedoch sehr klein, so z. B. erwies sie sich bei dem Drucke 0,41, 0,25 und 0,07 mm. kleiner als resp. $\frac{1}{20}$, $\frac{1}{10}$ und $\frac{1}{10}$ DANIELL¹⁾. Um zu erproben, ob dies auch bei den neuen Versuchen der Fall sein würde, führte ich zwei Platindrähte durch das Seitenrohr, so dass eine durch die beiden Drähte gehende Ebene so weit als möglich der Aluminiumplatte parallel lag. Da für kleine elektromotorische Kräfte der Ausschlag der elektromotorischen Kraft proportional ist¹⁾, so konnte durch Vergleichung der durch die genannte Potentialdifferenz allein mit der durch dieselbe, um einen CLARK²⁾ vergrößert oder vermindert, verursachten Ausschläge, diese Differenz bestimmt werden. Sie betrug bei 0,6 und 0,08 mm. resp. 0,04 und 0,07 VOLT. Man kann also hoffen die Bestimmung der Potentialdifferenz verschiedener Metalle in phosphorescirender Luft auf etwa 0,1 VOLT genau auszuführen. Ich befestigte also in der oben beschriebenen Weise einen Draht aus Platin und einen aus Zink (käufliches) und bestimmte, wie oben angegeben, die Potentialdifferenz. Nachdem eine solche Bestimmung ausgeführt war, wurde ein neuer Zinkdraht genommen, der Platindraht rein gemacht und eine neue Bestimmung in derselben Weise ausgeführt. In allen Fällen wurde ein Strom beobachtet, welche in der leitenden Luft von Zink zu Platin ging, also ganz wie wenn man Zink und Platin durch Wasser vereinigt. Folgende kleine Tabelle enthält die gemessenen Werthe der elektromotorischen Kraft, neben dem Drucke, bei welchen die Versuche ausgeführt wurden.

Druck in mm.	0,3	0,06	0,2	0,9	0,16	0,6	0,22
Potentialdifferenz in Volt	0,92	0,75	0,90	0,68	1,01	0,69	1,05
	Mittel 0,86 V.						

Im Mittel dürften die Fehler, welche durch unsymmetrische Lage der beiden Drähte zu der Bahn des Primärstromes entstehen

¹⁾ WIED. ANN., Bd. 32, p. 548, 551, 552 und 559.

²⁾ 1 CLARK ist gleich 1,45 VOLTS angenommen.

und welche die Potentialdifferenz zwischen zwei gleichen (z. B. Platin-) Drähten hervorrufen, ziemlich aufgehoben sein.

Indessen ist zu bemerken, dass die Potentialdifferenz zwischen Zink und Platin etwas mit der Zeit abzunehmen scheint. Bei dem Drucke 0,22 mm. ergaben fünf nach einander folgende Bestimmungen, von denen jede einzelne etwa acht Minuten in Anspruch nahm, während welcher Zeit die Stärke des Sekundärstromes im Mittel etwa 10^{-6} amp. war, folgende Werthe in VOLT 1,05, 0,94, 0,79, 0,64, 0,63. Auch in dieser Beziehung scheint also die Luft sich etwa wie Wasser zu verhalten. Wahrscheinlich rührt dieses Sinken der Potentialdifferenz von einer kleinen Oxydation des Zinkes her.

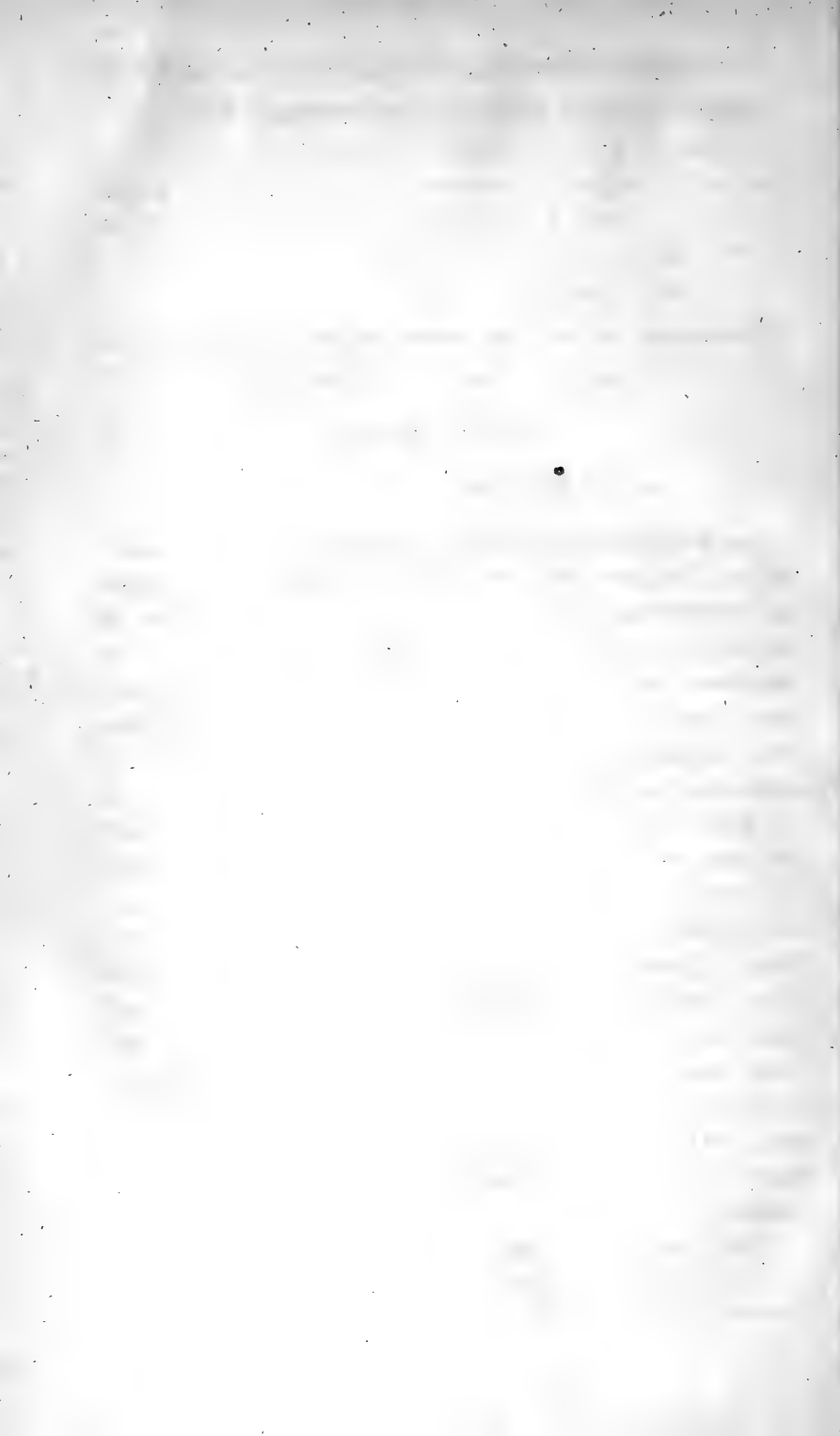
Obleich diese Messungen nicht besonders sichere Werthe ergeben, so dürfte wohl doch aus ihnen hervorgehen, dass die Luft elektrolytisch leitet. Bekanntlich ist seit der Entdeckung des Galvanismus immer darüber gestritten worden, ob der s. g. VOLTA-effekt wirklich seinen Sitz am Berührungspunkte zweier Metalle oder an den Berührungspunkten der Metalle und des umgebenden Gases hat. Die Grösse des PELTIER-effekts scheint für das letzte Alternativ zu sprechen. Der oben gefundene Werth der Potentialdifferenz zwischen Zink und Platin in phosphorescirende Luft ist von derselben Grössenordnung wie der für den VOLTA-effekt gefundene. Es ist wohl unzweifelhaft, dass durch diesen Umstand das letzte Alternativ, welches in letzter Zeit bedeutend an Boden gewonnen zu haben scheint und welches mit besonderem Geschick von OLIVER LODGE vertreten worden ist¹⁾, viel an Wahrscheinlichkeit gewonnen hat.

Im Vorhergehenden ist gezeigt worden, dass die Luft bei Bestrahlung mittelst geeigneten Strahlen bei einem Druck, der zwischen etwa 1 und 20 mm. liegt, elektrolytisch leitend wird. Obleich es aber bei anderem Druck nicht gelungen ist, diese Wirkung zu verfolgen, dürfte wohl kein Zweifel vorwalten, dass dieselbe auch unter solchen Umständen stattfindet. Dafür sprechen

¹⁾ O. LODGE: Phil. Mag. [5] 19, p. 153, 254, 340; 20, p. 372 (1885); 21, p. 263 (1886).

besonders die schönen Versuche von HERTZ¹⁾, welche zeigen, dass die Funken in Luft von gewöhnlichem Druck sich leichter bilden, wenn die Funkenstrecke beleuchtet wird, als wenn sie im Dunklen gehalten ist. Diese Versuche können nämlich sehr leicht erklärt werden, wenn man annimmt, dass die Luft durch Beleuchtung ihr Leitungsvermögen vergrößert.

¹⁾ HERTZ: WIED. ANN. 31, p. 983 (1887).



Bemerkungen zu dem Aufsätze des Herrn HOPPE: »Zur
magnetelectrischen Induction».

VON C. A. MEBIUS.

[Mitgetheilt den 11 Januar 1888 durch E. EDLUND.]

In WIEDEMANN's Annalen¹⁾ hat Hr. HOPPE unter dem genannten Titel eine dritte Mittheilung über die unipolare Induction veröffentlicht, in welcher er sich bemüht die Unhaltbarkeit der EDLUND'schen Theorie der unipolaren Induction sowohl durch Experimente als auch durch theoretische Betrachtungen nachzuweisen. Da ich aber den Schlussfolgerungen des Hrn. HOPPE nicht beistimmen kann, so erlaube ich mir einige Bemerkungen gegen seine Beweisführung zu machen.

In der ersten Versuchsreihe waren die Anordnungen folgende. Die Figur I, aus der Abhandlung des Hrn. HOPPE entlehnt, zeigt einen Durchschnitt des röhrenförmigen Magnetes, den axialen Leiter f und zwei von den vier radialen Leitern g in der Mitte des Magnetes, die in den Messingring h endigen. Sowohl f als g und h sind vom Magnet isolirt, aber mit ihm fest vereinigt, und das ganze System wird in Rotation versetzt. Die beiden Drähte a und e sind mit den beiden Quadrantenpaaren bb und dd des Electrometers in leitender Verbindung, und ihre freien Enden liegen dem Pole des rotirenden Magnets und dem Ringe h gegenüber. Die Nadel ist mit dem Quadrantenpaar bb verbunden.

Ich führe jetzt die eigenen Worte des Hrn. HOPPE an²⁾:

¹⁾ HOPPE: WIED. ANN. 32, p. 297. 1887.

²⁾ HOPPE: l. c. p. 301.

sitiv, Ablenkung im Sinne des Pfeiles; beim Wechsel von a und e ist a schwach negativ, b und c schwach positiv, e stark negativ, d stark positiv, die Ablenkung erfolgt in *entgegengesetzten* Sinne! Es ist also der Ausschlag der Electrometernadel entscheidend.»

Die angestellten Beobachtungen zeigen nun, dass der Electrometerausschlag bei Vertauschung der freien Drahtenden nach derselben Seite erfolgt, und Hr. HOPPE zieht daraus den Schluss, es wäre hinreichend nachgewiesen, dass eine Vertheilung in dem Sinne des Hrn. EDLUND nicht stattfindet.

Diesen Schluss kann man doch nicht ziehen, wenn man die richtige Theorie des Electrometers zu Grunde legt. Den Electrometerausschlag n berechnet man nach der Formel

$$n = k \cdot (V_1 - V_2) (V - \frac{1}{2}(V_1 + V_2)), \quad (1)$$

wo k eine Constante, V_1 und V_2 die Potentiale der beiden Quadrantenpaare und V das Potential der Nadel bedeutet. Nehmen wir nun an, es haben das Quadrantenpaar bb und die Nadel das Potential A , das Quadrantenpaar dd das Potential B , so ist in der obigen Formel

$$V_1 = V = A$$

und

$$V_2 = B$$

zu setzen. Dadurch geht (1) in

$$n = \frac{k}{2}(A - B)^2 \quad (2)$$

über.

Werden die beiden freien Drahtenden a und c mit einander vertauscht, so ist

$$V_1 = V = B$$

und

$$V_2 = A,$$

wodurch (1) in

$$n = \frac{k}{2}(B - A)^2 \quad (3)$$

übergeht.

Die beiden Ausdrücke (2) und (3) haben dasselbe Zeichen, und es muss daher der Electrometerausschlag bei Vertauschung der Drahtenden nach derselben Seite erfolgen, welche Theorie der unipolaren Induction man auch für richtig hält. *Die von Hrn. HOPPE angestellten Beobachtungen beweisen also nichts gegen die Theorie des Hrn. EDLUND.*

Aus den Resultaten der zweiten Beobachtungsreihe zieht Hr. HOPPE den Schluss¹⁾: »Würde in dem mitrotirenden Leitertheile der Sitz der electromotorischen Kraft zu suchen sein, so wären vorstehende Beobachtungen unmöglich. Sie machen es aber auch höchst unwahrscheinlich, dass der Magnet selbst sich mit einer Oberflächenelectricität bedeckt.« Wenn Hr. HOPPE meint, dass die Beobachtungen unmöglich aus der Theorie des Hrn. EDLUND zu erklären seien, so bleibt doch übrig zu zeigen, worin das Unmögliche liegt.

In der dritten Versuchsreihe zeigt Hr. HOPPE, dass eine pendelnde Kugel, die gegen den Magnet stösst, keine messbare Ladung annimmt. Wenn auch eine Oberflächenladung wirklich existirt, kann man doch glauben, dass die Empfindlichkeit des Electrometers nicht hinreichend gross gewesen ist, denn sonst hätte man ja auch nach der von dem Hrn. HOPPE vertretenen Theorie einen Ausschlag bekommen sollen, der von der Induction in der ruhenden Leitung herrührt.

Was die letzte Beobachtungsreihe betrifft, so ist sie ohne weiteres durch die EDLUND'sche Theorie zu erklären. Aus dem Gestell wurde die Axe f herausgenommen und ein Quecksilbernapf in der Mitte des Magnets an Stelle von f eingeschoben; das Drahtende a der Leitung reichte in das Quecksilber, das andere Ende e federte auf dem Rande h , und das Electrometer wurde durch ein Galvanometer ersetzt. Die Beobachtungen zeigten die gleiche Stromrichtung und die gleiche Stärke des Stromes, wie wenn die Axe f sich im Gestell befand und der Draht a am Ende von f schleifte. Hr. HOPPE glaubt, man sollte nach der Theorie des Hrn. EDLUND entgegengesetzte Stromrichtungen

¹⁾ HOPPE: l. c. p. 303.

erwarten. Es ist aber einleuchtend, dass die relative Bewegung der Generatricen der Magnetröhre und des axialen Leiters, als linear betrachtet, genau dieselbe ist, wenn dieser wirklich ruht, oder wenn er mit der rotirenden Magnetröhre fest verbunden ist. Es muss also in beiden Fällen dieselbe electromotorische Kraft im axialen Leiter wirken. Dies ist auch von Hrn. EDLUND in seiner jüngst erschienenen Abhandlung¹⁾ ausdrücklich hervorgehoben.

Die Experimente des Hrn. HOPPE sind also nicht gegen die Theorie des Hrn. EDLUND entscheidend. Wir gehen jetzt zu den theoretischen Betrachtungen über.

»Besonders soll«, sagt Hr. HOPPE²⁾ von der in der erwähnten Arbeit präcisirten Theorie des Hrn. EDLUND, »das LENZ'sche Gesetz, dass die Induction eines bewegten Magnets in ruhender Leitung gerade so gross ist, wie wenn der Magnet ruht, und der Leiter sich in entgegengesetzter Richtung bewegt, mit der mechanischen Wärmetheorie in Conflict kommen«. Eine solche Behauptung ist doch nicht in der Abhandlung des Hrn. EDLUND zu finden, und man kann daher glauben, dass Hr. HOPPE die relative Winkelgeschwindigkeit mit der relativen Geschwindigkeit verwechselt. Nach der Theorie des Hrn. EDLUND entsteht eine Induction in jedem Fall, in dem eine relative Geschwindigkeit zwischen dem Magnetpole und dem Leiterelement vorhanden ist (natürlicherweise darf weder das Element in der Verbindungslinie mit dem Pol liegen, noch die Bewegung in der durch das Element und den Pol gelegten Ebene stattfinden); nach der von Hrn. HOPPE vertheidigten Theorie trifft dies nicht zu, wenn der Pol und das Element dieselbe Winkelgeschwindigkeit um dieselbe Axe haben. Dass Hr. EDLUND das LENZ'sche Gesetz anwendet, welches Hr. HOPPE »nur nebenbei erwähnt«, mag darum nicht wundern, da die consequente Anwendung desselben gerade die Grundlage seiner Theorie ist.

Ferner ist Hr. HOPPE von der Ansicht, dass Hrn. EDLUNDS auf die mechanische Wärmetheorie gestützte Ableitung der Grund-

¹⁾ EDLUND: Ann. d. chim. et d. phys. VI, T. 11, p. 145, 1887.

²⁾ HOPPE: l. c. p. 307.

formel der unipolaren Induction unrichtig sei, und dass dieses leicht zu erweisen sei. Die Ableitung des Hrn. EDLUND ist kürzlich folgende. Leitet man von einer Säule einen Strom durch einen leitenden Mantel, der um einen Magnet leicht beweglich ist, so wird in Folge der Energie der Säule eine gewisse Wärmemenge in der Leitung entwickelt, welche, wenn der Mantel durch eine äussere Kraft festgehalten wird, nach dem JOULE'schen Gesetz berechnet werden kann. Wird der Mantel nicht festgehalten, so beginnt er um den Magnet zu rotiren, und die Energie der Säule wird nun theils zu einer Wärmeentwicklung theils zu einer äusseren Arbeit verwendet. Die Wärmeentwicklung wird jetzt kleiner als im vorigen Fall und folglich auch die Stromstärke. Diese Abnahme der Stromstärke entspricht gerade dem unipolaren Inductionsstrom, und seine electromotorische Kraft kann also berechnet werden.

»Diese Ableitung», sagt Hr. HOPPE¹⁾, »übersieht aber folgendes. Wenn der Mantel aufgehoben wird, so kann das nur durch Reibung geschehen, d. h. es hört die Wechselwirkung zwischen Magnet und Strombahn dann nicht etwa auf, sondern es wird dauernd dieselbe mechanische äussere Arbeit geleistet, der Unterschied ist nur der, dass bei dem freien Cylinder diese Arbeit sich in Bewegung umsetzt, beim festgehaltenen in durch äussere Reibung absorbirte Wärme.« Dass die Wechselwirkung zwischen Magnet und Strombahn nicht aufhört, wenn der Mantel aufgehoben wird, ist völlig richtig; dass diese Kraft aber eine dauernde Arbeit leisten soll, wenn ihr Angriffspunkt nicht mehr verschoben wird, ist doch als ein Irrthum zu bezeichnen. *Eine auf solchem Grund ruhende Widerlegung hat durchaus keine Bedeutung.*

¹⁾ HOPPE: l. c. p. 308.

ÖFVERSIGT

AF

KONGL. VETENSKAPS-AKADEMIENS FÖRHANDLINGAR.

Årg. 45.

1888.

N^o 2.

Onsdagen den 8 Februari.

INNEHÅLL:

Öfversigt af sammankomstens förhandlingar.....	sid. 45.
AGARDH, Om structuren hos <i>Champia</i> och <i>Lomentaria</i>	» 49.
LINDMAN, Om en serie.....	» 69.
GYLDÉN, Om sannolikheten af inträdande divergens vid användande af de hittills brukliga methoderna att analytiskt framställa planetariska störningar.....	» 77.
CLEVE, Om inverkan af klor på α - och β -naftol.....	» 89.
BÄCKLUND, Bidrag till teorien för vågrörelsen i ett gasartadt medium. Fortsättning.....	103.
EKSTRAND och JOHANSON, Bidrag till kännedomen om kolhydraten II. Om Graminin.....	» 119.
SÖDERBAUM, Bidrag till kännedomen om platooxalatens reaktionsförhållanden.....	» 123.
HJ. SJÖGREN, Om jordskorpanns sammanpressning under atmosferycket.....	» 131.
SELANDER, Om svinpestens bakterie.....	» 139.
Skänker till Akademiens bibliotek.....	sidd. 47, 48, 68.

Tillkännagafs, att Akademiens utländska ledamöter Professorerne ANTON DE BARY i Strassburg och ASA GRAY i New Cambridge med döden afgått.

Herrar BROCH, DUNÉR och MITTAG-LEFFLER afgåfvö infor dradt betänkande med anledning af Statsrådet och Chefens för Kongl. Civildepartementet anmodan om Akademiens utlå-tande angående den lif försäkringsrörelse, som den här i hufvud-staden nyligen bildade Skandinaviska allmänna Lifförsäkrings-föreningen jemlikt sina stadgar afser att idka.

Hr Friherre NORDENSKIÖLD redogjorde för ett af honom anordnadt omfattande arbete, som för närvarande håller på att tryckas, med titel: »Atlas öfver kartor tryckta under femtonde

och sextonde seklen», samt förevisade flera redan färdigtryckta kartor af detta kartverk. Densamme meddelade två af Docenten HJ. SJÖGREN, som för närvarande uppehåller sig i Transkaukasien, insända uppsatser: »Om aralokaspiska hafvet och nord-europeiska glaciationen» (se Bihang till K. Vet.-Akad. Handl.), samt: »Om jordskorpans sammanpressning under atmosfertrycket»*.

Hr MITTAG-LEFFLER lemnade en redogörelse för grunderna till de beräkningar, som förekomma i ofvannämnda af honom samt Hrr BROCH och DUNÉR afgifna yttrande rörande den Skandinaviska allmänna Lifförsäkringsföreningen.

Hr GYLDÉN meddelade en af honom sjelf författad uppsats: »Om sannolikheten af inträffande divergens vid användande af de hittills brukliga metoderna att analytiskt framställa planetariska störingar»*.

Hr KEY föredrog en uppsats af Med. Doktor E. SELANDER med titel: »Om svinpestens bakterier»*.

Sekreteraren öfverlemnade följande inkomna uppsatser: 1:o) »Om structuren hos Champia och Lomentaria», af Prof. J. G. AGARDH*; 2:o) »Om en serie», af Lektorn C. F. LINDMAN*; 3:o) »Om inverkan af klor på α - och β -naftol», af Prof. P. T. CLEVE*; 4:o) »Bidrag till teorien för vågrörelsen i ett gasartadt medium» (fortsättning), af Prof. A. V. BÄCKLUND*; 5:o) »Bidrag till kännedomen om platooxalatens reaktionsförhållanden», af Fil. Licentiaten H. G. SÖDERBAUM*; 6:o) »Bidrag till kännedomen om kolhydraten II. Om Graminin», af Docenten Å. G. EKSTRAND och Filos. Licentiaten C. J. JOHANSON*; 7:o) »Om metafosforsyrans inverkan på di- och tri-oxider», af Fil. Kandidaten K. R. JOHNSON (se Bihang etc.); 8:o) »Om tvänne β -amidonaftalinsulfonsyror», af Fil. Kandidaten S. FORSLING (se Bihang etc.); 9:o) »Ueber den Rhombenporphyr aus dem Brunnenhale in Norwegen», af studeranden H. BÄCKSTRÖM (se Bihang etc.); 10:o) »Krystallform und optische Konstanten des Hydrokarbostyrils», af H. BÄCKSTRÖM (se Bihang etc.).

Det LETTERSTEDT'ska priset för utmärkt originalarbete beslöt Akademien öfverlemnna åt e. o. Professorn vid Lunds uni-

versitet K. F. SÖDERVALL för hans ordbok öfver svenska medeltidsspråket, af hvilket arbete sju häften redan utkommit.

Det LETTERSTEDT'ska priset för öfversättning till svenska språket fann Akademien deremot icke anledning att bortgifva, utan skulle motsvarande räntebelopp läggas till kapitalet.

De LETTERSTEDT'ska räntemedlen för maktpåliggande undersökningar tilldelades geologen E. ERDMANN för att sätta honom i tillfälle att för geologiskt ändamål fortsätta de jordborrningar i trakten af Engelholm, hvilka förut blifvit af enskild person påbörjade.

Till ledamot af Kongl. Direktionen öfver Stockholms stads undervisningsverk efter Professor LINDHAGEN, som under de tjugufem senaste åren dertill haft Akademiens uppdrag, men nu afsade sig detsamma, valdes Presidenten FORSSELL.

Följande skänker anmäldes

Till Vetenskaps-Akademiens Bibliothek.

H. MAJ:T KONUNGEN.

Flora Brasiliensis, ed. C. F. PH. MARTIUS, A. G. ENGLER, I. URBAN. Fasc. 100. Lips. 1887. Fol.

Stockholm. K. Riksbiblioteket.

En samling bref från S. AURIVILLIUS, N. COLLIN, C. F. FALLÉN, J. G. GAHN, C. J. HARTMAN, B. QUIST ANDERSSON, G. SILFVERSTRÅLE, S. ÖDMAN. 74 st.

— Geologiska föreningen.

Förhandlingar. Bd. 9 (1887). 8:o.

Geologische Spezialkarte des Königreichs Sachsen, bearbeitet unter Leitung von H. CREDNER. Bl. 63, 79—80, 100, 118, 140, 142 nebst Erläuterungen. Lpz. 1887. Fol. & 8:o.

Adelaide. Public library, museum and art gallery of S. Australia.

Report of the board of governors. 1886/87. F.

Bologna. R. Accademia delle scienze dell' istituto di Bologna.

Memorie (4) T. 7. 1886. 4:o.

Córdoba. Observatorio nacional Argentino.

Resultados. Vol. 9. Buenos Aires 1887. 4:o.

Dublin. R. Geological society of Ireland.

Journal. Vol. 18: P. 2. 1887. 8:o.

— Observatory of Trinity college.

Astronomical observations and researches. P. 6. 1887. 4:o.

Greenwich. Royal Observatory.

Results of astronomical, magnetical and meteorological observations, made in the year 1885. 4:o.

Hamburg. *Naturwissenschaftlicher Verein.*

Ahhandlungen aus dem Gebiete der Naturwissenschaften. Bd. 10.
1887. 4:o.

Helsingfors. *Statistiska Centralbyrån.*

Statistisk årsbok för Finland. Årg. 9(1887). 8:o.

Jena. *Medicinisch-Naturwissenschaftliche Gesellschaft.*

Jenaische Zeitschrift für Naturwissenschaft, Bd. 21: H. 3-4. 1887. 8:o.

Kiel. *Kommission zur wissenschaftlichen Untersuchung der Deutschen Meere.*

Bericht. 5(1882-86). Fol.

Kristiania. *Det Norske Justervæsen.*

Aarsberetning. 11(1886/87). 8:o.

London. *K. Storbritanniska regeringen.*

Report on the scientific results of the voyage of H. M. S. CHALLENGER, 1873-1876. Zoology. Vol. 18-22. 1887. 4:o.

— *Royal Institution of Great Britain.*

Proceedings. Vol. 12: P. 1. 1887. 8:o.

List of the members . . . 1887. 8:o.

Regensburg. *K. Bayerische botanische Gesellschaft.*

Flora. Jahrg. 70(1887). 8:o.

St Petersburg. *Hortus Petropolitanus.*

Acta. T. 10: Fasc. 1. 1887. 8:o.

— *Société Imp. Russe de géographie.*

Isvestia (Bulletin). T. 22(1886): 4-6; 23(1887): 1-6.

Otschetie (Compte rendu). 1886. 8:o.

Beobachtungen der Russischen Polarstation an der Lenamündung. Th. 2: L. 2. St Petersburg. 1887. 4:o.

Sydney. *Australian museum.*

Prodromus of the zoology of Victoria. Dec. 15. Melbourne 1887. St. 8:o.

— *Royal society of New South Wales.*

Journal and proceedings. Vol. 20(1886). 8:o.

— *Department of mines of New South Wales.*

Annual report. 1886. Fol.

DAVID, T. W. E., Geology of the vegetable creek tin-mining field. 1887. 4:o.

Tokio. *Seismological society of Japan.*

Transactions. Vol. 11. 1887. 8:o.

Venedig. *R. Instituto Veneto di scienze, lettere ed arti.*

Memorie. Vol. 22: P. 3. 1887. 4:o.

Atti. (6) T. 5(1886/87): Disp. 2-9. 8:o.

Wien. *K. K. Zoologisch-Botanische Gesellschaft.*

Verhandlungen. Bd. 37(1887): Qu. 3-4. 8:o.

(Forts. å sid. 68.)

Om structuren hos *Champia* och *Lomentaria*,
med anledning af nyare tydningar.

Af J. G. AGARDH.

[Meddeladt den 8 Februari 1888.]

Det är utan tvifvel ett ovanligt förhållande, att under en tidrymd af knapt mera än ett år 4 olika specialskrifter publiceras för att förklara en structur, som förefinnes hos några, sedan längre tid tillbaka kända, algsläkten. Om dertill kommer att dessa nya skrifter synas gå i en riktning, som är egnad att gifva en fullkomligt oriktig föreställning om hela växtens utvecklings-sätt och de olika cellsystemernes tydning, sa torde det vara ursäktligt om den, som för redan ett tiotal af år tillbaka framställt en mycket olika uppfattning, tillåter sig uttala sin mening om de nya skrifternas innebörd.

Redan i äldre algologiska arbeten är bälens structur hos dessa släkten till hufvudsakliga delar tydligt framsteld. Uti HARVEYS *Nereis australis*, London 1847, pl. XXX, är den angifven hos 2:e arter af släktet *Champia*. Man ser att bälens utvändigt synes ledad; att de yttre stricturerne invändigt motsvaras af diaphragmer, hvilka utgöras af talrika celler, sammanfogade till en tunn enradig skifva; att den yttre väggen består (hos olika arter) af en eller flera rader tätt sammanslutande parenchymatiska celler; att denna fasta yttre vägg omsluter balens inre halighet, som genom diaphragmerne afdelas i leder, hvilka hvar för sig hafva form af en tunna; att talrika, men glest stälda, till utseendet oftast enkla, trädar sträcka sig på längden emellan

diaphragmerne; att dessa trådar bestå af en enkel rad cylindriska celler, som stå botten mot botten öfver hvarandra. Uti beskrifningen angifver HARVEY samma structur för slägtet *Chylocladia* (*Lomentaria*-arter hos andra författare). Uti ett arbete af NÆGELI (*Die neuern Algen-systeme, Zürich 1847*) förekommer en beskrifning af structuren hos *Lomentaria Kaliformis*, som i hufvudsak öfverensstämmer med HARVEYS; men NÆGELI fäster uppmärksamhet på vissa runda eller päronformiga celler, som finnas här och hvar på de inre längs-gående trådarne, om hvilka han säger att deras betydelse är honom gätlik. Det heter också uti den allmänna beskrifning NÆGELI lemnar om *Lomentariaceæ*: »Die Entwicklungsgeschichte ist mir noch ziemlich unbekannt. Aus meinen Untersuchungen geht bloss so viel mit Sicherheit hervor, dass das Längenwachsthum in einer Scheitelzelle statt findet, und mit Wahrscheinlichkeit, dass dieselbe sich durch schiefe Wände theilt».

Det torde väl förtjena framhållas att hvad NÆGELI ansåg som det af hans undersökningar framgående fullt säkra, det förnekas i det, så vidt jag vet, till tiden närmast efterföljande meddelandet om structuren hos *Lomentaria*. Enligt KNY (*Ächte und falsche Dichotomie im Pflanzenreiche, efter referat i Bot. Zeitung 1872 p. 704—5*) skulle nemligen tillvexten icke ske genom en toppcell. »Der Innenseite des Gehäuses¹⁾ schliessen sich mehrere, 6—8 und mehr, in ziemlich gleichen Abständen längs verlaufende Zellreihen an», deraf dock endast 2 skulle mötas i spetsen. Genom en med peripherien parallel vägg skulle cellerne i dessa längs gående cellrader (initialer) delas i 2:ne; utaf de yttre bildas genom vidare delningar bälens yttervägg, under det de inre glesna till de längsgående cellraderne. På bestämda verticala afstånd bildar en krets af innerceller, tätt under de ännu sammanhängande initialerne, de enradiga diaphragmerne.

¹⁾ Uttrycket synes kanhända något otydligt. Om cellraderne ansluta sig till insidan af ett yttre stomme, så kunde dermed antydvas att detta stomme förefanns, redan förut bildadt, en mening som tyckes mycket nära sig Herr WILLES sednare förklaring.

I närmaste öfverensstämmelse med den af KNY lemnade beskrifningen har BERTHOLD (*Beiträge zur Morphologie und Physiologie der Meeres-Algen* i *Jahrb. für wissenschaftl. Botanik* Bd. XIII, 1881, p. 686) framställt en grenspets af »*Chylocladia parvula*», der man ser de nämnda cellradernes ändrar mötas och utplattas emot hvarandra. Uti beskrifningen tillägges, att i det inre af hvarje led lika många cylindriska trådar förefinnas, som det gifves långa gående cellrader i den öfversta spetsen. Om tillvaron af de runda eller päronlika celler, som NÆGELI ansett gätlika, har jag icke sett någon uppgift hvarken hos KNY eller BERTHOLD.

Emellan NÆGELIS uppgift om en toppcell, som delades genom sneda väggar, och den KNY-BERTHOLD'ska om flere långsgående cellrader, som bildade initialer för tillvuxten i längd, finnes således en bestämd motsägelse. Måhända kan det antagas att det varit denna motsägelse, som i sin mån bidragit att framkalla de särskilda undersökningar, hvilka under den sista tiden tillkommit. Sedan man i de Botaniska Handböckerne börjat framhålla att hos Cryptogamerne — i motsats till Phanerogamerne — tillvuxten i längd skulle förmedlas genom en toppcell, så kunde det vara af vigt att äfven med afseende på Lomentaria-struc-turen få förhållandet utredt; man har åtminstone sett flera försök göras att bortförklara några af de många doctrinen motsägande fall, som förekomma hos Algerne.

De sednast publicerade skrifterne öfver Lomentaria-struc-turen äro, så vidt jag känner, följande:

1. »F. DEBRAY, *Recherches sur la structure et le developpe-ment du Thalle des Chylocladia, Champia et Lomentaria*», uti *Bullet. scientifique du Departement du Nord* IX, p. 253—266.

2. N. WILLE, *Beiträge zur Entwicklungsgeschichte der physiologischen Gewebe-Systeme bei einigen Algen-Gattungen*; uti ett föredrag i Bot. sällskapet i Stockholm Sept. 1885, der öfver ett kort meddelande finnes uti *Bot. Centralblatt* 1886: VII Qu. XXVI p. 86.

3. R. P. BIGELOW, *On the structure of the frond in Champia parvula Harv*, in *Proceed. of the American Academy of Arts and Sciences VI*, p. 111.

4. N. WILLE, *Om Toppellväxten hos Lomentaria Kaliformis*. Föredrag i Bot. sällskapet i Stockholm 21 Sept. 1887. — Sednare meddeladt i *Bot. Notiser 1887*¹⁾.

Af dessa har jag icke haft tillfälle se den under n:o 1 anförda; men af ett yttrande af Prof. FARLOW, bifogadt BIGELOW's afhandling, skall resultatet af DEBRAY's undersökning öfverensstämma fullkomligt med det, hvartill BIGELOW kommit. Enligt det korta meddelandet i *Bot. Centr.-Bl.* om H:r WILLE's första föredrag uppställer han 2:ne typer, af hvilka den ena skulle characteriseras genom tillvaron af en toppcell; i den andra ater skulle längdtillväxten förmedlas genom flera dichotomt förgrenade cellrader. Till den förra gruppen skulle räknas Lomentaria-typen, der (*Loment. Kaliformis*) toppcellen beskrifves vara kägelformig; diaphragmerne skulle bildas genom vissa inre cellers tvärdelnin-gar, under det de öfrige inre cellerne sträcka sig på längden och utsända hypherne (de långsgående trådarna), som utbildas till ledningsceller. Uti H:r WILLE's sednare meddelande, möjligen föränledt af H:r DEBRAY's olika uppfattning, uttalar han att den förra uppgiften om den terminala toppcellen endast afsåg det yttre cell-lagret; »indenfor dette ligger et Cellelag, der efter min Mening er at opfatte som et Ledningssystem og bestaar af langstrakte Celler, som ligge i langsgaaende Rader, der ere skildte ad ved ganske store Mellemrum» . . . »Hvorledes derimod Lednings-cellerne forholdt sig i Grenspidsene havde jeg icke fæstet mig nær-mere ved, da jeg fandt, at de opstode ved Deling af det ydre Lags Celler og at de meget tidligt forskydes saa stærkt, at deres Oprin-delse ikke længere bliver tydelig» . . . »Efter min Opfatning opstaa- imidlertid Lednings-systemets Celler oprindeligt gennem tangen-tiale Delinger af visse af det ydre Lags yngste Celler, omendskjønt den rige Dannelse af Gallert mellem dem og den som Følge deraf

¹⁾ Hr WILLE citerar här en större afhandling uti *Nova acta der K. Leopold Carol. Akademi*, Bd. 52, som synes ännu icke publicerad.

inträdande Forskydning, gör Forholdene mindre tydelige uden paa Tværsnitt i den umiddelbare nærhed af Topcellen.»

I stället för att Hr WILLE således tyckes närmast ansluta sig till NÆGELI's uppfattning, kommer deremot DEBRAY och BIGELOW till resultat, som närmast öfverensstämma med KNY's och BERTHOLD's uppgifter om structuren. Man står således, efter publicerandet af de nya skrifterne, för så vidt man afser tillvaron eller icke befintligheten af en toppcell, åter inför frågan — hvilkendera uppgiften derom är den riktiga?

Det torde böra anmärkas, att samtliga de nämnde undersökningarne afse endast 2:ne arter: *Lomentaria Kaliformis* och *Champia parvula*. NÆGELI, KNY, DEBRAY (enligt WILLE) och WILLE undersökte den förra; BERTHOLD och BIGELOW den sednare arten. De antydda motsägelserne i uppgifterne, om tillvexten genom en toppcell eller på annat sätt, kunna således icke vara beroende deraf att de undersökte arterne varit i afseende på structuren olika. De båda undersökte arterne tillhöra, enligt sednare systematiska författare, den ena släktet *Lomentaria*, den andra *Champia*, men de hafva på olika tider kallats *Chylocardia Kaliformis* och *Lomentaria parvula*. Man torde således icke heller gerna förledas till den slutsats, att uppgifterne om toppcellens tillvaro eller saknad vore beroende af det släkte, som arten tillhörde.

Granskar man med en smula kritiskt öga de angifna observationerne, så torde man lätt nog finna, att de i flera detaljer icke fullt öfverensstämma.

Fäster man större vikt vid bälens utveckling, antingen genom toppcell eller på annat sätt, så torde man väl med fog böra skilja emellan tillvaron af en verklig toppcell — som fortvexande alltjemt i spetsen, under det den nedtill delas, och genom hvars fortgående utveckling och derifrån utvecklade cellers nya delningar hela bälens tillkommer — och en öfversta cell, som under ett visst tidsmoment intager toppen, och under olika tider är en annan. Gör man denna skillnad, så torde det knapt kunna be-
 9

med sneda väggar afskär sina sido-celler; men enligt Hr WILLE's sednaste förklaring skulle toppcellen endast förefinnas i det yttre lagret; ledningscellerne, som lågo innanför detta, skulle uppstå genom tangentiala delningar af vissa det yttre lagrets yngste celler. Man skulle af denna beskrifning lätt nog få den uppfattning, att toppcellen sjelf icke hade någon function vid bildandet af ledningscellerne. Skulle äfven den genom tangential delning gifva upphof åt ledningsceller, så borde väl en axil rad af sådane finnas, hvarom dock ingen observation föreligger.

Men icke nog härmed. Gör man sig besvär att jemföra NÆGELI's analys med Hr WILLE's sednaste förklaring, så torde det nog framgå, att den ifrågavarande toppcellen förekommer enligt NÆGELI uti ett *inre*, men *först* bildadt lager, men enligt WILLE uti ett *yttre*, hvilket enligt hans mening skulle vara det *först* bildade. NÆGELI framställer nemligen det yttre stommet såsom bildadt af en enda cellrad stora parenchymatiska celler; utanför dessa, vid de stora cellernas sammanstötande hörn, afbildar han en rad små, i genomsnitt nästan trekantiga celler. Enligt NÆGELI äro dessa en sednare bildning; och i en särskild framställning (*Tab. X, fig. 14 a*) af ytans utseende före dessa små cellers tillkomst och efter deras bildning (*fig. 14 b*) har han tydligt nog angifvit både cellernes läge, deras olika storlek och utseende i de båda lagren, och han uttalar särskilt att de små cellerne äro en sednare bildning. Det kan icke vara någon tvekan om att den toppcell, som enl. NÆGELI skulle förekomma, förefanns i det först utbildade, sedermera inre, lagret af stora parenchymatiska celler. Hr WILLE, i sin sednare framställning, antager jemväl 2:ne lager, men det yttre först bildadt och att toppcellen endast förefinnes i detta.

Uti ett afseende — men kanske det för hela structurens tydning viktigaste — synas alla ofvan citerade undersökningar öfverensstämma, nemligen uti det hos dem nästan axiomatiska antagandet, att det yttre stommet är det först danade, det från hvilket de inre delarne successivt framkomma och utbildas. Och det är väl detta, enligt min tanke fullkomligt falska antagande

som vållat, att man mindre fäst sig vid de inre delarnes egenomlighet och förbisett deras betydelse för hela vextens daning.

Hvad som nemligen yttras om uppkomsten af diaphragmerne, om de bälén på längden genomgående cylindriska trådarne, om betydelsen af dessa trådar, om tillvaron och betydelsen af de runda eller päronformiga celler, hvilka utgå ifrån de cylindriska trådarne — det är hos alla hållet i så allmänna ordalag, att det väl torde kunna betviflas, huruvida verklig observation ligger till grund för derom gjorda antaganden.

Det var sannolikt någon aning om dessa inre delars stora betydelse som vållade att redan NÆGELI (*Algensyst. p. 244*) förklarade Lomentaria-structuren afvikande ifrån alla andra Florideers; och att han, ehuru han ansåg sig viss om tillvaron af en terminalcell, ändock förklarade att utvecklingen var honom temligen obekant (*l. c. p. 244*); och att sedermera BIGELOW, som icke antog någon toppcell och som hade kännedom om flera af sina föregångares både observationer och tydningar, slutade sitt arbete med följande erkännande »*We have to leave our subject for the present in an unsettled and therefore rather unsatisfactory condition*».

Jag har, i den lemnade redogörelsen för föregående försök att tyda Lomentaria-structuren, förbigått ett mitt eget arbete, som, ehuru publiceradt före de fleste af ofvan citerade, af dem förbigås utan allt omnämmande. Da den uppfattning af structuren, hvartill mina observationer leda, är så afvikande från de andras, har jag ansett mig böra därför särskildt redogöra.

Hvad jag om tydningen af Lomentaria-structuren uttalat förekommer dels i det arbete öfver *Florideernes morphologie*, som inlemnades till Kgl. Vetenskaps-Akademien den 12 Dec. 1877 och intogs i dess Handlingar (*15 Bd., n:o VI*), dels i den allmänna sammanfattning (*Morphologia Floridearum*), som utgafs 1880, såsom slutdel till ett systematiskt arbete öfver Florideerne. Till det sednare äro fullständiga både sak- och

namn-register lemnade och i båda hänvisas till structuren af både *Champia* och *Lomentaria*. Uti det svenska arbetet har jag lemnat så fullständiga afbildningar, att någon missuppfattning om structuren och dess tydning icke gerna bort kunna uppstå. Jag skall tillåta mig, medelst citat ur det svenska arbetet, här redogöra för den uppfattning, hvartill mina observationer synts leda.

Under rubriken 10. *Om cellernes ställnings och grupperings förhållanden* har jag först redogjort för flera olika typer, hos hvilka structuren under utvecklingen mindre förändras och derföre äfven (efter utvecklade individer) lättare tydes; och derefter anfört några exempel på former, der structuren under utvecklingen undergår större förändringar, dels genom bälens starkare utsvällning, dels derigenom att den förändras genom tillkomsten af nya delar. *Pag. 63* uttalas särskilt om *Champia* och *Lomentaria*, att det gifves få *Florideer*, der structuren under utvecklingen mera förändras. Dermed torde väl tillräckligen vara antydt, att man måste gå tillbaka till mycket unga delar för att få förklaringen för den slutliga structuren. Jag har afbildat (*Tab. XIX fig. 10*) en mycket ung gren af *Champia Tasmanica* i längdsnitt; här finnes icke det yttre lager af stora parenchymatiska celler, som af de nyare framställes såsom det ursprungliga, utan hela grenen sammansättes af trådar, i hvilkas nedre delar man lätt nog torde igenkänna de inre långsgående trådarne som förekomma uti den mera utvecklade bälens. Dessa trådar äro nedtill enklare (här och hvar dichotomt delade) men utlöpa upptill (*fig. 11 a*) i talrika grenar; och man ser vid jämförelse af öfre och nedre delar (*fig. 10*) att det är dessa grenars yttersta spetsar (de yttersta lederne) som ombildas till de parenchymatiska celler, hvilka utgöra det yttre stommet i den utvecklade växten. Uti förklaringen till *fig. 10 pag. 179* heter det: »Tillväxten torde tydligt nog ske i grenens spets i ett knippe uppåt tillväxande trådar; i det de mera centrala af dessa ombildas [ifrån att utgöras af korta rundade led] och förlängas i grenens längdriktning torde de yttre (af inre nytillkomna delar) trängas

allt mera åt sidorne och öfvergå till det corticala lagrets i en båge utlöpande trådar, tills det de såsom än äldre få en nästan vertical riktning utåt. Äfven diaphragmerne synas följa den allmänna riktningen och blifva snart till plana tunna membraner, som afdelar grenen likasom i öfver hvarandra ställda leder.» Jag har härmed velat antyda trådgrenarnes olika riktning i det inre af den unga vexten.

Det heter vidare (pag. 67) »Den fullständiga förklaringen af hela utvecklingen får man väl först vid ett väl lyckadt genomsnitt af sjelfva hjessan på en mycket ung gren, och kanske tydligare i samma mån som grenen är mera tvärt afslutad (*Tab. XIX, fig. 12 a och b*). Likasom korshvalfvens bågar i en döm bilda det grundstomme, som uppbär det hvälfda taket, så ser man sjelfva hjessan af den unga grenen uppbäras af talrika rader (färre i en smalare, flera i en trubbigare grenspets) af öfver hvarandra ställda celler, raderne bågformigt convergerande mot den öfversta och centrala toppen» Från dem, som i snittet voro laterala, syntes några få korta och rundade celler utgå, hvilka torde bilda anlaget till de peripheriska trådarne. I sjelfva spetsen af de convergerande raderne voro cellerne nästan runda; de nedåt näst följande vidgas något mera på bredden, och de hvarandra närmaste uppåt och nedåt, såg jag stundom tydligare sammanbundne genom en nedåt skjutande spets (typfel-gång). På något afstånd nedanom spetsen (vid den 6:te cellen på ett preparat, först vid den 10—11 på ett annat) fanns en rad af celler, i hvilka vidgningen på tvären hade nått sitt maximum, och dessa celler syntes på väg att sins emellan [från olika rader] förenas medelst mindre, korta och runda celler, som syntes utskjutna från de på bredden vidgade cellerne; det är af dessa sednare, jemte de runda derifrån utgående cellerne, som diaphragmerne bildas. De dessa breda celler närmast i raden nedåt följande sträckas i stället på längden; den först efterföljande såg jag till en början något tjockare, den andra redan utdragen till ett cylindriskt led, och så fortsattes vidare nedåt; de sålunda

förlängda leden tillhoppa bildande de inre trådar, som i den inre vexten synas sammanbinda diaphragmerne.»

Jag tror mig sålunda hafva tydligt nog visat, att det yttre stommet, sådant det förekommer i en något äldre gren, bildadt af tätt sammanfogade parenchymatiska celler, icke förefinnes i en mycket ung grenspets; att deremot i en sådan de på längden genomgående inre trådarne icke blott redan förefinnas, utan äfven med sina förgreningar uteslutande bilda alla vextens elementer; de utgöra i sjelfva verket det axila system, hvarifrån såsom förgreningar alla öfriga elementer utgå. De parenchymatiska celler, som utgöra det yttre stommet i den fullbildade vexten, äro blott de yttersta spetsarne af de inre trådarnes yttersta förgreningar, som i begynnelsen runda och af samma kaliber som de inre trådarne, småningom svälla ut, sammanhållne af ett ymnigt slemlager, och hvilka slutligen genom trycket mot hvarandra antaga den form, som de förete i den utbildade bålen.

Med afseende på de inre trådarnes förhållande till diaphragmerne och de runda eller päronformiga celler, som vid trådarne äro fästade, har jag (pag. 67) anfört: »Betraktar man något nogare ett af de yngre diaphragmerne, som vid längdsnittet genomskurits (*Tab. XIX, fig. 11 b*), så visar sig att åtminstone vissa af de på längden utlöpande trådarne gå igenom diaphragmats plana skifva, utan att dermed vara sammanvuxne. Kunde man antaga att så äfven vore förhållandet med de andra trådarne, som icke blottats vid genomskärningen, finge man svårt att förklara diaphragmerne såsom bildade af grenar framkommande från de på längden genomlöpande trådarne. Betraktas ett yngre diaphragma uppifrån, så synes det bildadt af tillrundade celler, sins emellan sammanhängande med utdragne spetsar och lemnande emellan dessa tomrum, i hvilka de långsgående trådarne kunna upptagas.» . . . Jag har afbildat ur ett sådant ungt diaphragma (*l. c. fig. 11 d*) några celler, och det heter derom i förklaringen: de visa sig bestå af 2:ne olika slag, neml. dels några sins emellan sammanbundne medelst utdragna spetsar, dels ifrån de förra likasom utskjutne, mera omvänt äggrunda, fästade med

en smalare bas, och motsvarande de i *fig. c* lateralt utgående» (= de här ofvanför omtalade päronformiga cellerne, hvilka utgå från de inre trådarne). Der flera af dessa sednare sammanstöta, med sina trubbiga ändar, torde de snart sammanvexa. Diaphragmat torde sålunda anläggas såsom ett slags stjernformig väfnad, emellan hvars sammanstötande celler öppningar förefinnas, genom hvilka de i grenens längdriktning fortvexande trådarne till en början kunna synas fria och sednare likasom genomvuxne». Att de nämnde omvänt äggrunda cellerne, fästade med en smalare bas, äro identiska med dem, som förekomma spridda vid de inre trådarne, har jag trots ytterligare bekräftas genom ett tillfälligtvis missbildadt diaphragma, af hvilket jag jemväl lemnat en afbildning (*Tab. XIX, fig. 11 c*). — Jag har antagit att de päronformiga celler, som uppstå der ett diaphragma skall anläggas, medverka till dettas bildning; men att de som förekomma emellan diaphragmer voro ett slags öfverflödsbildningar, som jag betecknat såsom adventiva. Jag har föreställt mig att likasom ifrån de axila stamtrådarne afgå utåt trådor som bilda corticallagret, så torde andra förgreningar gå innåt bålen, hvilka hafva sin uppgift att lemna elementer till diaphragmerne; och att diaphragmerne sjelfve hafva till bestämmelse, att sammanhålla de mellan dem utsvällande lederne i bålen.

Sedan jag redogjort för den uppfattning, som jag för redan 10 år sedan framställt, skall jag tillåta mig tillägga några ord, med anledning af de undersökningar som sednast tillkommit, hvilka afse andra arter än den, hvars utvecklingssätt jag sökt antyda. Det gällde för mig att redogöra för egendomligheterna af en viss typ, och jag ansåg mig derföre böra välja en form af det slägte, som jag ansåg fullkomligast framställa denna typ, och hos en art af detta, der den typiska structuren förefanns utan vissa complicationer (som förekomma hos flera arter), hvilka jag ansåg såsom mera speciela afvikelser från den allmänna typen. Hos *Champia Tasmanica* äro båleus leder kortare och svälla

mellan diaphragmerne mindre ut än hos de flesta andra arter. Det gifves andra former af både *Champia* och *Lomentaria*, der diametern af en yngre gren utgör omkring 1 millimeter, under det jag sett delar af stammen på samma individ mäta öfver 4. Det är vanligt att vid en starkare utsvällning af bålen hos många Alger de inre delarnes ställning förändras, och deras förhållanden till hvarandra då kunna blifva mindre tydliga.

Det gifves vidare arter, hos hvilka det yttre stommets parenchymatiska celler utgöras af flera, i radiens riktning öfver hvarandra ställda lager. Hos sådane arter blifva de yttre stricturerne mindre synbara i något äldre grenar, och stundom, i än äldre stammar nästan försvinnande (*Champia obsoleta*¹⁾). Hos *Champia Novæ Zelandiæ* har jag sett det yttre stommet bestå af 5—6 lager sådane parenchymatiska celler. Vid grenarnes yngre spetsar har jag jemväl hos denna art sett de inre trådarne och de ofvan beskrifne convergerande raderne af små rundade celler; men de derefter (nedåt) följande cellraderne, hvilka böja sig i en båge utåt, sammansättas af långsträckta leder af större kaliber, hvilka hafva synts mig antyda, att det yttre stommets flera lager af parenchymatiska celler här uppkomma derigenom att icke blott de yttersta leden i de vertikalt utgående trådar, som hos andra arter bilda det yttre stommet, ombildas, utan flera leder öfvergå till fasta parenchymatiska celler. Man torde sålunda väl kunna sätta i fråga, huruvida hos sådane arter, der flera cellrader sammansätta det yttre stommet, de inre skulle uppkomma genom tangentiala delningar af det yttre lagrets förut bildade celler, såsom flera af de nyaste tolkarne af *Lomentaria*-structuren uppgifva. Men det synes mig jemväl möjligt, att hos andra arter, der i yngre delar ett enda cellager bildar det yttre stommet, men i äldre delar flera lager förekomma, de yttre kunna bildas genom nya celler, som utskjuta i mellanrummen (i vinklarnes) mellan det inre lagrets flera sammanstötande celler, på sätt NÆGELI's observationer antyda. Ett sådant yttre cellers

1) På ett längdsnitt af en äldre gren, der de yttre stricturerne syntes saknas, såg jag hos *Champia obsoleta* det inre diaphragmat ännu kvar.

uppkomstsätt förekommer hos olika släkten af Florideer; den inre cellens yttre topp synes då ofta omgifven likasom af en krans af mindre (»cellulæ rosulatæ»). Jag skall dock icke här vidare inlåta mig på dessa, särskilda arter tillkommande, förhållanden, som dels synas mig vara af underordnad betydelse, dels förekommande hos arter, som man ännu icke sett i frukt, och hvilkas släktskap sålunda kan vara osäker.

Redan den omständigheten, att i äldre analyser af structuren talrika inre trådar angifvas sammanbinda diaphragmerne hos *Champia*, under det hos *Lomentaria*-arter dessa trådar antingen alldeles med tystnad förbigås, eller blott framställas såsom tätt innanför det yttre stommet utlöpande i en peripherisk rad, såsom NÆGELI (*Neuer Alg. Syst.*) angifver, torde väl antyda att structuren icke torde vara fullkomligt öfverensstämmande hos de båda släktena. Då det i mitt ofvan citerade arbete hufvudsakligen gälde att angifva *Lomentariatypens* egendomlighet, och denna angafs genom framläggande af utvecklings sättet af det mest framstående släktet, ansågs det icke nödigt att särskilt redogöra för den modification, som åtminstone flera *Lomentaria*-arter förete. Då emedlertid några af de nyare tolkarne af *Lomentaria*-structuren valt *Lomentaria Kaliformis* såsom undersökningsmaterial, så skall jag nu tillåta mig i möjligaste korthet angifva i hvad mån structuren hos *Lomentaria* förekommit mig afvikande ifrån *Champia*.

Om det varit nödigt att hos *Champia* gå tillbaka till mycket unga grenar, för att finna tydningen af dess egendomliga structur, så är kanske detta än mera fallet hos *Loment. Kaliformis*. Finner man en mycket ung gren ännu i sitt första utvecklingsstadium¹⁾, så visar sig dess structur i det närmaste öfverensstämma med den ofvanför angifna för *Champia*. Uti det mycket späda anlaget till en ny gren såg jag ett knippe af inre axila trådar

¹⁾ På något äldre stånd af *Lomentaria Kaliformis* utgå grenarne ofta i verticiller, i hvilka allt flera nya grenar synas framkomma. Genom att utskära tunna snitt igenom, eller i den omedelbara närheten af dessa grenkransar, har jag lyckats få anlag till grenar, som ännu knapt kunde skönjas för blotta ögat, och utvisande grenar i ett än yngre stadium än det jag hos *Champia* afbildat.

utlöpa, som nedtill med cylindriska, förlängda leder, och här sparsamt dichotomt förgrenade, uppåt och emot peripherien mera grenade, syntes utlöpa i korta perlbandslika trådar, som inom ett ännu slemmigt hylle bildade ett slags yttre lager. De inre axila trådarne eller trådstammarne, såg jag nedtill färre (2—3), upp till flera (5—6 eller ännu flera), i det de nedtill här och hvar syntes dichotomt delade, bildande på detta sätt nya trådstammar, som upp bära hvar sin andel af de utåt riktade peripheriska grenarne. För att nyttja ett inom algologien mera modernt uttryck, äro dessa axila trådar starkt ljusbrytande, och vid olika inställning syntes de mycket tydliga tvärs igenom det corticala lagrets i slem inhöljda, och tätt ställda, små runda celler. Jag trodde mig jemväl tydligt nog kunna se, att dessa trådstammar icke genomgingo det nya grenanlagets innersta axila område, utan (mera parietalt utlöpande) lemnande ett inre område oberördt, hvilket väl småningom utbildas till bälens inre hålighet.

I stället för att hos *Champia* de inre långs gående trådarne vid ett längdsnitt förekomma likasom varande af 2:ne olika slag, nemligen *några* som ännu i den mera fullbildade vextens äfven nedre leder förefinnas genomlöpande den inre hålighetens axila del, och deraf flera, såsom ofvanför blifvit antydt, kunna genomlöpa diaphragmerne, utan att med dem vara sammanvuxne; och *andra* mera parietalt ställda, från hvilka de parietala förgreningar utgå, hvilkas ytterste led ombildas till det corticala lagrets celler; så synes det som hos *Lomentaria* endast trådar af detta sednare slag skulle förekomma.

De grenanlag hos *Lomentaria Kaliformis*, som jag nyss redogjort för, voro tydligen mycket yngre, än det hos *Champia*, hvaraf ett längdsnitt framställes i »*Florideernes morfologi*». Grenanlagen hos *Lomentaria*, som voro af en oval eller omvändt äggrund form, hade i sin helhet en längd som knapt motsvarade 2 gånger diameterns; och diametern vid den unga grenens bas motsvarade ungefär vidden af 2:ne af de parenchymatiska celler i den äldre stamdel, hvarifrån grenanlaget utgick. Emellan hufvudstammens yttre celler såg jag jemväl, tydligt nog, fina

anastomoserande trådar utgå, hvilka hade samma utseende som de innanför stommet i denna stam på längden utlöpande trådarne; och att de anastomoserande trådarne utgingo ifrån dessa vågar jag antaga såsom nästan säkert, ehuru jag icke kunde följa dem i hela deras längd. Jag betviflar knapt heller, att af dessa anastomoserande trådar en eller annan förgrening ingått i det nya grenanlaget och gifvit der upphof till de axila tråd-stammarne, som der antaga annan riktning och functioner i en ny del. I stället för de hyalina trådarne, som förekomma i grenanlaget, hade de anastomoserande trådarne i stamdelen en mera i gult stötande färg.

I händelse dessa antaganden om trådarnes samband emellan den äldre stamdelen och det mycket unga grenanlaget äro riktiga, så torde detta samband utgöra ett ytterligare bevis för den ofvan gifna uppfattningen af de axila trådarnes betydelse för vextens daning hos *Champia* och *Lomentaria*.¹⁾

Jag har i den föregående framställningen sökt visa, huru de olika cellsystemer som förekomma, eller deraf rester kvarstå i den färdigbildade bålen, hvar för sig medverka till danandet af *Lomentaria*-typens egendomliga structur. Men då man framhåller en egen *Lomentariatyp*, och det jemväl har uttalats (*NÆGELI Neuer. Alg. Syst. p. 244; I. Ag. Sp. Alg. p. 726*) att den vore afvikande ifrån alla andra *Florideers*, så torde det slutresultat, hvartill föregående cellgrupperingar och olika cellers förvandlingar fört, så mycket mindre böra förbises, som hela den

¹⁾ Ibland nyare författare, som redogjort för structuren hos *Lomentariatypen*, har jag icke omnämnt den af SCHMITZ i hans arbete öfver *Florideernas* befruktning (*Sitzungsberichte der Kön. Preuss. Akademie der Wissenschaften zu Berlin 1883*) lemnade figur (fig. 29) af en af de trådar, som bilda grenspetsen hos *Lomentaria Kaliformis*. Om ock man icke här af får någon förklaring af bålen hela utvecklingssätt, så synes denna figur tydligt nog bekräfta min uppgift om den ursprungliga structuren i ett yngre grenanlag, för så vidt som det yttre stommet af parenchymatiska celler ännu icke här förekommer.

föregående utvecklingen tydligen syftar på frambringandet af den egendomliga byggnad, som den fullbildade bålen företer.

Redan på Algologiens första tid, då man fördelade samtliga Alger på några få släkten, uppställdes *Champia*, fast under annat namn, såsom eget släkte. Det var då, utan tvifvel, de inre öfver hvarandra stälde, men sins emellan skiljda rummen, liknande leder, utan att äga deras structur, som ansågos nog egendomliga för att angifva typen för ett eget släkte. Dessa inre rum, utan synligt cell-endochrom, hvilkas bildning vidtager redan vid båleus första anläggning och sedan förefinnas under hela vextens lif, hvad betyda de väl, eller med hvilka andra organer hos andra vexter höra de rätteligen jemföras? Jag skall tillåta mig några antydanden härom, grundade på hvad man torde kunna sluta till af föreliggande observationer öfver båleus utvecklingsätt och af hvad jemförelse med andra Alger synes mig angifva.

Hvarest båleus utveckling, hos andra *Florideer*, utgår ifrån en axil cellrad, eller från ett knippe af axila trådar, der torde det vanligaste förhållandet vara, att denna axila cellrad under utvecklingen, på ett eller annat sätt förstärkes och ofta utbildas till en costa, som merendels äfven utvändigt blir synlig. Hvarest ett motsatt förhållande äger rum, så att det axila knippet, liksom fördeladt och förglesnadt, nästan försvinner, der torde ett särskildt moment tillkomma, som öfverflyttar det axila knippets betydelse för cellernes sammanhållning på annan del. Hos *Champia*, *Lomentaria*, *Rhabdonia* m. fl. torde denna förändring stå i nära samband med en starkare utsvällning af bålen.

Hos många Alger utgöres det yttre lager, som utgår ifrån ett axilt trådknippe, af radierande trådar, hvilka utåt mot peripherien altmera förgrenas, med de yttre, ofta perlbandslika, grenarne än utåt afsmalnande, än mera klubbformiga, vanligen, om icke alltid, sammanhållne af ett yttre slem. Om hos *Rhabdonia*, *Lomentaria* och *Champia* detta yttre lager normalt ombildas så, att flera eller färre af de peripheriska trådarnes yttre leder under utvecklingen ombildas till ett eller flera lager af fast förenade parenchymatiska celler, så torde väl detta tyda på ett särskildt

ändamål, på ett bälens behof af en fast yttervägg; och om denna fasta, först bildade, yttervägg än mera genom tillkomna lager förstärkes under tillvexten (eller hos vissa arter redan från början), och derjemte särskilda diaphragmer tillkomma, som nödvändigtvis måste bidraga till ytterväggens sammanhållande, så måste väl hela denna structur ytterligare tala för denna uppfattning.

Denna den yttre väggens fasta byggnad hos *Lomentaria* och *Champia* torde icke gerna kunna afse ett yttre tryck; förefunnes ett sådant, borde icke bälens leder vara utsvällda på midten och visa stricturer gent emot diaphragmerne, hvilka utan tvifvel mot ett yttre tryck utgöra ett starkare stöd, än den vid ledernes midt utsvällda yttre väggen kan lemna utan detta inre stöd. Jag föreställer mig således, att den fasta ytterväggen, jemte diaphragmerne, afse att utgöra en motvigt mot en tendens till bälens alltför starka utvidgning inifrån. Att en sådan tendens finnes, synes antydvas deraf, att, såsom ofvan blifvit anmärkt, på samma individ, der yngre grenars diameter utgör 1 millimeter, man kan se äldre grenar svälla ut till en vidd som är 4 gånger större.

Jag har ofvanför antydt, att i det mycket späda grenanlaget hos *Lomentaria Kaliformis*, de långsgående inre trådarne, i det de småningom uppåt blifva flera, antaga en mera periphere risk riktning kring ett inre område, som de lemna oberördt. Det har synts mig mycket antagligt, att detta inre område utgör det första anlaget till den inre hålighet, som, sedermera starkare utbildad, antager en bestämd form uti de öfver hvarandra ställda rum, hvilka sins emellan skiljas genom diaphragmerne. Det har jemväl ofvanför blifvit antydt, att diaphragmerne tidigt anläggas och till en början sammansättas af en stjernformig väfnad, som nog torde kunna jämföras med de, på ett liknande sätt construerade diaphragmer, som förekomma mellan lacuner och luftgångar hos många högre vattenvexter. Om sedermera dessa diaphragmers väfnad ombildas till en fastare slutna membran, så torde det väl kunna tänkas att denna ombildning sker för att motsvara ett sednare tillkommet ändamål. Det torde således väl

kunna antagas att den egendomliga structur, som Lomentaria-bålen slutligen i sin helhet företer, redan genom de första cellgrupperingarne finnes antydd, och att den allt vidare utbildas genom de förändringar af olika art, som successivt tillkomma. Under hänvisande till bestämda observationer har jag ofvanför sökt visa *huru* alla dessa förändringar genomföras; rörande det slutliga ändamål, *hvarföre* de tillkomma, vågar jag ytterligare tillägga en antydan.

Det må väl förtjena någon uppmärksamhet, att, under det hos de bruna Algerne (*Fucoideerne*, *Melanospermeerne*) särskilda flyt-adparater, under en eller annan form, äro vanliga, sådane ingenstädes skulle utbildas hos Florideerne. Hos de bruna Algerne utbildas dessa adparater än såsom särskilda organer, än förekomma de såsom lokala utsvällningar af vissa delar. Hos några (*Laminaria-* och *Ecklonia-*arter) är det stammen som sväller ut; hos *Macrocystis* är det de vegetativa bladens nedersta del; hos *Fucus* är det mer eller mindre bestämda delar af bålen yttre del; hos *Fucodium* m. fl. af dess inre; hos *Sargassum-*arter hafva blåsorna olika form hos olika arter o. s. v. Jemför man dessa organers förekomst med hela vextens sätt att vaxa, så torde man lätt nog få den öfvertygelsen, att om de hos vissa (*Macrocystis-*arterne) fungera som flöten, hvilka hålla vextens långa stammar flytande i vattenytan, så verka de hos andra, som en förankrad boj, i syfte att hålla vexten upprättstående i vattnet. Likasom den typ för dessa organer, som några *Laminaria-* och *Ecklonia-*former förete, torde kunna sägas nå sin högsta form i den blåsligt utsvällda stamspetsen hos *Nereocystis*, så torde samma typ kunna sägas vara representerad hos *Asperococcus*, *Striaria* m. fl., der större delar af bålen bildar en inre hålighet, och hos *Chorda lomentaria*, der den sväller ut i skiljda, öfver hvarandra radade rum, som åt den fullt utbildade vexten ger ett så egendomligt utseende. Har man följt dessa enklare former hos olika *Fucoideer* och fått en öfvertygelse om deras analogi med de hos andra förekommande, såsom särskilda organer utbildade blåsorne, hvilka i sin ordning än kunna vara enkla,

än bestående af öfver hvarandra radade rum (*Halidrys*), så torde man väl äfven lätt nog komma till den öfvertygelsen, att icke så få former af Florideer, hvilka fordom skulle räknats till *Dumontia*, *Halymenia* o. s. v., och hvilka nu finnas inom skiljda släkten (*Chrysymenia*, *Gloiosaccion*, *Bindera* m. fl.), i hela bålen bildning visa med ofvannämnda enklare former af Fucoideerne en tydlig öfverensstämmelse. Sådane formers stora inre håligheter äro ofta delvis (nedtill) fyllda med en nästan ofärgad vätska, upptill efter utseendet tomma. Jag har föreställt mig att hos sådane former den stora inre håligheten småningom fylles af gasartade ämnen, som successivt utvecklade slutligen torde mäktigt bidraga att hålla den ofta af en tunnare cellulös membran omgifna tubulösa bålen i den uppräta ställning, den är afsedd att intaga.

Att sådane högre utbildade flyt-adparater, som förefinnas hos många Fucaceer, icke förekomma hos Florideerne, torde väl kunna anses beroende deraf, att Florideerne i allmänhet vexa på djupare vatten, der ljusets fördelning på annat sätt väl har inflytande både på deras utseende (färg-nyanser) och hela deras lifsprocess. Men deraf följer väl icke att jemväl den organisation, som förekommer hos vissa Fucoideer, och som synes afse att hålla bålen upprätstående jemväl borde fränkännas vissa Florideernes former. Och om de enklare *Dumontia*- och *Halymenia*-typerne på detta sätt kunna tydas, så torde, kanske med än mera berättigande, den vida fullkomligare adparat af öfver hvarandra ställda inre rum, som förefinnes hos den så kallade *Lomentaria*-typen, kunna anses såsom en mera complicerad adparat för samma ändamål.

Har man öfvertygat sig om att denna uppfattning af *Lomentaria*structurens betydelse är riktig, så torde det väl kunna ifrågasättas, huruvida icke de hos många Florideer förekommande, genom sin storlek märkbara celler, som i yngre delar hafva ett färgadt endochrom, men i äldre delar synas tomma, blifvit ombildade för liknande ändamål.

Skänker till Vetenskaps-Akademien's Bibliothek.

(Forts. från sid. 48.)

Wiesbaden. Verein für Naturkunde.

Tageblatt der 60. Versammlung Deutscher Naturforscher und Ärzte 1887 Sept. Wiesb. 1887. 4:o.

Den Mitgliedern der 60. Versammlung Deutscher Naturforscher... dargebracht vom Gemeinderath der Stadt Wiesbaden. [WINTER & BRIX, Die Wasserversorgung und Canalisation der Stadt Wiesbaden.] Wiesbaden 1887. 8:o.

GROSSMANN, F., Schlangenbad, Wildbad und Waldluft-Curort. Wiesbaden 1887. 8:o. *

PFEIFFER, E., Wiesbaden als Curort. Wiesbaden 1887. 8:o.

Utgifvarne.

Journal of comparative medicine and surgery, edited by W. A. CONKLIN and R. S. HUIDEKOPER. Vol. 9 (1888): N:o 1. Philadelphia. 8:o.

Författarne.

HOLM, G., Om Olenellus Kjerulfi LINNÉ. Sthm 1887. 8:o.

— Småskrifter, 2 st.

MÖRNER, C. TH., Histo-kemiska iakttagelser öfver tracheal-broskets hyalina substans. Ups. 1887. 8:o.

NILSON, L. F., Studier öfver komjökens fett. Sthm 1886. 8:o.

— Småskrifter, 27 st.

SVEDMARK, E., Meteoror iakttagna inom Sverige år 1887. Sthm 1887. 8:o.

— Småskrifter, 10 st.

DINGLE, E., The balance of physics, the square of the circle and the earth's true solar and lunar distances, discovered and demonstrated... London 1885. 8:o.

— Småskrifter, 2 st.

WILLE, N., Beiträge zur Entwicklungsgeschichte der physiologischen Gewebesysteme bei einigen Florideen. Halle 1887. 4:o.

Om en serie.

Af C. F. LINDMAN.

[Meddeladt den 8 Februari 1888.]

I KLÜGELS mathematisches Wörterbuch (Tom. IV, sid. 559) förekommer den infinita serien

$$1 - 8x + 27x^2 - 64x^3 + \text{etc.},$$

hvilken der betraktas såsom skilnaden mellan bråken

$$\frac{(1 + x^2)(1 - 22x^2 + x^4)}{(1 - x^2)^4} \text{ och } \frac{8x(1 + 4x^2 + x^4)}{(1 - x^2)^4}.$$

Dessas skilnad, som, efter förkortning med $(1 - x)^4$, finnes

$$= \frac{1 - 4x + x^2}{(1 + x)^4},$$

skulle alltså vara seriens summa, förutsatt att hon konvergerar. Den saken nämnes dock icke på det anförda stället, men man finner lätt, att konvergens eger rum, om $x < 1$ ¹⁾. Om under denna förutsättning $(1 + x)^{-4}$ utvecklas i serie och denna multipliceras med $1 - 4x + x^2$, så fås verkligen den framställda serien.

Någon metod att omedelbart summera henne omtalas icke, men detta kan lätt ske på följande sätt. Om seriens summa tecknas med s_3 , så är

$$s_3 = \sum_{\nu=1}^{\nu=\infty} (-1)^{\nu-1} \nu^3 x^{\nu-1}. \quad (1)$$

Om man i öfverensstämmelse härmed sätter

¹⁾ Se t. ex. CATALAN, *Traité élém. des séries*, Paris 1860, pag. 8, Théor. V.

$$s_0 = \sum_{\nu=1}^{\nu=\infty} (-1)^{\nu-1} x^{\nu-1},$$

så befinnes

$$s_0 = \sum_{\nu=1}^{\nu=\infty} (-1)^{\nu-1} x^{\nu-1} = \frac{1}{1+x}, \quad (2)$$

efter som detta är en geometrisk progression. Genom differentiation finner man häraf

$$\frac{ds_0}{dx} = \sum_{\nu=1}^{\nu=\infty} (-1)^{\nu-1} (\nu-1) x^{\nu-2} = -\frac{1}{(1+x)^2},$$

som, multiplicerad med x och adderad till (2), ger

$$s_1 = \sum_{\nu=1}^{\nu=\infty} (-1)^{\nu-1} \nu x^{\nu-1} = \frac{1}{(1+x)^2}. \quad (3)$$

Gör man här på samma sätt, befinnes

$$s_2 = \sum_{\nu=1}^{\nu=\infty} (-1)^{\nu-1} \nu^2 x^{\nu-1} = \frac{1-x}{(1+x)^3}. \quad (4)$$

Genom samma förfarande fås äntligen

$$s_3 = \sum_{\nu=1}^{\nu=\infty} (-1)^{\nu-1} \nu^3 x^{\nu-1} = \frac{1-4x+x^2}{(1+x)^4}, \quad (5)$$

såsom på det anförda stället blifvit funnet.

Det synes nu icke sakna allt intresse att betrakta den allmännare serien

$$s_n = \sum_{\nu=1}^{\nu=\infty} (-1)^{\nu-1} \nu^n x^{\nu-1}, \quad (6)$$

hvilken ock konvergerar, när $x < 1$. För att få ett förberedande begrepp om beskaffenheten af det bråk, som kan förmodas vara seriens summa, må vi här uppskrifva några enskilda fall, hvarvid den lätt bevista satsen

$$s_{n+1} = s_n + x \frac{ds_n}{dx} \quad (7)$$

kommer till nytta. Sålunda är

$$s_0 = \sum_{v=1}^{v=\infty} (-1)^{v-1} x^{v-1} = \frac{1}{1+x}$$

$$s_1 = \sum_{v=1}^{v=\infty} (-1)^{v-1} v x^{v-1} = \frac{1}{(1+x)^2}$$

$$s_2 = \sum_{v=1}^{v=\infty} (-1)^{v-1} v^2 x^{v-1} = \frac{1-x}{(1+x)^3}$$

$$s_3 = \sum_{v=1}^{v=\infty} (-1)^{v-1} v^3 x^{v-1} = \frac{1-4x+x^2}{(1+x)^4}$$

$$s_4 = \sum_{v=1}^{v=\infty} (-1)^{v-1} v^4 x^{v-1} = \frac{1-11x+11x^2-x^3}{(1+x)^5}$$

$$s_5 = \sum_{v=1}^{v=\infty} (-1)^{v-1} v^5 x^{v-1} = \frac{1-26x+66x^2-26x^3+x^4}{(1+x)^6}$$

$$s_6 = \sum_{v=1}^{v=\infty} (-1)^{v-1} v^6 x^{v-1} = \frac{1-57x+302x^2-302x^3+57x^4-x^5}{(1+x)^7}$$

$$s_7 = \sum_{v=1}^{v=\infty} (-1)^{v-1} v^7 x^{v-1} = \frac{1-120x+1191x^2-2416x^3+1191x^4-120x^5+x^6}{(1+x)^8}$$

o. s. v.

Dessa formler gifva anledning förmoda, att täljaren i det bråk, som utgör seriens summa, med undantag af det första, har lika många termer som index har enheter och att exponenten i nämnaren är en enhet större än index. Äfvenledes ses, att i täljarne koefficienterna äro lika för termer, som ligga lika långt från de yttersta. Man har således anledning att sätta

$$s_n = \sum_{v=1}^{v=\infty} (-1)^{v-1} v^n x^{v-1} = \frac{\sum_{v=1}^{v=n} (-1)^{v-1} A_v^{(n)} x^{v-1}}{(1+x)^{n+1}}, \quad (8)$$

hvarest man har att bestämma koefficienterna $A_\nu^{(n)}$. Om man skriver

$$s_n = 1 - 2^n x + 3^n x^2 - 4^n x^3 + 5^n x^4 - 6^n x^5 + \text{etc.}$$

och multiplicerar med den utvecklade $(1+x)^{n+1}$ samt jämför termer, som innehålla samma dignitet af x , så fås

$$A_1^{(n)} = 1$$

$$A_2^{(n)} = 2^n - (n+1)_1 1^n$$

$$A_3^{(n)} = 3^n - (n+1)_1 2^n + (n+1)_2 1^n$$

$$A_4^{(n)} = 4^n - (n+1)_1 3^n + (n+1)_2 2^n - (n+1)_3 1^n$$

o. s. v.

samt i allmänhet

$$A_p^{(n)} = \sum_{\nu=1}^{\nu=p-1} (-1)^\nu (n+1)_\nu (p-\nu)^n, \quad (n \geq p \geq 1) \quad (9)$$

hvilket vilkor innebär, att $A_p^{(n)}$ är = 0 för $p < 1$ och $p > n$.

Vidare bör tillses, om och huru koefficienterna i en summa bero af den summas, hvars index är en enhet lägre. Om (8) differentieras, så fås

$$\frac{ds_n}{dx} = \frac{\sum_{\nu=1}^{\nu=n} (-1)^{\nu-1} (\nu-1) A_\nu^{(n)} x^{\nu-2}}{(1+x)^{n+1}} - \frac{(n+1) \sum_{\nu=1}^{\nu=n} (-1)^{\nu-1} A_\nu^{(n)} x^{\nu-1}}{(1+x)^{n+2}}$$

Om man här multiplicerar med x och adderar produkten till s_n , så fås på grund af (7)

$$s_{n+1} = \frac{\sum_{\nu=1}^{\nu=n} (-1)^{\nu-1} \nu A_\nu^{(n)} x^{\nu-1}}{(1+x)^{n+1}} - \frac{(n+1) \sum_{\nu=1}^{\nu=n} (-1)^{\nu-1} A_\nu^{(n)} x^\nu}{(1+x)^{n+2}}$$

Då bråken göras liknämninga, finnes

$$s_{n+1} = \frac{\sum_{\nu=1}^{\nu=n} (-1)^{\nu-1} \nu A_\nu^{(n)} x^{\nu-1} - \sum_{\nu=1}^{\nu=n} (-1)^{\nu-1} (n+1-\nu) A_\nu^{(n)} x^\nu}{(1+x)^{n+2}}$$

Om man i senare summan insätter $\nu-1$ i stället för ν , fås

$$s_{n+1} = \frac{\sum_{\nu=1}^{\nu=n} (-1)^{\nu-1} \nu A_{\nu}^{(n)} x^{\nu-1} - \sum_{\nu=2}^{\nu=n+1} (-1)^{\nu} (n+2-\nu) A_{\nu-1}^{(n)} x^{\nu-1}}{(1+x)^{n+2}}$$

eller

$$s_{n+1} = \frac{\sum_{\nu=1}^{\nu=n} (-1)^{\nu-1} \nu A_{\nu}^{(n)} x^{\nu-1} + \sum_{\nu=2}^{\nu=n+1} (-1)^{\nu-1} (n+2-\nu) A_{\nu-1}^{(n)} x^{\nu}}{(1+x)^{n+2}}.$$

Emedan $A_0^{(n)}$ och $A_{n+1}^{(n)}$ äro = 0, kunna båda summorna för-
enas till en, och man får

$$s_{n+1} = \frac{\sum_{\nu=1}^{\nu=n+1} (-1)^{\nu-1} [\nu A_{\nu}^{(n)} + (n+2-\nu) A_{\nu-1}^{(n)}] x^{\nu-1}}{(1+x)^{n+2}}. \quad (10)$$

Insättes nu $n+1$ i stället för n i (8), så finner man

$$s_{n+1} = \frac{\sum_{\nu=1}^{\nu=n+1} (-1)^{\nu-1} A_{\nu}^{(n+1)} x^{\nu-1}}{(1+x)^{n+2}}$$

och jmförelse med (10) visar att

$$A_p^{(n+1)} = p A_p^{(n)} + (n+2-p) A_{p-1}^{(n)}, \quad (11)$$

som just är den sökta relationen.

Att denna equation verkligen satisfieras af det förut funna
värdet på $A_p^{(n)}$, kan på följande sätt ådagaläggas. Man har först

$$p A_p^{(n)} = p \sum_{\nu=0}^{\nu=p-1} (-1)^{\nu} (n+1)_{\nu} (p-\nu)^n$$

$$(n+2-p) A_{p-1}^{(n)} = (n+2-p) \sum_{\nu=0}^{\nu=p-2} (-1)^{\nu} (n+1)_{\nu} (p-1-\nu)^n.$$

Om man särskiljer den förra summans första term och i
den senare insätter $\nu-1$ i stället för ν , så blir

$$pA_p^{(n)} + (n+2-p)A_{p-1}^{(n)} = p^{n+1} + p \sum_{\nu=1}^{\nu=p-1} (-1)^\nu (n+1)_\nu (p-\nu)^n \\ + (n+2-p) \sum_{\nu=1}^{\nu=p-1} (-1)^{\nu-1} (n+1)_{\nu-1} (p-\nu)^n$$

eller

$$pA_p^{(n)} + (n+2-p)A_{p-1}^{(n)} = p^{n+1} \\ + \sum_{\nu=1}^{\nu=p-1} (-1)^\nu (p-\nu)^n [p(n+1)_\nu - (n+2-p)(n+1)_{\nu-1}].$$

Emedan man har $(n+1)_{\nu-1} = \frac{\nu(n+1)_\nu}{n+2-\nu}$, blir

$$p(n+1)_\nu - (n+2-p)(n+1)_{\nu-1} = \frac{(p-\nu)(n+1)_\nu(n+2)}{n+2-\nu}.$$

Införes detta, så befinnes

$$pA_p^{(n)} + (n+2-p)A_{p-1}^{(n)} = p^{n+1} \\ + \sum_{\nu=1}^{\nu=p-1} (-1)^\nu (p-\nu)^{n+1} \cdot \frac{(n+1)_\nu(n+2)}{n+2-\nu};$$

nu är

$$\frac{(n+2)(n+1)_\nu}{n+2-\nu} = (n+2)_\nu;$$

alltså, då p^{n+1} intages i summan,

$$pA_p^{(n)} + (n+2-p)A_{p-1}^{(n)} = \sum_{\nu=0}^{\nu=p-1} (-1)^\nu (n+2)_\nu (p-\nu)^{n+1}.$$

Insättes $n+1$ i stället för n i (9), fås alldeles detsamma.

Slutligen bör ådagaläggas, att termer, som ligga lika långt från de yttersta, hafva lika koefficienter. Om p är ordningsnumret för en term i s_{n+1} , så är $n-p+2$ ordningsnumret för den term, som ligger lika långt från den sista. Insättes i (11) $n-p+2$ i stället för p , så fås

$$A_{n-p+2}^{(n+1)} = pA_{n-p+1}^{(n)} + (n-p+2)A_{n-p+2}^{(n)}.$$

I betraktande deraf att alla koefficienter äro hela tal, som sakna gemensamma faktorer, kan $A_{n-p+2}^{(n+1)}$ ej vara $= A_p^{(n+1)}$, utan att man har

$$A_{n-p+1}^{(n)} = A_p^{(n)}, \quad A_{n-p+2}^{(n)} = A_{p-1}^{(n)};$$

men af de förut anförda enskilda fallen framgår, att t. ex. $A_{7-p}^{(6)} = A_p^{(6)}$, $A_{8-p}^{(6)} = A_{p-1}^{(6)}$; deraf följer, att $A_{8-p}^{(7)} = A_p^{(7)}$ o.s.v. I allmänhet är alltså

$$A_p^{(n)} = A_{n-p+1}^{(n)}, \quad n \geq p \geq 1. \quad (12)$$

På grund af (9) leder detta till följande sats:

$$\begin{aligned} (n-p+1)^n - (n+1)_1(n-p)^n + (n+1)_2(n-p-1)^n - \dots \\ + (-1)^{n-p}(n+1)_{n-p} \cdot 1^n = p^n - (n+1)_1(p-1)^n \\ + (n+1)_2(p-2)^n - \dots + (-1)^{p-1}(n+1)_{p-1} \cdot 1^n. \end{aligned}$$



Om sannolikheten af inträdande divergens vid användande af de hittills brukliga methoderna att analytiskt framställa planetariska störingar.

Af HUGO GYLDÉN.

[Meddeladt den 8 Februari 1888.]

Det sakförhållande att planeternas medelrörelser äro inkommensurabla med hvarandra utgör, såsom väl bekant är, en omständighet af vigt att beakta vid uppställande af methoder för beräkningen af de planetariska störingarna. Föreläge icke detta faktum, utan vore tvärtom förhållandena emellan medelrörelserna rationella, skulle helt säkert methoderna att beräkna himlakropparnas rörelser förete väsentliga olikheter från de nu brukliga. Man hade måhända då äfven mer anledning än nu att anse planet-systemets tillfälliga beskaffenhet företrädesvis egnad att erbjuda vissa förenklade omständigheter för lösningen af det s. k. tre-kroppars-problemet. Rörelserna i ett sådant system skulle nämligen, under förutsättning att vissa, der förekommande kvantiteter hade tillräckligt små värden, vara af sådan beskaffenhet, att den analytiska undersökningen af desamma blefve väsentligen enklare än den, som afser rörelserna inom vårt solsystem. Men framför allt skulle frågan om systemets stabilitet varit jemförelsevis ganska lätt att besvara, hvaremot man angående svaret på densamma, då den gäller vårt planetsystem, ännu ej på alla håll är fullt enig. Härvid kan likväl anmärkas, att de inkast, som man trott sig kunna göra emot vissa af LAPLACE uttalade

satser, mer träffa bevisen för desamma än deras väsentliga innehåll.

Ännu för ett tiotal år sedan synes man ej så synnerligen allmänt hafva beaktat eller åtminstone ej framhållit de svårigheter, som hafva sin rot i medelrörelsernas inkommensurabilitet, men helt nyligen, under loppet af det senaste decenniet, hafva åsigtarna rörande denna fråga gått till en motsatt ytterlighet. Det har nämligen blifvit påvisadt, att de hittills i allmänhet använda methoderna att behandla planetsystemets mekanik vid vissa fall af irrationaliteten hos medelrörelsernas förhållanden leda till fullkomligt illusoriska resultat. Det faktum är ock alldeles oomtvistligt, att ett oändligt antal värden för dessa förhållanden kunna angifvas, dervid de af LAPLACE, HANSEN, LE VERRIER, m. fl. använda serieutvecklingarna helt säkert icke leda till målet; men det är å andra sidan lika så säkert att i oändligt många andra fall de härpå bygda methoderna, ehuru visserligen ingalunda de tänkbart mest fullkomnade, likväl ej blifva oanvändbara på den grund att medelrörelserna äro inkommensurabla, och således befinnas leda till resultat af all önskvärd noggranhet, om detta ock möjligen ej sker på den kortaste vägen. Frågan är härvid nu naturligtvis den, huru ofta fall af det förra slaget kan anses inträffa i jemförelse med förekomsten fall af det andra slaget, och densamma skall jag försöka att på följande sidor medelst några i det hela ganska enkla betraktelser belysa.

Förhållandet mellan tvenne medelrörelser skall i det följande betecknas med μ , och jag tänker mig detta förhållande så stäldt att detsamma alltid är mindre än enheten. — I det vi nu med a_0, a_1, a_2, \dots beteckna positiva hela tal, tänka vi oss μ framstäldt medelst kedjebåket:

$$\mu = \frac{1}{a_0} + \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots$$

Konvergenterna till detta, i enlighet med antagandet att μ representerar ett inkommensurabelt förhållande, oändligen kontinuerliga bråk beteckna vi med $\frac{s_0}{s'_0}, \frac{s_1}{s'_1}, \frac{s_2}{s'_2}, \dots$, så att:

$$s_0 = 1; \quad s'_0 = a_0; \quad s_1 = a_1; \quad s'_1 = a_0 a_1 + 1,$$

och i allmänhet:

$$\begin{aligned} s_m &= a_m s_{m-1} + s_{m-2} \\ s'_m &= a_m s'_{m-1} + s'_{m-2} \end{aligned}$$

Såsom bekant är gäller nu äfven följande utveckling:

$$\frac{s_m}{s'_m} - \mu = (-1)^m \left\{ \frac{1}{s'_m s'_{m+1}} - \frac{1}{s'_{m+1} s'_{m+2}} + \dots \right\},$$

der serien inom parenteserna, på grund af de der förekommande hela talens natur, konvergerar såsom en potensserie.

Man kan nu förelägga sig den uppgift, att söka bestämma sannolikheten för, att ett visst uppgifvet värde förekommer hos något af talen a_n eller, med andra ord, ett medelvärde för förhållandet:

$$\frac{s'_m}{s'_{m+1}}$$

Härvid antages naturligtvis att siffrorna i det decimalbråk, som angifver μ , ej följa någon lag, utan att desamma få anses, hvar och en, såsom fullkomligt tillfälliga. Detta antagande kan äfven uttryckas genom att man säger hvarje värde af serien:

$$\frac{1}{s'_{m+1}} \left\{ 1 - \frac{s'_m}{s'_{m+1}} + \frac{s'_m s'_{m+1}}{s'_{m+2} s'_{m+3}} - \dots \right\}$$

emellan det minsta och det största värde, denna serie öfverhufvud kan erhålla, vara lika sannolikt som hvarje annat, emellan samma gränser fallande värde. Det minsta värde, denna serie kan erhålla, är tydligen 0, och detta inträder för ett oändligt stort värde af a_{m+1} ; för värdena:

$$a_{m+1} = 1, \quad a_{m+2} = \infty$$

antager ifrågavarande serie åter sitt största värde, nämligen:

$$\frac{1}{s'_m s'_{m-1}}$$

Medelvärdet ligger här tydligen midt emellan de båda extrema värdena, hvarföre man, då det sannolika värdet af a_m betecknas med a och serien:

$$1 - \frac{s'_m}{s'_{m+1}} + \frac{s'_m s'_{m+1}}{s'_{m+2} s'_{m+3}} - \dots$$

med \mathcal{G}_m , finner följande likhet:

$$\frac{1}{2(s'_m + s'_{m-1})} = \frac{\mathcal{G}_m}{a s'_m + s'_{m-1}}.$$

hvarur omedelbart erhålles:

$$a = 2\mathcal{G}_m + (2\mathcal{G}_m - 1) \frac{s'_{m-1}}{s'_m}$$

Antages nu äfven, allt i öfverensstämmelse med hvad ofvan faststälts, för $\frac{s'_{m-1}}{s'_m}$ ett medelvärde, hvilket vi för korthetens skull beteckna med σ , så erhålles detta värde ur likheten

$$1 = a\sigma + \sigma^2$$

och för medelvärdet af \mathcal{G}_m finner man uttrycket

$$\mathcal{G} = 1 - \sigma^2 + \sigma^4 - \dots = \frac{1}{1 + \sigma^2}$$

Ur dessa likheter erhålles följande:

$$a = \frac{1}{\sigma} - \sigma$$

$$\frac{1}{\sigma} - \sigma = \frac{2}{1 + \sigma^2} + \frac{\sigma - \sigma^3}{1 + \sigma^2},$$

af hvilken den senare leder till värdet:

$$\sigma = \sqrt{2} - 1 = 0,41421\dots$$

Härefter erhålles slutligen:

$$a = \frac{1}{\sqrt{2} - 1} - \sqrt{2} + 1 = 2$$

samt:

$$\mathcal{G} = 0,85380\dots$$

Dessa resultat äro nu visserligen ej fullt stränga eller med hvarandra fullt öfverensstämmande: sålunda har man t. ex.

$$\frac{s'_0}{s'_1} = \frac{a_0}{a_0 a_1 + 1},$$

eller, om man antager:

$$a_0 = a_1 = 2,$$

$$\frac{s'_0}{s'_1} = \frac{2}{5} = 0,40000,$$

ett resultat, som ej fullt öfverensstämmer med det förut angifna. Men i alla händelser lemnar den föregående analysen en för vårt ändamål fullt tillräcklig belysning öfver fördelningen af de olika värdena för a . Men vi skola ännu något närmare angifva sannolikheten af, att ett gifvet värde af a verkligen förekommer.

Enligt vårt antagande äro värdena af förhållandet:

$$\frac{\mathcal{F}_m(s'_m + s'_{m-1})}{a_{m+1}s'_m + s'_{m-1}} = \frac{\mathcal{F}_m(s'_m + s'_{m-1})}{s'_{m+1}}$$

jemnt fördelade emellan gränserna 0 och 1. Om antalet förekommande värden öfverhufvud är ν , så ligger följaktligen ett värde emellan 0 och $\frac{1}{\nu}$, ett emellan $\frac{1}{\nu}$ och $\frac{2}{\nu}$, o. s. v. Sannolikheten att s'_{m+1} antager värdet:

$$\nu(s'_m + s'_{m-1})\mathcal{F}_m$$

är således $\frac{1}{\nu}$. Med andra ord kan man då äfven säga att sannolikheten för inträffande af ett värde a_{m+1} , som bestämmes ur likheten

$$s_m a_{m+1} + s_{m-1} = \nu(s_m + s_{m-1})\mathcal{F}_m,$$

är $\frac{1}{\nu}$, och man finner derföre för denna sannolikhet värdet:

$$\frac{1}{\nu} = \frac{(s_m + s_{m-1})\mathcal{F}_m}{s_m a_{m+1} + s_{m-1}}$$

$$= \frac{\left(1 + \frac{s_{m-1}}{s_m}\right)\mathcal{F}_m}{a_{m+1} + \frac{s_{m-1}}{s_m}}$$

Insättes här de ofvan angifna medelvärdena för σ och \mathcal{F} , erhålles

$$\frac{1}{\nu} = \frac{1,2075}{a_{m+1} + 0,4142}$$

Vid större värden af a_{m+1} är således sannolikheten för detsamma förekomst i det närmaste omvänt proportional mot värdet sjelf.

Huru nu dessa resultat öfverensstämma med de i verkligheten förekommande talförhållandena har jag genom nedan anförda undersökning sökt utröna.

Enligt ett af de i det föregående meddelade uttrycken bör medelvärdet af de faktiskt förekommande värdena af förhållandena:

$$\frac{s'_m + s'_{m-1}}{s'_{m+1}}$$

befinnas vara:

$$\frac{1}{29} = 0,586$$

Ur ett antal kedjebräk, i hvilka förhållanden emellan åtskilliga planeters medelrörelser blifvit utvecklade, härleddes följande medelvärden:

	$\frac{s'_m + s'_{m-1}}{s'_{m+1}}$
Saturnus och Jupiter	0,465
Jupiter och Mars	0,519
Mars och Jorden	0,636
Jupiter och Vesta	0,797
» » Pallas	0,545
» » Massalia	0,499
» » Alexandra	0,657
» » Erato	0,513
» » Cybele	0,798
» » Feronia	0,418
» » Nide	0,641
» » Ausonia	0,634
» » Sita	0,751
» » Hedda	0,517
» » Nausika	0,780
» » Prokne	0,591
» » Gerda	0,402
» » Hermione	0,699

$$\text{i medeltal } \frac{s'_m + s'_{m-1}}{s'_{m+1}} = 0,600 \pm 0,023$$

Det på empirisk väg funna resultatet öfverensstämmer således, inom gränserna för dess sannolika osäkerhet, fullkomligt med det theoretiska.

Men jag skall lemna ännu ett annat och dertill ganska slående bevis för riktigheten af det resultat, som vunnits på grund af föregående betraktelser.

Af 138 värden af a befunnos 16 öfverstiga 10, och endast 3 vara större än 50. Enligt den formel, ofvan anfördes, borde man hafva funnit:

$$\frac{1,21}{10} \times 138 = 16,7$$

och

$$\frac{1,21}{50} \times 138 = 3,3,$$

men med dessa tal öfverensstämma de verkligt förekommande så nära, man, med hänseende till det relativt ringa totalbeloppet, någonsin kan förvänta.

På grund af de genomförda undersökningarna äro vi nu säkra derom, att sannolikheten för förekomsten af ett stort α -värde i det närmaste är omvänt proportionellt mot värdet sjelf. Med stöd af denna sats skola vi i det följande finna, att sannolikheten för en inträdande divergens i de serier, genom hvilka man representerat de planetariska störingarne, är mindre än hvilket angifbart värde som helst.

Vi vända oss nu till en differentialeqvation af formen:

$$(1) \frac{d^2 T}{dv^2} = -m' \{ \gamma_0 \epsilon^{s_0} \sin(2\lambda v + 2J + s_0 T) + \gamma_1 \epsilon^{s_1} \sin(2\lambda_1 v + 2J_1 + s_1 T) + \dots \}$$

Denna form erbjuder nämligen vid behandlingen af störingsproblemet de väsentligaste svårigheterna, och om densamma kan lätt visas, att hittills brukliga integrationsmetoder kunna leda till divergenta utvecklingar. För att antyda koefficienternas storleksordning har jag angifvit dem under formen af en produkt

$$m' \gamma_m \epsilon^{s_m},$$

der m' betecknar den störande massan, γ_m vissa koefficienter, hvilka vi här kunna anse vara af en och samma storleksordning,

samt ε en kvantitet, hvars absoluta belopp i alla händelser understiger enheten, men vanligen är ganska litet.

Koefficienterna λ_m inom argumenten äro gifna medelst formeln:

$$s_m - s'_m \mu = 2\lambda_m,$$

samt vissa konstanter betecknade med $2A$, $2A_1, \dots$

I enlighet med ett ofvan användt beteckningssätt har man äfven:

$$2\lambda_m = (-1)^m \frac{g_m}{s'_{m+1}}$$

Om vi nu utveckla den högra sidan af likheten (1) efter de stigande potenserna af T , så befinnes:

$$(2) \frac{dT}{dv} = -m' \left\{ \gamma_0 \varepsilon^{s_0} \sin(2\lambda_0 v + 2A_0) + \gamma_1 \varepsilon^{s_1} \sin(2\lambda_1 v + 2A_1) + \dots \right\} \\ - m' \left\{ \gamma_0 s_0 \varepsilon^{s_0} \cos(2\lambda_0 v + 2A_0) + \gamma_1 s_1 \varepsilon^{s_1} \cos(2\lambda_1 v + 2A_1) + \dots \right\} \frac{T}{1} \\ + m' \left\{ \gamma_0 s_0^2 \varepsilon^{s_0} \sin(2\lambda_0 v + 2A_0) + \gamma_1 s_1^2 \varepsilon^{s_1} \sin(2\lambda_1 v + 2A_1) + \dots \right\} \frac{T^2}{1 \cdot 2} \\ + \dots$$

Det är tydligt, alldenstund de hela talen s_0, s_1, \dots växa såsom potenserna af något tal, som öfverstiger enheten, och ε är mindre än 1, att serierna till höger om likhetstecknet i denna utveckling konvergera starkare än en potensserie, och man inser äfven lätt, att utvecklingen efter potenserna af T är konvergent. Konvergensen i detta senare hänseende är emellertid icke nu föremålet för våra undersökningar, utan afse dessa att uppsöka de fall, der serierna inom parenteserna genom integrationsprocessen blifva divergenta. Man har nämligen hittills vanligen integrerat likheten (2) medelst successiva approximationer, dervid man till en början helt och hållet bortlemnat alla af T eller dess potenser beroende termer, och sålunda vunnit ett första resultat genom att integrera likheten:

$$(3) \frac{d^2 T}{dv^2} = -m' \left\{ \gamma_0 \varepsilon^{s_0} \sin(2\lambda_0 v + 2A_0) + \gamma_1 \varepsilon^{s_1} \sin(2\lambda_1 v + 2A_1) + \dots \right\};$$

de följande approximationerna erhåller man genom att integrera differentialeqvationer af analog beskaffenhet.

I förbigående tillåter jag mig den anmärkning, att likheten (1) befinnes integrerad i min afhandling »Untersuchungen über die Convergenz etc.»¹⁾; visserligen äfven der medelst successiva approximationer, men dock utan någon utveckling efter potenser af T . Härvid befanns att resultatet konvergerar oberoende af den art af irrationalitet, som karakteriserar talet μ , och som möjligen kan föranleda att T , bestämd genom integration af likheten (3), blifver framställd under formen af en divergent serie. I denna händelse måste den approximationsmethod, som beror på utveckling efter potenserna af T , leda till illusoriska resultat, såvida det ej skulle lyckas att ur de olika approximationsresultaten borttaga sådana termer, som föranleda divergens hos de särskilda utvecklingarne, men hvilka i slutresultatet kompensera hvarandra. I den citerade afhandlingen har jag sålunda visat, att ett riktigt och ändligt värde för T alltid kan erhållas, men jag är nu i tillfälle att konstatera, det någon divergens hos integrationsresultatet af likheten (3) öfverhufvud icke förekommer, d. v. s., att sannolikheten för en här inträdande divergens är mindre än hvilket gifvet tal som helst. För att påvisa detta faktum erfordras i sjelfva verket efter våra föregående betraktelser endast några penndrag.

Efter att hafva integrerat likheten (3) samt dervid bortlemnat icke allenast de af integrationskonstanterna beroende termerna, utan äfven faktorerna $\frac{\gamma_m}{(\mathcal{P}_m)^2}$, hvilka icke i någon väsentlig grad hafva inflytande på konvergensfrågans bedömande, finna vi följande resultat:

$$T = m' \left\{ s_1^2 \varepsilon^{s_0} \sin (2\lambda_0 v + 2A_0) + s_2^2 \varepsilon^{s_1} \sin (2\lambda_1 v + 2A_1) + \dots \right\}$$

eller, såsom vi äfven här kunna sätta,

$$T = \frac{m'}{\mu^2} \left\{ s_1^2 \varepsilon^{s_0} \sin (2\lambda_0 v + 2A_0) + s_2^2 \varepsilon^{s_1} \sin (2\lambda_1 v + 2A_1) + \dots \right\}$$

¹⁾ Acta mathematica; 9: 3.

Med stöd af likheten:

$$s_m = a_m s_{m-1} + s_{m-2}$$

erhålla vi ur denna utveckling följande resultat:

$$(4) \quad T = \frac{m'}{\mu^2} \{ s_0^2 a_1^2 \varepsilon^{s_0} \sin(2\lambda_0 v + 2A_0) + s_1^2 a_2^2 \varepsilon^{s_1} \sin(2\lambda_1 v + 2A_1) + \dots \} \\ + \frac{2m'}{\mu^2} \{ s_0 s_1 a_2 \varepsilon^{s_1} \sin(2\lambda_1 v + 2A_1) + s_1 s_2 a_3 \varepsilon^{s_2} \sin(2\lambda_2 v + 2A_2) + \dots \} \\ + \frac{m'}{\mu^2} \{ s_0^2 \varepsilon^{s_1} \sin(2\lambda_1 v + 2A_1) + s_1^2 \varepsilon^{s_2} \sin(2\lambda_2 v + 2A_2) + \dots \}$$

Man inser, att af de tre serierna i hvilka T blifvit sönderdelad, den första erbjuder de flesta möjligheter för en inträdande konvergens, men härtill erfordras likväl, att de hela talen a_m obegränsadt växa; ty så ofta dessa tal äro af samma storleksordning, eller åtminstone ej växa utöfver någon bestämd gräns, konvergerar ifrågavarande serie efter en viss term med en utomordentlig rapiditet. Det är emellertid lätt att angifva sådana värden för ifrågavarande hela tal, att serien (4), beräknad med desamma, helt säkert divergerar.

Beteckna vi nämligen med r det minsta hela tal, hvars kvadrat är större än $\frac{1}{\varepsilon}$, och bilda vi talen a_m efter följande uttryck:

$$a_{m+1} = r^{s_m}$$

så divergerar, såsom man ögonblickligen inser, serien (4). Det kan vara af intresse att se, i hvilken hög grad talen a_m växa, äfven om för r antages det minsta möjliga värde, nämligen 2. — Alldenstund man alltid har:

$$s_0 = 1,$$

så befinnes:

$$a_1 = 2;$$

och härmed härledes:

$$\begin{array}{ll} s_1 = 2; & a_2 = 4 \\ s_2 = 9; & a_3 = 512 \\ s_3 = 4610; & a_4 = 2^{4610} \end{array}$$

Redan a_4 har ett så stort värde, att desamma representeras af ett mer än tusensiffrigt tal; de följande blifva större än att man om desamma kan bilda sig någon åskådlig föreställning. Under formen af ett kontinuerligt exponentialuttryck kan man emellertid tillnärmelsevis angifva talet s_{m+1} , det är nämligen, då s_{n-2} bortlemnas bredvid det vida större talet $a_n s_{n-1}$,

$$a_{m+1} = r \cdot \begin{matrix} \dots \\ s_{m-2} \\ s_{m-1} \end{matrix}$$

Men sannolikheten af ett mycket stort a -värdes förekomst är, såsom vi i det föregående sett, omvänt proportional mot talet sjelf; sannolikheten att en hel följd af sådana tal förekomma finnes därför uttryckt medelst formeln:

$$\frac{1}{a_1 a_2 a_3 \dots}$$

hvars värde med ytterlig hastighet närmar sig noll.

Vårt resultat är således det, att ehuru väl fall äro tänkbara, då serien (4) divergerar, så är dock sannolikheten af att ett sådant verkligen inträder så ytterst ringa, att man såsom visshet kan antaga att ett sådant aldrig påträffas.

Meddelanden från Upsala kemiska laboratorium.

138. Om inverkan af klor på α - och β -naftol.

Af P. T. CLEVE.

[Meddeladt den 8 Februari 1888.]

I. Inverkan af klor på α -naftol.

Om en molekyl klorgas inledes i en afkyld lösning af en molekyl α -naftol i isättika, och vatten tillsättes, erhåller man en grötformig massa, hvilken efter utpressning och kristallisering ur alkohol utgöres af diklor-naftol. För framställandet af större mängder diklor-naftol användes därför mot en molekyl α -naftol 2 molekyler klor. Till reaktionsprodukten tillsattes så mycket vatten att vätskan började grumlas. Efter 12 timmars förlopp hade alltsammans stelnat till en kristallgröt, som genom sugfiltrering befriades från moderluten, hvilken var nästan svart. Kristallmassan löstes i utspädd alkohol och kristalliserades till dess vid 106° konstant smältande diklor-naftol erhöles.

Moderluten neutraliserades med soda, hvarvid en svart olja erhöles, hvilken dock inom kort stelnade kristalliniskt. Den renares genom uppvärmning med ligroin, som lemnade olöst en svart olja. Ligroinlösningen gaf efter afdestillering en föga färgad kristallmassa. Denna senare visade sig enligt utförd klorbestämning utgöras hufvudsakligen af monoklor-naftol.

Den svarta oljan, som icke löstes i ligroin, löstes lätt i natronlut, och vid tillsats af en till fullständig neutralisering otillräcklig mängd saltsyra utfaldes en gråaktig, flockig och amorf

fällning. Sedan denna blifvit fränfiltrerad, gaf lösningen med saltsyra en kristallinisk fällning, som mycket liknade monoklor-naftol, men ej blef närmare undersökt. Den amorfa, nyss omnämnda fällningen löstes lätt i alkohol, eter och benzol, men ur lösningen kunde endast hartsartade massor erhållas. Vid upphettning svälde dessa ganska starkt, men lemnade endast en ringa mängd destillat. Denna produkt var sannolikt af fenolartad natur, ty den löstes i alkalier och lösningen färgades starkt i luften, hvarefter syror ur lösningen fälde violettsvarta, amorfa flockar. Då jag icke lyckades erhålla af denna produkt någon kristalliserande förening, blef den icke vidare undersökt.

Diklor- α -naftol, $C_{10}H_5Cl_2 \cdot OH$, anskjuter ur alkohol och ur benzol i hvita, böjliga nålar. Den löses ganska svårt i vatten, lätt i alkohol, isättika och benzol. Smtpt. 106° .

Analys:

0,3416 gr. gaf 0,4573 gr. AgCl.

0,3232 gr. gaf 0,6713 gr. CO_2 och 0,0907 gr. H_2O .

I procent:

	Funnet.	Beräknadt.
C	56,65	56,39
H	3,11	2,82
Cl	33,12	33,27
O	(7,12)	7,52
	100,00	100,00.

Ur isättika anskjuter diklor-naftol i tämligen kompakta, korta och sneda prizmer, hvilka innehålla en molekyl ättiksyra. Kristallerna vittra hastigt i luften och blifva hvita samt förlora ättiksyran fullständigt vid 40° — 50° . Vid försök befans förlusten uppgå till 22,24 procent, under det formeln $C_{10}H_5Cl_2OH + C_2H_4O_2$ fordrar 21,99 ättiksyra.

Diklor-naftolens förhållande vid upphettning. Upphettar man diklor-naftol i en kolf på asbestbad, smälter den och afger vid 170° klorväte, som med stor liflighet bortgår vid 180° . Om man afägsnar kolfven från asbestbadet, fortsättes klorväteutvecklingen och man erhåller efter afsvälning en becklik massa, som

vid behandling med kokande benzol löses med lemning af ett olivfärgadt, mikrokristalliniskt pulver, som är i det närmaste olösligt i alla vanliga lösningsmedel. Äfven i kokande fenol var produkten olöslig. Vid upphettning mellan urglas sublimerade den i blekt grönaktigt gula, fina nålar, som vid upphettning i kapillärrör vid 275° ännu icke hade smält. Föreningen angreps icke märkbart af kokande natronlut, acetanhydrid och varm koncentrerad svafvelsyra. Ämnets olöslighet i alla vanliga lösningsmedel omöjliggjorde produktens rening på våta vägen. Vid sublimation i porslinsskål afsatte sig sublimatet ofvan substansen, som tycktes hafva blifvit delvis sönderdelad, och kunde ej skiljas derifrån. Försök att sublimeras ämnet genom dess upphettning i glaströr i en ström af kolsyregas lyckades icke håller, enär största delen af substansen under afgifvande af klorväteångor sönderdelades. Det återstod endast att analysera produkten sådan den var efter upprepade utkokningar med benzol.

Analys:

1. 0,2014 gr. gaf 0,1758 gr. AgCl.
2. a. 0,3646 gr. af ny beredning gaf 0,3179 gr. AgCl.
- b. 0,2675 gr. förbrändes med syrgas och med en stor mängd starkt upphettadt blykromat samt gaf 0,6766 gr. CO₂ och 0,0656 gr. H₂O.

I procent:

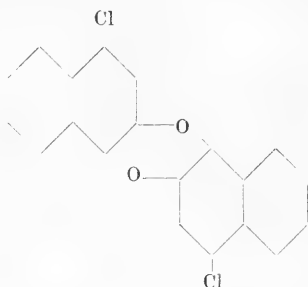
	1.	Funnet. 2. a.	2. b.
C	—	—	68,97
H	—	—	2,73
Cl	21,59	21,57	—

Enligt analysen förhåller sig Cl : C = 1 : 9,43, C : H = 10 : 4.75 och C : O (förlust) = 10 : 0,7.

Tager man i betraktande att den analyserade produkten sannolikt icke var fullt ren, torde man kunna af analysen härleda den enklaste formeln: C₁₀H₅ClO, som fordrar

C	68,03
H	2,83
Cl	20,07.

Det egendomliga förhållande diklor-naftolen vid upphettning visar, synes bero derpå, att en af dess bägge kloratomer befinner sig i ortoställning till hydroxylen samt att hydroxylens väte med denna i ortoställning befintliga kloratom ger klorväte. Att döma af produktens alla förhållanden måste den ega en hög molekylarvigt, hvadan troligen två molekyler diklor-naftol deltaga i reaktionen, så att produktens sannolika formel torde vara



Detta uppfattningssätt bestyrkes deraf, att såsom jag förut¹⁾ visat α -klor- β -naftylamin vid upphettning med kalk ger, under förlust af HCl, naftas, en reaktion, som är i viss mån analog med den i fråga varande.

För att erhålla föreningen i ett mera rent tillstånd försökte jag att upphetta diklor-naftol med anilin, hvars kokpunkt ligger ganska nära den temperatur, vid hvilken diklor-naftol sönderdelas. Emellertid tycktes icke reaktionen ega rum vid närvaro af kokande anilin.

Utom den ofvan beskrifna, olivgröna substansen bildas vid upphettning af diklor-naftol andra produkter. Jag erhöll nämligen ur benzollösningen efter benzolens afdestillering och tillsats af ligroin till återstoden en gul, flockig, amorf fällning, som lätt löstes i benzol, men föga i isättika, ligroin och alkohol. Denna produkt kunde emellertid icke erhållas i kristalliseradt tillstånd. Dess benzollösning lemnade vid frivillig afdunstning en svart, glänsande och hartslik massa, som icke löstes i natronlut. Denna produkt, som vid upphettning smälte och kolades utan att gifva något anmärkningsvärdt sublimat, blef icke vidare undersökt.

¹⁾ Öfvers. K. Sv. Vet.-Akad. Förh. 1887, N:o 7, p. 446.

Inverkan af alkalier på diklor-naftol. Den lätthet, med hvilken klorväte bortgår från diklor-naftol, förmådde mig att pröfva föreningens förhållande till en lösning af kali i alkohol. Efter några timmars upphettning erhöles ur lösningen vid tillsats af saltsyra oförändrad diklor-naftol med smtp. 106°. Upphettar man diklor-naftol med mycket koncentrerad natronlut, erhåller man en amorf, grågrön massa, som icke löses i natronlut, men med blåaktigt grön färg löses i benzol. Vid benzollösningens afdunstning erhöles en amorf, grönaktig, fernissartad massa, som ej vidare undersöktes.

Ftalsyra, C₆H₄(CO, OH)₂, af diklor- α -naftol. Diklor- α -naftol angripes lätt af salpetersyra. Man erhåller en gul, af klorpikrin luktande lösning, som vid afsvalning afsätter gula kristallnålar samt ett brunt harts, som stelnar kristalliniskt. Upphettar man under flere dagar det senare med salpetersyra, löses det till större delen, och vid afdunstning, i den mon syran blir mer koncentrerad, fullständigt. Blandas vatten till återstoden efter salpetersyrans afrykning, erhåller man en rödaktigt gul, kristallinisk massa, som tyckes utgöras af flere produkter, samt en lösning, ur hvilken ftalsyra erhöles. Denna renades genom omkristallering och slutligen genom sublimering, hvarefter anhydriden löstes i vatten. På detta sätt erhöles alldeles färglösa, tafvelformiga kristaller. Pulver af kristallerna smälte vid 185° och kokade genom bortgången af vatten vid 187°. Anhydriden smälte vid 131°. Syran var fullständigt klorfri.

0,2608 gr. öfver svafvelsyra torkad syra gaf 0,5502 gr. CO₂ och 0,0914 gr. H₂O

	Funnet.	Beräknadt.
C	57,54	57,87
H	3,89	3,61
O	(38,57)	38,56
	100,00	100,00.

Inverkan af kromsyra på diklor-naftol. Om en lösning af diklor-naftol i isättika blandas med en lösning af kromsyre-
Öfvers. af K. Vet.-Akad. Förh. 1888. Årg. 45. N:o 2. 4

anhydrid i isättika, inträffar en liffig, af värmeutveckling åtföljd reaktion. Efter tillsats af vatten till reaktionsmassan erhåller man en ymnig, gul fällning, hvilken renas genom kristallisering ur kokande alkohol. Mnn erhåller på detta sätt guldgula, glänsande kristallnålar, som tämligen lätt lösas i isättika och i kokande alkohol. Smältpunkten var konstant 116° . Enligt nedan anförda analyser utgöres föreningen af *monoklornaftokinon*, $C_{10}H_5ClO_2$.

Analyser:

0,2694 gr. gaf 0,6172 gr. CO_2 och 0,0743 gr. H_2O
0,3455 gr. gaf 0,2553 gr. $AgCl$.

I procent:

	Funnet.	Beräknadt.
C	62,48	62,37
H	3,06	2,60
Cl	18,27	18,40
O	(16,19)	16,63.

Kinonen löses lätt i alkohollösning af kaliumhydrat, och ur den mörkbruna lösningen fälades vid tillsats af syror mörkbruna flockar, hvilka lätt löstes i alkohol. Den mörkbruna alkohollösningen gaf vid afdunstning en brun, amorf massa, som ej vidare undersöktes.

Upphettar man kinonen med anilin och alkohol, erhåller man purpurröda, glänsande kristaller, som äro mycket svårösliga i kokande alkohol, mindre svårösliga i kokande isättika. Denna produkt hade smältpunkten $202^\circ - 203^\circ$ (pulver).

Analyser:

- I. 0,1932 gr. gaf 0,0900 gr. $AgCl$
II. 0,2945 gr. gaf 0,1372 gr. $AgCl$
0,3393 gr. gaf 13,9 kubc. qväfgas, mätt öfver kalilut vid $15^\circ,4$ och 776 mm. bar.-tr.
0,2583 gr. gaf 0,6499 gr. CO_2 och 0,0945 gr. H_2O .

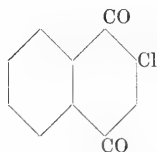
I procent:

	Funnet.		Beräknadt.
	I.	II.	$C_{10}H_4O_2Cl \cdot NH \cdot C_6H_5$.
C	—	68,62	67,75
H	—	4,06	3,53
N	—	4,97	4,94
Cl	11,55	11,52	12,49
O	—	10,83	11,29
		100,00	100,00.

Den analyserade substansen innehöll således något mera kol och väte, men mindre klor än som kan beräknas af formeln, hvilket synes utvisa, att vid reaktionen äfven en liten del af kloren blifvit angripen af anilinet. Emellertid äro afvikelserna från de beräknade värdena icke så stora, att de i någon mon göra formeln oviss.

Föreningen är förut framställd af KNAPP och SCHULTZ ¹⁾ genom inverkan af anilin på diklor-naftokinon.

Vid inverkan af kromsyra på diklor-naftol bildas således genom en glatt reaktion monoklor-naftokinon, hvilken måste anses hafva uppkommit derigenom, att en i paraställning till OH befintlig kloratom blifvit utbytt mot syre, en högst ovanlig reaktion. Det är emellertid tydligt, att klor-naftokinonens formel måste vara



Inverkan af PCl_5 på diklor- α -naftol. Triklornaftalin, $C_{10}H_5Cl_3$. Upphettar man diklor- α -naftol med PCl_5 och destillerar man produkten, erhåller man en blandning af fosforoxiklorid och triklornaftalin. Efter tillsats af vatten erhöles en kristallinisk massa, som kristalliserades ur kokande isättika.

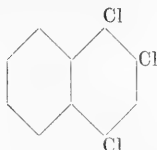
¹⁾ Ann. d. Ch. u. Pharm. 210, s. 189. 1881.

Man erhåller på detta sätt fina, färglösa nålar, som äro ganska svårslösliga i kall alkohol och i kall isättika. Smtpt. konstant 92° .

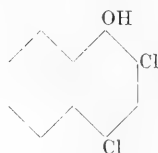
0,3228 gr. gaf 0,5967 gr. AgCl.

	Funnet.	Beräknadt.
Cl	45,73	45,93.

Denna triklornaftalin har med all sannolikhet konstitutionen



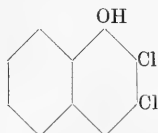
Diklor- α -naftols konstitution. Deraf att diklor- α -naftol vid oxidation ger klorfri ftalsyra framgår, att dess OH-grupp och tvänne kloratomer befinna sig i samma kärna, och deraf att vid oxidation med kromsyra monoklor-naftokinon uppstår genom utbyte af en af kloratomerna mot syre framgår, att denna kloratom måste intaga paraställning till hydroxylgruppen. Huruvida den andra kloratomen intager ställningen β_1 eller β_2 är icke af mina försök strängt bevisadt, men diklor-naftolens förhållande vid upphettning gör det i hög grad sannolikt, att den andra kloratomen intager ortoställning (β_1) till hydroxylen. Till följd häraf är diklor-naftolen med stor grad af sannolikhet



En diklor- α -naftol är redan förut känd. CLAUS erhö1) nämligen genom inverkan af PCl_5 på natriumsaltet af en α -naftolsulfonsyra en diklor- α -naftol, som att döma af beskrifningen nära liknar den af mig framställda och liksom denna ger vid oxidation klorfri ftalsyra. Dess smältpunkt uppgifves vara 101° . Med PCl_5 ger den en triklornaftalin med smältpunkten 90° . Deremot skiljes den väsentligen från den ofvan beskrifna föreningen

1) Berichte d. Deut. Chem. Ges. XVIII. 2924. 1885.

derutinnan, att den ger med kromsyra diklor-naftokinon af smältpunkten 180° , under det att den af mig erhållna föreningen ger monoklor-naftokinon med smältpunkten 116° . Emellertid uppgifves den af diaklor-naftokinonen erhållna monoklor-naftokinon-aniliden ega smältpunkten 202° , som alldeles öfverensstämmer med smältpunkten på den monoklor-naftokinon-anilid, som jag erhållit af min monoklor-naftokinon. CLAUS anser den af honom framställda diklor-naftolen vara



Monoklor- α -naftol, $C_{10}H_6ClOH$. Ur moderlutarne efter utkristallisering af diklor-naftol kunde en betydlig mängd af ett vid omkring 54° smältande ämne erhållas. Vid destillation förstördes större delen deraf under utveckling af klorväte. Genom upprepade kristalliseringar ur gasolja, som visade sig vara det enda användbara lösningsmedlet, kunde aldrig någon förening med fullt konstant smältpunkt erhållas. Icke håller medförde ett försök att fraktioneradt med klorvätesyra fälla ämnets lösning i natronlut något gynsam resultat. Vid destillation med vattenånga förflyktigades substansen tämligen lätt, men vid undersökning af destillatet visade detta, att döma af klorhalten, en ganska hög halt af diklor-naftol. Af alla försök, som jag utfört, tyckes framgå, att hufvudmassan af ämnet utgjordes af monoklor-naftol, som var förorenad af diklor-naftol och α -naftol.

En vid 57° smältande fraktion gaf vid analys 18,95 proc. klor i st. f. 19,84 och var således förorenad af en mindre mängd α -naftol. En fraktion med smtpt. 62° gaf 21,9 proc. klor och innehöll således diklor-naftol.

Då jag oaktadt alla försök icke lyckades erhålla en fullt ren monoklor-naftol, kan jag icke med tillförlitlighet uppgifva smältpunkten, men sannolikt är den omkring 55° .

Den ofvan omnämnda, vid 57° smältande fraktionen, som innehöll litet α -naftol, användes till följande försök.

Uti en isättiklösning af monoklor-naftol inleddes klorgas, hvarvid erhöles en riklig mängd af diklor- α -naftol med smältpunkt 106°.

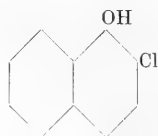
Ett annat prof destillerades med PCl_5 och gaf ett godt utbyte af *triklor-naftalin* med smältpunkten 92°.

0,2068 gr. gaf 0,3841 gr. AgCl .

I procent:

	Fannet.	Beräknadt.
Cl	45,95	35,93.

Att döma af de rikliga utbyten som vid dessa försök erhöles måste monoklor-naftolen hafva lemnat de nämnda produkterna. Då diklor-naftol innehåller OH och 2Cl i samma kärna och bildas af monoklor-naftol, måste den sistnämnda också innehålla OH och Cl i samma kärna. Att monoklor-naftol med PCl_5 ger triklor-naftalin visar, att vid denna reaktion PCl_5 verkat delvis som fri klor ¹⁾ och att dervid i första hand uppstått diklor- α -naftol som sedermera blifvit öfverförd till samma triklor-naftalin som erhöles af PCl_5 och diklor-naftol (sid. 95). Af monoklor-naftolens förhållande vid upphettning, hvarvid den delvis sönderdelas under afgifvande af klorväte, synes framgå, att kloreu befinuer sig i ortoställning till hydroxylen och att således monoklor- α -naftol sannolikt är



Vid inverkan af klor på α -naftol substituerar kloreu vätet efter samma lag, som råder när klor inverkar på fenol.

II. Inverkan af klor på β -naftol.

I en lösning af β -naftol i isättika, hvilken hölls afkyld med snö och koksalt, inleddes en ström af en molekyl klorgas, hvar-

¹⁾ Jfr. CLAUS. Berichte d. Deut. Chem. Gesells. XVIII, s. 2924. 1885.

efter vatten tillsattes, till dess vätskan började grumlas. Efter några timmar hade en massa af kristallnålar afsatt sig. Dessa renades genom upprepade kristalleringar ur gasolja och hade smältpunkten 70° . Moderlut, hvarur kristallmassan afsatt sig, blandades med vatten och gaf då en svart olja med intensiv, fenolartad lukt. Den löstes i natronlut och till den svarta vätskan sattes saltsyra, så länge svarta, tjärartade massor utfälles. Sedan dessa blifvit frångilda, fälles lösningen fullständigt med saltsyra och gaf då en gulaktig, kristallinisk fällning. Filtraten derifrån skakades med eter, och etern lemnade efter afdestillering en kristallinisk massa. Efter upprepade kristalliseringar ur gasolja erhöles samma vid 70° smältande förening, som omedelbart kristalliserade ur isättikelösningen, eller, såsom analyser visade, monoklor-naftol.

Monoklor- β -naftol kristalliserar ur kloroform vid frivillig afdunstning i färglösa prismer, som lätt lösas i kloroform, benzol, isättika, alkohol och het gasolja. Äfven i vatten är den löslig och kristalliserar ur vattenlösning i glimmerlika fjäll. Den har en penetrant fenolartad lukt. Vid analys visade den sig svårförbränlig, så att riktiga tal kunde erhållas endast genom förbränning i syrgas och med starkt upphettadt blykromat.

0,2177 gr. gaf 0,5388 gr. CO_2 och 0,0816 gr. H_2O
 0,3549 gr. gaf 0,2816 gr. AgCl .

I procent:

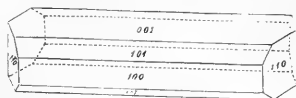
	Funnet.	Beräknadt.
C	67,50	67,27
H	4,17	3,92
Cl	19,63	19,84
O	(8,70)	8,97
	100,00	100,00.

Herr H. BÄCKSTRÖM har på Stockholms högskolas mineralogiska institut undersökt kristallformen och derom meddelat:

Monosymmetriska, efter ortoaxeln utdragna kristaller.

Axelförhållande $a : b : c = 1,9600 : 1 : 1,9562$; $\beta = 66^\circ 54'$.

Iakttagna ytor: $oP(001)$, $\infty P \infty (100)$; $+ P \infty (101)$, $--- P \infty (101)$; $\infty P(110)$.



	Mätt.	Beräknadt.
$110 : 100 =$	$60^\circ 59'$	—
$: \bar{1}10 =$	$58^\circ 3'$	$58^\circ 2'$
$100 : 101 =$	$(33^\circ 39')$	$33^\circ 29'$
$: 001 =$	$66^\circ 54'$	—
$: 10\bar{1} =$	$56^\circ 38'$	$56^\circ 38'$
$001 : 101 =$	$33^\circ 25'$	$33^\circ 25'$
$: \bar{1}01 =$	$56^\circ 28'$	—
$101 : \bar{1}01 =$	—	$89^\circ 53'$.

De optiska axlarnas plan är symmetriplanet.

Inverkan af fosforpentaklorid på monoklor- β -naftol.

Uppvärmes man i en glaskolf monoklor-naftol och fosfor-pentaklorid vid så låg temperatur som erfordras för att blandningen skall hållas i smält tillstånd, bortgår mycket klorväte. Sedan klorväteutvecklingen afstannat, händes reaktionsmassan i vatten. Inom kort stelnade den till en hvit, kornig massa, hvilken befans vara föga löslig i alkohol, som dock derur utdrog en olje-artad produkt. Efter upprepade utkokningar med alkohol erhöles ett snöhvitt, af mikroskopiska nålar sammansatt pulver, som smälte vid 152° . Sedan föreningen stelnat, bildade den en glaslik massa. Föreningen är icke löslig i vatten och löses endast obetydligt i kokande alkohol, hvarur den kristalliserar i små, färglösa nålar.

Analysen visade, att denna produkt utgjordes af *monoklor- α -naftolortofofat* ($C_{10}H_6ClO$) $_3$ PO.

Analyser:

0,2917 gr. gaf vid förbränning med PbCrO_4 och syrgas
0,6652 gr. CO_2 och 0,0936 gr. H_2O .

0,2988 gr. gaf 0,2166 gr. AgCl .

0,3038 gr. gaf 0,0592 gr. $\text{Mg}_2\text{P}_2\text{O}_7$.

I procent:

	Funnet.	Beräknadt $(\text{C}_{10}\text{H}_6\text{ClO})_3\text{PO}$.
C	62,10	62,16
H	3,57	3,11
Cl	17,93	18,33
P	5,42	5,35
O	(10,89)	11,05
	100,00	100,00.

Den oljeartade kropp, som jämte fosfatet erhöles, destillerades med vattenånga, men dervid erhöles endast några små oljedroppar, som efter en längre tids förvaring vid låg temperatur icke stelnade.

Vid försök att i retort till hög temperatur upphetta monoklor- β -naftol med PCl_5 erhöles ett destillat, som efter behandling med vatten gaf en olja. Denna destillerades med vattenånga, då en i köld stelnande olja erhöles. Den sålunda renade produkten kristalliserades ur alkohol, hvarvid erhöles färglösa nålar med smtpt. 61° och 42,93 proc. klor, hvilket visade att kristallerna icke utgjordes af det väntade diklor-naftalinet. Ur moderluten från dessa kristaller erhöles jag dock efter upprepade omkristallerinaar ur gasolja och ur alkohol en vid 34° konstant smältande förening, som bildade färglösa, rombiska tafkor med sammansättningen $\text{C}_{10}\text{H}_6\text{Cl}_2$.

0,2393 gr. gaf 0,3500 gr. AgCl .

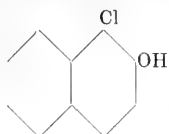
I procent:

	Funnet.	Beräknadt.
Cl	36,18	35,98.

Kristallernas form och smältpunkt visa, att föreningen var $\alpha_1 - \beta_1$ diklor-naftalin ¹⁾).

¹⁾ Öfvers. af K. Sv. Vet.-Akad. Förh. 1887, N:o 7, s. 445.

Att denna diklor-naftalin erhöles visar, att monoklor- α -naftol har konstitutionsformeln:



Vid inverkan af klor på β -naftol ingår således en atom klor i den till OH närmaste α -ställningen, alldeles som fallet är vid inverkan af klor på acet- β -naftylamin ¹⁾.

¹⁾ Öfvers. af K. Sv. Vet.-Akad. Förh. 1887, N:o 7, s. 445.

Bidrag till teorien för vågrörelsen i ett gasartadt medium.

(Forts. från Öfvers. af K. Vet.-Akad. Förh. 1887 N:o 9.)

Af A. V. BÄCKLUND.

[Meddeladt den 8 Februari 1888 genom D. G. LINDHAGEN.]

Efter det att i den föregående uppsatsen behörigt afseende blifvit fäst vid den möjliga beskaffenheten af kontakten mellan ytpartiklarne till de i n:o 32, 35, 36 omtalta kropparne L , skola här till en början betraktelserna i n:o 33 och 34 på motsvarande vis afslutas och derefter satserna i n:o 46 och 47 vidare till sina konsekvenser utvecklas.

49. Vi antaga, såsom i n:o 41, att det yttre mediet är en blandning af en enkel gas med tätheten ρ och en osammantryckbar vätska med tätheten ρ'_0 prop. mot ρ_0^2 , och vi betrakta ett aggregat af $1 : \rho_0^3$ partiklar S , som skola vara af den i n:o 26 angifna karakteren och hvilkas volumer samtidigt skola oscillera såsom antogs i n:o 38. Aggregatet kalla vi för Σ_1 . Tydligt är, att två partiklar i aggregatets inre få ojemförligt mindre rörelse mot hvarandra än två partiklar vid ytan. Ty hvar och en af de inre partiklarne, såsom mera symmetriskt omgifven af lika beskaffade partiklar, påverkas i alla riktningar af ungefär lika stora tryckkrafter, hvilka ock därför till stor del upphäfva hvarandra. Af tryckkrafterna på de yttre partiklarne följer åter, att dessa måste sluta sig tillsamman (n:o 38). Ytpartiklarne komma således i kontakt med hvarandra. Dock anse vi, att i

allmänhet denna kontakt inträder endast periodvis efter tider prop. mot $2q_0 : a$. Kontaktsafbrotten, under hvilka partiklarnes tyngdpunkter oscillera fram och tillbaka, hafva sin orsak vida mera i de vågor, som partiklarne vid sina volumoscillationer utsända i gasen med tätheten q , än i variationerna af den osammantryckbara vätskans tryck. Vi få i alla händelser kontakten att räcka minst en tid $b' : a'$ åt gången, om b' , a' hafva den i n:o 26 angifna betydelsen. Ty $b' : a'$ är den tid, som en yttre impuls på en partikel S :s yta, impulsen här frambragt af en våg, behöfver för att meddela rörelse åt partikelns inre gas. $b' : a'$ är prop. mot $q_0 \sqrt{q_0} : a$. Jfr det andra stycket af n:o 41.

50. När genom en yttre våg Σ_1 :s partiklar på ett ställe lossas från sitt sammanhang, närma närliggande inre partiklar sig hvarandra, och följaktligen, om Σ_1 träffas periodvis, efter tider θ , af vågor utifrån, kan det hända, att icke blott denna kropps ytpartiklar från och till, periodvis, efter tider θ , bilda ett mera sammanhängande stycke, utan att detta (samtidigt) äfven blir fallet med en serie partiklar innanför på ett afstånd $a\theta$ från den första ytan. Vi antaga, att så verkligen sker för Σ_1 . Den af de senast nämnda partiklarne bildade ytan benämna vi Σ_1 :s andra yta, den af de yttersta partiklarne bildade kalla vi den första. Partiklarne mellan de båda ytorna, såväl som partiklarne innanför den andra ytan, anse vi vara ständigt fria.

De yttre vågorne vilja vi tänka oss kommande från en sådan kropp som Σ_2 i n:o 29. När en dylik våg, vågen så sammansatt som i n:o 29 beskrifvits, kommer till Σ_1 :s första yta, brytes kontakten, så att vågen tränger in till Σ_1 :s andra yta. Det dröjer emellertid minst en tid $b' : a'$ innan vågen kan bryta kontakten mellan denna ytas partiklar, så att här, såsom äfven vid den första ytan, mera reflekteras och mindre genomsläppes af den del af den yttre, sammansatta vågen, som kommer först, än af den andra delen. Går den förtunnade vågdelen först, så få vi följaktligen en förtunnad våg af bredden $ab' : a'$, d. ä. $q_0 \sqrt{q_0}$, reflekterad från den andra ytan tillbaka till den första, deremot öfvervägande förtätade vågor gående in till Σ_1 :s inre. Och

eftersom vågorna från Σ_2 upprepas lika efter lika tider θ , uppkommer på detta vis mellan Σ_1 's båda ytor en förstärkt förtunnad våg med bredden $\rho_0\sqrt{\rho_0}$, och in till Σ_1 komma genom denna kropps »andra» yta förtätade vågor på afstånd $a\theta$ från hvarandra. Detta gäller tydligen förnämligast de ställen af Σ_1 's ytor, som först träffas af de yttre vågorna. Ty vid längre aflägsna ställen träffas först Σ_1 's »andra» yta inifrån Σ_1 af en af de sistnämnda förtätade vågorna, som då lossar sammanhanget derstädes mellan partiklarne, och kort derefter af den nämnda, mellan ytorna förut bildade förtunnade vågen, hvilken nu fortplantat sig dit och så framtränger mellan de lossade partiklarne in i det inre af Σ_1 . Af denna grund skola vid de mera aflägsna ställena af Σ_1 's yta öfvervägande förtunnade vågor tränga in i Σ_1 , och öfvervägande förtätade vågor kvarhållas mellan dess båda ytor. Vi böra ock finna lika mycken förtätning som förtunning hos Σ_1 , ty de yttre vågorna utgöras lika mycket af förtätade som förtunnade delar.

När kontakten mellan Σ_1 's partiklar hastigt aftager i styrka utifrån inåt, hafva vi ett fall före snarlikt det betraktade. Då gäller således, att af vågor från Σ_2 erhålla Σ_1 's ytpartiklar närmare de yttre vågornas första ankomstställe hastiga utvidgningar, ytpartiklarne längre derifrån hastiga sammandragningar och de inre partiklarne än hastiga utvidgningar, än hastiga sammandragningar, allt detta under en tid θ och repeteradt efter tider θ .

51. Skulle, såsom möjligt är, alla partiklar i aggregatet Σ_1 vara i kontakt med hvarandra, och kontakten blifva dess större, ju längre från ytan partiklarne ligga, så få vi ändock, såsom i föregående fall, vid Σ_1 's yta en våg, som vid de yttre vågornas första ankomstställe är förtunnad, vid ställena längre derifrån förtätad. Innanför ett ytlager af Σ_1 af bredden $a\theta$ hafva vi äfvenledes, liksom förut, såväl förtätade som förtunnade vågor. Men dessa vågor tränga nu icke tvärs genom Σ_1 . Ty partiklarne närmare Σ_1 's inre äro i beständig kontakt med hvarandra. Dock, fast vågorna ej tränga mellan partiklarne, blifva dessas volumer därför icke oföränderliga till form och storlek. De yttre

af samma partiklar afficieras nämligen direkt af de sist nämnda vågorna innanför Σ_1 's ytlager, så att deras volumer förändras, och deraf blir de andras volumförändring en nödvändig följd. Ty när t. ex. en förtätad våg träffar en dylik yttre partikel, uppstår i partikelns ytlager en förtätning, som går inåt och delvis meddelar sig åt partikelns gas samt derigenom åstadkommer en sammandragning af partikeln, delvis går såsom förtunning tillbaka igen (n:o 26) och som sådan öfver till ytlagren för de partiklar innanför, som hafva kontakt med den betraktade yttre. Nämnda partiklar innanför erhålla på detta vis en utvidgning. Häraf är klart, att de partiklar, som bilda Σ_1 's mera fasta inre, bekomma volumvariationer, så att derigenom, genom ledning på det beskrifna sättet, vågrörelsen går från den ena partikeln öfver till den andra och ut till det jemförelsevis öppna partiet närmare Σ_1 's »andra» yta. Det är endast genom dylik ledning en vågrörelse fortplantas inom ett partikelaggregat, när inga afbrott förefinnas i partiklarnes inbördes kontakt.

52. De vågor, som i det i n:o 50 behandlade fallet uppstå inom Σ_1 i följd af vågorna från Σ_2 , ändras med tiden till dess deras energi nått sitt maximum. Först då maximum uppnåtts kan rörelsen blifva stationär, d. v. s. upprepas lika efter lika tider θ . Hvad Σ_1 då under en tid θ vinner i energi genom vågor från Σ_2 skall vara lika med hvad Σ_1 under samma tid förlorar till det yttre mediet. Men för att rörelsen verkligen skall blifva stationär, måste de inre partiklar, som befinna sig i närheten af kroppens yta, icke hafva någon translatorisk, med tiden växande lägeförändring, på det nämligen de »första» och »andra» ytorna må efter tider θ reproduceras lika; äfven måste det af Σ_1 's inre, som upptages af de städse fria partiklarne, genomfaras lika mycket af förtätade som af förtunnade vågor, och städse på samma vis.

Σ_1 förhåller sig nu analogt med de fullkomliga elektriska ledarne. Komponenterna af den kraft, som verkar på en partikel S_1 i Σ_1 , som har en hastig volumändring, åtföljd af en långsam volumåtergång med den konstanta hastigheten $-4\pi m_1$,

äro (i medeltal) bestämda genom derivatorna i afseende på S_1 :s koordinator af:

$$-2\pi q_0 m_1 \sum \frac{m}{R}.$$

R är afståndet mellan S_1 och den partikel, till hvilken m hänför sig. Summeringstecknet gäller alla partiklarne i Σ_1 och Σ_2 (n:o 48). Beteckna vi med U summan:

$$-\sqrt{2\pi q_0} \sum \frac{m}{R},$$

utsträckt öfver samtliga partiklar i Σ_1 och Σ_2 , så få vi, enär partiklarne i Σ_1 :s inre besitta under hvarje tid θ lika mycket hastiga utvidgningar som hastiga sammandragningar, $m = 0$ för Σ_1 :s inre, d. v. s.

$$(a) \quad \Delta^2 U = 0.$$

Vidare, eftersom de af Σ_1 :s partiklar, som tillhöra det ofvan nämnda partiet af bredden $\sqrt{q_0}$ mellan Σ_1 :s båda ytor, väl skola besitta hastiga volumändringar, men ingen med tiden växande förflyttning parallel med ytan, U :s värden för två ändligt differenta punkter inom detta parti oändligt litet differenta, d. v. s. för Σ_1 :s yta:

$$(b) \quad U = \text{konst.}$$

Af (a), (b) och af funktionen U :s entydighet följer, att äfven öfverallt inom Σ_1 man måste hafva U konstant. U har alltså samma karakter som den elektriska potentialen för två elektriska kroppar Σ_1 och Σ_2 , af hvilka den första är en fullkomlig ledare.

Åter om partiklarne inom Σ_1 råka i en, om ock långsam, ändlig translatorisk rörelse, och ej endast i en oscillatorisk med θ som period, så är icke vågrörelsen inom Σ_1 stationär.

53. Om Σ_1 och Σ_2 äro två kroppar af samma beskaffenhet som Σ_1 nyss och i n:o 50 antogs vara, och de ställas i kontakt med hvarandra, och på något vis en sammansatt våg uppväckts, gående med sin förtätade del först från Σ_1 till Σ_2 genom dessa kroppars kontaktsställe, så kommer, då nu kontaktsytan blir en gemensam del af kropparnes »andra» ytor, den sammansatta våg-

gen att vid kontaktsstället upplösas, så att Σ_1 erhåller en förtätning, Σ_2 en lika stor förtunning. Hade samtidigt kommit till kontaktsytan en sammansatt våg från Σ_2 med den förtunnade delen först, så skulle genom dess upplösning nämnda förtätning resp. förtunning ökas.

Om Σ_1 och Σ_2 äro af olika natur, om t. ex. deras partiklar absorbera i olika grad vågor, som träffa dem, så skall för samma yttre impulser på båda kropparne en sammansatt våg af det ena eller det andra af de här betraktade slagen framgå från den ena kroppen till den andra. —

En sådan kontakt mellan kropparnes ytpartiklar, som hindrar de yttre vågorna med bredden ρ_0 att tränga in i kropparnes inre, förhindrar ock sådan upplösning af vågor som här och i de tre föreg. n:o betraktats. Det återstår då endast den i n:o 33 och 34 betraktade sönderdelningen af sammansatta vågor. Om den ha vi icke talat i det närmast föregående, emedan hvad på dylik väg erhålles af enkla vågor blir betydligt mindre än hvad som, när kontakten är af den här ofvan antagna beskaffenheten, på det nu beskrifna sättet uppkommer. —

54. På den nära öfverensstämmelsen mellan satserna i n:o 46, 47 och vissa fundamentalsatser för de elektriska strömmarne får jag nu fästa uppmärksamheten. Vi hafva sett i n:o 46, att, om L_1 och L_2 äro två ringformiga kroppar med oändligt små tvärsnitt och genomfarna hvar och en i hela sin längd af förtunnade vågor i en riktning och förtätade i den motsatta, samt L_2 förflyttas och deformerar oändligt litet, utan att i' och ds' ändras, så blir L_1 's kraftarbete lika med $\delta W'_*$, när

$$W'_* = 8i' \iint \cos(ds ds') \frac{ds ds'}{R}.$$

Förstå vi med x, y, z koordinaterna för en geometrisk punkt på L_1 's längdaxel, med x', y', z' koordinaterna för en (likaledes geometrisk, fast) punkt på L_2 's, och beteckna vi med bokstafven d ett framskridande utåt längdaxlarne i den riktning, hvare de förtätade vågorna framgå, så få vi:

$$\frac{1}{8ii'} \delta W_*'' = \iint_{L_1 L_2} \frac{dx \delta dx' + dy \delta dy' + dz \delta dz'}{R} - \iint_{L_1 L_2} \frac{(dx dx' + dy dy' + dz dz') ((x' - x) \delta x' + (y' - y) \delta y' + (z' - z) \delta z')}{R^3},$$

och häraf genom partiel integration:

$$\frac{1}{8ii'} \delta W_*'' = \int_{L_1} \frac{dx \delta x' + dy \delta y' + dz \delta z'}{R} + \iint \frac{(\delta x' dx + \delta y' dy + \delta z' dz) ((x' - x) dx' + (y' - y) dy' + (z' - z) dz')}{R^3} - \iint \frac{(dx dx' + dy dy' + dz dz') ((x' - x) \delta x' + (y' - y) \delta y' + (z' - z) \delta z')}{R^3},$$

eller, enär L_2 är en sluten ring och därför den första leden af höggra membrum försvinner:

$$\frac{1}{8ii'} \delta W_*'' = \iint \delta x' \left[dy' \frac{(y' - y) dx - (x' - x) dy}{R^3} - dz' \frac{(x' - x) dz - (z' - z) dx}{R^3} \right] + \iint \delta y' \left[dz' \frac{(z' - z) dy - (y' - y) dz}{R^3} - dx' \frac{(y' - y) dx - (x' - x) dy}{R^3} \right] + \iint \delta z' \left[dx' \frac{(x' - x) dz - (z' - z) dx}{R^3} - dy' \frac{(z' - z) dy - (y' - y) dz}{R^3} \right].$$

Häraf följer genast, huru de krafter, som partiklarne S_1 i L_1 utöfva på S_2 i L_2 , kunna ersättas med krafter X, Y, Z angripande L_2 :s längdaxel i fixa punkter (x', y', z') . Vi tänka oss t. ex. L_2 :s längdaxel, L_2 :s mittellinie, uppdelad i sinsemellan lika långa infinitesimala stycken, liksom en kurva uppdelas i linieelementer, och välja dessa styckens ändpunkter, som äro fixa punkter på mittellinien, till angreppspunkter för krafterna X, Y, Z . Vi erhålla då, under beaktande af att båg längden ds' är oföränderlig och att $\delta W_*''$ skall vara lika med $\Sigma(X \delta x' + Y \delta y' + Z \delta z')$:

$$X = 8ii'(C dy' - B dz') - 8ii'd(ldx'),$$

$$Y = 8ii'(A dz' - C dx') - 8ii'd(ldy'),$$

$$Z = 8ii'(B dx' - A dy') - 8ii'd(ldz'),$$

hvärest

$$A = \int_{L_1} \left[\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{R} \right) dy - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{R} \right) dz \right], \quad B = \int_{L_1} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{R} \right) dz - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{R} \right) dx \right],$$

$$C = \int_{L_1} \left[\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{R} \right) dx - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{R} \right) dy \right].$$

Termerna längst åt höger i uttrycken för X , Y , Z häntyda på tillvaron af vissa spänningar (lds') i elementerna ds' . De öfriga termerna uttrycka på bekant vis komponenterna af den af AMPÈRE först påvisade kraften emellan strömmen L_1 och elementet ds' , detta ds' betraktadt som ett strömelement. Krafterna af det senare slaget äro de enda, hvilka gifva sig tillkänna genom strömmarnes attraktion eller repulsion¹⁾.

55. Om, såsom förut, L_1 genomfäres af förtunnade och förtätade vågor och hålles stilla, så kommer den att på en i rörelse stadd punkt S_2 utöfva en kraft (n:o 47), som har

$$\frac{d\bar{W}_*}{dx_2}, \quad \frac{d\bar{W}_*}{dy_2}, \quad \frac{d\bar{W}_*}{dz_2}$$

till komponenter, när

$$\bar{W}_* = 4\sqrt{2\pi\varrho_0\kappa} \frac{m_2 i}{a} \int H' \cos RH' \cos Rds \frac{ds}{R}.$$

R betyder då S_2 's afstånd vid tiden t från punkten S_1 i elementet ds , H' samma S_2 's hastighet vid samma tid, och H' må vara hvad för ändlig, entydig och kontinuerlig funktion man vill af x_2 , y_2 , z_2 . Nu är L_1 en sluten ring och

$$R \frac{d^2 R}{ds dt} = H' (\cos Rds \cos RH' - \cos H'ds);$$

följaktligen kan man äfven skriva kraftfunktionen i fråga under formen:

$$\bar{W}_* = 4\sqrt{2\pi\varrho_0\kappa} \frac{m_2 i}{a} \int H' \cos H'ds \frac{ds}{R}.$$

¹⁾ En liknande transformation af $\delta W''_*$ har förut blifvit utförd af HELMHOLTZ i hans afhandling: »Vergleich des Ampère'schen und Neumann'schen Gesetzes für die elektrodynamischen Kräfte». Monatsberichte der Berliner Akademie 1873, 6 Februar.

Med L_2 skola vi förstå den i det föregående betraktade, på lika vis betecknade ringformiga kroppen, men tänkt utan någon afgjord strömning af vågor. Vi antaga, att medelst ändliga yttre krafter L_2 deformeras och förflyttas från ett hviloläge L_2^0 till ett andra hviloläge $L_2^{(1)}$. De lägen, som dervid en godtycklig partikel S_2^0 i L_2 efterhand intager, må betecknas med $S_2^0, \dots b, b', b'', \dots S_2^{(1)}$. Dessa lägen äro ej de, som S_2^0 skulle besitta, om S_2^0 vore fast på L_2 's mittelinie. Ty den kraft, som tillfölje af L_2 's rörelse uppstår från L_1 , förorsakar en förskjutning af S_2 utåt L_2 . Vi kalla de punkter i rummet, som S_2^0 , vore den fast på L_2 's mittelinie, skulle under L_2 's rörelse intaga, för $S_2^0, \dots a, a', a'', \dots S_2^{(1)}$. Emedan åter S_2 under två på hvarandra följande tidsförlopp θ har olika tecken för m_2 , komma dess förskjutningar utåt L_2 under två sådana successiva tider θ att erhålla olika tecken. Derföre, om vi särskildt betrakta L_2 's och S_2^0 's lägen vid slutpunkterna af på hvarandra följande θ , få vi hvartannat b att sammanfalla med ett a , t. ex. a att sammanfalla med b , a'' med b'' , o. s. v. Det arbete, som af krafterna från L_1 uträttas på S_2^0 under rörelsen, är sammansatt af arbetet af de krafter, som komma af förflyttningarnas komponenter utåt L_2 , — tillhörande den i L_2 uppväckta strömningen, — och af arbetet af de krafter, som uppstå af förflyttningarnas andra komponenter, utåt $aa'', b'b'''$, etc. Vi tänka blott på det senare arbetet. Vi hafva $a, a'', a''', \dots b', b''', b''', \dots$ att vara partikeln S_2^0 's lägen vid tiderna $t, t + 2\theta, t + 4\theta, \dots t + \theta, t + 3\theta, t + 5\theta, \dots$ samt ($aa' : \theta$ eller) $aa'' : 2\theta, b'b'''' : 2\theta, \dots$ att vara hastighetskomponenterna i fråga, — så att, om vi kalla dessa för H' , vi få H' att ändras från $aa'' : 2\theta$ till $b'b'''' : 2\theta$, när a öfvergår i b' . För alla partiklarne a, a'', a''', \dots har m_2 under förflyttningarna $ab', a''b''', \dots$ samma tecken. Arbetet i fråga blir derföre två gånger den ändring, som $\Sigma \overline{W}_*$:

$$\Sigma \bar{W}_* = 4\sqrt{2\pi Q_0 z} \frac{m_2 i}{a} \sum_{L_1} \int \frac{aa''}{2\theta} \cos(aa'', ds) \frac{ds}{R}$$

(summeringstecknet beträffar alla liniestyckena aa'' , $a''a''$, ... från S_2^0 till $S_2^{(1)}$), — erfar, när man ändrar bågen $S_2^0 \dots aa''a'' \dots S_2^{(1)}$ till bågen $S_2^0 \dots b'b''b'' \dots S_2^{(1)}$. Skrifva vi $\sqrt{2\pi Q_0 z} m_2 H' : a = i' ds_1$ och sätta $ds_1 = aa'' = H' dt (dt = 2\theta)$, så blir $i' = \sqrt{2\pi Q_0 z} m_2 : a dt$ och följaktligen konstant såväl för alla linieelementer till hvar och en af de nämnda bågarna som ock lika för dem båda. Kalla vi den första bågen för C och den andra för C' , så blir

$$\Sigma \bar{W}_* = 4i' \int_C \int_{L_1} \cos(ds ds_1) \frac{ds ds_1}{R}.$$

Med $\Sigma' \bar{W}_*$ förstå vi motsvarande bildning för C' :

$$\Sigma' \bar{W}_* = 4i' \int_{C'} \int_{L_1} \cos(ds ds'_1) \frac{ds ds'_1}{R}.$$

Differensen $\Sigma' \bar{W}_* - \Sigma \bar{W}_*$ kalla vi för δU . Arbetet i fråga blir $2\delta U$ och, enär $\delta i' = 0$:

$$2\delta U = 8i' \int_{S_2^0}^{S_2^{(1)}} \left[\delta x_1 \int_{L_1} \frac{dx}{R} + \delta y_1 \int_{L_1} \frac{dy}{R} + \delta z_1 \int_{L_1} \frac{dz}{R} \right] \\ + \Sigma_C (X_1 \delta x_1 + Y_1 \delta y_1 + Z_1 \delta z_1).$$

Här äro δx_1 , δy_1 , δz_1 projektionerna af förskjutningarna utåt $L_2 : a'b'$ o. d. X_1 , Y_1 , Z_1 äro hvad som blir af X , Y , Z i föreg. n:o, när dx_1 , dy_1 , dz_1 , projektionerna af aa'' , substitueras för dx' , dy' , dz' samt termerna $d(ldx')$, $d(ldy')$, $d(ldz')$ bortkastas.

Vi räkna tiden, hvarunder L_2 är i rörelse, för en multipel af 2θ , då vi låta C och C' hafva samma S_2^0 och $S_2^{(1)}$ till ändpunkter. Då åter hafva vi att skrifva dessa punkters δx_1 , δy_1 , δz_1 lika med noll¹⁾. Till följe häraf erhålla vi:

¹⁾ Obs. Motsvarande $a'b'$ äro oändligt små storheter af (minst) andra ordningen, emedan L_2^0 och $L_2^{(1)}$ äro hvilolägen för L_2 samt rörelsen är antagen ävågbart genom ändliga yttre krafter.

$$2\delta U = \Sigma_c(X_1\delta x_1 + Y_1\delta y_1 + Z_1\delta z_1),$$

och deraf sluta vi, att de krafter från L_1 , som härröra af L_2 :s förflyttning, äro, bortsedt från de krafter, som komma af den nya strömningen i L_2 , äkvivalenta med krafterna X_1, Y_1, Z_1 , hvilka angripa i de fasta punkterna $a, a'', a'' \dots$. Dock är detta dess närmare så att förstå, att en kraft, lika med hälften af nämnda kraft för a , angriper, när m_2 är positivt, en andra, med denna lika stor men motsatt kraft, när m_2 är negativt, och visserligen den ena af dessa två i a , den andra i a' (eller b') och i motsatt riktning mot den första. Den rätvinkliga komponenten utåt L_2 af denna senare kraft i a blir den elektromotoriska kraft i a , som uppstår af rörelsen. Det är samma kraft, som i W. WEBERS induktionstheori är härledd för en arbiträr punkt på L_2 , då L_2 är en från början neutral ledare och L_1 en konstant elektrisk ström.

56. När L_2 hålles stilla, men L_1 rör sig, uppdelas vi L_1 :s verkan i verkningarna af dess partikelpar S_1, S'_1 (n:o 45). För den kraft, med hvilken ett dylikt partikelpar verkar på S_2 , gäller

$$-4\sqrt{2\pi q_0} m_2 i \cos Rds \left(1 + \frac{H}{a} \cos RH\right) \frac{ds}{R}$$

som kraftfunktion, i fall H är den för S_1, S'_1 gemensamma nya hastigheten (n:o 47). Förhållandet är följaktligen likadant som om S_1, S'_1 endast haft sin ursprungliga rörelse utåt L_1 :s axel, men S_2 i stället haft hastigheten $-H$, förutsatt att detta H varierar så långsamt, att det kan betraktas konstant under tiden $R:a$. Speciellt, om L_1 är stadt i translation enbart, kommer L_1 att verka så på L_2 som om L_1 varit stilla, men i stället L_2 haft sin rörelse relative L_1 till absolut rörelse.

57. Om inom L_1 strömningen af vågorna ändras, så blir i ej konstant inom L_1 , ej heller oberoende af t , men emedan inom det yttre mediet vågrörelser alltid fortplantas genom sferiska vågor, som förstora sina radier med hastigheten a , skall i för ett bestämdt ställe af L_1 ¹⁾ blifva, liksom m_1 , då det ändras

¹⁾ och i afseende på en punkt på afståndet R derifrån.

(no 5), en funktion af $R - at$. Nu se vi af noten å sid. 552 jemförd med uttrycket för W_* sid. 555, att, då $h' = 0$ och i ej är konstant, gälla för komponenterna af den kraft, som partikel-paret S_1, S'_1 frambringar på S_2 , följande uttryck:

$$\begin{aligned} & -4\sqrt{2\pi\varrho_0\alpha} m_2 \frac{di}{dx_2} \cos R_{21} ds \frac{ds}{R_{21}} - 4\sqrt{2\pi\varrho_0\alpha} m_2 i \frac{d}{dx_2} \left(\cos R_{21} ds \frac{ds}{R_{21}} \right), \\ & -4\sqrt{2\pi\varrho_0\alpha} m_2 \frac{di}{dy_2} \cos R_{21} ds \frac{ds}{R_{21}} - 4\sqrt{2\pi\varrho_0\alpha} m_2 i \frac{d}{dy_2} \left(\cos R_{21} ds \frac{ds}{R_{21}} \right), \\ & -4\sqrt{2\pi\varrho_0\alpha} m_2 \frac{di}{dz_2} \cos R_{21} ds \frac{ds}{R_{21}} - 4\sqrt{2\pi\varrho_0\alpha} m_2 i \frac{d}{dz_2} \left(\cos R_{21} ds \frac{ds}{R_{21}} \right). \end{aligned}$$

I fall det endast är fråga om effekten af en under oändligt kort tid företagen ändring af det förut konstanta i , behöfver man endast taga hänsyn till de första termerna i dessa tre uttryck, ty, då till sist ändock resultanten af krafterna från hela L_1 , d. ä. från samtliga S_1, S'_1 , skall bildas, och L_1 är en sluten ring, samt därför

$$\int_{L_1} \cos R ds \frac{ds}{R} = 0,$$

så måste de krafter, som uttryckas genom de öfriga tre termerna, bortfalla i slutresultatet.

Kraften med

$$-4\sqrt{2\pi\varrho_0\alpha} m_2 \frac{di}{dx_2} \cos R_{21} ds \frac{ds}{R}, \text{ etc.}$$

till komponenter faller utåt linien R_{12} . Ty

$$-\frac{di}{dx_2} = -\frac{di}{dR_{21}} \frac{x_2 - x_1}{R_{21}} = -\frac{di}{dR_{21}} \cos R_{12} X$$

och, enär $i = F(R - at)$:

$$\frac{di}{dR_{21}} = -\frac{1}{a} \frac{di}{dt}$$

Vi få således X -komponenten till kraften i fråga lika med:

$$4\sqrt{2\pi\varrho_0\alpha} m_2 \frac{1}{a} \frac{di}{dt} \cos R_{12} X \cos R_{21} ds \frac{ds}{R}$$

eller, som kommer på ett ut:

$$- 4\sqrt{2\pi q_0} m_2 \frac{1}{a} \frac{di}{dt} \cos R_{21} X \cos R_{21} ds \frac{ds}{R},$$

och på lika vis bestämmas Y - och Z -komponenterna.

För en till S_2 oändligt närbelägen partikel S'_2 med motsatt tecken för m_2 uppkommer af samma di en kraft, till storlek lika med men till riktning motsatt mot den föregående. Genom dessa krafter försättas således S_2 och S'_2 i motsatta rörelser. Vi antaga, att S_2 och S'_2 båda tillhöra en gifven ringformig kropp L_2 . De nämnda krafternas rätvinkliga komponenter utåt ds' , — om ds' är ett linieelement af L_2 's mittelinie, räknadt i någon en, en gång för alla fixerad riktning af denna linie, — bringa då S_2 och S'_2 i motsatta rörelser utåt L_2 . För S_2 får denna kraftkomponent storleken:

$$- 4\sqrt{2\pi q_0} m_2 \frac{1}{a} \frac{di}{dt} \cos R ds' \cos R ds \frac{ds}{R}.$$

I likhet med hvad i n:o 36 skedde, kan särskildt den rörelsemängd beräknas, som S_2 erhåller under passagen af vågorna från S_1 , S'_1 , och särskildt den, som vinnes under den återstående delen af tiden θ . Utan att utföra denna räkning, kunna vi af den i n:o 36 framställda sluta, att nu, såsom i det fall, som förelåg i n:o 47 och i de två här närmast föreg. n:o, den rörelse, som S_2 får af S_1 , S'_1 , är af samma art som S_1 's egen (när i är konstant). Följaktligen erhålla L_2 's partiklar genom den betraktade ändringen af i rörelser, som, enligt n:o 46, göra L_2 's verkan utåt jemförlig med den af en elektrisk strömning i L_2 ¹⁾.

¹⁾ Här hafva vi ock en större ändring af h' medan m_2 varierar. I n:o 47 inträffade i allmänhet icke någon stor ändring af h' samtidigt med ändringen af m_2 . Det oaktadt, äfvensom när h 's ändring ej sker samtidigt med ändringen af m_1 , verka L_1 och L_2 på hvarandra såsom om de genomföres af elektriska strömmar. Man erhåller nämligen af räkningen i n:o 44, 45 samma slutresultat, vare sig m och h variera samtidigt eller ej (— utom, strängt taget, när den stora ändringen af h' inträffar vid passagen af den våg, som tillhör den stora ändringen af h , och man endast tänker på verkan af beträffande partikelpar S_1 , S'_1). —

Då räkningarna i n:o 32 å sidd. 349, 350 och i noten till n:o 44 sid. 552 här användts ganska mycket, hade det varit bäst, om desamma genast i detalj utvecklats. Dock ser jag ej, att egentligen något mera kan behöfva tilläggas till hvad som på de anförda ställena yttrats, än följande. Vi ha

Det föregående lemnar såsom mått för den elektromotoriska kraften i en punkt på L_2 :

$$-4\sqrt{2\pi}q_0z m_2 \frac{1}{a} \frac{di}{dt} \int_{L_1} \cos Rds' \cos Rds \frac{ds}{R},$$

ett uttryck af väsendtligen samma form som det af W. WEBER för samma kraft härledda.

58. Vi nämnde i den sista noten till n:o 43 L såsom hufvudsakligen rörformig, d. v. s. med inre partiklar så glest utspridda, att det, som dessa absorbera af vågorna inom L , blir mycket litet. I en sådan L kan en strömning af den i n:o 45 betraktade arten en längre tid förtgå utan yttre kraft. När åter, hvilket vi betrakta såsom det allmännare fallet, L 's partiklar ligga tätt upp till hvarandra, såsom partiklarne i närheten af S_1 's yta (n:o 50), så behöfs för strömningen en stadigvarande kraft, så att särskildt, när L_2 's eller L_1 's rörelse i n:o 55, 56

föreställt oss p härleddt ur den bekanta formeln i n:o 4, 12, 42, i det vi för en punkt (x, y, z) , i närheten af S_2 tänkt oss:

$$p = -q_0 \sum \left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{\partial \varphi}{\partial x} h'_x + \frac{\partial \varphi}{\partial y} h'_y + \frac{\partial \varphi}{\partial z} h'_z \right) \\ - q_0 \left(\frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{1}{2} h'^2_x \right) - \frac{q_0}{2} \sum \left(\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)^2 \right).$$

φ är hastighetsfunktionen för den vågrörelse inom L_2 , som just försatt partiklarne S_2 i rörelsen med hastigheten h' ; φ är den å de anförda ställena på samma vis betecknade hastighetsfunktionen; summeringstecknet hänför sig till alla S_1, S'_1 . Med h'_x förstå vi den af φ kommande hastigheten för (x, y, z) , med h'_x, h'_y, h'_z dess komponenter. I noten till sid. 552 ha vi satt $h'_x =$ hastigheten för S_2 's centrum, i det vi skrivit $\frac{dr'}{dt} = 0$ (och äfven

$\frac{d}{dt} (\cos h'X) = 0$, etc.); i n:o 32 ha vi lemnat oafgjordt, huruvida ej h' ,

är oändligt litet different från h . Resultaten af räkningarna blifva i båda fallen, med den grad af approximation, som ofvan användts, identiskt desamma. Såväl i n:o 32 som efteråt är effekten af S_2 's volumändring särskildt genom termen $m_2 \cdot v'$ i φ behörigen beaktad (jfr n:o 15 och noten till sid. 18). Den ofvan tecknade differentiationen i afseende på t beträffar S_2 's centrum, hvars läge är funktion af t , samt μ_1, r_1^3, r_2^3 och m_2 .

Effekten af termen $-q_0 \left(\frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{1}{2} h'^2_x \right)$ är påvisad i n:o 43 och i början af n:o 45, då det redogjordes för h' 's beskaffenhet.

resp. ändringen af i i n:o 57 upphör, så upphör ock den inducerade strömningen i L_2 . Men är L_2 af den nyss förut om L nämnda karakteren, och föreligger det i näst föreg. n:o behandlade fallet, så måste vid en partikel S_2 's hastigare, af den elektromotoriska kraften från L_1 uppväckta rörelse i en viss riktning, medan S_2 hastigt utvidgar sig, partikeln absorbera vida mera af den förtunnade våg, som framgår genom L_2 i denna riktning, än af den förtunnade våg, som framgår i den motsatta. Och på analogt vis förhåller det sig, när S_2 hastigt sammandrager sig, med de förtätade vågorna. Derför kvarstå nu inom L_2 företrädesvis förtunnade vågor, som framgå i en, och förtätade vågor, som framgå i en motsatt riktning. Genom dessa vågor kan då en längre tid till någon grad den strömning bevaras, som genom i 's ändring, på sätt som nyss visats, en gång uppväckts.

Meddelanden från Upsala kemiska laboratorium.

141. Bidrag till kännedomen om kolhydraten. II.
Om Graminin.

Af Å. G. EKSTRAND och C. J. JOHANSON.

[Meddeladt den 8 Februari 1888 genom P. T. CLEVE.]

Såsom vi i vårt föregående meddelande omnämnde, innehålla rhizomerna af *Trisetum alpestre* BEAUV. ett mycket lättlöst kolhydrat, för hvilket vi föreslagit namnet *graminin*. Genom Professor TH. M. FRIES' tillmötesgående hafva vi från härvarande botaniska trädgård erhållit material för det nya kolhydratets närmare undersökning.

Rhizomerna insamlades under förliden Januari månad, rensades, hackades och refvos med glaspulver, och det så erhållna moset genomfuktades med vatten och fick stå dermed ett dygn; derefter utpressades massan, lösningen försattes med blyättika, så länge någon fällning uppstod, och i filtratet aflägsnades blyet med vätesvafva. Sedan öfverskottet deraf utdrifvits med koldioxid, sattes alkohol till den filtrerade lösningen; härvid utfälles emellertid kolhydratet delvis såsom en sirap, hvilken så småningom hårdnade; det löstes därför ånyo i svag sprit, och, som lösningen var temligen mörk, kokades den med djurkol. Filtratet blef nu alldeles färglöst och gaf med alkohol i tillräcklig mängd en fin hvit fällning, som efter torkning i luften till utseendet liknade vanlig stärkelse.

För analys torkades kolhydratet vid 100°.

0,2106 gr. gäfvö vid förbränning i syrgas 0,3340 CO₂ = 0,0911 C och 0,1200 H₂O = 0,0133 H.

	Funnet.	Ber. f. 6C ₆ H ₁₀ O ₅ + H ₂ O.
C	43,26	43,63
H	6,31	6,28.

Askbestämning: 0,7468 gr. vid 100° torkad substans gäfvö 0,0062 glödgningsåterstod, motsvarande 0,83 proc. aska.

Egentliga vigten på det vid 100° torkade gramininet bestämdes i benzol och var vid 12° 1,522.

Lösligheten i vatten bestämdes på det sättet, att omkring 3 gr. af det vid 100° torkade gramininet öfvergötos med 10 gr. vatten och blandningen fick i 2 dygn stå i en tillkorkad glaskolf, som då och då omskakades. Större delen af kolhydratet var då löst, men lösningen var för tjockflytande, för att kunna filtreras, hvarför den endast dekanterades. 8,0630 gr. af den dekanterade vid 9°—10° mättade lösningen lemnade en vid 100° torkad återstod af 1,8386 gr.; eller 100 gr. lösning höllo 22,80 gr. kolhydrat. En mättad vattenlösning af graminin håller således vid 9°—10° 7 gånger så mycket kolhydrat som en liknande lösning af irisin och flein samt närmare 24 gånger så mycket som en inulinlösning. Det bör härvid anmärkas, att ehuru den öfvervägande hufvudmassan af det i *Trisetum* förekommande kolhydratet var ytterst lättlösligt i vatten, deri dock äfven till mycket ringa mängd förekom ett mera svårlöst ämne. När därför graminin öfvergjutes med 5 à 6 gånger sin vikt vatten af vanlig temperatur, löses nästan alltsammans mycket snart, och endast några få flockor förblifva olösta, hvilka måhända utgöras af flein.

Med barythydrat ger graminin en i öfverskott af kolhydratet löslig hvit fällning.

Af koncentrerad klorvätesyra löses graminin vid vanlig temperatur, och vid kokning blir denna lösning starkt brunfärgad.

Af jod färgas det icke.

Vid upphettning i kapillärrör förblef graminin oförändradt ända till 209°, då det smälte under pösning.

För undersökning af den optiska vridningsförmågan bereddes en femprocentig vattenlösning af det vid 100° torkade kolhydratet, och denna lösning gaf med WILDS apparat följande resultat:

α (medeltal af åtta afläsningar) = $-5,93^\circ$, $l = 3$ dm., $p = 5$,
eg. v. = 1,019; temperaturen 12° C.

$[\alpha]_D = -38,79^\circ$.

Vridningsförmågan är alltså ungefär densamma som för inulin samt märkbart lägre än för flein och irisin.

För gramininets försökring försattes en vattenlösning deraf med något utspädd svafvelsyra och upphettades på vattenbad i 5 timmar, hvarefter den var starkt brunfärgad och luktade tydligt karamel; för syrans aflägsnande tillsattes bariumkarbonat, och det neutrala filtratet pröfvades i WILDS apparat.

α (medeltal af fyra afläsningar) = $-2,41^\circ$, $l = 3$ dm., eg. v. = 1,003, temperaturen 12°; lösningens sockerhalt = p bestämdes med FEHLINGS lösning, såsom medeltal af 3 försök, till 1 gr. pr 100 ke., alltså

$[\alpha]_D = -80,01^\circ$.

Vid försökringen hade således bildats lävulos eller fruktsocker, och sockerlösningen gaf vid uppvärmning med natriumacetat och klorvätesyrad fenylhydrazin en fällning af fenylglukosazon.

En vattenlösning af graminin reducerar ej FEHLINGS lösning ens efter en stunds kokning, men ammoniakalisk silfverlösning svärtas snart nog vid upphettning dermed.

Utbytet af graminin ur rhizomerna af Trisetum var omkring 5 proc. af deras vikt, ty 180 gr. rhizomer lemnade öfver 8 gr. lufttorkadt graminin.

Vid mikroskopisk undersökning af rhizomer till Trisetum alpestre, hvilka förvarats i sprit, visade sig dessa innehålla stora mängder sfärokristaller, som till skilnad från fleinkristallerna voro tecknade med omvexlande ljusa och mörka, koncentrisk, knapt 1 μ . (= 0,001 mm.) breda strimmor, samt så lättlösta, att de vid en ringa vattentillsats hastigt försvunno, utan att

quarlemna någon olöst återstod. I polarisationsmikroskopet visa sig gramininkristallerna dubbelbrytande.

Vid en jämförelse mellan graminin och andra inulinartade kolhydrat af samma sammansättning finner man, att dess optiska vridningsförmåga är ungefär densamma som inulins, dess löslighet deremot vida större än både inulins samt irisins och fleins; dess smältpunkt öfverensstämmer ganska nära med fleinets.

I rhizomerna af åtskilliga andra gräs synes, att döma af den mikroskopiska undersökningen, ett med graminin identiskt kolhydrat förekomma, så i *Agrostis*, *Calamagrostis*, *Festuca*, *Avena*.

Meddelanden från Upsala kemiska Laboratorium.

137. Bidrag till kännedomen om platooxalatens
reaktionsförhållanden.

Af H. G. SÖDERBAUM.

[Meddeladt den 8 Februari 1888 genom P. T. CLEVE.]

I en föregående uppsats¹⁾ har jag ådagalagt tillvaron af tvänne isomera serier af platooxalat, en ljus med högre specifik vikt och en mörk med lägre.

I afsigt att något närmare lära känna naturen af detta egendomliga isomeriförhållande har jag underkastat några salter af dessa båda serier en jämförande undersökning med afseende på deras förhållande till vissa reaktionsmedel, företrädesvis amoniak, salpetersyrighet och fria saltbildare.

Vid inverkan af **amoniak** på platooxalat eger i allmänhet en spaltning af saltet rum, så att man erhåller tvänne oxalat, dels af den i saltet ingående positiva radikalen, dels af en vid reaktionen nybildad amoniakalisk platinabas enligt den generella formeln:



hvarvid n kan vara = 2, (3) eller 4.

Använder man vid denna reaktion natriumplatooxalat, som är lättast att erhålla, blifva emellertid reaktionsprodukterna ganska

¹⁾ Om dubbeloxalater af platina, af H. G. SÖDERBAUM. Öfversigt af K. Sv. Vet.-Akad. Förhandl. 1885, n:o 10.

svåra att isolera från hvarandra, enär de icke förete någon större skilnad med hänsyn till sin löslighet i vatten.

Det har därför befunnits förmånligare att utgå från kalciumsalterna, då man erhåller olösligt kalciumoxalat, som med lätthet kan skiljas från de öfriga mer eller mindre lösliga produkterna. Att kalciumplatooxalaten äro i vatten svårlösliga, utgör ej någon väsentlig olägenhet, enär amoniaken inverkar lika fullständigt på salterna, då de befinna sig i fast form, endast något långsammare.

Kokas ljust kalciumplatooxalat med amoniak i öfverskott, erhålles dels en hvit bottensats af kalciumoxalat, dels en färglös, vattenklar lösning, som vid afdunstning ger ett hvitt, af fina nålar bestående, kristalliniskt pulver stundom med någon ringa dragnig i gult. Som man kunde förmoda, och som af analysen framgår, utgör detta salt första REISET'ska basens oxalat (= platodiaminoxalat), förut framställt och beskrifvet af CLEVE¹).

Vid inverkan af kokande amoniak på mörkt kalciumplatooxalat bildas alldeles samma produkt; reaktionen försiggår emellertid här märkbart hastigare, hvarjämte i början en intermediär, till färgen grönaktig produkt uppträder (se nedan).

Analyserna gifvo följande resultat i procent:

	Funnet:		Beräknadt
	I.	II.	för $\text{Pt}4\text{NH}_3 \cdot \text{C}_2\text{O}_4$:
Pt	55,48	55,20	55,49 ²)
N	16,03	16,15	15,98.

I var framställt ur ljust, II ur mörkt kalksalt.

Behandlas ljust kalciumplatooxalat med *kall* kaustik amoniak, sker inverkan tämligen långsamt. Operationen företogs i slutna kolfvar, som tid efter annan omskakades. Under de första timmarne utöfvade amoniaken skenbarligen ingen effekt, men efterhand öfvergick saltets röda färg alltmera till gul och hade slutligen efter 4 till 5 dagars förlopp blifvit i det närmaste rent

¹) Om ammoniakaliska platinaföreningar. af P. T. CLEVE. Upsala 1866, s. 42.

²) Platinans atomvigt antagen = 194,5.

hvit. Kolfinnehållet uthålades nu i en flat skål, så att det kvarvarande ringa öfverskottet af amoniak fick frivilligt afdunsta, och extraherades derpå först med kallt, sedan med kokande vatten i flera omgångar, så länge något löstes; de filtrerade lösningarne afdunstades hvar för sig.

Den i kallt vatten lösliga produkten (1) befanns till egenskaper och sammansättning noga öfverensstämma med den vid inverkan af kokande amoniak bildade, således platodiaminoxalat

Af de med varmt vatten erhållna lösningarne gåfvo de allra första vid afdunstning ett mörkt, grönaktigt, af fina mikroskopiska nålar bestående kristallpulver (2), de senare deremot ett ljusgult, glittrande salt, likaledes bestående af ytterst små nålar (3). Det förra saltet renades genom omkristallisation, till dess det under mikroskopet ej längre visade sig bemängdt med några ljusa kristallnålar. Vid analys befanns för båda dessa salter förhållandet mellan platina och amoniak vara lika, nämligen 1 : 2.

Mörkt kalciumplatooxalat förhåller sig vid behandling med kall amoniak på samma sätt så till vida, att produkterna äro fullkomligt lika med de nyss beskrifna. Den skilnaden eger likväl rum, att amoniaken här synes *ögonblickligen* inverka, hvarvid hufvudsakligen grönt salt bildas, som emellertid vid fortsatt inverkan till större delen omvandlas i ljusgula och färglösa föreningar. Detta slutstadium af reaktionen inträdde redan efter ett par dagar, således på ungefär hälften så kort tid som fallet var, när en lika stor kvantitet ljust salt användes. Sammansättningen af de tre nämnda produkterna framgår af följande analytiska data:

1. Platodiaminoxalat, $Pt4NH_3 \cdot C_2O_4$.

	Funnet:		Beräknadt:
	I.	II.	
Pt	56,00	56,10 ¹⁾	55,49
N	15,80	15,75	15,98.

¹⁾ Den konstant för höga platinahalten tillika med den väl låga kväfvhalten (kväfvet bestämdt volumetriskt enl. DUMAS' metod) skulle möjligen kunna häntyda på en ringa inblandning af en mouodiaminförening, ehuru jag ej lyckats isolera någon sådan.

2. Det mörkgröna saltet.

	Funnet:		Beräknadt för $(Pt4NH_3 \cdot C_2O_4)_2 + H_2O$:
	I.	II.	
Pt	59,71	59,99	59,75
N	8,87	8,72	8,60.

3. Det ljusgula saltet.

	Funnet:		Beräknadt för $Pt2NH_3 \cdot C_2O_4$:
	I.	II.	
Pt	61,94	61,35	61,45
N	9,15	9,23	8,85.

I betecknar ur det ljusa, II ur det mörka kalciumsaltet framställda föreningar.

Beträffande 2 liknar det till sammansättning och egenskaper det salt, som utkristalliserar, då den fria platooxalsyran behandlas med amoniak i köld¹⁾, och är utan tvifvel identiskt med detta. Det torde rätteligen böra tolkas såsom ett dubbeloxalat, analogt med den gröna MAGNUS'ska kloruren, i hvilken det genom behandling med saltsyra glatt låter öfverföra sig.

Hvad åter det ljusgula saltet (3) angår, skulle man med hänsyn till dess sammansättning kunna uppfatta det såsom ett oxalat antingen af platosemidiamin, $Pt\left\{ \begin{matrix} NH_3 \\ NH_3 \end{matrix} \right\}$, eller af platosamin, $Pt\left\{ \begin{matrix} NH_3 \\ NH_3 \end{matrix} \right\}$, (2:dra REISET'ska basen). Mot den senare tolkningen talar redan den omständigheten, att salter af 2:dra REISET'ska basen, såvidt man har sig bekant, ej bildas vid direkt inverkan af amoniak på platinaföreningar. Att i sjelfva verket ett platosemidiaminsalt här föreligger, bevisas dessutom direkt deraf, att i fall saltet behandlas med klorvätesyra, en gul, svår-löslig, af mikroskopiska nålar bestående klorid (platosemidiaminklorid)²⁾ bildas, som vid inverkan af klor ger en gul i *hexagonala taflo*r kristalliserande förening af det för platinsemidiaminklorid karakteristiska utseendet³⁾. Den 2:dra REISET'ska basens

¹⁾ SÖDERBAUM, Om dubbeloxalater af platina. Öfversigt af K. Sv. Vet.-Akad. Förhandl. 1885, n:o 10, s. 38.

²⁾ On ammoniacal platinum bases by P. T. CLEVE. Sthm 1872. S. 42.

³⁾ CLEVE, l. c. s. 58.

klorid kristalliserar deremot i *romboedrar*¹⁾, och produkten af dess behandling med klor (platinaminklorid) i väl utbildade *oktaedrar*²⁾.

Det ifrågavarande ljusgula saltet, som är vattenfritt, är därför utan tvifvel identiskt med det af CLEVE³⁾ genom fällning af platosemidiaminnitrat med oxalsyra framställda, likaledes vattenfria platosemidiaminoxalatet.

De platinahaltiga produkterna af amoniaks inverkan i köld på platooxalat äro således fullkomligt analoga med de föreningar, som uppstå vid inverkan af amoniak på en kall lösning af platinaklorur, om man undantager, att något oxalat af platomodiamin ej kunnat särskiljas. Antydningar till att ett sådant, om ock i mycket ringa mängd, verkligen skulle kunna hafva bildats, saknas dock icke alldeles (jfr noten till sid. 125).

Att direkt addera amoniak till ett platooxalat, utan att det senare sönderdelas, har trots upprepade försök ej lyckats.

Af den olika lätthet, med hvilken amoniaken inverkar på de mörka och de ljusa platooxalaten, torde man emellertid kunna draga den slutsatsen, att i den mörka saltserien åtminstone den ena af oxalylgrupperna är lösare bunden än i den ljusa.

Jämför man inverkan af *kaliumnitrit* på en neutral lösning af platooxalat, visar sig en anmärkningsvärd olikhet allt eftersom dessa tillhöra den mörka eller ljusa serien. Försattes t. ex. en varm koncentrerad lösning af *ljust Na-* eller *K-platooxalat* med en 50 % kaliumnitritlösning, utfaller *ljust kaliumplatooxalat* med oförändrad sammansättning och undergår ej heller efter en längre tids beröring med den starkt nitrithaltiga moderluten den ringaste förändring.

Utfällningen är ganska fullständig; den uppgick i ett observeradt fall till 95 % af det använda alkaliplatooxalatet.

¹⁾ CLEVE, On ammoniacal platinum bases, s. 15.

²⁾ CLEVE, l. c. s. 30.

³⁾ CLEVE, l. c. s. 49.

Om åter en lösning af *mörkt* natrium- eller kaliumplatooxalat af noggrant samma koncentration behandlas på alldeles samma sätt, skulle man förmoda, att utfällningen borde blifva ännu fullständigare i betraktande deraf, att de mörka platooxalaten utan undantag äro betydligt mera svårösliga än de ljusa; men i sjelfva verket uppstår här ingen fällning alls. Den mörkt rödbruna lösningen blir vid tillsats af nitritet ögonblickligen färglös till svagt ljusgul, men förblifver äfven efter flera timmar alldeles klar. Lemnas nu vätskan att frivilligt afdunsta, anskjuta efter någon tid ur densamma stora och vattenklara, snedt fyrsidiga taflor, som gifva reaktion på platina, kalium och salpetersyrighet, men ej på kol. De äro, som analysen och egenskaperna gifva vid handen, identiska med det af LANG¹⁾ och NILSON²⁾ förut undersökta vattenhaltiga kaliumplatonitritet:

	Funnet:	Beräknadt för $K_2 \cdot 4NO_2 \cdot Pt + 2H_2O$:
$K_2SO_4 + Pt$	75,28	74,82
Pt	39,90	39,49
K	15,86	15,84.

Oaktadt det mörka alkaliplatooxalatets större svåröslighet har således en dubbel dekomposition egt rum enligt formeln:



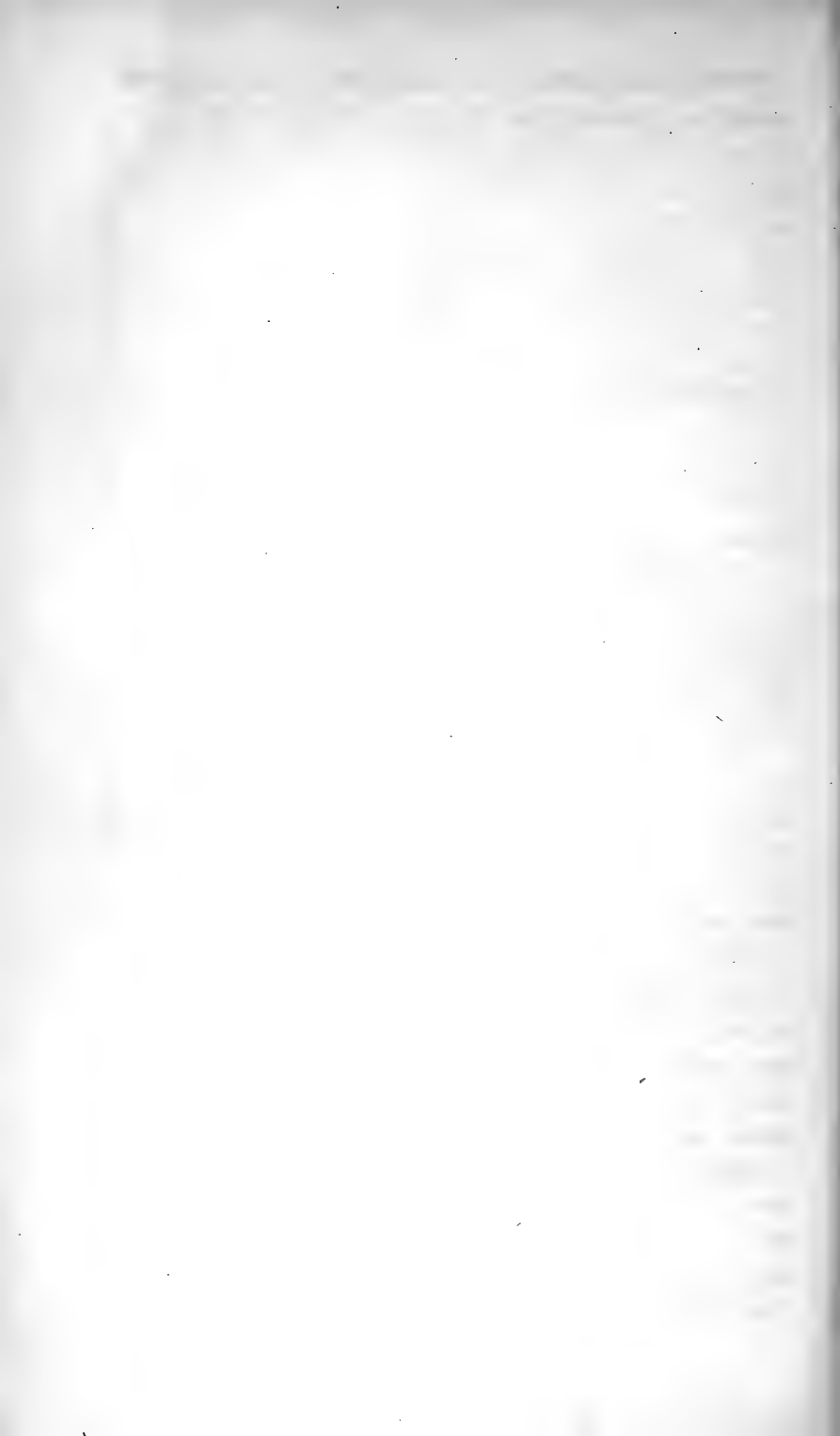
så att ett lösligt platonitrit uppstår. Eller med andra ord nitrosylgrupperna hafva väl förmått substituera oxalylgrupperna i det mörka och specifikt lättare, men ej i det ljusa och specifikt tyngre platooxalatet, således ytterligare ett stöd för antagandet, att bindningen mellan platinan och oxalylen är af en vida mer labil natur i serien med större molekylarvolym.

Då i platooxalaten platinan uppträder såsom ett tvåatomigt grundämne, kunde man vänta, att de med fria salt-

¹⁾ Om några nya platinaoxidulöreningar af Dr JOHAN LANG. Upsala 1861.

²⁾ Om platinans dubbelnitrit. Öfversigt af K. Sv. Vet.-Akad. Förhandl. 1876, n:o 7, s. 24.

bildare skulle kunna gifva additionsprodukter af intresse. Vid flerfaldiga försök att direkt addera jod och brom dels till plato-oxalsyran sjelf, dels till alkalialterna, har det likväl visat sig, att de nämnda saltbildarne ej upptagas utan att samtidigt en sönderdelning eger rum, så att jodo- resp. bromoplatinat uppstå.



Om jordskorpans sammanpressning under atmosferycket.

Af HJ. SJÖGREN.

[Meddeladt den 8 Februari 1888 genom A. E. NORDENSKIÖLD, ur bref dateradt Balachany i Transkaukasien den 21 Januari 1888.]

Redan då jag först kom hit år 1885 hörde jag från flera håll det påståendet, att tillflödet af nafta i borrhålen på Balachany-fältet var rikligare vid nordvind än vid sydvind och att isynnerhet naftafontänerna visa en liffigare verksamhet och äro mest gifvande vid ihållande och stark nordlig vind.

Då jag ej kunde inse något samband mellan vindriktningen och det underjordiska tillflödet af nafta, förhöll jag mig till en början skeptisk gentemot dessa påståenden; men en treårig vistelse på platsen har öfvertygat mig, att ett sådant samband verkligen är förhanden.

Naftavinningen i Balachany sker ur borrhål, som nedföras till ett djup af omkring 200 m. med en diameter af 1—3 dm.; enär borrhålen stå i lösa, tertiära lager af sand, skifferlera och mergel, måste de alltid beklädas med plåtrör. Då nafta anträffas stiger densamma antingen till en viss höjd i borrhålet i hvilket fall man får en pumpbrunn, eller ock skjuter en med vatten och sand blandad naftastråle upp ur borrhålet, i hvilket fall man får en naftaspringkälla eller fontän. Det stora flertalet borrhningar gifva pumpbrunnar; fontänerna höra till undantagen om ock ej till sällsyntheterna.

Naftafontänerna äro till vanor och karaktär högst olika hvarandra och nästan hvar och en af dem har sin individualitet. Man kan indela dem i *kontinuerliga* och *intermittenta* fontäner. De förra gifva nafta oafbrutet under veckor och månader medan de senare antingen äro sådana, hvilka spontant och på vissa mellantider skjuta upp en naftastråle eller sådana, hvilka först måste någon tid pumpas innan fontänen börjar spela för en kortare eller längre stund. Vi hafva här i Balachany haft fontäner, hvilka arbetat med den största regelbundenhet. T. ex. borrhålet Nobel n:o 17 slog spontant fontän regelbundet kl. 4 hvarje morgon under ett par månaders tid och det med ett larm, som hördes öfver hela Balachany; sedermera ändrade den plötsligt tiden till kl. 6 f. m. Nobel n:o 48 slog att börja med hvar 6:te minut under flera veckor; sedan blefvo intervallerna allt större och större.

I min afhandling »Om naftafontänernas fysik» (på ryska) har jag utförligt redogjort för dessa förhållanden och äfven lemnat förklaringen dertill. Jag har der visat, att naftafontänerna icke äro några hydrostatiska fenomen i likhet med artesiska vattenbrunnar, utan att den drifvande kraften utgöres af de i naftan absorberade kolvätegaserna. Naftafontänerna förklaras i det hela med BUNSENS bekanta geiser-teori, endast med den skillnaden, att kolvätegaserna spela vattenångans roll.

Det är egentligen mängden och spänstigheten af gaserna, som bestämma en fontäns karaktär. I en vanlig pumpbrunn ser man visserligen på naftaytan uppstigande gasblåsor, men dessa äro icke förhanden i så stor mängd, att de förmå rycka naftan med sig och åstadkomma en fontän; gasens tryck kan då vara endast några få mm. vatten. I andra fall går gastrycket upp till många atmosferer. I borrhålet Nobel n:o 32 mättes direkt med manometer ett gastryck af 22 atmosferer, men säkerligen hafva vida starkare tryck förekommit.

Det händer ej sällan, att sådana fontäner, som gifva mindre nafta än gas, skicka upp skurar af småsten 2—300 m. högt i luften. I borrhången vid Surachany, 7 km. från Balachany,

anträffades dessa gaser på ett djup af 140 m. i så stor mängd, att de omöjliggjorde borrhningens fortsättande och rusade upp ur borrhöret med en sådan tension, att de vid antändning bildade en 7 m. hög låga, som dock ej brann närmare rörets ända än 2 m., på grund af utströmningshastigheten. Flera gånger har det på Balachanyfältet inträffat, att man oförberedt under borrhningen stött på ett sådant gasmättadt lager och dervid har det öfver 1000 kg. vägande borrhinstrumentet utslungats ur borrhålet som om det utskjutits ur en jättemörsare och, efter att hafva söndersplittrat borrhornet, stigit högt i luften. Vid mångfaldiga tillfällen har dessa gasers tension uppkastat ur borrhålen 50--80,000 metercentner nafta på 24 timmar.

Ofvanstående exempel har jag anført, för att tydliggöra kolvätegasernas roll vid naftafontänerna. Dessa gaser bestå till hufvudsaklig del af sumpgas, CH_4 , jemte tyngre kolväten af sumpgasens serie.

Vi återgå nu till sambandet mellan naftafontänerna och vindriktningarne. Detta sammanhang yttrar sig dels på så sätt, att de kontinuerligt arbetande fontänerna under ihållande och stark nordlig vind gifva mera nafta än vanligt; de intermittenta eller periodiska fontänerna visa en lifligare verksamhet och slå med kortare mellantider; vidare förekommer det rätt ofta, att sådana borrhål, hvilka i vanliga fall icke äro fontäner, vid sådana tillfällen spontant förvandlas till fontäner, för att sedermera återgå till sin förra karaktär af pumpbrunnar.

Efter hvad som i det föregående blifvit sagdt om gastryckets roll vid fontänernas verksamhet, så är det utan vidare tydligt, att en sådan ökad verksamhet hos fontänerna, som vid nordlig vind iakttagits, måste bero derpå, att gastrycket samtidigt ökats.

Erfarenheten från Balachany är ej allenastående i detta afseende. På naftaterrängen Bibi-Eybat, 5 km. från Baku och 18 km. från Balachany, har man gjort liknande iakttagelser. Den våldsamma fontän, som rasade derstädes under Sept. och Okt. 1886, hvarvid flera millioner metercentner nafta gingo för-

lorade och flöto i det närbelägna hafvet, visade samma egenomliga förhållande, i det att den var starkare under nordvind än under sydvind.

Straxt utanför Bibi-Eybat uppstiga, från flera nära hvarandra belägna punkter af hafsbotten, gasmassor, hvilka då de antändas gifva en originel anblick af lågor, som tyckas näras af hafsvågorna sjelfva. En iakttagare har meddelat mig, att dessa gasemanationer äfven variera till kvantiteten och äro rikligare vid *sydvind* än vid nordvind.

Då jag i Maj månad 1887 besökte ön Tjeleken nära Kaspiska hafvets ostkust hörde jag liknande iakttagelser omtalas. Ett ryskt bolag har derstädes utfört omkring ett dussin borrhningar, men då desamma ej gäfvo ekonomiskt vinstgifvande resultat, äro de för flera år sedan öfvergifna. Af Turkmenerna, hvilka bebo ön, hörde jag berättas, att ur några af de gamla borrhålen vid långvarig och stark nordlig vind uppkastas massor af nafta blandad med vatten, stenar och lerklumpar, hvarmed äfven understundom stycken af ozokerit (jordvax) följa.

I sammanhang härmed förtjenar äfven omnämnas en iakttagelse på ön Svinoj i Kaspiska hafvet. Denna ö utgör en stor slamvulkan, hvilken för tillfället befinner sig i hvilande tillstånd. Utströmningar af kolvätegaser ega rum från ett stort antal parasitiska koner af 1—5 m. höjd, hvilka uppbyggas af det slam, som af gaserna uppdrifves. På ön är uppförandet af ett fyr torn förberedt och materialförvaltaren berättade huru verksamheten af de små parasitiska vulkankäglorna understundom stegrades så, att vatten och slam uppkastades flera m. högt. Denna stegring af gasutströmningarne inträffade här (liksom i hafvet utanför Bibi-Eybat) vid *sydlig* vind.

Tydligast ådagaläggas dock det sammanhang, som råder mellan gastycket och vindriktningarne, af de iakttagelser, som under flera år äro gjorda vid fabriken i Surachany. Detta är den plats, der eldsdyrkarnes gamla tempel är beläget, hvars eviga eldar spisats af de direkt ur den pliocäna kalkstenen uppstigande kolvätegaserna. Under senaste tider hafva dessa gaser tagits i

anspråk för industriella ändamål, hufvudsakligen såsom brännmaterial för destillationen af nafta och det öfvergifna parsertemplet är nu beläget på en rymlig fabriksgård. Af Herr EICHLER, hvilken under 1870-talet var Surachany-fabrikens fleråriga förvaltare, har jag fått den upplysningen, att fabriakens destillationspannor under nordlig vind lemnade vida större mängd destillat än under vanliga förhållanden, hvilket icke kunde bero på annat än att brännmaterialet, d. v. s. gaserna, då framträngde i större mängd. En senare förvaltare på samma fabrik, DOROSCHENKO, har för praktiskt ändamål under en längre tid uppmätt gastrycket och dess variationer. Han fann dervid, att gastrycket i allmänhet växlar mellan 6 och 19 mm. vattentryck. Det högsta gastrycket förekommer vid ihållande nordvind; vid sydlig vind faller gastrycket till dess att vinden åter går öfver på nord.

De i det föregående anförda företeelserna äro iakttagna på olika platser och af personer, hvilka oberoende af hvarandra kommit till likartade resultat; de visa i det hela en så hög grad af öfverensstämmelse, att man ej kan draga deras tillförlitlighet i tvifvel. Det återstår då, att söka en antaglig förklaring till desamma. Då det syntes mig föga antagligt, att gastrycket skulle stå i direkt förbindelse med vindriktningen, så var jag redan från början benägen, att sätta vexlingarne i gastrycket i sammanhang med ett annat meteorologiskt element nämligen atmosfertrycket och fortsatta undersökningar hafva tillfullo bekräftat detta antagande.

I Baku (*Baku* är en förkortning af persiska ordet *Bad-Kuba* = vindarnes stad) herska två vindriktningar nämligen N eller NNV och S eller SSV; dessa båda vindar kunna blåsa med passadartad konstans och bilda tillsammans 85 proc. af alla förekommande vindar. N och NNV ingå med 50 proc., S och SSV med 35 proc. Alla mellanliggande vindriktningar utgöra tillsammans blott 15 proc. Lika regelmessiga som vindarne äro, lika enkelt är äfven sambandet mellan vindriktningarne och barometertrycket. Detta samband kan i korthet uttryckas så: före

inträdande nordvind står barometern lågt, men stiger så länge nord blåser och uppnår sin största höjd efter ihållande nord; under sydvind är deremot fallande barometertryck. Eller med andra ord: *barometern står högt då vinden öfvergår från N till S, men lågt då den öfvergår från S till N.*

Då vi i det föregående sett, att gasutströmningarna stå i ett sådant samband med vindriktningen, att de ökas vid ihållande nord eller då denna vind går öfver till syd, så kunna vi nu formulera sambandet med atmosfertrycket sålunda: *gasutströmningarna, såväl i de naturliga gaskällorna och slamvulkanerna som i borrhålen, äro starkare vid högre barometertryck än vid lägre.*

Det framgår äfven häraf, att den motsägelse, som synes ligga deri, att några iakttagare förlägga den starkaste utströmningen af gaserna till sydvind medan flertalet förlägger den till nordvind, endast är skenbar och alldeles försvinner då jämförelsen sker med barometertrycket i stället för med vindriktningen. Ty det högsta barometertrycket inträffar som sagdt då vinden öfvergår från N till S, d. v. s. under slutet af nordvinden och början af sydvinden.

För att ytterligare bevisa ofvanstående samband, har jag på senare tid företagit direkta mätningar af gastrycket i ett antal borrhål. Detta har helt enkelt skett så, att sedan borrhålet blifvit upptill slutet, har jag genom ett litet hål på borrhörets sida lätit gasen inträda i ett knäböjdt glaströr och der verka på en pelare af vatten eller qvicksilfver, hvarefter nivåskillnaden i knärörets båda delar aflästes på en skala. Jag har vid dessa försök hittills uteslutande hållit mig till sådana borrhål, som visa ett svagare gastryck af mindre än en atmosfer, enär vaxlingarna derstädes äro lättare att iakttaga. Ehuru dessa undersökningar ännu ej äro afslutade, så har dock redan tydligt framgått, att *gastrycket varierar såsom barometertrycket*, dock på det sätt, att en förändring i barometertrycket af några få mm. stundom kan vara tillräcklig att mångdubbla gastrycket i borrhålen. Dock förekomma äfven rätt betydande oregelmässigheter, hvilkas

förklaring jag hittills ej kommit på spåren och öfver hufvud taget visar sig hos borrhålen mycket olika känslighet för barometertryckets växlingar och några förete ett fullkomligt konstant gastryck. Detta synes mig dock lätt nog kunna förklaras genom antagandet, att vid en del borrhål de underjordiska öppningarne och kanalerna, der gasen söker sig väg, äro mera tilltäppta, hos andra deremot mera fria.

Lättast skulle man kunna ådagalägga det ifrågavarande sambandet genom noggranna mätningar af gastrycket i Surachany, der gasens uppstigande är fritt och utan störningar. Jag har äfven förhoppning, att framdeles, med något tillmötesgående från dervarande fabriksförvaltnings sida, kunna anordna sådana mätningar.

Det sammanhang mellan gastrycket och atmosferens tryck, hvilket sålunda blifvit påvisadt, synes mig knappast kunna förklaras på annat sätt, än genom antagandet, att en sammanpressning af sjelfva jordskorpan försiggår vid stigande barometertryck. Kolvätegaserna förekomma i jordskorpan samlade dels i sprickor och kaviteter dels i porösa jordlager. Detta är det enda förekomstsätt, som är antagligt, enär sumpgasen, som utgör hufvudbeståndsdelen, är så godt som olöslig i vatten. På hvarje nivå i dessa kaviteter eller sprickor, hvilka antagligen sträcka sig till betydligt djup, är gastrycket sådant, att det motsvarar den der rådande temperaturgraden. Då temperaturen stiger med djupet, så är äfven gasernas tryck eller spänstighet på större djup betydligare, hvilket föranleder gaserna att stiga uppåt och utströmma ur jordytan.

Om nu en sammanpressning af jordskorpan eger rum, så måste de deri befintliga kaviteter och sprickor underkastas en motsvarande minskning till volymen; gaserna få derigenom högre tryck och utpressas i större mängd.

Beträffande den föreliggande frågan angående jordskorpan sammanpressning under atmosfertrycket, vill jag endast i förbigående påminna om de resultat, till hvilka G. H. DARVIN kommit vid en teoretisk behandling af detta problem. DARVIN, som är

en af de ifrigaste förfäktarne af åsigten om jordkärnans fasta aggregationstillstånd, antog vid sina beräkningar, att jordskorpan skulle hafva samma elasticitet som glas, och fann på matematisk väg, att likväl lufttrycksdifferenser af 50 mm. kvicksilfver skulle vara i stånd att åstadkomma en sänkning eller höjning af jordytan. (On the mechanical effects of barometrical pressure on the earths surface; Philos. Magaz. XIV, 1882, s. 409.)

Über die Bacterien der Schweinepest.

VON EDV. SELANDER.

[Mitgetheilt den 8. Februar 1888 durch A. KEY.]

Seit letztem Herbste hat in Schweden und Dänemark eine sehr ansteckende und bösartige Krankheit unter den Schweinen gewüthet. Sie ist hier »Svinediphtheritis«, da »Svinpest« genannt und dass sie mit der in Deutschland einheimischen Schweineseuche für identisch gehalten ist kann man unter Anderem daraus schliessen dass, als die Deutsche Regierung ein Verbot gegen Einfuhr von Schweinen aus Schweden und Dänemark ergehen liess, Dr. BANG, um die Aufhebung derselben zu erwirken, aus Kopenhagen nach Berlin gesandt wurde. Er brachte Kulturen von den Mikroorganismen der Schweinepest mit, welche er dem Kaiserl. Gesundheitsamte überlieferte um die Identitet der beiden Schweinekrankheiten zu zeigen. Diese Kulturen wurden mir zur Untersuchung übergeben. Herr Dr. BANG hat noch mehrere seiner Kulturen geneigtest zu meiner Verfügung gestellt und Herr Direktor KÖHLER hat mir gütigst Erlaubniss gegeben, mich auf die Zusammenstellung meiner Versuche, die ich d. 3 Febr. dem Archive des K. G.-A. überliefert habe, zu berufen.

Nach meiner Rückkehr nach Schweden bin ich durch Untersuchung von Material, welches mir Herr Regimentsveterinär FLORMAN in Malmö gegeben hat, vollständig überzeugt, dass die schwedische Schweinepest durch Bakterien verursacht ist

die mit denen, welche ich im K. G.-A. untersucht habe, vollständig identisch sind und welche mit den Bakterien der Deutschen Schweineseuche *garnichts zu thun haben*. Herr Dr. BANG ist auch zum Zweifel an der Identität der beiden Krankheiten gekommen, denn in einer kleinen Schrift — »Om Svinediphtheritis eller Svinepest« — sagt er: »Ved Diphtheritis forekommer Bakterier som have en overordentlig stor Lighed med Svine-sygens. Imedlertid tror jeg, at fortsatte Undersøgelser ville vise, at de trods al Lighed dog ere forskjellige«.

Die Kultur, von der ich bei meinen Untersuchungen ausging, war signirt: »Diphtheritis suis, Milt fra Kanin $\frac{20}{11}$ 87«. Sie ist nach Mittheilung von Dr. BANG dadurch gewonnen, dass ein Kaninchen mit Milzpulpassaft eines in Schweinepest erkrankten und geschlachteten Schweines d. $\frac{10}{11}$ 87 subkutan geimpft wurde. Das Kaninchen starb d. $\frac{20}{11}$. Aus seiner Milz wurden Gelatinekulturen genommen und eine von diesen mit angegebener Signatur dem K. G.-A. übergeben.

Aus dieser Kultur angelegte Gelatineplatten zeigten nach zwei bis drei Tagen beginnendes Wachsthum von punktförmigen Kolonien. Dieselben wachsen langsam, prominiren wenig über die Gelatine, verflüssigen dieselben nicht und haben, besonders in durchfallendem Lichte, eine opalisirende, blauweisse Farbe wie hyaliner Knospel. Mikroskopisch haben sie, so lange sie im Innern der Gelatine liegen, ein chagriniertes Aussehen und erinnern an ein Häufchen aufgestreuten Goldsandes mit in Bronzfarbe schillerndem Ton. Manche sind gelappt. Alle sind ziemlich scharf begrenzt. Gelangen sie an die Oberfläche breiten sie sich nach der Periferie aus, behalten aber ein dunkles Centrum, welches gut begrenzt ist und erst, wenn sie sehr alt werden, verwischt wird. Dann nehmen sie auch einen grünlichen Farbenton an. In der Stickkultur ist ihr Wachsthum dem der Typhusbacillen sehr ähnlich, nur etwas kräftiger. Auf Kartoffeln sind die Kulturen von denen der Typhusbacillen nicht zu unterscheiden.

Die Kulturen bestehen aus kleinen *beweglichen* Bacillen, zeigen aber in Gelatinekulturen etwas verschiedene Formen von

Bacillen bis beinahe Coccenform. In Organen und Geweben zeigen sie immer nur Bacillenform und treten hier in sehr charakteristischen Haufen wie die Typhusbacillen auf. Sie lassen sich schwierig mit den gewöhnlichen Anilinfarben färben und zeigen oft central im Innern eine ungefärbte, sporenlähnliche Stelle. Sporenbildung habe ich nicht beobachtet. Die Färbung gelingt am besten mit LÖFFLER's alkalischer Methylenblaulösung, mit Karbolfuchsin und nach KÜHNE's Methode. Nach Gram färben sie sich nicht.

Sie wachsen auch anaërobiotisch in Wasserstoff aber viel langsamer.

Bei Infektionsversuchen, welche an Mäusen, Meerschweinchen, Kaninchen, einer Ratte und einer Taube angestellt wurden, zeigte sich die Taube und die Ratte immun, alle übrigen Thiere starben nachdem sich bei ihnen kurzum folgendes Krankheitsbild entwickelt hatte. Die Thiere bleiben zuerst ganz munter. Allmählich werden sie abgesspannt, fressen nicht und sitzen mit struppigem Haar. Sie werden schwächer und schwächer und können sich nicht aufrecht halten. Die letzten Stunden vor dem Tode liegen sie anscheinend bewusstlos mit oberflächlicher, beschleunigter Respiration und dann und wann Zuckungen in den Extremitäten, welche bei Berührung bisweilen bis zum Tetanus sich steigern können. Ein schwangeres Kaninchen bekam Eklampsie und abortirte.

Drei Mäuse, ein Kaninchen und ein Meerschweinchen wurden durch subkutane Impfung inficirt, die erste — Maus Nr. 1 — aus Plattenkultur von der von Dr. BANG übergebenen Gelatinekultur, die übrigen, wie alle folgenden Thiere, aus Platten von Blut der Maus Nr. 1. Bei zwei Meerschweinchen und zwei Kaninchen wurde mit Magensonde 10 C.C. inficirte Bouillon auf einmal eingeführt, bei dem ersten Meerschweinchen nach vorhergehender Einführung von 5 C.C. 5 % Sodalösung und nachfolgender intraperitonealer Injektion von 3 C.C. Tinct. Opii, bei dem zweiten Meerschweinchen und dem ersten Kaninchen ohne Opium, bei dem zweiten Kaninchen ohne sowohl Sodalösung als

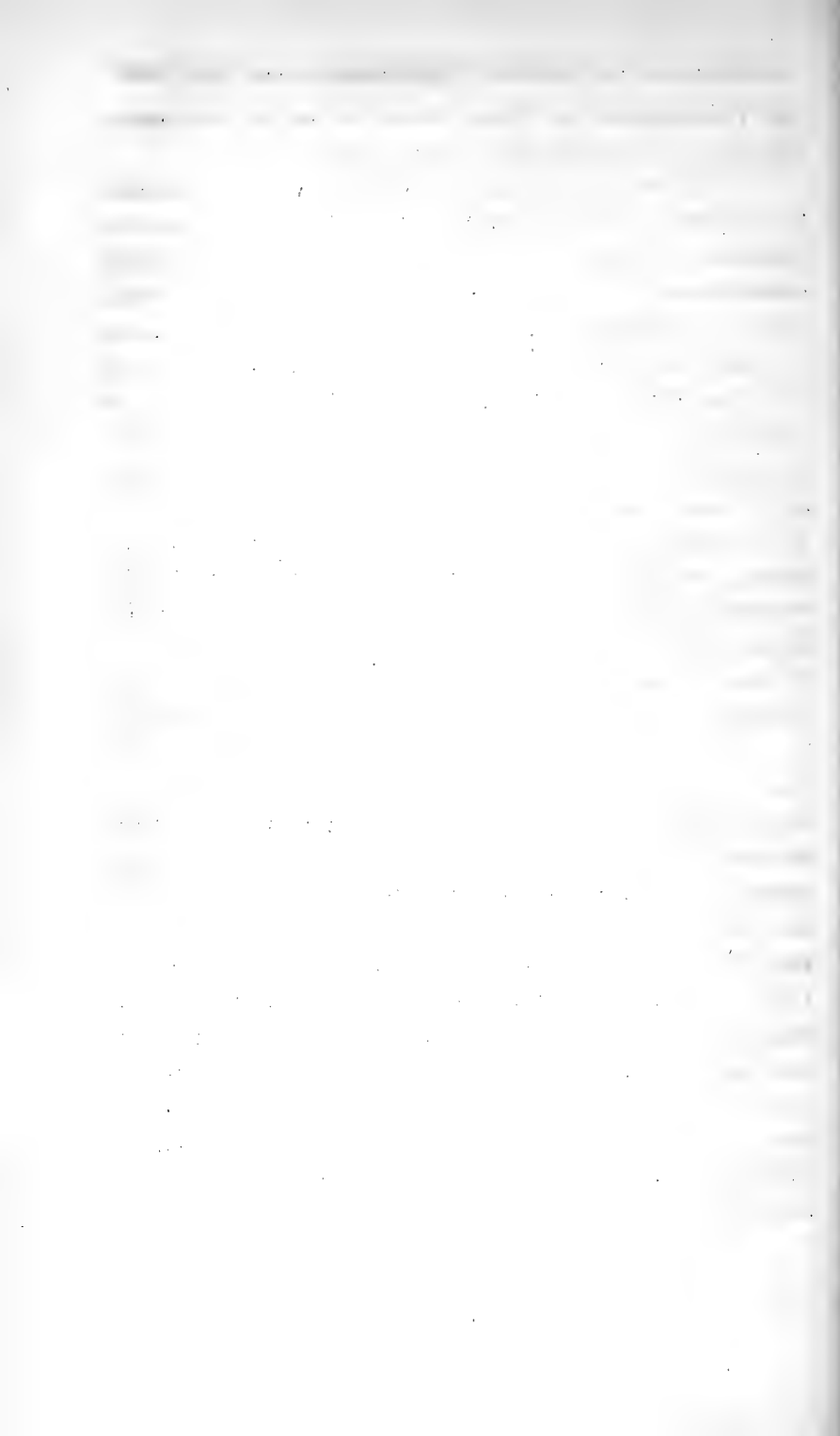
Opiumtinktur. Vier Mäuse, ein Kaninchen und ein Meerschweinchen wurden durch fortgehende Benetzung ihres Futters mit inficirter Bouillon krank gemacht. Zwei Mäuse wurden durch subkutane Impfung mit Darminhalt von zwei gefütterten Mäusen inficirt. Alle diese 17 Thiere starben in zwei bis zwölf Tagen, die gefütterten ebenso schnell wie die geimpften. Der Sektionsbefund zeigte bei den geimpften Thieren: Keine oder sehr unbedeutende Reaktion an der Infektionsstelle. Subpleurale und in Trachea submuköse Ecchymosen. Nieren, Milz und Leber mehr oder weniger bedeutend vergrössert und blutreich mit dünnflüssigem Blute gefüllt. Lungen ödematös bis pneumonisch infiltrirt. Herzblut dünnflüssig oder sehr locker mit schwarzer Farbe koagulirt. Nur ausnahmsweise waren in den Gedärmen akute Enteritis zu sehen. Bei den gefütterten Thieren dagegen waren grosse pathologische Veränderungen im Darmkanal. Nur bei dem Kaninchen, das ohne Alkalisierung des Mageninhaltes mit Schlundsonde inficirt und 8 Tage nachdem gestorben war, zeigte sich die Schleimhaut des Dünndarms nur stellenweise aufgelockert und verdickt mit geschwollenen Follikeln. Bei allen übrigen durch Fütterung inficirten Thieren waren, als sie am zweiten bis vierten Tage gestorben waren, die Gewebe des Dünndarms intensiv hyperämisch und galertig verquollen, beinahe zerfliessend mit schleimigem, mit Blut vermischem, missfarbenen Inhalt. Dauerte die Krankheit etwas länger, war der Process mehr im unteren Theile des Ileum und besonders in Coecum lokalisirt, wo sich entweder Hyperämie und Auflockerung der Schleimhaut sowie Anschwellung der Lymphfollikeln, oder über der Ebene der Schleimhaut sich erhebende, bis zu fünfpfenniggrossen Partien mit oberflächlichen oder tieferen blutigen Erosionen, oder auch sogar diphteritisch brandige Flecke fanden. Der Mastdarm enthielt beinahe immer feste Kothballen. Die Schleimhaut des Magens war immer ziemlich normal. Bei zwei Meerschweinchen ergab sich der sonderbare Befund, dass ihr Magen vollständig leer war. Bei den gefütterten Thieren zeigten sich ana-

loge Veränderungen der Nieren, Leber etc. wie bei den geimpften, wenn auch nicht immer so ausgeprägt.

In den Organen sowohl der geimpften wie der gefütterten Thiere fand ich immer in Plattenkulturen, Deckglas und Schnittpräparaten die Bakterien wieder. Im Blute waren sie gewöhnlich ziemlich spärlich vorhanden; in den Nieren befanden sie sich beinahe nur in Rindensubstanz; in den Lymphfollikeln des Darmes im Innern der Follikeln; in den Lungen am meisten subpleural oder in der Nähe der pneumonisch infiltrirten Theile, und wo sie sich befanden, traten sie immer in ihren charakteristischen Haufen auf.

Ich habe noch nicht Gelegenheit gehabt Fütterungsversuche an Schweinen anzustellen. Dr. BANG hat mir doch die Kette der Beweisführung geschlossen durch seine Mittheilung, dass ein Schwein, welches er mit Bouillon, inficirt durch eine Kultur von demselben Thiere wie die von mir untersuchte stammend, gefüttert hat, in ausgesprochener Schweinepest gestorben ist.

Es ist wohl auch unzweifelhaft, dass diese Bakterien die Schweinepest in Schweden und Dänemark verursachen. Mit den von LÖFFLER entdeckten und zuerst beschriebenen Bakterien der Schweineseuche haben sie gar nichts zu thun. Ich kenne nur durch BAUMGARTEN's Referat die von SALMON bei der in Amerika als »Swine plague« benannten Krankheit der Schweine gefundenen Bakterien. Wenn diese »weitgehende Ähnlichkeiten mit dem Bakterium der KOCH-GAFFKY'schen Kaninchenseptikämie«, mit den Bakterien der Wild und Rinderseuche zeigen, können sie nicht mit denen, welche die Schweinepest bei uns verursachen, identisch sein. Die pathologisch-anatomischen Veränderungen und mehrere andere Verhältnisse machen es mir doch mehr als wahrscheinlich, dass die Schwedisch-Dänische Schweinepest und die »Swine-plague« in Amerika das »Swine-fever« in England identische Krankheiten sind. So werden sie auch von unseren Veterinären aufgefasst.



ÖFVERSIGT

AF

KONGL. VETENSKAPS-AKADEMIENS FÖRHANDLINGAR.

Årg. 45.

1888.

N^o 3.

Onsdagen den 14 Mars.

INNEHÅLL:

Öfversigt af sammankomstens förhandlingar.....	sid. 145.
WIDMAN och SÖDERBAUM, Om framställning af nitrocymol och dess oxidationsprodukter.....	» 149.
SJÖGREN, Om aralokaspiska hafvet och nordeuropeiska glaciationen.....	» 155.
WAHLSTEDT, Berättelse om en botanisk resa till Öland och Gotland...	» 169.
PETERSSON, Analyser af gadolinit och homilit.....	» 179.
RINGIUS, Vegetationen på Vermlands hyperitområden.....	» 187.
BOHLIN, Om bestämningen af konstanterna vid den dagliga nutationen	» 209.
HANSSON, Om förekomsten af <i>Limnadia lenticularis</i> på Nordkoster i norra Bohuslän	» 215.
Skänker till Akademiens bibliotek.....	sidd. 148, 154, 168.

Berättelser om resor, som under förlidet år blifvit med understöd af Akademien utförda inom landet för vetenskapliga ändamål, anmäldes hafva blifvit aflemnade af Professor CHR. AURIVILLIUS, Lektor L. J. WAHLSTEDT, Docenten D. BERGENDAL och Läroverkskollega G. E. RINGIUS.

Hr WITTRÖCK redogjorde för innehållet af Lektor WAHLSTEDTS* och Hr RINGIUS' nyss nämnda reseberättelser, af hvilka den senare bär titeln: »Vegetationen på Vermlands hyperitområden, växtfysiognomiska och växtgeografiska studier»*.

Hr EDLUND föredrog en uppsats af Docenten C. A. MEBIUS: »Über Disjunctionsströme» (se Bihang till Vet.-Akad. Handl.).

Hr ROSÉN höll ett föredrag om vigten af pendel-iakttagelsers anställande i Sverige och om en af Österrikiske Majoren STERNECK för dylika iakttagelser konstruerad apparat.

Hr RUBENSON meddelade en uppsats af Filos. Kandidaten TH. WIGERT: »Orange accompagné de trombes près Upsala» (se Bihang etc.).

Hr NATHORST meddelade och refererade dels en uppsats af Professor A. SCHENCK i Leipzig: »Fossile Hölzer von Ostasien und Ægypten» (se Bihang etc.), och dels en uppsats af Adjunkten TH. THORODDSEN i Reykjavik: »Vulkaner i det nord-östlige Island» (se Bihang etc.).

Hr GYLDÉN öfverlemnade en uppsats af Amanuensen Dr K. BOHLIN: »Om bestämningen af konstanterna vid den dagliga nutationen»*.

Sekreteraren meddelade följande inlemnade uppsatser: 1:o) »Om framställning af nitrocymol och dess oxidationsprodukter», af Professor O. WIDMAN och Fil. Licentiaten H. G. SÖDERBAUM*; 2:o) »Öfversigt af Skandinavien Orthopterer jemte beskrifningar», af Docenten B. HAIJ (se Bihang etc.); 3:o) »Analyser af Gadolinit och Homilit», af Fil. Kandidaten W. PETERSON*; 4:o) »Om förekomsten af Limnadia lenticularis på Nordkoster i norra Bohuslän», af Konservatorn A. HANSSON*.

Den *Fernerska* belöningen för året skulle öfverlemnas till Filos. Kandidaten G. KOBBER för två under förra året i denna tidskrift offentliggjorda uppsatser, nämligen: »Om integration af differentialeqvationerna för en materiel punkts rörelse på en rotationsyta» och »Om båg längden af algebraiska kroklinier».

Den *Lindbomska* belöningen tilldelades Amanuensen vid Riksmuseum G. LINDSTRÖM för en i Öfversigten för förra året tryckt uppsats: »Om hyalotekit från Långban», med fästadt afseende jemväl på föregående af honom i Öfversigten offentliggjorda mineral-analytiska uppsatser.

Den *Flormanska* belöningen fann Akademien icke anledning att denna gång bortgifva, utan skulle motsvarande räntebelopp läggas till kapitalet.

För utförande af vetenskapliga resor inom landet anvisade Akademien följande reseunderstöd:

åt Professor A. G. NATHORST 150 kronor för vistelse vid Kristinebergs zoologiska station med uppgift att undersöka maskars och andra lägre djurs spår på botten-slammets yta, i ändamål att söka finna den rätta tydningen af vissa till växtriket hörande försteningar och särskildt att lösa frågan, huruvida chondriterna äro alger eller maskspår;

åt Docenten CARL AURIVILLIUS 150 kronor för fortsatta studier vid Kristineberg öfver cirripederna samt vissa biologiska förhållanden hos högre crustaceer;

åt Docenten D. BERGENDAL 150 kronor för fullföljande vid Kristineberg af hans under förra året derstädes påbörjade undersökningar öfver Turbellariæ;

åt Filos. Kandidaten E. LÖNNBERG 150 kronor för fortsatta studier vid Kristineberg af foglars och fiskars intestinaldjur;

åt Filos. Kandidaten H. ASKLUND 150 kronor för idkande, jemväl vid Kristineberg, af zoologiska studier särskildt öfver molluskernas utveckling;

åt Filos. Kandidaten G. ANDERSSON 150 kronor för undersökning af lagerföljden inom södra Skånes torfmossar med fästads afseende på de i desamma förekommande växt- och djurlemningar;

åt Filos. Licentiaten C. J. JOHANSSON 200 kronor för anställande inom Helsingland och Ångermanland af undersökningar öfver parasitsvampar samt växtlemningar i dervarande torfmossar;

åt Filos. Kandidaten O. JUEL 100 kronor för idkande af studier öfver parasitsvampar på Gotland,

och åt Filos. Kandidaten K. STARBÄCK 100 kronor för studium af Ascomyceter på Öland.

De till Akademiens förfogande ställda statsmedel för instrumentmakeriernas uppmuntran skulle lika fördelas mellan matematiske och fysiske instrumentmakarne P. M. SÖRENSEN och G. SÖRENSEN.

Följande skänker anmälles

Till Vetenskaps-Akademiens Bibliothek.

H. MAJ:T KONUNGEN.

LANGE, J., Nomenclator »Floræ Danicæ». Hauniæ 1887. 4:o.

Kristiania. K. Universitetet.

Nyt Magazin for Naturvidenskaberne. Bd. 30: H. 2-4; 31: 1. 1886—87. 8:o.

Archiv for Mathematik og Naturvidenskab. Bd. 11: H. 3-4; 12: 1-3. 1886—87. 8:o.

Berlin. K. Akademie der Wissenschaften.

Politische Correspondenz Friedrichs des Grossen. Bd. 15. Berlin 1887. 8:o.

Calcutta. Indian museum.

COTES, E. C. & SWINHOE, C., Catalogue of the Moths of India. P. 2. Bombyces. 1887. 8:o.

Cambridge, U. S. Astronomical observatory of Harvard college.

Annals. Vol. 13: P. 2. 1888. 4:o.

Danzig. Naturforschende Gesellschaft.

LISSAUER, A., Die prähistorischen Denkmäler der Provinz Westpreussen . . . Lpz. 1887. 4:o.

Frankfurt a. M. Senckenbergische Naturforschende Gesellschaft.

Abhandlungen. Bd. 15: H. 1. 1887. 4:o.

Greifswald. K. Universität.

Akademiskt tryck. 1887. 79 st.

Kjöbenhavn. Universitetets zoologiske Museum.

Dijmphna Togtets zoologiske Udbytte . . . , udgivet ved CHR. LÜTKEN. Kjöb. 1887. 8:o.

Krakau. Akademia umiejętności.

Pamiętnik. Wydział matemat.-przyrodn. T. 13. 1887. 4:o.

» » filolog. i hist.-filoz. T. 6. 1887. 4:o.

Rozprawy » matemat.-przyrodn. T. 15—16. 1887. 4:o.

» » hist.-filoz. T. 19—20. 1887. 8:o.

» » filolog. T. 12. 1887. 8:o.

Zbiór wiadomości do antropologii krajowej. T. 11. 1887. 8:o.

Sprawozdania Komisji do badania historyi sztuki w Polsce. T. 3: 4. 1887. 4:o.

Editiones collegii historici. N:o 34—38. 1886—87. 4:o & 8:o.

PAULUS CROSNENSIS & JOANNES VISLICIENSIS, Carmina. 1887. 8:o.

Rocznik zarządu. 1886. 8:o.

Liège. Société R. des sciences.

Mémoires. (2) T. 14. 1888. 8:o.

Lisboa. Comissão dos trabalhos geologicos de Portugal.

Comunicações. T. 1: F. 2(1885/87). 8:o.

Melbourne. Public library and museums.

V. MÜLLER, F., Iconography of Australian species of Acacia and cognate genera. Dec. 1—8. 1887. 4:o.

(Forts. å sid. 154.)

Meddelanden från Upsala kemiska Laboratorium.

143. Om framställning af nitrocymol och dess oxidationer.
dationsprodukter.

Af OSKAR WIDMAN och H. G. SÖDERBAUM.

[Meddeladt den 14 Mars 1888 genom P. T. CLEVE.]

I flere föregående uppsatser har den ene af oss uppvisat, att karboxylgruppen i en aromatisk förening influerar på en i paraställning närvarande propylgrupp, så att den predisponerar till bildning af isopropyl. För att i ännu ett fall pröfva riktigheten af denna iakttagelse har han gemensamt med J. A. BLADIN för ett par år sedan¹⁾ gjort försök att framställa nitrocymol och genom oxidation därur erhålla en karbonsyra. Undersökningen ledde dock i denna punkt blott till uppvisande däraf, att den förening, som i öfverensstämmelse med förste upptäckarens (FITTICAS) uppgifter allmänt blifvit ansedd för nitrocymol, i sjelfva verket var något helt annat nemligen *p*-tolylmetylketon. De försök, som gjordes att på annat sätt framkomma till en verklig nitrocymol, ledde däremot icke till målet.

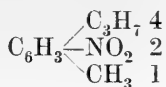
Då emellertid en undersökning i nämnda syfte synes oss ega intresse icke blott i ofvan angifna hänseende utan ock såsom ett bidrag till utredande af den frågan, huruvida andra, i paraställning icke befintliga, grupper kunna utöfva något (hämmande eller befordrande) inflytande på de af den i paraställning stående gruppen förorsakade omlagringarne inom propylgruppen, så hafva

¹⁾ Öfversigt af K. Vet.-Akad. Förh. 1886, n:o 4, p. 85.

vi återupptagit denna undersökning och äro nu i tillfälle att meddela de positiva resultat, vi därvid erhållit.

För *framställning af nitrocymol* hafva vi använt ett förfaringssätt, som i tekniken lärer med fördel användas vid nitrering af lätt oxiderbara föreningar, hvarom vi erhållit be-
nägen underrättelse af Dr R. HIRSCH vid »Kirkheaton color works», Huddersfield, England.

Kolvätet hålles i en retort, som under hela operationen hålles afkyld med vatten, och därpå låter man en beräknad mängd salpetersyra af 1,4 eg. v., blandad med $1\frac{1}{2}$ gånger dess vigt koncentrerad svafvelsyra, i små portioner under oupphörlig omskakning nedrinna genom en separertratt i retorten. Temperaturen hålles i början vid $20-25^\circ$ och får till slut stiga till omkring 40° . Sedan all syra blifvit tillsatt, fortsättes ändock omskakningen, till dess vätskan af sig sjelf kallnat. Därpå tillsättes vatten och nitreringsprodukten separeras från syreblandningen och tvättas med vatten, utspädd sodalut och slutligen ånyo med vatten, hvarefter den underkastas destillation med vattenånga. Härvid öfvergå i början betydliga kvantiteter oan-
gripen cymol, hvilket bevisar, att icke ens på detta sätt någon glatt reaktion eger rum. På grund af detta förhållande hafva vi vid senare nitreringar vanligen använt mer än beräknad mängd salpetersyra för att på detta sätt få något större utbyte af nitrocymol. Sedan emellertid all cymol destillerat öfver, erhålles i destillatet en gulaktig, välluktande olja, som är tyngre än vatten. Denna upptogs för sig. Den innehåller emellertid utom nitrocymol äfven *p*-tolylmetylketon. För att skilja dessa åt, hafva vi underkastat blandningen fraktionerade destillationer med vattenångor, hvarvid ketonen förflyktigas lättare än nitrocymolen. Vid slutet af destillationen öfvergår mycket långsamt en starkt qväfvehaltig, temligen trögflytande olja, som sannolikt utgöres af dinitrocymoler. På detta sätt hafva vi emellertid, naturligtvis med betydlig förlust af material, slutligen erhållit en fraktion, som enligt hvad följande analytiska data utvisa, otvifvelaktigt utgöres af *nitrocymol*:



om ock med någon ringa inblandning af tolylmetylketon.

	Beräknadt:		Funnet:
C ₁₀	120	67,04	67,65
H ₁₃	13	7,26	7,20
N	14	7,82	7,49
O ₂	32	17,88	—
	179	100,00.	

Den analyserade oljan hade en specifik vikt af 1,085 vid 15° C., hade svagt gul färg och aromatisk lukt.

Cymidin (*karvakrylamín*¹⁾). För att än vidare försäkra oss om, att den erhållna produkten verkligen utgjorde nitrocymol, hafva vi reducerat densamma med tenn och saltsyra. Härvid löses det allra mesta, men en ringa del stannar olöst såsom en brungul, qväfvfri olja. Efter dennas aflägsnande tillsattes natronlut och destillerades i vattenångå. Härvid gick en nästan färglös, mycket lättflyktig olja öfver i förlaget. Den är lättare än vatten, färgar en i saltsyra doppad trästicka gul och besitter en icke just angenäm, om tymol erinrande lukt.

Cymidinhydroklorat: C₁₀H₁₃ · NH₂ · HCl utkristalliserar vid afsvalning af en het koncentrerad lösning i platta, solfjäderformigt sammanvuxna nålar af perlemorartad glans. I exsiccator torkadt salt gaf vid analys:

	Beräknadt	Funnet:
	för C ₁₀ H ₁₆ NCl:	
Cl	19,13	19,17.

Cymidinsulfat: [C₁₀H₁₃ · NH₂]₂H₂SO₄ + H₂O. Ett salt af denna sammansättning afskiljes efter cymidins neutralisering med svafvelsyra och lösningens koncentrerung i färglösa blad. För analys torkades saltet i exsiccator. Kristallvattnet bortgår vid 80°. Vid 100° börjar saltet redan sönderdelas och antager mörk färg.

¹⁾ RACHEL LLOYD, Ber. d. deutsch. ch. Ges. XX, p. 1261.

	Beräknadt	Funnet:
för $[C_{10}H_{15}N]_2H_2SO_4 + H_2O$:		
SO ₃	19,32	19,14
H ₂ O	4,35	4,84.

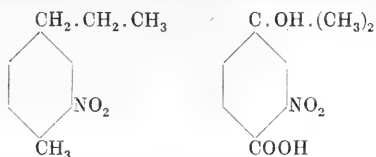
Oxidation af nitrocymol.

Den på nyss beskrifvet sätt erhållna nitrocymolen blandades med 20-faldiga mängden 25-procentig natronlut och därtill sattes småningom koncentrerad kaliumpermanganatlösning under uppvärmning på vattenbad. Sedan all lukt af nitrocymol försvunnit och kameleonlösningen icke vidare affärgades, tillsattes några droppar alkohol och manganfällningen affiltrerades. Filtratet surgjordes nu med saltsyra, hvarvid en hvit fällning erhöles, som visade sig bestå af tereftalsyra. Efter filtrering extraherades lösningen upprepade gånger med eter, som vid afdestillering gaf en lätt stelnande olja. Denna löses temligen lätt i kokande vatten och vid afsvälning utkristallisera tunna kilformiga, till bollar förenade nålar, som smälta vid 168°, och för öfrigt visa alla de egenskaper och reaktioner, som tillkomma den af den ene af oss (WIDMAN) redan förut beskrifna, ur ortonitrokumenylakrylsyran erhållna *ortonitroparaoxiisopropylbenzoësyran*¹⁾. Analysen gaf äfven därmed stämmande tal.

	Beräknadt:		Funnet:
C ₁₀	120	53,33	53,27
H ₁₁	11	4,89	4,90
N	14	6,22	6,37
O ₅	80	35,56	—
	225	100,00.	

Vid nitrocymols oxidation med kameleon öfvergår således metylgruppen i karboxyl och samtidigt omlagras den normala propylgruppen fullständigt i en isopropylgrupp, hvilken sekundärt hydroxyleras i den starkt alkaliska lösningen enl. följande schema:

¹⁾ Bihang till K. Vet.-Akad. Handl. 1886, Bd 12, Afd. II, N:o 6.



Förloppet är således alldeles detsamma som vid cymols oxidation och nitrogruppens närvaro synes icke haft något inflytande på omlagringen inom propylgruppen, som uteslutande beror på den i paraställning närvarande gruppens natur.

—————

Skänker till Vetenskaps-Akademiens Bibliothek.

(Forts. från sid. 148.)

- Moskwa.** *Société Imp. des amis des sciences naturelles, d'anthropologie et d'ethnographie.*
 Isvestia. T. 46: 1—2; 47: 1—2; 48: 1; 49: 1—3; 50: 1—2; 51: 1; 52: 1—3.
 1885—87. 4:o.
- Roma.** *K. Italienska regeringen.*
 FAVARO, A., Per la edizione nazionale delle Opere di Galileo Galilei, esposizione e disegno. Firenze 1888. St. 8:o.
 — *R. Accademia dei Lincei.*
 Annuario. 1888. 12:o.
- St Petersburg.** *Académie Imp. des sciences.*
 Mémoires. (7) T. 35: N:o 8—10. 1887. 4:o.
 — *Societas entomologica Rossica.*
 Horæ. T. 21 (1887). 8:o.
- Stettin.** *Entomologischer Verein.*
 Stettiner entomologische Zeitung. Jahrg. 44 (1883); 46 (1885)—48 (1887): 1—6. 8:o.
- Sydney.** *Australian museum.*
 V. LENDENFELD, R., Descriptive catalogue of the Medusæ of the Australian seas. 1887. 8:o.
- Wien.** *K. K. Geographische Gesellschaft.*
 Mittheilungen. Bd. 30 (1887). 8:o.
 — *K. K. Geologische Reichsanstalt.*
 Abhandlungen. Bd. 11: Abth. 2. 1887. F.
 Jahrbuch. B. 37 (1887): H. 2. 8:o.
 Verhandlungen. 1887: N:o 9—16. 8:o.
- Zürich.** *Naturforschende Gesellschaft.*
 Vierteljahrsschrift. Jahrg. 32 (1887): H. 2—3. 8:o.
- Hr Bokhandlaren F. P:son Beijer, Stockholm.**
 MALLOIZEL, G., Oswald Heer; bibliographie et tables iconographiques. Sthm 1887. 8:o.
- Hr Alb. Löfgren, São Paulo, Brasilien.**
 Relatorio . . . pela comissão geographica e geologica da provincia de S. Paulo. 1887. 1888. 4:o.
- Hr Alfred Bovet, Valentigney, Frankrike.**
 Lettres autographes composant la collection de M. A. Bovet, décrites par E. Charavey. T. 1—2. Paris 1887. 4:o.
- Utgifvaren.**
 Societatum literæ; Verzeichniss der in den Publicationen der Akademien . . . aller Länder erscheinenden Einzelarbeiten auf dem Gebiete der Naturwissenschaften. Jahrbuch 1887. Berlin 1888. 8:o.

(Forts. å sid. 168.)

Om aralokaspiska hafvet och nordeuropeiska
glaciationen. ¹⁾

Af Hj. SJÖGREN.

[Meddeladt den 8 Februari 1888 genom A. E. NORDENSKIÖLD.]

I.

Redan 1863 fäste JAMIESON uppmärksamheten vid de slutsatser rörande klimatförändringar under kvartära perioden, som kunde dragas af vexlingarne hos vattenståndet i saltsjöar ²⁾ och sedermera har han i en uppsats »The inland seas and salt-lakes of the glacial period» ytterligare behandlat detta ämne.

Insjöar med salt vatten äro som bekant endast sådana, hvilka sakna aflopp till hafvet. De förekomma mest i trakter med torrt klimat och i det inre af kontinenterna t. ex. kaspiska hafvet, Aralsjön, stora Saltsjön i Utah o. s. v. Dessa sjöar erhålla sitt tillflöde från de kringliggande trakternas floder äfvensom af den direkta nederbörden, medan afdunstningen från ytan är jemnt så stor, att den balanserar tillflödet. Ty det är tydligt, att om afdunstningen t. ex. är större än tillflödet, så krymper sjöns yta tillsammans, till dess att den ej blir större än att jemvigt mellan afdunstning och tillflöde eger rum.

Försiggår deremot en förändring af klimatet i de omgifvande trakterna, så måste detta äfven influera på sjöns vattenstånd.

Om klimatet blir varmare och torrare, så måste afdunstningen tilltaga och sjöns yta minskas eller den uttorkar alldeles

¹⁾ Se öfversigtens Februari-häfte sid. 46, der hänvisningen till Bihangutgåfvan.

²⁾ Quarterly Journal of the geological Society, vol. XIX, p. 258.

och förvandlas till en saltöken. I motsatt fall, om klimatet blir fuktigare och nederbörden ökas, så stiger vattenståndet i sjön och afdunstningsytan tillväxer så länge, till dess att jemvigtt uppstår mellan tillflödet och afdunstningen.

Det bäst kända exemplet på en saltsjö, som varit underkastad betydliga oscillationer i vattenståndet till följd af klimatförändringar, är stora Saltsjön i N. Amerika, hvilken i detta afseende blifvit noggrant undersökt af GILBERT. Den forna sjön har af de amerikanska geologerna henämnts *Lake Bonneville* och POWELL sammanfattar resultaten af GILBERTS undersökningar deröfver på följande sätt: 1) »First, the waters were low, occupying, as great Salt Lake now does, only a limited portion of the bottom of the basin. Then they gradually rose and spread, forming an inland sea nearly equalling Lake Huron in extent, with a maximum depth of one thousand feet. Then the waters fell and the lake not merely dwindled in size but absolutely disappeared, leaving a plain even more desolate than the Great Salt Lake desert to day. Then they again rose, surpassing even their former height, and eventually overflowed the basin at its northern edge, sending a tributary stream to the Columbia River. And, last, there was a second recession, and the water schrank away — until now only Great Salt Lake and his smaller lakes remain. Translated into terms of climate, these changes imply that there were two epochs of excessive moisture — or else of excessive cold — separated by an interval of superlative dryness and preceded by a climatic period comparable with the present. The first epoch of humidity was by far the longer, and the second, which caused the overflow of the waters, the more intensive.»

I samma kontinentala bassin, mellan Klippbergen och Sierra Nevada, finner man äfven spåren af en annan stor sjö, som blifvit benämnd *Lake Lahontan* och hvilken blifvit undersökt af RUSSEL och KING. Den förre har visat, att äfven denna sjö

1) Second Annual Report of the U. S. Geological Survey, Washington, 1882, p. XVII.

haft två högvattensperioder, skiljda af en mellantid af stark torka; den förra högvattensperioden hade den längsta varaktigheten, medan den senare förorsakade det största stigandet af vattenståndet.

KING uttrycker på följande sätt det sammanhang, som han antager råda mellan dessa företeelser och glacialperioden ¹⁾: »The Quaternary lakes of the Great Basin (Lake Bonneville and Lahontan) are of the extreme importance in showing one thing — that the two Glacial ages, whatever may have been there temperature conditions, were in themselves each distinctly an age of moisture, and that the Inter-Glacial-period was one of intense dryness, equal in aridity to the present epoch.» »We are warranted in assuming for the first age of humidity of the lake an enormously long continuance as compared with the second. The first long-continued period of humidity is probably to be directly correlated with the earliest and greatest glacier period and the second period of humidity with the later Reindeer Glacier Period.»

2.

Vi skola nu taga i betraktande förhållandet med kaspiska hafvet, den största af alla insjöar med salt vatten.

Mot slutet af tertiärtiden utbredde sig öfver S delen af nuvarande Ryssland en vattenyta, hvilken på N sidan af Kaukasus förenade kaspiska och svarta hafvens bäcken med hvarandra. Aflagringerne från detta haf visa, att dess vatten var sött eller svagt bräckt och molluskfaunan, som i det hela var mycket enformig, skiljer sig betydligt från den som tillhör de underliggande, sarmatiska lagren. Detta sötvattensbäcken hade en betydlig utbredning. Från svarta hafvet, hvilket då ej stod i förbindelse med Medelhafvet och först genom senare inträffade betydliga instörtningar erhållit sin nuvarande form, inträngde en vik i adriatiska bäckenet; andra vikar utbredde sig öfver Wallachiet och Galizien. Det ungerska läglandet äfvensom wienerbäckenet in-

¹⁾ Geology of the 40-th Paralel. Vol. I, p. 524.

togos äfven af detta haf, såsom der förekommande aflagringar ådagalägga.

Bildningarne från denna tid har man benämnt *pontiska*, enär de hafva sin största utbredning kring svarta hafvet. MURCHISON'S *steppkalk* och äldre *aralokaspiska lager* äro indentiska dermed. Dessa aflagringar utmärka sig genom talrika och egendomliga former af släktet *Cardium* äfvensom genom *Congerina polymorfa*, hvilken ställvis uppträder i så stora massor, att den bildar hela berglager (*congerien-skikt*).

Mot slutet af tertiärtiden afbröts sambandet mellan Pontus och kaspiska hafvet. De pontiska skikten hafva flerstädes blifvit höjda och uppresta, synnerligast de som aflagrats i närheten af Kaukasus och således blifvit utsatta för den ännu under denna period pågående uppresningen af nämnda bergskedja. På halfön Apscheron finner man sålunda pontiska kalklager nära 200 m. öfver kaspiska hafvets nivå och uppresta med en lutning af 30° mot horisonten.

Sedan kaspiska och svarta hafven vid slutet af tertiärtiden genom dessa höjningar blifvit skiljda åt, inträdde i det pontiska bäckenet stora förändringar. Genom instörtningen af det landstycke, som förband Balkanhalfön med mindre Asien, uppstod det egäiska hafvet; genom vidare instörtningar bildades Bosporen och Dardanellerna, hvarigenom Medelhafvet förenades med Pontus; detta senare haf utvidgades senare genom upprepade inbrott. Genom Bosporen invandrade en del af medelhafsfaunan i svarta hafvet och blandade sig med eller undanträngde den förra pontiska faunan, hvilken endast utefter kusterna och vid flodmynningarne bibehöll sig. Dessa förändringar hafva, såsom NEUMAYR visat, ¹⁾ försiggått i den kvartära perioden och möjligen var människan vittne till dem.

Under tiden försiggingo äfven i det afskiljda kaspiska bäckenet betydande förändringar ehuru af helt annan beskaffenhet.

¹⁾ NEUMAYR: Ueb. d. geolog. Bau der Insel Kos. Denkschriften d. Wienerakademie 1879, XV. s. 255; 279 äfvensom Erdgeschichte, bd. 2, s. 550 m. fl. ställen.

De pontiska aflagringarne intaga vid kaspiska hafvet endast obetydliga kuststräckningar och man är därför berättigad antaga, att den del af kaspiska bäckenet, som stått under vatten, då de pontiska aflagringarne bildades, var jemförelsevis obetydlig. På Ö sidan nuvarande kaspiska hafvet saknas pontiska bildningar alldeles och äfven på V sidan gå de ej S om Kuramynningen. Men deremot visar sig vid början af kvartära tiden en högst betydlig utvidgning af kaspiska hafvets vattenyta. För att kunna bedömma de förändringar, som vid denna tid egderum, få vi fasthålla, att det nuvarande kaspiska hafvet ligger 26 m. under världshafvets nivå, att tröskeln, som skiljer kaspiska bäckenet från svarta hafvet ligger endast 8 m. öfver detta senare, äfvensom att Aral-sjöns vattenyta är belägen 48 m. öfver kaspiska hafvet.

Genom att i horisontel och vertikal riktning förfölja de aflagringar, hvilka afsatt sig ur aralo-kaspiska hafvet under dettas största utbredning, kan man bestämma gränserna för detta haf. Dessa aflagringar, hvilka kännetecknas af samma molluskfauna, som ännu lefver i kaspiska och aralska hafven, finner man utbredda öfver vidsträckta områden omkring och mellan nämnda haf. Dock är deras utbredning på s. och sv. sidorna, der kaspiska bäckenet begränsas af den brant uppstigande Alburs-kedjan och Ghilan-alperna betydligt mindre än åt N och Ö sidorna, der de sydryska och turanska depressionerna tillåtit det aralokaspiska hafvet en vidsträcktare transgression.

Det aralokaspiska bäckenet intogs i början af kvartärperioden af en dubbelsjö, hvars båda delar förenades genom en jemförelsevis smal hafsarm ¹⁾. Vi skola nu i korthet betrakta denna sjös utbredning.

¹⁾ Den följande framställningen af aralokaspiska hafvets utbredning stödjer sig på v. HELMERSEN: Beiträge z. Kenntniss d. geol. u. physikogeogr. Verhältnisse d. Aralokasp. Niederung (Bull. Ac. Petersb. 1879) äfvensom på KARPIŃSKY'S Uebersicht der physikogeogr. Verhältnisse dess europ. Russlands (Beitr. z. Kenntn. d. russ. Reiches, dritte Folge 1887) samt dessutom på talrika egna iakttagelser i omgifningarne af Baku, i Kurudalen samt i de turkmenska stepperna och Karakum-öknen.

Åt V sände kaspiska hafvet i den nuvarande Kuradalen en lång och bred vik, hvars innersta ända sträckte sig 200 km från det nuvarande hafvets strand. De aflagringar, som der kvarlemnats, äro hufvudsakligen af lerig beskaffenhet med tunna kalkbankar. Mera kalkiga äro de kaspiska aflagringarne på Apscheron samt mellan Baku och Derbent. N. om Kaukasuskedjan sköt en betydlig vik in i nordvestlig riktning och upp tog hela Manytsch-sänkningen samt närmade sig på 40—50 km den nuvarande asowska sjön i närheten af Taganrog. I Manytschdalen, der den förstnämnda tröskeln mellan svarta och kaspiska hafven är belägen, ligga sarmatiska, pontiska och kaspiska skikt flackt öfver hvarandra och angifva derigenom, att denna försänkning under flera på hvarandra följande perioder utgjort sambandet mellan kaspiska och svarta hafven.

Från Manytsch går den V gränsen för aralokaspiska hafvet nästan i rakt nordlig riktning längs ostsluttningen af Jergenhöjderna till Zaritzyn och följer sedan Volga ända upp till Kamas inflöde. De aralokaspiska aflagringarne förekomma N om Zaritzyn blott på Ö sidan Volga; endast vid Samara-böjningen gå de öfver på V sidan. Längre upp bildar Kama och dess tillflöde Bjelaja nordliga gränsen för de ifrågavarande aflagringarne. Denna nordliga vik sträckte sig sålunda 1,000 km n. om nuvarande kaspiska hafvet och betäckte hela guvernementet Astrachan samt betydliga delar af guvernementen Orenburg, Saratow, Samara, Simbirsk, Kasan och Ufa.

På Ö sidan kaspiska hafvet finner man samma aflagringar på N och S sidan om halfön Mangischlak samt kring Karabugaz-bugten. Dock aflägsna de sig här ingenstädes betydligt från kaspiska hafvets nuvarande strand, dertill hindrade af Usturtplatån. Men vid krasnowodska och balchanska vikarne S om Kjurjanin-dagh och stora Balchan sköt en betydlig vik in i ostlig riktning. Denna vik bildade mellan stora och lilla Balchan ett smalt sund, hvilket utgjorde sambandet mellan den kaspiska och den aralska delen af hafvet.

Gränserna för det aralska hafvets största utbredning äro ännu ej i detalj fastställda. Med säkerhet kan dock påstås, att det intog, utom den nuvarande Aralsjön, äfven Sarykamyschbäckenet, en stor del af Karakumöknen och de lägre belägna delarne af Amu-darjas och Syr-darjas flodområden. Det aralska hafvet sköljde i nordvest Usturtplatåns rand och i S. Kopet-dagh och de chorassanska bergskedjorna, som skilja Persien från de turkmenska stepperna.

Beträffande den höjd, hvartill de aralokaspiska aflagringarne uppstiga, föreligga ej så fullständiga uppgifter, som öfver deras utbredning i horisontel riktning. I trakten af Baku har man flerstädes kaspiska skikt 50 m. öfver hafvet; så förekomma t. ex. vid Balachany på apscheronska halfön kaspiska lager af mergel och lera, som öfvergripande betäcker de pontiska skikten på ställen belägna 50—55 m. öfver Kaspiska hafvet. Synnerligen mycket högre måtte emellertid icke dessa lager sträcka sig. Detta öfverensstämmer äfven med ABICH's uppgifter, att de kvartära, kaspiska lagren ej träffas mer än 150—200 fot (engelska) öfver det nuvarande vattenståndet.

På Ö sidan Kaspiska hafvet är det forna vattenståndet utmärkt genom de strandvallar af grus med *Cardium*-skal, hvilka omkransa stora och lilla Balchan på ungefär 50 m. höjd; aflagringar af strandgrus och sand i horisontelt läge äro likaledes att iakttaga på lilla Balchans förberg på cirka 60 m. höjd.

Då emellertid, såsom vi förut påpekat, Aralsjön ligger 74 m. öfver den kaspiska vattenytan, men tröskeln, som skiljer kaspiska bäckenet från Svarta hafvet endast 34 m., så är det tydligt, att vid den tid, då aralska och kaspiska vattenytorna sammanflöto till en enda, utan att dock något samband med Pontus egde rum, så måste nivåförhållandena hafva varit andra än nu, i det att antingen aralska bäckenet låg lägre eller den omnämnda tröskeln var högre än hvad för närvarande är fallet.

Hvad faunan i det nuvarande Kaspiska hafvet liksom i de aralokaspiska lagren beträffar, så är densamma utan tvifvel att betrakta såsom härstammande från faunan i de pontiska skikten

(*congerien*). Molluskfaunan utmärker sig genom sin enformighet och artfattigdom medan deremot individantalet ofta är högst betydligt. Utom *Dreyssena (congeria) polymorfa* har man ett stort antal former af släktet *Cardium*, hvilka tillhöra det subgenus, *Lymnocardium* STOL., som förekommer uteslutande i bräckt vatten. Från de egentliga *Cardium*-arterna skilja sig dessa hufvudsakligen derigenom, att låständerna blifvit betydligt reducerade till storleken och hela låset till sin konstruktion försvagats. EICHWALD har af dessa *Cardium*-former gjort flera genera: *Adacna*, *Monodaena* och *Didacna*, men då denna indelning är helt artificiell, så har i nyare tid (t. ex. af HÖRNES och ZITTEL) åter en förening med *Cardium*-släktet skett. Äfven den vanliga *Cardium edule* förekommer i Kaspiska hafvet men i helt små exemplar; i de aralokaspiska skikten träffas den endast i de allra öfversta och yngsta aflagringarne, hvaraf är tydligt, att den måste under senare tid hafva invandrat, sannolikt från Svarta hafvet. Detta förutsätter, att en förening äfven under senare tid egt rum öfver Manytsch-depressionen med Asowska sjön, hvilken dock sannolikt var af för kort varaktighet, för att hafva efterlemnadt några betydligare aflagringar. Då *Cardium edule* saknas i de pontiska skikten och således äfven i det ursprungliga Svarta hafvet, så måste man antaga, att den dit invandrat från Medelhafvet, säkerligen äfven i senare tid. Af gasteropoder har man i de kaspiska lagren endast några få släkten, *Rissoa*, *Neritina* och *Hydrobia*, hvilka alla likaledes träffas i det nuvarande Kaspiska hafvet.

3.

Vid början af kvartärperioden, altså ungefär under samma epok, då aralokaspiska hafvet hade sin största utbredning, inföll den skandinaviska istiden och större delen af det europeiska Ryssland betäcktes af en framryckande inlandsis. I S. framträngde denna ismassa ända till 48:de breddgraden, i SO. närmade den sig nedre Volga i trakten af Saratow. Då ingenstädes, så vidt hittills bekant är, de aralokaspiska aflagringarne

komma i beröring med glacialbildningarne, så är det svårt att direkt bevisa, att dessa båda olikartade bildningar äro samtida eller öfver hufvud taget att bestämma deras relativa ålder. I guvernementet Saratow närma sig de ifrågavarande bildningarne hvarandra på 100 kms afstånd. I guvernementet Wjatka mellan floderna Wjatka och Kama har man i omedelbar närhet af glacialbildningarne postpliocäna skikt, som sannolikt äro af aralokaspisk ålder och här eller i närbelägna trakter skulle man möjligen kunna göra iakttagelser rörande den relativa åldern. Hittills föreliggande iakttagelser tyda dock på, att de aralokaspiska och de glaciala bildningarne icke förekomma tillsammans utan utesluta hvarandra, ett förhållande som i alla hänseelser talar för samtidigheten i deras bildning.

Med tillhjälp af kross-stensgrusets och de erratiska blockens utbredning kan man följa gränserna för inlandsisen vid dess största utbredning.¹⁾

Inlandsisen sköt i Ryssland fram i trenne spetsar eller flikar, riktade åt S, SV och Ö. Gränsen för dess största utbredning kommer från Galizien in i guvernementet Wolhynien och den S af de nämnda flikarne betäckte hela guvernementet Tschernigow samt väsendtliga delar af kiewska och poltawska guvernementen samt tangerar det hufvudsakligen vid Svarta hafvet belägna guvernementet Cherson's N gräns. Derifrån går gränsen nästan rakt åt N, så att guvernementen Charkow och Kursk varit isfria och Orel endast delvis betäckt af is. Den mot SO riktade spetsen omfattar hela guvernementen Tula, Rjäsan och Tambow samt delar af Woronesch, Saratow och Pensa. Detta är det längsta afståndet som uppnås från inlandsisens källor och de i det saratowska guvernementet funna blocken af kristalliniska bergarter från Finland och Olonezer-området hafva förflyttats en sträcka af 1,500 km. Härifrån vika glacialbildningarne åter tillbaka, lemnande guvernementen Simbirsk

¹⁾ Vi stödja oss i det följande på NIKITIN, hvilken nyligen gjort en kritisk sammanställning af alla uppgifter angående glacialbildningarnes utbredning inom Ryssland. Isvästija geologitjeskavo komiteta 1885, IV och Petermann's Mitth., 1886, IX s. 257.

och Kasan fria, för att åter utbreda sig vid 60:de breddgraden i en mot Ö riktad flik öfver guvernementet Wologda och en del af Wjatka. Härifrån går glacialbildningarnes gräns i NNV-lig riktning till ishafvet.

Den oerhördt stora areal, som de glaciala bildningarne i europeiska Ryssland intaga, framgår af följande siffror. PENCK har beräknat den nordeuropeiska inlandsisens hela yta till 6,3 millioner km², dervid inberäknadt mer än 1,8 millioner km², som komma på Atlanten, Nordsjön, Östersjön, Ishafvet och Hvita hafvet. Af återstoden, 4.5 millioner km² kommer ända till 3 millioner km² på europeiska Ryssland (Finland och Polen inberäknade) medan blott omkring 0,4 millioner km² kommer på Tyskland, Danmark och Holland.

4.

Vi hafva nu sett huru en stor del af N och Ö Europa vid början af kvartära tiden betäcktes af ett istäcke samtidigt med att öfver sydryska låglandet och angränsande trakter af Asien ett stort innanhaf utbredde sig. Då tvenne företeelser inträffa liktidigt eller nära liktidigt, är man böjd att söka ett kausalt sammanhang dem emellan och detta är så mycket mera berättigadt, då företeelserna, såsom i föreliggande fall, äro af en beslägtad natur. Orsaksförhållandet kan då vara af två slag; antingen är den ena af företeelserna verkan af den andra eller ock äro de båda två verkningar af en och samma orsak. Sålunda skulle i föreliggande fall inlandsisens utbredning öfver Ryssland samtidigt med att aralokaspiska hafvets vattenmassor mångdubblades antingen stå till hvarandra i förhållandet af orsak och verkan eller ock skulle båda dessa samtidiga företeelser vara verkningar af en och samma utanför dem stående orsak.

Vi hafva redan i det föregående sett huru JAMIESON uppfattar detta förhållande. Han betraktar vattenståndet i salt-sjöarne som en mätare på nederbörds mängden i de omgifvande trakterna och anser, att ett högre vattenstånd bevisar rikligare nederbörd. Då äfven bland betingelserna för uppkomsten af en

istid måste ingå en viss, hög grad af fuktighet i luften och deraf följande nederbörd, så betraktar JAMIESON såväl istiden som stigandet af vattenståndet i saltsjöarne såsom följer af en och samma förändring i klimatet.

Att samma uppfattning rörande sammanhanget mellan istiden i Nordamerika och sjön Boneville delas af KING framgår redan af det förut citerade yttrandet.

Äfven NEÜMAYR biträder denna åsigt enligt hvad man finner af följande¹⁾: »Es ist sehr nahe liegend, die zweimalige Füllung und Wiederaustrocknung dieser Seen (Bonneville und Lahontan) *denselben Ursachen zuzuschreiben*, wie das zweimalige Vorrücken und Wiederabschmelzen der Gletscher. Etwas erniedrigte Temperatur und etwas erhöhte Niederschlagsmengen konnte die Füllung der Seebecken wie die Vereisung veranlassen *und wohl sehr mit Recht führt GILBERT beiderlei Erscheinungen auf einen und denselben Grund zurück.*»

Om denna förklaring skulle tillämpas på Aralokaspiska hafvet, så måste man antaga, att samtidigt med den nordiska istiden äfven högst betydliga klimatförändringar egde rum i SÖ Europa och långt inne i det centralasiatiska, aflopps fria bäckenet. Enligt min åsigt är det dock öfverflödigt att antaga klimatförändringar öfver så vidsträckta trakter, enär det synes mig, som om fyllandet af det Aralokaspiska bäckenet skulle kunna förklaras *som en direkt följd* af istäckets framryckande öfver Ryssland.

En blick på en karta, der man har såväl den ryska inlandsisens som ock det Aralokaspiska hafvets gränser angifna, visar nämligen, att en stor del af smältningsvattnet från inlandsisen måste hafva flutit ner i det nämnda bäckenet och bidragit att fylla detsamma. För närvarande utgöra floderna Ural och Volga de enda betydligare tillflöden från N till det kaspiska bäckenet. Samma floder funnos äfven förut under Aralokaspiska hafvets största utbredning, men dessutom tillfördes genom den alltjemnt framskridande inlandsisen massor af nederbörd från sådana trak-

¹⁾ NEÜMAYR: Erdgeschichte Bd. 2, s. 632, 1887.

ter, som ligga alldeles utanför kaspiska bäckenet och nu hafva sitt aflopp åt Östersjön, Svarta och Hvita hafven.

Innan man känner något mera om inlandsisens rörelseriktningar inom Ryssland, än hvad för närvarande är fallet, är det visserligen svårt att bedöma huru stor del af den ryska inlandsisen, som afgaf sitt smältvatten till Volga-dalen och derigenom till kaspiska bäckenet. Förekomsten af finska block flerstädes i Volga-guvernemenen visa dock, att åtminstone en del af Finland måste räknas till detta område. En uppskattning ger vid handen, att af de 3 millioner km² af Ryssland, som betäcktes af inlandsis vid dennas största utbredning, ungefär en yta af minst 1,5 millioner km² afgaf sitt smältvatten till Volga eller direkt till Kaspiska hafvet.

Det torde vara förtjent af öfvervägande huruvida icke genom en så betydlig ökning af tillförselområdet till kaspiska bäckenet, som den nordeuropeiska glaciationen frambragte, den i det föregående påpekade stigningen af Kaspiska hafvets yta får sin fulla förklaring.

Vexlingarne i Kaspiska hafvets vattenstånd hafva ej undgått ryska forskare utan hafva från deras sida framkallat flera försök till förklaring. Redan v. BAER¹⁾ sysselsatte sig med detta ämne utan att dock komma till något ändgiltigt resultat.

Senast behandlades denna fråga i den preliminära redogörelsen för den år 1886 af ryska staten afsända vetenskapliga expeditionen till Transkaspien och Chorassan under befäl af G. RADDE. Expeditionens geolog, bergsingeniör KONSCHIN, uttrycker sig derom på följande sätt, sedan han beskrifvit de aflagringar af kaspisk ålder, som anträffas i Karakum-öknen²⁾. »Vollzog sich die allmähliche Trockenlegung eines so bedeutenden, früher Meerbedeckten Theiles der Erdoberfläche vornehmlich unter dem Einfluss trockener Polarwinde, oder fand hier eine Hebung des Meeresbodens und damit ein rascher Abfluss dess Wassers statt,

¹⁾ v. BAER: Kaspische Studien II. Bull. Acad. Pétersb., tome XII, 1858.

²⁾ Vorläufiger Bericht über die Expedition nach Transkaspien und Nord-Chorassan im Jahre 1886. Petermanns Mitth. 1887, s. 237.

wie v. BAER annahm, oder aber entsprachen Hebungen dess Meeresgrundes an einzelnen Punkten gleichzeitige Senkungen an andern, wobei dann natürlich die Wasser in die tiefern, wenn auch weniger umfangreichen Bassins hinabstrebten?»

För min del finner jag det öfverflödigt, att söka sådana förklaringsgrunder som klimatiska ändringar, hvilka skulle hafva direkt träffat trakterna kring Kaspiska hafvet («trockene polarwinde»); detsamma gäller äfven antagandet af betydligare nivåförändringar, hvilka dessutom icke bekräftas af några iakttagelser. Men deremot är det tydligt, att om nivåförhållandena varit i hufvudsak desamma som nu, så skulle det aralokaspiska bäckenet hafva samlat smältvattnet från en stor del af den ryska inlandsisen, ett förhållande som nödvändigt måste hafva ställt Kaspiska hafvets yta högre än nu.

Om förhållandet varit sådant — och de i det föregående framställda omständigheterna tala onekligen därför — så skulle den nederbörd, som kondenserades på den istäckta, Skandinaviska halfön efter att dels i form af is dels såsom vatten hafva passerat det ryska låglandet, samlats till ett stort innanhaf af bortåt 1,5 millioner km² utsträckning i det centralasiatiska, afloppslösa gebietet, som numera intages hufvudsakligen af stepper och sandöknar. Att en så vidsträckt vattenyta i sin ordning skulle inverka på klimatet i de omgifvande trakterna är att förutsätta. Men klimatförändringen vore då en följd af vattenytans tillvaro, ingalunda någon orsak till densamma. Och grunden såväl till den aralokaspiska bassinens fyllande med vatten som ock till de dermed sammanhängande klimatiska ändringarne vore den nord-europeiska glaciationen.

Skänker till Vetenskaps-Akademiens Bibliothek.

(Forts. från sid. 154.)

Författarne.

- EISEN, G., On the anatomy of *Sutroa rostrata*... San Francisco 1888. 4:o.
- EKMAN, F. L., Om bränvinsfinkelolja och dess kvantitativa bestämning. Sthm 1887. 8:o.
- EKSTRAND, A. G. & JOHANSON, C. J., Zur Kenntniss der Kohlenhydrate. Berlin 1887. 8:o.
- LAMPA, S., Iakttagelser angående kornflugans uppträdande... år 1887. Sthm 1887. 8:o.
- MOLL, T., Bidrag till kännedomen om urladdningen af Ruhmkorffs induktorium. Sthm 1887. 8:o.
- STRÖMFELT, H. F. G., Undersökningar öfver Algernas vidfästningsorgan. Ups. 1887. 8:o.
- Algæ novæ, quas ad litora Scandinaviæ indagavit. Venezia 1888. 8:o.
- WITTRÖCK, V. B., Einige Beiträge zur Kenntniss der *Trapa natans* L. Cassel 1887. 8:o.
- Skandinaviens Gymnospermer. Sthm 1887. 8:o.
- ALBERT, PRINCE DE MONACO, Deuxième campagne scientifique de »l'Hirondelle» dans l'Atlantique du nord. Paris 1887. 8:o.
- Småskrifter. 4 st.
- BLISS, R., Classified index of Maps in the publications of the Geological society of London, 1811—1885. Boston 1887. 4:o.
- BRÖGGER, W. C., Geologisk kart over øerne ved Kristiania. Kra 1887. 8:o.
- DOLLO, L., Première note sur les Cheloniens oligocènes et néogènes de la Belgique. Bruxelles 1888. 8:o.
- Première note sur le Hainosaure, Mososaurien nouveau de la craie brune phosphatée de Mesvin-Cipley. Bruxelles. 1885. 8:o.
- HANSEN, H. J., Oversigt over det vestlige Grönlands Fauna af malakostrake Havkrebsdyr. Kjöbenhavn 1887. 8:o.
- NEWTON, A., Early days of Darwinism. 1888. 8:o.
- RESAL, H., Traité de physique mathématique. Ed. 2 entièrement refondue. T. 1—2. Paris 1887—88. 4:o.

Berättelse om en botanisk resa till Öland och Gotland
under sommaren 1887.

Af L. J. WAHLSTEDT.

[Meddeladt den 14 Mars 1888 genom V. B. WITTRÖCK.]

Med understöd af Kongl. Vetenskaps-Akademien företog jag under sistliden sommar en resa till Öland och Gotland med hufvudsakligt syfte att studera *Violæ* och *Characeæ*.

Resan till Öland företogs den 16 Juni och räckte till den 3 Juli, under hvilken tid mellersta delarne af ön, från Resmo till Borgholm, undersöktes. På grund af den torra väderleken under 1886 års höst voro *Violerna* på Öland, liksom det förut på våren visat sig i Skåne, mycket klenutvecklade. Ehuru t. ex. *Viola mirabilis* flerstädes observerades växa i stor ymighet, lyckades det mig icke att upptäcka mer än några få blommande exemplar. Vid Borgholm hade likaledes, enligt benäget meddelande af Provinsialläkaren Hr Doktor SILLÉN, *Viola alba* under våren blommat mycket sparsamt. Samma förhållande iaktogs äfven i Skåne icke blott beträffande *Viola mirabilis*, *silvestris* och *Riviniana*, hvilka samtliga voro sällsynta med blommor, utan äfven med *Viola rupestris*, af hvilken art det under Maj månad icke lyckades mig att vid Åhus finna mer än några få individer blommande, oaktadt arten under de föregående åren på detta ställe funnits blommande i tusental.

Resan till Gotland företogs i slutet af Juli öfver Sölvesborg och Karlshamn, vid hvilka ställen uppehåll gjordes och exkur-

sioner företogs. På Gotland undersöktes under en veckas tid trakterna omkring Roma, Lummerlunda bruk, Skälsö och Visby. På hemvägen gjordes en dags uppehåll i Kalmar, hvarest hafstränderna söderut undersöktes. Vid Nybro station gjordes en dags uppehåll för uppsökande af *Viola uliginosa*, som der i trakten finnes ymnigt. Vid Liatorps station gjordes likaledes en dags uppehåll i och för ett besök vid sjön Möckeln.

De observationer, som gjorts under dessa resor äfvensom under sommarens lopp i trakten af Christianstad och Åhus, sammanföras här nedan.

Carduus mtans L. Sk. Ifvetofta.

Pieris Villarsii Jord. cat. Dijon skiljer sig från *Pieris hieracioides* L. genom mindre styfhet hos stjelken; genom betydligt finare, glesare och kortare hårbeklädnad, icke blott på stjelken, utan i synnerhet på bladen; genom glesare blomställning samt mindre och fåtaligare fjäll på blomkorgarnes skaft; genom holkfjällen, som vid fruktmognaden antaga en mörkare färg samt vid holkens midt böja sig inåt. Blomningen inträffar i slutet af Juni och början af Juli, men då växestället brukas som äng och strax efter midsommar slås, utvecklar sig på hösten ett nytt flor, som inträffar i slutet af Augusti och i September. Denna, som det synes, från *P. hieracioides* i flera afseenden väl skilda art har under de senaste 10 à 15 åren observerats på flera ställen utefter Christianstad—Hessleholms jernväg, från Christianstads station, hvarest densamma för några år sedan var ymnig, men nu genom platsens uppodling till trädgårdsland blifvit inskränkt till några mindre områden, ända till det ungefär 6 kilometer från staden belägna Isgrannatorp, hvarest den på en sträcka af omkring 1 kilometer, mellan Karpalunds station och viadukten vid Isgrannatorp, är mycket ymnig. Under de två eller tre senaste åren har den ock utbredt sig på Gärdspanans stationsområde vid Karpalund samt på Hästvedabanans område derstädes. Med all sannolikhet har växten inkommit med det gräsfrö, som strax efter jernvägens anläggning, för något öfver 20 år sedan, användes till besående af jernvägsbanken och skär-

ningarne, och då den icke blott bibehållit sig, utan för hvarje år allt mera utbredt sig och förökats, synes den väl förtjent af att upptagas i vår flora.

Under flera år har jag på den mellan Christianstad och Nosaby belägna fördämning, som blifvit anlagd för att utestänga vattnet från den invallade Nosabyviken, observerat en *Galium*-form, som icke kunnat identifieras med någon af de i de svenska flororna upptagna arterna af detta slägte. Den står närmast *G. Mollugo* L., hvilken den ock liknar i storlek, men från hvilken den skiljer sig genom blomställningen, hvars grenar äro upprätta, glesblommiga och nästan regelbundet trikotoma. Blommorna äro hvita med någon dragning åt gult. Kronflikarne hafva tydlig udd. Bladen äro nedtill 6, uppe vid grenarne 8—10 i hvarje krans, jemförelsevis korta, trubbiga med udd och på undersidan med starkt framträdande medelnerv.

Bland de beskrifningar jag sett i tyska floror, passar ingen in på ifrågavarande form; deremot synes beskrifningen på *Galium corradæfolium* WILL. i GREN. & GORD. Fl. de Fr. äfvensom BOREAUS beskrifning (Fl. de centre de la France, 1840) på den under *Galium Mollugo* uppförda *Galium lucidum* ALL., hvilken art af GREN. & GORD. uppföres som synonym till *G. corradæfolium* VILJ., i de flesta afseenden noga stämma.

Efter all sannolikhet har växten inkommit med utländskt gräsfrö, som utsåddes omkring år 1870, efter då verkställd upprensning af den utanför löpande kanalen och vallens förstärkning. Växten har under de senare åren märkbart utbredt sig och växer nu flerstädes på sammanhängande sträckor af 50—100 meters längd och 3—5 meters bredd, detta ehuru jordmånen, som består af torfdy, blandad med lera, synes vara mycket torr och mager. Såsom ytterligare bevis på att växten trifves väl på sin nya växeplats torde förtjena nämnas, att den efter afsläendet hastigt reproducerar sig och ända till sent på hösten skjuter kraftiga, mörkgröna, bredbladiga skott, som begärligt ätas af boskapen, hvilket bevisar växtens lämplighet för

odling som foderväxt, kanske framför den i de s. k. Wagnerska fröblandningarne förekommande *Galium Mollugo*.

Erythræa vulgaris WITTR. var. *minor*. Kalmar, vid en hafsvik söderut.

Erythræa glomerata WITTR. Sölvesborg, i ett kärr vid hafvet strax öster om »Slottet».

Verbascum thapsiforme SCHRAD., som förr förekommit rätt ymnigt i trakten mellan Österslöf och Karsholm, synes under de senare åren blifvit ganska sällsynt, hvilket troligen beror derpå, att de gamla stenväggarne, vid hvilka den växte, blifvit raserade. I närheten af Karstad anträffades I ex. af *Verbascum nigrum* × *thapsiforme*. Enligt benäget meddelande af Hr Provisor JOHN PERSSON har denna hybrid af honom i enstaka exemplar anträffats på samma ställe under de föregående åren.

Veronica aquatica BERNH., som för ett par år sedan hos oss urskildes från *V. Anagallis* L., har af mig under sommaren anträffats på flera ställen icke blott i Skåne, t. ex. vid Åhus hamn, i groparne utmed Christianstad—Åhus jernväg mellan Wiby och Hammars stationer, i kanalen mellan Christianstad och Nosaby, utan äfven på Gotland i en brya nära Roma kyrka strax bakom jernvägen samt ofvan Skälsö, på den plats, der *Ranunculus ophioglossifolius* WILL. växer. Den på sistnämnda ställe anträffade formen växte på det torra och var mycket liten.

I en bäckrännil nedom Snäckgårdet vid Visby observerades *Veronica Anagallis* L. jämte en form af *Veronica Beccabunga* L. med mot båda ändar tillspetsade blad.

Utricularia neglecta LEHM. växer flerstädes i Christianstadstrakten samt vid Åhus hamn; den anträffades äfven på Gotland, på ömse sidor om jernvägen, der denna skär Roma myr.

Androsace septentrionalis L. β) *acaulis* och γ) *caulescens* hafva under ett par år anträffats ymnigt på åkrar i Christianstadstrakten mellan Wä och Härlöfs smedja.

Pimpinella saxifraga L. β) *nigra* WILLD. Åhus, i Äspet.

Ranunculus cassubicus L., Sk. vid vägen mellan Hästveda och Farstorp, enligt ex., insamlade af skolynglingen GAMMALSSON 1884.

Polygala comosa SCHKUHR finnes flerstädes i Christianstadstrakten, t. ex. på Näsby fält och vid Hammar.

Viola epipsila LEDEB. var. fl. *albis*, Ignaberga torfmosse.

Viola epipsila × *palustris*, Lillö, Ignaberga, Balsberg, Tomarp, m. fl. st. BÆTHKE uppgifver denna hybrid såsom tämligen ofta fruktificerande, men åtminstone på de lokaler, der jag varit i tillfälle att iakttaga denna växt längre fram på sommaren, har den ytterst sällan haft frukter. Sålunda har jag vid Tomarp, i närheten af Balsberg, i början af Juli förgäfves sökt frukter, ehuru växten fans i stor myckenhet. Ifrågavarande hybrid förökar sig emellertid med stor lätthet på vegetativ väg och bildar ofta stora tufvor.

Viola mirabilis L. var. *rosea*, Karsholm, på en holme i sjön. En missbildning af denna art med dubbla blommor har blifvit funnen vid Lillö i ett exemplar.

Viola mirabilis × *Riviniana* och *mirabilis* × *silvestris* torde förekomma, om ock vanligen blott i enstaka stånd eller etörre tufvor, på de flesta ställen, der föräldrarna växa i hvarandras närhet. På skuggiga ställen synas de ofta sakna blommor, men föröka sig då så mycket ymnigare genom sidoskott.

Viola canina × *Riviniana* synes vara ännu allmännare än de föregående; jag har träffat den på flera ställen i Christianstadstrakten, i Vestergötland på Billingen, på Kinnekulle och på Stallberget i Hjärpås församling, i Bohuslän vid Christineberg och på Gås-ön.

Viola tricolor L. var. *angustifolia*, med långa, smala blad, växer sparsamt bland *Psamma* och *Elymus* på hafsstranden vid Åhus.

Melandrium pratense × *silvestre* anträffades i några exemplar på »Blackan» vid Christianstad, utmed jernvägsbanken. Denna hybrid står med afseende på bladform, harighet och blomningstid ungefär midt emellan föräldrarna. Frömjölet visade ungefär 60 %

dugliga korn. Anmärkas bör dock, att äfven de stånd af föräldrarne, som växte i närheten, hade dåligt pollen.

Cerastium glutinosum FR. Fl. Hall. och Nov. ed. I, hvilken växt ej förut finnes anmärkt för Öland, anträffades vid Färjestaden på en sandig strandäng ett stycke norr om gästgifvaregården. Närmare Färjestaden, på hafsstranden, anträffades äfven (i mängd) den form af *Cerastium tetrandum*, som blifvit funnen i Skåne.

Sanguisorba minor SCOP. har under många år vuxit på vallen mellan Christianstad och Nosaby.

Orobus vernus L. var. *fl. albis et roseis*. Dessa färgvarieteter hafva i enstaka exemplar anträffats på Lingenäset vid Christianstad.

Onobrychis sativa LAM. växer på vallen mellan Christianstad och Nosaby.

Medicago falcata × *sativa* förekommer i flere former, som närma sig än den ene än den andre af föräldrarne, flerstädes på jernvägsbanken mellan Christianstad och Isgrannatorp, ymnigast nära sistnämnda plats.

Aristolochia Clematitis L. förekommer, enligt exemplar, meddelade af Hr Kyrkoherden P. EVANDER, på en åker vid Veberöds prestgård i Skåne.

Alisma ranunculoides L. var. *zosteræfolia* växer sparsamt i lergropar vid Håslöfs tegelbruk, $3\frac{1}{2}$ kilometer söder om Christianstad. Hufvudformen förekommer på detta ställe i stor ymnighet.

Cyperus fuscus L., som under de tvänne sista somrarne förekommit i stor ymnighet på de äldre lokalerna vid Råbelöfs-sjöns stränder, har påträffats i flera torfmossar på längre eller kortare afstånd från nämnda sjö, t. ex. vid Ekestads jernvägsstation, i Tomarps skog, etc.

Carex obtusata LILJEBL., som under sommaren 1886 upptäcktes vid Åhus af Hr Lektor L. M. NEUMANN, har vid under sistliden vår och sommar anställd undersökning visat sig hafva en vidsträckt utbredning i trakten, i det den förekommit ganska talrikt på sandfälten på vestra sidan om ån från hafvet ända

till ofvanför byn. Inåt landet finnes ifrågavarande växt på spridda ställen ända till midten af Horna »fure», 5 kilometer från Åhus. På detta sistnämnda ställe förekommer en yppig form med nära fotslänga strån och långa, mjuka blad, som torde förtjena att utmärkas såsom en forma *elongata*. På grund af den långvariga torkan under sistlidne sommar borttorkade de allra flesta frukterna, så att det endast var på några mindre fläckar med djupare jord som fullt utbildade frukter kunde erhållas.

Nitella capitata AG. är tvifvelsutän en af de sällsyntare arterna af detta slägte i vårt land. Utom Christianstadstrakten har hon endast tillfälligtvis anträffats. Under de sista åren, ända sedan 1875—78, då den växte ymnigt i de då nyupptagna groparne vid Sölvesborgsbanan, har hon icke observerats i Christianstadstrakten, men 1886, då nya gropar upptagits i och för anläggningen af Immelenbanan, började den visa sig der och fans 1887 i mängd. År 1884 fans den i spridda exemplar vid Sösdala, enligt exemplar meddelade från Herr Provisor J. PERSSON. (Jemf. Monogr. öfver Sveriges och Norges Characeer af L. J. WAHLSTEDT, sid. 15, noten.)

Nitella opaca AG. forma *atrovirens* finnes på flera ställen i sjön Immelen, enligt exemplar, meddelade af Fiskeriassistenten Herr Dr TRYBOM.

Nitella tenuissima A. BR., hvilken art mig veterligen förut endast blifvit tagen en gång i Sverige, år 1871, i afloppskanalen från Roma myr på Gotland, återfanns förliden sommar på samma ställe, ehuru endast i ringa mängd. Fara synes emellertid icke vara för handen för artens försvinnande ur vår flora, alldenstund talrika groende sporor observerades bland de 1887 insamlade exemplaren. Skälet till den minskade förekomsten sistlidne sommar torde vara att söka i den långvariga torkan under de närmast föregående åren, hvarigenom den ifrågavarande afloppskanalen flera gånger varit nästan uttorkad.

Nitella batrachosperma A. BR. Jag hade knapt väntat, att denna art, som växer på mycket grundt vatten, skulle finnas

qvar på sin gamla växelplats i sjön Möckeln, hvarest vattnet genom torkan sjunkit flera fot. Detta oaktadt fans hon dock temligen allmänt, ehuru ännu, i början af Augusti, väl ung.

Tolypella nidifica (MÜLL.) insamlades groende den 23 Juni vid Färjestaden på Öland tillsammans med groende plantor af *Chara crinita* och *aspera*. I en grop nedanför Snäckgårdet vid Visby anträffades en något inkrusterad form af denna art, växande tillsammans med *Chara contraria* A. BR. och *Chara aspera* WILLD. Detta är första gången, som jag anträffat *Chara contraria* i bräckt vatten.

Tolypella intricata (ROTH). Om denna art gäller detsamma, som är sagdt om *Nitella capitata*, nämligen att den i Christianstadstrakten framkommer i nyupptagna gropar, som hålla vatten hela året om. År 1884 påträffades den i stor mängd vid Sösdala af Herr Provisor J. PERSSON.

Chara stelligera BAUER. Denna växt, som förut i Sverige blifvit anträffad endast i Lefrasjön i nordöstra Skåne, upptäcktes år 1886 i Råbelöfssjön af Docenten Herr Dr HJ. NILSSON. Vid anställd undersökning befans arten ega en vidsträckt utbredning i denna sjös nordligare del. Den utvecklar sig först långt fram på sommaren, så att man icke förr än i Augusti med säkerhet kan finna henne. Längre fram på hösten upplöses hon fullständigt. Utan tvifvel har denna jämte några närstående arter med liknande växesätt stor betydelse som föda åt fiskarne.

Chara crinita WALLR. Af denna art insamlade jag 1871 vid Skälsö, söder om Visby, tvänne former, en gröfre och en finare. Af den senare fans då riklig tillgång, hvaremot den förre förekom i jämförelsevis ringa mängd. Vid besök på stället sistliden sommar återfunnos begge formerna på sina gamla växeställen, den finare dock blott i ringa mängd, under det att den gröfre fans i stor ymnighet.

Chara hispida WALLR. Öl. Resmo torfmosse.

I »Characeæ scandinavie exsiccatae» äro under N:o 36 och 37 lemnade tvänne ganska egendomliga former af *Chara baltica* FR., insamlade på Enskäret vid Karlshamn den 20/8 1870. Då

det kunde vara af intresse att erfaras, huruvida dessa former, som växa i en bland klipporna bildad, några hundra kvadratmeter vidsträckt, vattensamling, som icke står i samband med hafvet, och endast vid regn eller starkare blåst får sitt vattenförråd ökad, i senare fallet genom vågsvallet från hafvet, företog jag en exkursion till nämnda skär, och återfann de begge Charaformerna fullkomligt likadana, som de växte der för 17 år sedan. De förekommo dock icke i någon större mängd, hvilket antagligen berodde på det menliga inflytande, som de föregående årens ringa nederbörd under sommarmånaderna utöfvat.

Chara fragilis DESV. f. *verrucosa* A. BR.

En form, närmande sig denna, finnes i den bäck, som utför vattnet från Roma myr. Den utmärker sig genom små, vårtlika upphöjningar — en antydning till taggar — på stjelken.

Meddelanden från Upsala kemiska Laboratorium.

142. Analyser af gadolinit och homilit.

Af WALFR. PETERSSON.

[Meddeladt den 14 Mars 1888 genom P. T. CLEVE.]

Denna uppsats är afsedd att utgöra ett förelöpande meddelande och en sammanfattning af resultaten af några undersökningar jag på Upsala kemiska laboratorium på uppmaning och under ledning af dess prefekt, professor CLEVE, utfört, och kommer jag framdeles i en utförligare afhandling meddela detaljerna.

Materialet till gadolinitanalyserna har jag genom prof. frih. NORDENSKIÖLDS tillmötesgående erhållit från Riksmuseum.

De af mig analyserade gadoliniterna äro från:

1) *Brodabo* (I): mussligt brott, kantgenomlysande med grön färg. Pulver gröngrått, efter glödning brungrått. Förglimmar vid upphettning svagt. Afger vid upphettning i kolf vatten af sur reaktion.

2) *Nya Kårarfvet* (II): splittrigt brott, ogenomskinlig. Pulver mörkt grått, efter glödning gråbrunt. Förglimmar ej. Afger i kolf surt vatten.

3) *Ytterby* (III): mussligt brott, kantgenomlysande med klar grön färg. Pulver grönt, efter glödning mörkt olivfärgadt. Förglimmar mycket lifligt och pöser upp till en slaggig, gröngrå massa. I kolf afger den en mycket ringa mängd vatten.

4) *Karlberg* i Stora Tuna, Dalarne (IV): splittrigt brott, ogenomskinlig. Pulver svartgrått, efter glödning brungrått. Förglimmar ej. Afger i kolf surt vatten.

5) *Gamla Kårarfvet* (V): splittrigt brott, svagt kantgenomlysande med grön färg. Pulver grågrönt, efter glödning ljust olivfärgadt. Förglimmar svagt. Afger i kolf surt vatten. Med flusspat och kaliumbisulfat svag borreaktion.

6) *Hitterö* (VI): kristaller, splittrigt brott, svagt kantgenomlysande med brun-grön färg. Pulver ljusgrått med dragning i grönt, efter glödning med dragning i brunt. Förglimmar ej. Afger i kolf en mycket ringa mängd vatten.

7) *Malö* i trakten af Grimstad, Norge (VII): mussligt brott, i tunna flittror genomlysande med grå färg. Pulver mörkgrått, efter glödning kanelbrunt. Förglimmar ej. Afger i kolf rikligt med vatten af sur reaktion. Med flusspat och kaliumbisulfat tydlig borreaktion.

Gemensamt för alla är vidare att de vid upphettning i kolf utveckla en mer eller mindre intensiv bituminös lukt. Alla gelatinera lätt med saltsyra; kiselsyran, före glödningen grå, är efter densamma fullt hvit. Vid glödningen för vattenbestämningen afgaf Malö-gadoliniten 0,18 proc. CO_2 .

	I Broddbo. Eg. v. 4,225.	II Nya Kårarfvet. Eg. v. 4,002.	III Ytterby. Eg. v. 4,242.	IV Karlberg. Eg. v. 4,062.	V Gamla Kårarfvet. Eg. v. 4,235.	VII Malö. Eg. v. 4,020.
H ₂ O.....	1,40	2,38	0,52	2,38	1,46	3,36
Na ₂ O.....	0,53	0,35	0,17	0,22	0,20	0,13
MgO.....	—	0,10	—	0,06	—	0,18
CaO.....	0,10	0,46	0,30	1,81	0,07	1,84
MnO.....	0,07	sp.	0,25	0,32	0,41	0,12
BeO.....	9,90	11,00	10,17	8,87	10,13	9,30
FeO.....	10,74	9,44	11,14	8,85	10,29	5,78
Fe ₂ O ₃	2,22	2,02	1,45	3,28	1,68	3,07
Gadolinitjordar	35,16 ¹⁾	37,13 ²⁾	45,96 ³⁾	38,10 ⁴⁾	40,98 ⁵⁾	35,95 ⁵⁾
Ceritoxider	16,67 a)	13,45 b)	4,71 c)	9,70 d)	8,84 e)	14,34 f)
Al ₂ O ₃	—	—	0,58	0,79	—	—
ThO ₂	0,26	sp.	0,30	0,83	sp.	0,88
SiO ₂	23,54	23,58	24,35	24,40	24,19	23,32
	100,59	99,91	99,90	99,61	98,25	98,27

¹⁾ at.v. 101,5. ²⁾ at.v. 99,45. ³⁾ at.v. 106,4. ⁴⁾ at.v. 105,2. ⁵⁾ at.v. 96,5.
⁶⁾ at.v. 107,1.
a) at.v. 139,6, Ce₂O₃-halt 4,27 %. b) at.v. 142,3, Ce₂O₃ 6,29 %. c) at.v. 140, Ce₂O₃ 1,65 %. d) at.v. 140,2, Ce₂O₃ 2,69 %. e) at.v. 141,2, Ce₂O₃ 4,37 %. f) at.v. 141,1, Ce₂O₃ 2,35 %.

Ekvivalenttal.

	I.	II.	III.
H ₂ O.....	0,078	0,132	0,029
Na ₂ O.....	0,009	0,006	0,003
MgO.....	—	0,002	—
CaO.....	0,002	0,008	0,005
MnO.....	0,001	—	0,003
BeO.....	0,396	0,440	0,405
FeO.....	0,149	0,131	0,155
Fe ₂ O ₃	0,014	0,013	0,009
Gadolinitjordar	0,140	0,150	0,176
Ceritoxider.....	0,051	0,040	0,014
Al ₂ O ₃	—	—	0,005
ThO ₂	0,001	—	0,001
SiO ₂	0,392	0,393	0,406
	1,91	2,27	1,99

	IV.		V.		VII.
H ₂ O	0,132	} 0,650 : 3,19	0,081	} 0,639 : 3,09	0,209
Na ₂ O	0,004		0,003		0,002
MgO	0,001		—		0,003
CaO	0,032		0,001		0,033
MnO	0,003		0,006		0,002
BeO	0,355		0,405		0,370
FeO	0,123		0,143		0,080
Fe ₂ O ₃	0,020	0,010	0,019		
Gadolinitjordar	0,147	} 0,204 : 1	0,170	} 0,207 : 1	0,137
Ceritoxider	0,030		0,027		0,045
Al ₂ O ₃	0,007		—		—
ThO ₂	0,003	—	—	0,003	
SiO ₂	0,407	1,99	0,403	1,95	0,389 1,93

Förlusten i analyserna V och VII beror antagligen på halten af bor samt en större bitumenhalt. Som emellertid, såsom nedan synes, ingendera af dessa analyser är utförd på fullt ren substans, har jag ej ansett mödan värdt att kvantitativt bestämma dessa ämnen.

I likhet med hvad fallet är med föregående gadolinitanalyser visa ej dessa någon synnerlig öfverensstämmelse: n:ris I, III och V gifva ganska nära formeln $\overset{\text{II}}{\text{R}}_3(\overset{\text{VI}}{\text{R}}_2)\text{Si}_2\text{O}_{10}$, men de öfriga gifva ej någon antaglig formel.

För utrönandet af orsakerna till dessa olikheter i sammansättning har jag vid Stockholms högskolas mineralogiska institut under professor BRÖGGERS ledning utfört mikroskopisk undersökning af gadoliniterna från skilda fyndorter. Härvid visade sig, att ingen af de nu föreliggande gadoliniterna är fullt frisk och homogen utan att alla äro mer eller mindre genomgripande omvandlade. Friskast äro n:ri I, III och V, hvilka visade sig bestå af en enkelbrytande grön substans, tätt genomsett af sprickor, utefter hvilka en omvandling i brun substans (ehuru i mycket ringa utbredning) börjat och i hvilka mer eller mindre rikligt utsöndrad magnetit afsatt sig. I n:ris I, III och V synas dock dessa föroeningar ej förefinnas i så stor mängd att det

nämnvärdt kan inverka på analysresultatet. N:o VII består af en med rikligt utsöndrad magnetit impregnerad, i tunnt preparat färglös substans, enkelbrytande, tydligen en omvandlingsprodukt af den gröna enkelbrytande substansen i n:ris I, III och V. Ut- efter större sprickor synes en omvandling i brun substans men i ringa grad. N:ris II och IV hafva till grundmassa en i tunnt preparat färglös, svagt dubbelbrytande substans med sprickor, utefter hvilka en genomgripande omvandling i enkelbrytande brun substans och utskiljning af mycket magnetit ägt rum. I n:o IV uppträder dessutom ymnigt, utfyllande större sprickor, en grumlig, grön, dubbelbrytande, pleokroitisk substans. N:o VI består af dubbelbrytande dels grön dels brun substans med ganska rikligt utskild magnetit. I hvilket förhållande dessa substanser stå till hvarandra är här icke så klart som hos de enkelbrytande gadoliniterna, när de uppträda i ungefär lika myckenhet och ofta bredvid hvarandra med skarpa gränser såsom olika zoner i kristallen. Att närmare gå in på denna fråga ligger utom planen för denna uppsats; antagligen är emellertid äfven här den bruna substansen en omvandlingsprodukt af den gröna.

Af slipprofsundersökningen framgår, att vi äga minst två slag af frisk gadolinitsubstans näml. den gröna enkelbrytande och den gröna dubbelbrytande. Som emellertid den enkelbrytande stundom uppträder i tydliga monosymmetriska kristaller, måste den i sin tur vara en omvandlingsprodukt af den dubbelbrytande. Analyser af fullt rent material af begge dessa olika substanser borde gifva ett begrepp om arten af denna omvandling.

Professor BRÖGGER har välvilligast utfört den besvärliga isoleringen af rent material till följande analyser:

	VIII Ytterby (ren). Eg. v. 4,288.	VI Hitterö (ren). Eg. v. 4,509.	VIII Ytterby.	VI Hitterö.
Ekvivalenttal.				
H ₂ O	0,37	0,54	0,021	0,030
Na ₂ O	0,15	0,19	0,002	0,003
MgO	0,12	0,21	0,003	0,005
CaO	0,42	0,84	0,007	0,015
MnO	sp.	0,22	—	0,003
BeO	9,91	9,65	0,396	0,384
FeO	13,01	11,13	0,181	0,155
Fe ₂ O ₃	0,46 ¹⁾	0,36	0,003	0,002
Gadolinitjordar	44,30 ²⁾	46,75 ³⁾	0,172	0,179
Ceritoxider.....	7,39 <i>a)</i>	5,29 <i>b)</i>	0,022	0,016
ThO ₂	0,41	0,39	0,002	0,002
SiO ₂	23,88	24,28	0,398	0,405
	100,42	99,93		2,06

¹⁾ med spår af Al₂O₃.

²⁾ at.v. 104,6. ³⁾ at.v. 106,35.

a) at.v. 140, Ce₂O₃ 2,59 %. *b)* at.v. 138,15, Ce₂O₃ 1,15 %.

Dessa analyser visa att begge dessa substanser hafva samma formel: $\overset{\text{III}}{\text{R}}_3(\overset{\text{VI}}{\text{R}}_2)\text{Si}_2\text{O}_{10}$; vi hafva således här framför oss ett fall då *en kristalliserad substans genom blott och bart molekyllär om-lagring öfvergått i amorf*.

Ytterbygadoliniten förglimmar, som nämndt är, vid upphettning och pöser upp, hvarvid den lider en vigtförlust af 0,24 proc.; efter förglimningen är den dubbelbrytande och har eg. v. 4,519. Vattnet afgår vid en betydligt lägre temperatur än den, vid hvilken förglimningen äger rum. Hitterögadoliniten hvarken förglimmar eller pöser; efter upphettningen (vigtförlust 0,41 proc.) är eg. v. 4,731.

Egenskapen att vid upphettning förglimma synes uteslutande tillkomma den gröna substansen och stå i nära samband med dess friskhet. Från samma fyndort (Ytterby, Broddbo) visa olika stycken ofta olika förhållande vid upphettning, och har det i slippof visat sig att de, som icke förglimma, undergått om-

vandling i samma riktning som de likaledes icke förglimmande gadoliniterna nr:is II, IV och VII. Hitterögadoliniten förglimmar i allmänhet icke; den består också nästan alltid af en intim blandning af grön och brun substans; ett stycke, som svagt förglimmade, visade sig i slippof bestå af särdeles frisk grön substans utan brun.

Utom hos Hitterögadoliniten har jag blott hos gadolinit från Österby i Dalarne påträffat dubbelbrytande grön gadolinitsubstans. Den är här synnerligen frisk och fri från brun substans, men tyvärr så tätt sammanväxt med ortit, fluocerit, xenotim etc., som ej med kända isoleringsmetoder kunna fränskiljas, att inga undersökningar angående dess egenskaper kunde göras.

Isomorf med gadolinit är *homilit*, hvars sammansättning lika litet som gadolinitens genom de förut publicerade analyserna blifvit fullt klargjord. Professor BRÖGGER har funnit att homiliten är underkastad en genomgripande omvandling och att på grund här af ej friskt analysmaterial stått dem, som analyserat homilit, till buds, och äro således de gamla analyserna utan värde för bedömandet af den friska homilitens sammansättning. På denna grund anmodade han mig att för sitt arbete om de norska syeniternas gångmineral analysera fullkomligt rent material. Denna analys, för hvilken närmare redogörelse lemnas i nyssnämnda prof. BRÖGGERS arbete, gaf följande resultat:

		Ekvivalenttal.	
H ₂ O	0,79	0,044	} 0,814 : 3,04
Na ₂ O	0,75	0,012	
CaO	29,54	0,528	
FeO	16,74	0,230	
Fe ₂ O ₃	0,88	0,005	} 0,268 : 1
Ce ₂ O ₃	0,24	0,001	
Al ₂ O ₃	2,72	0,026	
B ₂ O ₃	(16,51)	0,236	
SiO ₂	31,83	0,530	1,98.
	<u>100,00.</u>		

Analysen visar sålunda riktigheten af den på grund af isomorfin med Datolit antagna formeln $\overset{\text{II}}{\text{R}}_3(\overset{\text{VI}}{\text{R}}_2)\text{Si}_2\text{O}_{10}$ eller i hufvudsak $\text{Ca}_2\text{FeB}_2\text{Si}_2\text{O}_{10}$.

Vegetationen på Vermlands hyperitområden.

Växtfysiognomiska och växtgeografiska studier.

Af G. E. RINGIUS.

[Meddeladt den 14 Mars 1888 genom V. B. WITTRÖCK.]

Sommaren 1887 företog jag med understöd af Kongl. Vetenskapsakademien en botanisk resa genom Vermland för växtfysiognomiska och växtgeografiska studier. Jag tog till uppgift för sommaren att studera vegetationen på Vermlands hyperitområden och framlägger resultaten af denna resa uti följande reseberättelse.

Redan förut hade jag i närheten af Kristinehamn på hyperitplataerna träffat en del kalkväxter. Uti L. M. LARSSONS förtjenstfulla flora öfver Vermland och Dal hade jag vidare sett uppgifter om ovanligare växters förekomst på denna bergart i Vermland. Dessa uppgifter äro delvis hemtade ur C. G. MYRINS »anmärkningar om Vermlands och Dals vegetation» (Kongl. Vetenskaps-Akademiens handlingar för år 1831), der det heter, att vegetationen på Vermlands »grönstensberg» är vackrare än på något gråstensberg samt att dessa »vulkaniska» bergarter äro bland de för växterna mest gynsamma. A. E. TÖRNEBOHM nämner också i sin geologiska beskrifning öfver Vermland, att hyperiten bidrager genom den rikare växtlighet, hvaraf den i följd af sin stora halt af labrador är beklädd, i hög grad att gifva omvexling och behag åt jerngneistrakternas eljes temligen enformiga landskapsbilder. Med denna förkunskap om vegetatio-

nen på hyperitområdena i Vermland beslöt jag ifrågavarande sommar söka utreda, huruvida den rikare och yppigare vegetation, man trott sig finna på dessa områden, verkligen tillhör dem.

Hyperiten i Vermland är uteslutande bunden vid det breda jerngneisbälte, som mot Venern utbreder sig mellan städerna Karlstad och Kristinehamn och från SSO. i NNV-lig riktning genomstryker hela provinsen upp mot Norge. Inom jerngneisen uppträder hyperiten i enstaka fall som en genombrytande massa eller verkliga gångar, men i allmänhet som inlagrade bäddar. Den höjer sig öfver gneisen än i form af långsträckta ryggar, än i form af platåer.

Dessa hyperitområden har jag undersökt från Venernsöarna utanför Väse, Ölme och Varnum upp till sjön Rögden i Östmark vid riksgränsen. På öarna och i södra delen af fastlandet uppträder hyperiten i form af lägre platåer, först i mellersta Vermland och sedan norrut antaga hyperitbäddarna formen af långsträckta ryggar, högre ju mer man närmar sig Norge.

I. Vegetationen på öarna.

På öarna påträffas hyperit å Härön, östra Timmerön samt diorit å Härön, Raholmarna, södra Timmerön, Alfön och Ramholmen. Bäddarna äro jmförelsevis låga och uppträda i form af flata hallar. På hyperiten förekomma våra skogsträd alltför glest för att bilda bestånd. Man påträffar både barr- och löfträd, men utan särdeles växtlighet. I undervegetationen förmärkes endast undantagsvis en och annan kalkväxt, t. ex. *Convallaria polygonatum* och *Anthyllis vulneraria*¹⁾.

II. Vegetationen å platåerna i södra delen af fastlandet.

Hyperitbäddarna å fastlandet antaga mot Venern samma karakter som på öarna; de äro mestadels af ringa omfång, låga

¹⁾ Jag följer i berättelsen samma nomenklatur, som blifvit använd i elfte upplagan af Skandinavians flora af HARTMAN.

och osammanhängande. Här uppträda dock bestånd af både björk och tall, men mestadels gran; äfven blandskogsbestånd saknas icke. Dessa bestånd karakteriseras dock icke af någon mera yppig eller ovanlig vegetation. Från Ölme kan jag dock anföra några kalkväxter: *Poa compressa* och *Anemone hepatica* (på flera ställen), *Geranium sanguineum*, *Convallaria polygonatum* (Sikterud), *Viscaria vulgaris* och *Astragalus glycyphyllus* (Liksåsen). Vid Trefors i Ölme upptecknades från en art lunddäld utmed vattendraget Ölman i skogsskiktet *Alnus incana*, i fältskikten *Stellaria nemorum* och *Impatiens noli tangere*, *Calamagrostis phragmitoides*, *Triticum caninum* och *Struthiopteris germanica*.

III. Vegetationen å de högre hyperitryggarne.

1. Formationernas fördelning.

Af dessa områden har jag besökt Valserudsberget och Råglandaberget i Nyed, Thorsberget i Öfre Ullerud, Getkärnsklätten i Sunne och Ränneberget i Östmark. Getkärnsklätten består icke af hyperit, utan af diabas eller trapp. C. G. MYRIN kallar bergarten syenit. TÖRNEBOHM betecknar äfven detta berg på Vermlands geologiska karta som ett hyperitberg, och jag tror mig kunna räkna äfven Getkärnsklätten till hyperitområdena, enär man stundom i benämningen trapp inbegriper både diabas, diorit och hyperit.

De Vermländska hyperitbergen användas till betesmarker, och då dessa försämras, svedjas (bråtas) de i smärre bitar. Nakna hyperitklippan ligger uppe på bergsryggen sällan i dagen, enstaka flyttblock af gneis uppträda dock här och hvar. Gräfter man igenom det tunna, magra myllagret, påträffas fin hvit eller röd sand. Sjelfva topparna bära följaktligen tydliga lemningsar efter istiden. Att denna jordmån icke är i stånd att alstra någon yppigare vegetation, är temligen klart, då denna senare esomoftast, som nämndt, utsättes för yxan och elden. Några homogena växtsamhällen af gran, tall eller björk påträffas

derföre icke, endast i allmänhet yngre blandskog med tall, björk och gran samt mera sällan gråal i ojemn blandning.

Bergsidorna äro olika sluttande och följaktligen klädda med olika vegetation. Ibland äro bergväggarna mycket branta och sakna då alla högre växtformer, eller klädas de med enstaka barrträd, vanligen tallar, som icke sällan uppnå timmerdimensioner. Å en del hyperitberg äro sidorna utfyllda med morängrus, hvori hyperiten ingår som en beståndsdel, men man kan på deras vegetation i *allmänhet*, om man frånser den större yppigheten, icke märka någon skilnad från gneisbergens. Äro bergsidorna åter mera utfyllda med hyperitrös, täckta af fet växtmylla, träffas der hvarjehanda träd, till och med våra ädlare löfträd, ehuru allt för glest för att bilda något bestånd eller i större mån bestämma undervegetationen. Dessa sluttningar vattnas icke sällan af snövattens- och regnbäckar, som föra med sig större kvantiteter förvittringsprodukter från högre liggande delar af hyperitbergen. Härigenom alstras de ståndorter, som karakterisera våra högre hyperitberg, t. ex. Thorsberget, Getkärnsklätten och Ränneberget, och som hysa den vegetation, som så mycket ådragit sig botanisters och äfven geologers uppmärksamhet.

Nämde förvittringsprodukter kunna naturligtvis, om vattenflödena utför bergsidorna äro häftigare, såsom t. ex. på Getkärnsklätten och Ränneberget, föras långt ned på morängruset nedanför hyperitberget. Vid foten af brantare hyperitberg finner man derföre någon gång en lunddäld eller ståndort med delvis samma yppiga och ovanliga vegetation som uppe på förutnämnda bergsidor. Äfven förmärkes vid bergsrötterna på en del brantare hyperitberg en art lundbacksformation, som, om den ännu icke hunnit någon större utsträckning, dock borde kunna vinna terräng, om ej yxan och elden hämmade dess utveckling eller granen toge öfverväldet. På de nedre bergsidorna och nedanför hyperitbergen synes i allmänhet annars gråalsformationen vara herre ¹⁾).

¹⁾ Vid tal om formationernas fördelning på hyperitområdena är det ej kanske ur vägen att nämna något om densamma på ett af områdets högsta gneis-

2. Formationernas sammansättning.

Lunddäldsformationen

är ytterst sällsynt inom området. På de högre hyperitbergen har jag iakttagit endast en ståndort, nämligen vid *Sandnäset* i den s. k. björndalen nedanför Getkärnsklätten, och meddelar här en anteckning öfver densamma från den 10/7 1887.

Underlaget är hyperitblandadt morängrus med djup, fet mylla. Marken lutar 20° åt vester och egde efter regn fuktighetsgrad 5 af 10-gradig skala. Platsen är helt liten, 15 steg i bredd och 20 i längd från norr till söder, och begränsas i N. af en ängsbacke, i V. af källdrag, i Ö. af hyperitberget, hvarifrån ståndorten skiljes genom ett upptill skogbeklädt rös; i S. öfvergår formationen i en art lundbacksformation. Bevattnings-sätt yt- och grundvatten. Reliefen mycket ojemn af stora stenar. Vegetationen består af rikliga — ymniga löfträd, som gifva beskuggningsgrad 4 af 5-gradig skala, strödda buskar och telnin-gar, tunnsådda gräs, ymniga örter och tunnsådda mossor. På stenar och stubbar äro mossorna strödda. Lafvarna på träden äro rikliga.

Högskogsskikt: riklig *Ulmus montana*, enstaka *Prunus padus*.

Lågskogsskikt: tunnsådd *Alnus incana*, enstaka *Prunus padus*, *Sorbus aucuparia*, *Betula odorata*, *Ulmus montana* och *Corylus avellana*. *Snårskikt:* tunnsådd *Ulmus montana*, *Alnus incana* och *Lonicera xylosteum*, enstaka *Sorbus aucuparia*, *Pinus abies* och *Acer platanoides*.

berg Tossebergsklätten vid sjön Fryken i Sunne. Öfver toppen utbreder sig en ljunngo med tunnsådda martallar och enar samt enstaka björkar, granar och sälgar. På vestra slutningen märktes ytterst gles tall med en och annan gran och asp. Längre ned påträffades enstaka tall- och grandungar. Östra slutningen mot Fryken var beklädd med ytterst gles gran-, tall- och barrblandskog. Här och der funnos obetydliga gråalsnår. Åt sjön till syntes en gles björkskog söka utveckla sig. Mot foten af klätten utbreddes sig låga och glesa alsnår. Någon yppigare vegetation kunde icke iakttagas ens i försänkningarna på sidoslutningarna, ej heller några betydligare partier förvittringsprodukter. Tosseberget är också bekant för sin ofruktbarhet.

Fältskikten sammanflyta. Det mellersta synes rikligast utfyllt och det lägsta alldeles underordnadt. De bestå mest af örter, det högsta har dertill strödda buskar; det lägsta saknar gräs.

Högsta fältskiktet:

telningar, enstaka *Ulmus montana* och *Acer platanoides*; buskar, strödda *Lonicera xylosteum*, enstaka *Rubus idæus*; gräs, tunnsådd *Calamagrostis arundinacea* (fläckvis), enstaka *Melica nutans*, *Milium effusum* (fläckvis) och *Calamagrostis phragmitoides*; örter, strödd *Stachys silvatica*, tunnsådd *Cerefolium silvestre*, enstaka *Asplenium filix femina*, *Polystichum filix mas*, *Lactuca muralis*, *Vicia sepium*, *Valeriana sambucifolia*, *Angelica silvestris*, *Spiræa ulmaria* (fläckar).

Mellersta fältskiktet:

telningar, enstaka *Acer platanoides*; gräs, tunnsådd *Equisetum pratense*, enstaka fläckar (på stenar) *Poa nemoralis*; örter, ymnig *Stellaria nemorum*, riklig *Stachys silvatica*, strödda *Vicia sepium* och *Cerefolium silvestre*, tunnsådd *Lactuca muralis*, enstaka *Actæa spicata*, *Paris quadrifolia*, *Polystichum spinulosum*, fläckvis *Impatiens noli tangere* och *Convallaria multiflora*.

Lägsta fältskiktet:

telningar, enstaka *Acer platanoides*; örter, tunnsådd *Viola mirabilis* och *silvatica*, *Oxalis acetosella*, enstaka *Solidago*-blad, *Anemone hepatica*, fläckvis *Convallaria majalis*, *Circæa alpina*, *Majanthemum bifolium*, samt på sten *Arenaria trinervia* och *Veronica chamædryis*.

Längre ned mot källdraget växte ymnig *Struthiopteris germanica*. I detta senare bland annat *Poa sudetica*.

Lundbacksformationen,

som enligt HULT är den för södra Blekinge mest karakteristiska formationen, har här ej ännu hunnit utveckla sig, och kanske

hinner den aldrig någon utveckling på grund af främmande intrång och människans ingripande. Platsen för densamma skulle naturligtvis vara på nedersta sluttningarna och vid foten af ifrågasvarande berg. Uti den här förekommande lundbacksartade formationens trädvegetation ingå de ädlare trädslagen alm, lönn, lind, ask och asp, med buskar af hassel, *Lonicera*, *Ribes*arter och *Juniperus*. Äfven uti aldungar synes denna formation kunna utveckla sig.

Från en art lundbacke vid *Sandnäset* nedanför *Getkärnsklätten* på morängrus med hyperit, hvilken utgjorde en omedelbar fortsättning mot söder af förut beskrifna lunddäld, antecknades i den föga yppiga undervegetationen *Orobus vernus*. I skogs- och snårskiktet, som ej bildade något bestånd, märktes *Ulmus montana* med 116 cms stamomkrets, *Acer platanoides* med 159 cms, *Tilia europæa* med 149 cms och *Populus tremula* samt *Corylus avellana*. Mera söder- och vesterut öfvergick denna smala lundbacksremsa uti en örtbacke.

Nedanför *Råglandaberget* på liknande morängrus växte en liten *aspdunge* med rikligt lågskogsskikt. I snårskiktet fans *Prunus padus*, *Juniperus*, *Lonicera xylostemum* samt *Ribes rubrum*. I högre fältskiktet grantelningar och *Polystichum filix mas*. De lägre fältskikten bildade intet bestånd; det mellersta med häggtelningar, *Juniperus* och *Myrtillus nigra*, det lägre med häggtelningar, *Geranium silvaticum* och *Anemone hepatica*. Marken till en stor del naken utan mossor.

En liten *hasseldunge* vid sidan af förra ståndorten hyste delvis tynande växtlighet, der skuggan var för stark. Undervegetationen icke beståndsbildande, med gran-, asp- och *Lonicera*-telningar, *Polystichum filix mas*, *Spiræa ulmaria*, *Actæa spicata* och *Polypodium dryopteris*, *Anemone hepatica*, *Viola mirabilis*, *Oxalis acetosella*, *Fragaria vesca*, *Viola silvatica* samt *Paris quadrifolia*. Mossor endast på stenarna och der strödd. Omgifningar gråal.

Ung *alskog* nedanför *Getkärnsklätten* på hyperit sträckte sig mot sjön Rotten nedanför »ekdalen», men utmärkte sig icke

för någon ovanlig fruktbarhet eller undervegetation, oaktadt ett litet källdrag ledde genom densamma från klätten. Dock bör anmärkas, att denna alskog var blandad med *Populus tremula* och *Fraxinus excelsior*, hvilka trädslag bildade små bestånd. I deras undervegetation förmärktes ingen skilnad från den unga alskogens. I öfvervegetationen uppträdde dock enstaka *Prunus padus* och *Corylus avellana*. Sluttningen mot sjön var starkare. Man kunde misstänka, att man här hade framför sig en lundbacksartad formation, men undervegetationen påminner ej derom.

Gråalsformationen.

Den är mycket utbredd på de nedre bergsluttningarna, isynnerhet på östra sluttningen af Ränneberget, och vid bergsrötterna, men synes lida intrång af granen och på ett och annat ställe af de ädlare löfträden. Uti denna formation har jag annars ej förmärkt någon ovanlig vegetation mer än på en ståndort på *Råglandaberget*, som hyste en del hyperitväxter.

Ung gråalskog med Lonicerasnår d. $\frac{8}{7}$ 1887. Underlaget mylla på hyperit. Marken lutar upptill 40° och nedtill $20'$ mot SV. och har fuktighetsgrad 3. Platsen är liten, c:a 40 steg åt hvardera hållet, och gränsar i NO. till hyperitklippan i SV. till ängsbacke, uti N. och S. till blandad granskog. Bevattningssätt yt- och grundvatten. Reliefen mycket ojmn, isynnerhet i öfre kanten, der den öfvergår till rös. Under granarna är marken bar; under *Lonicera* och *Ribes* mycken bråte. I södra kanten en stor hägg.

Vegetationen består af ymniga löfträd, som gifva beskuggningsgraden 4, ymniga buskar, tunnsådda ris, strödda fläckar gräs, rikliga örter och tunnsådda mossor. På stenar äro mossorna rikliga — ymniga; lafvar på marken saknas.

Högskogsskikt saknas. *Lågskogsskikt*, ymnig *Alnus incana*, 32 cms stamomkrets, långt ned grenig, enstaka *Pinus abies*, frodig och tätgrenig. *Snårskikt*, strödd *Alnus incana*, ymnig *Lonicera xylosteum*, strödd *Ribes rubrum*.

Högsta fältskiktet:

telningar, strödd *Alnus incana*, enstaka *Prunus padus*;
 buskar, strödda *Rubus idæus*, *Lonicera xylosteum*, *Ribes rubrum*, tunnsådd *Ribes grossularia*;
 gräs, strödda fläckar *Poa nemoralis*; enstaka *Melica nutans*;
 örter, strödd — riklig *Urtica dioica* (öfre kanten), tunnsådd
Polystichum filix mas, enstaka *Asplenium filix femina*, *Epilobium angustifolium* (röset).

Mellersta fältskiktet:

telningar, strödd *Alnus incana*, enstaka *Prunus padus*;
 buskar, tunnsådd *Ribes rubrum* och *grossularia*, *Rubus idæus*;
 gräs, enstaka *Poa pratensis* och *Equisetum pratense* (fläckar);
 örter, riklig *Polypodium dryopteris* (fläckvis), strödd *Urtica dioica*, tunnsådd *Stachys silvatica*, enstaka *Ranunculus repens*, *Actæa spicata*, *Pteris aquilina*, *Geranium robertianum*, *Hypericum quadrangulum* (fläckar).

Lägsta fältskiktet:

telningar, strödd *Alnus incana*, enstaka *Prunus padus*;
 ris, tunnsådd *Myrtillus nigra*;
 gräs, enstaka *Luzula pilosa*-blad;
 örter, strödda fläckar *Oxalis acetosella*, *Majanthemum bifolium*,
 tunnsådd *Fragaria vesca* och *Trientalis europæa* (fläckvis),
 enstaka *Veronica chamædrys*, *Geranium robertianum*, *Viola silvatica*, *Vicia sepium* och *Epilobium montanum*.

Bottenskikt: mycket glest mosstäcke.

Granskogsformationen.

Granen synes vara det träd, som, lemnadt åt sig sjelf, skulle utveckla kraftiga bestånd och göra sig till herre på alla våra brantare hyperitområden. På grund af människans ingripande finner man nu endast undantagsvis några fullt utvecklade granformationer på sluttningarna af de högre hyperitbergen och i dessa icke någon särskildt anmärkningsvärd vegetation. Exempel förekomma dock på att äfven i denna formation hyperitväxter kunna vinna inträde. Jag meddelar här en anteckning från en

Granskog på Rågländaberget d. $\frac{8}{7}$ 1887. Underlaget är mylla på hyperitblandadt morängrus. Marken sluttar 25° mot norr, eger fuktighetsgrad 3. Platsen, en sluttning på berget, är 40 × 44 steg. Gränser, liknande formation, men på sidorna mera löfskog med *Alnus incana* och *Betula*. Bevättning, yt- och grundvatten. Reliefen stenig och med en större håla. Tvänne vallvägar i Ö. och V. om ståndorten. Nedanför en liten öppen plats med *Ribes*arter.

Vegetationen består af rikliga granar samt enstaka löfträd, som gifva beskuggning 3, strödda tunnsådda buskar, ymniga — rikliga ris, tunnsådda gräs, rikliga örter och ymniga mossor. Lafvarna på marken enstaka, på träd rikliga.

Högskogsskikt, riklig *Pinus abies* med ända till 26,48 met. höjd och 106 cms medelomkrets af 10 mätta träd. *Lågskogsskikt*, sammanflytande med föregående, enstaka *Pinus abies*, *Sorbus aucuparia* och *Alnus incana*. *Snårskikt*, strödd *Pinus abies*, enstaka *Alnus incana*, *Betula odorata* och *Salix caprea*, strödd *Lonicera xylosteum* och *Ribes rubrum*.

Högsta fältskiktet:

telningar, tunnsådd *Pinus abies* och *Alnus incana*, enstaka *Betula odorata*;
buskar, strödd *Lonicera xylosteum*, tunnsådd — strödd *Rubus idæus*;
ris, enstaka *Myrtillus nigra*;
örter, enstaka *Polystichum filix mas* och *Asplenium filix femina*.

Mellersta fältskiktet:

telningar, tunnsådd *Pinus abies*, enstaka *Sorbus aucuparia* och *Salix caprea*;
ris, strödd *Myrtillus nigra*;
gräs, enstaka *Calamagrostis arundinacea*, *Equisetum pratense* (fläckar), *Poa nemoralis* (fläckar);
örter, riklig — ymnig *Polypodium dryopteris* (fläckar), tunnsådd *Vicia sepium* och *Polypodium phegopteris*, enstaka *Polystichum filix mas* och *spinulosum*, *Ranunculus acris*,

Solidago virgaurea, *Hieracium* sp., *Actæa spicata* (*i ren skugga*), *Paris quadrifolia*, *Pteris aquilina*, *Lactuca muralis* (fläckar) och *Epilobium angustifolium* (på stubbar).

Lägsta fältskiktet:

telningar, tunnsådd *Pinus abies*, enstaka *Betula odorata*; buskar, tunnsådd *Ribes rubrum* och *Rubus idæus*; ris, ymnig, men steril *Lycopodium selago* (fläckvis), riklig *Vaccinium vitis idæa* (fläckvis), strödd *Linnæa borealis*; gräs, tunnsådd *Luzula pilosa* och *Carex digitata*, enstaka *Poa pratensis*;

örter, riklig -- strödd *Oxalis acetosella*, strödd *Fragaria vesca*, *Viola silvatica* och *Majanthemum bifolium*, tunnsådd *Trientalis europæa*, *Anemone hepatica* och *Pyrola secunda* (fläckvis mest på sten), enstaka *Veronica chamædryas*, *Anemone nemorosa*, *Polypodium vulgare*, *Pyrola uniflora* och *P. rotundifolia*, riklig i östra kanten.

Bottensskikt: ymnigt mosstäcke.

Tallskogsformationen

synes litet eller intet representerad. Endast ett rent tallbestånd har jag iakttagit, näml. på södra sidan af *Råglandaberget*; men dess vegetation företedde ingenting anmärkningsvärdt.

Blandskogsformationerna

intaga, som nämndt, ryggarna på högre hyperitbergen, men de användas till kolning eller svedjas, innan de nå någon starkare utveckling. Någon hyperitvegetation har jag i allmänhet ej iakttagit i desamma, hvadan det ej kan vara skäl att upptaga utrymmet med några ståndortsanteckningar från dem. Några afvikelser från deras vanliga karakter visade en *blandskog* på öfversta toppen af *Råglandaberget*. Största procenten af träden utgjordes af gran, dernäst gråal, björk och tall. Träden af medelmåttig växt; en del granar, tallar och gråal af gröfre dimension. Snårskiktet bestod af hvarjehanda löfträd och buskar. En och annan rönn och sälg af späd växt. Af buskar må framhållas

enstaka *Berberis vulgaris*, hasselbuskar samt strödda *Lonicera xylosteum*, *Juniperus* och grantelningar.

Fältskikten klena: mest ormbunkar (*Pteris*). Rikliga ris och yppig mossmatta. Äfven stenarna mossbetäckta. Träden med rikliga lafvar. Jordmånen rödaktig, kolblandad hyperitmylla på sandbotten. Fuktighet ringa. Beskuggning 3 à 4. Relief ojemn.

Björkskogsformationen

uppträder icke i rena, utvecklade bestånd på sjelfva bergen, men väl nedanför och vanligtvis på hyperitblandadt morängrus, mera sällan på ren hyperit. Jag har dock i densamma icke gjort några observationer, som visat någon skilnad från gneistrakternas björkformation.

Uti ett busksnår på södra sluttningen af *Rännebergsklätten*, bestående af björk och al, märktes *Alnus glutinosa* och *Salix* vagans.

3. Ståndorterna.

De brantare sluttningarna å de högre hyperitbergen karakteriseras icke af några homogena växtsamhällen. Deras lutning, jordmån och fuktighet äro högst olika. Vegetationen måste därför blifva mycket vexlande. Ibland sakna de trädvegetation, understundom förekomma dock barrträd eller löfträd, men alltför glest för att bilda bestånd.

Man kan på dessa sluttningar urskilja tvänne slags ståndorter: 1:o sådana, som bildas i försänkningar med ymnigare bevattning, rikare och fetare mylla samt yppigare vegetation med mera sammanflytande fältskikt, och 2:o sådana ståndorter, som äro torrare och mindre myllhaltiga, men hvilka äfven riktas med vittringsprodukter från högre liggande partier och därför äfven hysa en ovanlig växtlighet. Ur mina många anteckningar öfver sådana ståndorter vill jag här nedan lemna några kortfattade teckningar af dem, som innehålla den ovanligaste och för de högre hyperitbergen utmärkande vegetationen.

A) Myllhaltigare och fuktigare ståndorter.

Bergslutning, »Ekdalen» å *Getkärnsklätten* ¹⁹/₇, 87. Underlaget mylla på hyperitrös. Marken lutar 45° mot V. och hade fuktighetsgrad 5 efter en dags regn. Platsen gränsar i Ö. till hyperitklippan, som ett stycke ifrån är lodrät och skyhögt. Relief ojämn af det uppstickande röset.

Vegetationen består af enstaka träd, som gifva beskuggning 2, enstaka telningar och buskar, tunnsådda ris, ymniga gräs, strödda örter och tunnsådda mossor.

Snårskiktet: enstaka *Betula odorata*, *Sorbus aucuparia* och *Pinus abies*; enstaka *Juniperus communis*; tunnsådd *Calamagrostis arundinacea*.

Högsta fältskiktet:

telningar, enstaka *Pinus abies*;

buskar, enstaka *Lonicera xylosteum*;

gräs, enstaka *Calamagrostis arundinacea* och *Melica nutans*;

örter, strödd *Pteris aquilina*, tunnsådd *Solidago virgaurea*, enstaka *Orobus vernus* (94 cms hög) och *Epipactis latifolia* (56 cms hög).

Mellersta fältskiktet:

telningar, enstaka *Pinus abies*;

gräs, ymniga *Calamagrostis arundinacea*-blad;

örter, strödda *Convallaria majalis* och *Rubus saxatilis*, tunnsådda *Convallaria polygonatum* och *Solidago virgaurea*-blad; enstaka *Orobus vernus* och *niger*, *Vicia silvatica*, *Erigeron elongatus*, *Sedum rupestre*, *Astragalus glycyphyllus*, *Hypericum perforatum*, *Viscaria vulgaris*, *Lotus corniculatus* och *Lathyrus pratensis*.

Lägsta fältskiktet:

ris, tunnsådda *Vaccinium vitis idæa*;

örter, tunnsådda *Anemone hepatica*, enstaka *Prunella vulgaris*, *Veronica officinalis* och *Fragaria vesca*.

Bottenskiktet: tunnsådda mossor ¹).

¹) På samma slutning, dock längre söderut, lära växa talrika små ektelningar; men ungdomen brukar om söndagarna företaga utflygter till »Ekdalen» och

Bergslutning, Thorsberget, Ö. Ullerud d. 12/7 87. Underlaget mylla på ren hyperit. Lutningen 40° åt NO. Fuktighetsgrad 5 efter regn. Gränisar i SV. till blandskog med gran. Reliefen ojämn af stenar, tufvor och bråte.

Vegetationen består af enstaka — tunnsådda buskar och telningar (beskuggning ojämn, i öfre delen från omgifningen 4), tunnsådda gräs, ymniga — rikliga örter, ymniga mossor.

Snårskikt: enstaka *Prunus padus* och *Sorbus aucuparia*, enstaka *Lonicera xylosteum*, tunnsådd *Milium effusum*.

Högsta fältskiktet:

telningar, enstaka *Prunus padus*;

buskar, riklig *Rubus idæus* (mot nedre kanten);

gräs, tunnsådd *Milium effusum*, enstaka *Melica nutans* och *Calamagrostis arundinacea*;

örter, enstaka *Polystichum spinulosum* och *felix mas*, *Asplenium filix femina*, *Actæa spicata*, *Melandrium silvestre*, *Campanula persicæfolia*, *Cerfolium silvestre* och *Lactuca muralis*.

Mellersta fältskiktet:

telningar, enstaka *Prunus padus* och *Sorbus aucuparia*;

buskar, enstaka *Lonicera xylosteum* och *Rubus idæus*;

gräs, enstaka *Agrostis vulgaris* (fläckar), *Poa trivialis* (fläckar) och *nemoralis* (fläckar), *Festuca rubra*, *Luzula pilosa* och *Equisetum pratense*;

örter, strödda *Impatiens noli tangere*, *Polypodium dryopteris* (fläckv.), tunnsådd *Stellaria nemorum*, *S. friesiana* (fläckv.) och *Polypodium phegopteris* (fläckv.), enstaka *Ranunculus acris*, *Lactuca muralis*, *Actæa spicata* och *Epilobium montanum* (fläckv.).

Lägsta fältskiktet:

telningar, enstaka *Betula odorata*;

örter, ymnig — riklig *Impatiens noli tangere*, riklig *Circæa alpina* (fläckv.), strödd *Oxalis acetosella*, tunnsådd *Arenaria trinervia* (fläckv.), enstaka *Trientalis europæa*, *Chrysosple-*

hemföra då en och annan telning, hvadan detta träd ej kan få någon framfart på detta berg.

nium alternifolium, Fragaria vesca, Lactuca muralis, Geranium silvaticum, Cirsium palustre, Anemone nemorosa, Solidago virgaurea-blad, Galium triflorum (fläckv.) och Majanthemum bifolium (fläckar).

Bottenskikt: mossor ymniga.

Bergsluttning vid Tväråna *nedanför Ränneberget* d. 26/7 87. Är egentligen en bäckdäld med aflopp för snövatten- och regnbäckar från berget, men var för tillfället i slutet af Juli alldeles torr. Underlaget hyperitblandadt morängrus med magrare (sandblandad) mylla. Lutning 15° i Ö. Fuktighetsgrad 4. Gränsar i N. och S. till örtbacke i V. till bergsluttningen, bevuxen med albuskar. Bottnen här och hvar full af bråte.

Vegetationen, något källdragsartad, består af enstaka buskar, som icke lemna någon beskuggning, strödda gräs, ymniga örter, osammanhängande mosstäcke.

Snårskiktet: enstaka *Salix nigricans*, tunnsådd *Calamagrostis lanceolata*, riklig *Spiræa ulmaria* (öfre delen), enstaka *Epilobium angustifolium*, *Valeriana sambucifolia* och *Struthiopteris germanica* (nedre delen).

Högsta fältskiktet:

buskar, enstaka *Rubus idæus*;

gräs, strödd *Agrostis vulgaris*, enstaka *Phleum pratense*, *Aira cæspitosa* och *Poa sudetica* (fläckv.);

örter, ymnig *Struthiopteris germanica*, riklig *Stellaria nemorum*, strödd *Mulgedium alpinum*, tunnsådd *Asplenium filix femina* och *Stachus silvatica*, enstaka *Epilobium angustifolium*, *Hieracium paludosum*, *Ranunculus acris*, *Cerefolium silvestre* och *Campanula latifolia macrantha*.

Mellersta fältskiktet:

örter, ymnig *Impatiens noli tangere* (fläckv.), enstaka *Ranunculus repens*, *Geum urbanum*, *Epilobium montanum* och *Prunella vulgaris* (fläckar).

Lägsta fältskiktet:

örter, ymniga fläckar *Impatiens noli tangere*, riklig *Stellaria nemorum*, enstaka (fläckar) *Polypodium dryopteris*, *Oxalis*

acetosella (fläckar), Paris quadrifolia, Chrysosplenium alternifolium och Fragaria vesca (fläckar).

Bottenskikt: glest mosstäcke.

B) Mindre myllhaltiga och torrare ståndorter.

Bergsluttning på *Thorsbergets Ö. sida* $\frac{9}{7}$ 87. Underlaget mylla på hyperit. Lutning 10° åt Ö. Gränisar i V. till berget, åt andra sidor liknande ståndort. Relief ojämn af rös och bråte. Nedanför och ofvanför icke beståndsbildande gran, måhända på grund af förra årets afverkning.

Vegetationen består af enstaka telningar, strödda ris, ymniga gräs och strödda örter.

Snårskikt: ymnig och beståndsbildande Calamagrostis arundinacea (1 meter hög), hvadan man här kunde tala om en *Calamagrostisformation*.

Högsta fältskiktet:

telningar, Pinus abies enstaka;

örter, enstaka Campanula persicæfolia, Epilobium angustifolium, Pteris aquilina, Solidago virgaurea, Melica nutans, Geranium sanguineum, Origanum vulgare, Hypericum perforatum (71 cms hög) och Epipactis rubiginosa (73 cms hög).

Mellersta fältskiktet:

telningar, Pinus abies enstaka;

örter, enstaka Actæa spicata, Fragaria vesca (27 cms hög), Epilobium montanum, Origanum vulgare och Astragalus glycyphyllus.

Lägsta fältskiktet:

gräs, enstaka Carex digitata;

ris, strödd Vaccinium vitis idæa;

örter, strödd Fragaria vesca, tunnsådd Rubus saxatilis, Viola mirabilis och V. silvatica, enstaka Lathyrus pratensis och Melampyrum silvaticum.

Bergsluttning å *Ränneberget* $\frac{26}{7}$ 87. Trädvegetationen gråal och en och annan björk. I undervegetationen antecknades Viola mirabilis, Orobus vernus (båda nyheter från detta berg), Crepis

paludosa, Hieracium prenanthoides, dubium, murorum* oroleucum
STENSTR., Cirsium heterophyllum, Gentiana campestris.

Bergsluttning å *Getkärnsklätten*. Trädvegetation: mycket gles gran med en och annan björk. För öfrigt anmärktes endast ymniga fläckar af *Lathyrus silvestris* (ända till 150 cms lång) och *Vicia silvatica*, enstaka *Geranium sanguineum*, *Anthyllis vulneraria* och *Viburnum opulus*.

Sammanfattning.

Den vegetation, som utmärker Vermlands högre hyperitberg, fördelar sig på formationerna och ståndorterna, som följer.

Ståndorter: träd, *Tilia europæa*, *Prunus padus*, *Ulmus montana* och *Sorbus aucuparia*; buskar, *Lonicera xylosteum*, *Daphne mezereum*, *Corylus avellana*; gräs, *Carex digitata*, *Poa sudetica*, *Equisetum pratense*, *Milium effusum*, *Calamagrostis phragmitoides* och *arundinacea*; örter, *Vicia silvatica*, *Epipactis rubiginosa*, *Anemone hepatica*, *Viola mirabilis*, *Stellaria nemorum*, *Mulgedium alpinum*, *Stachys silvatica*, *Crepis paludosa*, *Campanula latifolia macrantha*, *Impatiens noli tangere*, *Chrysosplenium alternifolium*, *Actæa spicata*, *Viscaria vulgaris*, *Melandrium silvestre*, *Orobus vernus*, *Hieracium prenanthoides*, *dubium* och *murorum* oroleucum*, *Cirsium heterophyllum*, *Campanula persicæfolia*, *Lactuca muralis*, *Circæa alpina*, *Galium triflorum*, *Geranium sanguineum*, *Origanum vulgare*, *Hypericum perforatum*, *Astragalus glycyphyllus*, *Convallaria multiflora*, *Epipactis latifolia*, *Convallaria polygonatum*, *Orobus niger*, *Erigeron elongatus*, *Sedum rupestre*, *Lathyrus silvestris*, *Anthyllis vulneraria*, *Viburnum opulus*, *Quercus robur*, *Struthiopteris germanica*.

Lunddäldsformation: träd, *Ulmus montana*, *Prunus padus*, *Sorbus aucuparia*, *Acer platanoides*; buskar, *Corylus avellana*, *Lonicera xylosteum*; gräs, *Milium*, *Calamagrostis phragmitoides*, *Equisetum pratense*; örter, *Stachys silvatica*, *Lactuca*, *Stellaria nemorum*, *Actæa*, *Impatiens*, *Convallaria multiflora*, *Viola mirabilis*, *Anemone hepatica*, *Circæa alpina* och *Struthiopteris*.

Lundbacksartad formation: träd, *Ulmus montana*, *Acer platanoides*, *Tilia europæa*, *Populus tremula*, *Prunus padus*, *Fraxinus excelsior*; buskar, *Corylus*, *Lonicera*, *Ribes rubrum*; örter, *Anemone hepatica*, *Actæa*, *Viola mirabilis*, *Vicia silvatica*.

Gråalsformation: träd, *Prunus padus*; buskar, *Lonicera*, *Ribes grossularia* och *rubrum*; gräs, *Equisetum pratense*; örter, *Stachys silvatica*, *Actæa*.

Granskogsformation: träd, *Sorbus aucuparia*; buskar, *Lonicera*, *Ribes rubrum*; gräs, *Equisetum pratense*, *Carex digitata*; örter, *Actæa*, *Lactuca*, *Anemone hepatica*.

Blandskogsformation: buskar, *Berberis vulgaris* och *Lonicera xylosteum*.

Björkskogsformation: träd, *Alnus glutinosa*; buskar, *Salix vagans*.

Tager man nu hänsyn till svenska fanerogamfloras utvecklingshistoriska element, gruppera sig arterna inom hyperitområdena på följande sätt¹⁾.

Glacialväxter: *Chrysosplenium alternifolium*, *Cirsium heterophyllum*, *Erigeron elongatus*, *Hieracium prenanthoides* och *murorum*, *Mulgedium alpinum* och *Ribes rubrum*.

Subglacialväxter: *Actæa spicata*, *Alnus incana*, *Anthyllis vulneraria*, *Betula odorata*, *Calamagrostis arundinacea* och *phragmitoides*, *Carex digitata*, *Circeæ alpina*, *Convallaria polygonatum*, *Crepis paludosa*, *Daphne mezereum*, *Epipactis latifolia*, *Galium triflorum*, *Hieracium dubium*, *Hypericum perforatum*, *Lonicera xylosteum*, *Melandrium silvestre*, *Milium effusum*, *Orobus vernus*, *Poa sudetica*, *Pinus*arterna, *Stachys silvatica*, *Stellaria nemorum*, *Viburnum opulus*, *Vicia silvatica*, *Viola mirabilis*.

Ek- och Alvväxter: *Acer platanoides*, *Alnus glutinosa*, *Anemone hepatica*, *Astragalus glycyphyllus*, *Berberis vulgaris*, *Campanula latifolia macrantha*, *Convallaria multiflora*, *Corylus avellana*, *Epipactis rubiginosa*, *Fraxinus excelsior*, *Geranium sangui-*

¹⁾ Vid denna gruppering har jag följt professor F. R. KJELLMANS föreläsningar V.T. 1886, utgifna i öfvertryck.

neum, *Impatiens noli tangere*, *Lactuca muralis*, *Lathyrus silvestris*, *Origanum vulgare*, *Orobus niger*, *Quercus robur*, *Sedum rupestre*, *Tilia europæa*, *Ulmus montana*, *Viscaria vulgaris*.

Kulturväxter: *Ribes grossularia*.

Af nämnda glacialväxter hafva *Mulgedium alpinum*, *Erigeron elongatus* och *Hieracium prenanthoides* inom området sin sydgräns i Sverige och af ekväxterna *Corylus avellana*, *Epipactis rubiginosa*, *Orobus niger*, *Origanum vulgare*, *Sedum rupestre*, *Lathyrus silvestris*, *Campanula latifolia*, *Convallaria multiflora*, *Quercus robur*, *Berberis vulgaris*, *Fraxinus excelsior* och *Ribes grossularia* sin nordgräns i vestra delen af landet.

Slutsatser.

Af den gjorda framställningen framgår, att vegetationen på hyperiten visserligen är kraftigare än på gneisområdena, men att den vackra och rikliga vegetation, som man trott sig finna på de Vermländska hyperitområdena, icke åtföljer hyperiten i allmänhet, utan endast de högre och brantare hyperitbergen. Den karakteriserar likväl icke formationerna på dessa hyperitberg, utan inskränker sig till en och annan ståndort på deras brantare sluttningar.

Hvad som betingar dessa ståndorter, är ovedersägligen såväl bergarten och jordmänen som lutningen och fuktigheten. Enligt hvad jag förut nämt, bestå dessa berg af hyperit, som invid kontakten mot omgifvande gneis blir dioritartad och öfvergår till hyperit-diorit, eller af diabas. Labradoren utgör en väsentlig beståndsdel i alla dessa bergarter, och det är enkanneligen dess kalkhalt, som, då bergarten vittrar, kommer jorden tillgodo. Hypersten, den andra hufvudbeståndsdel i dessa plutoniska bergarter, vittrar mindre lätt än labradoren, men man kan ändock med säkerhet uppskatta hyperitens kalkhalt till minst 15 proc. Myllan på ofvannämnda ståndorter blir med tiden djupare och fetare. Den starka lutningen bereder derjemte ymnigare be-

vattning, som tillför dessa ståndorter, jemte fuktighet, vittringsprodukter från högre liggande bergpartier.

Vegetationen på dessa ståndorter tillhör, som vi sett, den alpina och subalpina samt ek-floran och består af ända till 35 proc. kalkväxter.

Som östra delen af Vermland har, om än mindre vidlyftiga, kalkområden, kan man sluta till, hvarifrån kalkväxterna invandrat; att fjällfloran fått sina representanter från Norge ligger helt nära till hands.

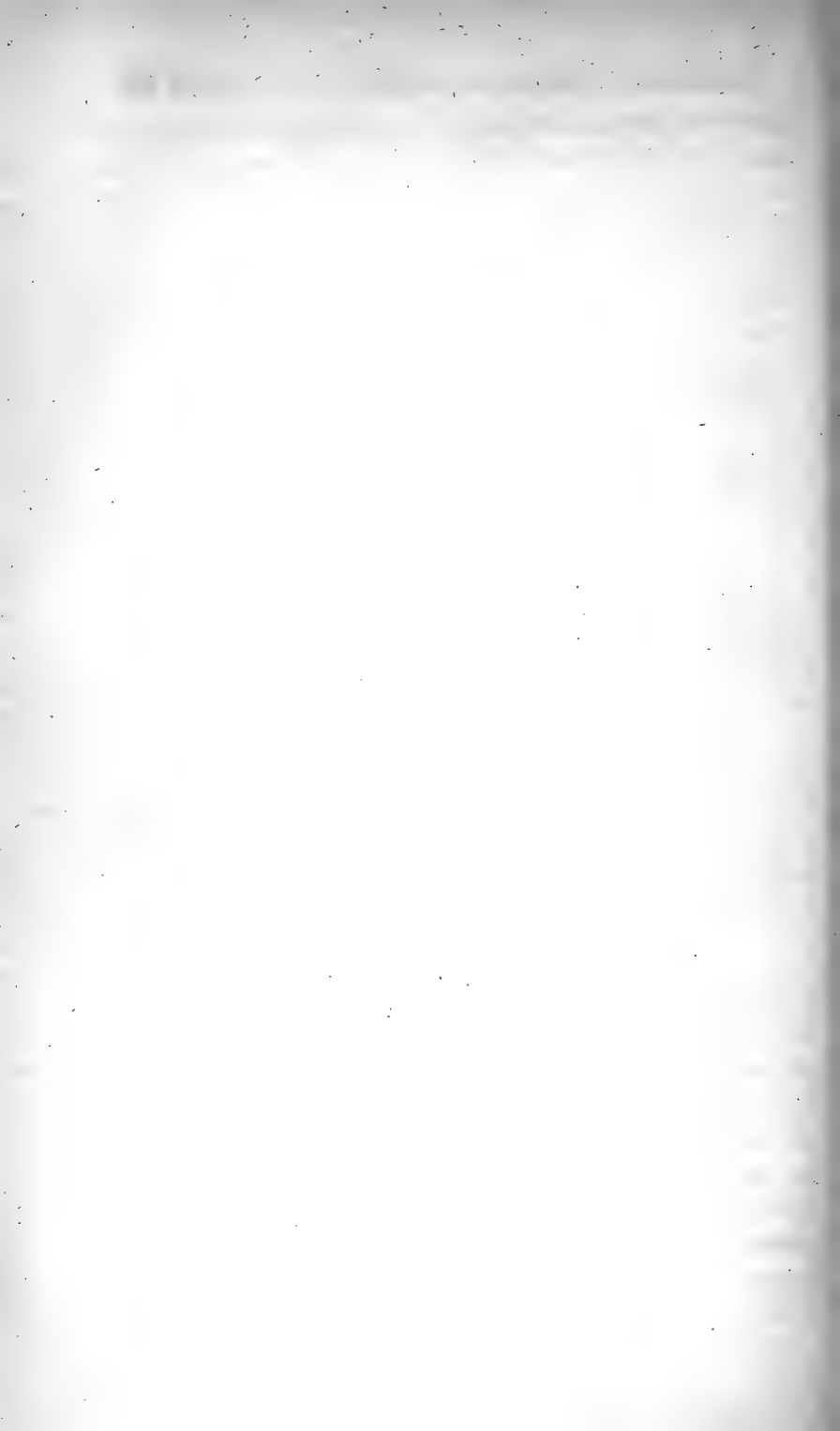
R. HULT yttrar i »Blekinges vegetation»¹⁾ sid. 233, att lunddäldsformationen måhända kan räknas bland Blekinges äldsta formationer. Måne ej äfven i Vermland? Vegetationen på beskrifna ståndorter å bergsidorna påminner liksom deras djupa, feta mylla mycket om landdäldernas. Troligen ligger tidpunkten för denna vegetations invandring på hyperitbergens sidosluttningar ganska aflägsen.

Om lunddäldsformationernas framtid yttrar R. HULT på samma sida af det citerade arbetet, »att de hotas icke af någon inkräktning, så länge deras ståndort förblir oförändrad, och att de icke sjelfva förändra denna, sedan den en gång blifvit skuggrik och fått en djup mylla». Ståndorterna på hyperitsluttningarna gå säkerligen med tiden många förändringar tillmötes. Då deras mylla under seklernas gång blifvit djup nog, kommer utan tvifvel en trädvegetation att uppspira öfverallt, der menniskan ej ingriper och hyperitrös icke fylla branterna. Om de ädlare trädslagen då kunna gå segrande ur striden med granen, är dock tvifvelaktigt.

Följer man nämligen formationernas utveckling på dessa berg, så synes granen vinna terräng. Då bergen bitvis bråtas, infinner sig på deras toppar björken, på lägre sidosluttningar med bättre jordmån och mera fuktighet gråalen. Björken får snart lemna rum för barrträden, af hvilka tallen på den torrare marken möjligen skulle blifva herre, om den icke allt för snart

¹⁾ »Meddelanden af Societas pro Fauna et Flora Fennica», Tofte häftet, Helsingfors 1885.

blefve offer för yxan; granen tager naturligtvis väldet på mera afhällig mark. Äfven gråalen synes få maka åt sig ända ned mot bergsrötterna, och äfven här synes den duka under för granen, som med tiden, om vegetationen finge vara ostörd, nog skulle bilda en formation som slutpunkt i utvecklingsserien. Att den ovanligare växtlighet, som nu utmärker de brantare hyperitområdena, skulle återfinnas i en sluten granformation, synes icke sannolikt.



Om bestämningen af konstanterna vid den dagliga nutationen.

Af K. BOHLIN.

[Meddeladt den 14 Mars 1888 genom H. GYLDÉN.]

På sista tiden har frågan om tillvaron af en s. k. daglig nutation hos jordaxeln dragit astronomernas uppmärksamhet till sig. Den har på flera särskilda ställen (i C. R., A. N., samt i en större afhandling i Memoires de l'academie des sciences de Belgique T. XIV, 1884) blifvit behandlad af Herr F. FOLIE, direktor för observatoriet i Brüssel. Det framgår af dessa undersökningar först och främst, att ett dylikt fenomen icke skulle kunna existera, om jorden bestode af ett enda fast stycke. Den konstant K , på hvilken storleken af den dagliga nutationen beror, är nemligen af formen

$$K = k(B - A),$$

hvarest k är en viss konstant af nollte ordningen och A och B äro tröghetsmomenten kring den roterande kroppens i ekvatorsplanet liggande principalaxlar. Efter hvad man af teorien för den vanliga nutationen och precessionen vet samt enligt FOLIE på grund af resultaten af geodetiska mätningar är emellertid differensen $B - A$ för jorden i sin helhet omärklig och i alla händelser icke tillräckligt stor för att förklara det fenomen af daglig nutation, som iakttagelserna synas antyda. Man måste därför uppgifva denna hypotes om jordens konstruktion och F. utgår i stället från antagandet, att jorden består dels af en inre kärna,

hvars massfördelning betingar de hittills iakttagna anomalierna vid jordens rotation, dels dessutom af ett yttre skal, skildt från den förra genom en flytande massa och sjelfständigt rörligt med friktion mot dessa flytande partier. Det är på olikheten hos tröghetsmomenten A och B af detta skal, som enligt F. den dagliga nutationen beror och det är till rörelsen af denna skorpa som hans formler referera sig. Oaktadt nu friktionen icke blifvit tagen i betraktande vid härledningen af dessa formler synes tillämpningen af de samma icke obetydligt öka observationernas öfverensstämmelse.

De formler, som blifvit uppställda för korrektion af en stjernas rektascension och deklination för daglig nutation, äro, med utskrifvande af de hufvudsakligaste termerna, följande:

$$\begin{aligned} A\alpha &= -K \operatorname{tg} \delta (\Sigma_1 \operatorname{Cos} u + \Sigma_2 \operatorname{Sin} u) \\ A\delta &= -K (\Sigma_1 \operatorname{Sin} u - \Sigma_2 \operatorname{Cos} u), \end{aligned}$$

då

$$\begin{array}{ll} \Sigma_1 = - [0,0627] & \Sigma_2 = \text{—————} \\ \quad - [9,126] \operatorname{Cos} \Omega & \quad - [9,254] \operatorname{Sin} \Omega \\ \quad + [9,913] \operatorname{Cos} 2\zeta & \quad + [9,948] \operatorname{Sin} 2\zeta \\ \quad - [0,114] \operatorname{Cos} (\zeta - \Gamma') & \quad \text{—————} \\ \quad + [9,206] \operatorname{Cos} (3\zeta - \Gamma') & \quad + [9,240] \operatorname{Sin} (3\zeta - \Gamma') \\ \quad + [9,143] \operatorname{Cos} (2\zeta - \Omega) & \quad + [9,261] \operatorname{Sin} (2\zeta - \Omega) \\ \quad + [9,554] \operatorname{Cos} 2\odot & \quad + [9,591] \operatorname{Sin} 2\odot \end{array}$$

I dessa formler är K den ena obestämda integrationskonstanten; den andra, som vi beteckna med L , är innesluten i u på det sätt, att om stjerntiden betecknas med t och vinkeln φ definieras af

$$\varphi = t + L,$$

då är

$$u = 2\varphi - \alpha,$$

der α är stjernans rektascension. I formlerna för Σ_1 och Σ_2 betyder Γ' longituden för månens perigeum och öfriga bokstäfver hafva sin vanliga betydelse.

Då $\mathcal{A}\alpha$ innehåller faktorn $\text{tg } \delta$, inses att rektascensionsobservationer af polstjerner i meridianen böra lämpa sig väl för bestämning af konstanterna K och L , förutsatt att instrumentfelen kunna afskiljas. Detta är äfven händelsen om man observerar samma stjärna öfver och under polen med oförändrade eller med bekanta kvantiteter förändrade instrumentfel från den ena observationen till den andra. Om nemligen α är polstjernans apparenta rektascension så när som på korrektion för daglig nutation, så är för meridianpassagen

$$\text{öfver polen } u = 2(\alpha + L) - \alpha = \alpha + 2L$$

$$\text{under polen } u = 2(\alpha + L + 180^\circ) - \alpha = \alpha + 2L$$

och om med m och h betecknas instrumentfelen¹⁾ (kollimationen behöfver för polstjerner ej tagas i betraktande)

$$\text{öfver polen } \alpha = m + h \text{ tg } \delta$$

$$+ K \text{ tg } \delta [\Sigma_1 \text{ Cos } (\alpha + 2L) + \Sigma_2 \text{ Sin } (\alpha + 2L)]$$

$$\text{under polen } \alpha = 12^h + m - h \text{ tg } \delta$$

$$+ K \text{ tg } \delta [\Sigma_1 \text{ Cos } (\alpha + 2L) + \Sigma_2 \text{ Sin } (\alpha + 2L)]$$

Häraf synes, att mediet af tvenne dylika rektascensionsbestämningar är oberoende af h , men däremot behäftadt med daglig nutation. För att erhålla en föreställning om huru en bestämning af konstanterna K och L på dessa grunder skulle gestalta sig, hafva ur Observations de Poulkova Vol. III ett antal dylika dubbeliakttagelser af δ Ursæ min., utförda af A. WAGNER, blifvit uttagna. Afvikelserna af dessa bestämningar från deras medium återfinnas i venstra membra af följande efter argumentet $\zeta - I''$ ordnade ekvationer, hvilkas högra membra innehålla den dagliga nutationen, jemte en konstant korrektion z till rektascensionen, under formen

$$\Sigma_1 x + \Sigma_2 y + z,$$

där altså

$$x = -K \text{ tg } \delta \text{ Cos } (\alpha + 2L)$$

$$y = -K \text{ tg } \delta \text{ Sin } (\alpha + 2L)$$

¹⁾ Iakttagelser och undersökningar vid Stockholms observatorium Bd I, inledn.

$$\begin{aligned} \zeta - I' &= 20^\circ - 0,08^s = -1,55 x + 0,89 y + z \\ 25 &+ 0,05 = -1,26 x - 0,86 y + z \\ 63 &- 0,12 = -1,96 x + 0,39 y + z \\ 67 &+ 0,13 = -1,88 x + 0,29 y + z \\ 86 &- 0,19 = -0,79 x - 0,92 y + z \\ 140 &- 0,06 = -0,11 x - 1,19 y + z \\ 176 &+ 0,19 = +1,49 x - 0,35 y + z \\ 198 &- 0,25 = +0,57 x - 1,03 y + z \\ 229 &+ 0,10 = +0,37 x + 0,19 y + z \\ 239 &+ 0,23 = +0,30 x + 0,29 y + z \\ 277 &+ 0,05 = -2,91 x + 0,34 y + z \\ 311 &+ 0,35 = -3,50 x - 1,25 y + z \\ 319 &+ 0,05 = -2,30 x - 1,00 y + z \\ 323 &- 0,04 = -3,17 x - 0,25 y + z \\ 343 &- 0,05 = -2,53 x - 1,41 y + z \\ 344 &+ 0,14 = -1,42 x - 0,01 y + z \end{aligned}$$

Man erhåller häraf

$$x = +0,0191, \quad y = +0,0301,$$

hvaraf

$K = 0'',032$ $L = -19^\circ$ östl. längd från Pulkova,
eller om L i stället räknas från Greenwich

$$K = 0'',032 \quad L = 11^\circ \text{ O.}$$

Då de afvikelser, på hvilka denna bestämning hvilar, knappt äro större, än man rimligen kan vänta sig af tillfälliga observationsfel, torde väl ofvanstående värden sakna all tillförlitlighet a priori. Å andra sidan synas de af Herr FOLIE anförda bestämningarna af samma konstanter jemförda med ofvanstående tyda på, att här verkligen föreligger ett fysiskt fenomen. De af F. anförda värdena äro

Stjerna.	K	L
Polarissima	$0'',209$	43° W
λ Ursæ min.	$0,077$	39 W
P. Z. 117	$0,136$	17 W
P. Z. 297	$0,22$	2 W

Stjerna.	<i>K</i>	<i>L</i>
λ Ursæ min.	0",10	26° W
α Ursæ min.	0, 18	6 W
δ Ursæ min.	0, 32	52 W
α Ursæ min.	0 ,12	28 W
α Ursæ min.	0 ,17	8 O
σ Octantis	0 ,11	26 W.



Om förekomsten af *Limnadia lenticularis* (LIN.) på
Nordkoster i norra Bohuslän.

Af CARL AUG. HANSSON.

[Meddeladt den 14 Mars 1888 genom F. A. SMITT.]

Under ett besök på Nordkoster i Augusti 1882, företog jag några smärre excursioner rundt ön, dels i botaniskt och dels i zoologiskt hänseende, då jag en dag i ett berg, beläget vid nordvestra sidan af »Beronius' lund», påträffade en horisontelt i berget liggande »jättegryta» vid pass $\frac{2}{3}$ meter i diameter och nära lika djup, nästan till brädden fylld med vatten och till en del beväxt med *Juncus supinus*. På botten af hålan fans, jemte några småstenar, litet jord och förmultnade växtämnen; vattnet var i öfrigt klart, så att jag genast observerade några egendomliga djur, hvilka rörde sig ganska långsamt vid botten, föga höjande sig deröfver. Jag lyckades ock slutligen fånga ett sådant djur med blotta handen och befans detta vara

***Limnadia lenticularis* (LIN.) LILLJ.**

Jag uppfiskade sedan på samma sätt några och 20 exemplar, hvilka alla släpptes ned i en med vatten fylld, för tillfället medhafd flaska, deri de tumlade omkring, tills jag kom till mitt logis, der jag öfverflyttade dem till ett större glaskärl. Här lefde de allesamman i tre dagar, då jag för hemresans skull måste spritlägga dem. De voro ganska tröga i sina rörelser och höllo sig för det mesta vid botten af kärlet, liggande på sidan;

stundom simmade ett eller flera helt långsamt upp mot vattentytan, hvarefter de åter sjönko till botten.

Alla exemplaren voro honor med större eller mindre antal ägg; största exemplaret höll i längd $16\frac{1}{2}$ mm. och minsta 9 mm.

Påföljande år besökte jag åter stället, då jag endast erhöll två ex.; det var då mindre vatten i hålan än förra året. Jag har sedermera några gånger besökt stället, men då har jättegrytan varit uttorkad, som fallet merendels är under torksomrar.

Jag anser mig här böra bekantgöra fyndet af detta sällsynta djur, som med all sannolikhet förekommer på flera liknande lokaler, enär det förut inom Sverige är taget vid Stockholm, Ronneby och Hallands Väderö samt nu på Koster.

Exemplar hafva af mig blifvit insända till Zool. Riksmuseum, Upsala universitets museum och Göteborgs museum, och sjelf har jag i egen samling några stycken.

Att RATHKE, såsom GRUBE uppgifver, skulle anträffat arten i Norge, torde kanhända ej sakna all grund, men då hade RATHKE säkerligen sjelf uppgifvit något derom.

Trots flitigt eftersökande har jag ej lyckats finna någon annan *Phyllopod*-art här på kusten.

ÖFVERSIGT

AF

KONGL. VETENSKAPS-AKADEMIENS FÖRHANDLINGAR.

Årg. 45.

1888.

N^o 4.

Onsdagen den 11 April.

INNEHÅLL:

Öfversigt af sammankomstens förhandlingar.....	sid. 217.
EDLUND, Bemerkungen zu dem Aufsätze des Herrn FÖEPL über die Leitungsfähigkeit des Vacuums.....	» 219.
LUNDGREN, Om Sveriges Kritfauna	» 225.
ARRHENIUS, Theorie der isohydrischen Lösungen.....	» 233.
Sekreterarens årsberättelse.....	» 249.
Skänker till Akademiens bibliotek.....	sidd. 218, 224, 232.

Tillkännagafs, att bland Akademiens inländska ledamöter Professorn vid Upsala universitet HERMAN THEODOR DAUG och Biskopen öfver Hernösands stift LARS LANDGREN, samt bland utländska ledamöter Professorn och Vattenledningsdirektören i Köpenhamn LUDVIG AUGUST COLDING med döden afgått.

Från Kongl. Vitterhets-, Historie- och Antiquitets-Akademien hade ingått meddelande, att bemälde Akademi till Letterstedtsk stipendiat utsett Docenten i nordisk språk- och fornforskning vid Lunds universitet SVEN SÖDERBERG.

Hr EDLUND meddelade en af honom författad kritik öfver FÖEPL's undersökning rörande tomrummets ledningsförmåga för eelektriciteten*, samt föredrog en af Docenten S. ARRHENIUS insänd uppsats med titel: »Theorie der isohydrischen Lösungen»*.

Sekreteraren öfverlemnade till införande i denna tidskrift en uppsats af Professor B. LUNDGREN med titel: »Om Sveriges Kritfauna. Några anteckningar»*.

Genom anställda val kallades till utländska ledamöter af Akademien: Ledamoten af Franska Institutet Doktor EDOUARD BORNET och Professorn i botanik vid Owens College och Victoria university i Manchester WILLIAM CRAWFORD WILLIAMSON.

Genom anställdt val utsågs Herr MALMSTRÖM till Præses under det ingående akademiska året, hvarefter afgående Præses Hr KEY nedlade præsidium med ett föredrag om pubertetsutvecklingsperioden.

Följande skänker anmäldes

Till Vetenskaps-Akademiens Bibliothek.

H. MAJ:T KONUNGEN.

Natural history of New York. Palæontology. Vol. 5: P. 1; 6. Albany 1885—87. 4:o.

Stockholm. K. Generalstaben.

Karta öfver Sverige, $\frac{1}{100000}$. Bl. 35. Jönköping. 1887. Tvfol.

— *Riksmusei paleontologiska afdelning.*

List of the fossil faunas of Sweden. 1; 3. 1888. 8:o.

— *Svenska sällskapet för antropologi och geografi.*

Ymer. Årg. 7 (1887): H. 1—8. 8:o.

Lund. K. Universitetet.

Acta. T. 23 (1886/87): 1—3. 4:o.

Kristiania. K. Norska Universitetet.

HELLAND, A., Lakis Kratere og Lavastrømme. 1886. 4:o.

SCHÜBELER, F. C., Norges Væxtrige. Et Bidrag til Nord-Europas Natur- og Kulturhistorie. Bd. 1: H. 2; 2: 1—2. 1886—88. 4:o.

Nyt Magazin for Naturvidenskaberne. Bd. 31: H. 2. 1887. 8:o.

Forhandlinger ved de Skandinaviske Naturforskeres 13:e Møde 1886. Kra. 1887. 8:o.

— *Norsk Meteorologisk Institut.*

Jahrbuch. 1885—86. 4:o.

Berlin. K. Akademie der Wissenschaften.

Sitzungsberichte. 1887: 40—55. 8:o.

— *Entomologischer Verein.*

Berliner entomologische Zeitschrift. Bd. 31 (1887): H. 2.

Bonn. Naturhistorischer Verein der Preussischen Rheinlande . . .

Verhandlungen. Jahrg. 44 (1887): H. 2. 8:o.

Bruxelles. Société entomologique de Belgique.

Annales. Table générale, T. 1—30. 1887. 8:o.

Cambridge. Philosophical Society.

Transactions. Vol. 11: P. 1—3; 12: 1—3; 13: 1—3; 14: 1—2. 1866—87. 4:o.

Proceedings. Vol. 3: P. 1—8; 4: 1—6; 5: 1—6; 6: 1—3. 1876—88. 8:o.

(Forts. å sid. 224.)

Bemerkungen zu dem Aufsätze des Hrn FOEPL über
die Leitungsfähigkeit des Vacuums¹⁾.

Von E. EDLUND.

[Mitgetheilt den 11. April 1888.]

In dem citirten Aufsätze sucht FOEPL experimentel zu beweisen, dass der elektrische Widerstand der Luft in sehr verdünntem Zustande ausserordentlich gross sei. Seine Versuche waren in folgender Weise angeordnet: Zwei aus Glasröhren verfertigte Spiralen waren mit einander durch zwei gerade Glasröhren luftdicht verbunden und die in diesem Rohrsystem eingeschlossene Luft konnte mit einer Quecksilberpumpe verdünnt werden. Ueber die eine Spirale *A* wurde eine andere Spirale aus Kupferdraht in vielen Windungen geschoben, und die andere Spirale *B* war mit ihrer horizontal gerichteten Axe so aufgestellt, dass die Windungsebenen in den magnetischen Meridian fielen. Von einem Stative hing senkrecht über die Mitte der Spirale *B* ein Coronfaden herab, der einen in dem cylindrischen Hohlraum der Spirale schwingenden Magnetspiegel trug. Zum Schutz gegen Luftströmungen diente ein über die Spirale gestelltes Gehäus aus Papier und Glas. Die Schwingungen des Spiegels konnten mit Hülfe von Fernrohr und Scala in der gewöhnlichen Weise beobachtet werden.

Wenn nun ein durch die Kupferspirale gehender galvanischer Strom geöffnet oder geschlossen wurde, konnte man, falls die

¹⁾ WIED. Ann. B. 33, p. 492 (1888).

Luft ein ziemlich guter Leiter wäre, nach FOEPPPL's Ansicht erwarten, dass dadurch eine so starke Inductionselektromotorische Kraft in der Spirale *A* entstände, dass der dadurch verursachte Strom auf den Magnetspiegel einwirken würde. FOEPPPL fand aber, dass der Spiegel keinen Ausschlag zeigte, man möchte den inducirenden Strom so stark nehmen, wie man wollte. Wenn man dagegen statt der Glasspiralen zwei ihnen ähnlichen Spiralen von Kupferdraht, welche mit einander durch Kupferdrähte verbunden waren, benutzte, so wurde der Inductionsstrom so stark, dass der Magnetspiegel herumgeworfen wurde. Hieraus schliesst FOEPPPL, dass der Widerstand der verdünnten Luft oder des Vacuums im Vergleiche mit dem der Metalle ausserordentlich gross sein muss.

Dieser Schlussfolgerung kan ich meines Theils nicht bestimmen. Durch experimentelle Untersuchungen ist es bewiesen, dass die durch Volta- oder Magnetinduction in den Metallen erregte elektromotorische Kraft von der Natur der Metalle unabhängig ist; sie ist z. B. für Kupfer gleich gross wie für Platin u. s. w. Dieses Gesetz gilt wohl auch für Leiter zweiter Ordnung, wenigstens ist es für Zinkvitriollösung durch Versuche festgestellt. Es wird nun die Frage, ob dasselbe Gesetz auch für gasartige Körper gültig sei; d. h. ob die durch Volta- oder Magnetinduction in den Gasen erregte elektromotorische Kraft eben so gross sei wie in den Metallen. So viel ich weiss, hat man nicht ein Mal versucht diese Frage auf theoretischem oder experimentellem Wege zu beantworten. Die Gase verhalten sich in electrischer Hinsicht auf ganz andere Weise als die Leiter erster und zweiter Ordnung. Der Potentialunterschied zwischen zwei Punkten auf einem metallischen oder flüssigen Leiter ist dem Widerstand zwischen denselben Punkten, multiplicirt mit der Stromstärke, proportional; bei den Gasen dagegen ist dieser Unterschied unabhängig von der Stromstärke. Bei den metallischen und flüssigen Leitern ist der Widerstand dem Querschnitte umgekehrt proportional; bei den Gasen ist derselbe gleich gross, der Querschnitt mag grösser oder kleiner sein. Die Wärmeentwicklung des Stromes ist bei

den Leitern erster und zweiter Ordnung dem Quadrate der Stromstärke, bei den Gasen dagegen vielmehr der ersten Potenz derselben proportional. Es scheint mir deswegen sehr gewagt zu sein, ohne alle theoretische und experimentelle Beweise der Inductionsconstante für die Gasen denselben Werth wie für die festen und flüssigen Körper beizulegen. Die Schlussfolgerung, die FÖEPL aus seinen Versuchen gezogen, basirt sich aber auf dieser Annahme.

Wenn die Stromleitung ausschliesslich aus Leitern erster und zweiter Ordnung besteht, so wird die Stromstärke i nach der Ohm'schen Formel $i = \frac{e}{m + n}$ berechnet, wo e die electromotorische Kraft und $m + n$ den gesammten Widerstand bedeutet. Wenn aber der Widerstand n von einer Luftsäule herührt, so wird die Formel $i = \frac{e - n}{m}$. Nach der ersten Formel

entsteht ein Strom, wie schwach auch die electromotorische Kraft sei; nach der letzten muss $e > n$ sein, wenn ein Strom entstehen soll. Dass diese letzte von mir¹⁾ aus theoretischen Gründen deducirte Formel richtig sein muss, ist schon experimentel bewiesen. Durch die Versuche von WARREN DE LA RUE und MÜLLER²⁾ und anderen ist es festgestellt, dass die Stromstärke im fraglichen Falle durch die Formel $i = \frac{e}{m + \frac{n}{i}}$ berechnet werden kann,

welche Formel mit der meinigen identisch ist. Wenn dann, wie FÖEPL es gethan, die Stromstärke mit der unveränderten Ohm'schen Formel berechnet wird, kann wohl nicht ein zuverlässiges Resultat erreicht werden.

Frühere Versuche über den Durchgang des Stromes durch eine Gassäule haben gezeigt, dass, sobald die Luft unter einer gewissen Grenze verdünnt wird, die Stromstärke unverändert bleibt, wenn der Abstand der Electroden z. B. von 1 bis 30 cm. ver-

¹⁾ Bihang till K. Vet.-Akad. Handl. Bd 6, N:o 7 (1881). WIED. ANN. B. 15, p. 165. Phil. Mag. T. 13. La Lumière électrique für d. 4. und 11. Febr. 1882.

²⁾ Comptes rendus T. 86, p. 1072.

grössert wird. Diese Thatsache scheint wohl zu beweisen, dass der Widerstand der verdünnten Luft sehr klein sein muss. Übrigens ist es bekannt, dass man durch Influenz (nicht Volta- oder Magnetinduction) in sehr verdünnter Luft Lichterscheinungen hervorbringen kann, welche Thatsache nicht wohl möglich wäre, wenn die Bewegung des electricischen Fluidums durch den Widerstand verhindert wurde. Ferner ist es durch Versuche bewiesen, dass der Widerstand bis zu der äussersten Verdünnung, die mit der Pumpe hervorgebracht werden kann, unaufhörlich abnimmt. Dass FOEPL, bei seinem Versuche Inductionsströme in verdünnter Luft durch Volta-induction hervorzubringen, ein negatives Resultat erhielt, kann deswegen meiner Ansicht nach nicht darauf beruhen, dass der Widerstand zu gross sei, sondern hat wahrscheinlich seine Ursache darin, dass die Inductionsconstante der Gase zu unbedeutend ist.

Für eine solche Erklärung des von FOEPL erhaltenen Resultates spricht folgender Umstand: HITTORF¹⁾ hat gefunden, dass 180 Bunsen'sche, aus Zink, Kohle und Chromsäurelösung bestehende, Elemente im Stande waren durch die verdünnte Luft zwischen Electroden sich unter Lichterscheinung zu entladen. Wird die electromotorische Kraft eines Elementes gleich 1,9 Volt gesetzt, so wird die ganze electromotorische Kraft = 342 Volt. Unter Voraussetzung, dass die Inductionsconstante für die Gase eben so gross sei wie für die Leiter erster und zweiter Ordnung, berechnet FOEPL, dass die in der Spirale *A* inducirte electromotorische Kraft mehr als 5,000 Volt betrug. Um den Widerstand zu verringern wurde die Spirale *B* weggenommen und die Spirale *A* durch ein ganz kurzes Verbindungsrohr geschlossen, und darauf die Spannkraft der eingeschlossenen Luft auf 1,5 mm Quecksilberdruck gebracht. Bei dem Öffnen und Schliessen des inducirenden Stromes wurde aber keine Lichterscheinung in der Spirale beobachtet. Nun ist die Frage, warum konnte FOEPL mit seiner starken electromotorischen Kraft keine Lichterscheinung hervorbringen, da dieses mit einer mehr als 14 Mal ge-

¹⁾ WIED. ANN. B. 7, p. 612 (1879).

ringeren Kraft bei den HITTORF'schen Versuchen gelungen war, obwohl der Strom bei diesen Versuchen auch den bedeutenden Widerstand zwischen den Electroden und dem Gase zu überwinden hatte? Nach meiner Ueberzeugung erreichte die electromotorische Kraft bei FÖEPPL's Versuchen nicht im entferntesten 5,000 Volt, sondern war in der That viel kleiner; eine Folge davon dass die Inductionsconstante für die Gase geringer als für die übrigen Leiter ist.

Skänker till Vetenskaps-Akademiens Bibliothek.

(Forts. från sid. 218.)

- Edinburgh.** *Botanical Society.*
Transactions and proceedings. Vol. 17: P. 1. 1887. 8:o.
- Göttingen.** *K. Gesellschaft der Wissenschaften.*
Abhandlungen. Bd. 34. 1887. 4:o.
Nachrichten. 1887. st. 8:o.
Göttingische gelehrte Anzeigen. Jahr 1887. Bd. 1—2. st. 8:o.
- Kiel.** *Naturwissenschaftlicher Verein für Schleswig-Holstein.*
Schriften. Bd. 7: H. 1. 1888. 8:o.
- Kjöbenhavn.** *Commissionen for Ledelsen af de geologiske og geographiske Undersøgelser i Grønland.*
Meddelelser. H. 3: Forts.; 11. 1887. 8:o.
- London.** *British Museum (Natural history).*
Catalogue of the birds. Vol. 12. 1888. 8:o.
» » » fossil mammalia. P. 5. 1887. 8:o.
Guide to the shell and starfish galleries. 1887. 8:o.
- *Astronomical Society.*
Memoirs. Vol. 49: P. 1. 1888. 4:o.
- Madrid.** *R. Academia de ciencias exactas, físicas y naturales.*
Anuario. 1888. 16:o.
- *Comisión del mapa geológico de España.*
Boletín. T. 13: Cuad. 2. 1886. 8:o.
- Melbourne.** *Public library, museums and national gallery of Victoria.*
Prodromus of the zoology of Victoria. Dec. 1—14. 1878—87. st. 8:o.
- Moskwa.** *Société Imp. des naturalistes.*
Bulletin. (2) T. 1 (1887): N:o 4. 8:o.
- Odessa.** *Société des naturalistes de la Nouvelle Russie.*
Sapiski. T. 12: 2. 1888. 8:o.
- Offenbach a/M.** *Verein für Naturkunde.*
Bericht. 26—28 (1884/87). 8:o.
- Paris.** *Société philomatique.*
Bulletin. (7) T. 11: N:o 4. 1887. 8:o.
- Pulkowa.** *Nicolai-Hauptsternwarte.*
Observations. Vol. 12. S:t Petersb. 1887. 8:o.
Jahresbericht. 1887³¹/₅. 8:o.
DÖLLEN, W., Stern-Ephemeriden auf das Jahr 1888. 8:o.
BACKLUND, O., Comet Encke 1865—1885. S:t Peterburg 1886. 8:o.
STRUVE, L., Bestimmung der Constante der Præcession und der eigenen Bewegung des Sonnensystems. S:t Petersburg 1887. 4:o.
- Strassburg.** *Kaiser-Wilhelms-Universität.*
Akademiskt tryck. 1886/1887. 76 nr. 4:o & 8:o.

(Forts. å sid. 232.)

Om Sveriges Kritfauna. Några anteckningar.

Af B. LUNDGREN.

[Meddeladt den 11 April 1888 genom G. LINDSTRÖM.]

I den följd af förteckningar öfver Sveriges fossila faunor, som professor G. LINDSTRÖM börjat utgifva, har åt mig blifvit anförtrodt utarbetandet af häftet III, omfattande de mesozoiska bildningarnes fauna och jag har härvid sökt att, såvidt möjligt, såväl uppräknat alla kända arter som ock angifva deras geologiska och geografiska utbredning i Sverige. Då listan öfver kritfossilens dels måst sammanställas från många olika källor, dels ock innehåller åtskilliga ej förut från Sverige anförda arter, har jag trott några förklarande ord öfver densamma vara af behovet påkallade.

Af Foraminiferer anföras endast 5 arter, således till och med en mindre än antalet hos NILSSON, detta dock emedan de 2 af NILSSON beskrifna arterna *Lenticulites Comptoni* och *L. cristella* bägge anses såsom synonymer till *Cristellaria rotulata*; det lider dock intet tvifvel, att icke denna djurgrupp är mycket talrikare representerad i Sveriges kritbildningar, ehuru inga undersökningar öfver densamma gjorts sedan NILSSONS tid, och han endast beskref jämförelsevis stora former. Med all sannolikhet torde väl skrifkritan kunna anses hysa en rik, ehuru ännu okänd, foraminiferfauna. I listan uppföras endast 2 spongier, näml. den i skrifkritan vanliga *Amorphospongia globosa* HAG, samt *Vioa* sp., hvarunder innefattas de ganska allmänt särskildt

på *Ostrea*-skal förekommande hål, som anses härröra af spon-gier tillhörande detta slägte. Flera andra arter förekomma, och särskildt finnas i skrifkritan många och väl bevarade former, som dock ännu icke varit föremål för någon närmare under-sökning.

Förteckningen öfver korallerna (11 arter) har blifvit sam-manställd hufvudsakligen efter MICHELIN, v. HAGENOW och SCHLÜTER. Korallerna från Faxekalken öfverensstämma full-komligt med de i Köpenhamns museum så benämnda från Faxe. Det är icke osannolikt, att den efter v. HAGENOW anförda *Stephanophyllia clathrata* HAG. är identisk med *St. suecica* MICH., hvilken art hos MOBERG anföres såsom *Micrabacia coronula*. En annan art, troligen tillhörande samma slägte, finnes vid Köpinge (n:o 4). *Cyclolites semiglobosa* anföres efter MICHELIN. N:o 8 (*Parasmilia centralis* EH?) innefattar sannolikt jämte denna art flera andra närstående, om ock äfven sådana, som möjligen till-höra andra slägten. *Turbinolia galeriformis* KNER.? synes vara samma art som finnes vid Lemberg. Af ofvanstående framgår i huru hög grad korallerna äro i behof af en kritisk bearbetning, då dessutom åtskilliga former utom de här nämnda förekomma.

Vid förteckningen öfver Crinoiderna (8 arter) är endast att anmärka, att n:o 5, som förekommer ganska sällsynt i Kristian-stadsområdet, möjligtvis, ehuru ingalunda säkert, tillhör en annan art än de ss. *P. Bronni* HAG. och *P. Agassizi* HAG. anförda. Af Asteroiderna (3 arter) äro endast lösa, isolerade kantplåtar eller armleder bekanta och bestämningarne kunna därför ej göra anspråk på synnerligen stor tillförlitlighet.

Af Echinoideerna (42 arter) förekomma *Cidariderna*, med undantag af *Cidaris Forchhammeri* DESOR och *Temnocidaris da-nica* DESOR, af hvilka sammanhängande interambulacralfält ej äro sällsynta och till och med hela exemplar stundom förekomma, endast ss. isolerade plåtar och taggar och deras bestämning är därför förenad med stora svårigheter och kan knappast anses säker. Dock öfverensstämma de såsom *C. clavigera* KÖN. och *C. subvesiculosa* D'ORB. anförda så väl med beskrifningar och

figurer af dessa arter både hvad plåtar och taggar beträffar, att de med all sannolikhet böra föras dit. N:o 4 från skrifkritan synes vara en annan art än *C. subvesiculosa* D'ORB. och n:o 5 kan ej hänföras till någon beskrifven art. Dess taggar likna mest *C. pleracantha* AG., men kunna ej föras till denna art; den har förut (af DE MORGAN och MOBERG) anförts såsom *C. Wrightii* men kan ej behålla detta namn, emedan detsamma redan af DESOR användts för en art förekommande i Jurasystemet. Släktet *Salenia* är, utom den redan af WAHLENBERG beskrifna *S. areolata*, representeradt af minst fyra andra arter. En mycket liten form, som liknar *S. minima* DES., men som vanligen är så beklädd med kalkspat att en säker bestämning är svår; en stor och hög från Mörby (n:o 9), en annan från Barnakälla (n:o 10); de vid Köpinge hittills funna exemplaren (n:o 11) utgöras endast af illa bevarade stenkärnor, men tillhöra dock ingen af de förut omnämnda arterna. Bestämningen af en *Hemicidaris* (n:o 12) är endast grundad på taggar. Af *Phymosoma* förekomma minst fem arter, som dock icke ännu blifvit närmare bestämda; liksom ej håller en sannolikt till *Micropsis* hörande art. *Echinoconus hemisphæricus* LAM., *Galerites albogalerus* LAM., *G. abbreviatus* LAM. och *Cyrtoma Nilssoni* Cott. äro endast funna i lösa block, så att ingen säker uppgift om deras geologiska förekomst för närvarande kan lämnas. Såsom *Echinoconus cf. magnificus* D'ORB. anföres en sällsynt art, som är funnen såväl vid Köpinge som vid Oppmanna och som åtminstone står denna art mycket nära. Under benämningen »*Echinobrissus cf. minimus* D'ORB.» anföres efter SCHLÜTER en liten i Kristianstadsområdet ej just sällsynt förekommande echinid, som visserligen knappast är identisk med D'ORBIGNYS art, men dock ej ännu är säkert bestämd. *Catopygus* är representeradt af minst 2 arter, af hvilka den ena förekommer i fast klyft vid Köpinge och Hanaskog, äfvensom i block af spräcklig flinta från n. ö. Skåne; den andra är endast känd under det sistnämnda förekomstsättet. Släktena *Cassidulus* och *Rhynchopygus* äro representerade genom hvardera en art. Af släktet *Anancites*, såsom det torde skrivas etymologiskt riktigare

än *Ananchytes*, äro redan förut 2 arter bekanta, hvaremot det beror på ett missförstånd af den svenska textens ej fullt klara uttryck när GOTTSCHÉ i sitt referat af en min uppsats angifver att äfven *A. gibbus* LAM. är funnen i Sverige (*Neues Jahrbuch* 1887, II, s. 388). Till den förut beskrifna *Holaster scanensis* lägges nu ock *H. faxeensis* M. U. H. liksom ock en egendomlig art af slägtet *Cardiaster*. Redan förut har jag omnämnt förekomsten af en *Hemipneustes*, som dock ej kunnat till arten bestämmas; oaktadt nytt material tillkommit, har dock ej häller detta medgifvit artbestämningen; i hvarje fall står denna form dock tämligen nära *H. radiatus*, fastän den ej är därmed identisk. En annan helt afvikande art föreligger i löst block från Araslöf (Kristianstadsområdet). Till de förut beskrifna *Micraster*arterna fogas nu två andra, en från Faxekalken vid Annetorp och en i lösa block från trakten af Råby, Ifvetofta socken, n. ö. Skåne. Till Köpings intressanta echinidfauna höra vidare en ej närmare bestämd *Hemiaster* (cf. *Regulusanus* D'ORB. enl. SCHLÜTER) och *Brissopsis cretacea* SCHLÜT.

Förteckningen öfver Anneliderna (12 arter) är till största delen gjord efter i literaturen (hos v. HAGENOW, GEINITZ, SCHLÜTER, MOBERG m. fl.) förekommande uppgifter om de respektive arternas förekomst i Sverige. Till grund för listan på Bryozoerna, af hvilka 44 arter anföras, föreligga också uteslutande literaturuppgifter. GEINITZ anförde 24 bryozoeer från Sverige och dessa af honom anförda arter citeras äfven af SCHLÜTER och DE MORGAN. Till dessa hafva lagts några andra hufvudsakligen efter HISINGER, v. HAGENOW, MOBERG och PERGENS. Af särskildt geologisk vikt är, så vidt man hittills vet, isynnerhet n:o 19, *Ceripora stellata* GOLDF. aff., som i stor mängd förekommer på vissa lokaler i n. ö. Skåne, enkannerligen Balsberg. De här anförda arterna representera för visso långt ifrån hela Bryozofaunan; ANGELIN uppgifver t. o. m. att ett halft tusental arter skulle förekomma. Förteckningen på Brachiopoderna (60 arter) är hämtad ur mitt senaste arbete öfver denna djurgrupp.

Den djurgrupp, af hvilken för närvarande det största artantalet, näml. 136, är bekant, är Pelecypoderna, som äfven spela nästan den geologiskt viktigaste rolen. N:o 3 *Ostrea conica* SOW., 108 *Cardita modiolus* NILSS., 123 *Venus exuta* NILSS. och 134 *Corbula ovalis* NILSS. anföras här efter NILSSON, 41 *Lima Forchhammeri* HAG. efter V. HAGENOW och GEINITZ, 48 *Pecten acuminatus* GEIN. efter GEINITZ, 124 *Tellina semicostata* ROEM. efter MOBERG. N:ris 17—20 representera ej förut beskifna arter, om ock de 3 sistnämnda af V. HAGENOW belagts med manuskriptnamn. *Pecten undulatus* NILSS. anses vanligen såsom synonym till *P. cretosus* DEFR. NILSSON afbildar af sin art 2 former näml. en å tafl. 9 fig. 10, en annan å tafl. 10 fig. 10 och synes mig den senare böra hänföras till *P. cretosus* DEFR. (n:o 51) under det att jag bibehåller NILSSONS namn för den förstnämnda (n:o 61). *Pecten multicostatus* NILSS. har uteslutits, sedan BEYRICH visat att exemplaret ej härrör från Sveriges kritbildningar. Af de två *Pecten*arter, som här uppföras utan artnamn är n:o 63 utmärkt genom ett stort antal radierande ribbor, hvaremot n:o 64 är alldeles glatt. N:o 70 är troligen en ny art först funnen och omnämnd af DE MORGAN. N:ris 75—78 tillhöra säkerligen 4 skilda *Inoceramus*arter, ehuru de på grund af det fragmentariska skick, hvori de för närvarande föreligga, ej kunna närmare bestämmas; n:o 78 från Barnakällagrottan kommer troligen i närheten af *I. Crippsi* MANT. Då jag upptog namnet *Arca striata* M. U. H. (n:o 88) hade jag ej märkt, att GEINITZ redan förut använt detta artnamn för en *Zechstensis*-art, hvarföre jag nu begagnar tillfället att i stället kalla denna form *A. Forchhammeri*. N:o 106 (*Trigonia* sp.) är troligen en ny form, hufvudsakligen funnen i block på Ljungasunden på Ifö; n:o 107 står nära *Trigonia pumila* NILSS., men är sannolikt därifrån skild. Under benämningen *Pharella?* sp. (n:o 127) anføres en vid Barnakällagrottan allmänt förekommande form, som endast föreligger såsom stenkärna och hvars hänförande till ofvannämnda släkte är högst osäkert.

Bland Gastropoderna (34 arter) märkas 4 arter af Fissurella (n:ris 5—8), som förekomma i en egendomlig, från den vanliga afvikande bärgart vid Balsbergs nya brott, och en art af Haliotis (n:o 12) från Barnakälla. N:o 18 Nerita plebeja REUSS anföres efter MOBERG. N. Retzii NILSS. (n:o 19) är bestämdt skild från N. rugosa HÖN., bland hvars synonymmer densamma numera oftast anföres.

Utom nu uppräknade former finnas ganska många såväl Gastropoder som isynnerhet Pelecypoder, tyvärr dock mest stenkärnor, som ännu ej kunnat bestämmas. Dylika förekomma hufvudsakligen i Faxekalken, vid Köpinge, Tosterup och Barnekällgrottan samt i Åhussandstenen. Vid uppgörandet af listan öfver Cephalopoderna (39 former) har jag helt och hållet följt MOBERGS bearbetning af denna grupp. Cirrhipederna (16 arter) äro sammanställda hufvudsakligen efter STEENSTRUP, BOSQUET och DARWIN. De 8 Ostrakoderna helt och hållet efter BOSQUET, som ur en stuff från Ifö utpreparerat här anförda arter. Till de förut från Saltholmskalken bekanta Dekapoderna fogas här 2 nya, n:o 4 Palæeastacus? sp. och 11 Rhachiosoma? sp., som dock ej äro så väl bevarade och fullständiga att de kunnat säkert till släktet bestämmas; i det hela anföras 12 decapoder. Förteckningen öfver fiskarne (18 arter) kan ej anses synnerligen tillförlitlig, enär de flesta arterna endast äro kända genom mer eller mindre fullständigt bevarade tänder. N:o 13 Aëtobatis? sp. är ett fragment, som möjligen tillhör detta släkte och finnes i Riksmusei samlingar utan närmare lokaluppgift. N:o 14 och 15 äro Chimaeridlämningar, sannolikt tillhörande två skilda arter af Edaphodon, men för fragmentariska för att kunna noggrannare bestämmas. N:o 18 Beryx ornatus AG. anföres efter GEINITZ; mer eller mindre väl bibehållna fragmenter af flera andra benfiskar förekomma, särskildt i Saltholmskalken, men hafva hittills ej närmare undersökts. Med afseende på reptilierna (6 arter) har jag följt SCHRÖDERS nyaste bearbetning af denna grupp.

Det ligger dels i själfva sakens natur och framgår äfven tillräckligt ur det föregående, att denna sammanställning ingalunda

kan göra några anspråk på fullständighet, liksom naturligtvis ej håller misstag kunnat undvikas. Emellertid torde densamma dock gifva en fylligare bild af våra kunskaper om Sveriges kritfauna än de förut offentliggjorda, och tillika utvisa hvilka djurgrupper som särskildt behöfva en grundligare undersökning (såsom Foraminiferer, Spongier, Koraller, Ostrakoder och Fiskar) och sålunda påpeka ett tacksamt fält för kommande forskare. År 1827 anförde och beskref NILSSON 101 mollusker och foraminiferer från Sveriges krita. I *Lethæa Suecica* uppräknade HISINGER 122 arter omfattande alla då kända ordningar. Listan hos DE MORGAN angifver 175 och närvarande 456 former, hvilket antal dock långt ifrån angifver alla i Sveriges kritbildningar förekommande arter.

Skänker till Vetenskaps-Akademiens Bibliothek.

(Forts. från sid. 224.)

- Wellington.** *Colonial museum and Geological survey department.*
 Annual report of the Colonial museum and laboratory. 20(1884/85)
 —22(1886/87). 8:o.
 Reports of geological explorations. 17(1885)—18(1886—87); Index
 to 1—17. 8:o.
 Studies in biology for New Zealand students. N:o 3. PURDIE, A., The
 anatomy of the common Mussels (*Mytilus latus*, *edulis* and *Magel-
 lanicus*). 1887. 8:o.
- Wien.** *K. K. Naturhistorisches Hofmuseum.*
 Annalen. Bd. 2(1887): 4. St. 8:o.
- Würzburg.** *Physikalisch-medicinische Gesellschaft.*
 Sitzungsberichte. Jahrg. 1887. 8:o.
- Författarne.**
- LINDSTRÖM, G., Über die Schichtenfolge des Silur auf der Insel Got-
 land. Stuttg. 1888. 8:o.
 NATHORST, A. G., De äldsta spåren af organiskt lif i vårt land. Sthm
 1888. 8:o.
 JOHNSTRUP, F., Om de vulkanske Udbrud og Solfatarerne i den nord-
 östlige Del af Island. Kjöb. 1886. 8:o.
 PLANTAMOUR, PH., Des mouvements périodiques du sol... Année
 9(1887). Genève 1887. 8:o.
 PLATEAU, F., Recherches experimentales sur la vision chez les arthro-
 podes. P. 3. Bruxelles 1888. 8:o.
 — Expériences sur le rôle des palpes chez les arthropodes maxillés.
 P. 3. Paris 1887. 8:o.
 WILKINSON, J. J. G., Oannes according to Berosus. London 1888. 8:o.

Theorie der isohydrischen Lösungen.

VON SVANTE ARRHENIUS.

[Mitgetheilt den 11. April 1888 durch E. EDLUND.]

In einem vorigen Aufsatz¹⁾ habe ich gezeigt, dass sowohl das Leitungsvermögen wie das Gefrieren wässeriger Lösungen von Elektrolyten durch Annahme einer bestimmten Dissociation erklärt werden können. Nachher hat OSTWALD²⁾ die Theorie der elektrolytischen Dissociation auf die Werthe des Leitungsvermögens von Säuren und Basen in verschieden verdünnten Lösungen geprüft und eine gute Übereinstimmung zwischen Theorie und Erfahrung gefunden. Aber nicht nur das Leitungsvermögen der einzelnen Elektrolyte in verschiedenen Verdünnungen, sondern auch das Leitungsvermögen von Mischungen mehrerer elektrolytischen Lösungen lässt sich nach dieser Theorie berechnen; der Zweck folgender Zeilen ist aufzuweisen, dass die Ergebnisse einer so ausgeführten Berechnung in vollstem Einklang mit den gefundenen Thatsachen steht.

I. Das Leitungsvermögen von Mischungen aus Säurelösungen lässt sich, wie ich gezeigt habe, bestimmen, wenn man das Leitungsvermögen der sogenannten isohydrischen Lösungen kennt³⁾. Isohydrisch sind zwei solche Lösungen, deren Leitungsvermögen

¹⁾ ARRHENIUS: Öfvers. af K. V. A:s Förh. 8 Juni 1887. Zeitschr. f. phys. Ch. I, p. 631 (1887).

²⁾ OSTWALD: Zeitschr. f. phys. Ch. II, p. (1888).

³⁾ ARRHENIUS: Bib. till K. V. A:s Handl. B. 12, Afd. I, N:o 5 (1886). WIED. Ann. 30, p. 51 (1887).

oder, mit anderen Worten, elektrolytische Dissociation nicht geändert wird, wenn man sie vermischt. Suchen wir jetzt nach, welchen Bedingungen zwei isohydrische Lösungen unterworfen sein müssen, unter Annahme dass jeder gelöste Elektrolyt theilweise in Ionen dissociirt sei. Seien also zwei Säuren $H_m A$ und $H_n B$ in Wasser gelöst, so dass die Volumina der Lösungen resp V_a und V_b sind. Seien ferner von der Säure $H_m A$ a Grammmoleküle nicht dissociirt und α Grammmoleküle in die Ionen m , H und A gespalten. Die entsprechenden Ziffern für die Säure $H_n B$ seien b und β . Dann sind, zufolge der von VAN T'HOFF nachgewiesenen Übereinstimmung der Materie in sehr verdünnter Lösung und in gasförmigem Zustande¹⁾, folgende Gleichungen für die ursprünglichen Lösungen gültig.

$$k_a \frac{a}{V_a} = \frac{(m\alpha)^m}{V_a^m} \cdot \frac{\alpha}{V_a} \quad (1)$$

und

$$k_b \frac{b}{V_b} = \frac{(n\beta)^n}{V_b^n} \cdot \frac{\beta}{V_b} \quad (1a)$$

wo k_a und k_b zwei von den Grössen a , α und V_a , resp. b , β und V_b unabhängige Konstanten sind. Diese Gleichungen drücken aus, dass Gleichgewicht zwischen den Konzentrationen der nicht gespaltenen Theile, $\left(\frac{a}{V_a}\right)$ resp. $\left(\frac{b}{V_b}\right)$, und den Konzentrationen der Ionen $\frac{m\alpha}{V_a}$ und $\frac{\alpha}{V_a}$ resp. $\frac{n\beta}{V_b}$ und $\frac{\beta}{V_b}$ herrsch.

Wenn die Lösungen isohydrisch sind, so muss durch ihre Mischung der dissociirte Theil (α) und folglich auch der nicht dissociirte Theil (a) keine Änderung erleiden, ebenso wenig wie β und b . Nach der Mischung ist (für genügend verdünnte Lösungen) das Volumen gleich $V_a + V_b$ und die Menge des Ionen H gleich $(m\alpha + n\beta)$. Also gelten folgende Gleichungen:

$$k_a \frac{a}{V_a + V_b} = \left(\frac{m\alpha + n\beta}{V_a + V_b}\right)^m \frac{\alpha}{V_a + V_b} \quad (2)$$

¹⁾ K. V. A:s Handl. B. 21, N:o 17, p. 14 (1886). VAN T'HOFF: Zeitschr. f. phys. Ch. I (1887). Etudes de dynamique chimique, p. 27 (1884).

$$k_b \frac{b}{V_a + V_b} = \left(\frac{m\alpha + n\beta}{V_a + V_b} \right)^n \cdot \frac{\beta}{V_a + V_b} \quad (2a)$$

Durch Vergleichung von (1) mit (2) findet man:

$$\frac{m\alpha + n\beta}{V_a + V_b} = \frac{m\alpha}{V_a} \quad (3)$$

und in derselben Weise bekommt man aus (1a) und (2a):

$$\frac{m\alpha + n\beta}{V_a + V_b} = \frac{n\beta}{V_b} \quad (3a)$$

Diese beiden Gleichungen führen zu demselben Resultat, nämlich dass:

$$\frac{m\alpha}{V_a} = \frac{n\beta}{V_b} \quad (4)$$

Der Umstand, dass diese beiden Gleichungen dieselbe Lösung geben, weist darauf hin, dass, wenn die elektrolytische Dissociation der einen Säurelösung durch die Mischung der beiden Lösungen nicht geändert wird, dies auch für die Dissociation der anderen Lösung zutrifft. Da ich in der angeführten Abhandlung die Dissociation als eine Funktion von der Verdünnung behandelt habe, so wird die Identität der Gleichungen (3) und (3a) mit folgender empirisch gefundenen Thatsache gleichbedeutend. Wenn zwei Säuren in demselben Lösungswasser aufgelöst sind, so kann man das Leitungsvermögen dieser Mischung in der Weise berechnen, dass man annimmt, die Säuren theilen das Wasser in zwei Theile, wovon der eine Theil nur auf die eine Säure, der andere nur auf die andere Säure einwirkt¹⁾. In dieser Beziehung stimmen also Theorie und Erfahrung überein.

Weiter zeigt die Gleichung (4), dass zwei Säurelösungen isohydrisch sind, wenn sie in der Volumeneinheit gleich viel dissociirtes Wasserstoff enthalten. In meiner angeführten Abhandlung habe ich eine Tabelle über isohydrische Lösungen von Säuren gegeben. Nach den Angaben von OSTWALD²⁾ über das

¹⁾ ARRHENIUS: Bihang l. c. (1886). WIED. Ann. l. c., p. 54 (1887).

²⁾ H. OSTWALD: Zeitschr. f. phys. Ch. I, p. 74 und 97 (1887). Das maximale molekulare Leitungsvermögen (bei 25° C.) ist für HCl = 402 · 10⁻⁷, für

Leitungsvermögen der Säurelösungen kann man mittelst der an einer anderen Stelle von mir angegebenen Voraussetzungen¹⁾ den Gehalt an dissociirtem Wasserstoff (in mgm. pro Liter) der isohydrischen Lösungen berechnen. Folgende kleine Tabelle giebt diesen Gehalt an dissociirtem Wasserstoff der genannten Lösungen an. Die in derselben Horizontalreihe stehenden Lösungen sind einander isohydrisch.

HCl.	(COOH) ₂ .	C ₄ H ₆ O ₆ .	HCOOH.	CH ₃ COOH.	Mittel.
151,5	152,6	—	—	—	152,1
42,3	35,1	—	—	—	38,7
22,03	21,37	19,07	—	—	20,82
4,48	4,09	4,17	4,42	3,96	4,18
1,33	1,24	1,25	1,44	1,33	1,32
0,379	0,397	0,381	—	0,402	0,390

Wie man aus der Tabelle ersieht, sind die in jeder Horizontalreihe verzeichneten Werthe einander sehr nahe gleich, wie die Theorie es verlangt.

Aus dem gesagten erhellt übrigens, dass, wenn zwei Säurelösungen mit einer dritten isohydrisch sind, sie auch untereinander isohydrisch sind, was ich früher experimentell bewiesen habe²⁾.

Übrigens geht auch aus Gleichung (4) hervor, dass zwei Lösungen isohydrisch sind, wenn ihre Koncentration eine gegebene ist, und dass also die Isohydrie davon unabhängig ist, in welchen Mengenverhältnissen diese beiden Lösungen in der Mischung vorkommen. Diese Folgerung ist auch in vollkommener Übereinstimmung mit der Erfahrung³⁾.

(COOH)₂ = 398 · 10⁻⁷, für C₄H₆O₆ = 393,4 · 10⁻⁷, für HCOOH = 381 · 10⁻⁷ und für CH₃COOH = 367 · 10⁻⁷ angenommen. Für H₃PO₄ fehlen Angaben über diese Grösse, weshalb diese Säure nicht in die obige Tabelle aufgenommen ist.

¹⁾ ARRHENIUS: Öfversigt af K. V. A:s Förh. Zeitschr. f. phys. Ch. I, p. 633 (1887).

²⁾ ARRHENIUS: Bihang till K. V. A:s Handl. l. c. WIED. Ann. l. c., p. 67.

³⁾ ARRHENIUS: Bihang till K. V. A:s Handl. l. c. WIED. Ann. l. c., p. 66.

Was oben über isohydrische Lösungen von Säuren gesagt ist, lässt sich ohne Weiteres auf andere isohydrische Lösungen, die ein gemeinsames Jon enthalten, übertragen. Ich habe auch gefunden, dass isohydrische Lösungen von Basen ganz denselben Gesetzen, wie diejenigen der Säuren, unterworfen sind¹⁾. Zwei Lösungen von Ammoniumacetat und Essigsäure wurden als isohydrisch befunden, wann ihr Leitungsvermögen $0,469 \cdot 10^{-7}$ und $1,166 \cdot 10^{-7}$ waren¹⁾. Die Gehalte dieser beiden Lösungen an CH_3COO als Jon verhalten sich wie $1 : 0,742$. Also ist auch in diesem Fall die Bedingung, dass die Konzentration in Bezug auf das gemeinsame Jon (CH_3COO) gleich sein muss, ziemlich nahe erfüllt. Die Forderungen der Theorie entsprechen also gänzlich der Erfahrung.

2. Bekanntlich üben die Salze der schwachen Basen (Ammoniak) einen sehr erniedrigenden Einfluss auf die Reaktionsgeschwindigkeit der durch diese Basen verursachten chemischen Vorgänge aus, wie z. B. bei der Verseifung. Bei der Diskussion einiger Versuche über die Verseifung von Aetylacetat äusserte ich die Vermuthung, dass dieser erniedrigende Einfluss auf der Verminderung des Leitungsvermögens von Ammoniak durch die Anwesenheit von Ammoniumsalze beruhe. Dieser Einfluss liesse sich also nach der Dissociationshypothese berechnen. In einer ammoniakalischen Lösung (vom Volumen V) herrscht Gleichgewicht zwischen den nichtleitenden Theilen des Ammoniaks (m Grammoleküle) und den leitenden Theilen (NH_4 und OH , α Grammoleküle) nach der Formel:

$$m \cdot V = k\alpha^2. \quad (5)$$

(Die Richtigkeit dieser Formel will ich mehr für eine experimentell gefundene Thatsache — nach den Versuchen von KOHLRAUSCH und OSTWALD — als für eine theoretisch abgeleitete Folgerung ansehen²⁾). In der Formel (5) ist nach den Ziffern von

¹⁾ ARRHENIUS: Rep. Brit. Ass. 1886, p. 318 (Lond. 1887).

²⁾ KOHLRAUSCH: WIED. ANN. 26, p. 197 (1885), OSTWALD: Journ. f. prakt. Chem. (2), 33, p. 358 (1886); Zeitschr. f. phys. Ch. 2, p. (1888).

KOHLRAUSCH (bei 18° C.) $\cdot k = 25 \cdot 2150$ zu setzen¹⁾. Dieser k -Werth ist das Mittel von den aus Angaben über Leitungsvermögen von H_3N für $V = 20$, $V = 33,3$ und $V = 100$ berechneten drei k -Werthen.

Haben wir jetzt, wie bei den Versuchen über Verseifung, in 40 Lit. Wasser ($V = 40$) gleichzeitig $m + \alpha$ Grammmoleküle Ammoniak und n Grammmoleküle NH_4Cl , so kann man die Werthe von m und α folgendermaassen berechnen. Die Dissociation des Ammoniaks (in NH_4 und OH) und des Chlorammoniums (in NH_4 und Cl) ist nach dem Vorigen ebenso gross als ob diese beiden Körper das Lösungswasser so getheilt hätten, dass sie isohydrische Lösungen bildeten (welche pro Liter gleich viel NH_4 als Jon hielten). Da jetzt NH_4Cl in so verdünnten Lösungen, wie die angewandten ($\frac{n}{V} < \frac{1}{20}$ normal) beinahe vollkommen dissociirt ist, dagegen NH_3 nur äusserst wenig, so wird, damit die fingirten isohydrischen Lösungen gleich viel NH_4 als Jon pro Volumeinheit enthalten, das NH_4Cl (wenn $n > 0,05$) beinahe die ganze Wassermenge nehmen und nur sehr unbedeutend für das NH_3 übrig lassen. Da ferner die Dissociation von NH_4Cl nur äusserst unbedeutend von der Koncentration abhängig ist²⁾, so wird man die Dissociation des NH_4Cl gleich derjenigen annehmen können, welche eintreten würde, wenn man die n Grammmoleküle NH_4Cl in der ganzen Wassermenge (40 Liter) löste. Der durch diese Annäherung eingeführte Fehler wird höchstens etwa 0,1 Proc. betragen. Wenn jetzt μ die molekulare Leitfähigkeit bei dieser Koncentration (und 18° C.) vorstellt, so ist die Anzahl von NH_4 - und Cl -Jonen, die aus NH_4Cl herrühren, (bei 18°) gleich $\frac{n\mu}{1220}$ Grammmoleküle, da das maximale molekulare Leitungsvermögen von NH_4Cl bei 18° den Werth 1220 erreicht²⁾. Das maximale molekulare Leitungsvermögen von NH_4OH ist gleich demjenigen von KOH (2150) angenommen, da NH_4

¹⁾ KOHLRAUSCH: l. c., p. 196.

²⁾ KOHLRAUSCH: l. c., p. 157.

und K dieselben Jonengeschwindigkeiten besitzen. Sei jetzt von dem Grammmolekül Ammoniak $\lambda/2150$ gespalten in NH_4 und OH , und also $1 - \lambda/2150$ nicht gespalten, so ist in den 40 Litern Wasser vorhanden: von nichtleitendem Ammoniak $1 - \lambda/2150$, von OH als Jon $\lambda/2150$ und von NH_4 als Jon $\lambda/2150 + \frac{n\mu}{1220}$ (stammend sowohl aus Ammoniak wie aus Chlorammonium). Also bekommen wir folgende Gleichgewichtsbedingung:

$$40 \cdot \frac{2150 - \lambda}{2150} = (25 \cdot 2150) \cdot \lambda/2150 \left(\frac{\lambda}{2150} + \frac{n\mu}{1220} \right)$$

oder:

$$86000 - 40\lambda = 25 \cdot \lambda(\lambda + 1,762 n \cdot \mu) \quad (6)$$

Aus dieser Formel kann man offenbar λ berechnen, wenn n (wie in den angestellten Versuchen) bekannt ist.

In einer früheren Arbeit habe ich den Schluss gezogen, dass die specifische Reaktionsgeschwindigkeit (k) dem Leitungsvermögen der einwirkenden Substanzen proportional ist¹⁾. Ich will jedoch jetzt diesen Satz etwas anders formuliren, nämlich folgendermaassen: Bei einem chemischen Vorgang, wo eine Basis (resp. Säure) auf einen anderen Körper einwirkt, ist — ceteris paribus — die Reaktionsgeschwindigkeit proportional der Menge von OH (resp. H) als Jon. (Diese Formulirung stimmt thatsächlich etwas besser mit der Erfahrung überein als die ältere²⁾.) Es ist leicht einzusehen, dass dieser Satz einfach aus der Ansicht (oder Definition) abgeleitet werden kann, dass Basen (resp. Säuren) sind Elektrolyte, welche durch den Gehalt ihrer Lösungen von OH (resp. H) als Jon charakterisirt sind; oder mit anderen Worten: sobald eine Reaktion für alle Basen gemeinsam ist, so wird diese nur durch das in den Lösungen der Basen enthaltene dissociirte OH bewirkt (und ähnlich für Säuren).

Da jetzt die specifische Reaktionsgeschwindigkeit (k) für Kalilauge, die in 40 Lit. 1 Grammmolekyl KOH und folglich ^{209/215}

¹⁾ ARRHENIUS: Bihang till K. V. A:s Handl. Bd 8, N:o 14, p. 59 (1884).

²⁾ OSTWALD: Journ. f. prakt. Ch. (2), 35, 112 (1887).

Grammolekül OH als Jon bei 18°¹⁾ enthält, bekannt ist ($k = 6,41$ bei 25° C.), so kann man daraus die spezifische Reaktionsgeschwindigkeit von Ammoniak bei Anwesenheit von NH_4 -Salzen aus den vermitteltst Formel (6) gefundenen λ -Werthen ableiten. (Dabei ist vorausgesetzt, dass der Gehalt an OH von Kalilauge resp. Ammoniak bei 18° und 25° gleich gesetzt werden kann, was jedenfalls nicht erheblich von der Wirklichkeit abweicht.) Die so berechneten k -Werthe sind in die dritte Kolumne der folgenden Tabelle eingeschrieben. Nebenbei sind in der vierten Kolumne die aus der empirischen Formel

$$k_1 = \frac{39,02 \cdot 10^{-5}}{1 + 3,103 S - 0,07133 S^2} \cdot 400^2 \quad (7)$$

(welche also die Beobachtungen darstellt) abgeleiteten k_1 -Werthe angeführt. S ist hier die Salzmenge in $1/400$ -Grammäquivalent pro Liter. In der ersten Kolumne steht die Salzmenge (n), in der zweiten der Werth von λ nach Formel (6). Offenbar sollen die aus der theoretischen und der empirischen Formel berechneten k - und k_1 -Werthe gleich gross sein.

$\frac{1}{40}$ -normales $(\text{NH}_3 + \text{CH}_3\text{COOC}_2\text{H}_5)$ + $\frac{n}{40}$ -normales NH_4Cl .

$n =$	$\lambda =$	$10^3 k =$	$10^3 k_1 =$
0	57,8	177,3	156,1
0,05	26,0	79,8	61,6
0,1	15,3	46,9	38,7
0,2	8,22	25,2	22,6
0,3	5,57	17,1	16,2
0,4	4,24	13,0	12,7
0,5	3,42	10,5	10,6
0,6	2,87	8,8	9,2
0,7	2,54	7,8	8,1
0,8	2,19	6,7	7,3
0,9	1,95	6,0	6,7
1,0	1,76	5,4	6,2
2,0	0,91	2,8	3,3

¹⁾ KOHLRAUSCH: l. c., p. 158.

²⁾ S. ARRHENIUS: Bihang l. c., p. 16; Zeitschr. f. phys. Ch. I, p. 121 (1887).

Die ersten drei Werthe von k und k_1 (für $n = 0, 0,05$ und $0,1$) stimmen untereinander nicht besonders gut überein. Dabei ist jedoch zu beachten, dass der k_1 -Werth für $n = 0$ nicht beobachtet werden kann, sondern durch Extrapolation aus der empirischen Formel gewonnen ist. Übrigens ist, wie ich schon früher bemerkt habe, »der Theil der Reaktion, wo die Ammoniakmenge mehr als 20 Mal grösser ist als die Salzmenge, so klein dass er sich sowohl der Beobachtung wie der Berechnung entzieht«¹⁾. Dies erklärt die ziemlich grosse Abweichung für den n -Werth $0,05$ und in derselben Weise kann diejenige für $n = 0,1$ verstanden werden. Für die n -Werthe, welche zwischen $0,2$ und $1,0$ liegen ist dagegen die Übereinstimmung zwischen k und k_1 sehr gut, und die theoretische Erklärung fällt also sehr befriedigend aus. Der k_1 -Werth für $n = 2,0$ ist nicht aus der Formel (7) berechnet, sondern direkt beobachtet worden²⁾, weil (7) für grössere n -Werthe seine Gültigkeit einbüsst. Derselbe ist auch von dem entsprechenden k -Werth ziemlich verschieden (etwa 16 Proc.); man dürfte aber nicht verlangen können, dass die Formel (6) bessere Resultate ergebe innerhalb eines Intervalls, wo λ im Verhältniss $64 : 1$ variirt.

Da in sehr grossen Verdünnungen (hier 1 Grammmolekül in 40 bis 400 Liter) die verschiedenen NH_4 -Salze so gut wie vollkommen dissociirt sind, so ist die Menge vom Jonen NH_4 (in Formel (6) $= \frac{n\mu}{1220}$), welche auf die Leitungsfähigkeit (λ) des Ammoniaks einwirkt, sehr nahe unabhängig von der Natur des Salzes, wenn nur äquivalente Mengen genommen werden. Also wird λ und folglich die Reaktionsgeschwindigkeit (k), bei kleinen Zusätzen von Neutralsalz, von der Natur des Salzes unabhängig sein. Aus den Versuchen geht es auch hervor, dass: »Bei kleinen Zusätzen von neutralem Ammoniumsalz zu den bei der Saponifikation wirksamen Körpern übt die Natur des Salzes keinen

¹⁾ ARRHENIUS: Bihang t. K. V. A:s Handl. B. 13, Afd. 2, N:o 2, p. 21 (1887); Zeitschr. f. phys. Ch. I, p. 125 (1887).

²⁾ Bihang I. c., 17; Zeitschr. f. ph. Ch. I. c., p. 121.

Einfluss aus, sondern alle Salze wirken gleich stark erniedrigend auf die Reaktionsgeschwindigkeit, wenn sie in äquivalenten Mengen zugesetzt werden»¹⁾.

Wenn die Zusätze von Salz eine gewisse Grenze überschreiten, so treten auch Verschiedenheiten in den Wirkungen der verschiedenen Salze auf. Nach Formel (6) müssen diejenigen Salze, welche am meisten dissociirt sind, den grössten Einfluss ausüben. Jetzt sind bekanntlich (für K-, Na- und NH₄-Salze) die Salze der einbasischen Säuren mehr dissociirt als diejenigen der zweibasischen bei derselben Verdünnung²⁾. Folglich müsste man erwarten, dass die spezifische Reaktionsgeschwindigkeit einen kleineren Werth habe bei Anwesenheit von einbasischen als von zweibasischen Säuren. Ich habe experimentell gefunden, dass »bei Ammoniak haben Sulfat und Oxalat eine geringere erniedrigende Einwirkung als Acetat, Chlorid und Nitrat«³⁾.

Auch eine andere Folgerung kann man aus der Formel (6) ziehen. Wenn die Ammoniakmenge nicht mehr als 20 Mal grösser als die Salzmenge ist, so kann im ersten Glied die Gleichung (bei Konzentrationen die $\frac{1}{40}$ -normal oder mehr sind) der Werth von λ gegen 2150 ($\lambda < 26$) und ebenso im zweiten Glied gegen $1,762 n\mu$ (716λ) vernachlässigt werden. Wächst dann die Ammoniakmenge im Verhältniss $1 : m$, die Salzmenge aber konstant erhalten wird, so nimmt auch die linke Seite im Verhältniss $1 : m$ zu, woraus folgt, dass der Werth von λ auch in demselben Verhältniss sich ändern muss, da die Grösse des innerhalb des Klammers stehenden Faktors als konstant betrachtet werden kann. Die Reaktionsgeschwindigkeit, welche λ proportional ist, muss also in demselben Verhältniss wachsen wie die Ammoniakmenge, oder, mit anderen Worten, die spezifische Reaktionsgeschwindigkeit — hier gleich der Reaktionsgeschwindigkeit getheilt durch Ammoniakmenge — wird konstant bleiben. Dies entspricht völlig der Erfahrung⁴⁾.

¹⁾ ARRHENIUS: Bihang l. c., p. 25; Zeitschr. f. ph. Ch. l. c., p. 129.

²⁾ OSTWALD: Zeitschr. f. ph. Ch. I, p. 105 (1887).

³⁾ ARRHENIUS: Bihang l. c., p. 28 (Note); Zeitschr. f. ph. Ch. I, p. 132 (Note).

⁴⁾ Bihang l. c., p. 21; Zeitschr. f. ph. Ch. l. c., p. 126.

Wenn man zu den reagirenden Körpern (Ammoniak und Aethylacetat) einen Körper hinzusetzt, der nicht in merkbarer Menge elektrolytisch dissociirt ist (einen Nichtleiter), so muss die Dissociation (λ) des Ammoniaks dadurch nicht geändert werden, folglich auch nicht die Reaktionsgeschwindigkeit. Dies ist in guter Übereinstimmung mit der Erfahrung, »dass kleine Mengen von Methylalkohol (bis zu 5 Volumsprocent) keinen Einfluss auf den Reaktionsvorgang ausüben. Dieses Verhalten findet wahrscheinlich statt für alle Nichtleiter«¹⁾.

Das Leitungsvermögen der starken Basen (KOH, NaOH und Ba(OH)₂) ändert sich nicht viel (nach OSTWALD etwa 1,6 resp. 2,8 und 4,5 Procent²⁾) wenn die Koncentration von $\frac{1}{40}$ auf $\frac{1}{20}$ steigt. Ein Zusatz von einer äquivalenten Menge Neutralsalz würde, wie leicht nachzurechnen ist, eine Änderung des Leitungsvermögens (λ) dieser starken Basen von weniger als halb so grossem Betrag hervorrufen, eine Änderung welche durch die Reaktionsgeschwindigkeit kaum zu messen wäre. Die Versuche ergeben, »dass diese Einwirkung ausserordentlich klein ist und niemals zu 0,75 Procent steigt«³⁾. Die wirklich messbare Änderung der Reaktionsgeschwindigkeit durch grössere Mengen von Salz ist eine sehr unregelmässige Erscheinung (von sekundärer Ordnung), und dürfte, wenigstens theilweise, ganz anderen Umständen als der Einwirkung der Salze auf Ammoniak zugeschrieben werden.

Ich habe jetzt alle die wichtigeren Folgerungen aus meiner angeführten Arbeit theoretisch abgeleitet, und man dürfte daraus ersehen, dass die Theorie und die Erfahrung so gut wie vollkommen übereinstimmen.

In ähnlicher Weise können die Ergebnisse der Untersuchungen von SPOHR⁴⁾ über den Einfluss der Neutralsalze auf die Reaktionsgeschwindigkeit bei Inversion von Rohrsucker gedeutet

1) Bihang I. c., p. 22; Zeitschr. f. phys. Ch. I. c., p. 126.

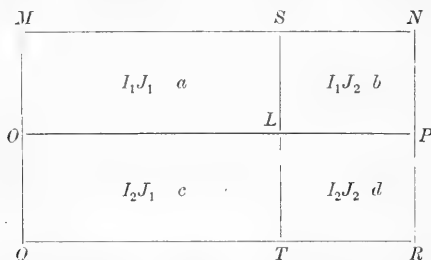
2) OSTWALD: Journ. f. pr. Ch. (2), 33, p. 356—7 (1886).

3) Bihang I. c., p. 28; Zeitschr. f. ph. Ch. I. c., p. 132.

4) SPOHR: Journ. f. pr. Ch. (2), 32, p. 44 (1886).

werden, indem die Salze der schwachen Säuren (z. B. Essigsäure) äusserst kräftig wirken, dagegen diejenigen der starken Säuren einen relativ kleinen Einfluss ausüben. Ausserdem hat OSTWALD¹⁾ gefunden, dass die Reaktionsgeschwindigkeit aller Basen, deren molekulares Leitungsvermögen mit der Verdünnung bedeutende Änderungen erleidet, auch sehr stark durch die Bildung von Salzen geschwächt wird, was nach dem oben Angeführten leicht zu verstehen ist.

3. Im Vorigen ist der Fall behandelt, dass in einer Lösung zwei Elektrolyte, die ein gemeinsames Ion enthalten, sich befinden. Ich will jetzt zeigen wie man mit Hilfe der isohydrischen Lösungen den ganz allgemeinen Fall behandeln kann, bei welchem beliebig viele Elektrolyte von beliebiger Zusammensetzung in einer Lösung vorkommen. Nehmen wir an, wir haben vier Körper I_1J_1 , I_1J_2 , I_2J_1 und I_2J_2 (z. B. NaCl, NaNO₃, HCl und HNO₃). Wir bereiten von diesen Körpern vier isohydrische Lösungen und mischen dieselben in Verhältnissen, die vom nebenstehenden Diagramm veranschaulicht werden. Der Rektangel $MNQR$



stelle die horizontale Bodenfläche eines parallelipedischen Gefässes dar, welches durch zwei Wände SLT und OLP in vier parallelipedische Räume eingetheilt ist. Jetzt fülle man zu derselben Höhe diese vier Räume mit den vier isohydrischen Lösungen nach dem Diagramm. Die Volumina a , b , c und d der vier Lösungen sind durch folgende Gleichung gebunden

$$ad = bc.$$

Dann bestehen für die vier Lösungen, wenn x , y , z und u die nicht dissociirten Theile — und offenbar die dissociirten Theile

¹⁾ OSTWALD: Journ. f. pr. Ch. (2), 35, p. 112 (1887).

gleich ha , hb , hc und hd sind, wobei h konstant ist — vier Gleichungen von der Form:

$$x/a = k_a \left(\frac{ha}{a} \right)^2$$

oder

$$x = k_a \cdot h^2 a \quad (8)$$

Wenn man jetzt die zwei Zwischenwände wegnimmt und die Lösungen vermischt, so ändert sich nicht die Dissociation; denn unter Annahme, dass dies der Fall ist, werden die neuen Gleichgewichtsbedingungen:

$$\frac{x}{a + b + c + d} = k_a h^2 \frac{(a + b)(a + c)}{(a + b + c + d)^2}$$

oder, da $bc = da$ ist,

$$x(a + b + c + d) = k_a h^2 a(a + b + c + d),$$

welche Gleichung mit (8) identisch und also erfüllt ist. Ganz ebenso beweist man, dass y , z und u nicht geändert werden. Mit anderen Worten, Gleichgewicht bleibt bestehen nach der Mischung, wenn nur

$$ad = bc \quad (9)$$

erfüllt ist. Diese Gleichung ist keine andere als diejenige, welche ich früher entwickelt habe und folgendermaassen formulirt¹⁾:

Das Produkt $a \cdot d$ der aktiven Massen zweier Elektrolyte $I_1 J_1$ und $I_2 J_2$ ist gleich dem Produkt $b \cdot c$ der aktiven Massen der Elektrolyte $I_1 J_2$ und $I_2 J_1$. Der Begriff »aktive Masse« deckt sich nämlich vollkommen mit demjenigen »Menge von Jonen« (dissociirtem-aktiven-Elektrolyt).

Es ist leicht einzusehen, dass wenn man eine beliebige Anzahl $m \cdot n$ von Kombinationen zwischen m positiven und n negativen Jonen mischt, so wird das Gleichgewicht nicht gestört, wenn diese $m \cdot n$ Elektrolyte untereinander isohydrische Lösungen vor der Mischung bildeten, und wenn das Produkt der aktiven Massen zweier Elektrolyte $I_m J_n$ und $I_0 J_p$ gleich dem Produkte

¹⁾ ARRHENIUS: Bihang till K. V. Akad:s Handl. Bd 8, N:o 14, p. 36 (Stockholm 1884).

der aktiven Massen von $I_m J_p$ und $I_0 J_n$ ist. Dies trifft offenbar zu, wenn die Volumina der isohydrischen Lösungen sich so verhalten, wie die im nebenstehenden Diagramm gezeichneten Flächen.

$I_1 J_1$	$I_1 J_2$	$I_1 J_3$	$I_1 J_4$
$I_2 J_1$	$I_2 J_2$	$I_2 J_3$	$I_2 J_4$
$I_3 J_1$	$I_3 J_2$	$I_3 J_3$	$I_3 J_4$

Ich habe früher die Gleichung (9) aus kinetischen Betrachtungen abgeleitet und gezeigt, dass sie immer genügt um das Problem des chemischen Gleichgewichts zwischen Elektrolyten zu lösen, ebenso dass die Folgerungen daraus in guter Übereinstimmung mit den bekannten Thatsachen sind. Die obige Ableitung, welche auf den Lehrsätzen der Thermodynamik fusst, indem daraus die Gleichgewichts-Bedingungen von der Form (1) gefolgert werden können, ist jedenfalls vielfach der früher angewandten Deduktion vorzuziehen. Durch diese Ableitung ist auch gezeigt worden, dass die Elektrolyte, wenn man die elektrolytische Dissociation in's Auge fasst, in vollkommen derselben Weise wie die Nichtelektrolyte behandelt werden können. Es ist also hiermit bewiesen, dass die Eigenschaften der verdünnten Lösungen sich gänzlich aus folgenden zwei Principen ableiten lassen:

1) Princip der Übereinstimmung zwischen dem verdünnten Zustande in Form von Gas und von Lösung¹⁾.

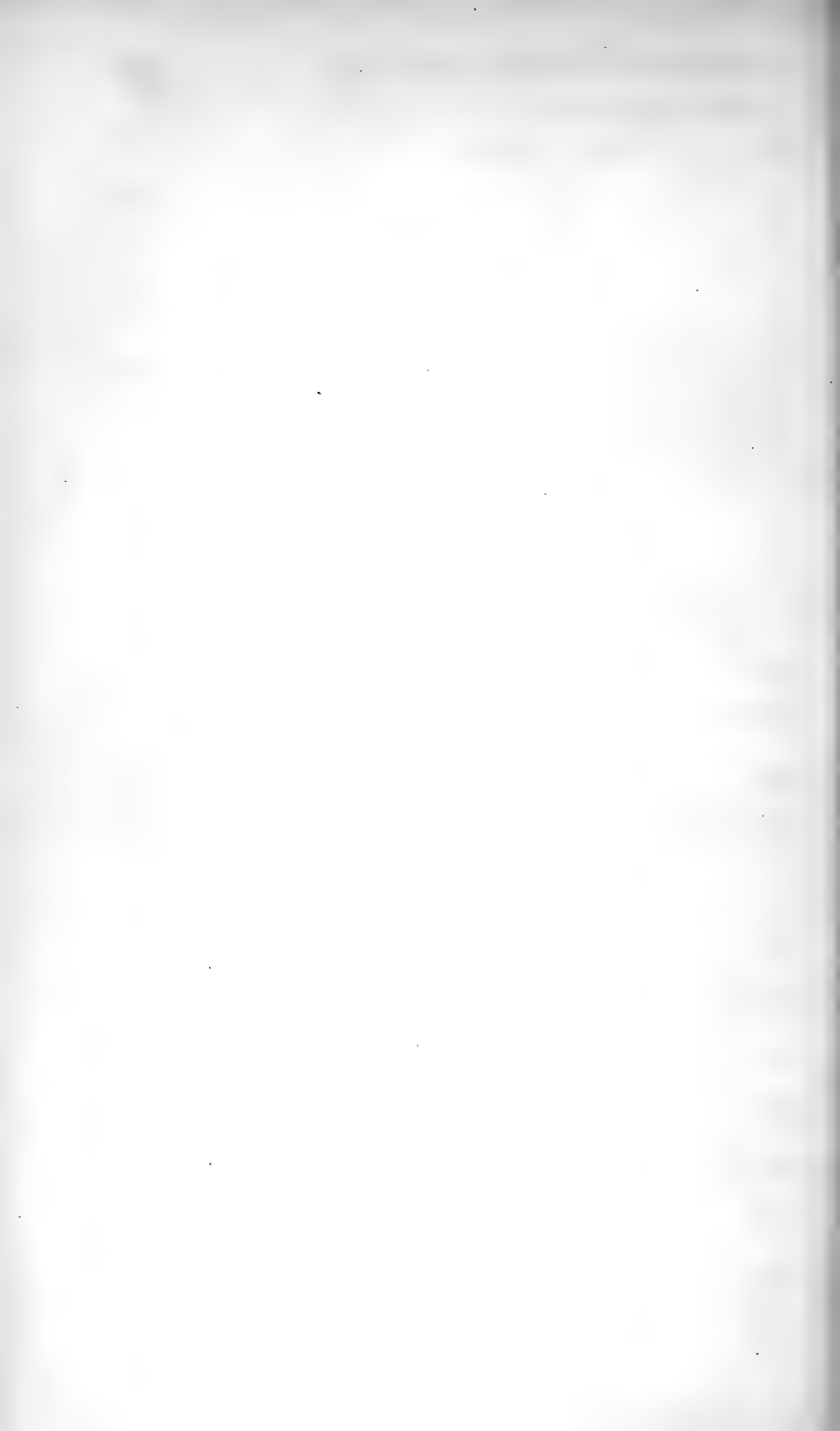
1) Princip der elektrolytischen Dissociation²⁾.

Dadurch ist in der That die sogenannte Zustandsgleichung ebenso gut bekannt für die Lösungen wie für die Gase, und man kann jene ebenso gut mathematisch behandeln wie diese.

¹⁾ VAN T'HOFF: K. V. A:s Handlingar B. 21, N:o 17, p. 8 (1886); Zeitschr. f. phys. Ch. I, p. (1887).

²⁾ ARRHENIUS: Bihang l. c., p. 5 (1885); Öfversigt af K. V. A:s Förh. Juni 1887; Zeitschr. f. ph. Ch. I, p. 631 (1887).

Zuletzt ist es meine Pflicht, dem Herrn Professor VAN T'HOFF meinen tiefen Dank auszusprechen für das besondere Interesse, mit welchem er der Entwicklung der oben gezogenen Schlüsse gefolgt hat und wodurch ich vielfach zu dieser Arbeit angeregt worden bin.



Berättelse om hvad sig tilldragit inom Kongl. Vetenskaps-akademien under året 1887—1888. Af
Akademiens ständige Sekreterare afgifven på
högtidsdagen den 26 Mars 1888.

I anseende till den omständigheten, att den i Vetenskaps Akademiens grundreglor bestämda dagen för Akademiens årshögtid till minne af hennes stiftelse innevarande år infaller på påskaftonen, har, med Akademiens höge Beskyddares bifall, begäendet af högtidsdagen denna gång blifvit utsatt till innevarande dag. Det år, hvilket således om några dagar förflutit sedan Akademien senast offentligen begick sin årshögtid, har för henne fortlupit under ostörd utöfning af den verksamhet, som är henne förelagd. Med sann tillfredsställelse kan hon se tillbaka på detta gångna tidsskede, hvilket på ett glädjande sätt utmärker sig genom fortgående stegrad odling inom vårt fädernesland af de vetenskaper, som närmast äro föremål för hennes verksamhet, — en stegring som otvetydigt uttalar sig i det ovanligt starka tillflödet af vetenskapliga afhandlingar för offentliggörande i Akademiens skrifter. Äfven i andra hänseenden har året varit ett lyckosamt år, och icke minst derutinnan, att Akademien derunder fortfarande sett sig omfattad med oförminskad välvilja och verksamt hägn från statsmakternas sida, hvarför hon stannar i djup förbindelse, hvilken åter för henne innebär en kraftig maning att efter bästa förmåga söka motsvara sin höga kallelse.

På Kongl. Maj:ts derom gjorda framställning har Riksdagen dels förhöjt det till ritningars utförande vid det under Akademiens inseende ställda Naturhistoriska Riksmuseum utgående ordinarie årliga anslaget med 1,000 kronor,

och dels på extra stat för år 1888 anvisat till inköp och insamling af naturalier vid Riksmuseets afdelning för arkegoniater och fossila växter, till arbetsbiträden derstädes och till bestridande af andra med arbetena vid afdelningen förenade utgifter ett anslag af 2,000 kronor.

På grund af Kongl. Maj:ts äskande har Riksdagen äfven beviljat ett extra anslag af 4,000 kronor för fortsatt utgifvande af tidskriften »Acta mathematica», hvilket anslag blifvit närmast ställdt till Akademiens disposition för att tillhandahållas tidskriftens hufvudredaktör.

Utaf allmänna medel har Kongl. Maj:t anvisat till Akademiens förfogande

dels ett belopp af 2,150 kronor till godtgörelse åt telegrafverket för väderlekstelegraferingen under år 1887 äfvensom till bestridande af andra med nämnda telegrafering förenade utgifter,

dels ett belopp af 2,000 kronor till bestridande under år 1887 af utgifterna för vård och vidmakthållande af Riksmuseets etnografiska samling,

dels 1,000 kronor såsom bidrag till bestridande under år 1887 af de med arbetena vid Riksmusei afdelning för arkegoniater och fossila växter förenade utgifter,

och dels 172 kronor 20 öre till betäckande af omkostnaderna för ett af Akademien utsett ombuds resa till Lund med ändamål att deltaga i utsöndringen af en i Lunds universitets geologiska museum dittills förvarad palæontologisk samling, tillhörande den större samling af naturalier, hvilken i Akademiens förra årsberättelse omförmäldes hafva blifvit såsom gåfva till Riksmuseum öfverlemnad af grosshandlaren F. BÜNSOW.

Utaf statsanslaget till rekestipendier samt läroböcker och lärda verks utgifvande har Kongl. Maj:t på Akademiens förord beviljat följande understöd:

700 kronor åt Kandidaten, C. F. NYMAN för utgifvande af ett supplementband till hans arbete »Conspectus floræ Europææ»,

1,000 kronor åt Filosofie Doktorn A. APPELLÖF för en resa i ändamål att vid Medelhafvet idka zoologiska studier,

400 kronor åt Adjunkten vid allmänna läroverket i Örebro P. J. HELLBOM för fullföljande af hans år 1884 påbörjade lichenologiska undersökningar på Bornholm,

samt 500 kronor åt e. o. Bibliotheksamanuensen G. ENESTRÖM för fortsatt utgifvande under 1888 af tidskriften »Bibliotheca mathematica.»

Äfvenledes på Akademiens förord har Kongl. Maj:t utaf allmänna medel anvisat:

åt e. o. Professorn vid Lunds universitet N. C. DUNÉR ett reseunderstöd af 600 kronor för beivrande af den internationela konferens, som under April månad förlidet år var samlad i Paris för öfverläggningar om lämpliga åtgärder till den apparenta himmelsferens fotografering,

åt läraren vid Stockholms högskola Professor OTTO PETERSSON ett reseunderstöd af 400 kronor för öfvervarande af ett i Wiesbaden under September månad förlidet år hållet naturforskaremöte,

samt till förfogande af vederbörande komiterade en summa af 3,000 kronor såsom bidrag till betäckande af transportkostnader och andra utgifter för den etnografiska samling, som blifvit hopbragt under Fregatten Vanadis' verldsomsegling; hvilken samling, efter att redan sistliden sommar hafva blifvit hit återförd från Göteborg, der den med vederbörligt tillstånd varit under flere månader exponerad, visserligen ännu icke blifvit, jemlikt Kongl. Maj:ts föreskrift, formligen öfverlemnad till statens under Akademiens inseende stående allmänna etnografiska museum, men likväl i inpackadt skick deponerad i den lokal, som för samlingens inrymmande blifvit förhyrd.

När den nyss nämnda etnografiska samlingen blifvit vederbörligen öfverlemnad och på ett ordnad sätt uppställd, kommer den att utgöra en högst betydlig tillväxt af statens etnografiska

museum. Men Akademien har dessutom för samma museum under året fått mottaga ännu andra både rikhaltiga och dyrbara etnografiska samlingar, hvarigenom museum än ytterligare ansenligen förkofrats. Sålunda har Kongl. Maj:t förordnat, att de i Kina slott vid Drottningholm förvarade, Kongl. Lifrustkammaren tillhöriga modeller till byggnader äfvensom en mängd andra etnografiska föremål skola såsom deposita öfverlemnas till Riksmuseum. Vidare har Docenten Friherre H. H. VON SCHWERIN till museum förärat en af honom i Kongolandet hopbragt, mycket värdefull etnografisk samling. Slutligen har Museum från Kejsarliga Indiska Regeringen fått genom Herr J. R. ROYLE i London mottaga en utsökt och mycket dyrbar samling af etnografiska föremål från Ostindien. Genom dessa och föregående, tid efter annan erhållna tillväxter har det etnografiska museum vunnit en omfattning och rikhaltighet vida större än man vid dess första grundande såsom en särskild afdelning af Riksmuseum vågade hoppas skola inom en jämförelsevis så kort tid blifva fallet. Lika glädjande som detta förhållande är, lika mycket måste man beklaga, att tillfälle ännu saknas att sammanföra och ordna hela samlingen i sammanhängande ändamålsenliga lokaler, utan att, såsom förhållandet nu är, densamma måste inordnas i två från hvarandra vidt skilda lokaler, och dessa hvarken fullt ändamålsenliga eller sammantagna tillräckliga. Dess värre, är detta blott ett enstaka fall af det vid Riksmuseum rådande allmänna trångmål i afseende på utrymme.

Akademien har mottagit och låtit sig föredragas följande berättelser om resor, som under sistlidet år blifvit med understöd af Akademien inom landet utförda för vetenskapliga ändamål, nämligen:

af Professor CHR. AURIVILLIUS, som för entomologiska undersökningar och insamlingar utfört resor i Jemtlands fjelltrakter;

af Docenten vid Lunds universitet D. BERGENDAL, som vid Kristinebergs zoologiska station i Bohuslän anställt undersökningar öfver fiskarnes benväfnad och Planariornas anatomi;

af Docenten vid Upsala universitet A. WIRÉN, som vid Kristineberg studerat Anneliders, Gephyreers och Echinodermers inre byggnad;

af Filosofie Licentiaten G. ADLERZ, som jemväl vid Kristineberg egnat sig åt undersökningar öfver Pantopodernas anatomi och utveckling;

af Lektorn L. J. WAHLSTEDT, som på Gotland idkat studier öfver växtfamiljerna Characeæ och Violaceæ;

af Amanuensen Grefve H. STRÖMFELT, som i Bohuslän undersökt hafsalgernas rotorgan;

af Filosofie Licentiaten E. HENNING, som i Jemtlands fjelltrakter studerat dels de högre svamparne och dels fanerogamernas olika formationer ofvan trädgränsen;

af Filosofie Kandidaten H. MUNTHE, som fortsatt sina under föregående år påbörjade undersökningar öfver Gotlands quarära bildningar;

samt af Läroverkskollega G. E. RINGIUS, som under resor i Wermland idkat studier i biologisk växtgeografi.

Docenten vid Upsala universitet S. ARRHENIUS, hvilken af Akademien blifvit utsedd till Letterstedtsk resestipendiat på 1886 års stat, med uppgift att i Ryssland, Tyskland och Holland egna sig åt studiet af den fysikaliska kemien i experimentelt och theoretiskt hänseende, har med Akademiens tillstånd gjort ett afbrott i sin utländska resa, men vistas för närvarande ånyo i utlandet i sin egenskap af stipendiat. Den honom åliggande reseberättelsen har derföre ännu icke kunnat afgifvas.

Äfvenså har Ingeniören A. LARSSON, hvilken år 1886 af Akademien erhöll ett reseunderstöd utaf Wallmarkska donationen, i ändamål att under resor i England, Frankrike och Tyskland studera tillverkningen af vissa kemiska industri-alster med fästadt afseende på möjligheten att åvägabringa en tillverkning af samma produkter inom Sverige, på anförda skäl erhållit Akademiens tillstånd att uppskjuta sin resa till instundande sommar.

Bland de flere betänkanden, som Akademien på grund af Kongl. Maj:ts befallning eller anmodan af embetsverk haft att under året afgifva, må här särskildt såsom af mera omfattande art omnämnas: dels på anmodan af Statsrådet och Chefen för Kongl. Civil Departementet ett utlåtande angående den i hufvudstaden nyligen bildade Skandinaviska Allmänna Lifförsäkrings-Föreningen, och dels på anmodan af Kongl. Generaltullstyrelsen ett utlåtande uti ett tullmål rörande beskaffenheten af en till riket införd mineralolja, hvarförutom Akademien med eget underdånigt utlåtande till Kongl. Maj:t insändt en till henne ställd skrifvelse från v. ordföranden i Svenska Jägarförbundets afdelning i Göteborg C. O. BOTHÉN samt Sekreteraren i Göteborgs Jagtsällskap E. LIGNELL med anhållan, att Akademien måtte söka för dem utverka tillåtelse att, oberoende af Jagtstadgans föreskrifter, få för vetenskapliga ändamål under den i lag påbjudna fridlysningstiden inom Göteborgs och Bohus län fälla då fridlysta foglar.

Offentliggörandet af Akademiens vetenskapliga skrifter har under året haft sin jemna fortgång. Deras alltjemt växande omfång i förening med det stora, till dem hörande antalet planscher, hvilkas litografiering är särdeles tidsödande, har likväl haft till följd, att utgifvandet af de större publikations-serierna, nämligen Handlingarne och Bihanget till Handlingarne, blifvit mera fördröjdt än önskligt hade varit. Af Akademiens Handlingar har under året den nya följdens 21:sta band, eller det för åren 1885 och 1886, fullständigt utkommit i två ganska starka kvartband jemte ett tillhörande häfte planscher och tabeller in folio. Dessutom hafva icke obetydliga delar af 22:dra bandet lemnat pressen. — Af Bihanget till Handlingarne hafva 11:te och 12:te banden, det förra i två digra häften och det senare, enligt den antagna nya anordningen för denna publikationsserie, i fyra häften, för fyra olika vetenskapsgrupper, utkommit, hvarförutom af 13:de bandet betydliga delar föreligga färdigtryckta. — Af tidskriften »Öfversigt af Akademiens Förhandlingar» har 44:de årgången, för år 1887, redan för någon tid sedan varit i

fullständigt skick för allmänheten tillgänglig, samt månadshäftena för Januari och Februari innevarande år jemväl lemnat pressen. — Af det fortlöpande arbetet »Meteorologiska iakttagelser i Sverige», som innehåller i bearbetad form de vid statens meteorologiska stationer utförda iakttagelser, har 24:de bandet utkommit. — Af det arbete på franska språket, som Akademien åtagit sig att på sin bekostnad offentliggöra, öfver de vid Kap Thorsden på Spetsbergen åren 1882—1883 af den bekanta svenska expedition, som då derstädes öfvervintrade, utförda meteorologiska, jordmagnetiska och andra kosmiskt fysikaliska iakttagelser, har numera 2:dra bandet fullständigt utkommit, omfattande, utom den redan i Akademiens för ett år sedan afgifna årsredogörelse omförmälda afhandlingen öfver norrskensiakttagelser af Filos. Kandidaten W. CARLHEIM-GYLLENSKIÖLD, en afhandling af Ingenjören S. A. ANDRÉE om iakttagelserna öfver luftelektriciteten, en afhandling af CARLHEIM-GYLLENSKIÖLD om optiska fenomen i atmosfären m. m., och slutligen en afhandling af Professor FRITH. HOLMGREN om de iakttagelser, som expeditionens läkare Dr R. GYLLENCREUTZ anställt öfver hudfärgens förändring efter en öfvervintring i polartrakterna. Dessutom har utaf samma arbetes 1:sta band en af Amanuensen N. EKHOLM författad historisk inledning äfvensom en del af en afhandling af Filos. Licentiaten E. O. SOLANDER öfver jordmagnetiska iakttagelser lemnat pressen.

På Akademiens **Observatorium** hafva observationerna med meridiancirkeln fortsatts och hufvudsakligen afsett fyllandet af luckor i den äldre, för grundläggandet af en stjernkatalog anordnade observationsserien. Beräkningen af observationerna är i det närmaste afslutad, så att egentligen endast sammanställningen af stjernkatalogen återstår. — Beräkningen af hufvudplaneternas absoluta elementer, för hvilket arbete ett särskildt statsanslag är anvisadt, har oafbrutet fortskridit, och torde offentliggörandet af en, särskildt för undersökningar rörande asteroidernas absoluta banor vigtig afdelning af samma arbete snart kunna företagas. — Med anledning af förhandlingarne vid

den internationela konferens, som under April månad förlidet år hölls i Paris för öfverläggningar angående åtgärder till stjernhimmels fotografering, och i hvilken konferens Akademiens astronom personligen äfven deltog, har för Observatorium blifvit från firman A. Steinheil & Söhne i München anskaffadt ett astrofografiskt objektiv, som med sin tillhörande camera blifvit anbragt till det eqvatorialinstrument, som finnes på Observatorium, för att till en början försöksvis fotografera partier af stjernhimmeln. De anställda försöken hafva emellertid, i anseende till väderlekens otjenlighet, ännu ej ledt till några bestämda resultat. — Tre yngre utländska astronomer, Herrar WELLMAN från München, BRENDEL från Berlin och MASAL från Österrike hafva under året åhört de föreläsningar i theoretisk astronomi, som blifvit hållna af Akademiens astronom, och hafva för öfrigt varit sysselsatta med utarbetandet af teorien för hvar sin asteroid.

På Akademiens **Fysiska Kabinet** hafva, utom Akademiens Fysiker sjelf, Doktorerne K. H. SOHLBERG, P. ISBERG och S. ARRHENIUS varit under året sysselsatta med vetenskapliga undersökningar. Dr SOHLBERG har nämligen fortsatt sin under föregående år påbörjade undersökning rörande frågan, huruvida atmosfärens fuktighet vid klart väder uteslutande består af vattengas, eller om den till någon del utgöres af vatten i fluid eller fast form; Dr ISBERG har äfvenledes fortsatt sina i föregående årsberättelse omnämnda undersökningar öfver jerntrådars elasticitet och hållfasthet; och Dr ARRHENIUS har utfört en undersökning öfver ljusets inflytande på den atmosfäriska luftens elektriska ledningsmotstånd. — Akademiens fysiker har fortfarande egnat sig åt egna fysikaliska forskningar och meddelat frukterna deraf i offentliggjorda afhandlingar. — Thamiska föreläsningar hafva, på uppdrag af Akademiens Fysiker, blifvit hållna dels sistlidne höst af Doktor ISBERG om värmet och dess vigtigaste användning, och dels innevarande vinter af Doktor K. ÅNGSTRÖM öfver läran om ljudet och ljuset. — Af kabinetkets instrument-

samling hafva, såsom vanligt, åtskilliga apparater varit utlånade för vetenskapliga ändamål.

Akademiens **Bibliothek** har fortfarande hållits öppet för besökande under bestämda timmar hvarje Onsdag och Lördag, och har dessutom varit tillgängligt de flesta helgfria förmiddagar, så väl för studier på stället som för hemlåning af böcker. I närvarande stund äro derifrån utlånade 8,388 band och lösa nummer af tidskrifter till 162 personer. Genom gåfvor, inköp och byten har boksamlingen tillväxt med 2,957 band och småskrifter. Bland mera betydande skänker förtjenar att i främsta rummet omnämnas H. M. KONUNGENS gåfva af det dyrbara arbetet »Flora Brasiliensis», deraf nu senast Fasc. 96—100, samt af en samling utländsk ny Trädgårdsliteratur, deribland flera praktverk. — Akademiens egna skrifter utdelas för närvarande till 712 institutioner och personer, hvaraf 231 inom och 481 utom landet.

Vid **Statens Meteorologiska Centralanstalt** har verksamheten under det förflutna året fortgått efter oförändrad plan. Med stöd af de från 9 inländska och 21 utländska stationer dagligen ankommande väderlekstelegrammen hafva uppgjorts synoptiska kartor, hvilkas bekantgörande för allmänheten verkställts på samma sätt som under föregående år, dels genom anslag å vissa ställen i hufvudstaden och dels genom deras införande i åtskilliga af hufvudstadens tidningar. Äfvenså har dagligen en sammanfattning af väderlekstillståndet jemte angifvande af utsigten för närmast förestående väderlek blifvit utarbetad och bekantgjord så väl i åtskilliga tidningar som ock genom telegrafiskt meddelande till några kommuner och större jernvägsstationer i riket. Dessutom offentliggöras de inländska väderlekstelegrammen fortfarande i den af de tre skandinaviska Centralanstalterna bekostade tidskriften »Bulletin du Nord». — Statens meteorologiska stationer äro för närvarande 34 till antalet, hvarförutom observationer öfver nederbörd och temperatur med egna eller från anstalten till låns bekomna instrument anställas å flera privatstationer. Fullständiga observationsserier hafva in-

lemnats af Lärverksadjunkten BILLMANSON i Nora, kassören D. EGNELL i Gysinge, jägmästaren J. J. VON DÖBELN i Björkholm, Kaptenen Th. EKENMAN i Helmershus, Telegraföreståndaren V. VON MÜHLENFELS i Falköping, Med. Doktorn C. H. NERÉN i Skeninge, Telegrafkommisarien J. G. ERICSSON i Näs-sjö, från Ronneby helsobrunn och Landtbruks Akademiens Experimentalfält vid Stockholm, samt från tre stationer i Hallands och en i Upsala län, dessa sist nämnda inrättade och underhållna på de respektiva Hushållningssällskapens bekostnad i dessa län. — Äfven har Sverige deltagit i de så kallade simultana observationerna med fem svenska stationer, vid hvilka iakttagelser för detta ändamål anställt kl. I e. m. svensk borgerlig tid. Dessa simultana observationer hafva likväl med 1887 års utgång upphört i alla länder. — Å de af skogsmedel bekostade meteorologiska försökstationerna hafva iakttagelserna öfver luftens temperatur och fuktighet, såsom numera för ändamålet obehöfliga, redan med 1886 års slut upphört, hvaremot iakttagelserna öfver nederbörd, afdunstning och jordtemperatur fortsättas. Vid den under förra året nyinrättade utförligare nederbördsstationen å Djurhagen vid Värtan hafva iakttagelser regelbundet blifvit gjorda öfver den nederbörd, som fallit i jernhöjd med träddopparne och på marken. — Det system af stationer för iakttagelser öfver nederbörden och delvis öfver lufttemperaturen, som bekostas af Hushållningssällskapen, och der observationerna togo sin början år 1878, är ännu i oförminskad verksamhet. Om till hithörande stationer läggas statens meteorologiska stationer, så väl de som lyda under Meteorologiska Centralanstalten som under Nautisk-meteorologiska Byrån, samt de privata stationerna och skogsstationerna, vid hvilka alla nederbörden observeras efter en och samma plan, blir antalet af nederbördsstationer inalles 448, fördelade öfver rikets alla län, således 8 färre än under föregående år. Alla dessa stationer hafva insändt sina iakttagelser till anstalten vid hvarje månads utgång; och hafva iakttagelserna offentliggjorts i en månatlig tidning med titel: »Månadsöfversigt af väderleken i Sverige», hvilken redigeras af Ama-

nuensen Doktor H. E. HAMBERG under anstaltens inseende och hufvudsakligen uppehålles genom prenumeration af Hushållnings-sällskapen. I densamma har under året fortsatts en för tre år sedan påbörjad klimatbeskrifning öfver rikets särskilda län, grundad på de 28 sista årens iakttagelser. — Det system af iakttagelser öfver isförhållanden, åskväder och fenologiska företeelser, som år 1881 öfverflyttades från Upsala meteorologiska observatorium till Centralanstalten, har fortgått efter oförändrad plan. Till anstalten hafva under året inkommit journaler från 39 observatörer öfver isläggning och islossning, från 49 öfver iakttagna åskväder och från 56 öfver periodiska företeelser inom växt- och djurverlden. — Upprättandet af synoptiska tabeller har blifvit fortsatt och omfattar hvarje dag af året 1886. — Under sommaren inspekterades af anstaltens Amanuens Dr HAMBERG stationerna Lillhärad, Alderstugan, Dingtuna, Åkerlännä, Dalboda, Gysinge, Gefle, Falun, Bjuråker, Storbacken, Jockmock, Qvickjock och Visby, hvarjemte Upsala särskildt besöktes för jemförelse af dess barometer med Stockholms normalbarometer.

Det **Naturhistoriska Riksmuseum** har under det förflutna året fortfarande hållits för allmänheten öppet alla Onsdagar och Lördagar kl. 12—2 samt Söndagar kl. 1—3 på dagen. Tillträdet har varit afgiftsfritt utom om Lördagarne, då hvarje besökande person haft att erlägga en afgift af 25 öre. Äfven på andra tider har museum ofta hållits tillgängligt, när särskild begäran derom framställts, isynnerhet för skolungdom under lärares ledning och undervisning.

Riksmusei *mineralogiska afdelning* har äfven under detta år erhållit sina vigtigaste bidrag från skandinaviska fyndorter, der flere särdeles intressanta nya mineralfynd blifvit gjorda. De vigtigaste bland dessa äro: ett vackert och väl kristalliseradt berylliumnatriumsilikat, som af Professor BRÖGGER är beskrifvet under namn af Eudidymit; en egendomlig förening af mangonoxidul, kiselsyra och antimonsyra, som af Hr G. FLINK blifvit uppmärksammas vid Långban och benämnd Långbanit; ett nytt hexagonalt blysilikat från Pajsberg, beskrifvet af Hrr A.

SJÖGREN och C. H. LUNDSTRÖM under namn af Barysil; Periklas eller kristalliserad talkjord, funnen redan för femtio år sedan vid Vesuvius, nu för första gången träffad i Sverige vid Nordmarks grufvor och beskrifven af Bergmästaren A. SJÖGREN; en kristalliserad förening af borsyra, tennoxid och kalk, analyserad af Professor CLEVE och beskrifven af Professor BRÖGGER under namn af Nordenskiöldin; åtskilliga under senare åren vid Sjögrufvan af Bergskonduktör IGELSTRÖM upptäckta nya arseniater, m. m. Af dessa mineral hafva särdeles vackra suiter blifvit för Museum förvärfvade. Vidare har för Museum inköpts åtskilliga utländska mineral från Hr FOOTE, DEYROLLE och PECH; en del svarta diamanter m. m. Dessutom har såsom vanligt en mängd mineral inköpts från de Wermländska grufvorna och fältspatsbrotten vid Hitterö, Arendal, Moss m. m. Genom byte med Professor F. ROEMER har förvärfvats en samling schlesiska mineral. — Skänker hafva erhållits af Grefvinnan A. POSSE, Magister J. SEDERHOLM, Hr G. FLINK, Statsrådet HIRIAKOFF, Professor G. NORDENSTRÖM, Lektor A. E. TÖRNEBOHM, Baron F. LINDER af Svartå, Brukspatron E. LINDSAY v. JULIN, Konsul TH. FRIEDLÄNDER, Doktor P. ÖBERG, Disponenten J. E. JANSSON, Hr G. VON YHLEN, Bergmästaren A. SJÖGREN, Geologen N. O. HOLST, Brukspatron M. F. WÆRN och grosshandlaren N. B. SÖRENSEN. — För musei räkning hafva mineral blifvit insamlade vid Horrsjöberget och några andra lokaler af Hr C. MORTON, vid åtskilliga grufvor i Filipstads bergslag af Amanuensen G. LINDSTRÖM, samt vid Pargas, Skogböle, Lajo kalkbrott m. fl. ställen i Finland af studeranden G. NORDENSKIÖLD. Isynnerhet vid Pargas hafva erhållits vackra suiter af Skapolit, Pargasit m. fl. derstädes förekommande, för mineralhistorien viktiga mineral. — Musei meteoritsamling har dels genom skänker och dels genom inköp riktats med meteoriter från 14 fyndorter, så att samlingen för närvarande innehåller 202 nummer af så väl meteorstenar, hvilkas fall blifvit bevittnade, som ock nickelhaltiga jernmassor, hvilka anses vara af

meteoriskt ursprung. — Såsom vanligt har undersökningsmaterial blifvit lemnadt till flere in- och utländska forskare.

Den *botaniska afdelningen* af Riksmuseum har under året förkofrats så väl genom talrika skänker som genom byte och köp. Vetenskaps Akademien har till afdelningen öfverlemnadt de växtsamlingar, som Licentiaten E. HENNING, Doktor G. E. RINGIUS, Docenten Grefve H. STRÖMFELT och Lektor L. J. WAHLSTEDT, hvilka af Akademien åtnjutit reseunderstöd, enligt föreskrift insändt. Bland öfriga gåfvor må främst anföras en stor samling ostindiska växter och växtdelar, skänkt af Mr J. R. ROYLE genom förmedling af Fabrikör A. BOLINDER, en mycket värderik samling *Rubus*-former, skänkt af Professor F. W. C. ARESCHOUG, samt en vacker och rikhaltig samling svampar af Doktor A. W. TAMM. Vidare må nämnas alger af Hr O. F. ANDERSSON, Professor CH. FLAHAULT, Dr N. G. W. LAGERSTEDT och Docenten H. STRÖMFELT; svampar af Hr A. EKBLUM, v. Lektor E. KÖHLER och Dr E. ÄHRLING; lafvar af Obergerichts-rath F. ARNOLD i München; fanerogamer af Lektor S. ALMQVIST, Adjunkt K. H. BERLIN, Jägmästaren A. F. BERSELIUS, Kandidat R. BOLDT, Kamrer C. BRANDEL, Härads-skrifvaren CAVALLIN, Bergsingeniör J. DANIELSSON, Friherre C. DE GEER, Kyrkoherden A. EKSTRÖM, Lektor K. B. J. FORSELL, Friherinnan E. GRIPENSTEDT, Patron C. E. HAGBERG, Direktör C. G. HOLMERZ, Apotekaren C. INDEBETOU, Lektor C. H. JOHANSSON, Adjunkt T. O. B. N. KROK, Jägmästaren H. LAGERQVIST, Dr N. G. W. LAGERSTEDT, Dr J. A. LEFFLER, Lektor C. A. M. LINDMAN, Kyrkoherden J. LUNDEBERG, Kollega A. MAGNUSSON, Dr C. A. MELANDER, Kommissarien L. A. RINGIUS, Adjunkt A. W. RUUTH, Lektor N. J. SCHEUTZ, Dr L. SCHLEGEL, Lektor A. SKÅNBERG, Apotekaren C. O. STRÖMHOLM, Bankdirektör C. F. SUNDBERG, Kommissarien F. SVANLUND, Apotekaren H. THEDENIUS, Lektor K. F. THEDENIUS, Lektor E. THEORIN, Lektor L. J. WAHLSTEDT, Kandidat W. E. ÅKERBLOM, Jägmästaren V. TH. ÖRTENBLAD och Kyrkoherden H. D. ÖSTBERG; morfologiska föremål af Fabrikör A. BOLINDER (från Natal),

Fru ANNA GEIJER, Kandidat ALB. HEUMANN (från Brasilien), Adjunkt T. O. B. N. KROK, Adjunkt C. I. LALIN, Kamrer G. A. LINDBERG, Lektor C. J. LINDEBERG, Professor CHR. LOVÉN, Fröknarne HEDVIG LOVÉN och ALIDA OLBERS, Kyrkoherden O. W. REDELIUS, Dr G. RINGIUS, Fru SOPHIE SEDERHOLM, Bankdirektör C. F. SUNDBERG, Dr G. TISELIUS, Lektor L. J. WAHLSTEDT, Dr N. WILLE och Dr A. P. WINSLOW, hvartill komma de under Intendentens resa i Jemtland gjorda samlingar af alger och fanerogamer. Genom byte hafva erhållits finska fanerogamer från Helsingfors botaniska bytesförening, *Flora exiccata austro-hungarica* ed. A. KERNER», Cent. 13—15, samt en talrik mängd frukter och frön från Sverige, Danmark, Ryssland, Tyskland, Österrike-Ungern, Holland, Belgien, Frankrike, Schweiz, Italien Spanien och Portugal af de respektiva ländernas botaniska institutioner. Genom köp hafva förvärfvats alger från Florida, fanerogamer från Himalaya, Lektor K. J. LÖNNROTHS efterlemnade rika Hieracie-samling, en del af Dr M. A. LINDBLADS svampsamling samt *exiccata*-verken »HOLMES: Algæ britannicæ rariores exiccatae» fasc. 3, »FRIDERICHSEN & GELERT: Rubi exsiccati Danicæ et Slesvigicæ» fasc. 1 och 2, samt »NEUMANN, WAHLSTEDT och MURBECH: Violæ Sueciæ exsiccatae» fasc. I. — Delar af de skandinaviska, arktiska, allmänna och Regnelliska herbarierna hafva varit utlånade till specialister i Sverige, Danmark, Tyskland, Österrike, Belgien, England och Frankrike. — Vetenskapliga undersökningar hafva vid afdelningen blifvit utförda, utom af Intendenten sjelf, af Lektor S. ALMQVIST, Kamrer C. BRANDEL, Kandidaterne A. CALLMÉ och O. JUEL, Dr J. AF KLERCKER, Adjunkt KROK, Dr. J. A. LEFFLER, Fröken MARIA LEWIN, Lektor C. A. M. LINDMAN, Docenten A. N. LUNDSTRÖM, Adjunkt A. MAGNUSSON, Professor A. G. NATHORST, Dr C. F. NYMAN, Lektor N. J. SCHEUTZ, Docenten H. STRÖMFELT, Telegrafkommissarien F. SVANLUND och Jägmästaren V. TH. ÖRTENBLAD. — Till Regnellsk Amanuens efter numera Lektorn C. A. M. LINDMAN har blifvit antagen Docenten Grefve H. STRÖMFELT.

Riksmusei *afdelning för vertebrerade djur*, med hvilken äro förenade, såsom en särskild underafdelning, museets etnografiska samlingar, har, isynnerhet hvad angår sistnämnda samlingar, under året erhållit ansefliga tillökningar, af hvilka de viktigaste redan blifvit i det föregående omnämnda. Dessutom har en dyrbar sändning af foglar, däggdjursskinn och djurskelett från Syd-Amerika blifvit af Arkitekten H. ÅBERG i Buenos Ayres, genom H. Exc. Utrikes Ministerns förfogande, till Riksmuseum såsom gåfva öfverlemnad. För öfrigt hafva Kyrkoherden G. V. SCHAAR, Fyrmästaren ÖSTLING, Agronomen G. F. WIRSÉN, Hr G. ASCHAN och studeranden F. ERIKSSON öfverlemnat värderika skänker. Bland inköp af större värde må företrädesvis omnämnas ett fullständigt Narhvalskelett från Spetsbergen. — Då museets tränga utrymme numera knappast medgifver uppställande af flera bland de många i vetenskapligt hänseende viktiga föremål, som i afdelningens magasin förvaras, hafva bland större djur endast en *Bradypus*, en *Moufflon* och en *Python* kunnat inställas bland de för allmänheten tillgängliga samlingarne, hvar emot museets största hvalskelett, af en *Balænoptera Sibbaldii*, blifvit färdigprepareradt och uppsatt i det för hvalskelett särskildt afsedda hus inom kvarteret Grönlandet södra. För öfrigt hafva arbetena vid afdelningen egnats åt det fortsatta ordnandet och beskrifvandet af fisksamlingen.

Riksmusei *afdelning för lägre Evertebrater*, der arbetet med provisoriskt ordnande af de under senare åren ingångna betydliga tillökningar alltjemnt har fortsatts, har tillika fått mottaga åtskilliga viktiga bidrag af förut saknade sällsynta arter, deribland sådana från Mexikanska vikens största djup, från Guinea-bugten och från Portugals kust. Ur de mycket ansefliga förråden af nordiska arter hafva samlingar af *Krustaceer* och *Pantopoder* varit utlemnade till specialister inom och utom landet, samt till museum återkommit ordnade och åtföljda af deröfver författade värderika arbeten. — Den zoologiska stationen vid Kristineberg i Bohuslän var under förra årets sommar mycket besökt, och arbetet fortgick derstädes till hela den vidd, som

tillgångarne kunde medgifva. Dess aquarier och öfriga apparater för vetenskapliga undersökningar visa sig fortfarande till alla delar motsvara sina ändamål. Utom hvad dervid insamlats för Riksmuseum, hafva ej obetydliga samlingar tilldelats flera läroverk.

Den *Entomologiska afdelningen* af Museum har haft för månen att under året få mottaga flera värdefulla gåfvor, bland hvilka särskildt må nämnas: en samling fjärilar och åtskilliga skalbaggar från skilda trakter af Kongoflodens område, skänkt till Museum af Löjtnant M. JUHLIN-DANNFELT; 50 stycken sällsyntare Coleoptera från Sydafrika, skänkta af Mr L. PERINGUEY i Capstaden; omkring 50 Formicid-typer från alla verldsdelar, öfverlemnade af Hr G. MAYER i Wien; en samling typiska Curculionider från Ingeniör FAUST i Curland; en större samling Coleoptera och Hemiptera från Centralamerika, af Mr W. L. DISTANT i London; en samling Orthoptera och Neuroptera af Professor IGN. BOLIVAR i Madrid. Genom köp har förvärfvats: en samling fjärilar från Amur genom L. GRÆSER i Hamburg, några Nyseeländska Curculionider från H. DEYROLLE i Paris, en större samling Coleoptera och Lepidoptera från Hr RIBBÉ i Dresden, en dylik samling från Dr STAUDINGER i Dresden, samt åtskilliga insekter från Sarepta af Hr A. BECKER. — Betydande samlingar hafva för vetenskaplig bearbetning utlånats till Hrr W. L. DISTANT i London, E. BERGROTH i Helsingfors, E. RAGONAT i Paris, A. FAUVEL i Caen, J. FAUST i Libau och B. HAIJ i Lund. — I museum hafva samlingarne för studier och forskningar anlitats af Konservator W. MEVES, Löjtnant C. GRILL, Byråchefen J. MEVES, Jägmästaren J. H. WERMELIN, Konservator S. LAMPA, Hr G. HOFGREN, m. fl.

Riksmusei *Palæontologiska afdelning* har förkofrats genom byten eller gåfvor från Stationsföreståndaren S. CLESSIN i Ochsenfurth i Bayern, Mr FOURD i London, Dr FRECH i Halle, M. GOURDON i Luchon, Kapten J. HAGDAHL, Dr HEAD i Chicago, Dr J. G. HINDE, Friherre HOCHSCHILD, Dr I. KIESOW i Danzig, Dr M. KLINTBERG i Visby, Ingeniör LECZINSKY, Hr H.

LINDSTRÖM i Visby, Tullförvaltaren LYTH i Visby, Dr J. MÖBERG, Professor A. G. NATHORST, Hr W. SCHLACHTER, Dr H. STOLPE, Mr TOMES i England samt Mr WALCOTT i Washington. Genom inköp hafva förvärfvats cambriska försteningar från Lappmarken, undersiluriska från Östergötland, öfversiluriska och kvartära från Gotland, samt kritförsteningar från Skåne. — För vetenskapliga arbeten hafva samlingarne anlitats af stationsföreståndaren CLESSIN, Dr GOTTSCHKE i Hamburg, Dr HINDE, Professor RUPERT JONES i London, Dr KIESOW i Danzig, Professor B. LUNDGREN, Dr H. RAUFF i Bonn, Akademiker FR. SCHMIDT i St. Petersburg samt Professor O. TORELL.

Riksmusei *Afdelning för Arkegoniater och fossila växter* har under året såsom gåfvor fått mottaga: en samling Harpidier från Dr C. SANIO i Lyck, skandinaviska och odlade arkegoniater ur framlidne Professor C. M. NYMANS herbarium, en samling växtfossil från Yokohama-bluffs af Hr MATAJIRO YOKOYAMA, Kalktuffsväxter från Skåne af Baron C. KURCK och Kandidat G. ANDERSSON, en fossil trädstam från Höganäs af Ingeniör E. ULFFERS samt en dylik från Ural af Konsul TH. FRIEDLÄNDER, diverse gåfvor af Lektor S. ALMQVIST, Professor W. C. BRÖGGER, Assistenten A. F. CARLSSON, Trädgårdsmästaren R. CHRISTENSEN, Kandidat C. JOHANSSON, Professor G. LINDSTRÖM, Hr T. MATTSON, Friherre A. E. NORDENSKIÖLD, Professor G. NORDENSTRÖM, Fiskeriassistenten F. TRYBOM och Professor V. WITTRÖCK. Genom byte hafva erhållits: mossor från Mecklenburg, en större samling mossor från Kaukasus, barrträdskottar från Californien, tertiärväxter från Schweiz, devoniska växter från Nordamerika. Genom inköp har förvärfvats en större samling rätiska växter från Skåne samt åtskilliga tertiärväxter från Österrike. — För vetenskapliga ändamål hafva samlingarne anlitats af Lektorerne S. ALMQVIST och H. W. ARNELL, Professor S. BERGGREN, Kammarrådet S. BORGSTRÖM, Dr F. V. BROTHNERUS i Helsingfors, Presidenten H. FORSELL, Professor S. O. LINDBERG i Helsingfors, Professor A. SCHENK

i Leipzig, Professor V. WITTRÖCK samt Hr MATAJIRO YOKOYAMA från Japan.

Öfver årets ränteafkastning utaf donationer, hvilka tid efter annan blifvit till Akademien öfverlemnade för främjande af de vetenskaper, som företrädesvis äro föremål för Akademiens verksamhet, har Akademien träffat följande förfoganden.

Räntan å den fond, som af H. M. KONUNG OSCAR II och några enskilda män blifvit till Akademien donerad för anordnande af astronomiska föreläsningar i hufvudstaden, har, jemlikt föreskrift, blifvit öfverlemnad till Akademiens Astronom, som under året på observatorium hållit föreläsningar i theoretisk astronomi, hvilka varit bevistade af, bland andra, tre utländska yngre astronomer.

Årsräntan å *Letterstedtska donationen*, uppgående till 9,000 kronor, har blifvit använd i öfverensstämmelse med testators föreskrifter. Sålunda har Letterstedtska resestipendiet, som för närvarande utgår med 4,200 kronor, blifvit af K. Vitterhets Historie och Antiquitetens Akademien, som denna gång egt att utnämna stipendiat, anvisadt åt Docenten i nordisk språk- och fornforskning vid Lunds universitet SVEN SÖDERBERG. — Det Letterstedtska priset för utmärkta originalarbeten och viktiga upptäckter har Akademien tillerkänt e. o. Professorn vid Lunds universitet K. F. SÖDERVALL för den af honom utarbetade »Ordbok öfver svenska medeltidsspråket», hvaraf de sju första häftena redan i tryck utkommit. — Det Letterstedtska priset för öfversättning till svenska språket af något förtjenstfullt utländskt arbete inom litteraturens, industriens eller vetenskapens områden eller af någon särdeles utmärkt undervisningsbok för ungdomen har Akademien deremot denna gång icke funnit anledning att bortgifva, utan kommer motsvarande räntebelopp att läggas till kapitalet. — Den andel af donationens årsränta, som Generalkonsul Letterstedt i sitt testamente ställt till Akademiens förfogande för bekostande af särskildt maktpåliggande vetenskapliga undersökningar, har Akademien anvisat åt geologen E. ERDMANN för att sätta honom i tillfälle att fortsätta en i trakten

af Engelholm under föregående år påbörjad, af enskild person bekostad och intill ett djup af 500 fot drivven jordborrning, i ändamål att vinna kännedom om beskaffenheten af det geologiska lagersystem, som utgör berggrunden inom den ifrågavarande trakten. — För öfrigt hafva utaf donationsröntan föreskrifna andelar blifvit öfverlemnade till Domkapitlet i Linköping för belöningar åt förtjente folkskolelärare inom Linköpings stift, till Pastorsembetet i Wallerstads församling af samma stift för utdelande af premier i församlingens folkskola, för bildande af ett sockenbibliotek m. m., och till Direktionen för Serafimerlasarettet i Stockholm för nödlidande sjuke resandes vård å detta lasarett.

Den *Letterstedtska Föreningens* fonder, hvilkas förvaltning testator har anförtrott åt Akademien, uppgingo vid 1887 års slut till en sammanlagd summa af 591,116 kronor 12 öre. Utaf årets ränta har ett belopp af 16,805 kronor 73 öre blifvit till Föreningens förfogande öfverlemnadt.

Utaf det *Berzeliska stipendiet* är Amanuensen vid det kemiska universitets-laboratorium i Upsala J. A. BLADIN fortfarande i åtnjutande.

Af årsröntan å *Wallmarkska donationen* har Akademien öfverlemnat hälften såsom belöning åt Docenten vid Upsala universitet A. BERGER för en af honom författad och i tidskriften *Acta mathematica* införd afhandling med titel: »Deduction de quelques formules analytiques d'un théorème élémentaire de la théorie des nombres», och den andra hälften såsom understöd åt Docenten vid Lunds universitet J. R. RYDBERG för fortsatt idkande af studier inom atomtheorien i samband med grundämnenas periodiska system.

Den *Fernerska belöningen* har Akademien tillerkänt Filosofie Kandidaten G. KOBBERG för hans i Öfversigten af Akademiens Förhandlingar under året offentliggjorda uppsatser: »Om integration af differentialeqvationerna för en material punkts rörelse på en rotationsyta», och »Om båglängden af algebraiska kroklinier».

Den *Lindbomska belöningen* har anvisats åt assistenten vid Riksmusei mineralogiska afdelning G. LINDSTRÖM för en i Öfversigten under året införd uppsats: »Om hyalotekit från Långban», med hänsyn jemväl till föregående af honom författade uppsatser af mineralanalytiskt innehåll.

Den *Flormanska belöningen*, som är afsedd till uppmuntran af anatomiska och fysiologiska forskningar, har Akademien icke funnit anledning att under året bortgifva, utan skall det motsvarande penningebeloppet läggas till hufvudstolen.

Det *Beskowska stipendiet*, som äfven under detta år skolat tilldelas någon yngre vetenskapsidkare, som egnat sig åt någon af de fysiko-mathematiska vetenskaperna, har Akademien anvisat åt Läroverksadjunkten K. H. SOHLBERG, för anställande vid Akademiens fysiska kabinet af fortsatta undersökningar öfver luftens halt af fuktighet i fast eller flytande form vid klart väder.

Räntan af den fond, som framlidne Doktor A. F. REGNELL till Akademien donerat under namn af hans *zoologiska gåfvo-medel*, har för det förflutna året blifvit sålunda fördelad, att

till Professor F. A. SMITTS förfogande anvisats 400 kronor såsom bidrag till bekostande af ritningars utförande vid Riksmusei Vertebratafdelning;

till Professor CHR. AURIVILLII förfogande 400 kronor för enahanda ändamål vid Riksmusei Entomologiska afdelning;

åt Rektor C. J. NEUMAN tilldelats 400 kronor såsom reseunderstöd för att under instundande sommar i Halle, Zürich och Padua studera der befintliga samlingar af Acarider, äfvensom för att under tiden göra insamlingar af Acarider för Riksmuseum, samt

åt Docenten C. BOVALLIUS anvisats 468 kr. 82 öre, för att sätta honom i tillfälle att under en del af innevarande år vid Riksmusei afdelning för lägre evertebrater fortsätta en påbörjad undersökning af exotiska amphipoder och isopoder.

Såsom understöd för vetenskapliga resor inom landet har Akademien beviljat:

åt Professor A. G. NATHORST 150 kr. för att vid Kristinebergs zoologiska station i Bohuslän undersöka maskars och andra lägre djurs spår på bottenslammets yta i ändamål att söka finna den rätta uttydningen af vissa till växtriket hörande försteningar och derunder särskildt söka lösa frågan, huruvida chondriterna äro alger eller maskspår;

åt Docenten CARL AURIVILLIUS 150 kr. för att vid nämnda station fortsätta sina studier öfver Cirripederna samt vissa biologiska förhållanden hos högre Crustaceer;

åt Docenten D. BERGENDAL 150 kr. för att vid samma station fullfölja sina under föregående år påbörjade undersökningar öfver Turbellariæ;

åt Filosofie Kandidaten E. LÖNNBERG 150 kr. för att äfvenledes vid Kristineberg fortsätta påbörjade undersökningar öfver foglars och fiskars intestinaldjur;

åt Filos. Kandidaten H. ASKLUND 150 kr. för idkande af zoologiska studier särskildt öfver molluskernas utveckling jemväl vid Kristineberg;

åt Filos. Kandidaten G. ANDERSSON 150 kr. för undersökning af lagerföljden inom södra Skånes torfmossar med fästadt afseende på de i desamma förekommande växt- och djurlemningar;

åt Filos. Licentiaten C. J. JOHANSSON 200 kr. för att i Ångermanland och Helsingland studera parasitsvampar och undersöka växtlemningar i dervarande torfmossar;

åt Filos. Kandidaten C. JUEL 100 kr. för studium af parasitsvampar på Gotland; samt

åt Filos. Kandidaten K. STARBÄCK 100 kr. för att studera Ascomyceter på Öland.

De statsmedel, öfver hvilka Akademien under året egt att förfoga till instrumentmakeriernas uppmuntran, har hon i lika lotter tilldelat matematiska och fysiska instrumentmakarne P. M. SÖRENSEN och G. SÖRENSEN.

Den minnespenning, som Akademien till denna dag låtit prägla, är egnad åt minnet af hennes framlidne ledamot, den bekante fosterlandsvännen, Medicine Doktorn A. F. REGNELL.

Under året har Akademien genom döden förlorat: bland sina inländska ledamöter Professor emeritus vid Upsala universitet JOHAN ERHARD ARESCHOUG, f. d. Öfverdirektören och chefen för Statistiska Centralbyrån FREDRIK THEODOR BERG, Direktören THEOFRON MUNKTELL och Professorn vid universitetet i Upsala HERMAN THEODOR DAUG; samt bland sina utländska ledamöter Professorn vid universitetet i New-Cambridge ASA GRAY, Professorn vid universitetet i Strassburg ANTON DE BARY, och ledamoten af Franska Institutet JEAN BAPTISTE JOSEPH BOUSSINGAULT.

Såsom nya ledamöter har Akademien deremot med sitt samfund förenat, inom landet f. d. Statsrådet och Kongl. Landtbruks Akademiens Direktör PEHR JAKOB VON EHRENHEIM, Generaldirektören och Chefen för statens jernvägstrafik Grefve RUDOLF CRONSTEDT, Professorn i Anatomi vid universitetet i Upsala EDVARD CLAES HERMAN CLASON och Filosofie Doktorn CARL FREDRIK OTTO NORDSTEDT; samt i utlandet Professorn vid Ecole Polytechnique i Paris och ledamoten af Franska Institutet HENRI-AMÉ RESAL, Professorn vid Medicinska Fakulteten i Paris och ledamoten af Franska Institutet JEAN MARTIN CHARCOT och Professorn vid universitetet i Göttingen GEORG ADOLF SOETBEER.

Till ledamot af Kongl. Direktionen öfver Stockholms stads Undervisningsverk efter Akademiens nuvarande Sekreterare, som afsagt sig detta af honom under 25 år innehafda uppdrag, har Akademien utsett Presidenten H. L. FORSELL.

Till sin juridiske Ombudsman efter numera Justitierådet A. R. SKARIN har Akademien kallat och antagit Revisionssekreteraren K. G. LINDBÄCK.

ÖFVERSIGT

AF

KONGL. VETENSKAPS-AKADEMIENS FÖRHANDLINGAR.

Årg. 45.

1888.

N^o 5.

Onsdagen den 9 Maj.

INNEHÅLL:

Öfversigt af sammankomstens förhandlingar.....	sid. 271.
CLEVE, Derivat af ϑ -amidonafthalinsulfonsyra.....	» 273.
CLEVE, Derivat af γ -amidonafthalinsulfonsyra.....	» 283.
LILLIEHÖÖK, Sammandrag af geografiska Ortsbestämningar och magnetiska iakttagelser åren 1838, 1839 och 1840 under Fransyska vetenskapliga expeditionen till Spetsbergen m. fl. ställen.....	» 291.
BÄCKLUND, Bidrag till teorien för vågrörelsen i ett gasartadt medium. Fortsättning och slut.....	» 305.
EKSTRAND, Om Naftöesyror.....	» 317.
BOHLIN, En generalisation af LAPLACE's undersökning af librationen i planetteorien.....	» 329.
CLESSIN, Ueber zwei neue Lamellibranchiaten aus den postglacialen Schichten Schonens.....	» 335.
BERGENDAL, Männliche Copulationsorgane am ersten abdominalen Somite einiger Krebsweibchen.....	» 339.
Skänker till Akademiens bibliotek.....	sidd. 272, 282, 290.

På Komiterades tillstyrkan antogos följande afhandlingar till införande i Akademiens Handlingar: 1:o) »Der Wal Svedenborgs (Balæna Svedenborgii) nach einem Funde im Diluvium Schwedens», af Docenten CARL AURIVILLIUS; 2:o) »Om gräsens qväfvefria reservnäringsämnen, särskildt de inulinartade kolhydraten», af Filos. Licentiaten C. J. JOHANSON.

Hr SMITT meddelade uppgifter om en i Sveriges fauna förut ej upptagen fiskart, Triglops Pingelii, en arktisk art, funnen i Kattegat utanför Warberg, samt en ny invandring i Europa af en asiatisk fogelart, Sandhönan (Syrrhaptès paradoxus), hvilken enligt underrättelser, meddelade af Doktor J. W. LINDBLAD, under innevarande månad uppträdt äfven i Sverige, nämligen i Skåne den 3 och i Vestergötland den 4 Maj.

Hr GYLDÉN meddelade dels en uppsats af Docenten K. BOHLIN: »Ueber eine Annäherungsmethode in der Störungstheorie» (se Bihang till K. Vet.-Akad. Handl.), och dels en uppsats af densamme: »En generalisering af LAPLACE's undersökning af librationen i planetteorien»*.

Hr LINDSTRÖM meddelade och refererade en uppsats af stationsföreståndaren i Ochsenfurt i Bayern STEPHAN CLESSIN med titel: »Ueber zwei neue Lamellibranchiaten aus den postglacialen Schichten Schonens»*.

Sekreteraren öfverlemnade följande inkomna uppsatser: 1:o) »Derivat af ρ -amidonaftalinsulfonsyra», af Prof. P. T. CLEVE*; 2:o) »Derivat af γ -amidonaftalinsulfonsyra», af densamme*; 3:o) »Sammandrag af geografiska Ortsbestämningar och magnetiska iakttagelser under den Fransyska vetenskapliga expeditionen till Spetsbergen m. fl. ställen», af Kommendör C. B. LILLIEHÖÖK*; 4:o) »Bidrag till theorien för vågrörelsen i ett gasartadt medium (fortsättning och slut)», af Prof. A. V. BÄCKLUND*; 5:o) »Om Naftoësyror», af Docenten Å. G. EKSTRAND*; 6:o) »Ueber abnorme Formen der ersten abdominalen Anhänge bei einigen Krebsweibchen», af Docenten D. BERGENDAL (se Bihang etc.), jemte ett sammandrag af samma uppsats*.

Hr MALMSTRÖM, som vid Akademiens sista April-sammankomst blifvit utsedd till Præses för det ingående akademiska året, hade i skrifvelse anmält sig vara af helsoskäl förhindrad att mottaga detta uppdrag, hvarför Akademien vid nu anställt val till Præses utsåg Hr FORSSELL.

Följande skänker anmäldes

Till Vetenskaps-Akademiens Bibliothek.

H. MAJ:T KONUNGEN.

Flora Brasiliensis, ed. C. F. PH. DE MARTIUS, A. W. EICHLER, I. URBAN. Fasc. 101—102. Lips. 1888. Fol.
 Berlin. *Deutsche geologische Gesellschaft.*
 Zeitschrift. Bd. 39 (1887): H. 3—4. 8:o.

(Forts. å sid. 282.)

Meddelanden från Upsala kemiska Laboratorium.

144. Derivat af \mathcal{J} -amidonaftalinsulfonsyra.

Af P. T. CLEVE.

[Meddeladt den 9 Maj 1888.]

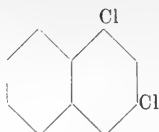
Med \mathcal{J} -nitronaftalinsulfonsyra har jag¹⁾ betecknat en af de isomeriska syror, som bildas vid nitrering af naftalin- β -sulfonsyra. Den genom reduktion af denna nitrosulfonsyra bildade amidosulfonsyran blef visserligen analyserad, men dess salter och derivat kunde af brist på material icke undersökas. Sedermera har jag framställt större mängder af nämnda nitrosyra och kunnat deraf erhålla material för studier både af syrans salter och öfriga derivat samt får i det följande redogöra för resultatet af undersökningarne.

Den nitrosulfonsyra, som jag betecknat \mathcal{J} , innehåller, all den stund den bildas genom nitrering af naftalins β -sulfonsyra, radikalen $\text{SO}_2 \cdot \text{OH}$ i β -ställning. Nitrogruppen måste deremot förekomma i α -ställning, emedan, såsom PALMÆR²⁾ visat, \mathcal{J} -nitrosulfonsyran bildas äfven genom inverkan af svafvelsyra på α -nitronaftalin.

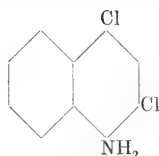
Den vid 61° smältande diklornaftalin, som jag medels fosforpentakloridreaktionen erhållit af \mathcal{J} -nitrosulfonsyran, är med hög grad af sannolikhet:

¹⁾ Öfversigt af K. Vet.-Akad. Förh. 1878, n:o 2, sid. 31.

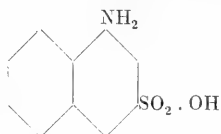
²⁾ Öfversigt af K. Vet.-Akad. Förh. 1887, n:o 10, sid. 733.



Jag har nämligen erhållit en vid 61° smältande diklor-naftalinen genom borttagande af gruppen NH₂ ur dikloramido-naftalin, som sannolikt är:



Häraf följer, att om ingen omkastning inträffat vid fosfor-pentakloridreaktionen bör 9-nitro- och följaktligen 9-amido-naftalinsulfonsyran hafva sammansättningen



Salter af 9-amidonaftalinsulfonsyra.

Sjelfva syran har jag förut analyserat och funnit efter torkning ega sammansättningen C₁₀H₆(NH₂)SO₂.OH. Den innehåller i kristalliseradt tillstånd en mol. vatten. Salterna äro i allmänhet tämligen lösliga och utmärkas deraf, att deras lösningar färgas i luften violetta genom oxidation.

Kaliumsaltet är mycket lösligt och bildar tunna fjäll.

Natriumsaltet, C₁₀H₆(NH₂)SO₃Na + ¹/₂H₂O, kristalliserar i tämligen lösliga, plattade nålar.

0,6287 gr. förlorade vid 180° 0,0245 gr. H₂O och gaf 0,1763 gr. Na₂SO₄.

I procent

	Funnet.	Beräknadt.
Na	9,08	9,06
H ₂ O	3,89	3,54.

Amoniumsaltet är mycket lösligt och bildar små, platta fjäll.

Kalciumsaltet — $(C_{10}H_6(NH_2)SO_3)_2Ca + 2H_2O$ — är lösligt, och dess lösning färgas i luften intensivt violett, hvarför det endast med svårighet kan fås i rent tillstånd. Jag har en gång erhållit saltet i form af fjällika kristallblad, men oftast som ett gråaktigt, otydligt kristalliniskt pulver.

0,2907 gr. lufttorkadt salt förlorade vid 180° 0,0213 gr. och gaf 0,0749 gr. $CaSO_4$.

I procent

	Funnet.	Beräknadt.
Ca	7,58	7,69
H ₂ O	7,33	6,92.

Magnesiumsaltet bildar en otydligt kristallinisk, löslig massa.

Bariumsaltet, $[C_{10}H_6(NH_2)SO_3]_2Ba$, är tämligen svårösligt och bildar plattade, korta nålar. Saltet är vattenfritt.

0,3566 gr. gaf 0,1421 gr. $BaSO_4$.

I procent

	Funnet.	Beräknadt.
Ba	23,43	23,58.

Zinksaltet, $[C_{10}H_6(NH_2)SO_3]_2Zn + 4H_2O$, är tämligen svårösligt och bildar små, gula, glänsande och väl utbildade prismor, som ej vittra i torr luft. Saltet förlorar allt kristallvattnet vid 110° .

0,2147 gr. förlorade 0,0257 gr. H_2O och gaf 0,0302 gr. ZnO .

0,3457 gr. förlorade 0,0419 gr. H_2O och gaf 0,048 gr. ZnO .

I procent:

	Funnet.		Beräknadt.
Zn	11,29	11,14	11,19
H ₂ O	11,97	12,12	12,39.

Blysaltet är tämligen lösligt i hett vatten. Lösningen färgas violett och afsätter orent blysalt. Blysaltet synes vara vattenfritt.

Silfversaltet erhålles som en hvit kristallinisk fällning, om ett lösligt salt af syran blandas med silfverniträt. Inom kort färgas saltet brunt, och slutligen afsättes reduceradt silfver.

Kopparsaltet. En lösning af natriumsaltet ger med kopparvitriol en mörkt färgad, kristallinisk fällning, under det att lösningen färgas mörkt violett.

Diazosulfonsyra, $C_{10}H_6N_2 \cdot SO_3$.

Inleder man en ström af kväfvetroxid i absolut alkohol, hvori man uppslammat den fint fördelade vattenfria syran, erhåller man efter flere dagars förlopp ett chamoi-färgadt, kristalliniskt pulver, som vid upphettning lindrigt förpuffar.

0,1917 gr. gaf 18,6 kub.c. kvävgas vid t. 14° och 775 mm. bar.tr.

I procent

	Funnet.	Beräknadt.
N	11,81	11,97.

Inledes kväfvetroxid i en blandning af syran och utspädd alkohol, erhåller man ett intensivt blåviolett färgämne, som är lösligt i vatten, men ur lösningen vid tillsats af alkohol fälls i mörkt färgade flockar, som knappast äro kristalliniska. Efter torkning bildar produkten präktigt metalliskt glänsande, gröna stycken, som lätt och med intensivt violett färg löstes i vatten.

Samma färgämne bildades äfven när 9-amidosulfonsyra med kristallvatten, men eljest torr, blandades med absolut alkohol och amylnitrit. Efter några dagar hade en blå massa bildat sig, hvilken utan gasutveckling löstes i kallt vatten. Lösningen filterades och koncentrerades genom afdunstning på vattenbad. Efter afsvalning afsatte sig flockiga, icke tydligt kristalliniska massor, hvilka togos på filtrum och torkades i torkskåp.

Tvänne olika fraktioner torkade vid 100° — 110° gafvo vid analys:

I. 0,6617 gr. gaf vid förbränning med blykromat och kopparoxid 0,2519 gr. H₂O och 1,1558 gr. CO₂.

0,5023 gr. gaf 35,8 kub.cent. qväfgas, mätt vid 13,6° t. och 752,5 mm. bar.tr.

II. 0,2363 gr. gaf 0,4075 gr. CO₂ och 0,1034 gr. H₂O.

0,3367 gr. gaf 23,4 kub.c. qväfgas t. 13° bar.tr. 762 mm.

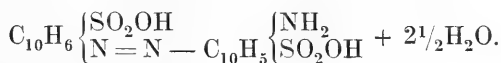
0,5023 gr. gaf 35,8 kub.c. qväfgas t. 13,6° bar.tr. 752,5 mm.

0,3296 gr. gaf 0,3031 gr. BaSO₄.

I procent

	Funnet.		
	I.	II.	Medeltal.
C	47,63	47,02	47,32
H	4,23	4,86	4,54
N	8,43	8,34 8,43	8,40
S	12,72	12,62	12,67
O	—	—	<u>27,07</u>
			100,00.

Efter all sannolikhet har denna produkt formeln



Denna formel fordrar:

C	47,81
H	3,98
N	8,37
S	12,75
O	27,09.

Produkten är till sin natur sur, löses lätt och med intensiv violettblå färg i vatten, men färgen öfvergår till brun vid tillsats af alkaliskt reagerande ämnen. Lösningen ger med bariumacetat en amorf fällning, som torkad vid 100° gaf 20,13 proc. barium, under det att formeln C₂₀H₁₃N₃S₂O₆Ba + 5H₂O fordrar 20,15. Saltets formel kan icke anses säker med hänsyn till vattenhalten, men saltets bariumhalt visar i alla fall att syran är tvåbasisisk.

Amid, $C_{10}H_6(NH_2)SO_2 \cdot NH_2$.

Upphettar man nitrosulfonsyrans amid med isättika och jodvätesyra, erhåller man vid afsvalning gulaktiga kristaller, som kunna renas genom omkristallisering ur alkohol. Dessa kristaller utgöras af amidens jodvätesyrade salt. Löses detta i vatten och tillsätter man amoniak, erhålles en fällning af fina, gulaktiga eller brunaktigt gula kristallnålar, som äro svårösliga i vatten. Smpt 181° . Amiden innehåller icke kristallvatten.

0,3104 gr. gaf 0,1342 gr. H_2O och 0,6170 gr. CO_2 .

0,2280 gr. gaf 24 kub.c. qväfgas, mätt öfver kalilut, t. 14° bar.tr. 765 mm.

0,2086 gr. gaf 0,2290 gr. $BaSO_4$.

I procent

	Funnet.	Beräknadt.
C	54,22	54,05
H	4,80	4,50
N	12,64	12,61
S	15,08	14,42
O	13,26	14,42
	<u>100,00</u>	<u>100,00</u>

Klorvätesyradt salt, $C_{10}H_6(NH_2)SO_2NH_2 \cdot HCl + H_2O$. Amiden löses lätt i klorvätesyra, och lösningen afsätter vid afsvalning fina kristallnålar.

0,4263 gr. mellan papper pressadt salt gaf 0,2202 gr. $AgCl$.

	Funnet.	Beräknadt.
Cl	12,78	12,81.

Jodvätesyradt salt, $C_{10}H_6(NH_2)SO_2NH_2 \cdot HJ + H_2O$. Detta salt erhöles af nitrosulfonsyrans amid och jodvätesyra såsom ofvan blifvit nämndt. Gulaktiga, i vatten och alkohol lösliga, glänsande kristaller.

0,2220 gr. gaf 0,1397 gr. AgJ .

0,2591 gr. gaf 16,3 kub.c. qväfgas, t. 15° bar.tr. 753 mm.

0,3912 gr. gaf 0,1383 gr. H_2O och 0,4827 gr. CO_2 .

0,2818 gr. gaf 0,1646 gr. $BaSO_4$.

I procent:

	Funnet.	Beräknadt.
C	33,64	32,64
H	3,93	3,54
N	7,41	7,62
J	34,00	34,44
S	8,02	8,70
O	13,00	13,06
	<u>100,00</u>	<u>100,00.</u>

Acetylerad amidosulfonsyreamid, $C_{10}H_6(NH.CO.CH_3)SO_2NH_2$.

Amiden löses lätt i varm acetanhydrid, och vid afsvälning erhåller man en kristallinisk massa, som löstes i kokande vatten. Till lösningen sattes blodlutkol och ur den hett filtrerade lösningen afsatte sig ytterst fina, till små kulformiga aggregat tätt hopade nålar, en gång tunna, iriserande blad. Föreningen löses tämligen lätt i kokande vatten och i alkohol. Dess smältpunkt är 213° (pulver).

0,667 gr. lufttorkadt ämne förlorade vid 100° 0,0618 gr. H_2O .

a. 0,3831 gr. torkad substans gaf 0,1581 gr. H_2O och 0,7581 gr. CO_2 .

b. 0,3594 gr. gaf 0,1569 gr. H_2O och 0,7187 gr. CO_2 .

c. 0,2096 gr. gaf 18,6 kub.c. qväfgas, t. 16° bar.tr. 758 mm.

d. 0,2157 gr. gaf 0,1910 gr. $BaSO_4$.

I procent

	Funnet.				Beräknadt.
	a.	b.	c.	d.	
C	53,97	54,53	—	—	54,54
H	4,58	4,85	—	—	4,54
N	—	—	10,49	—	10,61
S	—	—	—	12,16	12,12.

Den vid 100° bortgående kristallvattenhalten motsvarar $1\frac{1}{2}$ mol., ber. 9,28, funnet 9,26 proc.

Urinämne, $C_{10}H_6 \left\{ \begin{array}{l} NH.CO.NH_2 \\ SO_2.NH.CO.NH_2 \end{array} \right.$. Om en lösning af amidens svafvelsyrade salt sättes till en lösning af kaliumcyanat,

erhåller man en fällning af sega, amorfa massor, som småningom stelna. Utkokas produkten med vatten, erhålles en olöst återstod af ett amorft pulver, som är mycket svårlösligt i vatten, alkohol, isättika o. s. v. Det löses lätt i natronlut och fälles derur genom tillsats af en syra. Smpt 225° (pulverformig substans).

0,3078 gr. gaf 0,5238 gr. CO_2 och 0,1290 gr. H_2O .

0,3418 gr. gaf 51,3 kub.c. qväfgas, t. 15° , bar.tr. 761,5 mm.

0,2124 gr. gaf 0,1581 gr. BaSO_4 .

I procent

	Funnet.	Beräknadt.
C	46,43	46,75
H	4,65	3,90
N	17,88	18,18
S	10,22	10,39
O	20,82	20,78
	<hr/> 100,00	<hr/> 100,00.

Amidotionaftol, $2\text{C}_{10}\text{H}_6(\text{NH}_2)\text{SH} + \text{C}_2\text{H}_6\text{O}$.

Upphettar man amididen med jodvätesyra och fosfor i slutna rör, erhåller man vid afsvälning breda, silfverglänsande blad, som sönderdelas af vatten. Denna förening är utan tvifvel jodvätesyradt salt af amidotionaftol. Behandlas detta ämne med utspädd ammoniak, erhåller man en klibbig, gulhvita massa och vid afdunstning af lösningen gula oljedroppar. Blandas dessa med alkohol, stelna de genast till färglösa, i kall alkohol ganska svårlösliga nålar, som smälta vid 127° och efter afsvälning bilda en klibbig, amorf massa, hvilken åter stelnar vid tillsats af alkohol.

Analys på material. pressad mellan papper:

0,2161 gr. gaf 13,8 kub.c. qväfgas, t. $17,5^\circ$. bar.tr. 757 mm.

0,2840 gr. gaf 0,7015 gr. CO_2 och 0,1557 gr. H_2O .

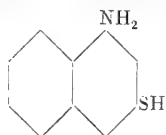
0,2049 gr. gaf 0,2417 gr. BaSO_4 .

I procent

C	67,36	66,67
H	6,09	6,06
N	7,50	7,07
S	16,20	16,16.

0,2430 gr. förlorade vid 110° 0,028 gr. eller 11,57 procent,
under det formeln fordrar 11,62 procent alkohol.

Denna amidotionaftol bör ega formeln:



Skänker till Vetenskaps-Akademiens Bibliothek.

(Forts. från sid. 272.)

- Bern.** *Naturforschende Gesellschaft.*
Mittheilungen. Jahr 1887. 8:o.
- *Allg. Schweizerische Gesellschaft für die gesammten Naturwissenschaften.*
Verhandlungen. Jahresversammlung 70(1887). 8:o.
Compte rendu. Session 70(1887). 8:o.
- Boston.** *American academy of arts and sciences.*
Memoirs. Vol. 11. P. 5: N:o 6. 1887. 4:o.
Proceedings. Vol. 22(1886/87): P. 2. 8:o.
- Bremen.** *Naturwissenschaftlicher Verein.*
Abhandlungen. Bd. 10: H. 1—2. 1888. 8:o.
- Brünn.** *Naturforschender Verein.*
Verhandlungen. Bd. 25(1886). 8:o.
Bericht der meteorologischen Commission. 5(1885). 8:o.
- Cambridge.** *Museum of comparative zoology of Harvard college.*
Memoirs. Vol. 15. 1887. 4:o.
- Cincinnati.** *Observatory.*
Publications. N:o 9. 1887. 1. 4:o.
- Danzig.** *Naturforschende Gesellschaft.*
Schriften. Neue Folge. Bd. 7: H. 1. 1888. 8:o.
- Dorpat.** *Naturforscher-Gesellschaft bei der Universität.*
Schriften. N:o 4. WEIHRAUCH, K., Neue Untersuchungen über die Bessel'sche Formel und deren Verwerthung in der Meteorologie. 1888. 4:o.
- Frankfurt a/M.** *Senckenbergische Naturforschende Gesellschaft.*
Abhandlungen. Bd. 15: H. 2. 1888. 4:o.
- Genève.** *Société de physique & d'histoire naturelle.*
Mémoires. T. 29: P. 2. 1886—87. 4:o.
- Kjöbenhavn.** *Naturhistorisk Forening.*
Videnskabelige Meddelelser. Aarg. 39(1887). 8:o.
- Linz.** *Museum Francisco-Carolinum.*
Bericht. 46(1887). 8:o.
- London.** *Entomological society.*
Transactions. Year 1887. 8:o.
- *Zoological society.*
Transactions. Vol. 12: P. 7. 1888. 4:o.
Proceedings. Year 1887: P. 4. 8:o.
- Meriden, U. S.** *Meriden scientific association.*
Transactions. Vol. 2(1885—86). 8:o.
- Mount Hamilton.** *Lick observatory of the university of California.*
Publications. Vol. 1(1887). 4:o.

(Forts. å sid. 290.)

Meddelanden från Upsala kemiska laboratorium.

145. Derivat af γ -amidonaftalinsulfonsyra.

Af P. T. CLEVE.

[Meddeladt den 9 Maj 1888.]

Af de nitrosulfonsyror, som bildas vid nitrering af naftalinsulfonsyra har jag betecknat en som γ -syra¹⁾. Den emot denna nitrosyra svarande amidosyrans salter och derivat har jag förut, af brist på material, icke kunnat undersöka, hvarför jag i det följande får komplettera mina uppgifter.

Syrans konstitution är ännu icke fullt känd. Dess sulfon-grupp måste till följd af syrans framställningssätt intaga β -ställning. Af ett försök att upphetta den mot amidosyran svarande bromsulfonsyran i vattenånga, hvarvid α -bromnaftalin erhöles, synes framgå, att amidogruppen intager α -ställning. Såsom jag förut visat ger γ -nitrosulfonsyran genom fosforpentakloridreaktionen en vid 61° smältande diklor-naftalin, alldeles som β -syran, men jag har hittills icke lyckats att afgöra huruvida de bägge diklor-naftalinerna äro identiska eller isomeriska.

Salter af γ -amidonaftalinsulfonsyra.

Kalium- och *ammoniumsalterna* äro mycket lösliga.

Natriumsaltet, $C_{10}H_6(NH_2)SO_3 \cdot Na$, är lösligt och bildar fettglänsande fjäll, som äro vattenfria.

0,4121 gr. gaf 0,1194 gr. Na_2SO_4 .

¹⁾ Öfvers. K. Sv. Vet.-Akad. Förh. 1886, N:o 7, sid. 205.

I procent

	Funnet.	Beräknadt.
Na	9,39	9,39.

Silfversaltet, $C_{10}H_6(NH_2)SO_3Ag + H_2O$, erhöills som en hvit, af mikroskopiska nålar bestående fällning, när en lösning af ammoniumsaltet blandades med silfverniträt.

0,6657 gr. mellan papper pressadt salt gaf 0,2726 gr. AgCl.

I procent

	Funnet.	Beräknadt.
Ag	30,82	30,97.

Kalciumsaltet är ytterst lösligt och kristalliserar i form af små nålar ur en knappt flytande, sirapstjock lösning.

Bariumsaltet, $[C_{10}H_6(NH_2)SO_3]_2Ba + H_2O$, är ganska lösligt och kristalliserar i tunna, rätvinkliga blad.

0,3163 gr. mellan papper pressadt salt förlorade vid upphettning till 180° 0,0107 gr. och gaf 0,1226 gr $BaSO_4$.

I procent

	Funnet.	Beräknadt.
Ba	22,77	22,85
H_2O	3,38	3,00.

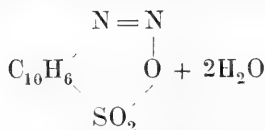
Blysaltet, $[C_{10}H_6(NH_2)SO_3]_2Pb$, är tämligen lösligt och anskjuter vid afdunstning i lindrig värme i form af vattenfria, diamantglänsande nålar.

0,6403 gr. gaf 0,2956 gr. $PbSO_4$.

I procent

	Funnet.	Beräknadt.
Pb	31,51	31,74.

γ -Diazonaftalinsulfonsyra.



Salpetersyrighet inverkar endast långsamt på en blandning af amidosyra och alkohol. Först efter flere dagar bildade sig ganska kompakta, brungula kristaller, som efter utpressning mellan papper gäfvö:

0,3545 gr. gaf 31,5 kub.c. kväfvogas; t. 15° bar. tr. 757,5 m.m.

0,3227 gr. gaf 0,5260 gr. CO₂ och 0,1122 gr. H₂O.

0,345 gr. gaf 0,2935 gr. BaSO₄.

I procent

	Funnet.	Beräknadt
C	44,44	44,44
H	3,86	3,70
N	10,53	10,37
S	11,67	11,86
O	29,50	29,63
	<hr/> 100,00.	<hr/> 100,00.

; -Amidosulfonsyrans amid.



Upphettar man motsvarande nitrosulfonsyrans amid med jodvätesyra, löses den under det att jod afskiljes. Vid afsvälning utkristalliserade jodvätesyradt salt af amidosulfonsyrans amid. Det löstes i hett vatten, lösningen befriades från fri jod genom svafvelsyrlighet, hvarpå amidens utfäldes genom tillsats af ammoniak. Amiden bildar små, kvartlikt grupperade, glänsande nålar, som smälta vid 131° (pulver).

0,5488 gr. mellan papper pressad amid förlorade vid 110° 0,0042 gr. eller 7,65 proc. H₂O; ber. 7,50.

Analysen å material torkade vid 110°:

0,2962 gr. gaf 31,5 kub.cent. kvävgas, t. 15°; bar. tr. 752 m.m.

0,3784 gr. gaf 0,7438 gr. CO₂ och 0,1674 gr. H₂O.

0,3641 gr. gaf 0,3820 gr. BaSO₄.

I procent

	Funnet.	Beräknadt.
C	53,61	54,05
H	4,91	4,50
N	12,51	12,61
S	14,41	14,42
O	(14,56)	14,42
	<hr/> 100,00.	<hr/> 100,00.

Klorvätesyradt salt af amiden, $C_{10}H_6(SO_2NH_2)NH_2 \cdot HCl$.

Amiden löses lätt i klorvätesyra, och lösningen afsätter vid afsvalning glänsande, halmgula, i kallt vatten svårslösliga prismor, som analyserades efter utpressning mellan papper.

0,2664 gr. gaf 0,1430 gr. $AgCl$.

I procent

	Funnet.	Beräknadt.
Cl	13,28	13,70.

Acetamidofulfonsyreamid, $C_{10}H_6(SO_2NH_2)NH \cdot COCH_3$.

Amiden löses lätt i varm acetanhydrid, och lösningen stelnar snart till en kristallgröt. Upphettar man med öfverskott af acetanhydrid, erhåller man en seg, amorf massa. Den nyss omnämnda kristallgröten löstes i kokande vatten, och ur lösningen erhöles vid afsvalning färglösa, fina, till bollar förenade kristallnålar, som smälte vid 220° — 221° (pulver). Föreningen innehöll icke kristallvatten.

0,2720 gr. gaf vid förbränning 0,1308 gr. H_2O och 0,5395 gr. CO_2 .

0,2103 gr. gaf 0,1745 gr. $BaSO_4$.

0,1784 gr. gaf 16,1 kub.c. qväfgas, mätt öfver kalilut vid t. $16,8^\circ$ och bar. tr. 768 m.m.

I procent

	Funnet.	Beräknadt.
C	54,08	54,54
H	5,34	4,54
N	10,78	10,61
S	11,40	12,12
O	(18,40)	18,19
	100,00.	100,00.

Urinämne, $C_{10}H_6 \left\{ \begin{array}{l} NH \cdot CO \cdot NH_2 \\ SO_2 \cdot NH \cdot CO \cdot NH_2 \end{array} \right.$ Af kaliumcyanat

och det klorvätesyrade saltet af amiden erhöles en amorf produkt, som renades genom lösning i natronlut och fällning med saltsyra. Det var ett i vatten olösligt och amorft pulver. Det förlorade vid torkning i torkskåp vid 100° 2,49 procent. Dess smältpunkt var 273° .

0,2128 gr. vid 100° torkadt material gaf 0,1602 gr. BaSO₄.

0,2571 gr. gaf 38,8 kub.c. qväfgas, mätt öfver kalilut, t. 14,8°. Bar. 744 m.m.

0,2908 gr. gaf 0,4978 gr. CO₂ och 0,1078 gr. H₂O.

I procent

	Funnet.	Beräknadt.
C	46,68	46,75
H	4,12	3,90
N	17,58	18,18
S	10,35	10,39
O	(21,27)	20,78
	100,00.	100,00.

γ-Klorsulfonsyra.

Diazosulfonsyran af γ-amidosyran (sid. 284) löses i kall, koncentrerad klorvätesyra utan att qväfgas dervid bortgår. Upphettas lösningen, bortgår qväfgas och man erhåller en praktfullt röd lösning, som neutraliserad med kaliumkarbonat ger ett af ett inblandadt färgämne karminrött, tämligen svårlöst kaliumsalt. Deraf bereddes med tillhjälp af PCl₅ klorid, som renades genom kristalliseringar ur eter och ur benzolblandad gasolja. Af kloriden bereddes med bariumhydrat bariumsalt och deraf andra salter och derivat.

Kaliumsaltet, C₁₀H₆ClSO₃K, är vattenfritt och tämligen lösligt i kokande vatten. En kokande koncentrerad lösning stelnar vid afsvälning till en gröt af tunna, glänsande blad och fjäll.

0,3927 gr. mellan papper pressadt salt förlorade intet i vigt vid upphettning till 170° och gaf 0,1214 gr. K₂SO₄.

I procent

	Funnet.	Beräknadt.
K	13,88	13,94.

Silfersaltet är tämligen lösligt och kristalliserar i små stjernformigt grupperade nålar.

Bariumsaltet — (C₁₀H₆ClSO₃)₂Ba + 3H₂O — är mycket svårlöst och kristalliserar ur en kokande, mättad lösning i mikroskopiska nålar.

0,2222 gr. förlorade vid 170° 0,0205 gr. och gaf 0,0762 gr. BaSO_4 .

I procent

	Funnet.	Beräknadt.
Ba	20,15	20,30
H_2O	9,23	8,02.

Etyletern — $\text{C}_{10}\text{H}_6\text{ClSO}_3 \cdot \text{C}_2\text{H}_5$ — erhöjls af silfversaltet och jodetyl samt kristalliserar ur alkohol i långa nålar. Smältpunkten är efter hastig afkylning 76° , men efter långsam afsvälning 79° .

0,2062 gr. gaf 0,1053 gr. AgCl .

I procent

	Funnet.	Beräknadt.
Cl	12,63	12,90.

Kloriden — $\text{C}_{10}\text{H}_6\text{ClSO}_2\text{Cl}$ — kristalliserar ur kokande gasolja i små, glänsande kristaller med smältpunkten 106° ,

0,1675 gr. gaf 0,1842 gr. AgCl .

I procent

	Funnet.	Beräknadt.
Cl	27,20	27,15.

Amiden — $\text{C}_{10}\text{H}_6\text{ClSO}_2\text{NH}_2$ — erhöjls genom kokning af kloriden med alkoholblandad ammoniak och bildar små, glittrande fjäll, som under mikroskopet synas vara triangulära taflor. Amiden är mycket svårlöslig i kokande vatten, men löses tämligen lätt i kokande alkohol. Smpt 168° .

0,2320 gaf 11,5 kub.c. kvävgas, mätt öfver kalilut vid 13° och 758 m.m. bar. tr.

I procent

	Funnet.	Beräknadt.
N	5,92	5,80

Försök att framställa bromnaftalin af γ -amidofulfonsyra.

Diazofulfonsyra af γ -syran upphettades med koncentrerad bromvätesyra och lösningen neutraliserades med bariumkarbonat. Ett af rödt färgämne förorenadt bariumsalt erhöjls, hvilket sönderdelades med svafvelsyra. Lösningen afduktades till liten volym, då lättlösliga kristaller af bromsulfonsyra erhöjlos. Denna

destillerades i en ström af öfverupphettad vattenånga, hvarvid svagt gula oljedroppar öfvergingo. De renades genom destillation med vattenånga och utgjorde en icke stelmande, färglös olja.

0,2161 gr. gaf 0,1990 gr. AgCl.

I procent

	Funnet.	Beräknadt $C_{10}H_7Br$.
Br	39,19	38,59.

Alldenstund denna bromnaftalin var en olja, utgjordes den af α -monobromnaftalin, hvaraf borde följa, att γ -amidosyran innehåller NH_2 i α -ställning.

Försök att framställa dioxinaftalin af γ -amidosulfonsyra.

Genom kokning af diazosulfonsyra med vatten erhåller man en af rödt färgämne förorenad lösning af oxisulfonsyra, som neutraliserad med kaliumkarbonat ger ett tämligen lösligt, kristalliserande kaliumsalt. Detta kaliumsalt smältes med kaliumhydrat, och lösningen af den smälta massan öfvermättades med saltsyra. Dervid erhöles endast tjärartade massor, och ur lösningen kunde med eter icke hålla någon kristalliserande produkt utdragas.

Såsom jag förut uppgifvit ger γ -nitronaftalinsulfonsyrans klorid med PCl_5 en vid 61° smältande diklornaftalin. Jag har flere gånger sökt genom oxidation af denna diklornaftalin medels salpetersyra framställa ftalsyra, men icke lyckats erhålla någon ren produkt. Bland de produkter, som bildades, funnos nitroföreningar, hvilka vid sublimationsförsök förpuffade. Jag har icke håller lyckats att af den vid 61° smältande diklornaftalin, som erhöles af β -nitronaftalinsulfonsyra, erhålla någon ftalsyra eller klorftalsyra, så att jag ännu icke vet, om de bägge vid 61° smältande diklornaftalinerna äro identiska eller olika.

Skänker till Vetenskaps-Akademiens Bibliothek.

(Forts. från sid. 282.)

- New York.** *Academy of sciences.*
Transactions. Vol. 4(1884/85); 6(1886/87). 8:o.
- Pennsylvania.** *Geological survey.*
Annual report. Year 1886: P. 1—2. 8:o.
- Philadelphia.** *Academy of natural sciences.*
Proceedings. Year 1887: P. 3. 8:o.
— *American philosophical society.*
Proceedings. Vol. 24: N:o 126. 1887. 8:o.
- Rio de Janeiro.** *Imperial observatorio.*
Anuario. Anno 2(1886)—3(1887). 12:o.
- Rom.** *R. Accademia dei Lincei.*
Memorie. Classe di scienze morali, storiche e filologiche. Vol. 12.
1884. 4:o.
Atti. (2) Vol. 4(1875/76). 4:o.
- Topeka, U. S.** *Kansas academy of science.*
Transactions. Vol. 10(1885/86). 8:o.
- Washington.** *U. S. Naval observatory.*
Observations. Year 1883. 4:o.
— *U. S. Geological survey.*
Mineral resources of the United States. Year 1886. 8:o.
- Wien.** *K. K. Geologische Reichsanstalt.*
Verhandlungen. Jahrg. 1887: N:o 17—18. st. 8:o.
- Würzburg.** *Physikalisch-Medicinische Gesellschaft.*
Verhandlungen. Neue Folge. Bd. 21. 1888. 8:o.
- Zürich.** *Naturforschende Gesellschaft.*
Vierteljahrsschrift. Jahrg. 32(1887): H. 4. 8:o.
- Hr friherre A. E. Nordenskiöld.**
Porträtt af NILS NORDENSKIÖLD. Efter H. MILREITER. 1836. Ljustryck.
Sthm. Fol.
- Författarne.**
BLOMSTRAND, C. W., Till frågan om gadolinitjordens atomvigt och
gadolinitens sammansättning. Lund 1888. 4:o.
DE GEER, G., Über ein Conglomerat im Urgebirge bei Vestanå in
Schonen. Berlin 1886. 8:o.
— Småskrifter. 4 st.
SÖDERBAUM, H. G., Studier öfver Platoonxalylföreningar. Ups. 1888. 8:o.

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar, 1888. N:o 5.
Stockholm.

Sammandrag af geografiska Ortsbestämningar och magnetiska iakttagelser åren 1838, 1839 och 1840 under den Fransyska vetenskapliga expeditionen till Spetsbergen m. fl. ställen.

Af C. B. LILLIEHÖÖK.

[Meddeladt den 9 Maj 1888.]

Välbekant är, att Fransyska regeringen åren 1838, 39 och 40 utsände korvetten »La Recherche» med en kommission att under ledning af P. GAIMARD verkställa vetenskapliga undersökningar i de nordiska kustländerna och dertill stötande haf, och att förstnämde år vid besök af Spetsbergen och det nordliga Norge, på Fransyska regeringens inbjudning, personer från Sverige, Norge och Danmark erhöilo uppdrag att i det vetenskapliga arbetet deltaga. Den vidlyftiga berättelsen öfver kommissionens arbeten, som under åren 1841—48 blifvit i Paris utgifven¹⁾, redogör för gjorda observationer och deraf dragna slutsatser. Ehuru under den tid af nära ett halft sekel, som förflutit sedan kommissionens arbeten föregingo, naturvetenskapliga undersök-

¹⁾ *Voyages en Scandinavie, en Laponie, au Spitzberg et aux Feröe, pendant les années 1838, 1839 et 1840 sur la corvette »La Recherche», commandée par M. Fabre, Lieutenant de vaisseau; Publiés par ordre du Gouvernement sous la direction de M. Paul Gaimard, président de la Commission scientifique du Nord; hvilket arbete innehåller i särskilda afdelningar: Astronomie et Hydrographie, Magnétisme terrestre, Météorologie, Géographie, Physique et Botanique, Aurores Boréales, Littérature Scandinave, Histoire de la Scandinavie et Relation du Voyage.*

ningar utan tvifvel i noggranhet betydligt vunnit genom inhemtad erfarenhet samt fullkomnade instrumenter och metoder, torde dock något af hvad nämde arbete innehåller ännu ega nog värde att i svensk tidskrift, och därför i mera tillgänglig form, förtjena en plats. Jag har derföre velat lemna ett sammandrag af en del af det slags observationer, i hvilkas verkställande och bearbetning jag tagit en väsendtligare del, d. v. s. ortbestäm- melser och magnetiska observationer.

Hvad de förra beträffar, har jag ej varit i tillfälle att under- söka, om några af de anförda orternas geografiska coordinater genom sednare observationer, utförd gradmätning eller på annat sätt blifvit närmare bestämda. Der så ej är förhållandet, torde de uppgifna Orts-lägena ega för geografiskt ändamål något värde.

I afseende på de sekulära ändringarne i jordmagnetiska kraftens elementer synes en för åtskilliga orter samlad upp- gift om dessa elementers storlek för nära ett halft sekel sedan ega ett ej obetydligt värde just för bedömandet af de sekulära ändringarnes storlek, äfven om metoder och instrumenter för elementernas bestämmande då icke medgåfvo den precision, som sedermera vunnen erfarenhet kunnat gifva observationer af detta slag.

Så långt sammandragens beskaffenhet medgifvit, har jag hufvudsakligen följt uppställningen i originalet.

För korthets skull äro de särskilda observatörernas namn i de lemnade sammandragen på nedannämde sätt betecknade:

Mr LOTHIN	med (LO)	} Medlemmar af kommis- sionen, hvilka öfvervin- trade i Bosekop 1838 —39.
BRAVAIS	» (BR)	
SILJESTRÖM	» (SM)	
LILLIEHÖÖK	» (LK)	
FABVRE	» (FB)	} Officerare tillhörande kor- vetten La Recherche's befäl.
SAINT VULFRANC	» (SVF)	
DE LA ROCHE	» (DLR)	

Sammandrag af latituds- och longituds-bestämmelser, som under åren 1838 och 39 blifvit gjorda å orter, som af korvetten »La Recherche» eller kommissionens ledamöter blifvit besökta.

(»Voyages etc.: Astronomie & Hydrographie», 27, 28 häft.)

För observationers anställande hafva blifvit begagnade dels fartyget tillhörande vanliga nautiska instrumenter, deribland två kronometrar, dels för kommissionens särskilda behof afsedda två kronometrar af BREGUET, theodolit af LENOIR, reflektionscirkel, astronomisk tub m. m., dels af kommissionens svenska ledamöter medhafda, en kronometer af KESSELS (n:o 1296), ett mindre passageinstrument med bruten axel af LITTMAN, sextant af RAMSDEN med statif och qvicksilfverhorisont, flere för uppsättning och begagnande erforderliga apparater, m. m.

Observationerna äro gjorda och beräknade dels af kommissionens ledamöter hrr LOTHIN och BRAVAIS, dels af sammandragets uppsättare LILLIEHÖÖK, dels af några af korvettens befäl.

Longituderna äro räknade från Paris' meridian.

Bellsund (vestra kusten af Spetsbergen).

Observationerna gjorda under kommissionens uppehåll derstädes Juli—Aug. 1838.

Observationsplats: södra stranden af det inre af viken i närheten af den då befintliga ryssstugan och derinvid varande, med flera kors utmärkta grafplatsen.

Latitudsbestämmelser äro af (BR) $77^{\circ} 30' 28''$,
 » (LK) $77^{\circ} 30' 27''$,
 » (FB) $77^{\circ} 30' 12''$,
 » (SVF) $77^{\circ} 30' 10''$.

Den nära öfverensstämmelsen emellan de särskilda resultaten gör sannolikt, att deras medeltal mycket nära uttrycker observationsplatsens latitud.

Deraf *Bellsunds lat.* N. $77^{\circ} 30' 19''$.

Såsom medeltal af hvad 4 kronometrar gifvit har (BR) beräknat

Bellsunds long. till $0^t 49^m 32^s,6$ eller $12^\circ 23'$ Ost om Paris.

Hammerfest.

Här äro följande latitudsbestämningar gjorda i Augusti 1838.

Af (LK) med sextant $70^\circ 39' 58'',7$

» $70^\circ 39' 59'',2$

» $70^\circ 39' 53'',8$

Medeltal $70^\circ 39' 55''$

Af (BR) med theodolit $70^\circ 40' 6''$

Medeltal *Hammerfest lat. N.* $70^\circ 40' 0''$ (nya kyrkan).

Såsom medeltal af resultat af 4 kronometrar har (BR) funnit

Hammerfest long. $1^t 26^m 46^s,8$ eller $21^\circ 41' 35''$ Ost.

Djupvik (handelsplats mellan Hammerfest och Bosekop).

1839 i Maj (BR). Observation på Pol * $70^\circ 6' 7''$

» » $\odot 70^\circ 6' 14'',5$

Medeltal $70^\circ 6' 11''$

Reduktion till handelsboden $— 3''$

Djupviks lat. N. $70^\circ 6' 8''$.

Enligt kronometer ligger Djupvik $0^m 25^s,8$ Ost om Bosekop, hvars long. (se här nedan) är enl. (BR.) $1^t 25^m 3^s$

+ $25^s,8$

således *Djupviks long.* $1^t 25^m 28^s,8 = 21^\circ 22' 12''$ O.

Bosekop.

Under en tid af nära 8 månader (Sept. 1838—April 1839), som några af kommissionens medlemmar, nemligen två svenska och tre franska, här vistades, och der små permanenta observatorier inrättades, bestämdes platsens geografiska läge på flerehanda sätt. Då här, under i allmänhet gynsamma och af olika personer med olika instrumenter gjorda observationer, lemnas en ledning för bedömandet af de angifna resultatens tillförlitlighet, så anföras observationerna mera fullständigt. Alla latituds- och longituds-

bestämmelser äro gjorda i närheten af eller reducerade till det af Madame KLERCK då egda större boningshuset, i hvilket kommissionen hade sitt hufvudquarter, så att alla slutvärden kunna anses afse nämde bygnad.

Af (BR) dels med theodolit, dels med reflektionscirkel funna latitudsvärden:

$$\begin{array}{l}
 \text{Genom observation på Pol * } 69^{\circ} 57' 58'' \\
 \quad \text{»} \quad \text{»} \quad \text{»} \quad \odot \quad 69^{\circ} 58' 8'' \\
 \quad \text{»} \quad \text{»} \quad \text{»} \quad ** \quad 69^{\circ} 57' 50''
 \end{array}
 \left.
 \begin{array}{l}
 \\
 \\
 \\
 \end{array}
 \right\}
 69^{\circ} 58' 3''$$

$$\begin{array}{r}
 \text{Reduktion till M:me K:s hus} \quad \quad \quad + 6'' \\
 \hline
 69^{\circ} 58' 9''.
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{Af (LK) medelst sextant } 69^{\circ} 58' 8'',7 \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 69^{\circ} 58' 12'',7
 \end{array}
 \left.
 \begin{array}{l}
 \\
 \\
 \end{array}
 \right\}
 69^{\circ} 58' 10'',7.$$

Af (LK) gjordes för lat:s bestämmande observationer på tidsförloppet mellan stjernors passage genom östra och vestra vertikalen. Emedan det lilla passage-instrumentet ej medgaf val af stjernor, som passerade nära ställets zenith, valdes för ändamålet 7 st. stjernor tillhörande stora Björnens konstellation. Latituden funnen genom denna method är, med en reduktion af 1'',5 till Madame KLERCKS hus, $69^{\circ} 58' 1'',1$

Anses de på olika sätt $69^{\circ} 58' 9''$
 funna latitudsvärdena ega $69^{\circ} 58' 10'',7$
 lika vigt, $69^{\circ} 58' 1'',1$
 så är *Bosekops lat. N.* $69^{\circ} 58' 7''$.

Bosekops long. är af (BR) beräknad genom den funna tidskilnaden — $1^m 43^s,7$ mellan Hammerfest och Bosekop.

Då, enligt det föregående, long. för Hammerfest blifvit af (BR) funnen att vara $1^{\circ} 26^m 46^s,8$
 — $1^m 43^s,7$
 så blir *Bosekops long.* $1^{\circ} 25^m 3^s$ Ost.

(LK) fann enligt KESSELS kronometer en tidsskilnad mellan Hammerfest och Bosekop af — $1^m 24^s,2$, som tillämpad på den då som säkrast för Hammerfest kända long., neml. den af PARRY

uppgifna, som hänförd till Paris meridian är $1^t 25^m 41^s,3$

— $1^m 24^s,2$

hvaraf erhålles för Bosekop long.

$1^t 24^m 17^s,1$ O.

(I »Resumé des observations de Marées à Bosekop» sid. 136 har (BR) såsom long. för Bosekop angifvit $1^t 24^m 17^s$.)

Tvenne serier af (LK) observerade måndistanser gifva long. $1^t 24^m 18^s$.

Fyra observationer på tidsskilnad mellan ζ :s meridianpassage och stjernor i hans parallel gifva $1^t 24^m 16^s$.

En stjernoccultation $1^t 24^m 3^s$.

Enligt medeltalet af dessa på 4 olika sätt funna longitudsvärden är

Bosekops long. till $1^t 24^m 13^s,5$ eller $21^{\circ} 0' 23''$,

hvilket värde dock skiljer sig med $49^s,5$ från det af (BR) beräknade.

Den sedermera gjorda gradmätningen med ändpunkt vid Fugelnæs ger sannolikt berigtigadt värde på Hammerfests long. och möjligen äfven på Bosekops.

Den 18 April 1839 afreste trenne af kommissionens medlemmar, LOTHIN, LILLIEHÖÖK och BEVALET (zoolog), från vinterstationen Bosekop, för att öfver Lappmarken komma till Haparanda. För resan begagnades rensläddar till Karasuando, sedan släddar med häst till Pajala, der, i en by Kiäxiswara, belägen på udden mellan Torneå och Muonio elfvar, ett uppehåll måste göras från den 2 t. o. m. den 28 Maj, för att afvakta islossningen i Torneå elf, hvarefter båt begagnades till Haparanda. Så väl i Kiäxiswara som i Haparanda, der ock ett längre uppehåll gjordes för att afvakta ankomst af ångbåt, äfvensom å andra mellanliggande ställen, der omständigheterna sådant medgäfv, anställdes astronomiska, meteorologiska och magnetiska observationer.

I både Kiäxiswara och Haparanda var Gaussiska unifilar-magnetometern uppställd i derför någorlunda lämpliga lokaler.

Under resan från Bosekop till Kautokejno tillbragtes tvenne nätter i de för resandes skydd, man kan ej säga bekvämlighet, af sten, torf och ris uppförda lappkåtor eller gammor. Temperaturen nedgick till -10° å -12° . Vid framkomsten till Kautokejno fanns i Kesselska kronometerns stånd så stor förändring, att den efter sista observationen i Bosekop säkerligen hade under en eller annan timme varit stannad. Om orsaken härtill hade varit den starka kölden eller det för en kronometer olämpliga fortskaffningssätt i renslåda på obanade, ofta hala vägar, är osäkert, men genom denna händelse blef all tidsskilnadsberäkning från Bosekop tillintetgjord. Under resans fortsättning konstaterades, att kronometerns gång efteråt var, såsom förut, ganska regelbunden. De i det följande uppgifna tidsskilnader grunda sig på under resan observerad dragning samt kronometerns stånd vid Haparanda och platsens då kända longitud $1^{\circ} 27^m 23^s$ Ost om Paris (enl. HÄLLSTRÖM).

Några af (BR) under en senare resa genom Lappland gjorda observationer äro ock här nedan upptagna.

Kautokejno (kyrkan).

(LO) lat. N. $69^{\circ} 0' 12''$

(LK) $69^{\circ} 0' 26'',_8$

(BR) $68^{\circ} 59' 46''$

Medeltal lat. N. $69^{\circ} 0' 8''$.

(LK) long. $1^{\circ} 24^m 0^s$ eller $21^{\circ} 0'$ Ost om Paris.

Karasuando.

(LK) lat. N. $68^{\circ} 26' 38''$ (kyrkan).

(BR) $68^{\circ} 25' 22''$ (prestgården).

(LK) long. $1^{\circ} 21^m 13^s$ eller $20^{\circ} 18' 15''$ O.

Muonioniska (posthuset).

(LK) lat. N. $68^{\circ} 1' 18''$.

long. $1^{\circ} 25^m 31^s$ eller $21^{\circ} 22' 45''$ O.

Kolare (posthuset).(LK) lat. N. $67^{\circ} 22' 43''$,₉ $67^{\circ} 22' 37''$,₃Medeltal lat. N. $67^{\circ} 22' 41''$.Long. $1^{\circ} 26^m 5^s$ eller $21^{\circ} 31' O$.*Kiäxiswara*.(LK) lat. N. $67^{\circ} 13' 40''$ $67^{\circ} 13' 45''$ Medeltal lat. N. $67^{\circ} 13' 43''$.Long. $1^{\circ} 25^m 2^s$ eller $21^{\circ} 15' 30'' O$.*Haparanda* (kyrkan).(LK) lat. N. $65^{\circ} 49' 47''$.(HÄLLSTRÖM) long. $1^{\circ} 27^m 23^s$.

Härefter anförda ortbestämmelser äro gjorda af officerare på »La Recherche» under dess expeditioner 1839 och 1840.

Thorshavn på Stromsö (Färöarne).Lat. N. $62^{\circ} 2' 43''$.Long. $9^{\circ} 3' 72''$ ($9^{\circ} 4' 12''?$) Vest om Paris.*Bären Island* (Björnön), vestliga udden.Lat. N. $74^{\circ} 30' 32''$.Long. $16^{\circ} 29' 10''$ Ost om Paris.*Magdalena bay* (Spetsbergen), vid grafvarne på halfön.Lat. N. $79^{\circ} 33' 45''$.Long. $8^{\circ} 49' 18''$ Ost om Paris.*Rejkiavik* (Island).Lat. N. $64^{\circ} 35' 30''$ Long. $24^{\circ} 15' 9''$ Vest om Paris.*Archangel*, lilla ön med observatorium.Lat. N. $64^{\circ} 35' 30''$.Long. $38^{\circ} 15' 45''$ Ost om Paris.

Sammandrag af observationer, gjorda för bestämmandet af jordmagnetiska kraftens riktning och styrka.

(»Voyage etc. Magnetism terrestre I, II & III delarne».)

Till deklinationens bestämmande begagnades ett deklinatorium (theodolit med kompassdosa) af GAMBÉY, en mindre dylik apparat samt Gaussiska stora unifilarmagnetometern.

Till inklinationens bestämmande tjenade ett GAMBÉY's inklinatorium, äfvensom en mindre apparat af liknande konstruktion.

Magnetiska kraftens horizontala komposants intensitet bestämdes dels relativt genom samma nålars svängningstid på särskilda ställen, dels absolut med Gaussiska magnetometern och med en mindre apparat af baron WREDES konstruktion, tillverkad af LITTMAN.

För svängningsförsöken begagnade (LO) och (BR) nålar, hvilka blifvit i Paris undersökta både före och efter det de varit för försöken använda. Genom svängningsförsök i Göttingen bestämdes den koefficient 1,8273, hvarmed de genom svängningsförsöken erhållna relativa intensitetsvärdena skulle multipliceras för att uttrycka absoluta intensiteten efter GAUSS' method.

Kommissionens ledamot, norske kaptenen MEIJER medhade från professor HANSTEN i Kristiania en svängningsapparat, hvarmed relativa intensiteten ock bestämdes. Reduktionskoefficienten för denna var bestämd i Kristiania.

Den på olika tider å olika ställen funna inclinationen har reducerats för den årliga ändringen till hvad den skulle vara d. 1 Januari 1840. För en del ställen är årliga ändringen funnen genom jmförelse af inclinationens storlek på olika tider; för andra deremot genom interpolation. Emedan inclinationen minskas och alla observationerna äro gjorda före 1840, är korrektionen öfverallt negativ.

De funna värdena på horisontela komponenten af intensiteten äro också reducerade till värden gällande för den 1 Januari 1840. Årliga ökningen har antagits till $\frac{1}{1000}$ af den observerade.

Till lättare öfversigt af storleken af jordmagnetiska kraftens särskilda elementer vid de särskilda ställena hafva dessa blifvit härefter i tabellform upptagna, med endast några få obetydliga afvikelser från originalet.

För att minska de särskilda kolumnernas öfverskrifter, anføres här följande rörande deras innehåll.

- Kolumnen I. Observationsorter med *deras geografiska lägen*.
- » II. *Deklination a.* Tid då observationen gjordes.
- » » » *b.* Deklinationens storlek.
- » III. *Inklination* reducerad till den 1 Januari 1840.
- » IV. *Horizontal-intensitet*.
- a.* Genom oscillationsmetoden af (LO) och (BR), reducerad till absolut mått enligt GAUSS.
- b.* Genom samma method af MEIJER likaledes reducerad.
- c.* Medelst GAUSS' magnetometer; och
- d.* Medelst portatif magnetometer, båda af (LK).
- e.* Medeltal reducerade till 1 Januari 1840.

Vid beräkningen af dessa synas (LO) och (BR), som verkställt redaktionen, hafva gifvit de efter de särskilda methoderna funna värdena olika vigt med anledning af att i dessa ingå större eller mindre antal primära värden.

Kolumnen V. $Total\ intensitet = \frac{Horiz.\ intensitet}{Cosinus\ Inklination.}$

Till lättnad för återfinnandet i originalet »Voyage en Scandinavie» etc. må här anmärkas hvarest, hvad i de särskilda kolumnerna är intaget, der förekommer:

- Kolumnen I. III Delen sid. 121. Efter originalet. För några orter skiljer sig long. något från hvad i det föregående är uppgifvet.
- » II. II Delen, I:a afdelningen sid. 22.
- » III. III » I:a afdelningen » 121.

Kolumnen IV a. II Delen, 2:a afdelningen sid. 344.

»	»	<i>b.</i>	»	»	»	»	»	377.
»	»	<i>c.</i>	»	»	»	»	»	413, 418, 424.
»	»	<i>d.</i>	»	»	»	»	»	434—436.
»	»	<i>e.</i>	»	»	»	»	»	439.
»	V.	III	»	1:a	»	»	»	121.

I. Observationsorter.			II. Deklination.		III. Inklination
			a.	b.	
Bellsund	lat. N. 77° 30'	long. O. 12° 14'	$\frac{23}{7}$ 1838	NV. 20° 36'	79° 43'
Nordkap	» 71° 10'	» 23° 30'	—	—	76° 44'
Havösund	» 71° 0'	» 22° 20'	—	—	76° 49'
Hammerfest	» 70° 40'	» 21° 25'	$\frac{21}{8}$ 1838	NV. 11° 16'	76° 40'
Djupvik	» 70° 6'	» 21° 17'	$\frac{1}{1}$ 1839	NV. 10° 31'	76° 14'
Bosekop	» 69° 58'	» 21° 10'	$\frac{1}{1}$ 1839	NV. 10° 41'	76° 17'
Kautokejno	» 69° 1'	» 21° 2'	$\frac{21}{4}$ 1839	NV. 12° 52'	75° 44'
Suajervi	» 68° 37'	» 20° 36'	—	—	—
Karasuando	» 68° 26'	» 20° 17'	$\frac{23}{4}$ 1839	NV. 10° 52'	75° 47'
Muonioneska	» 68° 1'	» 21° 23'	—	—	75° 46'
Kolare	» 67° 23'	» 21° 32'	$\frac{2}{5}$ 1839	NV. 12° 24'	76° 7'
Kiäxiswara	» 67° 14'	» 21° 18'	$\frac{23}{6}$ 1839	NV. 8° 19'	76° 3'
Kauliranda	» 66° 27'	» 21° 30'	—	—	75° 58'
Matarengi	» 66° 18'	» 21° 38'	—	—	—
Haparanda	» 65° 53'	» 21° 40'	$\frac{23}{5}$ 1839	NV. 12° 9'	74° 53'
Umeå	» 63° 49'	» 17° 57'	—	—	—
Trondjem	» 63° 26'	» 8° 3'	$\frac{20}{6}$ 1838	NV. 19° 30'	73° 52'
Östersund	» 63° 11'	» 11° 46'	$\frac{20}{6}$ 1838	—	73° 18'
Hernösand	» 62° 28'	» 15° 33'	—	—	—
Upsala	» 59° 52'	» 15° 18'	—	—	—
Christiania	» 59° 54'	» 8° 23'	—	—	—
Stockholm	» 59° 21'	» 15° 43'	—	—	71° 28'
Berlin	» 52° 31'	» 11° 4'	—	—	—
Göttingen	» 51° 32'	» 7° 26'	—	—	—
Paris	» 48° 50'	» 0° 0'	$\frac{6}{5}$ 1838	NV. 21° 46'	67° 10'

IV. Horizontal intensitet.					V. Total intensitet.	Anm.	
a.	b.	c.	d.	e.			
0,955	0,9548	—	1,029 } 1,025 ¹⁾ 1,020 }	0,960	5,378	1) På olika stäl- len.	
1,168	—	—	—	1,170	5,999		
1,169	—	—	—	1,169	5,126		
1,180	1,1780	—	—	1,181	5,121		
1,185	—	—	—	1,185	4,979		
1,219	—	1,2069 } 1,2133 ²⁾ 1,2198 }	1,224	1,218	5,136		2) Resultat af 2:ne nålar.
1,268	1,2547	—	1,345:	1,270	5,153		
1,254	—	—	—	1,284	—		
1,270	1,2536	—	1,255	1,266	5,154		
1,273	1,2563	—	1,271	1,270	5,166		
1,261	—	—	1,241	1,255	5,230		
1,296	—	1,2833 } 1,2762 ²⁾ 1,2692 }	1,277	1,280	5,310		
1,380	—	—	—	1,380	5,692		
1,320	1,3440	—	—	1,332	—		
1,343	1,3090	1,3294 } 1,3283 ²⁾ 1,3272 }	—	1,335	5,119		
1,414	1,4046	—	—	1,410	—		
1,370	1,3680	—	1,3815 } 1,388 1,3940 }	1,372	4,937		
—	—	—	—	—	—		
1,435	1,4734	—	—	1,454	—		
1,548	—	—	—	1,548	—		
—	1,5458	—	—	—	—		
1,565	—	—	—	1,568	4,933		
1,799	—	—	—	1,799	—		
1,792	—	—	—	1,782	—		
1,8273	—	—	—	1,827	4,708		

För att lemna ett begrepp om den hastighet och storlek, med hvilka förändringar på högre latituder försiggå i den jordmagnetiska kraftens elementer, må här anföras några i Bosekop gjorda samtida observationer öfver deklination, inkliniation och horizontal intensitet. Särdeles tydligt gåfvo förändringarne i den sednare sig tillkänna på en Gaussisk bifilar magnetometer, som af för handen varande materialier på hösten uppsattes, och dera regelbundna observationer sedan gjordes.

D. 27 Dec. 1838. Emellan $6^t 34^m$ och $7^t 47^m$ e. m.

Declination min. $6^t 40^m$ $10^\circ 12'$.

max. $7^t 48^m$ $10^\circ 45'$.

Horiz. intensitet min. $6^t 54^m$ 1,2060.

max. $7^t 50^m$ 1,2307.

D. 5 Febr. 1839. Emellan $5^t 0^m$ och $7^t 55^m$ e. m.

Declination max. $6^t 25^m$ $11^\circ 23'$.

min. $7^t 10^m$ $10^\circ 24'$.

Inclination min. $6^t 5^m$ $75^\circ 28'$.

max. $7^t 0^m$ $76^\circ 6'$.

Horiz. intensitet min. $7^t 10^m$ 1,2042.

max. $7^t 50^m$ 1,2273.

D. 18 Febr. 1839. Emellan $7^t 20^m$ och $8^t 23^m$ e. m.

Declination min. $7^t 16^m$ $10^\circ 52'$.

max. $7^t 32^m$ $11^\circ 4'$.

Horiz. intensitet min. $7^t 25^m$ 1,2172.

max. $8^t 1^m$ 1,2413.

Bidrag till teorien för vågrörelsen i ett gasartadt medium.

(Forts. och Slut från Öfvers. af K. Vet.-Akad. Förh. 1888, N:o 2.)

Af A. V. BÄCKLUND.

[Meddeladt den 9 Maj 1888 genom D. G. LINDHAGEN.]

59. En strömbana, hvilkens längd är oändligt liten, blott prop. mot $\sqrt{\varrho_0}$, behöfver tydligen ej vara af den senast betraktade rörformiga beskaffenheten för att af sig sjelf en ändlig tid bevara en förut en gång uppväckt strömning; liksom i kroppen Σ_1 i n:o 50 vågor kunna af sig sjelfva en ändlig tid passera fram och tillbaka öfver afståndet $\sqrt{\varrho_0}$ mellan dess »båda ytor». Emedan nämligen antalet af de partiklar, som innehållas på en dylik strömbanas längdaxel, är jemförelsevis litet, prop. mot $1 : \sqrt{\varrho_0}$, kommer, vid en vågs passage en gång genom hela strömbanan, blott litet af vågen att absorberas. Det är ock i anledning här af vi förut (i noterna till n:o 41 och 46) kunnat antaga, att i en cylindrisk kropp med tvärsnittsradier prop. mot $\sqrt{\varrho_0}$ en strömning af vågor kan existera, som gör cylindern, till dess verkan utåt, likställd med en magnet, hvilkens axel sammanfaller med cylinderns.

Må i en kropp Σ_0 med ändlig utsträckning i alla riktningar partiklarne S ha förenat sig till företrädesvis cylindriska kroppar med tvärsnittsradier prop. mot $\sqrt{\varrho_0}$ och med längdaxlar, som äfvenledes äro oändligt små, men ej nödvändigt sins emellan parallela, och må vidare omkring Σ_0 vara lagd en ring, genom hvil-

ken en elektrisk ström ledes fram. Denna ström förorsakar, vid sin början inom tråden, hos de antagna cylindriska beståndsdelarne af Σ_0 elektriska strömningar af så nära som möjligt motsatt riktning mot den yttre (n:o 57), hvilka, om strömmen i den yttre tråden ej genast afbrytes, ej heller genast efteråt försvinna (enligt det närmast föregående). Men då komma de krafter, med hvilka den yttre, ursprungligare, strömmen verkar på strömmarne omkring de cylindriska kroppsdelarne, att vrida dessa delar, så att strömmarne i deras bugtiga ytor erhålla mera samma riktning som den ursprungligare yttre. Denna senare må nu afbrytas, de förra kunna ej derigenom försvinna. Σ_0 får i så fall karakter af en magnet.

60. Slutligen vill jag ock angifva, huru jag anser, att man, med vidhållande af allt det föregående och med blott ett litet tillägg dertill, kan fatta tillvaron af en sådan rörelse som ljusrörelsen. Förutom partiklarne S i kropparne Σ och L förutsätta vi andra på samma vis konstituerade partiklar S' , men med massor, som skola vara synnerligen små i förhållande till S :s massor. Äfven dessa partiklar S' skola hafva de i n:o 38 antagna volumoscillationerna. Deras verkan på partiklarne S är, på grund af litenheten af deras massor, synnerligen obetydlig i förhållande till den verkan, som dessa senare, S , utöfva på hvarandra, så att genou S' :s närvaro intet mera väsendtligt förändras i de ofvan anmärkta, af de angifna orsakerna härflytande, rörelserna hos Σ :s och L :s partiklar. (Dock, det dessa Σ och L omgifvande, af partiklarne S' delvis fyllda, mediet förhåller sig nu som ett dielectricum). Deremot måste såväl partiklarne S :s verkan på en S' , som ock verkningarna af de senare S' på hvarandra, tagas i betraktande. Tillsammans bilda partiklarne S' ett sådant punkttaggregat, som molekulartheorien i sin förklaring öfver ljusrörelsen fordrar. De repulsionskrafter, som enligt nämnda teori nödvändigtvis finnas mellan oändligt närbelägna partiklar, uppkomma också här mellan två S' , så länge som de, efter det de trängt in på hvarandra och derigenom åstadkommit afplattningar hos hvarandra, behålla något qvar af dessa. (Enligt min

afhandling i Lunds universitets årsskrift T. XXI formeln sid. 38, hvarest i föreliggande fall α_2, β_2 blifva negativa, samt formelerna sid. 49, hvarest e, e' blifva positiva och vinkeln $\angle G = 90^\circ$. Om effekten af flera afplattningar i olika riktningar kan ock slutas af § 9 i cit. afh.)

Jag går nu att i korthet angifva hufvudinnehållet af dessa mina uppsatser. Då jag härvid afser resultatet mera än bevisen, kommer jag att nämna de förra i en ordning, som något afviker från den, hvori de ofvan blifvit härledda, men som, äfven derför, väsendtligt torde underlätta öfversigten öfver dem.

Vi föreställa oss ett medium, sammansatt af en gas och en osammantryckbar vätska och sträckande sig oändligt långt bort åt alla håll. Vidare antaga vi i detta medium en oändlighet sferiska småkroppar, oändligt mycket tätare än mediet, till och med så mycket tätare, att, då vi taga tätheten för en af dessa kroppar till enhet, mediets täthet blir en oändligt liten storhet af samma ordning som radien till en, en godtycklig, af småkropparne¹). För öfrigt gäller om mediet, att, för det första, dess täthet, — oändligt liten, så som vi valt vigtsenheten, — skall vara summan af beståndsdelarnes, och, för det andra, att tätheten för mediets ena beståndsdel, nämligen för den osammantryckbara vätskan, skall vara oändligt mycket mindre än tätheten för dess andra beståndsdel, till och med den förra tätheten vara oändligt liten af samma ordning som kvadraten på den senare. Och om småkropparne gäller, att hvar och en skall utgöras af tre, väsendtligen olika, delar, nämligen: 1:o en inre, sferisk, fast, kropp med ändlig täthet, 2:o ett yttre, med denna koncentriskt, sferiskt hölje med äfvenledes ändlig täthet, 3:o emellan dessa två en gas, så tunn som det yttre mediets. Om delarne (1:o) och (2:o) förutsättes dessutom, att, då med r betecknas radien till sfären (1:o),

¹) D. v. s. förhållandet mellan mediets täthet och en af småkropparnes är af samma ordning som förhållandet mellan radien till en af småkropparne och längdenheten.

höljets bredd skall anses jemförlig med r^2 , dess afstånd deremot från ytan till (1:0) jemförligt med r . Äfvenledes jemförlig med r är, såsom nämnt, mediets täthet. Den beteckna vi med ρ .

I. Då kropparne äro på det viset sammansatta, är tydligt, att de måste ändra sina volumer, när vågor från det yttre mediet träffa dem. Härom anmärka vi blott följande:

a. Efter det en förtunnad våg, med en bredd, jemflg m. $\rho\sqrt{q}$, träffat en af kropparne, utvidgar sig kroppen hastigt under en tid, jfrl. m. $q:a$, och sammandrager sig derefter, till dess, efter en tid, jfrl. m. $\sqrt{q}:a$, den återvunnit sin ursprungliga storlek. Härvid betecknar a vågornas fortplantningshastighet i det yttre mediet. (Jfr. nästa art.).

b. Om vågen är förtätad, men har, såsom förut, en bredd, jfrl. m. $\rho\sqrt{q}$, sammandrager sig först kroppen, och detta under en tid, jfrl. m. $q:a$, derefter, och under en tid, jfrl. m. $\sqrt{q}:a$, återgår den, oändligt mycket långsammare, till sin ursprungliga volum.

c. Består åter vågen af två delar, en förtunnad och en lika mycket förtätad del, och hafva båda samma bredd, och går den förtunnade delen först, så kommer kroppens volum att först hastigt växa, sedan hastigt gå tillbaka till sin ursprungliga storlek, och till begge ändringarna åtgår lika lång tid. — Sådana volumändringar kallar jag för volumoscillationer. — Jfr. n:o 26.

II. S_1, S_2, \dots kallar jag de antagna småkropparne, r_1, r_2, \dots deras resp. radier, $4\pi m_1, 4\pi m_2, \dots$ de hastigheter, med hvilka de ändra sina resp. volumer. Hvarje ändring af m_1 föranleder en våg kring S_1 . Särskildt, om S_1 's centrum är i hvila, när m_1 ändrar sig, bildar vågen, som då alstras, ett med samma S_1 koncentriskt sferiskt lager. Efteråt komma de båda gränssferernas radier att oupphörligen växa med den konstanta hastigheten a . Vågen utvidgar sig således beständigt, utbreder sig genom det yttre mediet, och utan att ändra sin bredd (n:o 5, 9, 10). Deremot, om S_1 's centrum rör sig, medan m_1 ändrar sig, bildar ej vågen ett sferiskt lager, utan blir i stället begränsad af två sferer, af hvilka den ena har till medelpunkt läget för

S_1 :s centrum vid början af m_1 :s ändring, den andra till medelpunkt detta centrums läge vid nämnda ändrings slut. De båda sferernas radier växa med hastigheten a , i likhet med hvad förut var fallet, så att äfven denna våg utvidgar sig och utbreder sig genom det yttre mediet, såsom den förra. Men vågen, som senast förevar, har ej öfverallt samma bredd. Utan, om vid tiderna t_0 och $t_0 + dt$ quantiteten m_1 antar värdena m_1 och $m_1 + dm_1$ resp., och h_1 är S_1 :s translationshastighet under intervallet dt mellan samma tider samt P en punkt på afståndet R_0 från S_1 :s läge vid den första tiden, så får vågen, som uppstått af ändringen dm_1 , när den kommit till P , på detta ställe en bredd = $(a - h_1 \cos R_0 h_1) dt$. Vidare gäller, såsom i n:o 18 och 21 närmare är förklaradt, att, när endast afseende fästes vid rörelsen i den gasartade delen af det yttre mediet, den del af hastighetsfunktionens, som härrör från S_1 , blir uttryckt antingen genom

$$\frac{m_1}{(1 - \frac{h_1}{a} \cos R h_1) R},$$

då S_1 :s centrum varierar endast mellan oändligt närbelägna gränser, eller genom

$$\frac{m_1}{R},$$

då hastigheten h_1 kan anses vara konstant under ett tidsförlopp $R_0 : a$. Det i dessa uttryck, förnämligen i det sista, förekommande R är ej precis = R_0 . R skall nämligen, såväl till storlek som till riktning, räknas till P från det läge, som S_1 verkligen har då, när vågen, vi betraktat, kommit till denna punkt.

Den nu anförda satsen är af grundläggande betydelse för utvecklingarna i n:o 32, 36, 44, 47. Att det endast är m_1 :s och h_1 :s värden vid t_0 , som kunna ingå i de ofvanstående uttrycken, framgår ock af följande. Antag först, att S_1 :s centrum står stilla, men att vid tiden t_0 m_1 ändras från m_1^0 till m_1' , vid en följande tid t_1 från m_1' till m_1'' och vid en derpå följande t_2 från m_1'' till m_1''' , så uppväckas vågor af dessa ändringar, som blifva koncentriskas med S_1 och som vid någon en ytter-

ligare tid, t , utbredd sig allesammans till ändligt afstånd från S_1 . Deras lägen då, vid t , kallar jag för Ω , Ω' , Ω'' och antar Ω vara vågen längst från S_1 , Ω'' vågen närmast densamma. För vätskepartiet mellan Ω och Ω' blir $m'_1:R$, för vätskepartiet mellan Ω' och Ω'' åter $m''_1:R$ hastighetsfunktion (n:o 10). Alltså hänför sig m'_1 uteslutande och beständigt till det första partiet. Detta ändrar tydligen plats i rymden tillika med de begränsande vågorna, i det att detsamma, med sin bredd oföränderligen $= a(t_1 - t_0)$, flyttar sig jemte dessa vågor, Ω och Ω' , genom hela det yttre mediet. — Antag så, att S_1 :s volum ej förändras, men att dess centrum rör sig, och att detta centrums hastighet vid tiderna t_0 , t_1 , t_2 ändras från h_1^0 till h'_1 , från h'_1 till h''_1 , från h''_1 till h'''_1 resp. Vågor alstras äfven af dessa ändringar. Visserligen blifva de ej fullt så beskaffade som de nyss nämnda, men deras gränssytor äro sferer och nära på koncentriskas med S_1 ¹⁾. De utbreda sig liksom alla de vågor, vi hittills betraktat, så att deras lägen vid t sammanfalla, i det närmaste, med de förra Ω , Ω' , Ω'' . Och h'_1 tillhör på det viset, uteslutande och beständigt, vätskepartiet mellan Ω och Ω' , att för det partiet, och ensamt för det, blir

$$-\frac{1}{2} h'_1 r_1^3 \frac{\cos Rh'_1}{R^2}$$

hastighetsfunktion.

Vi kunna ock af det nu nämnda förstå, huru rörelse, alltså äfven tryck, på ett ställe i mediet fortplantas vidare, visserligen delvis genom den osammantryckbara vätskan, men ock delvis genom en våg i mediets gas.

III. Alldenstund mediets tryck är summan af dess två beståndsdelars (n:o 37), så fås de krafter, som småkropparne skola utöfva på hvarandra på grund af mediets närvaro, genom beräkning ensamt af den verkan, som af hvar särskild af mediets

¹⁾ En sådan våg från S_2 , som uppstår, när m_2 ändras, måste, när den kommit till S_1 , delvis reflekteras derifrån. Är S_1 absolut solid, så kommer det, som reflekteras, att bilda en våg, hvilken är väsendtligen lika sammansatt som den, hvilken uppkommer af h_1 :s ändring. Jfr. n:o 13 och 17.

beståndsdelar utöfvas. *Den gasartade beståndsdelan får oändligt ringa inflytande, när kropparnes volumändringar bestå allenast i oscillationer (I, c), hvilka icke blott hafva samma oändligt lilla tidsperiod, jemförlig med $2\varrho : a$, utan äfven utföras alla samtidigt, och oupphörligen lika. Endast en oscillatorisk rörelse af kropparnes tyngdpunkter förorsakas nämligen nu af mediets gasartade del. Men genom verkan af dettas andra del, den osammantryckbara vätskan, är alltså i detta fall mediets verkan i sin helhet bestämd. Vi finna sålunda, att, om*

$$m_i = \omega_i \sin nt, \quad \pi : n = \varrho : a, \quad \omega_i = kM_i : \varrho$$

och M_i är massan af kroppen S_i , så attrahera alla kropparne S hvarandra efter Newtons gravitationslag. — Jfr. n:o 38.

Om åter i stället kropparnes volumer skulle ändra sig på det i I, a angifna sättet, så att hvarje kropp under en tid, jfrl. m. $\varrho : a$, hastigt utvidgar sig, och under en derpå följande tid, jfrl. m. $\sqrt{\varrho} : a$, långsamt återtager sin ursprungliga volum, blifva krafterna af helt annat slag. I fall dylika volumändringar oafbrutet upprepas, och upprepas lika, och, i fall tidsförloppen för volumökningarna äro lika stora för alla kropparne, och äfven tidsförloppen för volumernas efterföljande tillbakagång lika för alla, komma kropparne att, liksom om den osammantryckbara vätskan i mediet saknades, repellera, eller attrahera, hvarandra, dock äfven nu med krafter, som blifva omvändt proportionella mot afståndens quadrater. Man erhåller repulsion, utom i ett fall. S_2 kan nämligen endast då attrahera S_1 , när den våg, som S_2 alstrar vid sin hastigare volumändring, kommer till S_1 , medan dess volum är inbegripen i sin hastigare ändring af samma slag. I motsatt fall, om m_1, m_2 räknas för konstanta vid den långsammare volumåtergången, och sättas lika med m_1^0, m_2^0 , erhålla vi

$$- 4\pi\varrho \frac{m_1^0 m_2^0}{R^2}$$

såsom mått för repulsionskraften mellan S_1 och S_2 . R betyder dervid kropparnes afstånd från hvarandra. — Jfr. n:o 15.

Detta samma algebraiska uttryck lemna emellertid kraften äfven för det fall, att de hastigare volumändringarna äro voluminsknningar, i stället för volumökningar, eller att den ena kroppens hastigare ändring utgör en förökning, den andras en förminskning af volumen. Vi hafva endast att räkna m_i^0 positivt, när den hastigare volumändringen är en tillökning, negativt, när den är en minskning, och att tolka kraften mellan S_1 och S_2 såsom attraktion, när värdet för det algebraiska uttrycket ofvan blir positivt.

Vid den hastigare volumändringen varierar m_i , antaga vi, efter lagen:

$$m_i = m_i^0 - \frac{1}{2} m_i^0 n \theta \sin nt, \quad \pi : n = \varrho : a, \quad \theta = \sqrt{\varrho} : a.$$

Häraf ha vi gjort bruk i n:o 30 för beräkning af den kraft, med hvilken S_2 verkar på S_1 , när en våg från den första kroppen träffar den andra under tiden medan denna är stadd i sin hastigare volumändring.

Värdet m_i^0 antages jemförligt med förhållandet mellan S_i :s volum och $\sqrt{\varrho}$, eller ock än större.

IV. Hafva samtliga småkropparne de i första stycket af föregående artikel anmärkta, samtidigt försiggående, volumoscillationerna, så är möjligt, att flera, till och med oändligt många, af dem, till följe af sina attraktioner inbördes, sammangå till en i alla riktningar ändlig kropp. Och dervid måste åtminstone partiklarne på kroppens yta verkligen beröra hvarandra, ehuru i regeln styrkan af kontakten skall variera från och till under tider, lika med volumernas oscillationsperioder. Men af särskilda anledningar kan kontakten bringas att variera än mera och på annat vis. Ett fall blott, då så sker, skall här anmärkas: det fall nämligen då den nybildade kroppen, — Σ kallar jag den, — genomfäres af enbart förtunnade eller enbart förtätade vågor. Hvarje gång en af dessa vågor kommer till ett ställe af Σ :s yta, måste, medan vågen reflekteras derifrån, kontakten mellan partiklarne derstädes försvagas, ja, i allmänhet upphävas. Ty

vågen bibringar Σ :s partiklar (S) volumändringar af det slag, som afhandlades i det andra stycket af den föregående artikeln, och till följe häraf måste ytpartiklarne till en början, och under en tid, jfrl. m. $\varrho : a$, attraheras af inre oändligt närbelägna partiklar, samt sedan, och under en tid, jfrl. m. $\sqrt{\varrho} : a$, repelleras tillbaka igen. Men då bör, i regeln, äfven inträffa, att, medan ytpartiklarne röra sig åtskilda, inre, oändligt närbelägna, partiklar förena sig, så att Σ erhåller liksom två ytor, med periodvis, efter tidsförlopp, jfrl. med $\sqrt{\varrho} : a$, återkommande sammanhang, ytorna på ett afstånd sinsemellan jemförligt med $\sqrt{\varrho}$. Äfven skola vi då finna mellan dessa ytor en enkel, enbart förtunnad eller enbart förtätad, våg, reflekterad fram och tillbaka, i hvilken till och med alla de enkla vågor kunnat samla sig, som förut funnits inom Σ . Kontakten på ett och samma ställe af hvarje yta tänka vi oss visserligen, såsom redan sagdt, periodiskt återkomma, men hvar gång räcka blott en tid jemförlig med $\varrho\sqrt{\varrho} : a$. (Jfr. n:o 41 och 50).

Sådana kroppar ha en slående likhet med de fullkomliga elektriska ledarne. Af n:o 52 framgår, med hvad för kraft en dylik kropp Σ verkar på en yttre partikel S_1 , som ändrar sin volum på samma sätt som ytpartiklarne sina. Den kraften är resultant af krafterna från Σ :s särskilda partiklar. För dess bestämning måste man alltså äfven taga i betraktande effekten af de vågor, som komma från Σ :s partiklar till S_1 , medan denna utför sin hastigare volumändring. Man har i sjelfva verket så gjort, när man räknar kraften från hvarje partikel S_2 i Σ utåt partikelns sammanbindningslinie med S_1 och af en storlek, lika med

$$-2\pi\varrho \frac{m_1^0 m_2^0}{R^2},$$

då m_1^0 , m_2^0 , R ha samma betydelse som i föregående artikel och nu, som der, kraften tydes som repellerande, då produkten $m_1^0 m_2^0$ blir positiv, deremot som attraherande, när samma produkt blir negativ. — Jfr. n:o 48 och 52.

V. Hvad afhandlingen innehåller om trådformiga kroppar skall jag nu söka sammanfatta. — Om Σ_1 och Σ_2 äro två kroppar af samma beskaffenhet som Σ i den föregående artikeln, och Σ_1 håller vid sin yta, egentligen mellan sina »två ytor», en förtunnad våg, Σ_2 en förtätad, samt båda kropparne förbindas med en trådformig kropp, sammansatt af somliga af småkropparne S_1, S_2, \dots , så kommer en förtunnad våg att framgå genom tråden i riktning från Σ_1 till Σ_2 och en förtätad våg att gå i den motsatta riktningen. I fall genom yttre medel vågorna inom Σ_1 och Σ_2 oupphörligen förnyas, så att de blifva inom kropparne så konstanta som annars de varit, om tråden icke funnits, så kommer alltså denna att oupphörligen genomfaras af förtunnade vågor i riktning från Σ_1 till Σ_2 och af förtätade vågor från Σ_2 till Σ_1 . De första vågorna följa hvarandra på afstånd jemförliga med $\sqrt{\rho}$, de andra hvarandra sammalunda. Vågorna åstadkomma vid sin gång genom tråden volumförändringar hos dennas partiklar, och till följe häraf råka dessas tyngdpunkter i rörelse. Men den rörelsens beskaffenhet beror väsendtligen af beskaffenheten af sammanhanget mellan trådens ytpartiklar. Skulle detta hafva sådan styrka, att en ytpartikel först en tid jfrl. m. $\rho : a$, efter det en af vågorna passerat förbi den, lossas från kontakten med de närliggande partiklarne, så kommer också en ändlig del af de vågor, som utsändas af Σ_1 :s och Σ_2 :s partiklar vid beröringsställena med tråden, att oförändradt gå fram genom denna, och med dem följer någon del af trycket vid nämnda ställen äfvenledes oförändradt¹⁾. I så fall kommer hvarje partikel att, sedan den passerats af en enkel våg, först hastigt afvika i motsatt riktning mot vågen, samt derefter, till dess en ny våg anländt, oändligt långsammare gå tillbaka åt sin ursprungliga plats till. För beräkning af dylika trådars effekt på hvarandra har jag satt i stället för den verkliga rörelsen en slags medelrörelse, i det jag antagit, att alla de hastiga afvikelserna försiggå under sinsemellan lika långa tider $= \rho : a$, äfvensom de långsammare

¹⁾ Man kan tala om tryck på ett ställe inom kropparne, ty det yttre mediet tränger mellan de lossade ytpartiklarne in i såväl Σ_1 och Σ_2 som tråden.

rörelserna tillbaka under lika tider $= \sqrt{\rho} : a$. Dessutom äro de senare rörelserna betraktade som likformiga.

Vi finna då, att två trådar, af det angifna slaget och genomfarna af förtunnade vågor åt ett håll och förtätade vågor åt det motsatta hållet, verka på hvarandra med krafter, *som till intensiteten äro lika med, men till riktningen motsatta mot de krafter, desamma skulle utöfva på hvarandra, i fall de genomfores af konstanta elektriska strömmar, gående åt samma håll som de förtätade vågorna.* — Jfr. n:o 35, 32 och den efter n:o 48 (å pag. 560) angifna rättelsen till n:o 32.

VI. Men är tråden mellan Σ_1 och Σ_2 af samma beskaffenhet som dessa kroppar sjelfva, så att redan en tid $\rho\sqrt{\rho} : a$ efter det en våg passerat en ytpartikel, denna lossas från sitt sammanhang i ytan, så blifva mediets tryckkrafter vid trådens kontaktsställena utan inflytande på trådpartiklarnes rörelse. Hvar och en af dessa partiklar, i synnerhet en inre, erhåller då visserligen, efter det en våg passerat, till en början, och under en tid, jemförlig med $\rho : a$, en hastig rörelse tillbaka från vågen, hvilken rörelse derefter förvandlas i en oändligt mycket långsammare, men som nu har samma riktning som den första rörelsen. *Till följe häraf komma äfven två sådana trådar, när de äro ringformiga och genomflytas af förtunnade vågor i en riktning och förtätade vågor i den motsatta riktningen, att verka på hvarandra såsom om i dem vore konstanta elektriska strömmar, som framginge åt samma håll som de förtätade vågorna.* — Se n:o 46 och 54.

VII. Om af två ringformiga trådar, af den senast antagna beskaffenheten, den ena konstant genomfares af förtunnade vågor i en och af lika mycket förtätade vågor i motsatt riktning, den andra deremot på samma vis i båda riktningar af både förtunnade och förtätade vågor, *så kommer hvarje rörelse af trådarnes delar att uppväcka sådana krafter, som om den första tråden genomfarits af en konstant elektrisk ström och därför en elektrisk strömning, just den i W. Webers teori angifna, inducerats i den senare tråden.* — Se n:o 55 och 56.

Likaså, om i den första tråden plötsligt uppkommer en ny strömning af förtunnade vågor åt ett och förtätade vågor åt motsatt håll, uppstå krafter, *liksom när, efter W. Webers teori, en viss elektrisk strömning induceras i den andra tråden till följe af en elektrisk ströms uppkomst i den första.* — Se n:o 57.

I n:o 59 slutligen har jag sökt visa, huru häraf följer möjligheten af att genom elektriska strömmar vissa kroppar kunna göras magnetiska.

Rättelse.

Öfvers. 1888 N:o 2 i noten å sid. 116:

$$\begin{array}{l} \text{i st. f.} \quad \sum \left(\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)^2 \right) . \\ \text{läs} \quad \left(\sum \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + \left(\sum \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 + \left(\sum \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)^2 . \end{array}$$

Meddelanden från Upsala kemiska laboratorium.

146. Om Naftoësyror. III.

Af Å. G. EKSTRAND.

[Meddeladt den 9 Maj 1888 genom P. T. CLEVE.]

Den s. k. periamido- α -naftoësyran öfverfördes genom diazotering i motsvarande klorderivat, nemligen

Monoklor- α -naftoësyra af smtp. 167°.

För dess framställning löstes amidosyran i den beräknade mängden soda, och till lösningen sattes en mol. kaliumnitrit för hvarje mol. amidosyra, hvarefter blandningen i en fin stråle in-göts i ett öfverskott af iskyld klorvätesyra. Den så erhållna, filtrerade lösningen af diazonaftoësyrans klorid' fick genom en separertratt droppvis rinna ner i en kokandè lösning af koppar-klorur i klorvätesyra enligt den af SANDMEYER¹⁾ angifna me-toden. Dervid afskildes små färglösa kristallblad, som voro mycket lättlösta i alkohol; de renades genom digererering med soda-lösning och filtratets fällning med klorvätesyra, hvarefter fäll-ningen löstes i svag sprit. Derur kristalliserade föreningen i fjäll af smtp. 167°; den sublimerade också i tafvelformiga kristaller af samma smtp.

0,2135 gr. gäfvö 0,5010 CO₂ = 0,1366 C och 0,0716 H₂O =
0,0079 H.

¹⁾ Berichte d. d. chem. Ges. XVII. 1633, 2650.

	Funnet.	Ber. f. $C_{10}H_6ClCO_2H$.
C	63,98	63,92
H	3,70	3,39.

Calciumsaltet $(C_{10}H_6ClCO_2)_2Ca + 2H_2O$, erhållet genom syrans kokning med vatten och calciumkarbonat, bildade långa, hårda, till skifvor förenade nålar, som löstes i ungefär 42 delar vatten af 10° , och som tycktes vara nästan lika lösliga i kallt som i varmt vatten.

11,3604 gr. af en vid 10° mättad lösning gåfvo 0,2596 gr. vid 100° torkad återstod.

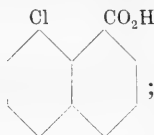
0,2402 gr., torkade mellan läskapper, förlorade vid upphettning till 160° 0,0174 $H_2O = 7,24$ proc., ber. 7,39 proc. H_2O ; återstoden 0,2228 gaf 0,0660 $CaSO_4 = 0,01941$ Ca = 8,71 proc., ber. 8,87 proc. Ca.

Etyleter, erhållen genom silfversaltets upphettning med jodetyl på vattenbad, var mycket löslöst i alkohol och kristalliserade derur i långa, hårda nålar, som smälte vid 50° .

0,1976 gr. gåfvo 0,1200 $AgCl = 0,0296$ Cl.

	Funnet.	Ber. f. $C_{10}H_6ClCO_2C_2H_5$.
Cl	15,03	15,13.

Denna syra har på grund af sitt bildningssätt konstitutionen



från den isomera syran af sammansättningen (1,4') skiljes den genom sin vida lägre smältpunkt, likasom derigenom att dess kalksalt är betydligt lösligare i kallt vatten än den isomera syrans; dess etyleter har deremot en högre smältpunkt än den isomera.

Nitroklor- α -naftoësya af smtp. 227'.

Förestående klor- α -naftoësya öfvergöts med rykande röd salpetersyra under afkylning, och den erhållna produkten försattes med vatten, hvarvid en seg massa afskildes. Denna digererades med sodalösning, som upptog en del, under det att en del

blef olöst; filtratet fäldes med klorvätesyra, då en gul kristallinisk fällning erhöles, som lätt löstes i alkohol, och ur den alkoholiska lösningen kristalliserade, som det tycktes, två slags kristaller, dels rhombiska blad, dels nålar. Föreningen löstes därför ånyo i alkohol, och lösningen afsatte åter vid långsam afkylning dels tafior, dels nålar, men båda slagen visade samma smältpunkt 226° och voro därför sannolikt identiska; efter ännu en omkristallisering ur alkohol erhöles föreningen i breda prismar af smältpunkten 227°

0,1738 gr. gäfvo vid $13,6^{\circ}$ C. och 749 mm. 8,6 kc. = 0,01014 gr. N.

	Funnet.	Ber. f. $C_{10}H_5ClNO_2CO_2H$.
N	5,83	5,56.

Etyletern, framställd ur silfversaltet med jodetyl, kristalliserade ur alkohol i ljusgula fjäll, som smälte vid 84° .

0,1825 gr. gäfvo $0,3712 CO_2 = 0,1012 C$ och $0,0641 H_2O = 0,0071 H$.

	Funnet.	Ber. f. $C_{10}H_5ClNO_2CO_2C_2H_5$.
C	55,47	55,81
H	3,88	3,57.

Amidoklor- α -naftoësya.

Nitroklornaftoësyan reducerades på vanligt sätt i starkt ammoniakalisk lösning med jernvitriol, filtratet från bildadt ferrihydrat utfäldes med ättiksyra, och fällningen löstes i alkohol, hvarur föreningen kristalliserade i vackra, färglösa nålar, hvilka började smälta vid 210° ; dervid syntes dock en förändring inträda, i det att föreningen sedan ej fullständigt smälte förr än öfver 285° .

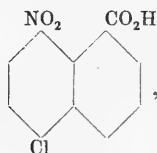
0,2171 gr. gäfvo vid $14,4^{\circ}$ C. och 757,6 mm. 11,6 kc. = 0,01375 gr. N.

	Funnet.	Ber. f. $C_{10}H_5ClNH_2CO_2H$.
N	6,33	6,32.

Klorhydratet, erhållet genom syrans behandling med utspädd klorvätesyra, var temligen lösligt i vatten och kristalliserade i långa, hårda nålar, isynnerhet ur en med klorvätesyra starkt

surgjord lösning. Dess smältpunkt låg öfver 285°, men det började sönderdelas redan förut.

Förestående nitroklor- α -naftoësya skiljer sig till smältpunkten helt obetydligt från den isomera syran af sammansättningen



deremot är skillnaden mellan etyletrarnes smältpunkter ganska stor, i det att den senare syrans eter smälter vid 121°¹⁾. Äfven i ett annat afseende kunna de båda nitroklornaftoësyrorna lätt skiljas från hvarandra; den ena syran, hvars konstitution nyss angifvits, ger nemligen ett amidoderivat, som lätt öfverföres redan genom upphettning med alkohol till indifferent klornaftostyril, hvaremot den nya syrans amidoderivat blir oförändradt vid kokning med alkohol. Huruvida äfven den sistnämnda amidosyran genom starkare upphettning kan öfverföras til en anhydrid, har af brist på material ej ännu kunnat undersökas, ehuru den omständigheten, att syran vid börjande smältning undergår en tydlig förändring, synes tala därför.

Diklor- α -naftoësya af smtp. 187°.

Periklor- α -naftoësya af smtp. 167° löstes i isättika, och i den med något jod försatta lösningen inleddes klorgas till full mättning, hvarefter öfverskottet af klor aflägsnades genom upphettning på vattenbad. Sedan lösningen kallnat och fått stå några timmar, började den afsätta bladformiga kristaller, som genom pressning befriades från moderlut och sedan löstes i alkohol, hvarur föreningen kristalliserade i små fjäll, som smälte vid 187°. I alkohol var syran ytterst löslöst.

0,2209, gr. gäfvo 0,4429 CO₂ = 0,1208 C och 0,0602 H₂O = 0,0067 H.

¹⁾ Öfversigt af K. Vetensk. akad. handl. 1884. N:o 7.

	Funnet.	Ber. f. $C_{10}H_5Cl_2CO_2H$.
C	54,67	54,77
H	3,03	2,49.

Calciumsaltet $(C_{10}H_5Cl_2CO_2)_2Ca + 2H_2O$, erhållet genom syrans kokning med calciumkarbonat och vatten, bildade långa, färglösa kristallnålar, som tycktes vara ungefär lika lösliga i kallt som i varmt vatten.

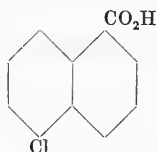
0,1865 gr., torkade mellan läskpapper, förlorade vid 160—170° 0,0126 $H_2O = 6,75$ proc.; ber. 6,47 proc. H_2O ; återstoden 0,1739 gaf 0,0449 $CaSO_4 = 0,0132$ Ca = 7,59 proc.; ber. 7,69 proc. Ca.

Etyletern, beredd ur silversaltet genom dess upphettning med jodetyl på vattenbad, kristalliserade ur alkohol i fina nålar, som smälte vid 61°.

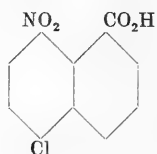
0,1750 gr. gäfvo 0,3724 $CO_2 = 0,1016$ C och 0,0676 $H_2O = 0,0075$ H.

	Funnet.	Ber. f. $C_{10}H_5Cl_2CO_2C_2H_5$.
C	58,05	57,99
H	4,28	3,72.

För att få någon ledning för bedömande af syrans konstitution, sökte jag äfven ur den monoklor- α -naftoësyra, hvars sammansättning återgifves genom formeln



framställa ett diklorderivat, och, som det visat sig, att detta ej lät sig göra med tillhjälp af vanliga medel genom direkt klorering, öfverfördes syran till dess nitroderivat, hvarvid erhöles den redan förut beskrifna nitroklornaftoësyran af smtp. 224°, hvilken, efter hvad förut blifvit visadt, har sammansättningen



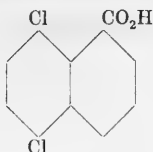
Denna syra renades nu på det sättet, att den alkoholiska lösningen af nitreringsprodukten mättades med klorvätegas, hvarvid, såsom likaledes förut blifvit visadt¹⁾, ingen eterart bildas af denna syra; den erhållna kristallmassan digererades därför med soda, och filtratet fäldes med klorvätesyra. Fällningen reducerades derefter på vanligt sätt med ferrisulfat i ammoniakalisk lösning, och amidosyran diazoterades på samma sätt, som ofvan för monoklor- α -naftoësyran af smtp. 167° angifvits, hvar efter diazoderivatet genom en kokande lösning af kopparklorur i klorvätesyra öfverfördes till diklor-naftoësyra. Produkten renades genom digerering med sodalösning, och den ur filtratet utfälda syran löstes i alkohol. Det visade sig nu, att en del var mera svårslöslig deri, under det att hufvudmassan var ytterst löslig. Den i alkohol mera svårslösta syran var, såsom en analys derå utvisade, oförändrad monoklor-naftoësyra af smtp. 245°; den lättlösta deremot visade sig genom en analys vara diklor-naftoësyra, ehuru ej alldeles ren; ur svag sprit kristalliserade den i färglösa fjäll, hvilka efter omkristallisering smälte vid 180°. Det framgick häraf, att den erhållna diklor- α -naftoësyran sannolikt var identisk med den vid 187° smältande, och, för att få en bestämd bekräftelse derpå, framställdes syrans etyleter genom jodetyls inverkan på dess silfversalt, hvarvid erhöles en förening, som kristalliserade ur alkohol i fina nålar och smälte vid 61°.

0,2212 gr. af denna etyleter gäfvö $0,4698 \text{ CO}_2 = 0,1281 \text{ C}$ och $0,0796 \text{ H}_2\text{O} = 0,0088 \text{ H}$.

	Funnet.	Ber. f. $\text{C}_{10}\text{H}_5\text{Cl}_2\text{CO}_2\text{C}_2\text{H}_5$.
C	57,91	57,99
H	3,97	3,72.

Denna etyleter var således identisk med den förut beskrifna, och genom dessa försök har därför blifvit ådagalagdt, att här ifrågavarande diklor- α -naftoësyra har sammansättningen

¹⁾ Öfversigt af K. Vetensk. akad. förh. 1887. N:o 2.



Det har sedermera visat sig, att såväl monoklor- α -naftoësya (1,1') som diklor- α -naftoësya af smältp. 187° bildas vid direkt klorering af en med något jod försatt isättiklösning af α -naftoësya, och för att erhålla diklor- α -naftoësyan, gick jag till väga på följande sätt. Moderluten från den först afskilda monoklor- α -naftoësyan (1,4') försattes med vatten, då en klubbig fällning, sannolikt bestående af flere föreningar, afsatte sig; denna fällning kokades med kalkmjölk, och, enär diklor-naftoatet är temligen lösligt, fick lösningen stå någon tid, hvarefter den filtrerades och fälades med klorvätesyra. Den fällning, som dervid erhöles, var lösligt i sprit, men, som den vid analys visade sig innehålla en blandning af mono- och diklor-naftoësya, löstes den ånyo i litet varm isättika, jod tillsattes och klorgas inleddes till mättning, hvarefter lösningen fick stå i lugn 18 timmar; derunder afsatte sig hårda, väl utbildade blad, som smälte vid 187° . Ur moderluten erhöles efter afdunstning ännu en kvantitet deraf.

Såsom ofvan nämndes, synes denna diklor- α -naftoësya ej bildas genom direkt klorering af monoklor- α -naftoësya (1,4'), och det är därför sannolikt, att vid α -naftoësyrans klorering bildas båda de hittills kända monoklor- α -naftoësyrorna, af hvilka dock den ena, nemligen periklor- α -naftoësyan, vid fortsatt inverkan af klor lätt öfvergår till diklor-naftoësya.

Triklor- α -naftoësya af smtp. 164° .

Den vid klorering af α -naftoësya erhållna ättiksuras moderluten behandlades länge och i kokning med klorgas, och lösningen uppvärmdes sedan på vattenbad, för att aflägsna öfverskottet af klor. Som den erhållna produkten var särdeles lösligt i isättika, utfälades den med vatten, och den klubbiga fällningen kokades med vatten och calciumkarbonat. Kalksaltets lösning

fick svalna och fälades med klorvätesyra, då en produkt erhöles, som ej kunde renas genom omkristallisering vare sig ur alkohol eller svag sprit, då den var alltför lättlöst deri, utan slutligen kokades med vatten. Häri löste sig en del, och vid afsvälning kristalliserade små färglösa nålar, som smälte vid 163° — 164° , ehuru de började mjukna redan förut.

0,1679 gr. gäfvö $0,2946 \text{ CO}_2 = 0,0803 \text{ C}$ och $0,0374 \text{ H}_2\text{O} = 0,0041 \text{ H}$.

	Funnet.	Ber. f. $\text{C}_{10}\text{H}_4\text{Cl}_3\text{CO}_2\text{H}$.
C	47,85	47,91
H	2,44	1,81

Föreningen sublimerade i fina nålar, som smälte vid 163 — 164° , ehuru ej fullt skarpt. Utbytet af denna triklornaftoësyrä var mycket obetydligt, hvarför den ej kunnat vidare undersökas.

Det bör anmärkas, att vid ett försök att erhålla högre klorderivat af α -naftoësyrä, då jag förfor på samma sätt, som nyss angifvits, och den ur isättikelösningen med vatten afskilda, delvis klibbiga, fällningen uppvärmdes med något alkohol, en del af produkten visade sig mycket svärlöst deri och vid afsvälning utkristalliserade i fina färglösa nålar. Efter omkristallisering ur alkohol erhöles föreningen i bollformiga aggregat af nålar, som smälte vid 282° . Vid elementaranalys visade den sig emellertid innehålla en blandning af triklornaftoësyrä och lägre klorderivat, men kunde af brist på materiel ej renas. Så mycket tyckes dock framgå af det anförda försöket, att vid fortsatt klorering af en varm isättikelösning af α -naftoësyrä kunna alltefter omständigheterna erhållas två triklornaftoësyror, hvilka till smältpunkt och löslighet äro mycket olika. De bildas båda i mycket ringa mängd. Hufvudmassan af den vid fortsatt klorering erhållna produkten var seg och klibbig och kunde ej bringas i en för undersökning lämplig form.

Nitrodiklor- α -naftoësyrä.

Den förutnämnda diklor- α -naftoësyrän löstes i röd rykande salpetersyrä, och lösningen uppvärmdes en stund på vattenbad.

Den erhållna produkten var mycket lättlösl i den salpetersura moderluten och fäldes derur genom tillsats af vatten såsom ett harts. Detta digererades med ammoniak, hvarvid en del förblef olöst, och ur filtratet utfäldes den bildade nitrosyran med klorvätesyra. Den erhöles äfven nu såsom en seg massa, hvilken efter tvättning med vatten löstes i helt litet isättika; då denna i det närmaste afdunstat, afsatte sig en kristallskorpa, som pressades och tvättades med något isättika. Den så renade substansen var ljusgul och smälte omkring 165° , ehuru ej skarpt. Då den var särdeles lättlösl både i alkohol och isättika, var det ej lätt att rena densamma genom omkristallisering.

0,1748 gr. gåfvo vid 17° C. och 760,5 m.m., 7,6 k.c. = 0,00899 gr. N.

	Funnet.	Ber. f. $C_{10}H_4NO_2Cl_2CO_2H$.
N	5,14	4,89

I likhet med trinitro- α -naftoësyras af smtp. 283° ¹⁾ hade denna nitrodiklor-naftoësyras en intensivt bitter smak, så att det minsta stoft deraf var tillräckligt att framkalla äckel.

Inverkan af klor på amido- α -naftoësyras af smtp. 211° .

Diklor-naftokinonkarbonsyras.

Då klorgas inleddes i en med något jod försatt isättikelösning af denna amidosyras (1,4'), inträdde en ganska egendomlig reaktion; ty, sedan inledningen en stund fortsatts under upphettning af lösningen, började ett kristalliniskt pulver afskilja sig, hvilket under mikroskopet visade sig bestå af kuber och prismer, och som smälte omkring 260° . Då föreningen var svårlöslig i isättika, renades den genom kokning med sådan. Dess färg stötte något i chokladbrunt.

1) 0,2070 gr. gåfvo vid $11,2^{\circ}$ C. och 751,9 m.m. 13 k.c. = 0,01552 gr. N.

2) 0,2190 gr. gåfvo 0,3287 AgCl = 0,0813 Cl.

3) 0,2284 gr. gåfvo 0,2870 CO_2 = 0,0783 C och 0,0766 H_2O = 0,0085 H.

¹⁾ Öfversigt af K. Vetenskapsakad. handl. 1886 N:o 5. 145.

	Funnet.			Ber. för
	1.	2.	3.	$C_{11}H_{12}Cl_4N_2O_4$.
C	—	—	34,28	34,92
H	—	—	3,72	3,17
Cl	—	37,12	—	37,68
N	7,50	—	—	7,52.

Huru denna formel sannolikt bör tolkas, framgår af det följande.

Vid öfvergjutning med ammoniak undergick föreningen genast en märkvärdig förändring, i det den förvandlades till röda nålar, som voro lösliga i vatten. En tillsats af ättiksyra till vattnet minskade lösligheten, utan att upphäfva den. Den röda föreningen var äfven löslig i varm ättiksyra och kristalliserade derur i långa, vackra nålar, som nästan liknade kromsyra. Dess smältpunkt låg för högt för att kunna bestämmas, men svärtning och sannolikt sönderdelning inträdde redan något öfver 200°.

1) 0,2054 gr. gåfvo 0,3504 $CO_2 = 0,0955$ C och 0,0774 $H_2O = 0,0086$ H.

2) 0,2302 gr. gåfvo vid 18,2° C. och 767 mm. 18,6 k.c. = 0,02212 gr. N.

3) 0,2297 gr. gåfvo 0,1100 $AgCl = 0,0263$ Cl.

4) 0,2057 gr., omkristalliserade ur ättiksyra, gåfvo vid 15,4° C. och 759 m.m. 16 k.c. = 0,0190 gr. N.

	Funnet.				Ber. för	
	1.	2.	3.	4.	$C_{11}H_9ClN_2O_5$.	$C_{11}H_{11}ClN_2O_5$.
C	46,54	—	—	—	46,40	46,07
H	4,18	—	—	—	3,16	3,83
N	—	9,60	—	9,24	9,84	9,77
Cl	—	—	11,45	—	12,48.	12,39.

Genom behandlingen med ammoniak hade således klorhalten minskats högst betydligt, hvilket lät förmoda, att den först erhållna föreningen möjligen innehöll klorammonium. Jag framstälde därför den ursprungliga föreningen ånyo på samma sätt som förut blott med den skilnaden, att en något starkare isättika användes som lösningsmedel, hvilket dock ej syntes hafva

något inflytande på resultatet, i det att den förening, som nu erhöles, hade samma utseende och egenskaper som den förut beskrifna. För att afägsna möjligen närvarande klorammonium, behandlades kristallpulvret, som vid närmare undersökning visade sig innehålla en mängd alldeles hvita korn, med vatten, hvari en del, nemligen de hvita kornen, lätt löste sig; för säkerhetens skull uppvärmdes också på vattenbad, och den erhållna lösningen gaf vid afdunstning en betydande återstod af hvitt salt, som befans vara så godt som rent klorammonium. Den i vatten olösliga föreningen renades genom lösning i kokande isättika, hvarur vid afsvalning långa, jembreda, mot ändarne i en trubbig vinkel utlöpande nålar afsatte sig, hvilka under pösning smälte vid 259°. Denna förening var qväfvefri.

1) 0,1731 gr. gafvo $0,3038 \text{ CO}_2 = 0,0825 \text{ C}$ och $0,0310 \text{ H}_2\text{O} = 0,0034 \text{ H}$.

2) 0,1579 gr. gafvo $0,1800 \text{ AgCl} = 0,0445 \text{ Cl}$.

	Funnet.		Ber. för
	1.	2.	$\text{C}_{10}\text{H}_3\text{O}_2\text{Cl}_2\text{CO}_2\text{H}$.
C	47,89	—	48,70
H	1,96	—	1,47
Cl	—	28,18	26,20.

För att se, om den höga klorhalten möjligen berodde på någon förorening, behandlade jag syran med sodalösning, som lätt upptog densamma, och filtratet fäldes med klorvätesyra, hvarvid en förening erhöles, som bestod af svagt violett färgade nålar. Efter omkristallisering ur isättika liknade föreningen alldeles den vid 259° smältande.

0,1053 gr. gafvo $0,1076 \text{ AgCl} = 0,0266 \text{ Cl}$.

	Funnet.	Ber. f. $\text{C}_{10}\text{H}_3\text{O}_2\text{Cl}_2\text{CO}_2\text{H}$.
Cl	25,28	26,20.

Föreningen hade således genom behandlingen med soda förlorat något klor, men höll dock ännu i det närmaste två atomer deraf.

Slutligen må ännu några analyser anföras på produkter, erhållna vid olika beredningar, till utseendet lika med ofvanstående

förening, men med något lägre smältpunkt, vexlande från 252° till 257°.

1) 0,1680 gr. gåfvo 0,2798 CO₂ = 0,0763 C och 0,0288 H₂O = 0,0032 H.

2) 0,2176 gr. gåfvo 0,3746 CO₂ = 0,1022 C och 0,0438 H₂O = 0,0048 H.

3) 0,2039 gr. gåfvo 0,2048 AgCl = 0,0506 Cl.

4) 0,1413 gr. gåfvo 0,2474 CO₂ = 0,0675 C och 0,0282 H₂O = 0,0031 H.

5) 0,1019 gr. gåfvo 0,1849 CO₂ = 0,0504 C och 0,0226 H₂O = 0,0025 H.

	1.	2.	Funnet. 3.	4.	5.	Ber. f. C ₁₀ H ₃ O ₂ Cl ₂ CO ₂ H.
C	46,86	46,96	—	47,77	49,46	48,70
H	1,96	2,20	—	2,19	2,45	1,47
Cl	—	—	24,81	—	—	26,20.

Den något vexlande sammansättningen torde hafva berott dels på en ringa inblandning af ett högre klorderivat, dels på den lätthet, hvarmed den ena kloratomen elimineras.

Till ammoniak förhöll sig denna syra på samma sätt som den ofvan beskrifna ursprungliga kloreringsprodukten, ty, då den öfvergöts med ammoniak, löstes den, och lösningen antog efter en stund, isynnerhet vid uppvärmning, en brun färg och afsatte efter någon tid en cinoberröd fällning af fina nålar, tydligen alldeles samma förening, som förut erhållits.

0,1350 gr. gåfvo 0,0690 AgCl = 0,0170 Cl.

	Funnet.	Ber. f. C ₁₁ H ₉ ClN ₂ O ₅ .	C ₁₁ H ₁₁ ClN ₂ O ₅ .
Cl	12,62	12,48	12,39

Genom behandlingen med ammoniak förlorade syran alltså hälften af sin klorhalt, och den erhållna produkten måste hålla åtminstone hälften af sitt qväfve i form af en ammoniumgrupp, d. v. s. vara ett ammoniumsalt, enär den vid lindrig upphettning med svag natronlut utvecklade ammoniak. Ammoniumsaltet syntes ej nämnvärdt sönderdelas genom ättiksyra, då det

till och med kristalliserade i det närmaste oförändradt ur tem-
ligen stark syra (se analysen 4 sid. 326). Genom starkare
syror sönderdelades saltet deremot, och, då dess lösning försattes
med klorvätesyra, utföll en af fina, röda nålar bestående fäll-
ning, som smälte omkring 286°.

1) 0,1482 gr. af denna fällning, torkade vid 100°, gåfvo
0,0885 AgCl = 0,0211 Cl.

2) 0,1554 gr. gåfvo vid 15° C. och 758,2 m.m. 6,6 k.c =
0,00784 gr. N.

	Funnet.		Ber. f.	
	1.	2.	$C_{11}H_6ClNO_5$.	$C_{11}H_8ClNO_5$.
Cl	14,27	—	13,27	13,17
N	—	5,04	5,23	5,19.

Emedan substansen blifvit utfäld ur moderlutar, var den
sannolikt ej fullt ren, men analyserna visa dock, dels att en
 NH_3 -grupp blifvit afspaltad, dels att föreningen åtminstone
icke vid 100° höll HCl och därför sannolikt ej var något klor-
hydrat. Då soda ej syntes hafva förmågan att eliminera
den ena kloratomen i föreningen $C_{10}H_3O_2Cl_2CO_2H$, uppstod den
frågan, om endast ammoniak utöfvade en sådan inverkan, och
för att få svar derpå, uppvärmdes jag föreningen med alkoholisk
kalilut, hvarvid en röd flockig fällning erhöles. Genom tillsats
af vatten löstes alltsammans, och lösningen surgjordes med klor-
vätesyra; dervid erhöles ingen fällning, men vid afdunstning
kristalliserade en substans, som efter tvättning med vatten och
omkristallisering ur isättika erhöles i gulröda mot ändarne till-
spetsade hårda blad, som smälte omkring 240° och vid förbrän-
ning ej lemnade någon aska.

0,0737 gr. gåfvo 0,0380 AgCl = 0,0094 Cl.

	Funnet.	Ber. f. $C_{10}H_3O_2OHCICO_2H$.
Cl	12,75	14,05.

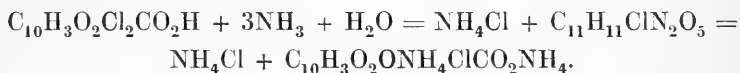
Häraf framgår att äfven alkoholiskt kali och kanske också
vanligt kalihydrat förmå eliminera en kloratom och ersätta den
med en hydroxylgrupp.

Samma monokloroxinaftokinonkarbonsyra erhöles också, då det ofvannämnda röda ammoniakderivatet upphettades med svag natronlut, tills lösningen ej längre utvecklade ammoniak; vid tillsats af klorvätesyra erhöles nu ej genast någon fällning, men efterhand afskildes en massa gulröda nålar, som voro löslösta i alkohol och svårlösta i kallt vatten. Vid långsam kristallisation ur vatten erhöles föreningen i hårda orange gula, rhombiska tafior, som under pösning smälte vid 246° och voro qväfvefria.

0,1769 gr. gäfvö 0,3410 CO₂ = 0,0930 C och 0,0427 H₂O = 0,0047 H.

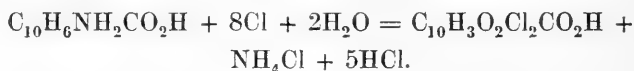
	Funnet.	Ber. f. C ₁₀ H ₃ O ₂ OHClCO ₂ H.
C	52,57	52,28
H	2,66	1,98.

Dessa förhållanden gifva en enkel förklaring öfver förloppet vid ammoniaks inverkan på diklor-naftokinonkarbonsyra; dervid måste nemligen en hydroxylgrupp hafva substituerat en kloratom och samtidigt ett diammoniumsalt hafva bildats enligt schemat:



Detta ammoniumsalt, som icke eller blott obetydligt angripes af ättiksyra, sönderdelas deremot af mineralsyror så, att det sura saltet C₁₁H₈ClNO₅ = C₁₀H₃O₂ONH₄ClCO₂H erhålles; att man här ej har att göra med en amid, framgår af den lätthet, hvarmed ammoniakken utdrifves af svag natronlut, ehuru å andra sidan saltet liknar en amid genom sin beständighet gent emot klorvätesyra.

Sammanfattning. Genom inverkan af klor på en isättikelösning af amido- α -naftoësyra (1,4') utdrifves med lätthet amidogruppen, och enär dervid bildas såväl klorammonium som diklor-naftokinonkarbonsyra, måste man antaga, att reaktionen försiggår enligt följande schema:



Den ur isättikelösningen afskilda kristallmassan synes temligen konstant hafva sammansättningen $C_{10}H_3O_2Cl_2CO_2H + 2NH_4Cl$, hvilket torde bero derpå, att klorammonium, såsom mera svårslösligt i isättika, utkristalliserar i större mängd än syran, också erhöles ur den ättiksura moderluten en ny kvantitet karbonsyra.

Såsom synes, fordras för den skildrade reaktionen närvaro af vatten, och jag har ej ännu varit i tillfälle att pröfva, huru klor inverkar i absolut vattenfri isättika; sannolikt blir resultatet dervid ett annat.

Den erhållna diklorकिनonkarbonsyran förlorar lätt en atom klor redan vid öfvergjutning med vanlig ammoniak och öfvergår dervid sannolikt till monoklormonoxinaftokinonkarbonsyra, $C_{10}H_3O_2OHCICO_2H$, hvars neutrala ammoniumsalt:



är den vackert cinoberröda förening, som ofvan blifvit beskrifven.

Huruvida de här omnämnda föreningarne äro derivat af α - eller β -naftokinon, kan icke efter deras hittills kända förhållanden afgöras, ehuru det förtjenar framhållas, att de i flere afseenden påminna om diklor- α -naftokinon, i hvilken likaledes en kloratom lätt utbytes mot hydroxyl vid inverkan af alkalier.



En generalisation af LAPLACE'S undersökning af librationen i planetteorien.

Af KARL BOHLIN.

[Meddeladt den 9 Maj 1888 genom H. GYLDÉN.]

I Livre Quinzième, Chap. II, af Mécanique céleste behandlar LAPLACE den stora ojemnheten i Jupiters och Saturns rörelse, i det han utgår från eqvationerna

$$\begin{aligned}\frac{d^2\zeta}{dt^2} &= q \text{ Sin } (5\zeta' - 2\zeta + A) \\ \frac{d^2\zeta'}{dt^2} &= q' \text{ Sin } (5\zeta' - 2\zeta + A).\end{aligned}\tag{1}$$

Efter att hafva satt

$$V = 5\zeta' - 2\zeta + A,$$

erhåller han ekvationen

$$\frac{d^2V}{dt^2} = (5q' - 2q) \text{ Sin } V$$

och till densamma integralen

$$\frac{dV}{dt} = \sqrt{c^2 - (10q' - 4q) \text{ Cos } V}$$

Härtill anknytas nu åtskilliga betraktelser, utgående därpå, att för

$$c^2 > |10q' - 4q|$$

de utvecklingar gälla, hvilka angifvits i Livre second, medan för

$$c^2 < |10q' - 4q|$$

samma utvecklingar förlora sin giltighet, i det förhållandena antaga en ny natur, betecknad med namnet *libration* och af den omständigheten, att förhållandet mellan medelrörelserna n och n' eller koëfficienterna till t i utvecklingen af ζ och ζ' blifva exakt kommensurabla i förhållandet 5 till 2.

Ett analogt förfarande låter använda sig för allmännare ekvationer än ekv. (1), i hvilkas högra membra blott en enda term blifvit medtagen, under det att de generelt taget innehålla ett oändligt antal termer och på ett sådant sätt, att hvarje term i den ena ekvationen motsvaras af en term med samma argument i den andra. Medtagas t. ex. blott tvenne termer i hvardera ekvationen, så kunde ekvationssystemet, i det med i, j, i_1, j_1 betecknas hela tal, skrivas under formen

$$\begin{aligned}\frac{d^2\zeta}{dt^2} &= a \sin(i\zeta - j\zeta' + A) + a_1 \sin(i_1\zeta - j_1\zeta' + A_1) \\ \frac{d^2\zeta'}{dt^2} &= b \sin(i\zeta - j\zeta' + A) + b_1 \sin(i_1\zeta - j_1\zeta' + A_1)\end{aligned}\quad (2)$$

hvilket med användning af beteckningarna

$$\begin{aligned}\varphi &= i\zeta - j\zeta' + A \\ \psi &= i_1\zeta - j_1\zeta' + A_1\end{aligned}\quad (3)$$

kan ersättas af systemet

$$\begin{aligned}\frac{d^2\varphi}{dt^2} &= (ia - jb) \sin \varphi + (ia_1 - jb_1) \sin \psi \\ \frac{d^2\psi}{dt^2} &= (i_1a - j_1b) \sin \varphi + (i_1a_1 - j_1b_1) \sin \psi\end{aligned}$$

eller enklare, i det man sätter

$$\begin{aligned}\alpha &= ia - jb & \alpha_1 &= ia_1 - jb_1 \\ \beta &= i_1a - j_1b & \beta_1 &= i_1a_1 - j_1b_1,\end{aligned}\quad (4)$$

af

$$\begin{aligned}\frac{d^2\varphi}{dt^2} &= \alpha \sin \varphi + \alpha_1 \sin \psi \\ \frac{d^2\psi}{dt^2} &= \beta \sin \varphi + \beta_1 \sin \psi\end{aligned}\quad (5)$$

Häraf erhålles nu genom integration, efter att hafva multiplicerat den första ekv. med $d\varphi$ och den andra med $d\psi$,

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 &= c - \alpha \text{Cos } \varphi + \alpha_1 \int \text{Sin } \psi d\varphi \\ \frac{1}{2}\left(\frac{d\psi}{dt}\right)^2 &= c_1 + \beta \int \text{Sin } \varphi d\psi - \beta_1 \text{Cos } \psi \end{aligned} \quad (6)$$

samt om den första equationen multipliceras med $d\psi$ och den andra med $d\varphi$ efter addition och integration

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi}{dt} \cdot \frac{d\psi}{dt} &= d + \alpha \int \text{Sin } \varphi d\psi - \alpha_1 \text{Cos } \psi \\ &\quad - \beta \text{Cos } \varphi + \beta_1 \int \text{Sin } \psi d\varphi, \end{aligned} \quad (7)$$

då c , c_1 , och d äro integrationskonstanter. Elimineras ur (7) integralerna med tillhjälp af (6), så erhålles såsom integral till (5)

$$A\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 - 2B\frac{d\varphi}{dt}\frac{d\psi}{dt} + C\left(\frac{d\psi}{dt}\right)^2 = H - L \text{Cos } \varphi - M \text{Cos } \psi, \quad (8)$$

hvarest

$$A = \beta\beta_1 = (i_1a - j_1b)(i_1a_1 - j_1b_1)$$

$$B = \alpha_1\beta = (ia_1 - jb_1)(i_1a - j_1b)$$

$$C = \alpha\alpha_1 = (ia - jb)(i_1a_1 - j_1b_1)$$

$$L = 2\beta(\alpha\beta_1 - \alpha_1\beta)$$

$$M = 2\alpha_1(\alpha\beta_1 - \alpha_1\beta)$$

och H är integrationskonstanten. Häraf följer

$$\frac{B}{A} = \frac{\alpha_1}{\beta_1}; \quad \frac{L}{A} = 2\left(\alpha - \frac{\alpha_1}{\beta_1}\beta\right)$$

$$\frac{C}{A} = \frac{\alpha_1}{\beta_1}\frac{\alpha}{\beta}; \quad \frac{M}{A} = 2\frac{\alpha_1}{\beta}\left(\alpha - \frac{\alpha_1}{\beta_1}\beta\right)$$

Göres

$$a_1 = b_1 = 0,$$

så blir äfven

$$\alpha_1 = \beta_1 = 0$$

och man återkommer till det LAPLACE'ska fallet. Låter man α_1 och β_1 gå mot noll på ett sådant sätt, att

$$\lim \frac{\alpha_1}{\beta_1} = 0,$$

erhålles äfven LAPLACE's ekvation

$$\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 = c^2 - 2\alpha \text{Cos } \varphi,$$

där

$$c^2 = \lim \frac{H}{A}$$

och libration eger rum för

$$c^2 < 2|\alpha|$$

eller för

$$H < |L|$$

Man kan nu fråga, om och huru tillvaron af andra termer efter den första i högra membra af (2) inverka på denna omständighet. Sålunda framgår det af prof. GYLDÉNS metod att behandla dylika ekvationer som (2), att det förhållande att libration synes inträda, då man tager i betraktande blott *en* af termerna i ekvationens högra membrum, kan varda upphäfdt därigenom, att man i nästa approximation gör afseende på öfriga termer. I dylika frågor torde ekvationen (8) kunna vara upplysande. Löses densamma med afseende på $\frac{d\varphi}{dt}$, så erhålles

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{B}{A} \cdot \frac{d\psi}{dt} + \sqrt{\frac{B^2 - AC}{A^2} \left(\frac{d\psi}{dt}\right)^2 + \frac{H}{A} - \frac{L}{A} \text{Cos } \varphi - \frac{M}{A} \text{Cos } \psi}$$

Af denna likhet framgår först och främst att om uttrycket

$$\frac{B^2 - AC}{A^2} \left(\frac{d\psi}{dt}\right)^2 + \frac{H}{A}$$

antager sådana värden att detsamma är mindre än

$$\left|\frac{L}{A}\right| + \left|\frac{M}{A}\right|$$

så måste libration ega rum och det är påtagligt att densamma måste hänföra sig till det argument, hvars motsvarande term under rotmärket har den största koefficienten, sålunda äfven till

värden af hela tal i och j , hvilka ligga i början af talserien. Man kan vidare urskilja följande olika fall. Är

$$B^2 - AC \leq 0$$

så är tillvaron af den första termen under rotmärket liktydig med, att integrationskonstanten antingen förminskas eller bibehålles vid sitt värde, så att i detta fall den första termen icke kan upphäfva ett tillstånd af libration, som genom integrationskonstanten vore betingadt. Ett sådant inflytande är däremot tänkbart om

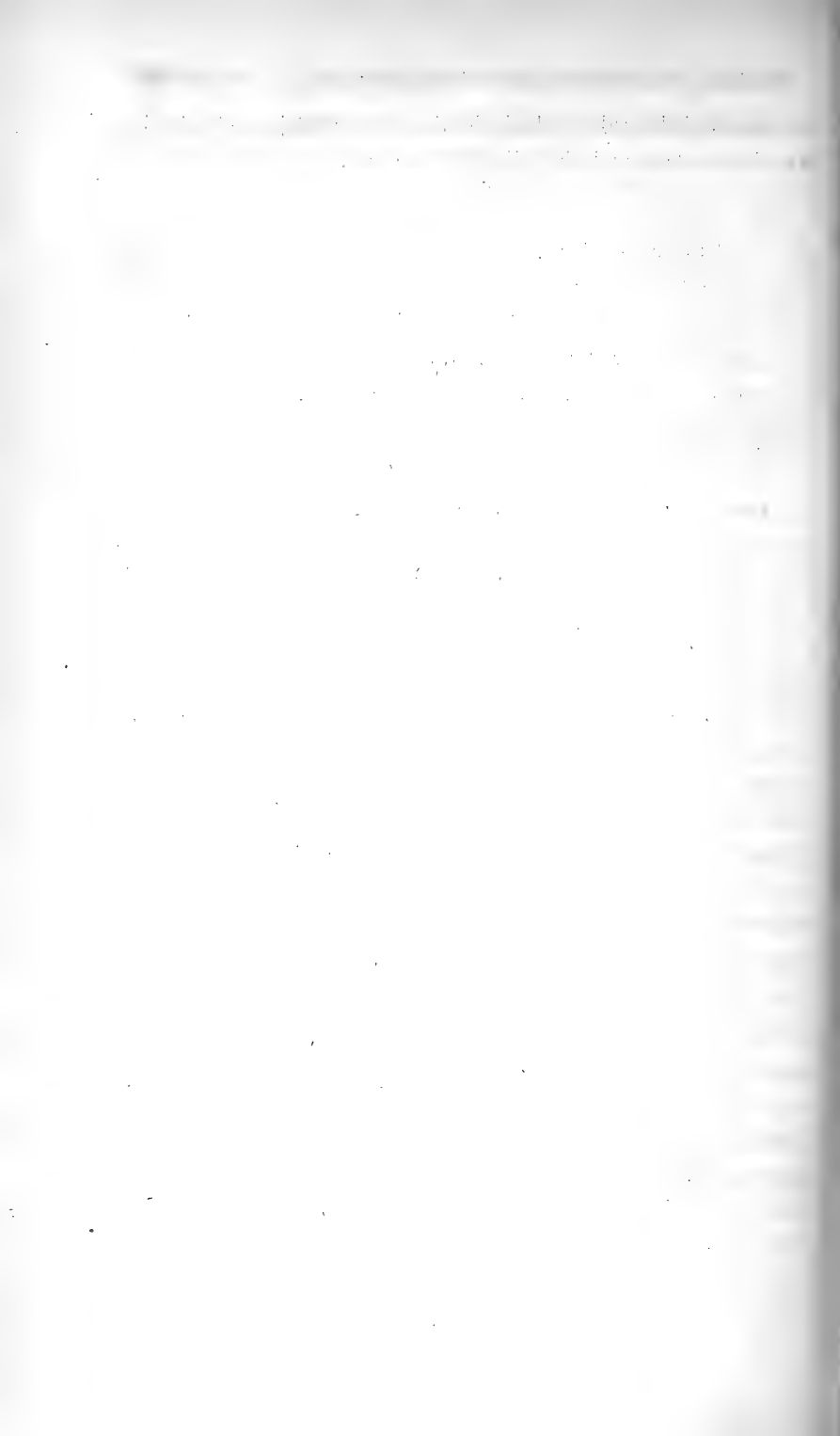
$$B^2 - AC > 0$$

Den direktaste metod att medels ekv. (8) afgöra frågan, om libration existerar eller icke, borde vara att upplösa dess venstra memrum i en kvadratisk form. Är denna då på grund af koëfficienternas natur verkligt positiv, så kunna sådana värden gifvas åt integrationskonstanten att libration uppkommer, i motsatt fall icke. Slutligen må anmärkas att, då librationen egentligen utgör ett uttryck för den omständighet att punkten φ , ψ skall befinna sig inom det positiva område af planet. som begränsas af kurvan

$$H - L \cos \varphi - M \cos \psi = 0, \quad (9)$$

densamma endast för det fall, att någondera af koëfficienterna L och M är betydligt mindre än den andra, yttrar sig som en kommensurabilitet mellan medelrörelserna i ζ och ζ' och att den i allmänhet taget är af mera invecklad natur, allt efter den mer eller mindre komplicerade form, som kurvan (9) kan antaga.

Det behöfver slutligen icke tilläggas att ofvan anförda betraktelser ega sin tillämpning äfven för de fall, att i högra membra af ekvationerna (2) icke blott tvenne termer, utan ett godtyckligt antal termer förefunnes, icke heller att de äfven gälla ett system af flere än två ekvationer af formen (2).



Ueber zwei neue Lamellibranchiaten aus den post-glacialen Schichten Schonens.

VON STEPHAN CLESSIN.

[Mitgetheilt den 9 Mai 1888 durch G. LINDSTRÖM.]

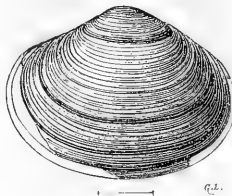
Auf verschiedenen Localitäten in Schonen, bei Alnarp und anderswo, fand Professor A. G. NATHORST¹⁾ vor einigen Jahren Thonschichten auf Moränen lagernd und somit jünger als die Eiszeit. In diesen machte er die wichtige Entdeckung von arktischen Pflanzenresten, wie *Dryas octopetala*, *Betula nana*, *Salix polaris*, *S. reticularis* und andere, welche alle zeugen dass das Clima noch arktisch gewesen, obschon die eigentliche Eiszeit schon längst vorüber war. Auch die dort aufgefundenen Thierreste entsprechen einer solchen Annahme. So sind in den gleichaltrigen Thonschichten bei Momölla zahlreiche Reste von dem bis jetzt nur aus Norwegen, Spitzbergen und Grænland bekannten *Apus glacialis* gefunden worden. Auch *Cypria lævis* scheint nach LILLJEBORG eine arktische Art zu sein. Dazu kommen noch die unten beschriebenen zwei, der Wissenschaft neuen Arten, welche auch von NATHORST gefunden worden sind zusammen mit mehreren anderen Weichthierschalen wie *Planorbis albus* MÜLL., *Sphaerium corneum* L., *Pisidium nitidum* JEN., *Pis. milium* HELD, etc. und auch einige Ostracoden.

¹⁾ »Om arktiska växtlemningar i Skånes sötvattensbildningar» in Öfversigt af K. Vet.-Akad. Förhandl. 1872, N:o 2, p. 123.

1. *Sphaerium subsolidum* n. sp.

Muschel: klein, eiförmig, fast gleichseitig, ziemlich starkschalig, mässig aufgeblasen, mit starken, fast regelmässigen ripigen Zuwachsstreifen, welche durch mehrere sehr markirte Jahresabsätze unterbrochen werden; Wirbel breit und gerundet, Vorder- und Hintertheil fast gleichförmig gerundet; Unterrand mässig gewölbt; Oberrand wenig gebogen, lang; im ganzen Umkreise der Muschel keine, wenn auch nur schwach angedeutete Ecke, Schlossleiste schmal.

Länge 7,5 mm., Breite 5,3 mm., Durchmesser 4,8—5 mm.



Sphaerium subsolidum.

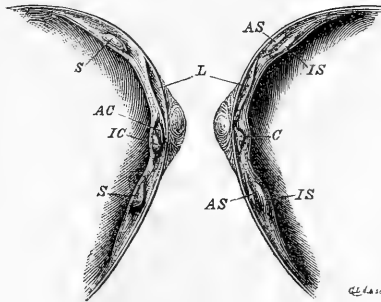
Bemerkung. Es liegen nur 6 Schalen vor, von denen 2 grössere vielleicht ausgewachsen sind; alle jedoch sind etwas defect, und namentlich ist das Schloss zerstört. Aus den arktischen Thonschichten bei Alnarp in Schonen. Die deutlich markirten, in kurzen Zwischenräumen folgenden Jahresabsätze deuten auf kurze Sommer. Die Art gehört zur engeren Gruppe des in den nördlichen Flüssen Deutschlands vorkommenden *Sph. solidum* NORM. Gegenwärtig findet sich diese Art in Schweden nicht mehr vor. Die recente Art unterscheidet sich von der fossilen durch beträchtlichere Grösse, grössere Dickschaligkeit und mehr hervortretende Wirbel; auch sind die Jahresabsätze nicht so scharf markirt, während die Streifung fast dieselbe ist.

2. *Pisidium Lindströmi* n. sp.

Muschel: klein, sehr ungleichseitig, schief eiförmig, dünn-
schalig, aufgeblasen, mit feinen, ziemlich gleichmässigen Zuwachs-



Pisidium Lindströmi.



Schloss von Pis. Lindströmi.

- L* = Ligament.
AC = Äusserer Cardinalzahn.
IC = Innerer »
C = Cardinalzahn.
S = Seitenzahn.
AS = Äusserer Seitenzahn.
IS = Innerer »

streifen, die jedoch durch mehrere (4—6) stärker markirte Jahresabsätze unterbrochen werden; von gelblicher Farbe der Epidermis; Wirbel hervortretend, rundlich, sehr nahe dem Vorderrande gelegen; Vordertheil sehr verkürzt, stumpf; Hintertheil schwach zugespitzt gerundet; Oberrand gebogen, Vorderrand stumpf gerundet, Unterrand sehr gewölbt; Hinterrand kaum etwas zugespitzt gerundet; Schlossleiste schmal. In der linken Schale ein Cardinalzahn, der am vorderen Ende kolbig verdickt ist; Seitenzähne nach beiden Seiten je 2; welche jedoch nicht einander gegenüber stehen wie es bei den meisten Arten des Genus der Fall ist; der äussere ist nämlich mehr dem Cardinalzahne genähert, als der Innere, so dass die Rinne für den Zahn der Gegenschale nicht genau zwischen die beiden Zähne fällt. In der rechten Schale: Cardinalzähne 2; ein starker am inneren

Rande der Schlossleiste stehender, der nach vorne in eine schmale Verlängerung ausläuft und ein sehr schmaler, äusserer, der wenig gebogen ist. (Zwischen beide legt sich der Cardinalzahn der Gegenschale ein.) Seitenzähne einfach.

Länge 4 mm. Breite 3 mm. Durchm. 2,5—2,8 mm. In den arktischen Thonschichten bei Alnarp und Hofgård in Schonen recht häufig gefunden.

Bemerkung. Die Muschel steht dem *Pis. Lilljeborgii* CLES. Mal. Blätter n. F. VIII Bd., p. 119, sehr nahe, ja die Umrissform stimmt ziemlich gut mit ihr überein, nur ist die recente, bisher nur im nördlichen Norwegen beobachtete Art, aufgeblasener und hat breitere Wirbel; auch differirt bei ihr die Stellung der Seitenzähne, welche die normale ist, oder nur weniger von der normalen Lage abweicht. Ich betrachte die vorstehend beschriebene fossile Art als Vorläufer der genannten recenten, zumal die erste noch keine feste Umrissform erlangt zu haben scheint, da dieselbe in dieser Hinsicht nicht unbedeutend variirt; der Vergleich der Abbildungen der drei verschiedenen gestalteten Muscheln wird, ich möchte sagen, eine gewisse Unsicherheit in der Form ergeben, während *Pis. Lilljeborgii*, die mir von mehreren Fundorten vorliegt, stets sehr formfest auftritt. Ebenso glaube ich nicht irre zu gehen, wenn ich in *Sph. subsolidum* den Vorläufer von *Sph. solidum* annehme, wobei sich die merkwürdige Erscheinung ergibt, dass die recenten Arten, welche beide nicht in Schweden vorkommen, einerseits (bei *Sph. solidum*) nach Süden, anderseits aber (*Pis. Lindströmi*) nach Norden ausgewichen sind. Es würde damit die Vermuthung, dass die in Mitteleuropa heimischen, weit verbreiteten Arten, im europäischen Norden entstanden sind und von hier aus während und nach der Eiszeit ihre Wanderung nach Süden angetreten haben, theilweise Bestätigung finden. Wenigstens ergibt sich eine neue Thatsache für diese Hypothese.

Männliche Copulationsorgane am ersten abdominalen Somite einiger Krebsweibchen.

VON D. BERGENDAL.

[Mitgetheilt den 9. Mai 1888 durch S. LOVÉN.]

Vor drei Jahren wurde ich bei einigen weiblichen Krebsen auf abnorme Anhänge des ersten Abdominalsomits aufmerksam. Weil die Literatur über die Krebse keine solchen Angaben enthielt und die Thatsache mir in verschiedenen Richtungen von allgemeinerem Interesse zu sein schien, habe ich, wo ich Gelegenheit gefunden habe, Beobachtungen hierüber gesammelt und einen mit einigen Figuren versehenen Aufsatz zu der schwedischen Akademie der Wissenschaften eingesandt. Dieselbe kann jedoch erst nach ziemlich langer Zeit gedruckt werden und daher benutze ich mit Dankbarkeit die mir gebotene Gelegenheit hier einen kurzen Auszug genannter Arbeit mitzutheilen. Eine Zusammenstellung der später¹⁾ in der Literatur erschienenen Notizen über ähnliche Bildungen wird man in demselben Aufsätze finden.

Bei genannten weiblichen Krebsen fanden sich sehr verschiedene Formen der ersten abdominalen Anhänge. Bei vielen sah ich gar keine Anhänge am ersten Somite des Abdomens, bei einigen waren sie löffelförmig, und bei einer kleineren Zahl zeigten diese Anhänge dieselbe Ausbildung wie bei den Männchen. In allen übrigen Verhältnissen besaßen diese Weibchen die nor-

¹⁾ Eine ganz beiläufig gelieferte frühere Notiz habe ich auch nachher durch den Herrn Dr. E. BOAS in Kopenhagen kennen gelernt.

male weibliche Struktur. Auch die inneren Organe waren vollkommen normale Ovarien und Ovidukte. Noch klarer wurde die weibliche Natur einiger von denjenigen Weibchen, welche fast ganz ausgebildete männliche Copulationsanhänge hatten, dadurch, dass ihre Sterna noch angeklebtes Sperma trugen, wie auch einige Eier noch an den Abdominalfüßen eines derselben hingen.

Ich sehe in den jetzt geschilderten Thatsachen keine Andeutung zum Hermaphroditismus, weil in solchem Falle wohl die inneren Organe irgend welche Abweichungen zeigen müssten. Weil eine solche Abweichung sich nicht vorfand, kann die Abnormität nicht als Rückschlag zu einem — nach meinem Dafürhalten übrigens sehr zweifelhaften — hermaphroditen Zustand aufgefasst werden. Es muss für jeden Fall eine neue Vererbung vom Vater sein. Die zahlreichen Stufen haben dann besonderes Interesse als ganz deutliche Zeugnisse einer verschiedene Abstufungen darbietenden durch Vererbung hervorgerufenen Variation.

Ihr hauptsächliches Interesse scheint mir jedoch diese Variation in einer anderen Hinsicht darzubieten. Wie gesagt, wurde sie nur am ersten Anhangspare des Abdomens beobachtet. Ein gleich wichtiger Theil der äusseren Geschlechtsorgane der Krebsmännchen befindet sich indessen am zweiten Paare. An diesem sind aber keine Abnormitäten bei den variirenden Krebsweibchen vorgekommen. Dieses Verhältniss zeigt ungewöhnlich klar die verschiedene Variationsfähigkeit nutzloser und nützlicher Organe. Das erste Anhangspaar ist ja bei den normalen Weibchen ganz rudimentär und gewähren dem Besitzer gar keinen Vortheil. Deshalb zeigen sie auch Variationen unter Einwirkung derselben Kraft, gegen welche das zweite Paar seine normale Form zu behalten vermag. Weil es dem Besitzer nützlich ist, kann es in den von mir beobachteten Fällen *ausnahmslos* der Vererbungs kraft des Vaters widerstehen, welche das erste Paar vollkommen umgebildet hat. Jedoch müsste es sowohl unmittelbar wie correlativ von der männlichen Vererbung einen ähnlichen Einfluss fühlen. Die Funktion des ersten Anhangs des Männchens ist nämlich ohne eine entsprechende Umbildung des zweiten ganz unmöglich.

Die Ursache der schwachen Entwicklung fraglicher Anhänge bei den normalen Weibchen liegt auch ganz klar und scheint mir auch grössere Aufmerksamkeit zu verdienen als ihr bisher — soviel ich kenne — zu Theil geworden ist. Bekanntlich liegt es gar nichts ungewöhnliches darin, dass die männlichen Organe bei den Weibchen rudimentär sind. Besonders gut kennen wir ja diese Bildungen aus der Anatomie und der Entwicklungsgeschichte der Wirbelthiere. Ganz entsprechend sind allerdings die Verhältnisse nicht, und bei näherem Nachsehen wird man leicht finden, dass die Rudimente des anderen Geschlechts bei den Vertebraten etwas andere Gesichtspunkte wenigstens für jetzt darbieten. Bei den Krebsen kennen wir nämlich das indifferente Stadium der fraglichen Anhänge und kennen auch die Funktion, für welche dieselben angepasst sind.

Es ist demnach sehr merkwürdig zu sehen, wie mächtig die männliche Vererbung ist bei den Weibchen. Obgleich es den Weibchen vortheilhaft wäre, wenn das erste abdominale Fusspaar den folgenden ähnlich ausgebildet wäre, vermag jedoch die männliche Vererbung es zu unterdrücken. Dass hierin wirklich die Ursache zu suchen ist, zeigt die genaue Übereinstimmung, welche bei sehr verschiedenen Krebsen zwischen der Umformung dieser Theile bei den Männchen und dem Grade der Unterdrückung derselben bei den Weibchen besteht. Weil auch bei den Männchen das zweite Paar in viel höherem Grade ihre ursprüngliche Form behalten hat, kann dasselbe nicht nur bei normalen Weibchen sondern auch bei denjenigen, welche fast vollkommen männliche Anhänge am ersten Somite tragen, die indifferente funktionsfähige Form bewahren. Wie ich früher angedeutet habe, muss das letztere Verhältniss als eine Folge der funktionsfähigen Form bei den normalen Weibchen angesehen werden. Wir müssen nämlich genau unterscheiden zwischen der Unterdrückung eines Theils und der Umbildung desselben in neue Formen, die ganz specielle Funktionen auszuführen haben.

Die ersten abdominalen Anhänge der Krebsweibchen sind sehr oft verschwunden. In den meisten Fällen scheint es freilich,

als ob sie früher entwickelt gewesen seien und während des Lebens des Individuums verzehrt worden. Besonders oft sieht man an den mehr weniger männlichen Formen solche Zeichen einer allmählichen Verzehrung. Eine Neubildung der verschwundenen Anhänge des ersten Abdominalsomits ist von mir nie beobachtet worden. In solcher Weise könnte man bei diesen Anhängen den Eliminirungsprocess rudimentärer Organe vor sich gehen sehen. Sie werden nicht genügend ernährt. Bekanntlich sind diese Anhänge bei einigen Verwandten der Krebse vollständig verschwunden. Dass der Vertilgungsprocess so sehr langsam vor sich geht, kann wohl zum Theil durch das Vorhandensein entsprechender, wenn auch anders geförmter Anhänge bei den Männchen verstanden werden.

Wie man sieht, glaube ich, dass man von diesen Anhängen in verschiedenen Hinsichten recht interessante Schlüsse ziehen kann. Freilich haben wir wohl früher einige Beispiele mancher ähnlichen Verhältnisse und Vorgänge. Jedoch brauchen wir immer neue Thatsachen als Belegstücke und Probersteine für unsere Ansichten. Hauptsächlich von diesem Gesichtspunkte habe ich meine Beobachtung zu verwerthen gesucht. Für die nähere Ausführung dieser Auffassung wie auch für einige andere mehr nebensächliche Punkte muss auf den ausführlicheren Aufsatz hingewiesen werden.

ÖFVERSIGT

AF

KONGL. VETENSKAPS-AKADEMIENS FÖRHANDLINGAR.

Årg. 45.

1888.

N^o 6.

Onsdagen den 6 Juni.

INNEHÅLL:

Öfversigt af sammankomstens förhandlingar.....	sid. 347.
GYLDÉN, Om sannolikheten af att påträffa stora tal vid utvecklingen af irrationela decimalbråk i kedjebråk.....	» 349.
NATHORST, Nya anmärkningar om Williamsonia.....	» 359.
DILLNER, Om integration af differentialeqvationerna i N -kroppars pro- blemet. IV.....	» 367.
ÅNGSTRÖM, Bestämning af känsligheten vid bolometriskas mätningar....	» 379.
ÅNGSTRÖM, Iakttagelser öfver dunkla mediers genomtränglighet för värme- strålning af olika våglängd.....	» 385.
ISBERG, Försök att med galvanometer bestämma elasticitetsgräns och absolut hållfasthet hos metalltrådar. 2.....	» 399.
Skänker till Akademiens bibliotek.....	sidd. 348, 366, 384.

Hr EDLUND dels meddelade en af honom utförd fortsatt granskning af undersökningarne rörande luftelektriciteten, dels föredrog en af Doktor P. ISBERG författad uppsats om fortsatta undersökningar af metalltrådars elasticitet och hållfasthet*.

Hr GYLDÉN redogjorde för innehållet af två af honom författade uppsatser, nämligen: 1:o) »Om sannolikheten af att påträffa stora tal vid utvecklingen af irrationela decimalbråk i kedjebråk»*; 2:o) »Fortsatta undersökningar rörande en icke lineär differentialeqvation af andra ordningen» (se Bihang till K. Vet.-Akad. Handl.).

Hr SMITT lemnade en öfversigt af beskaffenheten och betydelsen af de senare årens undersökningar rörande sillen vid Bohuslänska kusten.

Sekreteraren anmälde följande inlemnade uppsatser: 1:o) »Nya anmärkningar om Williamsonia», af Prof. A. G. NATHORST*; 2:o) »Om integration af differentialeqvationerna i *N*-kroppars problemet», af Prof. G. DILLNER*; 3:o) »Bestämning af känsligheten vid bolometriska mätningar», af Doktor K. ÅNGSTRÖM*; 4:o) »Iakttagelser öfver dunkla mediers genomtränglighet för värmeutstrålning», af densamme*; 5:o) »Bidrag till kännedomen om Hydroidfaunan vid Sveriges westkust», af Filos. Licentiaten M. SEGERSTEDT (se Bihang etc.).

Följande skänker anmäldes

Till Vetenskaps-Akademiens Bibliothek.

Stockholm. *Entomologiska föreningen.*

GRILL, C., Entomologisk Latinsk-Svensk ordbok. Sthm 1888. 1. 8:o.
— *Geologiska föreningen.*

Geologiska och mineralogiska småskrifter. 34 st. 4:o & 8:o.

Lund. *K. Universitetet.*

Akademiskt tryck. 17 st. 4:o & 8:o.

Abbeville. *Société d'émulation.*

Mémoires. (3) Vol. 4 (1884—86). 8:o.

Albany. *New York state museum of natural history.*

Bulletin. Vol. 1: N:o 2—3. 1887—88. 8:o.

Annual report. 32. 1879¹⁰/₅. 8:o.

Auxerre. *Société des sciences historiques & naturelles de l'Yonne.*

Bulletin. Vol. 40: L. 2; 41: 1. 1887. 8:o.

Bern. *Allgemeine Schweizerische Gesellschaft der gesammten Naturwissenschaften.*

Neue Denkschriften. Bd. 30: Abth. 1. 1888. 4:o.

Besançon. *Société d'émulation du Doubs.*

Mémoires. (6) Vol. 1 (1886). 8:o.

Bordeaux. *Société des sciences physiques & naturelles.*

Mémoires. (3) T. 2: Cah. 2; 3: 1. 8:o.

Budapest. *R. Institut géologique de Hongrie.*

Földtani Közlöny. K. 17 (1887): 7—12; 18 (1888): 1—4. st. 8:o.

Mittheilungen. Bd. 8: H. 6. 1888. st. 8:o.

Jahresbericht. 1887. st. 8:o.

PETRIK, L., Ungarische Porzellanerden. Budapest 1887. st. 8:o.

— Über die Verwendbarkeit der Rhyolithe für die Zwecke der keramischen Industrie. Budapest 1888. st. 8:o.

ZSIGMONDY, W., Mittheilungen über die Bohrtermen zu Harkany... Pest 1873. 8:o.

Die Kollektiv-Ausstellung Ungarischer Kohlen auf der Wiener Weltausstellung 1873. Pest 1873. st. 8:o.

(Forts. å sid. 366.)

Om sannolikheten af att påträffa stora tal vid utvecklingen af irrationela decimalbråk i kedjebråk.

Af HUGO GYLDÉN.

[Meddeladt den 6 Juni 1888.]

Vid K. Akademiens sammanträde den 8 Februari detta år tillät jag mig att redogöra för ett ganska anmärkningsvärdt sakförhållande, hvilket träder i dagen då irrationela tal utvecklas i kedjebråk. Vid samma tillfälle visade jag, hvilket viktigt inflytande ifrågavarande sakförhållande utöfvar på konvergensen af vissa, i störingstheorien förekommande serier, hvarigenom det samma naturligtvis måste beaktas vid undersökningar rörande himlakropparnas kinematik. Men föreliggande frågas beskaffenhet är dock sådan, att densamma äfven i och för sig förtjenar att utredas; och då den förut meddelade undersökningen egentligen blott afsåg att belysa den sidan, som berör de antydda seriernas konvergens, synes en något mer i detalj gående behandling ej vara utan intresse. Dels af denna orsak, dels emedan de redan meddelade satserna i visst afseende ej voro fullt strängt formulerade, har jag upptagit frågan till förnyad undersökning, dervid i det följande anförda resultat trädde i dagen.

Vi antaga ett antal alldeles godtyckligt valda irrationela tal vara utvecklade i kedjebråk af formen:

$$\mu = \frac{1}{a_1 + \frac{1}{a_2 + \dots}} \quad ^1)$$

¹⁾ Beteckningen afviker något från den, som användes i februariuppsatsen.

samt beteckna hela antalet härledda α -värden med H . Vidare beteckna vi antalet ettor, som förekomma bland dessa α -värden, med h_1 , antalet tvåor med h_2 , o. s. v., så att:

$$H = h_1 + h_2 + \dots$$

Sedan i den föregående uppsatsen blifvit visadt, att α -värdena icke förekomma huru som helst utan i enlighet med en viss lag, hvars princip åtminstone approximativt kunde anges, förelägga vi oss nu den uppgift att söka bestämma det antal ettor, tvåor, o. s. v., som sannolikt förekomma bland ett gifvet antal α -värden, eller med andra ord att bestämma beloppen af h_1, h_2, \dots då H har ett bestämdt värde.

Enligt hvad i februariuppsatsen bevisades, angifves sannolikheten att något af de hela talen α_n uppnår värdet α eller något högre medelst uttrycket:

$$\frac{(1 + \sigma)\vartheta}{\alpha + \sigma},$$

der:

$$\sigma = \sqrt{2} - 1 = 0,41421\dots$$

och

$$(1 + \sigma)\vartheta = \frac{1 + \sqrt{2}}{2} = 1,20711\dots,$$

hvilket uttryck bör förstås sålunda att detsamma, multiplicerad med H , anger summan af alla α -värden, som äro större än α , och halfva antalet α -värden af just detta belopp. Man har således:

$$\frac{1 + \sqrt{2}}{2(\alpha + \sigma)}H = \frac{1}{2}h_\alpha + h_{\alpha+1} + \dots$$

eller, om man betecknar:

$$h_\alpha = \beta_\alpha(1 + \sqrt{2})H,$$

$$\beta_\alpha + 2\beta_{\alpha+1} + 2\beta_{\alpha+2} + \dots = \frac{1}{\alpha + \sigma}$$

I denna likhet insätta vi $\alpha + 1$ i stället för α samt erhålla:

$$\beta_{\alpha+1} + 2\beta_{\alpha+2} + 2\beta_{\alpha+3} + \dots = \frac{1}{\alpha + 1 + \sigma};$$

och, då detta resultat subtraheras från det föregående, befinnes:

$$\begin{aligned} \beta_{\alpha} + \beta_{\alpha+1} &= \frac{1}{\alpha + \sigma} - \frac{1}{\alpha + 1 + \sigma} \\ &= \frac{1}{(\alpha + \sigma)(\alpha + 1 + \sigma)}. \end{aligned}$$

Här införa vi åter $\alpha + 1$ i stället för α , hvarigenom likheten:

$$\beta_{\alpha+1} + \beta_{\alpha+2} = \frac{1}{(\alpha + 1 + \sigma)(\alpha + 2 + \sigma)}$$

erhålles; skillnaden emellan de båda likheterna gifver oss härpå:

$$\begin{aligned} \beta_{\alpha} - \beta_{\alpha+2} &= \frac{1}{(\alpha + \sigma)(\alpha + 1 + \sigma)} - \frac{1}{(\alpha + \sigma + 1)(\alpha + \sigma + 2)} \\ &= \frac{1 \cdot 2}{(\alpha + \sigma)(\alpha + \sigma + 1)(\alpha + \sigma + 2)} \end{aligned}$$

Genom ett förfarande, fullkomligt liknande det ofvan använda, befinnes nu äfven:

$$\beta_{\alpha} - \beta_{\alpha+1} - (\beta_{\alpha+2} - \beta_{\alpha+3}) = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{(\alpha + \sigma)(\alpha + 1 + \sigma)(\alpha + 2 + \sigma)(\alpha + 3 + \sigma)},$$

på grund af hvilken relation följande, uppenbart konvergenta serieutveckling omedelbart kan nedskrifvas:

$$\begin{aligned} \beta_{\alpha} - \beta_{\alpha+1} &= \frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{(\alpha + \sigma)(\alpha + 1 + \sigma)(\alpha + 2 + \sigma)(\alpha + 3 + \sigma)} \\ &+ \frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{(\alpha + 2 + \sigma)(\alpha + 3 + \sigma)(\alpha + 4 + \sigma)(\alpha + 5 + \sigma)} \\ &+ \dots \end{aligned}$$

De anförda formlerna äro tillräckliga för att beräkna β -värdena från och med $\alpha = 2$; medelst desamma erhöles:

$$\beta_2 + \beta_3 = 0,12132$$

$$\beta_2 - \beta_3 = 0,03869,$$

hvaraf följa:

$$\beta_2 = 0,08001$$

$$\beta_3 = 0,04131$$

Vidare befunnos:

$$\beta_3 + \beta_4 = 0,06635 ; \beta_4 = 0,02504$$

$$\beta_4 + \beta_5 = 0,04186 ; \beta_5 = 0,01682$$

$$\beta_5 + \beta_6 = 0,02879 ; \beta_6 = 0,01197$$

$$\beta_6 + \beta_7 = 0,02103 ; \beta_7 = 0,00906$$

$$\beta_7 + \beta_8 = 0,01603 ; \beta_8 = 0,00697$$

$$\beta_8 + \beta_9 = 0,01263 ; \beta_9 = 0,00566$$

$$\beta_9 + \beta_{10} = 0,01020 ; \beta_{10} = 0,00454$$

$$\beta_{10} + \beta_{11} = 0,00841 ; \beta_{11} = 0,00387$$

Vid bestämningen af β_2 kunna ofvanstående formler ej användas, och orsaken härtill är den, att medelvärdet af serien

$$\mathcal{G}_m = 1 - \frac{s'_m}{s'_{m+1}} + \frac{s'_m s'_{m+1}}{s'_{m+2} s'_{m+3}} - \dots,$$

nämligen

$$\mathcal{G} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{4}$$

allt för mycket strider emot antagandet:

$$a_{m+1} = 1$$

Vi finna emellertid ganska lätt en annan utväg att bestämma β_2 , hvilken beror derpå att det sannolika värdet af α är 2. I följd häraf måste nämligen nedanstående likhet ega rum:

$$\begin{aligned} \beta_1 + \frac{1}{2}\beta_2 &= \frac{1}{2}\beta_2 + \beta_3 + \beta_4 + \dots \\ &= \frac{1}{2(2 + \sigma)}, \end{aligned}$$

hvilken ger oss:

$$\beta_1 + \frac{1}{2}\beta_2 = 0,20735$$

Med stöd af ofvan angifna värde för β_2 erhålles häraf:

$$\beta_1 = 0,16713$$

Ehuru beräkningen af β -värdena ganska lätt och säkert kan utföras med stöd af ofvan anförda formler, är det dock ej utan

intresse att uppsöka en formel, som independent anger värdet af β_α . Då i allmänhet ingen synnerligen stor noggrannhet afses, utan vigten fastmer bör läggas derpå, att resultatet blir möjligast enkelt, kan man gå till väga på följande sätt:

Tänker man sig ofvanstående formler gälla icke allenast då α erhåller värdet af något helt tal, utan för hvilket α -värde som helst, så har man denna likhet:

$$\beta_{\alpha-\frac{1}{2}} + \beta_{\alpha+\frac{1}{2}} = \frac{1}{\left(\alpha + \sigma - \frac{1}{2}\right)\left(\alpha + \sigma + \frac{1}{2}\right)}$$

Men detta uttryck gäller äfven tillnärmelsevis för $2\beta_\alpha$; man har därför:

$$\beta_\alpha = \frac{\frac{1}{2}}{(\alpha + \sigma)^2 - \frac{1}{4}}$$

Enligt denna formel erhöles:

$$\beta_8 = 0,00709$$

$$\beta_9 = 0,00566$$

$$\beta_{10} = 0,00461$$

$$\beta_{11} = 0,00385,$$

hvilka resultat, med hänseende till här åsyftade ändamål, kunna anses tillräckligt nära öfverensstämma med ofvan angifna.

Sedan de med β_α betecknade kvantiteterna äro numeriskt gifna, förefinnes ingen svårighet att ange fördelningen af de hela talen inom antalet H . Om nu betraktelserna i det föregående äro riktiga, så måste denna beräknade fördelning öfverensstämma med den, som man finner då serier af verkligt förekommande α -värden undersökas. Naturligtvis måste denna öfverensstämmelse vara desto större ju större antalet α -värden är, hvilkas fördelning man undersöker; men dessutom böra de irrationela tal, genom hvilkas utveckling i kedjebråk α -värdena erhållas, kunna anses såsom alldeles tillfälliga med hänseende till irrationalitetens speciella beskaffenhet. Det är alldeles icke svårt att uppskrifva ett decimalbråk af sådan natur, att fördelningen af dess α -värden ingalunda öfverensstämmer med den theoretiska för-

delningen, men om man godtyckligt uppskrifver ett decimalbråk utan att för sig klargöra, huru detsamma skall vara beskaffadt för att motsvara en viss art af irrationalitet, så skall man alltid finna en fördelning, som mer eller mindre nära motsvarar den theoretiska. Med andra ord, har man ett antal urnor, hvar och en med 10 siffror, märkta med 0, 1, . . . 9, och uttager en kula från hvarje urna samt uppskrifver de derå antecknade siffrorna efter en nolla, så att de bilda ett decimalbråk, så skola de ur detta decimalbråk — hvilket bör anses såsom oändligt — följande a -värdena vara fördelade i enlighet med här framlagda theori.

Det har naturligtvis varit af intresse att genom sammanställningar af faktiska a -värden söka vinna insigt om huru stor öfverensstämmelsen emellan theori och försök i sjelfva verket befinnes vara, för hvilket ändamål ett antal decimalbråk blifvit förvandlade i kedjebraåk, hvarefter de sålunda härledda a -värdena utgjorde undersökningsmaterialet. De använda μ -värdena sönderfölo i fyra grupper, nämligen: I) ett antal förhållanden emellan planeters medelrörelser; II) ett antal BRIGG'ska logaritmter, deribland log. 2 och log. 3, men de öfriga uttagna ur en logaritmtebäll genom att med bortvända ögon slå upp en sida och lägga märke vid en viss punkt på densamma, hvarefter den närmast liggande mantissan användes; III) ett antal utvecklingskoefficienter; och IV) ett antal decimalbråk, hvilka nedskrefvos efter diktaämen af annan person, som uppfordrades att nämna ett antal siffror utan att dervid veta ändamålet. På sådant sätt erhöles 335 a -värden, hvilkas fördelning efter storleken synes ur följande sammanställning.

Grupp.	1	2	3	4	5	6—10	11—20	21—50	51—100	Öfver 100
I.....	64	33	20	2	11	15	13	5	4	—
II.....	26	13	6	7	1	9	4	—	2	1
III.....	29	16	7	3	2	5	2	2	—	1
IV.....	12	9	2	3	—	2	3	—	—	1
Summa	131	71	35	15	14	31	22	7	6	3

Beräkningen af antalen h_α med stöd af de ofvan anförda β -värdena samt under antagande att:

$$H = 335$$

förde åter till följande resultat:

$$h_1 = 135,2$$

$$h_2 = 64,7$$

$$h_3 = 33,5$$

$$h_4 = 20,2$$

$$h_5 = 13,6$$

Dessutom befanns:

$$\frac{1}{2}h_5 + h_6 + \dots = 74,8$$

$$\frac{1}{2}h_{10} + h_{11} + \dots = 38,8$$

$$\frac{1}{2}h_{20} + h_{21} + \dots = 19,8$$

$$\frac{1}{2}h_{50} + h_{51} + \dots = 7,7$$

$$\frac{1}{2}h_{100} + h_{101} + \dots = 4,0;$$

och till jämförelse härmed erhålles ur ofvan anförda sammanställning:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}h_5 + h_6 + \dots &= 7 + 31 + 22 + 7 + 6 + 3 \\ &= 76 \end{aligned}$$

samt vidare, då tvenne a -värden med beloppet 10 och ett enda med beloppet 20 förekomma, men intet vare sig med beloppet 50 eller 100,

$$\frac{1}{2}h_{10} + h_{11} + \dots = 39$$

$$\frac{1}{2}h_{20} + h_{21} + \dots = 16$$

$$\frac{1}{2}h_{50} + h_{51} + \dots = 9$$

$$\frac{1}{2}h_{100} + h_{101} + \dots = 3$$

Öfverensstämmelsen emellan resultaten af försöken och den theoretiska beräkningen är väl så stor man kan förvänta samt visar alldeles afgörande, att de grundsatser som varit gällande vid härledningen af de såväl i denna som i den föregående uppsatsen anförda formler, äro åtminstone tillnärmelsevis riktiga.

Men jag skall anföra ännu ett resultat, som sprider ett alldeles egendomligt ljus öfver den fråga, som här förelegat till undersökning, och som ytterligare bekräftar riktigheten af dervid följda grundsatser.

Medelvärdet af ett antal a -värden, hvilket vi skola beteckna med A , erhålles tydligen ur formeln:

$$A = \frac{1}{H} \sum ah_a$$

Man skulle nu visserligen kunna förmoda att A med växande H skulle närma sig någon viss gräns, alldenstund man vet att a har ett sannolikt värde, nämligen 2; men så är alldeles icke händelsen. Quantiteten A närmar sig icke någon bestämd gräns utan växer utöfver alla gränser med H .

Vill man åt ofvan anförda, i sjelfva verket en mekanisk operation angifvande formel gifva en analytisk form, så bör först och främst erinras derom, att i så fall bör summationen utsträckas från $a = 1$ till ett värde $a = \omega$, för hvars uppnående sannolikheten är $\frac{1}{H}$. Detta vilkor uttryckes medelst likheten:

$$h_\omega + 2h_{\omega+1} + 2h_{\omega+2} + \dots = 1,$$

eller:

$$\frac{(1 + \sqrt{2})H}{\omega + \sigma} = 1,$$

hvarur befinnes:

$$\omega = (1 + \sqrt{2})H - \sigma$$

För att kunna använda det independenta uttrycket för β_a , sedan förhållandet $\frac{ha}{H}$ blifvit ersatt medelst:

$$(1 + \sqrt{2})\beta_a,$$

bör a ej hafva något allt för litet värde. Jag sätter derföre:

$$A = (1 + \sqrt{2})(\beta_1 + 2\beta_2 + 3\beta_3 + 4\beta_4) \\ + (1 + \sqrt{2}) \sum_5^\omega \frac{\frac{1}{2}a}{(a + \sigma)^2 - \frac{1}{4}}$$

Om vi bortlemna σ bredvid a , som ej är mindre än 5, samt likaledes lemna $\frac{1}{4}$ åsido, så erhåller man den approximativa formeln:

$$A = (1 + \sqrt{2}) \{ \beta_1 + 2\beta_2 + 2\beta_3 + \dots \} \\ + \frac{1 + \sqrt{2}}{2} \left\{ \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{\omega} \right\}$$

Men enligt ett bekant theorem har man:

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{\omega} = \log. \text{ hyp. } \omega + 0,577 \dots - \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right),$$

hvarmed man finner, sedan de numeriska beloppen af $\beta_1 \dots$ blifvit insatta, följande uttryck att användas vid den numeriska beräkningen af A :

$$A = 1,207 \times \log. \text{ hyp. } H + 0,58$$

Med det ofvan angifna H -värdet erhöles ur denna formel:

$$A = 7,27,$$

under det att det arithmetiska medeltalet af alla i denna undersökning kända a -värden befanns vara:

$$A = 6,4$$

Skilnaden emellan dessa båda resultat är emellertid ej större än densamma mycket väl kan anses såsom rent tillfällig, så att öfverensstämmelsen måste betraktas såsom fullt tillfredsställande. Det är tvärtom mycket lätt insedt, att en större öfverensstämmelse här alldeles icke kan förväntas, och detta är jag i tillfälle att belysa medelst anförandet af ett exempel.

Sedan ofvan omnämnda räkningar voro afslutade, nedskref jag, alldeles utan eftertanke eller utan någon afsigt att erhålla ett tal med någon viss egenskap, decimalbråket:

$$0,3589761$$

Man ser här genast, att siffrorna ingalunda förete någonting egendomligt utan synas vara alldeles tillfälligt anordnade. Icke desto mindre förekommer i utvecklingen af detta tal i kedjebråk det största a -värde, som vid föreliggande undersökningar påträffats, nämligen:

$$a_7 = 376$$

Medtagas de i detta kedjebråk förekommande a -värden intill det anförda, så blir:

$$\sum ah_a = 2519; \quad H = 342,$$

hvaraf:

$$A = 7,37,$$

under det att formeln gifver:

$$A = 7,30$$

Här är öfverensstämmelsen så godt som fullständig, men denna beror, såsom af afvikelsen emellan de båda, på experimentel väg funna A -värdena tydligen framgår, icke på den verkliga säkerheten hos bestämningen af A utan på en ren tillfällighet.

De här ofvan meddelade undersökningarna afse för öfrigt ett ganska egendomligt fall inom probabilitetskalkylen, nämligen ett sådant, då ett antal värden förekomma på så sätt att de väl hafva ett sannolikt värde, men att deras arithmetiska medium växer utöfver alla gränser i mån sjelfva antalet blir större.

Nya anmärkningar om *Williamsonia*.

(Förberedande meddelande.)

Af A. G. NATHORST.

[Meddeladt den 6 Juni 1888.]

I en föregående uppsats¹⁾ har jag redogjort för de egen-
domliga föremål, hvilka förekomma inom flere af den mesozoiska
seriens aflagringar, och hvilka blifvit benämnda *Williamsonia*.
De tolkades af WILLIAMSON såsom varande inflorescenser af
cycadeer, medan deremot SAPORTA till en början ansåg dem
snarast beslägtade med pandaneer. För min del sökte jag på-
visa, att de, hvad den yttre byggnaden angår, hade sin största
motsvarighet bland balanophoreer. Denna min åsigt var vid sitt
framträdande icke oberättigad. Man ansåg då, att monokotyle-
donerna existerat redan under den paleozoiska tiden eller åt-
minstone tidigt under den mesozoiska, och det var sålunda ej
någon orimlighet att antaga, att en dikotyledon familj, hvars
frändskapsförhållanden ännu voro så omtvistade som balanopho-
reernas, skulle kunnat förekomma under juratiden, detta så
mycket hellre, som de dikotyledona växterna redan vid sitt första
uppträdande under kritan tillhöra en mängd skilda familjer.
Något egentligt bevis mot riktigheten af min tolkning har vis-
serligen hittills ej kunnat förebringas, men det oaktadt har jag
sedan länge sjelf öfvergifvit densamma. De sista årens erfaren-

¹⁾ A. G. NATHORST, Några anmärkningar om *Williamsonia* CARRUTHERS. Öf-
versigt af K. Vet.-Akad. Förh. 1880, n:o 9, sid. 33.

het har nemligen i fråga om de angiosperma växternas uppträdande ledt till helt andra resultat än hvad man förut antagit. Det har nemligen visat sig, att de förmodade monokotyledonerna i aflagringar äldre än juran icke äro några sådana, och all erfarenhet synes numera gifva vid handen, att de icke uppträdt före dikotyledonerna, utan snarare senare än dem. Under sådana förhållanden är förekomsten af balanophoreer redan inom lias à priori så osannolik, att man icke af en blott öfverensstämmelse i yttre karakterer kan hafva rättighet att sluta till deras tillvaro, försåvidt en sådan ej ovederläggligen bekräftas af fruktifikationsorganens inre byggnad. Hvad dessa angår, så har emellertid ännu ingen *Williamsonia* blifvit funnen, som visat en bibehållen mikroskopisk struktur, och vi stå i detta hänseende följaktligen fortfarande på samma standpunkt som förut. Bland åsichter, som på senare tid om *Williamsonia* uttalats, må här äfven nämnas, att SAPORTA numera hänför dessa växter till sina s. k. »prö-angiospermer», en grupp, hvars tillvaro egentligen ännu icke blifvit bevisad och som väl förnämligast blifvit uppställd på grund af teoretiska slutledningar. Han anser följaktligen *Williamsonia* såsom helt och hållet sjelfständiga växter, under det att WILLIAMSON allt jemt vidhåller sin mening, att de äro fruktifikationsorgan om icke af verkliga cycadeer, så dock af växter närstående dessa¹⁾, medan deremot SOLMS ej uttalar någon bestämd mening²⁾.

Jag är nu i den lyckliga belägenheten, att kunna ådagalägga riktigheten af WILLIAMSONS senare åsigt. Från Bjufs kolgrufva i Skåne har jag nemligen redan 1886 erhållit exemplar af *Williamsonia angustifolia* NATHORST, ännu fästade på de stammar den tillhört, och jag har derjemte lyckats utröna, hvilka blad, som höra tillsammans med stammarne i fråga. Jag skall i en annan uppsats, der de olika exemplaren beskrivas, utförligt redo-

¹⁾ WILLIAMSON, On some anomalous oolitic and palæozoic forms of vegetation. Royal Institution of Great Britain. Weekly evening meeting. Febr. 16, 1883.

²⁾ H. GRAF ZU SOLMS-LAUBACH, Einleitung in die Paläophytologie. Leipzig 1887. Pag. 382.

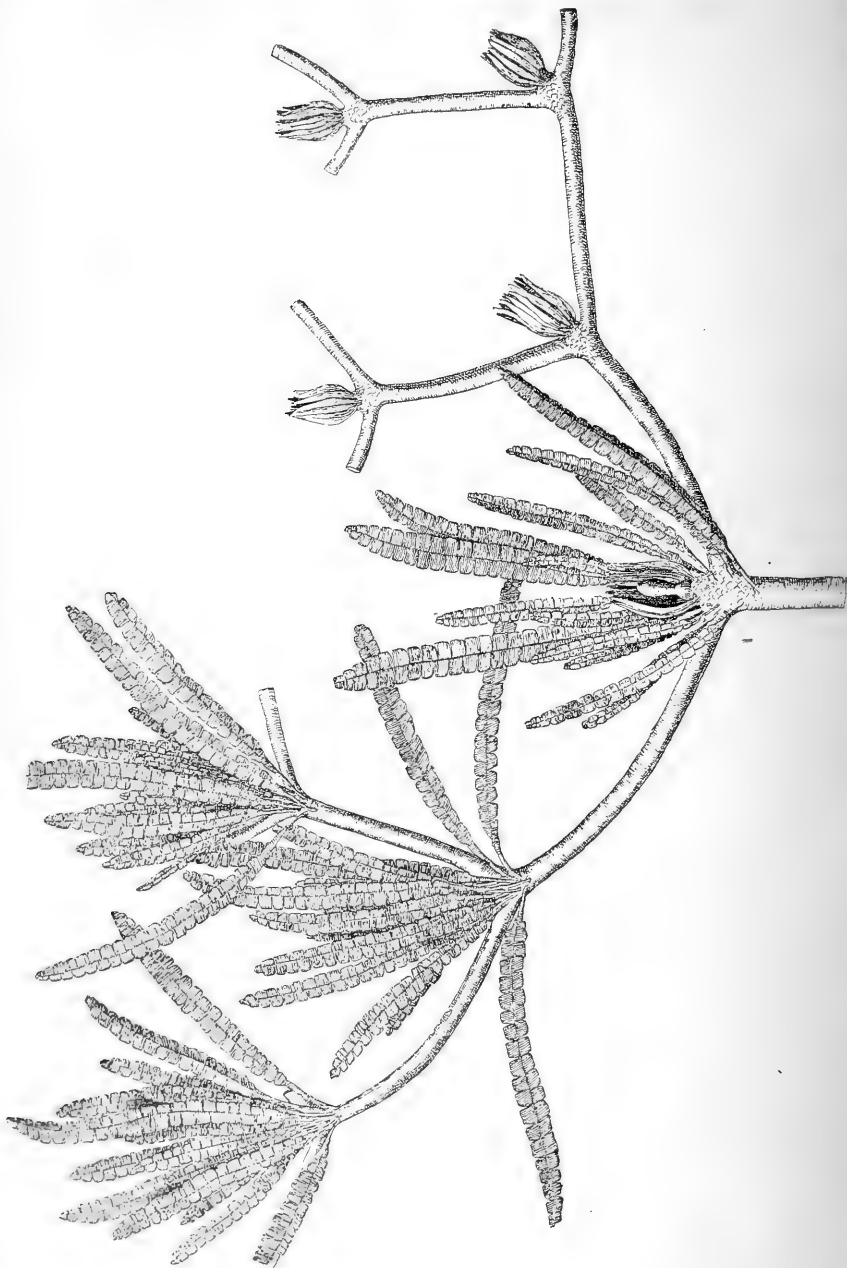
göra för huru denna sammanhörighet kunnat bevisas; i detta förberedande meddelande är det endast min afsigt att i korthet framlägga sjelfva resultaten af de utförda undersökningarne.

Omstående afbildning (sid. 362), i ungefär en tredjedel af den naturliga storleken, är en restaurerad del af en varietet af *Anomozamites minor* BRGN. sp., uppstående *Williamsonia angustifolia* NATH. Hvad sjelfva stammen angår, så är den venstra delen helt och hållet tillagd på grund af byggnaden af den högra, ty den första grenen till venster var på det original, som tagits till utgång för restaureringen, afbruten i närheten af midten. Återstående del af stammen är i fullkomlig enlighet med originalet, dock har den första dikotomiens venstra gren på högra sidan, hvilken äfven är afbruten, för symmetriens skull blifvit förlängd i enlighet med de öfriga.

Blommorna äro äfven så till vida restaurerade, som de ritats ännu omgifna af de på denna art annars snart affallande, fjälllika bladen. På den blomman, som har sitt läge vid den första dikotomien, hafva dock dessa fjäll på den främre sidan utelemnats, på det att man må kunna se den päronformade axeln innanför dessa. Denna axel är hos ifrågavarande art qvarsittande, men den öfre delen blir vanligtvis så småningom förkrympt. De organ, som uppburits af axeln, äro ännu ej närmare kända.

Bladen äro på alla exemplar affallna, men då bladärren nästan uteslutande finnas vid och nedom stammens förgreningsställen, medan öfriga delar af stammen äro glatta, så hafva bladen erhållit den plats, som figurens venstra del visar, och hvilken är afsedd att lemna en föreställning om växtens verkliga utseende i lefvande tillstånd. Här döljas blommorna af bladen.

Huru många gånger växten varit förgrenad, kan icke afgöras, men troligen är antalet ganska stort. Grenarne ofvanför förgreningsställena äro endast obetydligt eller knappast märkbart smalare än förut, och jag har funnit stamdalar dubbelt så tjocka som basen af ifrågavarande exemplar. Af detta synes,



Restaurerad figur (ungefär $\frac{1}{3}$ af naturligen storleken) af *Anomozonites minor* BEUSS, sp. med *Williamsonia angustifolia* NATH. För att blommörna kulle blifva tydliga hafva äro uttryckt på figurens högra sida ritade utan blad.

att blommorna varit terminala, och förgreningen är sålunda en falsk dikotomi.

Medan blommorna hos ifrågavarande art voro oskaftade, äro de deremot hos *Williamsonia gigas* WILLIAMSON sp. försedda med ett ganska långt, fjällbeklädt skaft, hvilket stundom sjelft är dikotomiskt förgrenadt. Hos denna art äro fjällen kring blommorna fortfarande skilda, men hos *Williamsonia Leckenbyi* NATH. äro de sinsemellan sammanvuxna, och detsamma är äfven fallet med den troligen analoga *Weltrichia*. Hos den förra affalla derföre ej fjällen för sig, utan samtidigt med den päronformade axeln, hvilken deremot, såsom vi ofvan sett, hos *W. angustifolia* är qvarsittande på stammen.

Man känner icke några stammar af öfriga arter, med undantag törhända af *Williamsonia gigas*, såvida denna verkligen hör till *Zamites gigas*. Den standel med ännu qvarsittande blad af den senare, hvilken beskrifvits, är äfven alldeles glatt, och de på stammens sida befintliga bladen sägas utgå från en knopp, hvilket dock ej af afbildningen ojäfaktigt framgår.

Af exemplaren från Bjuf är det tydligt, att *Williamsonia* icke är att anse såsom någon sjelfständig växt af ett eller annat slag, utan att den är blommorna af en del numera utdöda växter, hvilkas blad sedan gammalt ansetts höra till cycadeerna. *Williamsonia angustifolia* är sålunda, såsom vi sett, blommorna af *Anomozamites minor*, och *W. Leckenbyi* torde höra antingen till *A. Lindleyanus* SCHPR. eller *Ctenophyllum pecten* LINDL. sp. *Williamsonia gigas* antages, såsom ofvan blifvit nämndt, vänligen höra till *Zamites gigas*, medan det är sannolikt att *Weltrichia* hör till *Otozamites*. Såsom en analog bildning torde väl äfven ZIGNOS *Blastolepis*¹⁾ böra anses. I alla händelser synes det vara föga tvifvelaktigt, att jemte *Anomozamites* äfven blommorna af släktena *Zamites* och *Otozamites* varit *Williamsonior*.

Men är detta fallet, så synes det ej längre kunna vara tal om, att dessa växter skulle kunna anses såsom äkta cycadeer. Man känner visserligen icke närmare ifrågavarande blommors verkliga

¹⁾ ZIGNO, Flora fossilis form. oolithicæ. Vol. 2, 1873—85, pag. 173.

Öfvers. af K. Vet.-Akad. Förh. 1888. Årg. 45. N:o 6.

byggnad, men så mycket är dock det oaktadt tydligt, att de till den grad avvika från de verkliga cycadeerna, att de ej utan vidare böra med dem förenas. De torde hellre böra ställas vid sidan af dem såsom en fullt själfständig ordning, och ej blott såsom en afdelning af de förra, såsom CARRUTHERS velat¹⁾; ordningens namn blefve *Williamsoniæ* CARRUTHERS. Denne har ställt den vid sidan af den af honom likaledes nyuppställda afdelningen *Bennettitæ*. I själfva verket synes det af senare undersökningar ej vara osannolikt, att *Williamsonias* blommor äro uppbyggda enligt samma plan som hos *Bennettites*. Hos *Bennettites* sitta blommorna, eller åtminstone honblommorna, hvilka ensamt äro kända, antagligen i axeln af bladen, och de framträda icke utanför bladfötterna på de tjocka rundade stammarne. Rörande deras byggnad i öfrigt hänvisas dels till CARRUTHERS' redan anförda arbete, dels till SOLMS' »Einleitung in der Paläophytologie», sid. 96 och följande. Stammarne af *Bennettites* och *Williamsonia angustifolia* äro från hvarandra sålunda, hvad den yttre formen angår, så skarpt avvikande som möjligt är, men denna avvikelse har i genetiskt hänseende intet att betyda, enär den påtagligen är en följd af anpassning. Måhända skola framtida undersökningar ådagalägga, att *Williamsoniæ* äfven äro beslägtade med *Cordaiteæ*.

Den ofvan lemnade redogörelsen för *Anomozamites*-stammarne vid Bjuf lemna förklaring öfver ett förhållande, som hittills ansetts i hög grad egendomligt, att nemligen en så stor mängd af de fossila, till cycadeerna hänförda bladen äro så märkvärdigt små. Det finnes visserligen äfven dvergartade former bland nutidens cycadeer, såsom t. ex. *Zamia pygmaea* VINES på Antillerna, hvars blad ej äro längre än 10—12 cm., medan småbladen nå en längd af högst 5 cm.²⁾, men detta är undantag, och i allmänhet kunna de nutida cycadeernas blad sägas vara

¹⁾ CARRUTHERS, On fossil cycadean stems from the secondary rocks of Britain. Trans. Linn. Society of London, Vol. 26. London 1870.

²⁾ ENGLER und PRANTL, Die natürlichen Pflanzenfamilien. Lief. 3 und 4, Pag. 22. Leipzig 1887.

betydligt stora i förhållande till ofvannämnda växters. Bladen af ifrågavarande *Anomozamites* äro sålunda stundom ej längre än 70—80 mm., med en bredd af knappast 5 mm. Denna och äfven andra omständigheter har redan för flere år sedan ledt mig till den förmodan¹⁾, »att flere af de smärre (s. k.) cycadeerna varit förgrenade busklika växter», en förmodan, som sålunda blifvit till fullo bekräftad.

Det är följaktligen numera bevisadt, att åtskilliga af de till cycadeerna hänfödda fossila bladen i verkligheten tillhöra växter, hvilka böra anses såsom från de förra skilda, om ock med dem mer eller mindre beslägtade. Till dessa växter, *Williamsonia*, hör med säkerhet *Anomozamites* och sannolikt äfven *Otozamites* och *Zamites*. På grund af den stora likheten i bladens byggnad kunde man förmoda, att äfven *Pterophyllum* vore hithörande, men en sådan likhet kan vara bedräglig, och det är derföre klokast att tillsvidare afhålla sig från något omdöme om sistnämnde släktes ställning.

Det måste följaktligen öfverlemnas åt kommande undersökningar att afgöra, hvilka blad som böra hänföras till williamsonier, och hvilka som äro att hänföra till äkta cycadeer. Att de senare funnos redan vid den rätiska tidens början är säkert, men de tyckas då hafva tillhört flere familjer än *Cycadeæ* och *Zamieæ*.

¹⁾ A. G. NATHORST, *Floran vid Bjuf*, 2:dra häftet, sid. 78, 1879. S. G. U., Ser. C, N:o 33.

Skänker till Vetenskaps-Akademiens Bibliothek.

(Forts. från sid. 348.)

- Buenos Aires.** *Sociedad científica Argentina.*
Anales. T. 24(1887): Entr. 2-6. 8:o.
- Chicago.** *Newberry library.*
Proceedings of the trustees. 1, to 1888⁵/₁. 8:o.
- Cincinnati.** *Cincinnati society of natural history.*
Journal. Vol. 10: N:o 4. 1888. 8:o.
- Dijon.** *Académie des sciences, arts & belles-lettres.*
Mémoires. (3) T. 9(1885-86). 8:o.
MILSAND, PH., Bibliographie Bourguignonne. Supplément. 1888. 8:o.
- Güstrow.** *Verein der Freunde der Naturwissenschaften in Mecklenburg.*
Archiv. Jahr 41(1887). 8:o.
- Kiew.** *Kiewska Naturforskarsällskapet.*
Sapiski. T. 8: B. 1-2. 1886-1887. 8:o.
- Leipzig.** *Astronomische Gesellschaft.*
Vierteljahrschrift. Jahrg. 22: H. 4. 8:o.
- Lisboa.** *Commissão dos trabalhos geologicos de Portugal.*
DELGADO, J. F. N., Estudo sobre os Bilobites e outros fosseis das quartzites da base do systema silurico de Portugal. Supplemento. 1887. 4:o.
- London.** *British association for the advancement of science.*
Report on the 57:th meeting, Manchester, 1887. 1888. 8:o.
— *Royal society.*
Proceedings. Vol. 43(1887/88): N:o 260-265. 8:o.
- Madrid.** *R. Academia de ciencias exactas, fisicas y naturales.*
Memorias. T. 12-13: P. 1. 1887. st. 8:o.
Revista de los progresos de las ciencias exactas, fisicas y naturales.
T. 22: N:o 4. 1887. 8:o.
- Milano.** *R. Osservatorio di Brera.*
Publicazioni. N:o 6, 27, 30. 1875-1887. 4:o.
- Montpellier.** *Académie des sciences & lettres.*
Mémoires. Section des sciences. T. 11: Fasc. 1(1885-86). 4:o.
» » » lettres. T. 8: Fasc. 1(1886-87). 4:o.
- München.** *K. Bayerische Akademie der Wissenschaften.*
Abhandlungen. Mathem.-Phys. Classe. Bd. 16: Abth. 2. 1887. 4:o.
» Historische » Bd. 18: 1. 1888. 4:o.
Sitzungsberichte. Hist.-philolog.-philos. Classe. 1887, Bd. 2: H. 3. 8:o.
MEISER, K., Die historischen Dramen der Römer. Festrede. 1887. 4:o.
Monumenta Tridentina von A. DRÜFFEL. H. 3. 1887. 4:o.
- Nancy.** *Académie de Stanislas.*
Mémoires. (5) T. 4(1886). 8:o.
— *Société des sciences.*
Bulletin. Fasc. 20(1886). 8:o.

(Forts. å sid. 384.)

Om integration af differentialeqvationen i N -kroppars
problemet.

IV.

Af GÖRAN DILLNER.

[Meddeladt den 6 Juni 1888 genom D. G. LINDHAGEN.]

Vid hänvisningar betecknas med I, II och III de afhandlingar under ofvanstående titel, som finnas införda i K. Vet.-Akademiens Öfversigt, resp. 1882 n:r 8, 1886 n:r 6 och n:r 7.

En kropps koordinater uttryckta i areornas funktioner.

1. Vi beteckna en kropps rätvinkligna koordinater med ξ , η , ζ , dess radius vektor med ρ samt dennes vinklar med de positiva koordinataxlarna ξ , η , ζ med resp. a , b , c , och slutligen de vinklar, som banplanet axel eller normal bildar med samma koordinataxlar, med resp. α , β , γ . Banplanet axel anses utgå från origo.

2. Om vi med A , B , C utmärka dubbla projektionerna på koordinatplanen af den af radius vektor ρ beskrifna ytan, projektioner som äro vinkelräta mot de resp. koordinataxlarna ξ , η , ζ och betraktas såsom funktioner af tiden, så ha vi likheterna

$$(1) \quad \begin{cases} \eta d\zeta - \zeta d\eta = dA = A'dt, \\ \zeta d\xi - \xi d\zeta = dB = B'dt, \\ \xi d\eta - \eta d\xi = dC = C'dt, \end{cases}$$

då A , B , C utgöra hvad vi förstå med *areornas funktioner*.

3. Af (1) härledas följande två eqvationer:

$$(2) \quad \begin{cases} \xi A' + \eta B' + \zeta C' = 0, \\ \xi A'' + \eta B'' + \zeta C'' = 0, \end{cases}$$

hvilka vi förutsätta *distinkta*. Då vi för korthetens skull sätta

$$(3) \quad \begin{cases} l = B' C'' - C' B'', \\ m = C' A'' - A' C'', \\ n = A' B'' - B' A'', \end{cases}$$

så fås af (2) följande uttryck på radius vektors riktningskosiner:

$$(4) \quad \frac{\text{Cos } a}{l} = \frac{\text{Cos } b}{m} = \frac{\text{Cos } c}{n} = \frac{1}{\{l^2 + m^2 + n^2\}^{1/2}},$$

hvilka således, under den gjorda förutsättningen, äro uttryckta i de första och andra derivatorna af areornas funktioner.

4. Om vi sätta (1) under formen [jfr I (44)]:

$$(5) \quad \begin{cases} \eta^2 \cdot \frac{d}{dt} \left(\frac{\zeta}{\eta} \right) = \eta^2 \cdot \frac{d}{dt} \left(\frac{\text{Cos } c}{\text{Cos } b} \right) = A', \\ \zeta^2 \cdot \frac{d}{dt} \left(\frac{\xi}{\zeta} \right) = \zeta^2 \cdot \frac{d}{dt} \left(\frac{\text{Cos } a}{\text{Cos } c} \right) = B', \\ \xi^2 \cdot \frac{d}{dt} \left(\frac{\eta}{\xi} \right) = \xi^2 \cdot \frac{d}{dt} \left(\frac{\text{Cos } b}{\text{Cos } a} \right) = C', \end{cases}$$

så visar detta system med stöd af (3) och (4), att koordinaternas kvadrater äro rationela funktioner af de första, andra och tredje derivatorna af areornas funktioner. Radius vektor ρ bestämmes omedelbart af (5) såsom uttryckt genom någon af quoterna $\frac{\eta}{\text{Cos } b}$, $\frac{\zeta}{\text{Cos } c}$ eller $\frac{\xi}{\text{Cos } a}$.

5. Om a , b , c utmärka longituder definierade genom eqvationerna

$$(6) \quad \text{tg } a = \frac{\zeta}{\eta} = \frac{n}{m}, \quad \text{tg } b = \frac{\xi}{\zeta} = \frac{l}{n}, \quad \text{tg } c = \frac{\eta}{\xi} = \frac{m}{l},$$

så antager systemet (5) följande form:

$$(7) \quad \eta^2 \frac{da}{dt} = A' \text{Cos}^2 a, \quad \zeta^2 \frac{db}{dt} = B' \text{Cos}^2 b, \quad \xi^2 \frac{dc}{dt} = C' \text{Cos}^2 c,$$

hvilka eqvationer visa, att för växande longituder måste derivatorna A' , B' , C' vara positiva, då tiden t växer obegränsadt, och tvärtom. Radii vektors för ytorna A , B , C uttryckas omedelbart enligt (6) och (7) genom de respektive qvoterna $\frac{\eta}{\text{Cos } \alpha}$, $\frac{\zeta}{\text{Cos } \beta}$, $\frac{\xi}{\text{Cos } \gamma}$ såsom funktioner af areornas första, andra och tredje derivator.

6. Då banplanet är bestämdt såsom innehållande radiusvektor ρ och den motsvarande tangenten till banan, så bestämmas riktningskosinerna för banplanet axel genom de två rätvinklighetsvilkoren:

$$(8) \quad \begin{cases} \xi \text{Cos } \alpha + \eta \text{Cos } \beta + \zeta \text{Cos } \gamma = 0, \\ d\xi \text{Cos } \alpha + d\eta \text{Cos } \beta + d\zeta \text{Cos } \gamma = 0, \end{cases}$$

hvidan fås

$$(9) \quad \frac{\text{Cos } \alpha}{\eta d\zeta - \zeta d\eta} = \frac{\text{Cos } \beta}{\zeta d\xi - \xi d\zeta} = \frac{\text{Cos } \gamma}{\xi d\eta - \eta d\xi} = \frac{1}{P},$$

då nämligen

$$P^2 = (\eta d\zeta - \zeta d\eta)^2 + (\zeta d\xi - \xi d\zeta)^2 + (\xi d\eta - \eta d\xi)^2 = \rho^2(d\xi^2 + d\eta^2 + d\zeta^2) - (\rho d\rho)^2$$

eller, som är detsamma,

$$(10) \quad P = \rho^2 d\theta,$$

der $d\theta$ utmärker differentialen af den af radius vektors enhet beskrifna bågen (radius vektors indikatrix) och P sjelf dubbla differentialen af den af radiusvektor beskrifna ytan.

Systemet (9) kan nu sättas under formen

$$(11) \quad \frac{\text{Cos } \alpha}{A'} = \frac{\text{Cos } \beta}{B'} = \frac{\text{Cos } \gamma}{C'} = \frac{1}{(A'^2 + B'^2 + C'^2)^{1/2}},$$

hvarigenom således riktningskosinerna för banplanet axel äro uttryckta i de första derivatorna af areornas funktioner.

7. Af eqvationerna (8) härledes genom differentiation

$$(12) \quad \xi d \text{Cos } \alpha + \eta d \text{Cos } \beta + \zeta d \text{Cos } \gamma = 0,$$

hvilken eqvation uttrycker rätvinklighetsvilkoret mellan radiusvektor ρ och tangenten till den af enheten af basplanets axel beskrifna bågen (indikatrixen af banplanets axel). Med stöd af (11) kunna första eqvationen (8) och eqvationen (12) bringas till identitet med eqvationerna (2).

8. För det fall, att eqvationerna (2) äro *identiska* eller, som är detsamma,

$$\frac{A''}{A'} = \frac{B''}{B'} = \frac{C''}{C'} = k,$$

der k utmärker någon funktion af tiden, fås för c , c_1 , c_2 utmärkande integrationskonstanter,

$$\frac{A'}{c} = \frac{B'}{c_1} = \frac{C'}{c_2} = e^{\int k dt},$$

hvidan alltså enligt (11) banplanets axel för detta fall blir konstant till sin riktning. Radius vektors riktningskosiner antaga nu enligt (3) och (4) obestämd form. Med uteslutande af detta enskilda fall kunna vi då uttala den satsen, *att om eqvationerna (2) äro distinkta eller, som är detsamma, riktningen af banplanets axel förändras, kunna en kropps koordinater på ett bestämdt sätt uttryckas i areornas funktioner.*

Bestämning af areornas funktioner för den absoluta rörelsen.

9. Om vi ersätta ξ , η , ζ i (1) med respektive ξ_r , η_r , ζ_r samt A , B , C med respektive A_r , B_r , C_r , så kunna vi sätta areornas differentialeqvationer I (13) och I (14) för den absoluta rörelsen under följande form:

$$(13) \quad \left\{ \begin{array}{l} \sum_{r=1}^N m_r \frac{d^2 A_r}{dt^2} = 0, \\ \sum_{r=1}^N m_r \frac{d^2 B_r}{dt^2} = 0, \\ \sum_{r=1}^N m_r \frac{d^2 C_r}{dt^2} = 0, \end{array} \right.$$

Vi anmärka i enlighet med II n:r 5 såsom en *väsentlig* egenskap hos dessa eqvationer, att de äro *homogena* med afseende på koordinaterna ξ_r, η_r, ζ_r , d. v. s. de lida ingen förändring, om dessa koordinater ersättas af produkterna $\omega\xi_r, \omega\eta_r, \omega\zeta_r$, för $\omega =$ konstant.

Genom att successivt derivera den första eqvationen (13) med afseende på t , multiplicera denna eqvation och derivationsresultaten med särskilda konstanter k_0, \dots, k_m och addera produkterna fås i enlighet med III n:r 5 följande generela differentialeqvation, för p_r och q_r utmärkande konstanter och m ett tillsvidare obestämdt tal,

$$(14) \quad \sum_{r=1}^N m_r \frac{d^2}{dt^2} \left(k_m \frac{d^m A_r}{dt^m} + \dots + k_1 \frac{dA_r}{dt} + k_0 A_r + p_r t + q_r \right) = 0,$$

der uttycket inom parentesens ersätter A_r i den första eqvationen (13). Häraf framgår således, att bland *möjliga* värden på A_r är just det inom parentesens gifna värdet. Vi kunna alltså sätta följande *lineära differentialeqvation af m:te ordningen med konstanta koefficienter*:

$$(15) \quad k_m \frac{d^m A_r}{dt^m} + \dots + k_1 \frac{dA_r}{dt} + k_0 A_r + p_r t + q_r = A_r \quad (r=1, 2, \dots, N).$$

Vi anmärka om venstra ledet i (15), att detsamma, insatt i stället för A_r i första eqvationen (13) för ett visst värde på r , bevarar som sig bör denna eqvation homogen.

Den generela lösningen af differentialeqvationen (15) antar, som bekant, följande form:

$$(16) \quad A_r = \sum_{\mu=1}^m L_r^{(\mu)} e^{\lambda_\mu t} + K_r t + T_r \quad (r=1, 2, \dots, N),$$

der $L_r^{(1)}, \dots, L_r^{(m)}$, K_r , T_r utmärka konstanter samt $\lambda_1, \dots, \lambda_m$ rötterna, reela eller komplexa, till den till (15) hörande karakteristiska eqvationen, hvilka rötter vi förutsätta *olika*. Om vi i första eqvationen (13) ersätta A_r med högra ledet i (16) och verkställa två integrationer, så framstå K_r och T_r såsom *integrationskonstanter*, då deremot $L_r^{(1)}, \dots, L_r^{(m)}$ och $\lambda_1, \dots, \lambda_m$ utgöra

parametrar. Högra ledet i (16) är nu underkastadt villkoret att vara *reelt*. Om vi därför sätta, för $f_\mu, g_\mu, \tau_\mu, f'_\mu, g'_\mu, \tau'_\mu$ och $f''_\mu, g''_\mu, \tau''_\mu$ utmärkande konstanter,

$$(17) \quad \begin{cases} E_\mu = e^{f'_\mu t} \cdot \text{Sin} (g_\mu t - \tau_\mu), \\ F_\mu = e^{f'_\mu t} \cdot \text{Sin} (g'_\mu t - \tau'_\mu), \\ G_\mu = e^{f''_\mu t} \cdot \text{Sin} (g''_\mu t - \tau''_\mu), \end{cases}$$

der vi benämna E_μ, F_μ, G_μ *element*, så föreskrifver detta vilkor, att arean A_r i (16) äfvensom areorna B_r och C_r såsom härledda på analogt sätt ur de två senare eqvationerna (13), måste antaga följande allmänna form:

$$(18) \quad \left\{ \begin{array}{l} A_r = \sum_{\mu} P_r^{(\mu)} E_\mu + K_r t + I_r \\ B_r = \sum_{\mu} P_r'^{(\mu)} F_\mu + K_r' t + I_r' \\ C_r = \sum_{\mu} P_r''^{(\mu)} G_\mu + K_r'' t + I_r'' \end{array} \right. \quad (r = 1, 2, \dots, N),$$

der $P_r^{(\mu)}, P_r'^{(\mu)}, P_r''^{(\mu)}$ utmärka konstanter och der $K_r, I_r, K_r', I_r', K_r'', I_r''$ likasom K_r, I_r utmärka integrationskonstanter och der slutligen summationen verkställes med μ som löpande index till ett tills vidare obestämdt antal termer.

I systemet (18) ha vi alltså uttryckt *areorna såsom lineära funktioner af elementen och tiden*.

Ann. För det fall, att det gäfves lika rötter λ till den till (15) hörande karakteristiska eqvationen, inträdde endast den förändringen i areornas funktioner (18), att konstanterna $P_r^{(\mu)}, P_r'^{(\mu)}, P_r''^{(\mu)}$ komme att på ett motsvarande sätt ersättas af hela rationela polynom. Detta fall uteslutes från vår närvarande undersökning.

10. Den allmänna formen af elementet E_μ i (17) förutsätter ett komplext rotpar

$$f_\mu \pm \sqrt{-1} g_\mu$$

hos den till (15) hörande karakteristiska eqvationen; för de enskilda fallen $g_\mu = 0$ eller $f_\mu = 0$ fås de motsvarande enskilda formerna af elementet E_μ :

$$(19) \quad E_\mu = e^{f_\mu t},$$

$$(20) \quad E_\mu = \text{Sin}(g_\mu t - \tau_\mu),$$

i hvilken sista formel den *cirkulära Sinus* kan ersättas af den *hyperboliska Sinus*.

Då rötterna till den nämnda karakteristiska eqvationen, hvilken har helt och hållet indeterminerade koefficienter, kunna allmänligen anses såsom sinsemellan inkommensurabla, så äro elementen att anse såsom *irreduktibla*, d. v. s. att två element icke kunna på ett rationelt sätt uttryckas det ena i det andra eller i ett gemensamt tredje.

Analogt gäller om elementen F_μ och G_μ .

Systemet (13), då deri införas areornas funktioner (18), förutsätter, för att identiskt satisfieras oberoende af t , följande lineära relationer mellan koefficienterna $P_1^{(\mu)}, \dots, P_N^{(\mu)}, P_1'^{(\mu)}, \dots, P_N'^{(\mu)}, P_1''^{(\mu)}, \dots, P_N''^{(\mu)}$ samt massorna m_1, \dots, m_N ,

$$(21) \quad \left\{ \begin{array}{l} \sum_{r=1}^N m_r P_r^{(\mu)} = 0 \\ \sum_{r=1}^N m_r P_r'^{(\mu)} = 0 \\ \sum_{r=1}^N m_r P_r''^{(\mu)} = 0 \end{array} \right\} (\mu = 1, 2, \dots),$$

der det löpande index μ afser alla termer, som innehålla elementen i (18).

11. De tre systemen (21) innehålla ett *lika* antal med afseende på massorna lineära eqvationer. Om vi låta qvoterna af massorna $\left(\frac{m_1}{m_N}, \dots, \frac{m_{N-1}}{m_N}\right)$ föreställa obekanta kvantiteter, så erfordras i det första af dessa tre system $(N-1)$ eqvationer för att bestämma dessa $(N-1)$ obekanta, då koefficienterna $P_r^{(1)}, \dots, P_r^{(N-1)}$ ($r = 1, 2, \dots, N$) framstå såsom sinsemellan oberoende. Detsamma gäller om de $(N-1)$ eqvationerna i hvardera af de andra två systemen (21) och deras koefficienter. Låta vi deremot index μ i (21) löpa till högre värden än $(N-1)$,

så bli koefficienterna inom hvarje system icke längre af hvarandra oberoende. Vi kunna således uttala den satsen, att om det i (18) gifves $(N - 1)$ element E_1, \dots, E_{N-1} , så äro deras koefficienter i de samtliga areorna A_1, \dots, A_N sinsemellan oberoende; detsamma gäller om elementen F_1, \dots, F_{N-1} och G_1, \dots, G_{N-1} med deras respektive koefficienter i de samtliga areorna B_1, \dots, B_N och C_1, \dots, C_N .

12. Hvarje term innehållande ett element i en areas funktion (18) innebär en afvikelse från lagen om areans proportionalitet mot tiden. På grund af den kännedom vi nu vunnit om areornas funktioner kunna vi uttala följande satser:

I. Inom hvar och ett af de tre systemen (21) utgör hvarje equation en jämnvigtsequation mellan de N massorna och de N motsvarande koefficienterna af samma index μ som häfstängsarmar.

II. Tidsintervallet mellan två på hvarandra följande nollställen hos en term af en viss index μ i areornas funktioner (18) är konstant och lika för alla N kropparne samt uttryckes med respektive $\frac{\pi}{g_\mu}$, $\frac{\pi}{g_u}$, $\frac{\pi}{g'_\mu}$.

Tidsintervallet blir oändligt, då elementet uttryckes genom den enskilda formen (19), samt rent imaginärt, då elementet uttryckes genom den hyperboliska Sinus, således i båda fallen icke existerande.

III. Om de N massorna äro samtliga positiva (attraktiva) eller samtliga negativa (repulsiva), så måste på grund af (21) ett element af hvilken index som helst förekomma med negativ koefficient i någon area.

Af denna sista sats följer, att, om areornas första derivator för något t äro positiva, så kan ett elements första derivata i jämförelse med de öfriga elementens första derivator icke växa öfver all gräns, utan att enligt (7) den motsvarande longituden måste öfvergå från växande till aftagande.

IV. Koordinaternas quadrater äro på grund af n :r 4 och (18) rationela funktioner af elementens första, andra och tredje derivator, men icke af tiden explicit.

Ann. Om i (14) den tecknade derivationen utföres på summan inom parentes under förutsättning, att k_m, \dots, k_2 äro godtyckliga analytiska funktioner af t samt k_0 och $\frac{dk_1}{dt}$ konstanter, så fås ett resultat, som kan bildas genom att multiplicera första eqvationen (13) och dess derivator med lämpliga quantiteter samt addera produkterna, hvadan den lineära differentialeqvationen (15) eger bestånd äfven under denna allmännaste betydelse. Genom att eliminera t mellan differentialeqvationen (15), på detta sätt bildad, och dess derivator fås ett eliminationsresultat, som, för att uppfylla villkoret att bevara första eqvationen (13) homogen, måste ha form af en lineär differentialeqvation med antingen konstanta koefficienter eller ock med koefficienter, som äro homogena funktioner, af dimensionen 0, af derivatorna. Det förra alternativet leder till en solution af formen (16), det senare alternativet uteslutes från vår undersökning. Med uteslutning af detta senare alternativ äfvensom af det i n:o 9 *ann.* angifna fallet framstår således systemet (18) såsom det allmännaste uttrycket på areornas funktioner.

Om integrationskonstanterna i den absoluta rörelsen.

13. De $3N$ areornas funktioner (18) innehålla $6N$ integrationskonstanter,

$$(22) \quad \left\{ \begin{array}{l} K_r, \Gamma_r \\ K'_r, \Gamma'_r \\ K''_r, \Gamma''_r \end{array} \right\} (r = 1, 2, \dots, N),$$

hvilka enligt n:r 9 erhållits genom dubbel integration af systemet (13) efter införande af uttrycken (18) på de $3N$ areorna. Då de tre jämnvigtseqvationerna

$$(23) \quad \sum_{r=1}^N m_r \xi_r = \sum_{r=1}^N m_r \eta_r = \sum_{r=1}^N m_r \zeta_r = 0$$

ersätta 3 af de $3N$ rörelseeqvationerna I (7), så följer, att af de $6N$ integrationskonstanterna (22) endast $6(N - 1)$ äro att betrakta som *oberoende*¹⁾. Det gäller nu att visa, det proble-

¹⁾ Riktigheten af denna sats finner man genom att addera de N eqvationerna i hvar och ett af de tre systemen I (7), då resultaten bli

$$\sum_{r=1}^N m_r \frac{d^2 \xi_r}{dt^2} = \sum_{r=1}^N m_r \frac{d^2 \eta_r}{dt^2} = \sum_{r=1}^N m_r \frac{d^2 \zeta_r}{dt^2} = 0,$$

vid hvilkas integration de sex framträdande integrationskonstanterna på grund af jämnvigtseqvationerna (23) försvinna.

mets öfriga integrationskonstanter äfvensom koordinaternas initialvärden låta uttrycka sig genom bestämda relationer, hvori integrationskonstanterna (22) ingå.

Då vi införa areornas funktioner (18) i de tre areornas integraler I (15), så fås på grund af (21) följande relationer mellan de 3 integrationskonstanterna k_1, k_2, k_3 och de $3N$ integrationskonstanterna K_r, K'_r, K''_r ($r = 1, 2, \dots, N$) i (22),

$$(24) \quad \left\{ \begin{array}{l} \sum_{r=1}^N m_r K_r = k_1, \\ \sum_{r=1}^N m_r K'_r = k_2, \\ \sum_{r=1}^N m_r K''_r = k_3. \end{array} \right.$$

Genom att i lefvande krafts integralerna I (16) och I (17) ersätta koordinaterna med deras respektive uttryck enligt (5) i areornas funktioner finna vi det nödiga sambandet mellan integrationskonstanterna h_1, h_2, h_3, H samt integrationskonstanterna K_r, K'_r, K''_r ($r = 1, 2, \dots, N$) i (22).

Genom att i systemet (5), efter behörig indicering och efter införande af areornas funktioner (18), införa konstanta tidsvärden, finna vi nödiga relationer mellan koordinaternas mot dessa tidsvärden svarande initialvärden och integrationskonstanterna K_r, K'_r, K''_r ($r = 1, 2, \dots, N$).

Genom att i (22) räkna areorna A_r, B_r, C_r från de respektive tidpunkterna t_r, t'_r, t''_r fås för bestämning af integrationskonstanterna $\Gamma_r, \Gamma'_r, \Gamma''_r$ följande relationer:

$$(25) \quad \left\{ \begin{array}{l} \sum_{\mu} P_r^{(\mu)} E_{\mu}^{(r)} + K_r t_r + \Gamma_r = 0 \\ \sum_{\mu} P_r^{(\mu)} F_{\mu}^{(r)} + K'_r t'_r + \Gamma'_r = 0 \\ \sum_{\mu} P_r^{(\mu)} G_{\mu}^{(r)} + K''_r t''_r + \Gamma''_r = 0 \end{array} \right\} (r = 1, 2, \dots, N),$$

der $E_{\mu}^{(r)}$, $F_{\mu}^{(r)}$, $G_{\mu}^{(r)}$ utmärka elementens värden för de respektive tidpunkterna t_r , t'_r , t''_r .

Vi anmärka, att integrationskonstanterna Γ_r , Γ'_r , Γ''_r ($r = 1, 2, \dots, N$) enligt (5) och (18) icke ingå omedelbart i koordinaterna utan endast medelbart genom relationerna (25).

14. Då lefvande krafts integralerna I(23) och I(24) samt areornas integraler I(21) för den *relativa* rörelsen äro endast *transformationsresultat* af de motsvarande integralerna I(16) och I(17) samt I(15) för den *absoluta* rörelsen, så är genom dessa den relativa rörelsens integraler inga nya integrationskonstanter införda i problemet, hvadan de i föregående n:r angifna relationerna mellan de vid de särskilda integrationerna framträdande integrationskonstanterna äro tillfyllestgörande.

Bestämning af den relativa rörelsens koordinater såsom funktioner af tiden.

15. Så snart den absoluta rörelsens koordinater ξ_r , η_r , ζ_r ($r = 1, 2, \dots, N$) enligt (3), (4), (5) och (18) blifvit förmedels areornas funktioner bestämda som funktioner af tiden, så äro på samma gång den *relativa rörelsens koordinater* x_{rs} , y_{rs} , z_{rs} ($rs = 12, \dots, (N-1)N$) förmedels relationerna I(5) eller

$$x_{rs} = \xi_s - \xi_r, \quad y_{rs} = \eta_s - \eta_r, \quad z_{rs} = \zeta_s - \zeta_r$$

kända funktioner af tiden. Såväl den absoluta som den relativa rörelsens koordinater, på detta sätt bestämda såsom funktioner af tiden, böra nu, införda i lefvande krafts integralerna I(16) och I(17) samt i areornas integraler I(21) jämte lefvande krafts integralerna I(23) och I(24) äfvensom i rörelseeqvationerna I(7) och I(8), *identiskt* satisfiera samtliga dessa integraler och rörelseeqvationer oberoende af tiden, hvadan nödiga relationer framstå för *bestämning af parametrarne i areornas funktioner.* Härigenom framgår alltså *problemets lösning, såväl för den absoluta som den relativa rörelsen, såsom reducerad till kända operationer, allt under förutsättning, att rörelsen försiggår i variabla banplan.*

Anm. 1. Det fall, då riktningen af banplanets axel är konstant, hvilket icke inbegripes i ofvan angifna lösning, innehålles deremot i den lösning, som enligt II framgår genom införande af *integrerande substitutioner*, hvarvid i öfverensstämmelse med I n:r 6 *anm.* till dessa substitutioner II (6) böra adderas de respektive termerna $\int f(R_{rs})d(x_{rs})^2$, $\int f(R_{rs})d(y_{rs})^2$, $\int f(R_{rs})d(z_{rs})^2$, af hvilka differentialeqvationerna I (20) äro oberoende. Dessa differentialeqvationer bevaras därför fortfarande homogena efter införande af dessa nya substitutioner, hvilken analytisk funktion $f(R_{rs})$ än må beteckna. Med dessa nya substitutioner lösas äfven de af LAGRANGE anmärkta fallen af trekroppars problemet.

Anm. 2. Rörelseeqvationerna I (7) samt lefvande krafts integralen I (17) jämte differentiationsresultaten af lefvande krafts integralerna I (16), då deri införas koordinaterna uttryckta i areornas funktioner, antaga form af *algebraiska funktioner* af elementens derivator. Då kvadraterna af såväl koordinaternas derivator som af koordinaterna sjelfva äro rationela funktioner af elementens derivator, så kunna nyssnämnda *algebraiska funktioner* bringas till en summa af en rationel och en irrationel del eller ock af endast rationela delar. Rörelseeqvationerna och de af dem härledda eqvationerna, bragta till *rationela* eqvationer mellan elementens derivator, som ensamt variabla, eller mellan exponentialuttryck af formen $e^{\lambda t}$, $e^{\lambda_1 t}$, . . . , för λ , λ_1 , . . . utmärkande konstanter, hvilka eqvationer böra identiskt satisfieras oberoende af t , utgöra den grund, hvarpå den vidare lösningen af problemet kommer att stödja sig vid behandlingen af frågan om de irreduktibla elementens antal, samt om bestämningen af de i problemet ingående konstanterna.

Bestämning af känsligheten vid bolometriska mätningar.

Af KNUT ÅNGSTRÖM.

[Meddeladt den 6 Juni 1888 genom E. EDLUND.]

Den af A. F. SVANBERG¹⁾ först angifna principen att uppmäta strålande värme genom det elektriska ledningsmotståndets förändring med temperaturen och genom iakttagandet af denna förändrings storlek medelst »Wheatstones brygga», har under senare år återupptagits vid flera undersökningar öfver strålande värme och har, i synnerhet genom Prof. LANGLEY's utmärkta arbeten²⁾ och genom det instrument, som han gifvit namn »bolometer», blifvit utvecklad till hittills med andra medel icke uppnådd skärpa.

Äfven författaren har vid ett par föregående undersökningar³⁾ varit i tillfälle att närmare pröfva den anförda metodens stora känslighet. Vid dessa undersökningar har det ofta varit för mig nödvändigt att kombinera med hvarandra observationer från skilda dagar och att arbeta med olika känslighet hos mätinstrumentet. Till att börja med bestämde jag alltid denna, genom att för hvarje observationsserie iakttaga galvanometerens utslag för strålningen från en konstant värmekälla. I senare undersökningar,

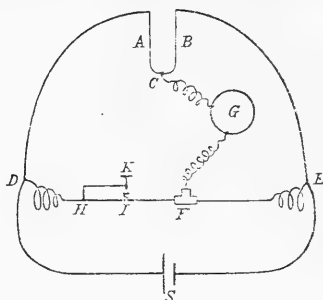
¹⁾ Kongl. Vet.-Akad. Handlingar 1850.

²⁾ LANGLEY's afhandlingar återfinnas i Wied. Ann. och Phil. Mag. och sammanfattade i det stora arbetet »Researches on Solar Heat» i »Professional papers of the signal service», n:o XV, 1884.

³⁾ Upsala Univ. Årsskrift 1885 och Wied. Ann. B. 26, p. 253, 1885 samt Bihang till K. Vet.-Akad. Handlingar, B. 13, 1887.

för hvilka jag i följande uppsatser skall närmare redogöra, har jag vid bestämning af instrumentets känslighet emellertid använt en annan metod, som är vida att föredraga både med afseende på tidsbesparing, enkelhet och noggranhet. Några ord om denna metod torde icke sakna sitt intresse, åtminstone för dem, som härefter kunna behöfva använda »bolometern» vid sina undersökningar.

Först en kort erinran om principerna för själftva mätning-metoden. Vidstående fig. gifver en schematisk bild af anord-



ningen. Från stapeln S grenar sig den elektriska strömmen genom DFE och DCE . Från C till F går en ledning innehållande galvanometern G , och är läget af F afpassadt så, att ingen ström går genom galvanometern. I denna Wheatstones brygga utgöres A och B af ett eller flera tunna svärtade metallband; det ena af dessa utsättes för den värmestrålning, hvars styrka skall uppskattas; det uppvärms härvid, dess motstånd ökas, och galvanometern gör till följd häraf ett utslag, hvilket för en liten ändring i ledningsmotståndet är proportionellt mot denna eller proportionellt mot strålningen själf. Galvanometern afläses med spegel och skala.

Apparatens känslighet, hvarmed vi tydligen böra förstå förhållandet mellan galvanometerens utslag α och intensiteten hos den detta utslag förorsakande värmestrålningen S , således $\frac{\alpha}{S}$, är beroende af den använda stapelns elektromotoriska kraft, motstånden i denna, i den öfriga ledningen samt i galvanometern

och slutligen af de omständigheter, hvilka för öfrigt betinga galvanometerens känslighet. Alla dessa kvantiteter äro emellertid mer eller mindre variabla, hvaraf följer, att äfven känsligheten kommer att med dessa ändra sig.

Emellertid är, som nyss blifvit nämndt, motståndsförändringen AM i den för strålningen utsatta grenledningen inom försöksgränserna proportionel mot strålningen S , och vi kunna därför sätta känsligheten

$$\frac{\alpha}{S} = \frac{kAM}{S}.$$

För att sålunda i hvarje särskildt fall få ett relativt mått på denna känslighet är det tydligen nog att observera galvanometerens utslag för en viss bestämd ändring i en af grenarnas ledningsmotstånd t. ex. i FD , ty samma utslag skulle äfven åstadkommas genom bestrålningen från en viss konstant värme-källa¹⁾. Det är denna princip, som jag användt för att i hvarje särskildt fall kontrollera och bestämma bolometerens känslighet. Mellan H och I å ledningen DF är insatt en grenledning HKI af lämpligt motstånd och inrättad så, att densamma beqvämt medelst en qvicksilfverkontakt kan afbrytas eller slutas. Är detta »*profmotstånd*» slutet och kontaktpunkten F instäld så, att galvanometern är strömfri, så erhålles, om profmotståndet afbrytes, ett utslag på galvanometern till följd af det ökade motståndet i DF , ett utslag som för hvarje instrument är proportionelt mot den för handen varande känsligheten. Genom denna enkla anordning har man sålunda i sin makt att i hvarje ögonblick bestämma och kontrollera instrumentets relativa känslighet.

Härmed är emellertid blott ett för hvarje särskild bolometer gällande relativt mått på känsligheten gifvet. Önskar man veta instrumentets absoluta känslighet, för att sålunda genom galvanometerens utslag kunna sluta till en värmestrålningens verkliga styrka, så har man emellertid blott att en gång för alla jämföra instrumentet med ett sådant för absoluta bestämningar, d. v. s. man har att med de båda instrumenten samtidigt be-

¹⁾ De fyra grenarne hafva lika motstånd.

stämman strålningen från en konstant värmekälla¹). Som instrument för absoluta bestämningar har jag härvid med stor fördel använt den af mig på annat ställe beskrifna differentialpyrheliometern²). Är den absoluta känsligheten och utslaget för profmotståndet vid ett visst tillfälle bekanta, så angifver tydligen äfven profmotståndet, använt på nu beskrifna sätt, känsligheten vid hvarje annat tillfälle, så länge motstånden i grenarna *DCE* och *DFE* äro oförändrade och den värmeuppfångande ytan icke skadad, vilkor som äro temligen lätta att uppfylla och kontrollera.

Nu beskrifna enkla anordning kommer i synnerhet till användning, då man nödgas arbeta med föränderlig känslighet. Detta är, bland andra, just fallet vid bestämmandet af absoluta känsligheten på ofvan angifna sätt. De båda instrumenten, bolometern och differentialpyrheliometern, hafva mycket olika känslighet på grund just af deras olika uppgifter. För att kunna jämföra med hvarandra utslagen i de båda instrumenten för en och samma värmeinstrålning, måste man därför minska det förstnämnda instrumentets känslighet, hvilket lättast sker genom att införa ett lämpligt motstånd i ledningen till galvanometern. Profmotståndet angifver förhållandet mellan känsligheten i de båda fallen.

Vid undersökningar öfver diffusion, absorption och vid spektrobolometriska mätningar, der den ursprungliga strålningen har

¹) Jag påpekar här en vid undersökningar af förevarande art ganska vanlig oegentlighet. Man finner nämligen rätt ofta att känsligheten hos ett instrument för bestämningar af strålände värme angifves genom galvanometers utslag för så och så stor temperaturhöjning hos den för strålning utsatta ytan. Detta sätt att angifva känsligheten är visserligen bekvämt, alldenstund det är resultatet af en i de flesta fall enkel räkneoperation och det är berättigadt, om det gäller att använda instrumentet till uppmätning af stationära temperaturer, men icke då det gäller mätning af strålände värme. Känsligheten i det senare fallet är tydligen beroende på flera omständigheter, t. ex. utstrålningen hos den värmeuppfångande ytan, hvilka icke tagas med i betraktande vid ett enkelt angifvande af utslaget för en viss temperaturhöjning hos nämnda yta.

²) Se författarens afhandling: »Sur une nouvelle méthode de faire des mesures absolues» etc. Acta Reg. Soc. Upsaliensis 1886.

en stor, den diffusa, genomgående eller dispergerade strålningen deremot en mycket ringa intensitet, och der man således äfven måste använda föränderlig känslighet, erbjuder denna arbetsmetod mycket stora fördelar. Den är säker, noggrann och tidsbesparande.

Stockholms Högskolas Fysiska Institut, Juni 1888.

Skänker till Vetenskaps-Akademiens Bibliothek.

(Forts. från sid. 366.)

Paris. *Académie des sciences.*

- Collection des anciens alchimistes Grecs, publiée par M. BERTHELOT & CH. E. RUELLE. Livr. 1. Paris 1887. 4:o.
- *École polytechnique.*
- Journal. Cah. 56—57. 1886—87. 4:o.
- *Observatoire.*
- Annales: Mémoires. T. 18. 1885. 4:o.
- » Observations. 1881—1882. 4:o.
- Catalogue. Positions observées des étoiles 1837—1881. T. 1. 1887. 4:o.
- » Étoiles observées aux instruments méridiens de 1837—1881. T. 1. 1887. 4:o.
- *Société entomologique de France.*
- Annales. (6) T. 6(1886): 1—4. 8:o.
- *École des mines.*
- Annales. (8) 11—12(1887): L. 2—5. 8:o.

Roma. *R. Comitato geologico.*

- Bollettino. Vol. 18(1887). 8:o.
- *R. Accademia dei Lincei.*
- Rendiconti. (4) Vol. 3(1887): F. 12—13. 8:o.

Toronto. *Canadian institute.*

- Proceedings. (3) Vol. 5: Fasc. 2. 1888. 8:o.
- Annual report 1886/87. 8:o.

Toulouse. *Académie des sciences, inscriptions & belles lettres.*

- Mémoires. (8) T. 8. 1886. 8:o.
- *Observatoire astronomique, magnétique & météorologique.*
- Annales. T. 2. Paris 1886. 4:o.

Troyes. *Société académique d'agriculture, des sciences, arts & belles lettres.*

- Mémoires. (3) T. 23(1886). 8:o.

Författarne.

- AGARDH, J. G., Till Algernas systematik. 1—2. Lund 1873—1880. 4:o.
- FRIES, R., Synopsis Hymenomycetum regionis Gothoburgensis. Gotob. 1888. 8:o.
- HERNLUND, H., Vetenskaps-Akademiens och LARS LAURELS rättskrifningsförslag. Sthm 1888. 4:o.
- JOHANSON, C. J., Iakttagelser rörande några torfmossar i södra Småland och Halland. Lund 1887. 8:o.
- NORDENSKIÖLD, A. E., Gammal framställning af mammutdjuret. Sthm 1884. 8:o.
- ALBERT, prince de Monaco, Campagnes scientifiques du yacht l'Hirondelle. Année 3(1887). Paris 1888. 8:o.
- SCHIAPARELLI, G. V., Osservazioni astronomiche e fisiche sull' asse di rotazione e sulla topografia del pianeta Marte. Memoria 3. Roma 1886. 4:o.

Iakttagelser öfver dunkla mediers genomtränglighet för
värmestrålning af olika våglängd.

Af KNUT ÅNGSTRÖM.

[Meddeladt den 6 Juni 1888 genom E. EDLUND.]

1. Inledning.

Då strålande värme¹⁾ går genom ett fullt klart homogent medium, eger dervid i regeln en absorption rum, hvilken för en viss våglängd följer den enkla lag, att hvarje skikt af ämnet absorberar samma bråkdel af den på detsamma infallande strålningen, eller att sålunda intensiteten I af denna strålning, som genomgår lagret l , kan uttryckas genom eqv.

$$I = I_0 e^{-kl},$$

der I_0 är den infallande strålningen, e basen för det naturliga logaritmsystemet och k en för hvarje ämne och hvarje våglängd bestämd konstant.

Innehåller deremot det fortplantande mediet diskreta partiklar, hvars optiska egenskaper skilja sig från det omgifvande mediets, så eger genom dessa i allmänhet en diffusion af strålningen rum åt alla sidor. Men äfven i detta fall kommer, då massan af de diffunderande partiklarna är nog liten, en större del af strålningen att fortplanta sig i den infallande strålens riktning, hvilket äfven visar sig derigenom, att vi genom ett sådant medium

¹⁾ Under denna benämning innefatta vi i det följande strålning af hvad våglängd som helst, ljus eller mörk.

kunna se fullt skarpa bilder. Då det diffunderande lagrets tjocklek växer, aftager intensiteten hos den direkt genomgående strålningen mer och mer.

Detta aftagande kan nu tydligen tillskrifvas tvänne orsaker, dels verklig absorption, dels den nämnda diffusionen. Frågan är då: följer äfven här intensitetsaftagandet eller med andra ord den skenbara absorptionen vid den direkt genomgående strålningen samma lag som vid fullt klara medier, och står ämnets genomskinlighet i något enkelt förhållande till strålningens våglängd?

Hvad den sista frågan beträffar, så har den tidigt väckt en viss uppmärksamhet. Redan GOETHE påpekar i sin bekanta »Farbenlehre» det egendomliga förhållandet, att dunkla medier i allmänhet genomsläppa ljus af en rödaktig färgton, medan det diffust återkastade ljuset har en blå anstrykning. Sin största betydelse har denna iakttagelse vid förklaringen af färgfenomenen i atmosfären, och från denna synpunkt har äfven frågan teoretiskt behandlats af CLAUDIUS¹⁾ och Lord RAYLEIGH²⁾. Den förre utgår från reflexion och brytning såsom grunden till diffusionen, den senare åter påvisar att, om partiklarne äro små i förhållande till våglängden, den vanliga lagen för reflexion och brytning icke eger giltighet och betraktar därför de diffunderande partiklarne som centra för perturbationer i den infallande vågrörelsen. De båda teorierna föra emellertid till analoga relationer för den direkt genomgående strålningen. Men under det att den förra teorien leder till det resultat³⁾ att

$$I = I_0 e^{-z\lambda^{-2}l},$$

der λ är den i fråga varande strålningens våglängd, z en konstant och beteckningarne i öfrigt desamma som i föregående formel, är deremot enligt den senare teorien

$$I = I_0 e^{-z_1\lambda^{-4}l}.$$

¹⁾ Pogg. Ann. B. 72, p. 188 och 294, B. 76, p. 161 och B. 88, p. 543.

²⁾ STRUTT, Phil. Mag. B. 41, p. 107, 274 och 447. 1871.

³⁾ Lord RAYLEIGH, l. c.

Experimentela undersökningar öfver hithörande frågor hafva på senare tider blifvit utförda af D:r E. L. NICHOLS¹⁾, som anställt spektrofotometriska undersökningar hufvudsakligen öfver det från åtskilliga pulverformiga kroppar diffust återkastade ljuset, och Dr N. MÄNZ²⁾, som likaledes på spektrofotometrisk väg undersökt det genomgående ljusets beskaffenhet vid ett ganska stort antal dunkla ämnen, hufvudsakligast vätskor.

Dessa undersökningar omfatta emellertid blott den för ögat tillgängliga delen af spektrum, d. v. s. strålning af våglängder från 0,4 till 0,7³⁾. Att från detta ringa område draga några allmängiltiga slutsatser beträffande de dunkla mediernas förhållande till strålning i allmänhet, synes förenadt med svårigheter på grund af de många omständigheter, som måste inverka störande på fenomenets regelbundna förlopp och har ej heller af nämnda författare blifvit försökt.

En af ABNEY och FESTING⁴⁾ med tillhjälp af en känslig termostapel utförd undersökning öfver i alkohol uttrörd mastix har utsträckts ända till $\lambda = 1,17$ och synes gifva en god bekräftelse på den af Lord RAYLEIGH framställda teorien.

Det har dock synts mig af intresse att återupptaga dessa undersökningar för några flera ämnen och utsträcka dem till strålning af större våglängder, något som blifvit möjligt genom Prof. LANGLEY's viktiga och omfångsrika undersökningar öfver brytningsindex för bergsalt. Jag har härvid sökt undvika den i några hänseenden tvifvelaktiga metoden att hålla partiklarna uppslammade i en vätska och i stället vändt min uppmärksamhet till sådana ämnen, hvilka kunna direkt framställas utan nämnda hjälpmedel.

Ehuru jag på denna undersökning nedlagt ett ganska betydligt arbete, är likväl det hittills vunna observationsmaterialet

¹⁾ On Black and White, Transactions Kansas Academy of Science, Vol. X, 1886.

²⁾ Spektrophotometrische Untersuchungen an trüben Medien, Inaugural-Dissertation, Marburg 1885.

³⁾ Här liksom öfverallt i det följande angifves våglängden i 0,001 mm.

⁴⁾ Proc. Roy. Soc. Lond. 40, p. 378, 1886.

mindre än jag skulle önska. Det torde dock berättiga till några slutsatser af intresse.

2. Instrument och metod.

Den värmeuppfångande ytan i den spektrobolometer, som jag vid denna undersökning användt, består af ett enda platinaband, omkring 0,1 mm bredt och 0,02 mm tjockt samt 12 mm långt. Det är på galvanisk väg behandladt med platinaklorid och derefter ytterligare svärtadt med stearinljussot. Detta platinaband bildar den vertikala delen af hårkorset i kikaren å ett vanligt spektroskop med ett prisma. Alla optiska delar i detta spektroskop, med undantag af okularet, äro af bergsalt från STEEG & REUTER i Homburg. Sjelfva bolometern, som för öfrigt i hufvudsak är lika med den jag förut användt¹⁾, är fast förenad med teodolitens axel, på den kring axeln rörliga armen sitter kollimatorlinsen med springöppningen och framför denna en gaslampa med rundbrännare, omgifven först af en lercylinder med ett framför springöppningen anbragt cirkulärt hål och derpå af en skärm af messingsplåt med dubbla väggar, i hvilka äfven äro anbragta cirkulära hål framför springöppningen. Mellan de båda väggarna i denna skärm befinner sig en mindre, rörlig skärm, hvarigenom man efter behag kan framsläppa eller afstänga lampans strålning genom springöppningen. Denna rörliga skärm består af en liten låda af zinkplåt, och genom densamma ledes under försökens gång en oafbruten vattenström. Denna vattenström ledes till och från skärmen genom fina kautschukslangar, hvilka sålunda icke hindra skärmens fria rörelse. Genom denna anordning skyddas springöppningen för uppvärmning från den närstående lampan. Strax framför springöppningen, mellan denna och den rörliga skärmen, placeras försöksobjektet, en planslipad och polerad bergsaltplatta, på hvilken det för undersökning afsedda ämnet är anbragt.

¹⁾ Upsala Univ. Årsskrift 1885 eller Wied. Ann. B. 26, p. 253, 1885, samt Bihang till K. Vet.-Akad. Handl. B. 13, 1887.

Vid apparatens inställning ersättes gaslampan af en natrium-låga, prismat inställes för minimideviation och så, att natrium-linien faller på kikarens vertikala tråd, d. v. s. på bolometerns mättråd, hvilket kan noga ske med tillhjälp af okularet. Sedan detta är gjordt, borttages kikarens okular och ersättes med en ebonitpropp. Kollimatorns ställning afläses derefter på den graderade cirkeln, och deviationen för annan strålning, räknad från denna utgångspunkt, bestämmes med tillhjälp af spegel och skala med en noggranhet af $10''$. Då nämnda deviation för en viss strålning är känd, beräknas den motsvarande våglängden, då prismats brytande vinkel samt förhållandet mellan brytningsindex och våglängd äfvenledes äro kända. Brytningsindices för skilda våglängder i synliga spektrum hafva blifvit på vanligt sätt bestämda. För de ultraröda strålarna har jag begagnat mig af de värden på brytningsindex, som blifvit funna af LANGLEY vid hans undersökningar häröfver¹⁾). Då emellertid de direkt bestämda värdena på brytningsindex samtliga visat sig c. 0,0004 högre än motsvarande af LANGLEY angifna, så har jag för det nu använda prismat äfven höjt brytningsindices för de ultraröda strålarna med samma kvantitet 0,0004. De fel, som för öfrigt härigenom möjligen kunna uppkomma, äro för den föreliggande undersökningen af fullkomligt underordnad vigt. Jag har grafiskt utfört relationen mellan våglängd och deviation för det använda prismat, hvars brytande vinkel är $60^{\circ} 2'$, och begagnat denna i stor skala utförda konstruktion för bestämning af den mot en gifven deviation svarande våglängden. Emellertid sträcker sig LANGLEY's undersökning öfver brytningsindex blott till $\lambda = 5,3$, men den nu i fråga varande kurvan, representerande förhållandet mellan deviation och våglängd, har redan för $\lambda = 3$ öfvergått till en rät linie och fortlöper så mellan $\lambda = 3$ och $\lambda = 5$. Prof. LANGLEY har för bestämmandet af större våglängder antagit som sannolikt, att denna räta linie kan utdragas. Äfven jag har tillåtit mig denna extrapolation, då annan utväg ej stått mig öppen. Der så skett, har jag dock anmärkt osäker-

¹⁾ Phil. Mag. B. 9, p. 433, 1886.

heten i våglängdsbestämningen genom ett framför dess värde ut-satt tecken (*). I följande tabell anför jag de från den grafiska konstruktionen vunna bestämningarna på våglängderna, svarande mot hvar 30:de minuts deviation, räknadt från *D*-linien som utgångspunkt.

Tabell 1.

Deviation.	Våglängd λ	I_0
<i>D</i> -linien 0°	0,59	2,2
0°,5	0,69	7,1
1°,0	0,90	53,3
1°,5	1,70	224,0
2°,0	4,00	64,4
2°,5	6,50 ¹⁾	20,2
3°,0	*8,90	10,2
4°,0	*13,65	3,8

De ämnen, hvilka jag närmare undersökt i nu i fråga varande syfte, äro: sot, magnesiumoxid och zinkoxid. Af dessa ämnen kan man utan allt för stor svårighet framställa homogena och temligen likformiga lager genom att låta dem såsom rök afsätta sig på en planslipad och polerad bergsaltplatta. Före och efter sedan lagret anbragts på plattan, lägges densamma under ett godt mikroskop, som inställes skarpt på plattans yta. Skilnaden i de båda inställningarna afläses på mikroskopets mikrometerskruf och angifver lagrets tjocklek. På detta sätt vinner man utan svårighet med någon öfning en noggranhet i bestämningen på c. 0,002 mm. Lagrets tjocklek bestämes på tre skilda ställen, och endast sådana lager hafva vid försöken användts, som visat sig någorlunda jämntjocka. Det är emellertid tydligt, att på grund af ojämnhet i lagret den ofvan angifna möjliga noggranheten i bestämningen icke fullt uppnås, äfven om de tre gjorda bestämningarna af tjockleken äro riktiga på förut nämnda quantitet när.

¹⁾ Denna våglängd ligger visserligen något utom det af LANGLEY direkt bestämda området, dock så obetydligt att jag anser det extrapolerade värdet temligen säkert.

Sedan denna bestämning blifvit utförd, bestämdes bolometerens utslag för skilda våglängder, dels med den preparerade plattan fästad framför spektroskopets springöppning, dels utan denna platta. Genom en föregående undersökning bestämdes bergsalt-plattans egen absorption för skilda våglängder. Med kännedom om denna kunde tydligen det diffunderande lagrets inflytande bestämmas.

Föregående tabell innehåller i tredje kolumnen galvanometerens utslag vid direkt bestrålning med den vanligen använda känsligheten. Häraf inses, att noggrannheten i de följande bestämningarna är minst för de största och minsta våglängderna på grund af utslagets litenhet.

3. Resultat.

Efterföljande tabeller innehålla en öfversigt af observationsresultaten. I öfversta horisontalkolumnen angifves lagrets tjocklek l i mm, i första vertikalkolumnen strålningens våglängd λ . Tabellen innehåller för öfrigt den genomgående strålningen i procent p och vidare kvantiteten k , beräknad under antagande att den vanliga absorptionsformeln, som här får formen

$$p = 100e^{-kl},$$

eger giltighet.

Sot.

Lagret erhöles genom sotning öfver en stearinljuslåga. Då ett ytterst tunnt lager, framställt på detta sätt, granskas under ett starkt förstörande mikroskop, visar det sig bestå af ytterst små partiklar af temligen jämn beskaffenhet. Efter ett försök att med okularmikrometer bestämma dessa partiklars sannolika diameter, skattar jag denna till omkr. 0,0003 mm.

Tabell 2.

λ	$l=0,009$		$l=0,023$		$l=0,038$		k Med.
	p	k	p	k	p	k	
0,69	11,7	238,0	—	—	—	—	238,0
0,90	19,1	184,0	3,1	151,0	—	—	167,5
1,70	44,3	90,5	16,8	77,6	3,9	85,4	84,5
4,00	64,4	48,9	34,5	46,3	17,4	46,0	47,1
6,50	68,8	41,6	42,5	37,2	26,2	35,2	38,0
*8,90	67,9	43,0	44,0	35,7	32,0	30,0	36,3

Hvad som här till ytterlighet försvårar undersökningen, är bestämningen af lagrets tjocklek, då man nämligen på grund af den starka absorptionen nödgas arbeta med ytterst tunna lager, och dessa naturligtvis aldrig blifva fullt jämntjocka. Så torde utan tvifvel det första af de i tabellen förekommande lagren ($l=0,009$) vara något tjockare än angifvet är. I betraktande af de felkällor, som sålunda här förekomma, torde jag emellertid få anse resultatet som ganska tillfredsställande. Quantiteten k är inom felgränserna konstant för hvarje särskild våglängd, hvilket sålunda visar absorptionslagens tillämplighet i detta fall. Dessutom finna vi att k kontinuerligt aftager, då våglängden tilltager, eller, med andra ord, att sotlagret är genomskinligare, ju längre våglängden är.

Magnesiumoxid.

Lagret erhöles genom att hastigt föra en bergsaltplatta fram och åter öfver ett brinnande magnesiumband. Granskadt under mikroskop, befunnos partiklarna vara af temligen varierande storlek ung. 0,0016—0,0004 mm i genomsnitt.

Tabell 3.

λ	$l=0,05$		$l=0,127$		$l=0,264$	
	p	k	p	k	p	k
0,90	3,4	67,6	—	—	—	—
1,70	6,2	55,7	3,2	27,1	1,04	17,3
4,00	52,0	13,1	31,9	9,0	9,6	8,9
6,50	81,4	4,1	64,8	3,4	41,6	3,3
*8,90	81,2	4,1	75,7	2,2	62,0	1,8
*13,65	80,9	4,2	71,9	2,6	61,3	1,9

En jämförelse af de i tabellen införda värdena på k visar oss, att vi här icke direkt hafva rätt att tillämpa absorptionslagen. Då lagret växer, minskas värdet på k mer och mer, d. v. s. ämnet synes blifva mer och mer genomskinligt för en viss våglängd. Orsaken härtill torde dock icke vara svår att finna. Hvad vi iakttaga som direkt genomgående strålning är egentligen en summa af två termer, den verkligen direkt genomgående strålningen och den i samma riktning diffunderade strålningen. När det verkande lagrets tjocklek ökar, ökas äfven den senare termen i denna summa och når vid en för hvarje våglängd bestämd tjocklek af lagret ett maximum, men aftager sedan åter. Då nu första termen i summan på grund af sakens natur bör kontinuerligt aftaga, kan summan sjelf icke följa den vanliga absorptionslagen, med mindre än att första termen verkligen gör det, och att den andra i jämförelse med den första kan negligeras. Detta är just fallet med sot; här är diffusionen för hvarje våglängd en obetydlighet, och absorptionslagen synes gälla för hvarje våglängd. För magnesiumoxid är detta deremot icke händelsen, och den totala i den infallande strålens riktning genomgående strålningen följer derföre blott tillnärmelsevis absorptionslagen. Då lagrets tjocklek ökas, kommer diffusionen i förhållande till den direkt genomgående strålningen att göra sig starkare gällande, hvilket tydligen måste hafva till följd, att lagret synes mer genomlysande.

Äfven här finna vi att genomskinligheten kontinuerligt ökar med växande våglängd.

Zinkoxid.

Lagret framställes genom att hålla en smal zinkplåtremsa i en stark blästerlåga och utsätta bergsaltplattan för den sålunda uppkommande zinkoxidröken. En mikroskopisk undersökning af lagret visar, att zinkoxidkornen äro ytterligt små, de största c. 0,0004 mm, de mindre svåra att fixera. Lagren hafva varit af synnerligen jämn och god beskaffenhet.

Tabell 4.

λ	$l = 0,0028$		$l = 0,093$		$l = 0,213$		$l = 0,318$	
	p	k	p	k	p	k	p	k
0,59	59,1	18,8	—	—	—	—	—	—
0,67	67,1	14,2	33,8	11,7	—	—	—	—
0,90	—	—	52,9	8,6	18,1	6,3	12,6	6,3
1,70	—	—	92,9	0,8	79,0	1,1	69,8	1,1
4,00	—	—	96,0	0,4	94,1	0,3	87,9	0,4
6,50	—	—	92,1	0,9	86,9	0,6	83,7	0,6
*8,90	—	—	94,1	0,7	80,9	1,0	71,0	1,1

Här visar sig det egendomliga förhållandet, att k för stora våglängder är tillnärmelsevis konstant, för mindre deremot aftagande med växande lager såsom i föregående fall. Förklaringen framgår lätt ur det föregående. Zinkoxiden har för de större våglängderna samma egenskap som sot, det eger ingen egentlig diffusionsförmåga, för kortare våglängder är deremot diffusionsförmågan större, och förhållandena blifva likartade med dem, som vi funnit för magnesiumoxid. Genomskinligheten ökar äfven här med växande våglängd intill $\lambda = 4$, men synes derefter åter aftaga något.

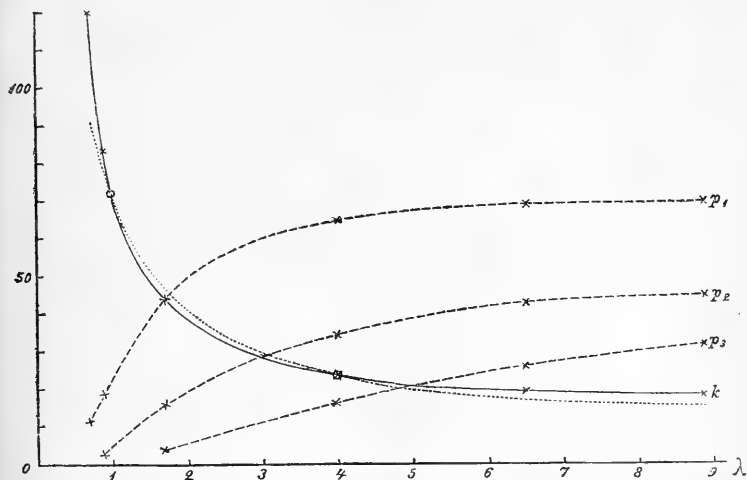
Med stöd af föreliggande observationsmaterial anser jag mig därför berättigad att draga den slutsats, att vid ett diffunderande medium, der den i den infallande strålens riktning genomgående strålningen består af två delar, den direkt och den diffust genomgående, den förra af dessa följer den vanliga absorptionslagen, men att deremot summan af dem båda eller den verkliga observerade strålningen blott i det fall tillnärmelsevis följer denna lag, då den diffusa strålningen kan negligeras i förhållande till den direkt genomgående.

Detta eger utan tvifvel sin tillämpning på förhållandena vid atmosfärens absorption. Att vi här icke kunna tillämpa absorptionslagen för solstrålningen såsom ett helt, har många gånger blifvit påpekadt och senast af LANGLEY utförligt behandlats¹⁾.

¹⁾ Phil. Mag. B. 18, p. 289, 1884.

Nämnda lag eger, såsom väl bekant är, blott sin tillämpning på en homogen strålning, d. v. s. strålning af bestämd våglängd. Men af det föregående synes, att vi icke ens med denna inskränkning kunna direkt tillämpa densamma, så snart diffusion uppträder, för så vidt icke denna senare är af försvinnande betydelse jämförd med den genomgående. Detta torde sannolikt vid klar himmel och ren atmosfär vara förhållandet för större delen af spektrum, men torde icke a priori få antagas gälla äfven för de mest brytbara delarna deraf. En närmare undersökning häröfver synes mig af stort intresse för studiet af de viktiga frågorna om luftens absorption.

Beträffande värdet på kvantiteten k synes af tabellerna, att detta för de tre nu undersökta ämnena i allmänhet aftager med växande våglängd eller med andra ord, att ämnet är mer genomlysande ju längre våglängden är. För att underlätta öfversigten af de funna värdena har jag grafiskt konstruerat de kurvor, som visa sambandet mellan λ , p och k . Vidstående fig. återgifver i liten



skala resultatet för sot. Våglängden är tagen till abskissa, det genomgående värmets i procent (p) till ordinata i de tre kurvorna, som äro betecknade med p_1 , p_2 och p_3 , hvilka gälla för de tre undersökta lagren $l = 0,009$, $0,023$ och $0,038$ respektive. I kurvan, betecknad med k (den hela linien), är denna kvantitet

tagen till ordinata, hvarvid dock de funna värdena för utrymmesvinnande blifvit halfverade. De fyra kurvorna visa ett synnerligen regelbundet förlopp.

Jag har undersökt, huruvida den med k betecknade kurvan läte sig representera genom en eqv. af formen

$$k = \alpha \lambda^{-x}.$$

Jag har lagt en kurva af denna grupp genom punkterna $\lambda = 1$, $k = 140$ och $\lambda = 4$, $k = 48$ å den observerade kurvan¹⁾. Konstanterna i föregående eqv. bestämmas härigenom till $\alpha = 140$, $x = 0,77$. Den här af beräknade kurvan återfinnes å fig. (den prickade linien). Öfverensstämmelsen mellan de båda kurvorna är ej så synnerligen god. I alla händelser har icke x det af teorien fordrade värdet.

Hvad de öfriga två ämnena beträffar, så möta rätt stora svårigheter vid försöket att genomföra en undersökning öfver förhållandet mellan λ och k i förevarande hänseende, och det härtill befintliga undersökningsmaterialet är för litet. Genom ett försök i denna riktning har jag dock öfvertygat mig om, att x helt visst äfven i dessa fall skulle vara mindre än 2.

En exakt öfverensstämmelse med någon af de anförda teorierna hafva vi väl ej heller kunnat vänta och detta af flera skäl. Det synes mig, som om storleken hos det verkande ämnets partiklar vid det i fråga varande fenomenet spelade en vigtig rol. Vid magnesiumoxid tilltager genomskinligheten med tilltagande våglängd ända till $\lambda = 8,9$, hvarefter förhållandet synes temligen konstant. Denna gräns inträder för sot vid $\lambda = 6,5$ och för zinkoxid redan vid $\lambda = 1,7$. Den mikroskopiska granskningen af storleken hos ämnens partiklar visar, att de ega samma storhetsordning sinsemellan. Så länge partiklarna äro af samma storhetsordning som strålningens våglängd, synes ändringen i genomskinlighet med våglängd vara stor och kontinu-

¹⁾ Jag har ansett lönlöst att söka noggrannare utföra beräkningen af förevarande kurva, synnerligast som punkterna å den observerade kurvan icke alla äro bestämda med samma noggrannhet. De för konstantbestämningen valda punkterna har jag anledning att anse som goda.

erligt tilltagande med växande våglängd. Äro deremot partiklarna små i förhållande till våglängden, såsom händelsen är i de undersökta fallen med de största våglängderna, kommer ämnet att i förhållande till strålningen uppträda med egenskapen af ett homogent medium med ringa eller ingen diffusion, men deremot med verklig absorption. För detta betraktelsesätt talar äfven de synnerligen intressanta iakttagelserna af Prof. C. CHRISTIANSEN öfver de hvita ämnenas optiska egenskaper¹⁾.

Stockholms Högskolas Fysiska Institut, Juni 1888.

¹⁾ K. Danske Vidensk. Selsk. Forh. 1884.

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1888. N:o 6.
Stockholm.

Försök att med galvanometern bestämma elasticitetsgräns och absolut hållfasthet hos metalltrådar.

Afhandlingen n:r 2.

Af P. J. ISBERG.

[Meddeladt den 6 Juni 1888 genom E. EDLUND.]

Under öfverskriften »*Försök att med galvanometern bestämma elasticitetsgräns och absolut hållfasthet hos jerntråd*» har jag i 1885 års Öfversigt af Kongl. Vet.-Akademiens Förhandlingar n:r 7 redogjort för resultatet af en del försök, som sommarne 1883 och 84 gjorts å akademien fysikaliska laboratorium. Dessa försök hafva under de senaste vintrarne fortsatts — vintern 1886 —1887 med understöd af det Beskowska stipendiet — och utsträckts dels till s. k. härdad tråd af bessemerstål från Fagersta bruk, dels till trådar af annan metall än jern. En del af de resultat, som vunnits och som sluta sig till förstnämnda undersökningar, torde härmed få meddelas. Genom välvilligt tillmötesgående, dels från Fagersta bruk genom dess ingenjör Herr J. A. BRINELL, dels från Skultuna messingsbruk, har jag erhållit trådar af den beskaffenhet, som i hvarje fall för ändamålet syntes lämplig, och begagnar jag tillfället att härför uttala min tacksamhet.

Med hänvisning till nyssnämnda uppsats torde i korthet böra erinras, att det der använda tillvägagångssättet slöt sig till de af Professor EDLUND förut gjorda undersökningarna¹⁾, som visat,

¹⁾ Öfversigt af K. Vet.-Akad. Förh. 1861, sid. 119 o. f.

»att den afkylning, hvilken uppkommer vid fasta kroppars volymförändring genom sträckning, är proportionel med den mekaniska kraft, hvaraf sträckningen förorsakas, och att tvärtom tråden vid sammandragning lika mycket uppvärms, om vid dess sammandragning förrättas ett lika stort mekaniskt arbete, som vid dess sträckning gick förloradt». Detta gäller såvidt sträckningen företages »inom den så kallade elasticitetsgränsen». »Sträcktes metallen så mycket, att en permanent förlängning uppkom, så uppkommer vid sträckningen en uppvärmning i st. f. en afkylning.»

Graden af uppvärmning och afkylning bestämdes vid mina förra undersökningar liksom vid de följande medelst en liten termoelektrisk stapel, som fastsattes å tråden, och hvarifrån strömmen leddes genom en spegelgalvanometer, hvori på vanligt sätt en skala medelst tub aflästes.

Genom iakttagande af de utslag, som galvanometernålen gjorde, samt trådens förändringar för stigande belastningar, framgick genom de förra försöken det förhållandet: att *»de elastiska och permanenta förlängningarna kunna genom upprepade sträckningar åtskiljas; de förra orsaka hos tråden en afkylning, de senare en uppvärmning, och att den sista belastning på ytenheten, för hvilken afkylningen (såsom slutresultat betraktad) är proportionel mot belastningen, är en naturlig gräns för elasticiteten, och den belastning, för hvilken afkylningen fullständigt upphäves af uppvärmningen, är en naturlig gräns för bärigheten»*¹⁾.

Den förmodan jag förut framställt, att en med lättare magnet försedd galvanometer skulle öka utslagens storlek, har visserligen besannats, i det försök gjorts med en THOMPSONS galvanometer med ytterst små nålar, och med denna erhållits utslag, som äro ungefär 50 proc. större än de, som för samma belastningar erhållits med den galvanometer, som jag användt; men som utslagen vid den föstnämnda voro nästan ögonblickliga, fordrades vid deras observation ett biträde, och försökens utförande blef derigenom så försvåradt, att den i förra försöken

¹⁾ ISBERG, Galvanomet. best., Öfv. af V. Akad. Förh. 1885, sid. 46 och föreg.

beskrifna galvanometern måste användas. Under försökens avslutning blef en tub med starkare förstoring, än den förut be-
gagnade tillgänglig, hvarigenom afståndet mellan tuben och
spegeln kunde förlängas och derigenom skaldelarnas antal ökas
med 40 å 50 proc., och möjlighet finnes således, att med stor
noggrannhet iakttaga galvanometernålens rörelser.

De erhållna utslagen, som hållit sig omkring 10 skaldelar
för en förändring i belastningen af 5 kilo på qv. millimeter af
trådens yta, ha emellertid för ändamålet ansetts fullt tillräckliga.

Innan jag redogör för resultaten af de senaste undersök-
ningarna, är det nödigt att lemna en kort beskrifning på den
sträckapparat, som slutligen efter några förändringar användes,
och vid hvilken jag sökt förekomma sådana fel, som uppkommit
af friktion och elasticitet inom apparaten, fel, hvilka vidlåde den
i förra försöken omtalade »lilla bänken» och orsakade, att den
ej utan besvärliga och tvifvelaktiga korrektioner kunde användas
till bestämning af elasticitetskoefficienten och med den närmast
sammanhängande frågor.

Sträckbänken utgjordes af 2 stycken bokplankor af 70×130
 $\times 1200$ mm. dimensioner, genom skrufvar och mellanlägg stadigt
förenade så, att ett mellanrum af 40 mm. uppkom. Medelst 2
jern fastsattes plankparet i vertikal ställning vid en pelare. På
öfre ändan hvilade ett massift messingsstycke, som sträckte sig
öfver båda plankorna och uppbar 2 stålplattor, på hvilka genom
en stålegg en 2-armad häfstång af jern hvilade. Messingsstycket
var å sidorna urtaget så mycket, att armens fria rörelse till be-
höflig grad möjliggjordes. Genom en motvigt kunde häfstången
balanseras så, att dess egen vikt ej behöfde medtagas i räk-
ningen. Armen uppbar en nära dess vridpunkt fästad spegel,
hvari en å tub fästad skala å 1542 mm. afstånd speglade sig
och derigenom möjliggjorde en bestämning af armens vinkelrö-
relse och trådens längdförändringar. Armens plana öfre kant
låg i rät linie såväl med eggens kant som med den andra kraf-
tens angreppspunkt. Denna faller på midtlinjen af ett hål, i
hvilket det stift insattes, som fastlåde trädklämman vid armen.

För trådens fästande användes nemligen liknande klämmor, som i förra afhandlingen blifvit beskrifna å sidan 10, men klämman för öfre fästpunkten var här gaffelformig och omslöt med sina skänglar häfstångsarmen. För den nedre trådändans fastgörande infaldes i plankorna 2 messingslager med nedåt öppna skålar. Dessa lagres öfre ända stödde mot en öfver hela apparatens bredd gående stålstång, i hvilken ett hål var borrhadt för trådens genomsläppande. Genom ett hål i nedre klämman kunde denna genom en stadig stålaxel fastgöras i lagren och derigenom att detta hål gjorts aflångt, kunde nedre fästpunkten under sträckningens gång medelst lämpliga underlägg af messingsstycken sänkas, när tråden förlängt sig så mycket, att häfstångsarmen bildade för stor vinkel med sitt horisontalläge. Ett sådant mellanlägg behöfde sällan göras för trådarna af jern, hvaremot trådarna af messing samt deltametall i regeln förlängde sig så mycket, att en sänkning af nedre fästpunkten blef före deras afslitande nödvändig. Liksom vid förra försöken i »lilla bänken» skedde belastningen medelst vigter å en brygga, som uppbars af ett litet på en axel rullande messingshängsle, vid hvars axel var fastlödd en liten visare, med hvars tillhjälp läget af kraftens anbringningspunkt kunde beräknas. Visarekantens afstånd från axelns midtlinie gjordes så lika halfva den mindre häfstångsarmen som möjligt, och när så armen indelades i hela och halfva längder af denna mindre arm, var det lätt att inställa bryggan midt öfver ett delstreck. Vid bestämning af de elastiska förlängningarna fick bryggan bibehålla sitt läge å armen orubbadt och förändringen i belastningen gjordes genom att tillsätta eller borttaga vigter å bryggan. Fördes för samma ändamål bryggan upprepade gånger upp och ned, fastskrufvades å bryggan små stoppare, hvarigenom hon alltid stannade å samma punkter.

Bestämningen af lilla häfstångarmens längd liksom delningen af den större armen med den mindre till enhet skedde i den Vet.-Akad. fys. kabinett tillhöriga delningsmaskinen och utgjorde medellängden af lilla armen = 66,221 (yttergränsen för afläsningarne, 66,229 och 66,215) mm. och å den större armen låg

1:sta delstreck	från eggen	=	66,197 mm.
2	»	»	1:sta 66,200 »
3	»	»	2 66,204 »
4	»	»	3 66,224 »
5	»	»	4 66,215 »
6	»	»	5 66,217 »
7	»	»	6 66,227 »
8	»	»	7 66,209 »
9	»	»	8 66,237 »
10	»	»	9 66,217 »
11	»	»	10 66,208 »

Med. 66,214, hela längden 728,355 mm.

Afståndet från visarens kant till midtlinien å rullen för det hängsle, som uppbar de spännande vigterna, blef efter diverse korrektioner 33,09. Det eftersträfvade afståndet är 33,11 mm. eller lika med halfva armen.

Bestämning af trådens förlängning.

Som förut är nämndt, var å häfstångsarmen så nära vridpunkten som möjligt fastskrufvad en liten spegel, i hvilken en skala medelst tub aflästes. Då skalans afstånd från spegeln var 1542 mm. och lilla häfstångsarmen känd, erhöles med dessa siffror till utgångspunkt en förlängning af 0,2136 mm. motsvarande 10 i tuben aflästa skaldelar. För att kontrollera detta tal observerades med en katetometer, huru mycket en punkt på 11:te delstreck sänkte sig för en lika stor förändring i armens läge, som nyss nämndes. På så sätt beräknad erhöles såsom medium 0,21596 mm. för 10 skaldelars förändring. Medeltalet af båda dessa hufvudbestämningar är användt såsom reduktionstal mellan skaldelar och millimeter, och 10 skaldelar ha således i beräkningarna satts lika med 0,21478 mm.

Trådens längd, då armen var horisontal och intet mellanlägg vid nedre fästpunkten användes, uppmättes med katetometer och var 774,10 mm. eller 36041 skaldelar, och den permanenta förlängning, som WERTHEIM tagit såsom gräns för fullständig elasticitet, blir då 0,00005 af detta tal eller i det närmaste 2 skaldelar.

Den termoelektriska stapel, som användes, var densamma som vid förra försöken begagnats, och hade till stapelelement vismut och en legering af $14\frac{1}{7}$ vismut och 1 del tenn (ROLLMANNNS blandning).

Gränsen för möjliga fel.

Vid beräkning af brottbelastning, elasticitetsgräns och hvad jag kallat indifferenspunkt, spela de fel, som uppkomma genom en möjligen oriktig bestämning af sträckapparatusens konstanter eller genom en mindre noggrann observation, tydligtvis ingen rol, då dessa tal enligt sakens natur måste blifva något sväfvande. Annat är förhållandet med elasticitetskoefficienten eller den belastning på ytenheten, för hvilken tråden skulle förlänga sig lika mycket som sin ursprungliga längd, om sådant vore möjligt. För att erhålla en föreställning om möjlig storlek af dessa fel, skulle man kunna partielt differentiera uttrycket

$$E = \frac{P \cdot \frac{m}{n} \cdot L}{l \cdot \pi r^2},$$

med antagande, att alla här ingående storheter voro efter hvartannat variabla, under det de öfriga voro konstanta. Här är E = elasticitetskoefficienten, P = det tillskott i vigt, som orsakar en förlängning = l och r = trådens radie samt $\frac{m}{n}$ förhållandet mellan den längre och kortare armen hos häfstången och L = trådens längd. P kunde alltid noggrannt bestämmas, då de använda vigterna voro noga justerade, och kan således tagas konstant. Differentieras med afseende på de öfriga storheterna, fås således

$$\delta E_1 = \frac{P \cdot \frac{m}{n}}{l \cdot \pi r^2} \delta L = \frac{P \cdot \frac{m}{n} \cdot L}{l \cdot \pi r^2} \frac{\delta L}{L} = E \frac{\delta L}{L}$$

$$\delta E_2 = E \cdot \frac{\delta m}{m}; \quad \delta E_3 = - E \frac{\delta n}{n}$$

$$\delta E_4 = - E \frac{\delta l}{l}; \quad \delta E_5 = - E \frac{2\delta r}{r}$$

Som L kunde bestämmas på 0,1 millimeter d. v. s. ungefär 5 skaldelar, orsakar en förändring $\delta L = 5$ blott en förändring

$\delta E = \frac{5}{36041} E = 0,014 \% E$. Vid elasticitetsbestämningar användes aldrig högst det 10:de delstrecket å armen, och detta skulle ligga på 662,21 mm. afstånd från eggen, om lilla armens medellängd 66,221 vore riktig. Nu ligger emedlertid detta streck på 662,14, hvadan ett fel af 0,07 mm. uppstår. Hade lilla armens största uppmätta afstånd varit rätt, hade det 10:de strecket bort ligga på 662,29 mm., och felet hade då blifvit 0,15 mm. Nu är emedlertid dels visarens afstånd från hängselrullens midtpunkt sannolikt 0,02 mm. oriktig, dels kan ej inställningen göras nogare än på några tiondedelar af mm., hvadan möjligt fel i stora armen antages = 0,5 mm. och för detta värde på δm fås $\delta E_2 = E \frac{0,5}{662,14} = 0,075 \% E$. Lilla armen n är antagen = 66,221 och största aflästa längd är = 66,229. För skillnaden $0,008 = \delta n$ erhålles $\delta E_3 = \frac{0,008}{66,221} E = 0,012 \% E$ och summan af dessa 3:ne fel, om de skulle addera sig, uppgår blott till 0,1 %.

Vid afläsningen af förlängningen torde ej större fel än 0,1 skaldel behöfva antagas, och som de erhållna skaldelarna för de begagnade tillskotten i belastning i allmänhet voro 9 å 10, erhålles $\delta E_4 = \frac{0,1}{10} E = 1 \% E_1$.

Diametern af de undersökta trådarna ligger mellan 1 och 2 mm. För 2 mm. diamet. blir $r = 1$, och som diametern kunde afläsas på 0,005 mm. blir $\frac{2\delta r}{r} = \frac{0,005}{1}$ och $\delta E_5 = \frac{0,005}{1} E = 0,5 \%$ af E för de gröfsta trådarna och tydligtvis dubbelt så stort för de finaste.

Skulle samtliga möjliga fel lägga sig tillsammans, uppkommer således för de finaste trådarna 2,1 % och för de gröfsta 1,6 %. Det sannolika felet bör tydligtvis skattas betydligt lägre.

Då resultat, erhållna från samma tråd, skola jämföras, kan felet, som uppkommer genom en oriktig bestämning af radien, lemnas utan afseende, och vid de bestämningar, der armen fått vara oförändrad och blott vigterna ökas, bortgår äfven en del af de fel, som de i täljaren stående variablerna kunnat åstadkomma.

Vid beräkning af den permanenta förlängning (0,00005 af trådens ursprungl. längd), som utgör den Wertheimska elasticitetsgr., har jag förut antagit såsom bevisadt, att de elastiska förlängningarna äro proportionella mot belastningen *utefter hela belastningsskalan*, och med detta antagande till utgångspunkt fann jag, att i medeltal af 82 jerltrådar med kolhalt från 0,045 till 1 % och tillverkade enligt Lancashire-, Martin- eller Bessemermetoden, den Wertheimska elasticitetsgränsen låg vid 40,5 kilo och enligt galvanometermetern vid 46. Då emedlertid detta antagande syntes mig böra närmare undersökas, men de båda sträckbänkar, som förut användts, voro för ändamålet olämpliga, upptogs först denna fråga till undersökning, och härvid användes dels jerltråd från Fagersta, dels pianotråd af »Smith's patent steel music wire», godhetsfullt erhållen genom läraren i pianostämning vid musikaliska akademien, herr musikdirektör V. KARLSSON, dels messingtråd från Skultuna, dels tråd af s. k. deltametall, inköpt i en härvarande »messingsbod» och vid Skultuna efter gifna föreskrifter dragen till tråd. En del af den erhållna jerltråden eller bättre sagdt ståltråden, då dess kolhalt ligger mellan 0,4 och 0,55 %, skiljer sig från de förut undersökta trådarna deri, att den varit *härddad* och derigenom erhållit egenskaper, som blifva för denna trådsort egendomliga. Huru dessa uppfattas af fackmännen, framgår af följande rader ur ett bref från Ingeniör BRINELL, som jag tager mig friheten anföra: »så snart högre brottbelastning än 70 à 80 kilo pr qv.mm. fordras, härddas och anlöpes tråden samt drages efter anlöpningen. Genom denna sista dragning vinner tråden både i brottbelastning och förmåga att motstå upprepade böjningar. Till en viss del kan man hos ohärddad tråd framkalla samma egenskaper som hos härddad endast genom flera drag, men då mycket stor brottbelastning ifrågakommer, måste härddningen tillgripas».

De här strax efter anförda Fagersta-trådarna voro alla härddade, och deras öfriga egenskaper återfinnas i en tabell längre fram. Här upptages i 4:de kolumnen den utgångsbelastning, vid hvilken elasticitetskoefficienten blifvit bestämd; i 5:te kol. hvar

denna belastning ligger i förhållande till brottbelastningen. Tillskottet i belastningen har hos alla ståltrådarna varit 10 kilo, hos trådar af messing och deltametall 1:a sträckn. 5, 2:a 10 kilo.

Tab. I.

N:r i försöks-serien.	Antal drag.	Total brott-belastning.	Utgångs-belastning		Elasticitets-koeficient.	Medeltal.	Anmärkningar.	
			i kilo.	i %.				
A. Fagersta-tråd, härdad.								
5	1	225	50,5	22	19720	20310	* Den ovanligt stora skillnaden tyder på någon abnormitet.	
			101	44	20250			
			125	55	20970			
6	4	180	50	27	21880	23430		
			100	55	23880			
			160	88	24510			
7	5	145	52,5	36	21820*	25620		
			105	72	29530			
8	6	130	50	38	21220	21280		
			100	77	21340			
9	7	125	50	40	21800	21850		
			90	72	21900			
B. Pianotråd.								
17	—	170	25	15	23320	23940	Antagligen dragen flera gånger efter sista glödging.	
			50	29	23840			
			75	44	24000			
			155	91	24600			
18	—	130	25	19	23680	23890		
			50	39	24100			
B. Pianotråd.								
19	—	125	50	40	23690	24000		
			70	56	23730			
			100	80	24590			
C. Messingstråd.								
30	2	175	52,5	30	8120	8660		
			105	60	9210			
D. Tråd af deltametall.								
29	2	250	52,5	21	8690	9170		
			105	42	9380			

Af dessa siffror framgår otvetydigt, att, äfven om man beräknar största möjliga fel, trådarnas elasticitetskoefficienter visa tendens att stiga, d. v. s. med andra ord, att ju mera tråden anstränges, ju större motstånd gör den mot en *elastisk* förlängning och den antagna satsen, att *den elastiska förlängningen är proportionel mot belastningen gäller således endast inom vissa jmförelsevis små gränser.*

I stort *aftager* den elastiska förlängningen med belastningen, och detta mest hos de trådar, som genomgått ett mindre antal draghål sedan glödningen. Hos trådar, som äro hårddragna, ex. n:o 8, 9, 17, 18, 19, blir skillnaden mellan elasticitetskoefficienterna å olika ställen af belastningsskalan mindre betydande och närmar sig gränserna för observationsfelen. Det torde kanske behöfva nämnas, att vid bestämning af den elastiska förlängningen sträckningen så länge upprepats, att konstanta afläsningar erhållits.

Då trådarna under sträckningen i stort förhållit sig på alldeles samma sätt, som de i förra afhandlingen upptagna protokollen öfver der behandlade trådar visa, är det onödigt att här anföra annat än slutresultaten af undersökningarna, så vidt de kunna läggas till grund för några jmförelser.

Liksom i förra afhandlingen menas i följande tabeller med indifferenspunkt den belastning, för hvilken afkylningen genom den elastiska förlängningen fullständigt upphäfves genom uppvärmningen af den permanenta. Denna punkt tillkännagifves af ett galvanometerutslag = ± 0 . Med galvanometerelast.-gräns menas den sista belastning, för hvilken afkylningen är proportionel mot belastningen, och denna punkt ligger *något öfver* den Wertheimska elasticitetsgränsen. Den totala förlängningen är uträknad i proc. af trådens ursprungliga längd och gör endast anspråk på att vara en ungefärlig bestämning, då förlängningen tydligtvis beror på sättet för afslitningen och är beroende af den tid, hvarunder den afslitande kraften verkar. Några af trådarna, särskildt de af messing och deltametall, voro dessutom behäftade med småbugar, hvadan ingen säkerhet finnes för att

de första belastningarna förmådde spänna tråden fullt rak. Med *total* brottbelastning har jag menat den belastning, som afslet tråden i sin helhet, och med brottbelastning som vanligt belastningen å ytenheten.

Tab. II.

Utdrag ur förra afhandl. sid. 178—180.

Bessemertråd.						Martintråd.					
Nr i serien.	Kol %.	Diameter.	Drag.	Brotbelastn.	Elasticitets-koefficient.	Nr i serien.	Kol %.	Diameter.	Drag.	Brotbelastn.	Elasticitets-koefficient.
60	0,1	3,0	3	70	18800	67	0,12	3,4	1	58	20100
62	"	3,1	1	58	18700	74	"	3,1	2	52	19100
63	"	2,6	2	70	18200	80	"	2,7	1	48	20900
65	0,19	2,0	3	88	19700	87	"	2,4	2	53	19700
		Medium		71	18850			Medium		53	19900
11	0,21	4,2	1	58	18500	68	0,28	3,4	1	59	20100
64	"	3,6	2	89	18900	77	"	3,0	2	63	19000
16	"	3,0	3	89	19700	84	"	2,5	1	61	19500
89	"	3,0	1	62	20000	81	"	2,3	2	68	19300
91	"	2,5	2	73	20000			Medium		63	19500
92	"	2,0	3	82	19800			Medium		63	19500
		Medium		75	19500	66	0,45	3,3	1	72	18100
		Medium		75,5	18800	75	"	3,0	2	78	18100
58	0,5	3,2	1	72	19100	85	"	2,5	1	73	17700
56	"	2,7	2	79	18600	78	"	2,4	2	74	17900
		Medium		75,5	18800			Medium		74	17900
14	1,01	3,8	1	103	18700			Medium		74	17900
15	"	3,4	2	92	18300			Medium		74	17900
45	"	2,8	1	84	18700			Medium		74	17900
55	"	2,3	2	94	17000			Medium		74	17900
		Medium		93	18200			Medium		74	17900

	N:r i försöks-serien.	Kolhalt %.	Diameter i mm.	S:a glödg:n. före hårdn.	Härdad eller glödgad vid en diam. af	Drag efter härdning eller glödgning.	Brottbelastning	
							Total.	å qv. mm.
A. Ståltråd från Fagersta af Bessemermetall, härdad.								
	1	0,45	1,775	4	2,3	2	315	127
	2	"	1,22	"	"	5	170	145
	3	0,55	1,04	7	1,3	2	136	165
	4	"	0,71	7	1,3	5	72,5	186
	5	0,45	1,502	5	2,1	1	225	127
	6	"	1,34	"	"	4	180	127
	7	"	1,211	"	"	5	145	126
	8	"	1,099	"	"	6	130	137
	9	"	1,00	"	"	7	125	159
	13	0,4	1,004	"	"	"	85	107
Ohärdad d:o	10	0,45	0,986	6	1,65	4	60	64
	14	0,4	1,01	"	"	"	60	75
Härdad d:o	11	0,45	0,985	7	1,25	2	100	130
	15	0,4	0,996	"	"	"	75	96
Ohärdad d:o	12	0,45	1,004	8	1,35	3	55	67
	16	0,4	1,001	"	"	"	55	70
B. Ohärdad Bessemer- och Martintråd.								
Bessemer	—	0,5	—	—	—	1—2	—	75
Martin	—	0,45	—	—	—	1—8	—	82
C. Pianotråd af »Smith's patent steel music wire».								
	17	—	0,992		märkt 17½		170	220
	18	0,60	0,939		16		130	188
	19	0,65	0,871		14		125	212
D. Legeringar.								
Nysilfver	23	—	1,41	—	—	—	110	90
Fosforbrons	26	—	0,995	—	—	—	75	96
Krombrons	27	—	1,01	—	—	—	80	100*
Siliciumbrons	28	—	0,98	—	—	—	65	86

III.

Elasticitets- koefficient, medium.	Elasticitets- gräns, bestäm- med galvan- meter.	Indifferens- punkt.	Förlängning			Anmärkningar.
			total %.	före elg.	efter elg.	
18400	79	---	—	—	—	
21300*	108	---	—	—	—	* Medium af 2 bestäm.
14500*?	---	---	—	—	—	* Bestämning gjord innan sträckbänk. förbättr.
23300*	108—120	160	—	—	—	* Medium af 3 bestäm.
20300*	---	---	0,9	—	—	* Medium af 3 bestäm.
23400	---	---	1 +	—	—	
25600*	91?	117—126	1 —	1/2	1/2	* Medium af 2 bestäm.
21300*	84	128—137	1 +	1/3	2/3	* " " 2 "
21800*	90	130	1,5	1/4	3/4	* " " 2 "
20900	50	90—170	0,8	1/4	3/4	
20600*	46	60—66	0,9	1/5	4/5	* Medium af 2 bestäm.
20000	44	60	0,7	1/3	2/3	
22000	72	110	1,2	1/5	4/5	
22100	59	83	0,9	1/3	2/3	
21500	44	54	0,7	1/3	2/3	
20300	44	60	0,6	1/3	—	
18800	55	69	—	—	—	Se förra afhandl. s. 179.
17900	44	65	—	—	—	" " " " 180.
23900	194	214	1,6	5/7	2/7	En tråd nr. 12 hade kol=0,75 %
23900	---	---	0,9	—	—	" " " 12 1/2 " " =0,78 %
24060	---	---	1,00	—	—	" " " 15 " " =0,55 %
13000	70	83	1,1	1/2	1/2	
13500	64—70	90	1,27	1/2	1/2	
12500	68	93	1,2	"	"	* Uppgif = 108.
16100	40	60—66	1,6	1/6	5/6	

Tab.

Tråd af messing

	Nr i serien.	Diameter, mm.	Drag.	Elasticitetsgräns hos		Elasticitetskoefficient hos	
				messing.	delta.	messing.	delta.
1:sta serien	29	2,1	2	—	36	—	9200*
	30	2,2	”	30	—	8600*	—
	31	1,834	3	—	44—48	—	9500*
	32	1,841	”	44	—	10800*?	—
	33	1,66	4	—	52	—	8400**
	34	1,695	”	50	—	9500	—
	35	1,52	5	—	58	—	8800
	36	1,59	”	41	—	9600	—
			Medium	41	48	9600	9000
2:dra serien	37	1,34	3	—	45	—	9900
	38	”	”	45	—	10600	—
	39	1,15	4	—	42—47	—	10000
	40	1,144	”	53	—	10200	—
	41	1,00	5	—	42	—	9900
	42	”	”	42	—	10400	—
				Medium	46	44	10400
3:dje serien Alla trådarna samma diame- ter, uppgifven till 1 mm.	43	1,004	1	—	42*	—	10000
	44	1,008	”	40*	—	11200	—
	45	0,997	2	—	42*	—	10000
	46	1,00	”	42*	—	10800	—
	47	0,997	3	—	42	—	9900
	48	1,00	”	42*	—	10400	—
	49	0,98	4	—	42	—	10300
	50	1,00	”	44	—	10400	—
				Medium	42	42	10700
			Medium af alla 3 serierna	43	45	10200	9600

IV.

och deltametall.

Total brottbelastning.		Brottbelastn. å qv.mm.		Indifferenspunkt.		Skiln. mellan brott o. indiff.		Anmärkningar.
Mes-sing.	Delta.	Mes-sing.	Delta.	Mes-sing.	Delta.	Mes-sing.	Delta.	
—	250	—	72	—	64	—	8	* Medium af 2 bestämn.
175	—	46	—	42	—	4	—	
—	215	—	82	—	70	—	12	
175	—	66	—	59	—	7	—	** Medium af 3 bestämn.
—	180	—	83	—	69	—	14	
155	—	69	—	60	—	9	—	
—	155	—	86	—	75	—	11	
145	—	73	—	63	—	10	—	
—	—	63	81	56	69	7,5	11	* Elasticitetsgränsen antagligen hit upplyttad genom utgångsbelastningen.
—	105	—	74	—	67	—	7	
105	—	74	—	67	—	7	—	
—	90	—	86	—	70	—	16	
80	—	77	—	68	—	9	—	
—	70	—	89	—	77	—	12	
65	—	83	—	77	—	6	—	
—	—	78	83	70	71	7	11	
—	55	—	69	—	51	—	18	
44	—	55	—	44	—	11	—	
—	70	—	90	—	63	—	27	
55	—	70	—	56	—	14	—	
—	65	—	83	—	64	—	19	
70	—	70	—	63	—	7	—	
—	70	—	93	—	66	—	27	
65	—	74	—	63	—	11	—	
—	—	67	84	56	61	11	23	
—	—	69	83	61	67	8	15	

Vid undersökning af siffrorna i förestående tabell III framgår, att brottbelastningen hos de *härdade* trådarna är betydligt större än hos motsvarande *ohärdade* trådar. Hos n:o 11 med en kolhalt af 0,45 % är brottbelastningen dubbelt så stor som motsvarande trådar n:o 10 och 12. Hos n:o 15 med kolhalt 0,4 % uppgår den icke till 50 % mer än hos motsvarande trådar 14 och 16. En relativt liten höjning af brottbelastn. visar ock n:o 13, och trådarna med 0,4 % kolhalt visa för sin del, att härdningen har större verkan på en tråd af högre kolhalt. Det intryck, som de härdade trådarna 1—9 tillsammans gifva, är att deras brottbelastn. är ungefär dubbelt så stor som hos de ohärdade, och till dessa sistnämnda få då ock räknas de från förra afhandlingen citerade bessemer- och martin-trådarna af närmevis samma kolhalt. Hos pianotrådarna uppgår brottbelastn. till ungefär 3 ggr så mycket som hos de ohärdade. Att brottbelastn. äfven hos den härdade tråden skall stiga med dragens antal, var tydligtvis att vänta.

För att klargöra elasticitetskoefficientens egenskaper har ett utdrag ur förra afhandlingen gjorts å tab. II. Af de härdade trådarna 1—9 skulle man möjligtvis vilja draga den slutsatsen, att el.-koef. stiger med dragens antal. Samma antydan göra ock en del af bessemertrådarna. De öfriga bessemertrådarna samt martintrådarna visa emellertid ett motsatt förhållande, och då möjliga observationsfel kunna förändra 3:dje siffran i elast.-koef. med ungefär 2 enheter, måste frågan om dragens inflytande på el.-koef. lemnas öppen, så framt man ej helt enkelt vill förneka detsamma, hvartill skäl synes finnas.

Trådarna 9, 13, 10, 14, 12, 16 visa att el.-koef. stiger med *kolhalten*, men detta motsäges af 11 och 13 samt ännu tydligare af martintrådarna, hvilka med stigande kolhalt visa en fallande el.-koef. Något bestämdt inflytande på el.-koef. af kolhalten framgår således ej af försöken; anmärkningsvärd är emellertid den regelbundenhet, som hos martintrådarna visa sig, och som der antyder, att el.-koef. aftager med stigande drag och kolhalt. Antagligen inverka de faktorer, som ej här kunnat medtagas i

beräkningen, på oregelbundenheterna hos bessemertrådarna, och den något varierande kolhalt, som en del af dessa trådar haft, fastän de tillhörde samma serie (ex. 62, 63, 65) gör i förening med oregelbundenheterna i el.-koef. det ovisst, huruvida dessa trådar verkligen tagits från ämnesjern af samma blåsning.

Härdningen åter synes visa sträfvän efter att höja el.-koef. En märkvärdigt hög sådan hafva pianotrådarna, och deras förhållande under sträckningen visade, att de genomgått flera drag efter glödgning eller härd. Den permanenta förlängningen tilltog så jemnt och regelbundet, och galvanometerutslagen föllo med så små differenser, att el.-gränsens läge blef med de använda belastningstillskotten osäker; den ligger under alla omständigheter högt, en egenskap, som de härdade Fagersta-trådarna ha gemensam med pianotrådarna, fastän ej i så hög grad. Dessa båda grupper af trådar utmärka sig ock framför de ohärdade n:r 10, 14, 12, 16 genom en stor total förlängning före brottet.

Rörande trådarna under rubriken *D* bör nämnas, det n:r 26, 27 och 28 erhållits från Stockholms allm. telefonbolag och att 26 är den, som der användes till ledningar. Enligt analys af kem. tekn. byrån (Dr SCHOLANDER) innehåller n:r 26 97,120 % koppar, 2,800 % tenn och 0,106 % fosfor. 27 och 28 hafva tillhört proftråd, som ej hos bolaget kommit till någon användning.

Vid tab. IV får meddelas, att deltametallen från en stång af 11 à 12 mm. diameter är utdragen till tråd och fullkomligt lika behandlad med afseende på drag och glödgning som motsvarande messingstrådar; att deltatråden ej till utseendet kan af ett ovant öga skiljas från messingstråden, men ger sin jernhalt tillkänna genom den tydliga inverkan han utöfvar på en magnetnål. Så kunde t. ex. på detta sätt trådarna 37 och 38 kontrolleras, hvilka gifva anledning till misstanke om förväxling.

I de båda sista kolumnerna af tab. IV är den *belustning* på ytenheten upptagen, som bringar tråden ifrån indifferenspunkten till brott. Dessa tal ha tillkommit för att lemna någon föreställning om trådens hela förlängning innan den springer. Messingstråden förhåller sig i detta hänseende olika med delta-

tråden, men den stora totala förlängning, som båda trådsorterna visade, hade nödvändiggjort en liten förändring af sträckbänken för att säkert och bekvämt kunna uppmätas, och då tiden ej medgaf detta, måste nyssnämnda siffror gälla för hvad de förmå. Att de *kunna* hafva en ungefärlig motsvarighet i förlängning, framgår af trådarna n:r 45 och 46, ty dessa äro undersökta i detta hänseende. N:r 45 eller deltatråden visade dervid en total förlängning före brottet af 2,3 % af trådens ursprungliga längd, och af dessa komma 0,3 % före indif.-punkten och 2 % efter. Messingstråden n:r 46 visade en total förlängning af blott 1,4 %, deraf 0,5 före och 0,9 % efter indif.-punkt. Deltatråden kan således uttänjas *nästan* dubbelt så mycket som messingstråden och fullt dubbelt så mycket som ståltråden. Den *elastiska* förlängningen är för samma tillskott i belastningen dubbelt så stor hos deltatråden som hos jerltråden, men obetydligt större än hos messingstråden. Deltatråden har samma absoluta hållfasthet som de kolrikare och hårddragna ståltrådarna. I öfrigt torde få hänvisas till siffrorna direkt.

ÖFVERSIGT

AF

KONGL. VETENSKAPS-AKADEMIENS FÖRHANDLINGAR.

Årg. 45.

1888.

N^o 7.

Onsdagen den 12 September.

INNEHÅLL:

Öfversigt af sammankomstens förhandlingar.....	sid. 417.
LINDMAN, Om några definita integraler.....	» 421.
BERGER, De Bernoulliska talens och funktionernas teori, baserad på ett system af funktionaleqvationer.....	» 433.
MÖLLER, Zur Theorie der singulären Lösung einer partiellen Differentialgleichung mit zwei unabhängigen Variabeln.....	» 463.
HELLSTRÖM, Om några derivat af α_1 - β_1 -diklornaftalin.....	» 475.
HAMBERG, Om kristalliseradt, gediget bly från Pajsberg.....	» 483.
LILLIEHÖÖK, Vattenhöjdsörändring i Altenfjord.....	» 491.
BRÖGGER och BÄCKSTRÖM, Ueber den Dahllit, ein neues Mineral von Ödegården, Bamle, Norwegen.....	» 493.
NORDENSKIÖLD, Om ett den 5 och 6 Februari 1888 i Schlesien, Mähren, och Ungern med snö nedfallet stoff.....	» 497.
Skänker till Akademiens bibliotek.....	sidd. 419, 432, 462, 474.

Tillkännagafs, att Akademiens Fysiker och inländske ledamot Professor ERIK EDLUND, samt dess utländske ledamot Professor RUDOLF CLAUSIUS i Bonn med döden afgått.

Reseberättelser hade blifvit afgifna af Letterstedtska stipendiaterne Docenterne K. PIEHL och S. ARRHENIUS, af hvilka den förre under åren 1887 och 1888 utfört en resa till Egypten för egyptologiska studier, och den senare under åren 1886—1888 besökt ryska Östersjöprovinserna, Tyskland och Nederländerna för studier i fysikalisk kemi.

Hr GYLDÉN redogjorde för innehållet af en af honom sjelf författad uppsats: »Bevis för en sats, som berör frågan om planetsystemets stabilitet» (se Bihang till K. Vet.-Akad. Handl.),

och dels förevisade och beskref en af instrumentmakaren G. SÖRENSEN förfärdigad räknemaskin.

Hr Frih. NORDENSKIÖLD dels refererade en uppsats af Friherre v. CAMERLANDER i Wien om det stora stoftfallet i Schlesien, Mähren och Ungern den 5 och 6 sistlidne Februari*, dels förevisade ett nytt arseniat från Pajsberg, hvilket han gifvit namnet Brandtit efter upptäckaren af koboltens och arsenikens metalliska natur, Myntvärdien GEORG BRANDT, som afled år 1768, och dels redogjorde för en af studeranden A. HAMBERG inlemnad uppsats om kristalliseradt gediget bly från Pajsberg*.

Hr NILSON meddelade och refererade en af honom sjelf och Professor O. PETERSSON författad uppsats: »Sur deux nouvelles chlorures d'indium, et sur la densité de vapeur des chlorures d'indium, de gallium, de fer et de chrome» (se Bihang etc.).

Hr MITTAG-LEFFLER öfverlemnade en uppsats af Docenten A. BERGER: »De Bernoulliska talens och funktionernas teori, baserad på ett system af funktionaleqvationer»*.

Sekreteraren öfverlemnade på författarnes vägnar följande inlemnade uppsatser: 1) »Om några definitiva integraler», af Lektor C. F. LINDMAN*; 2) »Zur Theorie der singulären Lösung einer partiellen Differentialgleichung mit zwei unabhängigen Variablen», af Docenten J. MÖLLER*; 3) »Om vattenhöjdsförändring i Altenfjord», af Kommendören C. B. LILLIEHÖÖK*; 4) »Iakttagelser vid kondensation af vattenånga i en fuktig, elektrisk atmosfär», af Öfveringenjören S. A. ANDRÉE (se Bihang etc.); 5) »Om en hos eremitkräftor lefvande annelid», af Docenten A. WIRÉN (se Bihang etc.); 6) »Galvanometriska mätningar öfver det inflytande en elektrisk gnista utöfvar på en annan», af Docenten C. A. MEBIUS (se Bihang etc.); 7) »Ueber den Gefrierpunkt verdünnter wässriger Lösungen», af Docenten S. ARRHENIUS (se Bihang etc.); 8) »Om några derivat af α_1 - och β_1 -diklornaftalin», af Fil. Kandidaten P. HELLSTRÖM*; 9) »Om den tidigare förekomsten af Felis catus i Skåne», af Professor A. QVENNERSTEDT (se Bihang etc.); 10) »Ueber den Dahllit, ein neues Mineral von Öde-

gården, Bamle, Norwegen», af Professor W. C. BRÖGGER och studeranden H. BÄCKSTRÖM*.

Följande skänker anmäldes:

Till Vetenskaps-Akademiens Bibliothek.

Stockholm. *Stadsfullmäktige.*

Berättelse angående Stockholms kommunalförvaltning. Årg. 19 (1886). 8:o.

Kristiania. *K. Norska universitetet.*

Universitets-Bibliothekets Aarbog. Aar 1887. 8:o.

Nyt Magazin for Naturvidenskaberne. Bd. 31: H. 2. 1887. 8:o.

— *Den geologiske Undersøgelse.*

REUSCH, H., Bömmelöen og Karinöen med Omgivelser geologisk beskrevne. Kra. 1888. st. 8:o.

— *Videnskabs-Selskabet.*

Forhandlinger. Aar 1887. 8:o.

Baltimore. *Peabody institute.*

Annual report. 21 1888⁷/₇. 8:o.

Batavia. *K. Natuurkundig Vereeniging in Nederlandsch-Indië.*

Natuurkundig Tijdschrift voor Nederlandsch-Indië. Deel 47. 1888. 8:o.

Berlin. *K. Akademie der Wissenschaften.*

Abhandlungen. Jahr 1887. 4:o.

Sitzungsberichte. Jahr 1888: N:o 1—20. 8:o.

BORCHARDT, C. W., Gesammelte Werke, hrsg. von G. HETNER. Berlin 1888. 4:o.

Politische Correspondenz Friedrichs des grossen. Bd. 16. Berlin 1888. 8:o.

— *Entomologischer Verein.*

Berliner entomologische Zeitschrift. Bd. 32 (1888): H. 1. 8:o.

— *Commission für die Beobachtung des Venus-Durchgangs.*

AUWERS, A., Die Venus-Durchgänge 1874 und 1882. Bericht über die Deutschen Beobachtungen. Bd. 3. Berlin 1888. 4:o.

— *Physikalische Gesellschaft.*

Verhandlungen. Jahrg. 6 (1887). 8:o.

Die Fortschritte der Physik. Jahrg. 38 (1882): Abth. 1—3. 8:o.

Besançon. *Académie des sciences, belles-lettres & arts.*

Mémoires. Année 1887. 8:o.

Bonn. *Naturhistorischer Verein der Preussischen Rheinlande, &c.*

Verhandlungen. Jahrg. 45 (1888): H. 1. 8:o.

Breslau. *Schlesische Gesellschaft für vaterländische Cultur.*

Jahresbericht. 65 (1887). 8:o.

Cambridge, U. S. *Museum of comparative zoology.*

Bulletin. Vol. 13: 6—10; 14—16: 1; 17: 1. 1887—88. 8:o.

Canada. *Geological and natural history survey.*

Rapport annuel. (2) Vol. 2 (1886). 8:o.

Dorpat. *Naturforscher-Gesellschaft bei der Universität Dorpat.*

Schriften. N:o 2—4. 1887—88. 4:o.

Sitzungsberichte. Bd. 8: H. 2 (1887). 8:o.

Dublin. *R. Irish academy.*

Transactions. Vol. 29: P. 1—2. 1887. 4:o.

»Cunningham memoirs.» N:o 4. 1887. 4:o.

Proceedings: Science. (2) Vol. 4: N:o 6. 1888. 8:o.

» Polite literature and antiquities. (2) Vol. 2: N:o 8.
1888. 8:o.

List of the papers published in the Transactions, Cunningham memoirs and Irish Manuscript series 1786—1886. 1887. 4:o.

— *R. Dublin society.*

Scientific transactions. (2) Vol. 3: 14; 4: 1. 1887—88. 4:o.

Scientific proceedings. (2) Vol. 5: P. 7—8; 6: 1—2. 1887—88. 8:o.

Edinburgh. *Royal Society.*

Transactions. Vol. 30: P. 4; 31—32: 2—4; 33: 1—2. 1883—88. 4:o.

Proceedings. Vol. 12: 2; 13: 1—2; 14(1883/87). 8:o.

— *R. Physical society.*

Proceedings. Vol. 9: P. 2(1886/87). 8:o.

Erlangen. *Physikalisch-Medicinische Societät.*

Sitzungsberichte. H. 19(1886/87)—20(1887).

Genève. *Institut national Genevois.*

Bulletin. T. 28. 1888. 8:o.

Genova. *Museo civico di storia naturale.*

Annali. Vol. 23—25. 1886—88. 8:o.

Granville, U. S. *Denison university.*

Bulletin of the scientific laboratories. Vol. 1—3. 1885—88. 8:o.

Hamburg. *Naturhistorisches Museum.*

Bericht. Jahr 1887. 8:o.

Harlem. *Hollandsche Maatschappij der Wetenschappen.*

HUYGENS, CHR., Oeuvres complètes publiées par la Société Hollandaise des sciences. T. 1. La Haye 1888. 4:o.

Jena. *Medizinisch-naturwissenschaftliche Gesellschaft.*

Jenaische Zeitschrift. Bd. 22: H. 1—2. 1888. 8:o.

Kharkow. *Société des sciences expérimentales...*

Trudi.—Travaux. Année 1886/88. 8:o.

Kjobenhavn. *K. Danske Videnskabernes Selskab.*

Skrifter. (6) Naturvidenskabelig og matematisk Afd. Bd. 4: 6—7. 1887—88. 4:o.

» » Historisk og filosofisk Afd. Bd. 2: 1. 1888. 4:o.

Oversigt. Aar 1887: 3.

— *Carlsberg Laboratoriet.*

Meddelelser. Bd. 2: H. 5. 1888. 8:o.

Konigsberg. *Physikalisch-Ökonomische Gesellschaft.*

Schriften. Jahrg. 28(1887). 4:o.

Lansing. *State board of agriculture of Michigan.*

Annual report. 26(1886/87). 8:o.

Lausanne. *Société Vaudoise des sciences naturelles.*

Bulletin. Vol. 23: N:o 97. 1888. 8:o.

(Forts. å sid. 432.)

Om några definitiva integraller.

Af C. F. LINDMAN.

[Meddeladt den 12 September 1888.]

$$I. \quad I_1 = \int_0^{\infty} e^{-px^2} \sin qxdx.$$

På denna integral finnas i BIERENS DE HAAN's arbeten *tre* olika värden, alla uttryckta genom faktulteter, hvilka jag dock utbytt mot gamma-funktioner, emedan dessa synas vanligare än de förra. I sina *anciennes tables* (Amsterdam 1858) har han en af LEGENDRE framställd formel, genom hvilken man lätt erhåller

$$I_1 = \int_0^{\infty} e^{-px^2} \sin qxdx = \frac{1}{2} \sum_{\nu=0}^{\nu=\infty} \frac{(-1)^{\nu} \Gamma(\nu+1)}{\Gamma^2(\nu+1)} \cdot \frac{q^{2\nu+1}}{p^{\nu+1}}. \quad (1)$$

I sin *Exposé* (sid. 490) gifver B. D. H. ett värde på $\int_0^{\infty} e^{-y^2} \sin p'y dy$, som, om man deri gör $y = x\sqrt{p}$, $p' = \frac{q}{\sqrt{p}}$, leder till

$$I_1 = \frac{1}{2} \sum_{\nu=0}^{\nu=\infty} \frac{(-1)^{\nu} \Gamma(\nu+2)}{\Gamma(2\nu+3)} \cdot \frac{q^{2\nu+1}}{p^{\nu+1}}, \quad (2)$$

men uti *nouvelles tables* (Amsterdam 1867) finner man (sid. 385)

$$I_1 = \sum_{\nu=0}^{\nu=\infty} \frac{(-1)^{\nu} \Gamma(\nu+2)}{\Gamma(2\nu+3)} \cdot \frac{q^{2\nu+1}}{p^{\nu+1}}. \quad (3)$$

Här hafva vi alltså *tre* olika värden, af hvilka blott *ett* kan vara riktigt, och skola undersöka, huru härmed förhåller sig.

Huru LEGENDRE fått den af honom gifna formeln, är mig obekant, men sannolikt har han satt

$$\sin qx = \sum_{\nu=0}^{\nu=\infty} \frac{(-1)^\nu q^{2\nu+1} x^{2\nu+1}}{\Gamma 2(\nu+1)}.$$

Då man så gör, befinnes

$$I_1 = \sum_{\nu=0}^{\nu=\infty} \frac{(-1)^\nu q^{2\nu+1}}{\Gamma 2(\nu+1)} \int_0^\infty e^{-px^2} x^{2\nu+1} dx;$$

men enligt Tab. 114 N:o 9 (Anc. Tab.) är

$$\int_0^\infty e^{-px^2} x^{2\nu+1} dx = \frac{\Gamma(\nu+1)}{2p^{\nu+1}}, \quad (4)$$

samt följaktligen

$$I_1 = \frac{1}{2} \sum_{\nu=0}^{\nu=\infty} \frac{(-1)^\nu \Gamma(\nu+1)}{\Gamma 2(\nu+1)} \cdot \frac{q^{2\nu+1}}{p^{\nu+1}},$$

som öfverensstämmer med (1).

På dylikt sätt har B. D. H. fått (2), men har dervid satt (4) = $\frac{1^{\nu+1/1}}{2p^{\nu+1}}$ och på detta sätt fått $(\nu+2)^{\nu+1/1}$ i nämnarn, hvilket alltså är falskt och tillika oriktigt deruti, att det då bort stå $(\nu+2)^{\nu'1}$. Formeln (3) har samma fel, men derjemte det, att faktorn $\frac{1}{2}$ saknas.

Ehuru af det nu anförda framgår, att endast form. (1) är riktig, må integralen äfven på ett annat sätt sökas. Om man differentierar i afseende på q , befinnes

$$\frac{dI_1}{dq} = \int_0^\infty x e^{-px^2} \cos qx dx.$$

Genom att integrera delvis, finner man

$$\int x e^{-px^2} \cos qx dx = -\frac{e^{-px^2}}{2p} \cos qx - \frac{q}{2p} \int e^{-px^2} \sin qx dx$$

samt, då gränserna införas,

$$\frac{dI_1}{dq} = \frac{1}{2p} - \frac{qI_1}{2p}.$$

Då denna eqvation integreras, fås (konst. = 0)

$$I_1 = \frac{e^{-\frac{q^2}{4p}}}{2p} \int e^{\frac{q^2}{4p}} dq = \frac{e^{-\frac{q^2}{4p}}}{2p} \int_0^q e^{\frac{z^2}{4p}} dz. \quad (5)$$

På detta sätt har man således endast fått den sökta integralen uttryckt genom en annan dylik, hvilken dock kan fås genom KRAMPS tabell. Det i (1) funna värdet kan dock äfven ur (5) erhållas. Man kan näml. skrifva

$$I_1 = \frac{1}{2p} \int_0^q e^{-\frac{q^2-z^2}{4p}} dz$$

samt utveckla i serie. Då befinnes

$$I_1 = \frac{1}{2p} \sum_{\nu=0}^{\nu=\infty} \frac{(-1)^\nu}{(4p)^\nu \Gamma(\nu+1)} \int_0^q (q^2 - z^2)^\nu dz$$

eller, om man gör $z = q \sin \varphi$,

$$I_1 = \frac{1}{2p} \sum_{\nu=0}^{\nu=\infty} \frac{(-1)^\nu q^{2\nu+1}}{2^{2\nu} p^\nu \Gamma(\nu+1)} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^{2\nu+1} \varphi d\varphi.$$

Som man nu har

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^{2\nu+1} \varphi d\varphi = \frac{1}{2} \sqrt{\pi} \cdot \frac{\Gamma(\nu+1)}{\Gamma\left(\nu + \frac{3}{2}\right)},$$

så blir

$$I_1 = \frac{1}{2} \sum_{\nu=0}^{\nu=\infty} \frac{(-1)^\nu q^{2\nu+1}}{2^{2\nu} p^\nu} \cdot \frac{\sqrt{\pi}}{2\Gamma\left(\nu + \frac{3}{2}\right)}.$$

Betänker man vidare relationen

$$\Gamma\left(\nu + \frac{3}{2}\right) = \frac{2\nu+1}{2} \cdot \frac{\sqrt{\pi} \Gamma(2\nu+1)}{2^{2\nu} \Gamma(\nu+1)} = \frac{\sqrt{\pi} \Gamma 2(\nu+1)}{2^{2\nu+1} \Gamma(\nu+1)},$$

så finner man

$$I_1 = \frac{1}{2} \sum_{\nu=0}^{\nu=\infty} \frac{(-1)^\nu \Gamma(\nu+1)}{\Gamma 2(\nu+1)} \cdot \frac{q^{2\nu+1}}{p^{\nu+1}}$$

eller just form. (1).

$$\text{II. } I_2 = \int_0^1 \mathcal{U}\Gamma(x + p)dx.$$

I Öfversigt af Kongl. Vet.-Akad:s Förhandlingar för år 1856 har Lektor E. G. BJÖRLING lemnat en synnerligen omsorgsfull och god härledning af denna integrals värde under förutsättning att p är ett helt tal. Man kan då fråga, om formeln saknar giltighet, i händelse att p icke är helt tal. För att utröna detta vill jag ånyo härleda integralen efter en metod¹⁾ hos BIERENS DE HAAN, som sjelf använder den för att bestämma $\int_0^1 \mathcal{U}\Gamma(x)dx$. Likväl synes det mig vara bättre att först söka

$$I = \int_0^1 \mathcal{U}\Gamma(x + 1)dx,$$

i hvilken derivatan aldrig blir oändlig mellan gränserna, ej heller för någondera af dem. Insättes $1 - x$ i stället för x , så blir

$$I = \int_0^1 \mathcal{U}\Gamma(2 - x)dx$$

och genom addition fås

$$2I = \int_0^1 \mathcal{U}\Gamma(x + 1)\Gamma(2 - x)dx.$$

Emedan man har

$$\begin{aligned} \mathcal{U}\Gamma(x + 1)\Gamma(2 - x) &= \mathcal{U}x + \mathcal{U}(1 - x) + \mathcal{U}\Gamma(x)\Gamma(1 - x) \\ &= \mathcal{U}x + \mathcal{U}(1 - x) + \mathcal{U}\pi - \mathcal{U}\sin \pi x \end{aligned}$$

befinnes

$$2I = \int_0^1 \mathcal{U}x dx + \int_0^1 \mathcal{U}(1 - x)dx + \mathcal{U}\pi - \int_0^1 \mathcal{U}\sin \pi x dx.$$

Nu är

$$\int_0^1 \mathcal{U}x dx = -1; \quad \int_0^1 \mathcal{U}(1 - x)dx = -1$$

$$\int_0^1 \mathcal{U}\sin \pi x dx = \frac{2}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \mathcal{U}\sin y dy = -\mathcal{U}2;$$

¹⁾ Exposé, Amsterdam 1862, sid. 265.

till följd deraf blir

$$I = \frac{1}{2}l2\pi - 1. \quad (6)$$

På grund af en känd egenskap hos Gamma-funktionen är

$$l\Gamma(x+p) = l(x+p-1) + l(x+p-2) + \dots + l(x+1) + l(x+1) \quad (A)$$

samt följaktligen

$$I_2 = \sum_{\nu=1}^{\nu=p-1} \int_0^1 l(x+p-\nu) dx + \frac{1}{2}l2\pi - 1.$$

Med lätthet finner man

$$\int_0^1 l(x+p-\nu) dx = (p+1-\nu)l(p+1-\nu) - (p-\nu)l(p-\nu) - 1$$

samt

$$I_2 = \sum_{\nu=1}^{\nu=p-1} (p+1-\nu)l(p+1-\nu) - \sum_{\nu=1}^{\nu=p-1} (p-\nu)l(p-\nu) - p + \frac{1}{2}l2\pi.$$

Om man i den senare summan insätter $\nu - 1$ i stället för ν , finnes

$$\sum_{\nu=1}^{\nu=p-1} (p+1-\nu)l(p+1-\nu) - \sum_{\nu=2}^{\nu=p} (p+1-\nu)l(p+1-\nu) = plp$$

samt slutligen

$$I_2 = \frac{1}{2}l2\pi + plp - p. \quad (7)$$

Att p äfven kan vara = 0 följer deraf att man har $\Gamma(x+1) = x\Gamma(x)$, alltså

$$l\Gamma(x) = l\Gamma(x+1) - lx$$

samt

$$\begin{aligned} \int_0^1 l\Gamma(x) dx &= \int_0^1 l\Gamma(x+1) dx - \int_0^1 lx dx \\ &= -1 + \frac{1}{2}l2\pi + 1 = \frac{1}{2}l2\pi, \end{aligned}$$

hvilket ock fås, om man i (7) gör $p = 0$.

Sedan vi nu sett, att formeln (7) gäller, då p är ett helt tal eller 0, skola vi undersöka, huru det är, om p är ett egentligt bråk. För den skull skola vi betrakta integralen

$$I_\alpha = \int_0^1 \mathcal{L}\Gamma(1 + \alpha - x) dx,$$

hvarst $1 \geq \alpha \geq 0$. Genom sönderdelning fås först

$$I_\alpha = \int_0^\alpha \mathcal{L}\Gamma(1 + \alpha - x) dx + \int_\alpha^1 \mathcal{L}\Gamma(1 + \alpha - x) dx.$$

Om man i den förra gör $\alpha - x = y$, i den senare $x - \alpha = y$, så fås

$$I_\alpha = \int_0^\alpha \mathcal{L}\Gamma(1 + y) dy + \int_0^{1-\alpha} \mathcal{L}\Gamma(1 - y) dy. \quad (8)$$

Gör man här $\alpha = \frac{1}{2}$, så kunna integralerna förenas till en och man finner

$$I_{1/2} = \int_0^{1/2} \mathcal{L}\Gamma(1 + y) \Gamma(1 - y) dy$$

eller, på grund af formeln

$$\Gamma(1 + y) \Gamma(1 - y) = \frac{\pi y}{\sin \pi y},$$

$$I_{1/2} = \int_0^{1/2} \mathcal{L}\pi y dy - \int_0^{1/2} \mathcal{L} \sin \pi y dy.$$

Nu är

$$\int_0^{1/2} \mathcal{L}\pi y dy = \frac{1}{2} \mathcal{L}\pi - \frac{1}{2} \mathcal{L}2 - \frac{1}{2},$$

$$\int_0^{1/2} \mathcal{L} \sin \pi y dy = \frac{1}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \mathcal{L} \sin z dz = -\frac{1}{2} \mathcal{L}2,$$

alltså

$$I_{1/2} = \int_0^1 \mathcal{L}\Gamma\left(\frac{3}{2} - x\right) dx = \frac{1}{2} \mathcal{L}\pi - \frac{1}{2}$$

eller, om $1 - x$ införes i stället för x ,

$$\int_0^1 \mathcal{U}\Gamma\left(x + \frac{1}{2}\right) dx = \frac{1}{2}\mathcal{U}\pi - \frac{1}{2}, \quad (9)$$

hvilket ock fås, om man i (7) gör $p = \frac{1}{2}$. Nämda formel är alltså giltig äfven då.

Af det anförda synes det mycket sannolikt, att form. (7) gäller för alla positiva värden på p . För att vinna visshet skola vi återvända till form (8) och tillse, om man lemna någon upplysning för det fall att α är ett annat egentligt bråk än $\frac{1}{2}$. Man har¹⁾

$$\mathcal{U}\Gamma(1+y) = \frac{1}{2}\mathcal{U}\frac{\pi y}{\sin \pi y} - Cy - \frac{S_3}{3}y^3 - \frac{S_5}{5}y^5 - \frac{S_7}{7}y^7 - \text{etc.}$$

$$\mathcal{U}\Gamma(1-y) = \frac{1}{2}\mathcal{U}\frac{\pi y}{\sin \pi y} + Cy + \frac{S_3}{3}y^3 + \frac{S_5}{5}y^5 + \frac{S_7}{7}y^7 + \text{etc.},$$

hvarest

$$C = 0,5772156649 \dots$$

$$S_n = \frac{1}{1^n} + \frac{1}{2^n} + \frac{1}{3^n} + \frac{1}{4^n} + \text{etc.}$$

Om man till den förra adderar och från den senare subtraherar eqvationen

$$0 = -\frac{1}{2}\mathcal{U}\frac{1+y}{1-y} + \frac{1}{1}y + \frac{1}{3}y^3 + \frac{1}{5}y^5 + \frac{1}{7}y^7 + \text{etc.},$$

så fås

$$\mathcal{U}\Gamma(1+y) = \frac{1}{2}\mathcal{U}\frac{\pi y}{\sin \pi y} - \frac{1}{2}\mathcal{U}\frac{1+y}{1-y} + (1-C)y - \frac{S_3}{3}y^3 - \frac{S_5}{5}y^5 - \text{etc.}$$

$$\mathcal{U}\Gamma(1-y) = \frac{1}{2}\mathcal{U}\frac{\pi y}{\sin \pi y} + \frac{1}{2}\mathcal{U}\frac{1+y}{1-y} - (1-C)y + \frac{S_3}{3}y^3 + \frac{S_5}{5}y^5 + \text{etc.},$$

hvarest

$$s_n = \frac{1}{2^n} + \frac{1}{3^n} + \frac{1}{4^n} + \text{etc.},$$

hvilka tals värden finnas på flera ställen, bland andra i Kongl. Vet.-Akademiens Handlingar B. 5, N:o 9, sid. 18.

¹⁾ SCHLÖMILCH, Analytische Studien. Leipzig 1848. I Abtheil., sid. 44.

I dessa formler multiplicerar man med dy och integrerar den förra mellan 0 och α , den senare mellan 0 och $1 - \alpha$. Utan svårighet finner man

$$\int_0^{\alpha} l \pi y dy = \alpha [l \pi + l \alpha - 1];$$

$$\int_0^{\alpha} l \frac{1+y}{1-y} dy = (1 + \alpha) l (1 + \alpha) + (1 - \alpha) l (1 - \alpha);$$

$$\int_0^{1-\alpha} l \pi y dy = (1 - \alpha) [l \pi + l (1 - \alpha) - 1];$$

$$\int_0^{1-\alpha} l \frac{1+y}{1-y} dy = (2 - \alpha) l (2 - \alpha) + \alpha l \alpha.$$

Genom en af mig framställd formel¹⁾ erhålles

$$\int_0^{\alpha} l \sin \pi y dy = \frac{2\alpha}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} l \sin 2\alpha x dx = \alpha l \sin \alpha \pi - \frac{4\alpha^2}{\pi} H(2\alpha)$$

$$\int_0^{1-\alpha} l \sin \pi y dy = \frac{2(1-\alpha)}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} l \sin 2(1-\alpha) z dz = (1-\alpha) l \sin \alpha \pi - \frac{4(1-\alpha)^2}{\pi} H(2(1-\alpha)).$$

Då dessa värden vederbörligen införas, befinnes

$$\begin{aligned} I_{\alpha} = & \frac{1}{2} l \pi + \alpha l \alpha - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} l \sin \alpha \pi - \frac{1}{2} (1 + \alpha) l (1 + \alpha) \\ & + \frac{1}{2} (2 - \alpha) l (2 - \alpha) + \frac{2\alpha^2}{\pi} H(2\alpha) + \frac{2(1-\alpha)^2}{\pi} H(2(1-\alpha)) \\ & - \frac{1-C}{1 \cdot 2} [1 - \alpha^2 - \alpha^2] + \frac{s_3}{3 \cdot 4} [1 - \alpha^4 - \alpha^4] + \frac{s_5}{5 \cdot 6} [1 - \alpha^6 - \alpha^6] \\ & + \text{etc.} \end{aligned}$$

Men enligt en af mig annorstädes¹⁾ framställd formel (sid. 7).

¹⁾ Nova Acta Reg. Soc. scient. Upsaliensis, seriei III:æ, Vol. IX, Ups. 1874, D'une fonction transcendente.

$$(1 + b)^2 H(1 + b) + (1 - b)^2 H(1 - b) = \pi l \left(2 \cos \frac{b\pi}{2} \right)$$

är för $b = 1 - 2\alpha$

$$\frac{2\alpha^2}{\pi} H(2\alpha) + \frac{2(1-\alpha)^2}{\pi} H(2(1-\alpha)) = \frac{1}{2} l 2 + \frac{1}{2} l \sin \alpha\pi;$$

genom införande deraf fås

$$I_\alpha = \frac{1}{2} l 2\pi + \alpha l \alpha - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} (1 + \alpha) l (1 + \alpha) + \frac{1}{2} (2 - \alpha) l (2 - \alpha) \\ - \frac{1-C}{1 \cdot 2} [1 - \alpha^2 - \alpha^2] + \frac{s_3}{3 \cdot 4} [1 - \alpha^4 - \alpha^4] + \frac{s_5}{5 \cdot 6} [1 - \alpha^6 - \alpha^6] \\ + \text{etc.}$$

Om denna formel skall öfverensstämma med form. (7), måste $-\alpha$ vara lika med alla termerna på högra sidan utom de två första, eller man måste hafva

$$2\alpha = 1 + (1 + \alpha) l (1 + \alpha) - (2 - \alpha) l (2 - \alpha) + (1 - C) [1 - \alpha^2 - \alpha^2] \\ - \frac{s_3}{2 \cdot 3} [1 - \alpha^4 - \alpha^4] - \frac{s_5}{3 \cdot 5} [1 - \alpha^6 - \alpha^6] - \frac{s_7}{4 \cdot 7} [1 - \alpha^8 - \alpha^8] \\ - \frac{s_9}{5 \cdot 9} [1 - \alpha^{10} - \alpha^{10}] - \text{etc.}$$

Att upplösa denna transcendenta eqvation tyckes erbjuda mycken svårighet. Det enklaste sättet att pröfva hans riktighet synes vara att efter hvartannat göra $\alpha = 0,1; 0,2; 0,3; 0,4$ samt tillse, om eqvationen af dessa värden satisfieras. Man har

$$1 - C = 0,4227843351 \\ \frac{s_3}{2 \cdot 3} = 0,0336761505 \\ \frac{s_5}{3 \cdot 5} = 0,0024618503 \\ \frac{s_7}{4 \cdot 7} = 0,0002981885 \\ \frac{s_9}{5 \cdot 9} = 0,00004463095 \\ \frac{s_{11}}{6 \cdot 11} = 0,0000074877 \\ \frac{s_{13}}{7 \cdot 13} = 0,0000013485$$

O. S. V.

Genom insättning öfvertygar man sig om att förestående eqvation verkligen satisfieras af de uppgifna värdena, hvilket, såsom lätt är att se, äfven är händelsen med $\alpha = 0,6; 0,7; 0,8; 0,9$. Man kan deraf sluta, att form. (7) gäller för alla värden på p , som ligga emellan 0 och 1, samt sedan för alla positiva värden på p .

$$\text{III. } I_3 = \int_0^{\alpha} \frac{d\varphi}{\sin^4 \varphi + a^4 \cos^4 \varphi}$$

Om man här gör $\text{tg } \varphi = x$, så är $d\varphi = \frac{dx}{1+x^2}$ och mot gränserna 0 och α svara 0 och $\text{tg } \alpha$; man får alltså

$$I_3 = \int_0^{\text{tg } \alpha} \frac{(1+x^2)dx}{a^4 + x^4}.$$

Genom ett par formler hos MINDING¹⁾ finner man

$$\int \frac{dx}{a^4 + x^4} = \frac{1}{4a^3\sqrt{2}} \sqrt{\frac{x^2 + ax\sqrt{2} + a^2}{x^2 - ax\sqrt{2} + a^2}} + \frac{1}{2a^3\sqrt{2}} \text{Arctg} \frac{ax\sqrt{2}}{a^2 - x^2},$$

$$\int \frac{x^2 dx}{a^4 + x^4} = \frac{a^2}{4a^3\sqrt{2}} \sqrt{\frac{x^2 - ax\sqrt{2} + a^2}{x^2 + ax\sqrt{2} + a^2}} + \frac{a^2}{2a^3\sqrt{2}} \text{Arctg} \frac{ax\sqrt{2}}{a^2 - x^2},$$

hvilkas summa är

$$\int \frac{(1+x^2)dx}{a^4 + x^4} = \frac{1-a^2}{4a^3\sqrt{2}} \sqrt{\frac{x^2 + ax\sqrt{2} + a^2}{x^2 - ax\sqrt{2} + a^2}} + \frac{1+a^2}{2a^3\sqrt{2}} \text{Arctg} \frac{ax\sqrt{2}}{a^2 - x^2}.$$

Har man nu $a > \text{tg } \alpha$, så är

$$\begin{aligned} \int_0^{\alpha} \frac{d\varphi}{\sin^4 \varphi + a^4 \cos^4 \varphi} &= \frac{1-a^2}{4a^3\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\text{tg}^2 \alpha + a\sqrt{2} \text{tg } \alpha + a^2}{\text{tg}^2 \alpha - a\sqrt{2} \text{tg } \alpha + a^2}} \\ &+ \frac{1+a^2}{2a^3\sqrt{2}} \text{Arctg} \frac{a\sqrt{2} \text{tg } \alpha}{a^2 - \text{tg}^2 \alpha}; \end{aligned}$$

¹⁾ Integral-Tafeln, Berlin 1849, sid. 43.

är $a = \operatorname{tg} \alpha$, så blir

$$\int_0^{\alpha} \frac{d\varphi}{\sin^4 \varphi + a^4 \cos^4 \varphi} = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}{2 \operatorname{tg}^3 \alpha \cdot \sqrt{2}} \mathcal{L}(\sqrt{2} + 1) + \frac{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}{4\sqrt{2} \operatorname{tg}^3 \alpha} \cdot \pi;$$

för $\infty > \operatorname{tg} \alpha > a$ är

$$\begin{aligned} \int_0^{\alpha} \frac{d\varphi}{\sin^4 \varphi + a^4 \cos^4 \varphi} &= \frac{1 - a^2 \operatorname{tg}^2 \alpha + a\sqrt{2} \operatorname{tg} \alpha + a^2}{4a^3\sqrt{2} \operatorname{tg}^2 \alpha - a\sqrt{2} \operatorname{tg} \alpha + a^2} \\ &+ \frac{1 + a^2}{2a^3\sqrt{2}} \left(\pi - \operatorname{Arctg} \frac{a\sqrt{2} \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg}^2 \alpha - a^2} \right) \end{aligned}$$

samt för $\operatorname{tg} \alpha = \infty$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\sin^4 \varphi + a^4 \cos^4 \varphi} = \frac{1 + a^2}{2a^3\sqrt{2}} \cdot \pi.$$

Skänker till Vetenskaps-Akademiens Bibliothek.

(Forts. från sid. 420.)

London. *Linnean society.*

Transactions. Botany. (2) Vol. 2: P. 15; 3: 1. 1887—88. 4:o.

» Zoology. (2) Vol. 3: P. 5—6. 1887—88. 4:o.

Journal. Botany. Vol. 23: N:o 152—155; 24: 159—162. 1887—88. 8:o.

» Zoology. Vol. 20: N:o 118; 21: 130—131; 22: 136—139. 1887—88. 8:o.

List of the society. 1887 Dec. 8:o.

— (*Ontario*). *Entomological society of Ontario.*

Annual report. 18(1887). st. 8:o.

Madrid. *Comisión del mapa geológico de España.*

Memorias: GONZALO Y TARÍN, J., Descripción física, geológica y minera de la provincia de Huelva. T. 1: P. 1—2. 1886—87. st. 8:o.

Magdeburg. *Naturwissenschaftlicher Verein.*

Jahresbericht und Abhandlungen. Jahr 1887. 8:o.

HINTZMANN, E., Das Innere der Erde. Vortrag. Magdeb. 1888. 8:o.

Manchester. *Literary and philosophical society.*

Memoirs. (3) Vol. 10. 1887. 8:o.

Proceedings. Vol. 25(1885/86)—26(1886/87): 8:o.

Newcastle-upon-Tyne. *Natural history society of Northumberland, Durham and Newcastle-upon-Tyne.*

Natural history transactions. Vol. 9: P. 2. 1888. 8:o.

New York. *New York academy of sciences.*

Transactions. Vol. 7(1887/88): N:o 1—2. 8:o.

Annals. Vol. 4: N:o 3—4. 1888. 8:o.

North America, United States. *American association for the advancement of science.*

Proceedings of meeting 36(1887). New York. 8:o.

Nürnberg. *Naturhistorische Gesellschaft.*

Jahresbericht. Jahr 1887. 8:o.

Festschrift zur Begrüssung des 18:n Kongresses der Deutschen anthropologischen Gesellschaft in Nürnberg. 1887. st. 8:o.

Odessa.

Sapiski. T. 13: 1. 1888. 8:o.

Paris. *Ministère des travaux publics.*

Études sur les gites minéraux de la France: ZEILLER, R., Description de la flore fossile du bassin houiller de Valenciennes. Texte & Atlas. Paris 1886—88. 4:o.

— *Académie des sciences.*

CAUCHY, A., Oeuvres complètes, publiées sous la direction scientifique de l'Académie des sciences. Sér. 1. T. 6. 1888. 4:o.

(Forts. à sid. 462.)

De BERNOULLI'ska talens och funktionernas teori,
baserad på ett system af funktionaleqvationer.

Af ALEXANDER BERGER.

[Meddeladt den 12 September 1888 genom G. MITTAG-LEFFLER.]

§ 1.

Såsom inledning till teorien för de BERNOULLI'ska talen och funktionerna uppställa vi följande problem.

Problem. Att bilda en oändlig grupp af funktioner af en variabel z

$$(1) \quad \varphi(z, 0), \varphi(z, 1), \varphi(z, 2), \varphi(z, 3) \dots,$$

som ha de egenskaperna, att för

$$m = 0, 1, 2, 3, \dots$$

eqvationerna

$$(2) \quad \varphi''(z, m+1) = \varphi'(z, m),$$

$$(3) \quad \varphi(z, 0) = 0,$$

$$(4) \quad \varphi(0, m) = 0$$

satisfieras för alla värden på z .

För lösningen af detta problem förfara vi på följande sätt. Af eqv. (2) erhålles för $m \geq 0$, om vi integrera i afseende på z ,

$$(5) \quad \varphi'(z, m+1) = \varphi(z, m) + B(m),$$

der integrationskonstanten $B(m)$ är en af z oberoende quantitet.

Sätta vi här $m = 0$, så erhålles enligt eqv. (3)

$$(6) \quad \varphi'(z, 1) = B(0)$$

och alltså genom integration med iakttagande af eqv. (4)

$$(7) \quad \varphi(z, 1) = B(0)z.$$

Sätta vi i eqv. (5) $m = 1$, så erhålles med användning af eqv. (7)

$$(8) \quad \varphi'(z, 2) = B(0)z + B(1),$$

och genom integration i afseende på z erhålles häraf och af eqv. (4)

$$(9) \quad \varphi(z, 2) = \frac{B(0)z^2}{1 \cdot 2} + \frac{B(1)z}{1}.$$

För $m = 2$ erhålles af eqv. (5) och (9)

$$(10) \quad \varphi'(z, 3) = \frac{B(0)z^2}{1 \cdot 2} + \frac{B(1)z}{1} + B(2)$$

och alltså genom integration mellan gränserna 0 och z enligt eqv. (4)

$$(11) \quad \varphi(z, 3) = \frac{B(0)z^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{B(1)z^2}{1 \cdot 2} + \frac{B(2)z}{1}.$$

Genom att fortfara på samma sätt finna vi lätt, att samtliga till gruppen (1) hörande funktionerna erhållas af formlerna

$$(12) \quad \varphi(z, 0) = 0, \quad \varphi(z, m) = \sum_{k=1}^{k=m} \frac{B(m-k)z^k}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots k} \text{ för } m \geq 1,$$

der $B(0)$, $B(1)$, $B(2)$... äro en oändlig följd af arbiträra konstanter, och omvänt finner man utan svårighet, att den af eqv. (12) bestämda funktionsgruppen verkligen satisfierar eqv. (2), (3), (4), hvilka dessa konstanter än äro. För att bestämma dessa konstanter fixera vi funktionernas $\varphi(z, m)$ värden för $z = 1$ på det sättet, att vi pålägga dessa funktioner de vilkoren, att

$$(13) \quad \varphi(1, 1) = 1$$

samt

$$(14) \quad \varphi(1, m) = 0 \text{ för } m \geq 2.$$

För att dessa vilkor skola vara uppfyllda, fordras enligt eqv. (12) och är äfven tillräckligt, att talen $B(m)$ bestämmas så, att

$$(15) \quad B(0) = 1, \quad \sum_{k=1}^{k=m} \frac{B(m-k)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots k} = 0 \text{ för } m \geq 2.$$

Genom dessa eqvationer blifva talen $B(0)$, $B(1)$, $B(2)$, ..., som man lätt finner, fullt bestämda, och följaktligen blifva enligt eqv. (12) funktionerna $\varphi(z, 0)$, $\varphi(z, 1)$, $\varphi(z, 2)$... likaledes fullt bestämda.

Efter denna inledning uppställa vi följande två definitioner.

Definition 1. Med de BERNOULLI'ska talen förstå vi den oändliga grupp af quantiteter

$$B(0), B(1), B(2), \dots,$$

som uppfylla villkoren

$$(16) \quad B(0) = 1, \quad \sum_{k=1}^{k=m} \frac{B(m-k)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots k} = 0 \text{ för } m \geq 2.$$

Definition 2. Med de BERNOULLI'ska funktionerna förstå vi den oändliga grupp af funktioner

$$\varphi(z, 0), \varphi(z, 1), \varphi(z, 2), \dots,$$

som för alla värden på z satisfiera eqvationerna

$$(17) \quad \varphi''(z, m+1) = \varphi'(z, m) \text{ för } m \geq 0,$$

$$(18) \quad \varphi(z, 0) = 0,$$

$$(19) \quad \varphi(0, m) = 0 \text{ för } m \geq 0,$$

$$(20) \quad \varphi(1, 1) = 1,$$

$$(21) \quad \varphi(1, m) = 0 \text{ för } m \geq 2.$$

Genom dessa två definitioner blifva BERNOULLIS tal och funktioner fullt bestämda. Om vi i den andra af likheterna (16) sätta m successive lika med 2, 3, 4, 5, ... och lösa de sålunda erhållna likheterna, så finna vi följande värden på de tio första BERNOULLI'ska talen:

$$(22) \quad B(0) = 1, \quad B(1) = -\frac{1}{2}, \quad B(2) = \frac{1}{12}, \quad B(3) = 0,$$

$$B(4) = -\frac{1}{720}, \quad B(5) = 0, \quad B(6) = \frac{1}{30240}, \quad B(7) = 0,$$

$$B(8) = -\frac{1}{1209600}, \quad B(9) = 0.$$

Medelst dessa tal kunna nu de BERNOULLI'ska funktionerna bildas med användning af eqv. (12); vi finna

$$(23) \quad \varphi(z, 0) = 0, \quad \varphi(z, 1) = z, \quad \varphi(z, 2) = \frac{z^2}{2} - \frac{z}{2}, \quad \varphi(z, 3) = \frac{z^3}{6} - \frac{z^2}{4} + \frac{z}{12}, \\ \varphi(z, 4) = \frac{z^4}{24} - \frac{z^3}{12} + \frac{z^2}{24}, \quad \varphi(z, 5) = \frac{z^5}{120} - \frac{z^4}{48} + \frac{z^3}{72} - \frac{z}{720}, \\ \varphi(z, 6) = \frac{z^6}{720} - \frac{z^5}{240} + \frac{z^4}{288} - \frac{z^2}{1440},$$

och i allmänhet

$$(24) \quad \varphi(z, m) = \sum_{k=1}^{k=m} \frac{B(m-k)z^k}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots k} \quad \text{för } m \geq 1.$$

Emedan det af den föregående undersökningen framgår, att de BERNOULLI'ska funktionerna äro fullkomligt bestämda af eqv. (17), (18), (19), (20), (21), så kunna vi uppställa följande teorem.

Teorem I. Om en oändlig grupp af funktioner af en variabel z

$$\chi(z, 0), \chi(z, 1), \chi(z, 2), \chi(z, 3), \dots$$

för alla värden på z satisfiera equationerna

$$\chi''(z, m+1) = \chi'(z, m) \quad \text{för } m \geq 0,$$

$$\chi(z, 0) = 0,$$

$$\chi(0, m) = 0 \quad \text{för } m \geq 0,$$

$$\chi(1, 1) = 1,$$

$$\chi(1, m) = 0 \quad \text{för } m \geq 2,$$

så är identiskt för $m \geq 0$

$$\chi(z, m) = \varphi(z, m).$$

§ 2.

I eqv. (24) ha vi erhållit ett allmänt uttryck för de BERNOULLI'ska funktionerna. Vi skola nu härleda uttryck för dessa funktioners derivator. Om r är ett helt positivt tal, så erhålles af eqv. (17), om vi differentiera båda membra $r-1$ gånger i afseende på z ,

$$(25) \quad \varphi^{(r+1)}(z, m+1) = \varphi^r(z, m)$$

för $r \geq 1$, $m \geq 0$. Om vi nu antaga, att k är ett helt tal, som uppfyller villkoret

$$k \leq m,$$

så är följaktligen

$$m - k + r > 0.$$

Vi kunna alltså i eqv. (25) ersätta m med $m - k + r$, och vi finna då

$$(26) \quad \varphi^{(r+1)}(z, m - k + r + 1) = \varphi^r(z, m - k + r)$$

för $r \geq 1$, $k \leq m$. Om vi antaga, att $k \geq 2$, samt införa i eqv. (26)

$$r = 1, 2, 3, \dots, k - 1,$$

samt addera de sålunda erhållna likheterna, så finna vi

$$(27) \quad \varphi^k(z, m) = \varphi'(z, m - k + 1)$$

för $2 \leq k \leq m$. Denna formel gäller tydligen äfven för $k = 1$, och om vi på densamma använda eqv. (5), så erhålles för $1 \leq k \leq m$ formeln

$$(28) \quad \varphi^k(z, m) = \varphi(z, m - k) + B(m - k).$$

Vi förena nu eqv. (24) och (28) i följande teorem.

Teorem II. För de BERNOULLI'ska funktionerna och deras derivator gälla formlerna

$$\varphi(z, 0) = 0, \quad \varphi(z, m) = \sum_{k=1}^{k=m} \frac{B(m-k)z^k}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots k}$$

för $m \geq 1$, samt

$$\varphi^k(z, m) = \varphi(z, m - k) + B(m - k)$$

för $1 \leq k \leq m$.

Om x och y äro två quantiteter hvilka som helst, och m ett helt positivt tal, så är enligt TAYLORS formel, alldenstund $\varphi(z, m)$ är en hel rationel funktion af m :te graden,

$$(29) \quad \varphi(x+y, m) - \varphi(x, m) = \sum_{k=1}^{k=m} \frac{\varphi^k(x, m)y^k}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots k}$$

och alltså enligt det föregående teoremet

$$(30) \quad \varphi(x+y, m) - \varphi(x, m) = \sum_{k=1}^{k=m} \frac{\varphi(x, m-k) + B(m-k)y^k}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots k} y^k$$

$$= \sum_{k=1}^{k=m} \frac{\varphi(x, m-k)y^k}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots k} + \sum_{k=1}^{k=m} \frac{B(m-k)y^k}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots k}$$

och således enligt samma teorem

$$(31) \quad \varphi(x+y, m) - \varphi(x, m) - \varphi(y, m) = \sum_{k=1}^{k=m} \frac{\varphi(x, m-k)y^k}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots k}.$$

Emedan venstra memrum i denna likhet är en symetrisk funktion af x och y , så blifver högra memrum oförändradt, om vi permutera x och y , och vi erhålla alltså formeln

$$(32) \quad \sum_{k=1}^{k=m} \frac{\varphi(x, m-k)y^k}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots k} = \sum_{k=1}^{k=m} \frac{\varphi(y, m-k)x^k}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots k},$$

hvarmed följande teorem är bevisadt.

Teorem III. Om m är ett helt positivt tal, och om x, y äro två kvantiteter hvilka som helst, så är

$$\varphi(x+y, m) - \varphi(x, m) - \varphi(y, m) = \sum_{k=1}^{k=m} \frac{\varphi(x, m-k)y^k}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots k}$$

och

$$\sum_{k=1}^{k=m} \frac{\varphi(x, m-k)y^k}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots k} = \sum_{k=1}^{k=m} \frac{\varphi(y, m-k)x^k}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots k}.$$

Om vi i den sista af dessa formler sätta

$$(33) \quad x = z, \quad y = 1,$$

så erhålles

$$(34) \quad \sum_{k=1}^{k=m} \frac{\varphi(z, m-k)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots k} = \sum_{k=1}^{k=m} \frac{\varphi(1, m-k)z^k}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots k},$$

och om vi antaga, att $m \geq 2$, samt använda eqv. (20), (21) på högra memrum af eqv. (34), så erhålles

$$(35) \quad \sum_{k=1}^{k=m} \frac{\varphi(z, m - k)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots k} = \frac{z^{m-1}}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots (m - 1)}.$$

Medelst denna formel i förening med eqv. (18) kunna de BERNOULLI'ska funktionerna beräknas utan de BERNOULLI'ska talens förmedling; sätta vi nämligen här m successive lika med 2, 3, 4, ..., så erhållas formlerna

$$\begin{aligned} \frac{\varphi(z, 1)}{1} &= \frac{z}{1}, \\ \frac{\varphi(z, 2)}{1} + \frac{\varphi(z, 1)}{1 \cdot 2} &= \frac{z^2}{1 \cdot 2}, \\ \frac{\varphi(z, 3)}{1} + \frac{\varphi(z, 2)}{1 \cdot 2} + \frac{\varphi(z, 1)}{1 \cdot 2 \cdot 3} &= \frac{z^3}{1 \cdot 2 \cdot 3}, \\ &\dots \end{aligned}$$

och ur dessa likheter erhålla vi lätt de BERNOULLI'ska funktionernas värden, och dessa funktioner äro tydligen fullt bestämda af dessa likheter. Vi uppställa nu följande teorem.

Teorem IV. Om m är ett helt tal, som uppfyller villkoret

$$m \geq 2,$$

så är

$$\sum_{k=1}^{k=m} \frac{\varphi(z, m - k)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots k} = \frac{z^{m-1}}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots (m - 1)}.$$

§ 3.

Om vi antaga, att

$$m \geq 2,$$

samt sätta i den första formeln i teorem III

$$x = z, \quad y = 1,$$

så erhålles enligt eqv. (21)

$$(36) \quad \varphi(z + 1, m) - \varphi(z, m) = \sum_{k=1}^{k=m} \frac{\varphi(z, m - k)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots k}$$

och således enligt teorem IV

$$(37) \quad \varphi(z+1, m) - \varphi(z, m) = \frac{z^{m-1}}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots (m-1)}.$$

Vi skola nu använda teorem I till härledning af en egenskap hos de BERNOULLI'ska funktionerna. Om vi definiera en funktionsgrupp

$$\chi(z, 0), \chi(z, 1), \chi(z, 2), \dots$$

medelst likheterna

$$(38) \quad \chi(z, 0) = 0, \chi(z, 1) = z, \chi(z, m) = (-1)^m \varphi(1-z, m)$$

för $m \geq 2$, så erhålles genom differentiation i afseende på z

$$(39) \quad \chi'(z, 0) = 0, \chi'(z, 1) = 1, \chi'(z, m) = (-1)^{m-1} \varphi'(1-z, m)$$

för $m \geq 2$, hvilka tre formler kunna förenas i en enda

$$(40) \quad \chi'(z, m) = (-1)^{m-1} \varphi'(1-z, m),$$

hvilken gäller för $m \geq 0$. Om vi differentiera ännu en gång, så erhålla vi häraf för $m \geq 0$

$$(41) \quad \chi''(z, m) = (-1)^m \varphi''(1-z, m),$$

och således, om vi införa $m+1$ i stället för m ,

$$(42) \quad \chi''(z, m+1) = (-1)^{m-1} \varphi''(1-z, m+1),$$

hvilken formel gäller för $m \geq 0$. Af eqv. (40), (42), (17) följer för $m \geq 0$

$$(43) \quad \chi''(z, m+1) = \chi'(z, m).$$

Af eqv. (38) erhålles vidare, om vi använda eqv. (21) och (19),

$$(44) \quad \chi(z, 0) = 0,$$

$$(45) \quad \chi(0, m) = 0 \text{ för } m \geq 0,$$

$$(46) \quad \chi(1, 1) = 1,$$

$$(47) \quad \chi(1, m) = 0 \text{ för } m \geq 2.$$

Om vi använda teorem I på eqv. (43), (44), (45), (46) och (47), så erhålles för $m \geq 0$

$$(48) \quad \chi(z, m) = \varphi(z, m),$$

och alltså är enligt eqv. (38) och (48)

$$(49) \quad \varphi(1-z, m) = (-1)^m \varphi(z, m)$$

för $m \geq 2$. Vi sammanföra nu formlerna (37) och (49) i följande teorem.

Teorem V. Om m är ett helt tal, som uppfyller villkoret

$$m \geq 2,$$

så är

$$\varphi(z+1, m) - \varphi(z, m) = \frac{z^{m-1}}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots (m-1)}$$

och

$$\varphi(1-z, m) = (-1)^m \varphi(z, m).$$

Om vi sätta den första af dessa formler under formen

$$(50) \quad z^{m-1} = \Gamma(m) \{ \varphi(z+1, m) - \varphi(z, m) \},$$

så gäller den för $m \geq 1$, och om vi här ersätta z med $z+h$, så finna vi

$$(51) \quad (z+h)^{m-1} = \Gamma(m) \{ \varphi(z+h+1, m) - \varphi(z+h, m) \}.$$

Låta vi nu k betyda ett helt positivt tal, samt sätta i denna likhet h successiva lika med

$$0, 1, 2, \dots, k-1,$$

samt addera de sålunda erhållna equationerna, så erhålles

$$(52) \quad \sum_{h=0}^{h=k-1} (z+h)^{m-1} = \Gamma(m) \{ \varphi(z+k, m) - \varphi(z, m) \},$$

hvarmed följande teorem är bevisadt.

Teorem VI. Om m och k äro hela positiva tal, så är

$$\sum_{h=0}^{h=k-1} (z+h)^{m-1} = \Gamma(m) \{ \varphi(z+k, m) - \varphi(z, m) \}.$$

För $z=0$ erhålles här af formeln

$$(53) \quad \sum_{h=0}^{h=k-1} h^{m-1} = \Gamma(m) \varphi(k, m),$$

hvilken gäller för $m \geq 1$, $k \geq 1$.

Om vi kombinera de två formlerna i teorem V med hvarandra sedan vi i den sista infört $-z$ i stället för z , så erhålles för $m \geq 2$

$$(54) \quad \varphi(z, m) - (-1)^m \varphi(-z, m) = -\frac{z^{m-1}}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots (m-1)}.$$

Sätta vi denna likhet under formen

$$(55) \quad \varphi(z, m) + \frac{1}{2} \frac{z^{m-1}}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots (m-1)} \\ = (-1)^m \left\{ \varphi(-z, m) + \frac{1}{2} \frac{(-z)^{m-1}}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots (m-1)} \right\},$$

så framgår ur densamma följande teorem.

Teorem VII. Om m är ett helt tal, som uppfyller villkoret

$$m \geq 2,$$

så är uttrycket

$$\varphi(z, m) + \frac{1}{2} \cdot \frac{z^{m-1}}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots (m-1)}$$

en jämn eller en udda funktion af z , allteftersom m är ett jämt eller ett udda tal.

Om vi antaga, att

$$m \geq 3,$$

så är enligt eqv. (24) och (22)

$$(56) \quad \varphi(z, m) + \frac{1}{2} \frac{z^{m-1}}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots (m-1)} = \frac{z^m}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots m} + \sum_{k=1}^{k=m-2} \frac{B(m-k)z^k}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots k},$$

och af det föregående teoremet erhålla vi följande korollarium.

Korollarium. Om n är ett helt positivt tal, så är

$$(57) \quad B(2n+1) = 0.$$

Denna formel kan äfven härledas ur eqv. (49) och (5) på följande sätt. Om vi i eqv. (49) införa $m+1$ i stället för m , så erhålles för $m \geq 1$

$$(58) \quad \varphi(1-z, m+1) = (-1)^{m+1} \varphi(z, m+1),$$

och häraf erhålles genom differentiation

$$(59) \quad \varphi'(1-z, m+1) = (-1)^m \varphi'(z, m+1)$$

och alltså enligt eqv. (5)

$$(60) \quad \varphi(1-z, m) + B(m) = (-1)^m \varphi(z, m) + (-1)^m B(m)$$

och således enligt eqv. (49) för $m \geq 2$

$$(61) \quad B(m) \{1 - (-1)^m\} = 0.$$

Sätta vi i denna likhet

$$m = 2n + 1,$$

så återfinna vi formeln (57).

§ 4.

Om a betyder ett helt positivt tal, och vi definiera en funktionsgrupp

$$\chi(z, 0), \chi(z, 1), \chi(z, 2), \dots$$

medelst likheten

$$(62) \quad \chi(z, m) = a^{m-1} \sum_{r=0}^{r=a-1} \varphi\left(\frac{z+r}{a}, m\right) - a^{m-1} \sum_{r=0}^{r=a-1} \varphi\left(\frac{r}{a}, m\right)$$

för $m \geq 0$, så erhålles af denna likhet genom differentiation i afseende på z för $m \geq 0$

$$(63) \quad \chi'(z, m) = a^{m-2} \sum_{r=0}^{r=a-1} \varphi'\left(\frac{z+r}{a}, m\right).$$

Ersätta vi här m med $m + 1$ och differentiera ännu en gång i afseende på z , så finna vi

$$(64) \quad \chi''(z, m + 1) = a^{m-2} \sum_{r=0}^{r=a-1} \varphi''\left(\frac{z+r}{a}, m + 1\right)$$

och således enligt eqv. (17)

$$(65) \quad \chi''(z, m + 1) = a^{m-2} \sum_{r=0}^{r=a-1} \varphi'\left(\frac{z+r}{a}, m\right),$$

och af eqv. (63) och (65) erhålles för $m \geq 0$

$$(66) \quad \chi''(z, m + 1) = \chi'(z, m).$$

Af eqv. (62) och (18) erhålles

$$(67) \quad \chi(z, 0) = 0,$$

$$(68) \quad \chi(0, m) = 0 \text{ för } m \geq 0,$$

och af eqv. (62) följer för $m \geq 0$

$$(69) \quad \chi(1, m) = a^{m-1} \sum_{r=0}^{r=a-1} \varphi\left(\frac{r+1}{a}, m\right) - a^{m-1} \sum_{r=0}^{r=a-1} \varphi\left(\frac{r}{a}, m\right)$$

och alltså, om vi i den första summan ersätta r med $r-1$,

$$(70) \quad \chi(1, m) = a^{m-1} \sum_{r=1}^{r=a} \varphi\left(\frac{r}{a}, m\right) - a^{m-1} \sum_{r=0}^{r=a-1} \varphi\left(\frac{r}{a}, m\right) = a^{m-1} \varphi(1, m),$$

och således är enligt eqv. (20) och (21)

$$(71) \quad \chi(1, 1) = 1$$

och

$$(72) \quad \chi(1, m) = 0 \text{ för } m \geq 2.$$

Om vi nu använda teorem I på eqv. (66), (67), (68), (71), (72), så finna vi för $m \geq 0$

$$(73) \quad \chi(z, m) = \varphi(z, m),$$

och alltså enligt eqv. (62) och (73) för $m \geq 0$

$$(74) \quad \sum_{r=0}^{r=a-1} \varphi\left(\frac{z+r}{a}, m\right) = \frac{\varphi(z, m)}{a^{m-1}} + \sum_{r=0}^{r=a-1} \varphi\left(\frac{r}{a}, m\right).$$

Om vi differentiera båda membra i denna likhet i afseende på z , samt införa $m+1$ i stället för m , så erhålles för $m \geq 0$

$$(75) \quad \sum_{r=0}^{r=a-1} \varphi'\left(\frac{z+r}{a}, m+1\right) = \frac{\varphi'(z, m+1)}{a^{m-1}}$$

och alltså, om vi använda eqv. (5),

$$(76) \quad \sum_{r=0}^{r=a-1} \varphi\left(\frac{z+r}{a}, m\right) = \frac{\varphi(z, m) - (a^m - 1)B(m)}{a^{m-1}}.$$

Införa vi az i stället för z , så erhålla vi följande teorem.

Teorem VIII. Om m är ett helt positivt tal eller noll, och a ett helt positivt tal, så är

$$\sum_{r=0}^{r=a-1} \varphi\left(z + \frac{r}{a}, m\right) = \frac{\varphi(az, m) - (a^m - 1)B(m)}{a^{m-1}}.$$

Medelst denna sats kunna vi evaluera $\varphi\left(\frac{1}{2}, m\right)$; sätta vi nämligen i den nu bevisade formeln

$$z = 0, \quad a = 2,$$

så erhålles för $m \geq 0$

$$(77) \quad \varphi\left(\frac{1}{2}, m\right) = -\frac{(2^m - 1)B(m)}{2^{m-1}}.$$

Om n är ett positivt tal, så erhålles af eqv. (77) och (57)

$$(78) \quad \varphi\left(\frac{1}{2}, 2n + 1\right) = 0.$$

§ 5.

Om z är en kvantitet hvilken som helst, och v en kvantitet, som uppfyller vilkoret

$$|v| < 2\pi,$$

så kan uttrycket

$$v \frac{e^{zv} - 1}{e^v - 1}$$

utvecklas i en potensserie af v , och vi erhålla alltså för dessa värden på v en likhet af formen

$$(79) \quad v \frac{e^{zv} - 1}{e^v - 1} = \chi(z, 0) + \chi(z, 1)v + \chi(z, 2)v^2 + \dots,$$

der $\chi(z, 0)$, $\chi(z, 1)$, $\chi(z, 2)$, ... äro funktioner af z .

För $v = 0$ erhålles af denna likhet

$$(80) \quad \chi(z, 0) = 0,$$

och alltså är

$$(81) \quad \chi'(z, 0) = 0.$$

Genom differentiation i afseende på z erhålles af eqv. (79), om vi iakttaga likheten (81) samt förkorta med v ,

$$(82) \quad \frac{ve^{zv}}{e^v - 1} = \chi'(z, 1) + \chi'(z, 2)v + \chi'(z, 3)v^2 + \dots$$

Sätta vi här $v = 0$, så erhålles

$$(83) \quad \chi'(z, 1) = 1$$

och följaktligen

$$(84) \quad \chi''(z, 1) = 0.$$

Differentiera vi båda membra af eqv. (82) i afseende på z , samt iakttaga formeln (84), så finna vi efter förkortning med v

$$(85) \quad \frac{ve^{zv}}{e^v - 1} = \chi''(z, 2) + \chi''(z, 3)v + \chi''(z, 4)v^2 + \dots,$$

och af eqv. (81), (82), (84), (85) erhålles för $m \geq 0$ formeln

$$(86) \quad \chi''(z, m+1) = \chi'(z, m).$$

För $z = 0$ erhålles af eqv. (79)

$$(87) \quad 0 = \chi(0, 0) + \chi(0, 1)v + \chi(0, 2)v^2 + \dots,$$

och alltså är för $m \geq 0$

$$(88) \quad \chi(0, m) = 0.$$

För $z = 1$ erhålles af eqv. (79)

$$(89) \quad v = \chi(1, 0) + \chi(1, 1)v + \chi(1, 2)v^2 + \dots,$$

och följaktligen erhålles, om vi jämföra termerna i båda membra,

$$(90) \quad \chi(1, 1) = 1,$$

samt för $m \geq 2$

$$(91) \quad \chi(1, m) = 0.$$

Om vi använda teorem I på eqv. (86), (80), (88), (90), (91), så finna vi för $m \geq 0$

$$(92) \quad \chi(z, m) = \varphi(z, m),$$

och af eqv. (79) erhålles alltså serieutvecklingen

$$(93) \quad v \frac{e^{zv} - 1}{e^v - 1} = \varphi(z, 0) + \varphi(z, 1)v + \varphi(z, 2)v^2 + \dots,$$

hvilken gäller för hvarje värde på z och för $|v| < 2\pi$. Efter förkortning med v kan denna likhet sättas under formen

$$(94) \quad \frac{e^{zv} - 1}{e^v - 1} = \sum_{k=1}^{k=\infty} \varphi(z, k)v^{k-1},$$

och genom differentiation i afseende på z erhålles häraf

$$(95) \quad \frac{ve^{zv}}{e^v - 1} = \sum_{k=1}^{k=\infty} \varphi'(z, k)v^{k-1}$$

och alltså, om vi vid summationen i högra membrum ersätta k med $k+1$,

$$(96) \quad \frac{ve^{zv}}{e^v - 1} = \sum_{k=0}^{k=\infty} \varphi'(z, k+1)v^k.$$

Om vi på högra membrum af denna likhet använda eqv. (5), så finna vi

$$(97) \quad \frac{ve^{zv}}{e^v - 1} = \sum_{k=0}^{k=\infty} \{\varphi(z, k) + B(k)\}v^k,$$

och om vi här sätta $z = 0$, så erhålles serietvecklingen

$$(98) \quad \frac{v}{e^v - 1} = B(0) + B(1)v + B(2)v^2 + \dots,$$

hvarmed följande teorem är bevisadt.

Teorem IX. Om z är en kvantitet hvilken som helst, och v en kvantitet, som uppfyller villkoret

$$|v| < 2\pi,$$

så är

$$v \frac{e^{zv} - 1}{e^v - 1} = \varphi(z, 0) + \varphi(z, 1)v + \varphi(z, 2)v^2 + \dots$$

och

$$\frac{v}{e^v - 1} = B(0) + B(1)v + B(2)v^2 + \dots$$

Om vi i de nu bevisade formlerna sätta

$$v = 1,$$

så finna vi, att summan af samtliga BERNOULLI'ska funktionerna

$$\varphi(z, 0), \varphi(z, 1), \varphi(z, 2), \dots$$

är lika med

$$\frac{e^z - 1}{e - 1}$$

för hvarje värde på z , samt att summan af samtliga BERNOULLI'ska talen

$$B(0), B(1), B(2), \dots$$

är lika med

$$\frac{1}{e - 1}.$$

§ 6.

Vi öfvergå nu till de BERNOULLI'ska funktionernas utveckling i periodiska serier samt använda härför de kända formlerna

$$(99) \quad \frac{e^{a\pi(2z-1)} + e^{-a\pi(2z-1)}}{e^{a\pi} - e^{-a\pi}} = \frac{1}{a\pi} + \frac{2a}{\pi} \sum_{k=1}^{k=\infty} \frac{\cos 2k\pi z}{a^2 + k^2},$$

hvilken gäller för $0 \leq z \leq 1$, samt

$$(100) \quad \frac{e^{a\pi(2z-1)} - e^{-a\pi(2z-1)}}{e^{a\pi} - e^{-a\pi}} = -\frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{k=\infty} \frac{k \sin 2k\pi z}{a^2 + k^2},$$

hvilken gäller för $0 < z < 1$, och i hvilka formler a betecknar en från noll skild reel kvantitet hvilken som helst. Vi skola här äfven begagna oss af en funktion $\mu(z, m)$, hvilken vi för alla reela värden på z och för alla hela positiva värden på m definiera medelst likheterna

$$(101) \quad \mu(z, m) = 0 \text{ för } m \geq 2,$$

samt

$$(102) \quad \mu(z, 1) = \frac{1}{2}, \text{ om } z \text{ är ett helt jämt tal,}$$

$$(103) \quad \mu(z, 1) = 0, \text{ om } z \text{ ej är ett helt tal,}$$

$$(104) \quad \mu(z, 1) = -\frac{1}{2}, \text{ om } z \text{ är ett helt udda tal.}$$

Med tillhjälp af denna funktion kan eqv. (100) sättas under formen

$$(105) \quad \frac{e^{a\pi(2z-1)} - e^{-a\pi(2z-1)}}{e^{a\pi} - e^{-a\pi}} = -2\mu(z, 1) - \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{k=\infty} \frac{k \sin 2k\pi z}{a^2 + k^2},$$

och denna equation gäller tydligen för $0 \leq z \leq 1$. Om vi addera eqv. (99) och (105) samt sätta

$$a = \frac{v}{2\pi},$$

så erhålles för $0 \leq z \leq 1$ formeln

$$(106) \quad \frac{ve^{zv}}{e^v - 1} - 1 = -v\mu(z, 1) - \sum_{k=1}^{k=\infty} \frac{4k\pi v \sin 2k\pi z - 2v^2 \cos 2k\pi z}{4k^2\pi^2 + v^2},$$

hvilken gäller för alla reela värden på v , äfven för $v = 0$. Efter några lätta reduktioner erhålles af eqv. (106)

$$(107) \quad \frac{ve^{zv}}{e^v - 1} - 1 = -v\mu(z, 1) - \sum_{k=1}^{k=\infty} \left\{ \frac{ve^{2k\pi zi}}{2k\pi i - v} - \frac{ve^{-2k\pi zi}}{2k\pi i + v} \right\}.$$

Om vi nu antaga, att v uppfyller villkoret

$$|v| < 2\pi,$$

samt utveckla termerna efter summationstecknet i högra membrum i geometriska serier, så erhålla vi

$$(108) \quad \frac{ve^{2k\pi zi}}{2k\pi i - v} = e^{2k\pi zi} \sum_{n=1}^{n=\infty} \left(\frac{v}{2k\pi i} \right)^n$$

och

$$(109) \quad -\frac{ve^{-2k\pi zi}}{2k\pi i + v} = e^{-2k\pi zi} \sum_{n=1}^{n=\infty} \left(\frac{-v}{2k\pi i} \right)^n,$$

och med användning af dessa formler erhålles af eqv. (107)

$$(110) \quad \frac{ve^{zv}}{e^v - 1} - 1 = -v\mu(z, 1) - \sum_{k=1}^{k=\infty} \sum_{n=1}^{n=\infty} \left(\frac{v}{2k\pi i} \right)^n \{ e^{2k\pi zi} + (-1)^n e^{-2k\pi zi} \}.$$

Om vi ombyta summationsordningen i högra membrum samt använda eqv. (101), så kan eqv. (110) sättas under formen

$$(111) \quad \frac{ve^{zv}}{e^v - 1} - 1 = - \sum_{n=1}^{n=\infty} \mu(z, n) v^n - \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{v^n}{(2\pi i)^n} \sum_{k=1}^{k=\infty} \frac{e^{2k\pi zi} + (-1)^n e^{-2k\pi zi}}{k^n}.$$

Genom addition af formlerna (93) och (98) erhålles

$$(112) \quad \frac{ve^{zv}}{e^v - 1} - 1 = \sum_{n=1}^{n=\infty} \{ \varphi(z, n) + B(n) \} v^n.$$

Låta vi nu m betyda ett helt positivt tal och sätta vi koeficienterna för v^m i serieutvecklingarne (111) och (112) lika med hvarandra, så erhålla vi för $0 \leq z \leq 1$ formeln

$$(113) \quad \varphi(z, m) = -B(m) - \mu(z, m) - \frac{1}{(2\pi i)^m} \sum_{k=1}^{k=\infty} \frac{e^{2k\pi z i} + (-1)^m e^{-2k\pi z i}}{k^m}.$$

På grund af funktionens $\mu(z, m)$ betydelse erhålla vi häraf följande teorem.

Teorem X. Om m är ett helt positivt tal hvilket som helst, och z en reel kvantitet, som uppfyller villkoren

$$0 < z < 1,$$

så är

$$\varphi(z, m) = -B(m) - \frac{1}{(2\pi i)^m} \sum_{k=1}^{k=\infty} \frac{e^{2k\pi z i} + (-1)^m e^{-2k\pi z i}}{k^m};$$

för $m \geq 2$ gäller denna formel äfven för $z = 0$ och för $z = 1$.

Om vi med n beteckna ett helt positivt tal, så erhålles af detta teorem formeln

$$(114) \quad q(z, 2n-1) = -B(2n-1) + \frac{2(-1)^n}{(2\pi)^{2n-1}} \sum_{k=1}^{k=\infty} \frac{\sin 2k\pi z}{k^{2n-1}},$$

hvilken gäller för

$$0 < z < 1,$$

om $n = 1$, samt för

$$0 \leq z \leq 1,$$

om $n \geq 2$, samt formeln

$$(115) \quad q(z, 2n) = -\bar{B}(2n) - \frac{2(-1)^n}{(2\pi)^{2n}} \sum_{k=1}^{k=\infty} \frac{\cos 2k\pi z}{k^{2n}},$$

hvilken gäller för

$$0 \leq z \leq 1,$$

om $n \geq 1$.

Om vi i formeln i teorem X sätta $z = 0$, så erhålles med användning af eqv. (19) följande teorem.

Teorem XI. Om m är ett helt tal, som uppfyller villkoret

$$m \geq 2,$$

så är

$$B(m) = -\frac{1 + (-1)^m}{(2\pi i)^m} \sum_{k=1}^{k=\infty} \frac{1}{k^m}.$$

Om n är ett helt positivt tal, och om vi sätta $m = 2n + 1$ i denna formel, så återfinna vi eqv. (57); sätta vi åter $m = 2n$, så erhålles

$$(116) \quad B(2n) = \frac{2(-1)^{n-1}}{(2\pi)^{2n}} \sum_{k=1}^{k=\infty} \frac{1}{k^{2n}}.$$

Af denna formel följer, att $B(2n)$ har samma tecken som $(-1)^{n-1}$.

§ 7.

Vi skola nu använda de i det föregående bevisade formlerna till evaluation af några definitiva integraler, i hvilka de BERNOULLI'ska funktionerna ingå. Om vi sätta eqv. (5) under formen

$$q(z, m) = \varphi'(z, m+1) - B(m)$$

samt integrera funktionerna i båda membra mellan gränserna 0 och c , der c betyder en ändlig kvantitet hvilken som helst, så erhålles för $m \geq 0$

$$(117) \quad \int_0^c q(z, m) dz = q(c, m+1) - B(m)c.$$

Kombinera vi denna likhet med den, som erhålles af densamma genom substitutionen $c+1$ i stället för c , så finna vi

$$(118) \quad \int_c^{c+1} \varphi(z, m) dz = \varphi(c+1, m+1) - \varphi(c, m+1) - B(m)$$

och alltså, om vi använda eqv. (50),

$$(119) \quad \int_c^{c+1} \varphi(z, m) dz = \frac{c^m}{\Gamma(m+1)} - B(m),$$

hvilken formel gäller för $m \geq 0$. För $c = 0$ erhålles här af, om vi antaga $m \geq 1$,

$$(120) \quad \int_0^1 \varphi(z, m) dz = -B(m).$$

Vi öfvergå nu till evaluation af integralen

$$\int_0^c \varphi(z, m) e^{-az} dz,$$

der vi antaga, att $m \geq 0$, samt att a och c äro ändliga qvantiteter hvilka som helst, med den inskränkning likväl, att a ej är noll, ty för $a = 0$ är integralens värde gifvet af formeln (117). Om vi för $m \geq 0$ sätta

$$(121) \quad f(m) = a^m \int_0^c \varphi(z, m) e^{-az} dz,$$

så är

$$(122) \quad f(0) = 0,$$

och genom partiel integration erhålles af eqv. (121)

$$(123) \quad f(m) = -a^{m-1} \int_0^c \varphi(z, m) de^{-az} \\ = -a^{m-1} \int_0^c \varphi(z, m) e^{-az} + a^{m-1} \int_0^c \varphi'(z, m) e^{-az} dz$$

och alltså enligt eqv. (5) och (19), om vi antaga $m \geq 1$,

$$(124) \quad f(m) = -a^{m-1} \varphi(c, m) e^{-ac} \\ + a^{m-1} \int_0^c \{ \varphi(z, m-1) + B(m-1) \} e^{-az} dz,$$

hvaraf följer enligt eqv. (121)

$$(125) \quad f(m) - f(m-1) = -a^{m-1} \varphi(c, m) e^{-ac} \\ + B(m-1) a^{m-2} (1 - e^{-ac}).$$

Ersätta vi i denna equation m successive med

$$1, 2, 3, \dots, m-1, m,$$

och addera de sålunda erhållna likheterna, så erhålla vi enligt eqv. (122) för $m \geq 1$

$$(126) f(m) = -e^{-ac} \sum_{h=1}^{h=m} \varphi(c, h) a^{h-1} + (1 - e^{-ac}) \sum_{h=1}^{h=m} B(h-1) a^{h-2}$$

och alltså, om vi använda eqv. (121) och i den sista summan i högra membrum af eqv. (126) införa $h + 1$ i stället för h ,

$$(127) \int_0^c \varphi(z, m) e^{-az} dz = -\frac{e^{-ac}}{a^m} \sum_{h=1}^{h=m} \varphi(c, h) a^{h-1} + \frac{1 - e^{-ac}}{a^{m+1}} \sum_{h=0}^{h=m-1} B(h) a^h,$$

hvarmed den ifrågavarande integralen är evaluerad. Af formeln (127), hvilken gäller för $m \geq 1$ samt för alla ändliga värden på a och c med undantag af $a = 0$, skola vi göra två användningar.

1) Om vi först antaga, att den reela delen af a är positiv, så erhålla vi af eqv. (127), om vi låta c konvergera mot den positiva oändligheten,

$$(128) \int_0^{\infty} \varphi(z, m) e^{-az} dz = \frac{1}{a^{m+1}} \sum_{h=0}^{h=m-1} B(h) a^h,$$

hvilken formel gäller för $m \geq 1$. Om ψ är en kvantitet, som uppfyller villkoren

$$-\frac{\pi}{2} < \psi < \frac{\pi}{2},$$

och om vi i eqv. (128) sätta

$$a = \cos \psi + i \sin \psi,$$

så erhålla vi

$$(129) \int_0^{\infty} \varphi(z, m) e^{-z \cos \psi - iz \sin \psi} dz = \sum_{h=0}^{h=m-1} B(h) \{ \cos(m+1-h)\psi - i \sin(m+1-h)\psi \}.$$

Skilja vi i denna likhet de reela och imaginära delarne, så finna vi

$$(130) \int_0^{\infty} \varphi(z, m) e^{-z \cos \psi} \cos(z \sin \psi) dz = \sum_{h=0}^{h=m-1} B(h) \cos(m+1-h)\psi$$

och

$$(131) \int_0^{\infty} \varphi(z, m) e^{-z \cos \psi} \sin(z \sin \psi) dz = \sum_{h=0}^{h=m-1} B(h) \sin(m+1-h)\psi,$$

hvilka två formler gälla för

$$m \geq 1, \quad -\frac{\pi}{2} < \psi < \frac{\pi}{2}.$$

Om vi förlänga eqv. (128) med a^{m+1} samt antaga, att

$$|a| < 2\pi,$$

så erhålles för $m = \infty$

$$(132) \quad \lim_{m=\infty} a^{m+1} \int_0^{\infty} \varphi(z, m) e^{-az} dz = \sum_{h=0}^{h=\infty} B(h) a^h$$

och således enligt eqv. (98)

$$(133) \quad \lim_{m=\infty} a^{m+1} \int_0^{\infty} \varphi(z, m) e^{-az} dz = \frac{a}{e^a - 1},$$

hvilken formel gäller, om den reela delen af a är positiv, samt det absoluta beloppet af a mindre än 2π .

För $a = 1$ erhålles af eqv. (128) och (133) formlerna

$$(134) \quad \int_0^{\infty} \varphi(z, m) e^{-z} dz = \sum_{h=0}^{h=m-1} B(h),$$

hvilken gäller för $m \geq 1$, samt

$$(135) \quad \lim_{m=\infty} \int_0^{\infty} \varphi(z, m) e^{-z} dz = \frac{1}{e - 1}.$$

2) Om vi i eqv. (127) sätta $c = 1$ samt använda eqv. (20) och (21), så erhålles för $m \geq 1$

$$(136) \quad \int_0^1 \varphi(z, m) e^{-az} dz = -\frac{e^{-a}}{a^m} + \frac{1 - e^{-a}}{a^{m+1}} \sum_{h=0}^{h=m-1} B(h) a^h,$$

i hvilken formel a betyder en ändlig kvantitet, hvilken som helst med undantag af $a = 0$. Sätta vi här

$$a = 2k\pi i,$$

der k betecknar ett helt reelt från noll skildt tal, så finna vi

$$(137) \quad \int_0^1 \varphi(z, m) e^{-2k\pi z i} dz = -\frac{1}{(2k\pi i)^m},$$

hvilken formel gäller för hvarje helt positivt tal m och för hvarje från noll skildt helt tal k . Om n betecknar ett helt positivt tal, så erhålla vi af eqv. (137), om vi der skilja de reela och imaginära delarne af båda membra, följande formler:

$$(138) \quad \int_0^1 \varphi(z, 2n-1) \cos 2k\pi z dz = 0,$$

$$(139) \quad \int_0^1 \varphi(z, 2n-1) \sin 2k\pi z dz = \frac{(-1)^n}{(2k\pi)^{2n-1}},$$

$$(140) \quad \int_0^1 \varphi(z, 2n) \cos 2k\pi z dz = \frac{(-1)^{n-1}}{(2k\pi)^{2n}},$$

$$(141) \quad \int_0^1 \varphi(z, 2n) \sin 2k\pi z dz = 0.$$

Om vi i eqv. (117) sätta

$$c = \frac{1}{2},$$

så erhålles för $m \geq 0$

$$(142) \quad \int_0^{\frac{1}{2}} \varphi(z, m) dz = \varphi\left(\frac{1}{2}, m+1\right) - \frac{B(m)}{2}$$

och således enligt eqv. (77)

$$(143) \quad \int_0^{\frac{1}{2}} \varphi(z, m) dz = -\frac{B(m)}{2} - \left(2 - \frac{1}{2^m}\right) B(m+1),$$

hvilken formel gäller för $m \geq 0$.

§ 8.

Om h är en reel kvantitet och $f(z)$ en funktion af z , hvilken jämte sina derivator är ändlig och kontinuerlig från och med $z = h$ till och med $z = h + 1$, och om vi på likheten

$$(144) \quad \frac{d}{dz} \{ \varphi(z, r+1) f^{r+1}(h+z) \} = \varphi(z, r+1) f^{r+2}(h+z) \\ + \varphi'(z, r+1) f^{r+1}(h+z),$$

der r är ett helt positivt tal eller noll, använda eqv. (5), så erhålles

$$(145) \quad \frac{d}{dz} \{ \varphi(z, r+1) f^{r+1}(h+z) \} = B(r) f^{r+1}(h+z) \\ + \varphi(z, r+1) f^{r+2}(h+z) + \varphi(z, r) f^{r+1}(h+z).$$

Om vi förlänga denna likhet med $(-1)^r$ samt integrera båda membra i afseende på z mellan gränserna $z = 0$ och $z = 1$, så erhålles enligt eqv. (19)

$$(146) \quad (-1)^r \varphi(1, r+1) f^{r+1}(h+1) = (-1)^r B(r) \{ f^r(h+1) - f^r(h) \} \\ - (-1)^{r+1} \int_0^1 \varphi(z, r+1) f^{r+2}(h+z) dz \\ + (-1)^r \int_0^1 \varphi(z, r) f^{r+1}(h+z) dz,$$

hvilken formel gäller för $r \geq 0$, om vi använda beteckningen $f^0(z) = f(z)$.

Om vi nu med m förstå ett helt positivt tal, och sätta i eqv. (146) r successive lika med

$$0, 1, 2, \dots, m-1,$$

och addera de sålunda erhållna likheterna, så finna vi enligt eqv. (18), (20), (21)

$$(147) \quad f'(h+1) = \sum_{r=0}^{m-1} (-1)^r B(r) \{ f^r(h+1) - f^r(h) \} \\ - (-1)^m \int_0^1 \varphi(z, m) f^{m+1}(h+z) dz$$

och således

$$(148) \quad f'(h+1) = \sum_{r=0}^{r=m} (-1)^r B(r) \{f^r(h+1) - f^r(h)\} \\ - (-1)^m \int_0^1 \{\varphi(z, m) + B(m)\} f^{m+1}(h+z) dz.$$

Emedan

$$(-1)^r B(r) = B(r)$$

för $r = 0$ och för $r \geq 2$, men

$$(-1)^r B(r) = B(r) + 1$$

för $r = 1$, så erhålles af eqv. (148)

$$(149) \quad f'(h) = \sum_{r=0}^{r=m} B(r) \{f^r(h+1) - f^r(h)\} \\ - (-1)^m \int_0^1 \{\varphi(z, m) + B(m)\} f^{m+1}(h+z) dz,$$

hvilken formel gäller för $m \geq 1$. Införa vi i integralen i högra membrum $z - h$ i stället för z , så erhålles

$$(150) \quad f'(h) = \sum_{r=0}^{r=m} B(r) \{f^r(h+1) - f^r(h)\} \\ - (-1)^m \int_h^{h+1} \{\varphi(z-h, m) + B(m)\} f^{m+1}(z) dz.$$

Om h är ett helt tal, så är enligt teorem X för $m \geq 1$ och $h < z < h+1$

$$(151) \quad \varphi(z-h, m) + B(m) = -\frac{1}{(2\pi i)^m} \sum_{s=1}^{s=\infty} \frac{e^{2s\pi zi} + (-1)^m e^{-2s\pi zi}}{s^m},$$

och alltså erhålles af eqv. (150)

$$(152) \quad f'(h) = \sum_{r=0}^{r=m} B(r) \{f^r(h+1) - f^r(h)\} \\ + \frac{(-1)^m}{(2\pi i)^m} \int_h^{h+1} f^{m+1}(z) \sum_{s=1}^{s=\infty} \frac{e^{2s\pi zi} + (-1)^m e^{-2s\pi zi}}{s^m} dz.$$

Antaga vi nu, att funktionen $f'(z)$ och dess derivator äro ändliga och kontinuerliga från och med $z = 0$ till och med $z = k$, der k är ett helt positivt tal, och sätta vi i eqv. (152)

$$h = 0, 1, 2, \dots, k - 1,$$

samt addera de sålunda erhållna likheterna, så finna vi

$$(153) \quad \sum_{h=0}^{h=k-1} f'(h) = \sum_{r=0}^{r=m} B(r) \{f^r(k) - f^r(0)\} \\ + \frac{(-1)^m}{(2\pi i)^m} \int_0^k f^{m+1}(z) \sum_{s=1}^{s=\infty} \frac{e^{2s\pi z i} + (-1)^m e^{-2s\pi z i}}{s^m} dz,$$

hvarmed följande teorem är bevisadt.

Teorem XII. Om k och m äro två hela positiva tal, och om $f(z)$ är en funktion af z , som jämte sina $m + 1$ första derivator är ändlig och kontinuerlig från och med $z = 0$ till och med $z = k$, så är

$$\sum_{h=0}^{h=k-1} f'(h) = \sum_{r=0}^{r=m} B(r) \{f^r(k) - f^r(0)\} \\ + \frac{(-1)^m}{(2\pi i)^m} \int_0^k f^{m+1}(z) \sum_{s=1}^{s=\infty} \frac{e^{2s\pi z i} + (-1)^m e^{-2s\pi z i}}{s^m} dz.$$

Emedan kvantiteten

$$(-1)^m \frac{e^{2s\pi z i} + (-1)^m e^{-2s\pi z i}}{s^m}$$

är innesluten mellan gränserna 2 och -2 , så är för $m \geq 2$

$$(154) \quad \frac{(-1)^m}{i^m} \sum_{s=1}^{s=\infty} \frac{e^{2s\pi z i} + (-1)^m e^{-2s\pi z i}}{s^m} = 2\theta_1 \sum_{s=1}^{s=\infty} \frac{1}{s^m},$$

der $-1 \leq \theta_1 \leq 1$, och alltså är enligt det föregående teoremet

$$(155) \quad \sum_{h=0}^{h=k-1} f'(h) = \sum_{r=0}^{r=m} B(r) \{f^r(k) - f^r(0)\} \\ + \frac{2}{(2\pi)^m} \sum_{s=1}^{s=\infty} \frac{1}{s^m} \int_0^k \theta_1 f^{m+1}(z) dz.$$

Antaga vi nu, att funktionen $f'(z)$ har den egenskapen, att derivatan $f^{m+1}(z)$ behåller samma tecken mellan $z = 0$ och $z = k$, så är

$$(156) \quad \int_0^k \theta_1 f^{m+1}(z) dz = \theta_2 \int_0^k f^{m+1}(z) dz = \theta_2 \{f^m(k) - f^m(0)\},$$

der θ_2 , som är ett medelvärde af kvantiteterna θ_1 , satisfierar olikheterna

$$-1 < \theta_2 < 1,$$

och af eqv. (155) och (156) följer

$$(157) \quad \sum_{h=0}^{h=k-1} f'(h) = \sum_{r=0}^{r=m} B(r) \{f^r(k) - f^r(0)\} \\ + \frac{2\theta_2}{(2\pi)^m} \cdot \sum_{s=1}^{s=\infty} \frac{1}{s^m} \cdot \{f^m(k) - f^m(0)\}.$$

Låta vi nu n betyda ett helt positivt tal, och sätta i eqv. (157)

$$m = 2n, \theta_2 = (-1)^n \theta,$$

så finna vi med användning af eqv. (116)

$$(158) \quad \sum_{h=0}^{h=k-1} f'(h) = \sum_{r=0}^{r=2n} B(r) \{f^r(k) - f^r(0)\} \\ - \theta B(2n) \{f^{2n}(k) - f^{2n}(0)\},$$

der $-1 < \theta < 1$, och hvilken formel gäller, om $f^{2n+1}(z)$ ej ändrar tecken mellan $z = 0$ och $z = k$.

Antaga vi nu dessutom, att derivatorna $f^{2n+2}(z)$ och $f^{2n+3}(z)$ äro ändliga och kontinuerliga, och att $f^{2n+3}(z)$ ej ändrar tecken mellan $z = 0$ och $z = k$, så kunna vi i eqv. (158) ersätta n med $n + 1$, och vi finna då

$$(159) \quad \sum_{h=0}^{h=k-1} f'(h) = \sum_{r=0}^{r=2n+2} B(r) \{f^r(k) - f^r(0)\} \\ - \theta_1 B(2n+2) \{f^{2n+2}(k) - f^{2n+2}(0)\},$$

der $-1 < \theta_1 < 1$, och alltså

$$(160) \quad \sum_{h=0}^{h=k-1} f'(h) = \sum_{r=0}^{r=2n} B(r) \{f^r(k) - f^r(0)\} \\ + (1 - \theta_1) B(2n+2) \{f^{2n+2}(k) - f^{2n+2}(0)\},$$

och af eqv. (158) och (160) följer

$$(161) \quad -\theta B(2n) \{f^{2n}(k) - f^{2n}(0)\} \\ = (1 - \theta_1) B(2n+2) \{f^{2n+2}(k) - f^{2n+2}(0)\}.$$

Emedan enligt eqv. (116) talen $B(2n)$ och $B(2n+2)$ ha motsatta tecken, så följer af eqv. (161), om vi med P beteckna en positiv kvantitet,

$$(162) \quad \theta \{f^{2n}(k) - f^{2n}(0)\} = P \{f^{2n+2}(k) - f^{2n+2}(0)\}.$$

Vi skilja nu följande två fall:

1) Om derivatorna $f^{2n+1}(z)$ och $f^{2n+3}(z)$ ha samma tecken mellan $z = 0$ och $z = k$, så måste funktionerna $f^{2n}(z)$ och $f^{2n+2}(z)$ samtidigt växa eller samtidigt aftaga från $z = 0$ till $z = k$, och alltså ha differenserna

$$f^{2n}(k) - f^{2n}(0), \quad f^{2n+2}(k) - f^{2n+2}(0)$$

samma tecken, och af eqv. (162) följer då

$$(163) \quad \theta > 0;$$

emedan θ ligger mellan -1 och 1 , så erhålles häraf

$$(164) \quad 0 < \theta < 1.$$

2) Om derivatorna $f^{2n+1}(z)$ och $f^{2n+3}(z)$ ha motsatta tecken mellan $z = 0$ och $z = k$, så växer den ena af funktionerna $f^{2n}(z)$ och $f^{2n+2}(z)$ från $z = 0$ till $z = k$, under det att den andra aftager, och följaktligen ha differenserna

$$f^{2n}(k) - f^{2n}(0), \quad f^{2n+2}(k) - f^{2n+2}(0)$$

motsatta tecken, och af eqv. (162) erhålles

$$(165) \quad \theta < 0,$$

och alltså, emedan θ ligger mellan -1 och 1 ,

$$(166) \quad -1 < \theta < 0.$$

Af denna undersökning framgår följande teorem.

Teorem XIII. Om k och n äro två hela positiva tal, och om $f(z)$ är en funktion af z , som jämte sina $2n+1$ första derivator är ändlig och kontinuerlig från och med $z=0$ till och med $z=k$, och om $f^{2n+1}(z)$ ej ändrar tecken inom detta område så är

$$\sum_{h=0}^{h=k-1} f'(h) = \sum_{r=0}^{r=2n} B(r) \{f^r(k) - f^r(0)\} \\ - \theta B(2n) \{f^{2n}(k) - f^{2n}(0)\},$$

der θ är en kvantitet, som satisfierar olikheterna

$$-1 < \theta < 1;$$

om funktionen $f(z)$, förutom de ofvan angifna bestämningarne, äfven har de egenskaperna, att derivatorna $f^{2n+2}(z)$ och $f^{2n+3}(z)$ äro ändliga och kontinuerliga från och med $z=0$ till och med $z=k$, samt att $f^{2n+3}(z)$ ej ändrar tecken inom detta område, så är

$$0 < \theta < 1,$$

om derivatorna $f^{2n+1}(z)$ och $f^{2n+3}(z)$ ha samma tecken, men

$$-1 < \theta < 0,$$

om dessa derivator ha motsatta tecken inom det nämnda området.

Skänker till Vetenskaps-Akademiens Bibliothek.

(Forts. fr. sid. 432.)

Pennsylvania. *Geological Survey.*

Annual report. 1886: P. 3. Text & Atlas. 8:o & F.

Second geological survey. AA. P. 2: Atlas; C. 7: Atlas. 1886. 8:o.

Philadelphia. *American entomological society.*

Transactions and Proceedings of the entomological section of the Academy of natural sciences. Vol. 14 (1887): N:o 1-4 and supplementary volume; 15 (1888): 1. 8:o.

San Francisco. *California academy of sciences.*

Memoirs. Vol. 1: Title, table; 2: N:o 1. 1888. 4:o.

Bulletin. Vol. 2: N:o 8. 1887. 8:o.

Proceedings. Vol. 7 (1876): Title, table. 8:o.

Stuttgart. *Verein für vaterländische Naturkunde in Württemberg.*

Jahreshefte. Jahrg. 44. 1887. 8:o.

Sydney. *R. Society of New South Wales.*

Journal and proceedings. Vol. 21 (1887). 8:o.

Tokio. *Imperial university, Japan.*

Journal of the college of science. Vol. 2: P. 1-3. 1888. 4:o.

Mittheilungen der medicinischen Facultät. Bd. 1: N:o 2. 1888. 4:o.

Calendar. Year 1887/88. 12:o.

— *Seismological society.*

Transactions. Vol. 12. Yokohama 1888. 8:o.

Torino. *R. Accademia delle scienze.*

Memorie. (2) T. 38. 1888. 8:o.

Verona. *Accademia d'agricoltura, arti e commercio.*

Memorie. (3) Vol. 63. 1886. 8:o.

Washington, U. S. *Coast and geodetic survey.*

Report. Year 1885/86. 4:o.

— *Smithsonian institution.*

Smithsonian miscellaneous collections. Vol. 31. 1888. 8:o.

Annual report. 1885, July: P. 2. 8:o.

— *Philosophical society.*

Bulletin. Vol. 10 (1887). 8:o.

Wien. *K. Akademie der Wissenschaften.*

Mittheilungen der prähistorischen Commission. N:o 1. 1887. 4:o.

— *K.K. Zoologisch-botanische Gesellschaft.*

Verhandlungen. Bd. 38 (1888): Qu. 1-2. 8:o.

Hr Henry Shaw. **S:t Louis, U. S.**

ENGELMANN, G., The botanical works, collected for HENRY SHAW, edited by W. TRELEASE and ASA GRAY. Cambridge 1887. 4:o.

Utgifvaren.

Acta mathematica. 11: 1-4. 1887-88. 4:o.

(Forts. å sid. 474.)

Zur Theorie der singulären Lösung einer partiellen Differentialgleichung mit zwei unabhängigen Variablen.

VON JULIUS MÖLLER.

[Mitgetheilt den 12 September 1888 durch D. G. LINDHAGEN.]

1. Es sei gegeben die partielle Differentialgleichung

$$(f) \quad f(x, y, z, p, q) = 0,$$

wo p und q wie gewöhnlich $\frac{dz}{dx}$ und $\frac{dz}{dy}$ bedeuten. Wir nehmen hier an, dass dieselbe algebraisch und von ganzer, rationaler Form ist. Wenn man zwischen (f) ,

$$(f_4) \quad \frac{df}{dp} = f_4 = 0^1)$$

und

$$(f_5) \quad \frac{df}{dq} = f_5 = 0$$

p und q eliminirt, erhält man eine Gleichung

$$(F) \quad F(x, y, z) = 0.$$

Existirt eine singuläre Lösung der gegebenen Differentialgleichung, enthält (F) dieselbe²⁾. Damit aber (F) eine solche sei, müssen die ersten Ableitungen von z nach x und y , die man daraus erhält,

¹⁾ Für die partiellen Ableitungen irgend einer Function $\varphi(x, y, z, p, q)$ werden folgende Bezeichnungen gebraucht: $\frac{d\varphi}{dx} = \varphi_1$, $\frac{d\varphi}{dy} = \varphi_2$, $\frac{d\varphi}{dz} = \varphi_3$, $\frac{d\varphi}{dp} = \varphi_4$, $\frac{d\varphi}{dq} = \varphi_5$.

²⁾ Vgl. z. B. BOOLE, »Treatise of Differential Equations«, Ch. XIV, Art. 10, und Ch. XXIV, Art. 8 (»Supplementary Volume«).

der Gleichung (f) genügen, weil sonst (F) keine Lösung wäre. Diese Ableitungen, welche wir mit p_0 und q_0 bezeichnen wollen, erhalten wir durch Differentiirung der Gleichungen (f), (f_4) und (f_5), aus denen (F) entstand. Die Differentiirung in Bezug auf x giebt

$$f_1 + f_3 p_0 + f_4 \frac{dp}{dx} + f_5 \frac{dq}{dx} = 0$$

$$f_{14} + f_{34} p_0 + f_{44} \frac{dp}{dx} + f_{45} \frac{dq}{dx} = 0$$

$$f_{15} + f_{35} p_0 + f_{45} \frac{dp}{dx} + f_{55} \frac{dq}{dx} = 0,$$

und diejenige in Bezug auf y

$$f_2 + f_3 q_0 + f_4 \frac{dp}{dy} + f_5 \frac{dq}{dy} = 0$$

$$f_{24} + f_{34} q_0 + f_{44} \frac{dp}{dy} + f_{45} \frac{dq}{dy} = 0$$

$$f_{25} + f_{35} q_0 + f_{45} \frac{dp}{dy} + f_{55} \frac{dq}{dy} = 0. \text{ 1)}$$

Vermöge der Gleichungen (f_4) und (f_5) erhält man hieraus zur Bestimmung von p_0 und q_0

$$f_1 + f_3 p_0 = 0$$

$$f_2 + f_3 q_0 = 0,$$

mindestens wenn weder f_3 noch

$$\begin{vmatrix} f_{44} & f_{45} \\ f_{45} & f_{55} \end{vmatrix}$$

verschwindet, was bis auf weiteres angenommen wird.

Soll (F) singuläre Lösung sein (da $p_0 = p$ und $q_0 = q$) müssen also die beiden Bedingungen

1) Die hier vorkommenden $\frac{dp}{dx}$, $\frac{dq}{dx}$, $\frac{dp}{dy}$, $\frac{dq}{dy}$ verwechsle man nicht mit den Ableitungen $\frac{d^2z}{dx^2}$, $\frac{d^2z}{dx dy}$, $\frac{d^2z}{dy^2}$, welche man durch die Differentiirung der Gleichung (f) allein erhält. Jene werden aus den obigen Gleichungen völlig bestimmt, da hingegen von diesen eine beliebig gewählt werden kann, weil man zur Bestimmung derselben nur über zwei Gleichungen verfügt.

$$(S) \quad \begin{aligned} f_1 + f_3 p &= 0 \\ f_2 + f_3 q &= 0 \end{aligned}$$

befriedigt sein.

2. Die Gleichung (f) repräsentirt ein System von Flächen, die wir ihre Integralflächen oder kurz die *f*-Flächen nennen wollen. Wir werden diese Flächen in den Punkten, wo (*f*₄) und (*f*₅) erfüllt sind, welche Punkte in der von der Gleichung (*F*) dargestellten Fläche liegen, untersuchen. Dabei setzen wir anfänglich voraus, dass die Bedingungen (S) am Schlusse des vor. Art. nicht befriedigt sind.

Eine Untersuchung der zum *f*-Systeme reciproken Flächen wird uns zum Ziel führen. Der Übergang zu dem reciproken System wird, wenn dasselbe in Bezug auf die Kugel

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1$$

gebildet wird, durch die Formeln

$$x = \frac{p'}{N}, \quad y = \frac{q'}{N}, \quad z = -\frac{1}{N}, \quad p = -\frac{x'}{z'}, \quad q = -\frac{y'}{z'},$$

wo $N \equiv x'p' + y'q' - z'$, vermittelt, da x', y', z', p' und q' sich auf das neue System beziehen. Die Differentialgleichung der Reciprokalflächen ist also

$$f\left(\frac{p'}{N}, \frac{q'}{N}, -\frac{1}{N}, -\frac{x'}{z'}, -\frac{y'}{z'}\right) = 0.$$

Hieraus erhalten wir durch Differentiirung in Bezug auf x' und

y' , wenn wir r', s', t' statt $\frac{d^2z'}{dx'^2}, \frac{d^2z'}{dx'dy'}, \frac{d^2z'}{dy'^2}$ schreiben,

$$\begin{aligned} \frac{(y'q' - z')r' - y'p's'}{N^2} f_1 + \frac{(x'p' - z')s' - x'q'r'}{N^2} f_2 + \frac{x'r' + y's'}{N^2} f_3 + \\ + \frac{x'p' - z'}{z'^2} f_4 + \frac{y'p'}{z'^2} f_5 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{(y'q' - z')s' - y'p't'}{N^2} f_1 + \frac{(x'p' - z')t' - x'q's'}{N^2} f_2 + \frac{x's' + y't'}{N^2} f_3 + \\ + \frac{x'q'}{z'^2} f_4 + \frac{y'q' - z'}{z'^2} f_5 = 0.1) \end{aligned}$$

1) Es haben natürlich hier $f_1 \dots f_5$ dieselbe Bedeutung wie vorher, also ist f_1 nicht etwa $\frac{df}{dx'}$, sondern $\frac{df}{dx}$.

Setzen wir kurz

$$\begin{aligned}(y'q' - z')f'_1 - x'q'f'_2 + x'f'_3 &= A, \\ -y'p'f'_1 + (x'p' - z')f'_2 + y'f'_3 &= B,\end{aligned}$$

können wir diese Gleichungen in der Form

$$(1) \quad \begin{aligned}Ar' + Bs' + [(x'p' - z')f_4 + y'p'f_5] \frac{N^2}{z'^2} &= 0 \\ As' + Bt' + [x'q'f_4 + (y'q' - z')f_5] \frac{N^2}{z'^2} &= 0\end{aligned}$$

schreiben. Für $f_4 = 0, f_5 = 0$ ist also

$$(2) \quad \begin{aligned}Ar' + Bs' &= 0 \\ As' + Bt' &= 0\end{aligned}$$

woraus folgt

$$r't' = s'^2.$$

Dies bedeutet aber das Vorhandensein eines parabolischen Punktes oder einer stationären Tangentenebene. *Die ursprünglichen Flächen haben also stationäre Punkte.*

Hierbei bemerken wir jedoch gleich, dass nicht ein jeder Punkt in der Curve, wo (F) irgend eine f -Fläche schneidet, ein Rückkehrpunkt eben dieser f -Fläche ist, sondern nur solche, wo wirklich die Bedingungen (f_4) und (f_5) erfüllt sind.

3. Die Differentialgleichung

$$2x^2 - 2z - p^2 + q^2 = 0$$

gibt ein Beispiel des vor. Art. Aus

$$\begin{aligned}f_4 &\equiv -2p = 0 \\ f_5 &\equiv 2q = 0\end{aligned}$$

ergibt sich als die Gleichung (F)

$$z = x^2.$$

Ein Integral ist

$$[2x^2 + (y - a)^2 - 2z]^3 = [2x^3 + 3x(y - a)^2 - 6xz + b]^2$$

wo a und b arbiträre Constanten sind. Wir wählen eine von diesen Integralflächen aus und differentiiren um diejenigen Punkte zu finden, wo die Bedingungen (f_4) und (f_5) erfüllt sind. Dies geschieht, wenn

$$x = \left(\frac{b}{4}\right)^{1/3}, y = a, z = \left(\frac{b}{4}\right)^{2/3}.$$

Hierher verlegen wir darauf den Anfangspunkt, da die Gleichung von der Form

$$z^2 + u = 0$$

wird, wo u Glieder höherer Ordnung als der zweiten bedeutet. Also ein stationärer Punkt, dessen Tangentenebene der xy -Ebene parallel ist.

4. Nur einzelne Punkte in der Schnittcurve zwischen (F) und irgend einer f -Fläche sind in der Regel, nach der Schlussbemerkung des Art. 2, Cuspidalpunkte der letzteren. Schon aus diesem Grunde konnten wir nicht etwa sagen, es sei (F) der Ort der Cuspidalkanten der f -Flächen. Es kommt aber noch zu, dass stationäre Punkte ausserhalb der Fläche (F) vorkommen. Solche giebt es sogar bei Differentialgleichungen *ersten* Grades, wo keine Fläche (F) existirt. So hat z. B. die Gleichung

$$xp + yq + z = 0$$

ein Integral

$$x^3(xz - b)^2 = (y - ax)^3$$

bei welchem leicht zu sehen ist, dass die Ebene

$$y = ax$$

eine Rückkehrkante ausschneidet.

Ebenso findet man, dass in dem im letzten Art. behandelten Beispiele die Schnittcurve mit

$$x = \left(\frac{b}{4}\right)^{1/3}$$

Cuspidalkante ist.

Es hat keine Schwierigkeit dies aufzuklären und zwar wieder mit Hilfe des reciproken Flächensystems. Es wurde in Art. 2 gezeigt, dass für $f'_4 = 0$, $f'_5 = 0$

$$r't = s'^2.$$

Diese Relation fordert aber nicht *nothwendig*, dass die Gleichungen (f'_4) und (f'_5) befriedigt sind. In der That, wenn man aus den

beiden Gleichungen (1) daselbst r' und t' durch s' ausdrückt und dann in $r't' = s'^2$ einsetzt, erhält man

$$(1) \quad (AC + BD)s' + CD = 0,$$

wenn C und D die von r' , s' und t' unabhängigen Glieder der beiden genannten Gleichungen bedeuten. Für ein beliebiges Werthsystem von x' , y' , z' , p' und q' giebt es also, da eine der Grössen r' , s' und t' willkürlich gewählt werden kann, unter den Reciprokflächen immer solche, welche parabolische Punkte haben; es sind aber, nur diejenigen Flächen, deren Werth von s' der Gleichung (1) genügt.

Für ein beliebiges Werthsystem von x , y , z , p und q giebt es folglich im allgemeinen unter den f -Flächen stets solche, welche Cuspidalpunkte haben.

Wenn aber $f_4 = 0$, $f_5 = 0$, ist $r't' = s'^2$, wie auch s' gewählt wird. Für ein solches Werthsystem von x , y , z , p und q haben daher alle f -Flächen einen Cuspidalpunkt, welche auch also z. B. die Form des Integrales sei.

Wir schliessen dies mit folgender Bemerkung ab. Wenn wir irgend eine der Reciprokflächen auswählen und durch Differentiirung die Werthe von p' , q' und s' ableiten und in die Gleichung (1) einführen, repräsentirt diese eine andere Fläche, die die Curve der parabolischen Punkte der ersten ausschneidet. Hieraus darf man den Schluss ziehen, dass die f -Flächen im allgemeinen Cuspidalkanten besitzen, von denen zwar nach dem vorigen nur einzelne Punkte in (F) liegen.

5. Damit die Gleichungen (2) in Art. 2 zur Bedingung

$$r't' = s'^2$$

führen, dürfen die Grössen A und B daselbst nicht verschwinden. Wir werden jetzt den Fall in Betracht ziehen, wo auf einmal

$$A \equiv (y'q' - z')f_1 - x'q'f_2 + x'f_3 = 0$$

$$B \equiv -y'p'f_1 + (x'p' - z')f_2 + y'f_3 = 0.$$

Transformirt man diese Gleichungen in zwei andere durch successive Elimination von f_2 und f_1 und statt $-\frac{x'}{z'}$ und $-\frac{y'}{z'}$ wieder p und q einführt, erhält man

$$\begin{aligned} f'_1 + f'_3 p &= 0 \\ f'_2 + f'_3 q &= 0, \end{aligned}$$

also eben die Bedingungen (S) des Art. I, welche erfüllt werden müssten, damit (F) singuläre Lösung sei; wenn dies stattfindet, ist bekanntlich die geometrische Bedeutung von (F), dass dieselbe Enveloppe der f' -Flächen ist.

Beisp.

$$2z + p^2 - q^2 = 0.$$

Hier sind für

$$\begin{aligned} f'_4 &\equiv 2p = 0 \\ f'_5 &\equiv -2q = 0 \end{aligned}$$

die Bedingungen (S) erfüllt.

$$(F) \quad z = 0$$

ist singuläre Lösung. Dies bestätigt sich aus

$$2z = (y - a)^2 - (x - b)^2$$

ein System Integralflächen. Im Punkte $(b, a, 0)$, wo (f'_4) und (f'_5) befriedigt sind, ist eben $z = 0$ Tangentenebene.

6. Man darf hier nicht die Umkehrung machen, dass, wenn die Gleichungen (S) erfüllt sind, (F) *nothwendig* singuläre Lösung ist, und zwar nicht wenn diese Gleichungen in der Weise erfüllt sind, dass die Functionen f'_1 , f'_2 und f'_3 jede für sich verschwinden. In diesem Falle werden nämlich nicht p_0 und q_0 durch die Gleichungen des Art. I bestimmt und brauchen also nicht mit p und q zusammenfallen.

In der That kann es noch einen Umstand geben, der das Verschwinden von f'_4 und f'_5 bewirkt. Wenn

$$(\varphi) \quad \varphi(x, y, z, a, b) = 0$$

ein System f' -Flächen ist, wird man finden, dass (f'_4) und (f'_5) in denjenigen Punkten befriedigt sind, wo zwei von diesen Flächen einander berühren. Wir beweisen dies leicht. Zu diesem Zweck suchen wir die Bedingung, unter welcher in einem Punkte (x, y, z) eine solche Berührung stattfindet. Aus (φ) ergiebt sich durch Differentiirung

$$(1) \quad \begin{aligned} \varphi_1 + \varphi_3 p &= 0 \\ \varphi_2 + \varphi_3 q &= 0. \end{aligned}$$

Da wir nun (x, y, z) fixirt haben und vermöge der Gleichung (φ) die eine von den Grössen a und b , es sei z. B. b , durch die andere ausgedrückt werden kann, sind also in (1) nur drei Variablen übrig, a, p und q . Sollen nun zwei Flächen einander berühren, müssen einem Werthsystem von p und q , das mit (p_1, q_1) bezeichnet sei, zwei verschiedene Werthe von a entsprechen. Fassen wir (1) als eine Raumcurve auf, deren Coordinaten a, p und q sind, hat also diese Curve, von dem unendlich entfernten Punkte der a -Axe gesehen, für (p_1, q_1) einen scheinbaren Doppelpunkt, und also die Projection der Curve auf die pq -Ebene einen wirklichen. Um die erwünschte Bedingung zu erreichen hat man also a zu eliminiren und die partiellen Ableitungen in Bezug auf p und q zu bilden, die verschwinden müssen. Man findet aber gleich, dass dies zu (f_4) und (f_5) leitet, weil ja (f) eben in der Weise entsteht, dass man a und b aus (φ) und (1) eliminirt.

Ferner ersieht man leicht, dass im fraglichen Falle

$$(2) \quad f_1 = 0, f_2 = 0, f_3 = 0.$$

Es müssen nämlich die Functionen A und B in Art. 2 verschwinden, weil man sonst zu $s't' = s^2$ käme; also sind auch die Gleichungen (S) befriedigt (vgl. Art. 5). Nun ist aber die Erfüllung der Gleichungen (2) die einzige Weise, worauf dies möglich ist, mindestens wenn p und q finit sind, ohne dass $p_0 = p, q_0 = q$ wird, was hier nicht der Fall ist.

7. Nichts hindert doch, dass, obgleich

$$f_1 = 0, f_2 = 0, f_3 = 0$$

sind, $p_0 = p$ und $q_0 = q$ sein können. In solchem Falle ist (F) wieder singuläre Lösung oder sogar particuläres Integral, d. h. eine der f -Flächen selbst. Es wäre nicht schwer die Relationen herzuleiten, die da gelten müssen; es sei aber hierbei hinreichend zu bemerken, dass man sich durch Differentiirung von (F) überzeugen kann, ob $p_0 = p, q_0 = q$.

8. Es wurde im Art. 1 angenommen, dass

$$\begin{vmatrix} f_{44} & f_{45} \\ f_{45} & f_{55} \end{vmatrix} \neq 0.$$

Jetzt untersuchen wir, ob nicht auch in dem Falle, wo

$$\begin{vmatrix} f_{44}, f_{45} \\ f_{45}, f_{55} \end{vmatrix} = 0, \text{ kurz } \psi = 0,$$

die Bedingungen (S) daselbst befriedigt sind, wenn (F) singuläre Lösung ist. In diesem Falle kann $\psi = 0$ eine der Gleichungen (f), (f_4) und (f_5), z. B. (f_5), bei der Bildung der Gleichung (F) ersetzen, folglich, wenn es gilt p_0 zu berechnen, die Gleichung

$$\psi_1 + \psi_3 p_0 + \psi_4 \frac{dp}{dx} + \psi_5 \frac{dq}{dx} = 0$$

an die Stelle der Gleichung

$$f_{15} + f_{35} p_0 + f_{45} \frac{dp}{dx} + f_{55} \frac{dq}{dx} = 0$$

in demselben Art. treten. Dann muss aber wieder

$$f_2 + f_3 p_0 = 0$$

und ebenso

$$f_1 + f_3 q_0 = 0$$

sein, wenn nicht

$$\begin{vmatrix} f_{44}, f_{45} \\ \psi_4, \psi_5 \end{vmatrix} = 0.$$

Also kommen wir in der That wieder zu den Gleichungen (S).

Nun kann es aber geschehen, dass auch die letzte Determinante hier oben verschwindet. Da aber gelangen wir zu einer neuen, ähnlichen Bedingung, und, wenn auch diese erfüllt, zu noch einer, u. s. w. Dabei kann wohl vorkommen, wenn auch selten, dass alle diese Bedingungen erfüllt sind. Ist es so, können wir allerdings nicht auf diese Weise die Gleichungen (S) herleiten; man würde wohl aber, in dergleichen Fällen, dieselben mit Hilfe der Reciprokalflächen wieder erreichen können. Aber da diese Einzelheiten von untergeordneter Bedeutung sind, gehen wir nicht weiter darauf ein.

9. Wir wollen das vorige an noch einigen Beispielen erläutern.

$$(1) \quad pq - xp - yq = 0. \quad 1)$$

Hier ergibt sich

$$(f_4) \quad q - x = 0,$$

$$(f_5) \quad p - y = 0.$$

Man erhält also

$$(F) \quad xy = 0.$$

Die Bedingungen (S) sind nicht erfüllt. Es hat also (F) die allgemeine Bedeutung (Art. 2): sie bestimmt Cuspidalpunkte in den f -Flächen.

Wir prüfen es am Integrale

$$(z + a)^2 - 2xy(z + a) + bx^2 = 0.$$

Man findet, dass eine jede dieser Flächen zwei stationäre Punkte hat, nämlich in

$$x = 0, \quad y = \mp \sqrt{b}, \quad z = -a,$$

wo in der That (f_4) und (f_5) erfüllt sind.

Wenn man in dem Integrale statt b beliebige Functionen von a setzt, in Bezug auf a differentiirt und dann a eliminirt, erhält man bekanntlich neue Integrale. Macht man z. B. $b = -a^2$, erhält man auf diese Weise

$$z^2 - 2xyz + y^2 = 0.$$

Diese Fläche hat in $(\pm 1, 0, 0)$ stationäre Punkte.

$$(2) \quad pq + xp + yq - z = 0. \quad 2)$$

$$(f_4) \quad q + x = 0$$

$$(f_5) \quad p + y = 0$$

geben

$$(F) \quad z + xy = 0.$$

Hier findet man (S) befriedigt; (F) ist singuläre Lösung.

Ein Integral ist

$$z = ax + by + ab,$$

eben die Tangentenebenen der Fläche (F).

$$(3) \quad 4x^2(1 + p^2 + q^2) - (x + zp)^2 = 0.$$

$$(f_4) \quad (4x^2 - z^2)p - xz = 0$$

$$(f_5) \quad q = 0.$$

1) BOOLE, a. a. O., Ch. XIV, Ex. 23.

2) BOOLE, a. a. O., Ex. 18.

Also

$$(F) \quad x^2(z^2 - 3x^2) = 0.$$

Wir fangen mit dem ersten Theil

$$x = 0$$

an. Aus (f_4) ergibt sich da

$$p = 0.$$

Die Functionen

$$f_1 \equiv 8x(1 + p^2 + q^2) - 2(x + zp)$$

$$f_2 \equiv 0$$

$$f_3 \equiv -2p(x + zp)$$

verschwinden, und wir haben den im Art. 6 erwähnten Fall.

Aus dem Integrale

$$x^2 + (y - a)^2 + (z - 2b)^2 = b^2$$

bestätigt dies sich, indem in irgend einem Punkte der yz -Ebene ($0, k, l$) zwei von diesen Kugeln sich berühren, nämlich

$$x^2 + (y - k)^2 + (z - 2l)^2 = l^2$$

und

$$x^2 + (y - k)^2 + \left(z - \frac{2l}{3}\right)^2 = \frac{l^2}{9}.$$

Für den zweiten Factor von (F)

$$z^2 = 3x^2$$

verschwinden aber f_1 und f_3 nicht; dagegen wird man finden, dass die Gleichungen (S) befriedigt sind. Dies ist also singuläre Lösung. Sucht man die Enveloppe der Kugeln hier oben, erhält man in der That diesen Factor von (F).

Rättelse.

Sid. 464, raden 17 uppfifrån, står: nocht, läs: noch.

Skänker till Vetenskaps-Akademiens Bibliothek.

(Forts. från sid. 462.)

Författarne.

- DUSÉN, P., Ömbärgstraktens flora och geologi. Sthm. 1888. 8:o.
- ERICSON, J., The sun motor. (Nature. 1888: N:o 979. London. 4:o.)
- LECHE, W., H. G. BRONN's Klassen und Ordnungen des Thierreichs. fortgesetzt von W. LECHE. Bd. 6, Abth. 5: L. 30—31. Heidelb. 1888. st. 8:o.
- LILLJEBORG, W., Sveriges och Norges fiskar. H. 5. Ups. 1888. 8:o.
- LJUNGMAN, A. V., Berättelsen öfver Göteborgs och Bohus läns hafsfisken under 1886/87. Göteb. 1888. 8:o.
- Berättelse öfver Föreningens till Bohuslänska fiskeriernas främjande verksamhet. Årg. 4 (1887). Göteb. 1887. 8:o.
- LUNDGREN, B., Öfversigt af Sveriges mesozoiska bildningar. Lund 1888. 4:o.
- NORDENSKIÖLD, A. E., La seconde expedition Suédoise au Grönland. Traduite par CH. RABOT. Paris 1888. 8:o.
- THORELL, T., Pedipalpi e Scorpioni dell' arcipelago Malese. Genova 1888. 8:o.
- TRYBOM, F., Meddelanden om Förenta staternas och Canadas fiskerier. 2—3. Göteb. 1888. 8:o.
- D'ASSIER, A., Note sur le transformisme. Foix. 12:o.
- BLYTT, A., Om den sandsynlige årsag til strandliniernes forskyvning. Kra. 1888. 8:o.
- BORNET, E. & FLAHAULT, CH., Note sur deux nouveaux genres d'Algues perforantes. Paris 1888. 8:o.
- BOURKE, J. G., Compilation of notes and memoranda bearing upon the use of human ordure and human urine in rites of a religious or semi-religious character. Washington 1888. 8:o.
- COTES, E. C., Notes on economic entomology. N:o 1—2. Calcutta 1888. 8:o.
- CRÉPIN, F., Examen de quelques idées émises par MM. BURNAT & GREMLI sur le genre Rosa. Gand 1888. 8:o.
- HAYDEN, E., The pilot chart of the North Atlantic ocean. Philad. 1888. 8:o.

Meddelanden från Upsala kemiska laboratorium.

147. Om några derivat af α_1 - β_1 -diklornaftalin.

Af PAUL HELLSTRÖM.

[Meddeladt den 12 September 1888 genom P. T. CLEVE.]

I Öfversigten af Kongl. Vet.-Akademiens Förh. 1887, N:o 7, sid. 445 har Prof. P. T. CLEVE beskrifvit en af honom framställd diklornaftalin, som smälter vid $34^{\circ},5$ och kristalliserar i mycket karaktäristiska, väl utbildade, rombiska tafloer. Denna diklornaftalin är ett α_1 - β_1 -derivat. Den är nämligen erhållen genom att enligt SANDMEYERS metod utbyta gruppen NH_2 i monoklor- β -naftylamin emot Cl. Och då denna förening håller radikalerna Cl och NH_2 i nämnda ställning till hvarandra — hvilket bevisas däraf, att den vid oxidation ger ftalsyra, således har radikalerna i samma kärna; att den vid diazoreaktionen ger α -monoklornaftalin, således har Cl-at. i α -ställning, under det att NH_2 -gruppen står i β -ställning; och att den vid glödgning med kalk ger naftas, och således har de båda radikalerna i ortoställning till hvarandra — och då vid den nämnda reaktionen någon omlagring af atomerna ej gärna är möjlig: så måste äfven de båda Cl-at. i den ifrågavarande diklornaftalinen enligt all sannolikhet stå till hvarandra i α_1 - β_1 -ställning.

Dessutom har Prof. CLEVE erhållit samma diklornaftalin genom inverkan af klor på β -naftol och den erhållna monoklor- β -naftolens destillation vid hög temperatur med PCl_5 ¹⁾, hvarför dess konstitution torde kunna anses till fullo afgjord.

¹⁾ Öfversigt af K. Vet.-Akad. Förh. 1888, N:o 2, sid. 101.

Emellertid voro, redan innan ofvannämnda afhandlingar publicerades, tio — det med den allmänt antagna naftalinformeln teoretiskt möjliga antalet — diklor-naftaliner beskrifna. Såvida den allmänt antagna naftalinformeln är riktig, måste således någon eller några af dessa vara en blandning af flere eller identiska med någon af de redan förut beskrifna eller med denna. Den ifrågavarande diklor-naftalinen är emellertid mycket olik alla de förut beskrifna isomererna; blott den s. k. α -diklor-naftalinen (smpt. 38°) närmar den sig, hvad den låga smältpunkten beträffar. Då skillnaden i smältpunkt är så obetydlig, kunde man därför misstänka, att denna senare vore en blandning af den förra och någon annan isomer, så mycket mer som dess smältpunkt, som förut allmänt antogs vara konstant 36° , genom en rad af fraktionerade omkristalliseringar af WIDMAN bringades upp till 38° (hvarvid denne dock fann den förblifva konstant); och den i sina kemiska förhållanden företer åtskilliga egendoms-ligheter, som äro svåra att förklara, om den antages vara en enhetlig substans. Så ger den vid behandling med klor *tvänne* till sina kemiska och fysiska egenskaper bestämdt skilda additionsprodukter, nämligen α -diklor-naftalintetraklorid *A* (smpt. 178°) och α -diklor-naftalintetraklorid *B* (olja), af hvilka den förra dessutom är *identisk med* β -diklor-naftalintetrakloriden. En förmodan, att dessa båda diklor-naftaliner, den vid $34^\circ,5$ och den vid 38° smältande, skulle vara identiska, har också blifvit uttalad af REVERDIN och NOELTING i deras nyligen utkomna arbete »Sur la constitution de la naphtaline et de ses dérivés». ¹⁾

För att afgöra, huruvida detta kunde vara förhållandet, och för att på samma gång närmare karaktärisera denna nya diklor-naftalin, har jag under Prof. P. T. CLEVES ledning anställt några försök, för hvilka jag härmed får redogöra.

Förhållande till klor. Under det att α -diklor-naftalin (smpt. 38°) med lätthet ger additionsprodukter med klor, har jag af denna diklor-naftalin däremot ej lyckats erhålla någon sådan. I

¹⁾ Tableau I, N:o 1.

en lösning af diklor-naftalin i kloroform inleddes torr klorgas (två mol. klor på en mol. diklor-naftalin) i rask ström under god afkylning med snö. Vid lösningens frivilliga afdunstning ansköto emellertid väl utbildade, rombiska taflor, som smälte vid 34° och således voro oförändrad diklor-naftalin. Därefter inleddes torr klorgas i smält substans, men ej ens på detta sätt kunde någon kloradditionsprodukt erhållas. Redan i den omständigheten, att denna diklor-naftalin ej ger additionsprodukter med klor, visar sig således en stor olikhet emellan denna och α -diklor-naftalinen, som med lätthet ger tvänne kloradditionsprodukter.

Nitrering af α_1 - β_1 -diklor-naftalin. Till en afkyld lösning af diklor-naftalin i isättika sattes röd, rykande salpetersyra. Efter en stund uppkom en gul fällning, som togs på filtrum. Vid tillsats af vatten till moderluten erhöles mer af nitreringsprodukten i form af en flockig, gul fällning. Efter urlakning med eter för aflägsnande af hartsartade ämnen, som gjorde produkten klubbig, löstes den i eter olösliga delen i kokande isättika, vid hvars afsvälning den erhöles i fina gula nålar, smältande vid 91 — 92° . Vid förnyade omkristalliseringar varierade smältpunkten emellertid på ett högst oväntadt sätt, så att någon produkt med konstant smältpunkt ej kunde erhållas. Som den ringa tillgången på material ej tillät fortsättandet af de med betydliga förluster af substans förenade omkristalliseringarne, företogs en kväfvebestämning på den efter talrika omkristalliseringar återstående, vid 102° smältande nitroföreningen. Analysen gaf vid handen, att den bildade produkten var en blandning af hufvudsakligen dinitrodiklor-naftalin med mononitrodiklor-naftalin.

Bättre resultat erhöles vid nitrering med en blandning af lika delar rykande salpetersyra (eg. v. 1,45) och koncentrerad svafvelsyra. Diklor-naftalinen, som under liffig omskakning sattes till den afkylda nitreringsvätskan, löstes under betydlig värmeutveckling till en röd olja, som, sedan nitreringsvätskan blifvit afhäld, tvättades med vatten och löstes i varm eter, ur hvilken inom kort en gul, ännu något klubbig substans utkristalliserade. Den erhållna produkten, som var ytterst svårlöslig i eter och

därför efter ett par urlakningar med kall eter löstes i isättika, erhöles vid isättikelösningens afsvalnande vackert kristalliserad och visade sig vid analyser, utförda på omsorgsfullt renad substans, vara en dinitrodiklor-naftalin, $C_{10}H_4 \cdot Cl_2 \cdot (NO_2)_2$. Föreningen är mycket svårlöslig i både varm och kall eter, men löses deremot ganska lätt i kokande isättika, hvarur den erhålles kristalliserad i klotformigt ordnade aggregat af platta, ljusgula nålar, som smälta konstant vid $169^\circ,5$.

Analys: I procent

	Funnet.	Beräknadt.
Cl	24,81	24,76
N	9,71	9,75.

Vid kokning med tenn och vanlig saltsyra angripes denna förening endast ytterst långsamt. Användes rykande saltsyra sker inverkan deremot mycket lätt, och dinitrodiklor-naftalinen löses fullständigt. Sedan hett vatten blifvit tillsatt, och olöst tenn frånfiltrerats, utfaller vid afsvalning en gul kropp i oregelbundna knippen af små, tunna blad, troligen utgörande ett tennklorur-diklor-naftalindiamidohydroklorat.

Vid torr destillation af dinitrodiklor-naftalin med PCl_5 erhålles en gul kropp, som ur alkohol kristalliserar i långa, mjuka nålar (smpt. 135 — 136°). En klorbest., som utfördes på den erhållna substansen, stämmer bättre med formeln för en hexaklor-naftalin än för en tetraklor-naftalin. PCl_5 synes således i detta fall hafva verkat, utom på vanligt sätt, äfven klorerande såsom fri klor.

α_1 - β_1 -Diklor-naftochinon $C_{10}H_4O_2 \cdot Cl_2$. Denna erhålles, om α_1 - β_1 -diklor-naftalin, löst i isättika, sättes till en blandning af 3—4 delar i isättika löst kromsyra, och blandningen uppvärms på vattenbad under $\frac{1}{2}$ timmes tid. Vid utspädning med 7—8 delar vatten, erhålles en gul reaktionsprodukt, som omkristalliserar ur utspädd alkohol. Efter upprepade omkristalliseringar ur alkohol erhålles diklor-naftochinon, kristalliserad i fina, rödbruna nålar, smpt. 181° . Den är tämligen svårlöslig i alkohol

och ger med alkoholisk kalilut en karaktäristisk rödbrun lösning. Den sublimerar vid upphettning.

Analys: I procent

	Funnet.	Beräknadt.
C	52,85	52,86
H	2,12	1,76
Cl	31,73	31,27
O	(13,30)	14,11
	100,00	100,00.

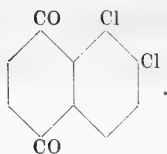
Med klorvätesyrad hydroxylamin erhålles en i rödbruna nålar kristalliserande substans, hvars smältpunkt ej kunde bestämmas, alldenstund den vid 215° började pösa upp och förkolas. Denna substans är enligt all sannolikhet en diklor-naftochinoxim, men den kunde för brist på material ej närmare undersökas. — Om en lösning af α_1 - β_1 -diklor-naftochinon i alkohol kokas med en lösning af svafvelsyrlighet i vatten, erhålles en mörkblå, kristallinisk fällning, som med gul färg löses i alkohol och därur åter utkristalliserar i blå kristaller. Ej heller denna förening har blifvit närmare undersökt.

α_1 - β_1 -Dikloranilidonaftochinon $C_{10}H_3O_2 \cdot Cl_2 \cdot NH \cdot C_6H_5$. Erhålles med lätthet, om en lösning af diklor-naftochinon i alkohol försättes med anilin. En röd, kristalliserad produkt erhålles, som efter omkristallisering ur isättika smälter vid 254—255°. Den är sublimerbar och afsätter sig vid sublimering i karmosinröda, i grön bronsfärg vackert skiftande nålar.

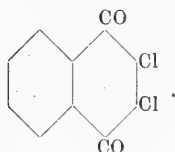
Analys: I procent

	Funnet.	Beräknadt.
C	60,40	60,34
H	3,12	2,83
N	4,71	4,40.

Den ofvan beskrifna diklor-naftochinonen och dikloranilidonaftochinonen hafva, såsom erhållna af α_1 - β_1 -diklor-naftalin, de båda Cl-at. i α_1 - β_1 -ställning till hvarandra; O-at. måste således stå i andra kärnan och konstitutionen vara:

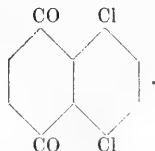


Förut äro fem diklor-naftochinoner bekanta. En af dessa, erhållen af klornaftalintetraklorid vid kokning med salpetersyra¹⁾ och af dinitronaftol vid behandling med HCl och KClO_3 ²⁾, smälter vid 189° . Ifrån den af mig framställda skiljer den sig, utom i fråga om smältpunkten, äfven därigenom, att den med anilin ger en monokloranilidonaftochinon (smpt. 207 — 208°), under det att den af α_1 - β_1 -diklor-naftalin erhållna med anilin ger en dikloranilidonaftochinon (smpt. 254 — 255°). Dess konstitution är³⁾:



Af oafgjord konstitution är en vid 152 — 153° smältande diklor-naftochinon, som erhållits såsom biprodukt vid beredning af föregående ur dinitronaftol⁴⁾.

Af β -diklor-naftalin (smpt. 68°) erhålles med CrO_3 och isättika en diklor-naftochinon, som smälter vid 171 — 174° och har konstutionsformeln⁵⁾:



Denna närmar sig, i fråga om smältpunkten, (och är kanske identisk med) den af α -diklor-naftalin (smpt. 38°) erhållna diklor-naftochinonen, hvarom mera här nedan.

¹⁾ Annalen der Chemie und Pharm. 35, sid. 299.

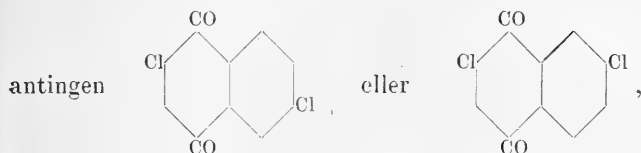
²⁾ » » » » » 149, sid. 3.

³⁾ Ber. d. d. chem. Ges. XVIII, sid. 2929.

⁴⁾ BEILSTEIN: Handbuch d. org. chemie II, sid. 1717 (1883).

⁵⁾ Ber. d. d. chem. Ges. XIX, sid. 1155.

Äfven den s. k. ϵ -diklor-naftalin (smpt. 135°) ger med kromsyra och isättika en diklor-naftochinon, smpt. 149° . Konstitutionen är ¹⁾:



hvaraf den förra torde vara den sannolikaste.

Af hvad här ofvan blifvit anfördt framgår, att α_1 - β_1 -diklor-naftalin i sina viktigaste kemiska förhållanden bestämdt afviker ifrån den s. k. α -diklor-naftalinen, och att dessa båda föreningar således ej kunna vara med hvarandra identiska.

Deras olika förhållande till klor är redan påpekadt. Vidare ger den förra, såsom ofvan är visadt, med en blandning af röd, rykande salpetersyra och koncentrerad svafvelsyra en väl karakteriserad *d*-nitrodiklor-naftalin (smpt. $169^{\circ},5$), under det att den senare vid användande af alldeles samma nitreringsmetod ger en likaledes väl karakteriserad *tr*-nitrodiklor-naftalin (smpt. 178°)²⁾. Äfven i deras förhållande till kromsyra visar sig en afgjord olikhet. α_1 - β_1 -Diklor-naftalin ger, såsom ofvan synes, en vid 181° smältande diklor-naftochinon. Om den s. k. α -diklor-naftalinens förhållande till kromsyra har jag i den mig till buds stående litteraturen ej lyckats finna mera än en enda, mycket knapphändig uppgift. I den under utgifning varande nya upplagan af BEILSTEIN: Handbuch der org. chemie Band II (sid. 139) uppgifves nämligen, att α -diklor-naftalin med kromsyra ger en diklor-naftochinon, smpt. 178° . Någon beskrifning af föreningen finnes emellertid icke på det anförda stället och ej heller angifves någon källa för den lemnade uppgiften, hvilken för öfrigt äfven synes hafva varit REVERDIN et NOELTING obekant, då

¹⁾ Ber. d. d. chem. Ges. XVIII, sid. 3074.

²⁾ O. WIDMAN: Om naftalins klorföreningar (Upsala, 1877), sid. 39.

de ej upptagit den i sina detta år utkomna, fullständiga tabeller öfver naftalins derivat. Jag har därför, och då denna af de hittills kända diklor-naftochinonerna, i fråga om smältpunkten, mest närmade sig den af mig framställda, för jämförelses skull framställt äfven denna diklor-naftochinon.

α -Diklor-naftochinon, $C_{10}H_4O_2 \cdot Cl_2$, erhålles med lätthet och i jämförelsevis godt utbyte, om *ren* α -diklor-naftalin behandlas med kromsyra på sätt ofvan i fråga om α_1 - β_1 -diklor-naftochinonen nämndes. Af några gram vid 38° smältande α -diklor-naftalin har jag sålunda framställt en i långa, mjuka, guldgula nålar kristalliserande diklor-naftochinon, som smälte vid 174° . Liksom den förut beskrifna är äfven denna sublimerbar och ger med alkohol en rödbrun lösning. En klorbestämning på den föreliggande diklor-naftochinonen gaf följande resultat:

	Funnet.	Beräknadt.
Cl	31,59	31,27.

Af vid 36° smältande diklor-naftalin, som således ej varit fullt ren, har jag däremot ej lyckats erhålla denna chinon i rent tillstånd. Här synas nämligen flere chinoner bildas, hvilka åtskiljande genom upprepade kristalliseringar erbjuder stora svårigheter. Några derivat af α -diklor-naftochinon har jag af brist på material ej kunnat framställa.

Meddelanden från Stockholms Högskola N:o 78.

Om kristalliseradt bly från Harstigsgrufvan vid Pajsberg i Värmland.

Af AXEL HAMBERG.

[Meddeladt den 12 September 1888 genom A. E. NORDENSKIÖLD.]

Under ett besök vid Harstigen d. 15—18 sistlidne augusti månad fann jag redan under första dagen af min vistelse derstädes en stuff med bly, som visade tydliga kristallytor. Vid förfrågan hos skrädarne, om de ej tilläfventyrs iakttagit bly i kristaller i det skarn, som på sista tiden brutits och uppfodrads ur grufvan, erhöll jag den upplysningen af den ena af dem, hvilken hade någon vana vid mineralletning, att han sedan en eller annan vecka vid flere tillfällen observerat tydliga kristaller af bly. Med skrädarnes tillhjälp lyckades jag sedermera under denna och följande dag, dels genom sökning på varphögarne, dels genom granskning af det jernmalmsskarn, som fördes upp ur grufvan, ihopsamla ett litet material af kristalliseradt bly. Vid ett senare besök, den 29 aug., lyckades jag deremot ej finna några blykristaller och såg det då ut som om tillgången på de samma i grufvan tills vidare skulle vara slut.¹⁾

¹⁾ Författaren till dessa rader gör ej anspråk på att vara den förste mineralog, som observerat naturliga kristaller af bly. Det är min pligt att nämna, att hr G. FLINK i en sändning från Pajsberg erhållit en stuff med en god blykristall (af komb. 111, 100, 110), hvilken kommit honom tillhanda, innan jag anlände till Pajsberg. Fyndorten lär förofrigt någon tid före min ankomst hafva besökts af bergmästar A. SJÖGREN och dr C. H. LUNDSTRÖM, hvilka enligt uppgift af arbetarne äfven erhållit något kristalliseradt bly. Vidare måste jag nämna att jag till teknologen F. CARLSON, hvilken äfven före mig besökt Harstigsgrufvan, står i tacksamhetsskuld för tvänne goda blystuffer, hvilka jag genom byte lyckats från honom förvärfva.

Gediget bly är förut funnet i Sverige såväl vid Harstigsgrufvan som vid stora Pajsbergsgrufvan och vid Långbans grufvor. Vanligen har det anträffats såsom oregelbundna skollar i tät kalksten, dolomit eller malm, i synnerhet i hausmannitmalm. Det synes emellertid förut ej vara observeradt i kristaller hvarken vid någon af de svenska fyndorterna eller annanstädes.

Det kristalliserade blyet från Harstigen, sådant jag hittills funnit det, sitter anväxt uti små drushål och sprickor i jernmalmen och det manganhaltiga hufvudsakligen af granat bestående skarn, som åtföljer densamma. Håligheternas väggar äro vanligen synnerligen vackert färgade i brunt, af ett knöligt, njurformigt eller stalaktitiskt mineral, som ibland visar sig såsom en tydlig omvandlingsprodukt af manganhaltiga silikat såsom richterit och schefferit. Ej sällan täckes den bruna färgen, hvilken tyckes vara »grundfärgen», af ett tunt lager af något ljusst halfgenomskinligt mineral — ibland manganhaltigt kalciumkarbonat och lösligt i syror, ibland olösligt i syror — hvarigenom alltefter lagrets tjocklek och beskaffenhet olika ofta ganska bjärta färgnyanser såsom violett, skärt, grått o. s. v. uppkomma. På väggarne i dessa drushål uppträda i allmänhet jemte blyet kalkspat samt särdeles ytrika efter $\infty\check{P}\infty$ tafvelformiga barytkristaller. Vidare förekommer ofta ett hexagonalt blyarseniat i små fina hvita prismer, hvilket enligt undersökning af G. FLINK torde vara mimetesit eller ett dermed beslägtadt mineral. Dessutom uppträda stundom små jernglanskristaller, små hexaedrar af blyglans, på en stufv små rätt goda kristaller af cerussit m. m. Slutligen förekomma äfven tillsammans med blyet det nyligen af frih. NORDENSKIÖLD upptäckta mineralet brandtit och det först i sommar vid denna fyndort observerade mineralet sarkinit¹⁾. Öfver hufvud kan sägas, att blykristallerna förekomma i ungefär samma slags drushål som de, i hvilka de stora brandtitfynden detta år blifvit gjorda.

Blykristallerna äro på en nyss slagen stufv eller i ett nyss öppnadt drushål i allmänhet försedda med metalliskt glänsande

¹⁾ Geol. För. förhandl. X. 380.

ytor. Få de ligga i luften blifva de naturligen snart anlupna, grå och matta. Kristallerna böra därför helst, medan de äro friska, öfverstrykas med något skyddande medel, såsom t. ex. fernissa. I brist på sådan använde jag en svag gummilösning och lyckades på detta sätt konservera flere kristaller, så att de äfvén lämpade sig för goniometriska bestämningar.

Såsom redan genom observationer på konstgjorda blykristaller har utrönts, tillhör bly det reguliära systemet. På konstgjorda kristaller äro oktaeder och tärningytor iakttagna ¹⁾.

På det af mig hopsamlade materialet af kristalleradt bly har jag observerat följande former:

- oktaedern, O (111)
- hexaedern, ∞ O ∞ (100)
- rombdodekaedern, ∞ O (110)
- ikositetraedern 2O2 (211)
- triakisoktaedern 5O (551)
- tetrakishexaedern ∞ O4 (410)

För de tre sistnämnda af dessa ytor må följande vinkelvärden anföras:

	beräkn.	observ.
(110) : (211)	30°	29° 58'
(211) : ($\bar{2}11$)	48° 11'	47° 45'
(211) : (112)	33° 33'	33° 57'
(110) : (551)	8° 3'	7° 59'
(551) : (515)	46° 40'	46° 22'
(410) : (110)	30° 58'	31° 10' (medeltal):

Tetrakishexaedern ∞ O4 (410) är hittills endast iakttagen på ett ställe på en kristall och kunde endast bestämmas genom skimmermätning.

Triakisoktaedern 5O (551), som på bly är rätt allmän, synes ej vara observerad förut, hvarföre den kan angifvas såsom *en för reguliära systemet ny form*.

Blykristallerna äro i likhet med kristaller af flere andra enkla ämnen till sin habitus anmärkningsvärdt växlande. Van-

¹⁾ GOLDSCHMIDT: Index der Krystallformen der Mineralien. Berlin 1886, 309.

ligen är oktaedern kristallernas mest utvecklade yta. I regeln äro oktaederns hörn och kanter afstympade af tärning och oktaederytor. Ganska ofta förekommer äfven triakisoktaedern 50 såsom en smal afstympning mellan rombdodekaeder och oktaeder (fig. 1). De största af mig funna blykristallerna tillhöra denna typ. Den största utaf dem väger nära 3 gram.

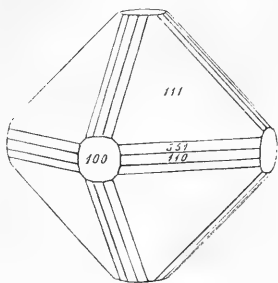


Fig. 1.

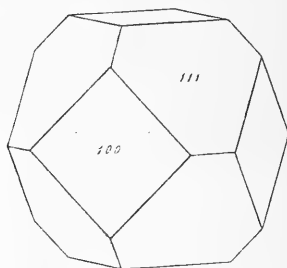


Fig. 2.

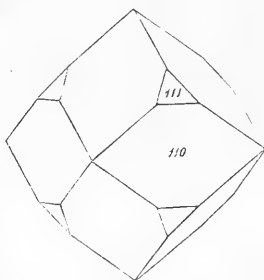


Fig. 3.

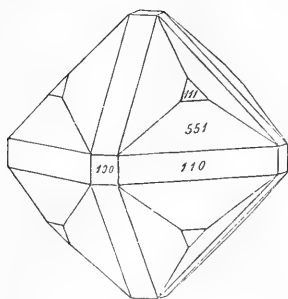


Fig. 4.

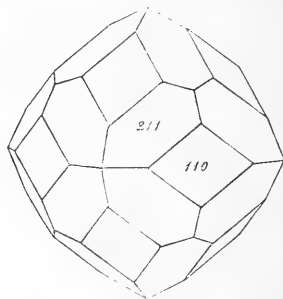


Fig. 5.

Jemte den oktaedriska typen förekomma äfven flere andra. Ofta äro hexaeder och oktaeder i jemnvigt (fig. 2). I detta fall saknas i allmänhet såväl rombdodekaeder som triakisoktaeder.

På en stuf har jag iakttagit kristaller, begränsade af rombdodekaeder i kombination med små oktaederytor (fig. 3).

Vidare förekomma triakisoktaedern 5O och rombodekaedern såsom dominerande ytor. Triakisoktaederns hörn af stympas alltid af små oktaederytor, rombodekaederns vanligen af tärningsytor (fig. 4). Jag har likväl ännu ej funnit kristaller, som i alla oktanter varit utvecklade efter denna typ. De få jag hittills observerat visa i några oktanter endast oktaedern.

Slutligen förekomma äfven kristaller, som äro begränsade af ikositetraedern 2O2 och rombodekaedern (fig. 5). På dessa kristaller saknas vanligen såväl oktaedern som tärningen. Denna habitus tyckes vara mera sällsynt och är hittills endast iakttagen på en stuff.

Dessa olika typer äro dock ej strängt skilda från hvarandra, i det öfvergångar finnas mellan dem. Många kristaller äro högst oregelbundet utvecklade och kunna delvis räknas till en typ, delvis till en annan.

Hvad ytornas beskaffenhet beträffar, så är den ofta mindre god. Till stor del torde dock detta bero på sekundära orsaker och materialets lösa beskaffenhet. Bugtiga ytor äro ej sällsynta. Ofta förekomma hål och besynnerliga oregelbundenheter i kristallerna. Oktaederkanterna äro ofta rännformigt ingrädda. Öfver hufvud taget kan sägas, att blykristallerna till sitt yttre uppträdande, fränset färgen, erinra rätt mycket om öfriga reguliärt kristalliserande element såsom guld, silfver, koppar.

Tvillingskristaller med en oktaederyta såsom tvillingsplan förekomma, och visar blyet härigenom en anmärkningsvärd öfverensstämmelse med dessa enkla ämnen. Dock synes tvillingbildning hos bly ej vara så allmän som hos nämnda element. Den är hittills endast iakttagen på kristaller med förherrskande oktaederytor. Någon s. k. bleckbildning efter tvillingplanet har jag ej lyckats konstatera ¹⁾.

Blykristallerna förekomma jemförelsevis sällan enstaka. Det är egentligen endast kristaller af kombinationen (211) (110)

¹⁾ Det bör i detta sammanhang nämnas, att en af W. C. BRÖGGER (Zeitschr. f. Kryst. III, 492) undersökt legering af bly och silfver, innehållande 27 % silfver, kristalliserar reguliärt och visar en utmärkt bleckbildning efter en oktaederyta såsom tvillingplan.

samt större individer med oktaedrisk habitus, som uppträda i isolerade kristaller. I allmänhet har dock utrymmet i sprickorna ej varit tillräckligt för bildningen af större fria kristaller. Derfor har blyet vanligen afsatt sig i större efter sprickans plan tafvelformiga partier, ofta om flere grams vikt. Dessa visa kristallytter och parallelt orienterade småkristaller i kanterna och på sådana ställen der de ej legat an mot sidostenen. Den typ, som fig. 2 visar, uppträder gerna i oregelbundet greniga aggregat af parallelt orienterade individer.

Vid kvalitativ analys af blyet har ej erhållits reaktion på något annat ämne. Vid kvantitativ bestämning på ung. $1\frac{1}{2}$ gr. erhöles en mängd blyulfat, som motsvarade 99,71 % af den invägda kvantiteten bly. Det kristalliserade blyet från Harstigen synes således vara lika rent som det af IGELSTRÖM¹⁾ och TAMM²⁾ analyserade derba blyet från Pajsberg (Harstigsgrufvan?).

Vid bestämning af blyets specifika vikt på ung. 1,77—1,64 gr. vid 18°,4—15°,2 erhöles jag i fyra experiment värdena 11,380; 11,366; 11,375 och 11,366 eller i medeltal 11,372. Det rena blyets specifika vikt uppgifves vara 11,37.

De konstgjorda kristaller af bly, som kristallografiskt undersökts, hafva framstälts genom långsam afsvälning af smält bly. Dock kan man såsom bekant äfven erhålla kristalliseradt bly på våta vägen, t. ex. genom utfällning medelst zink ur en blyhaltig lösning. De här beskrifna kristallerna visa sig genom sin förekomst i drushål och det mineralsällskap de uppträda uti såsom otvifvelaktigt bildade genom en dylik utfällning ur någon blyhaltig lösning³⁾. Harstigsgrufvan är för öfrigt ej främmande för blymineral. Jag vill här endast erinra om förekomsten af hedyfan, barysil, monimolit, blyglans.

Beträffande blykristallernas ålder i förhållande till de öfriga i drushålen och sprickorna utkristalliserade mineralen, så kan

¹⁾ L. J. IGELSTRÖM: Gediget Bly i Pajsbergs jern- och manganmalmlager. Öfvers. af K. V.A:s förhandl. 1864, 417.

²⁾ A. W. TAMM: Analyser af svenska mineralier. Akademisk afhandling. Stockholm 1869.

³⁾ Redan IGELSTRÖM antager för det derba blyet ett sådant bildningssätt (anf. st.).

man iakttaga, hurusom blyet ibland är inväxt i kalkspaten, ibland tydligen är anväxt såväl utanpå den samma som utanpå baryten eller åtminstone ej är äldre än de samma. Som baryten och kalkspaten synas vara samtida bildningar, kan man här af sluta till att äfven blyet utkristalliserat ungefär samtidigt med dessa mineral. Mimetesiten och cerussiten, som ofta äro omedelbart anväxta på blyet, synas deremot vara yngre. De numera omvandlade manganhaltiga silikaten richterit och schefferit samt de mera motståndskraftiga rodonit och manganofyll äro deremot äldre än blyet, kalkspaten och baryten. Brandtiten och sarkiniten synas vara ungefär samtida sinsemellan, eller möjligen är den senare något yngre än den förra; båda äro emellertid afgjordt yngre än kalkspaten och baryten och få derföre väl äfven anses yngre än blyet. Slutligen synes ett kulformigt karbonat af kalcium och mangan¹⁾, som ganska ofta uppträder, vara en ännu yngre bildning.

Vi se sålunda, att de mineral, som förekomma i de ifråga-varande drushålen, hafva utkristalliserat under olika perioder. Det ser ut som om åtminstone 4 skiljda generationer skulle förefinnas. Dessa, efter ålder uppräknade, torde hufvudsakligen omfatta följande mineral:

- 1) manganhaltiga silikat (richterit, schefferit m. m.);
- 2) kalkspat, baryt, bly;
- 3) arseniat (brandtit, sarkinit);
- 4) karbonat af mangan och kalcium.

Jernglansen hör till de äldre bildningarne, troligen till period

1. Blyglansen, mimetesiten, cerussiten till de yngre.

En del af de äldre mineralen ha under senare perioder förstörts. Detta gäller isynnerhet de manganhaltiga silikaten, hvilka sönderdelats och oxiderats. Kanske man skulle kunna finna en förklaringsgrund till utreduceringen af blyet i en samtidig oxidation af jernets och manganens oxidulföreningar²⁾? Faktiskt är emellertid,

¹⁾ Detta torde stå den s. k. manganokalciten fr. Schemnitz ganska nära. Jemför J. A. KRENNER: Über den Manganocalcit. Zeitschr. f. Kryst. VIII, 242.

²⁾ En liknande tanke är förut uttalad af IJELSTRÖM uti »Über das Vorkommen von gediegenem Blei in den Eisen- und Manganerzlagern von Pajsberg

att i samma drushål, der blykristallerna blifvit utreducerade, hafva mangansilikaten blifvit oxiderade. Att dessa båda processer försiggått samtidigt, har jag visserligen ej ännu lyckats tillfullo bevisa, dock synes mycket tala derför.

Undersökningen är utförd vid Stockholms Högskolas mineralogiska institut.

in Wermland (Schweden)». Berg- und Hüttenmännische Zeitung XXV. 1866. N:o 3, 21.

Vattenhöjdsförändring i Altenfjord.

Af C. B. LILLIEHÖÖK.

[Meddeladt den 12 September 1888.]

Såsom uti Kongl. Akademiens Öfversigt för år 1845 synes, lemnade jag till Akademien den uppgift, att på våren 1839 ett vattenhöjdsmerke blifvit anbragt vid Bossekop på sydöstra stranden af det inre af Altenfjorden.

Enligt uppgift inslogs bulten i den då varande, mycket bestämda gräns, hvaröfver sjögräset ej var vid klippan fastväxt. Enligt vattenhöjdsobservationer, gjorda af den franska kommissionen under vintern 1838—39, låg tånggränsen 0,6 meter, eller i det närmaste 2 sv. fot, öfver vattenytans medelhöjd. Genom brevexling med herr M. KLERK, som utsatt märket men nu mer är bosatt nära Vadsö, har jag på framställda frågor erhållit nedan anförda svar rörande vattenmärkets nuvarande läge till tånglinien, sådan den nu finnes:

»Spörsgemaal og Svar:

1. Kan Jernbolten eller Hullet, hvori den har været in-slaad, igenfindes?

Bolten staar aldeles urokket med 1 cm. Ende ud fra Berget.

2. Er Tang eller det ved Klippen fastvoxne Sjögræs- eller Tanggrændsen under eller vid Siden af bolten nogenlunde jevn og bestemd?

Tanggrændsen er jevn langs Bergfoden.

3. Hvor høit er Jernbolten eller Hullet derfor nu over Sjögræs- eller Tanggrændsen?

Bolten sidder 1 met. 13 mm. over Tanggrændsen.»

»Svarene afgivne af Bestyreren over Bossekops Handel, Hr D. NIELSEN, og paavist af Expeditionens Tjener, som formentlig var behjælpelig ved anbringende af samme, HANS WACKLÖF. Elvene d. 24/5 1888.

KLERK.»

Få vattenhöjdsmärken torde säkrare än det nu omnämnda bekräfta en fortgående höjning af Skandinaviska vallens nordliga del äfvensom höjningens storlek på den del af kusten, der vattenhöjdsmärket är anbragt. Då höjningen på 49 år uppgår till 1 met. 13 mm. blir i medeltal årliga höjningen 20,7 mm.

Såsom i anmälan af 1845 finnes anfördt, är å motsatta stranden af fjorden, vid pynten af Storingnos, äfven ett vattenhöjdsärke anbragt, och vore det af interesse att, när ett halft sekel är förlupet sedan märkenas anbringande, undersökning då samtidigt skedde om förhållandena vid båda märkena. Med det korta afstånd, som åtskiljer dem, kunna utslagen kontrollera hvarandra.

Den höga strandklippan, derå märket vid Bossekop är anbragt, är en tvärbrant, hög och ljus qvartsklippa, genomdragen af horizontala lager af vittrande skiffer.

Meddelanden från Stockholms Högskola. N:o 77.

Ueber den »Dahllit«, ein neues Mineral von Odegården,
Bamle, Norwegen.

Von W. C. BRÖGGER und HELGE BÄCKSTRÖM.

[Mitgetheilt den 12. September 1888 durch A. E. NORDENSKIÖLD.]

Auf einer Exkursion nach dem berühmten Apatitvorkommniss »Odegården« im Kirchspiel Bamle, Norwegen, Ende Mai d. J. wurden wir unter den bei einem dortigen Mineralienhändler vorrätthigen Mineralien auf ein uns unbekanntes, auf dem Apatit an Spalten als jüngere Bildung abgesetztes Mineral aufmerksam, welches für eine nähere Bestimmung eingekauft wurde; dasselbe zeigte sich bei der nach der Rückkehr nach Stockholm am mineralogischen Institut der Hochschule ausgeführten Untersuchung als ein neues Mineral, für welches wir den Namen *Dahllit* vorschlagen wollen, zum Ehren der bekannten Mineralogen und Geologen, der Gebrüder Dr. TELLEF DAHLL und JOHAN DAHLL, beide auch um die Entdeckung und die wissenschaftliche Untersuchung der norwegischen Apatitvorkommnisse, deren Mineraliengesellschaft unser neues Mineral gehört, hoch verdient.

An der von uns untersuchten Stufe bildet der Dahllit eine ungefähr 6 bis 8 Millimeter dicke Kruste mit stark glänzender, flach schalig gewölbter Oberfläche; diese Kruste ist aus subparallel orientirten, zur Unterlage, welche aus dichtem hellröthlichem Apatit besteht, senkrechten Fasern zusammengesetzt. Die einzelnen Fasern sind durchschnittlich ung. 0,05 Mm. dick, somit nur durch die mikroskopische Untersuchung deutlich zu unterscheiden; makroskopisch tritt stellenweise der faserige Charakter des Minerals nur undeutlich oder selbst gar nicht hervor.

Die Farbe des Minerals ist schwach gelblich weiss; die äusseren Theile der Fasern, und somit der ganzen Kruste, scheinen eisenreicher, indem hier die Farbe rothgelb ist; im Dünnschliff ist das Mineral durchaus farblos. Pulver weiss.

Die feinfaserigsten Partien des Minerals sind chalcedonartig aussehend, halbdurchsichtig und durchscheinend; sonst kantendurchscheinend.

Sp. Gew. = 3,053, mittels der THOULET'schen Lösung bestimmt. Härte ziemlich nahe gleich derjenigen des Apatit.

Der Dahllit löst sich leicht schon in kalten verdünnten Säuren unter Entweichen von Kohlensäure. Die qualitative Analyse zeigte, dass ausser Kohlensäure noch reichlich Phosphorsäure vorhanden ist, ferner von Basen vorherrschend Kalk mit ein wenig Eisenoxydul und Alkalien, dagegen weder Thonerde noch Magnesia. Da das Mineral offenbar aus dem Apatit durch Lösung desselben mittels kohlenensäurehaltiger Gewässer gebildet ist, war auch ein Gehalt von Chlor oder Fluor zu erwarten; es konnte aber keine Spur weder des einen noch des anderen erwiesen werden.

Bei der (von H. BÄCKSTRÖM ausgeführten) quantitativen Analyse wurde dass Wasser, welches bei Rothgluth entweicht, direkt, der Kohlensäuregehalt dagegen indirekt aus dem Verlust beim Schmelzen mit Boraxglas, nach Abziehen des Wassergehalts, bestimmt.

Die Analyse gab:

CaO	= 53,00	0,9464	}	0,9730	7,19
FeO	= 0,79	0,0110			
Na ₂ O	= 0,89	0,0144			
K ₂ O	= 0,11	0,0012			
P ₂ O ₅	= 38,44	0,2707			2,00
CO ₂	= 6,29	0,1430			1,05
H ₂ O	= 1,37	0,0761			0,56
		<u>100,89</u>			

entsprechend der Formel:



Diese Formel fordert:

CaO	=	52,14
FeO	=	0,78
Na ₂ O	=	0,88
K ₂ O	=	0,11
P ₂ O ₅	=	38,84
CO ₂	=	6,02
H ₂ O	=	1,23
		100,00.

Die Uebereinstimmung mit der gefundenen Zusammensetzung ist, wie man sieht, ganz befriedigend.

Vor dem Löthrohr decrepitirt der Dahllit ohne zu schmelzen.

Die mikroskopische Untersuchung guter Dünnschliffe zeigte, dass das Mineral vollständig frisch und homogen ist; namentlich war keine Spur von Kalkspath vorhanden. Lösungsversuche unter dem Mikroskop von Stückchen, wie von Dünnschliffen, zeigten, dass das Mineral sich unter stetigem Entweichen von Kohlensäure löst. Zum Vergleich mit Apatit wurden gleichzeitig in 4 Cubikcentimeter kalter verdünnter Salzsäure 0,021 Gr. Dahllit und genau dieselbe Quantität Apatit (von Sulzbachthal) gelöst; nach $\frac{3}{4}$ Stunde war der Dahllit vollständig aufgelöst, während von dem Apatit nur 0,004 Gr., also ung. $\frac{1}{4}$ gelöst war. Das Mineral löst sich demnach viel leichter als Apatit, andererseits aber bedeutend schwieriger als Kalkspath. Die mikroskopische Untersuchung, wie die Lösungsversuche schliessen deshalb jeden Gedanken daran, dass vielleicht ein Gemenge von Kalkspath und Apatit vorliege, vollständig aus.

Dünnschliffe senkrecht zur Längsrichtung der Strahlen zeigten sich dunkel zwischen gekreuzten Nikols und gaben ein etwas undeutliches einaxiges Axenkreuz; Längsschnitte löschen parallel aus. Mittels einer Gypsplatte (Roth 1. Ordnung) wurde der optisch negative Charakter des Minerals erkannt. Ob dasselbe dem hexagonalen oder dem tetragonalen Systeme gehört, konnte, da jede Krystallbegrenzung fehlt, nicht entschieden werden. Die nahe Verwandtschaft mit dem Apatit macht wohl die erste An-

nahme wahrscheinlich. Die Doppelbrechung, sowie die Lichtbrechung ist ein klein wenig grösser, als die des Apatit, was in gleich dicken und gleichartig orientirten an demselben Objectglas geschliffenen Platten von Dahllit und Apatit bestätigt wurde.

Als die einzige bis jetzt bekannte Verbindung eines Phosphates mit einem Carbonat ist der Dahllit ein recht interessantes Mineral der Apatitgänge; er scheint ziemlich spärlich vorzukommen, indem bis jetzt im Ganzen nur drei Stufen gefunden sind.

Stockholm Juli 1888.

Om ett den 5 och 6 Februari 1888 i Schlesien, Mähren
och Ungern med snö nedfallet stoft. ¹⁾

Af A. E. NORDENSKIÖLD.

[Meddeladt den 12 September 1888.]

Detta i och för sig synnerligen märkvärdiga stoftfall har för oss ett särskildt intresse derigenom, att baron v. CAMERLANDER, som noggrannt undersökt detsamma, framkastat den mening, att det nedfallna stoftet skulle härröra från den Skandinaviska halfön. Fallet egde rum d. 5 och 6 febr. detta år. Det tyckes hafva börjat den 5 i östra Schlesien, fortgick hela denna dag i Schlesien och Mähren, och ännu den 6 synes stoft hörande till samma fall hafva nedfallit i Ungern. Stoftet nedföll åtminstone på en del ställen inom fallområdet i riklig mängd, dels enbart, dels med intensivt gulfärgad snö. Iakttagelserna öfver mängden af det nedfallna stoftet äro dock icke tillräckligt omfattande, och tyckas ej heller blifvit med tillräcklig omsorg och ihärdighet insamlade, för att lemna oss någon säker bas för bedömande af denna viktiga fråga. Från ett ställe talas det om, att lagret af gul stoftblandad snö endast var en millimeter mäktigt, från ett annat om ett dylikt lager af 3 centimeter och från ett tredje meddelas, att stoftet föll i sådan mängd, att detsamma bildade täta moln, som förmörkade himlahvalfvet. I Ungern skall, enligt meddelande från den ungerska meteorologen herr IGNAZ

¹⁾ Der am 5. und 6. Februar 1888 in Schlesien, Mähren und Ungarn mit Schnee niedergefallene Staub von CARL FREIH. v. CAMERLANDER (Jahrbuch der K. K. Geol. Reichsanstalt 1888. Band 38. H. 1. u. 2.).

KURLÄNDER, *sjelfva stoftet* på en del ställen hafva bildat ett tre till fyra centimeter mäktigt lager på snön. Äfven om denna senare uppgiften berott på en för hög uppskattning, så måtte dock den kvantitet stoft som nedfallit hafva varit mycket betydlig. Det material, som baron v. CAMERLANDER haft till undersökning, härrörde till en del från »en handfull snö». Men om en handfull snö kan lemna tillräckligt material till utförande af så omfattande undersökningar, som baron v. CAMERLANDER meddelar, så måste den stoftkvantitet, som nedfallit på en enda qvadratkilometer, räknas i millioner gram! Baron v. CAMERLANDER begår därför tydligen ett misstag, då han, för att underlätta antagandet af ett terrestriskt ursprung för det ifrågavarande stoftet, uppskattar den nedfallna kvantiteten till endast $\frac{1}{4}$ kub.-tum på qvadratfammen. Huru låg denna beräkning är inser man deraf, att $\frac{1}{4}$ kub.-tum stoft på qvadratfammen motsvarar ett stoftlager af endast 0,002 m.m. tjocklek. Men en så liten kvantitet stoft inblandad i snö kan helt säkert icke märkas. Redan den irradiation, som snöns hvita färg utöfvar på angränsande mörkare föremål, medgifver nemligen knappast, att alltför små kvantiteter af främmande ämnen, som äro i snön inblandade, skulle kunna med obehäpnadt öga uppfattas. Man kan alltså tryggt påstå, att den, så vidt jag kunnat finna, alldeles godtyckligt valda utgångspunkten för baron v. CAMERLANDERS beräkning är betydligt för låg. Men äfven härmed kommer han till det resultat, att de nämnda dagarne 1400 kub.-famnar stoft nedfallit öfver det angifna området.

Enligt v. CAMERLANDERS undersökning var det här ifrågavarande stoftets färg ljusgul till brungul med en draging i grått. Det bestod af skarpkantiga korn, hvilkas genomskärning vexlade mellan 0,01 och 0,07 m.m. Medeldiametern var 0,04 m.m. Några andra gröfre korn förekommo icke i stoftet än ett eller annat sandkorn, som vid uppsamlingen blifvit deri inblandadt. Då stoftet behandlades med saltsyra, kunde någon utveckling af kolsyra ej märkas. Vid glödgnung bortgick vatten, och pulvret blef ljust tegelrödt. Den mikroskopiska och kemiska undersökningen

visade, att stoftet till sin hufvudsakliga del bestod af kvarts och dernäst af lera, »Thonsubstanz». De beståndsdelar, som näst de ofvan nämnda förekommo i största mängd, voro hornblende, epidot, turmalin, rutil och zirkon, och i långt ringare mängder feltspat, apatit, glimmer, jernglans, magnetit och granat. Det är att märka, att af de temligen tunga mineralen rutil, turmalin och zirkon träffades i relativt stora korn, hvilkas diameter uppgick ända till 0,06 m.m.

Efter att hafva diskuterat de meteorologiska förhållandena under de dagar, då fallet egde rum, hvilka förhållanden icke tyckas hafva erbjudit något ovanligt, utom att på en del af fallområdet observerats en orkanlik, men kortvarig stormvind, och efter att hafva visat, att stoftet icke härrörde från Tysklands s. k. lössområden, så framkastar baron v. CAMERLANDER, som fäst sig vid att stoftet innehöll flere granitiska beståndsdelar, den åsigten, att det skulle härleda sig från den Skandinaviska halfön.

Fallet inträffade i början af februari. Den skandinaviska jorden var då, såsom vid den tiden af året vanligt är, frusen och snötäckt. Med anledning häraf vågar jag påstå, att det är föga sannolikt, ja rent af orimligt, att under sådana förhållanden en så stor kvantitet stoft kunnat, utan att vi här haft reda på några ovanligare meteorologiska förhållanden, lösryckas från jordytan hos oss och transporteras mot söder. Detta vore så mycket besynnerligare, som den 4 februari svaga sydliga och vestliga vindar i allmänhet rådde öfver den Skandinaviska halfön med *nederbörd af snö*. Hårtill kommer den omständigheten, att ingen skandinavisk geolog skall kunna inom Skandinavien påvisa en sådan jordart som den, hvilken de ifrågavarande dagarne nedfallit i Schlesien, Mähren och Ungern. Hvar skulle hos oss ett jordlager förekomma, som hufvudsakligen består af lerblandad kvarts och såsom temligen väsentliga beståndsdelar innehåller turmalin, rutil och zirkon, men feltspat endast alldeles underordnad? Rutil och zirkon äro sällsynta beståndsdelar i våra urberg. Om man undantager Horrsjöberget i Sverge, Brevig, Kragerö, Hitterö och ett par andra ställen i Norge, der rutilen

eller zirkonen förekomma i något större mängd, *ehuru alldeles lokalt*, skall det falla sig ganska svårt att från våra urberg uppsamla ens några gram af dessa två, i det Schlesiska stoftet rikligt förekommande mineral. Ingenstädes ingå dessa mineral som en beståndsdel i våra sandlager¹⁾ och endast i ytterligt ringa mängd som en sällsynt mikroskopisk beståndsdel i våra urberg. Derfor tror jag, att vi med bestämdhet kunna påstå, att detta stoft, hvilket ursprung det än eljes må hafva, icke kommit från Skandinavien. Jag har här velat meddela detta, ty vid efterletandet af orsaken till en naturföreteelse med så vidt gående följder som denna, är en kritisk och af förutfattade meningar oberörd granskning af fakta första vilkoret för att få reda på hvad verklig sanning är, och icke vinner sanningen derpå, att man för att kunna ansluta sig till en skenbart naturlig förklaring, så väl i kvantitativt som kvalitativt hänseende, ser bort från verkligt iakttagna fakta. Naturforskaren borde betänka, att här en fråga föreligger, hvilken i afseende å sin vikt och betydelse i naturens hushållning kanske förhåller sig till den numera med sådan förkärlek omhuldade läran om meteoriter, som studiet af mikroorganismer förhåller sig till studiet af elefanter och noshörningar.

Med anledning deraf att baron v. CAMERLANDER ganska riktigt jemfört det här ifrågavarande stofffallet med kryokonitförekomsten på Grönlands inlandsis, vill jag slutligen nämna, att jag efter de förnyade undersökningar, jag 1883 anställt i Grönland, ej allenast vid inlandsisens ytterrand, utan så långt smältningen af det förgångna årets snö egt rum i isöknens inre, icke funnit den ringaste anledning att ändra mina åsikter derom, att kryokoniten, ett ringa stycke från inlandsisens bräm, uteslutande utgöres af ett *luftsediment*. Detta är ett obestridligt vetenskapligt faktum. Några grönlandsfarare, hvilka endast besökt inlandsisens ytterkant, hafva visserligen påstått, att kryokoniten skulle

¹⁾ Endast en enda gång har jag funnit en liten zirkonkristall i sanden från Ivalo guldvaskerier. Äfven från en mängd andra nordiska fyndorter har sand af mig blifvit undersökt, men utan att jag lyckats i den finna spår till zirkon.

utgöras af slam, som glacial-elfvar pressat fram från inlandsisens bottenmoräner. Detta är dock alldeles omöjligt redan af det enkla skäl, att några dylika, från botten till ytan uppresade vattenådror icke existera i isöknens inre. Orimligheten af detta antagande visas äfven deraf, att stoftet öfverallt, der det ej sekundärt blifvit af de elfvar, som under snösmältningen bilda sig på inlandsisens yta, sammansköljdt, är jemnt spridt öfver hela isens yta, oberoende af dennes nivåvariationer. Intet tvifvel kan därför råda derom, jag upprepar det ännu en gång, att kryokoniten utgör ett luftsediment. Huruvida detta sediment till öfvervägande del är af kosmiskt eller terrestriskt ursprung, derom vill jag deremot för det närvarande ej yttra mig. Men jag hoppas framdeles kunna återkomma till denna fråga med nya fakta till dess besvarande.

Då talet inom den Kongl. Vetenskapsakademien åter fallit på det grönländska isstoftet, så vill jag innan jag för denna gång lemnar detta ämne rätta ett misstag, som insmugit sig i D:r N. O. HOLSTS »Berättelse om en 1880 i geologiskt syfte företagen resa till Grönland» (Sverges Geolog. unders. Ser. C. N:o 81). Det har aldrig fallit mig in att med ett särskildt namn beteckna hvarje lerslam eller fin sand, som träffas på ytan af Grönlands eller andra länders skridjöklor. Att denna fina sand till stor del utgör slam från omgifvande eller underliggande berg, derom är jag fullkomligt ense med D:r HOLST. Annorlunda förhåller det sig med kryokoniten. Med detta namn har jag betecknat endast det slam, som träffats i isöknens inre, långt från land och långt från alla glaciärholmar eller s. k. *nunatakker*. De analyser, som D:r HOLST meddelat i ofvan anförda »Berättelse» under beteckning 2, 3, 4, 5, 6, äro därför införda under en rubrik, som ej tillkommer dem.

Den enda analys öfver verklig kryokonit, som hittills publicerats, är den, som jag meddelade i *Redogörelse för en expedition till Grönland 1870* (Öfvers. af Vet.-Akad. Förhandl. 1870, s. 997). Tvänne andra analyser på kryokonit, insamlad långt i det inre, hafva sedan dess utförts på mitt laboratorium af herr G. LINDSRÖM. — För att rätta de misstag, som i denna fråga in-

smugit sig i litteraturen, skall jag här meddela dessa tre analyser, under erinran derom, att *de äro de enda man för det närvarande har tillgång till öfver det ämne, som jag kallat kryokonit.*

Analys af kryokonit från Grönland af G. LINDSTRÖM.

- 1) Kryokonit, tagen under min resa 1870. Denna analys är förut publicerad i »Redogörelse för en expedition till Grönland 1870» (Öfvers. af Vet.-Akad. Handl. 1870. N:o 10) m. fl. st.
- 2) Kryokonit tagen under 1883 års expedition på 13:de rastplatsen, belägen vid 67° 23' lat. och 51° 33' long. vest fr. Greenw., 78 kilometer från inlandsisens bräm mot Aulaitsivikfjorden och på en höjd af 1,140 meter öfver hafvet, således på en betydligt större höjd än kustbergen, af hvilka de närmaste lågo på 50 kilometers afstånd.
- 3) Samma slam som det, hvilket användts till analys 2., men sedan alla magnetiska beståndsdelar blifvit med en elektromagnet aflägsnade.

Större delen af stoftet drogs af magneten, så att efter upprepad behandling med en temligen stark elektromagnet endast en mindre del af detsamma blef kvar. Det är denna som analyserats (anal. 3). Härvid bör man erinra sig, att starkare magnetiska mineral, såsom magnetit, augit m. m., ingingo i stoftet endast i så ringa mängd, att desamma knappast utöfvat något väsentligt inflytande på dess kvantitativa sammansättning. Den något mindre jernhalten i analys 3 torde hafva berott på dessa minerals fränskiljande.

	1.	2.	3.
Kiselsyra	62,25	61,49	62,08
Lerjord	14,93	14,89 ¹⁾	14,79
Jernoxid	0,74	—	—
Jernoxidul	4,64	4,98	4,54
Manganoxidul	0,07	0,06	Spår
Kalkjord	5,09	4,75	4,65

¹⁾ Reagerar för spår af titansyra.

	1.	2.	3.
Talkjord	3,00	2,44	2,32
Kali	2,02	1,71	1,73
Natron	4,01	3,44	3,52
Fosforsyra	0,11	0,08	} Ej be- stämda.
Klor	0,06	—	
Vatten, organisk substans (100°—glödgn.)	2,86	} 6,61	6,75
Hygroskopiskt vatten (15° —100°)	0,34		
Svafvelvätefällning	—	0,13	—
	<u>100,12</u>	<u>100,58</u>	<u>100,38</u>

I det 1870 insamlade stoftet träffades spår till kobolt och metalliskt jern. Några dylika beståndsdelar kunde ej konstateras i stoftet insamladt 1883.

Att stoftets omagnetiska beståndsdel, hvilken utgjorde en mindre del af detsamma, hade nästan precis samma sammansättning som stoftet i dess helhet, synes mig vara *synnerligen märkvärdigt*. Det bevisar nämligen:

antingen att stoftet består af 2:ne ämnen, af hvilka det ena är magnetiskt, det andra omagnetiskt, och att dessa ämnen, denna olikhet oaktadt, dock hafva nästan precis samma sammansättning,

eller att stoftets hufvudmassa utgöres af ett enda omagnetiskt mineral, i hvilket magnetiska partiklar, så små att de ej ens under mikroskop kunna urskiljas, finnas insprängda. Detta tyckes motsägas af stoftets förhållande under mikroskop; enligt hvilket detsamma, oberäknadt smärre inblandningar, skulle bestå åtminstone af 2:ne i optiskt hänseende olikartade, ofärgade genomskinliga ämnen

eller slutligen att ett magnetiskt mineral finnes alldeles jemnt insprängdt i de mineral, af hvilka stoftet är sammansatt, ehuru i så små korn, att de ej ens under mikroskop kunna urskiljas.

Detta sistnämnda alternativ, synes mig sannolikast. Analogien till ett dylikt förhållande finner man i jernets insprängning i vissa meteoriter, men, såvidt jag vet, knappast i någon terrestrisk bergart.

ÖFVERSIGT

AF

KONGL. VETENSKAPS-AKADEMIENS FÖRHANDLINGAR.

Årg. 45.

1888.

N^o 8.

Onsdagen den 10 Oktober.

INNEHÅLL:

Öfversigt af sammankomstens förhandlingar.....	sid. 505.
WIDMAN, Om acetopropylbenzol och acetokumul jämte deras derivat....	» 507.
JONQUIÈRE, Ueber eine Klasse von Transcendenten, welche durch mehrmalige Integration rationaler Funktionen entstehen.....	» 522.
BÄCKSTRÖM, Elektrisches und thermisches Leitungsvermögen des Eisenglanzes.....	» 533.
BÄCKSTRÖM, Beiträge zur Kenntniss der Thermoelectricität der Krystalle.....	» 553.
SJÖGREN, Om ett nytt mineral från Mossgrufvan i Nordmarken.....	» 561.
SILJESTRÖM, Bestämningar af magnetiska inklinationen i Stockholm, Sundsvall och Östersund.....	» 563.
Skänker till Akademiens bibliotek.....	sidd. 506, 521, 532, 552.

Med anledning af remiss från Kongl. Maj:t af frågan om reglering af Vreta-ån inom Vestmanland afgåfvo Hrr BELJER och Grefve CRONSTEDT infordradt utlåtande, hvilket af Akademien godkändes.

Enligt tillstyrkan af komiterade antogs till införande i Akademiens Handlingar en afhandling af Professor J. G. AGARDH med titel: »Species Sargassorum Australiæ descriptæ et dispositæ».

Hr BERLIN föredrog en af Docenten P. KLASON författad och insänd uppsats: »Om Persulfocycansyra och dithiocycansyra» (se Bihang till K. Vet.-Akad. Handl.).

Hr RUBENSON dels redogjorde för innehållet af den berättelse, som Letterstedtske stipendiaten Docenten ARRHENIUS afgifvit om den resa han utfört till Ryssland, Tyskland och Nederländerna för idkande af studier i fysikalisk kemi, och dels

meddelade en uppsats af Docenten K. ÅNGSTRÖM: »Eine Wage zur Bestimmung der Stärke magnetischer Felder» (se Bihang etc.).

Hr Frih. NORDENSKIÖLD förevisade en af honom nyligen anträffad upplaga från 1560 af MERCATORS stora världskarta, samt meddelade på författarens, Bergmästaren A. SJÖGRENS vägnar en notis om ett nytt mineral från Mossgrufvan i Nordmarken*.

Hr WITTRÖCK föredrog en af Fröken EDLA SÖDERSTRÖM författad uppsats: »Ueber den anatomischen Bau von Desmarestia aculeata (L.) LAM.» (se Bihang etc.).

Hr MITTAG-LEFFLER öfverlemnade en uppsats af Kand. A. JONQUIÈRE från Bern: »Ueber eine Klasse von Transcendenten, welche durch mehrmalige Integration rationaler Funktionen entstehen»*.

Sekreteraren meddelade följande inlemnade uppsatser: 1:o) »Om acetopropylbenzol och acetokumol jämte deras derivat», af Professor O. WIDMAN*; 2:o) »Elektrisches und thermisches Leitungsvermögen des Eisenglanzes», af studeranden H. BÄCKSTRÖM*; 3:o) »Beiträge zur Kenntniss der Thermoelectricität der Krystalle», af densamme*; 4:o) »Bestämningar af magnetiska inklinationen i Stockholm, Sundsvall och Östersund», af P. A. SILJESTRÖM*.

Följande skänker anmälde:

Till Vetenskaps-Akademiens Bibliothek.

Stockholm. Svenska trädgårdsföreningen.

Tidskrift. Årg. 1887: N:o 2—6. st. 8:o.

Generalregister 1878—1887. st. 8:o.

Småskrifter. 3 st.

Kristiania. Universitets-Observatorium.

Zonenbeobachtungen der Sterne zwischen 64° 50' und 70° 10' nördlicher Declination, hrsg. von C. FEARNLEY und H. GEELMUYDEN. Kra. 1888. 4:o.

— Meteorologisk Institut.

Die internationale Polarforschung 1882/1883. Beobachtungsergebnisse der Norwegischen Polarstation Bossekop in Alten. Th. 2. Kra. 1888. 4:o.

(Forts. å sid. 521.)

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1888. N:o 8.
Stockholm.

Meddelanden från Upsala kemiska Laboratorium.

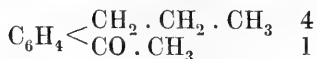
148. Om acetopropylbenzol och acetokumol jämte
deras derivat.

Af OSKAR WIDMAN.

[Meddeladt den 10 Oktober 1888 genom P. T. CLEVE.]

För att om möjligt afgöra, om acetogruppen ($\text{CH}_3 \cdot \text{CO}-$) utöfvar något inflytande på en i paraställning närvarande propylgrupp och i sådant fall, i hvilken riktning detta inflytande gör sig gällande till bildning af normal propyl eller isopropyl, har jag utfört följande jämförande undersökning af paraacetopropylbenzol och paraacetoisopropylbenzol. Då acetogruppen vid nitreringar afgjort föranleder bildning af metanitroderivat, så är enligt en af mig i en föregående uppsats ¹⁾ uppställd hypotes a priori att vänta, att den skall utöfva ett inflytande på propylgruppen så, att den predisponerar till bildning af isopropyl.

Acetopropylbenzol.



Normal propylbenzol framställdes enligt den metod, som R. FITTIG och J. KÖNIG ²⁾ användt för framställning af etylbenzol, därigenom att natrium fick inverka på en blandning af brombenzol och propylbromid i eterlösning. Det konstant vid 155°

¹⁾ »Om propylgruppen i kuminalkohol», Öfvers. af K. Vet.-Akad. Förh. 1887, N:o 8, p. 515.

²⁾ Ann. Chem. Pharm. Bd 144, p. 277.

kokande kolvätet (60 gr.) blandades därpå med acetylklorid (45 gr.) och blandningen infördes långsamt i en kolf, som innehöll vattenfri aluminiumklorid (60 gr.) och så mycket kolsvaffa, att den fasta bottensatsen däraf öfvertäcktes. Metoden är densamma, som af CLAUS och WOLLNER ¹⁾ blifvit använd för beredning af paraxylylmetylketon. Efter slutad inverkan tvättades reaktionsprodukten med vatten och extraherades med eter, hvarefter eterlösningen torkades med klorkalcium och underkastades direkt fraktionerad destillation, tills konstant kokpunkt erhöles. CLAUS och WOLLNER destillerade produkten med vattenångor, innan den fraktionerades, för att på detta sätt afskilja oförändradt kolväte, hvilket destillerar öfver. Enligt min erfarenhet är denna destillation med vattenångor åtminstone vid acetopropylbenzol icke blott onödig utan till och med skadlig, då den förorsakar förlust därigenom, att ketonen i ej så ringa mängd medföljer i destillatet. I ofvan nämnda försök erhöles jag i utbyte utom orena portioner 37,3 gr. alldeles ren keton och återvann för följande beredningar 15 gr. oangripen propylbenzol.

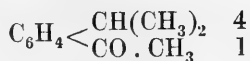
Den nya ketonen utgör en färglös, lätt rörlig vätska med en stark aromatisk, icke obehaglig lukt och visar en specifik vikt af 0,9785 vid 15°. Kokpunkten ligger, bestämd med ANSCHÜTZ' normaltermometer vid 765 mm. bar. tryck, vid 259°, bestämd på vanligt sätt utan korrektion och med blott termometerkulan i ångan samt vid 760 mm., vid 252°. Vid destillation lider substansen en om ock blott obetydlig sönderdelning, i det att vattendroppar afskilja sig och en brun, illaluktande, mycket högt kokande återstod bildas.

Analys:

	Beräknadt.		Funnet.
C ₁₁	132	81,48	81,44
H ₁₄	14	8,64	8,77
O	16	9,88	—
	162	100,00	

¹⁾ Ber. d. deutsch. chem. Ges., XVIII, p. 1856.

Acetokumul.



Kumul framställes enligt JACOBSENS¹⁾ metod genom upphettning af en blandning af kuminsyra, kalk och järnfilspån. Ur 150 gr. ren kuminsyra erhöles 97 gr. rå kumul och efter flere fraktioneringar öfver metalliskt natrium 74 gr. ren, mellan 151—153° (okorr., 770 mm. bar.-tr.) kokande kumul utom ore-nare portioner.

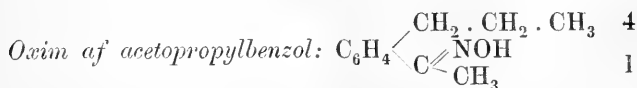
Ur den rena fraktionen framställes ketonen på samma sätt, som nyss är nämndt. Egenskaperna erinra i allo om nyss beskri-fna isomer, dock ligger kokpunkten omkring 6 grader lägre. Med normaltermometern bestämdes den vid 756 mm. bar.-tr. till 252—254° och på vanligt sätt till 245—247° (okorr.) Specifika vigten är 0,9755 vid 15°.

Analys:

		Beräknadt.	Funnet.
C ₁₁	132	81,48	81,60
H ₁₄	14	8,64	8,67
O	16	9,88	—
	<u>162</u>	<u>100,00</u>	

I båda fallen har ketongruppen inträdt i paraställning till propylgruppen, hvilket framgår ur nedan beskri-fna oxidations-försök. Acetopropylbenzolen utgör utan fråga en enda ren kemisk förening, acetokumolen åter synes innehålla ännu en annan kropp, om ock i mycket ringa mängd, emedan å ena sidan kokpunkten icke är alldeles skarp, å andra sidan två olika oximer synes kunna erhållas därur. Emellertid är också denna andra kropp ett paraderivat, såsom jag skall visa i en följande uppsats.

Oximer.



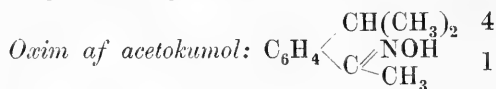
¹⁾ Ber. d. deutsch. chem. Ges., XII, p. 429.

Acetopropylbenzolen upphettades några timmar på vattenbad tillsammans med ett öfverskott af fri hydroxylamin i alkohol-lösning. Efter alkoholens afdunstning och reaktionsproduktens uttvättning med vatten kristalliserades substansen ur gasolja (kokp. under 75°), hvarvid ytterst lösliga, stora, väl utbildade, färglösa, romboidala taflor erhöles. Föreningen smälter konstant, men långsamt vid $43\text{--}44^\circ$, om substansen införes smält i kapillärröret och får stelna däri. Införes den däremot i fast form i röret, så visar sig smältpunkten understundom betydligt högre ($52\text{--}54^\circ$) utan att stiga vidare vid förnyade omkristallisationer. Får emellertid ett sådant preparat stelna i röret, så smälter det äfven i detta fall vid det angifna gradtalet $43\text{--}44^\circ$.

Analys:

	Beräknadt.		Funnet.
C ₁₁	132	74,57	74,34
H ₁₅	15	8,48	8,50
N	14	7,91	7,99
O	16	9,04	—
	<u>177</u>	<u>100,00</u>	

Ehuru jag har framställt föreningen många gånger och omkristalliserat den ännu oftare, så har jag dock aldrig funnit någon anledning att antaga närvaron af någon annan kropp.



Framställd på samma sätt som föregående, kristalliserar föreningen ur gasolja i firsidiga rombiska taflor, som smälta långsamt vid $70\text{--}71^\circ$, vare sig substansen i fast form införes i röret eller får stelna däri.

Analys:

	Beräknadt.	Funnet.
C ₁₁	74,57	74,35
H ₁₅	8,48	8,82
N	7,91	7,94
O	9,04	—
	<u>100,00</u>	

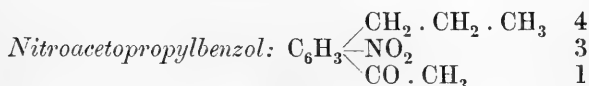
I moderluterna befinner sig alltid en luktlös, färglös olja, som icke kan bringas att stelna. Den kan ligga i månader i exsiccator utan att stelna, om den också under tiden ofta omröres tillsammans med några små kristaller af den fasta oximen. Mängden af bildad olja synes motsvara 10—15 procent af använd acetokumul. Denna flytande förening är sjelf en oxim och, såsom en analys utvisat, isomer med de nyss beskrifna. Den utgör efter all sannolikhet en geometrisk isomer till acetokumuloxim. Jag skall i en följande uppsats återkomma till densamma.

Fenylhydrazinderivat.

Acetopropylbenzolhydrazon framställes på vanligt sätt genom ketonens uppvärmning med en vattenlösning af fenylhydrazinacetat. Föreningen kristalliserar ur varm gasolja, hvori den är lättlöslig, i gulhvita, sexsidiga, bilformiga taflor, hvilka smälta vid 92°. I luften undergå kristallerna mycket snart total sönderdelning under bildning af en röd olja.

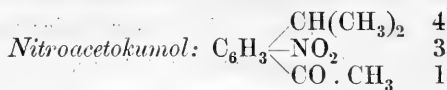
Acetokumulhydrazon, framställd på samma sätt, kristalliserar ur gasolja i färglösa eller gulhvita, temligen tjocka, aflångt sexsidiga taflor. Smältpunkten ligger vid 81—82°. På grund af deras stora benägenhet att sönderdelas kunde hvarken denna förening eller isomeren analyseras.

Nitroderivat.



I del acetopropylbenzol infördes droppvis i en blandning af 5 delar rykande salpetersyra (sp. v. 1,53) och 5 delar koncentrerad svafvelsyra vid 0°. Efter utspädning med snö och vatten löstes den utfällda oljan i eter och lösningen tvättades succesivt med vatten, utspädd sodalösning och återigen med vatten och torkades med smält klorkalcium, hvarefter etern afdestillerades. Därvid erhöles en gul olja, som icke lät öfverföra sig i fast form. Att den eger ofvan angifna sammansättning, framgår dels af

analogien med följande isomer, dels af nedan beskrifna derivat och oxidationsförsök.

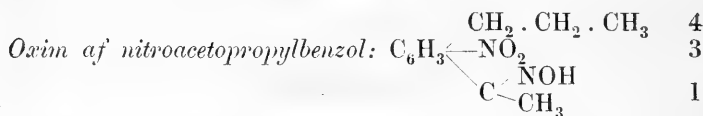


Behandlas acetokumol på alldeles samma sätt, erhåller man en olja, som småningom stelnar, om den starkt afkyles och ihärdigt rifves tillsammans med litet gasolja. Den fasta massan befrias genom stark pressning från en inblandad olja och omkristalliseras därpå ur en blandning af gasolja och litet benzol. Därvid afskiljes nitroketonen i långa, firsidiga, platträckta prismer med domer. Den är svåröslig i gasolja (flyktig under 75°), ytterst löslig i benzol och smälter vid 49°.

Analys:

	Beräknadt.		Funnet.
C ₁₁	132	63,77	63,47
H ₁₃	13	6,28	6,89
N	14	6,76	7,18
O ₃	48	23,19	—
	207	100,00	

Nitrooximer.



Om nitroacetopropylbenzol uppvärms en timme med en alkoholisk lösning af hydroxylamin och alkoholen därpå af dunstas, så stelnar den afskiljda produkten genast vid afsvälning. Den renas genom omkristallisationer ur benzol eller en blandning af benzol och gasolja. Substansen är nemligen svårt löslig i gasolja, lätt i benzol. Innehåller lösningen temligen mycket benzol, så erhåller man särdeles vackra, glänsande, stora, tjocka prismer, hvilka i luften mycket hastigt blifva ogenomskinliga och matta, i det de förlora kristallbenzol. Finnes åter mycket gasolja, men blott föga benzol närvarande, så kristalliserar kroppen

i långa, till bollar förenade, spetsiga nålar. Smältpunkten ligger vid 86°, sedan benzolen fullständigt bortgått.

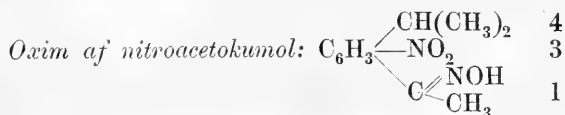
Analys:

	Beräknadt.		Funnet.
C ₁₁	132	59,46	59,16
H ₁₄	14	6,31	6,38
N ₂	28	12,61	12,95
O ₃	48	21,62	—
	<u>222</u>	<u>100,00</u>	

För att noga undersöka, om propylbenzolens normala propylgrupp under någon af de operationer, genom hvilka man framkommit till denna förening, om också blott högst ofullständigt omlagrat sig i isopropyl, har jag framställt en temligen stor mängd af denna nitrooxim och underkastat densamma en rad systematiskt ordnade, fraktionerade omkristallisationer. Det var nemligen af särskildt intresse att erfara, om produkten innehöll en om också blott ringa mängd af det vid 116° smältande, isomera isopropylderivatet, då man, såsom jag redan påpekat, just har skäl att vänta, att acetylgruppen skall i likhet med andra negativa grupper predisponera till bildning af isopropyl.

Emellertid visade det sig, att smältpunkten efter 8 på hvarandra följande omkristallisationer alldeles oförändradt låg vid 86° och att blott normalt propylderivat kunde erhållas ur moderluterna trots ett betydligt antal omkristallisationer.

För öfrigt förtjenar kanske att anmärkas, att till och med den alldeles rena föreningen undergår frivillig total sönderdelning, om den förvaras en längre tid. Ett 8 gånger omkristalliseradt preparat, som under 1 à 2 månaders tid legat i ett tillslutet preparatrör, befans efter denna tid hafva öfvergått till en smörjig, halfflytande, gulhvit massa, som luktade starkt cyanväte, och korken hade skjutits ut ur röret.

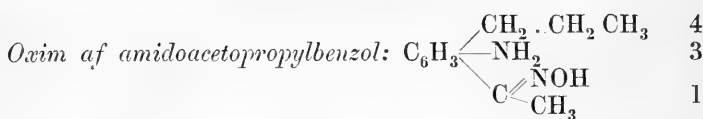


Framställd på samma sätt som föregående, kristalliserar föreningen ur en blandning af benzol och gasolja i vackra, färglösa, glänsande kristaller, som smälta vid 116—117°. Den är nästan olöslig i till och med kokande gasolja, men löses lätt af varm benzol. Kristallerna innehålla icke kristallbenzol.

Analys:

	Beräknadt.	Funnet.
C ₁₁	59,46	59,53
H ₁₄	6,31	6,64
N ₂	12,61	12,95
O ₃	21,62	—
	100,00	

Amidooximer.



Oximen af nitroacetopropylbenzol löstes i utspädd natronlut och därtill sattes småningom en lösning af tiofaldiga mängden ferrosulfat under upprepad tillsats af så mycket natronlut, att lösningen alltjämt hölls alkalisk. Ferrohydratet oxiderade sig genast. Efter slutad reaktion, affiltrerades järnfällningen och filtratet rengjordes med ättiksyra, då en voluminös, geléartad, af fina nålar bestående fällning erhöles. Denna renades genom omkristallisationer.

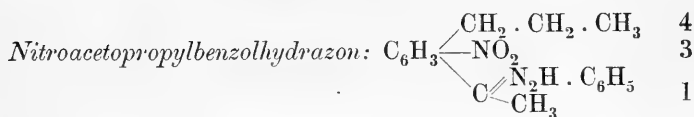
Föreningen kristalliserar långsamt ur utspädd alkohol, vida lättare ur en blandning af benzol och gasolja. I förra fallet uppträder den i vackra gula prismer, i senare i små kristallbollar. Kroppen är lätt löslig i alkohol och benzol, men så godt som olöslig i kokande gasolja. Den smälter vid 116—117°.

Qväfvebestämning:

	Ber. för C ₁₁ H ₁₆ N ₂ O.	Funnet.
N	14,58	14,55.

Oxim af amidoacetokumol.

Motsvarande nitroförening reducerades på nyssnämnda sätt. Då den alkaliska lösningen surgjordes med ättiksyra, utföll en olja, som långsamt stelnade till små långsträckta prismer. Vid kristallisation ur en blandning af benzol och gasolja visade det sig, att en del af reaktionsprodukten var mycket svårslöslig och smälte vid temligen hög temperatur (öfver 130°), under det att den största delen var löslig och smälte vid 94—95°. Vid digererung med en blandning af benzol och gasolja blir emeller-tid den högt smältande delen olöst och kan affiltreras. Därpå kristalliserar oximen i vackra, till bollar förenade, prismatiska kristaller, som smälta konstant, men långsamt vid 95°.

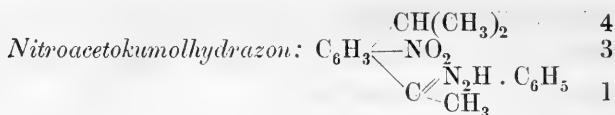
Nitrohydrazoner.

Nitroacetopropylbenzol försattes med en lika stor volym fri fenyldrazin och blandningen uppvärmdes lindrigt. Härvid afsatte sig snart kondenseradt vatten på kärlets väggar och i oljan afskiljde sig vattendroppar. Vid tillsats af vatten stelnade produkten hastigt, hvarefter den tvättades med vatten och utspädd ättiksyra samt kristalliserades ur alkohol.

Föreningen är temligen svårslöslig i äfven kokande alkohol och kristalliserar därur i röda, fina, platta nålar, som smälta vid 138—139°. Den lider ingen förändring vid förvaring.

Analys:

	Beräknadt.		Funnet.
C ₁₇	104	68,68	69,05
H ₁₉	19	6,40	6,82
N ₃	42	14,14	14,40
O ₂	32	10,78	—
	<u>297</u>	<u>100,00</u>	



Framställd på samma sätt som föregående, liknar denna förening i alla hänseenden sin isomer och smälter till och med vid alldeles samma temperatur som denna, nemligen vid 138°.

Analys:

	Beräknadt.	Funnet.
C ₁₇	68,68	69,29
H ₁₉	6,40	7,29
N ₃	14,14	14,34
O ₂	10,78	—
	100,00	

Dessa procenttal stämma visserligen icke synnerligen väl, men detta beror sannolikt endast därpå, att den analyserade substansen, som fått ligga i luften ett par månader, under tiden lidit någon sönderdelning. Den var också något klabbig.

Oxidationsförsök.

För att om möjligt finna en något så när lönande metod för framställning af propylbenzoësyra har jag gjort en rad oxidationsförsök på *acetopropylbenzol*.

I starkt alkalisk lösning (20 delar 25-procentig natronlut) oxideras ketonen ytterst lätt af kaliumpermanganat i värme. Kameleonlösningen affärgas genast och oxidationen fortgår oafbrutet och hastigt till en bestämd punkt. I reaktionsprodukten fins blott tereftalsyra.

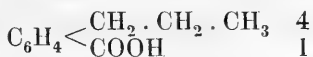
Af neutral kaliumpermanganatlösning oxideras ketonen däremot ytterst långsamt och det till och med i värme. Oxidationsprodukten består äfven i detta fall af blott tereftalsyra. Vid destillation med vattenångor går ingen syra öfver.

Vid oxidation med vanlig salpetersyra (eg. v. 1,2) bildas utom en större mängd tereftalsyra äfven något propylbenzoësyra,

som förflyktigas vid destillation med vattenångor. En stor del af reaktionsprodukten utgöres dock af ett gult, smetigt harts. Utbytet af propylbenzoësyra blir emellertid allt större, ju svagare salpetersyra, man använder. Följande förfarande egnar sig särdeles väl för *framställning af propylbenzoësyra*.

3 gr. acetopropylbenzol kokades under uppåtväändt kylrör omkring 10 timmar med 100 kcm. salpetersyra af 1,07 eg. v. (d. v. s. 1 volym vanlig utspädd salpetersyra på 2 volymer vatten). Vid lösningens afsvalning afskiljde sig luckra kristallmassor innehållande den sökta syran. För att rena produkten underkastades kolfvens innehåll destillation i vattengasström, till dess ingen fast kropp vidare gick öfver. Syran kondenserade sig nemligen i fast form i röret. Destillatet neutraliserades nu med kali, då osönderdelad acetopropylbenzol afskiljde sig såsom en på ytan simmande olja, hvilken aflägsnades helt enkelt genom lösningens afdunstning till en ringa volym. Lösningen öfvermättades därpå med saltsyra och den därvid utfälda syran tvättades och torkades (1,5 gr.). Den löstes därpå i benzol och benzollösningen försattes med gasolja, då vackra breda nålar lätt afskiljdes (1,25 gr.).

Syran öfverensstämmer i alla sina egenskaper med den *para-propylbenzoësyra*:



som H. KÖRNER¹⁾ erhållit genom oxidation af dipropylbenzol och PATERNÓ & SPICA²⁾ genom oxidation af propylisopropylbenzol. Smältpunkten fann jag dock ligga vid 141°, under det att KÖRNER uppger smältpunkten till 140° och PATERNÓ & SPICA till 138—139°.

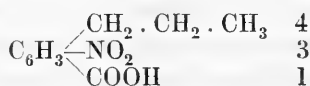
Då beredningen af acetopropylbenzol blott förlöper genom sådana reaktioner, som gifva ganska tillfredsställande utbyten, hvilket hvarken torde kunna sägas om beredningen af dipropylbenzol eller propylisopropylbenzol, så torde detta förfaringsätt

¹⁾ Ann. chem. Pharm. 216, p. 228.

²⁾ Ber. d. deutsch. chem. Ges., X, p. 1746.

åtminstone tills vidare vara det lämpligaste för framställning af denna hittills ytterst svårtillgängliga syra.

Vid oxidation af *nitroacetopropylbenzol* med kaliumpermanaganat i starkt alkalisk lösning på vanligt sätt har jag erhållit en syra, som löser sig ytterst lätt i alkohol, eter, kloroform och benzol och temligen lätt i hett vatten. Ur det sistnämnda lösningsmedlet kristalliserar den i långa, glänsande, vid 113° smältande nålar. Kristallerna äro färglösa, men färga sig i dagsljus småningom bruna. Kroppen är tydligen identisk med den syra, som H. KÖRNER (l. c.) erhållit vid direkt nitring af propylbenzoësyra. På grund af dessa båda bildningssätt kan syran icke vara något annat än *metanitroparapropylbenzoësyra*:



Att icke propylgruppen i detta fall så väl som vid oxidation af onitrerad acetopropylbenzol lider oxidation i den starkt alkaliska lösningen, beror påtagligen på skyddande inverkan af den i ortoställning till densamma närvarande nitrogruppen.

För öfrigt har jag kommit till alldeles samma resultat vid liknande oxidation af *nitroacetopropylbenzolens oxim*.

Om äfven metanitrooxiisopropylbenzoësyra uppträder bland dessa nitroföreningars oxidationsprodukter, har jag ännu icke kunnat afgöra. Det är nemligen förenadt med åtskilliga svårigheter att isolera denna syra, då den förekommer tillsammans med nitropropylbenzoësyra.

Slutligen har jag äfven oxiderat *nitroacetokumol* med kameleon i starkt alkalisk lösning för att ställa dess konstitution utom allt tvifvel. Därvid har jag ur reaktionsprodukten kunnat isolera dels den vid 159° smältande metanitrokuminsyran, dels den af mig förut beskrifna, vid 191° smältande metanitrooxipropylbenzoësyran, och framgår det däraf tydligt, att ketongruppen befinner sig i paraställning och nitrogruppen i ortoställning till isopropylgruppen.

Hvad nu beträffar den frågan, om ketongruppen utöfvar någon inverkan på den i paraställning befintliga propylgruppen, så har den ofvan beskrifna undersökningen närmast ådagalagt, att någon omlagring inom propylgruppen icke eger rum vid de därvid utförda reaktionerna. Af förut anförda skäl är det emellertid att vänta, att ketongruppen skall i likhet med andra sura grupper (t. ex. $-\text{COOH}$ och $-\text{COH}$) predisponera till bildning af isopropyl.

Att ur det negativa resultatet draga den slutsats, att detta icke vore fallet eller att ketongruppen öfver hufvud taget vore utan all inverkan på propylgruppen, vore emellertid helt säkert förhastadt, då den enda slutsats, som man i sjelfva verket kan draga därur, är att ketongruppen icke utöfvar ett så starkt inflytande i den nämnda riktningen, att den *under de förhandenvarande omständigheterna* förmår att åstadkomma en omlagring. Härvid är nemligen särskildt att märka, att man aldrig lyckats konstatera, att omlagring inom propylgruppen kan inträffa, under det att, såsom är fallet vid framställningen af acetopropylbenzol, en grupp direkt införes i paraställning till propylgruppen, om också samma grupp för öfrigt utöfvar en kraftig inverkan på propylgruppen. Så bildas blott propylbenzoësyra vid brompropylbenzols behandling med natrium och fuktig kolsyra ¹⁾ och blott paraisocymol vid natriums inverkan på jodmetyl och bromkumol.²⁾ Med afseende på nitreringsprocessen åter känner man visserligen ett fall, då en omlagring inom propylgruppen egt rum under nitreringen, utan att den i paraställning stående gruppen däraf på något sätt blifvit berörd, nemligen då kumenylakrylsyra vid nitrering öfvergår i ortonitropropylkanelnsyra. Detta visar nu visserligen, att förhållandena kunna vara sådana, att behandlingen med rykande salpetersyra framkallar en omlagring för såvidt den närvarande gruppen bättre trifves tillsammans med den andra modifikation af propylgruppen än med den redan tillstädesvarande.

¹⁾ R. MEYER, Journ. f. prakt. Chem. [2]. Bd 34, p. 102.

²⁾ JACOBSEN, Ber. d. deutsch. chem. Ges., XII, p. 430.

Emellertid är detta helt säkert icke alltid fallet, ty vid nitrering af propylbenzoësyra har KÖRNER blott erhållit nitropropylbenzoësyra och ingen nitrokuminsyra, ehuru karboxylgruppen starkt predisponerar till bildning af isopropyl. Enligt min mening verkar nitreringsprocessen blott då befordrande på propylgruppens omlagring, när nitrogruppen har benägenhet att inträda på just det ställe, där propylgruppen har sin plats, i hvilket fall den ju måste inverka störande på propylgruppens konfiguration och af vissa skäl, på hvilka jag för tillfället icke vill ingå, kanske också blott då, när en omlagring från isopropyl till normal propyl kommer i fråga.

Frågan, om acetogruppen utöfvar någon inverkan på en i paraställning befintlig propylgrupp, måste alltså betraktas såsom ännu öppen.

Skänker till Vetenskaps-Akademiens Bibliothek.

(Forts. från sid. 506.)

- Berlin.** *K. Akademie der Wissenschaften.*
Monatsberichte. Jahr 1888: 21—37. st. 8:o.
- Boston.** *Boston society of natural history.*
Memoirs. Vol. 4: N:r 1—6. 1886—88. 4:o.
- Breslau.** *Verein für Schlesische Insektenkunde.*
Zeitschrift für Entomologie. (2) H. 13. 1888. 8:o.
- Bruxelles.** *Société entomologique de Belgique.*
Annales. T. 31. 1887. 8:o.
- Calcutta.** *Geological survey of India.*
Memoirs. Vol. 24: P. 1. 1887. st. 8:o.
Palæontologia Indica. Ser. 10. Vol. 4: P. 3; 13. Vol. 1: P. 7. 1887.
st. 4:o.
A manual of the geology of India. P. 4. MALLET, F. R., Mineralogy.
1887. 8:o.
— *Great trigonometrical survey of India.*
Account of the operations. Vol. 10. 1887. 4:o.
— *R. Asiatic Society of Bengal.*
MOORE, F., Description of new Indian Lepidopterous insects . . . P. 3.
Calcutta 1888. 4:o.
— *Indian Museum.*
COTES, E. C. & SWINHOE, C., A catalogue of the Moths of India. P. 3.
Calcutta 1888. 8:o.
- Cambridge, U. S.** *Academy of natural sciences.*
Journal. (2) Vol. 9: P. 2. 1888. 4:o.
- Chapel Hill, U. S.** *Elisha Mitchell scientific society.*
Journal. Year 4(1887): P. 2. 8:o.
- Delft.** *École polytechnique.*
Annales. T. 4: L. 1—2. 1888. 4:o.
- Dorpat.** *K. Universitäts-Sternwarte.*
Beobachtungen. Bd. 17. 1887. st. 4:o.
- Frankfurt a. M.** *Senckenbergische naturforschende Gesellschaft.*
Abhandlungen. Bd. 15: H. 3. 1888. 4:o.
- Helsingfors.** *Société Finno-Ougrienne.*
Journal. 3—4. 1888. 8:o.
- Ithaca, U. S.** *Cornell university.*
Bulletin. Science. Vol. 2. 1886. 8:o.
- London.** *Storbritanniska Regeringen.*
Report on the scientific results of the voyage of H. M. S. CHALLENGER,
1873—1876. Zoology. Vol. 23—26. London 1888. 4:o.

(Forts. å sid. 532.)

Meddelanden från Stockholms Högskola. N:o 82.

Ueber eine Klasse von Transcendenten, welche durch mehrmahlige Integration rationaler Funktionen entstehen.

(Auszug aus einem Briefe an Herrn MITTAG-LEFFLER.)

VON ALFRED JONQUIÈRE.

[Mitgetheilt den 10. Oktober 1888.]

Die Transcendenten, über welche ich Ihnen Einiges mittheilen möchte, sind als specielle Fälle enthalten in dem vielfachen Integrale

$$\dots \int M \int N \int P \int Q \int R dx \cdot dx \cdot dx \cdot dx \cdot dx \dots$$

wo M, N, P, Q, R, \dots algebraische rationale Funktionen von x sind. Indem man diese Funktionen in ihre einfachsten Bestandtheile zerlegt, ergibt sich leicht, dass die allgemeinste Form der in dem obigen vielfachen Integrale enthaltenen Transcendenten die folgende ist:

$$\dots \int \frac{1}{x-a} \int \frac{1}{x-b} \int \frac{1}{x-c} \dots \int \frac{1}{x-n} dx \cdot dx \cdot dx \cdot dx \dots$$

Aus dieser allgemeinen Form sind die Transcendenten, von welchen ich hier sprechen will, durch Specialisirung entstanden, indem $b = c = \dots = n$ gesetzt wird. Dadurch verwandelt sich das letzte vielfache Integral in das folgende einfache

$$\int \frac{1^{n-1}(x-b)}{x-a} dx.$$

Setzen wir hierin x an Stelle von $x-b$ und p statt $b-a$, so

nimmt das Integral die Gestalt $\int \frac{\lg^{n-1} x}{p+x} dx$ an. Indem wir endlich noch hierin $x = pt$ setzen und $\lg^{n-1}(pt) = (\lg p + \lg t)^{n-1}$ nach dem binomischen Satze entwickeln, folgt, dass das letzte Integral in lauter einfachere Integrale von der Form $\int \frac{\lg^r t}{1+t} dt$ zerfällt. Wir setzen:

$$A_n(x) = \int_0^x \frac{\lg^{n-1} t}{1+t} dt$$

und wenden uns der Betrachtung der durch diese Gleichung definirten Funktion zu.

Es ist einleuchtend, dass $A_n(x)$ eine vieldeutige Funktion von x ist, einerseits wegen der Vieldeutigkeit des Logarithmus, und andererseits wegen der Verschiedenheit der möglichen Integrationswege in Bezug auf ihre Lage zum Pole $t = -1$ des Integrands. Ziehen wir vom Nullpunkte aus längs der Realitätsaxe nach Westen einen Schnitt bis zum Horizonte und gestatten wir der Variablen t nicht, diesen Schnitt zu überschreiten, so ist dadurch die Eindeutigkeit der Funktion $A_n(x)$ hergestellt, ausgenommen für diejenigen Punkte, welche auf der Realitätsaxe westlich vom Nullpunkte liegen, für welche man sowohl die Phase $-\pi$ als die Phase $+\pi$ annehmen kann.

Eine Reihenentwicklung für die Funktion $A_n(x)$, welche für alle Punkte innerhalb des Einheitskreises konvergirt, lässt sich leicht in folgender Weise herleiten.

$$A_n(x) = \int_0^x \frac{\lg^{n-1} t}{1+t} dt = \int_0^1 \frac{\lg^{n-1}(xt)}{1+xt} x dt = \int_0^1 \frac{(\lg x + \lg t)^{n-1}}{1+xt} x dt$$

$$A_n(x) = \sum_{\lambda=0}^{\lambda=n-1} \binom{n-1}{\lambda} \lg^{n-1-\lambda} x \int_0^1 \frac{\lg^\lambda t}{1+xt} x dt.$$

Nun ist bekanntlich

$$\Gamma(s) = n^s \int_0^{\infty} e^{-nz} z^{s-1} dz,$$

also wenn s eine positive ganze Zahl ist:

$$\frac{1}{n^s} = \frac{1}{(s-1)!} \int_0^{\infty} e^{-nz} z^{s-1} dz$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^s} = \frac{1}{(s-1)!} \int_0^{\infty} z^{s-1} \sum_{n=1}^{\infty} (xe^{-z})^n \cdot dz = \frac{1}{(s-1)!} \int_0^{\infty} \frac{xz^{s-1}}{e^z - x} \cdot dz$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n^s} = \frac{1}{(s-1)!} \int_0^{\infty} \frac{xz^{s-1}}{e^z + x} dz$$

oder indem wir $z = -\lg t$ setzen:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n^s} = \frac{(-1)^{s-1}}{(s-1)!} \int_0^1 \frac{\lg^{s-1} t}{1+xt} \cdot x \cdot dt.$$

Machen wir von dieser Formel Gebrauch, so verwandelt sich unser Ausdruck für $\mathcal{A}_n(x)$ in den folgenden:

$$\mathcal{A}_n(x) = \sum_{\lambda=0}^{\lambda=n-1} \binom{n-1}{\lambda} \lg^{n-1-\lambda} x \cdot (-1)^\lambda \cdot \lambda! \sum_{\nu=1}^{\nu=\infty} (-1)^{\nu-1} \frac{x^\nu}{\nu^{\lambda+1}}$$

oder

$$\mathcal{A}_n(x) = \sum_{\lambda=1}^{\lambda=n} (-1)^{\lambda-1} \frac{(n-1)!}{(n-\lambda)!} \lg^{n-\lambda} x \cdot \sum_{\nu=1}^{\nu=\infty} (-1)^{\nu-1} \frac{x^\nu}{\nu^\lambda}. \quad (1)$$

Die Funktion, welche innerhalb des Einheitskreises durch die

Reihe $\sum_{\nu=1}^{\nu=\infty} (-1)^{\nu-1} \frac{x^\nu}{\nu^\lambda}$ definiert ist, bezeichnen wir zur Abkürzung mit $S_\lambda(x)$. Dann können wir schreiben

$$\mathcal{A}_n(x) = \sum_{\lambda=1}^{\lambda=n} (-1)^{\lambda-1} \frac{(n-1)!}{(n-\lambda)!} \lg^{n-\lambda} x \cdot S_\lambda(x). \quad (2)$$

Durch diese Gleichung ist $\mathcal{A}_n(x)$ für alle in und auf dem Einheitskreise liegenden Punkte gegeben. Eine Erweiterung lässt sich erreichen durch eine einfache Formel, welche für die Transcendenten $\mathcal{A}_n(x)$ aller Ordnungen gilt und die sich sehr leicht in folgender Weise ableiten lässt:

$$\frac{d}{dx} \mathcal{A}_n(x) = \frac{\lg^{n-1} x}{1+x}; \quad \frac{d}{dx} \mathcal{A}_n\left(\frac{1}{x}\right) = (-1)^n \frac{\lg^{n-1} x}{x(1+x)};$$

$$\frac{d}{dx} \left[\mathcal{A}_n(x) + (-1)^n \mathcal{A}_n\left(\frac{1}{x}\right) \right] = \frac{\lg^{n-1} x}{x}.$$

Es folgt somit durch Integration sofort:

$$\mathcal{A}_n(x) + (-1)^n \mathcal{A}_n\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{n} \lg^n x + C.$$

Für ungerade Werthe von n folgt sofort, dass die Integrationskonstante $C = 0$ ist. Es genügt, $x = 1$ zu setzen, um diess sogleich einzusehen. Für gerade Werthe von n ergibt sich, indem wir $x = 1$ setzen und $2n$ an Stelle von n schreiben: $C = \frac{2}{2n} \mathcal{A}_{2n}(1)$. Der Werth von $\mathcal{A}_{2n}(1)$ folgt aus Gleichung (1):

$$\mathcal{A}_{2n}(1) = - (2n - 1)! \sum_{\nu=1}^{\nu=\infty} (-1)^{\nu-1} \frac{1}{\nu^{2n}}.$$

Die Summe $\sum_{\nu=1}^{\nu=\infty} (-1)^{\nu-1} \frac{1}{\nu^{2n}}$ lässt sich bekanntlich durch BERNOULLI'sche Zahlen und durch π ausdrücken. Es ist nämlich

$$\sum_{\nu=1}^{\nu=\infty} (-1)^{\nu-1} \frac{1}{\nu^{2n}} = \frac{2^{2n-1} - 1}{(2n)!} B_n \cdot \pi^{2n},$$

wo B_n die n :te BERNOULLI'sche Zahl bedeutet. Es wird daher

$$\mathcal{A}_{2n}(1) = - \frac{2^{2n-1} - 1}{2n} \cdot B_n \cdot \pi^{2n}$$

und

$$\mathcal{A}_{2n}(x) + \mathcal{A}_{2n}\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{2n} \lg^{2n} x - \frac{2^{2n-1} - 1}{n} B_n \cdot \pi^{2n}.$$

Wir können also allgemein schreiben:

$$\mathcal{A}_n(x) + (-1)^n \mathcal{A}_n\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{n} \lg^n x - K_n \quad (3)$$

wo $K_n = \frac{2^{n-1} - 1}{\frac{n}{2}} \cdot B_{\frac{n}{2}} \cdot \pi^n$, wenn $n \equiv 0 \pmod{2}$

und $K_n = 0$, wenn $n \equiv 1 \pmod{2}$.

Durch die einfache Relation (3) ist die Berechnung von $\mathcal{A}_n\left(\frac{1}{x}\right)$ auf diejenige von $\mathcal{A}_n(x)$ zurückgeführt. Liegt x innerhalb des Einheitskreises, so befindet sich $\frac{1}{x}$ ausserhalb desselben. Die Funktion $\mathcal{A}_n(x)$ ist also nun in der ganzen Ebene als bekannt zu betrachten.

Die in (3) ausgedrückte Eigenschaft der Funktion $\mathcal{A}_n(x)$, welche darin besteht, dass die Summe oder die Differenz zweier solchen Funktionen mit reciproken Argumenten eine ganze Funktion von $\lg x$ ist, lässt sich nun ohne jegliche Schwierigkeit auf die entsprechende Funktion $S_n(x)$ übertragen. Aus Gleichung (2):

$$\mathcal{A}_n(x) = \sum_{\lambda=1}^{\lambda=n} (-1)^{\lambda-1} \frac{(n-1)!}{(n-\lambda)!} \lg^{n-\lambda} x \cdot S_\lambda(x)$$

folgt durch Vertauschung von x mit $\frac{1}{x}$ sogleich die folgende:

$$\mathcal{A}_n\left(\frac{1}{x}\right) = \sum_{\lambda=1}^{\lambda=n} (-1)^{n-1} \frac{(n-1)!}{(n-\lambda)!} \lg^{n-\lambda} x \cdot S_\lambda\left(\frac{1}{x}\right).$$

Somit

$$\mathcal{A}_n(x) + (-1)^n \mathcal{A}_n\left(\frac{1}{x}\right) = - \sum_{\lambda=1}^{\lambda=n} \frac{(n-1)!}{(n-\lambda)!} \lg^{n-\lambda} x \cdot \left[S_\lambda\left(\frac{1}{x}\right) + (-1)^\lambda S_\lambda(x) \right]$$

oder, wenn wir beachten dass $S_1\left(\frac{1}{x}\right) - S_1(x) = \lg\left(1 + \frac{1}{x}\right) - \lg(1+x) = -\lg x$ ist, mit Berücksichtigung von (3):

$$\sum_{\lambda=2}^{\lambda=n} \frac{(n-1)!}{(n-\lambda)!} \lg^{n-\lambda} x \left[S_{\lambda} \left(\frac{1}{x} \right) + (-1)^{\lambda} S_{\lambda}(x) \right] = \frac{n-1}{n} \lg^n x + K_n. \quad (4)$$

Diese Gleichung kann als Rekursionsskala zur successiven Berechnung von

$$S_2 \left(\frac{1}{x} \right) + S_2(x), S_3 \left(\frac{1}{x} \right) - S_3(x), \dots, S_n \left(\frac{1}{x} \right) + (-1)^n S_n(x)$$

dienen. Für $n = 2$ gibt sie:

$$S_2 \left(\frac{1}{x} \right) + S_2(x) = \frac{1}{2} \lg^2 x + \frac{\pi^2}{6}.$$

Für $n = 3$ folgt:

$$S_3 \left(\frac{1}{x} \right) - S_3(x) = -\frac{1}{6} \lg^3 x - \frac{\pi^2}{6} \lg x.$$

$n = 4$ gibt:

$$S_4 \left(\frac{1}{x} \right) + S_4(x) = \frac{1}{24} \lg^4 x + \frac{\pi^2}{12} \lg^2 x + \frac{7}{360} \pi^4$$

u. s. w.

Um aus der Rekursionsskala (4) direkt einen Ausdruck für $S_n \left(\frac{1}{x} \right) + (-1)^n S_n(x)$ zu finden, bezeichnen wir zur Abkürzung $S^{\lambda} \left(\frac{1}{x} \right) + (-1)^{\lambda} S_{\lambda}(x)$ mit X_{λ} und betrachten das System der Gleichungen

$$\begin{aligned}
 (n-1)! X_n + \frac{(n-1)!}{1!} \lg x \cdot X_{n-1} + \frac{(n-1)!}{2!} \lg^2 x \cdot X_{n-2} + \\
 (n-2)! X_{n-1} + \frac{(n-2)!}{1!} \lg x \cdot X_{n-2} + \\
 (n-3)! X_{n-2} +
 \end{aligned}$$

Dieses System von $(n-1)$ Gleichungen genügt zur eindeutigen

Der Nenner von X_n ist der Determinant

$$\begin{array}{ccc|c}
 (n-1)!, & \frac{(n-1)!}{1!} \lg x, & \frac{(n-1)!}{2!} \lg^2 x & \\
 0, & (n-2)!, & \frac{(n-2)!}{1!} \lg x & \\
 0, & 0, & (n-3)!, & \\
 \cdot & \cdot & \cdot & \\
 \cdot & \cdot & \cdot & \\
 0, & 0, & 0, & \\
 0, & 0, & 0, &
 \end{array}$$

der sich offenbar auf das Produkt in der Richtung der Diagonale

Der Zähler von X_n ist ebenfalls ein Determinant, der sich von der ersten Vertikalkolumne durch die entsprechenden auf der rechten Seite

Für X_n oder $S_n\left(\frac{1}{x}\right) + (-1)^n S_n(x)$ haben wir also ganz allgemein

$$\begin{aligned}
 & + \frac{(n-1)!}{(n-3)!} \lg^{n-3} x \cdot X_3 + \frac{(n-1)!}{(n-2)!} \lg^{n-2} x \cdot X_2 = \frac{n-1}{n} \lg^n x + K_n \\
 & + \frac{(n-2)!}{(n-4)!} \lg^{n-4} x \cdot X_3 + \frac{(n-2)!}{(n-3)!} \lg^{n-3} x \cdot X_2 = \frac{n-2}{n-1} \lg^{n-1} x + K_{n-1} \\
 & + \frac{(n-3)!}{(n-5)!} \lg^{n-5} x \cdot X_3 + \frac{(n-3)!}{(n-4)!} \lg^{n-4} x \cdot X_2 = \frac{n-3}{n-2} \lg^{n-2} x + K_{n-2}
 \end{aligned}$$

.

$$\begin{aligned}
 2! X_3 & + \frac{2!}{1!} \lg x \cdot X_2 & = \frac{2}{3} \lg^3 x + K_3 \\
 & & X_2 & = \frac{1}{2} \lg^2 x + K_2
 \end{aligned}$$

Bestimmung der $(n-1)$ Grössen $X_n, X_{n-1}, \dots, X_3, X_2$.

$\frac{(n-1)!}{(n-3)!} \lg^{n-3} x,$	$\frac{(n-1)!}{(n-2)!} \lg^{n-2} x$
$\frac{(n-2)!}{(n-4)!} \lg^{n-4} x,$	$\frac{(n-2)!}{(n-3)!} \lg^{n-3} x$
$\frac{(n-3)!}{(n-5)!} \lg^{n-5} x,$	$\frac{(n-3)!}{(n-4)!} \lg^{n-4} x$
.	.
.	.
$2!,$	$\frac{2!}{1!} \lg x$
$0,$	1

$3! \dots \dots (n-1)!$ reducirt.

bestehenden nur dadurch unterscheidet, dass die einzelnen Glieder der Gleichheitszeichens stehenden Terme ersetzt sind.

folgenden Ausdruck:

$$S_n\left(\frac{1}{x}\right) + (-1)^n S_n(x) = \frac{1}{1! 2! 3! \dots (n-1)!}$$

$$\begin{array}{l} \frac{n-1}{n} \lg^n x + \\ \frac{n-2}{n-1} \lg^{n-1} x + \\ \frac{n-3}{n-2} \lg^{n-2} x + \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \frac{2}{3} \lg^3 x + \\ \frac{1}{2} \lg^2 x + \end{array}$$

$S_n\left(\frac{1}{x}\right) + (-1)^n S_n(x)$ ist also eine ganze algebraische Funktion von

Diese Funktion ist gerade oder ungerade, je nachdem n gerade oder ungerade ist. Sie verändert sich, wenn x in $\frac{1}{x}$ verwandelt wird, für ein ungerades n da

Diess sind die Resultate, welche ich Ihnen zunächst zur Kenntniss mittheilen zu können.

Zum Schlusse bemerke ich noch, dass für specielle Fälle ($n = 2, 3, 4, 5$) (CRELLES Journal Band 21) finden, auf welche Sie meine Aufmerksamkeit

Bern, im September 1888.

$(n-1)!$	$\lg x$	$\frac{(n-1)!}{2!} \lg^2 x, \dots, \dots$	$\frac{(n-1)!}{(n-3)!} \lg^{n-3} x$	$\frac{(n-1)!}{(n-2)!} \lg^{n-2} x$
$(n-2)!$	$\lg x$	$\frac{(n-2)!}{1!} \lg x, \dots, \dots$	$\frac{(n-2)!}{(n-4)!} \lg^{n-4} x$	$\frac{(n-2)!}{(n-3)!} \lg^{n-3} x$
$(n-3)!$		\dots, \dots, \dots	$\frac{(n-3)!}{(n-5)!} \lg^{n-5} x$	$\frac{(n-3)!}{(n-4)!} \lg^{n-4} x$
.		\dots	.	.
.		\dots	.	.
.		\dots	.	.
.		\dots	.	.
.		\dots	.	.
.		\dots	.	.
0		\dots	2!	$\frac{2!}{1!} \lg x$
0		\dots	0	1

ade ist. Denn $S_n\left(\frac{1}{x}\right) + (-1)^n S_n(x)$ bleibt für ein gerades n un-
 delt es das Vorzeichen.

en wollte. Ich hoffe, in nicht allzu langer Zeit in der Lage zu sein,

1) die Gleichungen (1) und (3) sich schon in der Arbeit KUMMERS
 zu lenken die Güte hatten.



Skänker till Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

(Forts. fr. sid. 521.)

London. *Royal society.*

Philosophical transactions. Vol. 178(1887): A—B. 4:o.

Proceedings. Vol. 44: N:o 266—270. 1888. 8:o.

List. 1887³⁰/₁₁. 4:o.

The eruption of Krakatoa, and subsequent phenomena. Report of the Krakatoa committee of the Royal Society, edited by G. J. SYMONS. 1888. 4:o.

Melbourne. *Public library, museums and national gallery of Victoria.*

v. MÜLLER, F., Iconography of Australian species of Acacia and cognate genera. Dec. 9—11. 1888. 4:o.

— *Government observatory.*

Report on the telegraphic determination of Australian longitudes via Singapore, Banjoewangie and Port Darwin. Melbourne 1886. 4:o.

Milano. *R. Osservatorio di Brera.*

Pubblicazioni. N:o 33. 1888. 4:o.

Napoli. *R. Accademia delle scienze fisiche e matematiche.*

Atti. (2) Vol. 1—2. 1888. 4:o.

Rendiconto. (2) Vol. 1(1887): Fasc. 1—12. 4:o.

New Haven, U. S. *Connecticut academy of arts and sciences.*

Transactions. Vol. 7: P. 2. 1888. 8:o.

Paris. *Ministère de la marine et des colonies.*

PIERRE, L., Flore forestière de la Cochinchine. Fasc. 1—4; 6—11. Paris 1885—1888. F.

— *Ministère des travaux publics.*

Annales des mines. (8) T. 12(1887): L. 3. 8:o.

— *Comité international des poids et mesures.*

Procès-verbaux des séances. Année 1887. 8:o.

— *Académie des sciences.*

Bulletin du comité international permanent pour l'exécution photographique de la carte du ciel. Fasc. 1—2. 1888. 4:o.

Philadelphia. *American philosophical society.*

Proceedings. Vol. 25: N:o 127. 1888. 8:o.

Pisa. *R. Scuola normale superiore.*

Annali. Vol. 9. 1888. 8:o.

Rostock. *K. Universität.*

Akademiskt tryck. 1877/78. 44 häften. 4:o & 8:o.

S:t Petersburg. *Académie Imp. des sciences.*

Mémoires. (7) T. 36: N:o 1—2. 1888. 4:o.

Bulletin. T. 32: N:o 2—4. 1888. 4:o.

Tacubaya. *Observatorio astronómico nacional.*

Anuario. Año 8(1888). 1. 8:o.

(Forts. å sid. 552.)

Meddelanden från Stockholms Högskola. N:o 79.

Elektrisches und thermisches Leitungsvermögen des Eisenglanzes.

Von HELGE BÄCKSTRÖM.

[Mitgetheilt den 10 Oktober 1888 durch A. E. NORDENSKIÖLD.]

Im Frühjahr 1887 begann ich in dem physikalischen Institute der Universität Stockholm eine Untersuchung über die elektrische Leitungsfähigkeit des Eisenglanzes. — Das ausgezeichnete Material von Eisenglanz, welches ich besass, sowie auch die grosse Freundlichkeit, mit welcher der Vorstand des Instituts, Dr. KNUT ÅNGSTRÖM, seine Rathschläge mir zur Verfügung stellte, veranlassten mich, meine Untersuchung auch auf das Wärmeleitungsvermögen, auf die Ausdehnung und auf die thermoelektrische Kraft in krystallographisch ungleichwerthigen Richtungen auszu dehnen. Ausserdem sind noch einige Versuche über die hydroelektromotorische Kraft beim Kontakt zwischen verschiedenen Krystallflächen und einem Elektrolyt angestellt worden.

Da ich auf die letztgenannten Untersuchungen vielleicht nicht mehr zurück zu kommen Gelegenheit haben werde, weil sie ausserhalb meines eigentlichen Arbeitsplanes liegen, so möchte ich an dieser Stelle einige Worte über dieselben sagen. — Werden zwei Stücke eines Krystalles in eine Flüssigkeit so hineingetaucht, dass von jedem Krystallstück eine verschiedene Fläche mit der Flüssigkeit in Berührung kommt, so greift die Flüssigkeit die verschiedenen Flächen verschieden an. Es entsteht dabei zwischen den beiden Flächen eine (unter identischen Umständen konstante?) Potentialdifferenz. Werden nun die beiden Krystallstücke mit einander in leitende Verbindung gebracht, so ent-

steht ein elektrischer Strom, welcher in der Lösung von der am meisten angegriffenen Fläche auszugehen scheint. Diese hydroelektromotorische Kraft in verschiedenen Richtungen eines Krystalles steht also — wie genau kann ich nicht angeben — mit den Lösungsverhältnissen des Krystalles im Zusammenhange, ist also eine Eigenschaft »erster Gruppe« nach SOHNCKE. — Meine Versuche sind hauptsächlich mit Magnetit ausgeführt.

Die Resultate der Untersuchung über das elektrische und thermische Leitungsvermögen, sowie über die Thermoelectricität des Eisenglanzes und einiger anderer krystallisirter Substanzen¹⁾ lege ich jetzt vor; ich hoffe später die Untersuchung fortsetzen zu können, da ich es für wünschenswerth halte, dass eine möglichst umfassende Untersuchung über dasselbe Material ausgeführt wird. Es finden sich nämlich in der Natur keine so vollkommen homogene und einfach gesetzmässig aufgebaute Körper wie die Krystalle, und deshalb dürften die Relationen, welche zwischen den physikalischen Eigenschaften der Materie unzweifelhaft existiren, gerade bei den Krystallen weniger complicirt auftreten und daher hier am leichtesten entdeckt werden können. — Einen Beweis für diese meine Ansicht hoffe ich in dem ersten dieser Aufsätze geliefert zu haben.

Zum Schluss will ich nicht unterlassen den Herren Professoren W. C. BRÖGGER und Freiherrn A. E. NORDENSKIÖLD, welche aus den unter ihrem Schutze stehenden Sammlungen mit grösster Liberalität mich mit Material für meine Arbeiten versehen haben, meinen herzlichsten Dank auszusprechen.

Über das elektrische Leitungsvermögen der *Minerale* liegen recht viele Untersuchungen vor. So haben RITTER²⁾, HEIDMANN³⁾, FOX⁴⁾, v. KOBELL⁵⁾, und andere das Leitungsvermögen für

¹⁾ Siehe den nachfolgenden Aufsatz.

²⁾ Gehlens Journal 6. 568 (1808).

³⁾ Gilberts Ann. 21. 93—95. (1805).

⁴⁾ Phil. Magazine 1830. 399.

⁵⁾ Münchener Gelehrte Anzeiger 1850 n:r 89 u. 90.

galvanische Elektrizität, PELLETIER¹⁾, HAUSMANN et HENRICI²⁾ u. a.³⁾ das Leitungsvermögen für Reibungselektrizität untersucht. — Alle diese Untersuchungen sind — wie aus dem unten befindlichen Literaturnachweis ersichtlich ist — ziemlich alt; mit den unvollkommenen Hilfsmitteln ihrer Zeit ausgeführt, und deshalb oft einander widersprechend, hatten sie mehr zum Ziel die Bestimmung eines neuen mineralogischen Kennzeichens, als das Feststellen einer krystallophysischen Eigenschaft. Nur HAUSMANN et HENRICI hatten ihre Aufmerksamkeit auch auf das letzterwähnte Ziel gerichtet und entdeckten auch eine deutliche Verschiedenheit in dem Leitungsvermögen verschiedener Richtungen desselben Krystalls bei einigen Mineralen, wie Malakolith, Hypersthen, Anhydrit und Gyps, dagegen bei anderen wie Antimonglanz, Bournonit und Turmalin nicht. Sie selbst unterschätzen jedoch die Bedeutung ihrer Beobachtungen, indem sie in der Übersicht der gewonnenen Resultate sagen: »So viel scheint aber doch hervorzugehen, dass die Richtung in Beziehung auf die Krystallachse gleichgültig ist, dass aber die Durchleitung der Elektrizität zuweilen kleine Modifikationen wahrnehmen lässt, je nachdem sie bei stark abgesonderten Mineralkörpern mit der Absonderung parallel oder quer durch dieselbe geschieht».

Die aus krystallophischem Gesichtspunkte wichtigsten Untersuchungen verdanken wir — wie schon früher in einer vorläufigen Mittheilung⁴⁾ hervorgehoben — WIEDEMANN und SÉNARMONT, welche das Leitungsvermögen für Reibungselektrizität der Krystallflächen studirt haben. — WIEDEMANN⁵⁾ liess die Elektrizität von einer Spitze gegen eine mit Lycopodium bestreute Krystallplatte ausströmen und sah dann das Pulver in verschiedenen Richtungen in ungleicher Weise fortgestossen werden; SÉNARMONT⁶⁾ bedeckte die Krystallplatte mit einem Stanniolblatte, in welchem sich eine kreisförmige Öffnung befand; auf die Mitte

¹⁾ Gilberts Ann. 46. 198 (1814).

²⁾ Studien d. Göttingischen Vereins bergmännischer Freunde 4. 215 (1838).

³⁾ Vgl. Ritters Abhandlung.

⁴⁾ Diese Zeitschr. 1887, 343.

⁵⁾ Pogg. Ann. 76. 406. (1849).

⁶⁾ Ann. Chim. Phys. (3) 28. 257. (1850).

der frei gebliebenen Krystallfläche setzte er eine mit Elektrizität geladene Spitze und beobachtete den Gang des Funkens an dem Stanniolblatt im luftverdünnten Raume. Der elektrische Funke schlägt dann denjenigen Weg ein, welcher dem Maximum des Leitungsvermögens der Fläche entspricht. In beiden Fällen ist übereinstimmend das Resultat gewonnen, dass auf den Flächen regulärer Krystalle, sowie auf den Flächen optisch einaxiger Krystalle, welche senkrecht gegen die Hauptaxe liegen, das elektrische Leitungsvermögen in allen Richtungen gleich ist; auf allen anderen Krystallflächen ist es dagegen mit der Richtung wechselnd und kann durch die Radien ellipsenähnlicher Kurven repräsentirt werden.

Über das innere Leitungsvermögen von Krystallen sind bisher wohl noch keine Resultate bekannt geworden.

Die Schwierigkeit, gutes Material zum Untersuchen des inneren Leitungsvermögens zu bekommen, wird schon von WIEDEMANN hervorgehoben. Es ist mir auch trotz vieler Mühe nicht gelungen, brauchbares Material von anderen Mineralen zu finden, als Eisenglanz und Magnetit. Die erste Bedingung ist nämlich, dass die zu untersuchenden Stäbe aus identischem Materiale, am besten aus demselben Krystall geschnitten werden. Ferner soll das Material völlig homogen und von Sprüngen und Zwillingslamellen frei sein; endlich darf es keine von dem geologischen Vorkommen des Minerals hervorgebrachte Anomalien aufweisen. — Als ein Beispiel der letzterwähnten Bedingung, kann ich meine Beobachtungen beim Schwefelkies erwähnen. Aus einem grösseren, kubischen Krystalle wurden Stäbe in drei verschiedenen Richtungen angefertigt; sie waren oberflächlich völlig homogen und frei von Sprüngen; da mir aber die erhaltenen Resultate doch verdächtig zu sein schienen, beschloss ich den Widerstand in verschiedenen Theilen desselben Stabes zu untersuchen. — Leitet man einen konstanten Strom durch den Stab und drückt gegen denselben zwei, fest vereinigte aber von einander isolirte Nadeln, die in Verbindung mit einem LIPP-

MANN'schen Kapillarelektrometer stehen, so kann die Potentialdifferenz zwischen zwei, in einem bestimmten Abstand von einander belegenen Punkten des Stabes bestimmt werden. Werden nun die Nadeln an eine andere Stelle des Stabes gesetzt, so bekommt man einen neuen Werth der Potentialdifferenz, welcher, falls der Stab völlig homogen und der Widerstand gleich langer Theile des Stabes also gleich gross gewesen wäre, mit dem früher erhaltenen identisch sein müsste. Dies war indessen nicht der Fall, sondern der Widerstand erwies sich als höchst verschieden. — Da nun der Schwefelkies, und besonders die kubischen Krystalle, häufig in regionalmetamorphosirten Gesteinen vorkommen, so bin ich geneigt, die wahrgenommenen Anomalieen als durch den bei der Bildung des Gesteins herrschenden Druck hervor gebracht anzusehen.

Der Eisenglanz, welcher von Prof. W. C. BRÖGGER zu meiner Verfügung gestellt wurde, entsprach sämtlichen der eben erwähnten Bedingungen. Dieser Eisenglanz, von der Peder Ankers Grube auf der Insel Langö bei Kragerö in Norwegen, ist, wie die Beschreibung zeigt, derselbe, welcher von RAMMELSBURG analysirt ist.¹⁾ Er enthält viel Titan, doch — scheint es mir — nicht so viel, um Titaneisen genannt zu werden, unter welchem Namen er in RAMMELSBURGS Mineralchemie aufgeführt ist. Die Analyse zeigt:

$$\begin{array}{r} \text{TiO}_2 = 3,55 \\ \text{Fe}_2\text{O}_3 = 93,63 \\ \text{FeO} = \underline{3,26} \\ 100,44 \end{array}$$

Das Material besteht aus grossen, platten Krystallstücken, oben und unten von der Basis begrenzt und bisweilen mit kleinen Krystallflächen an den Seiten. Die basale Endfläche ist glänzend, mit dreiseitiger Streifung und hie und da mit gut ausgebildeten dreiseitigen Ätzgrübchen, von einem niedrigen Rhomboider gebildet. Diese, wie auch die Streifung, sind überall auf

¹⁾ Pogg. Ann. 104. 528.

gleiche Weise orientirt, woraus einleuchtet, dass das ganze Stück aus einem einzigen Individuen besteht. — Die erwähnten Ätzfiguren gestatteten auch eine genaue Orientirung der Stäbe.

Der Eisenglanz krystallisirt bekanntlich im hexagonalen Systeme mit rhomboedrischer Hemiedrie; die Hauptrichtungen, nach welchen Stäbe angefertigt werden mussten, sind deshalb 1:0 die Hauptaxe, 2:0 eine Nebenaxe und 3:0 eine Zwischenaxe.

Im dem mineralogischen Institute wurden nun von dessen Präparant A. ANDERSSON aus einem solchen Stück Stäbe von 0,8—3,0 cm Länge und c:a 2,5 mm Querschnitt, und zwar mehrere in jeder Richtung angefertigt.

Um zuverlässige Kontakte zu bekommen — was sich als sehr wichtig erwies — wurden die Endflächen des Stabes auf galvanischem Wege mit Kupfer überzogen, was, bei Anwendung einer Lösung von Cyankupfer in Cyankalium, ziemlich leicht war, worauf sie amalgamirt wurden. Um den Stab in die Leitung einzuführen, wurde er zwischen zwei vertikalen, an den Innenseiten amalgamirten Kupferfedern eingeklemmt, welche durch einen grösseren Korkstöpsel, in den angewandten Erhitzungsapparat passend, gesteckt waren. Letzterer war für Temperaturen unterhalb 100° ein Blechgefäss mit doppelten Wänden, deren Zwischenraum mit Wasser gefüllt war, für höhere Temperaturen wurde ein ähnliches Gefäss von Schmiedeeisen verwendet, dessen Zwischenraum Quecksilber enthielt. — Der Leitungswiderstand wurde mittels einer WHEATSTONE'schen Brücke in Walzenform nach KOHLRAUSCH's Konstruktion mit einem Widerstandsetalon von 100 Ohm bestimmt. — Um Erwärmung durch den Strom zu vermeiden, war derselbe nur schwach und wurde bloss momentan geschlossen. Bei länger andauerndem Strom wird der Widerstand, in Folge der Erwärmung des ganzen Stabes etwas geändert, und ferner tritt, weil Eisenglanz gegen Kupfer sehr stark thermoelektrisch ist, ein recht bedeutender Peltiereffekt auf, welcher einen Strom in der dem Hauptstrome entgegengesetzten Richtung und damit einen Fehler bei der Bestimmung des Widerstandes erzeugt.

Sowohl der Eisenglanz als der Magnetit ist früher Gegenstand für Leitungsversuche gewesen, jedoch nicht aus krystallophysischem Gesichtspunkte. So hat Prof. S. P. THOMPSON den Widerstand des Magnetits von Arkansas untersucht¹⁾ und dabei gefunden, dass derselbe bei gesteigerter Temperatur abnimmt; für das absolute Leitungsvermögen findet er Werthe, welche von den meinigen ziemlich bedeutend abweichen. Er hat auch den Widerstand des Eisenglanzes untersucht, hier ist aber die Abweichung von den von mir an vorzüglichem Materiale gefundenen Resultaten höchst bedeutend; er findet nämlich den Widerstand eines Stücks, welches nach meinen Resultaten einen Widerstand von c:a 2—8 Ohm ergeben würde, gleich 108 Megohms.

DU MONCEL²⁾ hat die Leitungsverhältnisse des Eisenglanzes studirt und das Vorhandensein eines Polarisationsstromes beobachtet. Dies ist doch nur zum Theil richtig; man bekommt einen sekundären Strom, aber dieser ist ganz und gar von der Thermoelektricität abhängig. Um zu untersuchen, ob ein eigentlicher Polarisationsstrom wirklich existirt, stellten Dr. K. ÅNGSTRÖM und der Verf. umfassende Versuche an, welche folgendermassen ausgeführt wurden: an den Kontaktstellen zwischen dem Eisenglanzstab und den Kupferfedern wurden Thermoelemente gelegt und gegen direkte Berührung durch äusserst dünne Glimmerblättchen geschützt. Mittels eines Kommutators konnte der Hauptstrom unterbrochen und der Eisenglanzstab in Verbindung mit einem Spiegelgalvanometer gebracht werden, wodurch der ganze Verlauf des sekundären Stromes beobachtet und mit dem Verlauf der Temperaturdifferenzen zwischen den beiden Kontaktstellen verglichen werden konnte. Diese Temperaturdifferenzen wurden von dem in Verbindung mit einem anderen Spiegelgalvanometer stehenden Thermoelemente angegeben. — Es zeigte sich dann ein vollständiger Parallelismus zwischen den beiden Strömen, wodurch das Vorhandensein eines wirklichen Polarisationsstromes widerlegt zu sein scheint.

¹⁾ Referat in La Lumiere Electrique 22. 621.

²⁾ Comptes Rendus. 81. 515 (1875).

In den nachfolgenden Tabellen sind angeführt: zuerst die Bezeichnung, Länge und Querschnitt des Stabes (letzterer durch Wägen des Stabes und Division mit dem sp. Gew. und der Länge berechnet); ferner die Temperatur T des Stabes bei der Widerstandsbestimmung (korrigirt für den herausragenden Quecksilberfaden des Thermometers); die zu diesen Temperaturen gehörigen Widerstände M; endlich der aus den Beobachtungen berechnete Widerstand W eines Stabes von 1 cm Länge und 1 qumm Querschnitt. — In jeder Tabelle sind die interpolirten Werthe für 0°, 17°, (Zimmertemperatur) und 100° aufgenommen.

Stäbe der Hauptaxe parallel.

Stab Ia.			Stab Ib.		
Länge 0,870 cm.			Länge 1,262 cm.		
Querschn. 2,419 mm ² .			Querschn. 2,374 mm ² .		
T	M	W	T	M	W
25,8	23,49	65,30	3,1	42,42	79,80
17,2	25,49	70,86	15,9	37,01	69,62
17	—	70,99	39,9	29,40	55,31
Stab Ic.			61,7	24,01	45,17
Länge 0,823 cm.			72,8	21,83	41,06
Quersch. 2,359 mm ² .			81,2	20,34	38,26
T	M	W	87,7	19,38	36,46
17,0	24,35	69,80	101,6	17,48	32,88
			139,4	13,66	25,70
			171,2	11,33	21,32
			195,9	9,93	18,67
			205,9	9,42	17,72
			208,5	9,31	17,51
			236,7	8,21	15,45
			0	—	81,95
			17	—	68,97
			100	—	33,44
			236,7	—	15,45

Stab 1d.

Länge 1,53 cm.

Quersch. 0,6739 mm².

T	M	W
1,3	178,86	78,78
16,3	156,08	68,75
42,8	119,06	52,44
63,7	97,04	42,74
94,4	77,49	44,13
94,65	77,37	34
0	—	79,66
17	—	68,36
100	—	32,85

Stäbe einer Nebenaxe parallel.

Stab 2a.

Länge 2,858 cm.

Quersch. 2,513 mm².

T	M	W
1,3	46,02	40,45
18,3	39,40	34,65
55,8	28,63	25,18
93,3	21,86	19,22
0	—	40,90
17	—	35,10
100	—	18,29

Stab 2b.

Länge 3,037 cm.

Quersch. 2,716 mm².

T	M	W
1,2	44,09	40,08
17,8	38,27	34,79
38,3	31,61	28,74
56,9	26,90	24,46
77,2	23,05	20,95
92,6	20,58	18,71
0	—	40,47
17	—	35,04
100	—	17,63

Stäbe einer Zwischenaxe parallel.

Stab 3a.

Länge 2,156 cm.

Quersch. 2,028 mm².

T	M	W
1,8	42,64	40,11
16,0	37,67	35,43

Stab 3b.

Länge 1,958 cm.

Quersch. 1,990 mm².

T	M	W
0,8	40,47	41,10
15,8	35,48	36,03

17,8	36,99	34,80	18,3	34,84	35,37
41,8	29,84	28,07	59,8	24,61	24,98
71,0	23,82	22,41	73,1	22,70	23,02
92,4	20,64	19,41	94,4	19,79	20,08
0	—	40 71	105,6	18,03	18,32
17	—	35,08	131,0	15,44	15,69
100	—	18,35	167,5	12,81	13,02
			202,0	11,11	11,29
			214,8	10,54	10,72
			231,3	9,97	10,13
			238,9	9,73	9,89
			0	—	41,37
			17	—	35,70
			100	—	19,20
			236,7	—	9,97

Hieraus ergibt sich das schon in einer früheren Mittheilung¹⁾ erwähnte Resultat, dass der Widerstand in sämmtlichen Richtungen der Hauptsymmetrieebene gleich gross ist, der Widerstand längs der Hauptaxe dagegen fast doppelt so gross ist als in jenen.

Wie aus den Tabellen ersichtlich, ist die Übereinstimmung zwischen verschiedenen Stäben gleichwerthiger Richtungen ziemlich gut, obwohl die Genauigkeit durch die Einwirkung mehrerer störenden Einflüsse vermindert wird. Von diesen dürften die bedeutendsten sein: erstens kleine, individuelle Verschiedenheiten in den Stäben, zweitens die Unsicherheit in der exakten Temperaturbestimmung — da man ja nur die Temperatur der Luft in der Nähe des Stabes misst —, und drittens die Schwierigkeit, an den Kontaktflächen einen kleinen Übergangswiderstand ganz zu vermeiden. — Von diesen Fehlerquellen scheint die zweite von der grössten Bedeutung zu sein.

Als Grundlage der im Folgenden gemachten Berechnungen dienen die Mittel der Bestimmungen an den Stäben 2a und 3a, welche sehr gut mit einander übereinstimmen, sowie an den Stäben 1b und 1d. Ich führe sie hier auf:

¹⁾ Diese Zeitschrift 1887 343.

T	c	a
0°	80,80	40,8
17°	68,7	35,1
100°	33,1	18,3

c bezeichnet die Richtung parallel, a diejenige senkrecht zur Hauptaxe.

Betrachten wir zuerst das Verhältniss $\frac{W_c}{W_a}$ zwischen den Leitungswiderstände bei verschiedenen Temperaturen in den zwei Axenrichtungen, so finden wir:

T	$\frac{W_c}{W_a}$
bei 0°	= 1,98
17°	= 1,96
100°	= 1,81
236°,7	= 1,55

Das Verhältniss nimmt also mit zunehmender Temperatur ziemlich stark ab.

Betreffend den Einfluss der Temperatur auf den absoluten Werth des Widerstandes finden wir, dass, obwohl der Eisenglanz als ein ziemlich guter Leiter betrachtet werden muss, und obwohl, wie eben gezeigt ist, die Leitung ohne Polarisation stattfindet, sich doch der Widerstand mit steigender Temperatur vermindert, also ganz wie bei Elektrolyten und Isolatoren und entgegengesetzt den Metallen — (abgesehen vom Wismuth¹⁾).

Der Temperaturkoeffizient k ist — unter der Annahme, dass der Widerstand sich nach der formel $W_t = W_0 (1 - kt)$ ausdrücken liesse — recht bedeutend und ebenfalls mit wachsender Temperatur sinkend, wie aus folgenden Werthen folgt:

Temp. diff.	k_c	k_a
0—17	0,00834	0,00824
0—100	0,00624	0,00551
0—236,7	0,00343	0,00318

¹⁾ V. ETTINGSHAUSEN u. NEENST. Wied. Ann. 33. 477 (1888).

Der Widerstand lässt sich nach der Formel

$$W_t = W_0 (1 + at + bt^2 + \dots)$$

mit drei Termen nicht mit hinlänglicher Genauigkeit generell ausdrücken.

Um eine sichere Bestimmung des relativen Verhältnisses zwischen den Temperaturkoeffizienten der beiden Axenrichtungen zu erhalten, wurden die Bestimmungen für 0° und 100° in Ölbädern wiederholt und zwar so, dass der Stab mit Zuleitung und Thermometer abwechselnd in zwei Ölbäder hineingetaucht wurde, welche durch Eis resp. Wasserdampf auf konstanten Temperaturen (c:a $1^\circ,5$ und $98^\circ,5$) gehalten wurden.

Im Mittel berechnet sich aus diesen Versuchen der Widerstand bei 100° aus demjenigen bei 0° aus den Gleichungen:

$$28,89 = 72,33 (1 - 100 k_c); k_c = 0,006491$$

$$16,52 = 41,94 (1 - 100 k_a); k_a = 0,006064$$

Der Unterschied zwischen diesen Zahlen und den früher gefundenen zeigt wie schwierig es ist, dem Stabe eine der ihn umgebenden Luft gleiche Temperatur zu geben, und dass die Temperaturbestimmung bei Anwendung von Ölbädern genauer ausfällt.

Das Verhältniss zwischen den Koeffizienten wird hieraus:

$$\frac{k_c}{k_a} = 1,07.$$

Aus einem grösseren Krystalle von Magnetit — bekanntlich dem regulären Systeme angehörig — von Nordmarken in Schweden, aus dem Reichsmuseum erhalten, wurden zwei Stäbe angefertigt, der eine einer Kubenkante, der zweite der Diagonale des Kubus parallel. — Beide Stäbe hatten etwa 0,75 cm Länge und 0,5 mm² Querschnitt. Ihre Leitungswiderstände wurden in der soeben beschriebenen Weise bestimmt; der Widerstand nimmt mit wachsender Temperatur gelinde ab und war bei 40° — auf dieselben Einheitsdimensionen wie oben reducirt —:

bei dem einen = 0,5162 Ohm

» » anderen = 0,5169 »

also innerhalb der hier vorhandenen Fehlergrenzen gleich.

Dieses Resultat steht in vollständiger Übereinstimmung mit dem früher gefundenen, dass der Leitungswiderstand in allen Richtungen in der Hauptsymmetrieebene eines Krystalles mit Hauptaxe gleich ist. Darnach bin ich zu folgern berechtigt, dass das elektrische Leitungsvermögen eine Eigenschaft der zweiten Ordnung nach der SOHNCKE'schen Eintheilung der physikalischen Eigenschaften der Krystalle ist.

Zu dieser Gruppe, charakterisirt durch eine eigenthümliche lockere Beziehung zur Krystallstruktur, indem auch krystallographisch ungleichwerthige Richtungen physikalisch gleich sein können, gehört auch das Wärmeleitungsvermögen. Es schien mir deshalb von Interesse, zu sehen, ob man berechtigt ist — wie übrigens schon geschehen — die mathematische Theorie der Wärmeleitung in Krystallen ohne Weiteres auf die Elektrizitätsleitung zu übertragen. — Für diesen Zweck studirte ich den Widerstand in den Zwischenrichtungen.

Wie bei der Wärmeleitung in Krystallen die Isothermflächen dreiaxige Ellipsoide resp. Rotationsellipsoide oder Sphären sind, so sind bei der Fortpflanzung der Elektrizität von einem Punkt innerhalb eines Krystalles die Äquipotentialflächen dreiaxige Ellipsoide etc., deren Hauptaxen sich wie die Quadratwurzeln aus den entsprechenden Hauptleitungsvermögen verhalten. Die Widerstände in beliebigen Richtungen werden deshalb den Quadraten der entsprechenden Radien der Äquipotentialfläche umgekehrt proportional. — Da also — um den einfachsten Fall, nämlich den Durchschnitt eines Rotationsellipsoids mit einer die Hauptaxe enthaltenden Ebene zu betrachten — die Radien r der Äquipotentialfläche durch den Ausdruck

$$ar = \sqrt{\frac{1}{\frac{\cos^2 \theta}{\frac{1}{W_c}} + \frac{\sin^2 \theta}{\frac{1}{W_a}}}}$$

dargestellt werden, wo W_c und W_a die Widerstände in den zwei Axenrichtungen bezeichnen, θ der Winkel mit der Hauptaxe und a

eine Konstante ist, so wird der Widerstand in einer Zwischenrichtung durch die Formel ausgedrückt:

$$W_{\theta} = W_c \cos^2 \theta + W_a \sin^2 \theta.$$

Um den Widerstand in den Zwischenrichtungen zu bestimmen wurden drei Stäbe aus demselben Eisenglanzkrystall wie früher angefertigt, und ihre Widerstände, wie oben angegeben, bestimmt. Folgende Resultate wurden erhalten:

Stab 4			Stab 5			
	$\theta = 27^{\circ} 15'$			$\theta = 38^{\circ} 6'$		
	L = 1,125			L = 0,8144		
	Q = 2,897			Q = 1,0011		
	T	M	W	T	M	W
	19°,3	23,23	59,82	19°,0	43,66	53,67
woraus	17°	23,66	60,93	17°	44,46	54,65

Stab 6			
	$\theta = 28^{\circ} 35'$		
	L = 0,923		
	Q = 1,376		
	T	M	W
	18°,9	40,23	—
	16°,2	41,06	—
	17°,45	40,59	—
	21°,6	39,22	—
woraus	17°	40,73	60,00

Stellen wir diese Resultate mit den aus der obenstehenden Formel berechneten zusammen, so finden wir: — alles bei 17° —

	Gemessen.	Berechnet.
Stab 4	60,93	61,69
» 5	54,65	55,91
» 6	60,00	61,00

also eine befriedigende Übereinstimmung, welche die Bestätigung der Theorie giebt und die genaue, qualitative Übereinstimmung zwischen der Fortpflanzungsweise der Elektrizität und derjenigen der Wärme zeigt.

Das Wärmeleitungsvermögen des Eisenglanzes.

Wegen der vielfachen Analogien, welche zwischen dem Leitungsvermögen der Elektrizität und der Wärme existiren, schien es mir von Interesse, im Zusammenhang mit dem Studium des elektrischen Leitungswiderstandes, auch die Konstanten des Wärmeleitungsvermögens zu bestimmen. Wegen der Schwierigkeit, mit so kleinen Stäben, wie ich sie besass, das absolute Wärmeleitungsvermögen zu bestimmen, musste ich mich, wenigstens jetzt, auf die Feststellung des relativen Leitungsvermögens in den beiden Axenrichtungen beschränken. — Dasselbe ist früher von JANNETTAZ¹⁾ für Eisenglanz (wahrscheinlich von Elba?) bestimmt. Er fand das Leitungsvermögen längs der Hauptaxe kleiner und das Verhältniss zwischen den Axen gleich 1,1. Da indessen dies Resultat von dem von mir für die relative Elektrizitätsleitung gefundenen abweicht, und da ferner der von mir benutzte Eisenglanz durch seinen hohen Titangehalt sich von dem Elba'schen bedeutend unterscheidet, so fand ich mich veranlasst, für mein Material diese Bestimmung zu wiederholen, und zwar nach verschiedenen Methoden, um zu untersuchen, ob hier wirklich eine bemerkenswerthe Abweichung von der im Übrigen so grossen Analogie zwischen den Leitungsvermögen der Wärme und der Elektrizität stattfindet, wie es nach JANNETTAZ' Versuchen der Fall zu sein scheint.

Aus demselben Stück, woraus früher das Material zu den Stäben genommen worden war, wurden nun eine circa 1,2 mm dicke Platte, der Hauptaxe parallel, angefertigt. Die Platte wurde feingeschliffen und mit Firniss überzogen, worauf nach der

¹⁾ Ann. Chim. Phys. (4). 29. 39 (1873).

RÖNTGEN'schen Methode Isothermen auf derselben erzeugt wurden. Als Mittel aus 6 Versuchen zwischen den Grenzen 1,08 und 1,05 bekam ich als Verhältniss zwischen den Ellipsenaxen:

1,06.

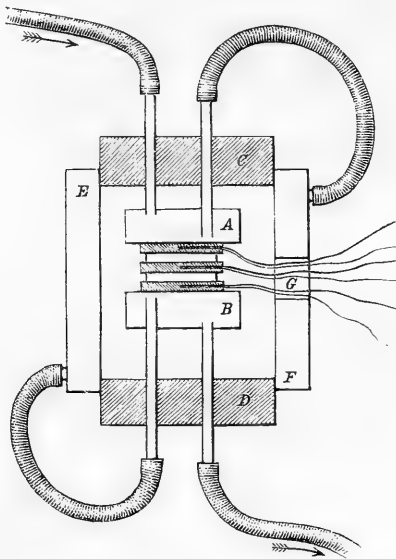
Eine Bestimmung nach der SENARMONT'schen Methode ergab dasselbe Resultat, nämlich 1,064.

Um das Resultat weiter zu prüfen, beschloss ich die Bestimmung noch in einer andern Weise auszuführen. Von Dr. K. ÅNGSTRÖM wurde nun folgende Methode vorgeschlagen, im Princip dieselbe, welche von CHRISTIANSEN¹⁾ benutzt worden ist. Eine Eisenglanzplatte, senkrecht zur Hauptaxe, wurde aus demselben Stück angefertigt, hierauf beide Platten zusammengelegt und so abgeschliffen, dass sie dieselbe Fläche (c:a 1,5 cm²) bekamen. Nachdem sodann die Platten, mit Ausnahme der Kanten, verkupfert und amalgamirt worden waren, wurden sie zwischen drei etwas grössere, gleichfalls amalgamirte Kupferplatten gelegt, die bis zur Mitte mit einem Einschnitt versehen waren, in welchen ein feines Thermoelement eingeführt werden konnte. Das Ganze wurde darauf zwischen zwei Kupferdosen A und B (siehe die Fig.) gelegt, welche mit Zu- und Ableitungsröhren und zwei grossen Korkstöpseln C und D versehen waren, welche einem Blechcylinder EF angepasst waren, so dass, wenn die Korkstöpsel eingeschoben wurden, die amalgamirten Platten gleichmässig und gelinde gegen einander gepresst wurden. Durch eine Öffnung G, in der Wand des blechernen Cylinders konnten die Drähte der Thermolemente herausgenommen werden. Endlich wurden, wie Fig. zeigt, die Kupferdosen und der Blechcylinder durch Glasröhren und Gummischläuche mit einander und mit einem cylindrischen Blechgefässe (in der Fig. nicht angegeben) verbunden, worauf das Ganze mit Wasser gefüllt wurde. Wird nun das Wasser in dem grossen Cylinder erhitzt und mittelst eines Thermoregulators auf konstanter Temperatur erhalten, so muss, da die gleich hohe Wassersäule ausserhalb des Cylinders kälter und folglich schwerer ist, eine Cirkulation stattfinden, wobei ein warmer Wasserstrom zuerst durch die obere

¹⁾ WIEDEMANN'S Ann. 14. 23 (1881).

Kupferdose, dann durch den doppelwandigen Cylinder und darauf durch die untere Kupferdose hindurchgeht. Durch diese Anordnung wird der Cylinder stets auf einer Temperatur erhalten, die zwischen denjenigen der beiden Dosen liegt.

Wenn der Zustand stationär geworden ist, geht ein konstanter Wärmestrom durch die Platten. Vermöge der eingeführ-



ten Thermoelemente können dann die Temperaturdifferenzen zwischen der oberen und mittleren (t_1) und zwischen der mittleren und unteren (t_2) Kupferplatte gemessen werden. Diese Temperaturdifferenzen sind dem Widerstande der respektiven Eisenglanzplatten proportional; der Widerstand setzt sich aus zwei Faktoren zusammen: aus der Dicke der Platte (D_c und D_a) und aus ihrem Wärmeleitungsvermögen (K_c und K_a). Da ferner die Temperaturdifferenzen dem Ausschlag am Spiegelgalvanometer, in Scalentheilen (n_1 und n_2) gemessen, direkt proportional sind, so hat man die einfache Relation:

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{K_1}{K_2} \cdot \frac{D_1}{D_2} \text{ also } \frac{K_1}{K_2} = \frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{D_2}{D_1}$$

Nach jeder Bestimmung von n_1 , n_2 wurden die Eisenglanzplatten umgelegt, so dass diejenige, welche früher die untere war, jetzt die obere wurde. — Die in dieser Weise erhaltenen Resultate waren jedoch wegen der Schwierigkeit, bei den wiederholten Umlegungen immer gute Kontakte zu bekommen, und vielleicht auch aus anderen Ursachen, nicht völlig konstant. Als ein Beispiel führe ich hier die 6 letzten Bestimmungen an:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{K_a}{K_c} = 1,087 \\ \phantom{\frac{K_a}{K_c} = } 1,076 \\ \phantom{\frac{K_a}{K_c} = } 1,090 \\ \phantom{\frac{K_a}{K_c} = } 1,197 \\ \phantom{\frac{K_a}{K_c} = } 1,078 \\ \phantom{\frac{K_a}{K_c} = } 1,169 \end{array} \right\} \text{Mittel } 1,113$$

Weit konstantere Resultate wurden erreicht, wenn man statt isolirter Thermoelemente nur Kupferdrähte einführte und die Temperaturdifferenzen durch die Ausschläge des Thermoelementes Eisenglanz-Kupfer mass. In dieser Weise wird die Temperaturdifferenz von Kontaktfläche zu Kontaktfläche sicherer gemessen, da die elektromotorische Kraft ihren Sitz in der Kontaktfläche selbst hat. Man hat ferner den Vorthheil, dass die Ausschläge vielfach grösser werden, dagegen aber den nicht geringen Nachtheil, dass das Resultat von der Bestimmung einer anderen Konstante, nämlich des Verhältnisses zwischen der thermoelektrischen Kraft in den zwei Axenrichtungen ¹⁾ abhängig wird. — Die Relation wird übrigens dieselbe wie früher; man hat nur mit der ebenerwähnten Konstante — nach meiner Bestimmung = 1,09 — zu multipliciren. — Als Mittel aus 12 Bestimmungen zwischen 1,158 und 1,071 ergab sich:

$$\frac{K_a}{K_c} = 1,113$$

Um mit diesem Resultat verglichen werden zu können, muss die gefundene Zahl, die das Verhältniss zwischen den Axen der

¹⁾ Siehe meine nachfolgende Abhandlung.

isothermen Ellipse angeht, ins Quadrat erhoben werden. Es ergibt sich dann

$$\frac{K_a}{K_c} = 1,12$$

also übereinstimmend mit den zwei vorigen Zahlen.

Ich bringe in Erinnerung, dass der relative Leitungswiderstand für Elektrizität bei derselben Temperatur, circa 50°, war:

$$\frac{W_c}{W_a} = 1,8.$$

In dem Vorigen habe ich gezeigt, dass die Übereinstimmung der Elektrizitäts- und Wärmeleitung in Bezug auf allgemeines Verhalten vollständig ist; die Vergleichung der eben mitgetheilten Zahlen zeigt aber, dass das Verhältniss zwischen den Hauptleitungsvermögen der Elektrizität und der Wärme ein ganz verschiedenes sein kann.

Skänker till Vetenskaps-Akademiens Bibliothek.

(Forts. från sid. 532.)

Verona. *Accademia d'agricoltura, arti e commercio.*

Memorie. (3) Vol. 63. 1886. 8:o.

Washington. *Naval observatory.*

Observations of the transit of Venus, 1874 Dec. $\frac{8}{9}$. Edited by S. NEWCOMB. 1880. 4:o.

Hrr F. & G. Beijer. Stockholm.

NEUMAYR, M. & NATHORST, A. G., Jordens historia. H. 1. Sthm 1888. st. 8:o.

Framl. Öfverdirektören F. Th. Bergs efterlevande.

En samling äldre naturvetenskapliga arbeten. 13 band.

Hrr P. A. Norstedt & Söner. Stockholm.

v. LINNÉ, C., Ungdomsskrifter, samlade af E. ÅHRLING . . . Ser. 1: H. 1. Sthm 1888. 8:o.

Författarne.

ERIKSSON, J., Om bestämmande af fröns absoluta vigt. Sthm 1888. 8:o.

— Småskrifter. 2 st.

KROK, TH. O. B. N., & ALMQUIST, S., Svensk flora för skolor. 1. Uppl. 3.

Sthm 1888. 16:o.

NORDSTEDT, O., Desmidieer från Bornholm. Kjöb. 1888. 8:o.

— Småskrifter. 2 st.

WAHLSTEDT, L. J., Folkskolans naturlära. Kristianstad 1879. 12:o.

— » » » Uppl. 2. Ib. 1880. 12:o.

— » » » » 6. Ib. 1888. 12:o.

ÅKERMAN, R. & SÄRNSTRÖM, C. G., Om askhalter och fosforprocenter i trä. Sthm 1888. 8:o.

ABBOT, H. C., Comparative chemistry in higher and lower plants.

Philad. 1887. 8:o.

DELAUNEY, Lois des distances astrales. Conséquences nouvelles pour l'astronomie, la météorologie et la géologie. Paris 1888. 8:o.

LORENZO, G. DI, Clinica delle malattie cutanee sifilitiche ed uterine.

Napoli 1888. 8:o.

PREUDHOMME DE BORRE, A., Liste de 105 espèces de Coléoptères lamellicornes . . . capturées en Belgique. Brux. 1888. 8:o.

TEBBUTT, J., Mr. Tebbut's Observatory, Windsor, New South Wales.

History and description. Sydney 1887. 8:o.

Meddelanden från Stockholms Högskola. N:o 80.

Beiträge zur Kenntniss der Thermoelektricität der Krystalle.

VON HELGE BÄCKSTRÖM.

[Mitgetheilt den 10 Oktober 1888 durch A. E. NORDENSKIÖLD.]

Von den Untersuchungen, welche bisher über die Thermoelektricität der Minerale vorliegen, haben die meisten den Zweck verfolgt, die elektricitätsleitenden Minerale in eine thermoelektrische Spannungsreihe einzuordnen. Daneben ist eine besondere Literatur entstanden, das eigenthümliche Verhalten zweier Minerale — Schwefelkies und Kobaltglanz — betreffend. Ich habe mich auch mit Studien über diesen Gegenstand beschäftigt, doch muss ich die Veröffentlichung derselben noch aussetzen.

Thermoelektrische Spannungsreihen wurden zuerst von HANKEL¹⁾ aufgestellt, später und zwar in grosser Vollständigkeit von FLIGHT²⁾. Die neueste ausführliche Untersuchung auf diesem Gebiete dürfte indessen diejenige von SCHRAUF und DANA³⁾ sein.

¹⁾ Pogg. Ann., **62**, 197 (1844).

²⁾ Ann. Chem. Pharm. **135**, 319 (1865).

³⁾ Sitzber. Wien. Akad. **69**, I, 142 (1874). Ich ergreife hier die Gelegenheit, auf ein Versehen, welches diese Forscher begangen haben, aufmerksam zu machen. Ihre Untersuchungsmethode bestand darin, dass sie das Mineral mit zwei, in Verbindung mit einem Galvanometer stehenden Kupferdrähten, von denen der eine kalt, der andere warm war, berührten. Wurde nun ein Ausschlag erreicht, so wurde beobachtet, ob der Strom von der warmen zur kalten Kontaktstelle ging oder umgekehrt — d. h. also ob das Mineral positiv oder negativ war. Wurde kein Ausschlag erhalten, dann — wurde angenommen — stand das Mineral dem angewandten Kupfer in der thermoelektrischen Spannungsreihe so nahe, dass ein merkbarer Ausschlag nicht erlangt werden konnte. Auf Grund dieser letzten Schlussfolge finden sie, dass folgende Minerale in der Nähe des Kupfers stehen: Silberglanz, Akanthit, Zinkblende,
Öfvers. af K. Vet.-Akad. Förh. Årg. 45. N:o 8. 4

Es ergibt sich, dass in der Spannungsreihe die Mehrzahl der Minerale ausserhalb des Intervalles Wismuth—Antimon liegt, so dass man, bei Anwendung zweier an entgegengesetzten Enden der Reihe liegenden Minerale bedeutende thermoelektrische Kräfte erhalten kann. So bekam BUNSEN¹⁾ für Kupferkies-Kupfer $E = 1/14$ Daniell und STEFAN²⁾ für Bleiglanz-Buntkupfererz $E = 1/5,5$ D. für ganz bedeutende, nicht näher angegebene Temperaturdifferenzen. Genauere quantitative Bestimmungen liegen nicht vor.

Alle diese Forscher scheinen ihre Aufmerksamkeit auf das Studium der nicht unwichtigen Thatsache, ob krystallographisch ungleichwerthige Flächen sich auch thermoelektrisch verschieden verhalten, nicht gerichtet zu haben.

Professor A. SVANBERG theilt in einer Abhandlung »Über die thermoelektrische Kraft bei krystallisirtem Wismuth und Antimon, von der Fortpflanzung des elektrischen Stromes relativ von den Krystallisationsebenen abhängig«³⁾ die Beobachtung mit, dass »eine Stange, welche aus einem und demselben Metallklumpen mit der Längsrichtung der am meisten glänzenden Spaltungsfläche parallel ausgesägt ist, sich positiv verhält gegen diejenige, bei welcher diese Fläche der Endfläche (des Stabes) parallel ist«. Dies gilt für beide Metalle.

Dieselbe Thatsache wurde etwas später von FRANZ⁴⁾ untersucht, welcher die Publikation SVANBERG's kannte, aber das Phänomen mehr im Detail studiren wollte. FRANZ gelangt aber zu einer sehr unvollkommenen Auffassung von dem Phänomen, und zwar weil er mit so schlechtem Materiale arbeitet — einem Stück regelmässig geschichteten, käuflichen Wismuth —; seine

Rutil, Brookit, Antimonit, Manganblende, Hauerit, Boulangerit, Kobellit und Sartorit. Meines Erachtens ist eine solche Schlussfolge nicht berechtigt; denn von den erwähnten Mineralen habe ich die 6 ersten prüfen können; da dieselben *Nichtleiter der Elektrizität* sind, so kann man nicht verlangen, mit ihnen einen durch das Galvanometer messbaren Strom zu bekommen.

1) Pogg. Ann. **123**, 505 (1864).

2) Sitzber. Wien. Akad. **51**, 260 (1865).

3) Öfversigt af Svenska Vet.-Akad. Förhandl. 1850, 93.

4) Pogg. Ann. **83**, 374 (1851).

Resultate werden in Folge dessen von zwei Faktoren bedingt: von der primären Verschiedenwerthigkeit der Axenrichtungen, und von den sekundär erzeugten Spaltrissen, welchen letzteren er das ganze Phänomen zuschreibt. Er behauptet nämlich, der thermoelektrische Strom und seine Richtung hänge nur von der Schichtung infolge der Spaltbarkeit ab; welchen Einfluss ein System paralleler Spalten ausüben kann, zeigt er selbst in einer späteren Abhandlung¹⁾, der zufolge durch einseitiges Erwärmen einer Rolle schief liegender Lamellen aus einem und demselben Metalle ein elektrischer Strom erzeugt werden kann.

MATTHIESSEN²⁾ maass die thermoelektrischen Kräfte zwischen den Metallen und bestimmte dabei auch die Verschiedenheit der Kraft bei krystallisirtem Wismuth und Antimon »axial» und »äquatorial», d. h. senkrecht und parallel der Hauptaxe.

Leider sind indessen diese Untersuchungen mit so unvollkommenem Materiale — künstlichen, krystallinischen Stücken — und in solcher Weise ausgeführt, dass die Entscheidung, *nach welchen Gesetzen die thermoelektrische Kraft sich ändert*, nicht möglich ist. Desshalb werden sie auch in den krystallophysischen Handbüchern nicht aufgenommen; nur SCHRAUF erwähnt in seinem »Lehrbuch der physikalischen Mineralogie»³⁾ FRANZ's Versuche — *doch mit Annahme der von FRANZ gegebenen Erklärung*.

Mit dem ausgezeichneten Materiale von Eisenglanz, welches ich besass (siehe die vorhergehende Abhandlung), schien es mir von Interesse, die Thermoelektricität in verschiedenen Richtungen desselben Krystalles zu studiren, um zu entscheiden ob — wie anzunehmen war — eine Verschiedenheit sich nachweisen liesse, und, in diesem Falle, ob die Thermoelektricität sich an das elektrische Leitungsvermögen und die meisten optischen und thermischen Eigenschaften anschliesse, oder ob sie, wie die

¹⁾ Pogg. Ann. **97**, 34 (1851).

²⁾ » » **103**, 422 (1858).

³⁾ Wien 1866, S. 386.

Pyroelektricität, sich mehr der Elasticität und Cohäsion in ihrem allgemeinen Verhalten näherte.

Der Apparat, welcher zu meinen quantitativen Versuchen diente, war folgenderweise eingerichtet. An zwei Holzscheiben, von welchen die obere beweglich ist und mittelst einer Schraube heruntergedrückt werden kann, sind zwei Dosen von Kupferblech befestigt, zwischen welche der Krystall oder der Stab gelegt resp. gestellt wird. Durch diese Kupferdosen kann Wasser oder Dampf geleitet werden. An jeder Dose ist ein Kupferdraht festgelöthet, welcher mit dem Elektrometer — bei meinem Versuchen einem LIPPMANN'schen Kapillarelektrometer mit Wasseranometer — in Verbindung gesetzt werden kann.

Bei dem guten Wärmeleitungsvermögen des Kupfers kann man annehmen, dass die Kontaktstelle zwischen der Dose und dem Krystall dieselbe Temperatur besitzt, wie der hindurchströmende Wasser- resp. Dampfstrom, vorausgesetzt, dass nicht das Wärmeleitungsvermögen der angewandten Substanz — wie bei Arsenkies — sehr gross ist. Diesem Uebelstande suchte ich durch Aufeinanderlegen mehrerer Krystalle, also durch Erzeugen eines hinlänglich grossen Übergangswiderstandes abzuhelpen. Die Temperatur der oberen, vom Wasserdampf durchströmten Dose wurde also auf 100° angenommen; die Temperatur der unteren Dose wurde dadurch gemessen, dass der Wasserstrom unmittelbar nach dem Passiren durch die Dose ein Proberöhrchen durchströmte, in welches ein Thermometer hineingesteckt war.

Haben die Dosen konstante Temperatur angenommen, so werden sie mit dem Kapillarelektrometer in Verbindung gesetzt. Dabei zieht sich bekantlich der Quecksilbermeniscus zurück; um ihn wieder in seine ursprüngliche Lage zu bringen, ist ein bei kleinen elektromotorischen Kräften der elektromotorischen Kraft proportionaler Druck nöthig, welcher mittels eines Anometers gemessen und in mm Wasserdruck ausgedrückt wird. Da ich nun die Empfindlichkeit des Elektrometers für sehr kleine elektro-

motorische Kräfte bestimmt hatte, konnte durch einfaches Multipliciren mit einem Reductionsfaktor die thermoelektrische Kraft in Volt ausgedrückt werden.

Um den Genauigkeitsgrad zu zeigen, auf welchen diese Bestimmungen Anspruch machen können, lasse ich hier die Resultate für Eisenglanz vollständig folgen:

Richtung und Bezeichnung ¹⁾ des Stabes.	Temperatur-Intervall.	Manometer-Druck.	El.-mot. Kraft in Volt $\times 10^{-7}$ pr Grad.	Mittel.
Parallel der Hauptaxe 1a.....	81,7	252,5	2855	2850
» » » 1c.....	81,6	252,0	2853	
» » » 1d.....	82,0	252,25	2842	
» alle drei nach einander	82,1	259,0	2892	2879
	39,0	121,0	2866	
» einer Nebenaxe 2a.....	83,8	286,0	3153	3134
» » Zwischenaxe 3a.....	82,4	281,5	3156	
» » » 3b.....	82,3	279,5	3137	
» » » 3a u. 3b.....	82,4	277,2	3108	
» » » 2a u. 3a.....	82,25	277,6	3118	3146
» » » 2a.....	40,25	134,0	3076	
» » » 3a u. 3b.....	37,4	130,2	3216	

Werden zum Grund der Berechnungen die Zahl 2879 sowie das Mittel 3138 zwischen den wenig differirenden 3134 und 3146 gelegt, so ergibt sich als Enderesultat:

Der Strom geht in die heissere Kontaktstelle von	Elektromotorische Kraft in Volt pr. Grad.
der Fläche senkrecht zur Hauptaxe (001) zu Cu.....	0,0002879
den Flächen der Hauptaxe parallel zu Cu.....	0,0003138
den Flächen der Prismenzone zur Basis.....	0,0000259

Da also diejenigen Flächen, welche der Hauptaxe parallel sind, gleichwerthig sind, zwischen jenen und der Hauptsymmetrieebene aber eine elektromotorische Kraft stattfindet, so folgt daraus, dass die Thermoelektricität eine Eigenschaft der zweiten Gruppe nach der SOHNCKE'schen Eintheilung der physikalischen

¹⁾ Vergleiche meine vorhergehende Abhandlung über das elektrische und thermische Leitungsvermögen des Eisenglanzes.

Eigenschaften der Krystalle ist, — im Gegensatz also zur Pyroelektricität und Hydroelektricität —, welche Eigenschaften der ersten Gruppe sind.

Dieses Resultat fordert, dass die thermoelektrische Kraft in verschiedenen Richtungen eines Krystalles mit Hauptaxe durch die Radien einer Rotationsfläche darstellbar sein soll.

Um dieses Resultat noch mehr zu bestätigen, untersuchte ich einen Stab (4), der einer Zwischenrichtung parallel war, welche mit der Hauptaxe einen Winkel von $27^{\circ} 15'$ bildete. Die thermoelektrische Kraft, welche diese Zwischenrichtung — nach der Gleichung der Ellipse berechnet — geben würde war

0,0002928 Volt

und der gefundene Werth 0,0002923 »

also eine sehr gute Übereinstimmung.

Obwohl aus den oben entwickelten Gründen FRANZ's Resultate mit einiger Vorsicht angewendet werden müssen, so lassen sich doch hier einige seiner Zahlen benutzen, und sie führen dann zu derselben Schlussfolge, zu welcher ich oben gekommen bin.

FRANZ drückte Kuben gegen einander, welche in verschiedener Weise im Verhältniss zur Hauptspaltungsfläche — die Basis — geschnitten waren, erhitzte die Kontaktstelle, und erhielt dann einen Strom, welcher einen Ausschlag an einem Multiplikator erzeugte. Er bekam, wenn folgende Flächen gegen einander gedrückt wurden, die unten verzeichneten Ausschläge:

Grundprisma zum Prisma zweiter Ordnung	0°
Basis zum Grundprisma	45°
» zu einer Fläche, welche mit der	} 60° 28°—35°
Basis einen Winkel einschloss von	
» zur Basis	0°

Diese Ziffern bestätigen die von mir gefundenen Resultate, indem die der Vertikalaxe parallelen Flächen gleichwerthig sind; die thermoelektrische Kraft ist am grössten zwischen der Basis und jenen, nimmt aber mit dem Winkel gegen die Basis ab, um gleichzeitig mit diesem = 0 zu werden.

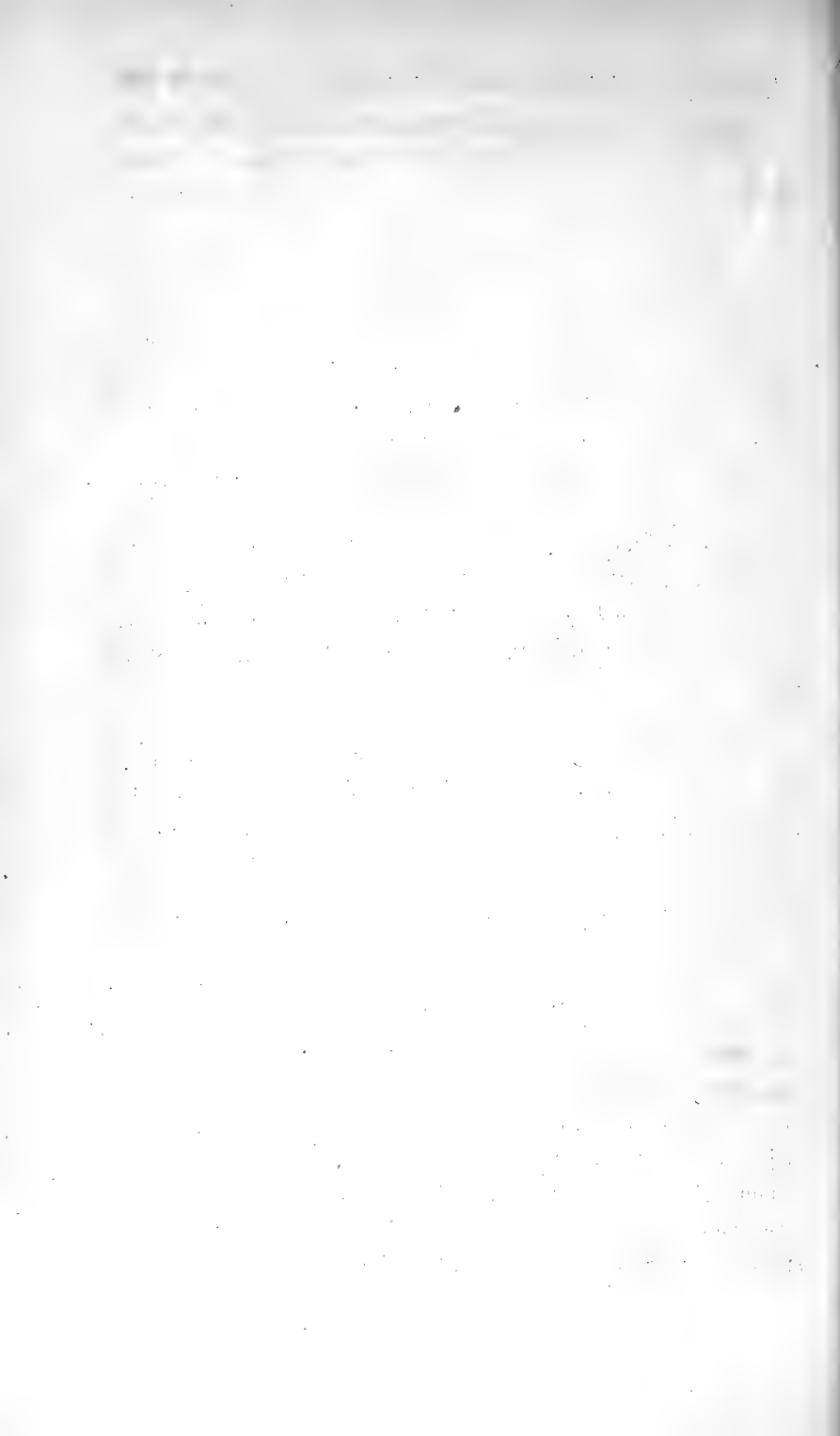
Ich habe nicht passendes Material gehabt, um die thermoelektrische Kraft in verschiedenen Axenrichtungen bei anderen Mineralen als dem Eisenglanz zu bestimmen; bei Arsenkies — dem rhombischen Systeme angehörig — an dem ich die natürlichen Flächen des Grundprismas (110) und des Makrodomas (101) untersucht habe, ist der Unterschied zu klein, um durch oben beschriebene Methode quantitativ bestimmt oder nur sicher nachgewiesen werden zu können. Dies lässt sich indess mittels eines empfindlichen Galvanometers in folgender Weise einfach ausführen: Auf ein dünnes Kupferblech wird ein Krystall mit der Fläche (110) nach oben gelegt; auf diesen legt man einen langen Streifen desselben Bleches und auf den Streifen wieder einen Krystall, doch mit der Fläche (101) nach unten; endlich wird auf den Krystall ein drittes Blech gelegt, wonach das Ganze behufs grösserer Stabilität in eine Klemme eingespannt und durch einen Pappschild und Baumwolle vor Strahlung geschützt wird. Werden nun die beiden äusseren Bleche mit dem Galvanometer in Verbindung gebracht, während der Streifen, welcher durch ein Loch am Schild hervorsteckt, mit der Hand gefasst wird, so wird die Kontaktstelle der beiden Krystalle durch Leitung von der Hand gelinde erwärmt und ein Strom entsteht, der von (101) zu (110) geht.

Die thermoelektrische Kraft für Arsenkies war in Volt pr. Grad:

$$(110) \text{ zu Cu} — 0,0002410$$

$$(101) \text{ zu Cu} — 0,0002429$$

Mittelst dieses für Arsenkies angewandten Verfahrens habe ich ferner nachweisen können, dass bei dem regulären Kobaltglanz zwischen den Flächen des Oktaeders und Hexaeders keine elektromotorische Kraft existirt. Dies ist in völliger Übereinstimmung mit der Theorie, welche in Analogie mit dem beim Eisenglanz gewonnenen Resultate fordert, dass bei regulären Krystallen die thermoelektrische Kraft in allen Richtungen dieselbe ist.



Om ett nytt mineral från Mossgrufvan i Nordmarken.

Af A. SJÖGREN.

[Meddeladt den 10 Oktober 1888.]

Den 25 Sept. d. å. observerade jag på några stuffer från Östra Mossgrufvan å Nordmarksfältet ett glasglänsande, genomskinligt, blekgrönt mineral sittande i hopgyttrade, lätt anlöpande tafkor på och tillsammans med kristaller af Synadelphit. Minerallet, som endast medels förelöpande, kvalitativa prof för blåsrör af mig blifvit undersökt, visar sig hålla arsenik, mangan, zink och jern. Det kristalliserar i tunna hopgyttrade tafkor, hvilka på största ytan, efter hvilken en tydlig genomgång finnes, visa perlemorglans och synes i optiskt hänseende vara dubbelbrytande, tvåaxigt, med optiska axlarnes plan nästan vinkelrätt mot tydligaste genomgångsytan och ringa vinkel mellan de optiska axlarne.

För blåsrör blifver minerallet genast svart, men likasom öfriga arseniater i denna bildning är det svårsmält. I luften synes det efterhand oxideras och antager småningom en smutsgrå eller brunaktig färgton. Först då analys på minerallet skett torde vara lämpligt benämna detsamma.

Bestämningar af magnetiska inklinationen i Stockholm, Sundsvall och Östersund.

Af P. A. SILJESTRÖM.

[Meddeladt den 10 Oktober 1888 genom D. G. LINDHAGEN.]

I. **Stockholm.** Observationerna gjordes med ett Upsala universitet tillhörigt inklinatorium af GAMBEY, försedt med två nålar. Dessa observationer, som ursprungligen gjordes i 5 olika azimuth, hafva förut i detalj varit publicerade¹⁾, men återgifvas här efter originalanteckningarne och med reduktion till magnetiska meridian, dock endast de i 0° och 10° azimuth verkställda, såsom varande de säkraste.

a) Nålen nr 1.

Observerad inklination.

År.	Dag.	Magnet. merid. azimuth.	10° azim. reducer. till magn. merid.
1845	d. 5 Juni	71° 20', ₂	71° 20', ₁
»	22 »	19', ₀	17', ₇
»	21 Juli	17', ₈	16', ₅
»	22 Aug.	19', ₆	17', ₉
»	22 Sept.	20', ₆	19', ₂
»	20 Okt.	19', ₇	19', ₆
»	30 Nov.	14', ₂	15', ₃
»	23 Dec.	16', ₅	—
1846	24 Jan.	16', ₆	16', ₆
»	15 Mars	19', ₃	19', ₂

¹⁾ P. A. SILJESTRÖM, Afhandlingar och smärre uppsatser i fysiska och filosofiska ämnen, 2:dra häftet, sid. 330.

1846	d. 23 April	71° 19', ₂	71° 18', ₆
»	17 Juni	19', ₄	18', ₃
1847	10 Aug.	20', ₈	20', ₄

b) *Nålen nr 2.*

1845	d. 6 Juni	71° 20', ₄	71° 19', ₃
»	21 »	20', ₄	19', ₆
»	22 Juli	18', ₉	18', ₀
»	21 Aug.	18', ₇	17', ₄
»	23 »	20', ₁	—
»	24 »	20', ₉	—
»	21 Sept.	21', ₀	19', ₇
»	19 Okt.	19', ₇	20', ₈
»	17 Nov.	24', ₄	24', ₇
»	22 Dec.	25', ₃	—
1846	22 Jan.	23', ₂	24', ₈
»	19 Mars	23', ₄	21', ₉
»	20 April	23', ₃	22', ₅
»	24 Maj	23', ₃	25', ₄
»	16 Juni	23', ₂	23', ₂
1847	9 Aug.	21', ₇	21', ₄

Vid observationerna med denna nål under tiden 1845 Nov. till 1846 Juni voro afläsningarna ofta oregelbundna, och nålen rörde sig med mycken tröghet. Dessa observationer böra därför förkastas, men hafva likväl meddelats, såsom i sin mån upplysande i fråga om tillförlitligheten af inklinationsbestämmelser i allmänhet. Observationerna d. 23 och 24 Augusti 1845 gjordes för att utröna möjliga inflytandet af ett olika antal strykningar (ena gången 5, andra gången 15) vid polernas omvändning, som alltid skedde så väl vid observationens början som sedermera och alltid, utom i de nämnda fallen, medelst 10 strykningar.

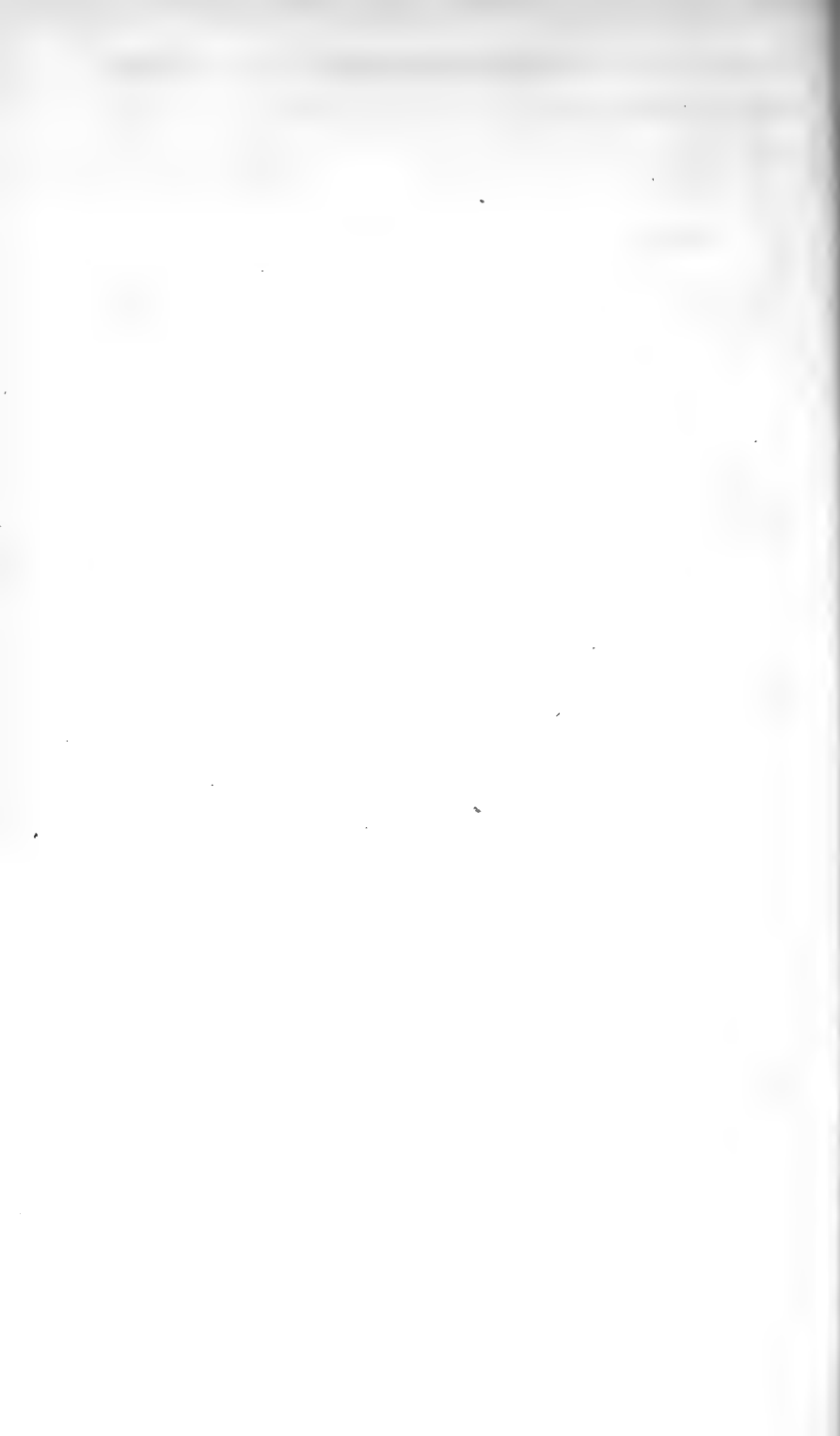
2. **Sundsvall.** Så väl här som i Östersund gjordes observationerna med ett gammalt engelskt inklinatorium (af NAIRNE & BLUNT). Möjliga felet i en bestämelse med detta instru-

ment torde icke kunna uppskattas till mindre än 10 à 12 minuter.

1838	d. 5 Juni	73° 21'.
------	-----------	----------

3. Östersund.

1838	d. 8 Juni	73° 23'.
------	-----------	----------



ÖFVERSIGT

AF

KONGL. VETENSKAPS-AKADEMIENS FÖRHANDLINGAR.

Årg. 45.

1888.

N^o 9.

Onsdagen den 14 November.

INNEHÅLL:

Öfversigt af sammankomstens förhandlingar.....	sid. 567.
FLINK, Mineralogische Notizen	» 571.
Skänker till Akademiens fysiska kabinet	» 569.
» » » bibliotek	sidd. 569, 579.

Tillkännagafs, att Akademiens norske ledamot Professor THEODOR KJERULF i Christiania och utländske ledamoten Professor HEINRICH BAMBERGER i Wien med döden afgått.

På tillstyrkan af komiterade antogs till införande i Akademiens Handlingar dels en afhandling af Professoren S. O. LINDBERG och Lektorn H. W. ARNELL gemensamt: »Musci Asiæ borealis. Erster Theil, Lebermoose», och dels en afhandling af Docenten C. W. AURIVILLIUS: »Die Maskirung der oxyrrhinen Dekapoden, durch besondere Anpassungen ihres Körperbaues vermittelt».

Berättelse hade blifvit afgifven af Filos. Kandidaten E. LÖNNBERG om den resa, som han med understöd af Akademien sistliden sommar utfört i Bohuslän för studium af bandmaskar hos sjöfoglar och hafsiskar.

Hr WITTRÖCK meddelade en uppsats af läraren vid Stockholms Högskola Dr N. WILLE: »Om Fucaceernes Blærer» (se Bihang till K. Vet.-Akad. Handl.).

Hr Frih. NORDENSKIÖLD dels redogjorde för innehållet af en inlemnad uppsats af Folkskoleläraren G. FLINK: »Mineralo-

gische Notizen, 2:te Folge»*, och dels gaf en öfversigt, efter hittills tillgängliga källor, af Dr NANSENS färd tvärs öfver Grönland.

Sekreteraren meddelade följande inlemnade uppsatser: 1:o) »Bidrag till kännedomen om i Sverige förekommande Cestoder», af Filos. Kandidaten E. LÖNNBERG (se Bihang etc.); 2:o) »Om en monströs form af *Cottus scorpius*», af Fil. Kandidaten E. NYSTRÖM (se Bihang etc.); 3:o) »Anteckningar öfver några Skandinaviska *Pyrenomyceter*», af Filos. Kandidaten K. STARBÄCK (se Bihang etc.).

Den *Wallmarkska* donationsröntan för året beslöt Akademien öfverlemna med hälften åt Föreståndaren för Folkhögskolan vid Hvilan Dr LEONHARD HOLMSTRÖM såsom belöning för hans i Akademiens Handlingar offentliggjorda afhandling: »Om strandliniens förskjutning å Sveriges kuster», och med den andra hälften åt Amanuensen vid Akademiens observatorium Dr C. V. L. CHARLIER såsom understöd för anställande af undersökning om de förmånligaste metoderna att verkställa uppmätningar af stjernfotografier.

Den disponibla röntan å A. F. REGNELLS zoologiska gåfvo-medel beslöt Akademien, efter förslag af den Regnellska permanenta komitén, sålunda fördela, att till Prof. S. LOVÉNS förfogande skulle öfverlemnas 500 kronor till bestridande af omkostnader för åtskilliga maktpåliggande åtgärder inom Riksmusei afdelning för lägre evertebrater; till Prof. F. A. SMITTS förfogande 400 kronor att användas till fyllnad i anslaget till bekostande af ritningars utförande vid Riksmusei Vertebrat-afdelning; åt Konservatorn S. LAMPA 400 kronor för fortsatta undersökningar vid Riksmusei Entomologiska afdelning öfver kopulationsorganen hos Scarabæiderna; samt åt Med. Doktorn A. T. GOËS 374 kronor för fortsatta studier öfver Nordatlantens och Norra Ishafvets Rhizopoder.

Genom anställda val kallades till inländska ledamöter af Akademien Riksarkivarien Dr C. T. ODHNER och e. o. Professorn i mekanik och matematisk fysik vid Lunds universitet Dr

A. V. BÄCKLUND, samt till utländsk ledamot Geheime Hofrådet och Professorn vid Tekniska Högskolan i Carlsruhe FRANZ GRASHOF.

Till sin Fysiker efter framlidne Professor E. EDLUND kallade och antog Akademien Astrofysikern vid Kejsarl. Ryska Centralobservatorium Pulkowa Filos. Doktor KLAS BERNHARD HASSELBERG.

Följande skänker anmäldes:

Till Akademiens fysiska kabinet.

En normalthermometer och en gramvigt af bergkrystall, båda med yttersta skärpa justerade vid den internationela Meter-byrån i Paris och förärade af Akademiens ledamot Herr BROCH.

Till Vetenskaps-Akademiens Bibliothek.

Stockholm. *Helsovårdsnämnden.*

Öfversigt af Stockholms sanitära statistik. Årg. 11 (1886): N:o 1-5; 7-8; 10-11; 13-52; 12 (1887): 1-14; 16-24; 26-27; 29-52. 4:o.

Upsala. *Meteorologiska Observatorium.*

Bulletin mensuel. Vol. 19 (1887). 4:o.

Kristiania. *K. Norsk meteorologisk Institut.*

Jahrbuch. 1886. Fol.

Udsigt over Luftens Temperatur og Nedbör i Norge i Aaret 1887. 1888. 8:o.

Vejledning til Udførelse af meteorologiske Iagttagelser ved det Norske meteorologiske Instituts Stationer. 1888. 8:o.

Die Internationale Polarforschung 1882/83. Beobachtungsergebnisse der Norwegischen Polarstation Bossekop in Alten. Th. 2. 1888. 4:o.

— *Den Norske Gradmaalingskommission.*

Vandstandsobservationer. H. 4. 1887. 4:o.

Batavia. *Magnetical and meteorological observatory.*

Observations. Vol. 9 (1886). 4:o.

Rainfall in the East Indian Archipelago. Year 8 (1886). 8:o.

Berlin. *K. Preussisches meteorologisches Institut.*

Ergebnisse der meteorologischen Beobachtungen. Jahr 1886. 4:o.

Statistische Korrespondenz. Jahrg. 13 (1887): N:o 2, 7, 11, 15, 19, 23, 27, 31, 35, 39, 43, 47. 4:o.

— *Meteorologische Abtheilung des forstlichen Versuchswesens in Preussen.*

Beobachtungs-Ergebnisse der . . . forstlich-meteorologischen Stationen.

Jahrg. 13 (1887): N:o 1-12. 8:o.

Jahresbericht über die Beobachtungs-Ergebnisse . . . Jahrg. 12 (1886)

—13 (1887). 8:o.

Bombay. *Government observatory.*

Magnetical and meteorological observations. Year 1886. 4:o.

- Brief sketch of the meteorology of the Bombay presidency in 1886/87. Fol.
- Bordeaux.** *Société des sciences physiques et naturelles.*
Observations pluviométriques et thermométriques faites dans le dép. de la Gironde 1885: Juin—1886: Mai. 8:o.
- Bucuresci.** *Institut météorologique de Roumanie.*
Annales. T. 2(1886). 4:o.
- Budapest.** *K. Ungarische Central-Anstalt für Meteorologie und Erdmagnetismus.*
Jahrbücher. Bd. 16(1886). 4:o.
- Buenos Aires.** *Oficina meteorológica Argentina.*
Anales. T. 6. 1888. 4:o.
- Chemnitz.** *Meteorologisches Institut.*
Jahrbuch. Jahrg. 4(1886): Abth. 1—3. 4:o.
Decaden- und Monats-Resultate aus den an 11 Stationen 2:r Ordnung angestellten meteorologischen Beobachtungen. Jahr 1887: N:o 1—12. Fol.
- Coimbra.** *Observatorio meteorologico e magnetico da universidade.*
Observações meteorológicas. Anno 1886—87. Fol.
- Colon.** *Observatorio meteorológico del Collegio pio.*
Boletin mensual. Año 1(1888): N:o 1—3. 4:o.
- Des Moines, U. S.** *Iowa weather service.*
Biennial report of the central station. 1887. 8:o.
- Dorpat.** *Meteorologisches Observatorium der Universität.*
Meteorologische Beobachtungen. Jahr 1887: Febr.—Dec.
Bericht über die Ergebnisse der Beobachtungen an den Regenstationen der K. Livländischen gemeinnützigen und ökonomischen Societät. Jahr 1886. 4:o.
WEIHRUCH, K., Privatbeobachtungen der Regenstation Alswig. Jahr 1886. 8:o.
— Zwanzigjährige Mittelwerthe aus den meteorologischen Beobachtungen 1866—1885 zu Dorpat. 1887. 8:o.
— Neue Untersuchungen über die Besselsche Formel und deren Verwendung in Meteorologie. 1888. 4:o.
- Edinburgh.** *Scottish meteorological society.*
Journal. (2) Vol. 4: N:o 41—42; (3) Vol. 7: N:o 4. 1874, 1886. 8:o.
- Fiume.** *K. K. Marine-Akademie.*
Meteorologische Beobachtungen. Jahr 1887: 1—12. 8:o.
- Genève et le grand St Bernhard.** [Stations.]
Resumé météorologique. Année 1887. 8:o.
- Habana.** *R. Colegio de Belen de la compañía de Jesus.*
Observaciones magnéticas y meteorológicas. 1886: Trim. 1—2. Fol.
- Hamburg.** *Deutsche Seewarte.*
Wetterbericht. Jahrg. 12(1886): N:o 1—365. Fol.
» Korrekturen und Nachträge. N:o 1—8. Fol.

Meddelanden från Stockholms Högskola. N:o 84.

Mineralogische Notizen.

(Neue Serie.)

Von GUST. FLINK.

[Mitgetheilt den 14. November 1888 durch A. E. NORDENSKIÖLD.]

1. Rhodotilit von Pajsberg.

Zusammen mit Rhodonit, Granat etc. ist jüngst in der Hartstigsgrube bei Pajsberg ein rosaroths, strahliges Mineral gefunden worden, welches sich bei der Untersuchung als neu erwiesen hat. Der beiden genannten Eigenschaften wegen sowie auch auf Grund seiner chemischen Verwandtschaft mit dem Rhodonit schlage ich für dieses neue Mineral den Namen Rhodotilit¹⁾ vor.

Das Mineral giebt beim Reiben ein fast schneeweisses Pulver, welches beim Glühen unter Abgeben von Wasser dunkelbraun wird. Glüht man auf einem Platinblech ein dichtes Stück, so bläht es sich allmählich und ohne zu dekrepitiren auf und geht in ein braunes Pulver über. Ungeglüht ist das Mineral in Säuren leicht löslich, geglüht aber ist es ganz unlöslich. Die beim Glühen hervortretende braune Färbung rührt natürlich von einer höheren Oxydation des Manganoxyduls her. Grund dessen kann die Wasserbestimmung nicht einfach durch Gewichtsverlust beim Glühen ausgeführt werden. Bei der Analyse wurde deshalb das Mineralpulver auf einem Platinnaeckchen geglüht, das in einem Glasrohr eingeschlossen war, durch welches ein Strom trockener

¹⁾ Von *ῥόδον* Rose und *τίλος* Faser.

Luft geleitet wurde; das ausgetriebene Wasser wurde in ein gewogenes Chlorcalciumrohr aufgenommen und bestimmt. Dabei lieferten 0,3767 Gm. Mineral 0,0270 Gm. Wasser, nahmen aber nur 0,0159 Gm. im Gewicht ab. Der aufgenommene Sauerstoff betrug somit nur ca. 2,7 %, während eine vollständige Oxydation des vorhandenen Manganoxyduls zu Mn_3O_4 ca. 5,3 % Sauerstoff in Anspruch genommen haben würde. Die höhere Oxydation des Mangans beim Glühen ist also nur partiell.

Die mit dem Rhodotilit vorgenommene vollständige Analyse gab für das Mineral folgende Formel:



	Gefunden.	Berechnet.
SiO ₂	43,67	44,01
MnO	37,04	37,77
FeO	1,11	1,13
MgO	0,15	0,15
CaO	9,38	9,56
PbO	0,77	0,79
H ₂ O	7,17	6,59
	<u>99,29</u>	<u>100,00.</u>

Die Anwesenheit des Bleies rührt nicht von fremden, unreinigenden Substanzen her, denn theils wurde das Material unter dem Mikroskop geprüft und völlig rein befunden, theils wurde das Blei in mehreren Proben nachgewiesen.

Die Zusammensetzung des Rhodotilits, welcher offenbar als ein Hydrat des Rhodonitsilikates aufzufassen ist, erscheint recht auffällig, indem bis jetzt noch kein völlig analog zusammengesetztes Mineral bekannt ist¹⁾. Seiner Zusammensetzung nach schliesst sich der Rhodotilit am engsten dem Friedellit an, dessen Formel jedoch etwas mehr complicirt ist. Die physikalischen Eigenschaften dieser beiden Mineralien sind noch verschiedener

¹⁾ Der Hydrorhodonit N. ENGSTRÖMS (Geol. Fören. Förh. II, 468) hat zwar die Zusammensetzung $MnSiO_3 + H_2O$; da darüber keine optische Untersuchung vorliegt, kann man aber nicht wissen, ob er ein ursprüngliches Mineral oder nur eine Zersetzungsproducte ist.

als die chemischen. Während der Friedellit rhomboëdrisch krystallisirt und optisch einaxig ist, gehört der Rhodotilit dem asymmetrischen Systeme an.

Wie schon erwähnt ist, zeigt das Mineral eine stengelige Absonderung. Die Stengel sind häufig sehr lang (bis zu 10 Cm.) ausgezogen und dabei nicht selten in Uebereinstimmung mit den Unebenheiten der Unterlage gekrümmt und gebogen. Die verschiedenen Stengel strahlen von gewissen Punkten radial aus, so dass die Struktur im Ganzen eine sphärolitische ist. Die fasrige Textur des Minerals ist durch zwei ungleichwerthige Spaltensysteme bedingt, von denen das eine ersichtlich etwas mehr ausgeprägt ist als das andere, so dass das Mineral, näher betrachtet, einen lamellaren oder blättrigen Habitus zeigt. An kleinen Splittern lässt sich der Winkel, welchen die beiden Spaltensysteme einschliessen, gut messen. Er ist an mehreren solchen Splittern fast genau übereinstimmend =

$$97^{\circ} 38'$$

gefunden worden. Hiernach kann das Mineral nur *eine* Symmetrieebene haben. Wenn dies aber der Fall wäre, würde die Symmetrieeaxe mit der Zone der Spaltbarkeit zusammenfallen, und die Stengel würden dann in polarisirten Lichte parallele Auslöschung zeigen. Dieses ist aber nicht der Fall.

Legt man eine nach dem deutlichsten Blätterdurchgang gespaltete Lamelle unter das Mikroskop in parallel polarisirtes Licht, so findet man für die Auslöschungsschiefe gegen die zweite, deutlich hervortretende Spaltbarkeit einen Winkel von ca. 15° . In konvergentem Lichte zeigt diese Lamelle ein ziemlich schief belegenes zweiaxiges Interferenzbild mit grossem Axenwinkel.

Eine nach der zweiten, weniger deutlichen Spaltbarkeit orientirte Lamelle zeigt eine Auslöschungsschiefe von ca. 30° . In konvergentem Lichte zeigt sich hier ein weniger schief aus tretendes Axenbild mit kleinem Axenwinkel.

Der Rhodotilit ist also nach diesen Beobachtungen entschieden *asymmetrisch*.

Seinem Habitus nach erinnert der Rhodotilit am meisten an den Wollastonit oder den Pektolit. Der Winkel der beiden Spaltflächen des Rhodotilits ($97^{\circ} 38'$) ist auch von dem Winkel der beiden besten Spaltbarkeitsrichtungen der genannten Mineralien: $95^{\circ} 30'$ resp. $95^{\circ} 23'$ nicht alzu stark abweichend.

Im Dünnschliffe ist das Mineral fast farblos und ein Pleochroismus nicht wahrnehmbar. Makroskopisch ist es, wie schon erwähnt worden, rosaroth bis hell fleichfarbig mit lebhaftem Seidenglanz. Sp. Gew. = 3,0295, Härte = 4—5.

Der Rhodotilit gehört der jüngsten Generation der Mineralien in der Harstigsgrube an. Er füllt Zwischenräumen zwischen Kalkspatkrystallen aus, ist aber selbst niemals in ausgebildeten Krystallen gefunden worden.

2. Heliophyllit von Pajsberg.

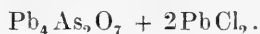
Im Jahre 1877 beschrieb A. E. NORDENSKIÖLD¹⁾ unter dem Namen *Ekdemit* ein sehr interessantes Mineral aus den Långbansgruben mit der Zusammensetzung $Pb_5As_2O_8 + 2PbCl_2$, die einzige bis jetzt in der Natur vorgefundene Verbindung von der arsenigen Säure. Dieses merkwürdige Mineral krystallisirt nach NORDENSKIÖLD im tetragonalen Systeme, was durch die optische Untersuchung bewiesen wurde, obwohl deutlich begrenzte Krystalle des Minerals nicht beobachtet waren. Gleichzeitig mit der Beschreibung des Ekdemit erwähnte NORDENSKIÖLD von demselben Fundort noch eine zweite, äusserlich dem Ekdemit sehr ähnliche Verbindung, welche aber nicht tetragonal, sondern rhombisch krystallisirt. Da von dieser Verbindung, von welcher auch Krystalle gefunden waren, das vorhandene Material für eine quantitative Analyse nicht ausreichte, so konnte ihre Zusammensetzung nur qualitativ untersucht werden, welche Untersuchung in diesem Mineral dieselben Bestandtheile wie im Ekdemit ergab.

¹⁾ Geol. Fören. Förh. III, 381.

An Stufen des oben beschriebenen Rhodotilits gelang es mir nun ein sehr selten auftretendes, blass schwefelgelbes, blättriges Mineral zu entdecken, welches mit diesem früher von NORDENSKIÖLD erwähnten rhombischen Mineral aller Wahrscheinlichkeit nach identisch ist. Da sowohl die chemische Formel als auch die krystallographischen und optischen Eigenschaften dieses Minerals von denjenigen des Ekdemit verschieden sind, so erscheint es mir gerechtfertigt, dieses zuerst von NORDENSKIÖLD nachgewiesene, jetzt von mir wieder in der Harstiggrube entdeckte und hier unten genauer beschriebene Mineral als eine selbständige Species anzusehen, und ich schlage daher für dasselbe den Namen *Heliophyllit*¹⁾ vor.

Seinem Verhalten gegen chemische Reagenzien nach ist der Heliophyllit dem Ekdemit völlig gleich. Das Mineral löst sich leicht in Salpetersäure und unter Abscheidung von Chlorblei in Salzsäure, auch in Kali- und Natronlauge ist es löslich. Die alkalische Lösung reducirt beim Kochen Kupfervitriollösung (Reaktion auf arsenige Säure).

Behufs der quantitativen Analyse wurde das Mineral in verdünnter Salpetersäure und ohne Erwärmen gelöst. Das Chlor wurde mit Lapissolution gefällt. Dann wurde das Blei mit Schwefelsäure ausgefällt und die Flüssigkeit bis zum Austreiben aller Salpetersäure verdampft, welche Operation die Arsenbestimmung nicht beeinträchtigt, da kein Chlor vorhanden ist. Aus der von Blei befreiten Flüssigkeit wurde das Arsen und das überschüssige Silber mit Schwefelwasserstoff gefällt, die beiden Schwefelmetalle gehörig getrennt, das Schwefelarsen mit rauchender Salpetersäure oxydirt, die Arsensäure mit »Magnesia-mixtur« gefällt und als $Mg_2Am_2As_2O_8 + H_2O$ auf dem Filter gewogen. Die so ausgeführte Analyse giebt folgende Formel:



¹⁾ Von ἥλιος Sonne, sonnengelb, und φύλλον Blatt.

	Gefunden.	Berechnet.
PbO	80,70	81,28
MnO, FeO	0,54	—
As ₂ O ₃	11,69	12,03
Cl	8,00	8,63
	<hr/> 100,93	<hr/> 101,94
Ab für O	1,80	1,94
	<hr/> 99,13	<hr/> 100,00.

Die Formel des Ekdemit fordert

PbO	83,54
As ₂ O ₃	10,59
Cl	7,58.

Da die beiden Formeln nur unbedeutend von einander abweichen und die berechneten Werthe somit nur wenig verschieden sind, wäre es kaum rathsam, auf dieselben allein eine Trennung der beiden Mineralien zu begründen, besonders da die gefundenen Werthe zum Theil *zwischen* den nach den verschiedenen Formeln berechneten Zahlen liegen. Die optische Untersuchung zeigt aber, dass die beiden Mineralien verschiedenen Krystallsystemen angehören, und sie können deshalb, trotz der Ähnlichkeit ihrer chemischen Zusammensetzung, nicht vereinigt werden.

Der Heliophyllit hat *eine* sehr deutliche Spaltbarkeit, nach welcher man leicht dünne Blättchen erhalten kann. Legt man ein solches unter dem Mikroskope für konvergentes Licht, so tritt, wenn die Lamelle dünn genug ist, ein spitze Bissektrix mit einem völlig symmetrischen zweiaxigen Axenbild senkrecht zur Platte aus. Das Axenbild zeigt einen recht bedeutenden Axenwinkel, eine starke Dispersion der optischen Axen, wobei $\rho > v$. Da keine Spur einer gekreuzten Dispersion zu beobachten ist, kann das Krystallsystem offenbar nur das rhombische sein, was auch mit den hier unten folgenden Beobachtungen übereinstimmt

Die Doppelbrechung des Heliophyllit ist sehr stark, ein Pleochroismus aber nicht wahrnehmbar.

Makroskopisch hat das Mineral eine mehr oder weniger gesättigte, schwefelgelbe Farbe. Auf dem Blätterdurchgang zeigt es Diamantglanz, sonst Glasglanz. Sp. Gew. = 6,886; Härte = 2.

Da es, wie schon hervorgehoben worden, grosse Wahrscheinlichkeit für sich hat, dass der Helophyllit mit dem von NORDENSKIÖLD erwähnten rhombischen Mineral von Långban identisch ist, so theile ich hier auch die am letzteren angestellten krystallographischen Beobachtungen mit. NORDENSKIÖLD mass an mehreren Krystallen angeblich von der Kombination

$$oP(001), P(111)$$

die Winkel:

$$(111) : (001) = 65^{\circ} 24' \text{ (Mittel)}$$

$$(111) : (\bar{1}\bar{1}\bar{1}) = 78^{\circ} 32' \quad \gg$$

W. C. BRÖGGER hat ebenfalls einen sehr kleinen Krystall¹⁾ dieses Minerals untersucht und die Güte gehabt, mir das Resultat aus seinen Notizen mitzuthemen. Er fand an dem tafelförmigen Kryställchen die von NORDENSKIÖLD angegebenen Formen, doch war die Tafel diagonal durch eine Zwillingsgrenze getheilt, und die Auslöschungsrichtungen waren der ungef. rechtwinkligen Basiskante der Tafel parallel. Man muss daher die oben erwähnten beobachteten Formen als eine Combination von

$$oP(001), P\infty(011)$$

in Zwillingen (vielleicht Vierlingen) nach $\infty P(110)$ betrachten.

BRÖGGER'S (angeblich sehr genaue) Messungen gaben für

$$(011) : (0\bar{1}\bar{1}) = 48^{\circ} 48',$$

woraus

$$(011) : (001) = 65^{\circ} 36'.$$

Aus den erwähnten Beobachtungen berechnet sich als Axenverhältniss der Krystalle:

$$a : b : c = 1,0343 : 1 : 2,2045.$$

Auf den Schutthalden der Harstigsgrube findet man häufig recht grosse Massen einer grauen, schweren Substanz mit amorphem Habitus und fast erdigem Gefüge. In diesen Massen finden sich häufig Kernen von Heliophyllit, und es ist im Dünnschliffe

¹⁾ Gleichfalls vom Riksmuseum zur Untersuchung erhalten.

leicht zu konstatiren, dass diese Massen durch Umwandlung des Heliophyllit entstanden sind. Wenn die Umwandlung noch nicht vollständig ist, kann die Spaltbarkeit des ursprünglichen Minerals noch erkannt werden.

Endlich mag hier erwähnt werden, dass Freiherr v. NORDENSKIÖLD mir Proben seines Originalmaterials von Ekdemit gütigst zur Verfügung gestellt hat. Dünne Lamellen desselben nach der Spaltbarkeit orientirt sind in polarisirtem Lichte isotrop. In konvergentem Lichte zeigen sie ein einaxiges Axenbild, dessen Charakter *negativ* ist. Das Kreuz öffnet sich doch etwas beim Umdrehen, was wohl in einer sekundären Einwirkung der Substanz seinen Grund haben mag. Beim Erhitzen tritt keine merkbare Veränderung des Axenbildes hervor.

Skänker till Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

(Forts. fr. sid. 570.)

Hamburg. *Deutsche Seewarte.*

Meteorologische Beobachtungen in Deutschland von 25 Stationen 2:r Ordnung, sowie stündliche Aufzeichnungen von 3 Normal-Beobachtungsstationen der Seewarte und Kaiserslautern... Jahrg. 9(1886). 4:o. Vierteljahrs-Wetter-Rundschau an der Hand der täglichen synoptischen Wetterkarten für den Nordatlantischen Ocean... Jahrg. 1(1883/84): H. 1-2. 4:o.

Deutsche Überseeische Meteorologische Beobachtungen. H. 1. 1887. 4:o. Monatsbericht. Jahrg. 12(1887): 2-13; Beiheft 1-2. 8:o.

Karlsruhe. *Centralbureau für Meteorologie und Hydrographie.*

Jahresbericht. Jahr 1887: Th. 2. 4:o.

Kiel. *Ministerial-Kommission zur Untersuchung der Deutschen Meere.*

Ergebnisse der Beobachtungsstationen an den Deutschen Küsten. Jahrg. 1886; H. 10-12; 1887: 1-6. T. v. 4:o.

Kjöbenhavn. *Dansk meteorologisk Institut.*

Maanedsoversigt. Aar 1887: 1-12. Fol.

Meteorologisk Aarbog. Aar 1885: D. 2. Fol.

Bulletin météorologique du nord. Année 1886-1887. T. v. 4:o.

Krakau. *K. K. Sternwarte.*

Meteorologische Beobachtungen. Jahr 1887: 1-13. 8:o.

— *K. Vetenskaps-Akademiens meteorologiska section.*

Materyjały do klimatografii Galicyi. Rok 1887. 8:o.

London. *Meteorological office.*

Daily weather report. Year 1887: N:o 1-365; Corrections 1-11. 4:o.

Weekly weather report. Vol. 3(1886): N:o 52; 4(1887): 1-52; Appendix 1-4. 4:o.

Official publications. N:o 49: 3; 71: 3-4; 73-74: 2-3; 76-77: 1-4. 1888. 4:o & Fol.

Report of the meteorological council to the Royal Society. 1887³¹/₃. 8:o.

— *R. Meteorological society.*

Quarterly journal. Vol. 13(1867): N:o 63-64. 8:o.

Meteorological record. Vol. 7(1867): N:o 26-28. 8:o.

Madrid. *R. Observatorio.*

Observaciones meteorológicas. Año 1882-1885. 8:o.

Resumen de las observaciones meteorológicas efectuadas en la península y algunas de ses islas adyacentes. Año 1883. 8:o.

Magdeburg. *Wetterwarte der Magdeburgischen Zeitung.*

Jahrbuch der meteorologischen Beobachtungen. Jahrg. 5(1886)-6(1887). 4:o.

Melbourne. *Observatory.*

Monthly record of results of observations in meteorology, terrestrial magnetism, &c. &c. Year 1887: 7-12. 8:o.

- Metz.** *Académie de l'agriculture, beaux arts, &c.*
Observations météorologiques. Année 1887. 8:o.
- Milano.** *Osservatorio astronomico di Brera.*
Osservazioni meteorologiche. Anno 1887. 4:o.
- Moskwa.** *Meteorologisches Observatorium der Landwirthschaftlichen Akademie.*
Meteorologische Beobachtungen. (2) T. 1 (1887): H. 1-2. T. v. 4:o.
— *Observatoire magnétique et météorologique de l'Institut Constantin des arpenteurs.*
Observations. Année 1887: 1-12 & table. 4:o.
- München.** *K. Meteorologische Centralstation.*
Beobachtungen der meteorologischen Stationen im Königreiche Bayern.
Jahrg. 9 (1887): H. 3-4. 4:o.
Übersicht der Witterungsverhältnisse im Königreiche Bayern. Jahr 1887: 1-8; 10-12. Fol.
Bericht über die Thätigkeit . . . Jahr 1887. 4:o.
HORN, F. & LANG, C., Beobachtungen der Gewitter in Bayern, Württemberg und Baden. Jahr 1887. 4:o.
LANG, C., Schwankungen der Niederschlagsmengen und Grundwasserstände in München 1857—1886. — Säculare Schwankungen der Blitzgefahr in Bayern. 1888. 4:o.
— & LINGG, F., Revision der Meereshöhen der Bayerischen Barometerstationen. 1887. 4:o.
— *K. Sternwarte.*
Meteorologische und magnetische Beobachtungen. Jahr 1886. 4:o.
- New York, U. S.** *Meteorological observatory of the department of public parks.*
Report. Vol. 42 (1887). 4:o.
- Nizza.** *Société de médecine et de climatologie médicale.*
Nice-médical. Année 9 (1884/85): N:o 6; 11 (1886/87): 11-12; 12 (1887/88): 1-12. 8:o.
- Oxford.** *Radcliffe observatory.*
Results of meteorological observations. Year 1884. 8:o.
- Paris.** *Bureau central météorologique.*
Bulletin international. Année 31 (1887): N:o 1-365. 4:o.
Bulletin mensuel. Année 1887: N:o 1-11. 4:o.
Annales. Année 1884, 2: 1; 1885: 1; 3-4. 4:o.
— *Société météorologique de France.*
Annuaire. Année 34 (1886): N:o 4; 11-12; 35 (1887): 1-12. 8:o.
— *Observatoire municipal de Montsouris.*
Annuaire. 1888. 16:o.
— *Comité météorologique international.*
Projet de tables internationales, publiées conformément à une décision du congrès de Rome. Paris 1887. 4:o.
- Perpignan.** *Commission météorologique du dép. Pyrénées-Orientales.*
Bulletin météorologique des Pyrénées-Orientales. 15 (1886). 4:o.
L'observatoire de Perpignan en 1887. 4:o.

Pola. *Hydrographisches Amt der K. K. Kriegsmarine.*

Meteorologische und magnetische Beobachtungen. Jahr 1887: 1-12 & Jahresübersicht. T_v-fol.

Prag. *K. K. Sternwarte.*

Magnetische und meteorologische Beobachtungen. Jahrg. 48(1887). 4:o.

Puebla. *Observatorio meteorológico del estado.*

Boletín de estadística: Sección de meteorología. T. 1(1887/88): N:o 9-47.

Rio de Janeiro. *Observatorio meteorológico.*

Boletins mensaes. Vol. 1(1886)—2(1887). 8:o.

Riposto. *Osservatorio meteorologico del R. Istituto nautico.*

Bollettino mensile. Anno 12(1886): 1-2; 13(1887): 2-3; 6-7; 9-12. 8:o.

Roma. *Uffizio centrale meteorologico Italiano.*

Bollettino meteorico giornaliero. Anno 8(1886): N:o 121-343; 345-365; 9(1887): 1-23; 25-29; 31-37; 59-66; 68-75; 77-146; 148-155; 157-210; 212-273. 4:o.

— *Pontif. Università Gregoriana.*

Continuazione del Bollettino meteorologico dell'osservatorio del collegio Romano. Vol. 26(1887). 4:o.

San Fernando. *Instituto y observatorio di marina.*

Anales. Sección 2. Observaciones meteorológicas. Año 1886. 4:o

San José. *Instituto meteorologico nacional de Costa Rica.*

Boletín trimestral. Año 1888: 1-2. F.

S:t Petersburg. *Physikalisches Centralobservatorium.*

Meteorologisches Bulletin. Jahr 1887: 1-361; Nachträge 1-12. Fol.

Annalen. Jahrg. 1886: Th. 2; 1887: 1. 4:o.

Repertorium für Meteorologie, hrsg. von H. WILD. Bd. 11. 1888. 4:o.

» » » Supplbd. 5. WILD, H., Die Regenverhältnisse des Russischen Reichs. Text & Atlas. 1887. 4:o & Fol.

Siracusa. *Osservatorio centrale.*

Osservazioni meteorologiche. Anno 11(1887): N:o 6-12. 8:o.

Stuttgart. *K. Württembergische meteorologische Centralstation.*

Mittheilungen. Jahr 1887. 4:o.

Tiflis. *Physikalisches Observatorium.*

Meteorologische Beobachtungen. Jahr 1886. 8:o.

Tokio. *Naval observatory.*

Monthly reports on the meteorological and magnetical observations. Year 1887: 1-12. 4:o.

Monthly summaries and monthly means. Year 1886. 4:o.

Annual meteorological report. Year 1886: P. 2. 4:o.

Table of the meteorological observations made during 1877—1886. Fol.

Diagram » » » » » » Fol.

Torino. *Observatorio della R. università.*

Bollettino. Parte meteorologica. Anno 21(1886). T_v. 4:o.

— *Società meteorologica Italiana.*

Bollettino mensile. (2) T. 7(1886/87): N:o 1-6; 8-12. 4:o.

Annuario meteorologico Italiano. Anno 3(1888). 16:o.

DENZA, F., Le osservazione meteorologiche eseguite da G. BOVE nel territorio Argentino delle missioni ed il climate del Paraná. Torino 1886. 16:o.

Toronto. *Meteorological service of the Dominion of Canada.*

Monthly weather review. Year 1887: 9—12. 4:o.

General meteorological register. Year 1887. 8:o.

Report. Year 1885. 8:o.

Trieste. *Osservatorio maritimo.*

Rapporto annuale. Vol. 2(1885). 4:o.

Utrecht. *K. Nederlandsch meteorologisch instituut.*

Nederlandsch meteorologisch Jaarboek. Jaarg. 26(1877):D. 2; 27(1878): 2; 39(1887). Tv. 4:o.

Waarnemingen van Onweders in Nederland. 1887. 8:o.

BUYSBALLOT, C. H. D., Verdeeling der Warmte over de Aarde. 1888. 4:o.

Washington, U. S. *Signal office of U. S. Army.*

International meteorological observations. Year 1884: $\frac{1}{1}$ — $\frac{30}{6}$. 4:o.

Daily international chart. Year 1886: $\frac{1}{10}$ — $\frac{31}{12}$; 1887: $\frac{1}{1}$ — $\frac{31}{3}$. Iso-bars, isotherms, winds. Year 1886: 10—12; 1887: 1—8. Tvfol.

Summary and review of international meteorological observations. Year 1887: 1—8. 4:o.

Tridaily [American] weather charts. 7 A.M. 3 & 10 P.M. Year 1887:

» » » : Morning charts. 7 A.M. Year 1887: $\frac{1}{8}$
 $\frac{1}{4}$ — $\frac{31}{12}$. F.
 — $\frac{31}{12}$. F.

Monthly » weather review. Year 1885: 1—7; 1887: 3—5;
 7—12. 4:o.

Report. Year 1885: P. 2; 1886—1887: P. 2. 8:o.

Professional papers. N:o 13. FERREL, W., Temperature of the atmosphere and earth's surface. 1884. 4:o.

General subject index to the monthly weather reviews and annual reports to 1887. 1888. 8:o.

United States signal service weather code. 1887. 4:o.

General instructions to observers of the signal service. 1887. 8:o.

Wien. *K. K. Centralanstalt für Meteorologie und Erdmagnetismus.*

Jahrbücher. Bd. 31 (1886). 4:o

Tägliche Beobachtungen an 16 Stationen in Oesterreich und 2 Stationen im Auslande. Jahr 1887: 1—12. 4:o.

Beobachtungen an der K. K. Centralstation Hohe Warte bei Wien. Jahr 1887: 1—12. 8:o.

Zürich. *Schweizerische meteorologische Central-Anstalt.*

Annalen. Jahrg. 23(1886). 4:o.

Meteorologische Beobachtungen an 15 Stationen der Schweiz. Jahr 1887: 1—12. 4:o.

Utgifvarne.

Månadsöfversigt af väderleken i Sverige . . . utg. af H. E. HAMBERG.

Årg. 4(1884): 1—12; 7(1887): 1—12. Fol.

SYMONS'S Meteorological magazine. Vol. 21(1886): N:o 240—262. London. 8:o.

Författarne.

- MOHN, H. & HILDEBRANDSSON, H. H., Les orages dans la péninsule Scandinave. Ups. 1888. 4:o.
- BERGMANN, R., Meteorologische Beobachtungen im Jana-Lande und auf den Neusibirischen Inseln, angestellt von A. BUNGE und E. TOLL. S:t Petersb. 1887. 8:o.
- Über die Zuverlässigkeit der Haarhygrometer auf meteorologischen Stationen in Russland. S:t Petersb. 1884. 4:o.
- BIRKNER, O., Bericht über die Wasserkatastrophe in der Lausitz 1887^{17-18/5}. Chemnitz 1888. 4:o.
- HAYDEN, E., The pilot chart of the North Atlantic ocean. Philadelphia 1888. 8:o.
- OFTEDAL, N., Oversigt over Veirforholdene i Norge i Aaret 1882. Kra. 8:o.
- RYKATSCHEW, M., Die Vertheilung der Winde und des Luftdruckes am Kaspischen Meere. S:t Petersb. 1887. 4:o.
-

ÖFVERSIGT

AF

KONGL. VETENSKAPS-AKADEMIENS FÖRHANDLINGAR.

Årg. 45.

1888.

N^o 10.

Onsdagen den 12 December.

INNEHÅLL:

Öfversigt af sammankomstens förhandlingar.....	sid. 585.
BJÖRLING, Singuläre Generatricen in algebraischen Regelflächen.....	» 587.
AURIVILLIUS, Bidrag till kännedomen om våra solitära getingars lefnads- sätt. II.....	» 605.
HELLSTRÖM, Om dinitronaftalinsulfonsyra och några dess derivat.....	» 613.
EKSTRAND, Om Naftoësyror. IV.....	» 625.
FORSLING, Om inverkan af rykande svafvelsyra på $\beta_1 = \beta_2$ -amidonaftalin- sulfonsyra.....	» 639.
Skänker till Akademiens bibliotek.....	sidd. 586, 612, 638, 646.

Professor CHR. AURIVILLIUS redogjorde för innehållet af en en af honom sjelf författad uppsats med titel: Bidrag till kännedomen om våra solitära getingars lefnadssätt. II.*

Professor G. MITTAG-LEFFLER meddelade förberedande resultat af sina undersökningar öfver de singulära ställena till sådana funktioner, som äro definierade genom icke-lineära differentialeqvationer.

Amanuensen Dr H. E. HAMBERG lemnade en öfversigt af resultaten af sina undersökningar om skogarnes inflytande på Sveriges klimat och särskildt med hänsyn till luftens fuktighet.

Sekreteraren meddelade följande, till införande i Akademiens skrifter inlemnade uppsatser: 1:o »On the structure of the aurides in the Echinoconidæ», af Prof. S. LOVÉN (se Bihang till K. Vet.-Akad. Handl.); 2:o »Om sillracernas betydelse», af Prof. F. A. SMITT (se Bihang etc.); 3:o »Singuläre Generatricen in algebraischen Regelflächen», af Prof. C. F. E. BJÖRLING*;

4:o) »Om dinitronaftalinsulfonsyra och några dess derivat», af Filos. Kandidaten P. HELLSTRÖM*; 5:o) »Om Naftoësyror. IV», af Docenten Å. G. EKSTRAND*; 6:o) »Om inverkan af rykande svafvelsyra på $\beta_1 = \beta_2$ -amidonaftalinsulfonsyra», af Filos. Kandidaten S. FORSLING*.

Genom anställda val kallades, till inländsk ledamot e. o. Professorn i Meteorologi vid Upsala universitet HUGO HILDEBRAND HILDEBRANDSSON, och till utländsk ledamot Professorn i Fysik vid universitetet i Graz LUDVIG BOLTZMAN.

Åt Professoren A. KEY lemnades uppdrag att fortfarande under åren 1889—92 vara ledamot af Styrelsen för Stockholms Högskola.

Det *Letterstedtska* resestipendiet, hvilket Akademien denna gång egde att bortgifva åt någon som idkar tekniska eller ingenjörstudier, beslöt hon att tilldela Ingenjören vid Kongl. Flottans varf i Carlskrona THURE NYSTEDT.

Följande skänker anmäldes:

Till Vetenskaps-Akademiens Bibliothek.

H. MAJ:T KONUNGEN.

Flora Brasiliensis. Ed. C. F. PH. MARTIUS, A. W. EICHLER, I. URBAN.
Fasc. 103. Lipsiæ 1888. Fol.

Stockholm. Generalstabén.

Die astronomisch-geodätischen Arbeiten der topographischen Abtheilung.
Bd. 2: H. 1. 1888. 4:o.

— Geologiska föreningen.

Canada. Geological survey.

Annual report. Vol. 2: Text & maps. 8:o & Fol.

Portugal. Comissão dos trabalhos geologicos.

Comunicações. T. 1: Fasc. 2 (1885/87). 8:o.

Description de la faune jurassique de Portugal: CHOFFAT, P., Mollusques lamellibranches. 2:e ordre. Asiphonidæ. Livr. 2. 1888. 4:o.

WAIHNSCHAFFE, F., Zur Frage der Oberflächengestaltung im Gebiete der Baltischen Seenplatte. Berlin 1888. 8:o.

— Småskrifter. 2 st.

Aftryck ur Geologiska föreningens Förhandlingar. 14 st.

Bergen. Museum.

Beretning. Aar 1887. 8:o.

(Forts. å sid. 612.)

Singuläre Generatrices in algebraischen Regelflächen.

Von C. F. E. BJÖRLING.

[Mitgetheilt den 12 December 1888.]

§ 1. Die Gleichungen einer geraden Linie im Raume seien

$$(1) \quad x = rz + sw, \quad y = qz + \sigma w$$

in x, y, z, w als Punktcoordinaten. Sind r, s, q, σ Funktionen eines Parameters α , erzeugen die ∞^1 Geraden (1) eine Regelfläche, als deren Gleichungen in fünf Coordinaten (x, y, z, w, α) das System (1) betrachtet werden kann.

Nach einer gewöhnlichen Redensart ist die Regelfläche eine abwickelbare (Developpable), wenn »jede der Geraden (1) ihre nächstfolgende trifft«; in anderem Falle eine »windschiefe« Fläche. Auch in dieser giebt es jedoch besondere Geraden, von denen jede »ihre nächstfolgende trifft«; diese sind die s. g. Singuläre Generatrices. Diese Redensarten sind bekanntlich folgendermassen zu verstehen.

Der kürzeste Abstand von einer Generatrix α zu der folgenden $(\alpha + \Delta\alpha)$ ist, wenn die Differenz $r(\alpha + \Delta\alpha) - r(\alpha)$ mit Δr bezeichnet wird (u. s. w.),

$$(2) \quad \pm \frac{\Delta r \cdot \Delta \sigma - \Delta q \cdot \Delta s}{\sqrt{(\Delta r)^2 + (\Delta q)^2 + (r\Delta q - q\Delta r)^2}};$$

dieser Abstand ist im allgemeinen eine unendlich kleine Grösse von derselben Ordnung als $\Delta\alpha$, also von der *ersten*; ist er jemals von höherer, ist die Generatrix singulär. In Developpabeln

ist bekanntlich immer $r'(\alpha) \cdot \sigma'(\alpha) = \rho'(\alpha) \cdot s'(\alpha)$, und die Grösse (2) von der dritten Ordnung.

Es giebt aber in windschiefen Flächen verschiedene Arten singulärer Generatricen, die im folgenden untersucht werden. Die einfachste unter ihnen, dieselbe welche hier als »Elementar-Torsale« bezeichnet wird und wovon in der That alle übrigen als zusammengesetzt betrachtet werden können, scheint bisher fast einzig beachtet worden sein. Die Anzahl solcher Generatricen in einer Regelfläche von der Ordnung k und dem Geschlechte p ist, nach LÜROTH¹⁾, $= 2k + 4(p - 1)$.

Einige Bemerkungen, betreffend ebene Curven, werden vorausgesandt.

1. Indices eines algebraischen Curvenpunktes.

§ 2. Die Punktcoordinaten x, y, z einer ebenen Curve seien rational ausgedrückt in einem Parameter α , kurz

$$(3) \quad \frac{x}{\varphi(\alpha)} = \frac{y}{\psi(\alpha)} = \frac{z}{f(\alpha)},$$

wo φ, ψ, f ganze Functionen sind²⁾. Jedem α -Werthe entspricht dann ein Curvenpunkt, und umgekehrt; jedem Doppelpunkte zwei verschiedene α -Werthe. Die Parameterwerthe der Schnittpunkte der Curve mit der Geraden

$$(4) \quad tx + uy + vz = 0$$

ergeben sich aus der Gleichung

$$(5) \quad t\varphi(\alpha) + u\psi(\alpha) + vf(\alpha) = 0.$$

Ein solcher Punkt fällt mit seinem nächstfolgenden zusammen, wenn zugleich

$$(6) \quad t\varphi'(\alpha) + u\psi'(\alpha) + vf'(\alpha) = 0$$

ist; die Gerade (4) ist dann Tangente, insofern nicht

¹⁾ BORCHARDTS Journal, Bd. 67, S. 139.

²⁾ Vgl. CLEBSCH, Über Curven, deren Coordinaten rationale Functionen eines Parameters sind. BORCHARDTS Journ., Bd. 64, S. 43.

$$(7) \quad \frac{\varphi'(\alpha)}{\varphi(\alpha)} = \frac{\psi'(\alpha)}{\psi(\alpha)} = \frac{f'(\alpha)}{f(\alpha)}.$$

In diesem letzten Falle schneidet *jede* durch den betreffenden Punkt gehende Gerade die Curve in zwei zusammenfallenden Punkten, und diese hat also da einen Rückkehrpunkt oder Spitze. Jeder die beiden Gleichungen (7) erfüllende α -Werth giebt folglich einen solchen.

§ 3. Wenn nun

$$(8) \quad \varphi(\alpha) = M\alpha^m + M_1\alpha^{m+1} + M_2\alpha^{m+2} + \dots,$$

$$(9) \quad \psi(\alpha) = N\alpha^n + N_1\alpha^{n+1} + N_2\alpha^{n+2} + \dots,$$

$$(10) \quad f(\alpha) = P + P_1\alpha + P_2\alpha^2 + \dots,$$

wo $n > m$, und M, N, P (wie immer im folgenden) nicht Null vorausgesetzt werden, so geht die Curve für $\alpha = 0$ durch den Anfangspunkt O , hat mit ihrer Tangente $y = 0$ eine n -Punktsberührung und schneidet jede andere durch O gezogene Gerade in m Punkten. Die Singularität des betreffenden Curvenzweiges in O enthält $m - 1$ Rückkehrpunkte, denn die Gleichungen (7) lassen $m - 1$ Lösungen $\alpha = 0$ zu¹⁾.

Der Curvenzweig kann, wie man leicht findet, in O vier verschiedene Formen darbieten, jenachdem

1:o) m ungerade, n gerade (Parabel-Typus),

2:o) m und n ungerade (Inflexions-Typus),

3:o) m gerade, n ungerade (Spitz-Typus erster Art),

4:o) m und n gerade (» » zweiter »).

Die Anzahlen der Glieder und die Grade der Funktionen φ, ψ, f haben auf sämtliche diese Resultate keinen Einfluss; dieselben behalten also ihre Gültigkeit, auch wenn diese Funktionen unendliche convergirende Dignitätsreihen sind.

Nach den beiden Zahlen m, n — »dem ersten (kleineren) und zweiten (grösseren) Index des Punktes O » — benennen wir denselben einen (m, n) -Punkt. Ein $(1, 2)$ -Punkt ist also ein

¹⁾ Dieser Satz ist, unsereswissens, zuerst von A. CAYLEY (On the higher singularities of a plane curve. Quarterly Journal of Mathematics; Vol. VII) ausgesprochen.

gewöhnlicher, nicht singulärer¹⁾; ein (2, 3)-Punkt eine Spitze, ein (1, 3)-Punkt eine Inflexion.

Wenn die Gleichung einer Curve gegeben ist, kann man bekanntlich eine, in endlicher Umgebung eines gegebenen ihrer Punkte gültige, Entwicklung von y nach steigenden, ganzen oder gebrochenen Potenzen von x erhalten, wenn man O in diesen Punkt verlegt und die Tangente des betreffenden Curvenzweiges zur x -Axe nimmt; nämlich

$$(11) \quad y = N((x))^{\frac{n}{m}} + N_1((x))^{\frac{n+1}{m}} + N_2((x))^{\frac{n+2}{m}} + \dots$$

Wir setzen dann $x = \alpha^m$, also

$$(12) \quad y = N\alpha^n + N_1\alpha^{n+1} + N_2\alpha^{n+2} + \dots$$

Eine Reihe dieser letzten Form, die entweder endlich ist oder unendlich, aber dann in endlicher Umgebung des Werthes $\alpha = 0$ convergirend, und deren erster Coëfficient N nicht Null ist, wird im folgenden, der Kürze wegen, mit $(N\alpha^n)$ bezeichnet.

§ 4. C und C' seien zwei, einander eindeutig entsprechende ebene Curven, deren Coordinaten wenigstens in endlicher Umgebung des Anfangspunktes O in Dignitätsreihen von zwei Parametern α und β ausgedrückt werden können, also

$$(13) \quad x = (A\alpha^m), \quad y = (B\alpha^n), \quad (z = 1)$$

$$(14) \quad x' = (C\beta^\mu), \quad y' = (D\beta^\nu), \quad (z' = 1).$$

Da die zwei Parameter α, β einander eindeutig entsprechen, muss zwischen ihnen eine, in endlicher Umgebung des Nullpunktes gültige, Relation von der Form

$$(15) \quad \beta = N\alpha + N_1\alpha^2 + N_2\alpha^3 + \dots$$

bestehen. Durch Einsetzung dieses Ausdrucks für β in (14) erhält man Entwicklungen von der Form

$$(16) \quad x' = (E\alpha^\mu), \quad y' = (F\alpha^\nu), \quad (z' = 1);$$

— . . . —

¹⁾ Womit natürlich nicht ausgeschlossen ist, dass durch denselben Punkt der Ebene ein anderer Zweig derselben Curve, wozu ein anderer α -Werth und andere α -Entwicklung gehören, gehen kann.

die Coordinaten der beiden Curven sind also in demselben Parameter ausgedrückt.

2. Definitionen der verschiedenen Arten singulärer Generatricen.

§ 5. Die Fläche (1) wird von der Ebene

$$(17) \quad w = 0 \text{ in der Curve } \frac{x}{r(\alpha)} = \frac{y}{\rho(\alpha)} = \frac{z}{1},$$

$$(18) \quad z = 0 \quad \text{»} \quad \text{»} \quad \text{»} \quad \frac{x}{s(\alpha)} = \frac{y}{\sigma(\alpha)} = \frac{w}{1}$$

geschnitten.

Wir nehmen hier immer an, dass die vier Funktionen r, s, ρ, σ für $\alpha = 0$ verschwinden. Diesem α -Werthe entspricht also die z -Axe. Der kürzeste Abstand von dieser Generatrix zu der folgenden α (unendlich klein von der ersten Ordnung) ist also

$$(19) \quad A = \pm \frac{r\sigma - \rho s}{\sqrt{r^2 + \rho^2}}.$$

Schneidet man die Fläche mit der durch die z -Axe gehende Ebene

$$(20) \quad y = \lambda x,$$

giebt Elimination von y

$$(21) \quad z = \frac{\lambda s - \sigma}{\rho - \lambda r}, \quad x = \frac{\rho s - r\sigma}{\rho - \lambda r} = \pm \frac{\sqrt{r^2 + \rho^2}}{\rho - \lambda r} \cdot A.$$

§ 6. Nehmen wir an, dass die Fläche, und also auch die Curve (18) die Ebene $y=0$ im Anfangspunkte O ($x=y=z=0$) berührt, können wir setzen

$$(22) \quad s = (B\alpha^m), \quad \sigma = (D\alpha^n). \quad (n > m).$$

Da die Curven (17), (18) einander eindeutig entsprechen, können wir auch, nach § 4, setzen

$$(23) \quad r = (A\alpha^\mu), \quad \rho = (C\alpha^\nu).$$

Schneiden wir nun die Fläche mit einer Ebene durch O

$$(24) \quad z = kx + ly,$$

die die Generatrix nicht enthält (wo also k und l immer endlich sind), giebt Elimination von z

$$(25) \quad \frac{x}{(1-lq)s + lr\sigma} = \frac{y}{(1-kr)\sigma + kqs} = \frac{w}{1-kr-lq}.$$

Der niedrigste α -Exponent im ersten Nenner ist m ; im zweiten entweder n oder $m+r$, also in jedem Falle $> m$. *Legt man also durch einen beliebigen Punkt einer Regelfläche ∞^2 Ebenen (wovon keine die Generatrix enthält), wird der erste Index der Schnittcurve immer derselbe.*

§ 7. Die Ebene $z = hw$ schneidet die Fläche in der Curve

$$(26) \quad \frac{x}{h(A\alpha^\mu) + (B\alpha^m)} = \frac{y}{h(C\alpha^r) + D\alpha^n} = w.$$

Der x -Index (niedrigste α -Exponent im ersten Nenner) ist von h unabhängig — mit einer einzigen Ausnahme. Für

$\mu > m$, ist er $= m$, ausgenommen für $h = \infty$;

$\mu < m$, „ „ $= \mu$, „ „ $h = 0$;

$\mu = m$, „ „ $= \mu = m$, „ „ $h = -\frac{B}{A}$.

Für einen einzigen h -Werth hat also diese Zahl ein Maximum, das offenbar wenigstens um eine Einheit grösser ist als ihr konstante Normalwerth. Wir können nun die Coordinat-Ebenen $z = 0$, $w = 0$ so gelegt annehmen, dass keine von ihnen durch diesen Maximi-Punkt geht, d. h. in (26) $\mu = m$ setzen. Da ferner, nach der Annahme, $n > m$ ist, unterscheiden wir drei Fälle:

- a) $r > m$. Der y -Index ist für jeden h -Werth (ausgenommen vielleicht $h = -\frac{B}{A}$) $>$ der x -Index; die Ebene $y = 0$ berührt also immer die Curve (26) für $\alpha = 0$, und somit auch die Fläche längs der ganzen Generatrix;
- b) $r < m$. Der y -Index ist immer (ausgenommen vielleicht für $h = 0$) $<$ der x -Index; die Ebene $y = 0$ berührt also die Fläche längs der Generatrix;

c) $\nu = m$. Aus (26) ergibt sich, nach Elimination von α^m ,

$$(27) \quad \frac{(Ah + B)y - Chx}{w} = h[h(AC_1 - A_1C) + BC_1 - B_1C]\alpha^{m+1} + \dots + D(Ah + B)\alpha^n + \dots$$

Die Tangente der Schnittcurve (26), also auch die Berührungsebene der Fläche im Punkte $\frac{x}{0} = \frac{y}{0} = \frac{z}{h} = \frac{w}{1}$, ist nun

$$(28) \quad (Ah + B)y = Chx;$$

dieselbe verändert sich mit h und wird, da h nur im ersten Grade in (28) vorkommt, niemals dieselbe für zwei verschiedene h -Werthe; während dass der Berührungspunkt die Generatrix durchläuft, dreht sich die Berührungsebene 180° ringsum diese Gerade.

Wir behandeln zuerst diesen letzten Fall c).

§ 8. *Nicht-torsale Generatricen*. Laut (26) (mit $\mu = \nu = m$) sind die Gleichungen der Generatrix

$$(29) \quad x = (A\alpha^m)z + (B\alpha^m)w, \quad y = (C\alpha^m)z + (D\alpha^m)w. \quad (n > m).$$

Für $w = 0$ ist $Cx = Ay$ die Berührungsebene; der erste Index der Schnittcurve (mit $w = 0$) ist m , der zweite $\geq m + 1$. Wir nehmen diese Berührungsebene zur Coordinat-Ebene $x = 0$; d. h. nehmen an, dass

$$\begin{array}{l} \text{für } z = 0 \text{ ist } y = 0 \text{ Berührungsebene,} \\ \text{„ } w = 0 \text{ „ } x = 0 \text{ „ „} \end{array}$$

Die Gleichungen der Generatrix können dann geschrieben werden

$$(a) \quad x = (A\alpha^n)z + (B\alpha^m)w, \quad y = (C\alpha^m)z + (D\alpha^n)w,$$

wo sowohl n als $p > m$ sind. Wir können offenbar auch $n \geq p$ annehmen.

Aus dieser Normalform (a) lassen sich folgende Schlüsse, betreffend die nicht-torsalen Generatricen, ziehen.

1) Wir schneiden die Fläche mit der Ebene $z = hw$. Der erste Index der Schnittcurve ist immer m ; der zweite kann jedweden Werth annehmen.

2) Schnitt mit der Ebene (24): Der y -Index, d. h. der niedrigste α -Exponent im zweiten Nenner in (25) befindet sich ent-

weder im Gliede $\sigma = (D\alpha^n)$, oder im Gliede $\rho s = (B\alpha^m) \cdot (C\alpha^m)$.

Dieser Index ist also:

für $n < 2m, \dots = n$;

für $n > 2m, \dots = 2m$, ausgenommen für $k = 0$, d. h. wenn die Ebene (24) dem Ebenenbüschel $z = ly$ angehört;

für $n = 2m, \dots = n = 2m$, ausgenommen für $k = -\frac{D}{BC} = -k_1$,

d. h. wenn die Ebene (24) dem Büschel $z + k_1x = ly$ angehört.

In den ∞^2 Ebenenschnitten wird also auch der zweite Index unverändert, ausgenommen für einen Ebenenbüschel, dessen Axe (die Inflexionstangente¹⁾) in der Berührungsebene liegt. In jedem solchen Ebenenbüschel ist dieser Index wenigstens um eine Einheit höher als sein Normalwerth, doch derselbe für alle die ∞^1 Ebenen.

3) Nach (19) ist der Abstand

$$(30) \quad A = \pm \frac{B\alpha^m + \dots}{\sqrt{C + k\alpha + \dots}},$$

also immer von der m ten Ordnung.

4) Schnitt mit der Ebene (20): Aus (21) ergibt sich

$$z = \frac{\lambda(B\alpha^m) - (D\alpha^n)}{(C\alpha^m) - \lambda(A\alpha^p)},$$

also nach Verkürzung mit α^m

$$z = \frac{1}{C}(B\lambda + k\alpha + \dots);$$

$$x = \pm \frac{\sqrt{(A\alpha^p)^2 + (C\alpha^m)^2}}{(C\alpha^m) - \lambda(A\alpha^p)} \cdot A;$$

also: Schneidet man die Fläche mit einer Ebene durch die Generatrix, wird diese Gerade m mal ausgestossen; die Restcurve geht durch einen mit der Lage der Ebene veränderlichen Punkt (den Berührungspunkt) und hat da immer m Punkte mit der Generatrix gemeinsam.

¹⁾ Die andere Inflexionstangente ist natürlich die Generatrix.

- a) $h = -\frac{B}{A}$ giebt $(m+l, n)$ -Punkt ($l > 0$), wo die Tangente nicht-torsal (d. h. nicht in der Torsalebene liegend) sein kann;
- b) $h = -\frac{D}{C}$ giebt $(m, n+k)$ -Punkt ($k > 0$), wo die Tangente immer torsal ist.

Den ersten Punkt bezeichnen wir im folgenden mit τ_1 , den zweiten mit τ_2 . Beide fallen zusammen für $AD = BC$.

In einem ordinären Punkte und in τ_2 hat die betreffende Schnittcurve $m-1$ Spitzen für $x=y=0$; in τ_1 kommen, wie man sieht, eine oder mehrere »Extra-Spitzen« dazu¹⁾.

3) Nach (19) ist der Abstand

$$(32) \quad A = \pm \frac{(AD - BC)\alpha^n + \dots}{\sqrt{A^2 + k\alpha + \dots}},$$

also im allgemeinen von der n ten Ordnung, von höherer aber, wenn die beiden singulären Punkte τ_1, τ_2 zusammenfallen.

4) Schnitt mit der Ebene (20): Aus (21) ergibt sich

$$z = \frac{\lambda(B\alpha^m) - (D\alpha^n)}{(C\alpha^n) - \lambda(A\alpha^m)},$$

also für $\alpha = 0$

$$\text{wenn } \lambda = 0, \text{ nach Verkürzung mit } \alpha^n, z = -\frac{D}{C},$$

$$\text{» } \lambda \neq 0, \text{ » » » } \alpha^m, z = -\frac{B}{A}:$$

also: *Schneidet man die Fläche mit einer Ebene durch die Torsale, wird diese Gerade n oder m mal ausgestossen, je nachdem die Ebene torsal ist oder nicht. Die Restcurve geht im ersten Falle durch τ_2 , im zweiten durch τ_1 .*

Aus (21) erhält man auch

$$x = \pm \frac{\sqrt{(A\alpha^m)^2 + (C\alpha^n)^2}}{(C\alpha^n) - \lambda(A\alpha^m)} \cdot A,$$

¹⁾ Der τ_1 -Punkt ist in der That derjenige, wo die Torsale »von der nächstfolgenden Generatrix getroffen wird«; der τ_2 -Punkt der Schnittpunkt der Torsale mit der von den folgenden Generatricen in der Torsalebene beschriebenen Curve.

also: Wenn die Schnittebene nicht torsal ist, hat die Restcurve mit der Torsale so viele Punkte gemeinsam, als die Ordnungszahl von A angiebt; in anderem Falle ($n - m$) Punkte weniger.

3. Anzahl und Equivalenz der singulären Generatricen.

Die Curve K .

§ 10. Jede Regelfläche kann erzeugt werden von einer Geraden, die die zusammenhörenden Punkte \dot{P}, P' zweier ebenen, einander eindeutig entsprechenden Curven C, C' verbindet. Die Ebenen dieser Curven seien E, E' ; ihre Schnittlinie L . Die Plücker'schen Charaktere der Curve $C(C')$ seien $\mu, \delta, \kappa, \nu, \tau, \iota$ ($\mu', \delta', \kappa' \dots$).

Die Ebenen E, E' seien im vorliegenden Falle $z = 0, w = 0$; die Curven C, C' also (18), (17).

Wann wird die Generatrix PP' singulär?

Die Indices der Punkte P, P' — von welchen keiner, insofern der Gegensatz nicht ausdrücklich angegeben ist, in L liegend angenommen wird — seien $(m, n), (m', n')$.

Sind m und m' ungleich, wird PP' immer torsal; denn in einer nicht-torsalen Generatrix ist ja der erste Index der Schnittcurve immer unverändert. Sei $m < m'$; m wird der erste Index der Torsale, P' ist ihr τ_1 -Punkt; die Torsalebene wird bestimmt von der C -Tangente. Für $n \leq n'$ ist n der zweite Index der Torsale; für $n > n'$ ist P der τ_2 -Punkt.

Es sei nun $m = m'$. Wenn die Tangenten T, T' der Curven C, C' in P, P' einander in L treffen, wird die Generatrix torsal (denn in einer nicht-torsalen kann ja die Berührungsebene nicht dieselbe in zwei verschiedenen Punkten sein); ihr erster Index ist m , der zweite die kleinere der Zahlen n, n' . In anderem Falle wird PP' eine m -Generatrix.

§ 11. Um zu entscheiden, wenn der erste Fall eintritt, lassen wir die Ebene E' mittelst Drehung um L mit E zusammenfallen. Die Curven C, C' liegen nun in derselben Ebene; wir untersuchen die Curve K , d. h.

den Ort des Schnittpunktes zwei entsprechender Tangenten T, T' dieser beiden Curven.

Jeder Schnittpunkt dieser K mit L (kurz jeder KL -Punkt) giebt offenbar Ursprung einer Torsalen.

Nach einem bekannten Satze¹⁾ ist die Ordnung der $K = \nu + \nu'$; ihr Geschlecht ist natürlich dasselbe als dasjenige der C und C' .

Die Gleichungen der T, T' sind, nach (17), (18),

$$y - \sigma z = \frac{d\sigma}{ds}(x - sz), \quad y - \rho z = \frac{d\rho}{dr}(x - rz);$$

die Coordinaten des K -Punktes also

$$\frac{x}{\sigma - \rho + r \cdot \frac{d\rho}{dr} - s \cdot \frac{d\sigma}{ds}} = \frac{y}{\sigma \cdot \frac{d\rho}{dr} - \rho \cdot \frac{d\sigma}{ds} + \frac{d\rho}{dr} \cdot \frac{d\sigma}{ds}(r - s)} = \frac{z}{\frac{d\rho}{dr} - \frac{d\sigma}{ds}}.$$

Für $\frac{d\rho}{dr} = \frac{d\sigma}{ds}$ (d. h. für T und T' parallel, wenn $z = 0$ die unendliche Gerade ist) treffen T, T' einander in L . Geschieht dieses für $\alpha = 0$, giebt die Ordnung der unendlich kleinen Grösse

$$(c) \quad \frac{d\rho}{dr} - \frac{d\sigma}{ds}, \text{ oder } \frac{\rho'(\alpha) \cdot s'(\alpha) - r'(\alpha) \cdot \sigma'(\alpha)}{r'(\alpha) \cdot s'(\alpha)}, \text{ kurz } \frac{\rho's' - r'\sigma'}{r's'}$$

offenbar die Anzahl der entsprechenden KL -Punkte an²⁾.

§ 12. Es seien nun r, s, ρ, σ in der Normalform (b) (§ 9) ausgedrückt. Die Ordnung der Grösse (c) benennen wir dann den *Rang* der betreffenden (m, n) -Torsale. Diese Zahl ist also im allgemeinen $= n - m$, und kann nicht höher werden, insofern nicht $AD = BC$, d. h. wenn τ_1 und τ_2 zusammenfallen. In

¹⁾ Siehe z. B. CREMONA, Einleitung in eine geom. Theorie der ebenen Curven. Deutsch v. CURTZE; S. 117.

²⁾ Wenn diese Grösse (c) *identisch* $= 0$ ist, ist bekanntlich die von der Geraden PP' erzeugte Fläche abwickelbar; die Curve K besteht nur von der Geraden L , mehrmals gerechnet. Offenbar gilt auch der umgekehrte Satz.

solchem Falle sagen wir, dass der Rang »extra-ordinär« ist $= n - m + \pi^1$).

Nehmen wir statt E' ($w = 0$) eine andere Ebene E'' durch L (es sei $z = hw$), folglich statt C' eine Curve C''

$$\frac{x}{hr + s} = \frac{y}{hq + \sigma} = w,$$

so wird, nach dem Zusammenfallen der Ebenen, die Anzahl der KL -Punkte angegeben von der Ordnung der unendlich kleinen Grösse $\frac{h(\rho's' - r'\sigma')}{s'(hr' + s')}$, also dieselbe wie voraus, mit Ausnahme des einzigen Falles, da $(hr' + s')$ von höherer Ordnung als r' ist, d. h. wenn die Ebene E'' durch den τ_1 -Punkt geht.

§ 13. Eine (1, 2)-Torsale, deren τ_1 und τ_2 getrennt sind, und deren Rang also *eins* ist, benennen wir eine Elementar-Torsale, kurz eine \mathfrak{E} . Die Indices ihrer ebenen Schnittcurve

in τ_1 sind also $(1 + k)$ und 2 ,

» τ_2 » » 1 und $(2 + l)$,

wo k, l ganze positive Zahlen sind. In jedem Falle hat also die erste Curve eine einzige Spitze in τ_1 .

¹⁾ Der Rang giebt in der That an, wie *vielfach* das Tangentenpaar T, T' ist, vom K -Punkte, *als in der Geraden L liegend*, gezogen. Der Grad dieser Vielfachheit ist natürlich im allgemeinen = die Ordnungszahl dieser beiden Tangenten = der erste Index der Curve K im betreffenden Punkte; wenn aber diese Curve die Gerade L berührt, kann der Rang höhere Werthe erreichen.

Ein einfaches Beispiel aus dem dualistisch entsprechenden Gebiete erhellt dieses Verhältniss. In einer Ebene seien gegeben zwei projektivische gerade Systeme von Punkten P, P' ; die Gerade PP' einhüllt bekanntlich einen Kegelschnitt; ihr Berührungspunkt mit demselben sei B . In dieser Geraden liegt natürlich *im allgemeinen* ein einziges Paar entsprechender Punkte P, P' ; in derselben aber, *als von B aus gezogen*, liegen derer *zwei*, da nämlich die Gerade selbst in solchem Falle als doppelt zu betrachten ist.

Es sei auch im Vorbeigehen hier bemerkt, dass der extra-ordinäre Überschuss π des Ranges einer (m, n) -Torsale über dem normalen Betrage $(n - m)$ keineswegs immer derselbe ist als derjenige der Ordnung der unendlich kleinen Grösse \mathcal{A} (32) über ihrem normalen Betrage n . Solches gilt freilich für $\pi = 1$, aber nicht weiter, da der Rang und der Abstand \mathcal{A} in der That von verschiedenen Grössen ($\rho's' - r'\sigma'$ und $qs - r\sigma$) abhängen.

Wenn nun E, E' in getrennter Lage angenommen werden, ist es, nach § 10, für die Entstehung einer solchen Elementar-Torsale die nothwendige und hinreichende Bedingung

entweder dass P, P' ordinäre (1, 2)-Punkte sind, deren Tangenten einander in L treffen, und zwar so, dass nach dem Zusammenfallen der beiden Ebenen der entsprechende KL -Punkt einfach wird;

oder dass der eine der Punkte P, P' ordinär ist, der andere eine einzige Spitze enthält, und ihre Tangenten einander in L nicht treffen.

§ 14. Die ganze \mathfrak{Z} -Anzahl τ einer Regelfläche von der Ordnung k und dem Geschlechte p kann hieraus berechnet werden. Die Ordnung der Doppelcurve der Fläche sei b , also

$$(33) \quad (k-1)(k-2) = 2(p+b).$$

Die zwei ebenen Schnitte der Fläche sind von der Ordnung k ; die Anzahlen $(\delta + \alpha), (\delta' + \alpha')$ ihrer Doppelpunkte und Spitzen $= b$; ihre Klassen ν, ν' also

$$k(k-1) - 2b - \alpha, \quad k(k-1) - 2b - \alpha'.$$

Lässt man die Ebenen der Curven zusammenfallen, wird die Ordnung der Curve K , also auch die Anzahl ihrer Schnittpunkte mit $L = \nu + \nu' =$

$$(34) \quad 2k(k-1) - 4b - (\alpha + \alpha').$$

Alle diese Schnittpunkte erzeugen aber nicht Torsalen. Auf L treffen nämlich C, C' einander in k entsprechenden Punkten; in jedem von diesen hat K eine Spitze. Denn da sowohl T als T' in einem solchen Punkte als *doppelte* Tangente zu betrachten ist, wird K daselbst von jeder von diesen zwei verschiedenen Geraden in zwei zusammenfallenden Punkten getroffen. Von der Zahl (34) muss also $2k$ abgezogen werden.

An der anderen Seite müssen dazu die Anzahlen α, α' der Spitzen — von denen jede einer \mathfrak{Z} Ursprung giebt — addirt werden; man findet also

$$(35) \quad \tau = 2k^2 - 4k - 4b;$$

oder, nach Elimination von b zwischen (33) und (35),

$$\tau = 2k + 4(p - 1).$$

(Vgl. LÜROTH, l. c. in § 1).

§ 15. Alle übrigen singulären Generatricen können, wie wir nun zeigen werden, als von \mathfrak{Z} zusammengesetzt betrachtet werden. Wir beginnen mit den nicht-torsalen.

Eine m -G verbindet, wie oben (§ 10) gezeigt ist, zwei Punkte P, P' (einen in jeder Ebene E, E'), deren erster Index m ist, und von denen jeder also $m - 1$ Spitzen enthält. Wären diese $2(m - 1)$ Spitzen an verschiedenen Punkten vertheilt, von denen jeder einem ordinären $(1, 2)$ -Punkte in der anderen Curve entspräche, so würden in dieser Weise ebensoviele \mathfrak{Z} entstehen. Es ergibt sich also: *Eine m -G ist mit $2(m - 1)$ Elementar-Torsalen equivalent.*

§ 16. Wir behandeln nun die Frage: Mit wie vielen \mathfrak{Z} ist eine (m, n) -Torsale vom Range $R = n - m + \pi$ equivalent? Diese Zahl sei hier mit τ' bezeichnet.

Wir nehmen zuerst an, dass die beiden, die Regelfläche schneidenden Ebenen E, E' die (m, n) -Torsale in zwei ordinären Punkten P, P' treffen (keine in τ_1). Jeder von diesen Punkten enthält $m - 1$ Spitzen. Beim Zusammenfallen der Ebenen bekommt die Curve K im entsprechenden Punkte in L so viele Punkte, als die Ordnung der unendlich kleinen Grösse (c) in § II; also hier $(n - m + \pi)$ Punkte. Jeder für sich von diesen und ebenso jede für sich der $2(m - 1)$ Spitzen würde eine \mathfrak{Z} geben; es folgt also

$$(36) \quad \tau' = R + 2(m - 1) = m + n + \pi - 2.$$

Dasselbe Resultat kommt hervor, wenn man statt E' eine andere Schnittebene E'' nimmt, welche durch den Punkt τ_1 geht. Die Coordinaten der in dieser Weise gebildeten ebenen Schnittcurve seien $hr + s, hq + \sigma$ von den Ordnungen $m + l, n + k$ in α . Für

1:o) $m + l < n + k$ hat C'' $m + l - 1$ Spitzen (also l »Extra-Spitzen« (§ 9)) in τ_1 , und torsale Tangente;

2:o) $m + l \geq n + k$ hat C'' $n + k - 1$ Spitzen (also $n - m + k$ Extra-Spitzen) in τ_1 , und nicht-torsale Tangente.

Wir untersuchen jeden Fall für sich.

In dem *ersten* hat die Curve C , wie früher, $m - 1$ Spitzen in P , C'' $m + l - 1$ Spitzen in τ_1 . Wir fällen die Ebenen E, E'' zusammen; der Ort des Schnittpunktes entsprechender Tangenten der Curven C, C'' sei K' . Da diese Tangenten in P und τ_1 einander in L treffen, bekommt K' daselbst eine Anzahl Punkte R' , angegeben (§ 12) von der Ordnung der unendlich kleinen Grösse $\frac{h(\varrho's' - r'\sigma')}{s'(hr' + s')}$. Also ist

$$(37) \quad R' = R - l = n - m + \pi - l,$$

denn R ist ja die Ordnung der Grösse (c) (§ 11), und die Ordnung von $(hr + s)$ ist l Einheiten grösser als diejenige von r . Die Äquivalenzzahl ν' soll nun die Summe der beiden Spitzenzahlen und R' sein, also

$$\nu' = (m - 1) + (m + l - 1) + (n - m + \pi - l),$$

was mit (36) übereinstimmt.

Der Satz (37) kann folgendermassen ausgedrückt werden:

Die Verminderung der Anzahl der KL-Punkte, welche dadurch entsteht, dass man die Schnittebene durch τ_1 statt durch einen ordinären Punkt der Torsale legt, ist eben so gross als die Anzahl der Extra-Spitzen in τ_1 .

Im *zweiten* Falle entstehen beim Zusammenfallen der Ebenen keine KL-Punkte, da die Tangenten der Curven C, C'' in P, τ_1 einander in L nicht treffen. Die Grösse $\frac{h(\varrho's' - r'\sigma')}{s'(hr' + s')}$ verschwindet nicht für $\alpha = 0$; R' ist = 0.

Sei erstens $m + l = n + k$. C'' hat $m + l - 1$ Spitzen in τ_1 (also l Extra-Spitzen; der Satz (37) gilt also auch hier), C $m - 1$ in P ; man hat also

$$\nu' = (m + l - 1) + (m - 1) = 2(m - 1) + l,$$

was mit (36) übereinstimmt, da $R = l$ ist.

Ist dagegen $m + l > n + k$, hat man nur statt $x = 0$ eine andere Ebene $Ax + By = 0$ zur Coordinat-Ebene zu nehmen, um diesen Fall zum vorigen zurückzuführen.

Die Gleichung (36) ist also für jeden Fall bewiesen.

4. Beispiele.

§ 17. Die Regelfläche *dritter* Ordnung ist immer vom Geschlechte Null; die Anzahl ihrer \mathfrak{Z} also 2.

Ist die Gleichung der Fläche in der Normalform $zx^2 = wy^2$ ¹⁾ gegeben, sind diese Torsalen

- 1) $y = z = 0$ mit der Torsalebene $z = 0$; τ_1 für $x = 0$, τ_2 für $w = 0$;
 2) $x = w = 0$ » » » » $w = 0$; τ_1 » $y = 0$, τ_2 für $z = 0$.

Die bekannte Specialität dieser Regelfläche ²⁾ entsteht einfach dadurch, dass diese beiden \mathfrak{Z} sich zu einer (1, 2)-Torsale vom Range zwei vereinigen. Dass dieselbe zugleich die Doppelgerade der Fläche wird, mag nur im Vorbeigehen bemerkt werden. In der Form der Flächengleichung $y^3 + x(xz + yw) = 0$ ist $x = y = 0$ die Torsale, $x = 0$ die Torsalebene; der gemeinsame $\tau_1 = \tau_2$ -Punkt liegt in $w = 0$.

§ 18. Die Regelfläche *vierter* Ordnung ist entweder vom Geschlechte Null oder Eins. Die Anzahl der \mathfrak{Z} ist im vorigen Falle 4, im letzteren 8.

Unter den höheren Singularitäten, die im vorigen Falle auftreten können, bemerken wir folgende:

- a) Zwei \mathfrak{Z} können sich zu einer 2-G (Cuspidal-Generatrix) vereinigen. Beisp.: Die Fläche

$$(yw - xz)^2 = (yz - xw)(x^2 - y^2)$$

wird erzeugt von der Geraden $z = \alpha x - \alpha^2 y$, $\alpha y = \alpha^2 x + w$. Die Cuspidal-Generatrix ist $x = y = 0$, entsprechend $\alpha = \infty$. Die beiden übrigen \mathfrak{Z} entsprechen $\alpha = \pm \frac{1}{2}$.

- b) Die 4 \mathfrak{Z} können sich paarweise zu zwei (1, 3)-T (»Inflexions-Torsalen») vereinigen. Beisp.: Die Fläche

¹⁾ SALMON, Anal. Geometrie d. Raumes. Deutsch v. FIEDLER. 3te Aufl. 2ter Theil, S. 366.

²⁾ Ibid., S. 369.

$$9y^3z + yz^3 - 6y^2z^2 + 3x^2yz - 3xy^2 - 3xz^2 - x^3 - 2y^2 + 6z^2 - \\ - 9yz + 3x + 2 = 0,$$

erzeugt von der Geraden

$$x = \alpha z + \frac{2(1 - \alpha^2)}{1 + 3\alpha^2} \cdot w, \quad y = \frac{\alpha(3 + \alpha^2)}{1 + 3\alpha^2} w.$$

Die Inflexions-Torsalen, entsprechend den Werthen $\alpha = \pm 1$, sind $x = \pm z$, $y = \pm w$, wo die letzte Gleichung die Torsalebene darstellt.

- c) Drei \mathfrak{I} können sich zu einer (1, 2)-T vom Range 3 vereinigen. Beisp.: Die von der Geraden

$$x = \alpha z + \frac{2\alpha w}{2 + 3\alpha}, \quad y = \alpha^2 z + \frac{4\alpha^2 w}{(2 + \alpha)(2 + 3\alpha)}$$

erzeugte Fläche. $\alpha = 0$ gibt die dreifache Torsale (es sei bemerkt, dass \mathcal{A} nur von der dritten Ordnung ist); die einzige übrige \mathfrak{I} entspricht $\alpha = \infty$.

Bidrag till kännedomen om våra solitära getingars
lefnadssätt.

Af CHRISTOPHER AURIVILLIUS.

2. 1)

[Meddeladt den 12 December 1888.]

Under förliden sommar var jag i tillfälle att ånyo någon tid vistas på det ställe i Norra Roslagen, Valmar i Häfverö församling, der jag sommaren 1886 gjorde iakttagelser öfver två af våra solitära getingars lefnadssätt. Jag är derigenom nu i tillfälle att tillägga ett och annat till minna förut gjorda iakttagelser samt dessutom meddela något om ett par andra arters lefnadsvanor. Förutom den i föregående uppsats omtalade väggen lyckades jag i år äfven upptäcka ett par andra lokaler, som utmärkt lämpade sig för observationer på getingar och en del andra steklar. Några mera aflägsset liggande lador voro nämligen täckta med ett lager af afskuren vass (*Phragmites communis*). De öppna vassrören i takkanten erbjödo utmärkta bostäder för getingarne och voro äfven så upptagna af dylika, att under dagens varmaste timmar en hel svärm af olika getingar ständigt surrade framför takkanten. Vassrören voro också synnerligen lätta att öppna och undersöka invändigt, hvarigenom jag blef i tillfälle att iakttaga en del förhållanden, som knappast kunna iakttagas hos arter, som bo i en trävägg.

1) Se Bihang t. Vet. Akad. Handlingar, Bd 12: 4, N:o 5.

1. *Hoplomerus spinipes* L.

Denna vanliga art anträffades byggande i hård lera, som uppkastats ur ett dike. Såsom redan RÉAUMUR¹⁾ omtalar, förser den ingången till sina bon med ett af små lerbitar bygd, gallerformigt genombrutet och oftast åt sidan böjdt rör. Det förvånade mig att finna, huru väl ingången derigenom doldes; ty om ej några rör varit afbrutna så, att mynningen stått öppen, skulle jag sannolikt ej hafva upptäckt den lilla kolonien.

Larven är jämförelsevis kort och tjock, gul till färgen. Hufvudet är blekare, hvitaktigt, och de 13 skarpt afsatta, på midten liksom ringformiga kroppslederna äro prydda med fina strimmor, som på de flesta ställen äro långsgående.

Den af honan gräfdä gången går endast ett kortare stycke rakt ned och böjer sedan af åt sidan så, att den blir parallel med jordytan, och utvidgar sig till 1—2 larvkammare. I dessa kammare fann jag en större mängd larver af en *Phytonomus*-art hopade. När alla de infångade larverna voro fullväxta, hade getingen nöjt sig med 7—8 larver, men då en del eller alla larverna voro små, funnos ända till 15—17 stycken i samma håla. Här af framgår, att getinghonan förstär att bedöma larvernas storlek och rätta antalet derefter. Genom en tillfällighet lyckades jag att samtidigt i det fria påträffa en dylik *Phytonomus*-larv och genom dess kläckning förvissa mig om, att de af *H. spinipes* insamlade larverna tillhöra *Phytonomus polygoni* L. Jag håller för sannolikast, att äfven de minsta af *H. spinipes* insamlade larverna tillhöra denna *Phytonomus*-art, ehuru de voro något afvikande till färgen. I alla händelser är säkert, att alla de af denna art insamlade larverna tillhöra släktet *Phytonomus*. Getingen förstär således mycket väl att skilja dessa skalbaggs-larver från fjärillarver, en uppgift, som kanske ej skulle visa sig så lätt för en person, som ej sysslat med entomologi.

¹⁾ Mémoires p. servir à l'Hist. des Insectes t. 6. 1742. s. 251 t. 26 f. 1—10.

Utanför ingången till denna arts bon påträffade jag upprepade gånger ett par guldsteklar, som jag aldrig iakttog i eller vid de andra arternas bon. Dessa guldsteklar voro *Hedychrum roseum* ROSSI och *Chrysis viridula* L. Dessa båda arter torde således endast lefva hos getingar, som bygga i jorden.

2. *Lionotus pubescens* THOMS.

Denna art förekom ännu rätt talrik i samma rödmålade vägg, i hvilken jag fann den 1886. Dess lefnadssätt var ock det samma. På andra håll sökte jag den förgäfvos.

I början af juni månad lyckades jag att ur dess bon kläcka flere exemplar af *Anthrax aethiops* FABR., som hos den lefver såsom parasit. Anthrax-pupporna äro försedda med skarpa taggar på hufvudet och med taggar på bakkroppens leder och likna således i allt väsentligt puppan af *Anthrax trifasciata*, sådan den beskrifves och afbildas af FABRE i sista delen af hans ryktbara arbete¹⁾. Med tillhjälp af dessa taggar banar sig puppan kort före kläckningen ut genom de trenne hårda lerväggar, som tillsluta utgången. När puppan kommit så långt ut, att en del af framkroppen skjuter ut i det fria, upphör den med sitt arbete och kläkes inom kort. Kläckningen försiggick i allmänhet på morgonen kl. 9—11, och den nykläckta flugan kunde då anträffas sittande helt stilla på väggen i närheten af puppan. Såsom nykläckt har *Anthrax aethiops* ett annat utseende än den sedan får, ty kroppens och vingarnes svarta färg är då grå och antager först efter flere timmar den för arten karakteristiska mörka färgtonen.

Hos denna art lefver helt säkert äfven *Chrysis ignita* L. såsom parasit. Den sågs nämligen flitigt besöka väggen och sitta på lur vid mynningarne till getingens bon. Jag lyckades emellertid ej att kläcka något exemplar, hvilket möjligen kunde bero derpå, att *Chrysis ignita* redan framkommit, då jag i början af juni ankom till Valmar.

¹⁾ J. FABRE Souvenirs Entomologiques. Troisième Série. Paris 1886 p. 148.

Genom att fästa små glaströr öfver boens mynningar kunde jag kontrollera, hvad som framkom ur dem och erhöll dervid aldrig mer än två getingar ur samma ingång, hvilket synes visa, att arten, såsom jag i min förra uppsats angifvit, ej bygger mer än två larvkammare på hvarje ställe. I de fall då jag erhöll två exemplar ur samma bo, voro dessa af samma kön, men det behöfver sannolikt dock ej vara regel.

3. *Odynerus murarius* L.

Af denna intressanta art fans i år knappt mer än en enda hona, som bygde i väggen. Sedan denna på ett par ställen redan tillstängt sina bon och på öfligt sätt rödfärgat ingången, beslöt jag att försöka pröfva hennes färgsinne. Sedan hon derföre börjat sitt arbete på ett annat ställe och redan insläpat den första larven af *Lina populi* i sitt bo, passade jag på om natten och målade halfva omkretsen kring ingången mörkblå. Dervid gjorde jag den iakttagelsen, att honan om natten sitter inuti det halffärdiga boet och bevakar ingången. Ehuru jag på allt sätt sökte undvika att störa djuret och skaffat mig en giftfri färg, som hastigt torkade, visade det sig dock följande dag, att djuret så illa uppskattade den yttre prydnaden kring boet, att det öfvergifvit det halffärdiga arbetet för att aldrig återkomma. Min förhoppning att få se på hvad sätt boet i detta fall skulle tillstängas blef derföre alldeles gäckad, och något tillfälle till nytt försök erbjöd sig ej.

Genom en annan upptäckt på annat håll blef jag dock i någon mån tröstad öfver min misräkning. Ut i mitt förra meddelande har framhållits, att denna arts egendomliga vana att belägga ingången till sina bon i väggen med röda spånor, ej kunde vara en enstaka stående vana, utan stå i något sorts samband med artens bygnadssätt, då den bygger under andra förhållanden. För att utröna detta, sökte jag att upptäcka artens bo på annat håll och lyckades verkligen påträffa några

individer, som slagit upp sina bopålar i de ofvan omtalade vassstråna. Jag fann dervid min förmodan bekräftad, ty det visade sig, att djuret äfven här, sedan det inlagt 3 stycken larver af *Lina populi* och gjort några inre mellanväggar af lera, beklädde den yttersta lerproppens yta med små träbitar. Träbitarne voro dock härvidlag grå och ungefär af samma färg som vassrörets af ålder affärgade kanter.

Då nu andra getingar, arter af släktet *Ancistrocerus*, som bodde i vassrören, endast tillstängde ingången med lera, framgår häraf, att *Odynerus murarius* tydligen har för artvana att under alla förhållanden bekläda boets ingång med ett lager af träspånor; en vana, som väl utan tvifvel står i samband med, att den egentligen är en i trä byggande art.

Några utländska författare¹⁾ uppgifva, att denna art skulle bygga i jorden och till och med förfärdiga en ingång af lera framför boets mynning. Jag hyser ej den minsta tvekan om, att denna uppgift helt och hållet är oriktig och beror på en förväxling med någon annan art, t. ex. *O. nidulator* SAUSS. eller *crassicornis* PANZ. Om den förra verkligen bygger i jorden, synes mig detta vara ett bevis för, att den är en från *murarius* skild art.

Genom undersökning af vassrör fann jag att *O. murarius*, liksom följande art och troligen de flesta *Odynerus*-arter, sedan boningen blifvit färdig, aldrig först lägga ett ägg och sedan begifva sig ut på jagt efter byte.

Såsom parasiter hos *O. murarius* torde med all sannolikhet förekomma *Chrysis nitidula* L. och *Anthrax sinuata* FALL., som båda besökte den röda väggen och synas något för stora för att lefva hos *Lionotus pubescens*.

¹⁾ ANDRÉ, Species des Hyménoptères T. 2. s. 655 och RECHBERG, Fauna Ins. Helvetiæ. Hymenoptera Diploptera, s. 34. Bådas uppgift härrör sannolikt från samma otillförlitliga källa, men jag har ej lyckats få reda på, hvarifrån uppgiften i första hand härleder sig.

4. **Odynerus bifasciatus** L. (THOMS.)².

(O. Allobrogus SAUSS.)

Hanarne till denna art svärmade i början af juli i stora massor framför vassrörskanten å ladorna, och senare fann jag honorna i mängd byggande i vassrören.

Denna art för ett lefnadssätt, som i mycket påminner om, hvad jag iakttagit hos *O. murarius*. Den fångar till föda åt sina larver en liten *Chrysomela*-larv, som jag anser tillhöra *Phyllodecta vulgatissima* eller *vitellinae*, och inlägger, sedan ägget lagts, i hvarje rum 6—12 skalbaggs-larver, allt eftersom dessa äro större eller mindre.

Larvkammarne äro 1—3 i hvarje rör och afstängas från det yttre genom tvärväggar af lera. Den yttersta tvärväggen är tjockare än de andra och på sin yta belagd med ett lager af grå träspånor. Den systematiska förvandtskapen mellan de båda arterna bestyrkes således här i hög grad af lefnadssättet.

I denna arts boningar påträffade jag i stor mängd den högst intressanta parasitstekel af pteromalidernas grupp, som fått namn af *Melittobia Audonini* WESTW. Denna art är, så vida Thomsons *Melittobia Osmia* är en skild art, förut ej funnen inom Skandinavien. Jag erhöi till en början endast honor, som framkommo ur några flugpuppor (*Tachina* sp.), som funnos inuti larvkamrarne. Vid undersökning af flugpupporna påträffades flere hanar inuti dessa. Af upprepade dylika iakttagelser synes framgå, att hanen ej lemnar flugpuppan utan parar sig med honan, innan hon arbetar sig ut ur deras gemensamma vagga. Detta lefnadssätt står tydligen i närmaste sammanhang med hanens blekbruna färg samt reduceringen af hans ögon och vingar. Sedermera fann jag, att *Melittobians*-larver äfven i stort antal angrepo getingens larver och puppor. Den är således

¹) Dass diese Art Linnés *Vespa bifasciata*, Fauna Suecica p. 419 (1761), ist, kann wenigstens ein schwedischer Entomolog gar nicht bezweifeln. Wie Rehbberg (l. c.) Linnés Art zum *debilitatus* SAUSS., welcher bei uns nicht gefunden ist, ziehen kann, ist mir ganz unbegreiflich.

ej alls så nogräknad på sin föda, som andra parasitsteklar, utan lefver nästan af hvilka insekter som helst, som bo i mörka håligheter. Den är nämligen i England och Frankrike funnen som parasit, ej allenast på *Chalicodoma muraria* och några andra bin, utan äfven på Chalicodomans parasit *Monodontomerus*.

De Melittobia-larver, som lefde på getingens larver och puppor voro fullkomliga ektoparasiter. På grund deraf förvånade det mig mycket, att *Melittobian* äfven kunde vara flugparasit, i det jag antog, att den i så fall måste vara endoparasit. Vid närmare undersökning fann jag emellertid, att Melittobiahonan lägger sina ägg mellan fluglarvens förhårdnade hud och sjelfva flugpuppan så, att Melittobia-larverna äfven i detta fall ingalunda äro endoparasiter, utan helt enkelt lefva utanpå flugpuppan mellan den och larvhuden. Allt eftersom Melittobia-larverna tillväxa, krymper flugpuppan ihop, och på så sätt finnes alltid godt utrymme för parasitlarverna. När dessa äro fullvuxna, finnes så godt som intet kvar af flugpuppan och larvhudens inre är helt och hållet uppfyllt af Melittobia-larverna.

5. *Odynerus elegans* WESM.

Af denna art, som förut ej var representerad i riksmusei samlingar, fann jag ett exemplar, ♀, på en umbellat tillsammans med *O. angustatus* ZETT., som var ytterst allmän på umbellater.

6. *Odynerus fuscipes* HERR. SCHÄFF.

En hane af denna sällsynta art påträffade jag tillsammans med de föregående. Den öfverensstämmer med Saussures beskrifning på detta kön och skiljer sig från honan derigenom, att clypeus, fram- och mellantibierna på utsidan samt första tarsleden å alla benparen äro gula. Deremot öfverensstämmer den med honan i afseende på den af THOMSON först framhållna karakteren, att mesosterni upphöjda list fortsätter sig ända upp till prosternum.

Skänker till Vetenskaps-Akademiens Bibliothek.

(Forts. fr. sid. 586.)

Tromsö. *Museum.*

Aarshefter. 11. 1888. 8:o.

Aarsberetning. Aar 1887. 8:o.

Amsterdam. *K. Akademie van Wetenschappen.*

Verhandelingen. Afd. Natuurkunde. D. 26. 1888. 4:o.

» » Letterkunde. D. 17. 1888. 4:o.

Verslagen en Mededeelingen. Afd. Natuurkunde. (3) D. 3—4. 1887
—88. 8:o.

» Letterkunde. (3) D. 4. 1887. 8:o.

Jaarboek. Jaar 1886—87. 8:o.

Småskrifter. 3st.

— *K. Zoologisch Genootschap Natura artis magistra.*

Bijdragen tot de Dierkunde. Afl. 14—15: 1—2; 16; Feestnummer. 4:o.

Belfast. *Natural history & philosophical society.*

Report and proceedings. Year 1887/88. 8:o.

Belgrad. *Académie R. de Serbie.*

Glas. (Bulletin.) 1—9. 1887—1888. 8:o.

Godišnjak. (Almanach.) 1(1887). 1. 8:o.

Spomen. . . (Minnestal öfver J. PANTSCHITSCH.) 1888. 8:o.

Berlin. *Internationale Erdmessung. — Association géodésique internationale.*

Verhandlungen der Conferenz der permanenten Commission abgehalten
zu Nizza 1887. — Comptes-rendus des séances. . . 1888. 4:o.

» Supplement. FERRERO, A., Rapport sur les triangulations.
1888. 4:o.

— *K. Preussisches Geodätisches Institut.*

Gradmessungsnivellement zwischen Anclam und Cuxhaven. 1888. 4:o.

Boston. *American academy of arts and sciences.*

Memoirs. Vol. 11: N:o 6—7. 1887—88. 4:o.

Proceedings. Vol. 23: P. 1(1887/88). 8:o.

Bruxelles. *Société R. malacologique de Belgique.*

Annales T. 22(1887). 8:o.

Budapest. *Magyar tudományos akadémiá.*

Matematikai és természettudományi Közlemények. Kötet 22: Sz. 1—8.
1886—88. 8:o.

értésítő. K. 5: Füz. 6—9; 6: 1.
1887. 8:o.

Értekezések a természettudományok Köréből. K. 16: Sz. 7; 17: 2—5.
1887. 8:o.

mathematikai tudományok Köréből. K. 13: Sz. 3; 14: 1.
1887. 8:o.

(Forts. å sid. 638.)

Meddelanden från Upsala kemiska Laboratorium.

149. Om dinitronaftalinsulfonsyra och några dess
derivat.

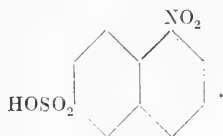
Af PAUL HELLSTRÖM.

[Meddeladt den 12 December 1888 genom P. T. CLEVE.]

Mononitronaftalinsulfonsyrorna hafva vid försök, som blifvit gjorda att af dem erhålla högre substituerade syror, i allmänhet visat sig vara i besittning af en stor förmåga att motstå inträdandet af nya substituerande radikaler i molekylen. Sa hafva försök, som gjorts att i α - och β -nitronaftalinsulfonsyrorna införa klor och brom, ej ledt till något gynsamt resultat. Äfven emot nitring visade sig en stor motståndsförmåga. Emellertid har det lyckats mig att i β -nitronaftalinsulfonsyran införa ytterligare en NO_2 -grupp, hvilket däremot ej lyckats med α -nitrosyran. Äfven dennas klorid löste sig visserligen vid användandet af den här nedan beskrifna kraftigare nitringemetoden, men ur de så erhållna produkterna har jag ej lyckats erhålla någon kristallisabel sulfonklorid. Försök att sönderdela den erhållna produkten med BaO_2H_2 för att genom Ba-salternas omkristallisering erhålla de bildade syror i rent tillstånd, ledde ej heller till det åsyftade målet, hvarföre den ursprungliga afsigten att äfven af α -nitronaftalinsulfonsyran framställa högre substituerade sulfonsyror öfvergafs.

Utgångsmaterialet för den här nedan beskrifna dinitrosulfonsyran var β -nitronaftalinsulfonsyrans klorid (smpt. 126°).

Denna syra är ett $\alpha_1 = \beta_2$ -derivat. Den är nämligen erhållen dels af β -naftalinsulfonsyra vid nitring¹⁾, dels af α -nitronaftalin vid behandling med rykande svafvelsyra²⁾. Dessutom ger dess sulfonklorid vid destillation med PCl_5 ³⁾ γ -diklor-naftalin (smpt. 48°), hvilken vid oxidation ger monoklorftalsyra⁴⁾, hvilket visar, att de båda substituerande radikalerna befinna sig i olika kärnor. Huruvida sulfongruppen står β_1 - eller β_2 -ställning till den i andra kärnan i α_1 -ställning stående NO_2 -gruppen, var, med kännedom om dessa ofvan påpekade förhållanden ensamt, ej möjligt att afgöra. På grund af den motsvarande diklor-naftalinens låga smältpunkt kunde man antaga β_1 -ställningen för den sannolikaste⁵⁾. Sedan det lyckats Hugo Erdman och Richard Kirchhoff att syntetiskt framställa den mot den ifrågasvarande sulfonsyran svarande diklor-naftalinen (smpt. 48°) genom *m*-klorfenylparakonsyrans torr-destillation och den erhållna klor-naftolens behandling med PCl_5 ⁶⁾, är det emellertid bevisadt, att sulfongruppen befinner sig i β_2 -ställning och att β -nitronaftalinsulfonsyran således är:



Om denna syras sulfonklorid löses i isättika, och lösningen försattes med röd, rykande salpetersyra i öfverskott, så utkristalliserar, t. o. m. efter längre tids uppvärmning på vattenbad, vid lösningens afsvanande oförändrad sulfonklorid. Ej ens då lösningen afdunstades till nära torrhet, angreps sulfonkloriden i någon nämnvärd grad, utan erhöles större delen af den använda sulfonkloriden tillbaka oförändrad.

1) Öfversigt af K. Sv. Vet.-Akad. Förh. 1876, N:o 7, sid. 47.

2) " " " " " 1887, N:o 10, sid. 733.

3) " " " " " 1876, N:o 7, sid. 57.

4) " " " " " 1878, N:o 5, sid. 4.

5) " " " " " 1887, N:o 10, sid. 740.

6) Justus Liebigs Annalen der Chemie, Bd 247, häft. 3, sid. 379. (1888).

För att nitrera denna sulfonklorid, måste jag därför använda en blandning af röd, rykande salpetersyra (eg. v. 1,45) och koncentrerad svafvelsyra. Till den afkylda nitreringsvätskan sattes kloriden i små portioner; kloriden löstes småningom under värmeutveckling. Sedan lösningen blifvit mättad, utkristalliserade en ljusgul produkt i temligen långa, platta, tunna nålar. Ur moderluten erhöles nya portioner genom utfällning med vatten. Så väl den direkt utkristalliserade som den genom fällning med vatten erhållna togs därefter på filtrum och tvättades med vatten så länge, tills filtratet ej längre smakade surt. Efter utpressning fick den därefter lufttorka, hvarpå den pulveriserades och åter uttvättades med vatten genom med filtrering förbunden dekantation. Den på detta sätt från nitreringsvätskan *fullständigt* befriade produkten löstes därpå i isättika. Genom några omkristalliseringar ur benzol och isättika erhöles sålunda en vid 145° smältande produkt, som vid analys visade sig vara en dinitronaftalinsulfonklorid (se sid. 619). Af denna framställes derpå den fria syran jämte alla dess här nedan beskrifna derivat.

Den fria syran erhålles genom sönderdelning af sulfonkloriden med vatten vid 100°, antingen i slutet rör eller enklare genom kloridens kokning med vatten under längre tid. Den bildar vid frivillig afdunstning en gul, sirapsliknande massa, hvilken efter någon tid antar kristallinisk struktur, och bildar en kristallkaka af fina, atlasglänsande, hvita nålar. Då det visade sig svårt att fullständigt befria den från moderlut, blef den ej analyserad. Dinitronaftalinsulfonsyran är en stark syra, som med största lätthet utdrifver kolsyra ur karbonat, under bildande af motsvarande sulfonat. Den har starkt sur reaktion och smakar kärft och sammandragande. Kristalliserad håller den tydligen kristallvatten: den vittrar nemligen så småningom i luften, hastigare vid torkning öfver svafvelsyra.

Salter af dinitronaftalinsulfonsyra.

De flesta af de undersökta salterna kristallisera utmärkt väl, vanligen i platta, till färgen mer eller mindre gulaktiga

nålar. De utmärka sig i ännu högre grad än mononitrosyrornas genom en intensivt bitter smak. Deras löslighet varierar betydligt; under det att Mg- och Zn-salterna sålunda endast med svårighet kunna fås att kristallisera, utkristalliserar däremot blysaltet nästan fullständigt t. o. m. ur en ganska utspädd varm lösning, redan innan den antagit rummets temperatur. De äro allesammans ganska beständiga och kunna utan sönderdelning upphettas till 180° , men vid högre temperatur sönderdelas de under stark gasutveckling och pösning, hvilket förhållande betydligt försvårar deras analyserande.

Ba-saltet är framställt genom sulfonkloridens sönderdelning med $Ba(OH)_2$, Na-, H_4N -, Ag-, Cu- och Mg-salterna genom Ba-saltets sönderdelande med motsvarande sulfat i beräknad mängd; de öfriga af den fria syran med motsvarande karbonat.

Kaliumsaltet — $C_{10}H_5(NO_2)_2 \cdot SO_3K$ — kristalliserar i långa, mjuka, hårfina, gula nålar, vanligen förenade till bollika agregat. Saltet är ganska svårslösligt i kallt vatten. Vattenfritt.

Analys: I procent

	Funnet.	Beräknadt.
K	11,41	11,60.

Ammoniumsaltet — $C_{10}H_5(NO_2)_2 \cdot SO_3NH_4$ — kristalliserar i tunna taflor eller breda, platta, ofta till knippen förenade nålar, som äro ganska svårslösliga i vatten. Saltet är vattenfritt.

Analys: I procent

	Funnet.	Beräknadt.
N	13,34	13,33.

Natriumsaltet 2 $[C_{10}H_5(NO_2)_2 \cdot SO_3Na] + H_2O$ — afsätter sig vid afsvalning af en varm, mättad lösning i små, gula, värtlika gyttringar af mikroskopiska, tunna, platta nålar. Det är ganska lättlösligt i varmt vatten.

Analys: I procent

	Funnet.	Beräknadt.
Na	6,86	6,99
H_2O	3,07	2,73.

Silversaltet — $C_{10}H_5(NO_2)_2 \cdot SO_3Ag$ — kristalliserar, om en någorlunda utspädd lösning får frivilligt afdunsta, i grupper

af korta, tjocka, gula, luftbeständiga kristaller. Det är ganska svårslösligt i vatten.

Analys: I procent

	Funnet.	Beräknadt.
Ag	26,83	26,66.

Kalciumsaltet — $[C_{10}H_5(NO_2)_2SO_3]_2Ca + 2 H_2O$ — kristalliserar i knippen af gula, platta, mycket väl utbildade, spegelblanka nålar. Temligen svårslösligt. Då vid dess analyserande koncentrerad svafvelsyra tillsattes, löstes saltet vid lindrig uppvärmning fullständigt och stelnade vid afsvälning kristalliniskt, hvilket torde bero på bildningen af en disulfonsyra.

Analys: I procent

	Funnet.	Beräknadt.
Ca	5,81	5,97
H ₂ O	5,82	5,37.

Bariumsaltet — $[C_{10}H_5(NO_2)_2 \cdot SO_3]_2Ba + 5 H_2O$ — kristalliserar i små, platta, gula nålar, som vanligen äro flockligt förenade. Saltet är svårslösligt i vatten. Vid förbränning pöser det upp. Det vittrar och förlorar i exsikator långsamt 3 mol. kristallvatten, de båda öfriga först vid en temperatur öfver 100° C.

Analys: I procent

	Funnet.	Beräknadt.
Ba	16,36	16,68
H ₂ O	10,27	10,96.

Blysaltet — $[C_{10}H_5(NO_2)_2 \cdot SO_3]_2Pb + 3 H_2O$ — är af alla de undersökta salterna det mest svårslösliga. Vid en varm lösnings afsvälmande kristalliserar det i utmärkt vackra, mjuka, ljusgula, långa nålar.

Analys: I procent

	Funnet.			Beräknadt.
	a.	b.	c.	
Pb	—	—	24,23	24,21
H ₂ O	6,59	6,16	6,97	6,69.

Magnesiumsaltet — $[C_{10}H_5(NO_2)_2 \cdot SO_3]_2Mg + 8 H_2O$ — är mycket lösligt. Först efter längre tids hvila stelnade den koncentrerade lösningen till en laxgul kristallkaka, bestående af

mikroskopiskt små nålar. Det förlorar sitt kristallvatten fullständigt vid 100°.

Analys: I procent

	Funnet.	Beräknadt.
Mg	3,15	3,15
H ₂ O	19,29	19,42.

Zinksaltet — $[C_{10}H_5(NO_2)_2 \cdot SO_3]_2Zn + 9 H_2O$ — är ytterst lösligt. Den starkt koncentrerade lösningen afsatte efter längre tids stående en kristallmassa, som under mikroskopet visade sig bestå af små, fyrsidiga tafloer, som ibland antagit en mer långsträckt habitus och förenat sig med hvarandra till fjäderformiga agregat. Äfven detta salt var till färgen ljusgult.

Analys: I procent

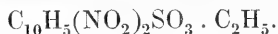
	Funnet.	Beräknadt.
Zn	7,94	7,91
H ₂ O	19,72	19,73.

Kopparsaltet — $[C_{10}H_5(NO)_2 \cdot SO_3]_2Cu + 4 H_2O$ — kristalliserar i längre och kortare, väl utbildade, gröngula nålar, som stundom äro tafvelformiga; vid långsam kristallisation i halfklotformiga agregat af jämförelsevis stora, korta, tjocka nålar. Temligen lösligt. Förlorar sitt kristallvatten vid 100° C.

Analys: I procent

	Funnet.	Beräknadt.
Cu	8,60	8,64
H ₂ O	9,76	9,87.

Dinitronaftalinsulfonsyrans etyleter,



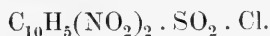
Väl torkadt och pulveriseradt silfversalt uppvärmdes på vattenbad med något mer än beräknad mängd etyljodid. Sedan reaktionen afslutats, afdrefs öfverskottet af etyljodiden, och återstoden utkokades upprepade gånger med alkohol, så länge något löstes. Vid den filtrerade alkohollösningens afsvanande afsatte sig etyletern i långa, fina, snöhvita nålar. Efter en omkristallisering ur alkohol befanns smältpunkten vara konstant 153—

154°. Denna liksom äfven sulfonkloriden stelnar vid afsvalning glaslikt och antar först efter längre tid kristallinisk struktur, hvarföre smältpunkten bestämdes på i kapillärrör inlagd, pulveriserad substans. Svåröslig i kall, temligen löslig i kokande alkohol. Af utspädd alkohol sönderdelas den. I gasolja och benzol mycket svåröslig.

Analys: 1 procent

	Funnet.	Beräknadt.
C	44,17	44,17
H	3,61	3,07.

Dinitronaftalinsulfonsyrans klorid,



Denna erhålles, såsom redan är nämnt, genom nitring af β -nitronaftalinsulfonklorid (smpt. 126°). Den bildar direkt utkristalliserad ur nitringvätskan tunna, platta, ända till tumslånga, gula nålar. Ur isättika kristalliserar den i små, tunna, fyrsidiga, färglösa tafloer med väl speglande ytor; ur benzol, med $\frac{1}{2}$ mol. kristallbenzol, i långa, fina nålar, som i luften småningom vittra och förlora sin kristallbenzol. Ur kloroform kristalliserar den i temligen stora, väl utbildade kristaller, hvilkas kristallform Herr Helge Bäckström på Stockholms högskolas mineralogiska institut benäget undersökt och därom meddelat:

»Dinitronaftalinsulfonsyreklorid.

Monosymmetriska kristallsystemet.

Axelförhållande: $a : b : c = 0,4328 : 1 : ?$; $\beta = 80^\circ 39'$.

Uppträdande ytor äro: $oP(001)$; $\infty P \infty(100)$ och $\infty P(110)$.

Kristallerna äro städse tafvelformiga efter (001) samt derjemte oftast utdragna efter ortoaxeln; de synas i regeln förekomma med (001) som användningsyta samlade till något så när parallela grupperingar, hvarigenom vertikalzoven oftast företer störd utbildning och alltså icke tillåter några noggranna mätningar.

Mätt.		Beräknadt.
medel.	gräuser.	
(100):(001) = 80° 39'	80° 20'—50'	—
(100):(110) = 66° 16'	66° 0'—31'	—
(110):(110) = 47° 38'	47° 34½'—40'	47° 28'
(110):(001) = 86° 9½'	86° 7'—11½'	86° 15'.

De optiska axlarna ligga i symmetriplanet, på ortopinakoiden utträder en bisektris temligen vinkelrätt. — Tydlig, fast svag pleokroism: strålar, som svänga parallellt b-axeln, äro färglösa, vinkelrätt deremot är färgen ljusgul.»

Analysen gaf följande resultat:

I procent:

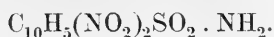
	Funnet.						Medeltal.
	1.	2.	3.	4.	5.	6.	
C	37,27	38,01	—	—	—	—	37,64
H	1,94	1,95	—	—	—	—	1,94
N	—	—	9,18	8,61	—	—	8,85
Cl	—	—	—	—	11,21	—	11,21
S	—	—	—	—	—	10,30	10,30
O	—	—	—	—	—	—	30,02.
							<u>100,00.</u>

Formeln fordrar:

10 C	120,0	37,91
5 H	5,0	1,58
2 N	28,0	8,85
1 Cl	35,5	11,21
1 S	32,0	10,11
6 O	96,0	30,34
	<u>316,5.</u>	<u>100,00.</u>

Sulfonklorid, omkristalliserad ur benzol af normal kokpunkt, förlorade vid 100° i vikt 10,76 %. ½ mol. kristallbenzol fordrar 10,9 %.

Dinitronaftalinsulfonkloriden smälter vid 145°.

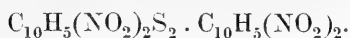
Dinitronaftalinsulfonsyrans amid,

Dinitronaftalinsulfonsyrans klorid kokades med en lösning af lika delar alkohol och ammoniak. Vid lösningens afsvälning erhöles amiden i fina, mikroskopiska, till ljusgula flockar förenade kristallnålar. Efter afsugning och tvättning med vatten omkristalliserades den därpå ur utspädd alkohol, hvori den är mycket svåröslig. Vid långsam afsvälning kan den dock erhållas i för blotta ögat urskiljbara små nålar. Uppslammad i vatten synes den sidenglänsande. Smältpunkten ligger högt, men kunde ej närmare bestämmas, emedan substansen redan vid 272° började sönderdelas och förkolas.

Kväfvebestämningen gaf:

I procent:

	Funnet.	Beräknadt.
N	13,98	14,14.

Tetranitronaftalindisulfid,

Dinitronaftalinsulfonklorid löstes i isättika; till den ännu varma lösningen sattes jodvätesyra i öfverskott, hvarvid disulfiden genast utföll. Till lösningen sattes därpå SO₂-vatten för att reducera frigjord jod, hvarpå moderluten affiltrerades. Tetranitronaftalindisulfiden bildar gula, mikroskopiska nålar, som äro mycket svårösliga i isättika och eter och i ännu högre grad i alkohol. Vid omkring 270° börjar den sönderdelas och smälter vid 272—276° under uppösning till en svart massa.

Analyser: I procent

	Funnet.	Beräknadt.	
C	48,20	240	48,19
H	2,58	10	2,01
N	11,74	56	11,25
S	12,98	64	12,85
O	(24,40)	128	25,70
	100,00.	498.	100,00.

Tetranitronaftalindisulfiden kokades med tenn och saltsyra, hvarvid den så småningom löstes. Efter utspädning med en temligen stor volum varmt vatten, utföll om någon tid en gulbrun olja, som ännu ej blifvit närmare undersökt, men som troligen har formeln $C_{10}H_5(NH_2)_2SH$.

Dinitronaftalinsulfonsyrans förhållande till reduktionsmedel.

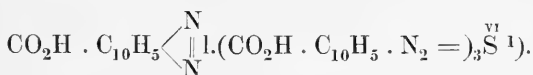
Då H_4N -saltet af syran försattes med gult svafvelammonium för erhållande af motsvarande diamidosyra, antog lösningen vid kokning en intensivt blå färg. Efter affiltrering af afskildt svafvel och surgöring med saltsyra, afdunstades lösningen, då ett blått, bronsglänsande pulver erhöles, som var olösligt i syror, men lösligt i alkalier. Detta visade sig vid anställda färgningsförsök vara ett godt färgämne: det färgar växtfibrer utan föregående betning, och färgen sitter kvar äfven vid tvättning med tvål.

Samma färgämne erhålles äfven, om den fria syran behandlas med svafvelammonium. Däremot bildas det ej, om svafvelväte inledes i en lösning, kall eller kokande, af syran i vatten. Inledes H_2S däremot i en lösning af syrans ammoniumsalt, så bildas åter samma produkt, hvilken äfven med användande af andra reduktionsmedel lätt kan erhållas.

Så erhålles, om syran kokas med tenn och saltsyra, efter tennets utfällning med svafvelväte visserligen en i fina, hvita nålar kristalliserande produkt, som efter all sannolikhet är motsvarande diamidonaftalinsulfosyra, men som redan af luftens syre oxideras och blir blå. Lösningen antager hastigt, i synnerhet vid kokning, en rosenröd färg, som snart blir allt mörkare och slutligen blir mörkt violettblå. Detta förhållande har omöjliggjort diamidosyrans erhållande i för en närmare undersökning tillräckligt stor mängd. Försök, som blifvit gjorda med dess omedelbara öfverförande till salter, hafva ej heller ledt till något gynnsamt resultat, då vid neutralisering med alkalier mörkt färgade lösningar erhållits, hvilka vid afdunstning lemnat en mörkt färgad, lacklik återstod.

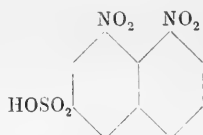
Samma benägenhet att bilda färgämnen visade sig äfven vid försök att reducera dinitronaftalinsulfonsyrans amid med jodväte. I analogi med mononitrosyrornas amider skulle denna, behandlad på detta sätt, ge diamidonaftalinsulfonsyrans amid. En i långa, platta, starkt ljusbrytande, ljusröda nålar vackert kristalliserande produkt erhöles äfven, hvilken måste hafva varit HJ-saltet af diamidonaftalinsulfonsyrans amid. Emellertid kunde det ej separeras: så snart det kom i luften, sönderdelades det, med kvarlemnande af amorfa, mörkt färgade ämnen, som ej inbjödo till någon närmare undersökning.

Om den ofvan påpekade egendomligheten hos denna syra således å ena sidan mycket försvårat arbetet, särskildt därigenom att den ej tillåtit användandet af den i liknande fall vanliga metoden för ortbestämningen: amidosyrans öfverförande till motsvarande klorderivat; så torde den dock å andra sidan kunna gifva en antydan om syrans rationella sammansättning. EKSTRAND har nämligen vid reduktion af en dinitro- α -naftoësya med svafvelammonium erhållit ett liknande blått färgämne, som han analyserat och funnit ega formeln



Likheten emellan det af honom beskrifna färgämnet och det af mig erhållna är omisskänlig. Och då den af honom använda dinitronaftoësyan hade de båda NO_2 -grupperna i $\alpha_1 = \alpha_1$ till hvarandra — hvilket visade sig däraf, att han med tenn och stark saltsyra lyckades erhålla den af AGUIAR först framställda, vid $66,5^\circ$ smältande $\alpha_1 = \alpha_1$ -diamidonaftalinen, — så är det sannolikt, att äfven den af mig framställda dinitronaftalinsulfosyran har de båda NO_2 -grupperna i s. k. periställning till hvarandra. Och då den är framställd genom nitring af β -nitronaftalinsulfonsyrans klorid, hvilken har NO_2 -gruppen i α_1 -ställning i den ena kärnan och sulfongruppen i β_2 -ställning i den andra, så torde den föreliggande dinitronaftalinsulfosyran med en ganska stor grad af sannolikhet kunna antagas vara:

1) Öfversigt af K. Sv. Vet.-Akad. Förh. 1887, N:o 2, sid. 70.



Jag har anställt åtskilliga försök att experimentellt bevisa riktigheten af detta antagande, men de hafva ännu ej ledt till något afgörande resultat. Svårigheten att få konstitutionen afgjord genom nitrosyrans öfverförande i motsvarande amidosyra och dennas öfverförande i motsvarande klorderivat är redan påpekad. Försök att direkt ersätta de båda NO_2 -grupperna och SO_2Cl -gruppen med klor förmedels fosforpentakloridreaktionen ledda, såsom det var att förmoda, ej till något gynsamt resultat. Oaktadt användandet af den försigtigaste upphettning och ett noggrannt iakttagande af försigtighetsmättet att ofta stöta tillbaka den i retorthalsen afsatta fosforpentakloriden, förpuffade dock plötsligt hela blandningen under utvecklande af en ymnig, hvit rök och med kvarlemnande af poröst kol, utan att någon klor-naftalin öfverdestillerat. Att på detta sätt någon triklornaftalin ej kunde erhållas, är emellertid mindre underligt, då ju redan närvaron af en NO_2 -grupp i den produkt, som skall behandlas med PCl_5 , betydligt försvårar operationen och gör den största försigtighet af nöden.

Slutligen har jag under 7 timmars tid upphettat dinitosyran med saltsyra i slutet rör vid 200°C . för att på detta sätt aflägsna sulfongruppen och så möjligen få konstitutionen säkert afgjord. Då röret efter afsvälning öppnades, utrusade en gas af egendomlig lukt. Ett rödbrunt pulver och en rödbrun lösning erhöles. Syran var således visserligen sönderdelad, men den synes samtidigt hafva oxiderats, alldenstund ingen i H_3N olöslig produkt kunde erhållas ur reaktionsmassan, utan alltsammans fullständigt löste sig i ammoniak. De bildade produkterna äro ej närmare undersökta.

Meddelanden från Upsala kemiska laboratorium.

150. Om Naftoösyror. IV.

Af Å. G. EKSTRAND.

[Meddeladt den 12 December 1888 genom P. T. CLEVE.]

Vid nitring af β -naftoösyra erhållas, såsom jag förut visat¹⁾, flere mononitroderivat.

Derivat af mononitro- β -naftoösyra af smtp. 293°.

Af denna syra uppgifver sig GRAEFF²⁾ hafva erhållit ett surt bariumsalt af sammansättningen 6 $[(C_{10}H_6NO_2CO_2)_2Ba]$ + $C_{10}H_6NO_2CO_2H$ + 24 H_2O och, som denna formel förefaller något egendomlig, framstälde jag af syran ett bariumsalt enligt samma förfarande, som GRAEFF sjelf användt, nemligen syrans kokning med vatten och bariumkarbonat och erhöi dervid en i gula, fina nålar eller fjäll kristalliserande förening, som var mycket svårlöslig i vatten. Dess sammansättning motsvarade formeln $(C_{10}H_6NO_2CO_2)_2Ba + 4 H_2O$.

0,3325 gr., torkade mellan läskpapper, förlorade vid upphettning till 160°—170° 0,0370 $H_2O = 11,12\%$; ber. 11,23% H_2O ; återstoden 0,2955 gaf 0,1213 $BaSO_4 = 0,07132 Ba = 24,13\%$; ber. 24,07% Ba.

Ur moderluten erhöi vid afdunstning en kristallisation, som åtminstone till utseendet alldeles liknade förenämnda förening. Under sådana förhållanden blir det svårt att förklara den af GRAEFF angifna formeln; visserligen är det tänkbart, att den af honom till saltets torkning använda temperaturen 140° varit för

¹⁾ Öfversigt af Kgl. Vetensk.-akad. Förh. 1885, N:o 5.

²⁾ Berichte d. d. chem. Ges. XVI, 2253.

låg, men, äfven om det torkade saltet hållit något vatten, är dock denna omständighet ej ensam tillräcklig att förklara det afvikande analysresultatet.

För att om möjligt få utredt, huruvida i här föreliggande syra nitro- och karboxylgruppen stå i samma benzolkärna, upphittade jag en starkt alkalisk lösning af syran på vattenbad, under det att en koncentrerad lösning af kaliumpermanganat i smärre mängder tillsattes, ända tills den röda färgen ej vidare försvann. Efter affärgning med alkohol dekanterades lösningen från utfäld brunsten, surgjordes med svafvelsyra och extraherades med eter; det så erhållna eterextraktet var mycket löslöst både i alkohol, eter och vatten. Det omkristalliserades först ur alkohol och erhöles derur, sedan lösningsmedlet nästan fullständigt afdunstat, i sega, vårtlika aggregat af fina nålar, som smälte omkring 192° , ehuru ej skarpt. Föreningen var qväfvefri. Efter omkristallisering ur vatten erhöles föreningen i alldeles liknande något klubbiga hopgyttringar af fina nålar; den började smälte omkring 200° , men var fullständigt smält först vid högre temperatur.

0,1697 gr. gäfvö $0,3095 \text{ CO}_2 = 0,0843 \text{ C}$ och $0,0522 \text{ H}_2\text{O} = 0,0058 \text{ H}$.

	Funct.	Ber. f. $\text{C}_9\text{H}_6\text{O}_6$.
C	49,67	51,33
H	3,41	2,86.

Utbytet af syran var mycket ringa, och, då det ej lyckats mig att erhålla densamma fullt ren, kan den anförda analysen naturligtvis ej göra anspråk på att bestämma syrans sammansättning, men, då man efter kända förhållanden har skäl att antaga, det oxidationen med kaliumpermanganat i förevarande fall måste gifva ett derivat antingen af ftalsyra eller ock af en benzotrikarbonsyra och i senare fallet af trimellitsyran, hvars konstitution enligt KRINOS' undersökning¹⁾ motsvarar ställningen 1. 2. 4. hos karboxylgrupperna, en ställning, som måste återfinnas hos en af β -naftoësyran genom oxidation erhållen trikar-

¹⁾ Berichte d. d. chem. Ges. X, 1491.

bonsyra. Det förtjenar anmärkas, att den erhållna produkten till utseende och löslighet någorlunda öfverensstämde med uppgifterna om trimellitsyran; den senares smältpunkt ligger dock enligt BAEYER¹⁾ vid 216°. En annan möjlighet vore, att nitro- β -naftoösyran vid oxidation gifvit en oxiftalsyra, hvilket enligt hvad jag förut visat²⁾, verkligen inträffat vid ett försök att oxidera perinitro- α -naftoösyra med kaliumpermanganat, men oxiftalsyrans sammansättning afviker ännu mer (C 52,74, H 3,29) än trimellitsyrans från de funna värdena, och de båda oxiftalsyrornas egenskaper stämma äfven mindre med den erhållna produktens.

Huru man än uppfattar den ofvannämnda oxidationsprodukten och isynnerhet under antagandet, att den varit en benzotrikarbonsyra, följer såsom det sannolika svaret på den uppställda frågan om nitro- och karboxylgruppens ställning, att de tillhöra olika benzolkärnor.

Vid de båda hittills kända nitro- α -naftoösyrorne är det lätt att genom upphettning med salpetersyra af eg. v. 1,3 utdrifva karboxylgruppen och ersätta den med en nitrogrupp, och jag försökte äfven vid nitro- β -naftoösyran samma förfaringssätt i hopp att derigenom erhålla en dinitronaftalin, ehuru utan resultat. Då svag salpetersyra af eg. v. 1,21 användes, blef nitronaftoösyran alldeles oförändrad trots länge fortsatt kokning under kylrör. I mån, som starkare salpetersyra användes, löste sig nitrosyran mer och mer, och, då salpetersyran hade en eg. v. af omkring 1,4, löste sig nitrosyran temligen lätt vid kokning, men, fastän kokningen sedan fortsattes i många timmar, erhöles ingen dinitronaftalin, utan vid afsvälning utföll en massa kristallnålar, som fullständigt löstes i ammoniak och i den salpetersura moderlutnen fans ej heller någon indifferent kropp. Att döma af smältpunkten på den ur salpetersyrelösningen afskilda substansen var nitronaftoösyran till största delen oförändrad äfven efter kokning med salpetersyra af eg. v. 1,4. En ringa del deraf

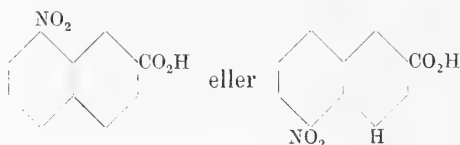
¹⁾ Annalen d. Chemie Spl. 7. 40.

²⁾ Journal f. prakt. Chemie 38. 165.

tycktes dock hafva öfvergått till dinitronaftoësya. Karboxylgruppen är således ojemförligt mycket fastare bunden i denna nitro- β -naftoësya än i de båda kända nitro- α -naftoësyrorna.

Huruvida nitrogruppen står i α - eller β -ställning, ansåg jag lättast kunna afgöras med tillhjälp af den motsvarande amidosyran, det var nemligen på grund af många analogier sannolikt, att karboxylgruppen deri lätt skulle kunna affägsnas och detta antingen genom amidosyrans destillation med baryt eller ock genom dess upphettning med klorvätesyra i tillsmält rör. Det senare lyckades icke, åtminstone icke vid en temperatur af 170° — 180° , utan tycktes amidosyran dervid förblifva oförändrad. Försöket med baryt lyckades deremot bättre. När syran upphettades med bariumoxid i proför, erhöles ett destillat, som digererades med klorvätesyra, hvarefter filtratet neutraliserades med ammoniak, då en grumling uppstod, hvarur så småningom långa nålar afsatte sig, hvilka luktade såsom α -naftylamin och i vattenlösning med jernklorid gifvo en blå fällning. Den alkoholiska lösningen, försatt med något salpetersyrighet, gaf med klorvätesyra en intensivt blåviolett färg, hvilken dock snart försvann (LIEBERMANNNS reaktion på α -naftylamin).

Här ifrågavarande nitro- β -naftoësya har alltså nitrogruppen i α -ställning, och det är i följd af oxidationsförsöket med kaliumpermanganat till en viss grad sannolikt, att dess konstitution bör återgifvas genom en af fornlerna



Dinitro- β -naftoësya af smtp. 248° .

Denna syra har redan förut blifvit framställd genom direkt nitrering af β -naftoësya. I alldeles rent tillstånd erhålles den, om nitro- β -naftoësya af smtp. 293° uppvärms med röd, rykande salpetersyra, tills lösning inträdt. Ur denna lösning af-

skiljer sig sedan, om ej alltför mycket salpetersyra användts, dinitrosyran i väl utbildade prismer af ofvanstående smältpunkt. Vid denna nitring erhålles ej någon annan dinitrosyra i nämnvärd mängd, och ej heller synas högre nitroderivat dervid bildas. Dinitrosyran sjelf har ej kunnat nitreras högre ens genom uppvärmning med salpetersvafvelsyra.

Då jag enligt KÜCHENMEISTERS föreskrift²⁾ för framställning af mononitro- β -naftoësyra nedförde en finrifven och torkad blandning af salpeter och β -naftoësyra i en kolf, som innehöll koncentrerad svafvelsyra och omskakade kolfven, så löstes till en början β -naftoësyran, men snart stelnade alltsammans, hvarefter reaktionen underlättades genom svag uppvärmning. Innehållet i kolfven försattes sedan med mycket vatten, och dervid utföll en förening, som var hartsartad och seg och lätt löstes i ammoniak. Vid hartsets digerering med alkohol löstes lätt den klibbiga delen, och en mera svårlöst kristallinisk substans stannade kvar. Denna senare erhöles efter upprepade omkristalliseringar ur alkohol såsom små hårda prismer af smältpunkten 247° , hvadan alltså samma dinitro- β -naftoësyra bildats som här ofvan, hvilket ännu mer bekräftades deraf, att dess etyleter smälte vid 165° . Denna dinitrosyra var hufvudprodukten vid det enligt KÜCHENMEISTERS metod utförda nitreringsförsöket, och någon nämnvärd mängd mononitrosyra synes dervid icke hafva bildat sig.

Af syrans salt hafva ännu några blifvit undersökta.

Natriumsaltet, $C_{10}H_5(NO_2)_2CO_2Na + 4H_2O$, erhållet genom syrans lösning i soda, kristalliserade i fina hvita, till bollar förenade nålar, som voro mycket lättlösta.

0,3577 gr., pressade mellan läskapper, förlorade vid upphettning till 170° 0,0711 $H_2O = 19,87\%$; ber. 20,22% H_2O .

0,2348 gr. torkade vid 160° gäfvö 0,0578 $Na_2SO_4 = 0,0187 Na = 7,96\%$; ber. 8,09% Na.

Bariumsaltet, $(C_{10}H_5(NO_2)_2CO_2)_2Ba + 8H_2O$, erhållet genom syrans kokning med vatten och bariumkarbonat, utkristalliserade

¹⁾ Öfversigt af K. Vetensk.-akad. Förh. 1884, N:o 7.

²⁾ Ber. d. d. chem. Ges. III, 741.

vid lösningens afsvalning i form af fina färglösa nålar, som vid torkning blefvo gula.

0,6670 gr. af det mellan läskapper torkade saltet förlorade vid upphettning till 160° $0,1152 \text{ H}_2\text{O} = 17,27 \%$; ber. $17,93 \%$ H_2O ; återstoden $0,5518$ gaf $0,1912 \text{ BaSO}_4 = 0,1124 \text{ Ba} = 20,37 \%$; ber. $20,78 \%$ Ba.

Calciumsaltet $(\text{C}_{10}\text{H}_5(\text{NO}_2)_2\text{CO}_2)_2\text{Ca} + 5\frac{1}{2}\text{H}_2\text{O}$ kristalliserade ur den varma lösningen i fina hvita nålar, som voro temligen svårlösta i kallt vatten.

0,6286 gr., torkade mellan läskapper, förlorade vid upphettning till 150° — 160° $0,0908 \text{ H}_2\text{O} = 14,44 \%$; ber. $14,97 \%$ H_2O ; återstoden $0,5378$ gaf $0,1246 \text{ CaSO}_4 = 0,0366 \text{ Ca} = 6,80 \%$; ber. $7,11 \%$ Ca.

Diimido- β -naftoësya.

Förestående dinitro- β -naftoësya löstes i ammoniak, och i den starkt ammoniakaliska lösningen inleddes vätesvafva i stort öfverskott; derunder antog lösningen först en brun och sedan så småningom en brunviolett färg. Efter slutad inledning uppvärmdes lösningen på vattenbad, tills lukten af vätesvafva fullständigt försvunnit, sedan tillsattes något ammoniak, vätesvafva inleddes ånyo i stort öfverskott, och lösningen uppvärmdes på vattenbad tills all lukt försvunnit och svafvel ej vidare märkbart afskildes. Mina försök hafva nemligen visat, att vätesvafva vida långsammare reducerar denna dinitro- β -naftoësya än dinitro- α -naftoësya af smtp. 265° , och att behandlingen med vätesvafva därför måste upprepas, på det inverkan måtte blifva fullständig. Sedan svafvet under någon tid fått afsätta sig, filtrerades, och filtratet fälades med ättiksyra. Den voluminösa fällningen togs på filtrum, tvättades något med varmt vatten, torkades, refs till ett fint pulver och utkokades med alkohol, hvari föreningen var obetydligt löslig. Återstoden löstes ånyo i ammoniak, lösningen fick stå ett par dagar, filtrerades, fälades med ättiksyra och fällningen behandlades såsom förut. Den så

erhållna föreningen bildade ett svartbrunt osmältbart pulver, som liknade diazin- α -naftösyran¹⁾, ehuru den till färgen var mörkare och ej hade samma liffliga bronsglans.

1) 0,1906 gr. gåfvo vid 18° C. och 762,3 mm. 20,4 kc. = 0,02357 gr. N.

2) 0,1687 gr. gåfvo 0,3851 CO₂ = 0,1050 C och 0,0704 H₂O = 0,0079 H.

3) 0,1834 gr. gåfvo vid 15,6° C. och 770,7 mm. 19,6 kc. = 0,02361 N.

4) 0,2089 gr. gåfvo 0,4755 CO₂ = 0,1297 C och 0,0810 H₂O = 0,0090 H.

5) 0,1596 gr. gåfvo vid förbränning med blykromat, kaliumbikromat och syrgas 0,3640 CO₂ = 0,0993 C och 0,0709 H₂O = 0,0077 H.

6) 0,1947 gr. gåfvo 0,0675 BaSO₄ = 0,00927 S.

	F u n n e t.					
	1.	2.	3.	4.	5.	6.
C	—	62,24	—	62,08	62,21	—
H	—	4,68	—	4,30	4,82	—
N	12,37	—	12,87	—	—	—
S	—	—	—	—	—	4,76

Ber. f. CO₂H. C₁₀H₅ $\begin{matrix} \text{N} \\ \text{H} \\ \text{N} \end{matrix}$. Ber. f. CO₂HC₁₀H₅(NH)₂.

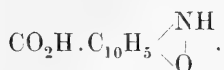
C	66,66	66,00
H	3,03	4,00
N	14,14	14,00.

Huruvida svafvet verkligen utgör en konstituerande beståndsdel af föreningen eller blott en förorening deri, är svårt att afgöra, då man ej har något lämpligt lösnings- och reningsmedel. Sannolikt är dock svafvet närvarande blott som förorening, enär molekylen eljest blefve alltför invecklad; de funna procenttalen gifva följande medelvärden: C 62,17, H 4,60, N 12,62 S 4,76, eller beräknade på svafvelfri substans: C 65,27, H 4,83, N 13,25, hvilka tal, såsom synes, ej fullt motsvara någon af de beräk-

¹⁾ Journal f. prakt. Chemie 38, 258.

nade formlerna, ehuru de bättre öfverensstämma med *diimidosyrans* $\text{CO}_2\text{H} \cdot \text{C}_{10}\text{H}_5 \begin{matrix} \text{NH} \\ | \\ \text{NH} \end{matrix}$ än med *diazinsyrans* $\text{CO}_2\text{H} \cdot \text{C}_{10}\text{H}_5 \begin{matrix} \text{N} \\ || \\ \text{N} \end{matrix}$.

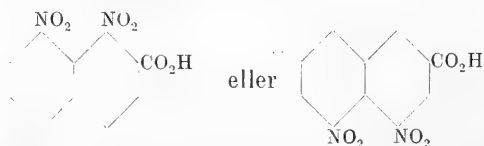
Det är därför antagligt, att vid reduktionen med vätesvafva, isynnerhet om dervid ett stort öfverskott af vätesvafva förefinnes; dinitrosyran öfvergår till diimidosyra, hvilken åter genom kokning med vatten och alkohol delvis oxideras till oximidosyra:



Syran löses med brunviolett färg i alkalier och alkalikarbonat, men kristalliserande salter kunde ej framställas, ty vid afdunstning intorkade de så småningom till en slags lack. I lösningen af syrans alkalisalt åstadkommo metallsalt svartbruna, amorfa fällningar. Vid kokning med tenn och klorvätesyra visade syran ingen märkbar förändring; i koncentrerad svafvelsyra löstes den något med indigobrun färg men utföll åter oförändrad vid tillsats af vatten.

För att se, om syran i alkalisk lösning kunde öfverföras i motsvarande diamidosyra, sökte jag reducera dess ammoniakaliska lösning med ferrosulfat, men ehuru lösningen derigenom affärgades, förefanns dock ingen diamidosyra deri, enär den vid tillsats af syror blef oförändrad; reaktionen måste därför blott hafva bestått i en utfällning af syrans jernsalt.

Efter analogi med diimido- α -naftoësyran torde man kunna sluta, att äfven diimido- β -naftoësyran har de båda qväfveatomerna i periställning, hvarmed alltså dinitrosyrans konstitution vore gifven genom en af formlerna



För att afgöra emellan dessa formler, finnas för närvarande inga hållpunkter.

Diamido- β -naftoësya.

Dinitrosyran af smältpunkt 248° löstes i ett stort öfverskott af ammoniak, och denna lösning försattes med jernvitriollösning, till dess den bildade ferrihydratfällningen antagit en nästan svart färg. Till filtratet från jernfällningen sattes något rykande klorvätesyra, hvarvid en hvit, af små nålar bestående fällning afskildes, som var diamidosyrans klorhydrat. Detta befriades från moderlut, tvättades något och löstes i utspädd ammoniak, och ur lösningen utfälles med ättiksyra den fria diamidosyran i form af gröngula nålar, hvilka smälte vid 202° .

0,1706 gr. gåfvo vid 18° C. och 758,9 mm. 20 kc. = 0,0235 gr. N.

	Funnet.	Ber. f. $C_{10}H_5(NH_2)_2CO_2H$.
N	13,80	13,86.

Syran sublimerar, ehuru obetydligt, i fina gula nålar, hvarvid hufvudmassan synes förkolas.

Monoklorhydratet erhöles, då den ammoniakaliska lösningen af syran försattes med något utspädd klorvätesyra, såsom en af små glittrande blad bestående fällning, som smälte öfver 285° ; efter torkning vid 100° var föreningen svagt guldfärgad.

0,1454 gr. gåfvo 0,0832 AgCl = 0,02058 Cl.

	Funnet.	Ber. f. $CO_2HC_{10}H_5(NH_2)_2.HCl$.
Cl	14,17	14,88.

Något diklorhydrat af syran synes ej kunna existera vid vanlig temperatur, ty då jag satte en ammoniakalisk lösning af syran till ett öfverskott af stark klorvätesyra, erhöles jag samma förening som förut.

Calciumsaltet, erhållet genom syrans kokning med vatten och calciumkarbonat, var temligen löslöst men kunde ej fås i tydliga kristaller, utan bildade vid afdunstning en salthinna af brungul färg.

0,1926 gr., torkade vid 140° — 160° , lemnade 0,0556 $CaSO_4$ = 0,0163 Ca = 8,46 %; ber. för $(C_{10}H_5(NH_2)_2CO_2)_2Ca$ 9,05 % Ca.

Derivat af mononitro- β -naftoësyra 288°.

Bariumsaltet $(C_{10}H_6NO_2CO_2)_2Ba + 8H_2O$, erhållet genom syrans kokning med vatten och bariumkarbonat, kristalliserade i långa gula sammanfiltade nålar, som voro mycket svårlösta i kallt vatten.

0,4088 gr., torkade mellan läskapper, förlorade vid upphettning till 150°—160° 0,0816 $H_2O = 19,96\%$; ber. 20,19% H_2O ; återstoden 0,3272 gr. gaf 0,1328 $BaSO_4 = 0,0780 Ba = 23,84\%$; ber. 24,07% Ba.

Derivat af amido- β -naftoësyra af smtp. 219°.

Calciumsaltet $(C_{10}H_6NH_2CO_2)_2Ca + 4H_2O$, framställt genom syrans kokning med vatten och calciumkarbonat, var mycket löslöst och kristalliserade efter tillräcklig afdunstning i brunröda tafior eller blad.

0,1923 gr., torkade mellan läskapper, förlorade vid upphettning till 170° 0,0279 $H_2O = 14,50\%$; ber. 14,87% H_2O ; återstoden 0,1644 gaf 0,0539 $CaSO_4 = 0,0158 Ca = 9,61\%$; ber. 9,70% Ca.

Dinitro- β -naftoësyra af smtp. 226°.

Denna syra, som redan förut blifvit framställd vid direkt nitring af β -naftoësyra med rykande salpetersyra¹⁾, erhålles i fullkomligt rent tillstånd, då mononitro- β -naftoësyra af smtp. 288° upphettas med rykande salpetersyra, tills allt löst sig. Sedan lösningen svalnat och fått stå någon tid, stelnar den till en gröt af fina nålar, från hvilka moderluten afsuges; efter omkristallisering ur alkohol erhålles syran i långa fina färglösa nålar af smtp. 226°. Det förtjenar anmärkas, att jag en gång vid förarbetning af en större quantitet dinitrosyra erhöi ur en mycket koncentrerad varm alkohollösning dels fina nålar dels

¹⁾ Öfversigt af K. Vetensk.-akad. Förh. 1884. N:o 7.

små hårda gula kristaller, hvilka tycktes tillhöra en alldeles annan förening; deras smältpunkt var dock 226° liksom för nålarne, och vid en omkristallisering af de hårda kristallerna ur alkohol erhöles endast den nålformiga föreningen. Det tycks därför, som om här ifrågavarande dinitrosyra kan uppträda i två olika kristallformer.

Bariumsaltet $(C_{10}H_5(NO_2)_2CO_2)_2Ba + 6H_2O$, erhållet genom syrans kokning med vatten och bariumkarbonat, kristalliserade vid lösningens afsvulning i fina hvita, sammanfiltade nålar.

0,3945 gr., torkade mellan läskapper, förlorade vid upphettning till 150° — 160° $0,0578 H_2O = 14,65\%$; ber. $14,08\% H_2O$,

0,3373 gr. vattenfritt salt gäfvö $0,1183 BaSO_4 = 0,06955 Ba = 20,62\%$; ber. $20,78\% Ba$.

Calciumsaltet $(C_{10}H_5(NO_2)_2CO_2)_2Ca + 4H_2O$, erhållet genom syrans kokning med vatten och calciumkarbonat, kristalliserade i små fina färglösa nålar, som dock ej voro sammanfiltade såsom bariumsaltet. Det löste sig i omkring 1,740 delar vatten af vanlig temperatur.

18,4528 gr. af en vid 14° mättad lösning gäfvö $0,0106$ vid 100° torkad återstod.

0,3319 gr., torkade mellan läskapper, förlorade vid upphettning till 150° — 160° $0,0386 H_2O = 11,63\%$; ber. $11,35 H_2O$.

0,2910 gr. vattenfri substans gäfvö $0,0700 CaSO_4 = 0,02059 Ca = 7,07\%$; ber. $7,11\% Ca$.

Nitro-amido- β -naftoësyra.

En varm ammoniakalisk lösning af dinitro- β -naftoësyra af smältpunkt 226° öfvermättades med vätesvafva, hvarvid den antog en mörkt brunröd färg, men i öfrigt märktes ingen utfällning af svafvel, ehuru lösningen fick stå öfvermättad med vätesvafva i 12 timmar, och först efter flere timmars upphettning på vattenbad började en sådan utfällning visa sig. Sedan lukten af vätesvafva försvunnit, blef lösningen änyo öfvermättad dermed och derefter upphettad, tills all lukt försvunnit. Filtratet från

svafvelfällningen, som var brunt och nästan ogenomskinligt, faldes med ättiksyra, då en delvis flockig delvis kristallinisk fällning erhöles, hvilken digererades med klorvätesyra, hvori den till större delen löste sig. Filtratet afdunstades till kristallisation, och den klara, koncentrerade lösningen af kristallmassan försattes med ammoniak och sedan med ättiksyra, hvarvid erhöles en riklig fällning af små till stjerner förenade nålar, som smälte vid 235°.

0,1619 gr. gáfvo vid 13,6° C. och 760 mm. 16,6 kc. = 0,0198 gr. N.

	Funnet.	Ber. f. $C_{10}H_5NO_2NH_2CO_2H$.
N	12,23	12,06.

Klorhydratet, erhållet genom tillsats af klorvätesyra till en koncentrerad ammoniakalisk lösning af syran, bildade rödaktiga fina nålar, som ej smälte ens vid 285°.

0,2238 gr. gáfvo vid 15,4° C. och 749,5 mm. 20,4 kc. = 0,02393 gr. N.

	Funnet.	Ber. f. $C_{10}H_5NO_2NH_2CO_2H.HCl$.
N	10,69	10,43.

Dinitrosyran af smtp. 226° förhåller sig således till vätesvaffa i ammoniakalisk lösning på helt annat sätt än den isomera syran af smtp. 248°, hvarur, såsom förut blifvit visadt, ej med vätesvaffa någon nitroamidocyra kunnat erhållas utan i stället en diimidonaftoësyra.

Diamido- β -naftoësyra.

Den ammoniakaliska lösningen af dinitro- β -naftoësyra af smältpunkt 226° reducerades med ferrosulfatlösning, tills det afskilda ferrihydratet antagit en nästan svart färg. Den så erhållna lösningen af diamidosyrans ammoniumsolt var visserligen omedelbart efter reduktionen nästan färglös, men antog mycket snart en brunröd färg; lösningen försattes med ett öfverskott af klorvätesyra, och efter en stund afsatte sig syrans klorhydrat i form af små sexsidiga kristaller. Dessa löstes i något ammoniak och till lösningen sattes ättiksyra, hvarigenom diamidosyran ut-

fäldes såsom fina färglösa nålar, hvilka smälte omkring 230° , syran var nemligen vid denna temperatur så mörk, att man ej med skärpa kunde iakttaga smältpunkten.

0,2066 gr. gafvo vid $16,4^{\circ}$ C. och 763 mm. 24,5 kc. = 0,02916 gr. N.

	Funnet.	Ber. f. $C_{10}H_5(NH_2)_2CO_2H$.
N	14,11	13,86.

Denna syra löses svårt i alkohol, lättare i isättika, men kan knapt erhållas väl kristalliserad derur; bäst erhålles diamidosyran i rena kristaller genom syrans lösning i helt litet ammoniak och utfällning derur med ättiksyra.

Diklorhydratet erhålles såväl vid fällning af ammoniumsaltet med klorvätesyra som ock vid syrans uppvärmning med utspädd klorvätesyra och kristalliserar i långa nålar, som äro mycket löslösta i vatten. Understundom erhålles föreningen i små hårda sexsidiga prismer, som synas vara mera svårlösta.

1) 0,1192 gr. gafvo efter torkning vid 100° 0,1156 AgCl = 0,02860 Cl.

2) 0,1407 gr. gafvo, torkade vid 100° , 0,1382 AgCl = 0,03419 Cl.

	Funnet.	Ber. för
	1. 2.	$CO_2H.C_{10}H_5(NH_2)_2HCl$.
Cl	24,00 - 24,30	25,81.

Såsom af analyserna framgår, torde föreningen vid upphettning till 100° förlora något HCl. Ett monoklorhydrat har ej vid något tillfälle erhållits.

Calciumsaltet $(C_{10}H_5(NH_2)_2CO_2)_2Ca + 4\frac{1}{2}H_2O$, erhållet genom syrans kokning med vatten och calciumkarbonat, var temligen löslöst i vatten, och lösningen antog vid afdunstning en allt mörkare färg; det afskilda saltet var också nästan svart, och dess kristallform kunde ej tydligt urskiljas.

0,1959 gr. lufttorkadt salt förlorade vid upphettning till 160° — 170° 0,0298 H_2O = 15,21 %; ber. 15,48 % H_2O ; återstoden 0,1661 gaf 0,0507 $CaSO_4$ = 0,0149 Ca = 8,97 %; ber. 9,05 % Ca.

Meddelanden från Upsala kemiska laboratorium.

151. Om inverkan af rykande svafvelsyra på $\beta_1 - \beta_2$ -amidonaftalinsulfonsyran.

Af S. FORSLING.

[Meddeladt den 12 December 1888 genom P. T. CLEVE.]

I en föregående uppsats¹⁾ har jag närmare karakteriserat denna syra under namnet: den BRÖNNER'ska β -amidonaftalinsulfonsyran. Denna syra torkades till 160° för aflägsnandet af dess kristallvatten och behandlades därefter med 3 till 4 delar rykande svafvelsyra vid en temperatur af omkring 110° C., till dess ett uttaget prof fullständigt löste sig i kallt vatten. Reaktionen var då fulländad; all monosulfonsyra hade omsatt sig i β -amidonaftalindisulfonsyra. Vid denna reaktion erhöj jag till allra hufvudsakligaste delen en enda β -amidonaftalindisulfonsyra och endast spår af en annan syra, i synnerhet om temperaturen vid svafvelsyrans inverkan hölls i det närmaste konstant, och tiden för reaktionsförloppet var den kortast möjliga. Vid högre temperatur och längre reaktionstid erhöjlos betydligt större föreningsprodukter.

Efter fulländad reaktion nedgöts den sura lösningen i vatten, baryt tillsattes till fullständig neutralisation, bariumsulfat affiltrerades, och det så erhållna bariumsaltet öfverfördes antingen med kaliumkarbonat till kaliumsalt eller med ammoniumkarbonat till ammoniumsalt. Dessa senare salter bilda nämligen till

¹⁾ Öfvers. af K. Vet.-Akad. Förh. 1887, N:o 1.

motsats mot öfriga framställda salter stora tjocka kristaller, hvarigenom det blef möjligt att genom åtskilliga omkristalliseringar afskilja föroreningarne och erhålla de båda salterna i fullt rent tillstånd.

Af dessa båda salter hafva sedan alla öfriga derivat blifvit framställda.

1. β -Amidonaftalin-disulfonsyra.

Den fria β -amidonaftalindisulfonsyran erhålles ej, da man till ett af syrans neutrala salter tillsätter en syra; utan därvid bildas i stället surt salt af syran. Endast vid behandling af bariumsaltet med svafvelsyra har det lyckats att erhålla den fria sulfonsyran. Denna kristalliserar i fina böjliga nålar, som äro ytterst lösliga i vatten, men svårösliga i alkohol. En utspädd lösning af syran fluorescerar svagt blåviolett.

Neutrala salter af β -amidonaftalin-disulfonsyra.

De neutrala salterna äro ytterst lösliga i vatten, och kristallisera härur med undantag af kalium- och ammoniumsalterna i hvita nålar. Vid tillsats af en syra till deras lösningar erhålles som ofvan blifvit nämnt ej fri syra, utan motsvarande sura salt utfaller ur lösningen. De neutrala salterna äro tämligen beständiga och tåla en upphettning af 180° C.

Kaliumsaltet — $C_{10}H_5NH_2(SO_3K)_2 + 2H_2O$ — kristalliserar i stora, gula kristaller, hvilka öfver svafvelsyra långsamt och ofullständigt förvittra.

Analys: I procent

	Funnet.	Beräknadt.
K	18,68	18,79
H ₂ O	8,32	8,67.

Ammoniumsaltet — $C_{10}H_5NH_2(SO_3NH_4)_2 + H_2O$ — bildar stora och väl utbildade röda, asymmetriska kristaller, hvilka redan makroskopiskt visa pleokroism. Kombinationen utgöres af ett prisma, snedt afstympadt af en pinakoid. Dessutom uppträda

underordnad de bägge öfriga pinakoiderna samt ett doma. Saltet vittrar icke. Vid 100° afgifver det långsamt kristallvatten.

Analys: I procent

	Funnet.	Beräknadt.
C	34,12	33,80
H	5,52	4,80
N	11,69	11,83
S	18,14	18,03.

Natriumsaltet bildar långa hvita nålar, hvilka öfver svafvelsyra lätt förvittra. Saltet är ytterst lösligt, och har blifvit framställt af NaOH och ammoniumsaltet.

Kalcium- och *Barium-*salterna hafva likaledes blifvit framställda af ammoniumsaltet och motsvarande hydrat. Det förra kristalliserar i blad, det senare i runda konglomerat af små nålar.

Sura salter af β -amidonaftalin-disulfonsyra.

De sura salterna till denna syra äro tämligen svärlösliga i kallt vatten, hvarför de falla ur de neutrala salternas lösningar vid tillsats af en syra. Härvid bilda de, om lösningen af det neutrala saltet ej var för koncentrerad, långa, fina, veka, hvita nålar. Salterna tåla öfverhufvud en lika upphettning som de neutrala.

Kalium-hydro-amidonaftalindisulfonat — $C_{10}H_5 \left\{ \begin{array}{l} NH_2 \\ SO_2 \cdot OK \\ SO_2 \cdot OH \end{array} \right. + H_2O$ — vittrar obetydligt öfver svafvelsyra. Upphettadt till 100° afgifver det allt sitt kristallvatten.

Analys: I procent

	Funnet.	Beräknadt.
K	10,68	10,89
H ₂ O	5,11	5,01.

Natrium-hydro-amidonaftalindisulfonat — $C_{10}H_5 \left\{ \begin{array}{l} NH_2 \\ SO_2 \cdot ONa \\ SO_2 \cdot OH \end{array} \right. + 2H_2O$ — afgifver likaledes ofullständigt sitt kristallvatten i exsiccator. Upphettadt till högre temperatur aflemnar det kristallvattnet.

Analys: I procent

	Funnet.	Beräknadt.
Na	6,20	6,37
H ₂ O	9,52	9,97.

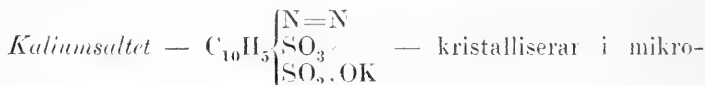


—. Saltet eger icke något kristallvatten.

	Funnet.	Beräknadt.
N	8,62	8,75.

2. Diazonaftalin-disulfonsyra.

Den fria diazonaftalin-disulfonsyran har icke blifvit framställd, däremot hafva några dess salter blifvit framställda. De erhöles på så sätt, att det sura saltet af β -amidonaftalindisulfonsyran uppslammades i alkohol, och en ström af salpetersyrighet inleddes häri. Dessa salter äro ganska beständiga. Så misslyckades ett försök, att medels kokning af dessa salter med absolut alkohol borttaga det vid naftalinedjan bundna qväfvet och ersätta det med väte. De diazonaftalinsulfonsyrade salterna afgäfvö ej qväfve. Upphettas de däremot med vatten afgifva de ymnigt qväfgas. Dessa salter kunna längre tid utan märkbar sönderdelning förvaras i luft, såvida den ej är mycket bemängd med vattenånga.



skopiska, gula rhombiska taflor. Omsättningen från kaliumhydro-naftalindisulfonat till detta salt försiggick mycket långsamt, i motsats till ammoniumsaltet af samma syra, hvilket tämligen raskt omsatte sig.

Analys: I procent

	Funnet.	Beräknadt.
N	8,32	7,96
K	11,50	11,08.

Ammoniumsaltet — $C_{10}H_5 \left\{ \begin{array}{l} N=N \\ SO_3/ \\ SO_2 \cdot ONH_4 \end{array} \right.$ — liknar fullkomligt kaliumsaltet.

Analys: I procent

	Funnet.	Beräknadt.
N	13,14	12,69
S	19,49	19,38.

Natriumsaltet — $C_{10}H_5 \left\{ \begin{array}{l} N=N \\ SO_3/ \\ SO_2 \cdot ONa \end{array} \right.$ — kristalliserar i gula nålar.

3. β -Klor-naftalin-disulfonsyra.

Det ofvannämnda kaliumsaltet till diazonaftalindisulfonsyran behandlades med kopparklorur och konc. saltsyra. Under riklig qväfgasutveckling överfördes detta salt till β -klornaftalindisulfonsyra. Den sura lösningen neutraliserades med kaliumkarbonat. Lösningen afdunstades tills klorkalium och kaliumsalt till β -klornaftalindisulfonsyra utkristalliserade, hvilket skedde samtidigt, emedan kaliumsaltet till klornaftalindisulfonsyra endast är föga mindre lösligt än klorkalium. Genom fraktionerade omkristalliseringar erhöles kaliumsaltet fullt rent.

Vid denna reaktion med kopparklorur och saltsyra erhöles reaktionsprodukten fullkomligt fri från färgämnen, hvilket visar förmanen af att vid kloreringsförloppet låta kopparklorur närvara, då den i första hand bildade kopparklorur-diazoföreningen överföres till klornaftalindisulfonsyra utan att dessa färgämnen uppstå, hvilka vid mina föregående försök, då kopparklorur icke medhades, förorsakade stor förlust af material till följd af svårigheten att aflägsna de vid reaktionsförloppet bildade, färgande substanserna.

Kaliumsaltet — $C_{10}H_5Cl(SO_3K)_2 + 5H_2O$ — kristalliserar ur kall lösning i små, till runda konglomerat förenade, hvita nålar. Öfver svafvelsyra förlorar saltet 3 molekyler af sitt kristallvatten. Då saltet torkas vid 100° , afgår allt kristallvattnet.

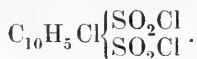
Analys: I procent

	Funnet.	Beräknadt.
K	15,86	16,00
H ₂ O	18,96	18,42.

hvaraf i exsiccator afgingo 3 mol.

	Funnet.	Beräknadt.
3H ₂ O	12,30	11,93.

β-Klornaftalindisulfonklorid.



Ofvannämnda kaliumsalt torkades skarpt och sammanrefs med något mer än beräknad mängd fosforpentaklorid. Vid uppvärmning smälte blandningen och stelade efter afsvälning till en fast, svagt guldfärgad massa. Denna blandades med vatten och löstes därefter i benzol. Härur kristalliserade den så erhållna kloriden i tjocka tafior, hvilka redan vid första utkristalliseringen hade till smältpunkt 124°,5. Den är löslig i benzol, men faller härur vid tillsats af gasolja som ett hvitt mikrokristalliniskt pulver. Lättast löser den sig i kloroform, hvarur den kristalliserar i små färglösa prismer. Ur alla kristallisationsmedlen erhöles kloriden med samma smältpunkt: 124°,5 C.

Analys: I procent

	Funnet.	Beräknadt.
Cl	29,93	29,62.

Triklornaftalin.



Denna triklornaftalin erhöles genom destillation af ofvannämnda klorsulfonklorid med fosforpentaklorid. Destillatet löstes i alkohol och, utkristalliseradt härur, destillerades det med vattenånga. Den så behandlade triklornaftalinen omkristalliserades ur alkohol, hvari den är tämligen svårlöslig. I kloroform är den ytterst löslig och kristalliserar härur i aggregat af fina hvita nålar. Dess smältpunkt är 91° C.

Analys: I procent

	Funnet.	Beräknadt.
Cl	45,34	46,00.

Emedan utgångsmaterialet till denna triklornaftalin, nämligen den BRÖNNER'ska amidonaftalinsulfonsyran, har NH_2 - och SO_3H -grupper i skilda kärnor i ställningen $\beta_1 = \beta_2$, följer att denna triklornaftalin, smp. 91° , har 2:ne kloratomer i ställningen $\beta_1 = \beta_2$. Hvar den tredje kloratomen har sin plats, har det ännu ej lyckats mig att erhålla kännedom om. Huruvida denna triklornaftalin är identisk med den af ATTERBERG framställda β -triklornaftalin med smp. 90°C.^1), eller icke, är för närvarande omöjligt att med visshet afgöra. ATTERBERG erhöi β -triklornaftalin genom klors inverkan på α -nitronaftalin; och skulle sålunda, i fall dessa båda triklornaftaliner äro identiska, af de 3 kloratomerna en befinna sig i α -ställning och de båda öfriga i ställningen $\beta_1 = \beta_2$.

¹⁾ Öfvers. af K. Vet.-Akad. Förhandl. 1876, N:o 5.

Skänker till Vetenskaps-Akademiens Bibliothek.

(Forts. från sid. 638.)

Greenwich. *Royal observatory.*

Cape of good hope. Royal observatory.

Annals. Vol. 2: P. 2. 4:o.

Results of meridian observations during the years 1882—1885⁸/₂. 8:o.

Haag. *K. Nederländska regeringen.*

Flora Batava. Aangevangen door J. KOPS, voortgezet door F. W. VAN EEDEN. Afl. 279—282. (1887—88). 4:o.

— *Nederlandsch botanisch Vereeniging.*

Nederlandsch Kruidkundig Archief. (2) D. 5: St. 2. 1888. 8:o.

Haarlem. *Teylers tweede Genootschap.*

Archives du musée Teyler. (2) Vol. 3: P. 2. 1888. 4:o.

Catalogue de la bibliothèque. Livr. 7—8. 1887—88. 8:o.

Halifax. *Nova Scotian institute of natural science.*

Proceedings and transactions. Vol. 7 (1887/88): P. 2. 8:o.

Halle. *K. Leopoldinisch-Carolinische Deutsche Akademie der Naturforscher.*

Verhandlungen. Bd. 47—51. 1885—87. 4:o

Leopoldina. Amtliches Organ der . . . Akademie der Naturforscher. H. 21 (1885)—23 (1887). 4:o.

Katalog der Bibliothek. L. 1. 1887. 8:o.

— *Naturforschende Gesellschaft.*

Abhandlungen. Bd. 17: H. 1—2. 1888. 4:o.

Bericht. Jahr 1887. 8:o.

Helsingfors. *Finska Vetenskaps-societeten.*

Acta. T. 15. 1888. 4:o.

Öfversigt. 28 (1885/86)—29 (1886/87). 8:o

Bidrag till kännedom af Finlands natur och folk. H. 45—47. 1887—88. 8:o.

ARPE, A. E., Finska Vetenskaps-Societeten 1838—1888, dess organisation och verksamhet. 1888. 8:o.

— *Societas pro fauna et flora Fennica.*

Acta. Vol. 3—4. 1886—88. 8:o.

Meddelanden. H. 14. 1888. 8:o.

— *Industristyrelsen i Finland.*

Meddelanden. H. 4. 1887. 8:o.

Innsbruck. *Ferdinandeam für Tirol und Vorarlberg.*

Zeitschrift. (3) H. 32. 1888. 8:o.

Jena. *Medizinisch-naturwissenschaftliche Gesellschaft.*

Zeitschrift für Naturwissenschaft. Bd. 22: H. 3—4. 1888. 8:o.

Kiel. *Sternwarte.*

Publicationen:

LAMP, E., Das Aequinoctium für 1860 0, abgeleitet aus den von C. F. PAPE am Meridiankreise der Altonaer Sternwarte in den Jahren 1859—1862 angestellten Sonnenbeobachtungen. 1882. 4:o.

- KREUTZ, H., Untersuchungen über das Cometensystem 1843I, 1880I und 1882II. Th. 1. 1888. 4:o.
- Klagenfurth.** *Naturhistorisches Landes-Museum von Kärnthen.*
Jahrbuch. H. 19. 1888. 8:o.
- Krakau.** *Akademija umiejętności.*
Pamiętnik. Wydział matem.-przyrodn. T. 14—15. 1888. 4:o.
Rozprawy. » » » T. 17—18. 1888. 8:o.
» » hist.-filoz. T. 21. 1888. 8:o.
Zbiór wiadomości do antropologii krajowej. T. 12. 1888. 8:o.
Sprawozdanie Komisji fizyograficznej. T. 21. 1888. 8:o.
Editiones collegii historici. N:o 39, 41. 1888. 8:o & 4:o.
OSSOWSKI, G., Grand Kourhan de Ryżanówka, d'après les recherches faites en 1884 et 1887. 1888. 4:o.
CRICIUS, A., Carmina, ed. C. MORAWSKI. 1888. 8:o.
Rocznik zarządu. Rok 1887. 8:o.
- Lausanne.** *Société Vaudoise des sciences naturelles.*
Bulletin. (3) Vol. 24: N:o 98. 1888. 8:o.
- Leipzig.** *K. Sächsische Gesellschaft der Wissenschaften.*
Abhandlungen. Bd. 23: N:o 8—9; 24: 5—9; 25: 1. 1887—88. st. 8:o.
Berichte über die Verhandlungen. Mathem.-phys. Classe. Jahr 1887:
1—2. 8:o.
» » » Philol.-hist. » Jahr 1887:
4—5; 1888: 1—2. 8:o.
- Liège.** *Société R. des sciences.*
Mémoires. (2) T. 15. 1888. 8:o.
- Lisboa.** *Academia R. das sciencias.*
Jornal de sciencias mathematicas, physicas e naturaes. N:o 48. 1888. 8:o.
- London.** *K. Storbritanniska Regeringen.*
Report on the scientific results of the voyage of H. M. S. CHALLENGER, 1873—1876. Zoology. Vol. 27—28. 1888. 4:o.
— *British Museum.*
SCLATER, P. L., Catalogue of Birds. Vol. 14. 1888. 8:o.
LYDEKKER, R., Catalogue of fossil Reptilia and Amphibia. P. 1. 1888. 8:o.
Guide to the Shell and Starfish galleries (Mollusca, Echinodermata, Vermes). 1887. 8:o.
— *Geologist's association.*
Proceedings. Vol. 10: N:o 8. 1888. 8:o.
— *R. Astronomical society.*
Monthly notices. Vol. 48(1887/88): N:o 2—9. 8:o.
— *Zoological society.*
Proceedings of the scientific meetings. Year 1888: P. 1—3. 8:o.
— (Ontario.) *Entomological society of Ontario.*
The Canadian entomologist. Vol. 20(1888): N:o 1—12. 8:o.
- Middelburg.** *Zeeuwsch Genootschap der Wetenschappen.*
Archief. D. 6: St. 3. 1888. 8:o.
NAGTGLAS, F., Levensberichten van Zeeuwen. Afl. 1. 1888. 8:o.
— *Zelandia illustrata.* — Verzameling van Kaarten, Portretten, Platen enz. betreffende de Oudheid en Geschiedenis van Zeeland. (Vervolg). 1885. 8:o.

- Milano.** *R. Istituto Lombardo di scienze e lettere.*
 Memorie. Classe di scienze matem. e nat. Vol. 16: Fasc. 2. 1888. 4:o.
 Memorie. Classe di lettere e scienze morali e politiche. Vol. 18: Fasc.
 1. 1887. 4:o.
 Rendiconti. (2) Vol. 20. 1887. 8:o.
 — *Società Italiana di scienze naturali.*
 Atti. Vol. 30: Fasc. 1-4. 1887-88. 8:o.
- Montreal.** *Royal Society of Canada.*
 Proceedings and transactions. Vol. 5 (1887). 4:o.
- Moskwa.** *Société Imp. des naturalistes.*
 Nouveaux mémoires. T. 15: Livr. 3-5. 1885-88. 8:o.
 Bulletin. Année 1888: N:o 1-3. 8:o.
- München.** *K. Bayerische Akademie der Wissenschaften.*
 Denkschriften. Bd. 61: Abth. 1. 1888. 4:o.
 Sitzungsberichte. Mathem.-physikal. Klasse. Jahr 1887: H. 3; 1888:
 1-2. 8:o.
 » » Philos.-philol.-hist. » » 1888. Bd. 1: H. 1
 -3; 2: 1. 8:o.
 BAUERNEFIND, C. M., Das Bayerische Präcisions-Nivellement. Mittheil.
 7. 1888. 4:o.
- New Orleans.** *Academy of sciences.*
 Papers. Vol. 1: N:o 2. 1888. 8:o.
- New York.** *Academy of sciences.*
 Transactions. Vol. 7: N:o 3-8. 1887-88. 8:o.
 Annals. Vol. 4: N:o 5-8. 1888. 8:o.
- Paris.** *Bureau international des poids et mesures.*
 Travaux et mémoires. T. 6. 4:o.
 Procès-verbaux des séances du comité international des poids et me-
 sures. 1887. 8:o.
- Pennsylvania.** *Geological survey.*
 Geological survey. AA., P. 2: Atlas. Fol.
 Annual report. Year 1886: P. 4. Text & Atlas. 8:o & Fol.
- Philadelphia.** *American philosophical society.*
 Transactions. (2) Vol. 16: P. 2. 1888. 4:o.
 — *Academy of natural sciences.*
 Proceedings. Year 1888: P. 1-2. 8:o.
- Pisa.** *Società Toscana di scienze naturali.*
 Memorie. Vol. 9. 1888. st. 8:o.
 Processi verbali. Vol. 6 (1887/89): Pag. 1-70; 105-140. st. 8:o.
- Rio de Janeiro.** *Imperial observatorio.*
 Annaes. T. 3. 1887. 4:o.
- Roma.** *Società Italiana delle scienze (detta dei XL).*
 Memorie di matematica e di fisica. (3) T. 6. 1887. 4:o.
- S:t Petersburg.** *Comité géologique.*
 Trudi. — Mémoires. Vol. 5: N:o 2-4; 6: 1-2; 7: 1-2. 1888. 4:o.
 Isvestia. — Bulletin. Vol. 6 (1887): N:o 11-12; 7 (1888): 1-5. 8:o.
 Biblioteka . . . — Bibliothèque géologique Russe, rédigée par S. NIKITIN.
 Année 3 (1887). 8:o.

— *Societas entomologica Rossica.*

Trudi. — Horæ. T. 22(1888). 8:o.

Salem. *Essex institute.*

Bulletin. Vol. 19(1887): N:o 1—12. 8:o.

IVES, H. P., Visitors guide to Salem. 1888. 16:o.

Sydney. *Royal society of New South Wales.*

Journal and proceedings. Vol. 22: P. 1. 1888. 8:o.

Toronto. *Canadian institute.*

Proceedings. Vol. 6: Fasc. 1. 1888. 8:o.

Utrecht. *Provinciaal Utrechtsch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen.*

Verslag van het verhandelde in de algemeene Vergadering 1887²⁸/₆. 8:o.

» » » » » » Sectie-Vergaderingen 1887²⁸/₆. 8:o.

KOOPENBERG, PH., Geneeskundige Plaatsbeschrijving van Leeuwarden. s'Gravenhage 1888. st. 8:o.

NETSCHER, P. M., Geschiedenis van de Kolonien Essequibo, Demerary en Berbice. Ib. 1888. 8:o.

v. RIEMSDIJK, TH. H. F., Bijdragen tot de Geschiedenis van de Kerkspelerk van S:t Jacob te Utrecht. Leiden 1888. 4:o.

Washington. *U. S. Signal service.*

[Publications.] Arctic series. N:o 2. TURNER, L. M., Contributions to the natural history of Alaska. 1886. 4:o.

— *U. S. Geological survey.*

Monographs. Vol. 12. EMMONS, S. F., Geology and mining industry of Leadville, Colorado. Text & Atlas. 1886, 1883. 4:o & Fol.

— *Smithsonian institution.*

Smithsonian miscellaneous collections. Vol. 32—33. 1888. 8:o.

Wien. *K. K. Geologische Reichsanstalt.*

Jahrbuch. Bd. 37(1887): H. 3—4; 38(1888): H. 1—3. st. 8:o.

Verhandlungen. Jahr 1888: N:o 1—14. st. 8:o.

Hrr P. A. Norstedt & Söner. Stockholm.

v. LINNÉ, C., Ungdomsskrifter, samlade af E. ÄHRLING . . . utgifna af K. Vetenskaps-Akademien. Serien 1: H. 2. Sthm. 1888. 8:o.

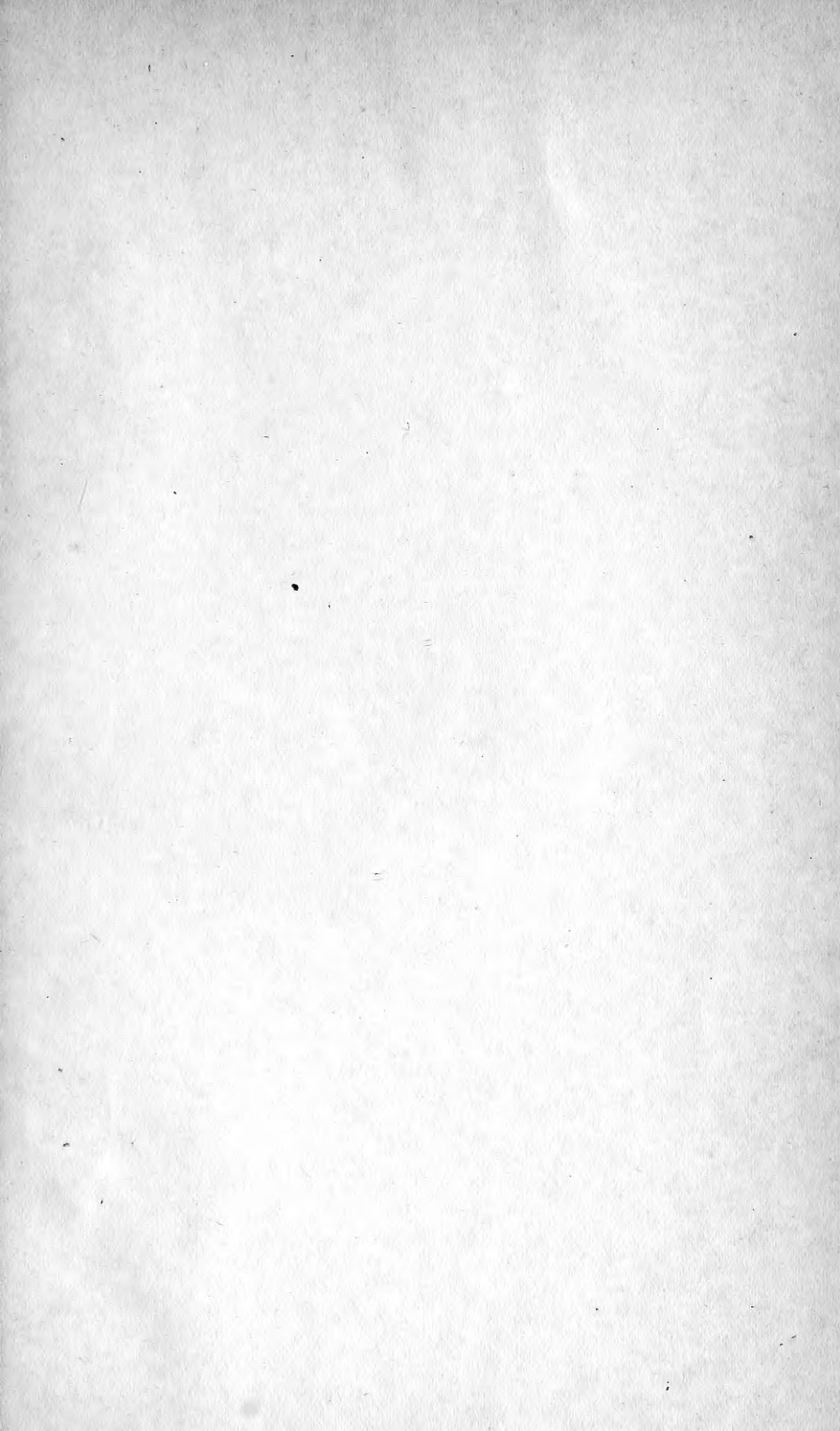
Författarne.

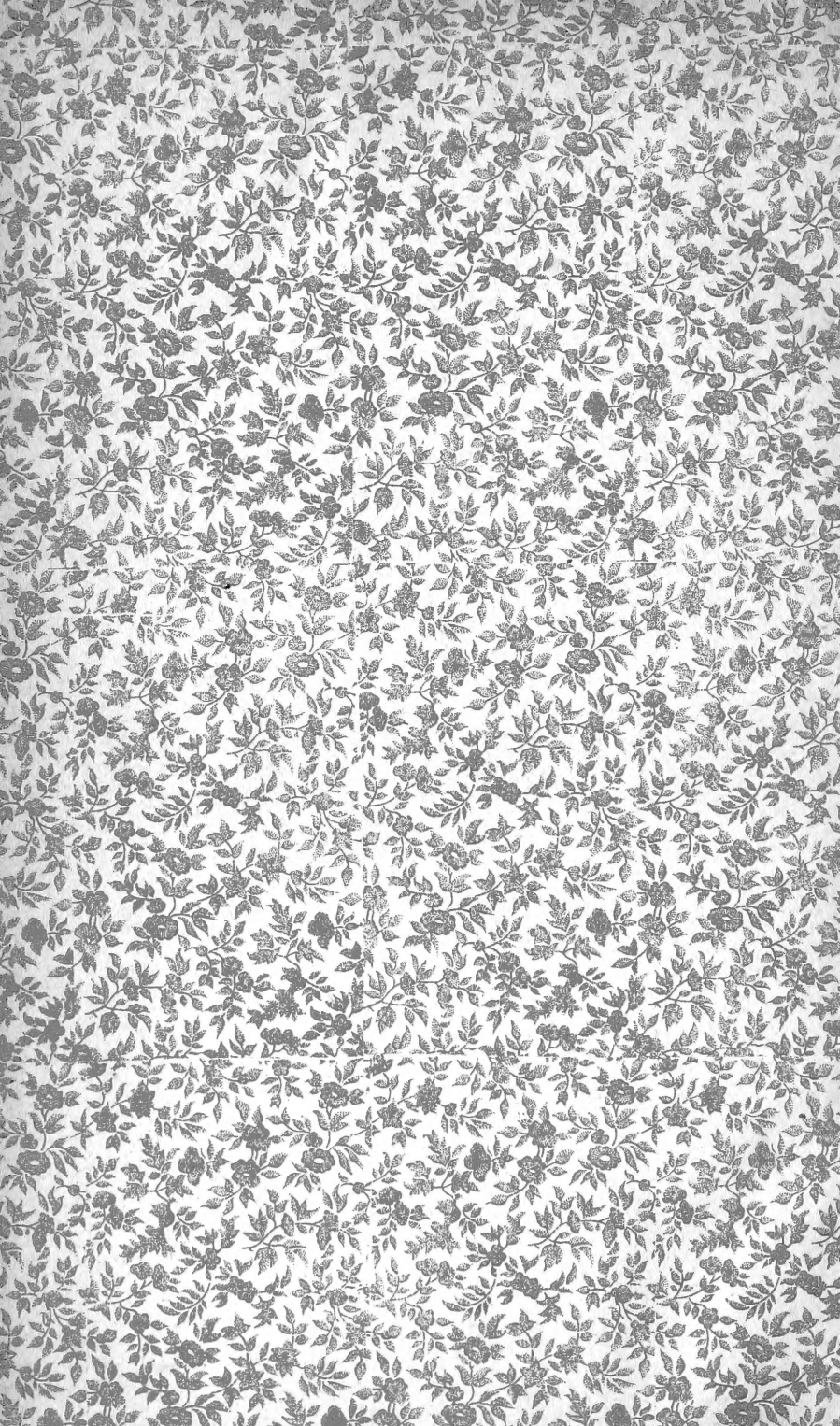
LINDAHL, J., Dr. N. O. Holst's studies in geology. 1—2. 1888. 8:o.

BOLIVAR, I., Essai sur les Acridiens de la tribu des Tettigidae. Gand 1887. 8:o.

— Énumération des Orthoptères de l'île Cuba. Paris 1888. 8:o.







MBL WHOI Library Serials



5 WHSE 03071

A1930

